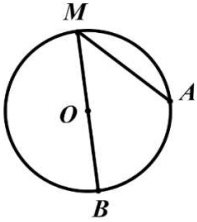
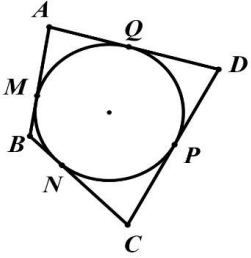
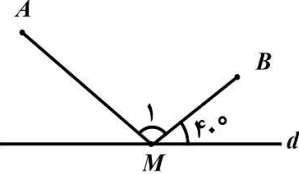

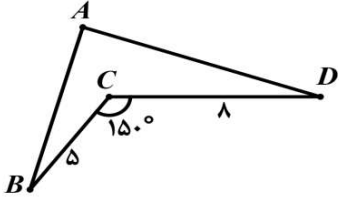


سوالیات آزمون نهایی درس: هندسه (۲)	پایه: یازدهم	رشته: ریاضی و فیزیک	تاریخ آزمون: ۱۴۰۴/۰۳/۰۷
تعداد صفحه: ۲	مدت آزمون: ۱۲۰ دقیقه	ساعت شروع: ۷:۳۰ به وقت تهران	نام و نام خانوادگی:
دانش آموزان روزانه، بزرگسالان، آموزش از راه دور، اینترگران، داوطلبان آزاد و متقاضیان ایجاد و یا ترمیم سابقه تحصیلی			
داخل و خارج از کشور) - خرداد ۱۴۰۴			
ردیف	سوالیات (پاسخ برگ دارد)		
نمره			

۱	درستی یا نادرستی عبارات زیر را تعیین کنید. الف) در هر دایره، طول یک کمان، برابر با اندازه زاویه مرکزی مقابل به آن کمان است. ب) دو دایره به طول شعاع‌های ۳ و ۵ سانتی‌متر و طول خط‌المرکزین ۲ سانتی‌متر، مماس بیرون هستند. ج) تبدیل انتقال، جهت شکل را حفظ می‌کند. د) تبدیل بازتاب نسبت به خط، بی‌شمار نقطه ثابت دارد.	۱
۱	در هر قسمت، پاسخ مناسب را بنویسید. الف) فاصله مرکز دایره‌ای از یک خط، کمتر از شعاع آن دایره است. این خط و دایره ..... نقطه اشتراک دارند. (یک، دو) ب) در هر مثلث، نقطه هم‌رسی نیمسازها، مرکز دایره ..... مثلث است. (محیطی، محاطی) ج) شیب خط ..... همواره حفظ می‌شود. (انتقال، دوران) د) دورانی به مرکز $O$ و زاویه .....، تبدیلی همانی است. ( $180^\circ$ ، $360^\circ$ )	۲
۱،۲ ۵	در شکل زیر $O$ مرکز دایره است. ثابت کنید؛ اندازه زاویه محاطی $\hat{M}$ ، برابر با نصف اندازه کمان مقابل به آن زاویه است. 	۳
۱	با توجه به شکل، مقدار $x$ را محاسبه کنید. 	۴
۱،۲ ۵	از نقطه $P$ خارج دایره، مماس $PT$ و خط قاطعی نسبت به دایره رسم. خط قاطع دایره را در نقاط $A$ و $B$ قطع می‌کند. ثابت کنید: $PT^2 = PA \times PB$	۵
۱،۵	دو دایره متخارج داریم که طول مماس مشترک داخلی و خارجی آنها به ترتیب برابر ۱۰ و ۲۴ سانتی‌متر و طول خط‌المرکزین آن‌ها مساوی ۲۶ سانتی‌متر است. طول شعاع‌های دو دایره را به دست آورید.	۶
۱	مثلثی به طول اضلاع $a$ ، $b$ و $c$ با شعاع دایره محاطی داخلی به اندازه $r$ و سه ارتفاع به طول‌های $h_a$ ، $h_b$ و $h_c$ را در نظر بگیرید. نشان دهید: $\frac{1}{h_a} + \frac{1}{h_b} + \frac{1}{h_c} = \frac{1}{r}$	۷
صفحه ۱ از ۲		

سوالیات آزمون نهایی درس: هندسه (۲)	پایه: یازدهم	رشته: ریاضی و فیزیک	تاریخ آزمون: ۱۴۰۴/۰۳/۰۷
تعداد صفحه: ۲	مدت آزمون: ۱۲۰ دقیقه	ساعت شروع: ۷:۳۰ به وقت تهران	نام و نام خانوادگی:
دانش آموزان روزانه، بزرگسالان، آموزش از راه دور، اینترگران، داوطلبان آزاد و متقاضیان ایجاد و یا ترمیم سابقه تحصیلی			
مرکز ارزشیابی و تضمین کیفیت نظام آموزش و پرورش			
داخل و خارج از کشور) - خرداد ۱۴۰۴			
ردیف	سوالیات (پاسخ برگ دارد)		
نمره			

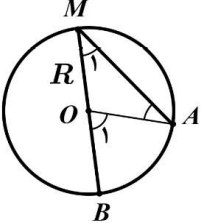
۱	در چهارضلعی محیطی زیر ثابت کنید؛ مجموع اندازه‌های دو ضلع مقابل، برابر با مجموع اندازه‌های دو ضلع دیگر است.	۸
		
۰,۵	مطابق شکل، نقطه M را روی خط d چنان در نظر می‌گیریم که $AM + MB$ کمترین مقدار ممکن شود. اندازه زاویه $\hat{M}$ را به دست آورید.	۹
		
۱	مطابق شکل زیر، نقطه O روی پاره خط AB است. ثابت کنید؛ تحت دورانی به مرکز O و هر زاویه حاده a، اندازه پاره خط AB با تصویر آن با هم برابرند.	۱۰
		
۱	در شکل زیر، می‌خواهیم بدون تغییر طول ضلع‌ها، مساحت شکل را افزایش دهیم. میزان افزایش مساحت را به دست آورید. ( $\hat{BCD} = 150^\circ$ و $BC = 5$ , $CD = 8$ )	۱۱
		
