



پایه یازدهم ریاضی

آزمون های شبیه ساز امتحانات نهایی ماز



مرور سه هشتم نیم سال دوم +
پیشروی دوهشتم نیم سال دوم



دفترچه سؤال

پنجشنبه ۳ اردیبهشت ماه ۱۴۰۵

کل فصل ۳ و فصل ۴: صفحه های ۷۱ تا ۱۱۲

بودجه آزمون

ردیف	درس	تعداد صفحه	زمان پاسخگویی
۱	حسابان (۱)	۲	۱۱۰ دقیقه

برای شباهت حداکثری به امتحانات نهایی، صفحه آرایی، فونت و حتی اندازه متن در تمامی آزمون های تشریحی ماز، کاملاً یکسان با استاندارد امتحانات نهایی در نظر گرفته می شود.

سؤالات آزمون شبهه ساز نهایی درس: حسابان ۱		پایه: یازدهم	رشته: ریاضی و فیزیک	تاریخ آزمون: ۱۴۰۵/۰۲/۰۳
ردیف	سؤالات (پاسخ برگ دارد) - استفاده از ماشین حساب ساده مجاز است.	نمره	گروه آموزشی ماز	
تعداد صفحه: ۲		مدت آزمون: ۱۱۰ دقیقه	ساعت شروع:	نام و نام خانوادگی:
۱	<p>درستی یا نادرستی عبارتهای زیر را مشخص کنید.</p> <p>الف) نقطه $(\frac{1}{p}, \sqrt{5})$ روی نمودار تابع با ضابطه $y = 5^x$ قرار دارد.</p> <p>ب) اگر نمودار تابع $f(x) = 2 + \log_a x$ از نقطه $(\frac{1}{3}, -2)$ عبور کند، آن گاه مقدار a برابر $\sqrt{3}$ است.</p> <p>پ) در یک دایره به شعاع ۳ سانتی متر، اندازه کمان روبه رو به زاویه مرکزی 20° برابر $\frac{\pi}{6}$ است.</p> <p>ت) اگر θ یک زاویه دلخواه باشد، آن گاه: $\tan(\pi - \theta) = -\tan \theta$</p>	۱	نام و نام خانوادگی:	
۲	<p>در جاهای خالی عبارت مناسب قرار دهید.</p> <p>الف) در تابع $f(x) = a^x$، اگر $0 < a < 1$ باشد با افزایش مقادیر x، مقادیر تابع f می یابند.</p> <p>ب) دامنه تابع $y = \log_4(x+1)$، بازه است.</p> <p>پ) انتهای کمان روبه رو به زاویه ۶ رادیان در ربع دایره مثلثاتی قرار دارد.</p> <p>ت) مقدار $\sin(22/5^\circ)$ برابر است.</p>	۱	نام و نام خانوادگی:	
۳	<p>تابع $f(x) = (\frac{1}{p})^x - 1$ را در نظر بگیرید.</p> <p>الف) نمودار تابع را رسم کنید.</p> <p>ب) محل تقاطع نمودار این تابع با محور yها چه نقطه ای است؟</p> <p>پ) دامنه و برد این تابع را بنویسید.</p> <p>ت) وارون تابع $f(x)$ را بیابید.</p>	۱/۲۵	نام و نام خانوادگی:	
۴	معادله نمایی مقابل را حل کنید.	۰/۵	$(\frac{1}{16})^{2x-1} = 3^{21-x}$	
۵	مجموعه جواب نامعادله $25^x < (\frac{1}{2})^{2x-4}$ را مشخص کنید.	۰/۵	نام و نام خانوادگی:	
۶	جرم یک توده از باکتری ها در هر ساعت دو برابر می شود. اگر در ابتدا ۱۰ گرم از این باکتری ها موجود باشد: <p>الف) جرم توده را پس از t ساعت به صورت یک تابع نمایی بنویسید.</p> <p>ب) پس از چند ساعت، جرم توده ۳۲۰ گرم خواهد شد؟</p>	۱	نام و نام خانوادگی:	
۷	<p>در دستگاه مختصات زیر نمودار تابع با ضابطه $y = a + 2^{(x-b)}$ رسم شده است. a و b را به دست آورید.</p> 	۱	نام و نام خانوادگی:	
صفحه ۱ از ۲				

