آزمون آزمایشی خیلی سبز

رشته ریاضی

پایه یازدهم	مرحله دوازدهم
سال تحصیلی ۰۴-۱۴۰۳	تاریخ برگزاری: ۲۶/اردیبهشت/۱۴۰۴

بودجه‌بندی دروس

حسابان(۱)	آمار و احتمال	هندسه(۲)
کل کتاب صفحهٔ ۱ تا ۱۵۱	کل کتاب صفحهٔ ۱ تا ۱۲۱	کل کتاب صفحهٔ ۹ تا ۷۵

فیزیک(۲)	شیمی(۲)
کل کتاب صفحهٔ ۱ تا ۱۳۰	کل کتاب صفحهٔ ۱ تا ۱۲۳

مواد امتحانی	تعداد سؤال	از شماره	تا شماره	مدت پاسخگویی
حسابان	۲۰	۱	۲۰	۳۰ دقیقه
هندسه	۱۰	۲۱	۳۰	۲۰ دقیقه
آمار و احتمال	۱۰	۳۱	۴۰	۲۰ دقیقه
فیزیک	۲۰	۴۱	۶۰	۳۰ دقیقه
شیمی	۲۰	۶۱	۸۰	۲۰ دقیقه
مجموع	۸۰ سؤال			۱۲۰ دقیقه

استفاده از ماشین حساب مجاز نیست.

این آزمون نمره منفی دارد.

دفترچه سؤالات آزمون های خیلی سبز، از همه نظر (تعداد سؤال ها، زمان پاسخگویی، نوع چینش گزینه ها، نوع صفحه آرایی، فونت سؤالات، سایز کلمات و اعداد، جای خالی محل انجام محاسبات و...) در شبیه ترین حالت به دفترچه سؤالات کنکور سراسری طراحی می شود.

ویژه یازدهمی های ۱۴۰۳

Azmoon.kheilisabz.com

سنجش کلاد
www.SanjeshCloud.ir
T.me/SanjeshCloud11

حسابان یازدهم

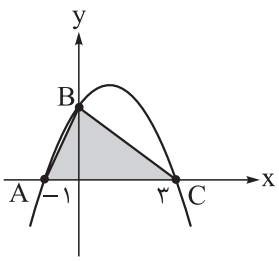
۱- اگر $x_1 < 0$ و x_2، جواب‌های معادلهٔ $x^2 + 2x - 1 = 0$ باشند، حاصل عبارت $2\sqrt{x_2^2} + \sqrt{(x_1 - x_2)^2} - 4\sqrt{x_1^2}$ کدام است؟

۱) ۶ ۲) -6 ۳) ۳ ۴) -3

۲- در یک دنبالهٔ حسابی، S_n مجموع n جملهٔ اول آن است. اگر $S_{12} - S_9 = 18$ و $S_{41} - S_{38} = 72$ باشد، S_{50} کدام است؟

۱) ۵۰۰ ۲) ۶۰۰ ۳) ۶۵۰ ۴) ۷۵۰

۳- نمودار تابع درجه‌دوم f در شکل زیر رسم شده است. اگر مساحت مثلث ABC برابر ۲۰ باشد، مقدار $f(2)$ کدام است؟



۱) ۵
۲) ۶
۳) ۱۰
۴) ۱۲

۴- مجموع جواب‌های معادلهٔ $|x| - x = |1 - x|$ کدام است؟

۱) صفر ۲) ۱ ۳) -1 ۴) ۲

۵- اگر نقاط $A(1,3)$ و $B(3,-1)$ دو رأس مجاور یک مربع باشند، محیط این مربع کدام است؟

۱) ۲۰ ۲) $4\sqrt{10}$ ۳) $4\sqrt{5}$ ۴) $8\sqrt{5}$

۶- دامنهٔ تابع $f(x) = \sqrt{(2x - a)^2 + b(x + 1)^2}$ بازهٔ $(-\infty, 2]$ است. مقدار $f(-\frac{1}{12})$ کدام است؟

۱) ۴۰ ۲) ۳۰ ۳) ۲۰ ۴) ۱۰

۷- تابع $f(x) = x^2 + 2x + m$ مفروض است. اگر بزرگ‌ترین پاره‌خط نمودار تابع $g(x) = [f(x)]$ روی خط $y = 1$ باشد، مقدار m کدام است؟ ([ ] نماد جزء صحیح است.)

۱) ۱ ۲) ۲ ۳) ۳ ۴) ۴

۸- اگر $f(x - \sqrt{x + 1}) = x - 3$ باشد، مقدار $f^{-1}(0)$ کدام است؟

۱) صفر ۲) ۱ ۳) $\frac{1 - \sqrt{5}}{2}$ ۴) ۳

محل انجام محاسبات

سنجش کلاد
www.SanjeshCloud.ir
T.me/SanjeshCloud11

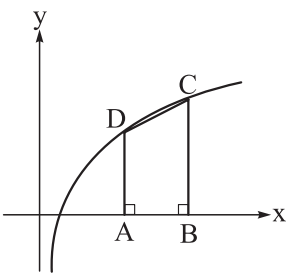
۹- تابع $f(x)=\sqrt{a-x}$ مفروض است. اگر دامنهٔ تابع fof فقط شامل ۳ عدد صحیح باشد، کم‌ترین مقدار مثبت a کدام است؟

۱) $\sqrt{۲}$ ۲) $\sqrt{۳}$ ۳) $\frac{۱+\sqrt{۵}}{۲}$ ۴) ۲

۱۰- تابع $g(a)=(a+۲)^{\log_a b}-a^{\log_{a+۲} b}$ مفروض است. اگر $g^{-۱}(۷۸)=۲$ باشد، مقدار b کدام است؟

۱) ۸ ۲) ۹ ۳) ۱ ۴) ۱۶

۱۱- نمودار تابع $f(x)=\log_۶ x$ و ذوزنقهٔ $ABCD$ در شکل زیر رسم شده است. اگر طول نقاط A و B به ترتیب ۱۲ و ۱۸ باشد، مساحت ذوزنقه کدام است؟



۱) ۶
۲) ۷
۳) ۸
۴) ۹

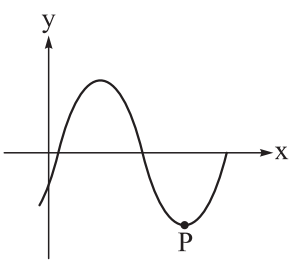
۱۲- بین دو عدد x و y روابط $\log_۲ x=۴^{-y}$ و $\log_۲ x+۲^{-۲y}=۴$ برقرار است. کدام گزینه در مورد x درست است؟

۱) مضرب ۳ است.
۲) مربع کامل است.
۳) بین ۰ و ۱ قرار دارد.
۴) بزرگ‌تر از ۴ است.

۱۳- اگر $\sin(\alpha-\frac{\pi}{۶})\cos(\alpha+\frac{\pi}{۳})=-۰/۳۶$ باشد، مقدار عبارت $\cos(\frac{۴\pi}{۳}+\alpha)$ کدام می‌تواند باشد؟

۱) ۰/۶ ۲) ۰/۸ ۳) ۰/۳ ۴) ۰/۴

۱۴- بخشی از نمودار تابع $f(x)=-۲\sin(\frac{\pi}{۸}-x)$ در شکل زیر رسم شده است. طول نقطهٔ P کدام است؟



۱) $\frac{\pi}{۸}$
۲) $\frac{۷\pi}{۸}$
۳) $\frac{۱۳\pi}{۸}$
۴) $\frac{۱۱\pi}{۸}$

محل انجام محاسبات

سنجش کلاد
www.SanjeshCloud.ir
T.me/SanjeshCloud11

۱۵- ساده‌شدهٔ عبارت $\frac{۱-\cot^۲(۴۵^\circ+a)}{۱+\cot^۲(۴۵^\circ+a)}$ کدام است؟

۱) $\cos ۲a$
۲) $\tan ۲a$
۳) $\sin ۲a$
۴) $\cot ۲a$

۱۶- تابع $f(x)=\begin{cases}\frac{ax+۳}{x+۱} & ; x\in\mathbb{Z}\\ \frac{۲x-۴a}{x+۱} & ; x\notin\mathbb{Z}\end{cases}$ مفروض است. اگر $\lim\limits_{x\to ۱} f(x)=-۳$ باشد، حاصل $\lim\limits_{x\to ۰} f(x)$ کدام است؟

۱) ۸
۲) -۸
۳) ۳
۴) -۳

۱۷- حاصل $\lim\limits_{x\to\frac{\pi}{۲}}[\sin x+\cos x]$ کدام است؟ ([ ] نماد جزء صحیح است.)

۱) صفر
۲) ۱
۳) -۱
۴) موجود نیست.

۱۸- حاصل $\lim\limits_{x\to ۰}\frac{\cos^۲ x-\cos x}{\sin^۲ x}$ کدام است؟

۱) $\frac{۱}{۲}$
۲) ۲
۳) $-\frac{۱}{۲}$
۴) -۱

۱۹- حاصل حد تابع $f(x)=\frac{\sqrt[۳]{x^۲-۵x+۴}+\sqrt[۵]{x^۲-۱}}{\sqrt[۵]{x^۲-۳x+۲}-۲\sqrt[۳]{x^۴-۱}}$ زمانی که $x\to ۱$، کدام است؟

۱) $\sqrt[۵]{۴}$
۲) $\sqrt[۵]{۲}$
۳) $-\sqrt[۵]{۴}$
۴) $-\sqrt[۵]{۲}$

۲۰- تابع $f(x)=([x]-۲)([x]^۲-۹)$ در کدام نقطه، پیوسته است؟ ([ ] نماد جزء صحیح است.)

۱) $x=۲$
۲) $x=-۲$
۳) $x=۳$
۴) $x=-۳$

محل انجام محاسبات

www.SanjeshCloud.ir
T.me/SanjeshCloud11

هندسه یازدهم

۲۱- دو دایرهٔ $C(O, \sqrt{۲}-۱)$ و $C'(O', \sqrt{۲}+۱)$ مفروض‌اند. اگر $OO' = ۲$ باشد، آن‌گاه این دو دایره چند مماس مشترک دارند؟

۱) صفر ۲) ۱ ۳) ۲ ۴) ۳

۲۲- در مثلث ABC، $\hat{A} = ۳۰^\circ$، $AB = ۴$ و $AC = ۶$ است. اگر G نقطهٔ همرسی میانه‌های این مثلث باشد، مساحت مثلث GBC کدام است؟

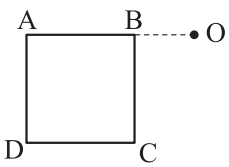
۱) ۲ ۲) ۳ ۳) ۴ ۴) ۶

۲۳- شعاع دایرهٔ محاطی داخلی مثلثی به طول اضلاع ۵، ۶ و ۷ کدام است؟

۱) $\frac{۳\sqrt{۶}}{۲}$ ۲) $\frac{۲\sqrt{۶}}{۳}$

۳) $\frac{۴\sqrt{۶}}{۳}$ ۴) $\frac{۳\sqrt{۶}}{۴}$

۲۴- مطابق شکل، نقطهٔ O روی امتداد ضلع AB از مربع $ABCD$ به طول ضلع ۱۲ قرار دارد. اگر $OB = ۶$ باشد، مساحت محصور بین مربع $ABCD$ و مجانس آن به مرکز O و نسبت $k = \frac{۱}{۲}$ کدام است؟



۱) ۳۶ ۲) ۲۴

۳) ۱۸ ۴) ۱۲

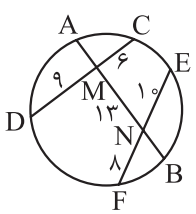
۲۵- در مثلثی به طول اضلاع ۵، ۶ و ۷، اندازهٔ مماس‌مشترک خارجی بین کوچک‌ترین و بزرگ‌ترین دایره‌های محاطی کدام است؟

۱) ۵ ۲) ۷ ۳) ۹ ۴) ۱۱

۲۶- در مثلث ABC، $AB = ۶$ و $AC = ۸$ است. اگر طول میانهٔ AM برابر $\frac{\sqrt{۱۵۱}}{۲}$ باشد، طول نیمساز AD کدام است؟

۱) ۶ ۲) ۶/۲۵ ۳) $۲\sqrt{۱۰}$ ۴) $۳\sqrt{۵}$

۲۷- در شکل مقابل طول وتر AB کدام است؟



۱) ۱۸

۲) ۱۹

۳) ۲۰

۴) ۲۱

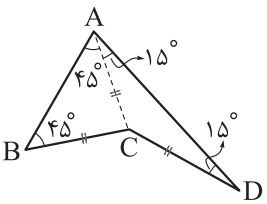
محل انجام محاسبات

سنجش کلاد
www.SanjeshCloud.ir
T.me/SanjeshCloud11

۲۸- در یک چهارضلعی، دو زاویهٔ مقابل 40° و 100° هستند. زاویهٔ بین قطرهای چهارضلعی حاصل از نقاط تماس چهارضلعی محیطی و دایرهٔ محاطی آن کدام است؟

۱) 60° ۲) 70° ۳) 80° ۴) 90°

۲۹- در چهارضلعی ABCD مطابق شکل $CA = CB = CD$، $B\hat{A}C = A\hat{B}C = 45^\circ$ و $C\hat{A}D = C\hat{D}A = 15^\circ$ است. مساحت چهارضلعی را بدون تغییر در محیط و تعداد اضلاع آن افزایش می‌دهیم. نسبت مساحت اضافه‌شده به مساحت اولیهٔ چهارضلعی کدام است؟



۱) $\frac{3\sqrt{3}}{4}$ ۲) $\frac{3\sqrt{3}}{2}$

۳) $\frac{2\sqrt{3}}{3}$ ۴) $\frac{4}{3}$

۳۰- فاصلهٔ دورترین و نزدیک‌ترین نقاط دایرهٔ C به مرکز O از خط معلوم L به‌ترتیب ۳ و ۵ است. تصویر دایرهٔ C در بازتاب نسبت به خط L، دایرهٔ C' به مرکز O' و تصویر دایرهٔ C در دوران به مرکز O' و زاویهٔ دوران 120°، دایرهٔ C'' است. طول مماس‌مشترک داخلی دو دایرهٔ C و C'' کدام است؟

۱) $6\sqrt{3}$ ۲) ۱۴ ۳) $2\sqrt{35}$ ۴) $2\sqrt{47}$

محل انجام محاسبات

www.SanjeshCloud.ir
T.me/SanjeshCloud11

آمار و احتمال

۳۱- در چند حالت از جدول ارزش سه گزارهٔ p، q و r، ارزش گزارهٔ $(p \Leftrightarrow r) \Rightarrow (p \wedge (p \vee q))$ درست است؟

۱) ۴ ۲) ۵ ۳) ۶ ۴) ۷

۳۲- اگر $A = [1,3)$، $B = [2,4]$ و $C = [0,5]$ باشد، مساحت ناحیهٔ محدود به $B \times (C - A)$ چقدر است؟

۱) ۲ ۲) ۴ ۳) ۶ ۴) ۸

۳۳- اگر $P(A \mid B) = 0/3$، $P(B \mid A) = 0/2$ و $P(A' \cap B') = 0/12$ باشد، $P(A - B)$ چقدر است؟

۱) ۰/۱۲ ۲) ۰/۲۴
۳) ۰/۲۸ ۴) ۰/۴۸

۳۴- به همراه سه تاس سالم، دو تاس که روی وجه‌های آن‌ها عددهای ۱,۱,۲,۲,۶,۶ و یک تاس که روی وجه‌های آن عددهای ۲,۳,۳,۴,۵,۵ نوشته شده داریم. یک تاس به تصادف پرتاب می‌کنیم و مشاهده می‌کنیم عدد روشده، عددی اول است. با چه احتمالی یکی از تاس‌های سالم را پرتاب کرده‌ایم؟

۱) $\frac{1}{9}$ ۲) $\frac{2}{9}$ ۳) $\frac{5}{18}$ ۴) $\frac{1}{2}$

۳۵- در پرتاب یک تاس چند پیشامد سه‌عضوی از پیشامد روشدن عدد مضرب ۳ مستقل‌اند؟

۱) ۸ ۲) ۶ ۳) ۱۰ ۴) ۱۲

۳۶- نمرات ۱۰ دانش‌آموز در امتحان نهایی آمار و احتمال به صورت زیر است. مجموع میانگین و میانهٔ نمرات این افراد، چه‌قدر بیشتر از مُد نمرات آن‌ها است؟

نمره	۱۷	۱۸	۱۹	۲۰
تعداد	۱	۴	۲	۳

۱) ۱۸/۲ ۲) ۱۸/۵ ۳) ۱۸/۷ ۴) ۱۹/۲

۳۷- سن برخی از بازیکنان تیم ملی فوتبال ایران به صورت زیر است:

۲۱,۳۳,۳۱,۲۸,۲۶,۲۵,۲۶,۲۴,۲۷,۳۰

در نمودار جعبه‌ای متناظر با سن این افراد، واریانس مقادیر داخل و روی جعبه چه‌قدر است؟

۱) ۲ ۲) $\frac{7}{3}$ ۳) $\frac{8}{3}$ ۴) ۳

محل انجام محاسبات

سنجش کلاد
www.SanjeshCloud.ir
T.me/SanjeshCloud11

۳۸- داده‌های آماری پنج عدد طبیعی متوالی دورقمی، با کم‌ترین ضریب تغییرات هستند. اگر ضریب تغییرات این داده‌ها $\frac{\sqrt{۲}}{k}$ باشد، مجموع ارقام k کدام است؟

۱) ۱۷
۲) ۱۸
۳) ۱۶
۴) ۱۹

۳۹- داده‌های مربوط به مطالعهٔ یک جامعهٔ ۷عضوی به صورت ۲,۲,۳,۴,۵,۵,۷ است؛ احتمال آن‌که یک نمونهٔ دوعضوی، میانگین را به درستی برآورد کند چه‌قدر است؟

۱) $\frac{۱}{۷}$
۲) $\frac{۲}{۲۱}$
۳) $\frac{۴}{۲۱}$
۴) $\frac{۱}{۱۴}$

۴۰- در یک دانشگاه، یک نمونهٔ ۲۵ نفری را انتخاب کردیم. اگر بازهٔ اطمینان ۹۵ درصد برای میانگین سن جامعهٔ دانشجویان این دانشگاه به‌صورت [۲۱,۲۷] باشد، میانگین سن اعضای نمونه و واریانس سن جامعه کدام است؟

۱) ۲۴ و $\frac{۲۲۵}{۴}$
۲) ۲۴ و ۲۲۵
۳) ۲۵ و $\frac{۲۲۵}{۴}$
۴) ۲۵ و ۲۲۵

محل انجام محاسبات

سنجش کلاد
www.SanjeshCloud.ir
T.me/SanjeshCloud11

فیزیک یازدهم

۴۱- میله‌ای شیشه‌ای را با یک پارچهٔ کتان مالش می‌دهیم، سپس میله را به کلاهک الکتروسکوپ بارداری نزدیک می‌کنیم. اگر در اثر نزدیک‌شدن میله، ورقه‌های الکتروسکوپ به هم نزدیک شوند، علامت بار میلهٔ شیشه‌ای و بار اولیهٔ الکتروسکوپ به ترتیب از راست به چپ کدام است؟

انتهای مثبت سری
شیشه
کاغذ
پارچهٔ کتان
انتهای منفی سری

۱) مثبت، مثبت

۲) منفی، منفی

۳) مثبت، منفی

۴) منفی، مثبت

۴۲- دو بار الکتریکی نقطه‌ای $q_1 = 4\mu C$ و q_2 در فاصلهٔ ۱۵ cm از هم قرار دارند. اگر بزرگی نیروی الکتریکی ربایشی بین دو بار ۹/۶ N باشد، بار q_2 چند میکروکولن است؟ $(k = 9\times10^9 \frac{N.m^2}{C^2})$

۱) ۳ ۲) -3 ۳) ۶ ۴) -6

۴۳- در یک میدان الکتریکی یکنواخت به بزرگی $5\times10^5 N/C$ که جهت آن قائم و رو به پایین است، ذرهٔ بارداری به جرم ۲/۴ g معلق و به حالت سکون قرار دارد. این ذره باید چند الکترون بگیرد یا از دست بدهد تا بار الکتریکی آن خنثی شود؟ $(e = 1/6\times10^{-19} C$ و $g = 10 m/s^2)$

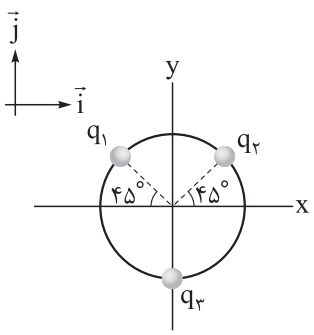
۱) 3×10^{10} الکترون بگیرد.

۲) 3×10^{10} الکترون از دست بدهد.

۳) 3×10^{11} الکترون بگیرد.

۴) 3×10^{11} الکترون از دست بدهد.

۴۴- در شکل زیر، سه بار الکتریکی نقطه‌ای $q_1 = q_2 = 20\sqrt{2}\ nC$ و $q_3 = -30\ nC$ روی محیط دایره‌ای به شعاع ۳ m قرار گرفته‌اند. اگر مرکز دایره منطبق بر مبدأ مختصات باشد، بردار میدان الکتریکی خالص در مرکز دایره برحسب یکای SI کدام است؟ $(k = 9\times10^9 \frac{N.m^2}{C^2})$



۱) $-70\vec{j}$

۲) $70\vec{j}$

۳) $-10\vec{j}$

۴) $10\vec{j}$

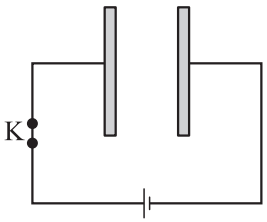
محل انجام محاسبات

سنجش کلاد
www.SanjeshCloud.ir
T.me/SanjeshCloud11

۴۵- در میدان الکتریکی یکنواختی به بزرگی $۵\times۱۰^{۵}\ N/C$، ذره‌ای به جرم ۴ میلی‌گرم و بار الکتریکی $q=-۳\ \mu C$ را در نقطهٔ A رها می‌کنیم. تندی ذره وقتی به نقطهٔ B می‌رسد، برابر با $۷۵۰\ m/s$ است. فاصلهٔ دو نقطهٔ A و B چند سانتی‌متر است؟ (از وزن ذره و مقاومت هوا صرف‌نظر شود.)

۱) ۷۵ ۲) ۳۶ ۳) ۷/۵ ۴) ۳/۶

۴۶- در مدار شکل زیر، ابتدا کلید K را قطع کرده و سپس صفحه‌های خازن را کمی از هم دور می‌کنیم. چه تعداد از موارد زیر درست است؟



الف) اختلاف پتانسیل الکتریکی دو سر خازن ثابت می‌ماند.

ب) ظرفیت خازن افزایش می‌یابد.

پ) بار الکتریکی ذخیره‌شده در خازن کاهش می‌یابد.

ت) انرژی الکتریکی ذخیره‌شده در خازن افزایش می‌یابد.

۱) ۱ ۲) ۲ ۳) ۳ ۴) ۴

۴۷- در مدار فلاش یک دوربین عکاسی، خازنی با ظرفیت $۵\ mF$ وجود دارد که با ولتاژ $۳۰۰\ V$ شارژ شده است. اگر فلاش دوربین عکاسی روشن شود، تخلیهٔ انرژی خازن با توان $۲۰۰۰\ W$ انجام می‌شود. مدت‌زمان تخلیهٔ انرژی خازن چند میلی‌ثانیه است؟

۱) ۱۱/۲۵ ۲) ۱۲/۷۵ ۳) ۱۱۲/۵ ۴) ۱۲۷/۵

۴۸- کدام مورد نادرست است؟

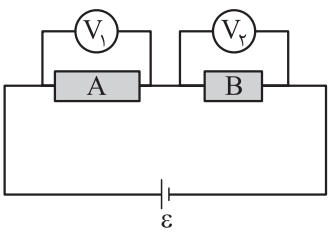
۱) اندازهٔ سرعت سوق در یک رسانای فلزی، بسیار کم‌تر از تندی کاتوره‌ای الکترون‌های درون رسانا است.

۲) با افزایش شدت نور تابیده‌شده بر یک LDR، مقاومت الکتریکی آن کاهش می‌یابد.

۳) با افزایش دمای یک نیم‌رسانا، مقاومت الکتریکی آن کاهش می‌یابد.

۴) ترمیستور نوعی دیود است که اغلب به عنوان حسگر دما، در مدارهای حساس به دما، استفاده می‌شود.

۴۹- در مدار شکل زیر، دو استوانهٔ رسانای توپر و هم‌جنس A و B به صورت متوالی به یک باتری متصل شده‌اند. طول استوانهٔ A دو برابر طول استوانهٔ B است. اگر مقداری که ولت‌سنج آرمانی (۱) نشان می‌دهد، چهار برابر مقداری باشد که ولت‌سنج آرمانی (۲) نشان می‌دهد، شعاع مقطع استوانهٔ A چند برابر شعاع مقطع استوانهٔ B است؟

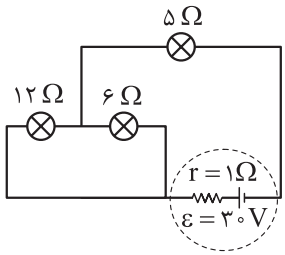


۱) $\frac{۱}{۲}$ ۲) ۲ ۳) $\frac{\sqrt{۲}}{۲}$ ۴) $\sqrt{۲}$

محل انجام محاسبات

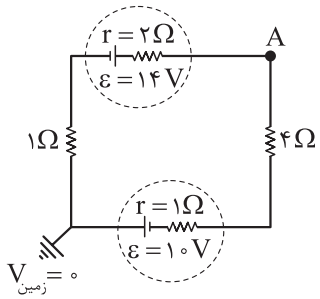
سنجش کلاد
www.SanjeshCloud.ir
T.me/SanjeshCloud11

۵۰- در مدار شکل مقابل، توان مصرفی لامپ ۶اهمی، چند وات است؟



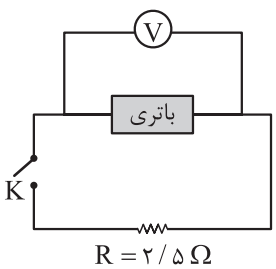
۱) ۶
۲) ۱۲
۳) ۱۸
۴) ۲۴

۵۱- در مدار شکل مقابل، پتانسیل الکتریکی نقطهٔ A چند ولت است؟



۱) ۵
۲) −۵
۳) ۹
۴) −۹

۵۲- در مدار شکل زیر، اگر کلید K باز باشد، ولت‌سنج آرمانی عدد ۷ V را نشان می‌دهد و اگر کلید K را ببندیم، ولت‌سنج عدد ۵ V را نشان می‌دهد. مقاومت درونی باتری چند اهم است؟



۱) ۰/۵
۲) ۰/۷۵
۳) ۱
۴) ۱/۵

۵۳- دو سر یک بخاری برقی را به اختلاف پتانسیل الکتریکی ۲۲۰ V وصل می‌کنیم و جریان الکتریکی ۲۰ A از آن می‌گذرد. اگر این بخاری برقی به مدت ۴ ساعت در روز کار کند و قیمت برق مصرفی به ازای هر کیلووات ساعت ۵۰ تومان باشد، هزینهٔ یک ماه (۳۰ روز) مصرف این بخاری چند تومان می‌شود؟

۱) ۲۸۲۰۰ ۲) ۲۶۴۰۰ ۳) ۲۸۲۰ ۴) ۲۶۴۰

۵۴- در جدول زیر، موارد A، B و C به ترتیب از راست به چپ، با کدام عبارت‌ها به درستی تکمیل می‌شوند؟

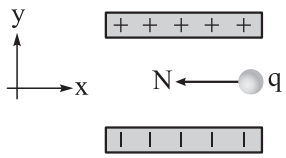
توضیح	عبارت مرتبط
جهت میدان مغناطیسی در خارج آهنربای میله‌ای	A
این مواد در میدان مغناطیسی خارجی قوی، خاصیت مغناطیسی ضعیف و موقت پیدا می‌کنند.	B
اتم‌های این مواد به طور ذاتی فاقد خاصیت مغناطیسی‌اند.	C

۱) از N به S، مواد پارامغناطیس، سرب
۲) از N به S، سدیم، آلومینیم
۳) از S به N، مواد فرومغناطیس نرم، مواد دیامغناطیس
۴) از S به N، آهن، پلاتین

محل انجام محاسبات

www.SanjeshCloud.ir
T.me/SanjeshCloud11

۵۵- ذره‌ای با بار الکتریکی منفی و جرم ناچیز با تندی $۳\times۱۰^{۴}\ m/s$ در امتداد محور x، وارد فضایی می‌شود که میدان‌های الکتریکی و مغناطیسی یکنواخت وجود دارد. اگر اندازهٔ میدان الکتریکی $۹۰\ N/C$ باشد، برای این‌که ذره در همان امتداد محور x به حرکتش ادامه دهد، کم‌ترین مقدار میدان مغناطیسی چند گاوس و این میدان در چه جهتی است؟ (نیروی مقاومت هوا ناچیز است.)



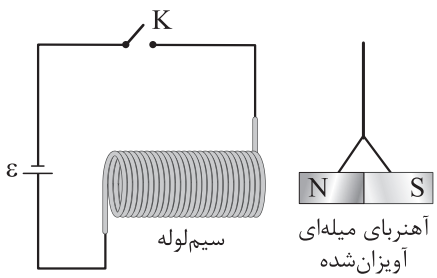
۱) ۲۷، $\otimes$

۲) ۳۰، $\otimes$

۳) ۲۷، $\odot$

۴) ۳۰، $\odot$

۵۶- سیم‌لولهٔ شکل زیر به طول $۳\ cm$ دارای ۵۰ حلقه است. اگر کلید K را ببندیم و جریان $۴A$ در مدار جاری شود، اندازهٔ میدان مغناطیسی درون سیم‌لوله چند گاوس خواهد بود و نوع نیروی مغناطیسی بین سیم‌لوله و آهنربای میله‌ای آویزان‌شده چگونه است؟ $(\mu_{۰}=۱۲\times۱۰^{-۷}\ \frac{T.m}{A})$



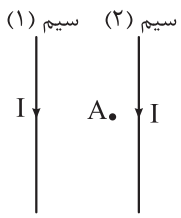
۱) ۶۰، دافعه

۲) ۸۰، دافعه

۳) ۶۰، جاذبه

۴) ۸۰، جاذبه

۵۷- در شکل زیر، دو سیم حامل جریان‌های مساوی، موازی یکدیگر قرار دارند. نوع نیروی مغناطیسی بین دو سیم و جهت میدان مغناطیسی خالص در نقطهٔ A، به ترتیب کدام است؟



۱) جاذبه، برون‌سو

۲) دافعه، برون‌سو

۳) جاذبه، درون‌سو

۴) دافعه، درون‌سو

۵۸- سطح حلقهٔ رسانایی، به شکل مربع با ضلع $۲۰\ cm$، عمود بر میدان مغناطیسی یکنواختی به بزرگی $۰/۰۵\ T$ قرار دارد. اگر در مدت $۰/۰۲\ s$، حلقه را طوری بچرخانیم که سطح آن موازی با خط‌های میدان مغناطیسی شود، اندازهٔ نیروی محرکهٔ القایی متوسط ایجادشده در حلقه در این مدت چند ولت است؟

۱) ۲

۲) ۱

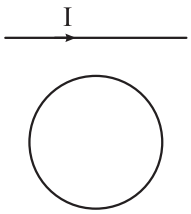
۳) ۰/۲

۴) ۰/۱

محل انجام محاسبات

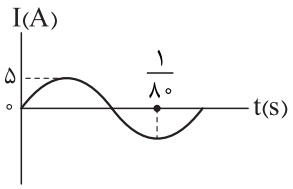
سنجش کلاد
www.SanjeshCloud.ir
T.me/SanjeshCloud11

۵۹- در شکل زیر، حلقهٔ رسانایی در نزدیکی یک سیم بلند حامل جریان I قرار دارد. کدام‌یک از تغییرات زیر، جریان الکتریکی ساعتگرد در حلقه را القا می‌کند؟



۱) کاهش جریان I یا دورکردن حلقه از سیم
۲) افزایش جریان I یا دورکردن حلقه از سیم
۳) کاهش جریان I یا نزدیک‌کردن حلقه به سیم
۴) افزایش جریان I یا نزدیک‌کردن حلقه به سیم

۶۰- شکل زیر نمودار جریان سینوسی‌ای را نشان می‌دهد که از القاگری با ضریب القاوری ۴۰ mH در حال عبور است. انرژی ذخیره‌شده در القاگر در لحظهٔ $t = \frac{۱}{۲۴۰}$ s چند ژول است؟



۱) صفر
۲) ۰/۲۵
۳) ۰/۵
۴) ۱

محل انجام محاسبات

سنجش کلاد
www.SanjeshCloud.ir
T.me/SanjeshCloud11

شیمی یازدهم

۶۱- در کدام گزینه، شعاع اتمی به درستی مقایسه شده است؟

۱) ${}_{۳}Li > {}_{۱۱}Na$ ۲) ${}_{۱۹}K > {}_{۳۵}Br$ ۳) ${}_{۱۴}Si < {}_{۱۵}P$ ۴) ${}_{۸}O > {}_{۱۶}S$

۶۲- کدام مطلب دربارهٔ هشتمین، چهاردهمین و شانزدهمین عنصر دورهٔ چهارم جدول تناوبی، نادرست است؟

۱) به ترتیب، فلز، شبه‌فلز و نافلز هستند.

۲) شمار الکترون‌ها با $l = ۲$ در اتم آن‌ها، عددی زوج است.

