

یازدهم ریاضی

آزمون
شبه ساز
امتحان
نهایی
ماز



خرداد ماه ۱۴۰۳

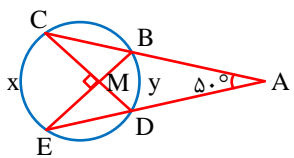
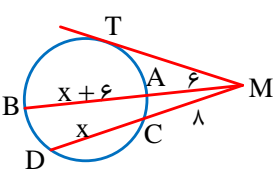
گروه آموزشی ماز

پیش بینی امتحان نهایی

ردیف	درس	تعداد صفحه	زمان پاسخگویی
۱	هندسه	۲	۱۳۵

حق چاپ و تکثیر سؤالات به هر روش (الکترونیکی و ...) پس از برگزاری آزمون برای تمامی اشخاص حقیقی و حقوقی تنها با مجوز «گروه آموزشی ماز» مجاز می باشد و با متخلفین برابر مقررات رفتار می شود.
به دلیل عدم رضایت تیم ماز، هر گونه استفاده غیرقانونی از دفترچه سؤالات و پاسخنامه ماز برای تمامی اشخاص، شرعاً حرام است.

نام و نام خانوادگی:	رشته: ریاضی فیزیک	تاریخ امتحان: خردادماه ۱۴۰۳	مدت امتحان: ۱۳۵ دقیقه
آزمون شبیه‌ساز نهایی (پاسخ برگ دارد)	گروه آموزشی ماز		
ردیف	سؤالات (پاسخ برگ دارد)	[استفاده از ماشین حساب ساده مجاز می‌باشد]	
نمره			

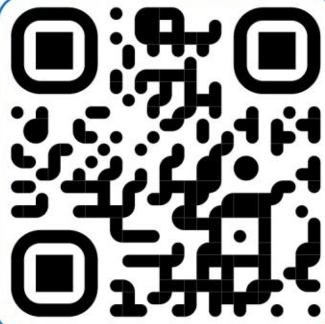
۰/۷۵	۱	درستی یا نادرستی عبارتهای زیر را مشخص کنید. الف) انتقال شیب خط را حفظ می‌کند. ب) در تجانس به مرکز O و نسبت k, اگر $k > 0$, تجانس را تجانس معکوس می‌نامند. پ) اگر در مثلث ABC, رأس B تحت دوران به مرکز A به روی رأس C تصویر شود, در این صورت مثلث ABC, متساوی‌الساقین است.
۰/۷۵	۲	جاهای خالی را با عبارات مناسب پر کنید. الف) در هر تبدیل, نقطه‌ای را که تبدیل یافته آن بر خود آن نقطه منطبق می‌شود, می‌نامند. ب) در هر بازتاب تبدیل یافته یک مثلث, یک است که با مثلث اولیه هم‌نهشت است. پ) مرکز دایره محیطی هر مثلث, محل برخورد آن مثلث است.
۱	۳	در شکل روبه‌رو, مقادیر x و y را تعیین کنید. 
۱/۵	۴	در شکل روبه‌رو, طول مماس MT چقدر است؟ 
۰/۷۵	۵	اگر r_a, r_b, r_c شعاع‌های سه دایره محیطی خارجی یک مثلث و r شعاع دایره محیطی داخلی آن باشد, نشان دهید: $\frac{1}{r_a} + \frac{1}{r_b} + \frac{1}{r_c} = \frac{1}{r}$
۱	۶	طول شعاع‌های دو دایره متخارج را به دست آورید که طول مماس مشترک خارجی آن‌ها مساوی $3\sqrt{7}$ و طول مماس مشترک داخلی آن‌ها $\sqrt{15}$ و طول خط‌المركزین آن‌ها مساوی ۸ واحد است.
۱/۵	۷	دو زونقه متساوی‌الساقین بر یک دایره به شعاع $\sqrt{2}$ محیط است. اگر نسبت قاعده‌ها برابر $\frac{1}{4}$ باشد, مساحت دوزنقه را به دست آورید.
۰/۷۵	۸	به سوالات زیر پاسخ کوتاه دهید. الف) آیا تجانس طولپاست؟ چرا؟ ب) تبدیل همانی را تعریف کنید.
۰/۷۵	۹	در حالتی که پاره‌خط AB در راستای عمود بر خط بازتاب قرار دارد. ثابت کنید که اگر $A'B'$ بازتاب AB باشد, و $A'B'$ هم‌اندازه‌اند.
ادامه سؤالات در صفحه بعد		