سؤالات آزمون شبهه‌ساز نهایی درس: حسابان ۱		پایه: یازدهم	رشته: ریاضی و فیزیک	تاریخ آزمون: ۱۴۰۵/۰۲/۰۳
تعداد صفحه: ۲	مدت آزمون: ۱۱۰ دقیقه	ساعت شروع:	نام و نام خانوادگی:	
آزمون شبهه‌ساز امتحان نهایی		گروه آموزشی ماز		
ردیف	سؤالات (پاسخ‌برگ دارد) - استفاده از ماشین حساب ساده مجاز است.			
۸	نمودار تابع $y = \log_7^{(x-1)} + 1$ را رسم کنید.			
۹	حاصل عبارت زیر را بیابید. $A = \log_7^{\sqrt[3]{32}} + 3 \log_7^{\frac{81}{7}} + \log_7^{\frac{1}{1000}}$			
۱۰	اگر $\log 3 = n$ و $\log 2 = m$ باشند، آن‌گاه مقدار $\log \frac{\sqrt{27}}{16}$ را بر حسب m و n به دست آورید.			
۱۱	معادله لگاریتمی مقابل را حل کرده و مجموعه جواب را مشخص کنید. $2 \log(x-7) - \log(x^2 - 2x + 5) = 3 \log 2$			
۱۲	مقدار انرژی آزاد شده از زلزله‌ای به قدرت $6/3$ ریشتر را بر حسب ارگ بیابید.			
۱۳	طول برف پاک‌کن اتومبیلی ۳۰ سانتی‌متر است. فرض کنید برف پاک‌کن زاویه 150° درجه را طی می‌کند. (الف) طول کمانی را که نوک برف پاک‌کن طی می‌کند، بیابید. (ب) مساحت پاک شده از شیشه را مشخص کنید.			
۱۴	مقدار عددی هر یک از عبارت‌های زیر را به دست آورید. الف) $A = \frac{\cos \frac{7\pi}{3} + 3 \sin \frac{17\pi}{6}}{\sin 240^\circ - \tan 135^\circ}$ ب) $B = \tan 105^\circ$			
۱۵	اگر $\tan \theta = 2$ باشد، مقدار عددی عبارت $A = \frac{2 \cos(\pi + \theta) - 3 \sin(2\pi - \theta)}{\cos(\frac{\pi}{4} + \theta) + 5 \sin(\frac{\pi}{4} - \theta)}$ را به دست آورید.			
۱۶	نمودار تابع $y = \sin x + 1$ را در بازه $[0, 2\pi]$ رسم کنید. (مراحل رسم را نشان دهید).			
۱۷	اگر $\sin \alpha = \frac{4}{5}$ و $\cos \beta = \frac{12}{13}$ ، انتهای کمان α در ربع اول و انتهای کمان β در ربع چهارم باشد، حاصل عبارت $\sin(\alpha + \beta)$ را بیابید.			
۱۸	نمودار تابع $f(x) = a \sin x + b$ از نقطه $(\frac{\pi}{4}, 2)$ عبور می‌کند و محور طول‌ها را در نقطه‌ای به طول $\frac{\pi}{6}$ قطع می‌کند. مقادیر a و b را بیابید.			
۱۹	با استفاده از روابط نسبت‌های مجموع دو زاویه نشان دهید: $\cos 2\alpha = 1 - 2 \sin^2 \alpha$			
۲۰	موفق باشید.			
	صفحه ۲ از ۲			



پایه یازدهم ریاضی

آزمون های شبیه ساز امتحانات نهایی ماز



مرور سه هشتم نیم سال دوم +
پیشروی دوهشتم نیم سال دوم



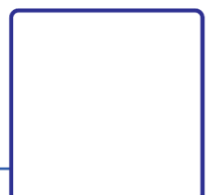
پنجشنبه ۳ اردیبهشت ماه ۱۴۰۵

پاسخبرگ حسابان (۱)

برای شباهت حداکثری به امتحانات نهایی، صفحه آرایی، فونت و حتی اندازه متن در تمامی آزمون های تشریحی ماز، کاملاً یکسان با استاندارد امتحانات نهایی در نظر گرفته می شود.

ساعت شروع:	رشته: ریاضی و فیزیک	تعداد صفحه: ۵	آزمون شبهه ساز نهایی درس: حسابان ۱
تاریخ آزمون: ۱۴۰۵/۰۲/۰۳	مدت آزمون: ۱۱۰ دقیقه	پایه یازدهم	نام و نام خانوادگی:
گروه آموزشی ماز		آزمون شبهه ساز امتحان نهایی	

ردیف	پاسخ برگ	نمره
۱	الف) (ب) (پ) (ت)	۱
۲	الف) (ب) (پ) (ت)	۱
۳	الف) ب) پ) ت)	۱/۲۵
۴		۰/۵



ساعت شروع:	رشته: ریاضی و فیزیک	تعداد صفحه: ۵	آزمون شبهه ساز نهایی درس: حسابان ۱
تاریخ آزمون: ۱۴۰۵/۰۲/۰۳	مدت آزمون: ۱۱۰ دقیقه	پایه یازدهم	نام و نام خانوادگی:
گروه آموزشی ماز		آزمون شبهه ساز امتحان نهایی	

ردیف	پاسخ برگ	نمره
۵		۰/۵
۶	الف) ب)	۱
۷		۱
۸		۰/۵

ساعت شروع:	رشته: ریاضی و فیزیک	تعداد صفحه: ۵	آزمون شبه‌ساز نهایی درس: حسابان ۱
تاریخ آزمون: ۱۴۰۵/۰۲/۰۳	مدت آزمون: ۱۱۰ دقیقه	پایه یازدهم	نام و نام خانوادگی:
گروه آموزشی ماز		آزمون شبه‌ساز امتحان نهایی	

ردیف	پاسخ‌برگ	نمره
۹		۱
۱۰		۰/۷۵
۱۱		۱/۲۵
۱۲		۰/۵

ساعت شروع:	رشته: ریاضی و فیزیک	تعداد صفحه: ۵	آزمون شبه‌ساز نهایی درس: حسابان ۱
تاریخ آزمون: ۱۴۰۵/۰۲/۰۳	مدت آزمون: ۱۱۰ دقیقه	پایه یازدهم	نام و نام خانوادگی:
گروه آموزشی ماز		آزمون شبه‌ساز امتحان نهایی	

ردیف	پاسخ‌برگ	نمره
۱۶		۱
۱۷		۱
۱۸		۱
۱۹		۰/۷۵
	موفق باشید.	۲۰



پایه یازدهم ریاضی

آزمون های شبیه ساز امتحانات نهایی ماز



مرور سه هشتم نیم سال دوم +
پیشروی دو هشتم نیم سال دوم



دفترچه پاسخ

پنجشنبه ۳ اردیبهشت ماه ۱۴۰۵

کل فصل ۳ و فصل ۴: صفحه های ۷۱ تا ۱۱۲

بودجه آزمون

ویراستاران

ارسلان حسنونند - نرجس تیمناک
حمیدرضا ولی پور

طراحان

محدثه شیخعلی - سیدجواد نظری

درس

حسابان (۱)

حق چاپ و تکثیر سؤالات به هر روش (الکترونیکی و ...) پس از برگزاری آزمون برای تمامی اشخاص حقیقی و حقوقی تنها با مجوز «گروه ماز» مجاز می باشد و با متخلفین برابر مقررات رفتار می شود.

