



پایه یازدهم ریاضی

آزمون های شبیه ساز امتحانات نهایی ماز



تسلط بر نیم سال اول



دفترچه سؤال

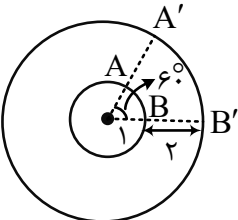
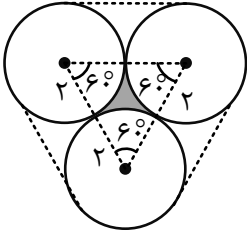
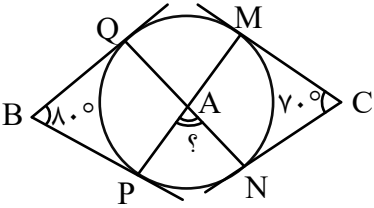
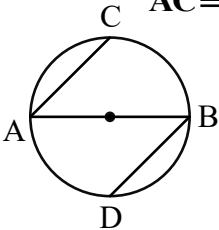
دوره زودبست دی ماه

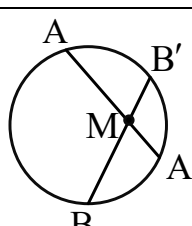
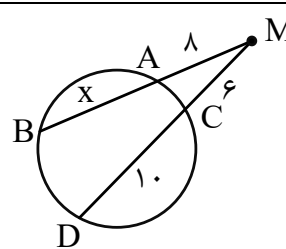
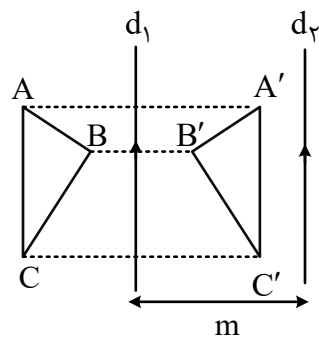
بسته جامع آمادگی نیم سال اول

بودجه آزمون: فصل ۱ و ۲ تا پایان صفحه ۳۹ (ابتدای دوران)

ردیف	درس	تعداد صفحه	زمان پاسخگویی
۱	هندسه (۲)	۲	۱۲۰ دقیقه

برای شباهت حداکثری به امتحانات نهایی، صفحه آرای، فونت و حتی اندازه متن در تمامی آزمون های تشریحی ماز، کاملاً یکسان با استاندارد امتحانات نهایی در نظر گرفته می شود.

ردیف	سوالات (پاسخ برگ دارد)	نمره
<p>سوالات آزمون شبهه ساز نهایی درس: هندسه (۲) پایه: یازدهم رشته: ریاضی و فیزیک تاریخ آزمون: دی ماه ۱۴۰۴</p> <p>تعداد صفحه: ۲ مدت آزمون: ۱۲۰ دقیقه ساعت شروع: نام و نام خانوادگی: گروه آموزشی ماز</p>		
۱	<p>درستی یا نادرستی عبارات زیر را تعیین کنید.</p> <p>(الف) دو دایره مماس درون، دارای دو مماس مشترک خارجی هستند.</p> <p>(ب) مرکز دایره محاطی داخلی چندضلعی، نقطه برخورد عمودمنصف‌های اضلاع چندضلعی است.</p> <p>(ج) هر تبدیلی که اندازه زاویه را حفظ کند، تبدیلی طولیا (ایزومتري) است.</p> <p>(د) نتیجه دو بازتاب متوالی با محورهای بازتاب موازی، یک تبدیل انتقال است.</p>	
۲	<p>در هر قسمت، پاسخ مناسب را بنویسید.</p> <p>(الف) با توجه به شکل مقابل، اختلاف طول کمان‌های AB و AB' برابر است.</p>  <p>(ب) اگر یک دوزنقه هم محیطی باشد و هم محاطی و طول قاعده‌های آن ۸ و ۲ سانتی‌متر باشند، آن‌گاه مساحت این دوزنقه سانتی‌متر مربع است.</p> <p>(ج) تبدیلی که هر نقطه از صفحه را به همان نقطه از صفحه نظیر می‌کند، تبدیل است.</p> <p>(د) تعداد نقاط ثابت تبدیل در هر بازتاب است.</p>	
۳	<p>ثابت کنید در یک دایره، کمان‌های نظیر وترهای مساوی، با هم برابرند.</p>	۱/۲۵
۴	<p>سه دایره به شعاع‌های ۲ سانتی‌متر دوه‌دو بر هم مماس‌اند. مطابق شکل زیر، این سه دایره به وسیله یک نخ به یکدیگر بسته شده‌اند:</p> <p>(الف) طول این نخ را به دست آورید.</p> <p>(ب) مساحت ناحیه رنگی را به دست آورید.</p> 	۱/۵
۵	<p>در شکل مقابل، اضلاع زاویه‌های \hat{B} و \hat{C} بر دایره مماس‌اند. اندازه زاویه \hat{A} چند درجه است؟</p> 	۱/۲۵
۶	<p>در شکل زیر، AB قطری از دایره است و وترهای AC و BD موازی‌اند. ثابت کنید: $AC=BD$</p> 	۱/۲۵
صفحه ۱ از ۲		