۱,۲ ۵	ثابت کنید، در هر تبدیل طولی، تبدیل یافته یک زاویه، زاویه‌ای هم‌اندازه آن است.	۱۲
۱,۲ ۵	محل برخورد قطرهای مستطیلی را O می‌نامیم. در تجانس به مرکز O و نسبت $\frac{2}{3}$ ، مساحت بین آن مستطیل و تصویرش برابر ۱۰ است. مساحت مستطیل اولیه را محاسبه کنید.	۱۳
۱,۵	در مثلث ABC با شعاع دایره محیطی R می‌دانیم؛ $BC = 10$ , $\hat{B} = 135^\circ$ و $R = 10$ . اندازه زاویه $\hat{A}$ و طول ضلع AC را حساب کنید.	۱۴
۰,۷۵	در مثلث ABC با فرض $AC = b$ , $AB = c$ , $BC = a$ ، ثابت کنید؛ $\hat{A} > 90^\circ$ اگر و تنها اگر $a^2 > b^2 + c^2$ .	۱۵
۱ ۱,۲ ۵	مثلی به طول اضلاع ۶، ۱۰ و ۱۴ را در نظر بگیرید. الف) با استفاده از قضیه کسینوس‌ها، اندازه زاویه مقابل به بزرگ‌ترین ضلع مثلث را محاسبه کنید. ب) به کمک دستور هرون، طول ارتفاع وارد بر کوچک‌ترین ضلع مثلث را به دست آورید.	۱۶
۱,۵	در مثلث ABC داریم؛ $AB = 5$ , $BC = 12$ و $AC = 15$ . طول نیمساز زاویه داخلی $\hat{A}$ را محاسبه کنید.	۱۷

راهنمای نمره‌گذاری آزمون نهایی درس: هندسه (۲)	پایه: یازدهم	رشته: ریاضی و فیزیک	تاریخ آزمون: ۱۴۰۴/۰۳/۰۷
تعداد صفحه: .....	مدت آزمون: ۱۲۰ دقیقه	ساعت شروع: ۷:۳۰ به وقت تهران	
دانش آموزان روزانه، بزرگسالان، آموزش از راه دور، ایثارگران، داوطلبان آزاد و متقاضیان ایجاد و یا ترمیم سابقه تحصیلی (داخل و خارج از کشور) - خرداد ۱۴۰۴		مرکز ارزشیابی و تضمین کیفیت نظام آموزش و پرورش	
ردیف	راهنمای نمره‌گذاری		

۱	الف) نادرست صفحه ۱۲	ب) نادرست صفحه ۲۰	ج) درست مشابه تمرین ۲ صفحه ۴۲	د) درست صفحه ۳۶	بارم هر قسمت (۰/۲۵)
۲	الف) دو صفحه ۱۱	ب) محاطی صفحه ۲۵	ج) انتقال صفحه ۳۹	د) ۳۶۰° صفحه ۴۸	بارم هر قسمت (۰/۲۵)

۱.۲۵

**روش اول:**  
مرکز دایره را به نقطه  $A$  وصل می‌کنیم.



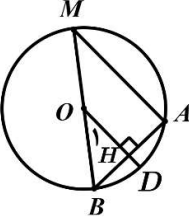
رسم شکل (۰/۲۵)

$$OM = OA = R \Rightarrow \hat{M}_1 = \hat{A} \quad (1) \quad (0/25)$$

$$\hat{O}_1 = \hat{M}_1 + \hat{A} \quad (2) \quad (0/25)$$

$$(1), (2) \Rightarrow \hat{O}_1 = 2\hat{M}_1 \Rightarrow \widehat{BA} = 2\hat{M}_1 \Rightarrow \hat{M}_1 = \frac{\widehat{BA}}{2} \quad (0/25)$$

**روش دوم:**  
وتر  $AB$  و شعاع عمود بر آن را رسم می‌کنیم. در نتیجه

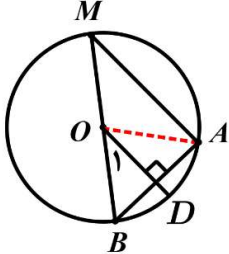


رسم شکل (۰/۲۵)

$$OH \perp AB \Rightarrow BH = AH, \quad \widehat{BD} = \widehat{DA} \quad (0/25)$$

$$\left. \begin{array}{l} \frac{BO}{BM} = \frac{BH}{BA} = \frac{1}{2} \\ \hat{B} = \hat{B} \end{array} \right\} \Rightarrow \widehat{OBH} \sim \widehat{MAB} \Rightarrow \hat{M} = \hat{O}_1 = \widehat{BD} = \frac{\widehat{AB}}{2} \quad (0/25)$$

**روش سوم:**  
وتر  $AB$  و شعاع عمود بر آن را رسم می‌کنیم. در نتیجه



رسم شکل (۰/۲۵)

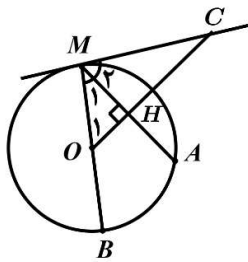
$$OD \perp AB \Rightarrow \widehat{BD} = \widehat{DA} \Rightarrow \hat{O}_1 = \frac{\widehat{BA}}{2} \quad (1) \quad (0/25)$$

از طرفی چون در مثلث  $AMB$  میانه وارد بر یک ضلع، نصف آن ضلع است، لذا مثلث قائم‌الزاویه است. (۰/۲۵) پس

$$\left. \begin{array}{l} MA \perp AB \\ OD \perp AB \end{array} \right\} \Rightarrow MA \parallel OD \Rightarrow \hat{M} = \hat{O}_1 \xrightarrow{(1)} \hat{M} = \frac{\widehat{BA}}{2} \quad (0/25)$$

راهنمای نمره‌گذاری آزمون نهایی درس: هندسه (۲)	پایه: یازدهم	رشته: ریاضی و فیزیک	تاریخ آزمون: ۱۴۰۴/۰۳/۰۷
تعداد صفحه: .....	مدت آزمون: ۱۲۰ دقیقه	ساعت شروع: ۷:۳۰ به وقت تهران	
دانش آموزان روزانه، بزرگسالان، آموزش از راه دور، اینترگران، داوطلبان آزاد و متقاضیان ایجاد و یا ترمیم سابقه تحصیلی (داخل و خارج از کشور) - خرداد ۱۴۰۴		مرکز ارزشیابی و تضمین کیفیت نظام آموزش و پرورش	
ردیف	راهنمای نمره‌گذاری		

روش چهارم:



از نقطه  $M$  خطی بر دایره، مماس می‌کنیم. همچنین، از نقطه  $O$  به وتر  $AM$  عمود می‌کنیم و امتداد می‌دهیم تا خط مماس را در نقطه  $C$  قطع کند. در نتیجه

رسم شکل (۰/۲۵)

$$OH \perp AM \Rightarrow O_1 = \frac{\widehat{AM}}{2}$$

(۰/۲۵)

$$O_1 + M_1 = M_2 + M_1 = 90^\circ \Rightarrow M_2 = O_1$$

(۰/۲۵)

$$M_1 + M_2 = 90^\circ = \frac{180^\circ}{2} = \frac{\widehat{BA} + \widehat{AM}}{2}$$