۳) بیرونی‌ترین زیرلایهٔ اشغال‌شده در اتم هیچ یک از آن‌ها، نیمه‌پر نیست.

۴) دو عنصر در بین آن‌ها، شمار الکترون‌های ظرفیتی یکسانی دارند.

۶۳- نام هیدروکربن زیر کدام است؟

$$(CH_۳)_۲CH(CH_۲)_۳C(C_۲H_۵)(CH_۳)CH(CH_۳)_۲$$

۱) ۶ ـ اتیل ـ ۲، ۶، ۷ ـ تری‌متیل اوکتان
۲) ۳ ـ اتیل ـ ۲، ۳، ۷ ـ تری‌متیل اوکتان
۳) ۲، ۳، ۴، ۷ ـ تترامتیل نونان
۴) ۶ ـ اتیل ـ ۲، ۲، ۶، ۷ ـ تترامتیل هپتان

۶۴- کدام مورد نادرست است؟

۱) عنصر اصلی سازندهٔ سلول‌های خورشیدی، سیلیسیم است که واکنش‌پذیری کم‌تری نسبت به کربن دارد.

۲) کاتالیزگر واکنش: $C_۶H_{۱۲}(l) + H_۲(g) \rightarrow C_۶H_{۱۴}(l)$، عنصری از دستهٔ d است.

۳) از کاتالیزگر واکنش تولید اتانول از اتن، در آبکافت استر موجود در موز نیز می‌توان بهره برد.

۴) از واکنش: $Ti + Fe_۲O_۳ \rightarrow TiO_۲ + Fe$ می‌توان نتیجه گرفت که واکنش‌پذیری عنصر سمت چپ‌تر جدول تناوبی، کم‌تر از عنصر دیگر است.

۶۵- چند مورد از موارد زیر، عبارت داده‌شده را به درستی کامل می‌کنند؟

«عنصری که ..... است، ..... .»

الف) فراوردهٔ واکنش ترمیت ـ در سطح جهان بیشترین مصرف سالانه را در صنایع دارد

ب) دارای بیشترین شعاع اتمی در دورهٔ سوم جدول دوره‌ای ـ در تولید لامپ چراغ‌های جلوی خودروها به کار می‌رود

پ) در گروه ۱۴ قرار داشته و دارای رسانای الکتریکی کمی ـ قطعاً فاقد الکترونی با $l = ۲$ است

ت) سومین فلز دورهٔ چهارم جدول دوره‌ای ـ در تلویزیون رنگی و برخی شیشه‌ها به کار می‌رود

۱) ۱ ۲) ۲ ۳) ۳ ۴) ۴

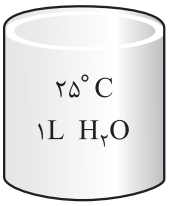
۶۶- اگر در دما و فشار یکسان، حجم گاز حاصل از واکنش ۱۴g آهن با محلول هیدروکلریک اسید با حجم گاز حاصل از تجزیهٔ ۶/۸ g هیدروژن پراکسید برابر باشد، نسبت بازده درصدی واکنش اول به دوم کدام است؟ (معادلهٔ واکنش‌ها موازنه شوند. $Fe = ۵۶, O = ۱۶, H = ۱ : g.mol^{-۱}$)

$$I)\ Fe(s) + HCl(aq) \rightarrow FeCl_۲(aq) + H_۲(g)$$
$$II)\ H_۲O_۲(aq) \rightarrow H_۲O(l) + O_۲(g)$$

۱) ۰/۴ ۲) ۰/۸ ۳) ۱/۶ ۴) ۳/۲

محل انجام محاسبات

www.SanjeshCloud.ir
T.me/SanjeshCloud11



۶۷- با «کاهش جرم آب موجود در ظرف مقابل» و «افزایش دما»، به ترتیب کدام فرایند رخ می‌دهد؟

۱) انرژی گرمایی ثابت می‌ماند. ـ میانگین تندی ذرات افزایش می‌یابد.

۲) ظرفیت گرمایی ویژه ثابت می‌ماند. ـ انرژی گرمایی افزایش می‌یابد.

۳) ظرفیت گرمایی کاهش می‌یابد. ـ انرژی گرمایی ثابت می‌ماند.

۴) ظرفیت گرمایی ویژه ثابت می‌ماند. ـ میانگین تندی ذرات ثابت می‌ماند.

۶۸- به ترتیب از راست به چپ، از سوختن کامل یک مول از کدام‌یک از ترکیب‌های زیر، گرمای بیشتری آزاد می‌شود و آنتالپی پیوند کربن ـ کربن در کدام ترکیب، بیشینه است؟ $(C_2H_2, C_2H_5OH, C_2H_4, C_2H_6)$

۱) $C_2H_2 - C_2H_6$ ۲) $C_2H_4 - C_2H_6$

۳) $C_2H_2 - C_2H_5OH$ ۴) $C_2H_4 - C_2H_5OH$

۶۹- با توجه به فرایندهای زیر، آنتالپی واکنش $N_2H_4(l) + O_2(g) \rightarrow N_2(g) + 2H_2O(l)$ **چند کیلوژول است؟**

I) $H_2(g) + \frac{1}{2}O_2(g) \rightarrow H_2O(l)$, $\Delta H_1 = -284\,kJ$

II) $H_2O(l) \rightarrow H_2O(g)$, $\Delta H_2 = +44\,kJ$

III) $N_2H_4(g) \rightarrow N_2H_4(l)$, $\Delta H_3 = -32\,kJ$

IV) $2NH_3(g) \rightarrow N_2H_4(g) + H_2(g)$, $\Delta H_4 = +184\,kJ$

V) $4NH_3(g) + 3O_2(g) \rightarrow 2N_2(g) + 6H_2O(g)$, $\Delta H_5 = -1070\,kJ$

۱) −۵۵۳ ۲) −۵۳۵ ۳) −۶۳۱ ۴) −۳۶۱

۷۰- با توجه به واکنش‌های زیر، کدام موارد از مطالب داده‌شده درست است؟

۱) $CO(g) + \frac{1}{2}O_2(g) \rightarrow CO_2(g)$ $\Delta H = -283\,kJ$

۲) $C(s) + O_2(g) \rightarrow CO_2(g)$ $\Delta H = -393/5\,kJ$

الف) واکنش‌دهنده‌ها در واکنش (۲) از واکنش (۱) پایدارتر هستند.

ب) اگر در واکنش (۱)، $CO_2(s)$ تولید شود، آنتالپی واکنش برابر $-320\,kJ$ می‌تواند باشد.

پ) واکنش (۱) برخلاف واکنش (۲) به طور تجربی امکان‌پذیر نیست.

ت) اگر در واکنش (۲) در فشار ثابت، دمای محیط تغییر محسوسی نکند، گرمای آزادشده، حاصل تغییر در نحوهٔ اتصال اتم‌ها است.

۱) ب ـ پ ـ ت ۲) پ ـ ت ۳) الف ـ ب ۴) ب ـ ت

۷۱- در کدام گزینه، عامل مؤثر بر سرعت واکنش‌ها یکسان است؟

۱) سوختن قند آغشته به خاک باغچه ـ تجزیهٔ هیدروژن پراکسید در حضور $KI(aq)$

۲) پخش گرد آهن روی شعله و سوختن آن ـ تفاوت سرعت واکنش فلز سدیم و پتاسیم با آب سرد

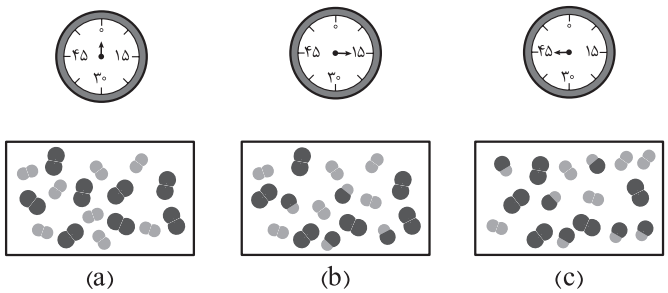
۳) استفادهٔ بیماران دارای مشکل تنفسی از کپسول اکسیژن ـ فاسدشدن قاووت زودتر از مغز مواد مغذی

۴) نگه‌داری روغن‌های مایع در ظروف کدر ـ سوختن الیاف آهن داغ و سرخ‌شده در ارلن پر از اکسیژن

محل انجام محاسبات

سنجش کلاد
www.SanjeshCloud.ir
T.me/SanjeshCloud11

۷۲- با توجه به شکل زیر که واکنش هیدروژن و بخار ید و پیشرفت آن را تا دقیقهٔ ۴۵ نشان می‌دهد، کدام گزینه نادرست است؟ (هر ذره معادل ۰/۲۵ مول و حجم ظرف ۲ L است.)



۱) سرعت واکنش در بازهٔ صفر تا ۳۰ دقیقه می‌تواند برابر $10^{-2}\,mol\,.\,L^{-1}\,.\,min^{-1}$ باشد.

۲) مجموع شمار مول‌های مواد در ظرف، همواره ثابت است.

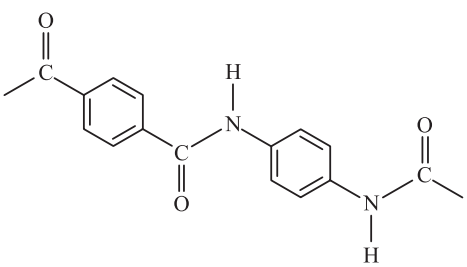
۳) اگر واکنش از دقیقهٔ ۴۵ به بعد با سرعت متوسط دقایق ۱۵ تا ۴۵ ادامه یابد، واکنش در دقیقهٔ ۱۵۰ به اتمام می‌رسد.

۴) سرعت مصرف هیدروژن در بازهٔ a تا c، برابر سرعت تولید هیدروژن پدید در بازهٔ b تا c است.

۷۳- در واکنش سوختن کامل مقداری از یک نوع هیدروکربن، ۲۶/۴ گرم CO_2، ۰/۴ مول H_2O و ۳۸۸ کیلوژول انرژی تولید شده است. ارزش سوختی این هیدروکربن چند کیلوژول بر گرم بوده و سرعت متوسط تشکیل آب در سوختن این هیدروکربن، چند برابر سرعت متوسط مصرف گاز اکسیژن است؟ $(H=1, C=12, O=16 : g\,.\,mol^{-1})$

۱) ۴۸/۵ – ۰/۵
۲) ۴۸/۵ – ۰/۷۵
۳) ۵۱ – ۰/۵
۴) ۵۱ – ۰/۷۵

۷۴- با توجه به ساختار زیر که بخشی از مولکول سازندهٔ کولار را نشان می‌دهد، پاسخ درست پرسش‌های زیر به ترتیب از راست به چپ کدام است؟



الف) کدام گروه عاملی در مونومرهای آن وجود ندارد؟

ب) در فرمول مولکولی واحد تکرار شوندهٔ کولار، چند اتم هیدروژن وجود دارد؟

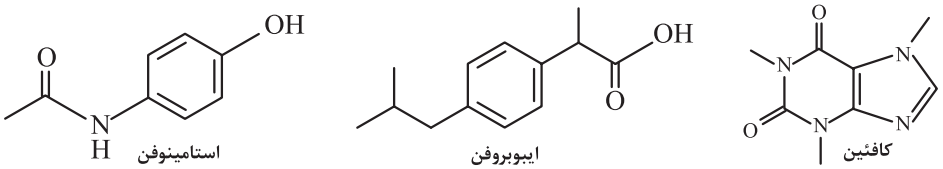
پ) این پلیمر به کدام دسته از پلیمرها تعلق دارد؟

۱) آمینی ـ ۱۰ ـ پلی‌آمیدها
۲) آمینی ـ ۱۲ ـ پلی‌استرها
۳) آمیدی ـ ۱۰ ـ پلی‌آمیدها
۴) آمیدی ـ ۱۲ ـ پلی‌استرها

محل انجام محاسبات

سنجش کلاد
www.SanjeshCloud.ir
T.me/SanjeshCloud11

۷۵- کپسول نوافن ترکیبی از استامینوفن، ایبوبروفن و کافئین است:



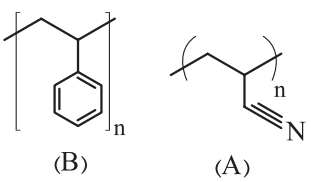
اگر هر کپسول نوافن دارای ۳۲۵ mg استامینوفن، ۲۰۰ mg ایبوبروفن و ۴۰ mg کافئین باشد، کدام مطلب نادرست است؟
$(H=1,\ C=12,\ N=14,\ O=16 : g.mol^{-1})$

۱) در هر کپسول نوافن، به تقریب ۲/۱۵ میلی‌مول استامینوفن وجود دارد.
۲) نسبت شمار اتم‌های کربن به اکسیژن در مولکول‌های سازندهٔ نوافن که گروه عاملی آمیدی دارند، با هم برابر است.
۳) در ساختار مولکول موجود در نوافن با گروه کربوکسیل، ۳۷ پیوند اشتراکی وجود دارد.
۴) در ساختار مولکول ماده‌ای با کم‌ترین درصد جرمی در نوافن، نسبت شمار پیوندهای $C-N$ به $C-C$ برابر ۹ است.

۷۶- درستی یا نادرستی کدام گزینه با دیگر گزینه‌ها متفاوت است؟ $(H=1,\ C=12,\ Cl=35/5 : g.mol^{-1})$

۱) فراوردهٔ حاصل از بسپارش پروپن، در تهیهٔ کیسهٔ خون استفاده می‌شود.
۲) جرم مولی پروپین، ۰/۶۴ برابر جرم مولی وینیل کلرید است.
۳) اگر به جای گروه CH_3 در پروپن، اتم اکسیژن قرار گیرد، یک آلدهید به دست می‌آید.
۴) شمار اتم‌های هیدروژن مولکول پروپین، با شمار اتم‌های هیدروژن مولکول ساده‌ترین هیدروکربن برابر است.

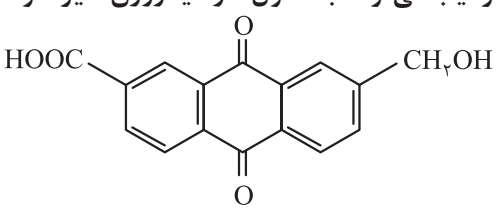
۷۷- چند مورد از مطالب زیر دربارهٔ پلیمرهای مقابل، درست است؟



- **در واحد تکرارشوندهٔ هر دو پلیمر، شمار اتم‌های کربن و هیدروژن برابر است.**
- **مونومرهای سازندهٔ A و B به ترتیب پروپن و استیرن هستند.**
- **پلیمر A در ساخت پتو و پلیمر B در ساخت نوار آب‌بندی کاربرد دارد.**
- **همهٔ اتم‌ها در ساختار این دو پلیمر، به آرایش پایدار گاز نجیب رسیده‌اند.**

۱) ۴ ۲) ۳ ۳) ۲ ۴) ۱

۷۸- با توجه به مولکول داده‌شده، کدام عبارت‌ها درست است؟



الف) در شرایط مناسب، پیوندهای $C=C$ موجود در هر مول از این ترکیب می‌تواند با ۶ مول گاز هیدروژن سیر شود.
ب) برای سوختن کامل ۰/۰۲۵ مول از آن، بیش از ۱۰ لیتر گاز اکسیژن در شرایط استاندارد مصرف می‌شود.
پ) شمار پیوندهای یگانهٔ کربن ـ کربن در آن، ۶ برابر شمار پیوندهای یگانهٔ کربن ـ اکسیژن است.
ت) در ساختار ترکیب فقط گروه‌های عاملی کربونیل، هیدروکسید و کربوکسیل دیده می‌شود.

۱) الف ـ پ ۲) الف ـ ت ۳) ب ـ پ ۴) ب ـ ت

محل انجام محاسبات

سنجش کلاد
www.SanjeshCloud.ir
T.me/SanjeshCloud11

۷۹- مولکول یک استر تک‌عاملی غیرحلقوی و سیرشده، دارای ۱۴ اتم هیدوژن است. اگر از آبکافت این استر ترکیب A و اتانول تولید شود، فرمول مولکولی A کدام است؟

۱) $C_5H_{10}O_2$
۲) $C_4H_8O_2$
۳) $C_5H_{12}O_2$
۴) $C_4H_{10}O_2$

۸۰- اگر ۰/۲ مول از هیدروکربنی غیرحلقوی و سیرنشده که شامل ۲ پیوند دوگانه است، با مقداری برم به طور کامل واکنش دهد و جرم فراوردهٔ واکنش برابر ۸۶ گرم باشد، فرمول مولکولی این هیدروکربن کدام است؟ (هیدروکربن مذکور، فاقد پیوند سه‌گانه است.) $(Br = 80 , C = 12 , H = 1 : g.mol^{-1})$

۱) C_6H_{10}
۲) C_8H_{14}
۳) C_6H_{12}
۴) C_8H_{16}

محل انجام محاسبات

سنجش کلاد
www.SanjeshCloud.ir
T.me/SanjeshCloud11

مهم‌ترین ویژگی‌های آزمون‌های خیلی سبز در پایه‌های دهم و یازدهم:

۱- برگزاری دست‌کم یک آزمون در ماه بر اساس روال تدریس در مدرسه
۲- برگزاری آزمون‌های ویژه برای زمان‌های خاص (میان ترم، ترم، پس از عید و...)
۳- امکان جبران عقب‌ماندگی‌ها یا دوره مطالب برای تثبیت آن‌ها

پاسخ‌نامهٔ تشریحی آزمون را ساعت ۱۶ از صفحهٔ شخصی خودتان در سایت آزمون خیلی سبز دریافت کنید.

azmoon.kheilisabz.com

اساتید، مشاوران و دانش‌آموزان گرامی؛

نظرات، پیشنهادات، انتقادات و بازخوردهای خود نسبت به سؤالات این آزمون را می‌توانید از طریق آیدی Kheilisabz_edit@ در همهٔ پیام‌رسان‌ها با ما به اشتراک بگذارید.

سنجش کلاد
www.SanjeshCloud.ir
T.me/SanjeshCloud11

سنجش کلاد
www.SanjeshCloud.ir
T.me/SanjeshCloud11

پاسخ‌نامه آزمون آزمایشی خیلی سبز

رشته ریاضی

پایه یازدهم | مرحله دوازدهم

سال تحصیلی ۰۴-۱۴۰۳ | تاریخ برگزاری: ۲۶/اردیبهشت/۱۴۰۴

نام درس	طراحان به ترتیب حروف الفبا
حسابان	فرشاد حسن‌زاده ـ عادل حسینی ـ مصطفی دیداری ـ محمدرضا راسخ ـ علی شهرابی محمد گودرزی ـ رسول محسنی‌منش ـ سروش موئینی ـ حسین نادری ـ محمدسجاد نقیه ـ جهانبخش نیکنام
هندسه	امیرحسین ابومحبوب ـ محمدطاهر شعاعی ـ صبا مهدوی ـ حسین هاشمی طاهری
آمار و احتمال	مسعود شفیعی ـ عطا صادقی ـ سروش موئینی
فیزیک	یاشار انگوتی ـ نوید شاهی
شیمی	یاسر عبداللهی ـ آرمین عظیمی ـ امیرمحمد کنگرانی ـ امیرحسین مسلمی

نام درس	مسئول درس	گزینشگر	مولف پاسخ‌نامه	کارشناسان علمی	ویراستاران به ترتیب حروف الفبا
حسابان	محمدسجاد نقیه	محمدسجاد نقیه	عادل حسینی	فرشاد حسن‌زاده	سعید خان‌بابائی محمدرضا راسخ منصور زرکش اصفهانی
هندسه	امیرحسین ابومحبوب	امیرحسین ابومحبوب	فرزانه خاکپاش	محمد خندان	زهرا جالینوسی منصور زرکش اصفهانی ابوالفضل ناصری
آمار و احتمال	مسعود شفیعی	مسعود شفیعی	علیرضا کاظمی‌بقا	امیرحسین ابومحبوب سعید قندچی علیرضا کاظمی‌بقا	عادل حسینی فرزانه خاکپاش منصور زرکش اصفهانی
فیزیک	نوید شاهی	یاشار انگوتی	مریم گلی حسنلو	علیرضا جباری	مسعود خندانی محمد ساده امیر محمودی انزابی
شیمی	یاسر عبداللهی	امیرحسین مسلمی	امیرحسین مسلمی	یاسر عبداللهی	احسان رحیمی صدرا عبادی متین قنبری

سرپرست محتوایی: فاطمه آقاجانپور

ویژه یازدهمی‌های ۱۴۰۳

Azmoon.kheilisabz.com

سنجش کلاد
www.SanjeshCloud.ir
T.me/SanjeshCloud11

آزمون آزمایشی خیلی سبز

سرپرست تولید	الناز علی‌یاری‌زاده
ویراستاران فنی	نیلوفر اعتمادی ـ نیوشا پیمان زهرا صفری ـ فاطمه علی اکبری ـ محیا غنی‌فرد زهرا فرهادی‌مهر ـ مریم مسلمی‌زاده نادره نازآوری ـ ساعده نمازی
رسام	مونا آندستا ندا فخاری سارا گنجی آزادپور
صفحه‌آرایی	صدف امام ـ مریم حسین‌زاده سپیده سخائی ـ الهام سهرابی ـ طاهره صادق نژاد مائده صبری ـ نیلوفر فرخجسته ـ مهدیه گل‌پور دریا لطفی

Azmoon.kheilisabz.com
www.SanjeshCloud.ir
T.me/SanjeshCloud11

۱ اگر $x_1 < 0$ و x_2، جواب‌های معادلهٔ $x^2 + 2x - 1 = 0$ باشند، حاصل عبارت $2\sqrt{x_2^2} + \sqrt{(x_1 - x_2)^2} - 4\sqrt{x_1^2}$ کدام است؟

۱) ۶ ۲) -6 ۳) ۳ ۴) -3

پاسخ: گزینهٔ ۲

درس Box

اگر α و β جواب‌های معادلهٔ $ax^2 + bx + c = 0$ باشند، مجموع و حاصل‌ضرب جواب‌ها به ترتیب برابر $S = -\frac{b}{a}$ و $P = \frac{c}{a}$ هستند.

روابط دیگر بین α و β برحسب S و P به صورت زیر هستند:

اختلاف جواب‌ها: $|\alpha - \beta| = \sqrt{S^2 - 4P} = \frac{\sqrt{\Delta}}{|a|}$

مجموع مربعات جواب‌ها: $\alpha^2 + \beta^2 = S^2 - 2P$

مجموع مکعبات جواب‌ها: $\alpha^3 + \beta^3 = S^3 - 3SP$

پاسخ خیلی تشریحی ✔

گام اول: در این معادله مجموع و حاصل‌ضرب جواب‌ها به ترتیب -2 و -1 است:

$$S = -\frac{2}{1} = -2$$

$$P = -\frac{1}{1} = -1$$

حاصل‌ضرب منفی است؛ پس از آن‌جا که x_1 منفی است، نتیجه می‌گیریم که x_2 مثبت است.

گام دوم: در ابتدا عبارت خواسته‌شده را ساده‌تر می‌کنیم:

$$M = 2\sqrt{x_2^2} + \sqrt{(x_1 - x_2)^2} - 4\sqrt{x_1^2} = 2|x_2| + |x_1 - x_2| - 4|x_1|$$

$x_1 < 0$ و $x_2 > 0$ است، پس داریم:

$$M = 2x_2 - (x_1 - x_2) - 4(-x_1) = 2x_2 - x_1 + x_2 + 4x_1 = 3x_1 + 3x_2$$

$$\Rightarrow M = 3(x_1 + x_2)$$

گام سوم: از گام اول به دست آورده بودیم که $x_1 + x_2 = -2$، در نتیجه $M = -6$ است.

سنجش کلاد
www.SanjeshCloud.ir
T.me/SanjeshCloud11

۲ در یک دنبالهٔ حسابی، S_n مجموع n جملهٔ اول آن است. اگر $S_{۱۲} - S_۹ = ۱۸$ و $S_{۴۱} - S_{۳۸} = ۷۲$ باشد، $S_{۵۰}$ کدام است؟

۱) ۵۰۰ ۲) ۶۰۰ ۳) ۶۵۰ ۴) ۷۵۰

پاسخ: گزینهٔ ۴

درس Box

دنبالهٔ $a_n = a_۱ + (n-۱)d$ را با جملهٔ اول $a_۱$ و قدرنسبت d حسابی در نظر می‌گیریم. مجموع n جملهٔ اول این دنباله از روابط زیر به دست می‌آید:

$$S_n = \frac{n}{۲}(a_۱ + a_n) = \frac{n}{۲}[۲a_۱ + (n-۱)d] = \frac{d}{۲}n^۲ + (a_۱ - \frac{d}{۲})n$$

رابطهٔ زیر برقرار است:

$$S_m - S_n = \frac{m-n}{m+n}S_{m+n}$$

اثبات: از رابطهٔ آخر مجموع n جملهٔ اول استفاده می‌کنیم تا تساوی بالا را اثبات کنیم:

$$S_m = \frac{d}{۲}m^۲ + (a_۱ - \frac{d}{۲})m \ , \ S_n = \frac{d}{۲}n^۲ + (a_۱ - \frac{d}{۲})n$$

$$\Rightarrow S_m - S_n = \frac{d}{۲}(m^۲ - n^۲) + (a_۱ - \frac{d}{۲})(m-n) = (m-n)[\frac{d}{۲}(m+n) + (a_۱ - \frac{d}{۲})]$$

$$= (m-n)[\frac{۲a_۱ + (m+n-۱)d}{۲}] = (m-n)\frac{a_۱ + a_{m+n}}{۲}$$

از رابطهٔ اول مجموع داریم:

$$S_{m+n} = \frac{m+n}{۲}(a_۱ + a_{m+n}) \Rightarrow \frac{a_۱ + a_{m+n}}{۲} = \frac{S_{m+n}}{m+n}$$

در نهایت داریم:

$$S_m - S_n = \frac{m-n}{m+n}S_{m+n}$$

پاسخ خیلی تشریحی ✔

گام اول: اگر به عبارت‌ها دقت کنیم، $S_۹$ و $S_{۴۱}$ را داریم که در آن‌ها $۹ + ۴۱ = ۵۰$. هم‌چنین $S_{۱۲}$ و $S_{۳۸}$ را داریم که $۱۲ + ۳۸ = ۵۰$ است، پس طرفین تساوی‌های داده‌شده را با هم جمع می‌کنیم:

$$(S_{۴۱} - S_{۳۸}) + (S_{۱۲} - S_۹) = S_{۴۱} - S_۹ - (S_{۳۸} - S_{۱۲}) = ۹۰ \quad (*)$$

گام دوم: حال طبق درس‌باکس می‌توانیم بنویسیم:

$$S_{۴۱} - S_۹ = \frac{۴۱-۹}{۴۱+۹}S_{۴۱+۹} \Rightarrow S_{۴۱} - S_۹ = \frac{۳۲}{۵۰}S_{۵۰}$$

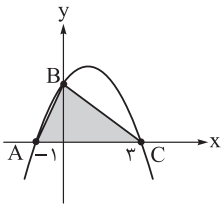
$$S_{۳۸} - S_{۱۲} = \frac{۳۸-۱۲}{۳۸+۱۲}S_{۳۸+۱۲} \Rightarrow S_{۳۸} - S_{۱۲} = \frac{۲۶}{۵۰}S_{۵۰}$$

گام سوم: عبارت‌های به‌دست‌آمده را در تساوی (*) جای‌گذاری می‌کنیم:

$$\frac{۳۲}{۵۰}S_{۵۰} - \frac{۲۶}{۵۰}S_{۵۰} = \frac{۶}{۵۰}S_{۵۰} = ۹۰ \Rightarrow S_{۵۰} = ۷۵۰$$

سنجش کلاد
www.SanjeshCloud.ir
T.me/SanjeshCloud11

۳ نمودار تابع درجه‌دوم f در شکل زیر رسم شده است. اگر مساحت مثلث ABC برابر ۲۰ باشد، مقدار $f(۲)$ کدام است؟



۱) ۵

۲) ۶

۳) ۱۰

۴) ۱۲

پاسخ: گزینهٔ ۳

Hint ارتفاع مثلث همون عرض از مبدأ سهمیه. اون رو اول پیدا کن.

درس Box در تابع درجه‌دوم $y = f(x)$، اگر صفرهای تابع را داشته باشیم، ضابطهٔ تابع (یا معادلهٔ سهمی) را با استفاده از رابطهٔ زیر به دست می‌آوریم:

$$f(x) = a(x - x_۱)(x - x_۲)$$

که در آن $x_۱$ و $x_۲$ صفرهای تابع هستند و ضریب a را با استفاده از مختصات نقطه‌ای دیگر روی نمودار تابع به دست می‌آوریم.

پاسخ خیلی تشریحی **گام اول:** مساحت مثلث ABC را می‌نویسیم و مساوی ۲۰ قرار می‌دهیم:

$$S_{ABC} = \frac{(۳ - (-۱)) \times y_B}{۲} = ۲۰$$

که y_B، عرض نقطهٔ B یا همان عرض از مبدأ تابع f است:

$$\Rightarrow ۲y_B = ۲۰ \Rightarrow y_B = ۱۰$$

گام دوم: حالا از درس‌باکس استفاده و ضابطهٔ f را پیدا می‌کنیم:

$$f(x) = a(x - (-۱))(x - ۳) \xrightarrow[f(۰) = ۱۰]{B \in f} ۱۰ = a(-۳) \Rightarrow a = -\frac{۱۰}{۳}$$

$$\Rightarrow f(x) = -\frac{۱۰}{۳}(x + ۱)(x - ۳)$$

گام سوم: $x = ۲$ را جای‌گذاری می‌کنیم:

$$f(۲) = -\frac{۱۰}{۳}(۳)(-۱) = ۱۰$$

یه‌جور دیگه چون طول رأس سهمی $x_S = \frac{-۱ + ۳}{۲} = ۱$ است و هم‌چنین $\frac{۰ + ۲}{۲} = ۱$، پس $f(۰)$ و $f(۲)$ برابر هستند، بنابراین $f(۲) = ۱۰$.

سنجش کلاد
www.SanjeshCloud.ir
T.me/SanjeshCloud11

۴ مجموع جواب‌های معادلهٔ $|x^۲ - x|x|| = |۱ - x|$ کدام است؟

۱) صفر ۲) ۱ ۳) -۱ ۴) ۲

پاسخ: گزینهٔ ۱

پاسخ خیلی تشریحی ✔ **گام اول:** معادله را در دو بازهٔ $x \geq ۰$ و $x < ۰$ حل می‌کنیم:

$$x \geq ۰ \xrightarrow{|x| = x} x^۲ - x^۲ = |۱ - x| \Rightarrow |۱ - x| = ۰ \Rightarrow x = ۱$$

که در بازهٔ $x \geq ۰$ قرار دارد و قابل قبول است.

گام دوم: می‌رویم سراغ بازهٔ $x < ۰$:

$$x < ۰ \xrightarrow{|x| = -x} x^۲ - x(-x) = |\underbrace{۱ - x}_{\text{مثبت است}}| \Rightarrow ۲x^۲ = ۱ - x \Rightarrow ۲x^۲ + x - ۱ = ۰$$

$$\Rightarrow (x + ۱)(۲x - ۱) = ۰ \xrightarrow{x < ۰} x = -۱$$

مجموع جواب‌ها برابر $-۱ + ۱ = ۰$ است.

سنجش کلاد
www.SanjeshCloud.ir
T.me/SanjeshCloud11

۵ اگر نقاط $A(۱,۳)$ و $B(۳,-۱)$ دو رأس مجاور یک مربع باشند، محیط این مربع کدام است؟

۱) ۲۰
۲) $۴\sqrt{۱۰}$
۳) $۴\sqrt{۵}$
۴) $۸\sqrt{۵}$

پاسخ: گزینهٔ ۴

درس Box

فاصلهٔ دو نقطه با مختصات $(x_۱, y_۱)$ و $(x_۲, y_۲)$ در صفحهٔ مختصات از رابطهٔ زیر به دست می‌آید:

$$\sqrt{(x_۲ - x_۱)^۲ + (y_۲ - y_۱)^۲}$$

پاسخ خیلی تشریحی ✔

فاصلهٔ دو نقطهٔ A و B از یکدیگر برابر طول ضلع مربع است:

$$AB = \sqrt{(۳-۱)^۲ + (-۱-۳)^۲} = \sqrt{۲^۲ + ۴^۲} = \sqrt{۲۰} = ۲\sqrt{۵}$$

پس محیط این مربع برابر $۴(۲\sqrt{۵}) = ۸\sqrt{۵}$ است.

سنجش کلاد
www.SanjeshCloud.ir
T.me/SanjeshCloud11

۶ دامنهٔ تابع $f(x)=\sqrt{(۲x-a)^۲+b(x+۱)^۲}$ بازهٔ $(-\infty,۲]$ است. مقدار $f(-\frac{۱}{۱۲})$ کدام است؟

۱) ۴۰ ۲) ۳۰ ۳) ۲۰ ۴) ۱۰

پاسخ: گزینهٔ ۴

درس Box

دامنهٔ تابع $y=\sqrt{\square}$ مجموعهٔ جواب‌های نامعادلهٔ $\square \geq ۰$ است.