آزمون شبیه‌ساز نهایی درس: هندسه ۲	ساعت شروع:	تاریخ امتحان: خردادماه ۱۴۰۳	مدت امتحان: ۱۳۵ دقیقه
نام و نام خانوادگی:	رشته: ریاضی فیزیک	پایه یازدهم دوره متوسطه	تعداد صفحات: ۲ صفحه
آزمون شبیه‌ساز امتحان نهایی		گروه آموزشی ماز	
ردیف	سوالات (پاسخ‌برگ دارد)	[استفاده از ماشین حساب ساده مجاز می‌باشد]	

۱۰	<p>دو شهر A و B مطابق شکل در یک طرف رودخانه‌ای قرار گرفته‌اند. می‌خواهیم جاده‌ای از A به B بسازیم به طوری که ۳ کیلومتر از این جاده در ساحل رودخانه ساخته شود. با توجه به اندازه‌های روی شکل طول کوتاه‌ترین مسیر ACDB را بیابید.</p>
۱۱	<p>دایره C(O, R) و نقطه M خارج این دایره مفروض است. مجانس این دایره را نسبت به نقطه M در حالت‌های زیر رسم کنید.</p> <p>الف) $k = -2$ ب) $k = \frac{1}{4}$</p>
۱۲	<p>چندضلعی ABCDEF مفروض است. مساحت این چند ضلعی را با کمک تبدیلات هندسی و بدون تغییر در محیط و تعداد اضلاع، تا حد ممکن افزایش می‌دهیم. اگر ABDE مستطیل، BCD و AFE مثلث متساوی‌الساقین باشند، نسبت مساحت چندضلعی جدید به چندضلعی اولیه چیست؟</p>
۱۳	<p>در مثلث زیر AD نیمساز زاویه A است.</p> <p>الف) مقدار مناسب برای x را بیابید.</p> <p>ب) طول نیمساز AD را محاسبه کنید.</p>
۱۴	<p>در مثلث ABC، AM میانه است. نشان دهید: $b^2 + c^2 = 2AM^2 + \frac{a^2}{2}$</p>
۱۵	<p>مثلثی با اضلاع $AB=13$ و $AC=14$ و $BC=15$ را در نظر بگیرید:</p> <p>الف) با استفاده از قضیه هرون، مساحت مثلث را بیابید. (با ذکر فرمول و راه‌حل)</p> <p>ب) طول ارتفاع وارد بر ضلع AC را به دست آورید.</p> <p>پ) $\sin \hat{A}$ را محاسبه کنید.</p>
۱۶	<p>در مثلث ABC، $BC=6$، $AB=6\sqrt{3}$ و $\hat{C}=120^\circ$، اندازه شعاع دایره محیطی مثلث و اندازه زاویه A را بیابید.</p>
۱۷	<p>در شکل مقابل، مساحت چهارضلعی DECB را بیابید.</p>
۲۰	موفق باشید.





یازدهم ریاضی

آزمون
شبه ساز
امتحان
نهایی
ماز



گروه آموزشی ماز

پاسخبرگ آزمون

خردادماه ۱۴۰۳

پیش بینی امتحان نهایی

حق چاپ و تکثیر سؤالات به هر روش (الکترونیکی و ...) پس از برگزاری آزمون برای تمامی اشخاص حقیقی و حقوقی تنها با مجوز «گروه آموزشی ماز» مجاز می باشد و با متخلفین برابر مقررات رفتار می شود.
به دلیل عدم رضایت تیم ماز، هر گونه استفاده غیرقانونی از دفترچه سوالات و پاسخنامه ماز برای تمامی اشخاص، شرعاً حرام است.

آزمون شبیه‌ساز نهایی درس: هندسه ۲	ساعت شروع:	تاریخ امتحان: خردادماه ۱۴۰۳	مدت امتحان: ۱۳۵ دقیقه
نام و نام خانوادگی:	رشته: ریاضی فیزیک	پایه یازدهم دوره متوسطه	تعداد صفحات: ۴ صفحه

گروه آموزشی ماز

آزمون شبیه‌ساز امتحان نهایی

ردیف	پاسخ‌برگ	نمره
------	----------	------

پاسخ‌های خود را به‌صورت دقیق، خوش خط و مرتب در این برگه وارد کنید.

۱	الف) (ب) (پ)	۰/۷۵
۲	الف) (ب) (پ)	۰/۷۵
۳		۱
۴		۱/۵
۵		۰/۷۵
۶		۱



آزمون شبیه‌ساز نهایی درس: هندسه ۲	ساعت شروع:	تاریخ امتحان: خردادماه ۱۴۰۳	مدت امتحان: ۱۳۵ دقیقه
نام و نام خانوادگی:	رشته: ریاضی فیزیک	پایه یازدهم دوره متوسطه	تعداد صفحات: ۴ صفحه
آزمون شبیه‌ساز امتحان نهایی		گروه آموزشی ماز	
ردیف	پاسخ‌برگ	نمره	
۷		۱/۵	
۸	الف) - ب)	۰/۷۵	
۹		۰/۷۵	
۱۰		۱/۵	