زودبیسست

مصحح شو:



پاسخ دقیق سؤال این جا میاد و اسمش روشه: «مصحح شو»، می خواد شما رو به یه مصحح حرفه‌ای و دقیق تبدیل کنه که بدونین موقع ارزیابی جواب‌هاتون باید حواستون به چی باشه تا توی آزمون‌های بعدی دقیق‌تر عمل کنین. اگه جواب یه سؤال رو بشه به شکل‌های مختلف بیان کرد، اون هم، این جا بهتون گفتیم.

بررسی دقیق‌تر:



اگه پاسخ کوتاه به سؤال کافی نباشه تا ببینین چطوری باید به جواب برسین، توی این بخش با بررسی دقیق‌تر جواب، سؤال رو براتون توضیح دادیم.

نقشه نهایی:



امتحان نهایی قوانین و قواعد خاص خودش رو داره؛ شما باید بدونین تیپ‌های رایج سؤال‌های امتحان نهایی چیه و باید چطوری بهش جواب بدین. این کادر، مشاوره حرفه‌ای ماست به شما تا فوت و فن‌های امتحان نهایی رو یاد بگیرین.

۲۰ شو:



توی «۲۰ شو»، مبحث هر سؤال رو براتون مرور یا جمع‌بندی کردیم؛ «۲۰ شو» و درسنامه‌هاش دقیقاً فاصله بین نمره خوب و نمره ۲۰ رو براتون پر می‌کنه.

نکته طلایی:



با وجود «۲۰ شو»، که کلی درسنامه مفصل داره، باز هم اگه نکته مهم و مفیدی بود، توی این کادر براتون آوردیم.

تیم اجرایی و تولید آزمون

محدثه عربگری

زهرة صفری

محدثه شیخ‌علی

یگانه پورابراهیم

مرضیه بنیانی

ساره محمدعلی‌نسب

سرپرست آزمون: ارمغان قریب

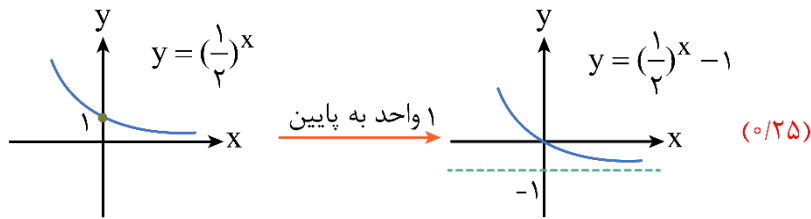
یک تیم با بیش از ۵۰۰ نفر در حال کار هستن تا آزمون‌های ما با حداکثر کیفیت حاضر بشن و به شما کمک کنن و مسیر موفقیت رو براتون ساده‌تر کنن. همیشه از نظرات و کامنت‌های خوب‌تون انرژی می‌گیریم. مرسی که همراهمون هستین.

دکتر رسول خنجری

راهنمای تصحیح آزمون نهایی درس: حسابان ۱		رشته: ریاضی و فیزیک
دوره دوم متوسطه - یازدهم		تاریخ آزمون: ۱۴۰۵/۰۲/۰۳
آزمون شبهه ساز امتحان نهایی		ساعت شروع:
گروه آموزشی ماز		مدت زمان: ۱۱۰ دقیقه
ردیف	راهنمای تصحیح	نمره
۱	<p>مصحح شو </p> <p>الف) درست (۰/۲۵) (صفحه ۸۵)</p> <p>ب) نادرست (۰/۲۵) (صفحه ۹۰)</p> <p>پ) نادرست (۰/۲۵) (صفحه ۹۶)</p> <p>ت) درست (۰/۲۵) (صفحه ۱۰۴)</p> <p>بررسی دقیق تر: </p> <p>سبز بودی یا قرمز؟ بهترین زمان پاسخگویی برای این سوال: ۳ دقیقه </p> <p>الف) $y = 5^x \xrightarrow{x=\frac{1}{2}} y = 5^{\frac{1}{2}} = \sqrt{5}$</p> <p>ب) نمودار تابع از نقطه $(-\frac{1}{3}, -2)$ عبور می کند، پس:</p> <p>$-2 = 2 + \log_a^{\frac{1}{3}} \Rightarrow \log_a^{\frac{1}{3}} = 4 \Rightarrow a^{\frac{1}{3}} = 3 \Rightarrow a = \sqrt[3]{3}$</p> <p>پ) $\frac{20^\circ}{180^\circ} = \frac{\theta}{\pi} \Rightarrow \theta = \frac{\pi}{9} \text{ rad} \Rightarrow l = r\theta \Rightarrow l = 3(\frac{\pi}{9}) = \frac{\pi}{3}$</p> <p>ت) $\tan(\pi - \theta) = -\tan \theta$</p>	۱
۲	<p>مصحح شو </p> <p>الف) کاهش (۰/۲۵) (صفحه ۷۷)</p> <p>ب) $(-1, \infty)$ (۰/۲۵) (صفحه ۸۱)</p> <p>پ) چهارم (۰/۲۵) (صفحه ۹۶)</p> <p>ت) $\frac{\sqrt{2}-\sqrt{2}}{2}$ (۰/۲۵) (صفحه ۱۰۹)</p> <p>بررسی دقیق تر: </p> <p>سبز بودی یا قرمز؟ بهترین زمان پاسخگویی برای این سوال: ۳ دقیقه </p> <p>ب) $x + 1 > 0 \Rightarrow x > -1$</p> <p>پ) هر رادیان حدوداً 57° است، پس ۶ رادیان کمتر از 360° و بیش تر از 270° است، پس در ربع چهارم هستیم.</p> <p>ت) با توجه به رابطه $\cos 2\alpha = 1 - 2\sin^2 \alpha$ داریم:</p> <p>$\cos 45^\circ = 1 - 2\sin^2(22/5^\circ)$</p> <p>$\Rightarrow \frac{\sqrt{2}}{2} = 1 - 2\sin^2(22/5^\circ) \Rightarrow \sin^2(22/5^\circ) = \frac{1-\frac{\sqrt{2}}{2}}{2} = \frac{2-\sqrt{2}}{4}$</p> <p>$\sin 22/5^\circ > 0 \Rightarrow \sin(22/5^\circ) = \frac{\sqrt{2-\sqrt{2}}}{2}$</p>	۲

