



پایه یازدهم ریاضی

آزمون های شبیه ساز امتحانات نهایی ماز



تسلط بر نیم سال اول



دفترچه سؤال

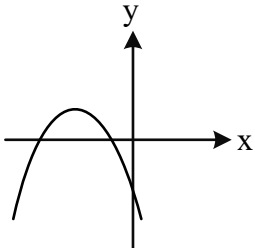
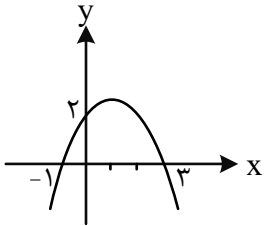
دوره زودبست دی ماه

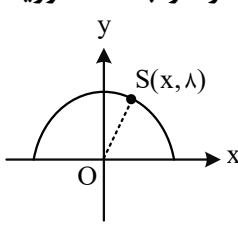
بسته جامع آمادگی نیم سال اول

بودجه آزمون: فصل های ۱ و ۲

ردیف	درس	تعداد صفحه	زمان پاسخگویی
۱	حسابان ۱	۲	۱۱۰ دقیقه

برای شباهت حداکثری به امتحانات نهایی، صفحه آرای، فونت و حتی اندازه متن در تمامی آزمون های تشریحی ماز، کاملاً یکسان با استاندارد امتحانات نهایی در نظر گرفته می شود.

ردیف	سوالات (پاسخ برگ دارد)	نمره	
<p>سوالات آزمون شبهه ساز نهایی درس: حسابان ۱</p> <p>تعداد صفحه: ۲</p> <p>مدت آزمون: ۱۱۰ دقیقه</p> <p>ساعت شروع:</p> <p>رشته: ریاضی و فیزیک</p> <p>تاریخ آزمون: دی ماه ۱۴۰۴</p> <p>نام و نام خانوادگی:</p> <p>گروه آموزشی ماز</p>			
۱	<p>درستی یا نادرستی عبارتهای زیر را مشخص کنید.</p> <p>الف) حاصل ضرب ریشه های معادله $4x^2 + 3x - 8 = 0$ مساوی $-\frac{3}{4}$ است.</p> <p>ب) اگر فاصله نقطه $A(1, 2)$ از خط $ax + 4y = 1$ برابر ۲ باشد، مقدار a برابر صفر است.</p> <p>پ) در معادله $x = y + 1$، y تابعی از x نیست.</p> <p>ت) هر تابع درجه دوم یک به یک هست.</p>	۱	
۲	<p>در جاهای خالی عبارت مناسب قرار دهید.</p> <p>الف) مجموع صد جمله اول دنباله حسابی $3, 7, 11, 15, \dots$ برابر است.</p> <p>ب) در سهمی مقابل با ضابطه $y = ax^2 + bx + c$، علامت $a \times b \times c$ است.</p> <p>پ) اگر $x \notin \mathbb{Z}$، آن گاه حاصل عبارت $[x] + [-x]$ برابر است.</p> <p>ت) اگر $f(x) = 3 + \sqrt{2x - 1}$ باشد، مقدار $(f \circ f^{-1})(5)$ برابر با است.</p>		۱
۳	<p>جمله عمومی یک دنباله به صورت $a_n = 2^{n-1}$ است. چند جمله از این دنباله را با هم جمع کنیم تا مجموع آنها برابر ۲۵۵ شود؟</p>	۱	
۴	<p>اگر $x = -1$ یک ریشه معادله $4x^2 - mx - 7 = 0$ باشد ریشه دیگر و مقدار m را با استفاده از روابط بین ضرایب و ریشه ها به دست آورید.</p>	۱	
۵	<p>ضابطه سهمی مقابل را مشخص کنید.</p>		۱
۶	<p>صفرهای تابع $f(x) = (\frac{x^2}{3} - 2)^2 - 7(\frac{x^2}{3} - 2) + 6$ را در صورت وجود به دست آورید.</p>	۱	
۷	<p>ماشین A کاری را به تنهایی ۱۵ ساعت زودتر از ماشین B انجام می دهد. اگر هر دو ماشین این کار را در ۱۸ ساعت انجام دهند، چه زمانی برای هر کدام از ماشین ها لازم است تا آن کار را به تنهایی انجام دهند؟</p>	۱	
۸	<p>معادله $\sqrt{x+3} + \sqrt{3x+1} = 4$ را حل کنید.</p>	۱	
۹	<p>نمودار تابع $f(x) = x - \frac{x}{ x }$ را رسم کنید، سپس معادله $f(x) = 1$ را هم به روش جبری حل کنید.</p>	۱	
صفحه ۱ از ۲			