(۰/۲۵)

$$\Rightarrow M_1 + \frac{\widehat{AM}}{2} = \frac{\widehat{BA} + \widehat{AM}}{2} \Rightarrow M_1 = \frac{\widehat{BA}}{2}$$

(۰/۲۵)

قضیه صفحه ۱۴

روش اول:

$$\frac{120^\circ + y}{2} = 80^\circ, \quad \frac{120^\circ - y}{2} = x \Rightarrow y = 40^\circ, \quad x = 40^\circ$$

(۰/۲۵)

(۰/۲۵)

(۰/۲۵)

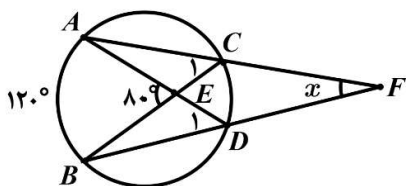
(۰/۲۵)

روش دوم: با استفاده از ویژگی‌های زاویه محاطی و زاویه خارجی داریم:

(۰/۲۵)

$$80^\circ = \widehat{C}_1 + \widehat{A} = \frac{120^\circ}{2} + \widehat{A} \Rightarrow \widehat{A} = 20^\circ \quad (*)$$

(۰/۲۵)



$$\widehat{D}_1 = \frac{120^\circ}{2} = 60^\circ$$

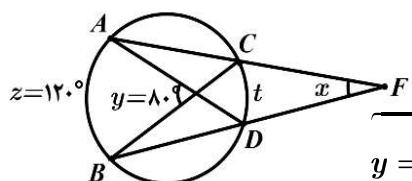
(۰/۲۵)

$$\Rightarrow x = 40^\circ$$

$$\widehat{D}_1 = \widehat{A} + x = 20^\circ + x$$

(۰/۲۵)

روش سوم:



$$y = \frac{z+t}{2}, \quad x = \frac{z-t}{2} \Rightarrow x+y = z \Rightarrow x+80^\circ = 120^\circ \Rightarrow x = 40^\circ$$

(۰/۲۵)

(۰/۲۵)

(۰/۲۵)

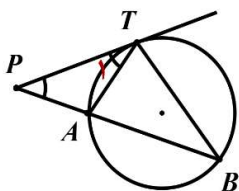
(۰/۲۵)

تذکر: در صورت به دست آوردن جواب به کمک رابطه  $x + y = z$  بدون اثبات، فقط (۰/۵) نمره تعلق گیرد.

مشابه تمرین ۲ صفحه ۱۶

راهنمای نمره‌گذاری آزمون نهایی درس: هندسه (۲)	پایه: یازدهم	رشته: ریاضی و فیزیک	تاریخ آزمون: ۱۴۰۴/۰۳/۰۷
تعداد صفحه: .....	مدت آزمون: ۱۲۰ دقیقه	ساعت شروع: ۷:۳۰ به وقت تهران	
دانش آموزان روزانه، بزرگسالان، آموزش از راه دور، اینترگران، داوطلبان آزاد و متقاضیان ایجاد و یا ترمیم سابقه تحصیلی (داخل و خارج از کشور) - خرداد ۱۴۰۴		مرکز ارزشیابی و تضمین کیفیت نظام آموزش و پرورش Azmoon.medu.ir	
ردیف	راهنمای نمره‌گذاری		
نمره			

روش اول:

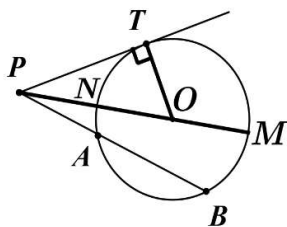
از نقطه  $T$  به  $A$  و  $B$  وصل می‌کنیم.

رسم شکل (۰/۲۵)

$$\begin{cases} \widehat{P} = \widehat{P} & (۰/۲۵) \\ \widehat{T}_1 = \widehat{B} = \frac{\widehat{TA}}{۲} & (۰/۲۵) \end{cases} \Rightarrow \underbrace{\triangle PAT \sim \triangle PBT}_{(۰/۲۵)} \Rightarrow \underbrace{\frac{PT}{PA} = \frac{PB}{PT}}_{(۰/۲۵)} \Rightarrow PT^2 = PA \times PB$$

روش دوم:

نقطه  $P$  را به مرکز دایره وصل می‌کنیم و امتداد می‌دهیم. سپس نقاط برخورد با دایره را  $M$  و  $N$  می‌نامیم. قرار می‌دهیم  $OP = d$ . پس



رسم شکل (۰/۲۵)

$$\begin{aligned} \overbrace{PN \times PM = PA \times PB}^{(۰/۲۵)} &\Rightarrow (d - R)(d + R) = PA \times PB \\ &\Rightarrow \underbrace{PA \times PB = d^2 - R^2}_{(۰/۲۵)} \quad (۱) \end{aligned}$$

از طرفی در مثلث قائم‌الزاویه  $\triangle OPT$  داریم

$$\overbrace{OT^2 + PT^2 = OP^2}^{(۰/۲۵)} \Rightarrow PT^2 = d^2 - R^2 \quad (۲)$$

بنابر روابط (۱) و (۲) داریم  $PT^2 = PA \times PB$ . (۰/۲۵)در صورتی که  $PA$  از مرکز بگذرد، اثبات به روش مشابه برقرار است)

قضیه صفحه ۱۹

۱.۵

فرض کنیم طول خط‌المركزین دو دایره برابر  $d$  و طول شعاع‌های آنها  $R$  و  $R'$  باشد. ( $R > R'$ )

$$\underbrace{\text{طول مماس مشترک داخلی}}_{(۰/۲۵)} = \sqrt{d^2 - (R + R')^2} \quad \text{و} \quad \underbrace{\text{طول مماس مشترک خارجی}}_{(۰/۲۵)} = \sqrt{d^2 - (R - R')^2}$$

در نتیجه

$$\underbrace{۱۰^2 = ۲۶^2 - (R + R')^2}_{(۰/۲۵)} \quad \text{و} \quad \underbrace{۲۴^2 = ۲۶^2 - (R - R')^2}_{(۰/۲۵)}$$

$$\Rightarrow R + R' = ۲۴, \quad R - R' = ۱۰ \Rightarrow R = ۱۷, \quad R' = ۷$$

(۰/۵)