مصّحّح شو 

(صفحه ۸۱ و ۷۵)



(الف)

ب) برای به‌دست آوردن تلاقی با محور y ها (x ها)، $x = 0$ را قرار می‌دهیم:

$$y = \left(\frac{1}{2}\right)^x - 1 \Rightarrow y = \left(\frac{1}{2}\right)^0 - 1 = 1 - 1 = 0$$

پس $(0, 0)$ نقطه تلاقی با محور y هاست. (۰/۲۵)

پ) دامنه تابع $\mathbb{R} = (-\infty, +\infty)$ (۰/۲۵)


برد تابع $(-1, +\infty)$ (۰/۲۵)


۱/۲۵

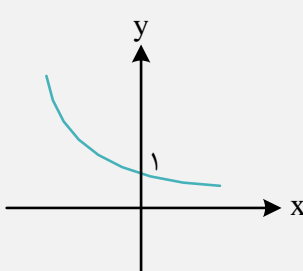
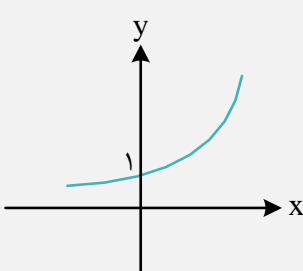
$$y = \left(\frac{1}{2}\right)^x - 1 \Rightarrow y + 1 = \left(\frac{1}{2}\right)^x = 2^{-x}$$







(ت)





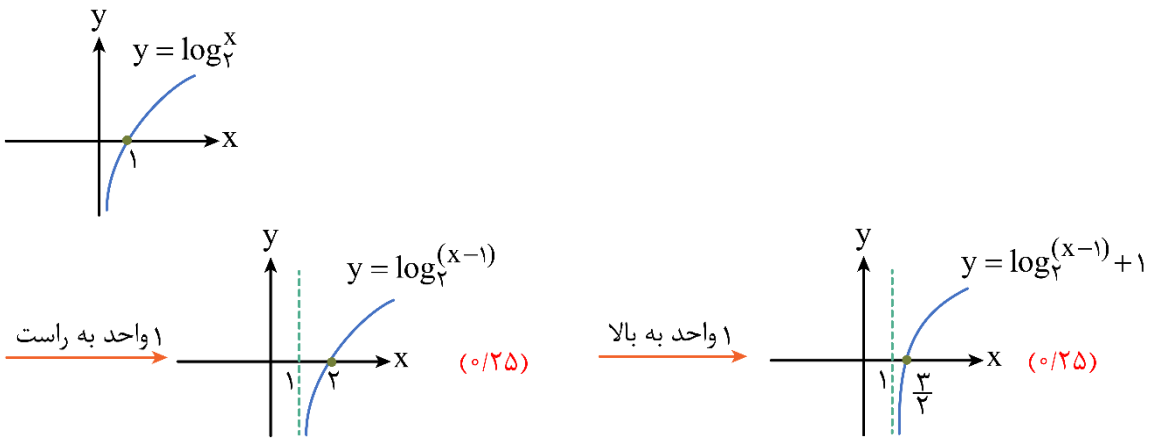



(۰/۲۵) $\log_2^{x+1} = -y \Rightarrow y = -\log_2^{x+1} = f^{-1}(x)$ از طرفین لگاریتم در مبنای ۲ می‌گیریم و جای x و y را عوض می‌کنیم

 سبز بودی یا قرمز؟ بهترین زمان پاسخگویی برای این سوال: ۴ دقیقه

نمودار توابع نمایی 

$0 < a < 1$	$a > 1$	وضعیت نمودار
		
$\mathbb{R} = (-\infty, +\infty)$	$\mathbb{R} = (-\infty, +\infty)$	دامنه
$(0, +\infty)$	$(0, +\infty)$	برد