سؤالات آزمون شبهه‌ساز نهایی درس: حسابان ۱		پایه: یازدهم	رشته: ریاضی و فیزیک	تاریخ آزمون: دی‌ماه ۱۴۰۴
تعداد صفحه: ۲		مدت آزمون: ۱۱۰ دقیقه	ساعت شروع:	نام و نام خانوادگی:
آزمون شبهه‌ساز امتحان نهایی			گروه آموزشی ماز	
ردیف	سؤالات (پاسخ‌برگ دارد)			
۱۰	نقطه $S(x, 8)$ روی نیم‌دایره‌ای به مرکز مبدأ و به شعاع ۱۰ در شکل زیر داده شده است. مقدار x را به دست آورید.			
۱۱	اگر نقطه $A(2, 3)$ رأس یک مربع و معادله یک ضلع مربع $3x - 4y = 9$ باشد، مساحت مربع چقدر است؟	۱		
۱۲	آیا دو تابع $f(x) = \frac{1}{x+1}$ و $g(x) = \frac{x+1}{x^2+2x+1}$ با هم برابرند؟ چرا؟	۱		
۱۳	نمودار تابع زیر را رسم کنید و دامنه و برد آن را بیابید.	$f(x) = \begin{cases} -\frac{1}{x} & ; x > 0 \\ \sqrt{x+2} & ; x \leq 0 \end{cases}$		
۱۴	نمودار تابع $f(x) = 2[x] + 1$ را در بازه $[-1, 2]$ رسم کنید.	۱		
۱۵	در تابع $f = \{(-1, 4), (b, 2), (3, 2), (a, 5), (3, a^2 - a)\}$ مقادیر a و b را طوری به دست آورید که تابع f یک‌به‌یک باشد.	۱		
۱۶	تابع $g(x) = 1 + \sqrt{x-2}$ را در نظر بگیرید. الف) ضابطه وارون تابع g را به دست آورید. ب) تابع g و وارون آن را در یک صفحه مختصات رسم کنید.	۱/۵		
۱۷	دو تابع $f = \{(4, 5), (6, 3), (7, 1)\}$ و $g = \{(3, 4), (6, 0), (4, 6)\}$ مفروض‌اند. تابع‌های $f \circ g$ و $f - g$ را به صورت زوج مرتب بنویسید.	۱		
۱۸	اگر $f(x) = \sqrt{x-4}$ و $g(x) = \frac{1}{x^2-1}$ باشد، آن‌گاه: الف) ضابطه تابع $g \circ f$ را تعیین کنید. ب) دامنه تابع $g \circ f$ را با استفاده از تعریف آن به دست آورید.	۲		
۲۰	موفق باشید.	۲۰		
	صفحه ۲ از ۲			



پایه یازدهم ریاضی

آزمون‌های شبیه‌ساز امتحانات نهایی ماز



تسلط بر نیم سال اول



پاسخبرگ حسابان ۱

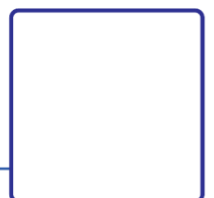
دوره زودبست دی ماه

بسته جامع آمادگی نیم سال اول

برای شباهت حداکثری به امتحانات نهایی، صفحه‌آرایی، فونت و حتی اندازه متن در تمامی آزمون‌های تشریحی ماز، کاملاً یکسان با استاندارد امتحانات نهایی در نظر گرفته می‌شود.

ساعت شروع:	رشته: ریاضی و فیزیک	تعداد صفحه: ۵	آزمون شبهه ساز نهایی درس: حسابان ۱
تاریخ آزمون: دی ماه ۱۴۰۴	مدت آزمون: ۱۱۰ دقیقه	پایه یازدهم	نام و نام خانوادگی:
گروه آموزشی ماز		آزمون شبهه ساز امتحان نهایی	

ردیف	پاسخ برگ	نمره
۱	الف) (ب) (پ) (ت)	۱
۲	الف) (ب) (پ) (ت)	۱
۳		۱
۴		۱
۵		۱



ساعت شروع:	رشته: ریاضی و فیزیک	تعداد صفحه: ۵	آزمون شبهه ساز نهایی درس: حسابان ۱
تاریخ آزمون: دی ماه ۱۴۰۴	مدت آزمون: ۱۱۰ دقیقه	پایه یازدهم	نام و نام خانوادگی:
گروه آموزشی ماز		آزمون شبهه ساز امتحان نهایی	

ردیف	پاسخ برگ	نمره
۶		۱
۷		۱
۸		۱
۹		۱

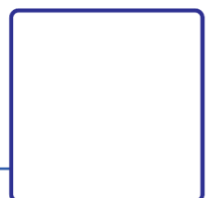


ساعت شروع:	رشته: ریاضی و فیزیک	تعداد صفحه: ۵	آزمون شبهه ساز نهایی درس: حسابان ۱
تاریخ آزمون: دی ماه ۱۴۰۴	مدت آزمون: ۱۱۰ دقیقه	پایه یازدهم	نام و نام خانوادگی:
گروه آموزشی ماز		آزمون شبهه ساز امتحان نهایی	