آزمون شبیه‌ساز نهایی درس: هندسه ۲	ساعت شروع:	تاریخ امتحان: خردادماه ۱۴۰۳	مدت امتحان: ۱۳۵ دقیقه
نام و نام خانوادگی:	رشته: ریاضی فیزیک	پایه یازدهم دوره متوسطه	تعداد صفحات: ۴ صفحه

گروه آموزشی ماز

آزمون شبیه‌ساز امتحان نهایی

ردیف	پاسخ‌برگ	نمره
۱۱	(الف)	۱
	(ب)	
۱۲		۱/۷۵
۱۳	(الف)	۱/۵
	(ب)	



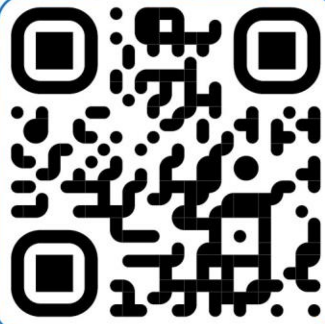
آزمون شبیه‌ساز نهایی درس: هندسه ۲	ساعت شروع:	تاریخ امتحان: خردادماه ۱۴۰۳	مدت امتحان: ۱۳۵ دقیقه
نام و نام خانوادگی:	رشته: ریاضی فیزیک	پایه یازدهم دوره متوسطه	تعداد صفحات: ۴ صفحه

گروه آموزشی ماز

آزمون شبیه‌ساز امتحان نهایی

ردیف	پاسخ‌برگ	نمره
۱۴		۱
۱۵	(الف) (ب) (پ)	۲/۵
۱۶		۱
۱۷		۱
	موفق باشید.	۲۰





یازدهم ریاضی

آزمون
شبه ساز
امتحان
نهایی
ماز



خردادماه ۱۴۰۳

گروه آموزشی ماز

پیش بینی امتحان نهایی

پاسخنامه تشریحی (حاوی راهنمای مصحح)

ویراستاران	مسئول درس	درس
علیرضا کاظمی بقا - سپهر متولی	محدثه شیخعلی - جواد نظری	هندسه

حق چاپ و تکثیر سؤالات به هر روش (الکترونیکی و ...) پس از برگزاری آزمون برای تمامی اشخاص حقیقی و حقوقی تنها با مجوز «گروه آموزشی ماز» مجاز می باشد و با متخلفین برابر مقررات رفتار می شود.
به دلیل عدم رضایت تیم ماز، هر گونه استفاده غیرقانونی از دفترچه سوالات و پاسخنامه ماز برای تمامی اشخاص، شرعاً حرام است.


راهنمای پاسخنامه برای بچه‌های ماژی!

مصحح شو: 

پاسخ دقیق سؤال این‌جا میاد و اسمش روشه: «مصحح شو»، می‌خواد شما رو به‌یه مصحح حرفه‌ای و دقیق تبدیل کنه که بدونین موقع ارزیابی جواب‌هاتون باید حواستون به چی باشه تا توی آزمون‌های بعدی دقیق‌تر عمل کنین. اگه جواب یه سؤال رو بشه به شکل‌های مختلف بیان کرد، اون هم، این‌جا بهتون گفتیم.

بررسی دقیق‌تر:

اگه پاسخ کوتاه یه سؤال کافی نباشه تا ببینین چطوری باید به جواب برسین، توی این بخش با بررسی دقیق‌تر جواب، سؤال رو براتون توضیح دادیم.

نقشه نهایی: 

امتحان نهایی قوانین و قواعد خاص خودش رو داره؛ شما باید بدونین تیپ‌های رایج سؤال‌های امتحان نهایی چیه و باید چطوری بهش جواب بدین. این کادر، مشاوره حرفه‌ای ماست به شما تا فوت و فن‌های امتحان نهایی رو یاد بگیرین.

توی ۲۰ شو: 

توی «۲۰ شو»، مبحث هر سؤال رو براتون مرور یا جمع‌بندی کردیم؛ «۲۰ شو» و درس‌نامه‌هاش دقیقاً فاصله بین نمره خوب و نمره ۲۰ رو براتون پر می‌کنه.

نکته طلایی:

با وجود «۲۰ شو»، که کلی درس‌نامه مفصل داره، باز هم اگه نکته مهم و مفیدی بود، توی این کادر براتون آوردیم.