مشابه تمرین ۵ صفحه ۲۳

راهنمای نمره‌گذاری آزمون نهایی درس: هندسه (۲)	پایه: یازدهم	رشته: ریاضی و فیزیک	تاریخ آزمون: ۱۴۰۴/۰۳/۰۷
تعداد صفحه: .....	مدت آزمون: ۱۲۰ دقیقه	ساعت شروع: ۷:۳۰ به وقت تهران	
دانش آموزان روزانه، بزرگسالان، آموزش از راه دور، اینترگران، داوطلبان آزاد و متقاضیان ایجاد و یا ترمیم سابقه تحصیلی (داخل و خارج از کشور) - خرداد ۱۴۰۴		مرکز ارزشیابی و تضمین کیفیت نظام آموزش و پرورش	
ردیف	راهنمای نمره‌گذاری		
	نمره		

## روش اول:

$$S = \frac{1}{2} a h_a \Rightarrow \frac{1}{h_a} = \frac{a}{2S} \quad (1) \quad \text{به طور مشابه} \quad \frac{1}{h_c} = \frac{c}{2S}, \quad \frac{1}{h_b} = \frac{b}{2S} \quad (2)$$

$$\xrightarrow{(1), (2)} \frac{1}{h_a} + \frac{1}{h_b} + \frac{1}{h_c} = \frac{a}{2S} + \frac{b}{2S} + \frac{c}{2S} = \frac{2P}{2S} = \frac{1}{r}$$

## روش دوم:

با توجه به شکل داریم

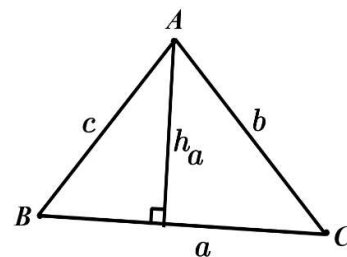
$$h_a = c \sin B \Rightarrow \frac{1}{h_a} = \frac{1}{c \sin B} \quad (1)$$

$$\text{به طور مشابه} \quad \frac{1}{h_c} = \frac{1}{b \sin A}, \quad \frac{1}{h_b} = \frac{1}{a \sin C} \quad (2)$$

$$\xrightarrow{(1), (2)} \frac{1}{h_a} + \frac{1}{h_b} + \frac{1}{h_c} = \frac{1}{c \sin B} + \frac{1}{a \sin C} + \frac{1}{b \sin A}$$

$$= \frac{a}{ca \sin B} + \frac{b}{ab \sin C} + \frac{c}{bc \sin A}$$

$$= \frac{a}{2S} + \frac{b}{2S} + \frac{c}{2S} = \frac{2P}{2S} = \frac{P}{S} = \frac{1}{r}$$



روش سوم: ابتدا دایره محاطی داخلی مثلث را رسم می‌کنیم. حال با توجه به شکل داریم:

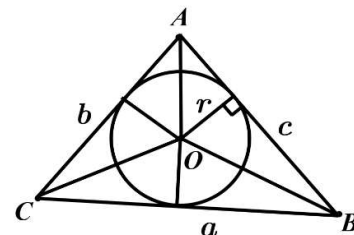
$$S_{OBC} + S_{OAC} + S_{OAB} = S_{ABC}$$

$$\Rightarrow \frac{1}{2} ar + \frac{1}{2} br + \frac{1}{2} cr = S = \frac{1}{2} ah_a$$

$$\Rightarrow h_a = \frac{ar + br + cr}{a} = \frac{2rP}{a} \Rightarrow \frac{1}{h_a} = \frac{a}{2rP} \quad (1)$$

$$\text{به طور مشابه} \quad \frac{1}{h_c} = \frac{c}{2rP}, \quad \frac{1}{h_b} = \frac{b}{2rP} \quad (2)$$

$$\xrightarrow{(1), (2)} \frac{1}{h_a} + \frac{1}{h_b} + \frac{1}{h_c} = \frac{a}{2rP} + \frac{b}{2rP} + \frac{c}{2rP} = \frac{2P}{2rP} = \frac{1}{r}$$



راهنمای نمره‌گذاری آزمون نهایی درس: هندسه (۲)	پایه: یازدهم	رشته: ریاضی و فیزیک	تاریخ آزمون: ۱۴۰۴/۰۳/۰۷
تعداد صفحه: .....	مدت آزمون: ۱۲۰ دقیقه	ساعت شروع: ۷:۳۰ به وقت تهران	
دانش آموزان روزانه، بزرگسالان، آموزش از راه دور، اینترگران، داوطلبان آزاد و متقاضیان ایجاد و یا ترمیم سابقه تحصیلی (داخل و خارج از کشور) - خرداد ۱۴۰۴		مرکز ارزشیابی و تضمین کیفیت نظام آموزش و پرورش	
ردیف	راهنمای نمره‌گذاری		
نمره			

## روش چهارم:

$$S = \frac{1}{2} a h_a \Rightarrow rP = \frac{1}{2} a h_a \Rightarrow \frac{1}{h_a} = \frac{a}{2rP} \quad (1)$$

(۰/۲۵)

$$\text{به طور مشابه} \quad \frac{1}{h_c} = \frac{c}{2rP}, \quad \frac{1}{h_b} = \frac{b}{2rP} \quad (2)$$

(۰/۲۵)

$$\xrightarrow{(1), (2)} \frac{1}{h_a} + \frac{1}{h_b} + \frac{1}{h_c} = \frac{a}{2rP} + \frac{b}{2rP} + \frac{c}{2rP} = \frac{2P}{2rP} = \frac{1}{r}$$

(۰/۲۵)

روش پنجم: فرض کنیم شعاع دایره محیطی مثلث باشد. پس

$$S = \frac{1}{2} ab \sin C = \frac{1}{2} ab \left( \frac{c}{2R} \right) = \frac{abc}{4R} \quad (1)$$

$$S = \frac{1}{2} a h_a$$

$$\Rightarrow \frac{1}{h_a} = \frac{2R}{bc}, \quad abc = 4RS$$

(۰/۲۵)

$$\text{به طور مشابه} \quad \frac{1}{h_c} = \frac{2R}{ab}, \quad \frac{1}{h_b} = \frac{2R}{ac} \quad (2)$$

$$\xrightarrow{(1), (2)} \frac{1}{h_a} + \frac{1}{h_b} + \frac{1}{h_c} = \frac{2R}{bc} + \frac{2R}{ac} + \frac{2R}{ba} = \frac{2R(a+b+c)}{abc} = \frac{4RP}{4RS} = \frac{1}{r}$$

(۰/۲۵)

تمرین ۵ صفحه ۳۰

## روش اول:

$$AB + CD = (AM + BM) + (DP + CP) = (AQ + BN) + (DQ + CN)$$

$$= (AQ + DQ) + (BN + CN) = AD + BC$$

(۰/۲۵)

## روش دوم:

$$AM = AQ = x, \quad QD = DP = y \Rightarrow \begin{cases} MB = BN = AB - x \\ PC = NC = DC - y \end{cases} \quad (0/5)$$

