

تعداد صفحات: ۲	ساعت شروع: ۱۶	رشته: ریاضی و فیزیک	سؤالات شبه آزمون نهایی درس: هندسه ۲
مدت آزمون: ۱۱۰ دقیقه	پایه: یازدهم دوره دوم متوسطه	نام و نام خانوادگی:	تاریخ آزمون: ۱۴۰۳/۰۲/۱۰
شرکت تعاونی خدمات آموزشی کارکنان سازمان سنجش آموزش کشور https://www.sanjeshserv.com		دانش آموزان روزانه، بزرگسال و داوطلبان آزاد و آموزش از راه دور سراسر کشور در نوبت اردیبهشت ماه سال ۱۴۰۳	

ردیف	سؤالات (پاسخ برگ دارد)	نمره
------	------------------------	------

۰/۷۵	<p>جاهای خالی را با عبارت‌های مناسب کامل کنید:</p> <p>(آ) دو دایره $C(O, R)$ و $C'(O', R')$ به طوری که $OO' = d$ را در نظر بگیرید، هرگاه $d < R - R'$ آنگاه دو دایره نسبت به هم هستند.</p> <p>(ب) در هر تبدیل، نقطه‌ای را که تبدیل یافته آن برخورد آن نقطه منطبق باشد، می‌نامند.</p> <p>(پ) در هر مثلث، نسبت اندازه هر ضلع به سینوس زاویه مقابل به آن، برابر با اندازه است.</p>	۱
۱	ثابت کنید در هر دایره، کمان‌های محصور به دو وتر موازی، مساوی‌اند.	۲
۱/۵	<p>دو دایره $C(O, R)$ و $C'(O', R')$ با فرض $R > R'$ متخارجند.</p> <p>ثابت کنید طول مماس مشترک خارجی دو دایره برابر است با:</p> $TT' = \sqrt{d^2 - (R - R')^2}$	۳
۱/۵	قضیه: اگر در یک چهارضلعی، مجموع اندازه‌های اضلاع روبه‌رو برابر باشند، ثابت کنید چهار ضلعی محیطی است.	۴
۱	روش رسم هشت ضلعی منتظم محاط در یک دایره را بنویسید. سپس درستی روش رسم را استدلال کنید.	۵
۱	<p>درستی یا نادرستی گزاره‌های زیر را مشخص کنید:</p> <p>(آ) یک دوزنقه محاطی را در نظر بگیرید که رأس‌های آن روی محیط یک دایره قرار دارد، ارتفاع این دوزنقه برابر با میانگین حسابی دو قاعده است.</p> <p>(ب) در حالت کلی، بازتاب جهت شکل را حفظ نمی‌کند.</p> <p>(پ) تبدیل‌های انتقال، دوران و تجانس در صفحه، می‌توانند تبدیل همانی باشند.</p> <p>(ت) مساحت مثلث متساوی‌الاضلاع به طول ضلع ۲ برابر با $\frac{\sqrt{3}}{4}$ است.</p>	۶
۱	قضیه: ثابت کنید در هر تبدیل طولی، تبدیل یافته هر زاویه، زاویه‌ای هم‌اندازه آن است.	۷
۱/۵	<p>دو نقطه A و B و خط d را در صفحه p در نظر بگیرید به طوری که AB با d موازی و متقاطع نباشد. و</p> <p>$S(A) = A'$ و $S(B) = B'$: ثابت کنید $AB = A'B'$.</p>	۸
	«ادامه سؤالات در صفحه دو»	

سازمان سنجش آموزش کشور

تعداد صفحات: ۲	ساعت شروع: ۱۶	رشته: ریاضی و فیزیک	سؤالات شبه آزمون نهایی درس: هندسه ۲
مدت آزمون: ۱۱۰ دقیقه	پایه: یازدهم دوره دوم متوسطه	نام و نام خانوادگی:	تاریخ آزمون: ۱۴۰۳/۰۲/۱۰
شرکت تعاونی خدمات آموزشی کارکنان سازمان سنجش آموزش کشور https://www.sanjeshserv.com		دانش آموزان روزانه، بزرگسال و داوطلبان آزاد و آموزش از راه دور سراسر کشور در نوبت اردیبهشت ماه سال ۱۴۰۳	