ردیف	پاسخ برگ	نمره
۱۰		۱
۱۱		۱
۱۲		۱
۱۳		۱/۵

ساعت شروع:	رشته: ریاضی و فیزیک	تعداد صفحه: ۵	آزمون شبهه ساز نهایی درس: حسابان ۱
تاریخ آزمون: دی ماه ۱۴۰۴	مدت آزمون: ۱۱۰ دقیقه	پایه یازدهم	نام و نام خانوادگی:
گروه آموزشی ماز		آزمون شبهه ساز امتحان نهایی	

ردیف	پاسخ برگ	نمره
۱۷		۱
۱۸	(الف) (ب)	۲
	موفق باشید.	۲۰





پایه یازدهم ریاضی

آزمون های شبیه ساز امتحانات نهایی ماز



تسلط بر نیم سال اول



دفترچه پاسخ

دوره زودبست دی ماه

بسته جامع آمادگی نیم سال اول

بودجه آزمون: فصل های ۱ و ۲

ویراستاران

ارسلان حسنونند - نرجس تیمناک
حمیدرضا ولی پور

طراحان

سیدجواد نظری - محدثه شیخعلی

درس

حسابان ۱

حق چاپ و تکثیر سؤالات به هر روش (الکترونیکی و...) پس از برگزاری آزمون برای تمامی اشخاص حقیقی و حقوقی تنها با مجوز «گروه ماز» مجاز می باشد و با متخلفین برابر مقررات رفتار می شود.

مصحح شو:



پاسخ دقیق سؤال این جا میاد و اسمش روشه: «مصحح شو»، می خواد شما رو به یه مصحح حرفه‌ای و دقیق تبدیل کنه که بدونین موقع ارزیابی جواب‌هاتون باید حواستون به چی باشه تا توی آزمون‌های بعدی دقیق‌تر عمل کنین. اگه جواب یه سؤال رو بشه به شکل‌های مختلف بیان کرد، اون هم، این جا بهتون گفتیم.

بررسی دقیق‌تر:



اگه پاسخ کوتاه به سؤال کافی نباشه تا ببینین چطوری باید به جواب برسین، توی این بخش با بررسی دقیق‌تر جواب، سؤال رو براتون توضیح دادیم.

نقشه نهایی:



امتحان نهایی قوانین و قواعد خاص خودش رو داره؛ شما باید بدونین تیپ‌های رایج سؤال‌های امتحان نهایی چیه و باید چطوری بهش جواب بدین. این کادر، مشاوره حرفه‌ای ماست به شما تا فوت و فن‌های امتحان نهایی رو یاد بگیرین.

۲۰ شو:



توی «۲۰ شو»، مبحث هر سؤال رو براتون مرور یا جمع‌بندی کردیم؛ «۲۰ شو» و درسنامه‌هاش دقیقاً فاصله بین نمره خوب و نمره ۲۰ رو براتون پر می‌کنه.

نکته طلایی:



با وجود «۲۰ شو»، که کلی درسنامه مفصل داره، باز هم اگه نکته مهم و مفیدی بود، توی این کادر براتون آوردیم.

تیم اجرایی و تولید آزمون

مرضیه بنیانی

یگانه پوراابراهیم

زهرة جعفری

فائزه زارع

محدثه شیخ‌علی

محدثه عربگری

ساره محمدعلی‌نسب

زینب مرتضوی

سرپرست آزمون: ارمغان قریب






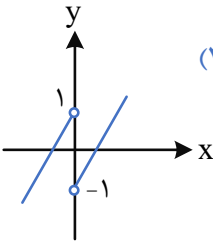




یک تیم با بیش از ۵۰۰ نفر در حال کار هستن تا آزمون‌های ما با حداکثر کیفیت حاضر بشن و به شما کمک کنن و مسیر موفقیت رو براتون ساده‌تر کنن. همیشه از نظرات و کامنت‌های خوب‌تون انرژی می‌گیریم. مرسی که همراهمون هستین.