سؤالات آزمون شبهه ساز نهایی درس: هندسه (۲)		پایه: یازدهم	رشته: ریاضی و فیزیک	تاریخ آزمون: دی ماه ۱۴۰۴
تعداد صفحه: ۲		مدت آزمون: ۱۲۰ دقیقه	ساعت شروع:	نام و نام خانوادگی:
آزمون شبهه ساز امتحان نهایی		گروه آموزشی ماز		
ردیف	سؤالات (پاسخ برگ دارد)			
۷	 <p>از نقطه M واقع در داخل دایره مقابل، دو وتر دلخواه AA' و BB' رسم شده اند، ثابت کنید:</p> $MA \times MA' = MB \times MB'$	۱/۲۵		
۸	 <p>با توجه به شکل مقابل، مقدار x را بیابید.</p>	۱		
۹	<p>از نقطه P در خارج دایره ای، مماس PA به طول $10\sqrt{3}$ را بر آن رسم کرده ایم (A روی دایره است). همچنین خطی از P گذرانده ایم که دایره را در دو نقطه B و C قطع کرده است و $BC = 20$. طول های PB و PC را به دست آورید.</p>	۱/۲۵		
۱۰	<p>شعاع های دو دایره ۳ و ۵ است. اگر طول مماس مشترک داخلی آن ها ۶ باشد، فاصله بین مرکزهای دو دایره را بیابید.</p>	۱		
۱۱	<p>ثابت کنید اگر یک چهارضلعی محاطی باشد، آن گاه دو زاویه مقابل آن مکمل هستند.</p>	۱/۲۵		
۱۲	<p>مساحت یک n ضلعی محیطی برابر ۴۸ و شعاع دایره محاطی آن برابر ۳ می باشد. محیط این n ضلعی را بیابید.</p>	۰/۷۵		
۱۳	<p>در مثلث ABC، h_a، h_b و h_c اندازه های سه ارتفاع و r شعاع دایره محاطی داخلی می باشد. نشان دهید:</p> $\frac{1}{h_a} + \frac{1}{h_b} + \frac{1}{h_c} = \frac{1}{r}$	۱/۲۵		
۱۴	<p>ثابت کنید در هر تبدیل طولی، تبدیل یافته یک زاویه، زاویه ای هم اندازه آن است.</p>	۱/۲۵		
۱۵	<p>در حالتی که پاره خط AB با محور بازتاب، نه موازی و نه متقاطع باشد و همچنین بر آن عمود نباشد، ثابت کنید اندازه پاره خط AB تحت بازتاب ثابت می ماند.</p>	۱		
۱۶	<p>در شکل زیر، d_1 به موازات d_2 و به فاصله m از آن قرار دارد و مثلث $A'B'C'$ بازتاب مثلث ABC نسبت به خط d_1 است. بازتاب مثلث $A'B'C'$ را نسبت به d_2 رسم کنید و آن را $A''B''C''$ بنامید.</p> <p>الف) نشان دهید: $AA'' = 2m$</p> <p>ب) با چه تبدیلی می توان $A''B''C''$ را تصویر ABC دانست؟</p> 	۱/۵		
۱۷	<p>مربع ABCD به طول ضلع $4\sqrt{2}$ مفروض است. تصویر این مربع تحت انتقال با برداری به طول ۴ و موازی با بردار \vec{AC} می باشد. مساحت ناحیه مشترک این مربع با تصویرش را به دست آورید.</p>	۱/۲۵		
	موفق باشید.	۲۰		
	صفحه ۲ از ۲			



پایه یازدهم ریاضی

آزمون‌های شبیه‌ساز امتحانات نهایی ماز



تسلط بر نیم سال اول



پاسخبرگ هندسه (۲)

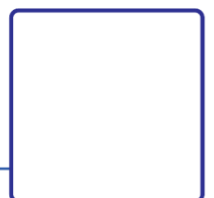
دوره زودبست دی ماه

بسته جامع آمادگی نیم سال اول

برای شباهت حداکثری به امتحانات نهایی، صفحه‌آرایی، فونت و حتی اندازه متن در تمامی آزمون‌های تشریحی ماز، کاملاً یکسان با استاندارد امتحانات نهایی در نظر گرفته می‌شود.

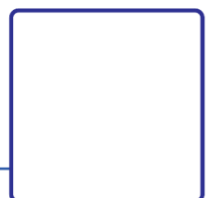
ساعت شروع:	رشته: ریاضی و فیزیک	تعداد صفحه: ۵	آزمون شبهه ساز نهایی درس: هندسه (۲)
تاریخ آزمون: دی ماه ۱۴۰۴	مدت آزمون: ۱۲۰ دقیقه	پایه یازدهم	نام و نام خانوادگی:
گروه آموزشی ماز		آزمون شبهه ساز امتحان نهایی	

ردیف	پاسخ برگ	نمره
۱	الف) (ب) (ج) (د)	۱
۲	الف) (ب) (ج) (د)	۱
۳		۱/۲۵
۴	الف) ب)	۱/۵
۵		۱/۲۵



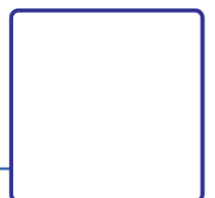
ساعت شروع:	رشته: ریاضی و فیزیک	تعداد صفحه: ۵	آزمون شبه‌ساز نهایی درس: هندسه (۲)
تاریخ آزمون: دی‌ماه ۱۴۰۴	مدت آزمون: ۱۲۰ دقیقه	پایه یازدهم	نام و نام خانوادگی:
گروه آموزشی ماز		آزمون شبه‌ساز امتحان نهایی	