در حالتی که $\square$ یک عبارت درجه‌دوم باشد، حالت‌های زیر برای دامنهٔ تابع ممکن است:

$\phi, \{x_۰\}, [\alpha,\beta], \mathbb{R}-(x_۱,x_۲), \mathbb{R}$

پاسخ خیلی تشریحی

گام اول: ابتدا عبارت زیر رادیکال را به فرم درجه‌دوم می‌نویسیم:

$$f(x)=\sqrt{۴x^۲-۴ax+a^۲+bx^۲+۲bx+b} \Rightarrow f(x)=\sqrt{(۴+b)x^۲-۲(۲a-b)x+a^۲+b}$$

که دامنهٔ این تابع مجموعهٔ جواب‌های نامعادلهٔ زیر است:

$$(۴+b)x^۲-۲(۲a-b)x+a^۲+b\geq ۰$$

گام دوم: اگر این عبارت درجهٔ ۲ باقی بماند، در هیچ حالتی امکان ندارد که مجموعه جواب‌های معادله، بازه‌ای به فرم $(-\infty,۲]$ باشد. به این معنی که حتماً عبارت درجهٔ ۱ بوده است و ما یک نامعادلهٔ خطی را حل کرده‌ایم:

$$\Rightarrow ۴+b=۰ \Rightarrow b=-۴$$

$$\Rightarrow -۴(a+۲)x+a^۲-۴\geq ۰ \quad (*)$$

گام سوم: مجموعه جواب‌های نامعادلهٔ $(*)$ بازهٔ $(-\infty,۲]$ شده است. این یعنی مقدار عبارت به ازای $x=۲$ برابر صفر می‌شود:

$$\xrightarrow{x=۲} -۸(a+۲)+a^۲-۴=a^۲-۸a-۲۰=۰ \Rightarrow (a-۱۰)(a+۲)=۰ \Rightarrow \begin{cases} a=۱۰ \\ a=-۲ \text{ غ ق ق} \end{cases}$$

دقت کنید که اگر $a=-۲$ باشد، عملاً تابع ثابت صفر را داریم که دامنهٔ آن $\mathbb{R}$ است و این خلاف فرض سؤال است.

گام چهارم: پس ضابطهٔ تابع f در اصل $f(x)=\sqrt{۹۶-۴۸x}$ بوده است. در نهایت داریم:

$$f(-\frac{۱}{۱۲})=\sqrt{۹۶+۴}=۱۰$$

سنجش کلاد
www.SanjeshCloud.ir
T.me/SanjeshCloud11

۷ تابع $f(x)=x^۲+۲x+m$ مفروض است. اگر بزرگ‌ترین پاره‌خط نمودار تابع $g(x)=[f(x)]$ روی خط $y=۱$ باشد، مقدار m کدام است؟ ([ ] نماد جزء صحیح است.)

۱) ۱ ۲) ۲ ۳) ۳ ۴) ۴

پاسخ: گزینهٔ ۲

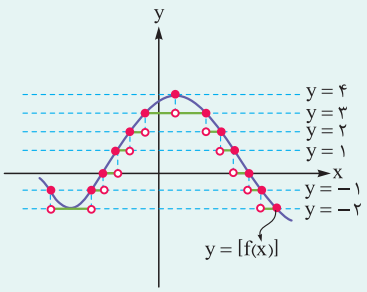
درس Box

روش رسم نمودار تابع $y=[f(x)]$ در حالت کلی:

۱) ابتدا نمودار تابع $y=f(x)$ را رسم می‌کنیم.

۲) خطوط افقی $y=k$ که $k\in\mathbb{Z}$ را رسم می‌کنیم.

۳) هر قسمتی از نمودار تابع f را که بین دو خط k و $k+۱$ قرار دارد، روی خط $y=k$ تصویر می‌کنیم.



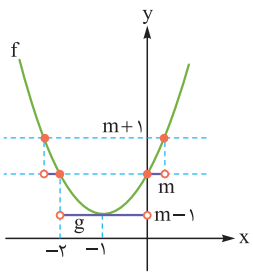
پاسخ خیلی تشریحی

گام اول: ابتدا ضابطهٔ تابع f را به فرم مربع کامل می‌نویسیم:

$$f(x)=(x+۱)^۲-۱+m$$

که نقطهٔ $S(-۱,m-۱)$ رأس آن است.

گام دوم: نمودار تابع f و تابع g را در شکل مقابل رسم می‌کنیم:



گام سوم: مطابق شکل، بزرگ‌ترین پاره‌خط نمودار تابع g روی خط $y=m-۱$ رخ می‌دهد، پس داریم:

$$m-۱=۱ \Rightarrow m=۲$$

سنجش کلاد
www.SanjeshCloud.ir
T.me/SanjeshCloud11

۸ اگر $f(x-\sqrt{x+1}) = x-3$ باشد، مقدار $f^{-1}(0)$ کدام است؟

۱) صفر ۲) ۱ ۳) $\frac{1-\sqrt{5}}{2}$ ۴) ۳

پاسخ: گزینهٔ ۲

پاسخ خیلی تشریحی

گام اول: طبق ویژگی‌های تابع وارون داریم:

$$f^{-1}(x-3) = x-\sqrt{x+1}$$

گام دوم: برای این‌که $f^{-1}(0)$ را حساب کنیم، کافی است در تساوی بالا $x=3$ را جای‌گذاری کنیم:

$$f^{-1}(0) = 3-\sqrt{4} = 1$$

سنجش کلاد
www.SanjeshCloud.ir
T.me/SanjeshCloud11

۹ تابع $f(x)=\sqrt{a-x}$ مفروض است. اگر دامنهٔ تابع fof فقط شامل ۳ عدد صحیح باشد، کم‌ترین مقدار مثبت a کدام است؟

۱) $\sqrt{۲}$ ۲) $\sqrt{۳}$ ۳) $\frac{۱+\sqrt{۵}}{۲}$ ۴) ۲

پاسخ: گزینهٔ ۱

درس Box

تابع fog را ترکیب دو تابع f و g می‌نامیم و به معنای آن است که خروجی تابع g به عنوان ورودی تابع f در نظر گرفته می‌شود.

$$x \to \boxed{g} \xrightarrow{g(x)} \boxed{f} \to f(g(x)) = (fog)(x)$$

دامنهٔ این تابع را به صورت زیر تعریف می‌کنیم و به دست می‌آوریم:

$$D_{fog} = \{x \in D_g \mid g(x) \in D_f\}$$

پاسخ خیلی تشریحی

گام اول: دامنهٔ تابع f را به دست می‌آوریم:

$$a - x \geq ۰ \Rightarrow x \leq a$$

و دامنهٔ تابع fof را به صورت زیر به دست می‌آوریم:

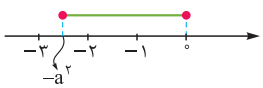
$$D_{fof} = \{x \in D_f \mid f(x) \in D_f\} = \{x \leq a \mid \sqrt{a-x} \leq a\}$$

گام دوم: نامساوی اخیر را حل می‌کنیم:

$$\sqrt{a-x} \leq a \xrightarrow[\text{توان ۲}]{a>۰} a - x \leq a^۲ \Rightarrow x \geq a - a^۲$$

در نتیجه، دامنهٔ تابع fof بازهٔ $[a-a^۲, a]$ است.

گام سوم: این بازه را می‌توان این‌گونه هم در نظر گرفت: «بازهٔ $[-a^۲, ۰]$ که $|a|$ واحد به سمت راست جابه‌جا شده است» و معنای آن این است که بازهٔ $[-a^۲, ۰]$ باید شامل ۳ عدد صحیح باشد:



پس داریم:

$$-۳ < -a^۲ \leq -۲ \Rightarrow ۲ \leq a^۲ < ۳ \xrightarrow{a>۰} \sqrt{۲} \leq a < \sqrt{۳}$$

سنجش کلاد
www.SanjeshCloud.ir
T.me/SanjeshCloud11

۱۰ تابع $g(a) = (a+۲)^{\log_a b} - a^{\log_{a+۲} b}$ مفروض است. اگر $g^{-۱}(۷۸) = ۲$ باشد، مقدار b کدام است؟

۱) ۸ ۲) ۹ ۳) ۱ ۴) ۱۶

پاسخ: گزینهٔ ۲

درس Box

ویژگی لگاریتم

ردیف	ویژگی	مثال
۱	$\log_a a = ۱$	$\log_۵ ۵ = ۱$
۲	$\log_a ۱ = ۰$	$\log_{۱۹} ۱ = ۰$
۳	$\log_O a + \log_O b = \log_O ab$	$\log ۳ + \log ۵ = \log ۱۵\ ,\ \log ۱۲ = \log ۳ + \log ۴$
۴	$\log_O a - \log_O b = \log_O \frac{a}{b}$	$\log ۲۱ - \log ۳ = \log ۷\ ,\ \log ۴ = \log ۲۸ - \log ۷$
۵	$\log_{b^a} a^m = \frac{m}{a}\log_b a$	$\log_{۵^۳} ۳^۲ = \frac{۲}{۳}\log_۵ ۳$
۶	$a^{\log_O b} = b^{\log_O a}$	$۳^{\log_{\sqrt{۳}} ۱۶} = ۱۶^{\log_{\sqrt{۳}} ۳} = ۱۶^۲$
۷	$\log_b a = \frac{\log_O a}{\log_O b}$	$\log_۷ ۶ = \frac{\log ۶}{\log ۷}$

پاسخ خیلی تشریحی

گام اول: از ویژگی ردیف (۶) در درس‌باکس استفاده می‌کنیم و ضابطهٔ تابع g را به صورت زیر بازنویسی می‌کنیم:

$$g(a) = b^{\log_a a+۲} - b^{\log_{a+۲} a}$$

گام دوم: از ویژگی‌های وارون داریم:

$$g(۲) = ۷۸$$

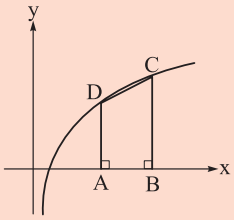
حال در ضابطهٔ تابع g، به جای a عدد ۲ قرار می‌دهیم:

$$g(۲) = b^{\log_۲ ۴} - b^{\log_۴ ۲} \Rightarrow g(۲) = b^۲ - \sqrt{b}$$

گام سوم: $b^۲ - \sqrt{b}$ را مساوی ۷۸ قرار می‌دهیم. نیازی به حل معادله نیست. اگر مقادیر گزینه‌ها را جای‌گذاری کنیم، می‌بینیم $b = ۹$ جواب این معادله است.

سنجش کلاد
www.SanjeshCloud.ir
T.me/SanjeshCloud11

۱۱ نمودار تابع $f(x) = \log_{۶} x$ و ذوزنقهٔ **ABCD** در شکل زیر رسم شده است. اگر طول نقاط **A** و **B** به ترتیب ۱۲ و ۱۸ باشد، مساحت ذوزنقه کدام است؟



۱) ۶

۲) ۷

۳) ۸

۴) ۹

پاسخ: گزینهٔ ۴

پاسخ خیلی تشریحی

گام اول: قاعده‌های ذوزنقه را که عرض نقاط C و D هستند، به دست می‌آوریم:

$$AD = y_D = f(۱۲) = \log_{۶} ۱۲$$

$$BC = y_C = f(۱۸) = \log_{۶} ۱۸$$

هم‌چنین ارتفاع ذوزنقه برابر طول پاره‌خط AB و برابر $۶ = ۱۲ - ۱۸$ است.

گام دوم: حالا می‌رویم سراغ محاسبهٔ مساحت ذوزنقه:

$$S_{ABCD} = \frac{AD + BC}{۲} \times AB = \frac{f(۱۲) + f(۱۸)}{۲} \times ۶ = ۳(\log_{۶} ۱۲ + \log_{۶} ۱۸)$$

$$= ۳\log_{۶}(۱۲ \times ۱۸) = ۳\log_{۶} ۶^{۳} = ۳ \times ۳ = ۹$$

سنجش کلاد
www.SanjeshCloud.ir
T.me/SanjeshCloud11

۱۲ بین دو عدد x و y روابط $\log_۲ x = ۴$ و $۴^{-y} = ۴$ و $\log_۲ x + ۲^{-۲y} = ۴$ برقرار است. کدام گزینه در مورد x درست است؟

۱) مضرب ۳ است.
۲) مربع کامل است.
۳) بین ۰ و ۱ قرار دارد.
۴) بزرگ‌تر از ۴ است.

پاسخ: گزینهٔ ۲

پاسخ خیلی تشریحی

گام اول: دستگاه معادلات زیر را داریم:

$$\begin{cases} ۴^{-y}\log_۲ x = ۴ \\ \log_۲ x + ۲^{-۲y} = ۴ \end{cases}$$

$۲^{-۲y}$ همان ۴^{-y} است و در معادلهٔ دوم داریم:

$$۴^{-y} = ۴ - \log_۲ x$$

و این تساوی را در معادلهٔ اول جای‌گذاری می‌کنیم:

$$(۴ - \log_۲ x)\log_۲ x = ۴$$

گام دوم: این معادله را با تغییر متغیر $t = \log_۲ x$ حل می‌کنیم:

$$(۴-t)t = ۴t - t^۲ = ۴ \Rightarrow t^۲ - ۴t + ۴ = (t-۲)^۲ = ۰ \Rightarrow t = ۲$$

$$\log_۲ x = ۲ \Rightarrow x = ۲^۲ = ۴$$

که این عدد مربع کامل است.

سنجش کلاد
www.SanjeshCloud.ir
T.me/SanjeshCloud11

۱۳ اگر $\sin(\alpha-\frac{\pi}{6})\cos(\alpha+\frac{\pi}{3})=-۰/۳۶$ باشد، مقدار عبارت $\cos(\frac{۴\pi}{۳}+\alpha)$ کدام می‌تواند باشد؟

۱) ۰/۶ ۲) ۰/۸ ۳) ۰/۳ ۴) ۰/۴

پاسخ: گزینهٔ ۱

Hint

اختلاف دو زاویهٔ $\alpha+\frac{\pi}{3}$ و $\alpha-\frac{\pi}{6}$ برابر $\frac{\pi}{2}$ رادیانه.

درس Box

در زوایا به فرم $k\pi\pm\alpha$ که k عددی صحیح است، می‌توانیم $k\pi$ را خط بزنیم؛ شما باید مشخص کنید که $k\pi\pm\alpha$ در کدام ربع قرار می‌گیرد (α را در ربع اول در نظر می‌گیریم):

k زوج:
$$\sin(\underbrace{k\pi+\alpha}_{\text{ربع اول}})=\sin\alpha \quad , \quad \cos(\underbrace{k\pi+\alpha}_{\text{ربع اول}})=\cos\alpha$$
سینوس در ربع چهارم منفی است.
$$\sin(\underbrace{k\pi-\alpha}_{\text{ربع چهارم}})=-\sin\alpha \quad , \quad \cos(\underbrace{k\pi-\alpha}_{\text{ربع چهارم}})=\cos\alpha$$

k فرد:
$$\sin(\underbrace{k\pi+\alpha}_{\text{ربع سوم}})=-\sin\alpha \quad , \quad \cos(\underbrace{k\pi+\alpha}_{\text{ربع سوم}})=-\cos\alpha$$
$$\sin(\underbrace{k\pi-\alpha}_{\text{ربع دوم}})=\sin\alpha \quad , \quad \cos(\underbrace{k\pi-\alpha}_{\text{ربع دوم}})=-\cos\alpha$$

پاسخ خیلی تشریحی ✔

گام اول: تساوی مفروض سؤال را به صورت زیر بازنویسی می‌کنیم:

$$\xrightarrow{\sin(\alpha-\frac{\pi}{6})=-\sin(\frac{\pi}{6}-\alpha)} -\sin(\frac{\pi}{6}-\alpha)\cos(\alpha+\frac{\pi}{3})=-۰/۳۶$$

$$\Rightarrow \sin(\frac{\pi}{6}-\alpha)\cos(\alpha+\frac{\pi}{3})=۰/۳۶$$

دو کمان $\frac{\pi}{6}-\alpha$ و $\alpha+\frac{\pi}{3}$ متمم هستند؛ زیرا $(\frac{\pi}{6}-\alpha)+(\alpha+\frac{\pi}{3})=\frac{\pi}{2}$، پس داریم:

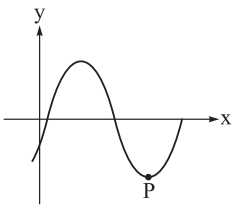
$$\overbrace{\sin(\frac{\pi}{2}-(\frac{\pi}{3}+\alpha))}^{\cos(\frac{\pi}{3}+\alpha)}\cos(\frac{\pi}{3}+\alpha)=۰/۳۶ \Rightarrow \cos^۲(\frac{\pi}{3}+\alpha)=۰/۶^۲ \Rightarrow \cos(\frac{\pi}{3}+\alpha)=\pm۰/۶$$

گام دوم: می‌رویم سراغ خواستهٔ سؤال:

$$\cos(\frac{۴\pi}{۳}+\alpha)=\cos(\pi+(\frac{\pi}{3}+\alpha))=-\cos(\frac{\pi}{3}+\alpha)=\pm۰/۶$$

سنجش کلاد
www.SanjeshCloud.ir
T.me/SanjeshCloud11

۱۴ بخشی از نمودار تابع $f(x) = -۲\sin(\frac{\pi}{۸} - x)$ در شکل زیر رسم شده است. طول نقطهٔ P کدام است؟



۱) $\frac{\pi}{۸}$

۲) $\frac{۷\pi}{۸}$

۳) $\frac{۱۳\pi}{۸}$

۴) $\frac{۱۱\pi}{۸}$

پاسخ: گزینهٔ ۳

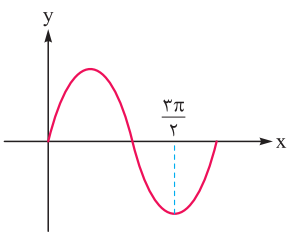
پاسخ خیلی تشریحی

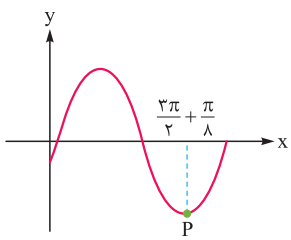
گام اول: ابتدا ضابطهٔ تابع را به صورت زیر بازنویسی می‌کنیم:

$$f(x) = ۲\sin(x - \frac{\pi}{۸})$$

گام دوم: تغییرات روی محور عمودی، تأثیری روی طول نقاط ندارد، پس برای سادگی نمودار تابع $g(x) = \sin(x - \frac{\pi}{۸})$ را در نظر می‌گیریم.

برای رسم نمودار تابع g ، کافی است نمودار تابع $y = \sin x$ را $\frac{\pi}{۸}$ واحد به راست ببریم:





طول نقطهٔ P برابر $\frac{۳\pi}{۲} + \frac{\pi}{۸} = \frac{۱۳\pi}{۸}$ است.

سنجش کلاد
www.SanjeshCloud.ir
T.me/SanjeshCloud11

۱۵ ساده‌شدهٔ عبارت $\frac{۱-\cot^۲(۴۵^\circ+a)}{۱+\cot^۲(۴۵^\circ+a)}$ کدام است؟

۱) $\cos ۲a$ ۲) $\tan ۲a$

۳) $\sin ۲a$ ۴) $\cot ۲a$

پاسخ: گزینهٔ ۳

Hint

به جای cot بذار $\frac{\cos}{\sin}$.

درس Box

نسبت‌های مثلثاتی مجموع و تفاضل کمان:

$$\sin(\alpha\pm\beta)=\sin\alpha\cos\beta\pm\cos\alpha\sin\beta$$

$$\cos(\alpha\pm\beta)=\cos\alpha\cos\beta\mp\sin\alpha\sin\beta$$

در نتیجه، نسبت‌های مثلثاتی دوبرابرِ کمان به صورت زیر به دست می‌آید:

$$\sin ۲x=۲\sin x\cos x$$

$$\cos ۲x=\cos^۲x-\sin^۲x=۲\cos^۲x-۱=۱-۲\sin^۲x$$

یادآوری:

$$۱+\tan^۲x=\frac{۱}{\cos^۲x}\ ,\ ۱+\cot^۲x=\frac{۱}{\sin^۲x}$$

پاسخ خیلی تشریحی

گام اول: در حالت کلی، ساده‌شدهٔ عبارت $\frac{۱-\cot^۲\theta}{۱+\cot^۲\theta}$ را به دست می‌آوریم:

$$\frac{۱-\cot^۲\theta}{۱+\cot^۲\theta}=\frac{۱-\frac{\cos^۲\theta}{\sin^۲\theta}}{۱+\frac{\cos^۲\theta}{\sin^۲\theta}}=\frac{\frac{\sin^۲\theta-\cos^۲\theta}{\sin^۲\theta}}{\frac{\sin^۲\theta+\cos^۲\theta}{\sin^۲\theta}}=\sin^۲\theta-\cos^۲\theta=-\cos ۲\theta$$

گام دوم: حالا به جای θ، عبارت $۴۵^\circ+a$ را قرار می‌دهیم:

$$-\cos ۲(۴۵^\circ+a)=-\cos(۹۰^\circ+۲a)=-(-\sin ۲a)=\sin ۲a$$

سنجش کلاد
www.SanjeshCloud.ir
T.me/SanjeshCloud11

۱۶ تابع $f(x)=\begin{cases}\frac{ax+3}{x+1} & ; \ x\in\mathbb{Z}\\ \frac{2x-4a}{x+1} & ; \ x\notin\mathbb{Z}\end{cases}$ مفروض است. اگر $\lim\limits_{x\to 1} f(x)=-3$ باشد، حاصل $\lim\limits_{x\to 0} f(x)$ کدام است؟

۱) ۸ ۲) -8 ۳) ۳ ۴) -3

پاسخ: گزینهٔ ۲

نکته در تابع $h(x)=\begin{cases}f(x) & ; \ x\in\mathbb{Z}\\ g(x) & ; \ x\notin\mathbb{Z}\end{cases}$، تابع f در محاسبهٔ حد اصلاً اهمیتی ندارد (فقط برای پیوستگی به درد می‌خورد)؛ یعنی به صورت دقیق‌تر داریم:

$$\lim_{x\to x_0} h(x)=\lim_{x\to x_0} g(x)$$

پاسخ خیلی تشریحی **گام اول:** طبق نکته داریم:

$$\lim_{x\to 1} f(x)=\lim_{x\to 1}\frac{2x-4a}{x+1}=\frac{2-4a}{2}=1-2a=-3 \Rightarrow a=2$$

گام دوم: خواستهٔ سؤال را حساب می‌کنیم:

$$\lim_{x\to 0} f(x)=\lim_{x\to 0}\frac{2x-4a}{x+1}=-4a=-8$$

سنجش کلاد
www.SanjeshCloud.ir
T.me/SanjeshCloud11

۱۷ حاصل $\lim\limits_{x\to\frac{\pi}{۲}}[\sin x+\cos x]$ کدام است؟ ([ ] نماد جزء صحیح است.)

۱) صفر
۲) ۱
۳) ۱−
۴) موجود نیست.

پاسخ: گزینهٔ ۴

پاسخ خیلی تشریحی ✔ **گام اول:** طبق روابط گفته‌شده در درس‌باکس سؤال ۱۵، عبارت $\sin x+\cos x$ را به صورت زیر می‌نویسیم:

$$\sin x+\cos x=\sqrt{۲}(\sin x\times\underbrace{\frac{۱}{\sqrt{۲}}}_{\cos\frac{\pi}{۴}}+\underbrace{\frac{۱}{\sqrt{۲}}}_{\sin\frac{\pi}{۴}}\cos x)\Rightarrow \sin x+\cos x=\sqrt{۲}\sin(x+\frac{\pi}{۴})$$

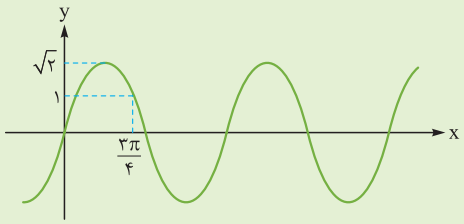
$$\Rightarrow L=\lim_{x\to\frac{\pi}{۲}}[\sin x+\cos x]=\lim_{x\to\frac{\pi}{۲}}[\sqrt{۲}\sin(x+\frac{\pi}{۴})]$$

و این حد را نیز می‌توانیم برای سادگی به صورت زیر بنویسیم:

$$L=\lim_{x\to\frac{۳\pi}{۴}}[\sqrt{۲}\sin x]$$

دقت کنید که اگر $x\to\frac{\pi}{۲}$، آن‌گاه $x+\frac{\pi}{۴}\to\frac{۳\pi}{۴}$.

گام دوم: نمودار تابع $y=\sqrt{۲}\sin x$ را رسم می‌کنیم:



گام سوم: باید حدهای چپ و راست را جداگانه حساب کنیم و طبق نمودار بالا داریم:

$$\lim_{x\to(\frac{۳\pi}{۴})^-}[\sqrt{۲}\sin x]=[۱^+]=۱$$

$$\lim_{x\to(\frac{۳\pi}{۴})^+}[\sqrt{۲}\sin x]=[۱^-]=۰$$

چون حدهای چپ و راست برابر نیستند، حاصل حد موجود نیست.

سنجش کلاد
www.SanjeshCloud.ir
T.me/SanjeshCloud11

۱۸ حاصل $\lim\limits_{x\to 0}\frac{\cos^2 x-\cos x}{\sin^2 x}$ کدام است؟

۱) $\frac{1}{2}$ ۲) ۲ ۳) $-\frac{1}{2}$ ۴) -1

پاسخ: گزینهٔ ۳

Hint به جای $\sin^2 x$ عبارت $1-\cos^2 x$ رو بنویس.

پاسخ خیلی تشریحی **گام اول:** طبق hint عمل می‌کنیم:

$$L=\lim_{x\to 0}\frac{\cos^2 x-\cos x}{1-\cos^2 x}$$

گام دوم: صورت و مخرج را تجزیه می‌کنیم:

$$L=\lim_{x\to 0}\frac{\cos x\,(\cos x-1)^{-1}}{(1+\cos x)(1-\cos x)}=\lim_{x\to 0}\frac{-\cos x}{1+\cos x}=-\frac{1}{2}$$

سنجش کلاد
www.SanjeshCloud.ir
T.me/SanjeshCloud11

۱۹ حاصل حد تابع $f(x)=\dfrac{\sqrt[3]{x^2-5x+4}+\sqrt[5]{x^2-1}}{\sqrt[5]{x^2-3x+2}-2\sqrt[3]{x^4-1}}$ زمانی که $x\to 1$، کدام است؟

۱) $\sqrt[5]{4}$

۲) $\sqrt[5]{2}$

۳) $-\sqrt[5]{4}$

۴) $-\sqrt[5]{2}$

پاسخ: گزینهٔ ۴

پاسخ خیلی تشریحی ✔ **گام اول:** مشخص است که $x=1$ صفر صورت و مخرج است و با یک حد $\frac{0}{0}$ مواجه هستیم، پس سعی می‌کنیم ضابطهٔ تابع f را ساده کنیم:

$$f(x)=\frac{\sqrt[3]{(x-1)(x-4)}+\sqrt[5]{(x-1)(x+1)}}{\sqrt[5]{(x-1)(x-2)}-2\sqrt[3]{(x-1)(x+1)(x^2+1)}}=\frac{\sqrt[5]{x-1}\left(\sqrt[15]{(x-1)^2}\sqrt[3]{(x-4)}+\sqrt[5]{x+1}\right)}{\sqrt[5]{x-1}\left(\sqrt[5]{x-2}-2\sqrt[15]{(x-1)^2}\sqrt[3]{(x+1)(x^2+1)}\right)}$$

گام دوم: پس داریم:

$$\lim_{x\to 1} f(x)=\lim_{x\to 1}\frac{\sqrt[15]{(x-1)^2}\sqrt[3]{x-4}+\sqrt[5]{x+1}}{\sqrt[5]{x-2}-2\sqrt[15]{(x-1)^2}\sqrt[3]{(x+1)(x^2+1)}}$$

$$=\lim_{x\to 1}\frac{\sqrt[5]{x+1}}{\sqrt[5]{x-2}}=\frac{\sqrt[5]{2}}{\sqrt[5]{-1}}=-\sqrt[5]{2}$$

سنجش کلاد
www.SanjeshCloud.ir
T.me/SanjeshCloud11

۲۰ تابع $f(x)=([x]-۲)([x]^۲-۹)$ در کدام نقطه، پیوسته است؟ ([ ] نماد جزء صحیح است.)

۱) $x=۲$ ۲) $x=-۲$

۳) $x=۳$ ۴) $x=-۳$

پاسخ: گزینهٔ ۳

پاسخ خیلی تشریحی

گام اول: همهٔ گزینه‌ها عدد صحیح هستند، پس فرض می‌کنیم تابع f در $x=z\in\mathbb{Z}$ پیوسته باشد، آن‌گاه داریم:

$$\lim_{x\to z^+} f(x)=f(z)=(z-۲)(z^۲-۹)=z^۳-۲z^۲-۹z+۱۸$$

$$\lim_{x\to z^-} f(x)=((z-۱)-۲)((z-۱)^۲-۹)=(z-۳)(z^۲-۲z-۸)=z^۳-۵z^۲-۲z+۲۴$$

گام دوم: دو عبارت به‌دست‌آمده را برابر قرار می‌دهیم:

$$z^۳-۲z^۲-۹z+۱۸=z^۳-۵z^۲-۲z+۲۴$$

$$\Rightarrow\ ۳z^۲-۷z-۶=(z-۳)(۳z+۲)=۰\xrightarrow{z\in\mathbb{Z}}z=۳$$

یه‌جور دیگه

کافی است گزینه‌ها را امتحان کنیم؛ یعنی در $x=۳$ داریم:

$$f(۳)=\lim_{x\to ۳^+} f(x)=(۳-۲)(۳^۲-۹)=۰$$

$$\lim_{x\to ۳^-} f(x)=(۲-۲)(۲^۲-۹)=۰$$

سنجش کلاد
www.SanjeshCloud.ir
T.me/SanjeshCloud11

۲۱ دو دایرهٔ $C(O,\sqrt{۲}-۱)$ و $C'(O',\sqrt{۲}+۱)$ مفروض‌اند. اگر $OO'=۲$ باشد، آن‌گاه این دو دایره چند مماس‌مشترک دارند؟

۱) صفر ۲) ۱ ۳) ۲ ۴) ۳

پاسخ: گزینهٔ ۲

Hint با توجه به شعاع‌های دو دایره و طول خط‌المرکزین، وضعیت نسبی دو دایره را تعیین کنید.

درس Box

وضعیت نسبی دو دایره:

فرض کنید $C_۱(O_۱,R_۱)$ و $C_۲(O_۲,R_۲)$ دو دایره با طول خط‌المرکزین $O_۱O_۲=d$ باشند. در این صورت داریم:

وضعیت دو دایره	رابطهٔ شعاع‌ها و خط‌المرکزین	تعداد مماس‌مشترک خارجی	تعداد مماس‌مشترک داخلی
متخارج	$d>R_۱+R_۲$	۲	۲
مماس‌خارج	$d=R_۱+R_۲$	۲	۱
متقاطع	$\lvert R_۱-R_۲\rvert<d<R_۱+R_۲$	۲	۰
مماس‌داخل	$d=\lvert R_۱-R_۲\rvert$	۱	۰
متداخل	$d<\lvert R_۱-R_۲\rvert$	۰	۰

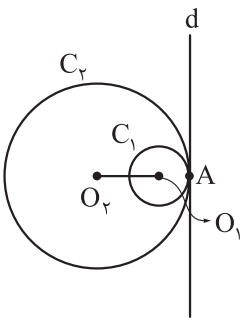
پاسخ خیلی تشریحی **گام اول:** ابتدا وضعیت نسبی دو دایره را تعیین می‌کنیم:

$$R_۱+R_۲=(\sqrt{۲}-۱)+(\sqrt{۲}+۱)=۲\sqrt{۲}$$

$$\lvert R_۱-R_۲\rvert=\lvert(\sqrt{۲}-۱)-(\sqrt{۲}+۱)\rvert=۲$$

$OO'=\lvert R_۱-R_۲\rvert \Rightarrow$ دو دایره مماس داخل‌اند.

گام دوم: دو دایرهٔ مماس داخل $C_۱$ و $C_۲$ مطابق شکل، تنها یک مماس مشترک خارجی دارند.



سنجش کلاد
www.SanjeshCloud.ir
T.me/SanjeshCloud11

۲۲ در مثلث ABC، $\hat{A} = ۳۰^\circ$، $AB = ۴$ و $AC = ۶$ است. اگر G نقطهٔ همرسی میانه‌های این مثلث باشد، مساحت مثلث GBC کدام است؟

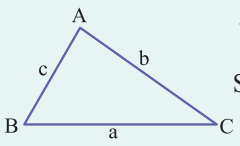
۱) ۲ ۲) ۳ ۳) ۴ ۴) ۶

پاسخ: گزینهٔ ۱

Hint مساحت مثلث ABC را به کمک فرمول سینوسی مساحت مثلث به دست آورید.

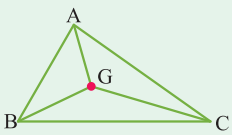
درس Box **رابطهٔ سینوسی مساحت مثلث:**

مساحت هر مثلث برابر است با نصف حاصل‌ضرب اندازه‌های هر دو ضلع در سینوس زاویهٔ بین آن‌ها.