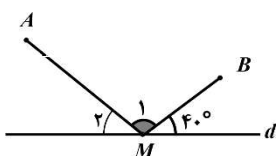
$$\Rightarrow AD + CB = (x + y) + (AB - x + CD - y) = AB + CD$$

(۰/۲۵)

قضیه صفحه ۲۷

۸

۹



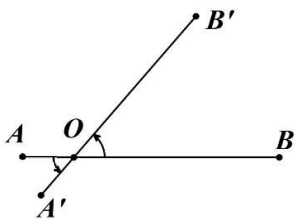
$$\hat{M}_2 = 40^\circ \Rightarrow \hat{M}_1 = 100^\circ$$

(۰/۲۵)

نتیجه سوال صفحه ۵۲

راهنمای نمره‌گذاری آزمون نهایی درس: هندسه (۲)	پایه: یازدهم	رشته: ریاضی و فیزیک	تاریخ آزمون: ۱۴۰۴/۰۳/۰۷
تعداد صفحه: .....	مدت آزمون: ۱۲۰ دقیقه	ساعت شروع: ۷:۳۰ به وقت تهران	
دانش آموزان روزانه، بزرگسالان، آموزش از راه دور، اینترگران، داوطلبان آزاد و متقاضیان ایجاد و یا ترمیم سابقه تحصیلی (داخل و خارج از کشور) - خرداد ۱۴۰۴		مرکز ارزشیابی و تضمین کیفیت نظام آموزش و پرورش	
ردیف	راهنمای نمره‌گذاری		

۱



اگر  $T$  یک دوران به مرکز  $O$  و زاویه  $\alpha$  باشد، با توجه به شکل تحت  $T$  داریم:

$$\underbrace{T(A) = A'}_{(۰/۲۵)}, \quad \underbrace{T(B) = B'}_{(۰/۲۵)} \Rightarrow \underbrace{OA = OA'}_{(۰/۲۵)}, \quad \underbrace{OB = OB'}_{(۰/۲۵)}$$

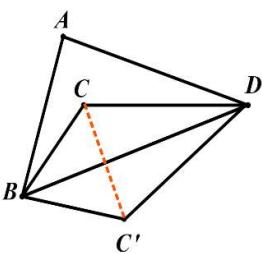
$$\Rightarrow \underbrace{AB = OA + OB = OA' + OB' = A'B'}_{(۰/۲۵)}$$

رسم شکل (۰/۲۵)

تذکر: به جواب مسأله، با رسم شکل و به صورت نوشتار فارسی به طور کامل، نیز نمره کامل داده شود.

قضیه صفحه ۴۱

روش اول:

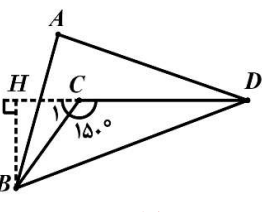


ابتدا بازتاب نقطه  $C$  را تحت  $BD$  به دست می‌آوریم و آن را  $C'$  می‌نامیم. بنابراین میزان افزایش مساحت برابر است با:

$$\underbrace{S_{BC'DC}}_{(۰/۲۵)} = \underbrace{2S_{BDC}}_{(۰/۲۵)} = \underbrace{2\left(\frac{1}{2}CB \times CD \sin C\right)}_{(۰/۲۵)} = \underbrace{5 \times 8 \times \frac{1}{2}}_{(۰/۲۵)} = 20$$

رسم شکل (۰/۲۵)

روش دوم:



ارتفاع  $BH$  را رسم می‌کنیم.  $\hat{C}_1 = 30^\circ$  لذا  $BH = \frac{1}{2}BC = \frac{5}{2}$ .

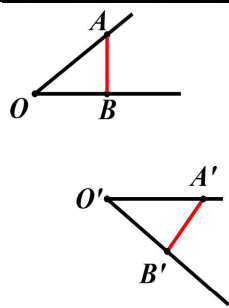
بنابراین میزان افزایش مساحت برابر است با:

$$\underbrace{2S_{BDC}}_{(۰/۲۵)} = \underbrace{2\left(\frac{1}{2}BH \times CD\right)}_{(۰/۲۵)} = \underbrace{2\left(\frac{1}{2} \times \frac{5}{2} \times 8\right)}_{(۰/۲۵)} = 20$$

رسم شکل (۰/۲۵)

مشابه تمرین ۵ صفحه ۵۴

۱.۲۵



فرض کنیم  $T$  یک تبدیل طولیا باشد. در این صورت با توجه به شکل تحت  $T$  داریم:

$$\underbrace{T(O) = O', \quad T(A) = A', \quad T(B) = B'}_{(۰/۲۵)}$$

در نتیجه پاره‌خط‌های  $OA, OB$  و  $AB$  به ترتیب به پاره‌خط‌های  $O'A', O'B'$  و  $A'B'$  تصویر می‌شود. (۰/۲۵) چون تبدیل طولیاست داریم:

$$\underbrace{OA = OA', \quad OB = OB', \quad AB = A'B'}_{(۰/۲۵)}$$

رسم تصویر زاویه (۰/۲۵)

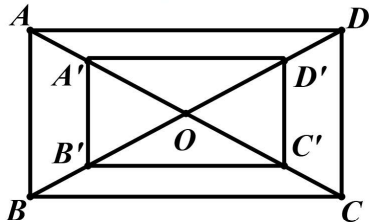
$$\Rightarrow \underbrace{\triangle AOB \cong \triangle A'O'B'}_{(۰/۲۵)} \Rightarrow \underbrace{\hat{O} = \hat{O}'}_{(۰/۲۵)}$$

تذکر: به جواب مسأله، با رسم شکل و به صورت نوشتار فارسی به طور کامل، نیز نمره کامل داده شود.