ردیف	پاسخ‌برگ	نمره
۶		۱/۲۵
۷		۱/۲۵
۸		۱
۹		۱/۲۵



ساعت شروع:	رشته: ریاضی و فیزیک	تعداد صفحه: ۵	آزمون شبیه‌ساز نهایی درس: هندسه (۲)
تاریخ آزمون: دی‌ماه ۱۴۰۴	مدت آزمون: ۱۲۰ دقیقه	پایه یازدهم	نام و نام خانوادگی:
گروه آموزشی ماز		آزمون شبیه‌ساز امتحان نهایی	

ردیف	پاسخ‌برگ	نمره
۱۰		۱
۱۱		۱/۲۵
۱۲		۰/۷۵
۱۳		۱/۲۵



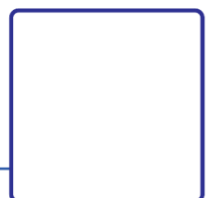
ساعت شروع:	رشته: ریاضی و فیزیک	تعداد صفحه: ۵	آزمون شبهه ساز نهایی درس: هندسه (۲)
تاریخ آزمون: دی ماه ۱۴۰۴	مدت آزمون: ۱۲۰ دقیقه	پایه یازدهم	نام و نام خانوادگی:
گروه آموزشی ماز		آزمون شبهه ساز امتحان نهایی	

ردیف	پاسخ برگ	نمره
۱۴		۱/۲۵
۱۵		۱
۱۶	(الف) (ب)	۱/۵



ساعت شروع:	رشته: ریاضی و فیزیک	تعداد صفحه: ۵	آزمون شبه‌ساز نهایی درس: هندسه (۲)
تاریخ آزمون: دی‌ماه ۱۴۰۴	مدت آزمون: ۱۲۰ دقیقه	پایه یازدهم	نام و نام خانوادگی:
گروه آموزشی ماز		آزمون شبه‌ساز امتحان نهایی	

ردیف	پاسخ‌برگ	نمره
۱۷		۱/۲۵
	موفق باشید.	۲۰





پایه یازدهم ریاضی

آزمون‌های شبیه‌ساز امتحانات نهایی ماز



تسلط بر نیم سال اول



دفترچه پاسخ

دوره زودبست دی ماه

بسته جامع آمادگی نیم سال اول

بودجه آزمون: فصل ۱ و ۲ تا پایان صفحه ۳۹ (ابتدای دوران)

ویراستاران

ارسلان حسنونند - نرجس تیمناک
حمیدرضا ولی پور

طراحان

سیدجواد نظری - محدثه شیخعلی

درس

هندسه (۲)

حق چاپ و تکثیر سؤالات به هر روش (الکترونیکی و...) پس از برگزاری آزمون برای تمامی اشخاص حقیقی و حقوقی تنها با مجوز «گروه ماز» مجاز می‌باشد و با متخلفین برابر مقررات رفتار می‌شود.

مصحح شو:



پاسخ دقیق سؤال این جا میاد و اسمش روشه: «مصحح شو»، می خواد شما رو به یه مصحح حرفه‌ای و دقیق تبدیل کنه که بدونین موقع ارزیابی جواب‌هاتون باید حواستون به چی باشه تا توی آزمون‌های بعدی دقیق‌تر عمل کنین. اگه جواب یه سؤال رو بشه به شکل‌های مختلف بیان کرد، اون هم، این جا بهتون گفتیم.

بررسی دقیق‌تر:



اگه پاسخ کوتاه به سؤال کافی نباشه تا ببینین چطوری باید به جواب برسین، توی این بخش با بررسی دقیق‌تر جواب، سؤال رو براتون توضیح دادیم.

نقشه نهایی:



امتحان نهایی قوانین و قواعد خاص خودش رو داره؛ شما باید بدونین تیپ‌های رایج سؤال‌های امتحان نهایی چیه و باید چطوری بهش جواب بدین. این کادر، مشاوره حرفه‌ای ماست به شما تا فوت و فن‌های امتحان نهایی رو یاد بگیرین.

۲۰ شو:



توی «۲۰ شو»، مبحث هر سؤال رو براتون مرور یا جمع‌بندی کردیم؛ «۲۰ شو» و درسنامه‌هاش دقیقاً فاصله بین نمره خوب و نمره ۲۰ رو براتون پر می‌کنه.

نکته طلایی:



با وجود «۲۰ شو»، که کلی درسنامه مفصل داره، باز هم اگه نکته مهم و مفیدی بود، توی این کادر براتون آوردیم.

تیم اجرایی و تولید آزمون

مرضیه بنیانی

یگانه پوراابراهیم

زهرة جعفری

فائزه زارع

محدثه شیخ‌علی

محدثه عربگری

ساره محمدعلی‌نسب

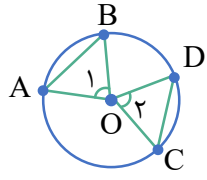
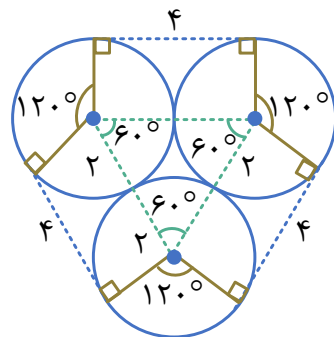
زینب مرتضوی

سرپرست آزمون: ارمغان قریب

یک تیم با بیش از ۵۰۰ نفر در حال کار هستن تا آزمون‌های ما با حداکثر کیفیت حاضر بشن و به شما کمک کنن و مسیر موفقیت رو براتون ساده‌تر کنن. همیشه از نظرات و کامنت‌های خوب‌تون انرژی می‌گیریم. مرسی که همراهمون هستین.

