



مرکز تخصصی آموزش مدارس برتر

تاریخ آزمون: ۱۴۰۳/۲/۸

صفحه ۱ از ۲

باسمه تعالی

آزمون تشریحی هماهنگ اردیبهشت ماه

(دوره دوم متوسطه)

مدت آزمون: ۹۰ دقیقه

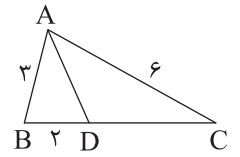
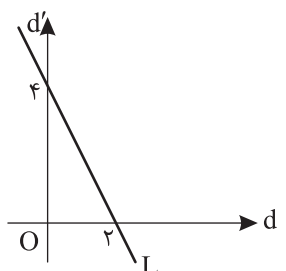
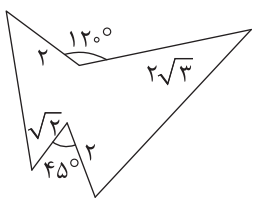
کلاس:

پایه: یازدهم (رشته ریاضی)

نام و نام خانوادگی:

مدرسه:

نام درس: هندسه

بارم	سؤال	ردیف
۲	<p>درستی یا نادرستی گزاره‌های زیر را مشخص کنید.</p> <p>(الف) تجانس با نسبت $k = -\frac{1}{3}$، یک تجانس انقباضی و معکوس است.</p> <p>(ب) هر دو شکل متشابه، مجانس یکدیگرند.</p> <p>(ج) در مثلث ABC، اگر $2a = 3b$، آنگاه $\frac{\sin \hat{A}}{2} = \frac{\sin \hat{B}}{3}$.</p> <p>(د) در مثلث قائم‌الزاویه ABC، اگر AH ارتفاع وارد بر وتر باشد، داریم: $\frac{1}{AH^2} = \frac{1}{AB^2} + \frac{1}{AC^2}$.</p> <p>درست <input type="checkbox"/> نادرست <input type="checkbox"/></p> <p>درست <input type="checkbox"/> نادرست <input type="checkbox"/></p> <p>درست <input type="checkbox"/> نادرست <input type="checkbox"/></p> <p>درست <input type="checkbox"/> نادرست <input type="checkbox"/></p>	۱
۲	<p>جاهای خالی را با اعداد و عبارت‌های مناسب پر کنید.</p> <p>(الف) تجانس اندازه زاویه را حفظ</p> <p>(ب) تجانس در صورتی همانی است که نسبت تجانس برابر باشد.</p> <p>(ج) در مثلث ABC، اگر $\hat{A} = 35^\circ$ و $\hat{B} = 25^\circ$ باشد، ضلع AB برابر شعاع دایره محیطی مثلث است.</p> <p>(د) در شکل زیر، اگر AD نیمساز باشد، طول CD برابر است با</p> 	۲
۱/۵	<p>در تجانس با نسبت مثبت، ثابت کنید شیب خط حفظ می‌شود.</p>	۳
۱/۵	<p>در شکل زیر، اگر خط L را در تجانس به مرکز O و نسبت $\frac{5}{4}$ تصویر کنیم و L' بنامیم، مساحت بین L و L' و خطوط d و d' چقدر است؟</p> 	۴
۱/۵	<p>زمینی مطابق شکل زیر مفروض است. بدون تغییر محیط و تعداد ضلع، مساحت آن را افزایش می‌دهیم. حداکثر میزان این افزایش مساحت چقدر است؟</p> 	۵



مرکز تخصصی آموزش مدارس برتر

تاریخ آزمون: ۱۴۰۳/۲/۸

صفحه ۲ از ۲

باسمه تعالی

آزمون تشریحی هماهنگ اردیبهشت ماه

(دوره دوم متوسطه)