دکتر رسول خنجری

راهنمای تصحیح آزمون نهایی درس: حسابان ۱		رشته: ریاضی و فیزیک	
دوره دوم متوسطه - یازدهم		تاریخ آزمون: دی ماه ۱۴۰۴	
مدت زمان: ۱۱۰ دقیقه		ساعت شروع:	
گروه آموزشی ماز		آزمون شبهه ساز امتحان نهایی	
ردیف	راهنمای تصحیح	نمره	
۱	<p>مصحح شو </p> <p>الف) نادرست (۰.۲۵) (صفحه ۸)</p> <p>پ) درست (۰.۲۵) (صفحه ۵۳)</p> <p>بررسی دقیق تر: </p> <p>الف) $P = \frac{c}{a} = \frac{-8}{4} = -2$</p> <p>ب) $z = \frac{ a + 4(2) - 1 }{\sqrt{4^2 + a^2}} \xrightarrow{a=0} z \neq \frac{7}{4}$</p> <p>پ) $x = y + 1 \Rightarrow y = x - 1 \Rightarrow \xrightarrow{x=2} y = \pm 1$</p> <p>بنابراین تابع نیست.</p> <p>سبز بودی یا قرمز؟ بهترین زمان پاسخگویی برای این سوال: ۳ دقیقه </p>	۱	
۲	<p>مصحح شو </p> <p>الف) ۲۰۱۰۰ (۰.۲۵) (صفحه ۳)</p> <p>پ) -۱ (۰.۲۵) (صفحه ۵۳)</p> <p>بررسی دقیق تر: </p> <p>الف) $S_{1..} = \frac{100}{2} (3 + 3 + 99(4)) = 50(402) = 20100$</p> <p>ب) با توجه به نمودار سهمی، دهانه رو به پایین، پس: $a < 0$</p> <p>طول رأس سهمی $x_s = -\frac{b}{2a}$ عددی منفی است، پس: $\frac{b}{2a} > 0 \xrightarrow{a < 0} b < 0$</p> <p>از طرفی عرض از مبدأ سهمی، عددی منفی است، لذا $c < 0$ خواهد بود در نتیجه حاصل ضرب abc عددی منفی است.</p> <p>ت) $f \circ f^{-1}(x) = x ; x \in D_{f^{-1}}$</p> <p>$\Rightarrow f \circ f^{-1}(5) = 5 ; 5 \in D_{f^{-1}} = R_f$</p> <p>دنباله حسابی </p> <p>به دنباله ای که هر جمله به غیر از جمله اول از اضافه کردن مقداری ثابت به جمله قبلی به دست می آید، دنباله حسابی می گویند.</p> <p>جمله عمومی $a_n = a_1 + (n-1)d$</p> <p>مجموع n جمله اول $S_n = \frac{n}{2} (a_1 + a_n) = \frac{n}{2} (2a_1 + (n-1)d)$</p> <p>مسیر تمرینی: </p> <p>مشابه این سوال در سوال ۴ امتحان نهایی خرداد ۱۴۰۳ مطرح شده بود.</p> <p>سبز بودی یا قرمز؟ بهترین زمان پاسخگویی برای این سوال: ۳ دقیقه </p>	۲	

<p>۱</p>	<p style="text-align: right;">مصّحح شو </p> <p>با توجه به جمله عمومی $a_n = 2^{n-1}$، دنباله هندسی است فرض کنیم مجموع k جمله اول این دنباله ۲۵۵ شده است، پس: (صفحه ۵)</p> $S_k = 255 = \frac{a_1(1-q^k)}{1-q} \quad (0.25)$ $\Rightarrow 255 = \frac{1-2^k}{1-2} \Rightarrow 2^k = 256 \Rightarrow k = 8 \quad (0.25)$ <p>بنابراین مجموع ۸ جمله اول دنباله، ۲۵۵ بوده است. (۰.۲۵)</p> <p style="text-align: center;">سبز بودی یا قرمز؟ بهترین زمان پاسخگویی برای این سوال: ۳ دقیقه </p> <p style="text-align: right;">مسیر تمرینی: </p> <p>مشابه این سوال در سوال ۳ امتحان نهایی خرداد ۱۴۰۳ مطرح شده بود.</p>	<p>۳</p>
<p>۱</p>	<p style="text-align: right;">مصّحح شو </p> <p>از آن جا که $x = -1$ یکی از ریشه‌های معادله است، پس در معادله صدق می‌کند: (صفحه ۸)</p> $\Rightarrow 4 + m - 7 = 0 \Rightarrow m = 3 \quad (0.25)$ <p>حال برای به دست آوردن ریشه دیگر، از آن جا که:</p> $\alpha\beta = \frac{c}{a} \quad (0.25) \Rightarrow (-1)\beta = \frac{-7}{4} \quad (0.25) \Rightarrow \beta = \frac{7}{4} \quad (0.25)$ <p>در نتیجه ریشه دیگر $x = \frac{7}{4}$ بوده است.</p> <p style="text-align: center;">سبز بودی یا قرمز؟ بهترین زمان پاسخگویی برای این سوال: ۳ دقیقه </p> <p style="text-align: right;">دو نکته کاربردی! </p> <p>۱. اگر α و β ریشه‌های معادله درجه دوم $ax^2 + bx + c = 0$ باشند، در این صورت:</p> $\left\{ \begin{array}{l} \text{جمع ریشه‌ها: } S = \alpha + \beta = -\frac{b}{a} \\ \text{ضرب ریشه‌ها: } P = \alpha\beta = \frac{c}{a} \end{array} \right.$ <p>۲. اگر α و β دو عدد دلخواه و $S = \alpha + \beta$ و $P = \alpha\beta$ باشند، آن‌گاه α و β جواب‌های معادله $x^2 - Sx + P = 0$ هستند.</p>	<p>۴</p>
<p>۱</p>	<p style="text-align: right;">مصّحح شو </p> <p>روش اول: با توجه به این که $x = 3$ و $x = -1$ ریشه‌های سهمی هستند، پس معادله سهمی به صورت $y = a(x+1)(x-3)$ است و چون عرض از مبدأ سهمی ۲ است، پس با قرار دادن $x = 0$: (صفحه ۱۱)</p> $(0.25) \quad 2 = a(1)(-3) \Rightarrow a = -\frac{2}{3} \quad (0.25)$ $y = -\frac{2}{3}(x+1)(x-3) = -\frac{2}{3}x^2 + \frac{4}{3}x + 2 \quad (0.25)$ <p>و معادله سهمی می‌شود:</p>	<p>۵</p>

