



پاسخ سؤال ۱: (هر مورد ۲۵/۰ نمره)

$$1+2+3+\dots+40 = \frac{40 \times 41}{2} = 20 \times 41 = 820$$

الف) درست، با استفاده از فرمول $1+2+3+\dots+n = \frac{n(n+1)}{2}$ داریم:

$$\Delta = 81 - 4(-1)(-3) = 81 - 12 > 0$$

ب) درست، علامت ریشه‌های معادله $y = 0$ یعنی $-x^2 + 9x - 3 = 0$ را بررسی می‌کنیم.

$$S = -\frac{b}{a} = -\frac{9}{-1} = 9 > 0, P = \frac{c}{a} = \frac{-3}{-1} = 3 > 0$$

معادله دو جواب مثبت دارد.

$$|x| - |y| = 3 \xrightarrow{x=4} 4 - |y| = 3 \Rightarrow |y| = 1 \Rightarrow y = \pm 1$$

ج) نادرست، برای $x = 4$ داریم:

برای $x = 4$ ، دو مقدار برای y وجود دارد، پس این رابطه، تابع نیست.

$$f(x) = 2x^3 - 4x \xrightarrow{y=0} 2x^3 - 4x = 0 \Rightarrow 2x(x^2 - 2) = 0 \Rightarrow x = 0, x^2 - 2 = 0 \Rightarrow x^2 = 2 \Rightarrow x = \pm\sqrt{2}$$

د) نادرست، برای $y = 0$ داریم:

چون برای $y = 0$ ، سه مقدار برای x وجود دارد، پس تابع یک‌به‌یک نبوده و وارون‌پذیر نیست.

(حسابان یازدهم، صفحه‌های ۳، ۱۲، ۴۹ و ۶۲)

پاسخ سؤال ۲: (هر مورد ۲۵/۰ نمره)

الف) ۲

$$\begin{cases} A(1, 2) \\ 3x - 4y - 5 = 0 \end{cases} \Rightarrow AH = \frac{|3 \times 1 - 4 \times 2 - 5|}{\sqrt{9+16}} = \frac{|3-8-5|}{\sqrt{25}} \Rightarrow AH = \frac{10}{5} = 2$$

ب) ۶

$$y = -x^2 + 2x + 5 \Rightarrow y_{\max} = -\frac{\Delta}{4a} = -\frac{4-4(-1) \times 5}{4(-1)}$$

$$\Rightarrow y_{\max} = -\frac{4+20}{-4} = \frac{24}{4} = 6$$

ج) $\mathbb{R} - \{0, 1\}$

$$f(x) = \frac{x}{x(x-1)}, x(x-1) = 0 \Rightarrow x = 0, x = 1$$

$$\Rightarrow D_f = \mathbb{R} - \{0, 1\}$$

د) $\frac{2}{5}$

$$f(x) = \frac{x}{x^2+1} \Rightarrow f(1) = \frac{1}{2}$$

$$f \circ f(1) = f(f(1)) = f\left(\frac{1}{2}\right) = \frac{\frac{1}{2}}{\frac{1}{4}+1} = \frac{\frac{1}{2}}{\frac{5}{4}} = \frac{2}{5}$$

(حسابان یازدهم، صفحه‌های ۱۵، ۳۳، ۵۲ و ۶۹)

پاسخ سؤال ۳: (هر مورد ۵/۰ نمره)

$$a_n = 3 \times 2^{n-1} \Rightarrow a_1 = 3, q = 2$$

الف) گزینه ۳، از روی جمله عمومی دنباله هندسی داده شده داریم:

$$S_n = \frac{a_1(q^n - 1)}{q - 1} \Rightarrow \frac{3(2^n - 1)}{2 - 1} = 765 \Rightarrow 3(2^n - 1) = 765 \Rightarrow 2^n - 1 = 255 \Rightarrow 2^n = 256 \Rightarrow n = 8$$

ب) گزینه ۱، با توجه به اینکه ورودی‌های تابع f از دامنه f است، داریم:

$$f = \{(1, 7), (-2, 4), (3, -5), (2, 6)\}, g = \{(2, 1), (4, -2), (6, 3), (3, 2)\}$$

$$\text{gof}(1) = g(f(1)) = g(7) \text{ تعریف نشده}$$

$$\text{gof}(-2) = g(f(-2)) = g(4) = -2$$

$$\text{gof}(3) = g(f(3)) = g(-5) \text{ تعریف نشده}$$

$$\text{gof}(2) = g(f(2)) = g(6) = 3$$

$$\text{gof} = \{(-2, -2), (2, 3)\} \Rightarrow R_{\text{gof}} = \{-2, 3\} \Rightarrow \text{مجموع اعضا} = -2 + 3 = 1$$