مدت آزمون: ۹۰ دقیقه

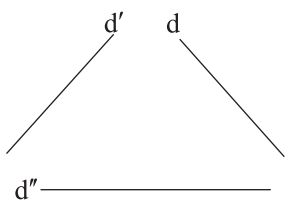
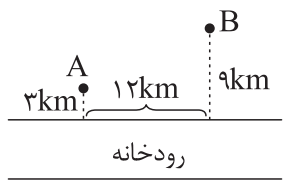
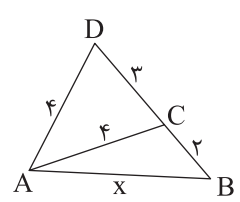
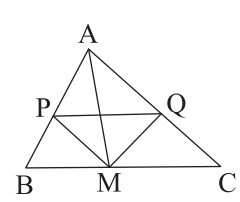
پایه: یازدهم (رشته ریاضی)

نام و نام خانوادگی:

مدرسه:

نام درس: هندسه

کلاس:

بارم	سؤال	ردیف
۱/۵	سه خط دو به دو ناموازی d ، d' و d'' در صفحه مفروضند. پاره خطی به طول ۴ cm رسم کنید که دو سر آن روی d و d' و موازی d'' باشد. (مراحل رسم را توضیح دهید.) 	۶
۱/۵	می خواهیم از شهر A به B جاده ای بسازیم به طوری که ۷km آن ساحلی باشد. راه حل یافتن کوتاه ترین مسیر را توضیح دهید و سپس با توجه به شکل زیر طول آن را بیابید. 	۷
۱/۵	در مثلث حاده ABC اگر شعاع دایره محیطی باشد، ثابت کنید: $\frac{a}{\sin A} = 2R$	۸
۲	در مثلث ABC اگر m_a میانۀ وارد بر ضلع BC باشد به کمک قضیه کسینوس ها ثابت کنید: $b^2 + c^2 = 2m_a^2 + \frac{1}{2}a^2$	۹
۱/۵	در شکل زیر، طول AB را به دست آورید. 	۱۰
۱/۵	در مثلثی به اضلاع ۸، ۴ و ۶، طول نیمساز زاویه متوسط را به دست آورید.	۱۱
۲	در شکل زیر، M وسط BC و MP و MQ نیمسازهای زوایای \widehat{AMB} و \widehat{AMC} هستند. الف) ثابت کنید: $PQ \parallel BC$ ب) اگر $AM = ۱۲$ و $BC = ۸$ باشد، طول PQ را بیابید. 	۱۲
۲۰	جمع بارم	



پاسخ سؤال ۱: (هر مورد ۵/۵ نمره)

الف) درست (ب) نادرست (ج) نادرست (د) درست

(هندسه یازدهم، صفحه‌های ۴۶، ۴۷، ۶۲ و ۶۳)

پاسخ سؤال ۲: (هر مورد ۵/۵ نمره)

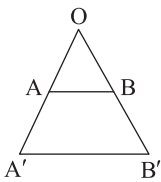
الف) می‌کند (ب) $k=1$ (ج) $\sqrt{3}$ (د) ۴

(هندسه یازدهم، صفحه‌های ۴۷، ۴۸، ۶۲ و ۶۸)

پاسخ سؤال ۳: (۱/۵ نمره)

الف) اگر مرکز تجانس روی AB باشد: در این حالت بدیهی است که نقاط A' و B' روی خط AB واقع می‌شوند، بنابراین $A'B'$ بر AB واقع است و شیب خط تغییری نمی‌کند. (۷۵/۵ نمره)

ب) مرکز تجانس روی AB نباشد: در شکل مقابل، $A'B'$ مجانس AB به مرکز O و نسبت k می‌باشد.