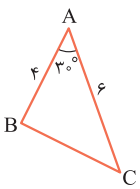
$$S_{ABC} = \frac{۱}{۲}ab\sin\hat{C} = \frac{۱}{۲}ac\sin\hat{B} = \frac{۱}{۲}bc\sin\hat{A}$$

نکته هرگاه از نقطهٔ همرسی میانه‌های یک مثلث به ۳ رأس آن وصل کنیم، ۳ مثلث هم‌مساحت پدید می‌آید که مساحت هرکدام $\frac{۱}{۳}$ مساحت مثلث اصلی است.



$$S_{AGB} = S_{AGC} = S_{BGC} = \frac{۱}{۳}S_{ABC}$$

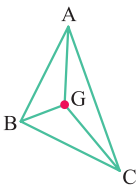
پاسخ خیلی تشریحی ✔ **گام اول:** طبق رابطهٔ سینوسی مساحت مثلث ABC داریم:



$$S_{ABC} = \frac{۱}{۲}AB\times AC\times\sin\hat{A}$$

$$= \frac{۱}{۲}\times ۴\times ۶\times\frac{۱}{۲} = ۶$$

گام دوم: از نقطهٔ همرسی میانه‌ها به سه رأس مثلث ABC وصل می‌کنیم، سه مثلث هم‌مساحت پدید می‌آید؛ بنابراین داریم:



$$S_{GBC} = \frac{۱}{۳}S_{ABC} = \frac{۱}{۳}\times ۶ = ۲$$

سنجش کلاد
www.SanjeshCloud.ir
T.me/SanjeshCloud11

۲۳ شعاع دایرهٔ محاطی داخلی مثلثی به طول اضلاع ۵، ۶ و ۷ کدام است؟

۱) $\frac{۳\sqrt{۶}}{۲}$

۲) $\frac{۲\sqrt{۶}}{۳}$

۳) $\frac{۴\sqrt{۶}}{۳}$

۴) $\frac{۳\sqrt{۶}}{۴}$

مشاوره این سؤال ترکیبی از مبحث قضیهٔ هرون در فصل ۳ و دایره‌های محاطی و محیطی مثلث در فصل ۱ است. پیدا کردن اندازهٔ شعاع دایرهٔ محاطی داخلی یا دایره‌های محاطی خارجی مثلث می‌تواند از سؤالات احتمالی امتحان نهایی باشد.

پاسخ: گزینهٔ ۲

Hint مساحت مثلث را به کمک قضیهٔ هرون به دست آورید.

درس Box **قضیهٔ هرون:** اگر S و P به ترتیب مساحت و نصف محیط مثلث ABC به طول اضلاع a،b و c باشند، آن‌گاه داریم:

$$S=\sqrt{P(P-a)(P-b)(P-c)}$$

نکته اگر شعاع دایرهٔ محاطی داخلی مثلث ABC را با r و شعاع دایرهٔ محاطی خارجی نظیر ضلع به طول a را با r_a نمایش دهیم، آن‌گاه داریم:

$$r=\frac{S}{P}\quad,\quad r_a=\frac{S}{P-a}$$

پاسخ خیلی تشریحی **گام اول:** ابتدا محیط مثلث و سپس به کمک قضیهٔ هرون، مساحت مثلث را محاسبه می‌کنیم.

$$P=\frac{۵+۶+۷}{۲}=۹$$

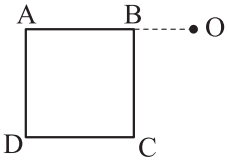
$$S=\sqrt{۹(۹-۵)(۹-۶)(۹-۷)}=\sqrt{۹\times۴\times۳\times۲}=۶\sqrt{۶}$$

گام دوم: شعاع دایرهٔ محاطی داخلی مثلث برابر است با:

$$r=\frac{S}{P}=\frac{۶\sqrt{۶}}{۹}=\frac{۲\sqrt{۶}}{۳}$$

سنجش کلاد
www.SanjeshCloud.ir
T.me/SanjeshCloud11

۲۴ مطابق شکل، نقطهٔ **O** روی امتداد ضلع **AB** از مربع **ABCD** به طول ضلع ۱۲ قرار دارد. اگر **OB = ۶** باشد، مساحت محصور بین مربع **ABCD** و مجانس آن به مرکز **O** و نسبت $k = \frac{۱}{۲}$ کدام است؟



۱) ۳۶
۲) ۲۴
۳) ۱۸
۴) ۱۲

پاسخ: گزینهٔ ۳

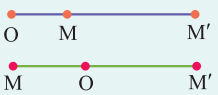
Hint ناحیهٔ محصور بین مربع ABCD و مجانس آن به صورت یک مستطیل است.

درس Box اگر O نقطه‌ای ثابت در صفحه و $k \neq ۰$ یک عدد حقیقی باشد، نقطهٔ M' را مجانس نقطهٔ M در تجانس به مرکز O و نسبت k گوییم، هرگاه سه شرط زیر برقرار باشد:

الف) سه نقطهٔ O، M و M' روی یک خط راست باشند.

ب) $OM' = |k| . OM$

پ) اگر k مثبت باشد، نقاط M و M' در یک طرف نقطهٔ O قرار می‌گیرند.
اگر k منفی باشد، نقاط M و M' در دو طرف نقطهٔ O قرار می‌گیرند.

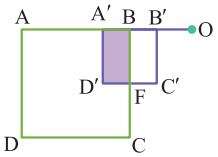


نکته در تجانس با نسبت k:

۱) طول پاره‌خط‌ها، $|k|$ برابر می‌شود.

۲) مساحت اشکال هندسی $k^۲$ برابر می‌شود.

پاسخ خیلی تشریحی **گام اول:** مجانس مربع ABCD را به مرکز O و نسبت $k = \frac{۱}{۲}$ رسم می‌کنیم.



گام دوم: با توجه به تعریف تجانس داریم:

$$\frac{A'D'}{AD} = \frac{۱}{۲} \xrightarrow{AD=۱۲} A'D' = ۶$$

$$\frac{OA'}{OA} = \frac{۱}{۲} \xrightarrow{OA=۱۸} OA' = ۹$$

$$A'B = OA' - OB = ۹ - ۶ = ۳$$

گام سوم: ناحیهٔ محصور بین مربع ABCD و مجانس آن، مستطیل $A'BFD'$ است که مساحت آن از رابطهٔ زیر به دست می‌آید:

$$S_{A'BFD'} = A'B \times A'D' = ۳ \times ۶ = ۱۸$$

سنجش کلاد
www.SanjeshCloud.ir
T.me/SanjeshCloud11

۲۵ در مثلثی به طول اضلاع ۵، ۶ و ۷، اندازهٔ مماس‌مشترک خارجی بین کوچک‌ترین و بزرگ‌ترین دایره‌های محاطی کدام است؟

۱) ۵ ۲) ۷

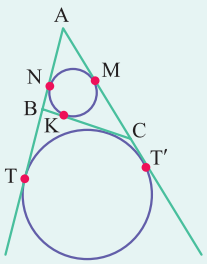
۳) ۹ ۴) ۱۱

مشاوره این سؤال با نگاه به تمرین ۶ صفحهٔ ۳۰ کتاب درسی طراحی شده است.

پاسخ: گزینهٔ ۲

Hint مماس‌مشترک خارجی دو دایره، خطی است که بر هر دو دایره مماس است و دو دایره در یک طرف آن قرار دارند.

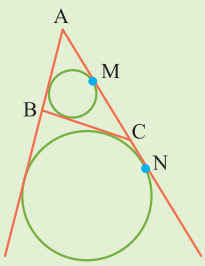
درس Box اگر M، N و K، نقاط تماس دایرهٔ محاطی داخلی مثلث ABC با اضلاع مثلث و T و T′، نقاط تماس یک دایرهٔ محاطی خارجی با خط‌های شامل دو ضلع باشند، آن‌گاه:



$$\begin{cases} AM = AN = P - a \\ BN = BK = P - b \\ CM = CK = P - c \\ AT = AT' = P \end{cases}$$

در روابط فوق، P نصف محیط مثلث ABC است.

پاسخ خیلی تشریحی **گام اول:** مثلث ABC به طول اضلاع $AB = ۵$، $AC = ۶$ و $BC = ۷$ را در نظر بگیرید. دایرهٔ محاطی داخلی مثلث، کوچک‌ترین دایرهٔ محاطی و دایرهٔ محاطی خارجی نظیر ضلع BC، بزرگ‌ترین دایرهٔ محاطی مثلث است، پس مطابق شکل پاره‌خط MN، مماس‌مشترک خارجی بین کوچک‌ترین و بزرگ‌ترین دایره‌های محاطی مثلث است.



گام دوم: مطابق درس‌باکس داریم:

$$MN = AN - AM = P - (P - a) = a = ۷$$

سنجش کلاد
www.SanjeshCloud.ir
T.me/SanjeshCloud11

۲۶ در مثلث ABC، $AB = ۶$ و $AC = ۸$ است. اگر طول میانهٔ AM برابر $\frac{\sqrt{۱۵۱}}{۲}$ باشد، طول نیمساز AD کدام است؟

۱) ۶ ۲) ۶/۲۵

۳) $۲\sqrt{۱۰}$ ۴) $۳\sqrt{۵}$

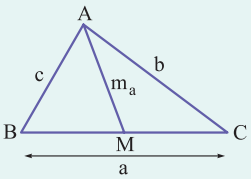
پاسخ: گزینهٔ ۱

Hint ابتدا به کمک قضیهٔ میانه‌ها، طول ضلع BC را به دست آورید.

درس Box

۱) قضیهٔ میانه‌ها:

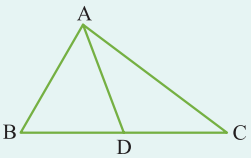
در مثلث ABC به طول اضلاع $BC = a$، $AC = b$ و $AB = c$، اگر $AM = m_a$ میانهٔ وارد بر ضلع BC باشد، آن‌گاه داریم:



$$b^۲ + c^۲ = ۲m_a^۲ + \frac{a^۲}{۲}$$

۲) قضیهٔ نیمسازها و رابطهٔ طول نیمساز داخلی:

اگر AD نیمساز داخلی زاویهٔ A در مثلث ABC باشد، آن‌گاه داریم:

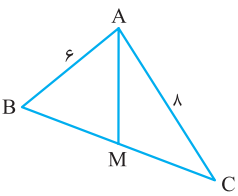


الف) $\frac{BD}{DC} = \frac{AB}{AC}$

ب) $AD^۲ = AB \times AC - BD \times DC$

پاسخ خیلی تشریحی

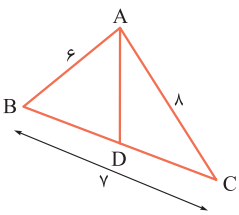
گام اول: طبق قضیهٔ میانه‌ها در مثلث ABC داریم:



$$AB^۲ + AC^۲ = ۲AM^۲ + \frac{BC^۲}{۲} \Rightarrow ۶^۲ + ۸^۲ = ۲(\frac{\sqrt{۱۵۱}}{۲})^۲ + \frac{BC^۲}{۲}$$

$$\Rightarrow \frac{BC^۲}{۲} = ۳۶ + ۶۴ - \frac{۱۵۱}{۲} = \frac{۴۹}{۲} \Rightarrow BC^۲ = ۴۹ \Rightarrow BC = ۷$$

گام دوم: حال نیمساز AD را رسم می‌کنیم. طبق قضیهٔ نیمسازها داریم:



$$\frac{BD}{DC} = \frac{AB}{AC} = \frac{۳}{۴} \xrightarrow{\text{ترکیب در مخرج}} \frac{BD}{BC} = \frac{۳}{۷}$$

$$\xrightarrow{BC=۷} BD = ۳ \ , \ DC = ۴$$

گام سوم: طبق رابطهٔ طول نیمساز داخلی داریم:

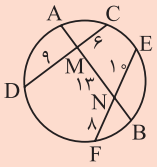
$$AD^۲ = AB \times AC - BD \times DC$$

$$= ۶ \times ۸ - ۳ \times ۴ = ۳۶$$

$$\Rightarrow AD = ۶$$

سنجش کلاد
www.SanjeshCloud.ir
T.me/SanjeshCloud11

۲۷ در شکل مقابل طول وتر **AB** کدام است؟



۱) ۱۸
۲) ۱۹
۳) ۲۰
۴) ۲۱

مشاوره این سؤال مشابه سؤالی از کنکور مرحلهٔ اول ریاضی داخل ۱۴۰۳ طراحی شده است و به مبحث روابط طولی در دایره اختصاص دارد.

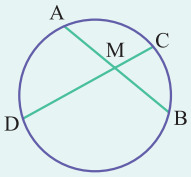
پاسخ: گزینهٔ ۴

Hint روابط طولی وترهای متقاطع را در دو نقطهٔ M و N بنویسید.

درس Box

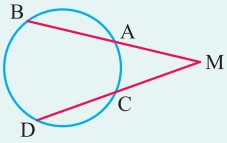
روابط طولی در دایره:

۱) اگر دو وتر AB و CD در نقطهٔ M، درون دایره، متقاطع باشند، آن‌گاه:



$$MA \times MB = MC \times MD$$

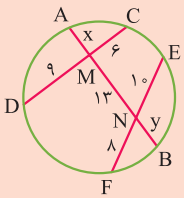
۲) اگر امتداد دو وتر AB و CD در نقطهٔ M، بیرون دایره متقاطع باشند، آن‌گاه:



$$MA \times MB = MC \times MD$$

پاسخ خیلی تشریحی

گام اول: مطابق شکل فرض کنید، $AM = x$ و $BN = y$ باشد. طبق روابط طولی وترهای متقاطع برای نقاط M و N داریم:



$$AM \times MB = CM \times MD \Rightarrow x(۱۳+y) = ۶ \times ۹ = ۵۴$$

$$BN \times NA = EN \times NF \Rightarrow y(۱۳+x) = ۱۰ \times ۸ = ۸۰$$

گام دوم: طرفین دو رابطهٔ گام اول را از هم کم می‌کنیم.

$$\left.\begin{matrix} ۱۳y + xy = ۸۰ \\ ۱۳x + xy = ۵۴ \end{matrix}\right\} \xrightarrow{\text{تفاضل}} ۱۳(y-x) = ۲۶ \Rightarrow y - x = ۲ \Rightarrow y = x + ۲$$

گام سوم: رابطهٔ به‌دست‌آمده در گام دوم را در یکی از روابط گام اول جای‌گذاری می‌کنیم.

$$x(۱۳+y) = ۵۴ \xrightarrow{y=x+۲} x(x+۱۵) = ۵۴ \Rightarrow x^۲ + ۱۵x - ۵۴ = ۰$$

$$\Rightarrow (x+۱۸)(x-۳) = ۰ \Rightarrow \begin{cases} x = -۱۸ \text{ غ‌ق‌ق} \\ x = ۳ \Rightarrow y = ۵ \end{cases}$$

گام چهارم: طول وتر AB برابر است با:

$$AB = x + y + ۱۳ = ۳ + ۵ + ۱۳ = ۲۱$$

سنجش کلاد
www.SanjeshCloud.ir
T.me/SanjeshCloud11

۲۸ در یک چهارضلعی، دو زاویهٔ مقابل 40° و 100° هستند. زاویهٔ بین قطرهای چهارضلعی حاصل از نقاط تماس چهارضلعی محیطی و دایرهٔ محاطی آن کدام است؟

۱) 60° ۲) 70°

۳) 80° ۴) 90°

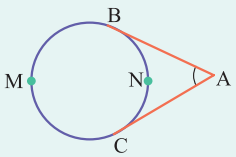
مشاوره این سؤال با نگاه به تمرین ۳ صفحهٔ ۱۷ کتاب درسی طراحی شده است که می‌تواند یکی از سؤالات احتمالی امتحان نهایی باشد.

پاسخ: گزینهٔ ۲

Hint اضلاع چهارضلعی محیطی همگی بر دایره مماس‌اند.

درس Box

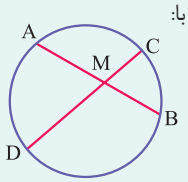
۱) در شکل مقابل اگر AB و AC مماس بر دایره باشند، آن‌گاه زاویهٔ بین دو مماس برابر است با:



$$\hat{A} = \frac{\overset{\frown}{BMC} - \overset{\frown}{BNC}}{2}$$

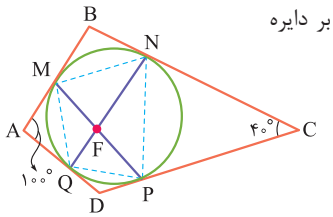
نکته در شکل فوق اگر $\hat{A} = x$ باشد، آن‌گاه داریم: $\overset{\frown}{BNC} = 180^\circ - x \quad , \quad \overset{\frown}{BMC} = 180^\circ + x$

۲) اگر دو وتر AB و CD در نقطهٔ M درون دایره، متقاطع باشند، آن‌گاه زاویهٔ بین این دو وتر برابر است با:



$$B\hat{M}C = \frac{\overset{\frown}{AD} + \overset{\frown}{BC}}{2}$$

پاسخ خیلی تشریحی **گام اول:** فرض کنید، اضلاع چهارضلعی محیطی ABCD در نقاط M، N، P و Q بر دایره مماس باشند. در این صورت طبق نکتهٔ مورد اول درس‌باکس داریم:



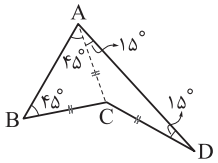
$$\begin{cases} \overset{\frown}{MQ} = 180^\circ - 100^\circ = 80^\circ \\ \overset{\frown}{NP} = 180^\circ - 40^\circ = 140^\circ \end{cases}$$

گام دوم: طبق مورد دوم درس‌باکس داریم:

$$N\hat{F}P = \frac{\overset{\frown}{MQ} + \overset{\frown}{NP}}{2} = \frac{80^\circ + 140^\circ}{2} = 110^\circ \Rightarrow M\hat{F}N = 180^\circ - 110^\circ = 70^\circ$$

سنجش کلاد
www.SanjeshCloud.ir
T.me/SanjeshCloud11

۲۹ در چهارضلعی ABCD مطابق شکل $CA = CB = CD$، $B\hat{A}C = A\hat{B}C = ۴۵^\circ$ و $C\hat{A}D = C\hat{D}A = ۱۵^\circ$ است. مساحت چهارضلعی را بدون تغییر در محیط و تعداد اضلاع آن افزایش می‌دهیم. نسبت مساحت اضافه‌شده به مساحت اولیهٔ چهارضلعی کدام است؟



۱) $\frac{۳\sqrt{۳}}{۴}$
۲) $\frac{۳\sqrt{۳}}{۲}$
۳) $\frac{۲\sqrt{۳}}{۳}$
۴) $\frac{۴}{۳}$

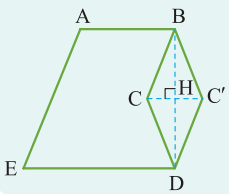
پاسخ: گزینهٔ ۳

Hint بازتاب رأس C را نسبت به خط گذرنده از نقاط B و D پیدا کنید.

درس Box

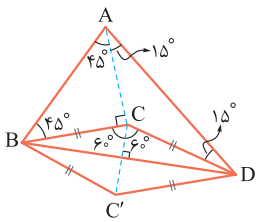
مسائل هم‌پیرامونی (هم‌محیطی):

هرگاه بخواهیم مساحت یک چندضلعی را که یک یا چند زاویه در آن بزرگ‌تر از ۱۸۰° هستند، بدون تغییر در محیط و تعداد اضلاع آن افزایش دهیم، کافی است بازتاب هرکدام از رأس‌هایی که زاویهٔ آن‌ها بزرگ‌تر از ۱۸۰° است را نسبت به خط گذرنده از دو رأس مجاور آن رسم کنیم. مطابق شکل میزان افزایش مساحت چندضلعی مقعر ABCDE بدون تغییر در تعداد اضلاع و محیط آن، برابر مساحت چهارضلعی $BCDC'$ خواهد بود که C' بازتاب C نسبت به BD است.



پاسخ خیلی تشریحی

گام اول: بازتاب نقطهٔ C را نسبت به محور BD به دست می‌آوریم و آن را C' می‌نامیم. بازتاب تبدیلی، طولپا است، پس $BC = BC'$ و $DC = DC'$. بنابراین دو چهارضلعی ABCD و $ABC'D$ دارای محیط برابرند و مساحت دومی بیش‌تر است.



گام دوم: با توجه به اندازه‌های روی شکل داریم:

$$\overset{\Delta}{ABC}: A\hat{C}B = ۱۸۰^\circ - (۴۵^\circ + ۴۵^\circ) = ۹۰^\circ$$

$$\overset{\Delta}{ACD}: A\hat{C}D = ۱۸۰^\circ - (۱۵^\circ + ۱۵^\circ) = ۱۵۰^\circ$$

$$B\hat{C}D = ۳۶۰^\circ - (۹۰^\circ + ۱۵۰^\circ) = ۱۲۰^\circ$$

گام سوم: فرض کنیم $BC = CD = AC = a$ باشد. می‌توان نوشت:

$$S_{BCDC'} = ۲S_{BCD} = ۲ \times \frac{۱}{۲} \times BC \times CD \times \sin ۱۲۰^\circ = a \times a \times \frac{\sqrt{۳}}{۲} = \frac{a^۲\sqrt{۳}}{۲}$$

$$S_{ABCD} = S_{ABC} + S_{ACD} = \frac{۱}{۲} AC \times BC + \frac{۱}{۲} AC \times CD \times \sin ۱۵۰^\circ$$

$$= \frac{۱}{۲}a^۲ + \frac{۱}{۲}a^۲ \times \frac{۱}{۲} = \frac{۳}{۴}a^۲$$

گام چهارم: نسبت مساحت اضافه‌شده به مساحت اولیهٔ چهارضلعی برابر است با:

$$\frac{S_{BCDC'}}{S_{ABCD}} = \frac{\frac{a^۲\sqrt{۳}}{۲}}{\frac{۳}{۴}a^۲} = \frac{۲\sqrt{۳}}{۳}$$

سنجش کلاد
www.SanjeshCloud.ir
T.me/SanjeshCloud11

۳۰ فاصلهٔ دورترین و نزدیک‌ترین نقاط دایرهٔ C به مرکز O از خط معلوم L به‌ترتیب ۳ و ۵ است. تصویر دایرهٔ C در بازتاب نسبت به خط L، دایرهٔ C' به مرکز O' و تصویر دایرهٔ C در دوران به مرکز O' و زاویهٔ دوران ۱۲۰°، دایرهٔ C'' است. طول مماس‌مشترک داخلی دو دایرهٔ C و C'' کدام است؟

۱) $۶\sqrt{۳}$ ۲) ۱۴

۳) $۲\sqrt{۳۵}$ ۴) $۲\sqrt{۴۷}$

پاسخ: گزینهٔ ۴

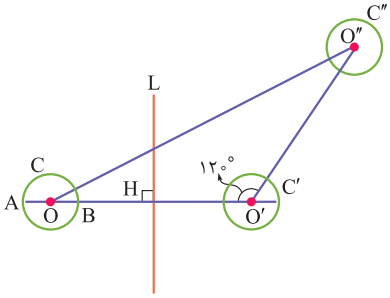
Hint بازتاب و دوران، تبدیل‌هایی طولپا هستند و اندازهٔ شعاع دایره تحت این دو تبدیل ثابت می‌ماند.

درس Box دو دایرهٔ $C(O,R)$ و $C'(O',R')$ با طول خط‌المرکزین $OO'=d$ مفروض‌اند.

۱) طول مماس‌مشترک خارجی این دو دایره برابر است با: $\sqrt{d^۲-(R-R')^۲}$

۲) طول مماس‌مشترک داخلی این دو دایره برابر است با: $\sqrt{d^۲-(R+R')^۲}$

پاسخ خیلی تشریحی **گام اول:** مطابق شکل، نقاط A و B، دورترین و نزدیک‌ترین نقاط دایرهٔ C نسبت به خط L هستند. با فرض $AH=۵$ و $BH=۳$ داریم:



$$AB=AH-BH \Rightarrow ۲R=۵-۳=۲ \Rightarrow R=۱$$

گام دوم: بازتاب، تبدیلی طولپا است، پس $O'H=OH=۴$ است و در نتیجه داریم:

$$OO'=۲OH=۲\times۴=۸$$

از طرفی دوران نیز تبدیلی طولپا است، پس $O'O''=OO'=۸$.

گام سوم: طبق قضیهٔ کسینوس‌ها در مثلث $OO'O''$ داریم:

$$OO''^۲=OO'^۲+O'O''^۲-۲OO'\times O'O''\times\cos۱۲۰^\circ$$

$$=۸^۲+۸^۲-۲\times۸\times۸\times(-\frac{۱}{۲})=۳\times۸^۲ \Rightarrow OO''=۸\sqrt{۳}$$

گام چهارم: طول مماس مشترک داخلی دو دایرهٔ C و C''، برابر است با:

$$\sqrt{OO''^۲-(R+R'')^۲}=\sqrt{(۸\sqrt{۳})^۲-(۱+۱)^۲}=\sqrt{۱۹۲-۴}=\sqrt{۱۸۸}=۲\sqrt{۴۷}$$

سنجش کلاد
www.SanjeshCloud.ir
T.me/SanjeshCloud11

۳۱ در چند حالت از جدول ارزش سه گزارهٔ p، q و r، ارزش گزارهٔ $(p \wedge (p \vee q)) \Rightarrow (p \Leftrightarrow r)$ درست است؟

۱) ۴ ۲) ۵ ۳) ۶ ۴) ۷

پاسخ: گزینهٔ ۳

Hint طبق قانون جذب ابتدا گزاره را ساده‌تر کنید و سپس جدول ارزش گزاره‌ها را رسم کنید.

نکته
- ارزش گزارهٔ $p \Rightarrow q$ تنها در حالتی نادرست است که p دارای ارزش درست و q دارای ارزش نادرست باشد.
- ارزش گزارهٔ $p \Leftrightarrow q$ در صورتی درست است که هر دو گزاره دارای ارزش یکسان باشد (یا هر دو درست و یا هر دو نادرست باشند).
- طبق قانون جذب داریم:

$$p \vee (p \wedge q) = p$$
$$p \wedge (p \vee q) = p$$

پاسخ خیلی تشریحی **گام اول:** ابتدا طبق قانون جذب گزاره را ساده‌تر می‌کنیم:

$$\underbrace{(p \wedge (p \vee q))}_{p} \Rightarrow (p \Leftrightarrow r) \equiv p \Rightarrow (p \Leftrightarrow r)$$

گام دوم: حال جدول ارزش گزاره‌ها را رسم می‌کنیم:

	$p \Rightarrow (p \Leftrightarrow r)$	$p \Leftrightarrow r$	r	q	p
✓	د	د	د	د	د
	ن	ن	ن	د	د
✓	د	د	د	ن	د
✓	د	ن	د	د	ن
✓	د	ن	د	ن	ن
✓	د	د	ن	د	ن
	ن	ن	ن	ن	د
✓	د	د	ن	ن	ن

پس در ۶ حالت، گزارهٔ داده‌شده دارای ارزش درست است.

سنجش کلاد
www.SanjeshCloud.ir
T.me/SanjeshCloud11

۳۲ اگر $A=[1,3)$ ، $B=[2,4]$ و $C=[0,5]$ باشد، مساحت ناحیهٔ محدود به $(C-A)\times B$ چقدر است؟

۱) ۲ ۲) ۴ ۳) ۶ ۴) ۸

پاسخ: گزینهٔ ۳

نکته در ضرب دکارتی مجموعه‌ها داریم:

$$(B\cup C)\times A=(B\times A)\cup(C\times A) \quad \text{یا} \quad A\times(B\cup C)=(A\times B)\cup(A\times C)$$

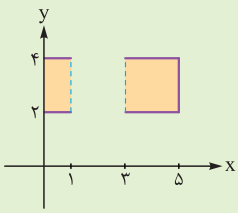
پاسخ خیلی تشریحی **گام اول:** ابتدا بازهٔ $C-A$ را به دست می‌آوریم:

$$C-A=[0,5]-[1,3)=[0,1)\cup(3,5]$$

گام دوم: حال بازهٔ B و بازهٔ $C-A$ را در عبارت داده‌شده جاگذاری می‌کنیم و از نکته استفاده می‌کنیم:

$$(C-A)\times B=([0,1)\cup(3,5])\times[2,4]=([0,1)\times[2,4])\cup((3,5]\times[2,4])$$

گام سوم: حال حاصل‌ضرب دکارتی به‌دست‌آمده را در دستگاه مختصات رسم می‌کنیم و خواستهٔ سؤال را به دست می‌آوریم:



مساحت خواسته‌شده: $(2\times1)+(2\times2)=2+4=6$

سنجش کلاد
www.SanjeshCloud.ir
T.me/SanjeshCloud11

۳۳ اگر $P(A \mid B) = ۰/۳$، $P(B \mid A) = ۰/۲$ و $P(A' \cap B') = ۰/۱۲$ باشد، $P(A - B)$ چقدر است؟

۱) ۰/۱۲ ۲) ۰/۲۴

۳) ۰/۲۸ ۴) ۰/۴۸

پاسخ: گزینهٔ ۴

درس Box

فرمول احتمال شرطی به صورت زیر است:

$$P(A \mid B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)} \Rightarrow P(A \cap B) = P(B)P(A \mid B)$$

پاسخ خیلی تشریحی ✔

گام اول: ابتدا با توجه به فرمول احتمال شرطی خواهیم داشت:

$$P(A \cap B) = P(B)P(A \mid B) \Rightarrow P(A \cap B) = ۰/۳P(B) \quad (*)$$

$$P(A \cap B) = P(A)P(B \mid A) \Rightarrow P(A \cap B) = ۰/۲P(A)$$

$$\xrightarrow{\text{دو طرف تقسیم بر هم}} ۱ = \frac{۳P(B)}{۲P(A)} \Rightarrow \frac{P(B)}{P(A)} = \frac{۲}{۳}$$

پس فرض کنیم $P(B) = ۲x$ و $P(A) = ۳x$.

گام دوم: $P(B) = ۲x$ را در رابطهٔ (*) در گام اول جای‌گذاری می‌کنیم:

$$P(A \cap B) = ۰/۳P(B) \Rightarrow P(A \cap B) = ۰/۳ \times ۲x \Rightarrow P(A \cap B) = ۰/۶x$$

گام سوم: طبق سؤال $P(A' \cap B') = ۰/۱۲$، پس با توجه به دمورگان $P((A \cup B)') = ۰/۱۲$ در نتیجه:

$$P((A \cup B)') = ۰/۱۲ \Rightarrow P(A \cup B) = ۱ - ۰/۱۲ = ۰/۸۸$$

گام چهارم: حال خواستهٔ سؤال را به دست می‌آوریم:

$$P(A \cup B) = ۰/۸۸ \Rightarrow P(A) + P(B) - P(A \cap B) = ۰/۸۸ \Rightarrow ۳x + ۲x - ۰/۶x = ۰/۸۸ \Rightarrow ۴/۴x = ۰/۸۸$$

$$\Rightarrow x = ۰/۲$$

خواستهٔ سؤال: $P(A - B) = P(A) - P(A \cap B) = ۳x - ۰/۶x = ۲/۴x = (۲/۴)(۰/۲) = ۰/۴۸$

سنجش کلاد
www.SanjeshCloud.ir
T.me/SanjeshCloud11

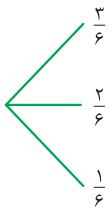
۳۴ به همراه سه تاس سالم، دو تاس که روی وجه‌های آن‌ها عددهای ۶،۶،۲،۲،۱،۱ و یک تاس که روی وجه‌های آن عددهای ۵،۵،۴،۳،۳،۲ نوشته شده داریم. یک تاس به تصادف پرتاب می‌کنیم و مشاهده می‌کنیم عدد روشده، عددی اول است. با چه احتمالی یکی از تاس‌های سالم را پرتاب کرده‌ایم؟

۱) $\frac{۱}{۹}$ ۲) $\frac{۲}{۹}$ ۳) $\frac{۵}{۱۸}$ ۴) $\frac{۱}{۲}$

پاسخ: گزینهٔ ۴

پاسخ خیلی تشریحی ✔

گام اول: در مجموع ۶ تاس داریم که ۳تای آن‌ها استاندارد، ۲تا از تاس‌ها غیراستاندارد نوع اول و یکی از تاس‌ها غیراستاندارد نوع دوم است، پس به ترتیب با احتمال $\frac{۳}{۶}$، $\frac{۲}{۶}$ و $\frac{۱}{۶}$ یکی از تاس‌ها به تصادف انتخاب می‌شود:



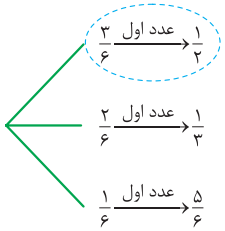
گام دوم: احتمال ظاهرشدن عدد اول در هر تاس را به دست می‌آوریم:

$$\text{تاس استاندارد} \xrightarrow[n(A)=\{۲,۳,۵\}]{n(S)=\{۱,۲,۳,۴,۵,۶\}} P(\text{ظاهرشدن عدد اول}) = \frac{۳}{۶} = \frac{۱}{۲}$$

$$\text{تاس غیراستاندارد اول} \xrightarrow[n(A)=\{۲,۲\}]{n(S)=\{۱,۱,۲,۲,۶,۶\}} P(\text{ظاهرشدن عدد اول}) = \frac{۲}{۶} = \frac{۱}{۳}$$

$$\text{تاس غیراستاندارد دوم} \xrightarrow[n(A)=\{۲,۳,۳,۵,۵\}]{n(S)=\{۲,۳,۳,۴,۵,۵\}} P(\text{ظاهرشدن عدد اول}) = \frac{۵}{۶}$$

گام سوم: پس اگر بخواهیم که در پرتاب تصادفی یک تاس عدد اول ظاهر شود، نمودار درختی به صورت زیر کامل می‌شود. حال برای به دست آوردن احتمال خواسته‌شده، احتمال مطلوب را در صورت و جمع کل احتمال‌های نمودار را در مخرج قرار می‌دهیم:



$$P_{(\text{خواسته‌شده})} = \frac{\frac{۳}{۶}\times\frac{۱}{۲}}{\frac{۳}{۶}\times\frac{۱}{۲}+\frac{۲}{۶}\times\frac{۱}{۳}+\frac{۱}{۶}\times\frac{۵}{۶}} = \frac{\frac{۱}{۲}\times\frac{۱}{۲}}{\frac{۱}{۲}\times\frac{۱}{۲}+\frac{۱}{۳}\times\frac{۱}{۳}+\frac{۱}{۶}\times\frac{۵}{۶}} = \frac{\frac{۱}{۴}}{\frac{۱}{۴}+\frac{۱}{۹}+\frac{۵}{۳۶}} = \frac{\frac{۱}{۴}}{\frac{۱}{۲}} = \frac{۱}{۲}$$

سنجش کلاد
www.SanjeshCloud.ir
T.me/SanjeshCloud11

۳۵ در پرتاب یک تاس چند پیشامد سه‌عضوی از پیشامد روشدن عدد مضرب ۳ مستقل‌اند؟

۱) ۸ ۲) ۶ ۳) ۱۰ ۴) ۱۲

پاسخ: گزینهٔ ۴

نکته دو پیشامد A و B را مستقل گوییم هرگاه:

$$P(A\cap B)=P(A)\times P(B)$$

پاسخ خیلی تشریحی ✔

گام اول: پیشامد روشدن عدد مضرب ۳ به صورت $A=\{3,6\}$ است که احتمال آن برابر $P(A)=\frac{2}{6}=\frac{1}{3}$ است.

