گروه آزمایشی علوم ریاضی و فنی

آزمون ماز | پایهٔ یازدهم



پاییز ۱۴۰۵

دفترچه پاسخ

جمعه ۱ آبان‌ماه ۱۴۰۵

۲/۸ نیم‌سال اول

ویژهٔ دانش‌آموزان پایه یازدهم

- پاسخنامه سریع؛ برای بررسی فوری بعد از آزمون
- تحلیل تمام گزینه‌های هر سؤال؛ برای بررسی سؤالاتی که پاسخ نادرست داده‌اید
- نکات و درسنامه‌های آموزشی؛ برای یادگیری کامل مباحث هر سؤال
- مشاورهٔ تستی؛ برای یادگیری انواع روش‌های حل تست
- استراتژی آزمون؛ برای یادگیری مدیریت زمان و مدیریت جلسهٔ آزمون

حق چاپ و تکثیر سؤالات به هر روش (الکترونیکی و...) پس از برگزاری آزمون برای تمامی اشخاص حقیقی و حقوقی تنها با مجوز «گروه ماز» مجاز می‌باشد و با متخلفین برابر مقررات رفتار می‌شود.

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

درس	مسئول درس	طراحان	ویراستاران
ریاضیات	حسین شفیع‌زاده مهرداد کیوان رسول حاجی‌زاده	حسین شفیع‌زاده ـ مهرداد کیوان علی منصف‌شکری	ندا فرهختی ـ مائده بادان‌فیروز یزدان نیک‌قدم ـ حمیدرضا ولی‌پور ارسلان حسنوند سپهر عندلیب‌مقدم ـ علی اسدی
فیزیک	حسین عبدوی‌نژاد مروارید شاه‌حسینی	حسین عبدوی‌نژاد ـ زهره آقامحمدی مروارید شاه‌حسینی ـ حامد نبی‌منصور	داود پاشا ـ ایلیا فقیه میرزایی
شیمی	علی ترابی	علی ترابی ـ پرهام تیزپا ـ مجتبی محجوب طاها حق‌بین ـ فرهنگ امیری	آرمین عظیمی ـ معید ایری محمدرضا جمشیدی امیرحسین مخانی محمد داودآبادی فراهانی پارسا فلاح

یک تیم با بیش از ۵۰۰ نفر در حال کار هستن تا آزمون‌های ماز با حداکثر کیفیت حاضر بشن و به شما کمک کنن و مسیر موفقیت رو براتون ساده‌تر کنن. همیشه از نظرات و کامنت‌های خوب‌تون انرژی می‌گیریم. مرسی که همراهمون هستین.
راستی! حتماً در نظرسنجی آزمون شرکت کنین و نظرات و پیشنهادات‌تون رو برامون بنویسین.

SanjeshCloud

آموزش استراتژی آزمون و مدیریت جلسه کنکور

قسمت دوم

قلب؛ وقتی باک بنزینت خالی می‌شه چیکار کنی؟

سلام به رفیق هدفمند!

توی مقاله قبلی از راز ۳H گفتیم؛ یادت هست؟ هارت (Heart)، هَند (Hand)، هِد (Head).

امروز می‌خوایم بریم سراغ اولین و مهم‌ترین ضلع این ماجرا: هارت، یعنی همون قلب و انگیزه!

انگیزه چیه؟

خودمونی بگیم: «باک بنزین» تو! همون دلیلی که صبح با زنگ ساعت، به‌جای «پنج دقیقه دیگه بخوابم»، پتو رو کنار می‌زنی و می‌گی: «بلند شو که کلی کار داریم!»

انگیزه همون «چراییِ بزرگ» توئه: موفق شدن، رسیدن به رشته و دانشگاه تاپ و داشتن شغلی با جایگاه اجتماعی و درآمد عالی که از همه مهم‌تر، حالت باهاش خوب باشه و از زندگی لذت ببری.

اما رسیدن به این هدف با دو تا استوری انگیزشی یا یک‌شبه ممکن نیست؛ این مسیر استقامتیه، نه دوِ سرعت!

همراهی با ماز از همین حالا، تصمیم هوشمندانه‌ایه که مسیرت رو شفاف و میان‌بُر می‌کنه. ماز ۱۳ ساله دست بچه‌هایی مثل تو رو گرفته و تا قله همراهشون بوده؛ نقشه‌راه دست ماست، پس با خیال راحت دستت رو بسپار به ما!

واقعیت ماجرا: تو انسانی، ربات نیستی!

هیچ‌کس ۳۶۵ روز سال انگیزه‌اش صددرصد نیست! طبیعیه بعضی روزها حس کنی «پنچر شدی»، خسته‌ای، کم آوردی یا حوصلهٔ درس نداری؛ این ضعف تو نیست، مغز انسان همیشه با انگیزهٔ یکسان کار نمی‌کنه.

تفاوت آدمای موفق با بقیه چیه؟

آدمای موفق غصّه نمی‌خورن که «وای چرا امروز بی‌حوصله‌ام!»، بلکه اونا «پلن نجات از بی‌انگیزگی» دارن!

اجازه نمیدن یه بی‌حوصلگی یک‌ساعته، تبدیل بشه به یک هفته افسردگی و جا موندن از برنامه.

جعبه ابزار نجات؛ پلن تو برای وقت‌های پنچری چیه؟

وقتی حس کردی باکت خالی شده، از همون ساعت اول واکنش نشون بده؛ نذار این حال روزها کش بیاد! «منابع شارژ مجددت» رو بشناس و این جعبه‌ابزار رو دم دست داشته باش:

ریست فیزیکی و بدنی: گاهی مغزت فقط یه تغییر حال می‌خواد؛ دوش آب گرم، ۲۰ دقیقه پیاده‌روی سریع توی هوای آزاد، خوراکی دلخواه یا چند دقیقه نفس عمیق، خلوت و عبادت برای آرامش.

اتصال به دنیای واقعی: یه تماس ۵ دقیقه‌ای با رفیق یا فامیلِ دانشجوت، قشنگی مقصد رو یادت میاره؛ صحبت با یه مشاور کاربلد هم ذهنت رو مرتب می‌کنه.

تغییر محیط: پشت میز دیگه‌ای بشین، نور اتاق رو عوض کن یا یه ساعت برو کتابخونه.

حرف آخر: نذار پنچری طولانی بشه!

بی‌انگیزه شدن دستِ تو نیست و گریزناپذیره، اما توی بی‌انگیزگی موندن کاملاً انتخاب خودته!

همین امروز روی یه برگه کوچک بنویس:

«وقتی حالم بده یا انگیزه‌ام کمه، این ۳ تا کار رو انجام میدم:...»

این برگه می‌شه بیمهٔ مسیر تو.

موتور قلبت رو با اهداف بزرگ روشن نگه دار؛ ما هم توی ماز قدم‌به‌قدم کنارتیم تا این مسیرِ قشنگ رو با هم فتح کنیم!

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

پاسخنامه کلیدی

ریاضیات

۱	۱	**۲**	۳	۴
۲	۱	۲	**۳**	۴
۳	**۱**	۲	۳	۴
۴	۱	۲	**۳**	۴
۵	۱	۲	**۳**	۴
۶	۱	۲	۳	**۴**
۷	۱	**۲**	۳	۴
۸	۱	۲	۳	**۴**
۹	۱	**۲**	۳	۴
۱۰	**۱**	۲	۳	۴
۱۱	۱	۲	**۳**	۴
۱۲	۱	**۲**	۳	۴
۱۳	۱	۲	۳	**۴**
۱۴	۱	۲	**۳**	۴
۱۵	۱	۲	**۳**	۴
۱۶	۱	**۲**	۳	۴
۱۷	۱	**۲**	۳	۴
۱۸	**۱**	۲	۳	۴
۱۹	۱	۲	۳	**۴**
۲۰	**۱**	۲	۳	۴
۲۱	**۱**	۲	۳	۴
۲۲	**۱**	۲	۳	۴
۲۳	۱	۲	۳	**۴**
۲۴	۱	**۲**	۳	۴
۲۵	۱	**۲**	۳	۴
۲۶	**۱**	۲	۳	۴
۲۷	۱	۲	۳	**۴**
۲۸	۱	۲	**۳**	۴
۲۹	۱	**۲**	۳	۴
۳۰	۱	**۲**	۳	۴

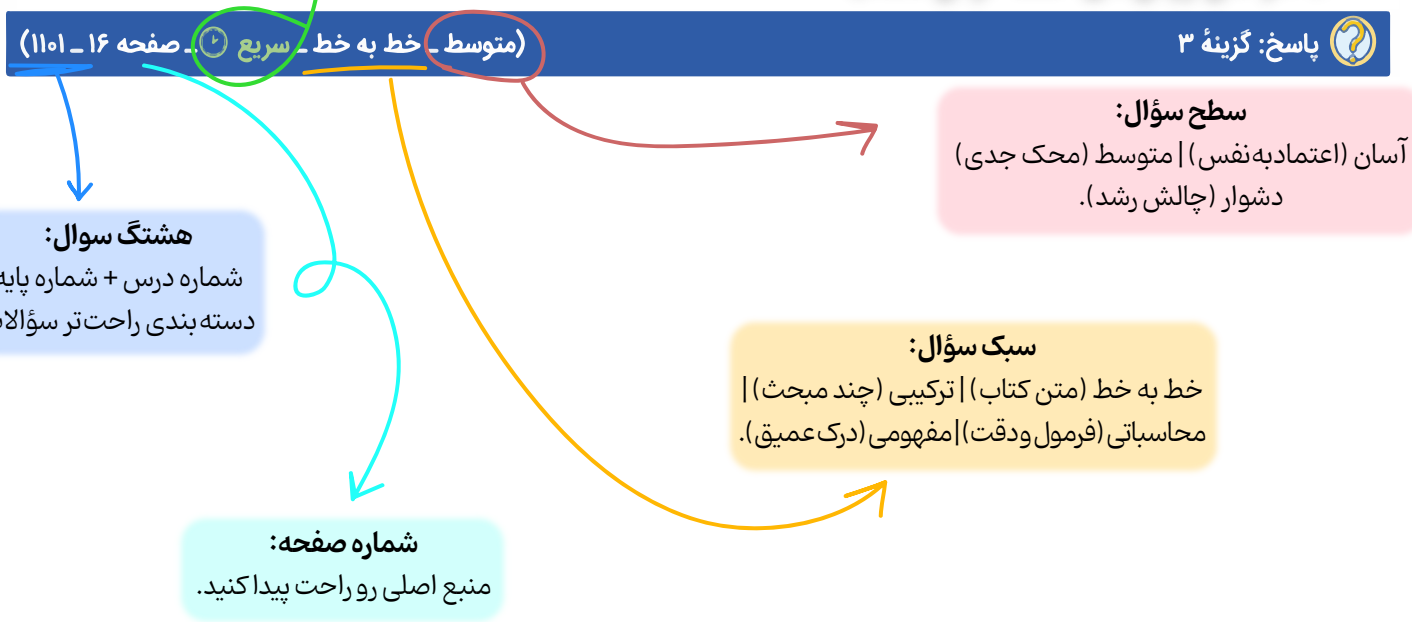
فیزیک

۳۱	۱	۲	**۳**	۴
۳۲	۱	**۲**	۳	۴
۳۳	**۱**	۲	۳	۴
۳۴	**۱**	۲	۳	۴
۳۵	۱	**۲**	۳	۴
۳۶	۱	۲	**۳**	۴
۳۷	۱	۲	**۳**	۴
۳۸	۱	**۲**	۳	۴
۳۹	۱	**۲**	۳	۴
۴۰	۱	۲	**۳**	۴
۴۱	۱	۲	**۳**	۴
۴۲	**۱**	۲	۳	۴
۴۳	۱	۲	**۳**	۴
۴۴	۱	**۲**	۳	۴
۴۵	۱	۲	**۳**	۴
۴۶	۱	**۲**	۳	۴
۴۷	**۱**	۲	۳	۴
۴۸	۱	**۲**	۳	۴
۴۹	۱	**۲**	۳	۴
۵۰	**۱**	۲	۳	۴

شیمی

۵۱	۱	۲	۳	**۴**
۵۲	۱	**۲**	۳	۴
۵۳	۱	**۲**	۳	۴
۵۴	۱	**۲**	۳	۴
۵۵	۱	۲	۳	**۴**
۵۶	۱	۲	۳	**۴**
۵۷	۱	۲	**۳**	۴
۵۸	۱	۲	۳	**۴**
۵۹	۱	۲	۳	**۴**
۶۰	**۱**	۲	۳	۴
۶۱	۱	۲	**۳**	۴
۶۲	۱	**۲**	۳	۴
۶۳	۱	۲	۳	**۴**
۶۴	۱	۲	**۳**	۴
۶۵	۱	**۲**	۳	۴
۶۶	۱	**۲**	۳	۴
۶۷	۱	۲	**۳**	۴
۶۸	۱	۲	**۳**	۴
۶۹	۱	۲	**۳**	۴
۷۰	۱	۲	**۳**	۴

راهنمای پاسخنامه آزمون ها



یادتون باشه:

- ✓ هر سؤال یک فرصت یادگیریه، نه یک مانع.
- ✓ پاسخ‌نامه فقط جواب نیست؛ یک کارگاه آموزشی کامله.
- ✓ با هر آزمون و مرور این پاسخ‌نامه، یک پله بالاتر می‌رید و یک قدم به رؤیاتون نزدیک‌تر می‌شید.
- ✓ موفقیت فقط برای کسایی‌یه که با برنامه و انگیزه حرکت می‌کنن. شما همون آدمید.

بودجه‌بندی این آزمون

حسابان ۱: جبر و معادله (تا انتهای معادلات شامل عبارت‌های گویا)، صفحه‌های ۱ تا ۱۹
هندسه ۲: دایره (درس ۱)، صفحه‌های ۹ تا ۱۷
آمار و احتمال: آشنایی با مبانی ریاضیات (تا ابتدای سورها)، صفحه‌های ۱ تا ۱۱

سهم در کنکور

حسابان ۱: این مبحث در مجموع ۲ تست کنکور را پوشش داده است.
هندسه ۲: از این مبحث به‌طور مستقیم تستی در کنکور طرح نشده است.
آمار و احتمال: از این مبحث به‌طور مستقیم تستی در کنکور طرح نشده است.

سلام به مازی‌های عزیز

خیلی سریع قبل از دیدن پاسخ‌نامه، چند تا نکتهٔ مهم رو راجع به آزمون باهم بررسی کنیم:

۱- فصل «**جبر و معادله**» از فصل‌های کاربردی و مهم کنکوره که اهمیتش فقط به سؤالات مستقیم محدود نمی‌شه. در کنکور، از این مباحث به‌صورت **مستقیم** و گاهی به‌صورت **غیرمستقیم** و **ترکیبی** سؤال مطرح می‌شه. در جدول زیر می‌بینید:

نام فصل	تعداد تست در کنکور	بارم در امتحان پایان‌ترم
جبر و معادله	۱ الی ۳ تست	۴ نمره

از طرفی، این مباحث از جمله مباحثی هستن که تو **سال دوازدهم** دیگه به شکل جدی با اون‌ها **سروکار ندارید**. پس فرصت رو از دست ندید! همین امسال این مباحث رو به خوبی یاد بگیرید، تست‌های کنکور مرتبط با اون‌ها رو بررسی کنید و پرونده‌شون رو ببندید! این مباحث برای گرفتن بهترین نتیجه در کنکور، باید یکی از نقاط قوت شما باشن!

۲- قسمت مربوط به پایهٔ دهم این آزمون مربوط به فصل‌های «**مجموعه، الگو و دنباله**» با **۱ تست** حتمی در کنکور و «**معادله‌ها و نامعادله‌ها**» با حداقل **۳ الی ۴ تست مستقیم** و **غیرمستقیم** در کنکوره. مهم‌ترین قسمت‌های فصل جبر و معادله، مباحث مربوط به «**معادلهٔ درجه دوم**» و «**دنباله‌ها**» است که در این آزمون تلاش کردیم با چندین سؤال خوب به اونا بپردازیم.

موفق باشید.

حسین شفیع‌زاده و مهرداد کیوان ـ مسئولین درس ریاضی آزمون‌های تستی ریاضی ماز

۱- در دنبالهٔ a_n فرض کنید $a_1 = 3$ و شرط $a_{n+1} - a_n = 4$ برقرار باشد، مجموع ۱۵ جملهٔ ابتدایی دنباله چه عددی است؟

۱) ۴۹۵ ۲) ۴۶۵ ۳) ۴۸۰ ۴) ۳۷۵

پاسخ: گزینهٔ ۲ (آسان ـ خط‌به‌خط ـ سریع ـ حسابان ۱ صفحهٔ ۳ ـ ۱۱۰۱)

با استفاده از تعریف دنباله به صورت $a_{n+1} = 4 + a_n$ مشخص است که **هر جمله (غیر از جملهٔ اول)** از **جمع** کردن **جملهٔ قبلی** با **۴** به دست می‌آید، یعنی یک دنبالهٔ حسابی **با قدرنسبت ۴** خواهیم داشت. پس مجموع پانزده جملهٔ ابتدایی آن برابر است با:

$$S_{15} = \frac{15}{2}(2a_1 + 14d) = \frac{15}{2}(6 + 14 \times 4)$$

$$S_{15} = 15 \times 31 = 465$$

دنبالهٔ حسابی

دنباله‌ای است که هر جملهٔ آن غیر از جملهٔ اول، از اضافه کردن یک مقدار ثابت به جملهٔ قبلی به‌دست می‌آید. این مقدار ثابت را **قدرنسبت** دنبالهٔ حسابی می‌نامیم و آن را با d نشان می‌دهیم. در دنبالهٔ حسابی **اختلاف جملات متوالی** مقداری **ثابت** است.

$$\underset{+4}{3}, \underset{+4}{7}, \underset{+4}{11}, \underset{+4}{15}, \underset{+4}{19}, 23, \ldots \Rightarrow d = 4$$

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

جملهٔ عمومی در دنبالهٔ حسابی

$$a_n = a_1 + (n-1)d$$

مجموع جملات دنبالهٔ حسابی با داشتن جملهٔ اول و قدرنسبت

زمانی که جملهٔ اول و قدرنسبت را داریم، مجموع n جملهٔ اول برابر است با:

$$S_n = \frac{n}{2}\left(2a_1 + (n-1)d\right)$$

ماز

۲- اگر اختلاف ریشه‌های معادلهٔ $mx^2 - 2mx - 3 = 0$ برابر ۴ باشد، مجموع مربع ریشه‌های آن چه عددی است؟

۱) ۱۶ ۲) ۱۲ ۳) ۱۰ ۴) ۸

پاسخ: گزینهٔ ۳ (آسان ـ محاسباتی ـ سریع ـ حسابان ۱ صفحهٔ ۱۱ ـ ۱۱۰۱)

روش اول

ریشه‌ها را α و $\alpha+4$ در نظر می‌گیریم، بنابراین:

$$\text{مجموع ریشه‌ها} = \alpha + (\alpha+4) = \frac{2m}{m} = 2 \Rightarrow 2\alpha + 4 = 2 \Rightarrow 2\alpha = -2 \Rightarrow \alpha = -1 \Rightarrow \text{ریشه‌ها} \begin{cases} -1 \\ 3 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \text{مجموع مربع ریشه‌ها} = (-1)^2 + 3^2 = 10$$

روش دوم

$$|\alpha - \beta| = \frac{\sqrt{\Delta}}{|a|} \Rightarrow 4 = \frac{\sqrt{4m^2 + 12m}}{|m|} \Rightarrow 2\sqrt{m^2 + 3m} = 4|m|$$

$$\Rightarrow \sqrt{m^2 + 3m} = 2|m| \xrightarrow{\text{توان ۲}} m^2 + 3m = 4m^2 \Rightarrow 3m^2 - 3m = 0$$

$$\Rightarrow 3m(m-1) = 0 \xrightarrow{m \neq 0} m = 1$$

$$\alpha^2 + \beta^2 = S^2 - 2P = \left(\frac{2m}{m}\right)^2 - 2\left(\frac{-3}{m}\right) = 4 + 6 = 10$$

روش سوم

اگر α و β ریشه‌های معادلهٔ درجهٔ دوم داده‌شده باشند، آن‌گاه اختلاف ریشه‌های آن برابر است با:

$$A = |\alpha - \beta| \Rightarrow A^2 = (\alpha^2 + \beta^2 - 2\alpha\beta) \Rightarrow A^2 = S^2 - 2P - 2P$$

$$\xrightarrow{A>0} A = \sqrt{S^2 - 4P} \Rightarrow 4 = \sqrt{\left(\frac{2m}{m}\right)^2 - 4\left(\frac{-3}{m}\right)} \Rightarrow 4 = \sqrt{4 + \frac{12}{m}}$$

$$\xrightarrow{\text{توان ۲}} 16 = 4 + \frac{12}{m} \Rightarrow \frac{12}{m} = 12 \Rightarrow m = 1 \Rightarrow x^2 - 2x - 3 = 0$$

آنچه مسئله خواسته $\alpha^2 + \beta^2$ است. پس:

$$\alpha^2 + \beta^2 = S^2 - 2P = (2)^2 - 2(-3) = 10$$

مهم‌ترین روابط بین ضرایب و ریشه‌های معادلهٔ درجه دوم

اگر α و β جواب‌های حقیقی معادلهٔ درجهٔ دوم $ax^2+bx+c=0$ باشند، داریم:

۱) $S=\alpha+\beta=-\frac{b}{a}$

۲) $P=\alpha\times\beta=\frac{c}{a}$

۳) $|\alpha-\beta|=\frac{\sqrt{\Delta}}{|a|}=\sqrt{S^2-4P}$

۴) $\alpha^2+\beta^2=S^2-2P$

۵) $\alpha^3+\beta^3=S^3-3PS$

۶) $\sqrt{\alpha}\pm\sqrt{\beta}=\sqrt{S\pm2\sqrt{P}}\quad \alpha>\beta>0$

۳- اگر ریشه‌های یک معادله از هر ریشهٔ معادلهٔ $2x^2-3x-2=0$ مقدار ۱/۵ واحد بیشتر باشند، حاصل‌ضرب ریشه‌های معادلهٔ جدید چه عددی است؟

۱) ۳/۵ ۲) ۴/۵ ۳) ۲/۵ ۴) ۵/۵

پاسخ: گزینهٔ ۱ (آسان ـ محاسباتی ـ سریع ـ حسابان ۱ صفحهٔ ۸ ـ ۱۱۰۱)

اگر ریشه‌های معادلهٔ $2x^2-3x-2=0$ را α و β در نظر بگیریم، داریم:

$$\begin{cases}\alpha+\beta=\frac{-b}{a}=\frac{3}{2}\\ \alpha\beta=\frac{c}{a}=\frac{-2}{2}=-1\end{cases}$$

آنچه سؤال خواسته است برابر است با:

$$P=(\alpha+\frac{3}{2})(\beta+\frac{3}{2})$$

$$P=\alpha\beta+\frac{3}{2}(\alpha+\beta)+\frac{9}{4}$$

$$P=-1+\frac{3}{2}(\frac{3}{2})+\frac{9}{4}\Rightarrow P=-1+\frac{9}{4}+\frac{9}{4}=\frac{7}{2}=3/5$$

قِلِقِش رو یاد بگیر!

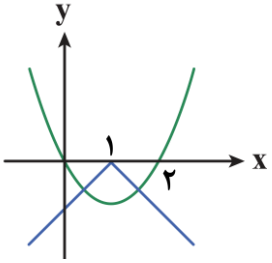
اگر ریشه‌های یک معادلهٔ درجه دوم رو برحسب ریشه‌های یک معادلهٔ درجهٔ دوم دیگه داده باشن کافیه **S و P معادلهٔ جدید** رو **برحسب S و P معادلهٔ اولیه** بنویسیم و خواستهٔ مسئله رو با توجه به روابط به‌دست اومده به‌دست بیاریم.

۴- معادلهٔ $x^2-2x=a-|x-1|$ فقط دارای یک جواب است. مقدار a کدام است؟

۱) ۱ ۲) -2 ۳) -1 ۴) ۲

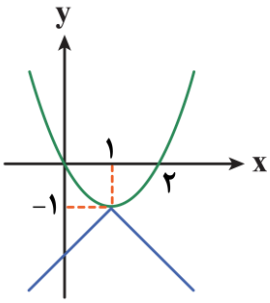
پاسخ: گزینهٔ ۳ (متوسط ـ مفهومی ـ استاندارد ـ حسابان ۱ صفحهٔ ۱۶ ـ ۱۱۰۱)

اگر نمودار سهمی $y=x^2-2x$ و نمودار $y=-|x-1|$ را در یک صفحه رسم کنیم، آنگاه با مقایسهٔ آن‌ها با هم مقدار a مشخص می‌شود.



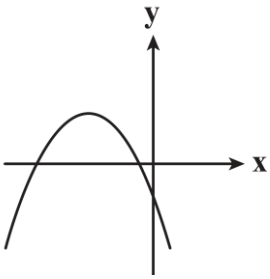
SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

در حال حاضر در دو نقطه یکدیگر را قطع می‌کنند. اگر فرض کنیم $a=-1$ آنگاه نمودار دو تابع در **یک نقطه** (**رأس سهمی**) دارای عرض برابر خواهند شد، پس $a=-1$ قابل‌قبول است.



ماز

۵- **نمودار سهمی $f(x)=ax^2-bx-c$ مطابق شکل مقابل است. حاصل کدام عبارت همواره منفی است؟**



۱) $ac+b$

۲) $bc-a$

۳) $ab-c$

۴) $bc+a$

پاسخ: گزینهٔ ۳ (متوسط ـ خط‌به‌خط ـ استاندارد ـ حسابان ۱ صفحهٔ ۱۲ ـ ۱۱۰۱)

با توجه به ضابطه و نمودار داده‌شده داریم:

$f(0)<0 \Rightarrow -c<0 \Rightarrow c>0$

f دارای max است $\Rightarrow a<0$

با توجه به آنکه $\frac{-(-b)}{2a}<0$ و $a<0$ پس $b>0$ است. درنتیجه:

$a<0$ و $b>0$ و $c>0$

به‌همین جهت $ab-c$ منفی است.

ماز

۶- **هرگاه β و α جواب‌های معادلهٔ درجه دوم $2x^2-x-4=0$ باشند، اختلاف صفرهای تابع درجه دوم $f(x)=(x-\frac{\alpha}{\beta})(x-\frac{\beta}{\alpha})$ چه عددی است؟**

۱) $\sqrt{31}$

۲) $\frac{\sqrt{33}}{6}$

۳) $\frac{\sqrt{31}}{4}$

۴) $\frac{\sqrt{33}}{8}$

پاسخ: گزینهٔ ۴ (متوسط ـ محاسباتی ـ استاندارد ـ حسابان ۱ صفحهٔ ۸ و ۱۰ ـ ۱۱۰۱)

با توجه به ضابطهٔ f مشخص است که ریشه‌های آن $\frac{\alpha}{\beta}$ و $\frac{\beta}{\alpha}$ هستند، پس در واقع $\left|\frac{\alpha}{\beta}-\frac{\beta}{\alpha}\right|$ خواسته شده است:

$$A=\left|\frac{\alpha}{\beta}-\frac{\beta}{\alpha}\right|=\left|\frac{\alpha^2-\beta^2}{\alpha\beta}\right|=\left|\frac{(\alpha+\beta)(\alpha-\beta)}{\alpha\beta}\right|=\frac{|(\alpha+\beta)||(\alpha-\beta)|}{|\alpha\beta|}$$

اما دقت کنید α و β ریشه‌های معادلهٔ درجه دوم $2x^2-x-4=0$ هستند و داریم:

$$\begin{cases}\alpha\beta=\frac{c}{a}=-2\\ \alpha+\beta=-\frac{b}{a}=\frac{1}{2}\\ |\alpha-\beta|=\sqrt{S^2-4P}=\sqrt{\frac{1}{4}-4(-2)}=\sqrt{\frac{1}{4}+8}=\frac{\sqrt{33}}{2}\end{cases}$$

$$A=\frac{\left|\frac{۱}{۲}\times\frac{\sqrt{۳۳}}{۲}\right|}{|-۲|}=\frac{\sqrt{۳۳}}{۸}$$

توجه!

توجه کنید که $|\alpha-\beta|$ را از رابطهٔ زیر هم می‌توانستیم بیابیم:

$$|\alpha-\beta|=\frac{\sqrt{\Delta}}{|a|}=\frac{\sqrt{۱-۴(۲)(-۴)}}{۲}=\frac{\sqrt{۳۳}}{۲}$$

۷- طول یک نوع کاشی از سه برابر عرض آن ۲ سانتی‌متر بلندتر است. برای پوشش دیواری به مساحت ۵/۶ مترمربع ۱۰۰۰ کاشی استفاده شده است. اختلاف طول و عرض کاشی چقدر است؟

۱) ۹ ۲) ۱۰ ۳) ۱۱ ۴) ۱۲

پاسخ: گزینهٔ ۲ (متوسط ـ خط‌به‌خط ـ استاندارد ـ حسابان ۱ صفحهٔ ۱۶ ـ ۱۱۰۱)

ترجمهٔ صورت سؤال

«طول یک نوع کاشی از سه برابر عرض آن ۲ سانتی‌متر بلندتر است.» یعنی اگر عرض کاشی برابر با x باشد، طول آن برابر با $۳x+۲$ است.

مساحت هر کاشی $x(۳x+۲)$ سانتی‌متر مربع است. پس:

$$۱۰۰۰x(۳x+۲)=۵/۶\times۱۰۰۰۰\Rightarrow x(۳x+۲)=۵۶\Rightarrow ۳x^{۲}+۲x-۵۶=۰$$

$$(x-۴)(۳x+۱۴)=۰\Rightarrow\begin{cases}x=۴\\ x=\frac{-۱۴}{۳}\ \text{غ ق ق}\end{cases}$$

پس عرض کاشی برابر با ۴ و طول آن برابر با ۱۴ است و اختلاف آن‌ها ۱۰ می‌باشد.

یادآوری تبدیل واحدها!