<p>۰/۵</p>	<p style="text-align: right;">مصّحح شو </p> <p style="text-align: right;">(صفحه ۷۸)</p> <p style="text-align: right;">ابتدا پایه‌ها رو یکی می‌کنیم:</p> $\left. \begin{aligned} \left(\frac{1}{16}\right)^{2x-1} &= (2^{-4})^{2x-1} = 2^{-8x+4} \\ (32)^{1-x} &= (2^5)^{1-x} = 2^{5-5x} \end{aligned} \right\} \Rightarrow 2^{-8x+4} = 2^{5-5x} \quad (۰/۲۵)$ $\Rightarrow -8x + 4 = 5 - 5x \Rightarrow -1 = 3x \Rightarrow x = -\frac{1}{3} \quad (۰/۲۵)$ <p style="text-align: right;">سبز بودی یا قرمز؟ بهترین زمان پاسخگویی برای این سوال: ۴ دقیقه </p> <p style="text-align: right;">معادلات نمایی </p> <p>به معادله‌ای که در اون متغیر (مجهول) توی توان باشه، معادله نمایی می‌گیم.</p> <p>تیپ ۱ معادله نمایی: معادلاتی که بعد از ساده‌سازی توسط قوانین توان‌ها، به فرم $a^{f(x)} = a^{g(x)}$ تبدیل می‌شوند و یا به عبارتی سعی کرده‌ایم که در دو طرف تساوی، پایه‌ها را یکسان کنیم.</p> <p>برای حل این نوع از معادله‌ها، بعد از این‌که پایه‌های دو طرف تساوی رو یکی کردیم، پایه‌ها رو از دو طرف حذف می‌کنیم و توان‌ها رو باهم برابر قرار می‌دیم، یعنی:</p> $a^{f(x)} = a^{g(x)} \Leftrightarrow f(x) = g(x)$ <p>تیپ ۲ معادله نمایی: در برخی از معادلات نمایی لازم است برای حل معادله از تغییر متغیر $t = a^x$ استفاده کنیم و پس از محاسبه مقدار t، با حل معادله $t = a^x$ مقدار x را به دست آوریم.</p> <p>تیپ ۳ معادله نمایی: توی حل بعضی از معادلات می‌توانیم با استفاده از روش هندسی و رسم نمودار، مسئله رو به جواب برسونیم به خصوص وقتی که از ما تعداد جواب‌ها رو بخوان. حالا رخ کار رو ببین...</p>	<p>۴</p>
<p>۰/۵</p>	<p style="text-align: right;">مصّحح شو </p> <p style="text-align: right;">(صفحه ۷۸)</p> <p style="text-align: right;">پایه‌ها را رو یکی می‌کنیم:</p> $\left(\frac{1}{2}\right)^{2x-4} = \left(\frac{1}{5}\right)^{2x-4} = (5^{-1})^{2x-4} = 5^{4-2x}$ $25^x = (5^2)^x = 5^{2x} \quad (۰/۲۵)$ <p>بنابراین نامعادله $5^{4-2x} < 5^{2x}$ را باید حل کنیم که چون نمودار تابع 5^x با افزایش مقادیر x افزایش می‌یابد، پس:</p> $4 - 2x < 2x \Rightarrow 4 < 4x \Rightarrow 1 < x$ <p>و در نتیجه مجموعه جواب همیشه: $(1, +\infty)$ $(۰/۲۵)$</p> <p style="text-align: right;">سبز بودی یا قرمز؟ بهترین زمان پاسخگویی برای این سوال: ۴ دقیقه </p>	<p>۵</p>
<p>۱</p>	<p style="text-align: right;">مصّحح شو </p> <p style="text-align: right;">(صفحه ۹۰)</p> <p style="text-align: right;">(الف)</p> <p>که A جرم اولیه و k ضریب تغییر و T دوره تناوب (طول عمر یا همان بازه‌ای که k برابر می‌شوند)، پس:</p> $A(t) = A_0 \times k^{\frac{t}{T}}$ <p>جرم باقی‌مانده</p> $A(t) = 10 \times 2^t = 5 \times 2^{t+1} \quad (۰/۵)$	<p>۶</p>

	<p>(ب) جرم توده قرار است ۳۲۰ گرم شود، پس:</p> $۳۲۰ = ۵ \times ۲^{t+1} \Rightarrow ۶۴ = ۲^{t+1} \Rightarrow ۲^۶ = ۲^{t+1} \Rightarrow t = ۵ \quad (۰/۲۵)$ <p>سبز بودی یا قرمز؟ بهترین زمان پاسخگویی برای این سوال: ۴ دقیقه </p>	
۱	<p>مصّحح شو  (صفحه ۷۵)</p> <p>نمودار تابع از نقاط (۰, ۲) و (۲, ۵) عبور می‌کند، پس:</p> $\begin{cases} ۲ = a + ۲^{-b} \\ ۵ = a + ۲^{2-b} \end{cases} \Rightarrow ۳ = ۲^{2-b} - ۲^{-b} \Rightarrow ۳ = ۲^{-b}(۲^۲ - ۱) \Rightarrow ۲^{-b} = ۱ \Rightarrow b = ۰ \quad (۰/۲۵)$ <p>$b = ۰ \Rightarrow ۲ = a + ۲^۰ \Rightarrow a = ۱ \quad (۰/۲۵)$</p> <p>در نتیجه:</p> <p>سبز بودی یا قرمز؟ بهترین زمان پاسخگویی برای این سوال: ۴ دقیقه </p>	۷
۰/۵	<p>مصّحح شو  (صفحه ۸۵)</p>  <p>سبز بودی یا قرمز؟ بهترین زمان پاسخگویی برای این سوال: ۳ دقیقه </p>	۸
۱	<p>مصّحح شو  (صفحه ۸۷)</p> $\log_2 \sqrt[3]{۳۲} = \log_2 ۲^{5/3} = \frac{۵}{۳} \quad (۰/۲۵)$ $\log_{27} ۸۱ = \log_{3^4} 3^4 = \frac{۴}{۳} \quad (۰/۲۵)$ $\log_{10} ۰.۰۰۰۱ = \log_{10} ۱۰^{-۴} = -۴ \quad (۰/۲۵)$ $\Rightarrow A = \frac{۵}{۳} + ۳\left(\frac{۴}{۳}\right) - ۴ = \frac{۵}{۳} + ۴ - ۴ = \frac{۵}{۳} \quad (۰/۲۵)$ <p>سبز بودی یا قرمز؟ بهترین زمان پاسخگویی برای این سوال: ۴ دقیقه </p>	۹