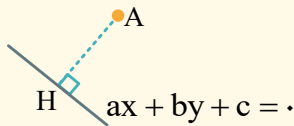
	<p>روش دوم: چون $x = -1$ و $x = 3$ ریشه‌های سهمی هستند، پس $x_S = \frac{-1+3}{2} = 1$ و در نتیجه معادله سهمی می‌شود:</p> $y = a(x-1)^2 + y_S$ <p>و با جای گذاری $x = 0$، $2 = a + y_S$ و با جای گذاری $x = -1$، $0 = 4a + y_S$ و در نتیجه:</p> $a = -\frac{2}{3}$ <p>و $y_S = \frac{8}{3}$ پس: $y = -\frac{2}{3}(x-1)^2 + \frac{8}{3}$ (۰.۲۵)</p> <p>سبز بودی یا قرمز؟ بهترین زمان پاسخگویی برای این سوال: <u>۳ دقیقه</u></p>	
۶	<p>مصّحّ شو</p> <p>برای به دست آوردن ریشه‌های این معادله، از تغییر متغیر $t = \frac{x^2}{3} - 2$ استفاده می‌کنیم: (صفحه ۱۵)</p> $f(x) = \left(\frac{x^2}{3} - 2\right)^2 - 7\left(\frac{x^2}{3} - 2\right) + 6 = 0 \Rightarrow t^2 - 7t + 6 = 0$ (۰.۲۵) $\Rightarrow (t-1)(t-6) = 0 \Rightarrow t = 1, t = 6$ (۰.۲۵) $\Rightarrow t = 1 = \frac{x^2}{3} - 2 \Rightarrow \frac{x^2}{3} = 3 \Rightarrow x^2 = 9 \Rightarrow x = \pm 3$ (۰.۲۵) $\Rightarrow t = 6 = \frac{x^2}{3} - 2 \Rightarrow \frac{x^2}{3} = 8 \Rightarrow x^2 = 24 \Rightarrow x = \pm 2\sqrt{6}$ (۰.۲۵) <p>سبز بودی یا قرمز؟ بهترین زمان پاسخگویی برای این سوال: <u>۳ دقیقه</u></p>	
۷	<p>مصّحّ شو</p> <p>فرض کنیم ماشین A کار را در t ساعت انجام دهد، پس ماشین B کار را در t+۱۵ ساعت انجام می‌دهد. هر دو ماشین با هم، هر ساعت $\frac{1}{18}$ کل کار را انجام می‌دهند، پس: (صفحه ۲۲)</p> $\frac{1}{t} + \frac{1}{t+15} = \frac{1}{18}$ (۰.۲۵) <p>میزان کار ماشین B در هر ساعت میزان کار ماشین A در هر ساعت</p> $\Rightarrow \frac{2t+15}{t(t+15)} = \frac{1}{18} \Rightarrow 36t + 270 = t^2 + 15t \Rightarrow t^2 - 21t - 270 = 0$ (۰.۲۵) $\Rightarrow (t-30)(t+9) = 0 \Rightarrow \begin{cases} t = 30 & (۰.۲۵) \\ t = -9 & \text{غ ق} \end{cases}$ <p>پس ماشین A در ۳۰ ساعت به تنهایی کل کار و ماشین B در ۳۰+۱۵=۴۵ ساعت کل کار را به تنهایی انجام می‌دهد.</p> <p>سبز بودی یا قرمز؟ بهترین زمان پاسخگویی برای این سوال: <u>۳ دقیقه</u></p>	