۱۰۰۰۰ سانتی‌متر مربع = ۱ متر مربع

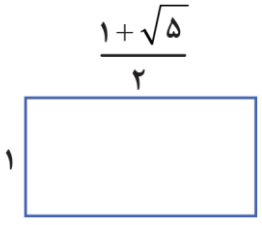
۸- در یک مستطیل با نسبت طلایی و با عرض ۱، مقداری به عرض اضافه می‌کنیم و طول را ثابت نگه می‌داریم به‌طوری که مستطیل جدید با مساحت $\sqrt{۵}+۳$ باشد، مقدار اضافه‌شده به عرض چه عددی است؟

۱) $\frac{\sqrt{۵}+۱}{۲}$ ۲) $\sqrt{۵}-۱$ ۳) $\frac{\sqrt{۵}-۱}{۲}$ ۴) $\sqrt{۵}$

پاسخ: گزینهٔ ۴ (متوسط ـ محاسباتی ـ سریع ـ حسابان ۱ صفحهٔ ۱۹ ـ ۱۱۰۱)

روش اول

در ابتدا مستطیل با نسبت طلایی و عرض ۱ را مطابق شکل در نظر می‌گیریم:



حال با **ثابت نگه داشتن طول، x واحد به عرض اضافه** می‌کنیم و داریم:

$$\text{مساحت مستطیل جدید} = (۱+x)(\frac{۱+\sqrt{۵}}{۲}) = ۳+\sqrt{۵}$$

$$\Rightarrow (۱+x)(۱+\sqrt{۵}) = ۶+۲\sqrt{۵} \Rightarrow (۱+x)(۱+\sqrt{۵}) = (\sqrt{۵}+۱)^۲$$

$$\xrightarrow{\div(۱+\sqrt{۵})} ۱+x = ۱+\sqrt{۵} \Rightarrow x = \sqrt{۵}$$

روش دوم

مقدار اضافه‌شدهٔ مساحت برابر است با:

$$(۳+\sqrt{۵}) - (۱\times\frac{۱+\sqrt{۵}}{۲}) = x\times\frac{۱+\sqrt{۵}}{۲}$$

$$\xrightarrow{\times ۲} ۶+۲\sqrt{۵}-۱-\sqrt{۵} = (۱+\sqrt{۵})x \Rightarrow x = \frac{۵+\sqrt{۵}}{۱+\sqrt{۵}}$$

$$\Rightarrow x = \frac{\sqrt{۵}(\sqrt{۵}+۱)}{۱+\sqrt{۵}} = \sqrt{۵}$$

نسبت طلایی

اگر در یک مستطیل با طول x و عرض y رابطهٔ زیر برقرار باشد، در این صورت به آن مستطیل، **«مستطیل طلایی»** و به نسبت $\frac{x}{y}$ **«نسبت طلایی»** می‌گوییم.

$$\frac{x}{y} = \frac{x+y}{x}$$

اگر نسبت $\frac{x}{y}$ را برابر با t فرض کنیم، داریم:

$$\frac{x}{y} = t \xrightarrow{\frac{x+y}{x} = ۱+\frac{y}{x} = ۱+\frac{۱}{t}} t = ۱+\frac{۱}{t} \Rightarrow t^۲ - t - ۱ = ۰ \Rightarrow \begin{cases} t = \frac{۱+\sqrt{۵}}{۲} \\ t = \frac{۱-\sqrt{۵}}{۲} < ۰ \text{ غ ق ق} \end{cases}$$

توجه داشته باشید که عدد $\frac{۱+\sqrt{۵}}{۲}$ به عدد طلایی معروف است و مقدار تقریبی آن ۱/۶۱۸ است. بنابراین می‌توان گفت که در یک مستطیل طلایی نسبت طول به عرض آن برابر است با:

$$t = \frac{x}{y} = \frac{۱+\sqrt{۵}}{۲}$$

SanjeshCloud www.SanjeshCloud.ir

۹- A و B کاری را با هم در ۴۵ روز تمام می‌کنند. اگر A به‌تنهایی در ۷۰ روز کار را تمام کند، B به‌تنهایی چند روز بیشتر از A کار را تمام می‌کند؟

۱) ۱۲۶ ۲) ۵۶ ۳) ۸۱ ۴) ۶۳

پاسخ: گزینهٔ ۲ (آسان ـ محاسباتی ـ استاندارد ـ حسابان ۱ صفحهٔ ۱۸ ـ ۱۱۰۱)

چون A به‌تنهایی در ۷۰ روز کار را تمام می‌کند، پس هر روز $\frac{۱}{۷۰}$ کل کار را تمام می‌کند. فرض کنیم B به‌تنهایی در طی n روز کار را تمام کند، پس B در هر روز $\frac{۱}{n}$ کل کار را تمام می‌کند و هر دو هر روز $\frac{۱}{۴۵}$ کل کار را تمام می‌کنند. پس:

$$\frac{۱}{n}+\frac{۱}{۷۰}=\frac{۱}{۴۵}\Rightarrow\frac{۱}{n}=\frac{۱}{۴۵}-\frac{۱}{۷۰}$$

$$\Rightarrow\frac{۱}{n}=\frac{۱}{۹\times۵}-\frac{۱}{۷\times۵\times۲}=\frac{۱۴-۹}{۹\times۷\times۵\times۲}=\frac{۵}{۹\times۷\times۵\times۲}$$

$$\Rightarrow\frac{۱}{n}=\frac{۱}{۹\times۷\times۲}\Rightarrow n=۱۲۶$$

$$۱۲۶-۷۰=۵۶$$

یعنی B به‌تنهایی ۵۶ روز بیشتر از A کار را تمام می‌کند.

مسائل همکاری و معادلات گویا

نوع خاصی از سؤالات هستند که در آن یک کار با همکاری چند نفر یا چند وسیله انجام می‌شود. برای تشکیل معادلهٔ این سؤالات باید ابتدا همهٔ اطلاعات داده شده را برحسب یک واحد زمانی بنویسیم و معمولا باید **مقدار کاری** را که **هر نفر** یا **هر وسیله** در **یک واحد زمان** انجام می‌دهد به‌دست آوریم و بعد عملکرد آن‌ها را با هم جمع کنیم، تا به جواب نهایی برسیم.

یه نمونهٔ باحال ببین!

علی در ۶ روز و محمد در ۱۲ روز دیواری را کاشی می‌کند. اگر این دو نفر با هم کار کنند در چند روز دیوار کاشی می‌شود؟

پاسخ تشریحی:

اطلاعات صورت سؤال یعنی علی روزی $\frac{۱}{۶}$ و محمد روزی $\frac{۱}{۱۲}$ دیوار را کاشی می‌کنند. اگر با هم کار کنند روزی $\frac{۱}{۶}+\frac{۱}{۱۲}=\frac{۳}{۱۲}=\frac{۱}{۴}$ از کار انجام می‌شود و درنتیجه دیوار در ۴ روز کاشی می‌شود.

۱۰- اعداد $x,x+۴,۸x+۲,\ldots$ جملات یک دنبالهٔ هندسی با اعداد مثبت هستند. حاصل‌جمع مربع هشت جملهٔ ابتدایی آن چه عددی است؟

۱) $\frac{۳^{۱۶}-۱}{۲}$ ۲) $۳^{۸}-۱$ ۳) $(۳^{۸}-۱)^{۲}$ ۴) $\frac{۳^{۱۶}-۱}{۴}$

پاسخ: گزینهٔ ۱ (متوسط ـ محاسباتی ـ استاندارد ـ حسابان ۱ صفحهٔ ۶ ـ ۱۱۰۱)

شرط آنکه a,b,c تشکیل دنبالهٔ هندسی دهند آن است که $b^{۲}=ac$، یعنی:

$$(x+۴)^{۲}=x(۸x+۲)\Rightarrow x^{۲}+۱۶+۸x=۸x^{۲}+۲x\Rightarrow ۷x^{۲}-۶x-۱۶=۰\Rightarrow(x-۲)(۷x+۸)=۰\Rightarrow\begin{cases}x=-\frac{۸}{۷}\\x=۲\end{cases}$$

چون جملات دنباله **مثبت** هستند، پس $x=2$ قابل‌قبول و $x=-\frac{8}{7}$ غیرقابل‌قبول است. پس ۲,۶,۱۸,... جملات ابتدایی دنباله هستند؛ لذا مربع جملات به‌صورت ۴,۳۶,۳۲۴,... هستند که دنباله‌ای هندسی با **قدرنسبت** $q=9$ است و جمع هشت جملهٔ ابتدایی آن برابر است با:

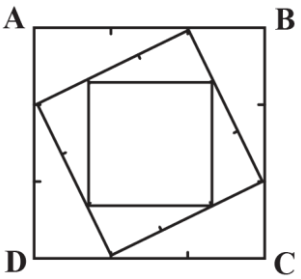
$$S_8 = 4\frac{(9)^8-1}{9-1} = 4\times\frac{3^{16}-1}{8} = \frac{3^{16}-1}{2}$$

مجموع جملات دنبالهٔ هندسی

در یک دنبالهٔ هندسی با جملهٔ اول a_1 و قدرنسبت r، مجموع n جملهٔ اول برابر است با: $(r\neq 1)$

$$S_n = \frac{a_1(r^n-1)}{r-1}$$

۱۱- مربع ABCD به ضلع ۶ که هر ضلع آن به سه قسمت برابر تقسیم شده را در نظر بگیرید. مطابق شکل مربع‌های جدید به‌صورت متوالی درون یکدیگر ایجاد می‌کنیم. مجموع مساحت ۸ مربع اول چه عددی است؟



۱) $16(1-(\frac{5}{9})^8)$

۲) $81(1-(\frac{4}{9})^8)$

۳) $81(1-(\frac{5}{9})^8)$

۴) $16(1-(\frac{4}{9})^8)$

پاسخ: گزینهٔ ۳ (متوسط ـ مفهومی ـ استاندارد ـ حسابان ۱ صفحهٔ ۶ ـ ۱۱۰۱)

مساحت اولین مربع:

$$a_1 = 6\times 6 = 36$$

اما ضلع مربع دوم $\sqrt{2^2+4^2}=\sqrt{20}$ است، یعنی مساحت مربع دوم برابر است با:

$$a_2 = 20$$

همچنین ضلع مربع سوم $\frac{10}{3}$ است، پس مساحت مربع سوم برابر است با: $\sqrt{\left(\frac{\sqrt{20}}{3}\right)^2+\left(\frac{2\sqrt{20}}{3}\right)^2}$

$$a_3 = \frac{100}{9}$$

مساحت مربع‌ها یک دنبالهٔ هندسی تشکیل می‌دهند، به‌طوری که قدرنسبت آن‌ها $q=\frac{20}{36}=\frac{5}{9}$ خواهد بود، پس:

$$S_8 = a_1\frac{1-q^8}{1-q} = 36\times\frac{1-(\frac{5}{9})^8}{1-\frac{5}{9}} = \frac{36\times 9}{4}(1-(\frac{5}{9})^8) \Rightarrow S_8 = 81(1-(\frac{5}{9})^8)$$

۱۲- اگر جمع ریشه‌های معادلهٔ $\left(\frac{۱}{x-۱}\right)^۲+\frac{۴}{x-۱}=k$ برابر -۲ باشد، حاصل‌ضرب ریشه‌های آن چه عددی است؟

۱) ۲ ۲) -۲ ۳) -۱ ۴) ۱

پاسخ: گزینهٔ ۲ (متوسط ـ محاسباتی ـ استاندارد ـ حسابان ۱ صفحهٔ ۱۹ ـ ۱۱۰۱)

روش اول

ابتدا این معادله را به یک معادلهٔ درجه ۲ تبدیل می‌کنیم. با فرض $x\neq ۱$ طرفین معادله را در $(x-۱)^۲$ ضرب می‌کنیم و داریم:

$$۱+۴(x-۱)=k(x-۱)^۲$$
$$\Rightarrow ۴x-۳=kx^۲-۲kx+k\Rightarrow kx^۲-(۲k+۴)x+k+۳=۰$$

باید مجموع جواب‌ها برابر -۲ باشد، پس:

$$S=-\frac{b}{a}=-۲\Rightarrow S=\frac{۲k+۴}{k}=-۲\Rightarrow ۲k+۴=-۲k\Rightarrow ۴k=-۴\Rightarrow k=-۱$$

پس:

$$-x^۲-۲x+۲=۰\Rightarrow x^۲+۲x-۲=۰$$
$$P=\frac{c}{a}=-۲$$

روش دوم

از **تغییر متغیر** کمک می‌گیریم:

$$\frac{۱}{x-۱}=t\Rightarrow t^۲+۴t-k=۰$$
$$t_۱+t_۲=-۴$$
$$\Rightarrow \frac{۱}{x_۱-۱}+\frac{۱}{x_۲-۱}=-۴\Rightarrow \frac{x_۲-۱+x_۱-۱}{(x_۱-۱)(x_۲-۱)}=-۴$$
$$\Rightarrow \frac{(x_۱+x_۲)-۲}{x_۱x_۲-(x_۱+x_۲)+۱}=-۴\xrightarrow{x_۱+x_۲=-۲}\frac{-۲-۲}{x_۱x_۲+۲+۱}=-۴$$
$$\Rightarrow x_۱x_۲+۳=۱\Rightarrow x_۱x_۲=-۲$$

روش تغییر متغیر برای حل معادلات

برای حل برخی معادلات که ظاهری پیچیده دارند ولی **عبارتی** در آن‌ها **تکرار** می‌شود می‌توان از روش تغییر متغیر استفاده کرد، بدین صورت که **عبارت تکرار شده** را پیدا و به‌صورت یک **متغیر جدید** تعریف می‌کنیم و متغیر را عوض می‌کنیم تا ظاهر معادله ساده‌تر (معمولاً شبیه به معادلهٔ درجهٔ دوم) شود و بعد از حل معادلهٔ جدید، مقدار **متغیر جدید** را در **معادلهٔ تغییر متغیر جای‌گذاری** می‌کنیم و معادله را حل می‌کنیم تا جواب‌های معادلهٔ اولیه به‌دست آیند.

یه نمونهٔ باحال ببین!

معادلهٔ $(x^۲+x)^۲-۱۸(x^۲+x)+۷۲=۰$ را حل کنید.

فرض کنیم $A=x^۲+x$ باشد، بنابراین:

$$A^۲-۱۸A+۷۲=۰\Rightarrow (A-۶)(A-۱۲)=۰$$
$$\Rightarrow\begin{cases}A=۱۲\Rightarrow x^۲+x=۱۲\Rightarrow x^۲+x-۱۲=۰\Rightarrow (x+۴)(x-۳)=۰\Rightarrow \begin{cases}x=-۴\\x=۳\end{cases}\\A=۶\Rightarrow x^۲+x=۶\Rightarrow x^۲+x-۶=۰\Rightarrow (x+۳)(x-۲)=۰\Rightarrow \begin{cases}x=-۳\\x=۲\end{cases}\end{cases}$$

SanjeshCloud

۱۳- $۲+۳a$، ۱۱ و $a-۴$ به‌ترتیب جملات چهارم، هفتم و نهم یک دنبالهٔ حسابی هستند، مجموع جملات مثبت دنباله چه عددی است؟

۱) ۱۷۴ ۲) ۱۶۸ ۳) ۱۵۲ ۴) ۱۷۱

پاسخ: گزینهٔ ۴ (سخت ـ مفهومی ـ زمان‌بر ـ حسابان ۱ صفحهٔ ۳ ـ ۱۱۰۱)

روش اول

فرض کنیم a_n دنبالهٔ حسابی باشد و جملات آن مطابق فرض داده شده باشد. پس:

$$a_n = a_۱ + (n-۱)d$$

$$\begin{cases} a_۴ = a_۱ + ۳d = ۳a + ۲ \\ a_۷ = a_۱ + ۶d = ۱۱ \\ a_۹ = a_۱ + ۸d = a - ۴ \end{cases} \xrightarrow{-} \begin{cases} ۳d = ۹ - ۳a \\ ۲d = a - ۱۵ \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} d = ۳ - a \\ ۲d = a - ۱۵ \end{cases} \xrightarrow{۲d=۶-۲a} ۶ - ۲a = a - ۱۵ \Rightarrow ۳a = ۲۱ \Rightarrow a = ۷ \Rightarrow d = -۴$$

پس جملهٔ اول دنباله برابر است با:

$$۲۳ = a_۱ + ۳(-۴) \Rightarrow a_۱ = ۳۵$$

$$\begin{cases} a = ۷ \\ d = -۴ \\ a_۱ = ۳۵ \end{cases} \Rightarrow a_n = a_۱ + (n-۱)d = ۳۵ - ۴(n-۱)$$

$$a_n = ۳۹ - ۴n \xrightarrow{a_n > ۰} n \le ۹$$

۹ جملهٔ ابتدایی دنباله **مثبت** هستند، پس می‌خواهیم جمع ۹ جملهٔ ابتدایی آن را به‌دست آوریم:

$$\begin{cases} d = -۴ \\ a_۱ = ۳۵ \end{cases} \Rightarrow S_۹ = \frac{۹}{۲}(۲(۳۵) + ۸(-۴)) = \frac{۹}{۲}(۳۸) = ۹ \times ۱۹ = ۱۷۱$$

روش دوم

$$d = \frac{a_n - a_m}{n-m} \Rightarrow d = \frac{۱۱ - (۳a+۲)}{۷-۴} = \frac{a-۴-۱۱}{۹-۷}$$

$$\Rightarrow d = \frac{۹-۳a}{۳} = \frac{a-۱۵}{۲} \Rightarrow ۳a - ۴۵ = ۱۸ - ۶a \Rightarrow ۹a = ۶۳ \Rightarrow a = ۷$$

پس $d = -۴$ و ادامهٔ ماجرا مانند روش اول است.

قدرنسبت دنبالهٔ حسابی

اگر جملهٔ a_n و a_m را داشته باشیم برای به‌دست آوردن قدرنسبت داریم:

$$d = \frac{a_m - a_n}{m-n}$$

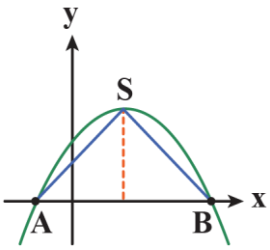
SanjeshCloud

۱۴- رأس سهمی $y=-۱۶x^۲+ax+۲۴$ و صفرهای آن رئوس مثلثی با مساحت ۵۴ هستند. با فرض $a>۰$، طول رأس سهمی چه عددی است؟

۱) $\frac{۱۶}{۳۰}$ ۲) $\frac{۳}{۲}$ ۳) $\frac{\sqrt{۳}}{۲}$ ۴) $\frac{\sqrt{۳}}{۳}$

پاسخ: گزینهٔ ۳ (متوسط ـ محاسباتی ـ زمان‌بر ـ حسابان ۱ صفحهٔ ۱۶ ـ ۱۱۰۱)

یک شکل فرضی رسم می‌کنیم:



$$\text{مساحت}\overset{\Delta}{ASB}=\frac{۱}{۲}|y_S|\times|x_B-x_A|$$

$$|y_S|=\left|\frac{\Delta}{۴a}\right|=\frac{\Delta}{۶۴}$$

$$|x_A-x_B|=\frac{\sqrt{\Delta}}{|a|}=\frac{\sqrt{\Delta}}{۱۶}$$

بنابراین:

$$\frac{۱}{۲}\times\frac{\Delta}{۶۴}\times\frac{\sqrt{\Delta}}{۱۶}=۵۴\Rightarrow(\sqrt{\Delta})^۳=۲^{۱۲}\times۳^۳\Rightarrow\sqrt{\Delta}=۱۶\times۳=۴۸\Rightarrow\Delta=۴۸^۲$$

$$\Rightarrow a^۲+۴(۱۶)(۲۴)=۴۸^۲$$

$$\Rightarrow a^۲=۴۸^۲-۴۸\times۳۲=۴۸(\underbrace{۴۸-۳۲}_{۱۶})\Rightarrow a^۲=۳\times۱۶^۲\Rightarrow a=۱۶\sqrt{۳}$$

$$\Rightarrow x_S=\frac{-a}{۲(-۱۶)}=\frac{a}{۳۲}=\frac{\cancel{۱۶}\sqrt{۳}}{\cancel{۳۲}_{۲}}=\frac{\sqrt{۳}}{۲}$$

۱۵- اگر $\alpha^۲=\alpha+k$ و $\beta^۲=\beta+k$ باشد، به‌طوری که $\alpha^۴+\beta^۴=۳۱$، مقدار k کدام است؟

۱) ۲ ۲) ۴ ۳) ۳ ۴) ۶

پاسخ: گزینهٔ ۳ (سخت ـ محاسباتی ـ زمان‌بر ـ حسابان ۱ صفحهٔ ۸ ـ ۱۱۰۱)

در واقع α و β ریشه‌های معادلهٔ درجه دوم $x^۲-x-k=۰$ هستند، زیرا هر دو در این معادله صدق می‌کنند و از طرف دیگر $\alpha^۴+\beta^۴=۳۱$

پس به این ترتیب داریم:

$$\alpha^۲-\alpha-k=۰\Rightarrow\alpha^۲=\alpha+k\Rightarrow\alpha^۴=(\alpha+k)^۲=\alpha^۲+۲k\alpha+k^۲$$

مجدد به‌جای $\alpha^۲$ قرار می‌دهیم $\alpha+k$ و داریم:

$$\alpha^۴=\alpha+k+۲k\alpha+k^۲\Rightarrow\alpha^۴=(۱+۲k)\alpha+k^۲+k$$

به طریق مشابه $\beta^۴=(۱+۲k)\beta+k^۲+k$. پس:

$$\alpha^۴+\beta^۴=(۱+۲k)(\alpha+\beta)+۲k^۲+۲k$$

چون $\alpha+\beta=۱$ و $\alpha\beta=-k$ داریم:

$$۳۱=(۱+۲k)+۲k^۲+۲k\Rightarrow۲k^۲+۴k-۳۰=۰$$

$$\Rightarrow k^۲+۲k=۱۵ \Rightarrow (k+۱)^۲=۱۶ \Rightarrow \begin{cases} k+۱=۴ \Rightarrow k=۳ \\ k+۱=-۴ \Rightarrow k=-۵ \end{cases}$$

$k=-۵$ غیرقابل‌قبول است، زیرا معادلهٔ درجه دوم $x^۲-x-k=۰$ فاقد ریشهٔ حقیقی خواهد شد، پس $k=۳$ را انتخاب می‌کنیم.

ماز

سلام به مازی‌های عزیز

یکی از بحث‌های بسیار مهم در **هندسه** قسمت دایره‌هاست. معلوم است که هندسه بدون یادگیری «**دایره و خواص آن**» معنایی ندارد. در درس اول از فصل دایره‌ها با **انواع زوایا و مقدمات دایره** آشنا می‌شوید که خیلی در یادگیری آن‌ها اذیت نخواهید شد. توجه داشته باشید که دایره، در فصل دوم از هندسه ۳ به‌صورت **تحلیلی** بررسی خواهد شد و شرط ورود به آن بحث، این است که مطالب موجود در این فصل از هندسهٔ ۲ را خوب یاد بگیرید.

سهم سرفصل حاضر در امتحان نهایی و کنکور سراسری نیز به شرح ذیل است:

نام فصل	تعداد تست در کنکور	بارم در امتحان پایان‌ترم
کل فصل ۱	۲ تست	۸ نمره
سر فصل حاضر	۰ الی ۱ تست	۲/۵ نمره

«**منطق ریاضی**» به بیانی که در کتاب درسی **آمار و احتمال** بیان شده است در نظام قبلی آموزش (یعنی قبل از سال ۱۳۹۷) وجود نداشت بنابراین در کنکورهای سنوات قبل از ۱۳۹۷ سؤالی از این سرفصل نخواهید یافت.

منطق ریاضی و **اعمال بر روی آن‌ها** ارتباط تنگاتنگی با «**جبر مجموعه‌ها**» دارد که هم در سال‌های قبل با آن آشنا شده‌اید و هم در درس دوم از فصل اول از آمار و احتمال به آن خواهیم پرداخت. بنابراین خوب یاد گرفتن هر کدام از این دو مبحث باعث می‌شود در بحث دوم نیز متبحر شوید.

سهم هر سرفصل حاضر در کنکور سراسری و امتحان نهایی خردادماه به شکل زیر است:

نام فصل	تعداد تست در کنکور	بارم در امتحان پایان‌ترم
کل فصل ۱	۲ تست	۶ نمره
سر فصل حاضر	۱ تست	۲ نمره

موفق باشید.

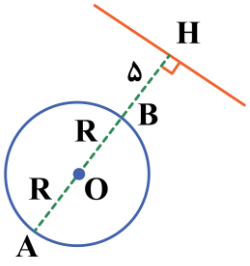
رسول حاجی‌زاده ـ مسئول درس هندسه، گسسته و آمار آزمون‌های تستی ریاضی ماز

۱۶- خط d دایرهٔ $C(O,R)$ را قطع نکرده است. اگر کمترین و بیشترین فاصلهٔ نقاط دایره تا خط d به ترتیب ۵ و ۱۳ باشد، طول کمان ۳۰° از این دایره کدام است؟

۱) $\frac{۳\pi}{۲}$ ۲) $\frac{۲\pi}{۳}$ ۳) $\frac{۴\pi}{۳}$ ۴) $\frac{۳\pi}{۴}$

پاسخ: گزینهٔ ۲ (آسان ـ ترکیبی/خط‌به‌خط ـ سریع ـ هندسه ۲ صفحه‌های ۱۰ تا ۱۲ ـ ۱۱۰۱)

اگر شعاع دایره را R در نظر بگیریم، در این صورت طبق فرض مسئله داریم:



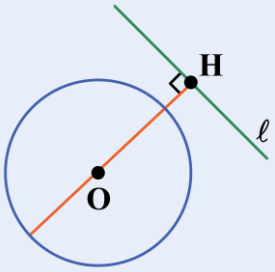
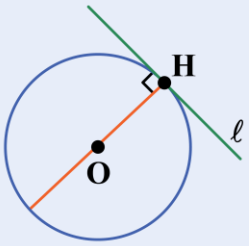
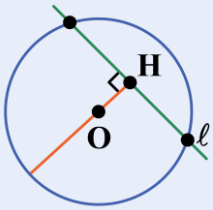
$$\begin{cases} BH=۵ \\ AH=۲R+۵=۱۳ \Rightarrow ۲R=۸ \Rightarrow R=۴ \end{cases}$$

حال طول کمان ۳۰° از دایره برابر است با:

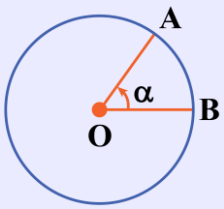
$$L=\frac{\alpha}{۳۶۰^\circ}\times ۲\pi R=\frac{\pi R}{۱۸۰^\circ}\alpha=\frac{\pi\times ۴}{۱۸۰^\circ}\times ۳۰^\circ=\frac{۲\pi}{۳}$$

بیشترین و کمترین فاصلهٔ نقاط دایره از یک خط

خط ℓ در هر وضعیتی نسبت به دایره قرار داشته باشد، برای محاسبهٔ کمترین و بیشترین فاصلهٔ آن از نقاط دایره کافی است از مرکز دایره به خط عمود کنیم، ببینید:

ℓ دایره را قطع نمی‌کند.	ℓ دایره را در یک نقطه قطع می‌کند.	ℓ دایره را در دو نقطه قطع می‌کند.
		
بیش‌ترین فاصلهٔ ℓ از نقاط دایره $= OH + R$ کم‌ترین فاصلهٔ ℓ از نقاط دایره $= OH - R$	بیش‌ترین فاصلهٔ ℓ از نقاط دایره $= OH + R = ۲R$ کم‌ترین فاصلهٔ ℓ از نقاط دایره $= OH - R = ۰$	بیش‌ترین فاصلهٔ ℓ از نقاط دایره $= OH + R$ کم‌ترین فاصلهٔ ℓ از نقاط دایره $= ۰$

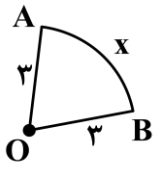
محاسبهٔ طول کمان در دایره



$$\text{طول کمان } AB = \frac{\alpha}{۳۶۰^\circ} \times ۲\pi R$$

α زاویهٔ کمان برحسب درجه است.

۱۷- در قطاع شکل مقابل، اگر طول کمان $\overset{\frown}{AB}$ برابر π باشد، مساحت قطاع کدام است؟



۱) $\frac{\pi}{۲}$
۲) $\frac{۳\pi}{۲}$
۳) $\frac{۵\pi}{۲}$
۴) ۲π

پاسخ: گزینهٔ ۲ (آسان ـ خط‌به‌خط ـ سریع ـ هندسه ۲ صفحهٔ ۱۲ ـ ۱۱۰۱)

طبق فرمول **طول کمان** داریم:

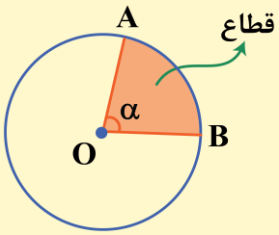
$$\pi = \frac{\pi \times ۳ \times \hat{O}}{۱۸۰^\circ} \Rightarrow \hat{O} = ۶۰^\circ$$

حال **مساحت قطاع** برابر است با:

$$S = \frac{\pi R^۲}{۳۶۰^\circ}\hat{O} = \frac{\pi \times ۳^۲}{۳۶۰^\circ} \times ۶۰^\circ = \frac{۹\pi}{۶} = \frac{۳\pi}{۲}$$

قطاع

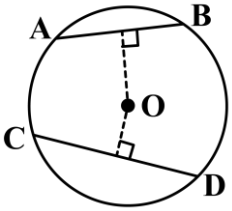
بخشی از مساحت دایره که محدود به دو شعاع و یک کمان دایره است.



$$S_{\text{قطاع}} = \frac{\alpha}{۳۶۰^\circ}\pi R^۲$$

SanjeshCloud

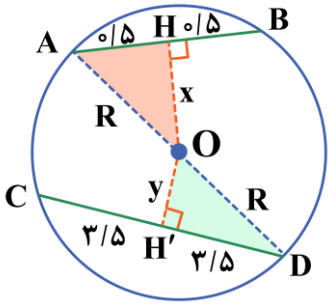
۱۸- در دایرهٔ شکل مقابل، طول وترهای AB و CD به ترتیب ۱ و ۷ است. از نقطهٔ O مرکز دایره عمودهایی بر این دو وتر رسم می‌کنیم. اگر مجموع طول این دو عمود برابر ۶ باشد، نسبت طول آن‌ها کدام می‌تواند باشد؟



۱) ۲
۲) ۳
۳) $\frac{۳}{۲}$
۴) $\frac{۵}{۲}$

پاسخ: گزینهٔ ۱ (متوسط ـ محاسباتی ـ استاندارد ـ هندسه ۲ صفحهٔ ۱۳ ـ ۱۱۰۱)

می‌دانیم **شعاع عمود بر وتر** آن وتر را **نصف** می‌کند. حال از O به نقاط A و D وصل می‌کنیم و طبق فیثاغورس در مثلث‌های رنگ شده داریم:



$$\begin{cases} R^۲ = x^۲ + ۰/۵^۲ \\ R^۲ = y^۲ + ۳/۵^۲ \end{cases} \Rightarrow x^۲ + ۰/۵^۲ = y^۲ + ۳/۵^۲$$

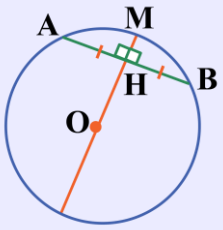
$$\Rightarrow x^۲ - y^۲ = ۳/۵^۲ - ۰/۵^۲ = \underbrace{(۳/۵ - ۰/۵)}_{۳}\underbrace{(۳/۵ + ۰/۵)}_{۴} \Rightarrow (x-y)(x+y) = ۱۲$$

از طرفی طبق فرض $x + y = ۶$ می‌باشد، بنابراین:

$$\begin{cases} x - y = ۲ \\ x + y = ۶ \end{cases} \Rightarrow x = ۴,\ y = ۲ \Rightarrow \frac{x}{y} = ۲$$

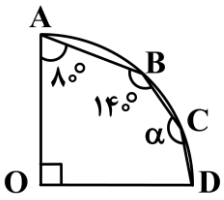
شعاع عمود بر وتر

مطابق شکل، خطی که از مرکز دایره گذشته و بر وتر AB عمود است، وتر AB و کمان $\overset{\frown}{AB}$ را نصف می‌کند و برعکس.



$$OH \perp AB \Leftrightarrow \begin{cases} AH = HB \\ \overset{\frown}{AM} = \overset{\frown}{MB} \end{cases}$$

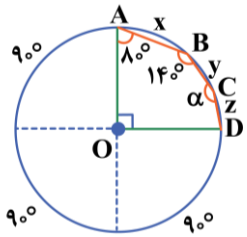
۱۹- در ربع دایرهٔ شکل مقابل، زاویهٔ α کدام است؟



۱) ۱۶۰°
۲) ۱۵۰°
۳) ۱۵۵°
۴) ۱۴۵°

پاسخ: گزینهٔ ۴ (متوسط ـ مفهومی/محاسباتی ـ استاندارد ـ هندسه ۲ صفحه‌های ۱۳ و ۱۴ ـ ۱۱۰۱)

بهتر است دایره را به صورت کامل رسم کنیم:



زاویه‌های $\hat{A}$ و $\hat{B}$ و $\hat{C}$ همگی **محاطی** هستند و با **نصف کمان مقابل** برابرند، بنابراین:

$$\begin{cases} ۸۰^\circ = \dfrac{y+z+۹۰^\circ}{۲} \quad (*) \\ ۱۴۰^\circ = \dfrac{z+۲۷۰^\circ}{۲} \Rightarrow z = ۱۰^\circ \\ \alpha = \dfrac{x+۲۷۰^\circ}{۲} \end{cases}$$

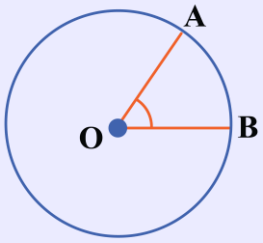
در ضمن $\hat{x}+\hat{y}+\hat{z} = ۹۰^\circ$ می‌باشد و چون $z = ۱۰^\circ$ می‌باشد، بنابراین $x+y = ۸۰^\circ$، حال با جایگذاری در رابطهٔ $(*)$ داریم:

$$۸۰^\circ = \frac{y+z+۹۰^\circ}{۲} \Rightarrow y+z = ۱۶۰^\circ - ۹۰^\circ = ۷۰^\circ \xrightarrow{z=۱۰^\circ} y = ۶۰^\circ \xrightarrow{x+y=۸۰^\circ} x = ۲۰^\circ$$

$$\Rightarrow \alpha = \frac{۲۰^\circ + ۲۷۰^\circ}{۲} = ۱۴۵^\circ$$

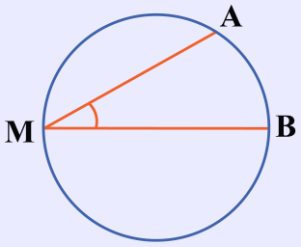
اندازهٔ زوایای خاص در دایره

اندازهٔ **زاویهٔ مرکزی** با **اندازهٔ کمان روبه‌رو** به آن برابر است.



$$\hat{O} = \overset{\frown}{AB}$$

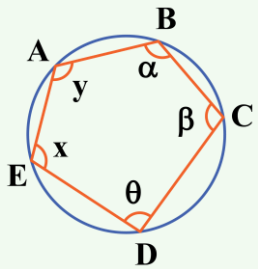
اندازهٔ **زاویهٔ محاطی** با **نصف اندازهٔ کمان روبه‌رو** به آن برابر است.



$$\hat{M} = \frac{\overset{\frown}{AB}}{۲}$$

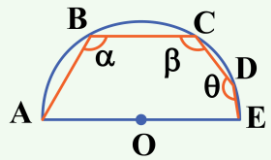
مجموع کمان‌های دایره و نیم‌دایره و ربع دایره

۱) مجموع کمان های یک دایره برابر با ۳۶۰° است.