ویژگی‌های لگاریتم 

ویژگی	مثال
$\log_a^1 = 0$	$\log_3^1 = 0$
$\log_a^a = 1$	$\log_3^3 = 1$
$\log_a^{b^n} = n \log_a^b$	$\log_3^{25} = \log_3^{5^2} = 2 \log_3^5 = 2$
$\log_a^{b^m} = \frac{m}{n} \log_a^b$	$\log_{\sqrt{3}}^{(\cdot/\cdot)} = \log_{\frac{1}{\sqrt{3}}}^{(\cdot/\cdot)} = -4 \log_3^1 = -4$
$\log_a^{bc} = \log_a^b + \log_a^c$	$\log_{\sqrt{3}}^4 + \log_{\sqrt{3}}^{16} = \log_{\sqrt{3}}^{64} = \log_{\frac{1}{\sqrt{3}}}^{2^6} = 12$
$\log_a\left(\frac{b}{c}\right) = \log_a^b - \log_a^c$	$\log_3^{5^2} - \log_3^{1^2} = \log_3^{5^2} = \log_3^5 = 2$
$\log_a^b = \frac{\log_c^b}{\log_c^a}$ (تغییر مبنا)	$\log_3^2 = \frac{\log_4^2}{\log_4^3}$ (تغییر مبنا به ۱۰)
$c^{\log_a^b} = b^{\log_a^c}$	$(1) \log_3^{\sqrt{3}} = (\sqrt{3})^{\log_3^1} = (\sqrt{3})^1 = \sqrt{3}$
$\log_a^b \times \log_b^c \times \dots \times \log_n^m = \log_a^m$	$\log_3^2 \times \log_{\sqrt{3}}^3 \times \log_{\frac{1}{3}}^2 = \log_3^2 \times 2 \log_3^3 \times (-\log_3^2) = -2 \log_3^2 = -2$
$\log_a^b = \frac{1}{\log_b^a}$	$\log_3^2 = \frac{1}{\log_2^3}$

مصحح شو 
(صفحه ۸۷)

۰/۷۵

$$\begin{aligned} \log \frac{\sqrt{27}}{16} &= \log \sqrt{27} - \log 16 \quad (0/25) \\ &= \log 3^{\frac{3}{2}} - \log 2^4 = \frac{3}{2} \log 3 - 4 \log 2 \quad (0/25) \\ \Rightarrow \log \frac{\sqrt{27}}{16} &= \frac{3n}{2} - 4m \quad (0/25) \end{aligned}$$

سبز بودی یا قرمز؟ بهترین زمان پاسخگویی برای این سوال: ۴ دقیقه 

۱۰

مصحح شو 
 (صفحه ۸۸)

$$2 \log(x-7) - \log(x^2 - 2x + 5) = 3 \log 2$$

$$\Rightarrow \log(x-7)^2 - \log(x^2 - 2x + 5) = \log 2^3$$

$$\Rightarrow \log\left(\frac{x^2 - 14x + 49}{x^2 - 2x + 5}\right) = \log 8 \Rightarrow \frac{x^2 - 14x + 49}{x^2 - 2x + 5} = 8$$


(۰/۲۵)

$$\Rightarrow x^2 - 14x + 49 = 8x^2 - 16x + 40 \Rightarrow 7x^2 - 2x - 9 = 0 \quad (۰/۲۵)$$

$$\frac{a+c=b}{x} \rightarrow x = -1, x = \frac{9}{7}$$

(۰/۲۵) (۰/۲۵)

که چون در معادله، عبارت $\log(x-7)$ را داریم، باید $x > 7$ باشد و بنابراین هر دو جواب غیرقابل قبول هستند. (۰/۲۵)

 سبز بودی یا قرمز؟ بهترین زمان پاسخگویی برای این سوال: ۵ دقیقه

 راهنمای مصحح 

برای استدلال غرق بودن جواب‌ها ۰/۲۵ لحاظ شود.

 معادلات لگاریتمی 

منظور از حل معادله لگاریتمی، پیدا کردن مقدار (مقادیری) برای مجهول معادله است که در معادله اصلی صدق کند. برای این کار:

۱- اول با استفاده از ویژگی‌های لگاریتم، معادله داده شده رو تا حد امکان ساده می‌کنیم.

۲- بعدش معادله به دست آمده رو حل می‌کنیم و جواب (جواب‌های) معادله رو پیدا می‌کنیم.

۳- آخرش جواب (جواب‌های) به دست آمده رو در معادله اصلی قرار می‌دیم و اونارو آزمایش می‌کنیم، اگر جواب‌ها توی دامنه لگاریتم قرار نداشته باشن، میندازیمشون دور.

 مصحح شو 
 (صفحه ۸۹)

$$\log E = 11/8 + 1/5 M$$

که در این رابطه E انرژی آزاد شده و M واحد بزرگی زلزله است.

$$\Rightarrow \log E = 11/8 + \left(\frac{3}{2}\right)\left(\frac{6}{3}\right) = 11/8 + 9/4 = 21/8 = 2.625 \quad (۰/۲۵)$$

$$\Rightarrow E = 10^{2.625} = 10^{2.6} \times \sqrt[10]{10} \text{ ارگ} \quad (۰/۲۵)$$

 سبز بودی یا قرمز؟ بهترین زمان پاسخگویی برای این سوال: ۳ دقیقه

 مصحح شو 
 (صفحه ۹۶)

الف) ابتدا زاویه را به رادیان تبدیل می‌کنیم:

$$\frac{150^\circ}{180^\circ} = \frac{\theta}{\pi} \Rightarrow \theta = \frac{5\pi}{6} \text{ rad} \quad (۰/۲۵)$$

۱/۲۵

۱۱

۰/۵

۱۲

۱/۵

۱۳

اکنون با توجه به رابطه $l = r\theta$ داریم:

$$l = 30 \cdot \left(\frac{5\pi}{6}\right) = 25\pi \text{ سانتی‌متر} \quad \left(\frac{0}{25}\right)$$

$$\text{مساحت پیک شده} = \frac{5\pi}{2\pi} \times \underbrace{\pi \times (30)^2}_{\pi r^2} = \frac{5}{12} \times 30 \times 30 \times \pi = 375\pi \quad \left(\frac{0}{25}\right) \text{ سانتی‌متر مربع} \quad \text{(ب)}$$