آزمون شبیه‌ساز نهایی درس: هندسه ۲	ساعت شروع:	تاریخ امتحان: خردادماه ۱۴۰۳	مدت امتحان: ۱۳۵ دقیقه
نام و نام خانوادگی:	رشته: ریاضی فیزیک	پایه یازدهم دوره متوسطه	تعداد صفحات: ۸ صفحه

گروه آموزشی ماز

آزمون شبیه‌ساز امتحان نهایی

ردیف	پاسخ‌نامه	نمره
۱	(الف) درست (۰/۲۵) (ب) نادرست (تجانس مستقیم) (۰/۲۵) (پ) درست (۰/۲۵)	۰/۷۵
۲	(الف) نقطه ثابت تبدیل (۰/۲۵) (ب) مثلث (۰/۲۵) (پ) عمودمنصف‌های اضلاع (۰/۲۵)	۰/۷۵

۱

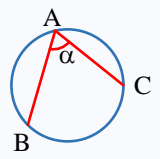
$$\hat{A} = \frac{\widehat{CE} - \widehat{BD}}{2} = 50^\circ \Rightarrow \frac{x - y}{2} = 50^\circ \Rightarrow x - y = 100^\circ$$

$$\hat{M} = \frac{\widehat{CE} + \widehat{BD}}{2} = 90^\circ \Rightarrow \frac{x + y}{2} = 90^\circ \Rightarrow x + y = 180^\circ$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x = 140^\circ \text{ (۰/۲۵)} \\ y = 40^\circ \text{ (۰/۲۵)} \end{cases}$$

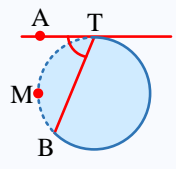
تعریف زاویه محاطی و ظلی

زاویه‌ای که رأس آن روی محیط دایره و اضلاع آن دو وتر از دایره باشد، زاویه محاطی نامیده می‌شود. اندازه زاویه محاطی برابر است با نصف اندازه کمان مقابل به آن زاویه:



$$\hat{\alpha} = \frac{\widehat{BC}}{2}$$

زاویه‌ای که رأس آن روی محیط دایره، یک ضلع آن مماس بر دایره و ضلع دیگر آن شامل وتر از دایره باشد، زاویه ظلی نامیده می‌شود. اندازه هر زاویه ظلی برابر است با نصف کمان روبه‌رو به آن (نقطه M برای نام‌گذاری کمان‌های دایره در نظر گرفته شده است):



$$\text{زاویه ظلی} = \hat{ATB} = \frac{\widehat{TMB}}{2}$$

چند تا زاویه مهم:

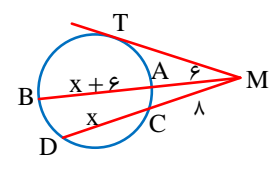
زاویه بین دو وتر	زاویه بین وتر و مماس	زاویه بین دو مماس	زاویه بین دو وتر
$\hat{M} = \frac{\widehat{BD} - \widehat{AC}}{2}$	$\hat{M} = \frac{\widehat{BC} - \widehat{AB}}{2}$	$\hat{M} = \frac{\widehat{ACB} - \widehat{ADB}}{2}$	$\hat{M} = \frac{\widehat{AC} + \widehat{BD}}{2}$



مصحح شو!

$$\underbrace{MA \times MB}_{(./۲۵)} = \underbrace{MC \times MD}_{(./۲۵)} \Rightarrow ۶(x+۱۲) = ۸(x+۸)$$

$$\Rightarrow ۶x + ۷۲ = ۸x + ۶۴ \Rightarrow ۲x = ۸ \Rightarrow x = ۴ \quad (./۲۵)$$



از طرفی:

$$\underbrace{MT^2}_{(./۲۵)} = \underbrace{MA \times MB}_{(./۲۵)} \Rightarrow MT^2 = ۶(x+۱۲) = ۶ \times ۱۶ \Rightarrow MT = \sqrt{۱۶ \times ۶} = ۴\sqrt{۶} \quad (./۲۵)$$

روابط طولی در دایره:

قاطع و مماس	وترهای متقاطع	
$MT^2 = MA \times MB$	$MA \times MA' = MB \times MB'$	

مصحح شو!

می‌دانیم مساحت مثلثی با محیط ۲P که دایره‌ای به شعاع r داخل آن محاط شده باشد برابر $S = rP$ است. از طرفی، شعاع هر یک از دایره‌های محاطی خارجی به ترتیب برابر است با:

$$r_a = \frac{S}{P-a}, r_b = \frac{S}{P-b}, r_c = \frac{S}{P-c}$$

که در آن $P = \frac{1}{2}(a+b+c)$ است، بنابراین:

$$\frac{1}{r_a} + \frac{1}{r_b} + \frac{1}{r_c} = \frac{P-a}{S} + \frac{P-b}{S} + \frac{P-c}{S} = \frac{3P - (a+b+c)}{S} = \frac{3P - 2P}{S} = \frac{P}{S} = \frac{1}{r} \quad (./۲۵)$$

شعاع دایره محاطی داخلی و خارجی:

(الف) در یک مثلث با مساحت S و محیط ۲P، شعاع دایره محاطی داخلی برابر $r = \frac{S}{P}$ می‌باشد.