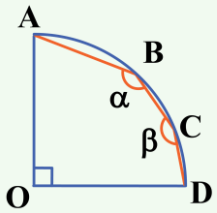
$$\overset{\frown}{AB} + \overset{\frown}{BC} + \overset{\frown}{CD} + \overset{\frown}{DE} + \overset{\frown}{EA} = ۳۶۰^\circ$$

۲) مجموع کمان‌های نیم‌دایره برابر با ۱۸۰° است:



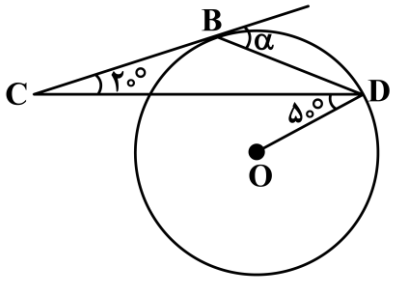
$$\overset{\frown}{AB} + \overset{\frown}{BC} + \overset{\frown}{CD} + \overset{\frown}{DE} = ۱۸۰^\circ$$

۳) مجموع کمان‌های ربع دایره برابر با ۹۰° است:



$$\overset{\frown}{AB}+\overset{\frown}{BC}+\overset{\frown}{CD}=۹۰^\circ$$

۲۰- در دایرهٔ شکل مقابل، O مرکز دایره است. از نقطهٔ C مماس CB و قاطع CD را رسم کرده‌ایم، با توجه به زوایای مشخص شده، زاویهٔ α کدام است؟

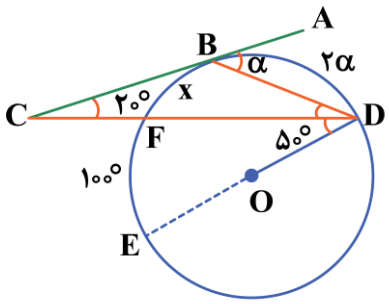


۱) ۳۰°
۲) ۴۰°
۳) ۵۰°
۴) ۶۰°

پاسخ: گزینهٔ ۱ (آسان ـ خط‌به‌خط ـ استاندارد ـ هندسه ۲ صفحه‌های ۱۴ الی ۱۷ ـ ۱۱۰۱)

روش اول

زاویهٔ $A\hat{B}D$ زاویهٔ **ظلی** است و با **نصف کمان مقابل** برابر است، بنابراین $\overset{\frown}{BD}=۲\alpha$، همچنین اگر شعاع OD را امتداد دهیم تا دایره را در E قطع کند زاویهٔ $F\hat{D}E$ زاویهٔ **محاطی** است و با **نصف کمان مقابل** برابر است، پس $\overset{\frown}{FE}=۱۰۰^\circ$.



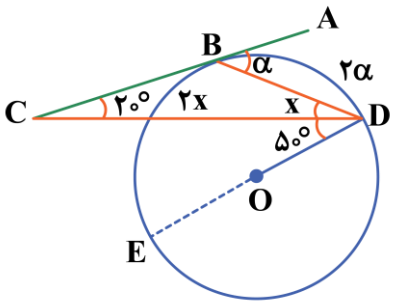
از طرف دیگر، اگر فرض کنیم $\overset{\frown}{BF}=x$ باشد، زاویهٔ $\hat{C}$ برابر است با:

$$\hat{C}=\frac{\overset{\frown}{BD}-\overset{\frown}{BF}}{۲}\Rightarrow ۲۰^\circ=\frac{۲\alpha-x}{۲}\Rightarrow x=۲\alpha-۴۰^\circ$$

حال در **نیم‌دایرهٔ بالایی** قطر ED داریم:

$$۱۰۰^\circ+x+۲\alpha=۱۸۰^\circ\xrightarrow{x=۲\alpha-۴۰^\circ}۱۰۰^\circ+۲\alpha-۴۰^\circ+۲\alpha=۱۸۰^\circ$$
$$\Rightarrow ۴\alpha=۱۲۰^\circ\Rightarrow\alpha=۳۰^\circ$$

روش دوم



$\overset{\triangle}{BCD}$: زاویهٔ خارجی $\alpha=x+۲۰^\circ\Rightarrow x=\alpha-۲۰^\circ$

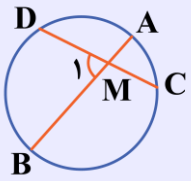
ظلی $A\hat{B}D\Rightarrow\overset{\frown}{BD}=۲\alpha$

محاطی $B\hat{D}E\Rightarrow\overset{\frown}{BE}=۲(x+۵۰^\circ)$

$$\overset{\frown}{BD}+\overset{\frown}{BE}=۱۸۰^\circ\Rightarrow ۲\alpha+۲x+۱۰۰^\circ=۱۸۰^\circ$$
$$\xrightarrow{x=\alpha-۲۰^\circ}۲\alpha+۲\alpha-۴۰^\circ+۱۰۰^\circ=۱۸۰^\circ$$
$$\Rightarrow ۴\alpha=۱۸۰^\circ-۶۰^\circ\Rightarrow ۴\alpha=۱۲۰^\circ\Rightarrow\alpha=۳۰^\circ$$

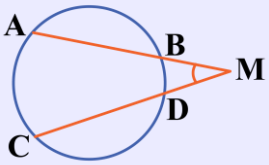
زاویهٔ حاصل از برخورد دو وتر داخل و خارج دایره

زاویهٔ حاصل از برخورد دو وتر داخل دایره:



$$\hat{M}_1 = \frac{\overset{\frown}{AC} + \overset{\frown}{BD}}{2}$$

زاویهٔ حاصل از برخورد امتداد دو وتر خارج دایره:



$$\hat{M} = \frac{\overset{\frown}{AC} - \overset{\frown}{BD}}{2}$$

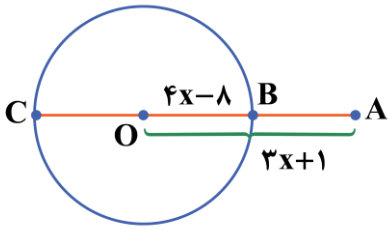
ماز

۲۱- در دایرهٔ به قطر $8x-16$ نقطهٔ A به فاصلهٔ $3x+1$ از مرکز دایره قرار دارد. اگر x یک عدد صحیح باشد که به ازای آن نقطهٔ A در خارج دایره قرار داشته باشد، کمترین فاصلهٔ A از نقاط روی دایره کدام است؟

۱) ۱ ۲) ۲ ۳) ۳ ۴) ۴

پاسخ: گزینهٔ ۱ (متوسط ـ خط‌به‌خط ـ استاندارد ـ هندسه ۲ صفحهٔ ۱۰ ـ ۱۱۰۱)

شعاع دایره **نصف قطر** است، بنابراین $R = 4x-8$، حال برای اینکه A **خارج دایره** باشد، باید $OA > R$ باشد:



$$OA > R \Rightarrow 3x+1 > 4x-8 \Rightarrow x < 9$$

از طرفی شعاع دایره نیز باید **مثبت** باشد، پس:

$$4x-8 > 0 \Rightarrow x > 2$$

بنابراین $2 < x < 9$ می‌باشد، حال نزدیک‌ترین فاصلهٔ A از نقاط روی دایره (یعنی AB) برابر است با:

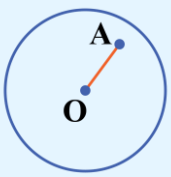
$$AB = |\underbrace{OA - R}_{+}| = |(3x+1-(4x-8)| = |9-x|$$

حال xهای صحیحی که در بازهٔ $2 < x < 9$ هستند، یعنی $x = 3,\ldots,8$ را در این عبارت قرار می‌دهیم و به ازای $x = 8$ کمترین فاصله حاصل می‌شود:

$$x = 8 \Rightarrow \min(AB) = 9-8 = 1$$

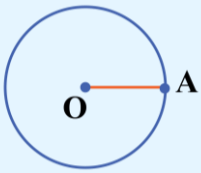
اوضاع نسبی نقطه و دایره به مرکز O و شعاع R

۱) نقطه درون دایره باشد:



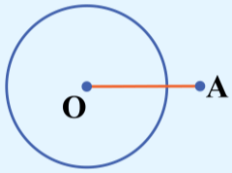
$$OA < R$$

۲) نقطه روی دایره باشد:



$$OA = R$$

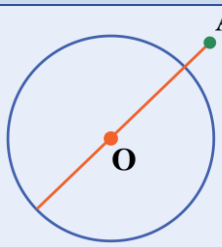
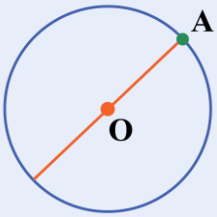
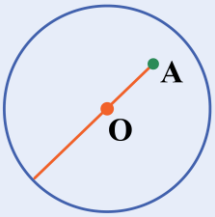
۳) نقطه بیرون دایره باشد:



$OA > R$

بیشترین و کمترین فاصلهٔ یک نقطه از دایرهٔ مفروض

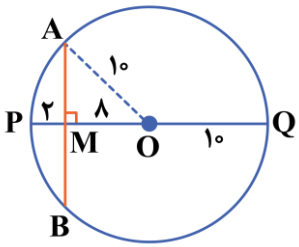
نقطهٔ A در هر وضعیتی نسبت به دایره قرار داشته باشد، برای محاسبهٔ کمترین و بیشترین فاصلهٔ نقطهٔ A از دایره کافی است A را به مرکز دایره وصل و امتداد دهیم تا دایره را قطع کند، ببینید:

A خارج دایره است.	A روی محیط دایره است.	A داخل دایره است.
		
بیش‌ترین فاصلهٔ A از نقاط دایره $= OA + R$ کم‌ترین فاصلهٔ A از نقاط دایره $= OA - R$	بیش‌ترین فاصلهٔ A از نقاط دایره $= OA + R = ۲R$ کم‌ترین فاصلهٔ A از نقاط دایره $= OA - R = ۰$	بیش‌ترین فاصلهٔ A از نقاط دایره $= OA + R$ کم‌ترین فاصلهٔ A از نقاط دایره $= R - OA$

۲۲- نقطهٔ M درون دایرهٔ $C(O,R)$ قرار دارد، اگر فاصلهٔ نزدیک‌ترین و دورترین نقاط دایره از نقطهٔ M به ترتیب ۲ و ۱۸ باشد، طول کوتاه‌ترین وتر گذرا از نقطهٔ M درون دایرهٔ C کدام است؟

۱) ۱۲ ۲) ۱۰ ۳) ۱۴ ۴) ۱۶

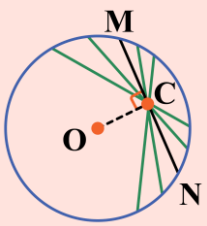
پاسخ: گزینهٔ ۱ (آسان ـ خط‌به‌خط ـ استاندارد ـ هندسه ۲ صفحهٔ ۱۰ ـ ۱۱۰۱)



می‌دانیم کوتاه‌ترین وتر گذرنده از نقطهٔ M بر شعاع گذرا از این نقطه **عمود** است (یعنی وتر AB)، بنابراین مطابق شکل، فاصلهٔ نزدیک‌ترین نقطه روی دایره تا M برابر است با $MP = ۲$ و فاصلهٔ دورترین نقطه روی دایره تا M برابر با $MQ = ۱۸$ است، بنابراین قطر دایره $۲R = ۲ + ۱۸$ است و شعاع $R = ۱۰$ می‌باشد، پس $OM = ۸$ و $OA = ۱۰$ می‌باشد. طبق قضیهٔ فیثاغورس در $\triangle OAM$، به دست می‌آید $AM = ۶$؛ بنابراین طول کوتاه‌ترین وتر برابر است با: $AB = ۲AM = ۲ \times ۶ = ۱۲$

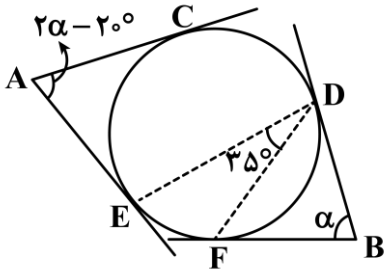
کوتاه‌ترین وتر گذرا از یک نقطه در دایره

کوتاه‌ترین وتر گذرا از نقطهٔ مفروض C در دایره وتری است که بر شعاع گذرا از نقطهٔ C **عمود** است. تمام وترهای دیگری که از نقطهٔ C می‌گذرند طولشان از وتر MN بیش‌تر است. زیرا همگی آن‌ها نسبت به MN به مرکز دایره نزدیک‌تر هستند. (طبق قضیهٔ فیثاغورس وقتی طول وتر ثابت است طول دو ضلع دیگر رابطهٔ عکس دارند.)



SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

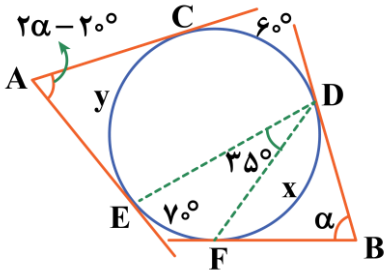
۲۳- در دایرهٔ شکل مقابل، اضلاع زاویه‌های A و B بر دایره مماس هستند، به طوری که $\hat{A}=2\alpha-20^\circ$ و $\hat{B}=\alpha$ می‌باشد. اگر وتر CD با شعاع دایره برابر باشد، مقدار α کدام است؟



۱) ۲۵°
۲) ۳۰°
۳) ۴۰°
۴) ۵۰°

پاسخ: گزینهٔ ۴ (متوسط ـ خط‌به‌خط ـ سریع ـ هندسه ۲ صفحهٔ ۱۶ ـ ۱۱۰۱)

کمان محدود به وتری که هم‌اندازهٔ شعاع دایره است برابر با ۶۰ درجه است. پس $\overset{\frown}{CD}=60^\circ$ و همچنین چون EDF زاویهٔ **محاطی** است و با نصف کمان مقابل خود برابر است، پس $\overset{\frown}{EF}=70^\circ$، حال با فرض $\overset{\frown}{DF}=x$ و $\overset{\frown}{CE}=y$ داریم:

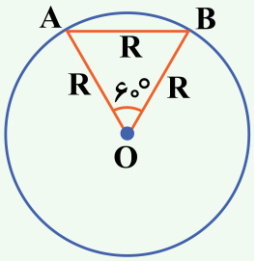


$$\begin{cases}\alpha=\dfrac{(60^\circ+y+70^\circ)-x}{2}\Rightarrow 2\alpha=130^\circ+y-x\Rightarrow x-y=130^\circ-2\alpha\\ 2\alpha-20^\circ=\dfrac{(60^\circ+x+70^\circ)-y}{2}\Rightarrow 4\alpha-40^\circ=130^\circ+x-y\Rightarrow x-y=4\alpha-170^\circ\end{cases}$$

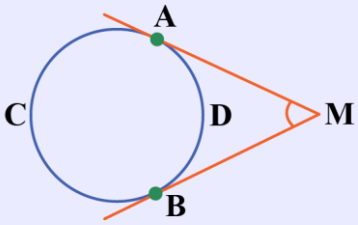
$$\Rightarrow 130^\circ-2\alpha=4\alpha-170^\circ\Rightarrow 6\alpha=300^\circ\Rightarrow\alpha=50^\circ$$

وتری به طول شعاع دایره

اگر طول یک وتر برابر با شعاع دایره باشد، کمان کوچک‌تر محدود به آن وتر برابر 60° است، چون در این حالت مثلث OAB **متساوی‌الاضلاع** است و زاویه مرکزی $A\hat{O}B=60^\circ$ است و زاویهٔ مرکزی با کمان مقابل خود برابر است.



زاویهٔ بین دو مماس در دایره



$$\hat{M}=\frac{\overset{\frown}{ACB}-\overset{\frown}{ADB}}{2}$$

۲۴- گزارهٔ «این‌طور نیست که ۲۰ عددی فرد نیست» معادل با کدام گزاره است؟

۱) این‌طور است که ۲۰ عددی زوج است.
۲) ۲۰ عددی غیر زوج است.
۳) ۲۰ عددی غیر فرد است.
۴) این‌طور نیست که ۲۰ عددی فرد است.

پاسخ: گزینهٔ ۲ (آسان ـ خط‌به‌خط ـ سریع ـ آمار و احتمال صفحهٔ ۳ ـ ۱۱۰۱)

می‌دانیم هر گزاره معادل با **نقیضِ نقیضِ خودش** است، بنابراین داریم:

۲۰ عددی فرد است ≡ (۲۰ عددی فرد نیست) ~≡ ((این طور نیست که ۲۰ عددی فرد نیست) ~) ~

بررسی گزینه‌ها:

۱) این گزینه عملاً **نقیض گزارهٔ داده شده** است. ✗

۲) غیر زوج به معنای فرد است، پس این گزینه جواب است. ✓

۳) غیر فرد به معنای زوج است، پس این گزینه هم **نقیض گزارهٔ داده شده** است. ✗

۴) برای درک بهتر این گزینه هم نقیضِ نقیضِ آن را پیدا می‌کنیم:

✗ (۲۰ عددی زوج است) ≡ (۲۰عددی فرد است) ~ ≡ ((این‌طور نیست که ۲۰ عددی فرد است) ~) ~

بنابراین این گزینه هم **نقیض گزاره داده شده** در صورت سؤال است.

نقیض یک گزاره

- جمله‌ای خبری که معنایی متضاد و مخالف با خود گزاره دارد را **«نقیض گزاره»** می‌نامند.

نقیض گزارهٔ «۵ عددی اول است» به‌صورت «۵ عددی اول نیست» خواهد بود.

- ساده‌ترین روش برای ساختن نقیض یک گزاره، آوردن عبارت «این‌طور نیست که» قبل از گزارهٔ اصلی یا «منفی کردن فعل جملهٔ خبری» است. نقیض گزارهٔ p را با $\sim p$ نشان می‌دهند و به علامت « ~ » **ناقض** می‌گویند.
- نقیض کلمات و نمادهای مهم و پرکاربرد را در جدول‌های زیر ببینید:

	نقیض کلمات	
در $\mathbb{N}$	زوج	فرد
در $\mathbb{R}$	گویا	گنگ
در کل	است	نیست

نقیض نمادها	
$\geq$	$<$
$\leq$	$>$
$\neq$	$=$

- اگر دو گزارهٔ p و q دارای ارزش یکسانی باشند، آن را به‌صورت $p \equiv q$ نمایش می‌دهیم.
- اگر p یک گزاره باشد، نقیضِ نقیضِ گزارهٔ p را به‌صورت $\sim(\sim p)$ نشان می‌دهند که همواره هم‌ارز منطقی با خود گزارهٔ p است، یعنی:

$$\sim(\sim p) \equiv p$$

- معمولاً برای ساده کردن گزاره‌هایی که فعل‌های منفی در آن‌ها به کار رفته، می‌توان از نقیض نقیض استفاده کرد.

یه نمونهٔ باحال ببین!

گزارهٔ «۲۴ عددی غیر زوج نیست» معادل است با:

۲۴ عددی زوج است ≡ (۲۴ عددی غیر زوج است) ~ ≡ ((۲۴ عددی غیر زوج نیست) ~) ~

ماز

۲۵- اگر a و b دو عدد طبیعی باشند و مجموعه جواب گزاره‌نمای $\sqrt{x-2} < b$ به صورت $[a,11)$ باشد، $a+b$ کدام است؟

۱) ۴ ۲) ۵ ۳) ۶ ۴) ۷

پاسخ: گزینهٔ ۲ (آسان ـ خط‌به‌خط ـ سریع ـ آمار و احتمال صفحهٔ ۴ ـ ۱۱۰۱)

چون زیر رادیکال با فرجهٔ **زوج** باید **نامنفی** باشد، دامنهٔ متغیر گزاره‌نما به صورت مقابل است: $x-2 \geq 0 \Rightarrow x \geq 2$

حال برای به دست آوردن مجموعهٔ جواب باید نامعادله را حل کنیم:

$$\sqrt{x-2} < b \xrightarrow{\text{توان ۲}} x-2 < b^2 \Rightarrow x < b^2+2$$

بنابراین مجموعهٔ جواب به صورت $[2, b^2+2)$ می‌باشد، بنابراین $a=2$ و $b^2+2=11$ می‌باشد، در نتیجه:

$$b^2+2=11 \Rightarrow b^2=9 \xrightarrow{b \in \mathbb{N}} b=3$$

بنابراین $a+b=5$ می‌باشد.

گزاره‌نما

- هر **جملهٔ خبری** که **شامل** یک یا چند **متغیر** باشد و با جای‌گذاری مقادیری از مجموعهٔ مرجع (مجموعه‌ای که گزارهٔ مورد بحث در آن معنی دارد.) به جای متغیر یا متغیرهای آن، تبدیل به یک گزاره شود، **«گزاره‌نما»** نامیده می‌شود.
- در هر گزاره‌نما مجموعهٔ مقادیری را که می‌توان به جای متغیرهای آن قرار داد، تا این گزاره‌نما را به گزاره تبدیل کند، **دامنهٔ متغیر گزاره‌نما** می‌نامند و با حرف D نشان می‌دهند.
- برای پیدا کردن دامنهٔ معادلات و نامعادلات **کسری** باید اعدادی را پیدا کنیم که **مخرج را صفر نکنند**.
- برای پیدا کردن دامنهٔ معادلات و نامعادلات **رادیکالی با فرجهٔ زوج**، باید اعدادی را پیدا کنیم که زیر رادیکال را **منفی نکنند**.
- در هر گزاره‌نما، مجموعه عضوهایی از دامنهٔ متغیر را که به ازای آن‌ها، گزاره‌نما به گزارهٔ درست تبدیل می‌شود، **مجموعهٔ جواب گزاره‌نما** می‌نامند و با حرف S نشان می‌دهند.

یه نمونهٔ باحال ببین!

$$\sqrt{2-x}<1\begin{cases}1)\ 2-x\geq 0\Rightarrow x\leq 2\Rightarrow D=(-\infty,2]\\ 2)\ \sqrt{2-x}<1\Rightarrow 2-x<1\Rightarrow x>1\end{cases}\Rightarrow (1)\cap(2)\Rightarrow S=(1,2]$$

ماز

۲۶- اگر گزارهٔ $p\vee(p\wedge\sim q)$ درست و گزارهٔ $q\wedge(\sim p\vee q)$ نادرست باشد، به جای مربع در گزارهٔ $(p\vee(\sim p\wedge q))\square(q\wedge(p\vee\sim q))$ کدام علامت باید قرار گیرد تا ارزش گزاره درست باشد؟

۱) $\vee$ ۲) $\wedge$ ۳) $\Rightarrow$ ۴) $\Leftrightarrow$

پاسخ: گزینهٔ ۱ (آسان ـ مفهومی ـ استاندارد ـ آمار و احتمال صفحهٔ ۶ ـ ۱۱۰۱)

طبق **قوانین جذب** داریم:

$$\begin{cases}p\vee(p\wedge\sim q)\equiv T\Rightarrow p\equiv T\\ q\wedge(\sim p\vee q)\equiv F\Rightarrow q\equiv F\end{cases}$$

حال ارزش گزاره‌های $p\vee(\sim p\wedge q)$ و $q\wedge(p\vee\sim q)$ را می‌یابیم:

$$\begin{cases}p\vee(\sim p\wedge q)\equiv T\vee(\sim p\wedge q)\equiv T\\ q\wedge(p\vee\sim q)\equiv F\wedge(p\vee\sim q)\equiv F\end{cases}$$

بنابراین تنها علامتی که بین آن‌ها می‌توان قرار داد تا ارزش گزارهٔ ترکیبی درست باشد **ترکیب فصلی** یعنی «$\vee$» است.

جدول ارزشی ترکیب فصلی، عطفی، شرطی و دو شرطی

p	q	$p\Leftrightarrow q$
د	د	د
د	ن	ن
ن	د	ن
ن	ن	د

p	q	$p\Rightarrow q$
د	د	د
د	ن	ن
ن	د	د
ن	ن	د

p	q	$p\wedge q$
د	د	د
د	ن	ن
ن	د	ن
ن	ن	ن

p	q	$p\vee q$
د	د	د
د	ن	د
ن	د	د
ن	ن	ن

قوانین جذب در گزاره‌ها

۱) $p\vee(p\wedge q)\equiv p$ ۲) $p\wedge(p\vee q)\equiv p$

ماز

۲۷- کدام گزارهٔ زیر، هم‌ارز منطقی گزارهٔ $q \Leftrightarrow (p \Rightarrow q)$ است؟

۱) $p \wedge q$ ۲) $\sim p \vee q$ ۳) $p \vee \sim q$ ۴) $p \vee q$

پاسخ: گزینهٔ ۴ (متوسط ـ مفهومی ـ استاندارد ـ آمار و احتمال صفحهٔ ۷ تا ۱۱ ـ ۱۱۰۱)

گزارهٔ دو شرطی را با استفاده از قانون $r \Leftrightarrow s \equiv (r \Rightarrow s) \wedge (s \Rightarrow r)$ باز می‌کنیم:

$$q \Leftrightarrow (p \Rightarrow q) \equiv \big(q \Rightarrow (p \Rightarrow q)\big) \wedge \big((p \Rightarrow q) \Rightarrow q\big)$$

حال همهٔ ترکیب‌های **شرطی** را **به فصلی** تبدیل می‌کنیم:

$$\equiv \big(\sim q \vee (\sim p \vee q)\big) \wedge \underbrace{(\sim (\sim p \vee q)}_{\text{دمورگان}} \vee q)$$

$$\equiv \underbrace{(\sim q \vee q}_{T} \vee \sim p) \wedge \big((p \wedge \sim q) \vee q\big) \equiv (p \wedge \sim q) \vee q \equiv (p \vee q) \wedge \underbrace{(\sim q \vee q)}_{T} \equiv p \vee q$$

هم‌ارزی‌های مهم در ترکیب‌های شرطی و دوشرطی

۱) $p \Rightarrow q \equiv \sim p \vee q$ (تبدیل شرطی به فصلی)

۲) $p \Rightarrow q \equiv \sim q \Rightarrow \sim p$ (عکسِ نقیضِ ترکیب شرطی)

۳) $\sim (p \Rightarrow q) \equiv \sim (\sim p \vee q) \equiv p \wedge \sim q$

۴) $p \Leftrightarrow q \equiv (p \Rightarrow q) \wedge (q \Rightarrow p)$

۵) $\sim (p \Leftrightarrow q) \equiv \sim p \Leftrightarrow q \equiv p \Leftrightarrow \sim q$

هم‌ارزی‌های مهم در گزاره‌ها

گزاره‌های همواره درست یا همواره نادرست	
$p \vee T \equiv T$	$p \vee \sim p \equiv T$
$p \wedge F \equiv F$	$p \wedge \sim p \equiv F$

نقیض ترکیب فصلی و عطفی (قوانین دمورگان)	
$\sim (p \vee q) \equiv \sim p \wedge \sim q$	$\sim (p \wedge q) \equiv \sim p \vee \sim q$

قوانین ترکیب‌های فصلی و عطفی		
جذب: $\begin{cases} p \vee (p \wedge q) \equiv p \\ p \wedge (p \vee q) \equiv p \end{cases}$	شرکت‌پذیری: $\begin{cases} p \vee (q \vee r) \equiv (p \vee q) \vee r \\ p \wedge (q \wedge r) \equiv (p \wedge q) \wedge r \end{cases}$	خودتوانی: $\begin{cases} p \vee p \equiv p \\ p \wedge p \equiv p \end{cases}$
همپوشانی: $\begin{cases} p \vee (\sim p \wedge q) \equiv p \vee q \\ p \wedge (\sim p \vee q) \equiv p \wedge q \end{cases}$	توزیع‌پذیری: $\begin{cases} p \vee (q \wedge r) \equiv (p \vee q) \wedge (p \vee r) \\ p \wedge (q \vee r) \equiv (p \wedge q) \vee (p \wedge r) \end{cases}$	جابه‌جایی: $\begin{cases} p \vee q \equiv q \vee p \\ p \wedge q \equiv q \wedge p \end{cases}$

۲۸- جدول ارزش درستی کدام‌یک از گزاره‌های زیر با جدول ارزش درستی گزارهٔ $(\sim q \Rightarrow r) \Rightarrow (\sim p \Rightarrow q)$ یکسان نیست؟

۱) $r \vee (p \Rightarrow q)$ ۲) $\sim p \vee q \vee r$ ۳) $r \vee (p \wedge q)$ ۴) $p \Rightarrow (q \vee r)$

پاسخ: گزینهٔ ۳ (سخت ـ ترکیبی ـ زمان‌بَر ـ آمار و احتمال صفحهٔ ۷ ـ ۱۱۰۱)

روش اول

همهٔ **ترکیب‌های شرطی** را **به فصلی** تبدیل می‌کنیم:

$$(\sim p \Rightarrow q) \Rightarrow (\sim q \Rightarrow r) \equiv (p \vee q) \Rightarrow (q \vee r) \equiv \underbrace{\sim (p \vee q)}_{\text{دمورگان}} \vee (q \vee r) \equiv (\sim p \wedge \sim q) \vee (q \vee r)$$

حال $q \vee r$ را **از سمت راست** روی $(\sim p \wedge \sim q)$ پخش می‌کنیم:

$$(\sim p \wedge \sim q) \vee (q \vee r) \equiv (\sim p \vee (q \vee r)) \wedge \underbrace{(\sim q \vee (q \vee r))}_{T} \equiv \sim p \vee q \vee r$$

حال همهٔ گزینه‌ها را ساده می‌کنیم:

۱) $r \vee (p \Rightarrow q) \equiv r \vee (\sim p \vee q) \equiv \sim p \vee q \vee r$ ✓

۲) $\sim p \vee q \vee r$ ✓

۳) $r \vee (p \wedge q)$ ×

۴) $p \Rightarrow (q \vee r) \equiv \sim p \vee (q \vee r)$ ✓

روش دوم

بدون ساده کردن صورت سؤال و فقط با **تبدیل ترکیب شرطی** در گزینه‌های «۱» و «۴» معلوم می‌شود که گزینه‌های «۱»، «۲» و «۴» هم‌ارزند، بنابراین جواب گزینهٔ «۳» می‌شود.