سبز بودی یا قرمز؟ بهترین زمان پاسخگویی برای این سوال: ۵ دقیقه

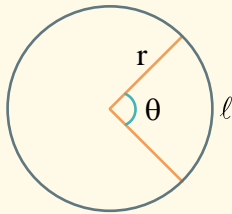
تبدیل رادیان به درجه و بالعکس

اگر D اندازه زاویه‌ای برحسب درجه و R اندازه آن برحسب رادیان باشد، آن‌گاه:

$$\frac{D}{180} = \frac{R}{\pi}$$

طول کمان

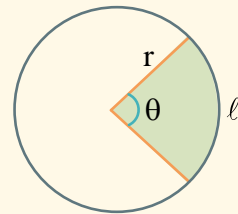
همواره بین اندازه یک زاویه مانند θ برحسب رادیان و طول کمان l روبرو به آن در یک دایره به شعاع r رابطه زیر برقرار است.



$$l = r\theta$$

مساحت قطاع

در یک دایره به شعاع r ، زاویه مرکزی θ (برحسب رادیان) قطاعی به مساحت S پدید می‌آورد:



$$\begin{cases} S = \frac{1}{2} r^2 \theta & \text{(برحسب شعاع و زاویه مرکزی)} \\ S = \frac{1}{2} r l & \text{(برحسب شعاع و طول کمان)} \end{cases}$$

مصحح شو

(صفحه ۱۰۴)

(الف)

$$\cos \frac{7\pi}{3} = \cos\left(2\pi + \frac{\pi}{3}\right) = \cos\left(\frac{\pi}{3}\right) = \frac{1}{2} \quad \left(\frac{0}{25}\right)$$

$$\sin\left(\frac{17\pi}{6}\right) = \sin\left(2\pi + \frac{5\pi}{6}\right) = \sin\left(\frac{5\pi}{6}\right) = \sin\left(\frac{\pi}{6}\right) = \frac{1}{2} \quad \left(\frac{0}{25}\right)$$

$$\sin(240^\circ) = \sin(180^\circ + 60^\circ) = -\sin(60^\circ) = -\frac{\sqrt{3}}{2} \quad \left(\frac{0}{25}\right)$$

$$\tan(135^\circ) = \tan(180^\circ - 45^\circ) = -\tan(45^\circ) = -1 \quad \left(\frac{0}{25}\right)$$

$$\Rightarrow A = \frac{\frac{1}{2} + 3\left(\frac{1}{2}\right)}{-\frac{\sqrt{3}}{2} - (-1)} = \frac{2}{-\frac{\sqrt{3}}{2} + 1} = \frac{2}{-\sqrt{3} + 2} = \frac{4}{2 - \sqrt{3}} = 4(2 + \sqrt{3}) \quad \left(\frac{0}{5}\right)$$

راهنمای مصحح:
 

اگر مخرج A ساده‌سازی و در مزدوج ضرب نشده نیز نمره تعلق می‌گیرد.

(ب) روش اول:

$$\tan(105^\circ) = \tan(90^\circ + 15^\circ) = -\cot(15^\circ) = -\frac{\cos(15^\circ)}{\sin(15^\circ)} \quad (0/25)$$

 حال با استفاده از روابط $\cos 2\alpha = 2\cos^2 \alpha - 1 = 1 - 2\sin^2 \alpha$ داریم:

$$\cos 30^\circ = 2\cos^2(15^\circ) - 1 \Rightarrow \frac{\sqrt{3} + 1}{2} = \cos^2(15^\circ) \Rightarrow \cos 15^\circ = \frac{\sqrt{2 + \sqrt{3}}}{2} \quad (0/25)$$

$$\cos 30^\circ = 1 - 2\sin^2(15^\circ) \Rightarrow \frac{1 - \sqrt{3}}{2} = \sin^2(15^\circ) \Rightarrow \sin 15^\circ = \frac{\sqrt{2 - \sqrt{3}}}{2} \quad (0/25)$$

بنابراین داریم:

$$\tan(105^\circ) = -\cot 15^\circ = -\frac{\sqrt{2 + \sqrt{3}}}{\sqrt{2 - \sqrt{3}}} = -\sqrt{(2 + \sqrt{3})^2} = -2 - \sqrt{3} \quad (0/25)$$

روش دوم:

$$\tan(105^\circ) = \tan(90^\circ + 15^\circ) = -\cot(15^\circ) = \frac{-1}{\tan(15^\circ)} \quad (0/25)$$

 از طرفی به کمک رابطه $\tan(2\alpha) = \frac{2 \tan \alpha}{1 - \tan^2 \alpha}$ داریم:

$$\tan(30^\circ) = \frac{2 \tan(15^\circ)}{1 - \tan^2(15^\circ)} \Rightarrow \frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{2 \tan(15^\circ)}{1 - \tan^2(15^\circ)} \quad (0/25)$$


 قرار دهیم $t = \tan(15^\circ)$ و داریم: $1 - t^2 = 2\sqrt{3}t$

$$\Rightarrow t^2 + 2\sqrt{3}t - 1 = 0 \Rightarrow (t + \sqrt{3})^2 = 1 + 3 \quad (0/25)$$

$$\Rightarrow t + \sqrt{3} = \pm 2 \xrightarrow{t > 0} t = 2 - \sqrt{3} \quad (0/25)$$

$$B = \tan(105^\circ) = \frac{-1}{\tan(15^\circ)} = \frac{-1}{2 - \sqrt{3}} = -(2 + \sqrt{3}) = -2 - \sqrt{3} \quad (0/25)$$

پس:

 سبز بودی یا قرمز؟ بهترین زمان پاسخگویی برای این سوال: ۷ دقیقه
 

مصطح شو (صفحه ۱۰۹)