۱	<p style="text-align: right;">مصّحّ شو </p> $\sqrt{x+3} + \sqrt{3x+1} = 4 \xrightarrow{\text{توان } 2} x+3+3x+1+2\sqrt{(x+3)(3x+1)} = 16 \quad (0.25)$ $\Rightarrow 2\sqrt{(x+3)(3x+1)} = 12-4x \Rightarrow \sqrt{(x+3)(3x+1)} = 6-2x$ $\xrightarrow{\text{توان } 2} 3x^2+10x+3 = 36+4x^2-24x \Rightarrow x^2-34x+33 = 0 \quad (\text{صفحه } 22)$ (0.25) $\Rightarrow (x-33)(x-1) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x=1 \quad (0.25) \\ x=33 \text{ غ قق} \quad (0.25) \end{cases}$ <p>که تنها $x=1$ قابل قبول است و $x=33$ در تساوی صدق نمی‌کند (به خاطر توان ۲ رسوندن ایجاد شده)</p> <p>سبز بودی یا قرمز؟ بهترین زمان پاسخگویی برای این سوال: ۳ دقیقه </p> <p style="text-align: right;">راهنمای مصّحّ:  اشاره به غ قق بودن $x=33$ بarm دارد.</p> <p style="text-align: right;">نقشه نهایی:  چک کردن جواب‌های معادله گنگ رو هرگز یادت نره!</p>	۸
۱	<p style="text-align: right;">مصّحّ شو </p> <p>برای رسم نمودار تابع $f(x) = x - \frac{x}{ x }$ داریم: (صفحه ۲۸)</p> $y = x - \frac{x}{ x } = \begin{cases} x-1 & x > 0 \\ x+1 & x < 0 \end{cases} \Rightarrow$  <p style="text-align: center;">(۰.۵)</p> <p>با توجه به نمودار، تنها شاخه $x > 0$، خط $y=1$ را قطع می‌کند، پس ضابطه $x-1$ را با $y=1$ برخورد می‌دهیم:</p> $x-1=1 \Rightarrow x=2 \quad (0.25)$ <p>سبز بودی یا قرمز؟ بهترین زمان پاسخگویی برای این سوال: ۴ دقیقه </p>	۹
۱	<p style="text-align: right;">مصّحّ شو </p> <p>از آن جا که $S(x, 8)$ روی نیم دایره به مرکز مبدأ و شعاع ۱۰ است، پس باید فاصله مبدأ تا S برابر شعاع، یعنی ۱۰ باشد، پس: (صفحه ۳۶)</p> $OS = 10 = \sqrt{x^2 + 8^2} \Rightarrow 100 - 64 = x^2 \Rightarrow x = 6 \quad (0.5)$ <p style="text-align: center;">(۰.۵)</p> <p>سبز بودی یا قرمز؟ بهترین زمان پاسخگویی برای این سوال: ۳ دقیقه </p>	۱۰
۱	<p style="text-align: right;">مصّحّ شو </p> <p>از آن جا که رأس $A(2, 3)$ روی ضلع $3x - 4y = 9$ نیست (در معادله اش صدق نمی‌کند) (0.25) پس با به دست آوردن فاصله A از این ضلع، طول ضلع مربع به دست می‌آید: (صفحه ۳۴)</p> $3x - 4y = 9 \text{ از } A(2, 3) \text{ فاصله: } \frac{ 3(2) - 4(3) - 9 }{\sqrt{3^2 + 4^2}} = \frac{15}{5} = 3 \quad (0.5)$ <p style="text-align: center;">(۰.۵)</p>	۱۱

و بنابراین مساحت مربع همیشه: $S = (3)^2 = 9$ (۰.۲۵)

سبز بودی یا قرمز؟ بهترین زمان پاسخگویی برای این سوال: ۴ دقیقه

فاصله نقطه از خط: برای پیدا کردن فاصله نقطه $A(x_A, y_A)$ از خط $ax + by + c = 0$ ، از رابطه زیر کمک می‌گیریم:



$$AH = \frac{|ax_A + by_A + c|}{\sqrt{a^2 + b^2}}$$

راهنمای مصحح:

اشاره به این‌که چرا فاصله نقطه A از خط همیشه طول ضلع مربع (۰.۲۵) بارم دارد.

مصحح شو

برای بررسی تساوی توابع $f(x)$ و $g(x)$ ، ابتدا تساوی دامنه‌ها را بررسی می‌کنیم: (صفحه ۴۱)

$$f(x) = \frac{1}{x+1} \Rightarrow D_f = \mathbb{R} - \{-1\} \quad (۰.۲۵)$$

$$g(x) = \frac{x+1}{(x+1)^2} \Rightarrow D_g = \mathbb{R} - \{-1\} \quad (۰.۲۵)$$

پس $D_f = D_g$ ، با ساده‌سازی صورت و مخرج $g(x)$ ، f و g از نظر ضابطه‌ای هم یکی شده و با توجه به برابری دامنه‌ها، این دو تابع برابر هستند. (۰.۲۵)

$$g(x) = \frac{x+1}{(x+1)^2} = \frac{1}{x+1} = f(x)$$

سبز بودی یا قرمز؟ بهترین زمان پاسخگویی برای این سوال: ۳ دقیقه

تساوی توابع

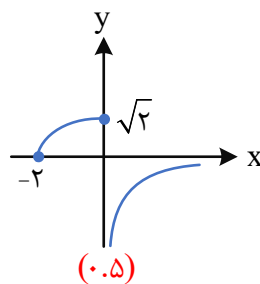
دو تابع f و g را برابر نامیم، هرگاه:

الف) دامنه f و دامنه g با هم برابر باشند.