ردیف	سؤالات (پاسخ برگ دارد)	نمره
------	------------------------	------

۹	<p>(آ) چهارضلعی ABCD را به مرکز O و زاویه 120° در جهت عقربه‌های ساعت دوران دهید. و شکل حاصل را رسم کنید.</p> <p>(ب) تجانس یافته دوزنقه ABCD را نسبت به نقطه محل تلاقی قطر ها؛ و نسبت تجانس $k = -2$ رسم کنید.</p>	۱
۱۰	<p>در مسئله هرون برای پیدا کردن کوتاه‌ترین مسیر، چنانچه عبور از رودخانه ممکن نباشد، با رسم شکل؛ استدلال کنید که چگونه می‌توان کوتاه‌ترین مسیر را پیدا کرد.</p>	۱/۵
۱۱	<p>فرض کنید G محل برخورد میان‌های مثلث ABC است و $A'B'C'$ مجانس مثلث ABC در تجانس به مرکز G و نسبت $k = -\frac{1}{2}$ باشد، شکل مسئله را رسم کنید و ثابت کنید:</p> $S_{\Delta ABC} = 4S_{\Delta A'B'C'}$	۱/۵
۱۲	<p>در مثلث ABC، $(\hat{A} < 90^\circ)$ ثابت کنید.</p> $\frac{AB}{\sin C} = \frac{AC}{\sin B} = \frac{BC}{\sin A} = 2R$	۱/۵
۱۳	<p>مثلث ABC با طول اضلاع $AB = 4$، $AC = 6$ و $BC = 8$ را در نظر بگیرید:</p> <p>(آ) طول میان‌ه وارد بر ضلع AB را محاسبه کنید.</p> <p>(ب) نیمساز زاویه A ضلع مقابل را در نقطه D قطع می‌کند، طول AD را محاسبه کنید.</p>	۲/۵
۱۴	<p>در مثلث ABC، M وسط BC و MP و MQ نیمسازهای زوایای AMC و AMB هستند، ثابت کنید: $PQ \parallel BC$</p>	۱
۱۵	<p>در شکل زیر،</p> <p>(آ) طول BC را به دست آورید.</p> <p>(ب) مساحت چهارضلعی DECB را بیابید.</p>	۱/۷۵
۲۰	جمع نمره	«موفق و پیروز باشید.»

تاریخ آزمون: ۱۴۰۳/۰۲/۱۰	رشته: ریاضی و فیزیک	راهنمای تصحیح شبه آزمون نهایی درس: هندسه ۲
تعداد صفحه: ۴	پایه: یازدهم دوره دوم متوسطه	
شرکت تعاونی خدمات آموزشی کارکنان سازمان سنجش آموزش کشور https://www.sanjeshserv.com	دانش آموزان روزانه، بزرگسال، داوطلبان آزاد و آموزش از راه دور سراسر کشور در نوبت اردیبهشت ماه سال ۱۴۰۳	

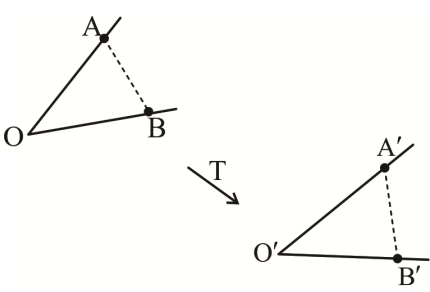
ردیف	راهنمای تصحیح	نمره
------	---------------	------

۱	(ب) نقطه ثابت (۰/۲۵)	(پ) شعاع دایره محیطی مثلث (۰/۲۵)
۲	فرض: $AB \parallel CD$ حکم: $\widehat{AC} = \widehat{BD}$	<p>از نقطه A به نقطه D وصل می کنیم.</p> <p>A_1 و D_1 زوایای محاطی هستند.</p> <p>از ۱ و ۲ نتیجه می گیریم.</p>
۱		<p>$AB \parallel CD, AD$ مورب $\Rightarrow A_1 = D_1$ (۰/۲۵) ①</p> <p>$\widehat{D_1} = \frac{\widehat{AC}}{2}, A_1 = \frac{\widehat{BD}}{2}$ (۰/۵) ②</p> <p>$\frac{\widehat{AC}}{2} = \frac{\widehat{BD}}{2} \Rightarrow \widehat{AC} = \widehat{BD}$ (۰/۲۵)</p>
۱/۵		<p>از مرکز دایره C' موازی مماس TT' رسم می کنیم تا پاره خط OT را در H قطع کند.</p> <p>چهار ضلعی $TT'O'H$ مستطیل است زیرا $T = H = T' = 90^\circ$ (۰/۲۵) در نتیجه $TH = O'T' = R'$ و $TT' = O'H$</p> <p>در مثلث قائم الزویه $\triangle OHO'$ بنابر قضیه فیثاغورس داریم:</p> <p>$OO'^2 = OH^2 + O'H^2 \xrightarrow{(۰/۲۵)} d^2 = (R - R')^2 + TT'^2 \Rightarrow TT' = \sqrt{d^2 - (R - R')^2}$ (۰/۵)</p> <p>رسم شکل (۰/۲۵)</p>
۱/۵		<p>نیمسازهای زاویای B و C را رسم می کنیم تا همدیگر را در نقطه O قطع کنند فاصله O از سه ضلع AB, BC و DC به یک اندازه است. $OH = OH' = OH''$ (۰/۲۵)</p> <p>به مرکز O و به شعاع OH دایره ای رسم می کنیم این دایره به سه ضلع AB, BC و CD مماس است. اگر دایره بر ضلع AD مماس باشد حکم تمام است. (۰/۲۵) در غیر این صورت مماس AD' را بر دایره رسم می کنیم. چهار ضلعی $ABCD'$ محیطی است. (۰/۲۵)</p> <p>(۰/۲۵) $AB + D'C = BC + AD'$ (۱)</p> <p>از طرفی $AB + DC = BC + AD$ (۲) از تفاضل (۱) و (۲) داریم. $AD' + DD' = AD$ (۰/۲۵) و این تناقض است. پس دایره بر AD مماس است. (۰/۲۵)</p>
		<p>ادامه راهنمای تصحیح در صفحه دو»</p>

کشور

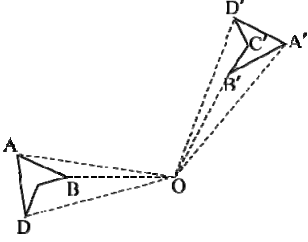
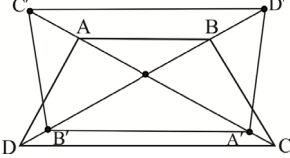
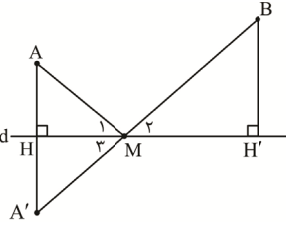
تاریخ آزمون: ۱۴۰۳/۰۲/۱۰	رشته: ریاضی و فیزیک	راهنمای تصحیح شبه آزمون نهایی درس: هندسه ۲
تعداد صفحه: ۴	پایه: یازدهم دوره دوم متوسطه	
شرکت تعاونی خدمات آموزشی کارکنان سازمان سنجش آموزش کشور https://www.sanjeshserv.com	دانش آموزان روزانه، بزرگسال، داوطلبان آزاد و آموزش از راه دور سراسر کشور در نوبت اردیبهشت ماه سال ۱۴۰۳	

ردیف	راهنمای تصحیح	نمره
------	---------------	------

۱	<p>دو قطر عمود بر هم را در یک دایره رسم می کنیم،</p> $\widehat{AB} = \widehat{BC} = \widehat{CD} = \widehat{AD}$ <p>در دایره، اگر کمان ها برابر باشند وترهای نظیر برابرند</p> $AB = BC = CD = AD \quad (۰/۲۵)$ <p>زوایای A، B، C و D زوایای محاطی روبه رو به قطر دایره هستند پس قائمه اند چهار ضلعی مربع است (۰/۲۵)</p> <p>وترهای AB، BC، CD و AD را رسم می کنیم. چون عمود منصف هر وتر، کمان متناظر با آن وتر را نصف می کند، در نتیجه داریم:</p> $\widehat{AM} = \widehat{MB} = \widehat{BN} = \dots = \widehat{PD} = \widehat{DQ} = \widehat{QA} \quad (۰/۲۵) \Rightarrow \text{هشت ضلعی AMBNCPDQA}$ <p>رسم شکل (۰/۲۵)</p>	۵
۱	<p>(آ) نادرست (۰/۲۵) (ب) درست (۰/۲۵) (پ) درست (۰/۲۵) (ت) نادرست (۰/۲۵)</p>	۶
۱	<p>فرض کنیم T تبدیل طول باشد و $O\hat{A}B$ تبدیل یافته $O\hat{A}'B'$ تحت تبدیل T باشد. چون T تبدیل طولی است داریم:</p> <div style="display: flex; align-items: center;">  <div style="margin-left: 20px;"> $\left. \begin{matrix} T(A) = A' \\ T(B) = B' \end{matrix} \right\} \Rightarrow AB = A'B' \quad (۱) \quad (۰/۲۵)$ $\left. \begin{matrix} T(O) = O' \\ T(A) = A' \end{matrix} \right\} \Rightarrow OA = O'A' \quad (۲) \quad (۰/۲۵)$ $\left. \begin{matrix} T(O) = O' \\ T(B) = B' \end{matrix} \right\} \Rightarrow OB = O'B' \quad (۳) \quad (۰/۲۵)$ </div> </div> <p>از (۱) و (۲) و (۳) نتیجه می گیریم که دو مثلث OAB و $O'A'B'$ بنابر حالت سه ضلع همبند هستند پس: $O\hat{A}B = O\hat{A}'B'$ (۰/۲۵)</p>	۷
۱/۵	<p>پاره خط AB و خط d را در نظر می گیریم، پاره خط AB را امتداد می دهیم تا d را در M قطع کند. بازتاب B را نسبت به d نقطه B' می نامیم و از B' به M وصل می کنیم.</p> <p>اکنون ثابت می کنیم که بازتاب A نسبت به d روی MB' قرار دارد. برای این منظور از A عمود AH را بر d فرود می آوریم و آن را ادامه می دهیم تا MB' را در A' قطع کند. (۰/۵)</p> <p>از آن جا که d عمود منصف BB' است، پس $MB = MB'$ (۱) در نتیجه</p> <p>مثلث MBB' متساوی الساقین است و $\hat{M}_1 = \hat{M}_2$ (۰/۲۵). دو مثلث AMH و $A'MH$ بنابر (ز ض ز) همبند هستند. $MA = MA'$ (۲) (۰/۵) از تفاضل (۱) و (۲) داریم $AB = A'B'$ (۰/۲۵)</p>	۸
«ادامه راهنمای تصحیح در صفحه سه»		