۱/۵

$$\cos(\pi + \theta) = -\cos \theta \quad (۰/۲۵)$$

$$\sin(2\pi - \theta) = \sin(-\theta) = -\sin \theta \quad (۰/۲۵)$$

$$\cos\left(\frac{\pi}{2} + \theta\right) = -\sin \theta \quad (۰/۲۵)$$

$$\sin\left(\frac{\pi}{2} - \theta\right) = \cos \theta \quad (۰/۲۵)$$

$$A = \frac{2(-\cos \theta) - 2(-\sin \theta)}{-\sin \theta + 5 \cos \theta} = \frac{-2 \cos \theta + 2 \sin \theta}{5 \cos \theta - \sin \theta} \quad (۰/۲۵)$$

بنابراین:

حال از آن جا که $\tan \theta = 2$ ، صورت و مخرج را بر $\cos \theta$ تقسیم می کنیم:

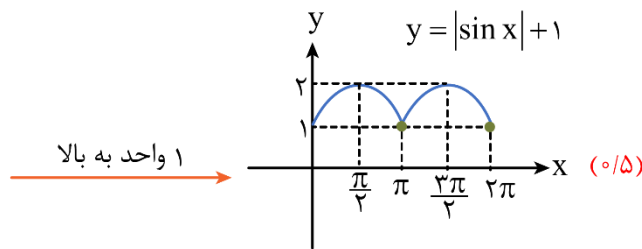
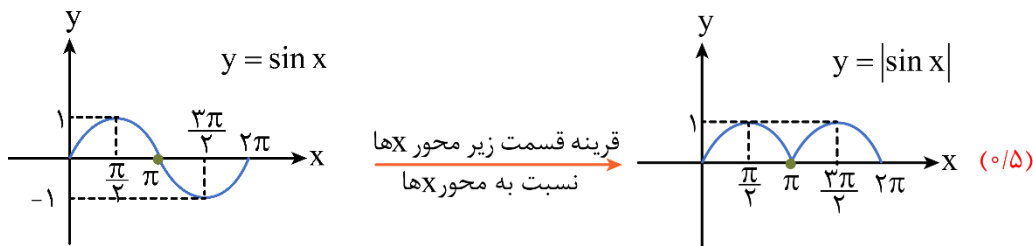
$$A = \frac{-2 + 2 \tan \theta}{5 - \tan \theta} = \frac{-2 + 2(2)}{5 - 2} = \frac{4}{3} \quad (۰/۲۵)$$

سبز بودی یا قرمز؟ بهترین زمان پاسخگویی برای این سوال: ۴ دقیقه

۱۵

مصطح شو (صفحه ۱۰۹)

۱

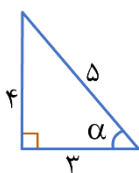


سبز بودی یا قرمز؟ بهترین زمان پاسخگویی برای این سوال: ۴ دقیقه

۱۶

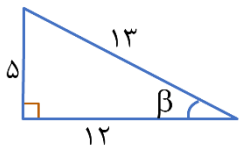
مصطح شو (صفحه ۱۱۲)

۱



α در ربع اول، پس $\sin \alpha > 0$ و $\cos \alpha > 0$.
 حال چون $\sin \alpha = \frac{4}{5}$ پس $\cos \alpha = \frac{3}{5}$ (۰/۲۵)

۱۷

	 <p>(به کمک مثلث و یا از رابطه $\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$ در ربع چهارم، پس $\sin \beta < 0$ و $\cos \beta > 0$ حال چون $\cos \beta = \frac{12}{13} \Leftrightarrow \sin \beta = -\frac{5}{13}$ (به کمک مثلث و یا از رابطه $\sin^2 \beta + \cos^2 \beta = 1$)</p> <p>بنابراین:</p> $\sin(\alpha + \beta) = \sin \alpha \cos \beta + \sin \beta \cos \alpha \quad (0/25)$ $= \left(\frac{4}{5}\right)\left(\frac{12}{13}\right) + \left(-\frac{5}{13}\right)\left(\frac{3}{5}\right) = \frac{48 - 15}{65} = \frac{33}{65} \quad (0/25)$ <p>سبز بودی یا قرمز؟ بهترین زمان پاسخگویی برای این سوال: ۴ دقیقه</p>	
۱	<p>مصطح شو (صفحه ۱۰۴)</p> <p>منحنی از نقطه $A\left(\frac{\pi}{6}, 2\right)$ عبور می کند، پس:</p> $2 = a \sin\left(\frac{\pi}{6}\right) + b \Rightarrow 2 = a + b \quad (I) \quad (0/25)$ $0 = a \sin\left(\frac{\pi}{6}\right) + b \Rightarrow \frac{a}{2} + b = 0 \Rightarrow b = -\frac{a}{2} \quad (II) \quad (0/25)$ $a - \frac{a}{2} = 2 \Rightarrow \frac{a}{2} = 2 \Rightarrow a = 4 \quad (0/25)$ $b = -\frac{a}{2} = -2 \quad (0/25)$ <p>محور Xها را در نقطه‌ای به طول $\frac{\pi}{6}$ قطع کند یعنی:</p> <p>با قرار دادن رابطه (II) در (I) داریم:</p> <p>و با توجه به (II):</p> <p>سبز بودی یا قرمز؟ بهترین زمان پاسخگویی برای این سوال: ۴ دقیقه</p>	۱۸
۰/۷۵	<p>مصطح شو (صفحه ۱۱۲)</p> $\cos(2\alpha) = \cos(\alpha + \alpha) = (\cos \alpha)(\cos \alpha) - (\sin \alpha)(\sin \alpha) \quad (0/25)$ $= \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha = (1 - \sin^2 \alpha) - \sin^2 \alpha = 1 - 2\sin^2 \alpha \quad (0/25)$ <p>سبز بودی یا قرمز؟ بهترین زمان پاسخگویی برای این سوال: ۳ دقیقه</p>	۱۹
۲۰	موفق باشید.	