۲۹- چه تعداد از جملات زیر گزاره هستند؟

الف: سارینا بسیار باهوش است.

ب: قد سعدی از حافظ بلندتر است.

ج: همهٔ اعداد اول فرد هستند.

د: حافظ بزرگ‌ترین شاعر تاریخ بشر است.

۱) ۱ ۲) ۲ ۳) ۳ ۴) ۴

پاسخ: گزینهٔ ۲ (آسان ـ خط‌به‌خط ـ سریع ـ آمار و احتمال صفحهٔ ۲ ـ ۱۱۰۱)

بررسی موارد:

الف) باهوش‌بودن یک **صفت نسبی** است، بنابراین **ارزش** این جملهٔ خبری **قابل تعیین نیست** و این جمله گزاره محسوب نمی‌شود. ×

ب) سعدی و حافظ افراد **مشخص** هستند و این جمله یک گزاره را نشان می‌دهد که می‌توان با مقایسهٔ قد سعدی و حافظ درستی یا نادرستی گزاره را تعیین کرد. ✓

ج) این جلمه یک جملهٔ خبری با ارزش نادرست است، پس گزاره است. ✓

د) ارزش این جملهٔ خبری بستگی به **احساسات** و **عواطف** و **نظرات مختلف** انسان دارد. هر چند از نظر بسیاری از کارشناسان این جمله مورد تایید است، اما گزاره محسوب نمی‌شود. ×

در نتیجه دو مورد از جملات گزاره‌اند.

گزاره

هر جملهٔ خبری که در حال حاضر یا آینده، **دارای ارزش** درست یا ارزش نادرست باشد را **«گزاره»** می‌نامند.

دو نمونهٔ باحال ببین!

- مجموع هر دو عدد فرد، همواره عددی زوج است.
- عدد $۲^{۱۰۱} - ۱$ عددی اول است.

جملات **امری**، **پرسشی**، **عاطفی**، **احساسی**، **تعجبی** و **دعایی** گزاره محسوب **نمی‌شوند**.

نمونه‌هایی از جملات امری، پرسشی، عاطفی، احساسی، تعجبی و دعایی

- کتاب‌ها را روی میز بگذارید. (امری)
- آیا ۹۹۷ عددی اول است؟ (پرسشی)
- بیا و کشتی ما در شط شراب انداز. (احساسی)
- چه هوای دل‌انگیزی! (تعجبی)
- ای کاش نرفته بودی! (دعایی)
- تو را من چشم در راهم. (عاطفی)

حدس‌های ریاضی که هنوز درستی آن‌ها اثبات یا رد نشده است، گزاره محسوب می‌شوند.

دو نمونهٔ باحال ببین!

- هر عدد زوج بزرگ‌تر از ۲ را می‌توان به‌صورت مجموع دو عدد اول نوشت. (حدس گلدباخ)
- بی‌نهایت عدد اول مانند p وجود دارد که $p+2$ هم اول باشد.

جمله‌های خبری که **نتوانیم ارزش** آن‌ها را **تعیین** کنیم، گزاره محسوب **نمی‌شوند**.

چند نمونهٔ باحال ببین!

- درس ریاضی از فیزیک آسان‌تر است.
- عربی دشوارترین درس است.
- کنکور امسال خیلی مفهومی بود.
- روزبه قدبلند است.

ماز

۳۰- در جدول زیر، در جاهای خالی ارزش چند گزاره درست است؟

p	q	r	$p\vee(q\Rightarrow r)$	$\sim q\Leftrightarrow(p\wedge r)$
...	...	...	ن	...

۱) ۱
۲) ۲
۳) ۳
۴) ۴

پاسخ: گزینهٔ ۲ (آسان ـ خط‌به‌خط ـ استاندارد ـ آمار و احتمال صفحهٔ ۱۰ ـ ۱۱۰۱)

می‌دانیم ارزش **ترکیب فصلی** وقتی **نادرست** است که هر دو گزاره **نادرست** باشند و ارزش یک **ترکیب شرطی** زمانی **نادرست** است که **مقدم درست** و **تالی نادرست** باشد، بنابراین:

$$p\vee(q\Rightarrow r)\equiv F\Rightarrow\begin{cases}p\equiv F\\ q\Rightarrow r\equiv F\Rightarrow\begin{cases}q\equiv T\\ r\equiv F\end{cases}\end{cases}$$

حال با معلوم شدن ارزش p، q و r می‌توانیم ارزش گزارهٔ $\sim q\Leftrightarrow(p\wedge r)$ را تعیین کنیم:

$$\sim q\Leftrightarrow(p\wedge r)\equiv F\Leftrightarrow(F\wedge F)\equiv F\Leftrightarrow F\equiv T$$

بنابراین در جاهای خالی دو گزاره **درست** و دو گزاره نادرست هستند.

مهم‌ترین دانسته‌های ترکیب فصلی و شرطی

۱) ارزش ترکیب **فصلی** دو گزاره **تنها زمانی نادرست** است که **هر دو نادرست** باشند.

$$p\vee q\equiv F\longrightarrow p\equiv q\equiv F$$

۲) اگر **حداقل یکی** از گزاره‌ها در ترکیب فصلی **درست** باشد ارزش کل ترکیب فصلی **درست** است.

۳) ارزش ترکیب **شرطی** تنها زمانی **نادرست** است که **مقدم درست** و **تالی نادرست** باشد.

$$p\Rightarrow q\equiv F\longrightarrow p\equiv T\ \text{و}\ q\equiv F$$

ماز

بودجه‌بندی این آزمون

الکتریسیتهٔ ساکن (تا ابتدای برهم‌نهی میدان‌های الکتریکی)
صفحه‌های ۱ تا ۱۴

سهم در کنکور

درمجموع ۱ تست از ۳۵ تست کنکور را پوشش داده است.
در مجموع ۲/۵ نمره از ۲۰ نمره امتحان نهایی را پوشش داده است.

سلام به مازی‌های عزیز

خیلی سریع قبل از دیدن پاسخ‌نامه، چندتا نکتهٔ مهم رو راجع به آزمون باهم بررسی کنیم:

فصل «الکتریسیتهٔ ساکن» از فصل‌های پرحجم و مهم کنکوره که اهمیتش رو در جدول زیر می‌بینید:

نام فصل	تعداد تست در کنکور	بارم در امتحان نهایی
الکتریسیتهٔ ساکن	۳	۶/۷۵

بودجه این آزمون مربوط به صفحه‌های ۱ تا ۱۴ کتاب درسیه که شامل مفاهیم بار الکتریکی، قانون کولن و برایندگیری نیروهای الکتریکی و مفاهیم اولیهٔ میدان الکتریکی می‌شه. از این قسمت‌ها معمولاً ۱ تست توی کنکور مطرح می‌شه و به طور تقریبی ۲/۵ نمره از امتحان نهایی هم از بودجه‌بندی این آزمون میاد.

مهم‌ترین قسمت‌های بودجهٔ این آزمون، مباحث مربوط به «برایندگیری نیروهای الکتریکی»، «نیروی وارد بر ذرهٔ باردار از طرف میدان الکتریکی» و «میدان الکتریکی حاصل از یک ذرهٔ باردار» است که در این آزمون تلاش کردیم با سؤالاتی مفهومی، محاسباتی و ترکیبی این مباحث رو براتون جا بندازیم.

حواستون باشه که سؤالات این فصل فقط محاسباتی نیستند، بنابراین تسلط بر روی مفاهیم و ارتباط بین مباحث خیلی مهمه.

موفق باشید.

حسین عبدوی‌نژاد و مروارید شاه‌حسینی ـ مسئولین درس آزمون‌های تستی فیزیک پایهٔ یازدهم ماز

۳۱- کدام گزینه درست است؟

۱) اجسام نارسانا را می‌توان به روش‌های مالش و یا القاء، باردار کرد.

۲) در هنگام مالش دو جسم مختلف و خنثی به یکدیگر، ماده‌ای که الکترون‌خواهی بیشتری دارد، اندازهٔ بار الکتریکی بزرگ‌تری خواهد داشت.

۳) جسم بارداری را به کلاهک یک الکتروسکوپ باردار نزدیک می‌کنیم. اگر ورقه‌های الکتروسکوپ به هم نزدیک‌تر شوند، بار جسم، باید ناهمنام با بار الکتروسکوپ باشد.

۴) طبق اصل پایستگی بار الکتریکی، همواره بار الکتریکی مشاهده‌شدهٔ یک جسم، مضرب درستی از بار بنیادی (e) است.

پاسخ: گزینهٔ ۳ (آسان ـ مفهومی ـ سریع ـ صفحهٔ ۴ ـ ۱۱۰۱)

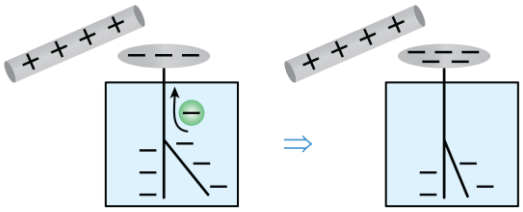
بررسی گزینه‌ها:

۱) اجسام نارسانا بر خلاف اجسام رسانا، الکترون آزاد ندارند و الکترون‌ها روی سطح یا داخل جسم نارسانا، جابه‌جا نمی‌شوند، بنابراین نمی‌توانند با یک تماس ساده با زمین یا بدن انسان، الکترون بگیرند یا از دست بدهند، بنابراین اجسام نارسانا را نمی‌توان به روش القاء باردار کرد. روش مالش، بهترین و ساده‌ترین روش برای باردار کردن اجسام نارسانا است. (✗)

۲) در هنگام مالش دو جسم مختلف و خنثی به یکدیگر، با انتقال تعدادی الکترون از یک جسم به جسم دیگر، تعادل بارها در اتم خنثی به هم می‌خورد و جسمی که الکترون از دست می‌دهد (الکترون‌خواهی کم‌تری دارد)، تعداد الکترون‌هایش کمتر از تعداد پروتون‌های آن می‌شود و بار الکتریکی خالص آن مثبت می‌گردد و همچنین، جسمی که الکترون اضافی دریافت می‌کند (الکترون‌خواهی بیشتری

دارد)، تعداد الکترون‌هایش از تعداد پروتون‌های آن بیشتر می‌شود و بار الکتریکی خالص آن منفی می‌شود، در نتیجه در هنگام مالش دو جسم مختلف و خنثی با یکدیگر، بار خالصی که دو جسم پیدا می‌کنند، **هم‌اندازه و ناهمنام** است. (✗)

۳) اگر بار جسم باردار و بار الکتروسکوپ، ناهمنام باشند، با نزدیک کردن جسم باردار به کلاهک الکتروسکوپ، در اثر ربایش بین بارهای ناهمنام، بارهای ورقه‌ها به سمت کلاهک الکتروسکوپ می‌آیند و **ورقه‌های الکتروسکوپ، به هم نزدیک‌تر می‌شوند**. (✓)



۴) **اصل پایستگی بار الکتریکی بیان می‌کند که مجموع جبری همهٔ بارهای الکتریکی در یک دستگاه منزوی، ثابت است؛ یعنی بار می‌تواند از جسمی به جسم دیگر منتقل شود، ولی هرگز امکان تولید یا نابودی یک بار خالص وجود ندارد. تا کنون هیچ آزمایشی این اصل را نقض نکرده است.** (✗)

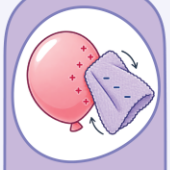
توجه

منظور از دستگاه منزوی در این‌جا دستگاهی است که نه از محیط اطراف خود بار بگیرد و نه به آن بار بدهد.

یادآوری : روش‌های باردار کردن اجسام

روش‌های باردار کردن اجسام

مالش



در اثر مالش دو جسم به یکدیگر، دو بار هم‌اندازه و ناهمنام در دو جسم ایجاد می‌شود. این بهترین روش باردار کردن اجسام نارسانا است.
نوع باری که جسم در اثر مالش پیدا می‌کند، بر اساس جدولی موسوم به سری الکتریسیتهٔ مالشی مشخص می‌شود. در این جدول مواد نزدیک‌تر به انتهای منفی سری، بار منفی و مواد نزدیک‌تر به انتهای مثبت سری، بار مثبت پیدا می‌کنند.
برای مثال، در صورت مالش شیشه و پلاستیک، شیشه دارای بار مثبت و پلاستیک دارای بار منفی می‌شود.

انتهای مثبت
شیشه
پشم
کاغذ
پلاستیک
انتهای منفی

تماس



در اثر تماس یک جسم باردار رسانا به جسم دیگر، مقداری از بار الکتریکی جسم باردار به جسم دیگر منتقل می‌شود. این روش مخصوص اجسام رسانا است. در این روش هر دو جسم دارای بار همنام می‌شوند.

القا



تفکیک بار در اجسام، در اثر نزدیکی یک جسم باردار به آن‌ها را القای بار الکتریکی می‌گویند.
باردار کردن به این روش مخصوص اجسام رسانا است.
میلهٔ باردار را به کرهٔ رسانای خنثی نزدیک می‌کنیم؛ بنابراین بارهای همنام با بار میله دفع می‌شوند. سپس کره را توسط یک سیم به زمین وصل می‌کنیم. درنتیجه الکترون‌ها یا از زمین به کره می‌آیند یا از کره به زمین می‌روند، به گونه‌ای که در انتها بار کره، ناهمنام با بار میله می‌شود.

۳۲- دو جسم A و B با بارهای الکتریکی مثبت و هم‌اندازهٔ q در فاصلهٔ مشخصی از هم روی پایه‌های عایق قرار دارند. اگر تعدادی الکترون از جسم A به جسم B منتقل کنیم، بار جسم B برابر $-8q$ می‌شود. بار نهایی جسم A، چند برابر q است؟

۱) $+8$ ۲) $+10$ ۳) -8 ۴) -10

پاسخ: گزینهٔ ۲ (آسان ـ استدلالی ـ استاندارد ـ صفحهٔ ۴ ـ ۱۱۰۱)

طبق اصل پایستگی بار الکتریکی، مجموع بار اولیهٔ جسم‌ها برابر مجموع بار نهایی آن‌ها است، بنابراین داریم:

$$\underbrace{q_A+q_B}_{\text{مجموع بار اولیه}}=\underbrace{q'_A+q'_B}_{\text{مجموع بار نهایی}}\xrightarrow[q'_B=-8q]{q_A=q_B=q}2q=q'_A-8q\Rightarrow q'_A=+10q$$

نکات

۱- جمع جبری بارهای الکتریکی در یک دستگاه منزوی، همواره ثابت است:

$$q_a+q_b+\cdots+q_n=\text{ثابت}$$

۲- جمع جبری تغییر بار الکتریکی اجسام، صفر است:

$$\Delta q_a+\Delta q_b+\cdots+\Delta q_n=0$$

۳- اگر به جسمی که دارای بار اولیهٔ q است، n الکترون بدهیم، بار جدید جسم به‌صورت $q-ne$ می‌شود.

۴- اگر از جسمی که دارای بار اولیهٔ q است، n الکترون خارج کنیم، بار جدید جسم به‌صورت $q+ne$ می‌شود.

۳۳- اگر در یون $_Z X^{n+}$، اندازهٔ مجموع بار الکتریکی یون و بار الکتریکی الکترون‌های اطراف هسته، ۲۰ درصد کمتر از اندازهٔ بار الکتریکی هسته باشد، نسبت $\frac{Z}{n}$ برای این یون چقدر می‌تواند باشد؟

۱) ۱۰ ۲) ۸ ۳) ۶ ۴) ۴

پاسخ: گزینهٔ ۱ (متوسط ـ محاسباتی ـ استاندارد ـ صفحهٔ ۴ ـ ۱۱۰۱)

گام اول

در یون $_Z X^{n+}$، اگر بار الکتریکی یون را q_1، بار الکتریکی الکترون‌های اطراف هسته را q_2 و بار الکتریکی هسته را q_3 فرض کنیم، با توجه به این‌که یون موردنظر n تا الکترون از دست داده است، داریم:

$$\begin{cases}q_1=+ne\\ q_2=-(Z-n)e\\ q_3=+Ze\end{cases}$$

گام آخر

اندازهٔ مجموع بار الکتریکی یون و بار الکتریکی الکترون‌های اطراف هسته، ۲۰ درصد کمتر از اندازهٔ بار الکتریکی هسته است، بنابراین داریم:

$$|q_1+q_2|=\frac{4}{5}|q_3|\Rightarrow|ne-(Z-n)e|=\frac{4}{5}|Ze|\Rightarrow|2n-Z|=\frac{4}{5}Z\Rightarrow\begin{cases}2n-Z=\frac{4}{5}Z\Rightarrow 2n=\frac{9}{5}Z\Rightarrow\frac{Z}{n}=\frac{10}{9}\\ 2n-Z=-\frac{4}{5}Z\Rightarrow 2n=\frac{1}{5}Z\Rightarrow\frac{Z}{n}=10\end{cases}$$

بار الکتریکی اتم‌ها و یون‌ها

۱- **در یک اتم خنثی مانند** $_{Z}^{A}X$ ، می‌توان بار الکتریکی کل، بار هسته و بار الکتریکی الکترون‌های اطراف هسته را به‌صورت زیر به‌دست آورد:

$q_{کل} = ۰ \Rightarrow$ اتم خنثی است.

$q_{هسته} = +Ze \Rightarrow$ تعداد پروتون‌های هسته برابر Z است.

$q_{الکترون‌ها} = -Ze \Rightarrow$ تعداد الکترون‌های اتم برابر Z است.

توجه کنید که نوترون‌ها بار الکتریکی ندارند (خنثی هستند).

۲- **در یک یون مثبت مانند** $_{Z}^{A}X^{n+}$ ، می‌توان بار الکتریکی کل، بار هسته و بار الکتریکی الکترون‌های اطراف هسته را به‌صورت زیر به‌دست آورد:

$q_{کل} = +ne \Rightarrow$ بار الکتریکی خالص یون

$q_{هسته} = +Ze \Rightarrow$ تعداد پروتون‌های هسته برابر Z است.

$q_{الکترون‌ها} = -(Z-n)e \Rightarrow$ تعداد الکترون‌های اتم برابر $Z-n$ است.

۳- **در یک یون منفی مانند** $_{Z}^{A}X^{n-}$: تعداد الکترون‌های اطراف هسته برابر با $Z+n$ و تعداد پروتون‌های درون هسته برابر با Z بوده و داریم:

بار الکتریکی خالص یون: $q_{کل} = -ne$

مجموع بار الکتریکی پروتون‌های هسته: $q_{هسته} = +Ze$

مجموع بار الکتریکی الکترون‌های اطراف هسته: $q_{الکترون‌ها} = -(Z+n)e$

یه نمونهٔ باحال

در یون منیزیم دو بار مثبت $(_{۱۲}Mg^{۲+})$ ، بار الکتریکی هسته و مجموع بار الکتریکی الکترون‌ها چند نانوکولن است؟

$(e = ۱/۶ \times ۱۰^{-۱۹} C)$

پاسخ تشریحی:

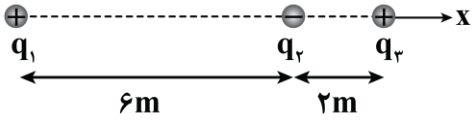
عدد اتمی منیزیم برابر $Z = ۱۲$ است؛ بنابراین تعداد ۱۲ پروتون در هستهٔ آن وجود دارد و بار الکتریکی هسته برابر است با:

$$q_{هسته} = +Ze = ۱۲ \times ۱/۶ \times ۱۰^{-۱۹} = ۱/۹۲ \times ۱۰^{-۱۸} C = ۱/۹۲ \times ۱۰^{-۹} nC$$

چون یون منیزیم ۲ بار مثبت است، الکترون‌های آن ۲ تا کم‌تر از تعداد پروتون‌ها هستند، پس تعداد الکترون‌ها برابر ۱۰ است و مجموع بار الکتریکی آن‌ها برابر است با:

$$q_{الکترون‌ها} = -۱۰e = -۱۰ \times ۱/۶ \times ۱۰^{-۱۹} = -۱/۶ \times ۱۰^{-۱۸} C = -۱/۶ \times ۱۰^{-۹} nC$$

۳۴- مطابق شکل زیر، سه بار الکتریکی نقطه‌ای $q_۱ = +۲۵\mu C$ ، $q_۲ = -۴\mu C$ و $q_۳ = +۱۰\mu C$ روی محور x ثابت شده‌اند. بردار نیروی الکتریکی خالص وارد بر بار $q_۲$ از طرف دو بار دیگر برحسب SI در کدام گزینه به درستی آمده است؟ $(k = ۹ \times ۱۰^{۹} \frac{N.m^۲}{C^۲})$



۱) $۶۵ \times ۱۰^{-۳} \vec{i}$

۲) $-۶۵ \times ۱۰^{-۳} \vec{i}$

۳) $۱۱۵ \times ۱۰^{-۳} \vec{i}$

۴) $-۱۱۵ \times ۱۰^{-۳} \vec{i}$

پاسخ: گزینهٔ ۱ (متوسط ـ محاسباتی ـ استاندارد ـ صفحهٔ ۸ ـ ۱۱۰۱)

گام اول

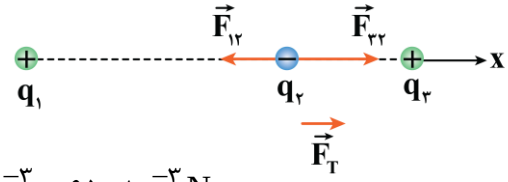
بر بار q_2 دو نیروی الکتریکی از طرف بارهای q_1 و q_3 وارد می‌شود. طبق رابطهٔ قانون کولن، بزرگی این نیروها را محاسبه می‌کنیم:

$$F_{12}=k\frac{|q_1||q_2|}{r_{12}^2}\xrightarrow[|q_2|=4\times10^{-6}\,C\,,\,r_{12}=6m]{|q_1|=25\times10^{-6}\,C}F_{12}=9\times10^9\times\frac{25\times10^{-6}\times4\times10^{-6}}{6^2}=25\times10^{-3}\,N$$

$$F_{32}=k\frac{|q_3||q_2|}{r_{32}^2}\xrightarrow[|q_2|=4\times10^{-6}\,C\,,\,r_{32}=2m]{|q_3|=10\times10^{-6}\,C}F_{32}=9\times10^9\times\frac{10\times10^{-6}\times4\times10^{-6}}{2^2}=90\times10^{-3}\,N$$

گام آخر

با توجه به این‌که بارهای q_1 و q_3، مثبت و بار q_2 منفی است، بنابراین نیروهای $\vec{F}_{12}$ و $\vec{F}_{32}$ هر دو به صورت جاذبه هستند. مطابق شکل زیر، نیروهای $\vec{F}_{12}$ و $\vec{F}_{32}$ در خلاف جهت یکدیگر هستند، بنابراین اندازهٔ نیروی برایند برابر با تفاضل اندازهٔ آن‌ها است:



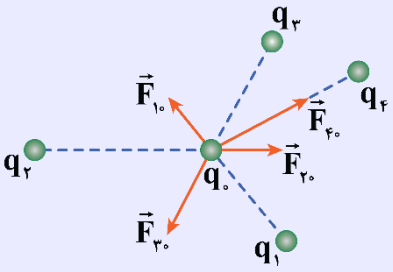
$$F_T=F_{32}-F_{12}=90\times10^{-3}-25\times10^{-3}=65\times10^{-3}\,N$$

و جهت نیروی برایند در جهت بردار بزرگ‌تر یعنی در جهت $\vec{F}_{32}$ است، بنابراین جهت نیروی برایند در جهت محور xها است:

$$\vec{F}_T=(65\times10^{-3}\,N)\vec{i}$$

اصل برهم‌نهی نیروهای الکتریکی

هرگاه تعدادی بار الکتریکی در یک ناحیه از فضا قرار داشته باشند، نیروی الکتریکی وارد بر هر ذره، برایند نیروهایی است که سایر ذرات به‌طور مستقل بر آن ذره وارد می‌کنند.



$$\vec{F}_{T_0}=\vec{F}_{10}+\vec{F}_{20}+\vec{F}_{30}+\vec{F}_{40}$$

محاسبهٔ نیروی الکتریکی در حضور چند بار

در سؤالاتی که چند بار الکتریکی وجود دارند و نیروی الکتریکی وارد بر یکی از آن‌ها را می‌خواهیم، گام‌های زیر را طی می‌کنیم:

گام اول: بردار نیروی الکتریکی که هر یک از بارها وارد می‌کنند را رسم می‌کنیم.

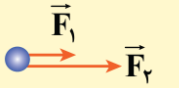
گام دوم: با استفاده از قانون کولن، اندازهٔ نیروهای الکتریکی را جداگانه محاسبه می‌کنیم.

گام سوم: بردارهای به‌دست‌آمده را به‌صورت برداری جمع می‌کنیم. اگر بردارها هم‌جهت باشند، اندازهٔ آن‌ها جمع می‌شود، اگر خلاف جهت هم باشند، اندازهٔ آن‌ها از هم کم می‌شود و اگر عمود بر هم باشند با کمک رابطهٔ فیثاغورس، برایند آن‌ها محاسبه می‌شود.

زنگ ریاضیات

برایند دو بردار $\vec{F}_1$ و $\vec{F}_2$ به صورت زیر محاسبه می‌شود:

۱- اگر دو بردار $\vec{F}_1$ و $\vec{F}_2$ هم‌جهت باشند:



$$\xrightarrow{\text{بزرگی برایند}}F_t=F_1+F_2$$

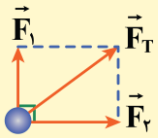
در این حالت، $\vec{F}_t$ در جهت بردارهای $\vec{F}_1$ و $\vec{F}_2$ است.

۲- اگر دو بردار $\vec{F}_1$ و $\vec{F}_2$ در خلاف جهت هم باشند:

$\vec{F}_1$ $\vec{F}_2$ $\xrightarrow{\text{بزرگی برایند}} F_t = |F_1 - F_2|$

در این حالت، $\vec{F}_t$ هم‌جهت با بردار بزرگ‌تر می‌شود.

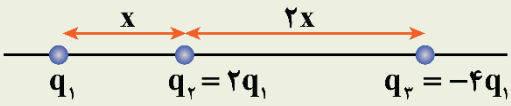
۳- اگر دو بردار $\vec{F}_1$ و $\vec{F}_2$ بر هم عمود باشند:



$\xrightarrow{\text{بزرگی برایند}} F_t = \sqrt{F_1^2 + F_2^2}$

آزمون سراسری تجربی تیرماه ۱۴۰۱

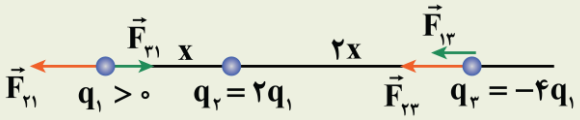
۶۵- سه ذرهٔ باردار، مطابق شکل زیر، روی محوری قرار دارند. بزرگی نیروی الکتریکی خالص وارد بر بار q_1، چند برابر بزرگی نیروی الکتریکی خالص وارد بر بار q_3 است؟



۱) ۴
۲) ۱
۳) $\frac{۷}{۱۱}$
۴) $\frac{۵}{۸}$

پاسخ تشریحی:

بهترین کار، این است که یکی از نیروها را، برای مثال نیروی الکتریکی که بارهای q_1 و q_2 به هم وارد می‌کنند، مرجع قرار داده و اندازهٔ آن را با F نشان دهیم و اندازهٔ بقیهٔ نیروها رو برحسب F تعیین کنیم.

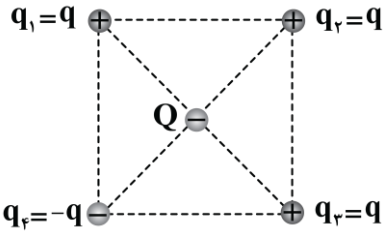


$$\begin{cases} F_{12} = F_{21} = k\frac{|q_1||q_2|}{x^2} = k\frac{|q_1|\times|2q_1|}{x^2} = \frac{2k|q|^2}{x^2} = F \\ F_{13} = F_{31} = k\frac{|q_1||q_3|}{(3x)^2} = k\frac{|q_1|\times|4q_1|}{9x^2} = \frac{2}{9}(\frac{2k|q|^2}{x^2}) = \frac{2}{9}F \\ F_{23} = k\frac{|q_2||q_3|}{(2x)^2} = k\frac{|2q_1|\times|4q_1|}{4x^2} = \frac{2k|q|^2}{x^2} = F \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} F_{net_1} = F_{21} - F_{31} = F - \frac{2}{9}F = \frac{7}{9}F \\ F_{net_3} = F_{13} + F_{23} = \frac{2}{9}F + F = \frac{11}{9}F \end{cases}$$

$$\Rightarrow \frac{F_{net_1}}{F_{net_3}} = \frac{\frac{7}{9}F}{\frac{11}{9}F} = \frac{7}{11}$$

پاسخ: گزینهٔ ۳

۳۵- **مطابق شکل زیر، چهار بار الکتریکی نقطه‌ای در رئوس مربعی ثابت شده‌اند و بار Q در مرکز مربع قرار گرفته است. کدام گزینه جهت بردار نیروی الکتریکی خالص وارد بر بار Q را به‌درستی نشان می‌دهد؟**



۱) ↖
۲) ↗
۳) ↙
۴) ↘

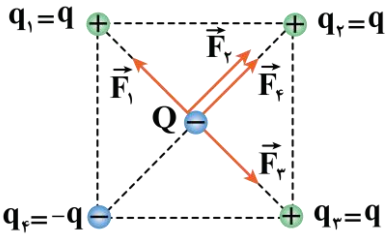
پاسخ: گزینهٔ ۲ (آسان ـ مفهومی ـ استاندارد ـ صفحهٔ ۸ ـ ۱۱۰۱)

کام اول

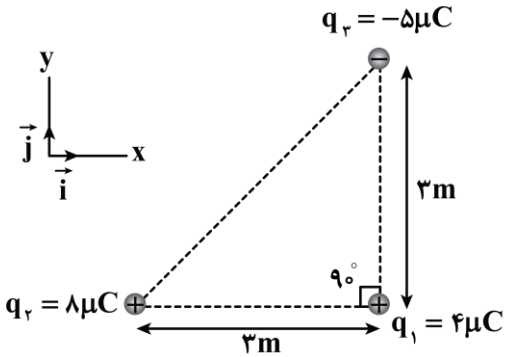
بارهای q_1 و q_3 یکسان بوده و در فاصلهٔ یکسانی از بار Q قرار دارند، بنابراین طبق قانون کولن، نیروهای $\vec{F}_1$ و $\vec{F}_3$ هم‌اندازه و در خلاف جهت هم بوده و یک‌دیگر را خنثی می‌کنند.

کام آخر

بار q_2 در جهت نشان داده‌شده، بار Q را با نیروی $\vec{F}_2$ جذب و بار q_4 در جهت نشان داده‌شده، بار Q را با نیروی $\vec{F}_4$ دفع می‌کند، بنابراین نیروهای $\vec{F}_2$ و $\vec{F}_4$ هم‌جهت بوده و برایندشان در جهت ↗ خواهد بود.