ب) برای هر x از این دامنه یکسان داشته باشیم: $f(x) = g(x)$

مصحح شو

$$f(x) = \begin{cases} -\frac{1}{x} & x > 0 \\ \sqrt{x+2} & x \leq 0 \end{cases} \quad (صفحه ۵۳)$$



با توجه به نمودار تابع، دامنه $f(x)$ می‌شه:

$$D_f = [-2, +\infty) \quad (۰.۲۵) \quad (۰.۲۵)$$

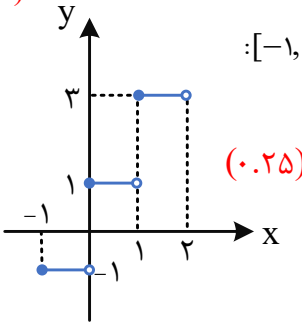
$$R_f = (-\infty, \sqrt{2}] \quad (۰.۲۵) \quad (۰.۲۵)$$

و برای برد:

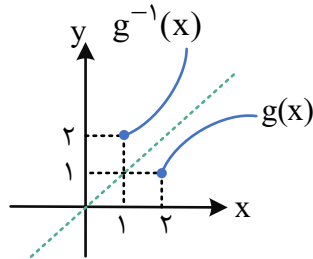
سبز بودی یا قرمز؟ بهترین زمان پاسخگویی برای این سوال: ۳ دقیقه

مسیر تمرینی:

مشابه این سوال در سوال ۸ امتحان نهایی خرداد ۱۴۰۳ مطرح شده بود.

۱	<p style="text-align: right;">مصّحّ شو </p> <p>برای رسم $y = 2[x] + 1$ با توجه به این که ضریب x یک است، بازه‌ها را به طول ۱ می‌شکنیم: (صفحه ۵۲)</p> <p>$[-1, 0): [x] = -1 \Rightarrow y = 2[x] + 1 = 2(-1) + 1 = -1$ (۰.۲۵)</p> <p>$[0, 1): [x] = 0 \Rightarrow y = 2[x] + 1 = 2(0) + 1 = 1$ (۰.۲۵)</p> <p>$[1, 2): [x] = 1 \Rightarrow y = 2[x] + 1 = 2(1) + 1 = 3$ (۰.۲۵)</p> <p style="text-align: right;">نمودار تابع $y = 2[x] + 1$ روی $[-1, 2)$:</p>  <p style="text-align: right;">(۰.۲۵)</p> <p style="text-align: right;">سبز بودی یا قرمز؟ بهترین زمان پاسخگویی برای این سوال: ۳ دقیقه </p> <p style="text-align: right;">نقشه نهایی: </p> <p>نمودار توابع براکتی به فرم $[ax + b]$ رو باید با بازه‌بندی کردن رسم کنید. (بازه‌ها به طول $\frac{1}{ x \text{ ضریب} }$)</p>	۱۴
۱	<p style="text-align: right;">مصّحّ شو </p> <p>برای آن که تابع یک‌به‌یک باشد، در صورت برابری مولفه‌های اول باید مولفه‌های دوم هم برابر باشند (شرط تابع بودن) و برای یک‌به‌یک بودن، باید به ازای مولفه دوم‌های تکراری، مولفه‌های اول یکسان باشند. (صفحه ۶۲)</p> <p>$f = \{(-1, 4), (b, 2), (3, 2), (a, 5), (3, a^2 - a)\}$</p> <p>$\begin{cases} a^2 - a = 2 \Rightarrow a^2 - a - 2 = 0 \Rightarrow a = -1, 2 \\ b = 3 \end{cases}$ (۰.۲۵) (۰.۲۵)</p> <p style="text-align: right;">با توجه به استدلال، باید:</p> <p>که $a = -1$ غقّق، زیرا اگر $a = -1$ هر دو زوج $(-1, 5)$ و $(-1, 4)$ را داریم و f تابع نیست. (۰.۲۵)</p> <p style="text-align: right;">راهنمای مصحح: </p> <p>اشاره به غقّق بودن $a = -1$ بازم دارد!</p>	۱۵
۱/۵	<p style="text-align: right;">مصّحّ شو </p> <p>الف) به دنبال یافتن وارون تابع $y = 1 + \sqrt{x - 2}$ هستیم، پس باید x را تنها کنیم، سپس جای x و y را عوض کنیم: (صفحه ۶۲)</p> <p>$y = 1 + \sqrt{x - 2} \Rightarrow \sqrt{x - 2} = y - 1 \xrightarrow{\text{توان } 2} x - 2 = y^2 - 2y + 1$ (۰.۲۵) (۰.۲۵)</p> <p>$\Rightarrow x = y^2 - 2y + 3 \Rightarrow g^{-1}(x) = x^2 - 2x + 3$ (۰.۲۵)</p>	۱۶