گام دوم: پیشامد سه‌عضوی را به صورت $B=\{a,b,c\}$ در نظر می‌گیریم که احتمال آن برابر $P(B)=\frac{3}{6}=\frac{1}{2}$ می‌شود.

گام سوم: با توجه به سؤال، می‌خواهیم A و B مستقل باشند، پس باید:

$$P(A\cap B)=P(A)\times P(B)\Rightarrow P(A\cap B)=\frac{1}{3}\times\frac{1}{2}=\frac{1}{6}$$

مقدار $P(A\cap B)$ برابر $\frac{1}{6}$ است، پس $A\cap B$ دارای یک عضو است.

گام چهارم: می‌خواهیم ببینیم که چند مجموعه به صورت $B=\{a,b,c\}$ وجود دارد که با $A=\{3,6\}$ یک عضو مشترک دارد. به صورت زیر عمل می‌کنیم:

عضو مشترک دو حالت دارد (یا ۳ است یا ۶)؛ برای دو عضو دیگر $\binom{4}{2}=6$ انتخاب از اعداد باقی‌مانده داریم، پس طبق اصل ضرب $2\times 6=12$ پیشامد با شرایط سؤال برای B داریم.

سنجش کلاد
www.SanjeshCloud.ir
T.me/SanjeshCloud11

۳۶ نمرات ۱۰ دانش‌آموز در امتحان نهایی آمار و احتمال به صورت زیر است. مجموع میانگین و میانهٔ نمرات این افراد، چه‌قدر بیشتر از مُد نمرات آن‌ها است؟

نمره	۱۷	۱۸	۱۹	۲۰
تعداد	۱	۴	۲	۳

۱) ۱۸/۲ ۲) ۱۸/۵ ۳) ۱۸/۷ ۴) ۱۹/۲

پاسخ: گزینهٔ ۴

پاسخ خیلی تشریحی ✔

گام اول: ابتدا میانگین نمرات را به دست می‌آوریم:

$$\text{مجموع نمرات} = (۱\times۱۷)+(۴\times۱۸)+(۲\times۱۹)+(۳\times۲۰)=۱۷+۷۲+۳۸+۶۰=۱۸۷$$

$$\text{میانگین نمرات} = \frac{\text{مجموع نمرات}}{\text{تعداد}} = \frac{۱۸۷}{۱۰} = ۱۸/۷$$

گام دوم: حال با توجه به تعداد نمرات آن‌ها را از کوچک به بزرگ مرتب می‌کنیم و میانه را به دست می‌آوریم:

۱۷,۱۸,۱۸,۱۸,۱۸,۱۹,۱۹,۲۰,۲۰,۲۰

$$\text{میانه} = \frac{۱۸+۱۹}{۲} = ۱۸/۵$$

گام سوم: می‌دانیم مُد داده‌ای است که در بین داده‌ها بیشترین تکرار را دارد، پس مُد برابر ۱۸ است. در نتیجه خواستهٔ سؤال برابر می‌شود با:

$$\text{(مجموع میانه و میانگین)} - \text{(مُد)} = (۱۸/۷+۱۸/۵)-(۱۸)=۱۹/۲$$

سنجش کلاد
www.SanjeshCloud.ir
T.me/SanjeshCloud11

۳۷ سن برخی از بازیکنان تیم ملی فوتبال ایران به صورت زیر است:

۲۱,۳۳,۳۱,۲۸,۲۶,۲۵,۲۶,۲۴,۲۷,۳۰

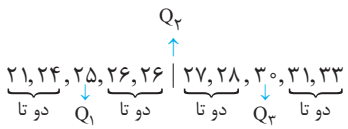
در نمودار جعبه‌ای متناظر با سن این افراد، واریانس مقادیر داخل و روی جعبه چه‌قدر است؟

۱) ۲ ۲) $\frac{۷}{۳}$ ۳) $\frac{۸}{۳}$ ۴) ۳

پاسخ: گزینهٔ ۳

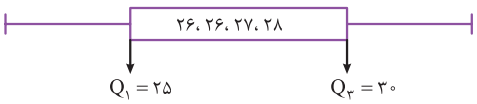
پاسخ خیلی تشریحی

گام اول: ابتدا داده‌ها را از کوچک به بزرگ مرتب می‌کنیم و چارک اول و سوم را معلوم می‌کنیم:



پس $Q_۱ = ۲۵$ و $Q_۳ = ۳۰$.

گام دوم: داده‌های داخل و روی جعبه را مشخص می‌کنیم:



گام سوم: ابتدا میانگین مقادیر داخل و روی جعبه را به دست می‌آوریم و سپس واریانس آن را:

$$\bar{x} = \frac{۲۵+۲۶+۲۶+۲۷+۲۸+۳۰}{۶} = \frac{۱۶۲}{۶} = ۲۷$$

$$\sigma^۲ = \frac{(x_۱ - \bar{x})^۲ + \ldots + (x_n - \bar{x})^۲}{n}$$

$$\Rightarrow \sigma^۲ = \frac{(۲۵-۲۷)^۲ + (۲۶-۲۷)^۲ + (۲۶-۲۷)^۲ + (۲۷-۲۷)^۲ + (۲۸-۲۷)^۲ + (۳۰-۲۷)^۲}{۶} = \frac{۴+۱+۱+۰+۱+۹}{۶}$$

$$\Rightarrow \sigma^۲ = \frac{۱۶}{۶} = \frac{۸}{۳}$$

سنجش کلاد
www.SanjeshCloud.ir
T.me/SanjeshCloud11

۳۸ داده‌های آماری پنج عدد طبیعی متوالی دورقمی، با کم‌ترین ضریب تغییرات هستند. اگر ضریب تغییرات این داده‌ها $\frac{\sqrt{۲}}{k}$ باشد، مجموع ارقام k کدام است؟

۱) ۱۷
۲) ۱۸
۳) ۱۶
۴) ۱۹

مشاوره فرمول واریانس داده‌هایی که تشکیل دنبالهٔ حسابی می‌دهند در کنکورهای اخیر راهگشا بوده است؛ بر آن مسلط شوید.

پاسخ: گزینهٔ ۳

Hint داده‌ها را بزرگ‌ترین اعداد دورقمی طبیعی در نظر بگیرید.

نکته
- اگر n داده تشکیل یک دنبالهٔ حسابی بدهند واریانس آن‌ها از رابطهٔ زیر به دست می‌آید:

$$\sigma^۲ = (\frac{n^۲ - ۱}{۱۲})d$$

- ضریب تغییرات هنگامی به کم‌ترین مقدار خود می‌رسد که انحراف معیار کم‌ترین مقدار ممکن و میانگین بیشترین مقدار ممکن باشد.

$$\downarrow CV = \frac{\downarrow \sigma}{\uparrow \bar{x}}$$

گام اول: با توجه به این‌که داده‌ها تشکیل دنبالهٔ حسابی می‌دهند، از رابطهٔ داده‌شده در نکتهٔ اول استفاده می‌کنیم و انحراف معیار را به دست می‌آوریم:

$$\sigma^۲ = (\frac{n^۲ - ۱}{۱۲})d \Rightarrow \sigma^۲ = (\frac{۲۵ - ۱}{۱۲})(۱) = ۲ \Rightarrow \sigma = \sqrt{۲}$$

گام دوم: داده‌ها، پنج عدد طبیعی متوالی دورقمی هستند. با توجه به نکتهٔ دوم، چون ضریب تغییرات کم‌ترین مقدار ممکن است، پس میانگین باید بیشترین مقدار ممکن باشد. در نتیجه داده‌ها را ۹۵,۹۶,۹۷,۹۸,۹۹ در نظر می‌گیریم و میانگین آن‌ها را به دست می‌آوریم:

$$۹۵,۹۶,۹۷,۹۸,۹۹ \xrightarrow{\text{داده‌ها تشکیل دنبالهٔ حسابی می‌دهند، پس میانگین، عدد وسط است.}} \bar{x} = ۹۷$$

گام سوم: ضریب تغییرات به گفتهٔ سؤال برابر $\frac{\sqrt{۲}}{k}$ است، پس:

$$CV = \frac{\sigma}{\bar{x}} \Rightarrow \frac{\sqrt{۲}}{k} = \frac{\sqrt{۲}}{۹۷} \Rightarrow k = ۹۷$$

مجموع ارقام k، برابر $۹ + ۷ = ۱۶$ است.

سنجش کلاد
www.SanjeshCloud.ir
T.me/SanjeshCloud11

۳۹ داده‌های مربوط به مطالعهٔ یک جامعهٔ ۷عضوی به صورت $۲,۲,۳,۴,۵,۵,۷$ است؛ احتمال آن‌که یک نمونهٔ دوعضوی، میانگین را به درستی برآورد کند چه‌قدر است؟

۱) $\frac{۱}{۷}$ ۲) $\frac{۲}{۲۱}$ ۳) $\frac{۴}{۲۱}$ ۴) $\frac{۱}{۱۴}$

پاسخ: گزینهٔ ۲

Hint

$\binom{۷}{۲}$ را در مخرج قرار دهید و سپس ببینید که چه تعداد از نمونه‌های دوعضوی، میانگینشان برابر میانگین کل می‌شود؛ تعداد به‌دست آمده را در صورت قرار دهید تا خواستهٔ سؤال به‌دست آید.

پاسخ خیلی تشریحی

گام اول: ابتدا میانگین داده‌ها را به دست می‌آوریم:

$$\bar{x}=\frac{۲+۲+۳+۴+۵+۵+۷}{۷}=\frac{۲۸}{۷} \Rightarrow \bar{x}=۴$$

گام دوم: نمونه‌های دوعضوی را به‌صورت $\{a,b\}$ در نظر می‌گیریم، برای این‌که میانگین این نمونه‌های دوعضوی برابر ۴ شود خواهیم داشت:

$$\frac{a+b}{۲}=۴ \Rightarrow a+b=۸$$

پس مجموع دو داده باید ۸ شود.

گام سوم: در نمونه‌های دوعضوی $\{۵,۳\}$ و $\{۳,۵\}$ مجموع دو عضو، برابر ۸ است. پس دو نمونه با شرایط مطلوب سؤال داریم.

گام چهارم: ۷ داده داریم، تعداد کل نمونه‌های دوعضوی برابر می‌شود با $\binom{۷}{۲}=۲۱$، پس احتمال خواسته‌شده برابر می‌شود با:

$$P(\text{خواسته‌شده})=\frac{\text{تعداد حالات مطلوب}}{\text{تعداد حالات کل}}=\frac{۲}{۲۱}$$

سنجش کلاد
www.SanjeshCloud.ir
T.me/SanjeshCloud11

۴۰ در یک دانشگاه، یک نمونهٔ ۲۵ نفری را انتخاب کردیم. اگر بازهٔ اطمینان ۹۵ درصد برای میانگین سن جامعهٔ دانشجویان این دانشگاه به‌صورت $[۲۱,۲۷]$ باشد، میانگین سن اعضای نمونه و واریانس سن جامعه کدام است؟

۱) ۲۴ و $\frac{۲۲۵}{۴}$
۲) ۲۴ و ۲۲۵
۳) ۲۵ و $\frac{۲۲۵}{۴}$
۴) ۲۵ و ۲۲۵

پاسخ: گزینهٔ ۱

نکته بازهٔ اطمینان ۹۵ درصد برای میانگین اعضای جامعه برابر است با:

$$[\bar{x}-\frac{۲\sigma}{\sqrt{n}}\ ,\ \bar{x}+\frac{۲\sigma}{\sqrt{n}}]$$

نکته طول بازهٔ اطمینان برابر می‌شود با:

$$\bar{x}+\frac{۲\sigma}{\sqrt{n}}-(\bar{x}-\frac{۲\sigma}{\sqrt{n}})=\frac{۴\sigma}{\sqrt{n}}$$

پاسخ خیلی تشریحی **گام اول:** طول بازهٔ داده‌شده برابر $۲۷-۲۱=۶$ است، پس طبق نکتهٔ دوم خواهیم داشت:

$$\frac{۴\sigma}{\sqrt{n}}=۶ \xrightarrow{n=۲۵} \frac{۴\sigma}{۵}=۶ \Rightarrow \sigma=\frac{۵\times ۶}{۴}=\frac{۱۵}{۲} \xrightarrow{\text{توان ۲}} \sigma^{۲}=\frac{۲۲۵}{۴}$$

پس واریانس سن جامعه برابر $\frac{۲۲۵}{۴}$ است.

گام دوم: با توجه به نکتهٔ اول داریم:

$$[\bar{x}-\frac{۲\sigma}{\sqrt{n}}\ ,\ \bar{x}+\frac{۲\sigma}{\sqrt{n}}]=[۲۱,۲۷] \Rightarrow \bar{x}+\frac{۲\sigma}{\sqrt{n}}=۲۷ \xrightarrow[n=۲۵]{\sigma=\frac{۱۵}{۲}} \bar{x}+\frac{۲(\frac{۱۵}{۲})}{۵}=۲۷ \Rightarrow \bar{x}+\frac{۱۵}{۵}=۲۷ \Rightarrow \bar{x}+۳=۲۷$$
$$\Rightarrow \bar{x}=۲۴$$

پس میانگین هم برابر ۲۴ است و گزینهٔ (۱) درست است.

سنجش کلاد
www.SanjeshCloud.ir
T.me/SanjeshCloud11

۴۱ میله‌ای شیشه‌ای را با یک پارچهٔ کتان مالش می‌دهیم، سپس میله را به کلاهک الکتروسکوپ بارداری نزدیک می‌کنیم. اگر در اثر نزدیک‌شدن میله، ورقه‌های الکتروسکوپ به هم نزدیک شوند، علامت بار میلهٔ شیشه‌ای و بار اولیهٔ الکتروسکوپ به ترتیب از راست به چپ کدام است؟

انتهای مثبت سری
شیشه
کاغذ
پارچهٔ کتان
انتهای منفی سری

۱) مثبت، مثبت

۲) منفی، منفی

۳) مثبت، منفی

۴) منفی، مثبت

پاسخ: گزینهٔ ۳

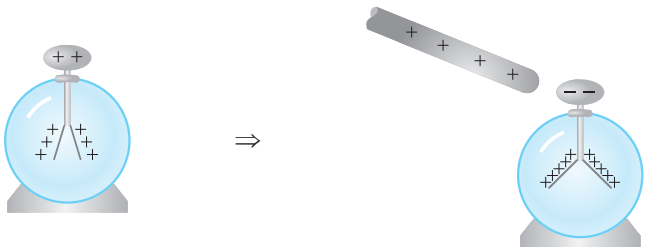
درس Box

وقتی دو جسم خنثی را به هم مالش می‌دهیم، دارای بار الکتریکی ناهمنام می‌شوند. به کمک جدول سری الکتریسیتهٔ مالشی (تریبوالکتریک) می‌توانیم نوع بار هر کدام را مشخص کنیم؛ به این صورت که الکترون‌ها از جسم نزدیک به انتهای مثبت سری به جسم نزدیک‌تر به انتهای منفی سری منتقل می‌شوند.

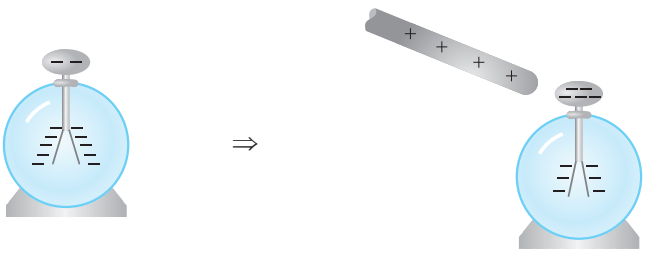
پاسخ خیلی تشریحی

گام اول: با مالش میلهٔ شیشه‌ای با پارچهٔ کتان، چون شیشه نسبت به پارچهٔ کتان، به انتهای مثبت سری نزدیک‌تر است، پس علامت بار میلهٔ شیشه‌ای مثبت می‌شود.

گام دوم: اگر فرض کنیم بار اولیهٔ الکتروسکوپ مثبت است، با نزدیک‌کردن میلهٔ با بار مثبت، بار مثبت بیشتری روی ورقه‌ها القا می‌شود و فاصلهٔ ورقه‌ها از هم بیشتر می‌شود که با فرض سؤال که ورقه‌ها به هم نزدیک می‌شوند، مطابقت ندارد.



پس حالت دیگر، یعنی منفی‌بودن بار الکتریکی الکتروسکوپ را بررسی می‌کنیم. با نزدیک‌کردن میلهٔ با بار مثبت به الکتروسکوپ با بار منفی، بار منفی ورقه‌ها به کلاهک می‌رود و در نتیجه اندازهٔ بار منفی ورقه‌ها کاهش یافته و به هم نزدیک می‌شوند.



سنجش کلاد
www.SanjeshCloud.ir
T.me/SanjeshCloud11

۴۲ دو بار الکتریکی نقطه‌ای $q_1 = 4\mu C$ و q_2 در فاصلهٔ $15\ cm$ از هم قرار دارند. اگر بزرگی نیروی الکتریکی ربایشی بین دو بار $9/6\ N$ باشد، بار q_2 چند میکروکولن است؟ $(k = 9\times10^9\ \frac{N.m^2}{C^2})$

۱) ۳ ۲) -3 ۳) ۶ ۴) -6

پاسخ: گزینهٔ ۴

Hint ابتدا با توجه به ربایشی‌بودن نیروی الکتریکی، علامت بار q_2 را تعیین کنید، سپس با جای‌گذاری داده‌ها در رابطهٔ قانون‌کولن، اندازهٔ بار q_2 را محاسبه کنید.

درس Box

- هرگاه دو بار الکتریکی نقطه‌ای q_1 و q_2 در فاصلهٔ r از یکدیگر قرار داشته باشند، بر یکدیگر نیروی الکتریکی وارد می‌کنند که اندازهٔ این نیرو طبق رابطهٔ کولن به صورت زیر محاسبه می‌شود:

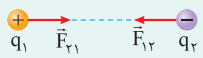
$$F = k\frac{|q_1||q_2|}{r_{12}^2}$$

(F: اندازهٔ نیرو (N)، k: ثابت کولن $(\frac{N.m^2}{C^2})$، $|q_1|, |q_2|$: اندازهٔ بارهای الکتریکی نقطه‌ای (C)، r_{12}: فاصلهٔ دو بار (m))

- اگر دو بار الکتریکی همنام باشند، نیروی الکتریکی بین آن‌ها رانش است.



- اگر دو بار الکتریکی ناهمنام باشند، نیروی الکتریکی بین آن‌ها ربایش است.



پاسخ خیلی تشریحی ✔ نیروی الکتریکی بین دو بار ربایشی است، پس بارها ناهمنام هستند؛ بنابراین چون $q_1 > 0$، پس $q_2 < 0$ است (رد گزینه‌های (۱) و (۳)).

به کمک رابطهٔ قانون‌کولن داریم:

$$F_{12} = k\frac{|q_1||q_2|}{r_{12}^2} \Rightarrow 9/6 = 9\times10^9 \times \frac{4\times10^{-6}\times|q_2|}{(0/15)^2} \Rightarrow |q_2| = \frac{9/6\times225\times10^{-4}}{9\times4\times10^3} = 60\times10^{-7} = 6\times10^{-6}\,C = 6\,\mu C$$

$$\xrightarrow{q_2<0} \quad q_2 = -6\,\mu C$$

سنجش کلاد
www.SanjeshCloud.ir
T.me/SanjeshCloud11

۴۳ در یک میدان الکتریکی یکنواخت به بزرگی $5\times10^{5}\ N/C$ که جهت آن قائم و رو به پایین است، ذرهٔ بارداری به جرم $2/4\ g$ معلق و به حالت سکون قرار دارد. این ذره باید چند الکترون بگیرد یا از دست بدهد تا بار الکتریکی آن خنثی شود؟ $(e=1/6\times10^{-19}\ C$ و $g=10\ m/s^2)$

۱) 3×10^{10} الکترون بگیرد.
۲) 3×10^{10} الکترون از دست بدهد.
۳) 3×10^{11} الکترون بگیرد.
۴) 3×10^{11} الکترون از دست بدهد.

پاسخ: گزینهٔ ۴

Hint ابتدا با توجه به این‌که ذره معلق و در حالت سکون است، نیروهای وارد بر ذره را رسم کرده و با توجه به جهت نیروی الکتریکی و جهت میدان الکتریکی، علامت بار الکتریکی را مشخص کنید، سپس با برابر قراردادن نیروهای وارد بر جسم در راستای قائم، اندازهٔ بار الکتریکی ذره را به دست آورید و در نهایت به کمک رابطهٔ $q=ne$، تعداد الکترونی که ذره باید برای خنثی‌شدن مبادله کند را محاسبه کنید.

درس Box

- بار الکتریکی همواره مضرب صحیحی از بار بنیادی (e) است:

$$q=\pm ne \qquad (e=1/6\times10^{-19}\ C)$$

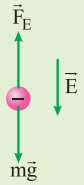
اگر جسم خنثی به اندازهٔ n تا الکترون بگیرد، علامت بار آن منفی می‌شود و اگر n تا الکترون از دست بدهد، علامت بار آن مثبت می‌شود.

- هرگاه ذره‌ای باردار در میدان الکتریکی یکنواخت قرار گیرد، نیرویی هم‌راستا با میدان الکتریکی از طرف میدان به ذره وارد می‌شود:

۱) اگر بار ذره مثبت باشد، طبق رابطهٔ $\vec{F}=\vec{E}q$، نیروی الکتریکی و میدان الکتریکی، هم‌جهت هستند.

۲) اگر بار ذره منفی باشد، طبق رابطهٔ $\vec{F}=\vec{E}q$، نیروی الکتریکی و میدان الکتریکی، خلاف جهت هم هستند.

پاسخ خیلی تشریحی **گام اول:** شکل زیر وضعیت تعادل ذرهٔ باردار را نشان می‌دهد. نیروی وزن رو به پایین است، بنابراین برای این‌که ذرهٔ باردار معلق و به حالت سکون باشد نیرویی که از طرف میدان الکتریکی به آن وارد می‌شود باید به سمت بالا باشد. از آن‌جا که میدان الکتریکی در جهت قائم و رو به پایین است، پس طبق رابطهٔ $\vec{F}=\vec{E}q$، بار ذره منفی است.



در نتیجه ذرهٔ باردار برای این‌که خنثی شود باید الکترون از دست بدهد. (رد گزینه‌های (۱) و (۳))

گام دوم: شرط تعادل ذرهٔ باردار را می‌نویسیم:

$$F_E=mg \Rightarrow E|q|=mg \Rightarrow |q|=\frac{mg}{E} \Rightarrow |q|=\frac{2/4\times10^{-3}\times\cancel{10}^{2}}{\cancel{5}\times10^{5}}=4/8\times10^{-8}\ C$$

گام سوم: تعداد الکترونی که ذرهٔ باردار باید از دست بدهد تا خنثی شود را از رابطهٔ $|q|=ne$ به دست می‌آوریم:

$$|q|=ne \Rightarrow n=\frac{|q|}{e}=\frac{4/8\times10^{-8}}{1/6\times10^{-19}}=3\times10^{11}$$

سنجش کلاد
www.SanjeshCloud.ir
T.me/SanjeshCloud11

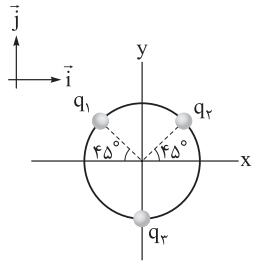
۴۴ در شکل زیر، سه بار الکتریکی نقطه‌ای $q_1 = q_2 = 20\sqrt{2}\ nC$ و $q_3 = -30\ nC$ روی محیط دایره‌ای به شعاع $3\ m$ قرار گرفته‌اند. اگر مرکز دایره منطبق بر مبدأ مختصات باشد، بردار میدان الکتریکی خالص در مرکز دایره برحسب یکای SI کدام است؟ $(k = 9\times10^9\ \frac{N.m^2}{C^2})$

۱) $-70\vec{j}$

۲) $70\vec{j}$

۳) $-10\vec{j}$

۴) $10\vec{j}$



پاسخ: گزینهٔ ۱

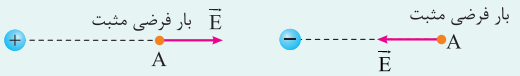
Hint ابتدا میدان الکتریکی حاصل از هر کدام از بارها را در مرکز دایره رسم کرده و جهت میدان الکتریکی خالص را به دست آورید، سپس با محاسبهٔ بزرگی میدان‌های الکتریکی، اندازهٔ میدان الکتریکی خالص را به دست آورید.

درس Box

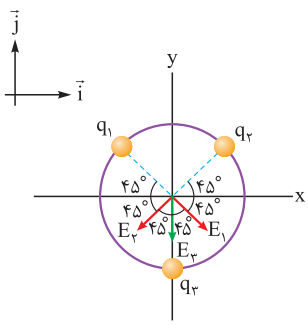
- میدان الکتریکی حاصل از هر بار الکتریکی نقطه‌ای q در فضای اطراف آن از رابطهٔ زیر محاسبه می‌شود:

$$E = \frac{k|q|}{r^2} \quad (\text{ثابت کولن } k = 9\times10^9\ \frac{N.m^2}{C^2})$$

- برای تعیین جهت میدان الکتریکی بار q در هر نقطه از فضا، کافی است بار کوچک مثبت (بار آزمون) را در آن نقطه فرض کنیم، در نتیجه جهت میدان الکتریکی، هم‌جهت با نیروی الکتریکی وارد بر بار آزمون از طرف بار q است.



پاسخ خیلی تشریحی ✔ **گام اول:** ابتدا میدان الکتریکی حاصل از هر کدام از بارها را در نقطهٔ O (مرکز دایره) رسم می‌کنیم:



با توجه به شکل، مشخص است که میدان الکتریکی خالص در خلاف جهت محور y است.

گام دوم: اندازهٔ میدان الکتریکی بارهای q_1، q_2 و q_3 را محاسبه می‌کنیم (دقت کنید که چون $q_1 = q_2$ و $r_1 = r_2$ است، پس $E_1 = E_2$ است).

$$E_1 = E_2 = \frac{k|q_1|}{r^2} = \frac{9\times10^9\times20\sqrt{2}\times10^{-9}}{(3)^2} = 20\sqrt{2}\ N/C$$

$$E_3 = \frac{k|q_3|}{r^2} = \frac{9\times10^9\times30\times10^{-9}}{(3)^2} = 30\ N/C$$

گام سوم: برایند میدان‌های الکتریکی عمود برهم $\vec{E}_1$ و $\vec{E}_2$ را محاسبه می‌کنیم:

$$E_{1,2} = \sqrt{E_1^2 + E_2^2} \xrightarrow{E_1=E_2} E_{1,2} = \sqrt{2}E_1 = 40\ N/C$$

$E_{1,2}$ با E_3 هم‌جهت است، در نتیجه داریم:

$$E_T = E_{1,2} + E_3 = 40 + 30 = 70\ N/C$$

$$\Rightarrow \vec{E}_T = (-70\ N/C)\vec{j}$$

سنجش کلاد
www.SanjeshCloud.ir
T.me/SanjeshCloud11

۴۵ در میدان الکتریکی یکنواختی به بزرگی $5\times10^{5}\ N/C$، ذره‌ای به جرم ۴ میلی‌گرم و بار الکتریکی $q=-3\ \mu C$ را در نقطهٔ **A** رها می‌کنیم. تندی ذره وقتی به نقطهٔ **B** می‌رسد، برابر با $750\ m/s$ است. فاصلهٔ دو نقطهٔ **A** و **B** چند سانتی‌متر است؟ (از وزن ذره و مقاومت هوا صرف‌نظر شود.)

۱) ۷۵ ۲) ۳۶ ۳) ۷/۵ ۴) ۳/۶

پاسخ: گزینهٔ ۱

درس Box کار انجام شده توسط میدان الکتریکی بر روی ذره‌ای با بار q که در میدان الکتریکی به اندازهٔ d جابه‌جا شده است، از رابطهٔ زیر به دست می‌آید:

کار نیروی الکتریکی (J)، اندازهٔ میدان الکتریکی (N/C)، زاویهٔ بین نیروی F_E و جابه‌جایی، اندازهٔ جابه‌جایی (m)، بار الکتریکی (C)

$$W_E=|q|\,E\,d\cos\theta$$

طبق قضیهٔ کار ـ انرژی جنبشی داریم:

$$W_E=\Delta K=K_2-K_1$$

پاسخ خیلی تشریحی ✔ **گام اول:** تغییر انرژی جنبشی ذره را از A تا B به دست می‌آوریم:

$$m=4\times10^{-3}\,g=4\times10^{-6}\,kg$$

$$\Delta K=K_B-K_A=\frac{1}{2}m(v_B^2-v_A^2)=\frac{1}{2}\times4\times10^{-6}(750^2-0)\Rightarrow \Delta K=1125\times10^{-3}\,J$$

گام دوم: تغییرات انرژی جنبشی، طبق قضیهٔ کار ـ انرژی جنبشی، برابر با اندازهٔ کار میدان است، پس:

$$\Delta K=W_E$$

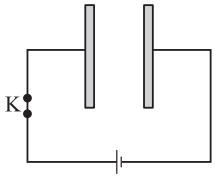
ذره بار منفی دارد، پس هرگاه رها شود، خلاف جهت میدان و هم جهت با جابه‌جایی حرکت می‌کند. $(\theta=0^\circ)$

$$W_E=|q|Ed\cos\theta\Rightarrow 1125\times10^{-3}=|3\times10^{-6}|\times5\times10^{5}\times d\times\cos0^\circ$$

$$\Rightarrow d=\frac{1125\times10^{-3}}{15\times10^{-1}}=0/75\ m=0/75\ m\times\frac{1\ cm}{10^{-2}\ m}=75\ cm$$

سنجش کلاد
www.SanjeshCloud.ir
T.me/SanjeshCloud11

۴۶ در مدار شکل زیر، ابتدا کلید K را قطع کرده و سپس صفحه‌های خازن را کمی از هم دور می‌کنیم. چه تعداد از موارد زیر درست است؟



الف) اختلاف پتانسیل الکتریکی دو سر خازن ثابت می‌ماند.

ب) ظرفیت خازن افزایش می‌یابد.

پ) بار الکتریکی ذخیره‌شده در خازن کاهش می‌یابد.

ت) انرژی الکتریکی ذخیره‌شده در خازن افزایش می‌یابد.

۱) ۱ ۲) ۲ ۳) ۳ ۴) ۴

پاسخ: گزینهٔ ۱

درس Box

- اگر خازن را از باتری جدا کنیم، بار الکتریکی ذخیره‌شده در خازن ثابت می‌ماند و تغییر نمی‌کند.
- آزمایش نشان می‌دهد که اگر خازنی را در مدار قرار دهیم، با تغییر اختلاف پتانسیل دو سر خازن (V)، بار الکتریکی ذخیره‌شده روی صفحات (Q) به همان نسبت تغییر می‌کند؛ به طوری که نسبت $\frac{Q}{V}$ همواره ثابت می‌ماند. به این نسبت، ظرفیت خازن می‌گویند و آن را با نماد C نشان می‌دهند.

$$C = \frac{Q}{V}$$

- ظرفیت خازن تخت فقط به ساختمان آن، یعنی به جنس عایق بین دو صفحه (κ)، فاصلهٔ صفحات خازن از هم (d) و مساحت بین دو صفحه (A) وابسته است و از رابطهٔ زیر به دست می‌آید:

$$C = \kappa \varepsilon_{\circ} \frac{A}{d}$$

- انرژی پتانسیل الکتریکی ذخیره‌شده در خازن از روابط زیر محاسبه می‌شود:

$$U = \frac{1}{2}CV^2 \quad , \quad U = \frac{1}{2}\frac{Q^2}{C} \quad , \quad U = \frac{1}{2}QV$$

پاسخ خیلی تشریحی

گام اول: با قطع کلید، خازن از مدار جدا می‌شود، پس بار الکتریکی صفحه‌های خازن ثابت می‌ماند. (نادرستی عبارت «پ»)

گام دوم: طبق رابطهٔ $C = \kappa\varepsilon_{\circ}\frac{A}{d}$، با دورکردن صفحه‌های خازن از هم (افزایش d) ظرفیت خازن کاهش می‌یابد. (نادرستی عبارت «ب»)

گام سوم: طبق رابطهٔ $C = \frac{Q}{V}$ داریم:

$$\underset{\text{کاهش}}{\downarrow C} = \frac{\overset{\text{ثابت}}{\uparrow Q}}{V} \Rightarrow V \text{ افزایش}$$

(نادرستی عبارت «الف»)

گام چهارم: طبق رابطهٔ $U = \frac{1}{2}\frac{Q^2}{C}$ و با توجه به ثابت‌بودن Q و کاهش ظرفیت خازن، انرژی ذخیره‌شده در خازن افزایش می‌یابد. (درستی عبارت «ت»)

سنجش کلاد
www.SanjeshCloud.ir
T.me/SanjeshCloud11

۴۷ در مدار فلاش یک دوربین عکاسی، خازنی با ظرفیت ۵ mF وجود دارد که با ولتاژ ۳۰۰ V شارژ شده است. اگر فلاش دوربین عکاسی روشن شود، تخلیهٔ انرژی خازن با توان ۲۰۰۰ W انجام می‌شود. مدت‌زمان تخلیهٔ انرژی خازن چند میلی‌ثانیه است؟

۱) ۱۱/۲۵ ۲) ۱۲/۷۵

۳) ۱۱۲/۵ ۴) ۱۲۷/۵

پاسخ: گزینهٔ ۳

Hint

ابتدا به کمک رابطهٔ $U=\frac{1}{2}CV^2$، انرژی ذخیره‌شده در خازن را به دست آورید و سپس از رابطهٔ $P_{av}=\frac{U}{t}$، مدت‌زمان تخلیهٔ انرژی خازن را حساب کنید.