۳۶- سه بار الکتریکی نقطه‌ای مطابق شکل زیر، در سه رأس مثلث قائم‌الزاویه‌ای ثابت شده‌اند. بردار نیروی الکتریکی خالص وارد بر بار الکتریکی نقطه‌ای واقع در رأس قائمه از طرف دو بار دیگر برحسب SI در کدام گزینه به درستی آمده است؟



$(k = 9\times10^{9}\ \frac{N.m^2}{C^2})$

۱) $0/288\vec{i} + 0/18\vec{j}$

۲) $-0/288\vec{i} + 0/18\vec{j}$

۳) $0/032\vec{i} + 0/02\vec{j}$

۴) $-0/032\vec{i} + 0/02\vec{j}$

پاسخ: گزینهٔ ۳ (متوسط ـ محاسباتی ـ استاندارد ـ صفحهٔ ۸ ـ ۱۱۰۱)

کام اول

بر بار q_1، دو نیرو از طرف بارهای q_2 و q_3 وارد می‌شوند. طبق قانون کولن، بزرگی این نیروها را محاسبه می‌کنیم و سپس جهت آن‌ها را برحسب بردارهای یکهٔ $\vec{i}$ و $\vec{j}$ تعیین می‌کنیم:

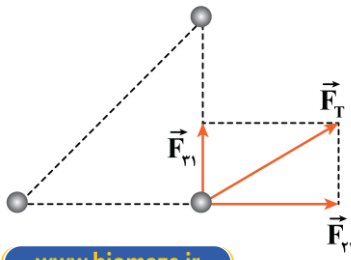
$$F_{21} = k\frac{|q_1||q_2|}{r_{21}^2} \xrightarrow[|q_2|=8\times10^{-6}\,C\ ,\ r_{21}=3m]{|q_1|=4\times10^{-6}\,C} F_{21} = 9\times10^{9}\times\frac{4\times10^{-6}\times8\times10^{-6}}{3^2} = 32\times10^{-3}\,N$$

$$F_{31} = k\frac{|q_1||q_3|}{r_{31}^2} \xrightarrow[|q_3|=5\times10^{-6}\,C\ ,\ r_{31}=3m]{|q_1|=4\times10^{-6}\,C} F_{31} = 9\times10^{9}\times\frac{4\times10^{-6}\times5\times10^{-6}}{3^2} = 20\times10^{-3}\,N$$

کام آخر

با توجه به دستگاه مختصات داده‌شده، $\vec{F}_{31}$ جاذبه بوده و در جهت مثبت محور y است، بنابراین $\vec{F}_{31} = (20\times10^{-3}\,N)\vec{j}$ می‌شود.

با توجه به دستگاه مختصات داده‌شده، $\vec{F}_{21}$ دافعه بوده و در جهت مثبت محور x است، بنابراین $\vec{F}_{21} = (32\times10^{-3}\,N)\vec{i}$ می‌شود.



بنابراین بردار برایند نیروهای الکتریکی وارد بر بار q برابر است با:

$$\vec{F}_T = \vec{F}_{21} + \vec{F}_{31} = (32\times10^{-3}\,N)\vec{i} + (20\times10^{-3}\,N)\vec{j} \Rightarrow \vec{F}_T = (0/032N)\vec{i} + (0/02N)\vec{j}$$

راهنمای زرنگ‌بازی

نیروی $\vec{F}_{12}$ دافعه بوده و در جهت مثبت محور x است، پس گزینه‌های (۲) و (۴) حذف می‌شوند.

از طرفی داریم:

$$F_{21} = k\frac{|q_1||q_2|}{r_{21}^2} \Rightarrow F_{21} = 9\times10^9 \times \frac{4\times10^{-6}\times8\times10^{-6}}{3^2} = 32\times10^{-3}\,N$$

پس گزینهٔ (۳) درست است.

زنگ ریاضیات

نمایش بردارها با استفاده از بردارهای یکه

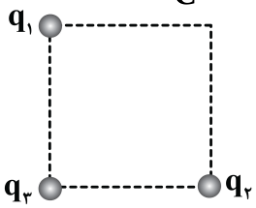
یکی از روش‌های نمایش بردارها، استفاده از بردارهای یکه $\vec{i}$ و $\vec{j}$ است. اندازهٔ بردارهای $\vec{i}$ و $\vec{j}$ برابر یک واحد است. بردار $\vec{i}$ در راستای محور xها و بردار $\vec{j}$ در راستای محور yها است. به عنوان مثال، اگر برداری با اندازهٔ ۲۰ واحد به سمت مثبت محور xها باشد، می‌توانیم آن را به صورت $20\vec{i}$ نمایش دهیم و اگر برداری با اندازهٔ ۲۰ واحد به سمت منفی محور xها باشد، می‌توانیم آن را به صورت $-20\vec{i}$ نمایش دهیم.

جمع بردارها با استفاده از بردارهای یکه

جمع دو بردار $\vec{A} = a_1\vec{i} + a_2\vec{j}$ و $\vec{B} = b_1\vec{i} + b_2\vec{j}$ به صورت زیر است:

$$\vec{A} + \vec{B} = (a_1\vec{i} + a_2\vec{j}) + (b_1\vec{i} + b_2\vec{j}) = (a_1 + b_1)\vec{i} + (a_2 + b_2)\vec{j}$$

۳۷- مطابق شکل زیر، سه بار الکتریکی نقطه‌ای q_1، q_2 و q_3، در سه رأس مربعی به ضلع ۹cm ثابت شده‌اند. اگر $q_1 = q_2 = +3\mu C$ و $q_3 = -12\mu C$ باشد، بزرگی نیروی الکتریکی خالص وارد بر بار q_3 از طرف دو بار دیگر چند نیوتون است؟ $\left(k = 9\times10^9 \frac{N.m^2}{C^2}\right)$



۱) ۸۰

۲) $4\sqrt{5}$

۳) $40\sqrt{2}$

۴) $80\sqrt{2}$

پاسخ: گزینهٔ ۳ (متوسط ـ محاسباتی ـ استاندارد ـ صفحهٔ ۸ ـ ۱۱۰۱)

کام اول

بر بار q_3 دو نیروی الکتریکی از طرف بارهای q_1 و q_2 وارد می‌شوند. ابتدا با استفاده از رابطهٔ قانون کولن، بزرگی این نیروهای الکتریکی را محاسبه می‌کنیم. توجه کنید که چون اندازهٔ بارهای q_1 و q_2، با هم برابر است و فاصلهٔ آن‌ها نیز از بار q_3، یکسان است، بزرگی نیروهای الکتریکی $\vec{F}_{13}$ و $\vec{F}_{23}$، برابر است:

$$F_{13} = F_{23} = k\frac{|q_1||q_3|}{r_{13}^2} \xrightarrow[|q_1|=3\times10^{-6}\,C\,,\,|q_3|=12\times10^{-6}\,C]{r_{13}=9\times10^{-2}\,m} F_{13} = F_{23} = 9\times10^9 \times \frac{3\times10^{-6}\times12\times10^{-6}}{(9\times10^{-2})^2} = 40N$$

نکته

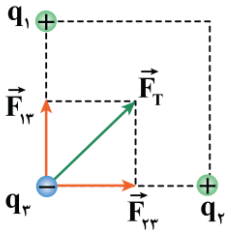
اگر q_1 و q_2 بر حسب میکروکولن و r بر حسب سانتی‌متر باشد، آن‌گاه $F = \frac{90|q_1||q_2|}{r^2}$ است و F بر حسب نیوتون (N) است، یعنی وقتی بارها برحسب میکروکولن و فاصلهٔ بین بارها برحسب سانتی‌متر باشد با این رابطه دیگر نیازی به تبدیل واحدها نیست.

بریم یه راه‌حل سریع‌تر ببینیم!

$$F_{۱۳}=F_{۲۳}=\frac{۹۰\times ۳\times ۱۲}{۹^۲}=\frac{۹۰\times ۳۶}{۸۱}=۴۰N$$

کام آخر

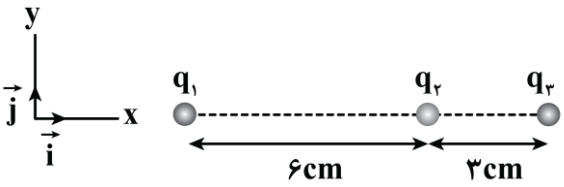
با توجه به این‌که بارهای الکتریکی $q_۱$ و $q_۲$، مثبت و بار $q_۳$، منفی است، هر دو نیروی الکتریکی $\vec{F}_{۱۳}$ و $\vec{F}_{۲۳}$، به صورت جاذبه هستند:



چون این دو نیرو بر هم عمودند، بزرگی نیروی الکتریکی خالص، از رابطهٔ فیثاغورس محاسبه می‌شود، بنابراین:

$$\vec{F}_T=\vec{F}_{۱۳}+\vec{F}_{۲۳}\Rightarrow F_T=\sqrt{F_{۱۳}^۲+F_{۲۳}^۲}\xrightarrow{F_{۱۳}=F_{۲۳}}F_T=\sqrt{۲}F_{۱۳}=۴۰\sqrt{۲}N$$

۳۸- بارهای الکتریکی نقطه‌ای $q_۱=-۳۰nC$، $q_۲$ و $q_۳=-۱۲nC$ مطابق شکل زیر، در جای خود ثابت شده‌اند و بردار نیروی الکتریکی خالص وارد بر بار $q_۳$ از طرف دو بار دیگر برابر با $\vec{F}=(-۱۴\times ۱۰^{-۴}N)\vec{i}$ است. بار $q_۲$ چند کولن است؟ $(k=۹\times ۱۰^۹\frac{N.m^۲}{C^۲})$



۱) $\frac{۵}{۶}\times ۱۰^{-۸}$

۲) $۱/۵\times ۱۰^{-۸}$

۳) $-۱/۵\times ۱۰^{-۸}$

۴) $-\frac{۵}{۶}\times ۱۰^{-۸}$

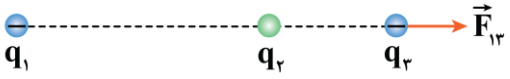
پاسخ: گزینهٔ ۲ (متوسط ـ محاسباتی ـ استاندارد ـ صفحهٔ ۸ ـ ۱۱۰۱)

کام اول

ابتدا اندازه و جهت نیروی الکتریکی $\vec{F}_{۱۳}$ را تعیین می‌کنیم:

$$F_{۱۳}=k\frac{|q_۱||q_۳|}{r_{۱۳}^۲}\xrightarrow[|q_۳|=۱۲\times ۱۰^{-۹}C\ ,\ r_{۱۳}=۹\times ۱۰^{-۲}m]{|q_۱|=۳۰\times ۱۰^{-۹}C}F_{۱۳}=۹\times ۱۰^۹\times\frac{۳۰\times ۱۰^{-۹}\times ۱۲\times ۱۰^{-۹}}{۸۱\times ۱۰^{-۴}}=۴\times ۱۰^{-۴}N$$

با توجه به شکل، چون نیروی الکتریکی بین بارهای $q_۱$ و $q_۳$، دافعه است، $\vec{F}_{۱۳}$ در جهت $+\vec{i}$ است:



$$\vec{F}_{۱۳}=(۴\times ۱۰^{-۴}N)\vec{i}$$

کام دوم

برایند دو نیروی الکتریکی $\vec{F}_{۱۳}$ و $\vec{F}_{۲۳}$ برابر است با:

$$\vec{F}=\vec{F}_{۱۳}+\vec{F}_{۲۳}\xrightarrow[\vec{F}_{۱۳}=(۴\times ۱۰^{-۴}N)\vec{i}]{\vec{F}=(-۱۴\times ۱۰^{-۴}N)\vec{i}}-۱۴\times ۱۰^{-۴}\vec{i}=۴\times ۱۰^{-۴}\vec{i}+\vec{F}_{۲۳}\Rightarrow\vec{F}_{۲۳}=(-۱۸\times ۱۰^{-۴}N)\vec{i}$$

کلام آخر

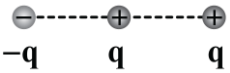
با توجه به جهت نیروی $\vec{F}_{۲۳}$، نیروی $\vec{F}_{۲۳}$ جاذبه است، بنابراین بارهای $q_۲$ و $q_۳$ باید ناهمنام باشند، در نتیجه علامت بار $q_۲$، مثبت است و بزرگی آن از قانون کولن محاسبه می‌شود:

$$F_{۲۳}=k\frac{|q_۲||q_۳|}{r_{۲۳}^۲}\xrightarrow[F_{۲۳}=۱۸\times۱۰^{-۴}N\ ,\ r_{۲۳}=۳\times۱۰^{-۲}m]{|q_۳|=۱۲\times۱۰^{-۹}C}۱۸\times۱۰^{-۴}=۹\times۱۰^۹\times\frac{|q_۲|\times۱۲\times۱۰^{-۹}}{۹\times۱۰^{-۴}}$$

$$\Rightarrow|q_۲|=\frac{۱۸\times۱۰^{-۴}\times۱۰^{-۴}}{۱۲}=۱/۵\times۱۰^{-۸}C\xrightarrow{q_۲>۰}q_۲=+۱/۵\times۱۰^{-۸}C$$

ماز

۳۹- سه بار الکتریکی نقطه‌ای مانند شکل زیر، روی یک خط راست قرار دارند و فاصلهٔ بارهای سمت راست و چپ از بار میانی، برابر است. نسبت بردار نیروی الکتریکی خالص وارد بر بار الکتریکی میانی از طرف دو بار دیگر به بردار نیروی الکتریکی خالص وارد بر بار سمت چپ از طرف دو بار دیگر، چقدر است؟

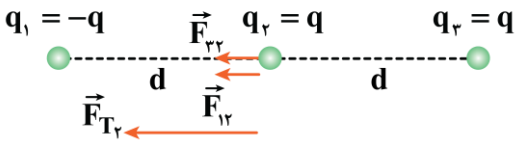


۱) $\frac{۸}{۵}$
۲) $-\frac{۸}{۵}$
۳) $\frac{۸}{۳}$
۴) $-\frac{۸}{۳}$

پاسخ: گزینهٔ ۲ (سخت ـ محاسباتی ـ استاندارد ـ صفحهٔ ۸ ـ ۱۱۰۱)

کلام اول

با توجه به شکل زیر، نیروی الکتریکی خالص وارد بر بار $q_۲$ را محاسبه می‌کنیم:



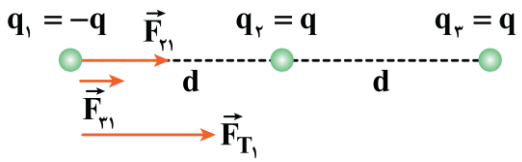
بر بار $q_۲$ دو نیروی الکتریکی از طرف بارهای $q_۱$ و $q_۳$ وارد می‌شود. طبق قانون کولن داریم:

$$\begin{cases}F_{۳۲}=k\dfrac{|q_۲||q_۳|}{r_{۲۳}^۲}\xrightarrow[r_{۲۳}=d]{|q_۲|=|q_۳|=|q|}F_{۳۲}=k\dfrac{|q|^۲}{d^۲}\\ F_{۱۲}=k\dfrac{|q_۱||q_۲|}{r_{۱۲}^۲}\xrightarrow[r_{۱۲}=d]{|q_۱|=|q_۲|=|q|}F_{۱۲}=k\dfrac{|q|^۲}{d^۲}\end{cases}$$

$$\Rightarrow F_{T_۲}=F_{۳۲}+F_{۱۲}=k\frac{|q|^۲}{d^۲}+k\frac{|q|^۲}{d^۲}\Rightarrow F_{T_۲}=۲(\frac{k|q|^۲}{d^۲})\Rightarrow\vec{F}_{T_۲}=(-۲\frac{k|q|^۲}{d^۲})\vec{i}$$

کلام دوم

با توجه به شکل زیر و قانون کولن، نیروی الکتریکی خالص وارد بر بار $q_۱$ را محاسبه می‌کنیم:



$$\begin{cases} F_{21}=k\dfrac{|q_2||q_1|}{r_{21}^2} \xrightarrow[r_{21}=d]{|q_1|=|q_2|=|q|} F_{21}=k\dfrac{|q|^2}{d^2} \\ F_{31}=k\dfrac{|q_3||q_1|}{r_{31}^2} \xrightarrow[r_{31}=2d]{|q_3|=|q_1|=|q|} F_{31}=k\dfrac{|q|^2}{(2d)^2} \Rightarrow F_{31}=\dfrac{1}{4}(k\dfrac{|q|^2}{d^2}) \end{cases}$$

$$\Rightarrow F_{T_1}=F_{21}+F_{31}=k\frac{|q|^2}{d^2}+\frac{1}{4}(k\frac{|q|^2}{d^2})=\frac{5}{4}(k\frac{|q|^2}{d^2})\Rightarrow \vec{F}_{T_1}=(+\frac{5}{4}k\frac{|q|^2}{d^2})\vec{i}$$

کام آخر

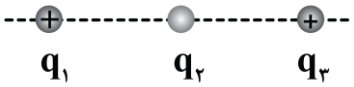
اکنون نسبت $\dfrac{\vec{F}_{T_2}}{\vec{F}_{T_1}}$ را محاسبه می‌کنیم:

$$\frac{\vec{F}_{T_2}}{\vec{F}_{T_1}}=\frac{(-2k\frac{|q|^2}{d^2})}{(+\frac{5}{4}k\frac{|q|^2}{d^2})}=-\frac{8}{5}$$

سوتی‌های پرتکرار

اگر حواستان به جهت بردارهای برایند نباشد، در دام گزینهٔ (۱) می‌افتید!

۴۰- سه ذرهٔ باردار q_1، q_2 و q_3 مطابق شکل زیر بر روی محور x ثابت شده‌اند و بار q_1 در حال تعادل است. کدام گزینه در ارتباط با این سه بار، درست است؟



۱) $|q_2|<|q_3|$ ، $q_2>0$

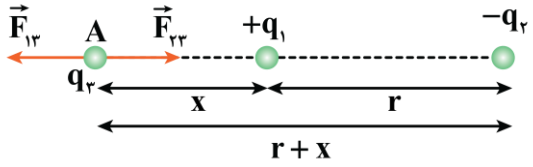
۲) $|q_2|>|q_3|$ ، $q_2>0$

۳) $|q_2|<|q_3|$ ، $q_2<0$

۴) $|q_2|>|q_3|$ ، $q_2<0$

پاسخ: گزینهٔ ۳ (متوسط ـ مفهومی ـ استاندارد ـ صفحهٔ ۸ ـ ۱۱۰۱)

اگر دو بار الکتریکی نقطه‌ای، ناهمنام باشند، خارج از فاصلهٔ بین دو بار، روی خط واصل دو بار و نزدیک به باری که از نظر اندازه کوچک‌تر است، می‌توان نقطه‌ای یافت که اگر در آن نقطه هر بار الکتریکی قرار دهیم، نیروی خالص وارد بر آن از طرف دو بار دیگر، صفر شود. مثلاً دو بار الکتریکی $+q_1$ و $-q_2$ را مانند شکل زیر در نظر بگیرید که $|q_1|<|q_2|$ است و در نقطهٔ A بار $+q_3$ را قرار می‌دهیم:



$$F_{13}=F_{23}\Rightarrow k\frac{|q_1||q_3|}{x^2}=k\frac{|q_2||q_3|}{(r+x)^2}\Rightarrow\left|\frac{q_1}{q_2}\right|=(\frac{x}{r+x})^2$$

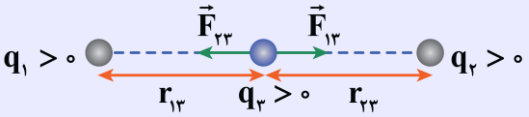
چون بار q_1 که در حال تعادل است، خارج از فاصلهٔ دو بار الکتریکی q_2 و q_3 قرار دارد، بنابراین **بارهای q_2 و q_3، ناهمنام هستند** و **در نتیجه بار q_2، منفی است.**

بار q_1 نزدیک به باری است که از نظر اندازه، کوچک‌تر است، پس $|q_2|<|q_3|$ است.

بررسی تعادل برای بارهای الکتریکی قرارگرفته در یک راستا

فرض کنید دو بار معلوم q_1 و q_2 در نزدیکی یکدیگر قرار دارند. می‌خواهیم ببینیم بار مجهول q_3 را کجا قرار دهیم تا نیروی الکتریکی خالص وارد بر آن صفر شود. برای این منظور دو حالت را بررسی می‌کنیم:

۱- بارهای q_1 و q_2 همنام باشند:



در این حالت بار q_3 باید در فاصلهٔ بین دو بار و نزدیک به بار کوچک‌تر قرار گیرد تا برایند نیروهای الکتریکی وارد بر آن صفر شود. در شکل بالا برای سادگی فرض کرده‌ایم همهٔ بارها مثبت هستند.

$$q_3 \text{ در تعادل}: F_{13} = F_{23} \Rightarrow k\frac{|q_1||q_3|}{r_{13}^2} = k\frac{|q_2||q_3|}{r_{23}^2} \Rightarrow \frac{|q_1|}{r_{13}^2} = \frac{|q_2|}{r_{23}^2}$$

توجه

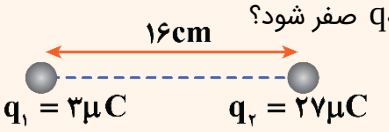
دقت کنید اندازه و علامت بار q_3 هیچ اهمیتی در جواب سؤال ندارد.

نکته

اگر دو بار، همنام و هم‌اندازه باشند، دقیقا در وسط فاصلهٔ بین دو بار، برایند نیروهای الکتریکی وارد بر بار سوم از طرف دو بار، صفر می‌شود.

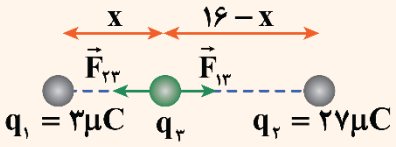
یه نمونهٔ باحال

در شکل مقابل، بار q_3 را در چند سانتی‌متری از بار q_1 قرار دهیم تا نیروی الکتریکی خالص وارد بر بار q_3 صفر شود؟



پاسخ تشریحی:

چون بارهای q_1 و q_2 همنام هستند، بار q_3 باید در فاصلهٔ بین دو بار و نزدیک به بار کوچک‌تر قرار گیرد. به شکل زیر دقت کنید:

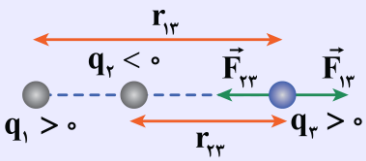


$$F_{13} = F_{23} \Rightarrow k\frac{|q_1||q_3|}{r_{13}^2} = k\frac{|q_2||q_3|}{r_{23}^2} \Rightarrow \frac{|q_1|}{x^2} = \frac{|q_2|}{(16-x)^2}$$

$$\Rightarrow \frac{3}{x^2} = \frac{27}{(16-x)^2} \xrightarrow{\text{جذر}} \frac{1}{x} = \frac{3}{16-x} \Rightarrow 3x = 16 - x \Rightarrow x = 4\,cm$$

بنابراین بار q_3 باید در فاصلهٔ $4\,cm$ از بار q_1 قرار گیرد.

۲- بارهای q_1 و q_2 ناهمنام باشند:



در این حالت بار q_3 باید خارج از فاصلهٔ بین دو بار و نزدیک به بار کوچک‌تر قرار گیرد تا برایند نیروهای الکتریکی وارد بر آن بتواند صفر شود. در ادامه کافی است که نیروهای $\vec{F}_{13}$ و $\vec{F}_{23}$ هم‌اندازه باشند.

$$q_3 \text{ در تعادل}: F_{13} = F_{23} \Rightarrow k\frac{|q_1||q_3|}{r_{13}^2} = k\frac{|q_2||q_3|}{r_{23}^2} \Rightarrow \frac{|q_1|}{r_{13}^2} = \frac{|q_2|}{r_{23}^2}$$

توجه

مانند حالت قبل، بار q_3 هیچ اهمیتی در جواب سؤال ندارد.

نکته

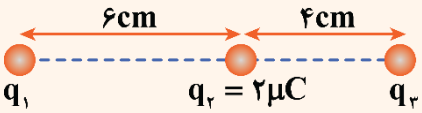
دقت کنید که در محاسبهٔ نیروها فقط اندازهٔ بارها را در رابطهٔ قانون کولن قرار می‌دهیم و علامت آن‌ها را در محاسبه درنظر نمی‌گیریم.

نکته

اگر دو بار، ناهمنام و هم‌اندازه باشند، هیچ نقطه‌ای وجود ندارد که برایند نیروهای الکتریکی وارد بر بار سوم از طرف دو بار، صفر باشد.

یه نمونهٔ باحال

در شکل زیر، بار q_3 در تعادل است. q_1 چند میکروکولن است؟



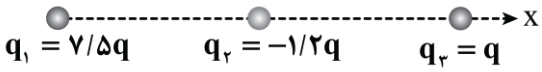
پاسخ تشریحی:

چون q_3 در تعادل است، نیروی الکتریکی‌ای که q_1 به q_3 وارد می‌کند باید هم‌اندازهٔ نیروی الکتریکی‌ای باشد که q_2 به q_3 وارد می‌کند. همچنین دقت کنید که چون q_3 در خارج از فاصلهٔ دو بار قرار دارد، علامت بار q_1 مخالف q_2 است، پس بار q_1 منفی خواهد بود. در ادامه می‌توان نوشت:

$$F_{13} = F_{23} \Rightarrow k\frac{|q_1||q_3|}{r_{13}^2} = k\frac{|q_2||q_3|}{r_{23}^2} \Rightarrow \frac{|q_1|}{10^2} = \frac{2}{4^2} \Rightarrow |q_1| = 12/5\,\mu C \xrightarrow{q_1 \text{ منفی است.}} q_1 = -12/5\,\mu C$$

ماز

۴۱- مطابق شکل زیر، سه بار الکتریکی نقطه‌ای روی محور x قرار دارند. نیروی الکتریکی خالص وارد بر بار q_3 از طرف دو بار دیگر، برابر صفر است. بزرگی نیروی الکتریکی خالص وارد بر بار q_1 از طرف دو بار دیگر چند برابر بزرگی نیروی الکتریکی خالص وارد بر بار q_2 از طرف دو بار دیگر است؟



۱) $\frac{۹}{۴}$
۲) $\frac{۱۶}{۲۱}$
۳) ۱
۴) $\frac{۲۱}{۱۶}$

پاسخ: گزینهٔ ۳ (متوسط ـ استدلالی ـ استاندارد ـ صفحهٔ ۸ ـ ۱۱۰۱)

راهنمای مسیر

یه وقتایی یک تست به ظاهر زمان‌بر، می‌تونه با یک ایدهٔ ناب در سریع‌ترین زمان حل بشه. بچه‌ها حتی اگه این تست رو درست جواب دادین، باز هم به پاسخ نگاه کنید و لذت ببرید.

کام اول

از آن‌جا که نیروی الکتریکی خالص وارد بر q_3 صفر است، داریم:

$$\vec{F}_3 = \vec{F}_{13} + \vec{F}_{23} = 0 \Rightarrow \vec{F}_{13} = -\vec{F}_{23} \xrightarrow{\vec{F}_{13} = -\vec{F}_{31}} \vec{F}_{31} = \vec{F}_{23} \quad (*)$$

کام آخر

نسبت بزرگی نیروی الکتریکی خالص وارد بر بار q_1 به بزرگی نیروی الکتریکی خالص وارد بر بار q_2 برابر است با:

$$\left|\frac{F_1}{F_2}\right| = \left|\frac{\vec{F}_{21} + \vec{F}_{31}}{\vec{F}_{12} + \vec{F}_{32}}\right| \xrightarrow{(*)} \left|\frac{F_1}{F_2}\right| = \left|\frac{\vec{F}_{21} + \vec{F}_{23}}{\vec{F}_{12} + \vec{F}_{32}}\right| \xrightarrow[\vec{F}_{23} = -\vec{F}_{32}]{\vec{F}_{12} = -\vec{F}_{21}} \left|\frac{F_1}{F_2}\right| = \left|\frac{\vec{F}_{21} + \vec{F}_{23}}{-\vec{F}_{21} - \vec{F}_{23}}\right| = 1$$

مشابه سوال کنکور تجربی ۱۴۰۱

نکته

$\vec{F}_{12}$ نیروی الکتریکی است که بار q_1 به بار q_2 وارد می‌کند و $\vec{F}_{21}$ نیرویی الکتریکی است که بار q_2 به بار q_1 وارد می‌کند. نیروهای الکتریکی که بارها به یکدیگر وارد می‌کنند، از قانون سوم نیوتون پیروی می‌کند، بنابراین:

۱ـ این دو نیرو همیشه **در خلاف جهت** هم هستند $(\vec{F}_{12} = -\vec{F}_{21})$.

۲ـ این دو نیرو همیشه **هم‌اندازه با هم** هستند $(F_{12} = F_{21})$.

توجه

با این‌که دو نیروی $\vec{F}_{12}$ و $\vec{F}_{21}$ هم‌اندازه و در خلاف جهت هم هستند، ولی نمی‌توانند یکدیگر را خنثی کنند، زیرا این نیرو به دو ذرهٔ متفاوت وارد می‌شوند و قابل برایندگیری نیستند.

۴۲- دو ذرهٔ باردار با بارهای هم‌اندازه و ناهمنام که در فاصلهٔ r از یکدیگر قرار دارند به یکدیگر نیروی الکتریکی به بزرگی ۱۰۰N وارد می‌کنند. اگر ۲۰ درصد از بار یکی کم کرده و به دیگری اضافه کنیم، باید فاصلهٔ بین دو بار را چند برابر کنیم تا بزرگی نیروی الکتریکی که به یکدیگر وارد می‌کنند، برابر با ۱۶N شود؟

۱) ۲ ۲) $\frac{۱}{۲}$ ۳) $\sqrt{۶}$ ۴) $\frac{\sqrt{۶}}{۶}$

پاسخ: گزینهٔ ۱ (متوسط ـ محاسباتی ـ استاندارد ـ صفحهٔ ۶ ـ ۱۱۰۱)

طبق قانون کولن برای مقایسهٔ بزرگی نیروی الکتریکی در دو حالت، می‌توانیم بنویسیم:

$$F=\frac{k|q_۱||q_۲|}{r^۲}\Rightarrow\frac{F'}{F}=\left|\frac{q'_۱}{q_۱}\right|\times\left|\frac{q'_۲}{q_۲}\right|\times(\frac{r}{r'})^۲ \xrightarrow[q'_۱=(۱-۰/۲)q=۰/۸q\ ,\ q'_۲=-q+۰/۲q=-۰/۸q]{F'=۱۶N\ ,\ F=۱۰۰N\ ,\ q_۱=q\ ,\ q_۲=-q}$$

$$\frac{۱۶}{۱۰۰}=\frac{|۰/۸q||-۰/۸q|}{|q||q|}\times(\frac{r}{r'})^۲\Rightarrow\frac{۱۶}{۱۰۰}=۰/۶۴\times(\frac{r}{r'})^۲\Rightarrow(\frac{r'}{r})^۲=\frac{۶۴}{۱۶}=۴\Rightarrow\frac{r'}{r}=۲\Rightarrow r'=۲r$$

سوتی‌های پرتکرار

اگر نسبت فاصله‌ها رو برعکس بگیرید در دام گزینهٔ (۲) می‌افتید و اگر مقدار ثانویهٔ بار دوم رو $\frac{۶}{۵}q$ حساب کنید در دام گزینهٔ (۳) می‌افتید!

رابطهٔ مقایسه‌ای قانون کولن

طبق قانون کولن، اندازهٔ نیروی الکتریکی که دو بار الکتریکی نقطه‌ای به یکدیگر وارد می‌کنند با **حاصل‌ضرب اندازهٔ بارها نسبت مستقیم** و با **مربع فاصلهٔ بین بارها نسبت معکوس** دارد.