(ب) در مثلث، شعاع دایره محاطی خارجی نظیر ضلع a برابر است با: $r_a = \frac{S}{P-a}$

مصحح شو!
با فرض $R > R'$ داریم:

$$\underbrace{3\sqrt{7}}_{(./۲۵)} = \sqrt{d^2 - (R-R')^2} \Rightarrow ۶۳ = ۶۴ - (R-R')^2 \Rightarrow R-R' = ۱$$

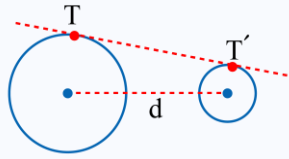
$$\underbrace{\sqrt{۱۵}}_{(./۲۵)} = \sqrt{d^2 - (R+R')^2} \Rightarrow ۱۵ = ۶۴ - (R+R')^2 \Rightarrow R+R' = ۷$$

$$\begin{cases} R - R' = 1 \\ R + R' = 7 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} R = 4 \quad (./۲۵) \\ R' = 3 \quad (./۲۵) \end{cases}$$

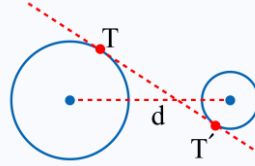


الف) مماس مشترک داخلی و خارجی:

در دو دایره با شعاع‌های R و R' ، اگر طول خط‌المرکزین برابر d باشد، داریم:



$$TT' = \sqrt{d^2 - (R - R')^2}$$



$$TT' = \sqrt{d^2 - (R + R')^2}$$

ب) وضعیت دو دایره نسبت به هم:

دو دایره $C(O, R)$ و $C'(O', R')$ را با فرض $OO' = d$ در نظر می‌گیریم:

متداخل	مماس درون	مقاطع	مماس خارج	متخارج	
ندارد	۱	۲	۲	۲	مماس مشترک خارجی
ندارد	ندارد	ندارد	۱	۲	مماس مشترک داخلی
$d < R - R' $	$d = R - R' $	$ R - R' < d < R + R'$	$d = R + R'$	$d > R + R'$	طول خط‌المرکزین

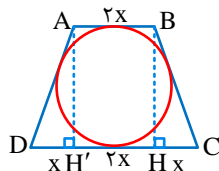
۱/۵

مصحح شو!

دوزنقه $ABCD$ یک چهارضلعی محیطی است. بنابراین:

$$AB + DC = AD + BC \quad (۰/۲۵)$$

$$2x + 4x = 2AD \Rightarrow 2AD = 6x \Rightarrow \underbrace{AD = 3x}_{(۰/۲۵)}$$



حال در مثلث قائم‌الزاویه $\triangle ADH'$ به کمک قضیه فیثاغورس داریم:

$$\underbrace{(AH')^2 = AD^2 - (DH')^2}_{(۰/۲۵)} \Rightarrow AH' = \sqrt{9x^2 - x^2} = \sqrt{8x^2} = 2\sqrt{2}x \quad (۰/۲۵)$$

۷



از طرفی، شعاع دایره محاطی برابر $\sqrt{2}$ است، لذا قطر این دایره برابر $2\sqrt{2}$ می‌باشد. پس:

$$2\sqrt{2}x = 2\sqrt{2} \Rightarrow x = 1 \quad (0/25)$$

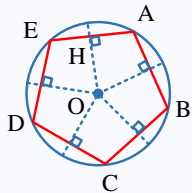
در نتیجه مساحت دوزنقه برابر است با:

$$S_{ABCD} = \frac{1}{2} \times AH' \times (AB + DC)$$

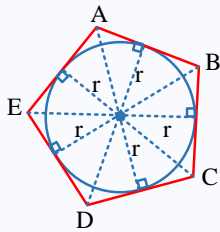
$$S_{ABCD} = \frac{1}{2} \times 2\sqrt{2} \times (6 \times 1) = 6\sqrt{2} \quad (0/25)$$

چند ضلعی و چهارضلعی محیطی و محاطی:

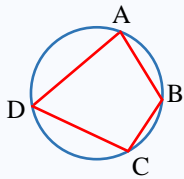
الف) یک چندضلعی، محاطی است اگر و فقط اگر عمودمنصف‌های همه ضلع‌های آن در یک نقطه، هم‌رس باشند.



یک چندضلعی، محیطی است اگر و فقط اگر همه نیمسازهای زاویه‌های آن در یک نقطه هم‌رس باشند. این نقطه مرکز دایره محاطی چندضلعی است.