درس Box

آهنگ متوسط تخلیهٔ انرژی (توان متوسط) از رابطهٔ زیر به دست می‌آید:

$$P_{av}=\frac{U}{t}$$

(P_{av}: توان متوسط (W)، U: انرژی ذخیره‌شده در خازن (J)، t: مدت‌زمان تخلیه (s))

پاسخ خیلی تشریحی ✔

گام اول: انرژی پتانسیل الکتریکی ذخیره‌شده در خازن را به دست می‌آوریم:

$$U=\frac{1}{2}CV^2=\frac{1}{2}\times 5\times 10^{-3}\times (300)^2=225\ J$$

گام دوم: به کمک رابطهٔ $P_{av}=\frac{U}{t}$، مدت‌زمان تخلیهٔ انرژی خازن را محاسبه می‌کنیم:

$$P_{av}=\frac{U}{t}\Rightarrow t=\frac{U}{P_{av}}=\frac{225}{2000}=0/1125\ s=0/1125\ s\times\frac{1\ ms}{10^{-3}\ s}\Rightarrow t=112/5\ ms$$

سنجش کلاد
www.SanjeshCloud.ir
T.me/SanjeshCloud11

۴۸ کدام مورد نادرست است؟

۱) اندازهٔ سرعت سوق در یک رسانای فلزی، بسیار کم‌تر از تندی کاتوره‌ای الکترون‌های درون رسانا است.

۲) با افزایش شدت نور تابیده‌شده بر یک LDR، مقاومت الکتریکی آن کاهش می‌یابد.

۳) با افزایش دمای یک نیم‌رسانا، مقاومت الکتریکی آن کاهش می‌یابد.

۴) ترمیستور نوعی دیود است که اغلب به عنوان حسگر دما، در مدارهای حساس به دما، استفاده می‌شود.

مشاوره این سؤال عیناً از متن کتاب درسی آورده شده است، جملات کتاب درسی را خط‌به‌خط بخوانید.

پاسخ: گزینهٔ ۴

پاسخ خیلی تشریحی ✔

بررسی گزینه‌ها:

گزینهٔ (۱): حرکت کاتوره‌ای الکترون‌های آزاد با تندی خیلی زیاد در حدود $10^{6}\ m/s$ است در حالی که اندازهٔ سرعت سوق الکترون‌ها با تندی خیلی کم در حدود $10^{-5}\ m/s$ تا $10^{-4}\ m/s$ است. ✓

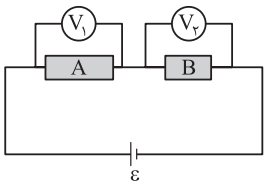
گزینهٔ (۲): LDRها نیم‌رسانا هستند به همین دلیل وقتی شدت نور تابیده‌شده به آن‌ها را افزایش می‌دهیم، تعداد حاملان بار الکتریکی به طور قابل ملاحظه‌ای افزایش می‌یابد که باعث کاهش مقاومت می‌شود. ✓

گزینهٔ (۳): رفتار مواد نیم‌رسانا در برابر افزایش دما دقیقاً برعکس رساناهاست، یعنی با افزایش دما به دلیل افزایش قابل ملاحظهٔ تعداد حاملان بار، مقاومت الکتریکی کاهش می‌یابد. ✓

گزینهٔ (۴): ترمیستور **مقاومتی** است که به عنوان مقاومت حساس به دما در مدارهای حساس به دما، مثل دماپا استفاده می‌شود. ✗

سنجش کلاد
www.SanjeshCloud.ir
T.me/SanjeshCloud11

۴۹ در مدار شکل زیر، دو استوانهٔ رسانای توپر و هم‌جنس **A** و **B** به صورت متوالی به یک باتری متصل شده‌اند. طول استوانهٔ **A** دو برابر طول استوانهٔ **B** است. اگر مقداری که ولت‌سنج آرمانی (۱) نشان می‌دهد، چهار برابر مقداری باشد که ولت‌سنج آرمانی (۲) نشان می‌دهد، شعاع مقطع استوانهٔ **A** چند برابر شعاع مقطع استوانهٔ **B** است؟

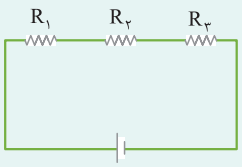


۱) $\frac{۱}{۲}$
۲) ۲
۳) $\frac{\sqrt{۲}}{۲}$
۴) $\sqrt{۲}$

پاسخ: گزینهٔ ۳

درس Box

وقتی مقاومت‌ها به صورت متوالی به هم بسته می‌شوند؛ یعنی فقط یک سر مقاومت‌ها به هم متصل شده باشند و از محل اتصال آن‌ها هیچ انشعابی نداشته باشیم؛ در این صورت جریان عبوری از مقاومت‌های متوالی یکسان است:



$$I_۱ = I_۲ = I_۳$$
$$R_{eq} = R_۱ + R_۲ + R_۳$$

تعریف مقاومت الکتریکی: به نسبت اختلاف پتانسیل دو سر رسانا به جریان الکتریکی عبوری از آن مقاومت الکتریکی می‌گویند:

$$R = \frac{V}{I}$$

V: اختلاف پتانسیل (V)، R: مقاومت الکتریکی (Ω)، I: جریان الکتریکی (A)

مقاومت الکتریکی یک رسانای اهمی به ساختمان فیزیکی آن وابسته است و در دمای ثابت از رابطهٔ زیر محاسبه می‌شود:

$$R = \rho \frac{L}{A}$$

R: مقاومت (Ω)، ρ: مقاومت ویژهٔ رسانا (Ω.m)، L: طول رسانا (m)، A: سطح مقطع ($m^۲$)

پاسخ خیلی تشریحی ✔

گام اول: مقاومت‌ها به صورت متوالی در مدار بسته شده‌اند، و جریان عبوری از آن‌ها برابر است؛ پس:

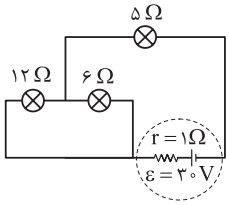
$$I_A = I_B \Rightarrow \frac{V_۱}{R_A} = \frac{V_۲}{R_B} \xrightarrow{V_۱ = ۴V_۲} \frac{۴V_۲}{R_A} = \frac{V_۲}{R_B} \Rightarrow ۴R_B = R_A \Rightarrow \frac{R_B}{R_A} = \frac{۱}{۴}$$

گام دوم: به کمک رابطهٔ نسبتی $R = \rho \frac{L}{A}$ داریم:

$$\frac{R_B}{R_A} = \frac{\rho_B}{\rho_A} \times \frac{L_B}{L_A} \times \frac{A_A}{A_B} \xrightarrow[L_A = ۲L_B]{\rho_A = \rho_B} \frac{۱}{۴} = ۱ \times \frac{۱}{۲} \times \left(\frac{r_A}{r_B}\right)^۲ \Rightarrow \left(\frac{r_A}{r_B}\right)^۲ = \frac{۱}{۲} \Rightarrow \frac{r_A}{r_B} = \frac{\sqrt{۲}}{۲}$$

سنجش کلاد
www.SanjeshCloud.ir
T.me/SanjeshCloud11

۵۰ در مدار شکل مقابل، توان مصرفی لامپ ۶اهمی، چند وات است؟



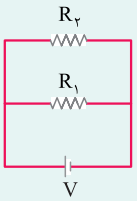
۱) ۶
۲) ۱۲
۳) ۱۸
۴) ۲۴

پاسخ: گزینهٔ ۴

Hint هر لامپ را به عنوان یک مقاومت در نظر می‌گیریم. بر این اساس ابتدا مقاومت معادل و به کمک آن جریان کل مدار را محاسبه کرده و سپس جریان در شاخهٔ مقاومت ۶ Ω را به دست آورید و در نهایت از رابطهٔ $P = RI^2$ توان مصرفی مقاومت ۶ Ω را حساب کنید.

درس Box

- **به هم بستن موازی مقاومت‌ها:** اگر دو سر مقاومت‌ها به وسیلهٔ سیم رابط (با مقاومت ناچیز) به یکدیگر متصل شوند، مقاومت‌ها به صورت موازی به هم بسته شده‌اند، در این صورت مقاومت معادل آن‌ها از رابطهٔ زیر محاسبه می‌شود:



$$\frac{1}{R_{eq}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \dots$$

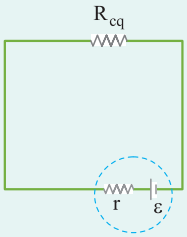
نکته اگر دو مقاومت، به صورت موازی به هم متصل شده باشند، می‌توانیم مقاومت معادل آن‌ها را به صورت زیر محاسبه کنیم:

$$R_{eq} = \frac{R_1 \times R_2}{R_1 + R_2}$$

- در مقاومت‌های موازی، چون پتانسیل دو سر مقاومت‌ها برابر است، داریم:

$$V_1 = V_2 = \dots \Rightarrow R_1 I_1 = R_2 I_2 = \dots \Rightarrow \frac{R_1}{R_2} = \frac{I_2}{I_1}$$

- در مدار تک‌حلقه جریان الکتریکی از رابطهٔ زیر محاسبه می‌شود:



نیروی محرکهٔ الکتریکی (V) — جریان الکتریکی (A)

$$I = \frac{\varepsilon}{R_{eq} + r}$$

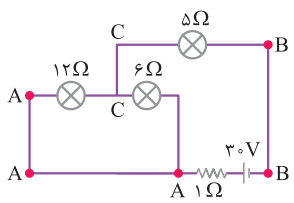
مقاومت معادل خارجی (Ω) — مقاومت درونی (Ω)

- برای محاسبهٔ توان مصرفی در یک مصرف‌کنندهٔ الکتریکی به مقاومت R داریم:

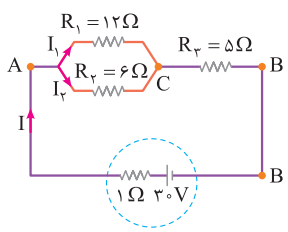
$$P = RI^2 = \frac{V^2}{R} = VI$$

پاسخ خیلی تشریحی ✔

گام اول: ابتدا مدار را به کمک تکنیک نام‌گذاری نقاط هم‌پتانسیل به صورت ساده‌تر رسم می‌کنیم:



$\Rightarrow$



گام دوم: مقاومت معادل را به دست می‌آوریم:

$$R_{eq} = \frac{R_1 \times R_2}{R_1 + R_2} + R_3 = \frac{12 \times 6}{12 + 6} + 5 = 4 + 5 = 9\ \Omega$$

گام سوم: جریان عبوری از مولد را محاسبه می‌کنیم:

$$I = \frac{\varepsilon}{R_{eq} + r} = \frac{30}{9 + 1} = 3\ A$$

سنجش کلاد
www.SanjeshCloud.ir
T.me/SanjeshCloud11

گام چهارم: جریان در شاخه‌های موازی به نسبت عکس مقاومت‌ها تقسیم می‌شود:

$$\frac{R_1}{R_2}=\frac{I_2}{I_1} \Rightarrow \frac{۱۲}{۶}=\frac{I_2}{I_1} \Rightarrow ۲I_1=I_2$$

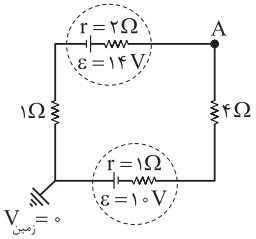
$$I_1+I_2=۳ \Rightarrow \frac{I_2}{۲}+I_2=۳ \Rightarrow I_2=۲\,A$$

گام پنجم: توان مصرفی در مقاومت $R_2=۶\,\Omega$ را به دست می‌آوریم:

$$P_{۶\,\Omega}=R_2I_2^2=۶\times ۲^2=۲۴\,W$$

سنجش کلاد
www.SanjeshCloud.ir
T.me/SanjeshCloud11

۵۱ در مدار شکل مقابل، پتانسیل الکتریکی نقطهٔ A چند ولت است؟



۱) ۵

۲) −۵

۳) ۹

۴) −۹

پاسخ: گزینهٔ ۱

Hint ابتدا جریان الکتریکی را در مدار تک‌حلقه حساب کنید و سپس با حرکت از نقطهٔ A به نقطهٔ متصل به زمین، V_A را حساب کنید.

درس Box برای محاسبهٔ جریان الکتریکی در مدارهای تک‌حلقه‌ای که از چند باتری استفاده می‌شود، داریم:

$$I = \frac{\sum \varepsilon}{\sum R + \sum r}$$

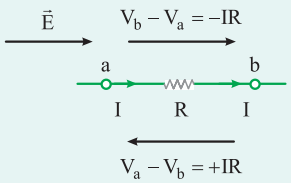
$\sum \varepsilon$: مجموع جبری نیروهای محرکه (V)

$\sum R$: مجموع مقاومت‌های خارجی (Ω)

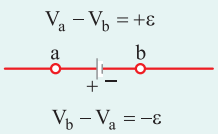
$\sum r$: مجموع مقاومت‌های درونی (Ω)

برای نوشتن تغییر پتانسیل، دو نکتهٔ زیر به کار می‌روند:

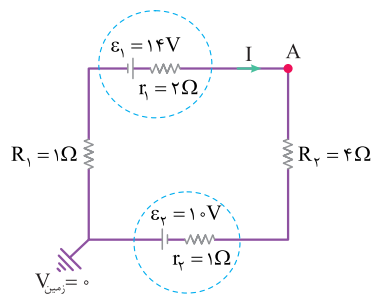
۱) هرگاه در مدار و در جهت جریان از مقاومت R یا r بگذریم، پتانسیل به اندازهٔ IR یا Ir کاهش می‌یابد (افت پتانسیل رخ می‌دهد) و اگر درخلاف جهت جریان از آن‌ها بگذریم، پتانسیل به همان اندازه افزایش می‌یابد.



۲) بدون توجه به جهت جریان، هرگاه درون باتری از پایانهٔ منفی به پایانهٔ مثبت برویم، پتانسیل به اندازهٔ ε افزایش می‌یابد (زیرا درخلاف جهت $\vec{E}$ رفته‌ایم) و اگر برعکس از پایانهٔ مثبت به منفی برویم، پتانسیل به اندازهٔ ε کاهش می‌یابد (زیرا در جهت $\vec{E}$ رفته‌ایم).



پاسخ خیلی تشریحی **گام اول:** جریان عبوری از مدار را محاسبه می‌کنیم:



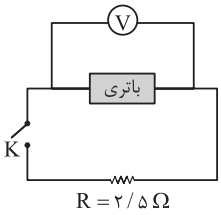
$$I = \frac{\varepsilon_1 + \varepsilon_2}{R_1 + R_2 + r_1 + r_2} = \frac{۱۴ + ۱۰}{۱ + ۴ + ۲ + ۱} = \frac{۲۴}{۸} \Rightarrow I = ۳\ A$$

گام دوم: از نقطهٔ A و در جهت جریان به سمت نقطهٔ متصل به زمین حرکت می‌کنیم:

$$V_A - IR_2 - Ir_2 + \varepsilon_2 = V_{\text{زمین}} = ۰ \Rightarrow V_A = (۳ \times ۴) + (۳ \times ۱) - ۱۰ \Rightarrow V_A = ۱۲ + ۳ - ۱۰ = ۵\ V$$

سنجش کلاد
www.SanjeshCloud.ir
T.me/SanjeshCloud11

۵۲ در مدار شکل زیر، اگر کلید **K** باز باشد، ولت‌سنج آرمانی عدد ۷ V را نشان می‌دهد و اگر کلید **K** را ببندیم، ولت‌سنج عدد ۵ V را نشان می‌دهد. مقاومت درونی باتری چند اهم است؟



۱) ۰/۵

۲) ۰/۷۵

۳) ۱

۴) ۱/۵

پاسخ: گزینهٔ ۳

Hint ولت‌سنج در حالت کلید باز، مقدار ε و در حالت کلید بسته، اختلاف پتانسیل دو سر باتری و اختلاف پتانسیل دو سر مقاومت را نشان می‌دهد.

درس Box

- اختلاف پتانسیل دو سر یک مولد در مدار از رابطهٔ زیر به دست می‌آید:

نیروی محرکهٔ مولد (V) ↑

$V = \varepsilon - r\,I$ → جریان (A)

↓ اختلاف پتانسیل (V) ↘ مقاومت درونی (Ω)

- ولت‌سنج آرمانی، مقاومت بی‌نهایت دارد، پس در هر شاخه‌ای قرار بگیرد، جریانی از آن شاخه نمی‌گذرد.

پاسخ خیلی تشریحی ✔

گام اول: در حالتی که کلید باز است، جریانی از مدار عبور نمی‌کند و ولت‌سنج، مقدار نیروی محرکهٔ باتری را نشان می‌دهد:

$V = \varepsilon = ۷\ V$

گام دوم: در حالتی که کلید بسته است ولت‌سنج، اختلاف پتانسیل دو سر باتری را طبق رابطهٔ $V = \varepsilon - rI$ و اختلاف پتانسیل دو سر مقاومت را طبق رابطهٔ $V = RI$ نشان می‌دهد، پس:

$$V = RI \Rightarrow ۵ = ۲/۵ \times I \Rightarrow I = ۲\ A$$

با داشتن جریان الکتریکی به راحتی مقاومت درونی باتری را به دست می‌آوریم:

$$V = \varepsilon - rI \Rightarrow ۵ = ۷ - r(۲) \Rightarrow r = \frac{۷-۵}{۲} = ۱\ \Omega$$

سنجش کلاد
www.SanjeshCloud.ir
T.me/SanjeshCloud11

۵۳ دو سر یک بخاری برقی را به اختلاف پتانسیل الکتریکی ۲۲۰ V وصل می‌کنیم و جریان الکتریکی ۲۰ A از آن می‌گذرد. اگر این بخاری برقی به مدت ۴ ساعت در روز کار کند و قیمت برق مصرفی به ازای هر کیلووات ساعت ۵۰ تومان باشد، هزینهٔ یک ماه (۳۰ روز) مصرف این بخاری چند تومان می‌شود؟

۱) ۲۸۲۰۰ ۲) ۲۶۴۰۰

۳) ۲۸۲۰ ۴) ۲۶۴۰

مشاوره این سؤال مشابه تمرین کتاب درسی است، تمرین‌ها و مثال‌های حل‌شدهٔ کتاب را دست کم نگیرید.

پاسخ: گزینهٔ ۲

Hint ابتدا با استفاده از رابطهٔ $P = VI$ توان مصرفی بخاری را به دست آورید. سپس با جای‌گذاری توان به‌دست‌آمده در رابطهٔ $U = Pt$، انرژی مصرف‌شده در یک ماه را محاسبه کنید و در نهایت هزینهٔ برق مصرفی در یک ماه را حساب کنید.

پاسخ خیلی تشریحی ✔ **گام اول:** توان مصرفی بخاری را به دست می‌آوریم:

$$P = VI = ۲۲۰ \times ۲۰ = ۴۴۰۰\ W = ۴/۴\ kW$$

گام دوم: انرژی مصرف‌شده توسط بخاری را در مدت یک ماه (۳۰ روز و هر روز ۴ ساعت) حساب می‌کنیم:

$$U = Pt = ۴/۴\ kW \times (۳۰ \times ۴h) = ۵۲۸\ kWh$$

گام سوم: بهای برق مصرفی به ازای هر کیلووات ساعت ۵۰ تومان است، پس:

هزینهٔ یک ماه مصرف بخاری $= ۵۲۸ \times ۵۰ = ۲۶۴۰۰$ تومان

سنجش کلاد
www.SanjeshCloud.ir
T.me/SanjeshCloud11

۵۴ در جدول زیر، موارد **A**، **B** و **C** به ترتیب از راست به چپ، با کدام عبارت‌ها به درستی تکمیل می‌شوند؟

توضیح	عبارت مرتبط
جهت میدان مغناطیسی در خارج آهنربای میله‌ای	**A**
این مواد در میدان مغناطیسی خارجی قوی، خاصیت مغناطیسی ضعیف و موقت پیدا می‌کنند.	**B**
اتم‌های این مواد به طور ذاتی فاقد خاصیت مغناطیسی‌اند.	**C**

۱) از N به S، مواد پارامغناطیس، سرب
۲) از N به S، سدیم، آلومینیم
۳) از S به N، مواد فرومغناطیس نرم، مواد دیامغناطیس
۴) از S به N، آهن، پلاتین

پاسخ: گزینهٔ ۱

درس Box

۱) خطوط میدان مغناطیسی در اطراف آهنربا از قطب N خارج می‌شود و به قطب S وارد می‌شود. جهت خطوط میدان مغناطیسی در داخل آهنربا از قطب S به قطب N است.

۲) مواد از نظر مغناطیسی به صورت زیر طبقه‌بندی می‌شوند:

الف) **پارامغناطیس**:

- این مواد ذاتاً خاصیت مغناطیسی دارند.
- اگر در میدان مغناطیسی قوی قرار گیرند، خاصیت مغناطیسی موقت و ضعیفی پیدا می‌کند.
- **مثال**: اورانیوم، پلاتین، آلومینیم، سدیم، اکسیژن و اکسید نیتروژن

ب) **دیامغناطیس**:

- به طور ذاتی خاصیت مغناطیسی ندارند.
- اگر در میدان مغناطیسی خارجی قرار گیرند، برخلاف مواد پارامغناطیسی و فرومغناطیسی، دوقطبی‌های مغناطیسی در خلاف جهت میدان مغناطیسی القا می‌شوند.
- **مثال**: مس، نقره، سرب و بیسموت

پ) **فرومغناطیس**:

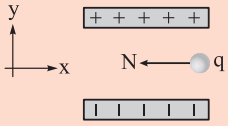
- اتم‌های این مواد ذاتاً خاصیت مغناطیسی دارند.
- دارای حوزهٔ مغناطیسی است.
- جهت‌گیری حوزه‌های مختلف، متفاوت است اما حوزه‌های مغناطیسی همسو با میدان خارجی، رشد می‌کنند و ماده خاصیت مغناطیسی پیدا می‌کند.
- **مثال**: فرومغناطیس نرم (آهن، کبالت، نیکل خالص) و فرومغناطیس سخت (فولاد و آلیاژهای آهن، نیکل و کبالت)

پاسخ خیلی تشریحی

- جهت میدان مغناطیسی در خارج از آهنربا از قطب N به قطب S است. (رد گزینه‌های (۳) و (۴))
- مواد پارامغناطیسی مثل سدیم، در حضور میدان مغناطیسی قوی، خاصیت مغناطیسی ضعیف و موقت پیدا می‌کنند.
- مواد دیامغناطیس مثل مس، نقره، سرب و بیسموت به طور ذاتی خاصیت مغناطیسی ندارند.

سنجش کلاد
www.SanjeshCloud.ir
T.me/SanjeshCloud11

۵۵ ذره‌ای با بار الکتریکی منفی و جرم ناچیز با تندی $3\times10^{4}\ m/s$ در امتداد محور x، وارد فضایی می‌شود که میدان‌های الکتریکی و مغناطیسی یکنواخت وجود دارد. اگر اندازهٔ میدان الکتریکی $90\ N/C$ باشد، برای این‌که ذره در همان امتداد محور x به حرکتش ادامه دهد، کم‌ترین مقدار میدان مغناطیسی چند گاوس و این میدان در چه جهتی است؟ (نیروی مقاومت هوا ناچیز است.)



۱) ۲۷، ⊗
۲) ۳۰، ⊗
۳) ۲۷، ⊙
۴) ۳۰، ⊙

پاسخ: گزینهٔ ۴

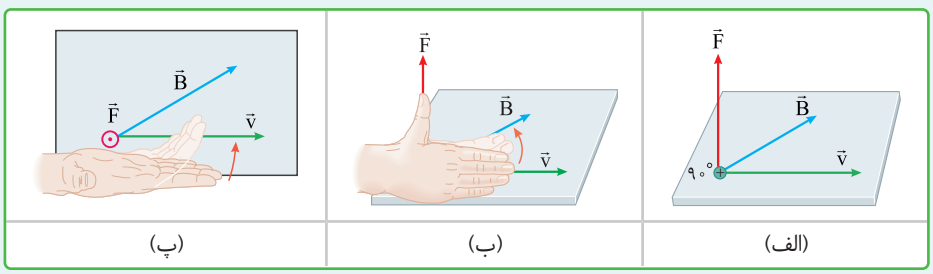
درس Box

۱) نیروی مغناطیسی وارد بر ذرهٔ باردار متحرک در میدان مغناطیسی از رابطهٔ زیر محاسبه می‌شود:

$F_B = |q|\,v\,B\sin\theta$

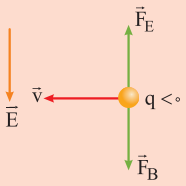
(F_B: اندازه نیرو (N)، $|q|$: بزرگی بار (C)، v: تندی (m/s)، B: میدان مغناطیسی (T)، θ: زاویهٔ بین سرعت و میدان مغناطیسی)

۲) تعیین جهت نیروی مغناطیسی وارد بر ذرهٔ باردار مثبت با استفاده از قاعدهٔ دست راست: اگر چهار انگشت دست راست را در جهت $\vec{v}$ قرار دهیم، به گونه‌ای که جهت خم‌شدن چهار انگشت در جهت $\vec{B}$ باشد، انگشت شست، جهت نیروی مغناطیسی را نشان می‌دهد.



پاسخ خیلی تشریحی ✔

گام اول: چون $q<0$ است، $\vec{F}_E$ و $\vec{E}$ خلاف جهت هم هستند، یعنی $\vec{F}_E$ رو به بالا است، برای این‌که ذره در همان امتداد محور x به حرکتش ادامه دهد باید نیروی خالص وارد بر ذره صفر باشد، یعنی نیروی مغناطیسی وارد بر ذره باید به سمت پایین باشد:



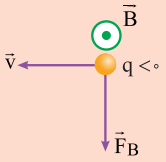
گام دوم: نیروی خالص وارد بر ذره برابر با صفر است، پس:

$$\vec{F}_E+\vec{F}_B=0 \Rightarrow F_E-F_B=0 \Rightarrow F_E=F_B \Rightarrow Eq=q\,v\,B\sin\theta \Rightarrow B=\frac{E}{v\sin\theta}$$

کم‌ترین مقدار میدان مغناطیسی در حالتی به دست می‌آید که $\sin\theta$ در مخرج کسر بیشترین مقدار، یعنی مقدار یک را داشته باشد، در نتیجه:

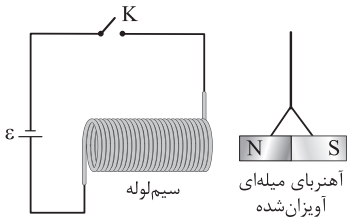
$$B=\frac{E}{v}=\frac{90}{3\times10^{4}}=3\times10^{-3}\ T=3\times10^{-3}\ T\times\frac{10^{4}\,G}{1\,T}=30\ G$$

گام سوم: جهت میدان مغناطیسی با توجه به قاعدهٔ دست راست و نیز با توجه به منفی‌بودن بار، برون‌سو است.



سنجش کلاد
www.SanjeshCloud.ir
T.me/SanjeshCloud11

۵۶ سیم‌لولهٔ شکل زیر به طول ۳ cm دارای ۵۰ حلقه است. اگر کلید K را ببندیم و جریان ۴A در مدار جاری شود، اندازهٔ میدان مغناطیسی درون سیم‌لوله چند گاوس خواهد بود و نوع نیروی مغناطیسی بین سیم‌لوله و آهنربای میله‌ای آویزان‌شده چگونه است؟ ($\mu_0 = 12\times10^{-7}\ \frac{T.m}{A}$)



۱) ۶۰، دافعه

۲) ۸۰، دافعه

۳) ۶۰، جاذبه

۴) ۸۰، جاذبه

پاسخ: گزینهٔ ۲

Hint

ابتدا به کمک رابطهٔ $B = \frac{\mu_0 NI}{\ell}$، میدان مغناطیسی درون سیم‌لوله را حساب کنید. سپس به کمک قاعدهٔ دست راست جهت میدان مغناطیسی سیم‌لوله را پیدا کرده و در نهایت نیروی بین قطب‌های کنار هم آهنربای میله‌ای و سیم‌لوله را بررسی کنید.

درس Box

اندازهٔ میدان مغناطیسی یکنواخت در درون سیم‌لوله و دور از لبه‌ها از رابطهٔ زیر به دست می‌آید:

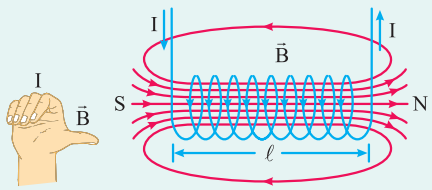
ضریب تراوایی مغناطیسی خلأ $(\frac{T.m}{A})$ — تعداد دورهای سیملوله

$$B = \frac{\mu_0 NI}{\ell}$$

میدان مغناطیسی (T) ← — → جریان الکتریکی (A)

↓ طول سیملوله (m)

تعیین جهت میدان مغناطیسی در داخل سیم‌لوله: به کمک قاعدهٔ دست راست، جهت میدان مغناطیسی مشخص می‌شود. به این صورت که اگر جهت چرخش چهار انگشت دست راست را در جهت جریان قرار دهیم، انگشت شست جهت میدان درون سیم‌لوله را نشان می‌دهد.

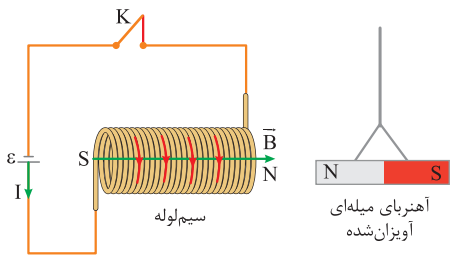


پاسخ خیلی تشریحی

گام اول: با کمک رابطهٔ $B = \frac{\mu_0 NI}{\ell}$، اندازهٔ میدان مغناطیسی را محاسبه می‌کنیم:

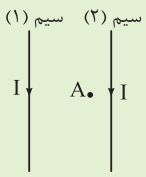
$$B = \frac{\mu_0 NI}{\ell} = \frac{12\times10^{-7}\times50\times4}{3\times10^{-2}} = 8\times10^{-3}\ T \times \frac{10^4\ G}{1\ T} = 80\ G$$

گام دوم: اگر طبق قاعدهٔ دست راست، جهت چرخش چهار انگشت را در جهت جریان قرار دهیم، شست دست جهت میدان مغناطیسی درون سیملوله را نشان می‌دهد که به سمت راست است؛ یعنی جهت قطب N سیملوله نزدیک قطب N آهنربای میله‌ای قرار می‌گیرد و یکدیگر را دفع می‌کنند.



سنجش کلاد
www.SanjeshCloud.ir
T.me/SanjeshCloud11

۵۷ در شکل زیر، دو سیم حامل جریان‌های مساوی، موازی یکدیگر قرار دارند. نوع نیروی مغناطیسی بین دو سیم و جهت میدان مغناطیسی خالص در نقطهٔ A، به ترتیب کدام است؟

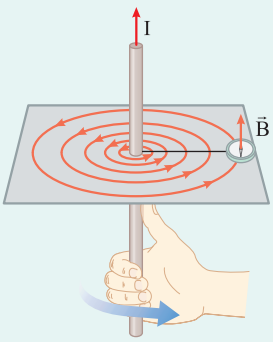


۱) جاذبه، برون‌سو
۲) دافعه، برون‌سو
۳) جاذبه، درون‌سو
۴) دافعه، درون‌سو

پاسخ: گزینهٔ ۳

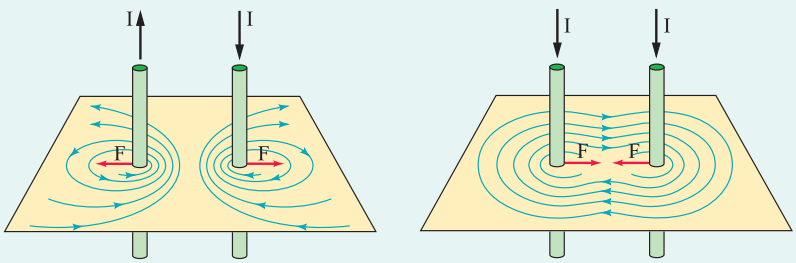
درس Box

۱) یک سیم حامل جریان الکتریکی در اطراف خود میدان مغناطیسی‌ای ایجاد می‌کند که جهت این میدان به کمک قاعدهٔ دست راست مشخص می‌شود. به این صورت که اگر انگشت شست را در جهت جریان قرار دهیم، جهت خم‌شدن انگشتان دست راست، جهت میدان مغناطیسی اطراف سیم را نشان می‌دهد.