(حسابان یازدهم، صفحه‌های ۶ و ۶۸)

پاسخ سؤال ۴: (۱/۵ نمره)

$$a_1 = -2, a_4 = 16$$

$$a_n = a_1 q^{n-1} \Rightarrow a_4 = a_1 q^3 \Rightarrow 16 = -2q^3 \Rightarrow q^3 = -8 \Rightarrow q = -2 \text{ (نمره ۲۵/۰)}$$

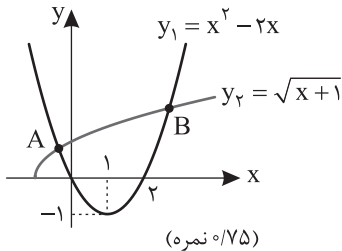
$$S_n = \frac{a_1(1-q^n)}{1-q} \Rightarrow S_5 = \frac{-2(1-(-2)^5)}{1+2} \text{ (نمره ۵/۰)} = \frac{-2(1-(-32))}{3} = \frac{-2(-31)}{3} = +62 \text{ (نمره ۵/۰)}$$

(حسابان یازدهم، صفحه ۵)



پاسخ سؤال ۵: (۱/۲۵) نمره

دو تابع $y_1 = x^2 - 2x$ و $y_2 = \sqrt{x+1}$ را در یک دستگاه مختصات رسم می‌کنیم:



$$y_1 = x^2 - 2x$$

$$\text{رأس} \left\{ \begin{array}{l} x = -\frac{b}{2a} = -\frac{-2}{2} = 1 \\ y = 1 - 2 = -1 \end{array} \right. \quad (\text{نمره } 0/25)$$

$$y = 0 \Rightarrow x^2 - 2x = 0 \Rightarrow x(x-2) = 0 \Rightarrow x = 0, x = 2$$

با توجه به نمودار، دو تابع در نقاط A و B متقاطع‌اند، پس معادله دو ریشه (۲/۲۵) حقیقی دارد. دقت کنید برای رسم تابع $y = \sqrt{x+1}$ نمودار تابع $y = \sqrt{x}$ را یک واحد به سمت چپ انتقال می‌دهیم.

(حسابان یازدهم، صفحه ۱۴)

پاسخ سؤال ۶: (۱/۲۵) نمره

معادله را به صورت زیر نوشته و طرفین آن را به توان ۲ می‌رسانیم.

$$\sqrt{x+8} - \sqrt{x+3} = 1 \Rightarrow \sqrt{x+8} = \sqrt{x+3} + 1 \xrightarrow{\text{توان } 2} x+8 = x+3+1+2\sqrt{x+3} \quad (\text{نمره } 0/5)$$

$$\Rightarrow 2\sqrt{x+3} = 4 \Rightarrow \sqrt{x+3} = 2 \xrightarrow{\text{توان } 2} x+3 = 4 \Rightarrow x = 1 \quad (\text{نمره } 0/25)$$

$x = 1$ را در معادله امتحان می‌کنیم:

$$\sqrt{9} - \sqrt{4} = 3 - 2 = 1 \quad \checkmark$$

پس $x = 1$ جواب است. (۲/۲۵) نمره

(حسابان یازدهم، صفحه ۲۲)

پاسخ سؤال ۷: (۱/۵) نمره

فرض می‌کنیم قیمت هر اسباب‌بازی قبل از تخفیف برابر x هزار تومان باشد.

$$\text{تعداد اسباب‌بازی قبل از تخفیف} = \frac{120}{x} \quad (\text{نمره } 0/25)$$

اگر فروشنده برای هر اسباب‌بازی هزار تومان تخفیف بدهد، داریم:

$$\text{تعداد اسباب‌بازی بعد از تخفیف} = \frac{120}{x-1} \quad (\text{نمره } 0/25)$$

طبق فرض سؤال، داریم:

$$\frac{120}{x-1} - \frac{120}{x} = 4 \xrightarrow{\div 4} \frac{30}{x-1} - \frac{30}{x} = 1 \xrightarrow{\times x(x-1)} 30x - 30(x-1) = x(x-1) \Rightarrow 30 = x^2 - x$$

$$\Rightarrow x^2 - x - 30 = 0 \Rightarrow (x-6)(x+5) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = 6 \quad \checkmark \quad (\text{نمره } 0/25) \\ x = -5 \quad \text{غ ق ق} \quad (\text{نمره } 0/25) \end{cases}$$

(حسابان یازدهم، صفحه ۲۲)

پاسخ سؤال ۸: (۱/۵) نمره

با توجه به ریشه‌های عبارات داخل قدر مطلق‌ها، محدوده‌های زیر را در نظر می‌گیریم:

$$y = |x-2| + |x+1|$$

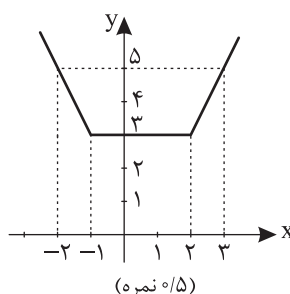
$$\begin{array}{ccc} \downarrow & & \downarrow \\ x=2 & & x=-1 \end{array}$$

$$x < -1 \Rightarrow y = -(x-2) - (x+1) = -2x+1 \quad (\text{نمره } 0/25)$$

$$-1 \leq x < 2 \Rightarrow y = -(x-2) + x+1 = 3 \quad (\text{نمره } 0/25)$$

$$x \geq 2 \Rightarrow y = x-2+x+1 = 2x-1 \quad (\text{نمره } 0/25)$$

$$y = \begin{cases} -2x+1 & x < -1 \\ 3 & -1 \leq x < 2 \\ 2x-1 & x \geq 2 \end{cases} \quad \begin{array}{l} x \quad | \quad -1 \quad -2 \\ y \quad | \quad 3 \quad 5 \end{array} \quad (\text{نمره } 0/25)$$

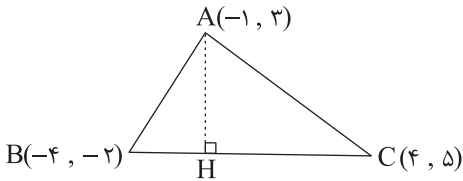


(حسابان یازدهم، صفحه ۲۴)



پاسخ سؤال ۹: (۱/۵ نمره)

شکل فرضی زیر را در نظر گرفته و معادله ضلع BC را می نویسیم:



$$m_{BC} = \frac{y_C - y_B}{x_C - x_B} = \frac{5 - (-2)}{4 - (-4)} = \frac{7}{8} \quad (\text{نمره } 0/25)$$

$$y - 5 = \frac{7}{8}(x - 4) \Rightarrow 8y - 40 = 7x - 28 \Rightarrow 7x - 8y + 12 = 0 \quad (\text{نمره } 0/25)$$

(نمره ۰/۲۵)

حال فاصله رأس A تا خط BC را محاسبه می کنیم:

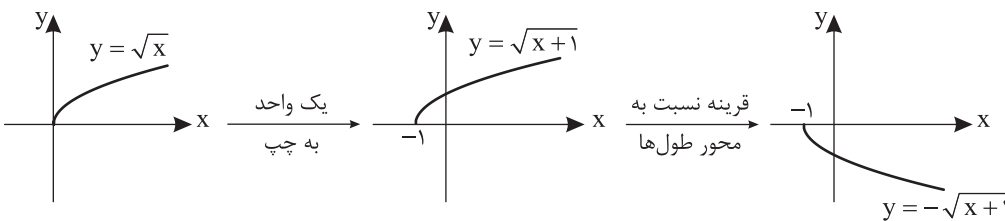
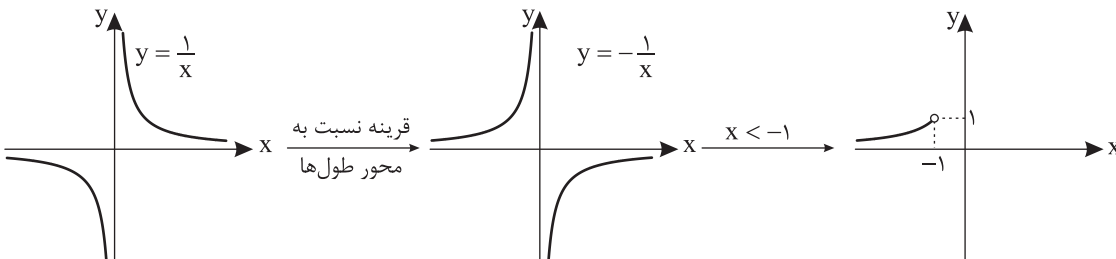
$$AH = \frac{|7(-1) - 8 \times 3 + 12|}{\sqrt{49 + 64}} = \frac{|-7 - 24 + 12|}{\sqrt{113}} = \frac{19}{\sqrt{113}} \quad (\text{نمره } 0/25)$$

(نمره ۰/۵)

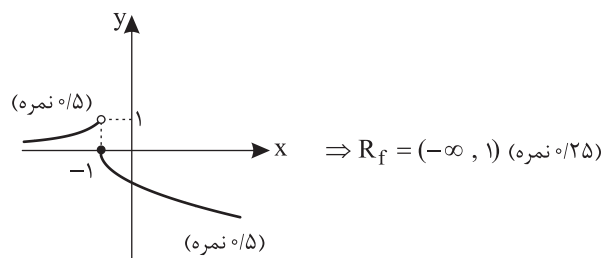
(حسابان یازدهم، صفحه ۳۵)

پاسخ سؤال ۱۰: (۱/۲۵ نمره)

ابتدا نمودار هر ضابطه را جداگانه رسم می کنیم:



اکنون نمودار تابع f را رسم می کنیم:



(حسابان یازدهم، تمرین ۴ صفحه ۵۳)



پاسخ سؤال ۱۱: (۱/۲۵) نمره

$$f(x) = \frac{\sqrt{3x+1}}{x^2+x-12}$$

عبارت زیر رادیکال، باید بزرگتر مساوی صفر باشد، پس:

$$3x+1 \geq 0 \Rightarrow x \geq -\frac{1}{3} \quad (\text{نمره } 0/25)$$

حال ریشه‌های مخرج را یافته و از محدوده فوق حذف می‌کنیم.

$$x^2+x-12=0 \Rightarrow (x+4)(x-3)=0 \Rightarrow x=-4, x=3 \quad (\text{نمره } 0/5)$$

$$D_f = [-\frac{1}{3}, +\infty) - \{3\} \quad (\text{نمره } 0/5)$$

توجه کنید که $x = -4$ در محدوده $x \geq -\frac{1}{3}$ قرار ندارد.

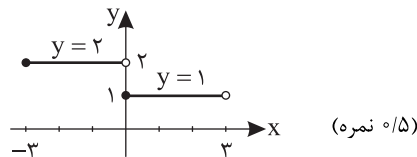
(حسابان یازدهم، صفحه ۵۲)

پاسخ سؤال ۱۲: (۱/۵) نمره

$$f(x) = 1 - \left[\frac{x}{3}\right], -3 \leq x < 3$$

$$-3 \leq x < 3 \Rightarrow -1 \leq \frac{x}{3} < 1 \Rightarrow \begin{cases} -1 \leq \frac{x}{3} < 0 \Rightarrow \left[\frac{x}{3}\right] = -1 \Rightarrow y = 1 - (-1) = 2, -3 \leq x < 0 \quad (\text{نمره } 0/5) \\ 0 \leq \frac{x}{3} < 1 \Rightarrow \left[\frac{x}{3}\right] = 0 \Rightarrow y = 1 - 0 = 1, 0 \leq x < 3 \quad (\text{نمره } 0/5) \end{cases}$$

$$f(x) = \begin{cases} 2 & -3 \leq x < 0 \\ 1 & 0 \leq x < 3 \end{cases}$$

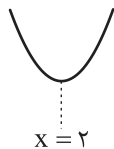


(حسابان یازدهم، صفحه ۵۲)

پاسخ سؤال ۱۳: (۱/۵) نمره

طول رأس سهمی $f(x) = x^2 - 4x - 1$ را تعیین می‌کنیم:

$$x_{\text{رأس}} = -\frac{b}{2a} = -\frac{-4}{2 \times 1} = 2 \quad (\text{نمره } 0/25) \Rightarrow$$



اگر دامنه تابع را بازه $D_f = [2, +\infty)$ (نمره ۰/۲۵) در نظر بگیریم، با تشکیل مربع کامل، ضابطه تابع وارون را می‌یابیم.

$$f(x) = x^2 - 4x + 4 - 5 \Rightarrow y = (x-2)^2 - 5 \Rightarrow (x-2)^2 = y+5 \quad (\text{نمره } 0/25)$$

$$\Rightarrow \sqrt{(x-2)^2} = \sqrt{y+5} \Rightarrow |x-2| = \sqrt{y+5} \xrightarrow{x \geq 2} x-2 = \sqrt{y+5} \quad (\text{نمره } 0/25)$$

$$\Rightarrow x = 2 + \sqrt{y+5} \Rightarrow y = f^{-1}(x) = 2 + \sqrt{x-2} \quad (\text{نمره } 0/25)$$

(حسابان یازدهم، صفحه ۶۱)

پاسخ سؤال ۱۴: (۱/۵) نمره

دامنه توابع f و g را تعیین می‌کنیم:

$$f(x) = \sqrt{x-3} \Rightarrow x-3 \geq 0 \Rightarrow x \geq 3 \Rightarrow D_f = [3, +\infty) \quad (\text{نمره } 0/25)$$

$$g(x) = x^2 + 1 \Rightarrow D_g = \mathbb{R} \quad (\text{نمره } 0/25)$$

دامنه تابع $g \circ f$ را طبق تعریف به دست می‌آوریم:

$$D_{g \circ f} = \{x \in D_f \mid f(x) \in D_g\} = \{x \in [3, +\infty) \mid f(x) \in \mathbb{R}\} \Rightarrow D_{g \circ f} = \{x \geq 3 \mid \sqrt{x-3} \in \mathbb{R}\} \quad (\text{نمره } 0/25)$$

زمانی $\sqrt{x-3} \in \mathbb{R}$ که زیر رادیکال نامنفی باشد.

$$x-3 \geq 0 \Rightarrow x \geq 3 \Rightarrow D_{g \circ f} = \{x \geq 3 \mid x \geq 3\} = [3, +\infty) \quad (\text{نمره } 0/25)$$

$$(g \circ f)(x) = g(f(x)) = g(\sqrt{x-3}) = (\sqrt{x-3})^2 + 1 = x-3+1 = x-2 \quad (\text{نمره } 0/25)$$

(حسابان یازدهم، صفحه ۶۸)



پاسخ سؤال ۱۵: (۱/۵ نمره)

ابتدا دامنه توابع f و g را تعیین می‌کنیم:

$$f(x) = \sqrt{9-x} \Rightarrow 9-x \geq 0 \Rightarrow x \leq 9 \Rightarrow D_f = (-\infty, 9] \text{ (نمره } 0/25)$$

$$g(x) = \frac{x-2}{3-x} \Rightarrow 3-x \neq 0 \Rightarrow x \neq 3 \Rightarrow D_g = \mathbb{R} - \{3\} \text{ (نمره } 0/25)$$

حال دامنه تابع $\frac{f}{g}$ را طبق تعریف به دست می‌آوریم:

$$g(x) = 0 \Rightarrow \frac{x-2}{3-x} = 0 \Rightarrow x-2 = 0 \Rightarrow x = 2 \text{ (نمره } 0/25)$$

$$D_{\frac{f}{g}} = D_f \cap D_g - \{x \mid g(x) = 0\} = (-\infty, 9] - \{2, 3\} \text{ (نمره } 0/25)$$

(نمره ۰/۲۵)

ضابطه تابع $\frac{f}{g}$ به صورت زیر است:

$$\left(\frac{f}{g}\right)(x) = \frac{f(x)}{g(x)} = \frac{\sqrt{9-x}}{\frac{x-2}{3-x}} = \frac{(3-x)\sqrt{9-x}}{x-2} \text{ (نمره } 0/25)$$

(حسابان یازدهم، صفحه ۶۵)

| سرگروه | گروه طراحی و بازنگری (به ترتیب حروف الفبا) | ویراستاران (به ترتیب حروف الفبا) |
|---------------|---|--|
| سعید اکبرزاده | ایمان اردستانی - سعید اکبرزاده ابوالفضل فروغی - اکرم قابل رحمت | محمدحسین جمالی - پارسا رضایی ابوالفضل فروغی |

واحد فنی (به ترتیب حروف الفبا)

زهرا احدی - امیرعلی الماسی - مبینا بهرامی - مهرداد شمسی - رضیه صالحی - انسیه مرزبان