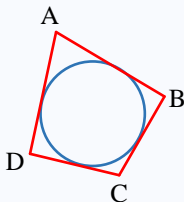


ب) یک چهارضلعی محاطی است اگر و فقط اگر دو زاویه مقابل آن مکمل باشند.



$$\hat{A} + \hat{C} = \hat{B} + \hat{D} = 180^\circ$$

یک چهارضلعی محیطی است اگر و فقط اگر مجموع اندازه‌های دو ضلع مقابل، برابر مجموع اندازه‌های دو ضلع دیگر باشد.



$$AB + CD = BC + AD$$

0/75

8

مصحح شو!

الف) خیر (0/25) - زیرا اندازه پاره خط حفظ نمی‌شود. (0/25)

ب) تبدیل T را همانی گوییم هرگاه به ازای هر نقطه از صفحه P داشته باشیم: $T(A) = A$ (0/25)

ویژگی تبدیل‌های مختلف:

طول پاره خط را حفظ می‌کند	اندازه زاویه را حفظ می‌کند	شیب خط را حفظ می‌کند	جهت شکل را حفظ می‌کند	مساحت شکل را حفظ می‌کند	
✓	✓	نه لزوماً	نه لزوماً	✓	بازتاب
✓	✓	✓	✓	✓	انتقال
✓	✓	نه لزوماً	✓	✓	دوران
نه لزوماً	✓	✓	نه لزوماً	نه لزوماً	تجانس

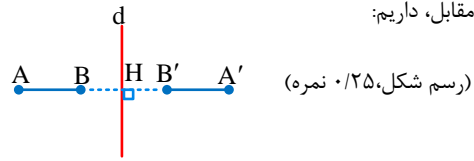


۰/۷۵

۹

مصحح شو!

مطابق شکل مقابل، داریم:



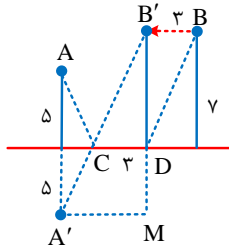
$$\left. \begin{matrix} HA = HA' \\ HB = HB' \end{matrix} \right\} \Rightarrow \underbrace{HA - HB = HA' - HB'}_{(۰/۲۵)} \Rightarrow AB = A'B'$$

۱/۵

۱۰

مصحح شو!

می‌خواهیم که ۳ کیلومتر از این جاده را در ساحل رودخانه بسازیم. بنابراین نقطه B را به اندازه ۳ کیلومتر انتقال می‌دهیم و آن نقطه را B' می‌نامیم. (۰/۲۵)



(رسم شکل ۰/۲۵، نمره)

سپس نقطه A را نسبت به ساحل بازتاب داده تا نقطه A' به دست بیاید، محل تلاقی A'B' با خط ساحل، نقطه C است. (۰/۲۵)
حال نقطه C را با بردار BB' انتقال می‌دهیم و آن را نقطه D می‌نامیم. (۰/۲۵)
ACDB کوتاه‌ترین مسیر ممکن است.

$$\begin{cases} A'M = 5 \\ B'M = 12 + 3 = 15 \end{cases} \Rightarrow A'B' = \sqrt{A'M^2 + B'M^2} = \sqrt{5^2 + 15^2} = \sqrt{250} = 5\sqrt{10} \quad (۰/۲۵)$$

بنابراین طول کوتاه‌ترین مسیر برابر است با:

$$A'B' + B'B = 5\sqrt{10} + 3 = 16 \quad (۰/۲۵)$$

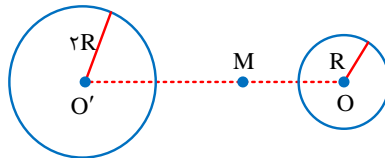
۱

۱۱

مصحح شو!

(الف)

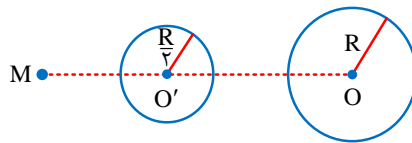
$$k = -2 \Rightarrow O'M = 2OM$$



(رسم شکل، ۰/۵، نمره)

(ب)

$$k = \frac{1}{2} \Rightarrow O'M = \frac{1}{2}OM$$



(رسم شکل، ۰/۵، نمره)

۱/۷۵

۱۲

مصحح شو!

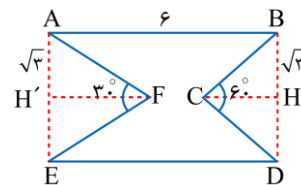
ابتدا مساحت چندضلعی اولیه را محاسبه می‌کنیم:

$$\tan(\widehat{BCH}) = \tan 60^\circ = \frac{BH}{CH} \Rightarrow \sqrt{3} = \frac{\sqrt{3}}{CH} \Rightarrow CH = 1 \quad (۰/۲۵)$$

$$\tan(\widehat{AFH'}) = \tan 30^\circ = \frac{AH'}{FH'} \Rightarrow \frac{\sqrt{3}}{3} = \frac{\sqrt{3}}{FH'} \Rightarrow FH' = 3 \quad (۰/۲۵)$$

$$S_{ABCDEF} = (AB \times AE) - \left(\frac{1}{2} \times AE \times FH'\right) - \left(\frac{1}{2} \times BD \times CH\right)$$

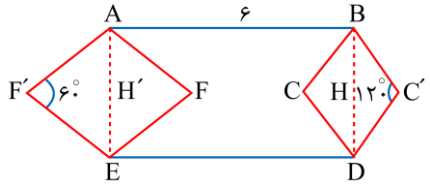
$$S_{ABCDEF} = (6 \times 2\sqrt{3}) - \left(\frac{1}{2} \times 2\sqrt{3} \times 3\right) - \left(\frac{1}{2} \times 2\sqrt{3} \times 1\right) = 8\sqrt{3} \quad (۰/۵)$$



حال نقطه C و F را نسبت به BD و AE بازتاب می دهیم تا نقاط C' و F' حاصل شوند. چندضلعی جدید، چندضلعی ABC'DEF' خواهد بود که مساحت آن برابر است با:

$$S_{ABC'DEF'} = (AB \times AE) + \left(\frac{1}{2} \times AE \times F'H\right) + \left(\frac{1}{2} \times BD \times C'H\right)$$

$$\Rightarrow S_{ABC'DEF'} = (6 \times 2\sqrt{3}) + \left(\frac{1}{2} \times 2\sqrt{3} \times 2\right) + \left(\frac{1}{2} \times 2\sqrt{3} \times 1\right) = 16\sqrt{3} \quad (./\ 25)$$



بنابراین:

$$\frac{S_{ABC'DEF'}}{S_{ABCDEF}} = \frac{16\sqrt{3}}{8\sqrt{3}} = 2 \quad (./\ 25)$$

مسئله هم پیرامونی (هم محیطی):

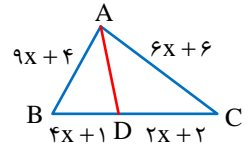
در این گونه مسائل، هدف این است بدون اینکه محیط یک چندضلعی تغییر کند، مساحت آن چندضلعی را تغییر دهیم. این کار توسط تبدیل «بازتاب» انجام می شود.

۱/۵ ۱۳ مصمم شو!

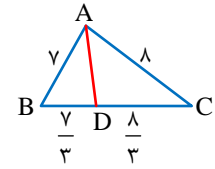
(الف) با توجه به قضیه نیمسازهای داخلی مثلث داریم:

$$\frac{AB}{AC} = \frac{BD}{CD} \Rightarrow \frac{9x+4}{6x+6} = \frac{4x+1}{2x+2} \Rightarrow \frac{9x+4}{6(x+1)} = \frac{4x+1}{2(x+1)} \xrightarrow{x \neq -1} \frac{9x+4}{3} = 4x+1$$

$$\Rightarrow 9x+4 = 12x+3 \Rightarrow 3x = 1 \Rightarrow x = \frac{1}{3} \quad (./\ 25)$$



(ب) پس اندازه های روی شکل به صورت زیر است:

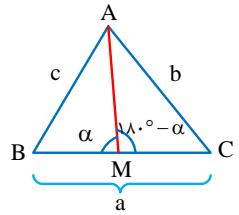


$$AD^2 = AB \cdot AC - BD \cdot DC \quad (./\ 25)$$

$$AD^2 = \gamma \times \delta - \left(\frac{\gamma}{3}\right) \left(\frac{\delta}{3}\right) = \frac{\delta \times 5\gamma}{9} = \frac{6\gamma \times \gamma}{9} \Rightarrow AD = \frac{\delta}{3} \sqrt{\gamma} \quad (./\ 25)$$

۱ ۱۴ مصمم شو!

می دانیم که در مثلث ABC، AM میانه است. پس:



$$BM = MC = \frac{BC}{2} = \frac{a}{2}$$

از طرفی، می دانیم $\cos(180^\circ - \alpha) = -\cos \alpha$ است، لذا به کمک قضیه کسینوس ها در مثلث ABM داریم:

$$c^2 = \left(\frac{a}{2}\right)^2 + (AM)^2 - 2(AM)\left(\frac{a}{2}\right) \cos \alpha \quad (I) \quad (./\ 25)$$

و در مثلث AMC نیز داریم:

$$b^2 = \left(\frac{a}{2}\right)^2 + (AM)^2 - 2(AM)\left(\frac{a}{2}\right) \underbrace{\cos(180^\circ - \alpha)}_{-\cos \alpha} \quad (II) \quad (./\ 25)$$

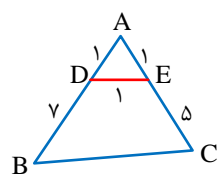
حال طرفین دو معادله (I) و (II) را با هم جمع می کنیم:

$$b^2 + c^2 = 2 \times \frac{a^2}{4} + 2(AM)^2 \Rightarrow b^2 + c^2 = 2(AM)^2 + \frac{a^2}{2} \quad (./\ 25)$$



	<div style="text-align: right;"> قضیه سینوس ها: </div> <div style="text-align: right; margin-top: 10px;"> $a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos A$ در هر مثلث داریم: </div> <div style="text-align: center; margin-top: 20px;"> </div>	
۲/۵	<div style="text-align: right;"> مصحح شو! </div> <div style="text-align: right; margin-top: 10px;">۱۵</div> <div style="text-align: right; margin-top: 10px;">الف)</div> $P = \frac{AB + AC + BC}{2} = \frac{13 + 14 + 15}{2} = 21 \quad (./ 25)$ $S = \sqrt{P(P-AB)(P-AC)(P-BC)} = \sqrt{21 \times 8 \times 7 \times 6} = \sqrt{2^2 \times 6^2 \times 7^2} = 2 \times 6 \times 7 = 84 \quad (./ 25)$ $S = \frac{1}{2}(AC)h_{AC} \Rightarrow 84 = 7 \times h_{AC} \Rightarrow h_{AC} = 12 \quad (./ 25)$ $S = \frac{1}{2}AB \cdot AC \cdot \sin \hat{A} \Rightarrow 84 = \frac{1}{2}(13)(14) \sin \hat{A} \Rightarrow \sin \hat{A} = \frac{12}{13} \quad (./ 25)$ <div style="text-align: right; margin-top: 20px;"> محاسبه مساحت مثلث: </div> <div style="display: flex; justify-content: space-between; align-items: center; margin-top: 10px;"> <div style="text-align: center;"> </div> <div style="text-align: center;"> $A = \sqrt{P(P-a)(P-b)(P-c)}$ (P: نصف محیط) </div> <div style="text-align: right;"> روش A: هرون </div> </div> <div style="display: flex; justify-content: space-between; align-items: center; margin-top: 10px;"> <div style="text-align: center;"> $S = \frac{1}{2}bc \sin A$ </div> <div style="text-align: right;"> روش B: </div> </div>	
۱	<div style="text-align: right;"> مصحح شو! </div> <div style="text-align: right; margin-top: 10px;">۱۶</div> <div style="text-align: right; margin-top: 10px;">اگر R شعاع دایره محیطی مثلث ABC باشد، به کمک قضیه سینوس ها داریم:</div> $\frac{a}{\sin \hat{A}} = \frac{b}{\sin \hat{B}} = \frac{c}{\sin \hat{C}} = 2R \quad (./ 25)$ $\frac{6}{\sin \hat{A}} = \frac{6\sqrt{3}}{\sin 120^\circ} = 2R \xrightarrow{\sin 120^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}} \frac{1}{\sin \hat{A}} = \frac{\sqrt{3}}{\frac{\sqrt{3}}{2}} = 2R$ $\Rightarrow \begin{cases} \sin \hat{A} = \frac{1}{2} \Rightarrow \hat{A} = 30^\circ \quad (./ 25) \\ 2R = 12 \Rightarrow R = 6 \quad (./ 25) \end{cases}$ <div style="text-align: right; margin-top: 20px;"> قضیه سینوس ها: </div> <div style="display: flex; justify-content: space-between; align-items: center; margin-top: 10px;"> <div style="text-align: center;"> </div> <div style="text-align: center;"> $\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C} = 2R$ </div> <div style="text-align: right;"> در مثلث ABC با اضلاع $AB = c$ و $AC = b$، $BC = a$ داریم: </div> </div> <div style="text-align: right; margin-top: 10px;"> که R شعاع دایره محیطی مثلث است. </div>	

همانطور که می بینید مثلث ADE متساوی الاضلاع است، پس: $\hat{A} = 60^\circ$



حال مساحت مثلث ABC برابر است با:

$$S_{\triangle ADE} = \frac{\sqrt{3}}{4} a^2 \Rightarrow S_{\triangle ADE} = \frac{\sqrt{3}}{4} (0.25)$$

$$S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2} \times AB \times AC \times \sin \hat{A} \quad (0.25)$$

$$S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2} \times 8 \times 6 \times \sin 60^\circ = 24 \times \frac{\sqrt{3}}{2} = 12\sqrt{3} \quad (0.25)$$

حال مساحت چهارضلعی DECB برابر است با:

$$S_{DECB} = S_{\triangle ABC} - S_{\triangle ADE} = 12\sqrt{3} - \frac{\sqrt{3}}{4} = \frac{47\sqrt{3}}{4} \quad (0.25)$$

۲۰

موفق باشید.