قضیه صفحه ۳۵

راهنمای نمره‌گذاری آزمون نهایی درس: هندسه (۲)	پایه: یازدهم	رشته: ریاضی و فیزیک	تاریخ آزمون: ۱۴۰۴/۰۳/۰۷
تعداد صفحه: .....	مدت آزمون: ۱۲۰ دقیقه	ساعت شروع: ۷:۳۰ به وقت تهران	
دانش آموزان روزانه، بزرگسالان، آموزش از راه دور، اینترگران، داوطلبان آزاد و متقاضیان ایجاد و یا ترمیم سابقه تحصیلی (داخل و خارج از کشور) - خرداد ۱۴۰۴		مرکز ارزشیابی و تضمین کیفیت نظام آموزش و پرورش	
ردیف	راهنمای نمره‌گذاری		
نمره			

۱.۲۵



رسم شکل (۰/۲۵)

روش اول: اگر  $S'$  و  $S$  به ترتیب مساحت مستطیل و تصویرش باشد داریم:

$$\underbrace{S - S' = 10}_{(۰/۲۵)} \Rightarrow \underbrace{S - \frac{4}{9}S}_{(۰/۵)} = 10 \Rightarrow \underbrace{S = 18}_{(۰/۲۵)}$$

روش دوم: اگر  $S'$  و  $S$  به ترتیب مساحت مستطیل و تصویرش باشد داریم:

$$\underbrace{S - S' = 10}_{(۰/۲۵)} \Rightarrow \underbrace{AB \times AD - A'B' \times A'D'}_{(۰/۵)} = \underbrace{AB \times AD - \frac{2}{3}AB \times \frac{2}{3}AD}_{(۰/۲۵)} = 10 \Rightarrow \underbrace{S = AB \times AD = 18}_{(۰/۲۵)}$$

رسم شکل (۰/۲۵)

روش سوم: اگر  $S'$  و  $S$  به ترتیب مساحت مستطیل و تصویرش باشد داریم:

$$\underbrace{\frac{S'}{S} = k^2 = \left(\frac{2}{3}\right)^2 = \frac{4}{9}}_{(۰/۵)} \Rightarrow \underbrace{\frac{S - S'}{S} = \frac{5}{9}}_{(۰/۲۵)} \Rightarrow \underbrace{\frac{10}{S} = \frac{5}{9}}_{(۰/۲۵)} \Rightarrow S = 18$$

رسم شکل (۰/۲۵)

روش چهارم: فرض کنیم  $S'$  و  $S$  به ترتیب مساحت مستطیل و تصویرش باشند و  $\alpha$  یکی از زاویه‌های بین دو قطر مستطیل باشد. می‌دانیم در هر مثلث میانه، مثلث را به دو مثلث هم مساحت تقسیم می‌کند بنابراین:

$$\underbrace{S - S' = 10 \Rightarrow 4S_{OAB} - 4S_{OA'B'}}_{(۰/۲۵)} = 10$$

$$\Rightarrow \underbrace{4\left(\frac{1}{2}OA \times OB \times \sin \alpha\right) - 4\left(\frac{1}{2}OA' \times OB' \times \sin \alpha\right)}_{(۰/۲۵)} = 10$$

$$\Rightarrow \underbrace{OA \times OB \times \sin \alpha - \frac{4}{9}OA \times OB \times \sin \alpha}_{(۰/۲۵)} = 5 \Rightarrow OA \times OB \times \sin \alpha = 9$$

$$\Rightarrow S = 4\left(\frac{1}{2} \times OA \times OB \times \sin \alpha\right) = 18 \quad (۰/۲۵)$$

رسم شکل (۰/۲۵)

مشابه تمرین ۳ صفحه ۴۹

راهنمای نمره‌گذاری آزمون نهایی درس: هندسه (۲)	پایه: یازدهم	رشته: ریاضی و فیزیک	تاریخ آزمون: ۱۴۰۴/۰۳/۰۷
تعداد صفحه: .....	مدت آزمون: ۱۲۰ دقیقه	ساعت شروع: ۷:۳۰ به وقت تهران	
دانش آموزان روزانه، بزرگسالان، آموزش از راه دور، اینترگران، داوطلبان آزاد و متقاضیان ایجاد و یا ترمیم سابقه تحصیلی (داخل و خارج از کشور) - خرداد ۱۴۰۴		مرکز ارزشیابی و تضمین کیفیت نظام آموزش و پرورش	
ردیف	راهنمای نمره‌گذاری		
نمره			

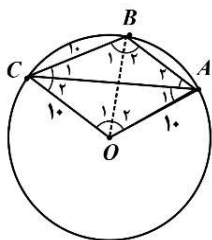
روش اول:

$$\frac{BC}{\sin A} = \frac{AC}{\sin B} = 2R \Rightarrow \frac{10}{\sin A} = \frac{AC}{\sin 135} = 2 \times 10$$

$$\Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} \sin A = \frac{1}{2} \Rightarrow \underline{A = 150^\circ} \vee \underline{A = 30^\circ} \text{ قق} \\ AC = 20 \times \frac{\sqrt{2}}{2} = 10\sqrt{2} \end{array} \right.$$

روش دوم:

دایره محیطی مثلث را رسم می‌کنیم. مطابق شکل داریم:



$$OA = OC = OB = CB = 10$$

$$\Rightarrow \left. \begin{array}{l} \triangle COB : O_1 = B_1 = 60^\circ \quad (1) \\ B_1 + B_2 = 135^\circ \end{array} \right\} \Rightarrow B_2 = 75^\circ \quad (0/25)$$

$$\triangle AOB : A_1 + A_2 = B_2 = 75^\circ \Rightarrow O_2 = 30^\circ \quad (2) \quad (0/25)$$

$$(1), (2) \Rightarrow \hat{AOC} = 90^\circ \Rightarrow CA^2 = 10^2 + 10^2 \Rightarrow CA = 10\sqrt{2} \quad (0/5)$$

$$\hat{AOC} = 90^\circ \Rightarrow \triangle COA : C_2 = A_1 = 45^\circ \Rightarrow A_2 = 30^\circ \quad (0/5)$$

روش سوم:

در مثلث  $ABC$ ، اگر  $AB = c$ ،  $AC = b$ ،  $BC = a = 10$  و با فرض این که  $S$  مساحت مثلث باشد داریم:

$$S = \frac{1}{2} ac \sin B \Rightarrow S = \frac{1}{2} \times 10 \times c \times \sin 135^\circ = \frac{5\sqrt{2}}{2} c \quad (1) \quad (0/25)$$

$$S = \frac{1}{2} ab \sin C = \frac{1}{2} ab \left( \frac{c}{2R} \right) = \frac{abc}{4R} \Rightarrow R = \frac{abc}{4S} \Rightarrow 10 = \frac{10bc}{4 \times \frac{5\sqrt{2}}{2} c} \Rightarrow AC = b = 10\sqrt{2} \quad (0/25)$$

$$S = \frac{1}{2} bc \sin \hat{A} = \frac{5\sqrt{2}}{2} c \Rightarrow \sin A = \frac{1}{2} \Rightarrow \hat{A} = 150^\circ \vee \hat{A} = 30^\circ \text{ قق} \quad (0/5)$$