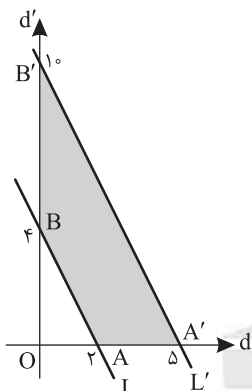


شیب خط حفظ می‌شود. $\Rightarrow AB \parallel A'B' \rightarrow \frac{OA'}{OA} = \frac{OB'}{OB}$ (عکس تالی)

(۵/۵ نمره) (۲۵/۵ نمره)

(هندسه یازدهم، صفحه ۴۶)

پاسخ سؤال ۴: (۱/۵ نمره)



$OA' = \frac{\Delta}{4} OA = 5$ (نمره ۲۵/۵)

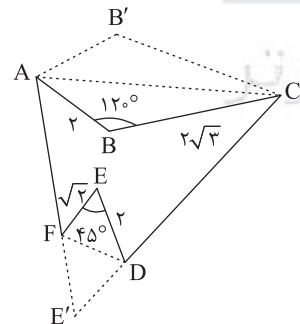
$OB' = \frac{\Delta}{4} OB = 10$ (نمره ۲۵/۵)

$S_{\text{سایه زده}} = S_{\Delta OA'B'} - S_{\Delta OAB} = \frac{5 \times 10}{2} - \frac{2 \times 4}{2} = 21$

(۵/۵ نمره) (۵/۵ نمره)

(هندسه یازدهم، صفحه ۴۹)

پاسخ سؤال ۵: (۱/۵ نمره)



B را نسبت به AC و E را نسبت به DF بازتاب می‌کنیم. (۲۵/۵ نمره)

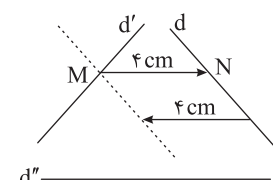
$S_{ABCB'} = 2S_{\Delta ABC} = (2)(\frac{1}{2})(2)(2\sqrt{3})(\sin 120^\circ) = 6$ (نمره ۵/۵)

$S_{DEFE'} = 2S_{\Delta DEF} = (2)(\frac{1}{2})(\sqrt{2})(2)(\sin 45^\circ) = 2$ (نمره ۵/۵)

\Rightarrow بیشترین میزان افزایش مساحت = $6+2=8$ (نمره ۲۵/۵)

(هندسه یازدهم، صفحه ۵۴)

پاسخ سؤال ۶: (۱/۵ نمره)

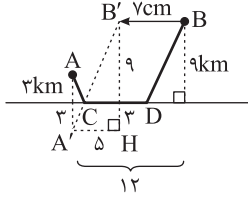


خط d را با برداری به طول 4cm و موازی d'' انتقال می‌دهیم تا خط d' را در M قطع کند. (۵/۵ نمره) سپس M را با برداری خلاف جهت قبلی انتقال می‌دهیم تا N به دست آید. (۵/۵ نمره) پاره خط MN پاره خطی است به طول 4cm موازی d'' و دو سر آن روی d و d' است. (۵/۵ نمره)

(هندسه یازدهم، صفحه ۵۴)



پاسخ سؤال ۷: (۱/۵ نمره)



نقطه B را با برداری به طول ۷ km انتقال می دهیم تا B' به دست آید. (نمره ۰/۲۵) نیز بازتاب نقطه A نسبت به رودخانه است. (نمره ۰/۲۵) حال از A' به B' خطی رسم می کنیم تا رودخانه را در C قطع کند. مسیر ACDB کوتاه ترین مسیر است که طول آن با A'B' + BB' برابر است. (نمره ۰/۲۵)

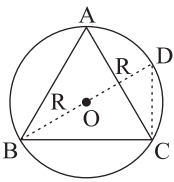
$$A'B'^2 = 5^2 + 12^2 \Rightarrow A'B' = 13 \text{ km} \quad (\text{نمره } 0/25)$$

$$A'B' + BB' = 13 + 7 = 20 \text{ km} \quad (\text{نمره } 0/25)$$

(هندسه یازدهم، صفحه ۵۳)

پاسخ سؤال ۸: (۱/۵ نمره)

از B به مرکز دایره خطی رسم می کنیم تا امتداد آن، دایره را در D قطع کند. (نمره ۰/۲۵)