دکتر رسول خنجری

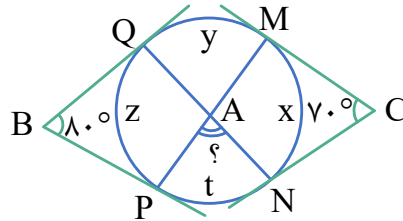
راهنمای تصحیح آزمون نهایی درس: هندسه (۲)		رشته: ریاضی و فیزیک
دوره دوم متوسطه - یازدهم	تاریخ آزمون: دی‌ماه ۱۴۰۴	ساعت شروع:
آزمون شبیه‌ساز امتحان نهایی		مدت زمان: ۱۲۰ دقیقه
گروه آموزشی ماز		
ردیف	راهنمای تصحیح	نمره
۱	<p>مصحح شو </p> <p>الف) نادرست (۰.۲۵) (صفحه ۲۲)</p> <p>ب) نادرست (۰.۲۵) (صفحه ۲۴)</p> <p>ج) نادرست (۰.۲۵) (صفحه ۳۴)</p> <p>د) درست (۰.۲۵) (صفحه ۴۲)</p> <p>سبز بودی یا قرمز؟ بهترین زمان پاسخگویی برای این سوال: ۲ دقیقه </p> <p>وضعیت دو دایره و تعداد مماس مشترک‌های آن‌ها </p> <p>✓ دو دایره بیرون هم (متخارج)</p> <p> $d > R + R'$</p> <p>✓ دو دایره مماس بیرون</p> <p> $d = R + R'$</p> <p>✓ دو دایره متقاطع</p> <p> $R - R' < d < R + R'$</p> <p>✓ دو دایره مماس درون</p> <p> $d = R - R'$</p> <p>✓ دو دایره متداخل</p> <p> $d < R - R'$</p> <p>✓ دایره‌های هم‌مرکز</p> <p> $d = 0$</p> <p>مسیر تمرینی: </p> <p>مشابه این سوال در سوال ۱ امتحان نهایی خرداد ۱۴۰۴ مطرح شده بود.</p>	۱
۲	<p>مصحح شو </p> <p>الف) $\frac{2\pi}{3}$ (۰.۲۵) (صفحه ۱۲)</p> <p>ب) ۲۰ (۰.۲۵) (صفحه ۲۹)</p> <p>ج) همانی (۰.۲۵) (صفحه ۴۷)</p> <p>د) بی‌شمار (نامتناهی) (۰.۲۵) (صفحه ۳۶)</p> <p>بررسی دقیق‌تر: </p> <p>الف) $\text{طول کمان } AB = \frac{1}{6} (\text{محیط دایره داخلی}) = \frac{1}{6} (2\pi) = \frac{\pi}{3}$</p>	۱

	$A'B' \text{ کمان} = \frac{1}{6} (\text{محیط دایره بیرونی}) = \frac{1}{6} (6\pi) = \pi$ $\Rightarrow \pi - \frac{\pi}{3} = \frac{2\pi}{3}$ <p>(ب) اگر یک دوزنقه، هم محاطی و هم محیطی باشد، مساحتش همیشه حاصل ضرب میانگین حسابی و هندسی دو قاعده.</p> $S = \frac{2+8}{2} \sqrt{2 \times 8} = 5(4) = 20$ <p>سبز بودی یا قرمز؟ بهترین زمان پاسخگویی برای این سوال: ۳ دقیقه</p>	
<p>۱/۲۵</p>	<p>مصیح شو</p> <p>فرض: $AB = CD$ حکم: $\widehat{AB} = \widehat{CD}$ (صفحه ۱۳)</p> $\left. \begin{array}{l} (0.25) AB = CD \\ (0.25) OA = OC = R \\ (0.25) OB = OD = R \end{array} \right\} \xrightarrow{\text{(ضضض)}} \triangle OAB \cong \triangle OCD \Rightarrow \hat{O}_1 = \hat{O}_2 \text{ (0.25)}$ $\Rightarrow \widehat{AB} = \widehat{CD} \text{ (0.25)}$  <p>سبز بودی یا قرمز؟ بهترین زمان پاسخگویی برای این سوال: ۴ دقیقه</p>	<p>۳</p>
<p>۱/۵</p>	<p>مصیح شو</p> <p>(الف) $\text{طول نخ} = 3(2r) + \text{محیط یک دایره} = 6r + 2\pi r = 12 + 4\pi \text{ (0.25)}$ (0.25) (0.25)</p> <p>(ب)</p> <p>(صفحه ۲۳) $\text{مساحت ناحیه رنگی} = \text{مساحت سه قطاع} - \text{مساحت مثلث} = \frac{\sqrt{3}}{4} (4)^2 - 3 \times \left(\frac{\pi(4)}{6}\right) = 4\sqrt{3} - 2\pi \text{ (0.25)}$ (0.25) (0.25)</p> <p>بررسی دقیق تر:</p> <p>مساحت مثلث متساوی الاضلاع به ضلع a همیشه $\frac{\sqrt{3}}{4} a^2$ و هر یک از قطاعها $\frac{1}{6}$ مساحت یک دایره هستند. همچنین در محاسبه طول نخ، از این شکل استفاده کردیم:</p>  <p>سبز بودی یا قرمز؟ بهترین زمان پاسخگویی برای این سوال: ۵ دقیقه</p>	<p>۴</p>