ب) از آن‌جا که $D_g = [2, +\infty)$ و $D_{g^{-1}} = R_g = [1, +\infty)$ ، پس: (۰.۲۵)



(۰.۵)

سبز بودی یا قرمز؟ بهترین زمان پاسخگویی برای این سوال: ۵ دقیقه

ضابطه تابع وارون

برای به دست آوردن ضابطه تابع وارون یک تابع یک‌به‌یک مانند f ، در معادله $y = f(x)$ در صورت امکان x را بر حسب y محاسبه می‌کنیم، سپس با تبدیل y به x ، $f^{-1}(x)$ را به دست می‌آوریم. ویژگی‌های تابع وارون

۱) دامنه تابع f با برد تابع f^{-1} برابر است و همچنین برد تابع f نیز با دامنه تابع f^{-1} برابر است:

$$D_f = R_{f^{-1}}, R_f = D_{f^{-1}}$$

۲) نمودار تابع f و تابع f^{-1} نسبت به نیمساز ناحیه اول و سوم ($y = x$) متقارن هستند.

مسیر تمرینی:

مشابه این سوال در سوال ۹ امتحان نهایی خرداد ۱۴۰۳ مطرح شده بود.

مصطح شو

برای به دست آوردن $f - g$ ، می‌دانیم: (صفحه ۶۹)

$$D_{f-g} = D_f \cap D_g = \{4, 6\}$$

$$\Rightarrow f - g = \{(4, -1), (6, 3)\}$$

(۰.۲۵) (۰.۲۵)

و برای به دست آوردن fog:

$$D_{fog} = \{x \in D_g \mid g(x) \in D_f\} = \{3, 4\}$$

$$\Rightarrow fog = \{(3, 5), (4, 3)\}$$

(۰.۲۵) (۰.۲۵)

سبز بودی یا قرمز؟ بهترین زمان پاسخگویی برای این سوال: ۴ دقیقه

اعمال جبری روی توابع

اگر توابع f و g به ترتیب دو تابع با دامنه‌های D_f و D_g باشند، در این صورت جمع، تفریق، ضرب، تقسیم و... این توابع را به صورت زیر تعریف می‌کنیم:

عملیات	ضابطه	دامنه
جمع	$(f + g)(x) = f(x) + g(x)$	$D_{f+g} = D_f \cap D_g$
تفریق	$(f - g)(x) = f(x) - g(x)$	$D_{f-g} = D_f \cap D_g$
ضرب	$(f \cdot g)(x) = f(x) \cdot g(x)$	$D_{f \cdot g} = D_f \cap D_g$
تقسیم	$\left(\frac{f}{g}\right)(x) = \frac{f(x)}{g(x)}; (g(x) \neq 0)$	$D_{\frac{f}{g}} = D_f \cap D_g - \{x \mid g(x) = 0\}$
توان	$(f)^r(x) = f(x) \cdot f(x)$	$D_{f^r} = D_f$
ضرب در عدد	$(kf)(x) = kf(x)$	$D_{kf} = D_f$

مصحح شو

الف) برای به دست آوردن ضابطه تابع $g \circ f$ کافیست در ضابطه $g(x)$ به جای x ، $f(x)$ را قرار دهیم: (صفحه ۶۹)

$$g \circ f(x) = g(f(x)) = \frac{1}{f^2(x) - 1} = \frac{1}{x - 4 - 1} = \frac{1}{x - 5} \quad (0.25)$$

(0.25)

ب) $D_f = [4, +\infty)$, $D_g = \mathbb{R} - \{\pm 1\}$

(0.25) (0.25)

$$D_{g \circ f} = \{x \in D_f \mid f(x) \in D_g\} \quad (0.25)$$

$$= \{x \in [4, +\infty) \mid \sqrt{x-4} \neq \pm 1\} = \{x \in [4, +\infty) \mid x \neq 5\} = [4, +\infty) - \{5\} = [4, 5) \cup (5, +\infty)$$

(0.25) (0.25) (0.25)

سبز بودی یا قرمز؟ بهترین زمان پاسخگویی برای این سوال: ۳ دقیقه

ترکیب دو تابع

$$D_{f \circ g} = \{x \in D_g \mid g(x) \in D_f\}$$

۱- برای دو تابع f و g ، داریم:

$$D_{g \circ f} = \{x \in D_f \mid f(x) \in D_g\}$$

۲- اگر f و g دو تابع باشند، $f \circ g$ عبارت است از $f(g(x))$ ، یعنی در $f(x)$ به جای x ها، تابع $g(x)$ را جایگذاری می‌کنیم. به

$$(g \circ f)(x) = g(f(x))$$

همین ترتیب:

$$(f \circ g)(x) = f(g(x))$$

۲۰

موفق باشید.

۱۸