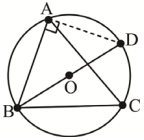
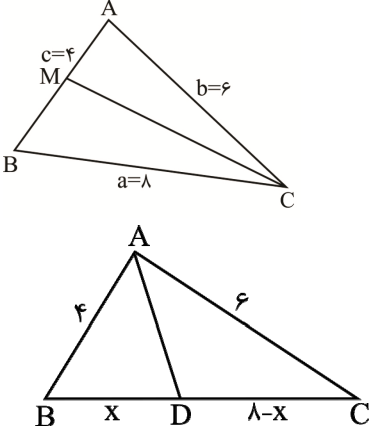
تاریخ آزمون: ۱۴۰۳/۰۲/۱۰	رشته: ریاضی و فیزیک	راهنمای تصحیح شبه آزمون نهایی درس: هندسه ۲
تعداد صفحه: ۴	پایه: یازدهم دوره دوم متوسطه	
شرکت تعاونی خدمات آموزشی کارکنان سازمان سنجش آموزش کشور https://www.sanjeshserv.com	دانش آموزان روزانه، بزرگسال، داوطلبان آزاد و آموزش از راه دور سراسر کشور در نوبت اردیبهشت ماه سال ۱۴۰۳	

ردیف	راهنمای تصحیح	نمره
------	---------------	------

۹	<p>(آ) رسم شکل (۰/۵)</p>  <p>(ب) رسم شکل (۰/۵)</p> 	۱
۱۰	<p>در حل مسأله هرون برای کوتاه ترین مسیر ممکن از A به خط d و سپس نقطه B، بازتاب A را نسبت به d، A' می نامیم. چون دو مثلث AHM و A'HM (بنابر ض ض ض) همبسته هستند. پس $\hat{M}_1 = \hat{M}_2$ از طرفی $\hat{M}_2 = \hat{M}_3$ پس $\hat{M}_1 = \hat{M}_3$ (۰/۲۵).</p> <p>عمود BH' را بر d فرود می آوریم، دو مثلث MAH و MBH' بنابر حالت دو زاویه متشابه اند. (۰/۲۵) بنابر این داریم:</p> $\frac{AH}{BH'} = \frac{HM}{MH'} \quad (۰/۲۵)$ <p>یعنی برای یافتن نقطه M کافی است پاره خط HH' را به نسبت $\frac{AH}{BH'}$ تقسیم کنیم. (۰/۲۵)</p> 	۱/۵
۱۱	<p>اگر G محل برخورد میانه های مثلث باشد، داریم:</p> $AG = 2GA' \quad (۰/۲۵)$ <p>بنابراین مجانس نقطه A نسبت به مرکز G و نسبت $k = -\frac{1}{2}$ روی A' یعنی وسط ضلع BC منطبق می شود و به همین صورت مجانس نقاط B و C نسبت به G و نسبت $k = -\frac{1}{2}$ به ترتیب وسط اضلاع AC و AB هستند. (۰/۵)</p> <p>در نتیجه بنا بر قضیه تالس $B'C' = \frac{1}{3}BC$ و به همین صورت $A'B' \parallel AB$ و $A'B' = \frac{1}{3}AB$ و $A'C' \parallel AC$ و $A'C' = \frac{1}{3}AC$ (۰/۵).</p> <p>اکنون ملاحظه می کنیم که بنابر تناسب سه ضلع، $\triangle ABC \sim \triangle A'B'C'$ و چون نسبت تشابه برابر با $(-\frac{1}{3})$ است، پس:</p> $S_{\triangle ABC} = 9 S_{\triangle A'B'C'} \quad (۰/۲۵)$	۱/۵
«ادامه راهنمای تصحیح در صفحه چهار»		

تاریخ آزمون: ۱۴۰۳/۰۲/۱۰	رشته: ریاضی و فیزیک	راهنمای تصحیح شبه آزمون نهایی درس: هندسه ۲
تعداد صفحه: ۴	پایه: یازدهم دوره دوم متوسطه	
شرکت تعاونی خدمات آموزشی کارکنان سازمان سنجش آموزش کشور https://www.sanjeshserv.com	دانش آموزان روزانه، بزرگسال، داوطلبان آزاد و آموزش از راه دور سراسر کشور در نوبت اردیبهشت ماه سال ۱۴۰۳	