مصطح شو
(صفحه ۱۷)

$$\left. \begin{aligned} 70^\circ &= \frac{(y+z+t)-x}{2} \Rightarrow y+z+t-x = 140^\circ \quad (0.25) \\ 80^\circ &= \frac{(y+x+t)-z}{2} \Rightarrow y+x+t-z = 160^\circ \quad (0.25) \end{aligned} \right\} \text{مجموع} = 300 = 2(y+t) \Rightarrow y+t = 150^\circ \quad (0.25)$$

$$\hat{A} = \frac{y+t}{2} = \frac{150^\circ}{2} = 75^\circ \quad (0.25)$$

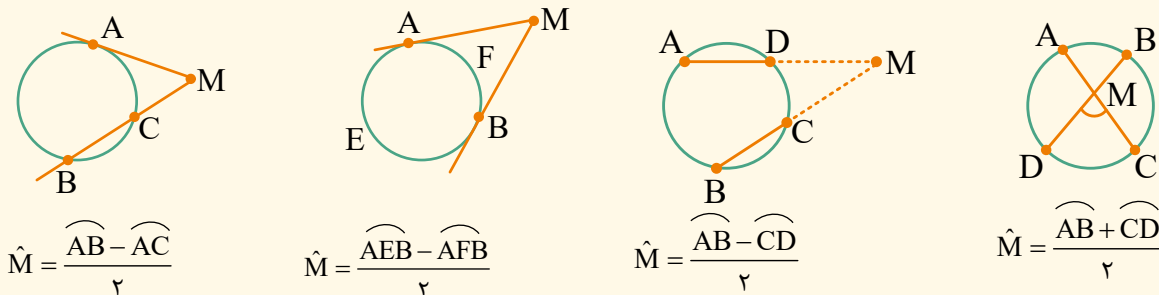


سبز بودی یا قرمز؟ بهترین زمان پاسخگویی برای این سوال: ۴ دقیقه

۱/۲۵

نکاتی طلایی

اگر دو وتر یکدیگر را در خارج و یا داخل دایره قطع کنند، از تقاطع آن‌ها، زاویه‌هایی به صورت زیر به دست می‌آید.



مسیر تمرینی:

مشابه این سوال در سوال ۴ امتحان نهایی خرداد ۱۴۰۴ مطرح شده بود.

۱/۲۵

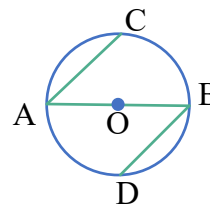
مصطح شو

$$AC \parallel BD \Rightarrow \widehat{AD} = \widehat{BC} \quad (0.25)$$

$$\widehat{ACB} = \widehat{ADB} = 110^\circ \quad (0.25)$$

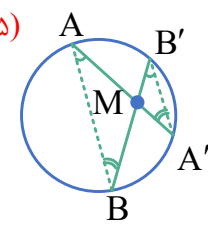
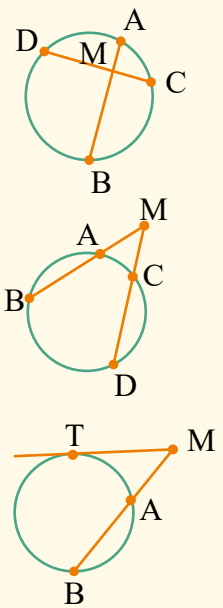
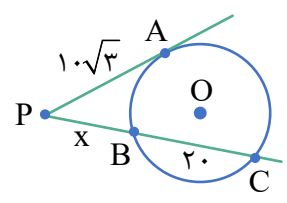
$$\Rightarrow \widehat{ACB} - \widehat{BC} = \widehat{ADB} - \widehat{AD} \Rightarrow \widehat{AC} = \widehat{BD} \Rightarrow AC = BD \quad (0.25)$$

(صفحه ۱۷)