۱۴

راهنمای نمره‌گذاری آزمون نهایی درس: هندسه (۲)	پایه: یازدهم	رشته: ریاضی و فیزیک	تاریخ آزمون: ۱۴۰۴/۰۳/۰۷
تعداد صفحه: .....	مدت آزمون: ۱۲۰ دقیقه	ساعت شروع: ۷:۳۰ به وقت تهران	
دانش آموزان روزانه، بزرگسالان، آموزش از راه دور، اینترگران، داوطلبان آزاد و متقاضیان ایجاد و یا ترمیم سابقه تحصیلی (داخل و خارج از کشور) - خرداد ۱۴۰۴		مرکز ارزشیابی و تضمین کیفیت نظام آموزش و پرورش	
ردیف	راهنمای نمره‌گذاری		
نمره			

روش اول:

$$a^2 > b^2 + c^2 \Leftrightarrow b^2 + c^2 - 2bc \cos A > b^2 + c^2 \Leftrightarrow -2bc \cos A > 0 \Leftrightarrow \cos A < 0 \Leftrightarrow A > 90^\circ$$

(۰/۲۵) (۰/۲۵) (۰/۲۵)

روش دوم:

فرض کنیم  $R$  شعاع دایره محیطی مثلث باشد. در نتیجه:

$$a^2 > b^2 + c^2 \Leftrightarrow 4R^2 \sin^2 A > 4R^2 \sin^2 B + 4R^2 \sin^2 C \quad (۰/۲۵)$$

$$\Leftrightarrow \sin^2 A > \sin^2 B + \sin^2 C \Leftrightarrow \sin^2(B+C) > \sin^2 B + \sin^2 C$$

$$\Leftrightarrow \sin^2 B \cos^2 C + \cos^2 B \sin^2 C + 2 \sin B \cos B \sin C \cos C > \sin^2 B + \sin^2 C$$

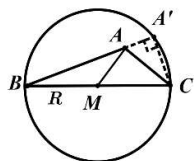
$$\Leftrightarrow \sin^2 B(\cos^2 C - 1) + \sin^2 C(\cos^2 B - 1) + 2 \sin B \cos B \sin C \cos C > 0 \quad (۰/۲۵)$$

$$\Leftrightarrow \sin^2 B(-\sin^2 C) + \sin^2 C(-\sin^2 B) + 2 \sin B \cos B \sin C \cos C > 0$$

$$\Leftrightarrow \cos B \cos C > \sin B \sin C \Leftrightarrow \cos B \cos C - \sin B \sin C > 0$$

$$\Leftrightarrow \cos(B+C) > 0 \Leftrightarrow B+C < 90^\circ \Leftrightarrow A > 90^\circ \quad (۰/۲۵)$$

روش سوم:

با توجه به شکل اگر  $BC = a$ ,  $AM = m_a$  ابتدا ثابت می‌کنیم:

$$\hat{A} > 90^\circ \Leftrightarrow m_a < \frac{a}{2}$$

دایره‌ای به قطر  $BC$  و به مرکز  $M$  وسط ضلع  $BC$  می‌زنیم. با توجه به شکل و ویژگی‌های زاویه خارجی داریم:

$$a = 2R \quad \hat{A} > 90^\circ \Leftrightarrow (A \text{ نقطه درون دایره باشد}) \Leftrightarrow m_a < R \Leftrightarrow 2m_a < a \quad (۰/۲۵)$$

بنابراین:

$$\hat{A} > 90^\circ \Leftrightarrow m_a < \frac{a}{2} \Leftrightarrow 2m_a < a \Leftrightarrow 2m_a < \frac{a}{2} \Leftrightarrow 2m_a + \frac{a}{2} < a \Leftrightarrow b^2 + c^2 < a^2$$

(۰/۵)

تمرین ۹ قسمت ب صفحه ۷۴

الف) فرض کنیم  $a = 6$ ,  $b = 10$ ,  $c = 14$ 

$$c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cos C \Rightarrow 14^2 = 6^2 + 10^2 - 2(6)(10) \cos C \Rightarrow \cos C = -\frac{1}{2} \Rightarrow C = 120^\circ$$

(۰/۵) (۰/۲۵) (۰/۲۵)

مشابه کار در کلاس ۲ صفحه ۶۵

(ب)

۱۶

$$P = \frac{6+10+14}{2} = 15 \quad (۰/۲۵)$$

$$S = \sqrt{P(P-a)(P-b)(P-c)} = \sqrt{15 \times 9 \times 5 \times 1} = 15\sqrt{3} \quad , \quad S = \frac{1}{2} \times 6 \times h_a = 15\sqrt{3} \Rightarrow h_a = 5\sqrt{3}$$

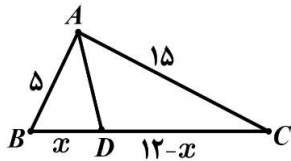
(۰/۲۵) (۰/۲۵) (۰/۲۵) (۰/۲۵)

مشابه مثال صفحه ۷۱

راهنمای نمره‌گذاری آزمون نهایی درس: هندسه (۲)	پایه: یازدهم	رشته: ریاضی و فیزیک	تاریخ آزمون: ۱۴۰۴/۰۳/۰۷
تعداد صفحه: .....	مدت آزمون: ۱۲۰ دقیقه	ساعت شروع: ۷:۳۰ به وقت تهران	
دانش آموزان روزانه، بزرگسالان، آموزش از راه دور، اینترگران، داوطلبان آزاد و متقاضیان ایجاد و یا ترمیم سابقه تحصیلی (داخل و خارج از کشور) - خرداد ۱۴۰۴		مرکز ارزشیابی و تضمین کیفیت نظام آموزش و پرورش	
ردیف	راهنمای نمره‌گذاری		
نمره			

روش اول:

با فرض  $BD = x$  داریم  $DC = 12 - x$  در نتیجه



$$\frac{AB}{BD} = \frac{AC}{DC} \Rightarrow \frac{5}{x} = \frac{15}{12-x} \Rightarrow x = 3 \Rightarrow BD = 3, DC = 9 \quad (0/25)$$

$$AD^2 = AB \times AC - BD \times DC = 5 \times 15 - 3 \times 9 = 48 \Rightarrow AD = \sqrt{48} = 4\sqrt{3} \quad (0/5)$$

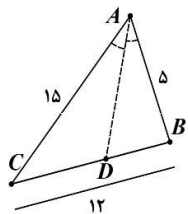
توجه: برای به دست آوردن  $BD, DC$  روش‌های زیر قابل قبول است:

$$BD = \frac{12 \times 5}{15 + 5} = 3 \Rightarrow CD = 9 \quad (0/5)$$

یا

$$\frac{AB}{AC} = \frac{BD}{DC} \Rightarrow \frac{AB}{AC+AB} = \frac{BD}{DC+BD} \Rightarrow \frac{5}{20} = \frac{BD}{12} \Rightarrow BD = 3, DC = 9 \quad (0/25)$$

روش دوم:

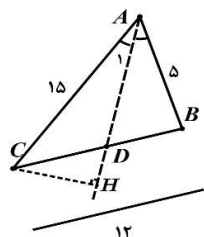


$$12^2 = 15^2 + 5^2 - 2 \times 15 \times 5 \times \cos A \Rightarrow \cos A = \frac{53}{75} \quad (0/25)$$

$$\Rightarrow \cos^2\left(\frac{A}{2}\right) = \frac{1 + \cos A}{2} = \frac{1 + \frac{53}{75}}{2} \Rightarrow \cos\left(\frac{A}{2}\right) = \frac{8}{5\sqrt{3}} \quad (0/25)$$

$$AD = d_a = \frac{2bc \cos\left(\frac{A}{2}\right)}{b+c} = \frac{2 \times 5 \times 15 \times \frac{8}{5\sqrt{3}}}{15+5} = 4\sqrt{3} \quad (1)$$

روش سوم:



$$12^2 = 15^2 + 5^2 - 2 \times 15 \times 5 \times \cos A \Rightarrow \cos A = \frac{53}{75} \quad (0/25)$$

$$\sin^2 \hat{A}_1 = \frac{1 - \cos \hat{A}}{2} = \frac{11}{75} \Rightarrow \sin \hat{A}_1 = \frac{\sqrt{33}}{15} \Rightarrow CH = \sqrt{33} \quad (0/5)$$

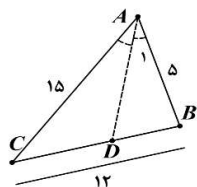
$$S_{ABC} = \sqrt{P(P-a)(P-b)(P-c)} = 8\sqrt{11} \quad (0/25)$$

$$\frac{S_{ABD}}{S_{ADC}} = \frac{5}{15} \Rightarrow \frac{S_{ABC}}{S_{ADC}} = \frac{20}{15} \Rightarrow S_{ADC} = 6\sqrt{11} \quad (0/25)$$

$$S_{ADC} = 6\sqrt{11} = \frac{1}{2} AD \times CH \Rightarrow AD = 4\sqrt{3} \quad (0/25)$$

راهنمای نمره‌گذاری آزمون نهایی درس: هندسه (۲)	پایه: یازدهم	رشته: ریاضی و فیزیک	تاریخ آزمون: ۱۴۰۴/۰۳/۰۷
تعداد صفحه: .....	مدت آزمون: ۱۲۰ دقیقه	ساعت شروع: ۷:۳۰ به وقت تهران	
دانش آموزان روزانه، بزرگسالان، آموزش از راه دور، اینترگران، داوطلبان آزاد و متقاضیان ایجاد و یا ترمیم سابقه تحصیلی (داخل و خارج از کشور) - خرداد ۱۴۰۴		مرکز ارزشیابی و تضمین کیفیت نظام آموزش و پرورش	
ردیف	راهنمای نمره‌گذاری		
نمره			

## روش چهارم:



$$12^2 = 15^2 + 5^2 - 2 \times 15 \times 5 \times \cos A \Rightarrow \cos A = \frac{53}{75} \quad (0/25)$$

$$\sin^2 \hat{A}_1 = \frac{1 - \cos \hat{A}}{2} = \frac{11}{75} \Rightarrow \sin \hat{A}_1 = \frac{\sqrt{33}}{15} \quad (0/25)$$

$$\cos B = \frac{20 + 144 - 225}{120} = -\frac{7}{15} \Rightarrow \sin B = \frac{4\sqrt{11}}{15} \quad (0/5)$$

$$\frac{AD}{\sin B} = \frac{BD}{\sin \hat{A}_1} \Rightarrow \frac{AD}{\frac{4\sqrt{11}}{15}} = \frac{BD}{\frac{\sqrt{33}}{15}} \Rightarrow AD = 4\sqrt{3} \quad (0/5)$$

## روش پنجم:

در مثلث  $ABC$ ، اگر  $AB = c$ ،  $AC = b$ ،  $BC = a$  و با فرض این که  $S$  مساحت و  $\Delta P$  محیط مثلث باشد داریم:

$$AD^2 = AB \times AC - BD \times DC = bc - \frac{ac}{b+c} \times \frac{ab}{b+c} = \frac{bc((b+c)^2 - a^2)}{(b+c)^2} =$$

$$\frac{bc(\Delta P - \frac{1}{2}a)(\Delta P + \frac{1}{2}a)}{(b+c)^2} = \frac{4bcP(P-a)}{(b+c)^2} \Rightarrow AD = \frac{2}{b+c} \sqrt{bcP(P-a)} \quad (0/25)$$

$$AD = \frac{2}{b+c} \sqrt{bcP(P-a)} = \frac{2}{20} \sqrt{16 \times 5 \times 15 \times 4} = 4\sqrt{3} \quad (0/5)$$

تذکر: در صورت عدم اثبات فرمول فوق، فقط نمره خط آخر یعنی (۰/۷۵) منظور گردد.

مشابه تمرین ۲ صفحه ۷۰

## همکار ممتد، از زحمات شما سپاسگزاریم. لطفاً به موارد زیر دقت فرمایید:

- تاکید می‌شود که ملاک نمره‌گذاری، راهنمای نمره‌گذاری است و از اعمال سلیقه خودداری شود. اما برای پاسخ‌های صحیح دیگر هر سوال به تناسب، نمره منظور شود تا حقی از دانش آموز ضایع نشود.
- در این راهنمای نمره‌گذاری، برخی سوالات از چندین روش حل شده است (برخی از روش‌ها فقط فرم نگارش آن متفاوت با روش‌های دیگر است). اما در کتاب درسی، اکثر این سوالات به روش نخست حل شده‌اند. ارائه این روش‌ها فقط به جهت در نظر گرفتن روش‌های احتمالی دانش‌آموزان و اختصاص نمره به ایشان است و پرداختن به این روش‌ها در کلاس درس توصیه نمی‌شود.
- معمولاً، رسیدن به جواب نهایی سوال، در چند مرحله انجام می‌شود. در صورتی که دانش‌آموز در مراحل ابتدایی اشتباه کرده باشد، اما با توجه به آن اشتباه بقیه موارد را درست انجام داده باشد، فقط نمره آن اشتباه کسر شود و به بقیه مراحل درست، نمره داده شود.
- این راهنمای نمره‌گذاری، در ساعات اولیه بعد از برگزاری امتحان به صورت غیرقابل استناد منتشر می‌شود و پس از بررسی نهایی، به صورت رسمی و قابل استناد منتشر می‌شود. لطفاً دقت فرمایید که نمره‌گذاری شما بر طبق راهنمای نهایی و قابل استناد باشد.