برای مقایسهٔ اندازهٔ نیروی الکتریکی بین بارها در دو حالت می‌توان نوشت:

$$F\propto\frac{|q_۱||q_۲|}{r^۲}\Rightarrow\frac{F'}{F}=\frac{|q'_۱|}{|q_۱|}\times\frac{|q'_۲|}{|q_۲|}\times\left(\frac{r}{r'}\right)^۲$$

۴۳- یکای میدان الکتریکی در کدام گزینه به درستی آمده است؟

۱) $\frac{kg.m}{C.s}$ ۲) $\frac{kg.m^۲}{C.s^۲}$ ۳) $\frac{kg.m}{C.s^۲}$ ۴) $\frac{kg.C}{m.s}$

پاسخ: گزینهٔ ۳ (آسان ـ مفهومی ـ سریع ـ صفحهٔ ۱۱ ـ ۱۱۰۱)

با توجه به رابطهٔ $F=|q|\times E$ داریم:

$$[F]=[q]\times[E]\Rightarrow N=C\times[E]\Rightarrow[E]=\frac{N}{C}\xrightarrow{N=\frac{kg.m}{s^۲}}[E]=\frac{kg.m}{C.s^۲}$$

۴۴- به بار الکتریکی $q=۴\mu C$ از طرف میدان الکتریکی $\vec{E}$، نیروی الکتریکی $\vec{F}=(۵/۴N)\vec{i}-(۷/۲N)\vec{j}$ وارد می‌شود. بزرگی میدان الکتریکی $\vec{E}$ در محل بار q چند نیوتون بر کولن است و اگر به جای بار q، بار $q'=۶\mu C$ را قرار دهیم، بزرگی میدان الکتریکی $\vec{E}$ در محل بار q' چند برابر می‌شود؟ (به‌ترتیب از راست به چپ)

۱) $۲/۲۵\times۱۰^۶$ و ۱/۵ ۲) $۲/۲۵\times۱۰^۶$ و ۱
۳) $۳/۶\times۱۰^۶$ و ۱ ۴) $۳/۶\times۱۰^۶$ و ۱/۵

پاسخ: گزینهٔ ۲ (متوسط ـ محاسباتی ـ استاندارد ـ صفحهٔ ۱۱ ـ ۱۱۰۱)

کام اول

اندازهٔ نیروی الکتریکی وارد بر بار q از طرف میدان الکتریکی $\vec{E}$ برابر است با:

$$F=\sqrt{(۵/۴)^۲+(۷/۲)^۲}=\sqrt{(۳\times۱/۸)^۲\times(۴\times۱/۸)^۲}=۵\times۱/۸=۹N$$

کام دوم

اندازهٔ میدان الکتریکی $\vec{E}$ در مکان بار q برابر است با:

$$E=\frac{F}{|q|}=\frac{۹}{۴\times۱۰^{-۶}}=۲/۲۵\times۱۰^{۶}\ \frac{N}{C}$$

کام آخر

اندازهٔ میدان الکتریکی به بار آزمون q بستگی ندارد، بنابراین **با تغییر بار آزمون، اندازهٔ میدان تغییر نمی‌کند.**

زنگ ریاضیات

اعداد فیثاغورسی

چند دسته عدد پرتکرار داریم که در رابطهٔ فیثاغورس صدق می‌کنند و بهتر است همیشه آن‌ها را حفظ باشیم. این چند دسته عبارتند از:

$$۳,۴,۵ \longrightarrow ۳^۲+۴^۲=۵^۲$$
$$۵,۱۲,۱۳ \longrightarrow ۵^۲+۱۲^۲=۱۳^۲$$
$$۸,۱۵,۱۷ \longrightarrow ۸^۲+۱۵^۲=۱۷^۲$$
$$۹,۴۰,۴۱ \longrightarrow ۹^۲+۴۰^۲=۴۱^۲$$

این روش میانبر برای حذف محاسبات مربوط به رابطهٔ فیثاغورس و سرعت عمل بیشتر است. وقتی دو عدد از بین این ۳ تا را داشته باشیم می‌توانیم بدون محاسبه، سومی را به‌دست بیاوریم.

k برابر سه‌تایی‌های فیثاغورسی هم فیثاغورسی‌اند!

این نکتهٔ تکمیلی رو هم برای اونایی که دیگه خیلی می‌خوان خفن باشن بگیم. اگه k یه عدد صحیح باشه داریم:

$$(۳k)^۲+(۴k)^۲=(۵k)^۲$$
$$(۵k)^۲+(۱۲k)^۲=(۱۳k)^۲$$

توجه

توجه داشته باشید که هر ۳ عدد باید در یک ضریب یکسان ضرب شوند، تا همچنان رابطهٔ فیثاغورس برقرار باشد.

۴۵- در نزدیکی مولد وان‌دوگراف بارداری با بار مثبت، بار الکتریکی نقطه‌ای $q=+۱۵nC$ قرار دارد و به آن نیروی الکتریکی $\vec{F}=(۶۰N)\vec{i}$ وارد می‌شود. اگر بار $q'=-۲۵nC$ به جای بار q قرار بگیرد، بردار نیروی الکتریکی که از طرف میدان مولد وان‌دوگراف به آن وارد می‌شود، برحسب SI در کدام گزینه به‌درستی آمده است؟

۱) $+۶۰\vec{i}$ ۲) $+۱۰۰\vec{i}$ ۳) $-۱۰۰\vec{i}$ ۴) $-۶۰\vec{i}$

پاسخ: گزینهٔ ۳ (متوسط ـ محاسباتی ـ استاندارد ـ صفحهٔ ۱۱ ـ ۱۱۰۱)

ابتدا در محل بار q، بردار میدان الکتریکی حاصل از مولد وان‌دوگراف را به‌دست می‌آوریم:

$$\vec{E}=\frac{\vec{F}}{q}\xrightarrow[q=+۱۵nC=+۱۵\times۱۰^{-۹}C]{\vec{F}=(۶۰N)\vec{i}}\vec{E}=\frac{۶۰\vec{i}}{۱۵\times۱۰^{-۹}}=(۴\times۱۰^{۹}\frac{N}{C})\vec{i}$$

با تغییر بار آزمون، بزرگی و جهت میدان الکتریکی تغییری نمی‌کند، بنابراین:

$$\vec{E}=\frac{\vec{F}'}{q'}\xrightarrow[q'=-۲۵nC=-۲۵\times۱۰^{-۹}C]{\vec{E}=(۴\times۱۰^{۹}\frac{N}{C})\vec{i}}۴\times۱۰^{۹}\vec{i}=\frac{\vec{F}'}{-۲۵\times۱۰^{-۹}}\Rightarrow\vec{F}'=(-۱۰۰N)\vec{i}$$

سوتی‌های پرتکرار

اگر حواستان به علامت بار q' نباشد، در دام گزینهٔ (۲) می‌افتید!

راهنمای زرنگ‌بازی

بر بار مثبت q در جهت محور x نیرو وارد شده! پس بر بار منفی q' در خلاف جهت محور x نیرو وارد می‌شود و داریم:

$$E=\frac{F}{|q|}\xrightarrow{\text{ثابت:E}}\frac{F'}{|q'|}=\frac{F}{|q|}\Rightarrow\frac{F'}{۲۵}=\frac{۶۰}{۱۵}\Rightarrow F'=۱۰۰N\Rightarrow\vec{F}'=(-۱۰۰N)\vec{i}$$

میدان الکتریکی

بار الکتریکی در فضای اطراف خود خاصیتی ایجاد می‌کند که به آن میدان الکتریکی می‌گویند که به موجب همین خاصیت، می‌تواند از راه دور و بدون تماس به ذرات باردار دیگری که در این فضا قرار می‌گیرند، نیرو وارد کند.

میدان الکتریکی در هر نقطه را با نماد $\vec{E}$ نمایش می‌دهند. میدان الکتریکی، کمیتی **برداری** است.

توجه

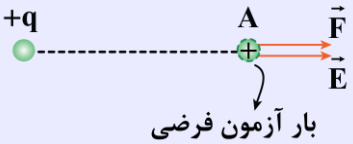
نیروی الکتریکی وارد بر بار الکتریکی از طرف میدان الکتریکی، یک نیروی غیرتماسی است.

بزرگی و جهت میدان الکتریکی

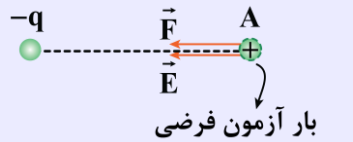
برای به‌دست آوردن جهت میدان الکتریکی در هر نقطه از فضا، کافی است یک بار مثبت آزمون فرضی را در آن نقطه قرار دهیم و جهت نیروی الکتریکی وارد بر آن را به‌دست آوریم.

توجه: جهت میدان الکتریکی، همان **جهت نیروی وارد بر بار مثبت آزمون** است.

جهت میدان الکتریکی ناشی از بار $+q$ در نقطهٔ A به شکل مقابل است:



جهت میدان الکتریکی ناشی از بار $-q$ در نقطهٔ A به شکل مقابل است:



میدان الکتریکی $\vec{E}$ ناشی از جسم باردار در یک نقطه از فضا (که بار آزمون $q_۰$ در آن نقطه قرار دارد.) به‌صورت مقابل تعریف می‌شود:

$$\vec{E}=\frac{\vec{F}}{q_۰}$$

توجه

در این رابطه برای به‌دست بردار میدان یا بردار نیرو حتما علامت بار q را قرار دهید.

توجه

$\vec{E}$ همواره هم‌راستا با بردار $\vec{F}$ است.

بزرگی میدان الکتریکی $\vec{E}$ برابر است با:

$$E=\frac{F}{|q_0|}$$

F اندازهٔ نیروی وارد بر بار آزمون برحسب نیوتون و $|q_0|$ اندازهٔ بار آزمون برحسب کولن (C) می‌باشد.

توجه

یکای میدان الکتریکی در SI برابر با نیوتون بر کولن $(\frac{N}{C})$ است.

نکات

۱- **اندازهٔ بار آزمون (q_0)، تأثیری در اندازهٔ میدان الکتریکی ندارد،** زیرا بار آزمون به‌وجودآورندهٔ میدان الکتریکی نیست، بنابراین با تغییر اندازهٔ بار آزمون، اندازهٔ میدان الکتریکی، ثابت می‌ماند.

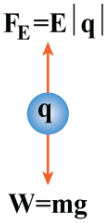
۲- **نوع بار q_0 (علامت بار آزمون q_0)، تأثیری در جهت میدان الکتریکی ندارد** و با تغییر علامت بار q_0، جهت میدان الکتریکی تغییری نمی‌کند.

۴۶- قطرهٔ روغنی به جرم $3/2\times10^{-9}mg$ و بار الکتریکی q در میدان الکتریکی $\vec{E}$ که اندازه و جهت آن در تمام نقاط، یکسان است، معلق است. اگر بزرگی میدان الکتریکی $\vec{E}$ برابر $20\frac{kN}{C}$ و جهت آن به سمت پایین باشد، q چند میکروکولن است؟ $(g=10\frac{m}{s^2})$

۱) $+1/6\times10^{-12}$ ۲) $-1/6\times10^{-12}$ ۳) $6/25\times10^{-12}$ ۴) $-6/25\times10^{-12}$

پاسخ: گزینهٔ ۲ (متوسط ـ محاسباتی ـ استاندارد ـ صفحهٔ ۱۱ ـ ۱۱۰۱)

نیروی وزن و نیروی الکتریکی، تنها نیروهای وارد بر قطرهٔ روغن هستند. از طرفی نیروی وزن به سمت پایین به قطرهٔ روغن وارد می‌شود. با توجه به این‌که قطرهٔ روغن، معلق است، یعنی برایند نیروهای وارد بر آن صفر است، پس باید نیروی الکتریکی در خلاف جهت نیروی وزن و هم‌اندازه با آن باشد، **پس نیروی الکتریکی به سمت بالا به قطرهٔ روغن وارد می‌شود.** با توجه به این‌که جهت میدان الکتریکی به سمت پایین و نیروی الکتریکی به سمت بالا است، می‌توان نتیجه گرفت که **بار ذره، منفی است.**

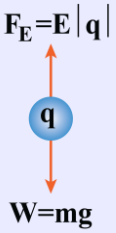


$$F_E=mg\Rightarrow E|q|=mg\Rightarrow 20\times10^{3}\times|q|=3/2\times10^{-9}\times10^{-6}\times10$$

$$\Rightarrow|q|=1/6\times10^{-18}C=1/6\times10^{-12}\mu C\xrightarrow{q<0}q=-1/6\times10^{-12}\mu C$$

تعادل جسم باردار در میدان الکتریکی

شکل مقابل نیروهای وارد بر جسم در حال تعادل را نشان می‌دهد:



با توجه به این‌که جسم در تعادل قرار دارد (یعنی برایند نیروهای وارد بر آن، صفر است)، نیروی وزن و نیروی الکتریکی هم‌اندازه و در خلاف جهت هم هستند و می‌توان نوشت:

شرط تعادل: $F_E=W\Rightarrow E|q|=mg$

در مورد جهت میدان و علامت بار به موارد زیر دقت کنید:

۱ـ اگر بار، مثبت باشد $(q>0)$، نیروی الکتریکی هم‌جهت با میدان الکتریکی است، بنابراین میدان الکتریکی به سمت بالا خواهد بود.

۲ـ اگر بار، منفی باشد $(q<0)$، نیروی الکتریکی و میدان الکتریکی در خلاف جهت هم هستند، بنابراین میدان الکتریکی به سمت پایین خواهد بود.

۴۷- اندازهٔ میدان الکتریکی حاصل از بار الکتریکی نقطه‌ای $q=-6\mu C$ در فاصلهٔ r از آن برابر با $0/6\frac{MN}{C}$ است. r چند سانتی‌متر است؟ $(k=9\times10^9\frac{N.m^2}{C^2})$

۱) ۳۰ ۲) ۰/۳ ۳) ۹۰۰ ۴) ۹

پاسخ: گزینهٔ ۱ (آسان ـ محاسباتی ـ سریع ـ صفحهٔ ۱۲ ـ ۱۱۰۱)

با توجه به رابطهٔ بزرگی میدان الکتریکی حاصل از یک ذرهٔ باردار در فاصلهٔ r از آن داریم:

$$E=\frac{k|q|}{r^2}\xrightarrow[q=-6\times10^{-6}C]{E=0/6\frac{MN}{C}}0/6\times10^6=\frac{9\times10^9\times6\times10^{-6}}{r^2}\Rightarrow r^2=9\times10^{-2}\Rightarrow r=0/3m=30cm$$

میدان الکتریکی

هر بار الکتریکی در فضای پیرامون خود خاصیتی ایجاد می‌کند که به موجب آن به هر بار دیگری که در نقطه‌ای از آن فضا باشد، نیروی الکتریکی وارد می‌کند. این خاصیت، میدان الکتریکی نام دارد. میدان الکتریکی با حرف E نشان داده می‌شود و کمیتی برداری است؛ یعنی هم‌اندازه و هم‌جهت دارد.

برای محاسبهٔ اندازهٔ میدان الکتریکی حاصل از بار q در فاصلهٔ r از آن از رابطهٔ زیر استفاده می‌کنیم:

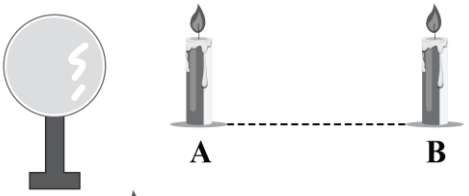
$$E=\frac{k|q|}{r^2}$$

در این رابطه، k ثابت کولن $(k\approx9\times10^9\frac{N.m^2}{C^2})$، $|q|$ اندازهٔ بار q بر حسب کولن (C) و r فاصله از بار q بر حسب متر (m) بوده و **یکای میدان الکتریکی، نیوتون بر کولن $(\frac{N}{C})$ است.**

نکته

بزرگی میدان الکتریکی با **اندازهٔ بار q** رابطهٔ **مستقیم** و با **مربع فاصله** از آن رابطهٔ **وارون** دارد. $(E\propto|q|\ ,\ E\propto\frac{1}{r^2})$

۴۸- مطابق شکل زیر، شمع‌های روشن A و B در مجاورت کلاهک مولد وان‌دوگرافی با بار منفی قرار دارند. در کدام گزینه وضعیت شعله‌های شمع‌ها به‌درستی نشان داده شده است؟



۱) 

۲) 

۳) 

۴) 

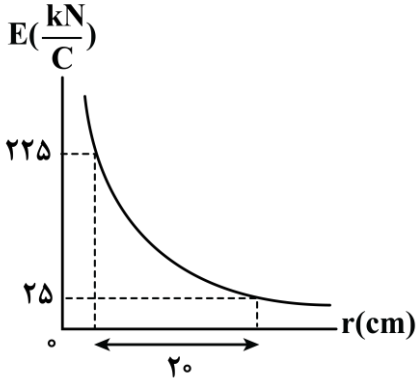
پاسخ: گزینهٔ ۲ (آسان ـ مفهومی ـ سریع ـ صفحهٔ ۱۳ ـ ۱۱۰۱)

کلاهک مولد وان‌دوگراف، بار منفی بزرگی دارد، بنابراین یون‌های مثبت **شعلهٔ شمع نزدیک‌تر (شمع A) را به سمت خود می‌کشد**، از طرفی می‌دانیم که بزرگی میدان الکتریکی با فاصله از آن نسبت عکس دارد، پس شمع B که در فاصلهٔ دورتری از کلاهک قرار گرفته است، تحت تأثیر میدان الکتریکی ضعیف‌تری قرار می‌گیرد، در نتیجه **شعلهٔ شمع B تغییر چندانی نمی‌کند**.

توجه

اگر فاصلهٔ شمع از جسم باردار، زیاد باشد، انحراف شعلهٔ شمع ناچیز می‌شود.

۴۹- نمودار تغییرات بزرگی میدان الکتریکی حاصل از بار الکتریکی نقطه‌ای q برحسب فاصله از آن، مطابق شکل زیر است. اندازهٔ بار q چند میکروکولن است؟ $(k = 9\times10^9 \frac{N.m^2}{C^2})$



۱) ۲/۵
۲) ۰/۲۵
۳) ۰/۴
۴) ۰/۰۴

پاسخ: گزینهٔ ۲ (سخت ـ محاسباتی ـ استاندارد ـ صفحهٔ ۱۲ ـ ۱۱۰۱)

کلام اول

با توجه به رابطهٔ مقایسه‌ای بزرگی میدان الکتریکی حاصل از یک بار الکتریکی نقطه‌ای داریم:

$$\frac{E_2}{E_1} = (\frac{r_1}{r_2})^2 \xrightarrow[r_2 = r_1 + 20cm]{E_1 = 225\frac{kN}{C},\ E_2 = 25\frac{kN}{C}} \frac{25}{225} = (\frac{r_1}{r_1+20})^2 \Rightarrow \frac{1}{9} = (\frac{r_1}{r_1+20})^2$$

$$\xrightarrow{\text{جذر می‌گیریم}} \frac{1}{3} = \frac{r_1}{r_1+20} \Rightarrow 3r_1 = r_1 + 20 \Rightarrow 2r_1 = 20 \Rightarrow r_1 = 10cm$$

کلام آخر

با توجه به بزرگی میدان الکتریکی E_1 در فاصلهٔ r_1 داریم:

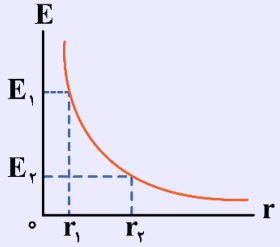
$$E_1 = \frac{k|q|}{r_1^2} \xrightarrow[r_1 = 10cm = 0/1m]{E_1 = 225\frac{kN}{C}} 225\times10^3 = \frac{9\times10^9\times|q|}{(0/1)^2} \Rightarrow |q| = 25\times10^{-8}C = 0/25\mu C$$

نمودار بزرگی میدان الکتریکی برحسب فاصله از بار

نمودار تغییرات بزرگی میدان الکتریکی برحسب فاصله از بار، مطابق شکل زیر است:

همان‌طور که واضح است **با افزایش فاصله از بار، بزرگی میدان کاهش** می‌یابد.

$$E = \frac{k|q|}{r^2} \xrightarrow{k|q| \text{ ثابت است.}} E \propto \frac{1}{r^2}$$

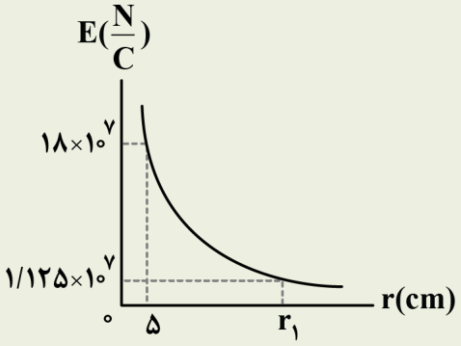


نکته

اگر بزرگی میدان الکتریکی بار q در فاصلهٔ r_1 برابر با E_1 و در فاصلهٔ r_2 برابر با E_2 باشد، داریم: $\frac{E_2}{E_1}=(\frac{r_1}{r_2})^2$

آزمون سراسری ریاضی خارج از کشور ۱۳۹۹

۵۹- نمودار تغییرات میدان الکتریکی حاصل از بار نقطه‌ای q برحسب فاصله از آن به‌صورت شکل زیر است. اندازهٔ q چند میکروکولن و r_1 چند سانتی‌متر است؟ $(k=9\times10^9\ \frac{N.m^2}{C^2})$



۱) ۵۰، ۱۰
۲) ۵۰، ۲۰
۳) ۲۵، ۱۰
۴) ۲۵، ۲۰

پاسخ تشریحی:

با توجه به نمودار داده‌شده داریم:

$$E=k\frac{|q|}{r^2}\Rightarrow\frac{E_2}{E_1}=(\frac{r_1}{r_2})^2\Rightarrow\frac{18\times10^7}{1/125\times10^7}=(\frac{r_1}{5})^2\Rightarrow r_1=20cm$$

و بار الکتریکی برابر است با:

$$E=\frac{k|q|}{r^2}\Rightarrow18\times10^7=\frac{9\times10^9\times|q|}{(5\times10^{-2})^2}\Rightarrow|q|=50\times10^{-6}C=50\mu C$$

پاسخ: گزینهٔ ۲

۵۰- **بزرگی میدان الکتریکی حاصل از بار الکتریکی نقطه‌ای q در فاصلهٔ r از آن برابر E است. اگر اندازهٔ بار الکتریکی q را ۲۵ درصد افزایش دهیم، بزرگی میدان الکتریکی در فاصلهٔ $\frac{5}{4}r$ از بار جدید نسبت به E چند درصد و چگونه تغییر می‌کند؟**

۱) ۲۰ درصد کاهش می‌یابد.
۲) ۲۰ درصد افزایش می‌یابد.
۳) ۸۰ درصد افزایش می‌یابد.
۴) ۸۰ درصد کاهش می‌یابد.

پاسخ: گزینهٔ ۱ (متوسط ـ محاسباتی ـ استاندارد ـ صفحهٔ ۱۲ ـ ۱۱۰۱)

کلام اول

با توجه به رابطهٔ مقایسه‌ای بزرگی میدان الکتریکی حاصل از بار الکتریکی نقطه‌ای داریم:

$$E=k\frac{|q|}{r^2}\Rightarrow\frac{E_2}{E_1}=\frac{|q_2|}{|q_1|}\times(\frac{r_1}{r_2})^2\xrightarrow[r_2=\frac{5}{4}r_1]{q_2=q_1+\frac{25}{100}q_1=\frac{125}{100}q_1=\frac{5}{4}q_1}\frac{E_2}{E_1}=\frac{5}{4}\times(\frac{4}{5})^2=\frac{5}{4}\times\frac{16}{25}=\frac{4}{5}$$

کلام آخر

بنابراین درصد تغییرات بزرگی میدان الکتریکی برابر است با:

$$\frac{E_2-E_1}{E_1}\times100=\frac{\frac{4}{5}E_1-E_1}{E_1}\times100=-20\%$$

بنابراین بزرگی میدان الکتریکی نسبت به حالت اولیه **۲۰ درصد کاهش می‌یابد.**

بودجه‌بندی این آزمون	قدر هدایای زمینی را بدانیم (از ابتدای فصل تا انتهای عنصرها به چه شکلی در طبیعت یافت می‌شوند؟) صفحه‌های ۱ تا ۲۲
سهم در کنکور	مباحث این آزمون در مجموع ۱ الی ۲ تست از ۳۰ تستِ کنکور را پوشش داده است.

سلام به مازی‌های عزیز

آزمون دوم تعدادی مفاهیم جدید داره و مفاهیم قبلی رو هم مرور می‌کنیم. در این آزمون هم تعداد کمی مسئله داریم تا کم‌کم برای بخش دوم و استوکیومتری این فصل آماده بشیم.

مفاهیم جدید این آزمون:

۱. عناصر دسته d و آرایش الکترونی این عناصر و یون‌ها
۲. واکنش‌پذیری فلزها و واکنش جابه‌جایی یگانه
۳. فرایند استخراج آهن

انتظار داریم از این جا به بعد آرایش الکترونی تمام ۳۶ عنصر اول **جدول تناوبی** و **یون‌های اون‌ها** رو بتونین بنویسین که یکی از مباحث مهم کنکور هست. سؤال کنکور از مبحث واکنش‌پذیری فلزها، البته در ترکیب با فصل دوم شیمی دوازدهم حتمی است. در واقع یکی از مواردی که باز در دوازدهم بهش برمی‌گردیم همین واکنش‌پذیری فلزها است. بریم سراغ تحلیل آزمون.

موفق باشید.

دکتر علی ترابی ـ مسئول درس آزمون‌های تستی شیمی پایهٔ یازدهم

۵۱- کدام گزینه، درست است؟

۱) با گسترش دانش تجربی، شیمی‌دان‌ها دریافتند که گرما دادن به مواد و افزودن آن‌ها به یکدیگر همواره سبب بهبود خواص می‌شود.
۲) تمام مواد طبیعی و ساختگی از کره زمین به‌دست می‌آیند و جرم کل مواد موجود در کرهٔ زمین به‌تدریج کاهش می‌یابد.
۳) هر چه میزان بهره‌برداری از منابع یک کشور بیشتر باشد، آن کشور به‌یقین توسعه‌یافته‌تر است.
۴) گسترش صنعت خودرو مدیون شناخت و دسترسی مواد حاوی عنصر آهن است.

پاسخ: گزینهٔ ۴ (آسان ـ خط‌به‌خط ـ سریع ـ صفحهٔ ۵ ـ ۱۱۰۱)

گسترش صنعت خودرو، مدیون **شناخت** و **دسترسی به فولاد** است. فولاد، آلیاژی است که از آهن ساخته می‌شود.

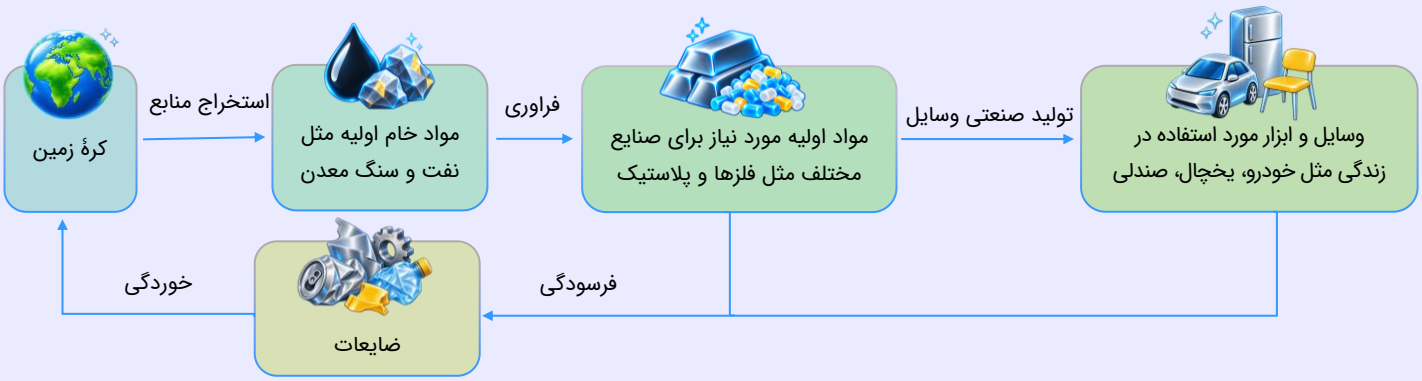
بررسی سایر گزینه‌ها:

۱) با گسترش دانش تجربی، شیمی‌دان‌ها دریافتند که گرما دادن به مواد و افزودن آن‌ها به یکدیگر سبب تغییر و **گاهی** (نه همواره) بهبود خواص می‌شود.

۲) همهٔ مواد **طبیعی** و **ساختگی** از کره زمین به‌دست می‌آیند. از آنجا که تمام موادی که از طبیعت به‌دست می‌آیند به شکلی به طبیعت بازمی‌گردند؛ در نتیجه، جرم کل مواد موجود در کرهٔ زمین **به‌تقریب ثابت** است.

چرخه تغییر و فراوری منابع کرهٔ زمین

نمودار زیر، روند کلی تغییر و فراوری منابع مختلفی که از زمین استخراج می‌شوند را نشان می‌دهد:



با توجه به داده‌های موجود در این نمودار، همه موادی که از طبیعت به‌دست می‌آیند، بالاخره پس از گذشتن یک مدت زمان خاص، به طبیعت باز می‌گردند و به همین خاطر، مجموع جرم کل مواد موجود در کره زمین تقریباً ثابت باقی می‌ماند. توجه داریم که همه مواد و منابع طبیعی و ساختگی (مصنوعی) مورد نیاز انسان، از کره زمین به‌دست می‌آیند.

۳) هر چه میزان بهره‌برداری از منابع یک کشور بیشتر باشد، لزوماً باعث توسعه و پیشرفت آن کشور نمی‌شود و به عوامل دیگری نیز بستگی دارد.

ماز

۵۲- کدام مورد دربارهٔ عناصر موجود در گروه ۱۴ جدول دوره‌ای، نادرست است؟

۱) نخستین عنصری که رسانایی الکتریکی بالایی دارد، در مقایسه با عناصر شبه‌فلزی، شعاع اتمی کوچک‌تری دارد.
۲) در دومین عنصری که سطح صیقلی دارد، مجموع اعداد کوانتومی اصلی و فرعی الکترون‌های ظرفیتی برابر ۲۰ است.
۳) نخستین عنصری که رسانایی گرمایی دارد، همانند عنصر هم‌دوره بعد از خود، می‌تواند در واکنش‌ها الکترون به اشتراک بگذارد.
۴) دومین عنصری که در اثر ضربه خرد می‌شود، برخلاف نخستین فلز این گروه، با یک نوع هالوژن گازی در دمای اتاق، هم‌دوره است.

پاسخ: گزینهٔ ۲ (دشوار ـ مفهومی ـ زمان‌بر ـ صفحهٔ ۹ ـ ۱۱۰۱)

ژرمانیم دومین عنصری از گروه ۱۴ است که سطح براق و صیقلی دارد. آرایش لایهٔ ظرفیت ژرمانیم به‌صورت $4s^2 4p^2$ است. مجموع اعداد کوانتومی اصلی و فرعی $(n+l)$ الکترون‌های ظرفیتی این عنصر برابر است با:

$$۲ \times (۴ + ۰) + ۲ \times (۴ + ۱) = ۸ + ۱۰ = ۱۸$$

در نتیجه، مجموع اعداد کوانتومی اصلی و فرعی الکترون‌های ظرفیتی ژرمانیم برابر با ۱۸ است.



نکته

چند نکته از عناصر گروه چهاردهم:
عنصر اول نافلز، عنصر دوم و سوم شبه‌فلز و عناصر چهارم، پنجم و ششم فلز هستند.
همه آن‌ها جامد هستند اما فقط نیمی از عنصرهای این گروه چکش‌خوار می‌باشند.
همه آن‌ها رسانایی الکتریکی دارند. در نقطه مقابل، تنها عنصری از این گروه که رسانایی گرمایی ندارد، کربن است.
به‌جز کربن که عنصری تیره رنگ و با سطحی کدر است، همه آن‌ها نقره‌ای رنگ هستند و سطح صیقلی دارند.

بررسی سایر گزینه‌ها:

۱) کربن نخستین عنصر از گروه ۱۴ بوده که دارای رسانایی الکتریکی بالایی است. سیلیسیم و ژرمانیم عنصرهای شبه‌فلزی هم‌گروه با کربن هستند و هر دوی این عنصرها پایین‌تر از کربن قرار گرفته‌اند. از آنجا که در یک گروه، از بالا به پایین شعاع اتمی افزایش می‌یابد؛ کربن در مقایسه با سیلیسیم و ژرمانیم شعاع اتمی کوچک‌تری دارد.