سبز بودی یا قرمز؟ بهترین زمان پاسخگویی برای این سوال: ۴ دقیقه

۶

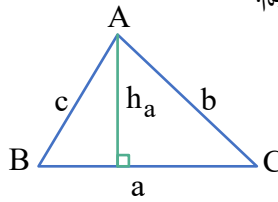
<p>۱/۲۵</p>	<p>مصّحح شو</p> <p>با رسم خطوط AB و $A'B'$ داریم: (صفحه ۱۸)</p> $\left. \begin{array}{l} \hat{A} = \hat{B}' \\ \hat{A}' = \hat{B} \end{array} \right\} \Rightarrow \triangle MAB \sim \triangle MA'B' \quad (۰.۲۵)$ <p>(۰.۲۵) $A'B$ کمان روبه‌رو به کمان AB'</p> <p>(۰.۲۵) $MA \times MB = MA' \times MB'$</p> <p>(۰.۲۵) $\Rightarrow \frac{MB'}{MA} = \frac{MA'}{MB} \Rightarrow MB \times MB' = MA \times MA'$</p> <p>سبز بودی یا قرمز؟ بهترین زمان پاسخگویی برای این سوال: ۵ دقیقه</p>	<p>۷</p> 
<p>۱</p>	<p>مصّحح شو</p> <p>با توجه به روابط طولی دایره داریم: (صفحه ۱۸)</p> $MA \times MB = MC \times MD \Rightarrow ۸(۸+x) = ۶ \times ۱۶ \Rightarrow ۸+x = ۱۲ \Rightarrow x = ۴ \quad (۰.۲۵)$ <p>(۰.۵) (۰.۲۵)</p> <p>سبز بودی یا قرمز؟ بهترین زمان پاسخگویی برای این سوال: ۳ دقیقه</p> <p>روابطی طلایی</p> <p>اگر دو وتر دایره، یکدیگر را در داخل و یا خارج از دایره قطع کنند، از تقاطع آن‌ها، طول‌هایی ایجاد می‌شود که روابط زیر برای آنها برقرار است:</p>  <p>$MA \times MB = MC \times MD$</p> <p>$MA \times MB = MC \times MD$</p> <p>$MT^2 = MA \times MB$</p>	<p>۸</p>
<p>۱/۲۵</p>	<p>مصّحح شو</p> $PA^2 = PB \times PC \Rightarrow (۱۰\sqrt{۳})^2 = x(x+۲۰) \Rightarrow x^2 + ۲۰x - ۳۰۰ = ۰$ <p>(۰.۲۵) (۰.۲۵)</p> $\Rightarrow (x-۱۰)(x+۳۰) = ۰ \Rightarrow \begin{cases} x = ۱۰ \quad (۰.۲۵) \\ x = -۳۰ \text{ غ ق ق} \quad (۰.۲۵) \end{cases}$ <p>سبز بودی یا قرمز؟ بهترین زمان پاسخگویی برای این سوال: ۳ دقیقه</p>	<p>۹</p> <p>(صفحه ۲۳)</p>  <p>بنابراین $PB = ۱۰$ و $PC = ۳۰$ است. (۰.۲۵)</p>

۱	<p style="text-align: right;">مصّحّ شو </p> <p>می‌دانیم طول مماس مشترک داخلی از رابطه زیر حساب می‌شود: (d طول خط‌المركزین است) (صفحه ۲۳)</p> $\sqrt{d^2 - (R + R')^2} = 6 \Rightarrow \sqrt{d^2 - (5 + 3)^2} = 6 \Rightarrow 36 = d^2 - 64 \Rightarrow d^2 = 100 \Rightarrow d = 10$ <p style="text-align: center;">(۰.۲۵) (۰.۲۵) (۰.۲۵) (۰.۲۵)</p> <p>سبز بودی یا قرمز؟ بهترین زمان پاسخگویی برای این سوال: ۳ دقیقه </p> <p style="text-align: right;">مماس مشترک </p> <div style="display: flex; justify-content: space-around;"> <div style="text-align: center;"> <p>$TT' = \sqrt{d^2 - (R - R')^2}$</p> </div> <div style="text-align: center;"> <p>$SS' = \sqrt{d^2 - (R + R')^2}$</p> </div> </div> <p>طول مماس مشترک خارجی دو دایره از رابطه $TT' = \sqrt{d^2 - (R - R')^2}$ و طول مماس مشترک داخلی دو دایره از رابطه $SS' = \sqrt{d^2 - (R + R')^2}$ به دست می‌آید.</p> <p style="text-align: right;">مسیر تمرینی: </p> <p>مشابه این سوال در سوال ۶ امتحان نهایی خرداد ۱۴۰۴ مطرح شده بود.</p>	۱۰
۱/۲۵	<p style="text-align: right;">مصّحّ شو </p> <p>فرض کنیم چهارضلعی $ABCD$ محاطی باشد، (۰.۲۵) مجموع اندازه‌های زوایای \hat{A} و \hat{C} برابر نصف مجموع اندازه‌های دو کمان \widehat{DAB} و \widehat{DCB} است (۰.۲۵) اما مجموع اندازه‌های این دو کمان برابر ۳۶۰° (۰.۲۵) و در نتیجه نصف آن می‌شود ۱۸۰° (۰.۲۵)، پس A و C مکمل هستند. (۰.۲۵) (صفحه ۲۷)</p> <div style="display: flex; align-items: center;"> $\hat{A} + \hat{C} = \frac{\widehat{BCD}}{2} + \frac{\widehat{DAB}}{2} = \frac{\widehat{BCD} + \widehat{DAB}}{2} = \frac{360^\circ}{2} = 180^\circ$ </div> <p>سبز بودی یا قرمز؟ بهترین زمان پاسخگویی برای این سوال: ۴ دقیقه </p> <p style="text-align: right;">مسیر تمرینی: </p> <p>مشابه این سوال در سوال ۳ امتحان نهایی خرداد ۱۴۰۴ مطرح شده بود.</p>	۱۱
۰/۲۵	<p style="text-align: right;">مصّحّ شو </p> <p>می‌دانیم که در یک n ضلعی محیطی با مساحت S و محیط $۲P$، اگر شعاع دایره محاطی را r فرض کنیم، خواهیم داشت: $r = \frac{S}{P}$ (صفحه ۲۵)</p> $\begin{cases} S = 48 \\ r = 3 \end{cases} \Rightarrow r = \frac{S}{P} \Rightarrow P = \frac{S}{r} = \frac{48}{3} = 16$ <p style="text-align: center;">(۰.۲۵) (۰.۲۵)</p> <p>بنابراین محیط این n ضلعی برابر است با: $۲P = ۳۲$ (۰.۲۵)</p> <p>سبز بودی یا قرمز؟ بهترین زمان پاسخگویی برای این سوال: ۴ دقیقه </p>	۱۲
۱/۲۵	<p style="text-align: right;">مصّحّ شو </p> <p>روش اول: (صفحه ۳۰)</p> $S = \frac{1}{2} a h_a \Rightarrow \frac{1}{h_a} = \frac{a}{2S} \quad (1) \quad \text{به طور مشابه} \quad \frac{1}{h_c} = \frac{c}{2S}, \quad \frac{1}{h_b} = \frac{b}{2S} \quad (2) \quad (۰.۲۵)$ <p style="text-align: center;">(۰.۲۵)</p>	۱۳