۲) میدان مغناطیسی اطراف سیم راست با فاصله از آن رابطهٔ عکس و با اندازهٔ جریان رابطهٔ مستقیم دارد.

۳) دو یا چند سیم حامل جریان به واسطهٔ میدان مغناطیسی‌ای که اطراف خود ایجاد می‌کنند به هم نیرو وارد می‌کنند؛ به طوری که اگر جریان‌ها در یک جهت از دو سیم موازی بگذرد، نیروی بین آن‌ها ربایشی (جاذبه) است و اگر جریان‌ها در دو جهت مخالف از دو سیم موازی بگذرد، نیروی بین آن‌ها رانشی (دافعه) است.



پاسخ خیلی تشریحی ✔

گام اول: با توجه به این‌که جهت جریان دو سیم هم‌جهت است، نیروی بین آن‌ها جاذبه است.

گام دوم: با توجه به این‌که جریان‌های مساوی از دو سیم می‌گذرد، چون نقطهٔ A به سیم (۲) نزدیک‌تر است، میدان مغناطیسی خالص در نقطهٔ A هم‌جهت با میدان مغناطیسی ناشی از سیم (۲) است؛ پس فقط کافی است جهت میدان مغناطیسی سیم (۲) را در نقطهٔ A مشخص کنیم؛ طبق قاعدهٔ دست راست این میدان درون‌سو است.

سنجش کلاد
www.SanjeshCloud.ir
T.me/SanjeshCloud11

۵۸ سطح حلقهٔ رسانایی، به شکل مربع با ضلع ۲۰ cm، عمود بر میدان مغناطیسی یکنواختی به بزرگی ۰/۰۵ T قرار دارد. اگر در مدت ۰/۰۲ s، حلقه را طوری بچرخانیم که سطح آن موازی با خط‌های میدان مغناطیسی شود، اندازهٔ نیروی محرکهٔ القایی متوسط ایجادشده در حلقه در این مدت چند ولت است؟

۱) ۲
۲) ۱
۳) ۰/۲
۴) ۰/۱

مشاوره در این مدل تست‌ها که تغییر زاویه باعث تغییر شار مغناطیسی شده، حواستون باشه زاویهٔ مورد نظر زاویهٔ بین نیم‌خط عمود بر صفحه و میدان مغناطیسی است.

پاسخ: گزینهٔ ۴

Hint اندازهٔ نیروی محرکهٔ القایی متوسط ایجادشده در حلقه را از رابطهٔ $|\varepsilon_{av}| = |NAB(\frac{\cos\theta_2 - \cos\theta_1}{\Delta t})|$ محاسبه کنید.

درس Box طبق قانون القای الکترومغناطیسی فاراده، با تغییر شار مغناطیسی عبوری از حلقه، نیروی محرکه‌ای در حلقه القا می‌شود. اندازهٔ نیروی محرکهٔ القایی از رابطهٔ زیر محاسبه می‌شود:

$$|\varepsilon_{av}| = |N\frac{\Delta\Phi}{\Delta t}| \Rightarrow \begin{cases} |\varepsilon_{av}| = |NAB(\frac{\cos\theta_2 - \cos\theta_1}{\Delta t})| & \text{اگر تغییر شار ناشی از تغییر زاویه باشد:} \\ |\varepsilon_{av}| = |NA\cos\theta(\frac{\Delta B}{\Delta t})| & \text{اگر تغییر شار ناشی از تغییر میدان باشد:} \\ |\varepsilon_{av}| = |NB\cos\theta(\frac{\Delta A}{\Delta t})| & \text{اگر تغییر شار ناشی از تغییر مساحت باشد:} \end{cases}$$

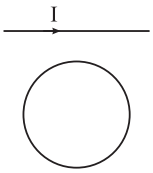
پاسخ خیلی تشریحی تغییر زاویهٔ بین نیم‌خط عمود بر صفحه و میدان مغناطیسی باعث تغییر شار مغناطیسی و ایجاد نیروی محرکهٔ القایی متوسط شده است. در حالت اول که سطح حلقه عمود بر میدان مغناطیسی قرار دارد، زاویهٔ بین نیم‌خط عمود بر صفحه و میدان صفر درجه است و در حالت دوم که سطح حلقه موازی با میدان مغناطیسی است این زاویه 90° است، پس:

$$\varepsilon_{av} = |NAB\frac{(\cos\theta_2 - \cos\theta_1)}{\Delta t}| = |1\times(20\times20\times10^{-4})\times0/05\times\frac{(\cos90^\circ - \cos0^\circ)}{0/02}|$$

$$\Rightarrow \varepsilon_{av} = \frac{4\times10^{-2}\times0/05}{0/02} = 0/1\ V$$

سنجش کلاد
www.SanjeshCloud.ir
T.me/SanjeshCloud11

۵۹ در شکل زیر، حلقهٔ رسانایی در نزدیکی یک سیم بلند حامل جریان I قرار دارد. کدام‌یک از تغییرات زیر، جریان الکتریکی ساعتگرد در حلقه را القا می‌کند؟



۱) کاهش جریان I یا دورکردن حلقه از سیم

۲) افزایش جریان I یا دورکردن حلقه از سیم

۳) کاهش جریان I یا نزدیک‌کردن حلقه به سیم

۴) افزایش جریان I یا نزدیک‌کردن حلقه به سیم

پاسخ: گزینهٔ ۱

Hint ابتدا جهت میدان مغناطیسی ناشی از سیم بلند و میدان مغناطیسی القایی حلقه را تعیین کنید و سپس به کمک قانون لنز، تغییراتی که باعث ایجاد این میدان می‌شود را پیدا کنید.

درس Box

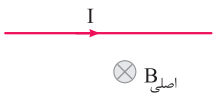
- قانون لنز بیان می‌کند که وقتی شار مغناطیسی تغییر می‌کند، جریان در جهتی در حلقه القا می‌شود که میدان مغناطیسی ناشی از آن با تغییر شار مخالفت می‌کند، یعنی:
- وقتی شار مغناطیسی افزایش می‌یابد، میدان مغناطیسی اصلی و القایی در خلاف جهت هم هستند:



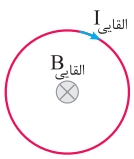
- وقتی شار مغناطیسی کاهش می‌یابد، میدان مغناطیسی اصلی و القایی هم‌جهت هستند:



پاسخ خیلی تشریحی ✔ میدان مغناطیسی ناشی از سیم مستقیم در مرکز حلقه را نیز به کمک قاعدهٔ دست راست مشخص می‌کنیم:



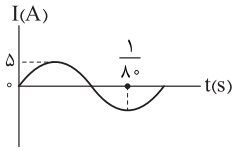
برای این‌که در حلقه، جریان الکتریکی ساعتگرد القا شود، طبق قاعدهٔ دست راست، جهت میدان مغناطیسی القایی در مرکز حلقه باید درون‌سو باشد:



چون میدان مغناطیسی حاصل از سیم در مرکز حلقه و میدان مغناطیسی القایی در مرکز حلقه هم‌جهت هستند، طبق قانون لنز باید در گزینه‌ها به دنبال تغییراتی باشیم که میدان یا جریان ناشی از سیم بلند را کاهش می‌دهد. در بین گزینه‌ها فقط کاهش جریان و دورکردن حلقه از سیم باعث کاهش میدان می‌شود.

سنجش کلاد
www.SanjeshCloud.ir
T.me/SanjeshCloud11

۶۰ شکل زیر، نمودار جریان سینوسی‌ای را نشان می‌دهد که از القاگری با ضریب القاوری ۴۰ mH در حال عبور است. انرژی ذخیره‌شده در القاگر در لحظهٔ $t = \frac{۱}{۲۴۰}\,s$ چند ژول است؟

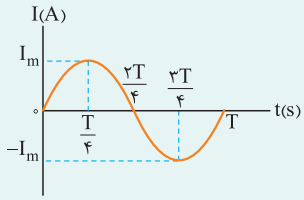


۱) صفر
۲) ۰/۲۵
۳) ۰/۵
۴) ۱

پاسخ: گزینهٔ ۳

درس Box

جریان متناوب، جریانی است که اندازه و علامت آن به صورت تابع سینوسی با زمان تغییر می‌کند. نمودار و معادلهٔ این جریان برحسب زمان به صورت زیر است:



جریان بیشینه (A)

$$I = I_m \sin(\frac{۲\pi}{T} t)$$

دورهٔ تناوب (s)

انرژی ذخیره‌شده در القاگر از رابطهٔ زیر محاسبه می‌شود:

انرژی القاگر (J)

$$U = \frac{۱}{۲} L I^۲$$

جریان (A)

ضریب القاوری (H)

پاسخ خیلی تشریحی

گام اول: ابتدا باید به کمک نمودار، معادلهٔ جریان ـ زمان را نوشته و جریان را در لحظهٔ $t = \frac{۱}{۲۴۰}\,s$ به دست آوریم؛ طبق نمودار، لحظهٔ $\frac{۳T}{۴}$ برابر با $\frac{۱}{۸۰}\,s$ است، پس دورهٔ تناوب برابر است با:

$$\frac{۳T}{۴} = \frac{۱}{۸۰} \Rightarrow T = \frac{۱}{۶۰}\,s \quad , \quad I_m = ۵\,A$$

با داشتن I_m و T معادلهٔ جریان ـ زمان به راحتی نوشته می‌شود:

$$I = I_m \sin\frac{۲\pi}{T} t = ۵\sin\frac{۲\pi}{\frac{۱}{۶۰}} t = ۵\sin ۱۲۰\pi t \xrightarrow{t=\frac{۱}{۲۴۰}\,s} I = ۵\sin(۱۲۰\pi \times \frac{۱}{۲۴۰}) = ۵\times ۱ = ۵\,A$$

گام دوم: I و L را داریم، پس طبق رابطهٔ $U = \frac{۱}{۲} L I^۲$ می‌توان نوشت:

$$U = \frac{۱}{۲}\times ۴۰\times ۱۰^{-۳} \times ۲۵ = ۵۰۰\times ۱۰^{-۳}\,J = ۰/۵\,J$$

تیزبازی

دورهٔ تناوب را حساب می‌کنیم:

$$\frac{۳T}{۴} = \frac{۱}{۸۰} \Rightarrow T = \frac{۱}{۶۰}\,s$$

$t = \frac{۱}{۲۴۰}\,s$ برابر با $\frac{T}{۴}$ است که در این لحظه طبق نمودار $I = ۵\,A$ است، پس:

$$U = \frac{۱}{۲} L I^۲ = \frac{۱}{۲}(۴۰\times ۱۰^{-۳})(۲۵) = ۰/۵\,J$$

سنجش کلاد
www.SanjeshCloud.ir
T.me/SanjeshCloud11

۶۱ در کدام گزینه، شعاع اتمی به درستی مقایسه شده است؟

۱) $_{3}Li > _{11}Na$

۲) $_{19}K > _{35}Br$

۳) $_{14}Si < _{15}P$

۴) $_{8}O > _{16}S$

پاسخ: گزینهٔ ۲

نکته شعاع اتمی در یک دوره، از چپ به راست کاهش و در یک گروه، از بالا به پایین افزایش می‌یابد.

پاسخ خیلی تشریحی بررسی گزینه‌ها:

گزینهٔ (۱): شعاع اتمی $_{11}Na$ از $_{3}Li$ بزرگ‌تر است، زیرا هر دو در یک گروه قرار دارند، ولی سدیم در دورهٔ پایین‌تری قرار دارد.

گزینهٔ (۲): شعاع اتمی $_{19}K$ از $_{35}Br$ بزرگ‌تر است، زیرا هر دو در دورهٔ چهارم قرار دارند، ولی پتاسیم در جدول دوره‌ای، سمت چپ‌تر است.

گزینهٔ (۳): شعاع اتمی $_{14}Si$ از $_{15}P$ بزرگ‌تر است، زیرا هر دو در دورهٔ سوم قرار دارند، ولی Si نسبت به P، سمت چپ‌تر است.

گزینهٔ (۴): شعاع اتمی $_{16}S$ از $_{8}O$ بزرگ‌تر است، زیرا هر دو در گروه ۱۶ و S در دورهٔ پایین‌تر قرار دارد.

سنجش کلاد
www.SanjeshCloud.ir
T.me/SanjeshCloud11

۶۲ کدام مطلب دربارهٔ هشتمین، چهاردهمین و شانزدهمین عنصر دورهٔ چهارم جدول تناوبی، نادرست است؟

$Z = ۲۶$ — $Z = ۳۲$ — $Z = ۳۴$ — $۱۹ \le Z \le ۳۶$

۱) به ترتیب، فلز، شبه‌فلز و نافلز هستند.

۲) شمار الکترون‌ها با $l = ۲$ در اتم آن‌ها، عددی زوج است.

۳) بیرونی‌ترین زیرلایهٔ اشغال‌شده در اتم هیچ یک از آن‌ها، نیمه‌پر نیست.

۴) دو عنصر در بین آن‌ها، شمار الکترون‌های ظرفیتی یکسانی دارند.

پاسخ: گزینهٔ ۴

نکته شمار الکترون‌های ظرفیت عناصر گروه ۱ تا ۱۲ برابر شمارهٔ گروه و شمار الکترون‌های ظرفیت عناصر گروه ۱۳ تا ۱۸ (به‌جز هلیم) برابر یکان شمارهٔ گروه است.

پاسخ خیلی تشریحی عناصر ۸، ۱۴ و ۱۶ دورهٔ چهارم به ترتیب $_{۲۶}Fe$ ، $_{۳۲}Ge$ و $_{۳۴}Se$ هستند که شمار الکترون‌های ظرفیت هر کدام به ترتیب برابر ۸، ۴ و ۶ است.

بررسی سایر گزینه‌ها:

گزینهٔ (۱): $_{۲۶}Fe$ عنصری واسطه و فلزی، $_{۳۲}Ge$ عنصری شبه‌فلز و $_{۳۴}Se$ نافلزی از دستهٔ p در دورهٔ چهارم هستند.

گزینهٔ (۲): آرایش الکترونی این سه عنصر به صورت زیر است:

$$_{۲۶}Fe: [_{۱۸}Ar]\, ۳d^{۶}\, ۴s^{۲}$$

$$_{۳۲}Ge: [_{۱۸}Ar]\, ۳d^{۱۰}\, ۴s^{۲}\, ۴p^{۲}$$

$$_{۳۴}Se: [_{۱۸}Ar]\, ۳d^{۱۰}\, ۴s^{۲}\, ۴p^{۴}$$

بنابراین شمار الکترون با $l = ۲$ (زیرلایهٔ ۳d) در این عناصر، عددی زوج است.

گزینهٔ (۳): بیرونی‌ترین زیرلایهٔ این عناصر به ترتیب $۴p^{۴}, ۴p^{۲}, ۴s^{۲}$ است که هیچ‌یک نیمه‌پر نیستند. (زیرلایه‌های ۴s و ۴p به ترتیب با ۱ و ۳ الکترون نیمه‌پر محسوب می‌شوند.)

سنجش کلاد
www.SanjeshCloud.ir
T.me/SanjeshCloud11

۶۳ نام هیدروکربن زیر کدام است؟

$(CH_3)_2CH(CH_2)_3C(C_2H_5)(CH_3)CH(CH_3)_2$

۱) ۶ ـ اتیل ـ ۲، ۶، ۷ ـ تری‌متیل اوکتان

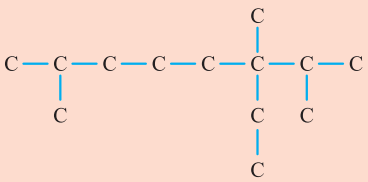
۲) ۳ ـ اتیل ـ ۲، ۳، ۷ ـ تری‌متیل اوکتان

۳) ۲، ۳، ۴، ۷ ـ تترامتیل نونان

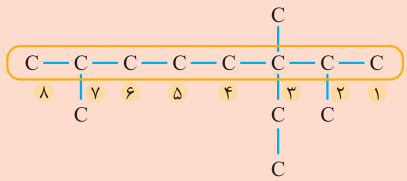
۴) ۶ ـ اتیل ـ ۲، ۲، ۶، ۷ ـ تترامتیل هپتان

پاسخ: گزینهٔ ۲

پاسخ خیلی تشریحی ابتدا فرمول ساختاری هیدروکربن ذکرشده را می‌نویسیم:



زنجیرهٔ اصلی و جهت شماره‌گذاری آن به صورت زیر است:



نام هیدروکربن به صورت ۳ ـ اتیل ـ ۲، ۳، ۷ ـ تری‌متیل اوکتان است.

سنجش کلاد
www.SanjeshCloud.ir
T.me/SanjeshCloud11

۶۴ کدام مورد نادرست است؟

۱) عنصر اصلی سازندهٔ سلول‌های خورشیدی، سیلیسیم است که واکنش‌پذیری کم‌تری نسبت به کربن دارد.

۲) کاتالیزگر واکنش: $C_6H_{12}(l) + H_2(g) \rightarrow C_6H_{14}(l)$، عنصری از دستهٔ d است.

نیکل

۳) از کاتالیزگر واکنش تولید اتانول از اتن، در آبکافت استر موجود در موز نیز می‌توان بهره برد.

H_2SO_4

۴) از واکنش: $Ti + Fe_2O_3 \rightarrow TiO_2 + Fe$ می‌توان نتیجه گرفت که واکنش‌پذیری عنصر سمت چپ‌تر جدول تناوبی، کم‌تر از عنصر دیگر است.

پاسخ: گزینهٔ ۴

پاسخ خیلی تشریحی ✔ بررسی گزینه‌ها:

۱) از واکنش: $C + SiO_2 \rightarrow CO + Si$، برای تهیهٔ سیلیسیم که سازندهٔ اصلی سلول‌های خورشیدی است، استفاده می‌شود.

۲) کاتالیزگر واکنش سیرشدن ۱ـ هگزن، $_{28}Ni$ بوده که جزء فلزهای دستهٔ d دورهٔ چهارم است.

نکته جدول زیر، همهٔ کاتالیزگرهای کل شیمی یازدهم است.

واکنش	کاتالیزگر
$C_2H_4 + H_2O \rightarrow C_2H_5OH$ آب + استر $\rightleftharpoons$ الکل + اسید	H_2SO_4
$C_6H_{12} + H_2 \rightarrow C_6H_{14}$	Ni
$H_2O_2 \rightarrow H_2O + O_2$	KI
$n(C_2H_4) \rightarrow +C_2H_4+_n$	Al, Ti
واکنش سوختن قند	خاک باغچه
$C_2H_4 + Cl_2 \rightarrow C_2H_4Cl_2$	$FeCl_3(s)$

۳) سولفوریک اسید سبب تسریع هر دو واکنش می‌شود.

۴) با توجه به واکنش ... $Ti + Fe_2O_3 \rightarrow$، می‌توان نتیجه گرفت که واکنش‌پذیری $Ti > Fe$ است. $_{22}Ti$ نسبت به $_{26}Fe$ در جدول تناوبی، سمت چپ‌تر است.

سنجش کلاد
www.SanjeshCloud.ir
T.me/SanjeshCloud11

۶۵ چند مورد از موارد زیر، عبارت داده‌شده را به درستی کامل می‌کنند؟

«عنصری که ..... است، ..... .»

آهن

الف) فراوردهٔ واکنش ترمیت ـ در سطح جهان بیشترین مصرف سالانه را در صنایع دارد

ب) دارای بیشترین شعاع اتمی در دورهٔ سوم جدول دوره‌ای ـ در تولید لامپ چراغ‌های جلوی خودروها به کار می‌رود

پ) در گروه ۱۴ قرار داشته و دارای رسانای الکتریکی کمی ـ قطعاً فاقد الکترونی با $l = 2$ است

ت) سومین فلز دورهٔ چهارم جدول دوره‌ای ـ در تلویزیون رنگی و برخی شیشه‌ها به کار می‌رود

۱) ۱ ۲) ۲ ۳) ۳ ۴) ۴

پاسخ: گزینهٔ ۲

پاسخ خیلی تشریحی ✔ عبارت‌های «الف» و «ت»، عبارت سؤال را به درستی کامل می‌کنند.

بررسی عبارت‌ها:

الف) در واکنش ترمیت: $Al(s) + Fe_2O_3(s) \rightarrow Al_2O_3(s) + Fe(l)$، آهن تولید می‌شود که پرمصرف‌ترین فلز در سطح جهان است و در جوشکاری خطوط ریل راه‌آهن نیز کاربرد دارد.

ب) بیشترین شعاع اتمی در دورهٔ سوم جدول دوره‌ای متعلق به سدیم است، در حالی که هالوژن‌ها در تولید لامپ چراغ جلوی خودرو کاربرد دارند.

پ) $_{14}Si$، $_{32}Ge$ در گروه ۱۴ دارای رسانایی کمی هستند که $_{32}Ge$ برخلاف $_{14}Si$، دارای الکترون با $l = 2$ می‌باشد.

نکته عناصر گروه ۱۴ از بالا به پایین به ترتیب $_6C$، $_{14}Si$، $_{32}Ge$، $_{50}Sn$ و $_{82}Pb$ است که کربن نافلز، سیلیسیم و ژرمانیم، شبه‌فلز و قلع و سرب فلز هستند. شبه‌فلزها در جدول دوره‌ای رسانایی الکتریکی کمی دارند و نافلزها به‌جز کربن، فاقد رسانایی الکتریکی هستند.

ت) سومین فلز دورهٔ چهارم جدول دوره‌ای، $_{21}Sc$ (اولین فلز واسطه) است که در تولید تلویزیون رنگی و برخی شیشه‌ها کاربرد دارد.

سنجش کلاد
www.SanjeshCloud.ir
T.me/SanjeshCloud11

۶۶ اگر در دما و فشار یکسان، حجم گاز حاصل از واکنش ۱۴ g آهن با محلول هیدروکلریک اسید با حجم گاز حاصل از تجزیهٔ ۶/۸ g هیدروژن پراکسید برابر باشد، نسبت بازده درصدی واکنش اول به دوم کدام است؟ (معادلهٔ واکنش‌ها موازنه شوند. $g.mol^{-1}$: $H=1, O=16, Fe=56$)

I) $Fe(s)+HCl(aq) \rightarrow FeCl_2(aq)+H_2(g)$

II) $H_2O_2(aq) \rightarrow H_2O(l)+O_2(g)$

۱) ۰/۴ ۲) ۰/۸ ۳) ۱/۶ ۴) ۳/۲

پاسخ: گزینهٔ ۱

پاسخ خیلی تشریحی بازده واکنش‌ها را به ترتیب R_1 و R_2 در نظر می‌گیریم و با توجه به یکسان‌بودن حجم گاز تولیدی و جرم واکنش‌دهندهٔ مصرفی، نسبت $\frac{R_1}{R_2}$ را محاسبه می‌کنیم.

گام اول: موازنهٔ واکنش‌ها:

I) $Fe+2HCl \rightarrow FeCl_2+H_2$

II) $2H_2O_2 \rightarrow 2H_2O+O_2$

گام دوم: با توجه به این‌که دما و فشار یکسان است، حجم یکسان از گازها به معنای تعداد مول یکسان از آن‌ها است. فرض می‌کنیم که در هر دو واکنش مقدار گاز تولیدی برابر x مول است و R_1 و R_2 را برحسب x محاسبه می‌کنیم:

$$14\,g\,Fe \times \frac{1\,mol\,Fe}{56\,g\,Fe} \times \frac{R_1}{100} \times \frac{1\,mol\,H_2}{1\,mol\,Fe} = \frac{14}{5600}R_1 = \frac{1}{400}R_1 = x$$

$$6/8\,g\,H_2O_2 \times \frac{1\,mol\,H_2O_2}{34\,g\,H_2O_2} \times \frac{R_2}{100} \times \frac{1\,mol\,O_2}{2\,mol\,H_2O_2} = 0/001\,R_2 = x$$

بنابراین:

$$\frac{1}{400}R_1 = 0/001R_2 \Rightarrow \frac{R_1}{R_2} = 0/4$$

یه‌جور دیگه

$$\frac{\text{جرم} \times \frac{\text{بازده درصدی}}{100}}{\underbrace{\text{ضریب} \times \text{جرم مولی}}_{Fe}} = \frac{\text{مول}}{\underbrace{\text{ضریب}}_{H_2}} \Rightarrow \frac{14 \times \frac{R_1}{100}}{56 \times 1} = \frac{x}{1} \Rightarrow x = \frac{R_1}{400}$$

$$\frac{\text{جرم} \times \frac{\text{بازده درصدی}}{100}}{\underbrace{\text{ضریب} \times \text{جرم مولی}}_{H_2O_2}} = \frac{\text{مول}}{\underbrace{\text{ضریب}}_{O_2}} \Rightarrow \frac{6/8 \times \frac{R_2}{100}}{34 \times 2} = \frac{x}{1} \Rightarrow x = \frac{R_2}{1000}$$

بنابراین:

$$\frac{R_1}{400} = \frac{R_2}{1000} \Rightarrow \frac{R_1}{R_2} = 0/4$$

تیزبازی با توجه به این‌که مقدار یکسان گاز در دو واکنش تولید شده است و ضرایب مواد گازی یکسان است، می‌توانیم از اول بین Fe و H_2O_2 استوکیومتری نوشته و از رابطهٔ $1Fe \sim 2H_2O_2$ استفاده کنیم.

$$\frac{\text{جرم} \times \frac{\text{بازده درصدی}}{100}}{\underbrace{\text{ضریب} \times \text{جرم مولی}}_{Fe}} = \frac{\text{جرم} \times \frac{\text{بازده درصدی}}{100}}{\underbrace{\text{ضریب} \times \text{جرم مولی}}_{H_2O_2}} \Rightarrow \frac{14 \times \frac{R_1}{100}}{56 \times 1} = \frac{6/8 \times \frac{R_2}{100}}{34 \times 2}$$

$$\Rightarrow \frac{R_1}{R_2} = \frac{400}{1000} = 0/4$$

سنجش کلاد
www.SanjeshCloud.ir
T.me/SanjeshCloud11

۶۷ با «کاهش جرم آب موجود در ظرف مقابل» و «افزایش دما»، به ترتیب کدام فرایند رخ می‌دهد؟



۱) انرژی گرمایی ثابت می‌ماند. ـ میانگین تندی ذرات افزایش می‌یابد.

۲) ظرفیت گرمایی ویژه ثابت می‌ماند. ـ انرژی گرمایی افزایش می‌یابد.

۳) ظرفیت گرمایی کاهش می‌یابد. ـ انرژی گرمایی ثابت می‌ماند.

۴) ظرفیت گرمایی ویژه ثابت می‌ماند. ـ میانگین تندی ذرات ثابت می‌ماند.

پاسخ: گزینهٔ ۲

نکته انرژی گرمایی به جرم، دما و نوع ماده وابسته است و با افزایش دما (میانگین تندی ذرات) یا جرم، افزایش می‌یابد و ظرفیت گرمایی ویژه برخلاف ظرفیت گرمایی به جرم وابسته نیست و تنها به نوع ماده وابسته است.

پاسخ خیلی تشریحی با کاهش جرم آب، انرژی گرمایی و ظرفیت گرمایی کاهش و با افزایش دما، میانگین تندی ذرات و انرژی گرمایی افزایش می‌یابد.

بررسی گزینه‌های نادرست:

گزینهٔ (۱): با کاهش جرم آب، انرژی گرمایی کاهش می‌یابد.

گزینهٔ (۳): با افزایش دما، انرژی گرمایی افزایش می‌یابد.

گزینهٔ (۴): با افزایش دما، میانگین تندی ذرات افزایش می‌یابد.

سنجش کلاد
www.SanjeshCloud.ir
T.me/SanjeshCloud11

۶۸ به ترتیب از راست به چپ، از سوختن کامل یک مول از کدام‌یک از ترکیب‌های زیر، گرمای بیشتری آزاد می‌شود و آنتالپی پیوند کربن ـ کربن در کدام ترکیب، بیشینه است؟ $(C_2H_2, C_2H_5OH, C_2H_4, C_2H_6)$

۱) C_2H_2 ـ C_2H_6

۲) C_2H_4 ـ C_2H_6

۳) C_2H_2 ـ C_2H_5OH

۴) C_2H_4 ـ C_2H_5OH

پاسخ: گزینهٔ ۱

نکته

آنتالپی سوختن در ترکیبات آلی و هیدروکربن‌ها، با تعداد کربن و هیدروژن در فرمول مولکولی رابطهٔ مستقیم و با تعداد اکسیژن رابطهٔ معکوس دارد و به طور کلی اگر شمار کربن‌ها برابر باشد، به مقایسه‌های زیر توجه کنید:

آنتالپی سوختن : آلکین > الکل > آلکن > آلکان

ارزش سوختی : الکل > آلکین > آلکن > آلکان

پاسخ خیلی تشریحی ✔ مقایسهٔ اندازهٔ آنتالپی سوختن در ترکیب‌های داده‌شده به صورت زیر است:

$$C_2H_6 > C_2H_4 > C_2H_5OH > C_2H_2$$

نکته

آنتالپی پیوند با مرتبهٔ پیوند (یگانه، دوگانه و سه‌گانه) رابطهٔ مستقیم و با طول پیوند رابطهٔ معکوس دارد و مقایسهٔ آنتالپی پیوند کربن ـ کربن به صورت زیر است:

$$C \equiv C > C = C > C - C$$

بیشینهٔ آنتالپی پیوند کربن ـ کربن مربوط به اتین (C_2H_2) است که دارای پیوند $C \equiv C$ است.

سنجش کلاد
www.SanjeshCloud.ir
T.me/SanjeshCloud11

۶۹ با توجه به فرایندهای زیر، آنتالپی واکنش $N_2H_4(l)+O_2(g) \rightarrow N_2(g)+2H_2O(l)$ چند کیلوژول است؟

I) $H_2(g)+\frac{1}{2}O_2(g) \rightarrow H_2O(l)$, $\Delta H_1=-284\,kJ$

II) $H_2O(l) \rightarrow H_2O(g)$, $\Delta H_2=+44\,kJ$

III) $N_2H_4(g) \rightarrow N_2H_4(l)$, $\Delta H_3=-32\,kJ$

IV) $2NH_3(g) \rightarrow N_2H_4(g)+H_2(g)$, $\Delta H_4=+184\,kJ$

V) $4NH_3(g)+3O_2(g) \rightarrow 2N_2(g)+6H_2O(g)$, $\Delta H_5=-1070\,kJ$

۱) -553 ۲) -535

۳) -631 ۴) -361

پاسخ: گزینهٔ ۲

پاسخ خیلی تشریحی ✔ برای به دست آوردن آنتالپی واکنش به شیوهٔ زیر عمل می‌کنیم:

مرحلهٔ (۱): $N_2H_4(l)$ در سمت واکنش‌دهنده‌ها حضور دارد؛ بنابراین معادلهٔ (III) را معکوس می‌کنیم.

مرحلهٔ (۲): $N_2(g)$ در فراوردهٔ واکنش حضور دارد؛ بنابراین معادلهٔ (V) را در $\frac{1}{2}$ ضرب می‌کنیم.

مرحلهٔ (۳): $NH_3(g)$ به عنوان مادهٔ اضافی باید حذف شود، با توجه به مرحلهٔ (۲)، معادلهٔ (IV) را معکوس می‌کنیم.

مرحلهٔ (۴): $H_2O(l)$ در سمت فراورده‌ها حضور دارد؛ بنابراین معادلهٔ (II) را در (-3) ضرب می‌کنیم.

مرحلهٔ (۵): با توجه به ضریب O_2 در واکنش‌دهنده‌ها و مراحل گذشته، معادلهٔ (I) را معکوس می‌کنیم.

بنابراین ΔH واکنش کلی برابر است با:

$$\Delta H=-\Delta H_1-3\Delta H_2-\Delta H_3-\Delta H_4+\frac{1}{2}\Delta H_5=284-132+32-184-535=-535\,kJ$$

سنجش کلاد
www.SanjeshCloud.ir
T.me/SanjeshCloud11

۷۰ با توجه به واکنش‌های زیر، کدام موارد از مطالب داده‌شده درست است؟

۱) $CO(g)+\frac{۱}{۲}O_۲(g) \rightarrow CO_۲(g) \quad \Delta H=-۲۸۳\ kJ$

۲) $C(s)+O_۲(g) \rightarrow CO_۲(g) \quad \Delta H=-۳۹۳/۵\ kJ$

الف) واکنش‌دهنده‌ها در واکنش (۲) از واکنش (۱) پایدارتر هستند.

ب) اگر در واکنش (۱)، $CO_۲(s)$ تولید شود، آنتالپی واکنش برابر $-۳۲۰\ kJ$ می‌تواند باشد.

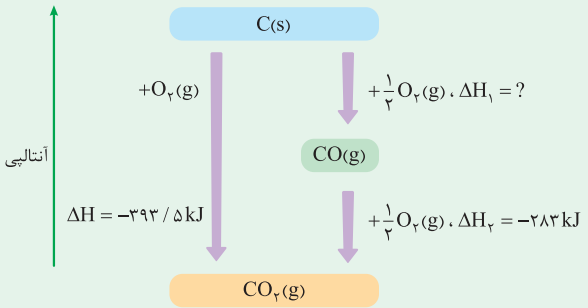
پ) واکنش (۱) برخلاف واکنش (۲) به طور تجربی امکان‌پذیر نیست.