ردیف	راهنمای تصحیح	نمره
------	---------------	------

۱/۵	 <p>دایره محیطی مثلث را رسم می کنیم. و از نقطه B به مرکز دایره وصل می کنیم ادامه می دهیم تا دایره را در D قطع کند. D را به A وصل می کنیم. (۰/۲۵) زاویه \hat{DAB} محاطی روبه رو به قطر دایره است. $\hat{A} = 90^\circ$ (۰/۲۵) دو زاویه \hat{C} و \hat{D} محاطی روبه رو به یک کمان هستند پس مساوی اند. در مثلث قائم الزاویه BAD داریم: با همین استدلال $(۰/۲۵) \frac{BC}{\sin A} = \frac{AC}{\sin B} = 2R$</p> <p>$\hat{D} = \hat{C} \Rightarrow \sin \hat{D} = \sin \hat{C}$ (۰/۲۵) $\sin D = \frac{AB}{BD} \Rightarrow 2R \cdot BD = \frac{AB}{\sin D} = \frac{AB}{\sin C}$ (۰/۵)</p>	۱۲
۱ ۱/۵	 <p>(آ) بنابر قضیه میانه ها داریم: $a^2 + b^2 = 2CM^2 + \frac{c^2}{2}$ (۰/۲۵) $64 + 36 = 2CM^2 + \frac{16}{2} \Rightarrow CM = \sqrt{46}$ (۰/۷۵) (ب) بنابر قضیه نیمسازها در مثلث داریم: $\frac{AB}{AC} = \frac{BD}{DC} \Rightarrow \frac{4}{6} = \frac{x}{8-x}$ $\Rightarrow 32 - 4x = 6x \Rightarrow x = \frac{16}{5}$ (۰/۷۵) $AD^2 = AB \times AC - BD \times DC = 4 \times 6 - \frac{16}{5} \times \frac{24}{5} = \frac{216}{25} \Rightarrow AD = \frac{6\sqrt{6}}{5}$ (۰/۷۵)</p>	۱۳
۱	<p>MQ نیمساز زاویه AMB و MP نیمساز زاویه AMC است، بنابر قضیه نیمسازها دو مثلث داریم:</p> <p>$\left. \begin{array}{l} \frac{AM}{MB} = \frac{AQ}{QB} \\ \frac{AM}{MC} = \frac{AP}{PC} \end{array} \right\} (۰/۵) \xrightarrow{MB=MC} \frac{AQ}{QB} = \frac{AP}{PC} \xrightarrow{\text{عکس تالس}} PQ \parallel BC (۰/۵)$</p>	۱۴
۱/۷۵	<p>$AD = AE = DE = 1 \Rightarrow \hat{A} = 60^\circ$ (۰/۲۵) $BC^2 = AB^2 + AC^2 - 2AB \times AC \times \cos 60^\circ$ (۰/۲۵) $\Rightarrow BC^2 = 64 + 36 - 2 \times 8 \times 6 \times \frac{1}{2} = 52 \Rightarrow BC = 2\sqrt{13}$ (۰/۵) $S_{DECB} = S_{\Delta ABC} - S_{\Delta ADE} = \frac{1}{2} AB \times AC \times \sin 60^\circ - \frac{\sqrt{3}}{4} (1)^2 = \frac{1}{2} \times 8 \times 6 \times \frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{\sqrt{3}}{4}$ (۰/۵) $\Rightarrow S_{DECB} = \frac{\sqrt{3}}{4} (48 - 1) = \frac{47\sqrt{3}}{4}$ (۰/۲۵)</p>	۱۵
۲۰	جمع نمره	«موفق و پیروز باشید.»