$$\xrightarrow{(1),(2)} \frac{1}{h_a} + \frac{1}{h_b} + \frac{1}{h_c} = \frac{a}{rS} + \frac{b}{rS} + \frac{c}{rS} = \frac{2P}{rS} = \frac{1}{r} \quad (0.25)$$

روش دوم: با توجه به شکل داریم:

$$h_a = c \sin B \Rightarrow \frac{1}{h_a} = \frac{1}{c \sin B} \quad (1) \quad (0.25)$$



به طور مشابه $\frac{1}{h_c} = \frac{1}{b \sin A}$, $\frac{1}{h_b} = \frac{1}{a \sin C}$ (2)

$$\xrightarrow{(1),(2)} \frac{1}{h_a} + \frac{1}{h_b} + \frac{1}{h_c} = \frac{1}{c \sin B} + \frac{1}{a \sin C} + \frac{1}{b \sin A} = \frac{a}{ca \sin B} + \frac{b}{ab \sin C} + \frac{c}{bc \sin A} \quad (0.25)$$

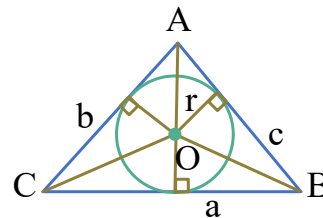
$$= \frac{a}{rS} + \frac{b}{rS} + \frac{c}{rS} = \frac{2P}{rS} = \frac{P}{S} = \frac{1}{r} \quad (0.25)$$

روش سوم: ابتدا دایره محاطی داخلی مثلث را رسم می‌کنیم. حال با توجه به شکل داریم:

$$S_{\triangle OBC} + S_{\triangle OAC} + S_{\triangle OAB} = S_{\triangle ABC} \quad (0.25)$$

$$\Rightarrow \frac{1}{2} ar + \frac{1}{2} br + \frac{1}{2} cr = S = \frac{1}{2} ah_a$$

$$\Rightarrow h_a = \frac{ar + br + cr}{a} = \frac{rP}{a} \Rightarrow \frac{1}{h_a} = \frac{a}{rP} \quad (1) \quad (0.5)$$



به طور مشابه $\frac{1}{h_c} = \frac{c}{rP}$, $\frac{1}{h_b} = \frac{b}{rP}$ (2)

$$\xrightarrow{(1),(2)} \frac{1}{h_a} + \frac{1}{h_b} + \frac{1}{h_c} = \frac{a}{rP} + \frac{b}{rP} + \frac{c}{rP} = \frac{2P}{rP} = \frac{1}{r} \quad (0.25)$$

$$S = \frac{1}{2} ah_a \Rightarrow rP = \frac{1}{2} ah_a \Rightarrow \frac{1}{h_a} = \frac{a}{rP} \quad (1) \quad (0.25)$$

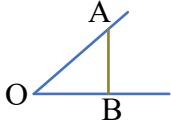
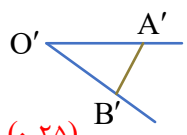
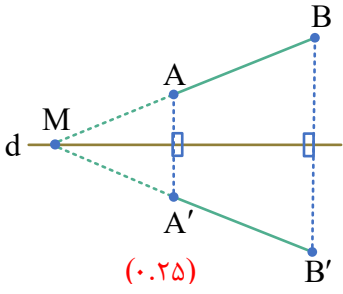
روش چهارم:

به طور مشابه $\frac{1}{h_c} = \frac{c}{rP}$, $\frac{1}{h_b} = \frac{b}{rP}$ (2) (0.5)

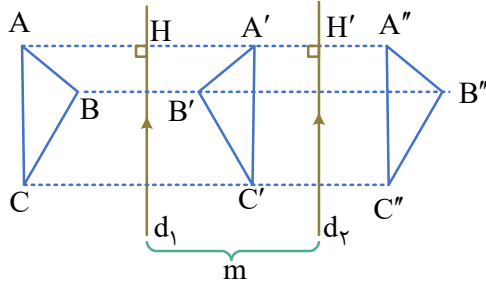
$$\xrightarrow{(1),(2)} \frac{1}{h_a} + \frac{1}{h_b} + \frac{1}{h_c} = \frac{a}{rP} + \frac{b}{rP} + \frac{c}{rP} = \frac{2P}{rP} = \frac{1}{r} \quad (0.25)$$

روش پنجم: فرض کنیم R شعاع دایره محیطی مثلث باشد، پس:

$$\left. \begin{aligned} S &= \frac{1}{2} ab \sin C = \frac{1}{2} ab \left(\frac{c}{2R} \right) = \frac{abc}{4R} \quad (0.25) \\ S &= \frac{1}{2} ah_a \end{aligned} \right\} \Rightarrow \frac{1}{h_a} = \frac{rR}{bc}, abc = 4RS \quad (0.5) \quad (1)$$