۳) سیلیسیم نخستین عنصری از گروه ۱۴ است که رسانایی گرمایی دارد. عنصر هم‌دوره بعد از سیلیسیم، فسفر است که هر دوی این عنصرها در واکنش با سایر اتم‌ها می‌توانند الکترون به اشتراک بگذارند.

۴) سیلیسیم دومین عنصری از گروه ۱۴ است که در اثر ضربه خرد می‌شود. قلع نخستین عنصر فلزی گروه ۱۴ است. هالوژن‌های هم‌دوره با عنصرهای سیلیسیم و قلع به‌ترتیب کلر و ید هستند. در دما و فشار اتاق، کلر به حالت گاز و ید به حالت جامد وجود دارند.

۵۳- اگر فلز B بتواند فلز A را از ترکیب حاوی آن خارج کند ولی فلز C با ترکیب حاوی فلز A واکنش ندهد، کدام‌یک از گزینه‌های زیر به‌یقین درست است؟

۱) واکنش‌پذیری فلز B از فلز A کمتر است.
۲) فلز B می‌تواند با ترکیبی از فلز C واکنش شیمیایی بدهد.
۳) خصلت فلزی عنصر A در مقایسه با عنصر B بیشتر و نسبت به فلز C کم‌تر است.
۴) بار الکتریکی یون پایدار حاصل از فلز A کمتر از بار الکتریکی یون پایدار فلز C است.

پاسخ: گزینهٔ ۲ (متوسط ـ مفهومی ـ استاندارد ـ صفحهٔ ۲۱ ـ ۱۱۰۱)

اگر واکنش‌پذیری فلز B بیشتر از فلز A باشد، فلز B می‌تواند فلز A را از ترکیب حاوی آن استخراج کند؛ یعنی اگر واکنش زیر انجام شود:

$$\text{ترکیب } B + \text{فلز } A \longrightarrow \text{ترکیب } A + \text{فلز } B$$

می‌توان نتیجه گرفت واکنش‌پذیری B بیشتر از A است. در مقابل، اگر فلز C با ترکیب فلز A واکنش ندهد و آن را از ترکیب خود خارج نکند، می‌توان نتیجه گرفت واکنش‌پذیری C کمتر از A است؛ یعنی در این شرایط داریم:

$$\text{ترکیب } A + \text{فلز } C \longrightarrow \text{انجام نمی‌شود}$$

بر اساس دو فرایند بالا، واکنش‌پذیری این ۳ فلز به‌صورت $B > A > C$ است.

مقایسه واکنش‌پذیری فلزها

واکنش‌پذیری هر عنصر به معنای تمایل اتم‌های آن عنصر به انجام واکنش شیمیایی است؛ بنابراین، هرچه واکنش‌پذیری عنصری بیشتر باشد، تمایل به ایجاد ترکیب بیشتر و آن ترکیب پایدارتر است. به همین علت برای آن که فلز X بتواند فلز Y را از ترکیب این فلز خارج کند، باید واکنش‌پذیری بیشتری داشته باشد تا تمایل به تشکیل ترکیب جدید (ترکیب فلز X) بیشتر از تمایل برای بقای ترکیب قبلی (ترکیب فلز Y) باشد. به بیان دیگر، اگر واکنش‌پذیری فلز X از فلز Y بیشتر باشد، فلز X با ترکیب‌های فلز Y، واکنش می‌دهد؛ اما اگر واکنش‌پذیری فلز X از فلز Y کمتر باشد، واکنش میان فلز X و ترکیب‌های Y، رخ نمی‌دهد.



واکنش‌پذیری فلز B بیشتر از فلز C بوده و به همین علت فلز B می‌تواند فلز C را از ترکیب آن خارج کند.

بررسی سایر گزینه‌ها:

۱) واکنش‌پذیری فلز B بیشتر از فلز A است.

۳) ترتیب خصلت فلزی که معادل واکنش‌پذیری عنصر فلزی بوده، در میان این ۳ عنصر به‌صورت $B > A > C$ است.

۴) بار یون پایدار یک فلز با واکنش‌پذیری آن ارتباط مستقیمی ندارد. به‌عنوان مثال آلومینیم با بار $+3$ واکنش‌پذیری بیشتری نسبت به روی با بار یون $+2$ دارد اما واکنش‌پذیری آلومینیم کمتر از کلسیم با بار یون $+2$ است.

۵۴- فلزهای قلیایی در واکنش با آب، به هیدروکسید آن فلز و گاز هیدروژن تبدیل می‌شوند. اگر در واکنش ۷۰/۲ گرم از یک فلز قلیایی با مقدار کافی آب، ۴۵ لیتر گاز هیدروژن با چگالی ۰/۰۴ گرم بر لیتر تولید شود، فلز قلیایی مورد نظر معادل با کدام‌یک از عناصر زیر است؟ ($H = 1\ g.mol^{-1}$)

۱) ${}^{86}_{37}Rb$ ۲) ${}^{39}_{19}K$ ۳) ${}^{23}_{11}Na$ ۴) ${}^{7}_{3}Li$

پاسخ: گزینهٔ ۲ (متوسط ـ محاسباتی ـ استاندارد ـ صفحهٔ ۲۲ ـ ۱۱۰۱)

یون پایدار فلزهای قلیایی M^+ بوده و فرمول شیمیایی هیدروکسید آن‌ها MOH است. واکنش انجام‌شده به‌صورت زیر است:

$$۲M(s) + ۲H_۲O(l) \longrightarrow ۲MOH(aq) + H_۲(g)$$

ابتدا مقدار فلز شرکت‌کننده در واکنش را محاسبه می‌کنیم:

$$?\,mol\,M = ۴۵\,L\,H_۲ \times \frac{۰/۰۴\,g\,H_۲}{۱\,L\,H_۲} \times \frac{۱\,mol\,H_۲}{۲\,g\,H_۲} \times \frac{۲\,mol\,M}{۱\,mol\,H_۲} = ۱/۸\,mol$$

بر این اساس جرم مولی فلز را مشخص می‌کنیم:

$$\text{جرم} = \text{مول} \times \text{جرم مولی} \Longrightarrow ۷۰/۲ = ۱/۸ \times A \Longrightarrow A = \frac{۷۰/۲}{۱/۸} = ۳۹$$

پس جرم مولی این فلز، برابر **۳۹ گرم بر مول** است. عدد جرمی پتاسیم، برابر با ۳۹ است که این مقدار، معادل با جرم مولی پتاسیم است.

۵۵- اگر آرایش الکترونی لایه ظرفیت فلزهای واسطه دوره چهارم جدول تناوبی را رسم کنیم، بین آرایش‌های الکترونی رسم شده، در مجموع ..... زیرلایه الکترونی پنج الکترونی و ..... زیرلایه الکترونی پرشده دیده می‌شود.

۱) ۱۰ ـ ۱ ۲) ۱۱ ـ ۲ ۳) ۱۱ ـ ۱ ۴) ۱۰ ـ ۲

پاسخ: گزینهٔ ۴ (متوسط ـ مفهومی ـ سریع ـ صفحهٔ ۱۶ ـ ۱۱۰۱)

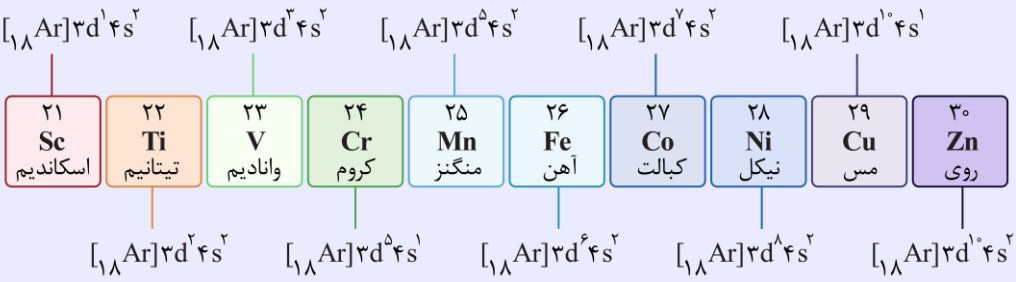
در آرایش الکترونی لایه ظرفیت این عناصر، در دو عنصر کروم و منگنز، زیرلایه $۳d$ دارای ۵ الکترون هستند. آرایش الکترونی لایه ظرفیت این ۱۰ عنصر به‌صورت زیر است:

$$Sc : ۳d^۱۴s^۲ \qquad Fe : ۳d^۶۴s^۲$$
$$Ti : ۳d^۲۴s^۲ \qquad Co : ۳d^۷۴s^۲$$
$$V : ۳d^۳۴s^۲ \qquad Ni : ۳d^۸۴s^۲$$
$$Cr : ۳d^۵۴s^۱ \qquad Cu : ۳d^{۱۰}۴s^۱$$
$$Mn : ۳d^۵۴s^۲ \qquad Zn : ۳d^{۱۰}۴s^۲$$

همچنین در میان این عناصر، ۸ عنصر زیرلایه $۴s$ پر (به‌جز مس و کروم) و ۲ عنصر مس و روی زیرلایه $۳d$ پر دارند.

دسته d

عناصر دسته d در گروه ۳ تا ۱۲ جدول تناوبی قرار گرفته‌اند. به علت آن که این عناصر در جدول تناوبی، بین عناصر گروه اول و دوم و عناصر گروه سیزدهم تا هجدهم قرار دارند، به عناصر واسطه معروف هستند. همه این عناصر فلز هستند و تمام ویژگی‌های مشترک فلزها از جمله چکش‌خواری و شکل‌پذیری، رسانایی گرمایی و الکتریکی، سطح صیقلی و براق و تشکیل کاتیون در واکنش با سایر عناصر، در این عناصر نیز دیده می‌شود. عناصر واسطه از دوره چهارم در جدول تناوبی قرار می‌گیرند. آرایش الکترونی عناصر واسطه دوره چهارم از اهمیت زیادی برخوردار است و به‌صورت زیر می‌باشد:



مطابق قاعده آفبا، در این عناصر ابتدا زیرلایه $۴s$ و سپس زیرلایه $۳d$ الکترون دریافت می‌کنند. دو استثنا در این میان، کروم و مس هستند که به علت آرایش بسیار پایدار زیرلایه نیمه‌پر $۳d^۵$ و زیرلایه پر $۳d^{۱۰}$، پیش از پر شدن زیرلایه $۴s$، زیرلایه $۳d$ الکترون می‌گیرد و برخلاف قاعده آفبا عمل می‌کنند. پس زیرلایه $۴s$ در این دو عنصر تنها یک الکترون دارد.

SanjeshCloud

۵۶- چند مورد از مطالب زیر در مورد مقایسه فلز قلیایی و فلز قلیایی خاکی هم‌دوره، درست است؟

الف ـ شعاع اتمی فلزهای قلیایی خاکی از شعاع اتمی فلزهای قلیایی بزرگ‌تر است.

ب ـ تأمین شرایط نگهداری فلزهای قلیایی در آزمایشگاه سخت‌تر از فلزهای قلیایی خاکی است.

ج ـ فلزهای قلیایی خاکی با شدت و سرعت بیشتری الکترون‌های لایه ظرفیت خود را از دست می‌دهند.

د ـ انتظار داریم به‌طور طبیعی فلزهای قلیایی خاکی بتوانند فلزهای قلیایی را از ترکیبات حاوی آن‌ها خارج کنند.

۱) ۴ ۲) ۳ ۳) ۲ ۴) ۱

پاسخ: گزینهٔ ۴ (متوسط ـ مفهومی ـ استاندارد ـ صفحهٔ ۱۲ ـ ۱۱۰۱)

بررسی سریع:

در یک دوره با افزایش عدد اتمی، شعاع اتمی کاهش می‌یابد. پس شعاع اتمی فلز قلیایی خاکی از فلز قلیایی کوچک‌تر است. (نادرستی الف) و با کاهش شعاع اتمی، واکنش‌پذیری فلزها کاهش می‌یابد؛ بنابراین فلزهای قلیایی از فلزهای قلیایی خاکی واکنش‌پذیرترند و شرایط نگهداری آن‌ها دشوارتر است (درستی ب و نادرستی ج). همچنین فلزهای قلیایی خاکی نمی‌توانند با ترکیبات فلزهای قلیایی واکنش دهند و فلزهای قلیایی را استخراج کنند. (نادرستی د)

در جدول تناوبی، عناصر گروه اول به‌جز **هیدروژن** را فلزهای **قلیایی** و عناصر گروه دوم را فلزهای **قلیایی خاکی** می‌نامند. فقط عبارت (ب) در مورد این عناصر درست است.

بررسی موارد:

الف) در یک دوره از جدول تناوبی، شعاع اتمی عناصر با افزایش عدد اتمی از چپ به راست **کاهش** می‌یابد. پس در هر دوره فلز **قلیایی** نسبت به فلز قلیایی **خاکی** شعاع اتمی **بزرگ‌تری** دارد.

ب) با افزایش واکنش‌پذیری فلزها، تأمین شرایط واکنش‌ندادن آن‌ها یا همان نگهداری دشوارتر می‌شود. به‌طور کلی واکنش‌پذیری فلزهای قلیایی از فلزهای قلیایی خاکی بیشتر بوده و به همین علت شرایط نگهداری آن‌ها در آزمایشگاه سخت‌تر است.

ج) واکنش‌پذیری فلزهای قلیایی **بیشتر** از واکنش‌پذیری فلزهای قلیایی خاکی است و به همین علت، فلزهای قلیایی با شدت و سرعت بیشتری در واکنش‌های مختلف شرکت می‌کنند. فلزهای این دو گروه، با از دست دادن الکترون‌های لایه آخر خود، به یون پایدار تبدیل می‌شوند. یون پایدار فلزهای قلیایی همانند فلزهای قلیایی خاکی به آرایش الکترونی گاز نجیب دوره قبلی می‌رسد. در این بین، یون لیتیم برخلاف سایر یون‌های فلزهای قلیایی و فلزهای قلیایی خاکی، آرایش هشت‌تایی ندارد؛ زیرا آرایش الکترونی یون لیتیم مشابه هلیم است که آرایش هشت‌تایی محسوب نمی‌شود. (یون بریلیم نیز آرایش الکترونی مشابه هلیم دارد، اما این یون ناپایدار است. در واقع بریلیم یون پایداری ندارد.)

د) واکنش‌پذیری فلزهای قلیایی بیشتر از فلزهای قلیایی خاکی بوده؛ بنابراین فلزهای قلیایی خاکی با ترکیبات فلزهای قلیایی واکنش نمی‌دهند و نمی‌توانند فلزهای قلیایی را استخراج کنند.

۵۷- بدون در نظر گرفتن گازهای نجیب، شکل زیر نشان‌دهندهٔ سه عنصر متوالی از دورهٔ سوم جدول تناوبی است. کدام مورد زیر، در رابطه با این عناصر نادرست است؟

A	B	C

۱) اگر هر سه عنصر فلزی باشند، رنگ ایجاد شده در واکنش عنصر A با گاز کلر، مشابه رنگ یکی از واکنش‌دهنده‌ها است.

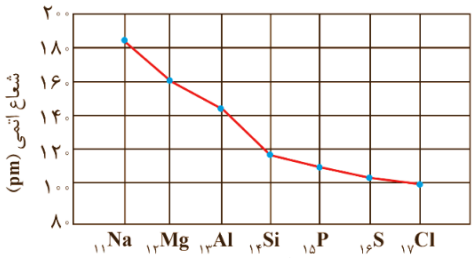
۲) اگر عنصر C برخلاف عنصر A دارای سطح کدر باشد، یکی از سه عنصر مشخص‌شده، معادل با یک شبه‌فلز است.

۳) اگر اختلاف شعاع اتمی عناصر B و C بیشتر از اختلاف شعاع A و B باشد، واکنش‌پذیری A کمتر از B است.

۴) اگر آرایش B به $3p^4$ ختم شود، عنصر C در مقایسه با عناصر هم‌دوره خود، خاصیت نافلزی بیشتری دارد.

پاسخ: گزینهٔ ۳ (دشوار ـ مفهومی ـ زمان‌بر ـ صفحهٔ ۱۳ ـ ۱۱۰۱)

به‌طور کلی در دوره سوم، با افزایش عدد اتمی اختلاف شعاع اتمی بین دو عنصر متوالی کاهش می‌یابد:



تنها استثنا این روند بین سه عنصر **منیزیم**، **آلومینیم** و **سیلیسیم** است. اگر عنصرهای A، B و C به‌ترتیب منیزیم، آلومینیم و سیلیسیم باشند، اختلاف شعاع اتمی بین آلومینیم و سیلیسیم بیشتر از این اختلاف بین منیزیم و آلومینیم است. فلز منیزیم قبل از فلز آلومینیم قرار گرفته است و شعاع اتمی بیشتری دارد؛ در نتیجه، واکنش‌پذیری فلز **منیزیم** (A) در مقایسه با فلز **آلومینیم** (B) بیشتر است.

بررسی سایر گزینه‌ها:

۱) اگر هر سه عنصر مشخص‌شده فلزی باشند، عنصرهای A، B و C به‌ترتیب سدیم، منیزیم و آلومینیم خواهند بود. در واکنش عنصر سدیم با گاز کلر، نور زرد ساطع می‌شود و گاز کلر نیز زرد رنگ است.

۲) در دو حالت ممکن است عنصر C برخلاف عنصر A دارای سطح کدر باشد، یکی از حالت‌ها به این شکل است که عنصرهای A، B و C به‌ترتیب آلومینیم، سیلیسیم و فسفر باشند. در حالت دیگر عنصرهای A، B و C باید به‌ترتیب سیلیسیم، فسفر و گوگرد باشند تا عنصر C برخلاف عنصر A دارای سطح کدر باشد. در هر دو حالت عنصر سیلیسیم که یک عنصر شبه‌فلزی است، در بین سه عنصر مشخص‌شده وجود دارد.

۴) گوگرد دارای ۱۰ الکترون با $l = ۱$ است و آرایش الکترونی آن به $۳p^۴$ ختم می‌شود. کلر بعد از عنصر گوگرد قرار گرفته و در مقایسه با عنصرهای هم‌دوره خود، بیشترین خصلت نافلزی و تمایل به دریافت الکترون را دارد.

ماز

۵۸- کدام‌یک از مطالب زیر در مورد فلز نرمی که در ساخت کلاه فضانوردی کاربرد دارد، نادرست است؟

۱) این فلز، در هوای مرطوب نیز جلای خود را حفظ کرده و از آن برای ساختن برخی از بناها استفاده می‌شود.

۲) همانند مس، در طبیعت به شکل عنصری یافت شده و یکی از ویژگی‌های آن بازتاب زیاد پرتوهای نور است.

۳) فلزی بسیار درخشان بوده و با چکش‌کاری می‌توان جرم بسیار اندکی از آن را به سطحی بزرگ تبدیل کرد.

۴) عنصری از دسته p و متعلق به تناوب ششم جدول دوره‌ای بوده و مقدار آن در معادن، بسیار کم است.

پاسخ: گزینهٔ ۴ (متوسط ـ مفهومی ـ استاندارد ـ صفحهٔ ۱۷ ـ ۱۱۰۱)

طلا از عناصر واسطه جدول تناوبی بوده و در دستهٔ d قرار دارد. در واقع یکی از زیرلایه‌های d این عنصر در حال دریافت الکترون است. عدد کوانتومی فرعی یا همان l زیرلایه d، برابر ۲ است. این عنصر، در تناوب ششم قرار گرفته است.

بررسی سایر گزینه‌ها:

۱) یکی از ویژگی‌های خاص عنصر طلا، واکنش ندادن این فلز با گازهای موجود در هواکره و مواد موجود در بدن انسان است. این ویژگی سبب شده که این عنصر فلزی در شرایط محیطی مختلف، جلای فلزی خود را حفظ کند و به همین علت از این عنصر برای کاربردهای تزئینی استفاده می‌شود. به‌عنوان مثال در معماری اسلامی، گنبد و گلدسته شماری از اماکن مقدس را با ورقه‌های نازکی از طلا تزئین می‌کنند.

۲) طلا یکی از فلزهای واسطه است که خواص و کاربردهای منحصربه‌فردی دارد و همین ویژگی‌ها کاربردهای خاصی به این فلز می‌دهند. به‌عنوان مثال از آن در تولید قطعات الکترونیکی، تزئینات و کلاه فضانوردان استفاده می‌شود. در واقع بازتاب زیاد پرتوهای نور، این فلز را مناسب به‌کار بردن در بخش پوشاننده چشم کلاه فضانوردی می‌کند. طلا به علت واکنش‌پذیری بسیار پایین، تنها فلزی است که به شکل کلوخه‌هایی لابه‌لای خاک یافت می‌شود؛ اما علاوه بر این عنصر، در میان فلزها، نمونه‌هایی از نقره، مس و پلاتین به‌صورت عنصری نیز در طبیعت دیده شده‌اند.

۳) طلا به اندازه‌ای چکش‌خوار و نرم است که چند گرم از آن را می‌توان با چکش‌کاری به صفحه‌ای با مساحت چند متر مربع تبدیل کرد یا از آن نخ (سیم بسیار نازک) ایجاد کرد.

طلا، فلزی خاص

طلا از فلزهای واسطه جدول تناوبی است که علاوه بر خواص مشترک فلزها، خواص منحصر به فردی نیز دارد که موجب گران‌بها و پرکاربرد شدن آن شده است.

فلز طلا به‌قدری چکش‌خوار، نرم و شکل‌پذیر است که چند گرم از آن را می‌توان با چکش‌کاری به صفحه‌ای با مساحت چند متر مربع تبدیل کرد. به همین علت، در ساخت زیورآلات از طلای ناخالص استفاده می‌شود تا استحکام لازم را داشته باشد.

رسانایی الکتریکی بالای طلا و حفظ این رسانایی در دماهای گوناگون، موجب شده است که از این فلز در صنعت الکترونیک مانند تولید قطعات مختلف رایانه و همچنین ساخت ویلچر الکترونیکی استفاده شود.

واکنش‌پذیری فلز طلا پایین بوده و این فلز برخلاف سدیم و آهن، با گازهای هواکره واکنش نمی‌دهد و سطح درخشان خود را حفظ می‌کند؛ بنابراین معمولاً در طبیعت به شکل عنصری (آزاد) یافت می‌شود؛ اما به علت کم بودن آن در معادن طلا، حجم انبوهی از پسماند در مقابل مقدار اندکی طلا تولید می‌شود؛ به‌عنوان مثال برای تولید یک حلقه عروسی حدود ۳ تن پسماند ایجاد می‌شود.

از طلا به علت بازتاب بسیار زیاد پرتوهای نور تابیده‌شده به آن، در تولید کلاه‌های فضانوردی استفاده می‌شود.

ماز

۵۹- عضوی از خانواده هالوژن‌ها، در دمای $50^{\circ}C$ با گاز هیدروژن واکنش می‌دهد. در رابطه با این عنصر، کدام مورد به‌یقین درست است؟

۱) در میان عنصرهای نافلزی واکنش‌پذیر هم‌دورهٔ خود، تنها این عنصر در دمای اتاق به حالت گاز است.

۲) سرعت انجام این واکنش در دمای اتاق، برخلاف سرعت تیره شدن فلز سدیم در هوا، کم است.

۳) فلز قلیایی هم‌دوره با آن، دارای یک لایه الکترونی است که در ساختار خود ۸ الکترون دارد.

۴) در عناصر هم‌دوره با این عنصر، هیچ الکترونی در زیرلایه‌های d یافت نمی‌شود.

پاسخ: گزینهٔ ۴ (متوسط ـ مفهومی ـ استاندارد ـ صفحهٔ ۱۴ ـ ۱۱۰۱)

فلوئور و کلر در دمای ۵۰ درجه سلسیوس با گاز هیدروژن واکنش می‌دهند.

بررسی سریع:

✗ ۱) به‌طور مثال اکسیژن یک نافلز هم‌دوره فلوئور است که در دمای اتاق به حالت گازی است.

✗ ۲) فلوئور حتی در دمای منفی ۲۰۰ درجه سلسیوس هم به سرعت با گاز هیدروژن واکنش می‌دهد.

✗ ۳) لیتیم فلز قلیایی هم‌دوره فلوئور است که در آرایش الکترونی خود لایه‌ای با ۸ الکترون ندارد.

✓ ۴) زیرلایه d برای اولین بار در عناصر واسطه دوره چهارم جدول پر می‌شود که هم‌دوره فلوئور و کلر نمی‌باشند.

فلوئور و کلر هالوژن‌هایی هستند که می‌توانند در دمای اتاق($25^{\circ}C$) و یا دماهای بالاتر از آن، با گاز هیدروژن واکنش دهند. **فلوئور** و **کلر** به‌ترتیب در دوره **دوم** و **سوم** قرار دارند و در این دو دوره، عنصرهایی که دارای الکترون با $l = 2$ هستند و در آن‌ها زیرلایه‌های d الکترون می‌گیرند، وجود ندارند.

بررسی سایر گزینه‌ها:

۱) عنصرهای نافلزی هم‌دوره با گاز کلر که فعالیت شیمیایی دارند، فسفر و گوگرد هستند که در دمای اتاق به حالت جامد وجود دارند، اما عنصرهای نافلزی هم‌دوره با گاز فلوئور که فعالیت شیمیایی دارند، کربن و نیتروژن و اکسیژن هستند که نیتروژن و اکسیژن همانند فلوئور در دمای اتاق به حالت گاز وجود دارند.

۲) فلوئور در دمای $-200^{\circ}C$ به سرعت با گاز هیدروژن واکنش می‌دهد؛ در نتیجه، در دماهای بالاتر مانند دمای اتاق($25^{\circ}C$) و یا دماهای بالاتر نیز به سرعت با این گاز واکنش خواهد داد. این در حالی است که کلر در دمای اتاق به آرامی با گاز هیدروژن واکنش می‌دهد. فلز سدیم در مجاورت با هوا به سرعت تیره می‌شود.

پس به‌طور قطع نمی‌توان گفت سرعت واکنش هالوژن مورد نظر با گاز هیدروژن در دمای اتاق کم است.

۳) فلزهای قلیایی هم‌دوره با فلوئور و کلر به‌ترتیب لیتیم و سدیم هستند. در ساختار اتم سدیم، لایه دوم الکترونی به‌طور کامل پر بوده و ۸ الکترون دارد درحالی‌که در ساختار لیتیم، لایه ۸ الکترونی وجود ندارد.

هالوژن‌ها

در گروه ۱۷ جدول دوره‌ای، عناصر فلوئور ($_{9}F$)، کلر ($_{17}Cl$)، برم ($_{35}Br$) و ید ($_{53}I$) قرار دارند. این عناصر به هالوژن‌ها معروف هستند. با افزایش عدد اتمی هالوژن‌ها، شعاع اتمی این عناصر افزایش یافته و به دنبال آن، واکنش‌پذیری این عناصر نافلزی نیز کمتر می‌شود. ترتیب واکنش‌پذیری عناصر موجود در گروه هفدهم به‌صورت زیر است:

$I < Br < Cl < F$: واکنش پذیری (تمایل به گرفتن الکترون)

آرایش الکترونی هالوژن‌ها به زیرلایه‌های ns^2np^5 ختم می‌شود. اتم‌های سازنده این عناصر با گرفتن یک الکترون به آرایش الکترونی گاز نجیب بعد از خود رسیده و یون پایدار X^- را تولید می‌کنند. از میان هالوژن‌ها، فلوئور دارای بیشترین خاصیت نافلزی بوده و نسبت به سایر عناصر، الکترون‌ها را با قدرت بیشتری به سمت خود جذب می‌کند. هالوژن‌ها در حالت آزاد به شکل مولکول‌های دو اتمی دیده می‌شوند. فلوئور (F_2) و کلر (Cl_2) در دمای اتاق به حالت گاز هستند درحالی‌که برم (Br_2) و ید (I_2) در دمای اتاق به‌ترتیب به حالت مایع و جامد یافت می‌شوند.

۶۰- اگر ۳۰۰ گرم مخلوطی از آلومینیم اکسید و مس(I) اکسید با ۱/۲۵ مول فلز روی به‌طور کامل واکنش دهد، درصد جرمی آلومینیم اکسید در مخلوط اولیه چقدر بوده است؟ ($O = ۱۶ , Al = ۲۷ , Cu = ۶۴ : g.mol^{-1}$)

۱) ۴۰ ۲) ۲۵ ۳) ۶۰ ۴) ۷۵

پاسخ: گزینهٔ ۱ (متوسط ـ محاسباتی ـ استاندارد ـ صفحهٔ ۲۲ ـ ۱۱۰۱)

واکنش‌پذیری کمتر مس نسبت به روی، موجب واکنش روی با مس(I) اکسید خواهد شد:

$$Zn + Cu_2O \longrightarrow ZnO + 2Cu$$

همچنین با توجه به واکنش‌پذیری بیشتر آلومینیم از روی، یک نمونه از فلز روی با اکسید آلومینیم واکنش نمی‌دهد. پس تنها واکنش انجام‌شده، واکنش بالا است.

راه‌حل مسئله

برای حل این سؤال باید جرم آلومینیم اکسید را از اختلاف جرم مس (I) اکسید و مخلوط محاسبه کرد. برای محاسبه جرم اکسید مس نیز از واکنش انجام‌شده استفاده می‌کنیم.

ابتدا جرم مس (I) اکسید مصرف‌شده در این واکنش را به‌دست می‌آوریم:

$$?\,g\,Cu_2O = ۱/۲۵\,mol\,Zn \times \frac{۱\,mol\,Cu_2O}{۱\,mol\,Zn} \times \frac{۱۴۴\,g\,Cu_2O}{۱\,mol\,Cu_2O} = ۱۸۰\,g$$

پس در مخلوط مورد نظر ۱۸۰ گرم Cu_2O وجود دارد. با توجه به جرم ۳۰۰ گرمی مخلوط، باقی آن را یعنی **۱۲۰ گرم**، آلومینیم اکسید تشکیل داده است. بر این اساس، درصد جرمی آلومینیم اکسید در مخلوط ۳۰۰ گرمی، برابر با ٪۴۰ می‌شود.

۶۱- با توجه به واکنش‌های زیر، کدام گزینه دربارهٔ فلزهای A، X و Y درست است؟

I) $A + X_2SO_4 \rightarrow ASO_4 + 2X$

II) $X + Y_2O_3 \rightarrow$ **واکنش انجام نمی‌شود**

۱) در واکنش I، واکنش‌پذیری مواد واکنش‌دهنده از مواد فراورده کمتر است.
۲) اگر عناصر A و X در یک دوره قرار داشته باشند، به‌یقین عدد اتمی عنصر X بیشتر از عنصر A است.
۳) اگر فلز Y با ترکیب $A(NO_3)_2$ واکنش ندهد، مقایسهٔ خاصیت فلزی این عناصر به‌صورت $A > Y > X$ است.
۴) اگر فلزهای X و Y هم‌گروه باشند و شعاع اتمی X برابر ۱۳۵pm باشد، شعاع اتمی Y می‌تواند برابر ۱۱۲pm باشد.

پاسخ: گزینهٔ ۳ (متوسط ـ مفهومی ـ استاندارد ـ صفحهٔ ۲۰ ـ ۱۱۰۱)

با توجه به این‌که واکنش I انجام شده، واکنش‌پذیری فلز A از فلز X بیشتر است. از آنجا که واکنش II انجام‌پذیر نیست، واکنش‌پذیری فلز Y از فلز X نیز بیشتر است. حال، اگر واکنش بین Y و $A(NO_3)_2$ انجام‌پذیر نباشد، واکنش‌پذیری فلز Y از فلز A کمتر خواهد بود و مقایسهٔ واکنش‌پذیری و خاصیت فلزی این سه فلز به‌صورت $A > Y > X$ خواهد بود.

بررسی سایر گزینه‌ها:

۱) از آنجا که واکنش I انجام‌پذیر است، واکنش‌پذیری مواد واکنش‌دهنده باید از مواد فراورده بیشتر باشد؛ اما با توجه به این‌که واکنش II انجام‌پذیر نیست، واکنش‌پذیری مواد فراورده از مواد واکنش‌دهنده بیشتر است.