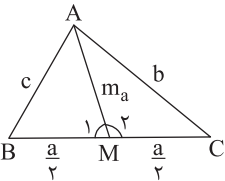


$$\widehat{BCD} = \frac{BD}{r} = 90^\circ \quad (\text{نمره } 0/25)$$

$$\left. \begin{aligned} \sin \hat{D} &= \frac{BC}{BD} \quad (\text{نمره } 0/25) \\ \hat{A} = \hat{D} &= \frac{BC}{r} \quad (\text{نمره } 0/25) \end{aligned} \right\} \Rightarrow \sin \hat{A} = \frac{BC}{BD} \Rightarrow \frac{a}{\sin \hat{A}} = 2R \quad (\text{نمره } 0/5)$$

(هندسه یازدهم، صفحه ۶۱)

پاسخ سؤال ۹: (۲ نمره)



$$A\hat{B}M: c^2 = m_a^2 + \left(\frac{a}{2}\right)^2 - 2(m_a)\left(\frac{a}{2}\right)\cos \hat{M}_1 \quad (\text{نمره } 0/5)$$

$$A\hat{C}M: b^2 = m_a^2 + \left(\frac{a}{2}\right)^2 - 2(m_a)\left(\frac{a}{2}\right)\cos \hat{M}_2 \quad (\text{نمره } 0/5)$$

می دانیم $\cos \hat{M}_2 = -\cos \hat{M}_1$. حال دو رابطه اخیر را با هم جمع می کنیم: (نمره ۰/۵)

$$b^2 + c^2 = 2m_a^2 + \frac{1}{2}a^2 - (m_a)(a)\cos \hat{M}_1 + (m_a)(a)\cos \hat{M}_1 \quad (\text{نمره } 0/5)$$

(هندسه یازدهم، صفحه ۶۷)

پاسخ سؤال ۱۰: (۱/۵ نمره)

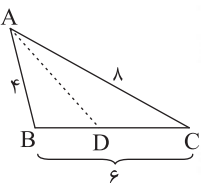
طبق قضیه استوارت، داریم:

$$AB^2 \cdot DC + AD^2 \cdot BC = BD(AC^2 + DC \cdot BC) \Rightarrow 3x^2 + 32 = 5(16 + 6) \Rightarrow x = \sqrt{26} \quad (\text{نمره } 0/25)$$

(هندسه یازدهم، صفحه ۶۷)

پاسخ سؤال ۱۱: (۱/۵ نمره)

طبق قضیه نیمسازها، داریم:



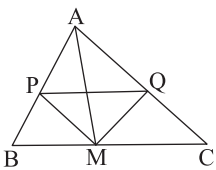
$$\frac{BD}{CD} = \frac{AB}{AC} \Rightarrow \frac{BD}{CD} = \frac{4}{6} \Rightarrow \frac{BD}{CD} = \frac{2}{3} \Rightarrow BD = 2, CD = 4 \quad (\text{نمره } 0/25)$$

$$AD^2 = AB \cdot AC - BD \cdot CD = 32 - 8 = 24 \Rightarrow AD = \sqrt{24} = 2\sqrt{6} \quad (\text{نمره } 0/25)$$

(هندسه یازدهم، صفحه های ۶۸ و ۶۹)

پاسخ سؤال ۱۲: (۲ نمره)

الف) طبق قضیه نیمسازها، داریم:



$$\left. \begin{aligned} A\hat{B}M: \frac{AP}{BP} &= \frac{AM}{BM} \\ A\hat{C}M: \frac{AQ}{QC} &= \frac{AM}{CM} \end{aligned} \right\} \xrightarrow{BM=CM} \frac{AP}{BP} = \frac{AQ}{QC} \xrightarrow{\text{عکس تالی}} PQ \parallel BC \quad (\text{نمره } 0/25)$$

$$\text{ب) } \frac{AP}{BP} = \frac{AM}{BM} = \frac{12}{4} = 3 \quad (\text{نمره } 0/25)$$

$$PQ \parallel BC \xrightarrow{\text{تالی}} \frac{PQ}{BC} = \frac{AP}{AB} \Rightarrow \frac{PQ}{8} = \frac{3}{4} \Rightarrow PQ = 6 \quad (\text{نمره } 0/25)$$

(هندسه یازدهم، صفحه ۷۰)