ت) اگر در واکنش (۲) در فشار ثابت، دمای محیط تغییر محسوسی نکند، گرمای آزادشده، حاصل تغییر در نحوهٔ اتصال اتم‌ها است.

۱) ب ـ پ ـ ت
۲) پ ـ ت
۳) الف ـ ب
۴) ب ـ ت

پاسخ: گزینهٔ ۴

نکته واکنش تولید کربن مونواکسید از کربن به طور تجربی امکان‌پذیر نیست و آنتالپی واکنش آن به کمک قانون هس برابر $\Delta H-\Delta H_۲$ می‌باشد.



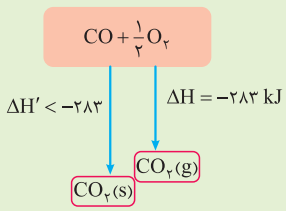
پایداری کربن دی‌اکسید از کربن مونواکسید و کربن بیشتر است و رابطهٔ $|\Delta H_۲|>|\Delta H_۱|$ برقرار است.

پاسخ خیلی تشریحی ✔ عبارت‌های «ب» و «ت» درست هستند.

بررسی عبارت‌ها:

الف) سطح انرژی کربن از کربن مونواکسید بیشتر و ناپایدارتر است.

ب) تبدیل $CO_۲(g) \rightarrow CO_۲(s)$ گرماده است و سطح انرژی فراوردهٔ واکنش (۱)، پایین‌تر آمده و آنتالپی واکنش منفی‌تر خواهد شد.



پ) واکنش‌های (۱) و (۲) هر دو به روش تجربی امکان‌پذیر هستند.

ت) در واکنش‌های شیمیایی که با تغییر محسوس دما همراه نیستند، گرمای مبادله‌شده به طور عمده مربوط به تغییرات انرژی پتانسیل اتم‌ها و تغییر در شیوهٔ اتصال آن‌هاست.

سنجش کلاد
www.SanjeshCloud.ir
T.me/SanjeshCloud11

۷۱ در کدام گزینه، عامل مؤثر بر سرعت واکنش‌ها یکسان است؟

۱) سوختن قند آغشته به خاک باغچه ـ تجزیهٔ هیدروژن پراکسید در حضور KI(aq)

۲) پخش گرد آهن روی شعله و سوختن آن ـ تفاوت سرعت واکنش فلز سدیم و پتاسیم با آب سرد

۳) استفادهٔ بیماران دارای مشکل تنفسی از کپسول اکسیژن ـ فاسدشدن قاووت زودتر از مغز مواد مغذی

۴) نگه‌داری روغن‌های مایع در ظروف کدر ـ سوختن الیاف آهن داغ و سرخ‌شده در ارلن پر از اکسیژن

پاسخ: گزینهٔ ۱

پاسخ خیلی تشریحی ✔ در گزینهٔ (۱) هر دو عامل مؤثر بر سرعت واکنش، مربوط به اثر کاتالیزگر است.

بررسی سایر گزینه‌ها:

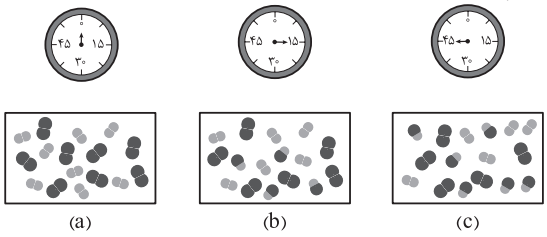
گزینهٔ (۲): پخش‌کردن گرد آهن نشان‌دهندهٔ تأثیر سطح تماس و تفاوت سرعت واکنش فلزهای قلیایی با آب سرد مربوط به تأثیر نوع واکنش‌دهنده‌ها است.

گزینهٔ (۳): کپسول اکسیژن، تأثیر غلظت و فاسدشدن قاووت، نشان‌دهندهٔ تأثیر سطح تماس بر سرعت واکنش است.

گزینهٔ (۴): مورد اول مربوط به تأثیر نور و گرما بر سرعت واکنش و مورد دوم، مربوط به تأثیر غلظت است.

سنجش کلاد
www.SanjeshCloud.ir
T.me/SanjeshCloud11

۷۲ با توجه به شکل زیر که واکنش هیدروژن و بخار ید و پیشرفت آن را تا دقیقهٔ ۴۵ نشان می‌دهد، کدام گزینه نادرست است؟ (هر ذره معادل ۰/۲۵ مول و حجم ظرف ۲ L است.)



۱) سرعت واکنش در بازهٔ صفر تا ۳۰ دقیقه می‌تواند برابر $10^{-2}\,mol.L^{-1}.min^{-1}$ باشد.

۲) مجموع شمار مول‌های مواد در ظرف، همواره ثابت است.

۳) اگر واکنش از دقیقهٔ ۴۵ به بعد با سرعت متوسط دقایق ۱۵ تا ۴۵ ادامه یابد، واکنش در دقیقهٔ ۱۵۰ به اتمام می‌رسد.

۴) سرعت مصرف هیدروژن در بازهٔ a تا c، برابر سرعت تولید هیدروژن پدید در بازهٔ b تا c است.

پاسخ: گزینهٔ ۳

Hint با توجه به شمار ذرات در دقایق ۰، ۱۵ و ۴۵ جدول تغییرات مول مواد شرکت‌کننده در واکنش را می‌نویسیم و با توجه به آن سرعت واکنش و اطلاعات لازم برای بررسی گزینه‌ها رو به دست می‌آوریم.

پاسخ خیلی تشریحی واکنش کلی به صورت $I_2(g)+H_2(g) \rightarrow 2HI(g)$ است که مولکول‌های دواتمی کوچک‌تر، هیدروژن و مولکول‌های دواتمی بزرگ‌تر، مربوط به ید است:

	$H_2(g)$	+	$I_2(g)$	$\rightarrow$	$2HI(g)$
$t=0'$	$8\times 0/25=2$		$8\times 0/25=2$		0
$t=15'$	$6\times 0/25=1/5$		$6\times 0/25=1/5$		$4\times 0/25=1$
$t=45'$	$5\times 0/25=1/25$		$5\times 0/25=1/25$		$6\times 0/25=1/5$

سرعت واکنش در بازهٔ ۱۵ تا ۴۵ دقیقه، برابر است با:

$$\bar{R}_{\text{واکنش}}=\bar{R}_{H_2}=\frac{-\Delta n\,(H_2)}{\Delta t}=\frac{1/5-1/25}{30}=\frac{0/25}{30}\ mol.min^{-1}$$

اگر واکنش با همین سرعت ادامه یابد، واکنش در دقیقهٔ T به اتمام می‌رسد:

$$(45-T)\Rightarrow \bar{R}_{\text{واکنش}}=\frac{1/25-0}{\Delta t}=\frac{0/25}{30}\Rightarrow \Delta t=150\Rightarrow T-45=150\Rightarrow T=195\ min$$

گول نخوری در گزینهٔ (۳) زمان اتمام واکنش، دقیقهٔ ۱۹۵ و Δt واکنش از دقیقهٔ ۴۵ به بعد برابر ۱۵۰ است، این دوتا را اشتباه نگیرید.

بررسی سایر گزینه‌ها:

گزینهٔ (۱): با توجه به کاهش سرعت واکنش با گذشت زمان، سرعت واکنش در بازهٔ ۰ تا ۳۰ از ۰ تا ۱۵ کم‌تر و از ۰ تا ۴۵ بیشتر است؛ بنابراین:

$$(0-15)\Rightarrow \bar{R}_{\text{واکنش}}=\bar{R}_{H_2}=\frac{\Delta n}{\Delta t\times 7}=\frac{2-1/5}{15\times 2}=\frac{0/5}{30}\simeq 0/016\ mol.L^{-1}.min^{-1}$$

$$(0-45)\Rightarrow \bar{R}_{\text{واکنش}}=\bar{R}_{H_2}=\frac{\Delta n}{\Delta t\times v}=\frac{2-1/25}{45\times 2}=\frac{0/75}{90}=\frac{0/25}{30}\simeq 0/0083\ mol.L^{-1}.min^{-1}$$

$$\bar{R}_{0-45}<\bar{R}_{0-30}<\bar{R}_{0-15}\Rightarrow 0/008<R_{0-30}<0/016$$

10^{-2} یا همان ۰/۰۱۰، در این نامعادله صدق می‌کند.

گزینهٔ (۲): کاملاً درسته چون مجموع ضرایب استوکیومتری واکنش‌دهنده‌ها و فراورده‌ها برابر است.

گزینهٔ (۴): با توجه به مقایسه خواسته‌شده داریم:

$$\overbrace{\bar{R}_{H_2}}^{(a-c)}=\frac{-\Delta n}{\Delta t}=\frac{0/75}{45}=\frac{0/25}{15}$$

$$\overbrace{\bar{R}_{HI}}^{(b-c)}=\frac{\Delta n}{\Delta t}=\frac{0/5}{30}=\frac{0/25}{15}$$

سرعت مصرف H_2 در بازهٔ $(a-c)$ برابر سرعت تولید HI در بازهٔ $(b-c)$ است.

سنجش کلاد
www.SanjeshCloud.ir
T.me/SanjeshCloud11

۷۳ در واکنش سوختن کامل مقداری از یک نوع هیدروکربن، ۲۶/۴ گرم CO_2، ۰/۴ مول H_2O و ۳۸۸ کیلوژول انرژی تولید شده است. ارزش سوختی این هیدروکربن چند کیلوژول بر گرم بوده و سرعت متوسط تشکیل آب در سوختن این هیدروکربن، چند برابر سرعت متوسط مصرف گاز اکسیژن است؟ $(H=1, C=12, O=16 : g.mol^{-1})$

۱) ۴۸/۵ ـ ۰/۵

۲) ۴۸/۵ ـ ۰/۷۵

۳) ۵۱ ـ ۰/۵

۴) ۵۱ ـ ۰/۷۵

مشاوره این سؤال یک مسئلهٔ دو قسمتیه که ترکیب آنتالپی و سرعت است و حل اون نیاز به زمان زیادی داره و توصیه می‌کنیم سر جلسه، چنین سؤالاتی را حتماً در دور آخر بررسی کنید.

پاسخ: گزینهٔ ۱

Hint با توجه به جرم کربن دی‌اکسید و مول آب، جرم هیدروکربن اولیه را به دست آورده و با توجه به گرمای آزادشده از مقدار به‌دست‌آمده از هیدروکربن، ارزش سوختی آن را محاسبه می‌کنیم. برای قسمت دوم سؤال باید با توجه به معادلهٔ واکنش و میزان فراورده‌ها، نسبت ضرایب استوکیومتری اکسیژن و آب را محاسبه کنیم.

پاسخ خیلی تشریحی **گام اول:** معادلهٔ واکنش موازنه‌شدهٔ هیدروکربن (C_xH_y) به صورت زیر است:

$$C_xH_y + (x+\frac{y}{4})O_2 \rightarrow xCO_2 + \frac{y}{2}H_2O$$

گام دوم: با توجه به جرم کربن دی‌اکسید، جرم کربن و با توجه به مول آب، جرم هیدروژن را در C_xH_y محاسبه می‌کنیم:

$$26/4\,g\,CO_2 \times \frac{1\,mol\,CO_2}{44\,g\,CO_2} \times \frac{12\,g\,C}{1\,mol\,CO_2} = \frac{26/4^{0/6} \times 12}{44} = 7/2\,g\,C$$

$$0/4\,mol\,H_2O \times \frac{2\,mol\,H}{1\,mol\,H_2O} \times \frac{1\,g\,H}{1\,mol\,H} = 0/8\,g\,H$$

جرم هیدروکربن برابر $8 = 0/8 + 7/2$ گرم است.

$$\text{ارزش سوختی } C_xH_y = \frac{388\,kJ}{8\,g} = 48/5\ kJ.g^{-1}$$

گام سوم: با توجه به جرم CO_2 و مول H_2O، نسبت x به y را محاسبه می‌کنیم:

$$26/4\,g\,CO_2 \times \frac{1\,mol\,CO_2}{44\,g\,CO_2} \times \frac{\frac{y}{2}\,mol\,H_2O}{x\,mol\,CO_2} = 0/4\,mol\,H_2O \Rightarrow \frac{x}{y} = \frac{3}{4}$$

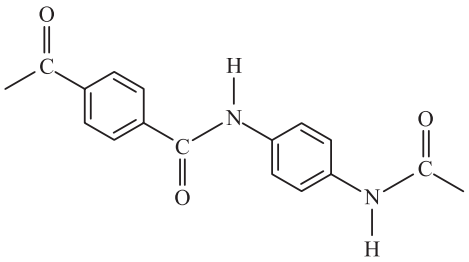
یه‌جور دیگه $$\frac{\text{جرم}}{\text{ضریب} \times \text{جرم مولی}} = \frac{\text{مول}}{\text{ضریب}} \Rightarrow \frac{26/4}{44 \times x} = \frac{0/4}{\frac{y}{2}} \Rightarrow \frac{x}{y} = \frac{3}{4}$$

گام چهارم: نسبت سرعت متوسط تشکیل آب به مصرف اکسیژن برابر نسبت ضرایب استوکیومتری آن‌ها است؛ بنابراین:

$$\frac{\bar{R}_{H_2O}}{\bar{R}_{O_2}} = \frac{\frac{y}{2}}{x+\frac{y}{4}} \xrightarrow{x=\frac{3}{4}y} \frac{\frac{y}{2}}{\frac{3}{4}y+\frac{y}{4}} = 0/5$$

سنجش کلاد
www.SanjeshCloud.ir
T.me/SanjeshCloud11

۷۴ با توجه به ساختار زیر که بخشی از مولکول سازندهٔ کولار را نشان می‌دهد، پاسخ درست پرسش‌های زیر به ترتیب از راست به چپ کدام است؟



الف) کدام گروه عاملی در مونومرهای آن وجود ندارد؟

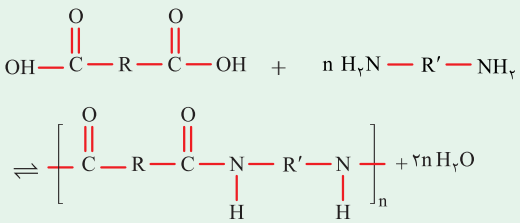
ب) در فرمول مولکولی واحد تکرار شوندهٔ کولار، چند اتم هیدروژن وجود دارد؟

پ) این پلیمر به کدام دسته از پلیمرها تعلق دارد؟

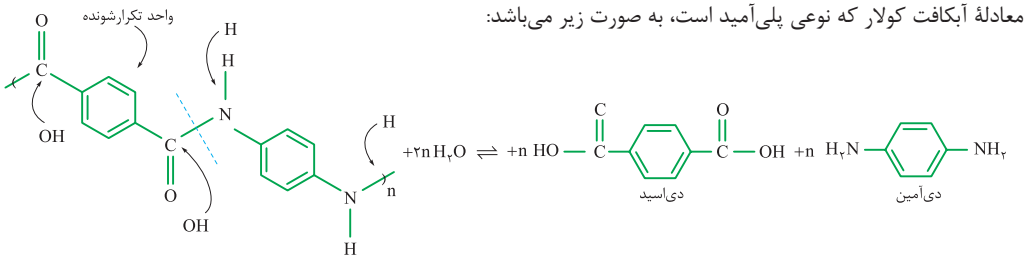
۱) آمینی ـ ۱۰ ـ پلی‌آمیدها
۲) آمینی ـ ۱۲ ـ پلی‌استرها
۳) آمیدی ـ ۱۰ ـ پلی‌آمیدها
۴) آمیدی ـ ۱۲ ـ پلی‌استرها

پاسخ: گزینهٔ ۳

نکته پلی‌آمیدها به صورت کلی از دی‌آمین و دی‌اسید ساخته می‌شوند و معادلهٔ تولید آن‌ها به صورت زیر است:



پاسخ خیلی تشریحی معادلهٔ آبکافت کولار که نوعی پلی‌آمید است، به صورت زیر می‌باشد:



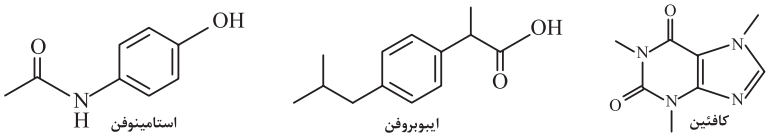
الف) در مونومرهای کولار، گروه عاملی آمیدی وجود ندارد، بلکه در خود پلیمر وجود دارد.

ب) با توجه به شکل بالا، فرمول واحد تکرارشونده به صورت $C_{14}H_{10}N_2O_2$ است که ۱۰ اتم هیدروژن دارد.

پ) کولار نوعی پلی‌آمید است.

سنجش کلاد
www.SanjeshCloud.ir
T.me/SanjeshCloud11

۷۵ کپسول نوافن ترکیبی از استامینوفن، ایبوبروفن و کافئین است:



اگر هر کپسول نوافن دارای ۳۲۵ mg استامینوفن، ۲۰۰ mg ایبوبروفن و ۴۰ mg کافئین باشد، کدام مطلب نادرست است؟

$(H=1,\ C=12,\ N=14,\ O=16 : g.mol^{-1})$

۱) در هر کپسول نوافن، به تقریب ۲/۱۵ میلی‌مول استامینوفن وجود دارد.

۲) نسبت شمار اتم‌های کربن به اکسیژن در مولکول‌های سازندهٔ نوافن که گروه عاملی آمیدی دارند، با هم برابر است.

۳) در ساختار مولکول موجود در نوافن با گروه کربوکسیل، ۳۷ پیوند اشتراکی وجود دارد.

۴) در ساختار مولکول ماده‌ای با کم‌ترین درصد جرمی در نوافن، نسبت شمار پیوندهای $C-N$ به $C-C$ برابر ۹ است.

پاسخ: گزینهٔ ۴

پاسخ خیلی تشریحی ✔ کم‌ترین درصد جرمی در نوافن مربوط به کافئین است که فرمول مولکولی آن $C_8H_{10}N_4O_2$ و شمار پیوندهای $C-N$ برابر ۱۰ و $C-C$ برابر ۱ است و نسبت آن‌ها برابر ۱۰ است.

بررسی سایر گزینه‌ها:

گزینهٔ (۱): فرمول مولکولی استامینوفن $C_8H_9NO_2$ و جرم مولی آن برابر ۱۵۱ است؛ بنابراین با توجه به جرم استامینوفن در هر کپسول نوافن داریم:

$$\text{مول} = \frac{\text{جرم}}{\text{جرم مولی}} = \frac{۳۲۵\times۱۰^{-۳}}{۱۵۱} \simeq ۲/۱۵\times۱۰^{-۳}\ \text{mol} = ۲/۱۵\ \text{میلی مول}$$

گزینهٔ (۲): در استامینوفن و کافئین گروه عاملی آمیدی ($-\overset{\overset{O}{\|}}{C}-\underset{H}{N}-$) وجود دارد که نسبت شمار کربن به اکسیژن در هر دو ترکیب برابر $\frac{۸}{۲}=۴$ است.

گزینهٔ (۳): در ایبوبروفن با فرمول مولکولی $C_{13}H_{18}O_2$، گروه عاملی کربوکسیل ($-\overset{\overset{O}{\|}}{C}-OH$) وجود دارد.

در ایبوبروفن تعداد کل پیوندهای اشتراکی برابر است با:

$$\text{شمار پیوندهای اشتراکی} = \frac{(C\times۴)+H+(O\times۲)}{۲} = \frac{(۱۳\times۴)+۱۸+(۲\times۲)}{۲} = ۳۷$$

سنجش کلاد
www.SanjeshCloud.ir
T.me/SanjeshCloud11

۷۶ درستی یا نادرستی کدام گزینه با دیگر گزینه‌ها متفاوت است؟ $(H = ۱ ,\ C = ۱۲ ,\ Cl = ۳۵/۵ : g.mol^{-۱})$

۱) فراوردهٔ حاصل از بسپارش پروپن، در تهیهٔ کیسهٔ خون استفاده می‌شود.

۲) جرم مولی پروپین، ۰/۶۴ برابر جرم مولی وینیل کلرید است.

۳) اگر به جای گروه $CH_۲$ در پروپن، اتم اکسیژن قرار گیرد، یک آلدهید به دست می‌آید.

۴) شمار اتم‌های هیدروژن مولکول پروپین، با شمار اتم‌های هیدروژن مولکول سادەترین هیدروکربن برابر است. $CH_۴$

پاسخ: گزینهٔ ۱

پاسخ خیلی تشریحی ✔ گزینهٔ (۱) برخلاف سایر گزینه‌ها نادرست است.

بررسی گزینه‌ها:

گزینهٔ (۱): از بسپارش پروپن، پلی‌پروپن تولید می‌شود که در تهیهٔ سرنگ کاربرد دارد و از بسپارش وینیل کلرید، پلی‌وینیل کلرید تولید می‌شود که در تهیهٔ کیسهٔ خون کاربرد دارد.

گزینهٔ (۲): جرم مولی پروپین $(C_۳H_۴)$ و وینیل کلرید $(C_۲H_۳Cl)$ به ترتیب ۴۰ و ۶۲/۵ گرم بر مول است؛ بنابراین نسبت جرم مولی آن‌ها برابر است با:

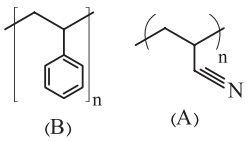
$$\frac{۴۰}{۶۲/۵} = \frac{۴۰}{\frac{۱۲۵}{۲}} = \frac{۸۰}{\frac{۱۰۰۰}{۸}} = \frac{۶۴۰}{۱۰۰۰} = ۰/۶۴$$

گزینهٔ (۳): اگر در ساختار پروپن ($H_۲C=\underset{\displaystyle CH_۳}{\overset{|}{C}}H$) به جای گروه $CH_۲$ اتم اکسیژن قرار گیرد، ترکیب ($O=\underset{\displaystyle CH_۳}{\overset{|}{C}}H$) تولید می‌شود که دارای گروه عاملی آلدهیدی است.

گزینهٔ (۴): ساده‌ترین هیدروکربن، $CH_۴$ است که شمار اتم‌های هیدروژن آن با پروپین $(C_۳H_۴)$ برابر است.

سنجش کلاد
www.SanjeshCloud.ir
T.me/SanjeshCloud11

۷۷ چند مورد از مطالب زیر دربارهٔ پلیمرهای مقابل، درست است؟


(B)

(A)

- در واحد تکرارشوندهٔ هر دو پلیمر، شمار اتم‌های کربن و هیدروژن برابر است.
- مونومرهای سازندهٔ **A** و **B** به ترتیب پروپن و استیرن هستند.
- پلیمر **A** در ساخت پتو و پلیمر **B** در ساخت نوار آب‌بندی کاربرد دارد.
- همهٔ اتم‌ها در ساختار این دو پلیمر، به آرایش پایدار گاز نجیب رسیده‌اند.

۱) ۴ ۲) ۳ ۳) ۲ ۴) ۱

پاسخ: گزینهٔ ۳

نکته

کاربردهای پلیمرهای مطرح‌شده در کتاب درسی:

۱) پلی‌اتن، $(C_2H_4)_n$ ← سبک ← کیسهٔ پلاستیکی شفاف موجود در فروشگاه‌ها / سنگین ← لوله‌های پلاستیکی، دبه‌های آب، بطری کدر شیر

۲) پلی‌پروپن، $(C_3H_6)_n$ ← سرنگ

۳) پلی‌سیانو اتن، $(C_3H_3N)_n$ ← پتو

۴) پلی‌استیرن، $(C_8H_8)_n$ ← ظروف یکبار مصرف

۵) پلی‌وینیل کلرید، $(C_2H_3Cl)_n$ ← کیسهٔ خون

۶) پلی‌تترافلوئورواتن یا تفلون، $(C_2F_4)_n$ ← نخ دندان، نوار تفلون، کفی اتو

۷) کولار (نوعی پلی‌آمید) ← تایر اتومبیل، قایق بادبانی، لباس‌های مخصوص مسابقهٔ موتورسواری، جلیقهٔ ضدگلوله

۸) پلی‌لاکتیک اسید (نوعی پلیمر سبز) ← ظرف‌های پلاستیکی یکبار مصرف مانند وسایل آشپزخانه، سفره، سطل زباله، کیسهٔ پلاستیکی

پاسخ خیلی تشریحی

عبارت‌های اول و چهارم درست هستند.

(A) پلی‌سیانو اتن و (B) پلی‌استیرن است.

بررسی عبارت‌ها:

عبارت اول: فرمول پلی‌سیانو اتن و پلی‌استیرن به ترتیب به صورت $(C_3H_3N)_n$ و $(C_8H_8)_n$ است.

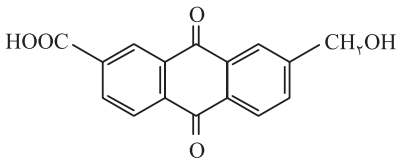
عبارت دوم: مونومر پلی‌سیانو اتن، سیانو اتن و مونومر پلی‌استیرن، استیرن است.

عبارت سوم: پلی‌سیانو اتن در ساخت پتو و پلی‌استیرن، در ساخت ظروف یکبار مصرف کاربرد دارد. ساخت نوار آب‌بندی از کاربردهای تفلون است.

عبارت چهارم: همهٔ اتم‌های کربن، هیدروژن و نیتروژن در هر دو مولکول، به آرایش گاز نجیب هم‌دورهٔ خود می‌رسند.

سنجش کلاد
www.SanjeshCloud.ir
T.me/SanjeshCloud11

۷۸ با توجه به مولکول داده‌شده، کدام عبارت‌ها درست است؟



الف) در شرایط مناسب، پیوندهای $C=C$ موجود در هر مول از این ترکیب می‌تواند با ۶ مول گاز هیدروژن سیر شود.

ب) برای سوختن کامل ۰/۰۲۵ مول از آن، بیش از ۱۰ لیتر گاز اکسیژن در شرایط استاندارد مصرف می‌شود.

پ) شمار پیوندهای یگانهٔ کربن ـ کربن در آن، ۶ برابر شمار پیوندهای یگانهٔ کربن ـ اکسیژن است.

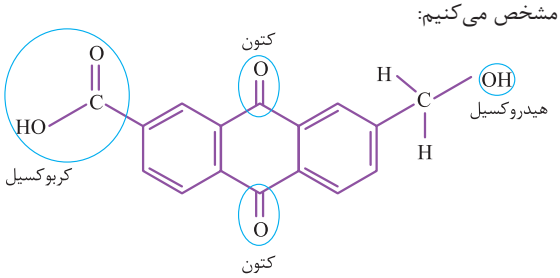
ت) در ساختار ترکیب فقط گروه‌های عاملی کربونیل، هیدروکسید و کربوکسیل دیده می‌شود.

۱) الف ـ پ
۲) الف ـ ت
۳) ب ـ پ
۴) ب ـ ت

پاسخ: گزینهٔ ۱

پاسخ خیلی تشریحی ✔ عبارت‌های «الف» و «پ» درست هستند.

ابتدا فرمول مولکولی و گروه‌های عاملی ترکیب داده‌شده را مشخص می‌کنیم:



$\Rightarrow C_{16}H_{10}O_5$

بررسی عبارت‌ها:

الف) مولکول داده‌شده، ۶ پیوند $C=C$ دارد که هر مول از آن برای سیرشدن به ۶ مول گاز هیدروژن نیاز دارد.

نکته هر ترکیب آلی برای سیرشدن باید پیوندهای دوگانه و سه‌گانهٔ کربن ـ کربن به پیوند یگانه تبدیل شوند و هر مول پیوند دوگانه به یک مول گاز هیدروژن و هر مول پیوند سه‌گانه به دو مول گاز هیدروژن نیاز دارد.

ب) با توجه به معادلهٔ سوختن ترکیب آلی داریم:

$$C_{16}H_{10}O_5 + 16O_2 \rightarrow 16CO_2 + 5H_2O$$

با توجه به مول هیدروکربن، حجم گاز اکسیژن مصرفی را به دست می‌آوریم:

$$0/025\,mol\,C_{16}H_{10}O_5 \times \frac{16\,mol\,O_2}{1\,mol\,C_{16}H_{10}O_5} \times \frac{22/4\,L\,O_2}{1\,mol\,O_2} = 8/96\,L\,O_2$$

بنابراین حجم گاز مصرفی کم‌تر از ۱۰ لیتر است.

پ) شمار پیوندهای $C-C$ برابر ۱۲ و شمار پیوندهای $C-O$ برابر ۲ است و نسبت آن‌ها برابر ۶ است.

ت) در ترکیب آلی موجود، گروه عاملی هیدروکسیل وجود دارد، نه هیدروکسید! هیدروکسید (OH^-) یک یون چندا‌تمی است.

سنجش کلاد
www.SanjeshCloud.ir
T.me/SanjeshCloud11

۷۹ مولکول یک استر تک‌عاملی غیرحلقوی و سیرشده، دارای ۱۴ اتم هیدروژن است. اگر از آبکافت این استر ترکیب **A** و اتانول تولید شود، فرمول مولکولی **A** کدام‌است؟

$C_nH_{2n}O_2$

۱) $C_5H_{10}O_2$

۲) $C_4H_8O_2$

۳) $C_5H_{12}O_2$

۴) $C_4H_{10}O_2$

پاسخ: گزینهٔ ۱

نکته

فرمول مولکولی استرهای سیرشده به صورت $C_nH_{2n}O_2$ است و واکنش آبکافت آن‌ها به صورت زیر است:

$$C_nH_{2n}O_2 + H_2O \rightarrow \underbrace{C_mH_{2m}O_2}_{\text{اسید}} + \underbrace{C_xH_{2x+2}O}_{\text{الکل}}$$

پاسخ خیلی تشریحی ✔

با توجه به این‌که مولکول استر، ۱۴ اتم هیدروژن دارد، این استر ۷کربنی است. از طرفی مولکول اتانول (C_2H_5OH)، دو اتم کربن دارد؛ بنابراین اسید تولیدشده، ۵کربنی بوده و فرمول مولکولی آن، $C_5H_{10}O_2$ است:

$$C_7H_{14}O_2 + H_2O \rightarrow C_2H_5OH + C_5H_{10}O_2$$

سنجش کلاد
www.SanjeshCloud.ir
T.me/SanjeshCloud11

۸۰ اگر ۰/۲ مول از هیدروکربنی غیرحلقوی و سیرنشده که شامل ۲ پیوند دوگانه است، با مقداری برم به طور کامل واکنش دهد و جرم فراورده‌ٔ واکنش برابر ۸۶ گرم باشد، فرمول مولکولی این هیدروکربن کدام است؟ (هیدروکربن مذکور، فاقد پیوند سه‌گانه است.) $(Br = ۸۰ , C = ۱۲ , H = ۱ : g.mol^{-۱})$

۱) $C_۶H_{۱۰}$

۲) $C_۸H_{۱۴}$

۳) $C_۶H_{۱۲}$

۴) $C_۸H_{۱۶}$

پاسخ: گزینهٔ ۲

نکته به ازای هر پیوند دوگانه، یک مولکول برم برای واکنش با هیدروکربن نیاز است.

پاسخ خیلی تشریحی فرض می‌کنیم فرمول هیدروکربن به صورت C_xH_y است و معادلهٔ واکنش این هیدروکربن با برم به صورت زیر است:

$$C_xH_y + ۲Br_۲ \rightarrow C_xH_yBr_۴$$

با توجه به جرم فراورده داریم:

$$۰/۲mol\ C_xH_y \times \frac{۱mol\ C_xH_yBr_۴}{۱mol\ C_xH_y} \times \frac{(۳۲۰ + ۱۲x + y)g}{۱mol\ C_xH_yBr_۴} = ۸۶$$

$$\Rightarrow ۳۲۰ + ۱۲x + y = ۴۳۰ \Rightarrow ۱۲x + y = \text{جرم مولی } C_xH_y = ۱۱۰\ g.mol^{-۱}$$

با توجه به جرم مولی هیدروکربن‌ها در گزینه‌ها، این جرم مولی مربوط به $C_۸H_{۱۴}$ است.

به جور دیگه می‌دانیم که هر پیوند $C=C$، ۲ اتم هیدروژن از تعداد هیدروژن‌های یک ترکیب نسبت به آلکان هم‌کربن، کم می‌کند؛ بنابراین ترکیب مورد نظر، نسبت به آلکان هم‌کربن ۴ اتم هیدروژن کم‌تر دارد.

$$\underset{\text{آلکان}}{C_nH_{۲n+۲}} \rightarrow \underset{\text{هیدروکربن}}{C_nH_{۲n+۲-۴} = C_nH_{۲n-۲}}$$

معادلهٔ واکنش هیدروکربن با برم به صورت زیر است:

$$C_nH_{۲n-۲} + ۲Br_۲ \rightarrow C_nH_{۲n-۲}Br_۴$$

$$\underbrace{\frac{\text{مول}}{\text{ضریب}}}_{C_nH_{۲n-۲}} = \frac{\text{جرم}}{\underbrace{\text{جرم مولی} \times \text{ضریب}}_{C_nH_{۲n-۲}Br_۴}} \Rightarrow \frac{۰/۲}{۱} = \frac{۸۶}{۱۴n + ۳۱۸} \Rightarrow n = ۸ \Rightarrow$$

فرمول هیدروکربن: $C_۸H_{۱۴}$

تیزبازی توجه کنید باید هیدروکربن انتخابی، ۲ پیوند دوگانه داشته باشد. $C_۸H_{۱۶}$ و $C_۶H_{۱۲}$، هیدروکربن‌هایی با یک پیوند دوگانه هستند زیرا فقط ۲ اتم هیدروژن نسبت به آلکان هم‌کربن خود، کم‌تر دارند.

سنجش کلاد
www.SanjeshCloud.ir
T.me/SanjeshCloud11