	<p>$\frac{1}{h_c} = \frac{2R}{ab}$, $\frac{1}{h_b} = \frac{2R}{ac}$ (۲) به طور مشابه</p> <p>$\xrightarrow{(1),(2)} \frac{1}{h_a} + \frac{1}{h_b} + \frac{1}{h_c} = \frac{2R}{bc} + \frac{2R}{ac} + \frac{2R}{ba} = \frac{2R(a+b+c)}{abc} = \frac{2RP}{RS} = \frac{1}{r}$</p> <p>(۰.۲۵) (۰.۲۵)</p> <p>سبز بودی یا قرمز؟ بهترین زمان پاسخگویی برای این سوال: ۴ دقیقه</p>	
<p>۱/۲۵</p>	<p>مصحح شو</p> <p>فرض کنیم T یک تبدیل طولپا باشد، در این صورت با توجه به شکل تحت T داریم: (صفحه ۳۵)</p> <p>$T(O) = O'$, $T(A) = A'$, $T(B) = B'$ (۰.۲۵)</p>  <p>در نتیجه پاره‌خط‌های OA, OB و AB به ترتیب به پاره‌خط‌های O'A', O'B' و A'B' تصویر می‌شود. (۰.۲۵) چون تبدیل طولپاست داریم:</p> <p>$OA = O'A'$, $OB = O'B'$, $AB = A'B'$ (۰.۲۵)</p>  <p>$\Rightarrow \triangle AOB \cong \triangle A'O'B' \Rightarrow \hat{O} = \hat{O}'$ (۰.۲۵)</p> <p>سبز بودی یا قرمز؟ بهترین زمان پاسخگویی برای این سوال: ۵ دقیقه</p> <p>راهنمای مصحح:</p> <p>به جواب مسأله، با رسم شکل و به صورت نوشتار فارسی به طور کامل نیز، نمره کامل داده شود.</p> <p>مسیر تمرینی:</p> <p>مشابه این سوال در سوال ۱۲ امتحان نهایی خرداد ۱۴۰۴ مطرح شده بود.</p>	<p>۱۴</p>
<p>۱</p>	<p>مصحح شو</p> <p>در حالتی که پاره‌خط AB با محور بازتاب d، نه موازی و نه متقاطع باشد، پاره‌خط AB را امتداد می‌دهیم تا محور بازتاب را در نقطه M قطع کند. (صفحه ۳۷)</p>  <p>نقطه B' بازتاب نقطه B را نسبت به خط بازتاب پیدا کرده و پاره‌خط MB' را رسم می‌کنیم. تصویر نقطه A نیز روی خط MB' واقع می‌شود. حال داریم:</p> <p>$AB = MB - MA$ (۰.۲۵)</p> <p>$A'B' = MB' - MA'$ (۰.۲۵)</p> <p>$\left. \begin{array}{l} AB = MB - MA \\ A'B' = MB' - MA' \end{array} \right\} \begin{array}{l} MB = MB' \\ MA = MA' \end{array} \rightarrow AB = A'B'$ (۰.۲۵)</p> <p>سبز بودی یا قرمز؟ بهترین زمان پاسخگویی برای این سوال: ۵ دقیقه</p>	<p>۱۵</p>

مصّحح شو



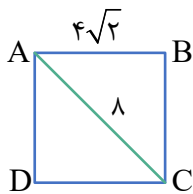
رسم شکل (۰.۲۵)

الف (صفحه ۴۲) $AA'' = AH + HA' + A'H' + H'A''$
 $AH = HA'$
 $A'H' = H'A'' \Rightarrow AA'' = 2HA' + 2A'H' \text{ (۰.۲۵)}$
 $\Rightarrow AA'' = 2(HA' + A'H') \Rightarrow AA'' = 2m \text{ (۰.۲۵)}$

ب (۰.۲۵) با انتقال تحت بردار انتقالی که اندازه آن دو برابر فاصله بین دو خط بازتاب d_1 و d_2 ، یعنی $2m$ و راستای آن عمود بر این دو خط است، (۰.۲۵) می‌توان مثلث $A''B''C''$ را تصویر مثلث ABC دانست.

سبز بودی یا قرمز؟ بهترین زمان پاسخگویی برای این سوال: ۵ دقیقه

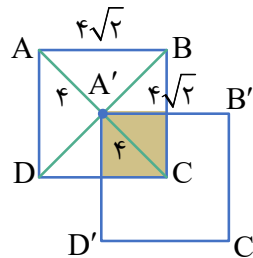
مصّحح شو



از آن‌جا که طول ضلع مربع $ABCD$ ، $4\sqrt{2}$ است پس طول قطر آن ۸ است (۰.۲۵)
 و در نتیجه با انتقال ۴ واحدی در راستای قطر AC ، A' در مرکز مربع (نقطه تقاطع قطرها) قرار می‌گیرد. (۰.۲۵) (صفحه ۴۲)

حال برای یافتن مساحت ناحیه مشترک، باید مساحت مربعی به طول قطر ۴ را پیدا کنیم. (مربع رنگی)

$S = \frac{d^2}{2} = \frac{16}{2} = 8 \text{ (۰.۲۵)}$



(۰.۵)

سبز بودی یا قرمز؟ بهترین زمان پاسخگویی برای این سوال: ۵ دقیقه

راهنمای مصّحح:

اگر دانش‌آموز به جای رسم شکل دقیق توضیحات فارسی کافی ارائه داده، نمره تعلق می‌گیرد.

۲۰

موفق باشید.