۲) همان‌طور که گفتیم، واکنش‌پذیری فلز A از فلز X بیشتر است. حال، اگر این دو فلز در یک دورهٔ جدول تناوبی قرار گرفته باشند، لزوماً عدد اتمی فلز X از فلز A بیشتر نخواهد بود. به‌طور مثال، در بین فلزهای مس و روی، فلز روی با این‌که عدد اتمی بیشتری دارد، اما واکنش‌پذیری بیشتری نیز دارد. در نتیجه، به‌طور قطع عدد اتمی فلز X از فلز A بیشتر نیست.

۴) همان‌طور که گفتیم، واکنش‌پذیری عنصر Y از عنصر X بیشتر است. از آنجا که هر دوی این عنصرها در یک گروه هستند و در یک گروه نیز شعاع اتمی فلزها با واکنش‌پذیری آن‌ها رابطهٔ مستقیم دارد، پس می‌توان گفت شعاع اتمی عنصر Y از عنصر X بیشتر است. پس اگر شعاع اتمی فلز X برابر با ۱۳۵ پیکومتر باشد، شعاع اتمی فلز Y باید از این مقدار بیشتر باشد و نمی‌تواند برابر با ۱۱۲ پیکومتر باشد.

ماز

۶۲- اگر آرایش الکترونی اتم X به $4s^2$ ختم شده و عنصر Z نیز ۷ الکترون با $l = 1$ داشته باشد، کدام گزینه درست است؟

۱) هر دو عنصر، به‌یقین از فلزهای اصلی هستند.

۲) حداکثر تفاوت عدد اتمی این دو عنصر، برابر ۱۷ است.

۳) بین این دو عنصر، ۵ عنصر نافلزی در جدول دوره‌ای وجود دارد.

۴) تفاوت شمار الکترون‌های با $l = 1$ در این دو عنصر، برابر با ۴ است.

پاسخ: گزینهٔ ۲ (متوسط ـ مفهومی ـ استاندارد ـ صفحهٔ ۱۶ ـ ۱۱۰۱)

با توجه به این‌که آرایش الکترونی اتم X به زیرلایهٔ $4s^2$ ختم شده، عنصر X می‌تواند کلسیم و هشت عنصر واسطهٔ دورهٔ چهارم جدول دوره‌ای باشد (اتم‌های کروم و مس به زیرلایهٔ $4s^1$ ختم می‌شوند). طبق فرض سؤال، عنصر Z نیز ۷ الکترون با $l = 1$ دارد، پس آرایش الکترونی اتم Z به زیرلایهٔ $3p^1$ ختم می‌شود و عنصر Z نیز معادل با آلومینیم است. عدد اتمی عنصر آلومینیم برابر با ۱۳ است. برای به‌دست آوردن بیشترین اختلاف عدد اتمی بین این دو عنصر باید بیشترین عدد اتمی ممکن را برای عنصر X در نظر بگیریم. در بین عنصرهای بیان‌شده، عنصر روی با عدد اتمی ۳۰ بیشترین عدد اتمی را دارد و اختلاف عدد اتمی روی و آلومینیم برابر با ۱۷ است.

بررسی سایر گزینه‌ها:

۱) عنصر آلومینیم یک فلز اصلی است، اما به غیر از عنصر کلسیم، سایر عنصرها، فلزهای فرعی و واسطه هستند.

۳) با در نظر گرفتن تمام عنصرهای قابل قبول برای عنصر X، در بین این عنصرها و عنصر آلومینیم، تنها ۴ عنصر نافلزی (فسفر، گوگرد، کلر و آرگون) وجود دارد.

۴) در آلومینیم، زیرلایه‌های $2p^6$ و $3p^1$ با $l = 1$ وجود دارند. در عنصرهای کلسیم و هشت عنصر واسطهٔ مورد نظر، زیرلایه‌های $2p^6$ و $3p^6$ با $l = 1$ وجود دارند. حال اختلاف شمار الکترون‌ها با $l = 1$ در بین دو عنصر X و Z برابر با ۵ است.

ماز

۶۳- اگر در کاتیون پایداری از آهن، شمار الکترون‌ها با $l = ۲$، ۰/۶ برابر شمار الکترون‌های موجود در لایهٔ سوم یون $V^{۳+}$ باشد، کدام مورد دربارهٔ واکنش محلول حاوی کلرید این یون آهن با محلول سدیم هیدروکسید، نادرست است؟

۱) رسوب تشکیل‌شده در انتهای واکنش، سبز رنگ است.
۲) مجموع ضرایب استوکیومتری مواد موجود در واکنش موازنه‌شده، برابر با ۶ است.
۳) نسبت شمار آنیون به کاتیون در ساختار رسوب تشکیل‌شده طی واکنش شیمیایی، برابر با ۲ است.
۴) کاتیون موجود در سنگ معدن هماتیت، با کاتیون شرکت‌کننده در این واکنش شیمیایی یکسان است.

پاسخ: گزینهٔ ۴ (دشوار ـ مفهومی ـ زمان‌بر ـ صفحهٔ ۱۹ ـ ۱۱۰۱)

آرایش لایهٔ ظرفیت یون $V^{۳+}$ به‌صورت $۳d^۲$ است. در نتیجه، در لایهٔ سوم این یون زیرلایه‌های $۳s^۲$، $۳p^۶$ و $۳d^۲$ وجود دارند که در مجموع شامل ۱۰ الکترون می‌شوند. از آنجا که شمار الکترون‌ها در زیرلایهٔ $۳d$ یون Fe^{n+}، معادل با ۰/۶ برابر شمار الکترون‌های موجود در لایهٔ سوم یون $V^{۳+}$ (۱۰ الکترون) است، زیرلایهٔ $۳d$ این یون از آهن دارای ۶ الکترون (۱۰ × ۰/۶) است. در نتیجه، یون آهن مورد نظر ما، یون $Fe^{۲+}$ با آرایش الکترونی فشردهٔ $[Ar]۳d^۶$ است.

آهن در سنگ معدن هماتیت، به‌صورت $Fe_۲O_۳$ وجود دارد. کاتیونی از آهن که در سنگ معدن آن وجود دارد، یون $Fe^{۳+}$ است و با کاتیون شرکت‌کننده در این واکنش ($Fe^{۲+}$) متفاوت است.

آرایش الکترونی کاتیون‌های فلز واسطه

فلزهای واسطه برای تشکیل کاتیون، ابتدا الکترون‌های زیرلایه ns و بعد از آن در صورت لزوم، الکترون‌های زیرلایه $(n-۱)d$ خود را از دست می‌دهند. به‌عنوان مثال، روند تولید کاتیون از برخی عناصر موجود در این دسته به‌صورت زیر است:

$$_{۲۶}Fe: [_{۱۸}Ar]۳d^۶۴s^۲ \xrightarrow{-۲e^-} {}_{۲۶}Fe^{۲+}: [_{۱۸}Ar]۳d^۶ \xrightarrow{-e^-} {}_{۲۶}Fe^{۳+}: [_{۱۸}Ar]۳d^۵$$

$$_{۲۹}Cu: [_{۱۸}Ar]۳d^{۱۰}۴s^۱ \xrightarrow{-e^-} {}_{۲۹}Cu^{+}: [_{۱۸}Ar]۳d^{۱۰} \xrightarrow{-e^-} {}_{۲۹}Cu^{۲+}: [_{۱۸}Ar]۳d^۹$$

براساس همین ویژگی، برخی از عناصر واسطه یک بار تنها الکترون‌های زیرلایهٔ ns و بار دیگر نیز الکترون‌های ns و تعدادی از الکترون‌های زیرلایهٔ $(n-۱)d$ را از دست داده و یون‌های تک اتمی، با بارهای الکتریکی متفاوت تولید می‌کنند؛ بنابراین در مراحل نام‌گذاری این یون‌ها، لازم است بار الکتریکی آن‌ها نیز نشان داده شود. به این منظور پس از نام یون، بار آن یون با اعداد رومی در پرانتز آورده می‌شود. به‌عنوان مثال:

یون مس (I): Cu^+ — یون آهن (II): $Fe^{۲+}$ — یون وانادیم (III): $V^{۳+}$

بررسی سایر گزینه‌ها:

۱) از واکنش آهن(II) کلرید با سدیم هیدروکسید، آهن (II) هیدروکسید به شکل رسوب به‌دست می‌آید. این رسوب به رنگ سبز است.

۲) واکنش بین آهن(II) کلرید و سدیم هیدروکسید به‌صورت زیر است:

$$FeCl_۲(aq) + ۲NaOH(aq) \rightarrow Fe(OH)_۲(s) + ۲NaCl(aq)$$

مجموع ضرایب استوکیومتری مواد موجود در واکنش برابر با ۶ است.

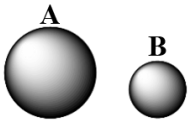
۳) نسبت شمار آنیون به کاتیون در آهن(II) هیدروکسید (رسوب تشکیل‌شده در طی واکنش) با فرمول شیمیایی $Fe(OH)_۲$ برابر با ۲ است.

نسبت شمار کاتیون (M^{m+}) به شمار آنیون (X^{x-}) در ترکیب یونی

$$\frac{\text{مقدار بار آنیون } (x)}{\text{مقدار بار کاتیون } (m)} = \frac{\text{زیروند کاتیون}}{\text{زیروند آنیون}} = \frac{\text{شمار کاتیون}}{\text{شمار آنیون}}$$

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۶۴- کدام مورد دربارهٔ عناصر جدول دوره‌ای درست است؟ (شکل مربوط به گزینهٔ ۳ است.)



۱) همهٔ فلزهای اصلی، می‌توانند با تشکیل کاتیون پایدار، به آرایش گاز نجیب قبل از خود برسند.
۲) هر دو عنصری با شمار الکترون‌های لایهٔ ظرفیت برابر، در یک گروه از جدول دوره‌ای قرار می‌گیرند.
۳) اگر عناصر A و B هم‌گروه باشند، عدد اتمی و خاصیت فلزی عنصر A نسبت به عنصر B بیشتر است.
۴) عنصرها در جدول دوره‌ای بر اساس بنیادی‌ترین ویژگی خود که با نماد A مشخص می‌شود، چیده شده‌اند.

پاسخ: گزینهٔ ۳ (متوسط ـ مفهومی ـ استاندارد ـ صفحهٔ ۱۵ ـ ۱۱۰۱)

بررسی سریع:

✗ ۱) مثال نقض، قلع و سرب است.

✗ ۲) هلیم و کلسیم در لایه ظرفیت خود ۲ الکترون دارند ولی در یک گروه از جدول نیستند.

✓ ۳) چون شعاع اتمی A بزرگ‌تر است، عدد اتمی و خصلت فلزی آن بیشتر است.

✗ ۴) نماد عدد اتمی Z است نه A.

در یک گروه از جدول دوره‌ای، از بالا به پایین، شعاع اتمی و خاصیت فلزی عنصرها افزایش می‌یابد. حال، با توجه به این‌که عنصرهای A و B در یک گروه قرار دارند و شعاع اتمی عنصر A از عنصر B بیشتر است، عدد اتمی و خصلت فلزی عنصر A از عنصر B بیشتر است.

بررسی سایر گزینه‌ها:

۱) بعضی از فلزهای اصلی مانند گالیم، قلع، سرب و ... با تشکیل کاتیون به آرایش گاز نجیب قبل از خود نمی‌رسند.

۲) عنصرهایی که آرایش لایهٔ ظرفیت آن‌ها مشابه یکدیگر است، در یک گروه از جدول دوره‌ای قرار دارند؛ اما لزوماً تمام عناصری که شمار الکترون‌های لایهٔ ظرفیت آن‌ها با یکدیگر برابر است، معمولاً در یک گروه قرار ندارند. به‌طور مثال، آلومینیم و اسکاندیم دارای سه الکترون در لایهٔ ظرفیت خود هستند، اما **آلومینیم** در گروه **۱۳** و **اسکاندیم** در گروه **۳** قرار دارد.

۴) عنصرها در جدول دوره‌ای بر اساس بنیادی‌ترین ویژگی آن‌ها یعنی عدد اتمی (Z)، چیده شده‌اند. نماد عدد اتمی به‌صورت Z و نماد عدد جرمی به‌صورت A است.

۶۵- کدام مورد دربارهٔ عناصر موجود در دورهٔ چهارم جدول دوره‌ای نادرست است؟

۱) نخستین عنصری که در آن، لایهٔ سوم از الکترون کاملاً پر است، در حالت جامد به رنگ نارنجی دیده می‌شود.
۲) همهٔ فلزهای واسطه، برخلاف فلزهای اصلی، توانایی تشکیل بیش از یک کاتیون پایدار را دارند.
۳) حداقل ۱۴ عنصر دارای رسانایی الکتریکی و گرمایی بوده و سطح براق و صیقلی دارند.
۴) بیرونی‌ترین زیرلایه در دو عنصر اصلی این دوره، دارای یک الکترون است.

پاسخ: گزینهٔ ۲ (متوسط ـ مفهومی ـ استاندارد ـ صفحهٔ ۱۶ ـ ۱۱۰۱)

اغلب فلزهای واسطه توانایی تشکیل بیش از یک کاتیون پایدار را دارند، اما بعضی از فلزهای واسطه نظیر روی و اسکاندیم همانند اغلب فلزهای اصلی تنها دارای یک کاتیون پایدار هستند.

اولین فلز واسطه

اسکاندیم اولین فلز واسطه جدول تناوبی است. آرایش الکترونی آن به‌صورت $[_{18}Ar]3d^{1}4s^{2}$ است که با از دست دادن سه الکترون و تشکیل یون پایدار Sc^{3+}، به آرایش گاز نجیب آرگون رسیده و از این نظر، مشابه فلزهای دسته s و فلز آلومینیم است. همچنین این عنصر مانند فلزهای گروه ۱۳، ۳ الکترون ظرفیتی دارد و به همین علت، خواصی مشابه این عناصر دارد. از اسکاندیم در تولید برخی شیشه‌ها و تلویزیون‌های رنگی استفاده می‌شود.

بررسی سایر گزینه‌ها:

۱) لایهٔ سوم دارای ۳ زیرلایه $3s$، $3p$ و $3d$ است. اولین عنصری که در آن زیرلایه آخر این لایه یعنی $3d$، ۱۰ الکترون گرفته و پر است، فلز نارنجی‌رنگ مس می‌باشد که آرایش الکترونی آن به‌صورت مقابل است: $[Ar]3d^{10}4s^{1}$

۳) به‌طور کلی، عنصرهای فلزی و شبه‌فلزی دارای رسانایی الکتریکی و گرمایی بوده و سطح براق و صیقلی دارند. در دورهٔ چهارم جدول دوره‌ای، ۱۳ عنصر فلزی و حداقل یک عنصر شبه‌فلزی (عنصر ژرمانیم) وجود دارد. در نتیجه، حداقل ۱۴ عنصر با ویژگی‌های بیان شده در دورهٔ چهارم وجود دارد.

۴) بیرونی‌ترین زیرلایه در عنصرهای پتاسیم، کروم، مس و گالیم به‌ترتیب معادل با زیرلایه‌های $4s^{1}$، $4s^{1}$، $4s^{1}$ و $4p^{1}$ است. در نتیجه، در دورهٔ چهارم جدول دوره‌ای، دو عنصر اصلی (پتاسیم و گالیم) در آخرین زیرلایهٔ خود دارای یک الکترون هستند.

ماز

۶۶- عناصر موجود در یک دوره از جدول تناوبی، تعداد لایه‌های الکترونی اشغال‌شده ..... دارند و عناصر یک گروه از جدول تناوبی، لایه ظرفیت ..... دارند.

۱) برابری ـ یکسانی ۲) برابری ـ مشابهی ۳) متفاوتی ـ یکسانی ۴) متفاوتی ـ مشابهی

پاسخ: گزینهٔ ۲ (آسان ـ خط‌به‌خط ـ سریع ـ صفحهٔ ۱۳ ـ ۱۱۰۱)

در یک دوره از جدول تناوبی تعداد لایه‌های الکترونی ثابت می‌ماند. برای مثال در هر کدام از عناصری که در تناوب چهارم جدول قرار دارند، ۴ لایه اشغال‌شده از الکترون وجود دارد. ولی تعداد زیرلایه‌های اشغال‌شده از الکترون آن‌ها متفاوت است. این پدیده را می‌توان به کمک قاعده آفبا توضیح داد. مطابق این قاعده، در هر دوره، زیرلایه ns اولین لایه‌ای است که الکترون می‌گیرد و به همین علت تمام عناصر یک دوره، حداقل یک الکترون در لایه nام خود دارند. (البته استثناهایی وجود دارند که در کتاب درسی مطرح نشده‌اند و آن‌ها را در نظر نمی‌گیریم.) مطابق قانون دوره‌ای عناصر، خواص و ویژگی‌های عنصرها به‌صورت دوره‌ای تکرار می‌شوند و به همین علت عناصری در یک گروه قرار می‌گیرند که ویژگی‌های مشترک و مشابهی داشته باشند. به‌عنوان مثال معمولاً همه عناصر یک گروه جدول تناوبی لایه ظرفیت مشابهی دارند.

ماز

۶۷- کدام موارد از عبارت‌های زیر، درست هستند؟

الف ـ استخراج فلز روی، در مقایسه با دومین عنصری که رسم آرایش الکترونی آن از قاعدهٔ آفبا پیروی نمی‌کند، دشوارتر است.

ب ـ رنگ آبی فیروزه و رنگ سبز زمرد، به دلیل وجود کاتیون‌های مختلف عناصر دسته d جدول دوره‌ای در آن‌ها است.

ج ـ شبه‌فلزها، رسانای گرما نبوده و می‌توانند الکترون‌های ظرفیتی خود را به اشتراک بگذارند.

د ـ در فولاد مبارکه، برای استخراج آهن از عناصر کربن و سدیم استفاده می‌شود.

۱) «الف» و «ج» ۲) «ج» و «د» ۳) «الف» و «ب» ۴) «ب» و «د»

پاسخ: گزینهٔ ۳ (متوسط ـ مفهومی ـ استاندارد ـ صفحهٔ ۲۱ ـ ۱۱۰۱)

بررسی سریع:

✓ الف) روی، از دومین عنصری که از قاعده آفبا پیروی نمی‌کند، یعنی مس (Cu)، واکنش‌پذیرتر است.

✓ ب) رنگ‌های گوناگون سنگ‌های گران‌بها به‌علت وجود ترکیبات فلزهای واسطه در آن‌هاست.

✗ ج) شبه‌فلزها رسانای گرما هستند.

✗ د) شرکت‌های فولاد مانند فولاد مبارکه برای استخراج آهن از کربن به‌جای سدیم استفاده می‌کنند.

موارد «الف» و «ب» درست هستند.

بررسی موارد:

الف) جدول زیر واکنش‌پذیری برخی از فلزها را نشان می‌دهد:

زیاد	کم	ناچیز	واکنش‌پذیری
سدیم و پتاسیم	آهن و روی	مس، نقره و طلا	نام فلز

آخرین فلز واسطهٔ دورهٔ چهارم، فلز روی بوده و دومین عنصری که از قاعدهٔ آفبا پیروی نمی‌کند، فلز مس است. از آنجا که واکنش‌پذیری فلز روی از فلز مس بیشتر است، استخراج فلز روی نیز دشوارتر خواهد بود.

قاعده آفبا

قاعده آفبا، آرایش الکترونی اتم اغلب عنصرها را پیش‌بینی می‌کند؛ اما برای اتم برخی عنصرهای جدول دوره‌ای مثل کروم و مس، نارسایی دارد. امروزه به کمک روش‌های طیف‌سنجی پیشرفته، آرایش الکترونی چنین اتم‌هایی را با دقت تعیین می‌کنند. در واقع، روش طیف‌سنجی می‌تواند آرایش الکترونی دقیق همه عناصر را به‌دست بیاورد. آرایش الکترونی دقیق کروم و مس که با استفاده از روش‌های طیف‌سنجی به‌دست‌آمده، به‌صورت زیر است:

$$_{۲۹}Cu : [_{۱۸}Ar]\ ۳d^{۱۰}\ ۴s^{۱} \qquad _{۲۴}Cr : [_{۱۸}Ar]\ ۳d^{۵}\ ۴s^{۱}$$

همان‌طور که مشخص است، در آرایش الکترونی این اتم‌ها یک الکترون از زیرلایه $۴s$ به زیرلایه $۳d$ منتقل شده است؛ پس این اتم‌ها از قاعده آفبا پیروی نمی‌کنند.

ب) یکی از هدایای زمین، سنگ‌های گران‌بهای موجود در آن است که رنگ‌های گوناگون و زیبایی دارد. فیروزه آبی، زمرد سبز و یاقوت سرخ از جمله آن‌ها هستند. علت ایجاد چنین رنگ‌هایی وجود ترکیبات فلزهای واسطه در آن‌ها است.

ج) می‌دانیم که شبه‌فلزها و نافلزها می‌توانند الکترون‌های ظرفیتی خود را به اشتراک بگذارند و در تشکیل پیوند اشتراکی شرکت کنند. همچنین عناصر نافلزی برخلاف شبه‌فلزها فاقد رسانایی گرمایی هستند.

د) در فولاد مبارکه مانند همهٔ شرکت‌های فولاد جهان، برای استخراج آهن از کربن استفاده می‌شود. در نتیجه، از فلز سدیم استفاده نمی‌شود.

استخراج آهن

آهن در میان فلزات بیشترین مصرف سالانه را دارد و اغلب در طبیعت به‌صورت کانی هماتیت ($Fe_۲O_۳$ به همراه ناخالصی) یافت می‌شود. چون واکنش‌پذیری آهن از کربن و سدیم کمتر است، می‌توان از این عناصر برای استخراج آهن از سنگ معدن آن استفاده کرد. از آنجا که دسترسی به کربن در مقایسه با سدیم راحت‌تر است و صرفه اقتصادی بیشتری دارد، در فولاد مبارکه اصفهان، همانند همه شرکت‌های فولاد جهان از کربن برای استخراج آهن استفاده می‌شود.
برای استخراج آهن از سنگ معدن آن می‌توان از سه معادله زیر کمک گرفت:

$$Fe_۲O_۳(s) + ۶Na(s) \longrightarrow ۳Na_۲O(s) + ۲Fe(s)$$

$$۲Fe_۲O_۳(s) + ۳C(s) \longrightarrow ۴Fe(s) + ۳CO_۲(g)$$

$$Fe_۲O_۳(s) + ۳CO(g) \longrightarrow ۲Fe(s) + ۳CO_۲(g)$$

۶۸- مخلوطی از آهن(II) اکسید و آهن(III) اکسید که درصد جرمی هر ترکیب در آن برابر با ۵۰٪ است، با مقدار کربن مطابق معادله‌های موازنه‌نشده زیر واکنش می‌دهند. در شرایط یکسان، حجم گاز تولیدشده در واکنش دوم چند برابر حجم گاز تولیدشده واکنش اول است؟ ($O = ۱۶ , Fe = ۵۶ : g.mol^{-۱}$)

$$I)\ FeO(s) + C(s) \longrightarrow CO_۲(g) + Fe(s)$$
$$II)\ Fe_۲O_۳(s) + C(s) \longrightarrow CO_۲(g) + Fe(s)$$

۱) ۲/۷ ۲) ۰/۹ ۳) ۱/۳۵ ۴) ۰/۴۵

پاسخ: گزینهٔ ۳ (متوسط ـ محاسباتی ـ استاندارد ـ صفحهٔ ۲۲ ـ ۱۱۰۱)

معادله موازنه‌شده دو واکنش به‌صورت زیر است:

$$۲FeO(s) + C(s) \longrightarrow CO_۲(g) + ۲Fe(s)$$
$$۲Fe_۲O_۳(s) + ۳C(s) \longrightarrow ۳CO_۲(g) + ۴Fe(s)$$

راه‌حل مسئله

در شرایط یکسان نسبت حجم دو گاز برابر نسبت مقدار دو گاز است. پس برای مقایسه حجم دو گاز کافی است که مقدار دو گاز را مقایسه کنیم. جرم واکنش‌دهنده‌های دو واکنش (دو اکسید آهن) برابر است. بر این اساس مقدار گاز تولیدشده در دو واکنش را محاسبه می‌کنیم.

طبق فرض سؤال، مخلوطی از آهن(II) اکسید و آهن(III) اکسید که درصد جرمی هر ماده در آن برابر با ۵۰٪ است را در اختیار داریم. بر این اساس، می‌توان گفت جرم این دو ماده در مخلوط اولیه با یکدیگر برابر بوده است. ابتدا جرم هر دو اکسید را x گرم در نظر می‌گیریم. بر این اساس مقدار گاز تولیدشده در هر واکنش را مشخص می‌کنیم:

واکنش اول: $?\,mol\,CO_2 = x\,g\,FeO \times \frac{1\,mol\,FeO}{72\,g\,FeO} \times \frac{1\,mol\,CO_2}{2\,mol\,FeO} = \frac{x}{72 \times 2}\,mol$

واکنش دوم: $?\,mol\,CO_2 = x\,g\,Fe_2O_3 \times \frac{1\,mol\,Fe_2O_3}{160\,g\,Fe_2O_3} \times \frac{3\,mol\,CO_2}{2\,mol\,Fe_2O_3} = \frac{3x}{160 \times 2}\,mol$

حال نسبت مورد نظر را حساب می‌کنیم:

$$A = \frac{\frac{3x}{160 \times 2}}{\frac{x}{72 \times 2}} = \frac{3 \times 72}{160} = 1/35$$

حجم گاز تولید شده متناسب با مقدار گاز تولید شده بر حسب مول است. پس حجم گاز تولیدشده در واکنش دوم ۱/۳۵ برابر واکنش اول است.

۶۹- با توجه به جدول زیر، اگر عنصرهای A و B فلز قلیایی و عنصرهای C و D در دورهٔ سوم جدول دوره‌ای باشند، واکنش بین کدام دو عنصر شدیدتر است؟

عنصر	ویژگی
A	نور ساطع‌شده از واکنش آن با گاز کلر، قرمز رنگ است.
B	نور ساطع‌شده از واکنش آن با گاز کلر، بنفش رنگ است.
C	یکی از دگرشکل‌های این عنصر در زیر آب نگهداری می‌شود.
D	جامدی زرد رنگ بوده و در طبیعت به حالت آزاد یافت می‌شود.

۱) A و C ۲) B و C ۳) B و D ۴) A و D

پاسخ: گزینهٔ ۳ (آسان ـ مفهومی ـ استاندارد ـ صفحهٔ ۲۰ ـ ۱۱۰۱)

در واکنش لیتیم و پتاسیم با گاز کلر به‌ترتیب نور قرمز و بنفش ساطع می‌شود. عنصری از دورهٔ سوم که یکی از دگرشکل‌های آن در زیر آب نگهداری می‌شود، فسفر است. عنصری از دورهٔ سوم که جامدی زرد رنگ بوده و در طبیعت به حالت آزاد یافت می‌شود، گوگرد است. درنتیجه، عنصرهای A، B، C و D به‌ترتیب لیتیم، پتاسیم، فسفر و گوگرد هستند.

شدت واکنش میان فلزها و نافلزها

شدت واکنش میان دو عنصر، به میزان واکنش‌پذیری آن دو عنصر بستگی دارد. در واقع، هرچه واکنش‌پذیری دو عنصر بیش‌تر باشد، شدت واکنش میان آن دو عنصر نیز بیش‌تر است.

به‌طور کلی میزان واکنش‌پذیری فلزها با افزایش شعاع اتمی افزایش می‌یابد. علت این موضوع، دور شدن الکترون‌های ظرفیتی از هستهٔ اتم و کاهش جاذبه هسته بر آن الکترون‌ها است که منجر به جدا شدن راحت‌تر آن‌ها از اتم می‌شود. به همین علت است که در یک دوره، میان عناصر فلزی از راست به چپ و در یک گروه بین عناصر فلزی از بالا به پایین، واکنش‌پذیری افزایش می‌یابد. مقایسه واکنش‌پذیری عناصر فلزی به‌صورت زیر است:

فلزهای واسطه < فلزهای دسته p < فلزهای قلیایی خاکی < فلزهای قلیایی

همچنین میزان واکنش‌پذیری نافلزها با کاهش شعاع اتمی افزایش می‌یابد. علت این موضوع، نزدیک شدن لایه آخر الکترونی به هسته است که موجب افزایش جاذبه هسته بر الکترون‌هایی می‌شود که توسط اتم جذب شده و یون پایدارتری تولید می‌شود. در نتیجه در یک دوره بین عناصر نافلزی (بدون در نظر گرفتن گازهای نجیب) از چپ به راست و در یک گروه میان عناصر نافلزی از پایین به بالا، واکنش‌پذیری افزایش می‌یابد.

شدیدترین واکنش مربوط به واکنشی خواهد بود که بین فلزی با بیشترین خصلت فلزی و نافلزی با بیشترین خصلت نافلزی انجام شود. از بین لیتیم و پتاسیم، پتاسیم به علت شعاع اتمی بیشتر، دارای خصلت فلزی بیشتری است. از بین فسفر و گوگرد، گوگرد به علت شعاع اتمی کوچک‌تر، دارای خصلت نافلزی بیشتری است. در نتیجه، واکنش بین **پتاسیم** (B) و **گوگرد** (D) **شدیدتر** خواهد بود.

۷۰- **کدام مورد عبارت زیر را به‌درستی تکمیل نمی‌کند؟**

«عنصری که عدد اتمی آن برابر ..... است، می‌تواند ..... »

۱) ۳۵ ـ در تهیهٔ لامپ چراغ‌های جلوی خودروها استفاده شود.

۲) ۳۰ ـ برای استخراج فلز نقره از ترکیب‌ها استفاده شود.

۳) ۲۲ ـ در واکنش با عنصر فلوئور، الکترون به اشتراک بگذارد.

۴) ۳۲ ـ جریان برق و جریان گرما را از خود عبور دهد.

پاسخ: گزینهٔ ۳ (متوسط ـ مفهومی ـ استاندارد ـ صفحهٔ ۲۰ ـ ۱۱۰۱)

تیتانیم با عدد اتمی ۲۲ یک فلز واسطه بوده و در واکنش‌های شیمیایی می‌تواند الکترون از دست بدهد.

بررسی سایر گزینه‌ها:

۱) عدد اتمی **برم** برابر با **۳۵** است و در تولید لامپ چراغ‌های جلوی خودروها، از هالوژن‌ها استفاده می‌شود. از آنجا که برم نیز یک هالوژن است، این عنصر می‌تواند در تهیهٔ لامپ چراغ‌های جلوی خودروها استفاده شود.

۲) عدد اتمی عنصر روی برابر با **۳۰** است. واکنش‌پذیری نقره از روی کمتر است؛ به همین علت، از فلز روی می‌توان برای استخراج فلز نقره از ترکیب‌های مختلف استفاده کرد.

۴) عدد اتمی ژرمانیم برابر با **۳۲** است. **ژرمانیم** یک **شبه‌فلز** بوده و رسانای جریان برق و گرما است.

میخوای خوندن پاسخ‌نامه رو راحت‌تر کنی!
پس بیا پاسخ ویدیویی‌اش رو ببین!

- پس از پایان آزمون، می‌تونین پاسخ‌نامهٔ ویدیویی و تشریحی این آزمون رو در پنل ماز، از بخش آزمون‌ها مشاهده کنید.

پنل کاربری ماز ◀ بخش آزمون‌ها ◀ آزمون‌های برگزارشده ◀ پاسخنامه ویدیویی



بانک تست آزمونی دیجی‌ماز
برای تمامی دروس
منتشر شد!!!

- تست‌های گلچین شدهٔ آزمون‌های ماز سال‌های اخیر
- فصل به فصل
- همراه با پاسخنامهٔ کاملاً تشریحی



کد تخفیف ۱۰۰درصدی تهیه «بانک تست آزمونی‌های دیجی‌ماز»

ویژهٔ الماسی‌ها:

BTAYR100

برای دریافت کلیک کن!

DIGIMAZE.ORG

اسکن کن!

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir