

آزمون آزمایشی ۹ تیر ۱۴۰۵

گروه آزمایشی علوم ریاضی

ویژه داوطلبان آزمون سراسری ۱۴۰۵

A

دفترچه شماره ۱

وقت پیشنهادی	تأشماره	از شماره	تعداد پرسش	مواد امتحانی
۷۰ دقیقه	۴۰	۱	۴۰	ریاضیات
مدت پاسخ‌گویی: ۷۰ دقیقه		تعداد کل پرسش‌ها: ۴۰		

دفترچه پاسخ تشریحی



داوطلب گرامی، جهت استفاده از خدمات اختصاصی خود مانند کارنامه هوشمند بعد از آزمون، بانک سؤال گزینه دو، آزمونک‌ها، رفع اشکال هوشمند و ... با استفاده از نام کاربری و رمز عبور وارد سایت gozine2.ir شوید. در ثبت نام اینترنتی نام کاربری کد ملی شماست و رمز عبور توسط خودتان تعیین شده است. در ثبت نام انفرادی و مدرسه‌ای، نام کاربری و رمز عبور خود را از مدرسه یا نمایندگی شهر خود دریافت نمایید.

پاسخ تشریحی تصویری



۱- با فرض $a = \sqrt[3]{4} - 1$ ، مجموع جذر دو عدد a و $a^2 + a$ برابر کدام است؟

- (۱) $\sqrt{3}$ (۲) $\sqrt{2}$ (۳) $\sqrt[3]{2}$ (۴) $\sqrt[3]{3}$

۲- اگر مجموعه جواب نامعادله $(x-a)(x^2 + bx + c) < 0$ به صورت $\{1\} - (-\infty, 2)$ باشد، مجموع مقادیر ممکن برای bc کدام است؟

- (۱) ۸ (۲) ۶ (۳) -۶ (۴) -۸

۳- به چند طریق می توان ارقام ۱، ۲، ۳، ۴، ۵، ۶، ۷ را بدون تکرار ارقام در کنار هم قرار داد به طوری که هر رقم زوج بین دو رقم فرد باشد؟

- (۱) ۷۲ (۲) ۱۴۴ (۳) ۲۸۸ (۴) ۳۲۰

۴- عکس نقیض گزاره $(\sim p \Rightarrow q) \Rightarrow (\sim q \wedge p)$ هم ارز با کدام گزاره است؟

- (۱) $p \wedge \sim q$ (۲) q (۳) $q \vee p$ (۴) $\sim q$

۵- اگر مساحت ناحیه محدود به تابع $f(x) = a(|x+b|-4)$ و محور طول ها برابر ۴۰ باشد، مقدار a کدام است؟ ($a > 0$)

- (۱) $3/5$ (۲) $2/5$ (۳) ۵ (۴) ۱۰

۶- در دنباله با جمله عمومی $a_n = \left(\left[\frac{n+6}{2}\right] + \left[\frac{-n}{2}\right]\right)n - 2$ ، مجموع ۴۰ جمله اول کدام است؟ ($[\]$ ، نماد جزء صحیح است).

- (۱) ۱۹۷۰ (۲) ۱۹۸۰ (۳) ۱۰۳۰ (۴) ۳۱۲۰

۷- خط ℓ را به گونه ای در نظر بگیرید که فاصله آن از خط $4x + 2y - 1 = 0$ با فاصله آن از نقطه $A(-1, 5)$ برابر است. عرض از مبدأ خط ℓ کدام است؟

- (۱) $-\frac{7}{2}$ (۲) $\frac{7}{4}$ (۳) $\frac{7}{8}$ (۴) -۷

۸- اگر g وارون تابع $f(x) = \sqrt{2-x} + 1$ باشد، جواب معادله $g(x) = x^2 - 3(x-1)$ در کدام بازه قرار دارد؟

- (۱) $(0, 1)$ (۲) $(\frac{3}{2}, \frac{5}{2})$ (۳) $(\sqrt{2}, 2)$ (۴) $(\sqrt{5}, 3)$

۹- اگر تابع f به گونه ای باشد که $f(3+2x) = \sqrt{5x^2 - 20}$ ، دامنه تابع f برابر کدام است؟

- (۱) $\mathbb{R} - (-1, 7)$ (۲) $\mathbb{R} - (-2, 2)$ (۳) $\mathbb{R} - (-2, 7)$ (۴) $\mathbb{R} - (-\frac{5}{2}, \frac{1}{2})$

۱۰- تنها جواب معادله $x + 6 = 5^{(2 \log_5 x) + 1}$ کدام است؟

- (۱) $1/2$ (۲) $2/4$ (۳) $1/5$ (۴) $1/8$

۱۱- کدام یک از توابع زیر روی دامنه اش اکیداً نزولی است؟

- (۱) $y = x^2 + \log_{./5}(x-2)$ (۲) $y = x^2 + \log_{./5}(-x-2)$
(۳) $y = x^2 + \log_7(2-x)$ (۴) $y = x^2 + \log_7(-x-2)$

۱۲- اگر باقی مانده تقسیم چندجمله ای $p(x)$ بر $x^2 - x - 12$ برابر $3x + 5$ باشد، باقی مانده تقسیم چندجمله ای $p(x^2) + 2p(x-1)$ بر $x + 2$ کدام است؟

- (۱) ۲۱ (۲) ۵ (۳) ۱۳ (۴) ۹

محل انجام محاسبات:

۱۳- حاصل $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^3 - 2x - 2}{(\sqrt[3]{x} + 1)(x^2 - x - 2)}$ کدام است؟

- (۱) صفر (۲) -۳ (۳) ۳ (۴) $\frac{1}{3}$

۱۴- اگر دو زاویه α و β به گونه‌ای باشند که $\tan(\alpha + \beta) = 2$ و $\tan(2\alpha + \beta) = 3$ مقدار $\tan \beta$ کدام است؟

- (۱) ۱ (۲) $-\frac{13}{15}$ (۳) $\frac{13}{9}$ (۴) $\frac{1}{7}$

۱۵- مجموع جواب‌هایی از معادله مثلثاتی $\tan x - \sqrt{3} \cot x = \sqrt{3} - 1$ که در فاصله $[0, 2\pi)$ قرار دارند کدام است؟

- (۱) $\frac{10\pi}{3}$ (۲) $\frac{25\pi}{6}$ (۳) $\frac{13\pi}{3}$ (۴) $\frac{23\pi}{6}$

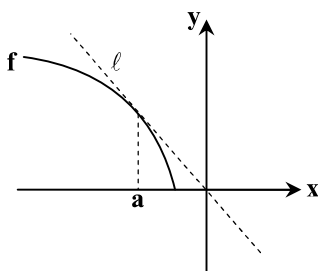
۱۶- در تابع $f(x) = \frac{ax + \sqrt{4x^2 + 5}}{bx + 5}$ اگر $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 1$ و $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = 0/2$ باشد، آنگاه حاصل $\lim_{x \rightarrow -1} f(x)$ کدام است؟

- (۱) $\frac{1}{3}$ (۲) $\frac{5}{3}$ (۳) $-\infty$ (۴) $+\infty$

۱۷- تابع $f(x) = \frac{\sqrt{5x - x^2}}{x - [x]}$ چند مجانب قائم دارد؟

- (۱) ۵ (۲) ۶ (۳) بی‌شمار (۴) ۴

۱۸- مطابق شکل زیر خط ℓ که محور طول‌ها را در مبدأ مختصات با زاویه 60° قطع می‌کند، بر تابع $f(x) = \sqrt{k - x}$ مماس است. طول نقطه تماس کدام است؟



- (۱) $-\frac{1}{2}$
(۲) $-\frac{1}{3}$
(۳) $-\frac{1}{6}$
(۴) $-\frac{1}{12}$

۱۹- آهنگ تغییر متوسط تابع $f(x) = \frac{mx^2 + 4x + m}{x}$ روی بازه $[2, 4]$ با آهنگ تغییر لحظه‌ای این تابع در کدام نقطه از این بازه برابر است؟

- (۱) $\sqrt{10}$ (۲) $2\sqrt{2}$ (۳) ۳ (۴) $\sqrt{5}$

محل انجام محاسبات:

۲۰- اگر تابع f به گونه‌ای باشد که $f'(x) = \tan\left(\frac{\pi x}{6\sqrt{3}}\right)$ ، آنگاه مشتق تابع $f(\sqrt{x^2+2})$ در $x=1$ کدام است؟

- (۱) $\frac{\pi}{18}$ (۲) $\frac{\pi}{3}$ (۳) $\frac{1}{3}$ (۴) $\frac{\pi}{3}$

۲۱- اگر برد تابع $y = \frac{x+2}{x^2+1}$ برابر $[a, b]$ باشد، مقدار $a \times b$ کدام است؟

- (۱) -1 (۲) -0.25 (۳) $2 - \sqrt{5}$ (۴) صفر

۲۲- نیروی وارد بر یک جسم به جرم 2 kg وقتی با زاویه θ نسبت به افق کشیده می‌شود، از رابطه $F(\theta) = \frac{30\mu}{\sin\theta + \mu\cos\theta}$ به دست می‌آید

که در آن μ ثابت اصطکاک است. بیشترین و کمترین مقدار F وقتی $\mu = \frac{\sqrt{3}}{3}$ برای $0 \leq \theta \leq \frac{\pi}{2}$ کدام است؟

- (۱) 30 و $10\sqrt{3}$ (۲) $20\sqrt{3}$ و $10\sqrt{3}$ (۳) 30 و 15 (۴) $20\sqrt{2}$ و 15

۲۳- احتمال قبولی دو شخص A و B در آزمون رانندگی به ترتیب $\frac{2}{3}$ و $\frac{3}{5}$ است. چقدر احتمال دارد که هیچ‌یک از این دو نفر در آزمون رانندگی

قبول نشوند؟

- (۱) $\frac{13}{15}$ (۲) $\frac{1}{5}$ (۳) $\frac{4}{5}$ (۴) $\frac{2}{15}$

۲۴- در یک شهر، $\frac{3}{7}$ مردان و $\frac{9}{10}$ زنان در انتخابات نماینده حقوقی شهر شرکت کرده‌اند. اگر جمعیت مردان شهر، دو برابر جمعیت زنان

باشد، چقدر احتمال دارد شخصی که به تصادف از این شهر انتخاب می‌شود، در انتخابات شرکت کرده باشد؟

- (۱) $\frac{70}{93}$ (۲) $\frac{26}{35}$ (۳) $\frac{93}{140}$ (۴) $\frac{41}{70}$

۲۵- واریانس ۶ داده برابر صفر است. دو داده ۱۱ و ۱۳ را به آن‌ها اضافه می‌کنیم. اگر به میانگین یک واحد اضافه شود، به واریانس آن‌ها چقدر

اضافه می‌شود؟

- (۱) $3/25$ (۲) $3/5$ (۳) 3 (۴) $3/75$

۲۶- در نمودار جعبه‌ای مربوط به داده‌های $8, 13, 9, 12, 10, 11, 12, 9, 10, 11, 10$ میانگین داده‌های داخل جعبه کدام است؟

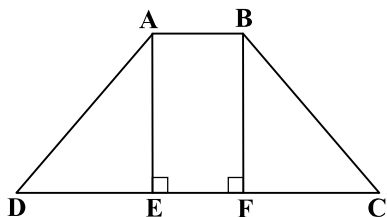
- (۱) $9/2$ (۲) $10/2$ (۳) $10/4$ (۴) $9/8$

۲۷- در چهارضلعی $AMNP$ داریم: $AM < AP$ و $MN < PN$. کدام گزینه الزاماً درست است؟

- (۱) $\hat{M} > \hat{P}$ (۲) $\hat{M} > \hat{N}$ (۳) $\hat{M} > \hat{A}$ (۴) $\hat{N} < \hat{A}$

محل انجام محاسبات:

۲۸- در دوزنقه متساوی الساقین $ABCD$ ، قاعده بزرگ ۴ برابر قاعده کوچک است. مساحت دوزنقه چند برابر مساحت مثلث ADE است؟

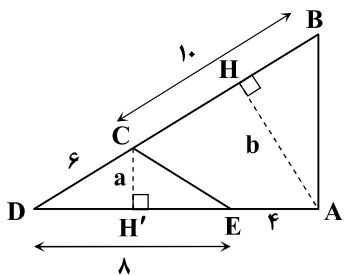


- $$\frac{1}{3} \quad (1)$$
- $$2 \quad (2)$$
- $$3 \quad (3)$$
- $$\frac{5}{3} \quad (4)$$

۲۹- صفحات موازی P و Q و یک کره مفروض است. صفحه P بر کره مماس و صفحه Q کره را قطع کرده است. اگر شعاع کره ۱۵ و مساحت مقطع کره با صفحه متقاطع برابر 81π باشد، بیشترین فاصله بین صفحات P و Q کدام است؟

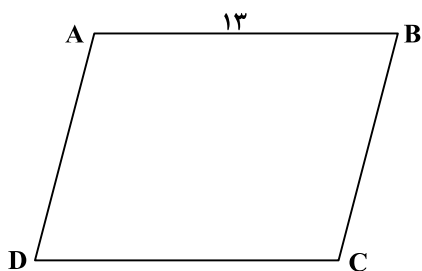
- | | |
|--------|--------|
| 1A (2) | 12 (1) |
| 27 (9) | 24 (3) |

۳۰- با توجه به اندازه‌های روی شکل، حاصل $\frac{a}{b}$ کدام است؟



- $$\begin{aligned} \frac{5}{9} & \quad (1) \\ \frac{4}{5} & \quad (2) \\ \frac{2}{3} & \quad (3) \\ \frac{1}{2} & \quad (4) \end{aligned}$$

۳۱- در متوازی‌الاضلاع شکل روبه‌رو، اگر اندازهٔ قطرهای ۱۶ و ۱۸ باشد، اندازهٔ ضلع AD، کدام است؟



- ۱۲ (۱)
 ۱۰ (۲)
 ۱۱ (۳)
 ۹ (۴)

محل انجام محاسبات:

۳۲- در مربع ABCD به طول ضلع ۹، نقطه M روی قطر BD قرار دارد. اگر مجموع فواصل M از وسط ضلع CD و رأس C، کمترین مقدار ممکن باشد، طول BM کدام است؟

- (۱) $6\sqrt{2}$ (۲) ۶ (۳) ۳ (۴) $3\sqrt{2}$

۳۳- اگر $A^2 = \begin{bmatrix} 12 & 1 \\ 3 & 7 \end{bmatrix}$ ، $B^2 = \begin{bmatrix} -3 & -24 \\ 6 & 21 \end{bmatrix}$ و $B - A = \begin{bmatrix} -2 & -5 \\ -2 & 7 \end{bmatrix}$ باشد، حاصل $|AB + BA|$ کدام است؟

- (۱) -۱۹۳ (۲) -۱۱۷ (۳) ۱۹۳ (۴) ۱۱۷

۳۴- اگر $A = \begin{bmatrix} -2 & -1 \\ 4 & 3 \end{bmatrix}$ باشد، از رابطه $AX = 2I$ ماتریس X کدام است؟

- (۱) $\begin{bmatrix} -3 & -1 \\ 4 & 2 \end{bmatrix}$ (۲) $\begin{bmatrix} 3 & 1 \\ 4 & -2 \end{bmatrix}$ (۳) $\begin{bmatrix} -3 & -1 \\ 4 & 2 \end{bmatrix}$ (۴) $\frac{1}{2} \begin{bmatrix} 3 & 1 \\ 4 & -2 \end{bmatrix}$

۳۵- $F(2, 2)$ و $F'(2, -4)$ کانون‌های یک بیضی هستند که بر محور Y ها مماس می‌باشد، خروج از مرکز بیضی چقدر است؟

- (۱) $\frac{3}{2\sqrt{10}}$ (۲) $\frac{2}{\sqrt{13}}$ (۳) $\frac{3}{\sqrt{13}}$ (۴) $\frac{1}{\sqrt{10}}$

۳۶- اگر داشته باشیم: $|\vec{a}| = 2\sqrt{2}$ ، $|\vec{b}| = 4$ و $3\vec{a} \cdot (\vec{b} - 2\vec{a}) = -24$ ، آنگاه زاویه بین دو بردار $\vec{a}$ و $\vec{b}$ ، کدام است؟

- (۱) 90° (۲) 30° (۳) 60° (۴) 45°

۳۷- عدد شش‌رقمی $\overline{5a3a7a}$ بر ۱۸ بخش‌پذیر است. برای رقم a چند مقدار وجود دارد؟

- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

۳۸- به‌ازای چند عدد طبیعی دورقمی n، دو عبارت $5n + 3$ و $4n + 1$ نسبت به هم اول هستند؟

- (۱) ۱۴ (۲) ۷۷ (۳) ۱۳ (۴) ۸۷

۳۹- اگر سطر اول و چهارم یک مربع لاتین 4×4 به شکل مقابل باشد، چند حالت برای این مربع لاتین وجود دارد؟

۱	۲	۳	۴
۴	۳	۲	۱

(۱) ۱

(۲) ۲

(۳) ۸

(۴) ۴

۴۰- گراف از مرتبه ۶ و اندازه ۱۴، چند زیرگراف ۳ رأسی شامل ۳ یال دارد؟

- (۱) ۱۰ (۲) ۱۵ (۳) ۱۶ (۴) ۱۸

محل انجام محاسبات:

اسامی هیأت علمی آزمون‌های ویژه داوطلبان کنکور ۱۴۰۵ گروه علوم ریاضی

مدیرگروه	عنوان درس	مسئول درس	طراحان	دستیار مسئول درس
سید شاکری سید امیر محمد	حسابان و ریاضی پایه	علی افضل زاده	حسین شفیع زاده - ایمان اردستانی	عباس سعیدی - وحید جعفری
	هندسه	سعید اکبرزاده	سید محسن میراسلامی - فرهاد فرزانی - سعید اکبرزاده	هادی کاظم نژاد
	ریاضیات گسسته	سعید اکبرزاده	علیرضا شریف خطیبی - سعید اکبرزاده - امیدرضا پورحسینی	فرهاد فرزانی
محمد حسینی کشانی	فیزیک	منصور داودوندی	علی نعیمی - بهمن شاهمرادی - احمد رضوانی منصور داودوندی - جمال خم خاجی	ساناز دریکوندی
	شیمی	شهرام شاه پرویزی	ماشاءالله سلیمانی - بهنام ابراهیم پور - مهرداد ملاصالحی - سید صمد صفوی حسین شرانلو - رضا بخشیان - محمدرضا پورجاوید - یاسر راش	حنانه شریف خطیبی

معاون تولید محتوا: علی الفتی

مدیر واحد آموزش تخصصی: محمدرضا محمد هاشمی

خزینہ دو



مؤسسہ آموزشی فرهنگى

آزمون آزمایشی ۹ تیر ۱۴۰۵

گروه آزمایشی علوم ریاضی

ویژه داوطلبان آزمون سراسری ۱۴۰۵

A

دفترچه شماره ۲

وقت پیشنهادی	تأشماره	از شماره	تعداد پرسش	مواد امتحانی
۴۵ دقیقه	۷۵	۴۱	۳۵	فیزیک
۳۰ دقیقه	۱۰۵	۷۶	۳۰	شیمی
مدت پاسخ‌گویی: ۷۵ دقیقه		تعداد کل پرسش‌ها: ۶۵		

دفترچه پاسخ تشریحی



داوطلب گرامی، جهت استفاده از خدمات اختصاصی خود مانند کارنامه هوشمند بعد از آزمون، بانک سؤال گزینه دو، آزمونک‌ها، رفع اشکال هوشمند و ... با استفاده از نام کاربری و رمز عبور وارد سایت gozine2.ir شوید. در ثبت نام اینترنتی نام کاربری کد ملی شماست و رمز عبور توسط خودتان تعیین شده است. در ثبت نام انفرادی و مدرسه‌ای، نام کاربری و رمز عبور خود را از مدرسه یا نمایندگی شهر خود دریافت نمایید.

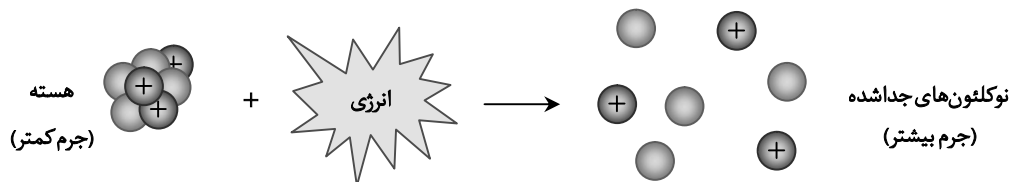
پاسخ تشریحی تصویری



۴۱- کدام یک از یکاهای زیر معادل یکای تسلا است؟

- (۱) $\frac{\text{نیوتون} \times \text{آمپر}}{\text{متر}}$ (۲) $\frac{\text{متر} \times \text{آمپر}}{\text{نیوتون}}$ (۳) $\frac{\text{نیوتون} \times \text{ثانیه}}{\text{کولن} \times \text{متر}}$ (۴) $\frac{\text{کولن} \times \text{متر}}{\text{نیوتون} \times \text{ثانیه}}$

۴۲- در طرح‌واره زیر، انرژی نشان داده شده، مربوط به کدام یک از گزینه‌های زیر است؟



(۱) انرژی آزاد شده در فرایند هم‌جوشی (۲) انرژی بستگی هسته‌ای

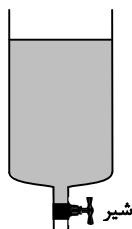
(۳) انرژی لازم برای انجام فرایند شکافت (۴) انرژی آزاد شده در پرتوزایی طبیعی

۴۳- مواد در حضور میدان مغناطیسی، به راحتی خاصیت مغناطیسی (آهن‌ربایی) موقت پیدا می‌کنند؛ اما به راحتی نیز این خاصیت را از دست می‌دهند و مواد دارای دوقطبی مغناطیسی خالصی نیستند.

- (۱) فرومغناطیسی نرم - دیامغناطیسی (۲) فرومغناطیسی سخت - دیامغناطیسی
(۳) پارامغناطیسی - پارامغناطیسی (۴) دیامغناطیسی - پارامغناطیسی

۴۴- مطابق شکل، شیر انتهای لوله را کمی باز می‌کنیم تا به تدریج آب درون آن تخلیه شود. در این حالت اگر از بالای لوله به درون آن دمیده شود، بسامد صوت شنیده شده چگونه تغییر می‌کند؟

- (۱) افزایش می‌یابد.
(۲) کاهش می‌یابد.
(۳) تغییر نمی‌کند.
(۴) به طور نوسانی کم و زیاد می‌شود.



۴۵- چه تعداد از گزاره‌های زیر، در مورد پدیده پراش درست است؟

- (الف) پدیده پراش تنها هنگام عبور موج از یک شکاف باریک مشاهده می‌شود.
(ب) امواج تخت هنگام عبور از یک شکاف باریک دچار پراش نمی‌شوند.
(پ) هر چقدر پهنای (قطر) شکاف مقابل به یک جبهه موج بزرگ‌تر باشد، پدیده پراش بارزتر رخ می‌دهد.
(ت) نقش پراش برای نورهای تکفام با طول موج‌های متفاوت از یک شکاف یکسان، متفاوت است.
- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

۴۶- معادله مکان- زمان متحرکی که روی محور x حرکت می‌کند، به صورت $x = -2t^2 + 8t + 11$ است. تندی متوسط متحرک در بازه زمانی $t = 1s$ تا $t = 5s$ چند متر بر ثانیه است؟

- (۱) ۲ (۲) ۴ (۳) ۵ (۴) ۵/۶

۴۷- در یک حرکت با شتاب ثابت بر خط راست، تندی متوسط در ۴ ثانیه دوم با تندی متوسط در ۴ ثانیه سوم برابر است. اگر مسافت طی شده در پنج ثانیه دوم ۲۶ متر باشد، بزرگی شتاب حرکت چند متر بر مربع ثانیه است؟

- (۱) ۲ (۲) ۴ (۳) ۶ (۴) ۸

۴۸- راننده خودرویی با سرعت اولیه v_0 روی خط راست حرکت می‌کند و پس از ۲۰s متوقف می‌شود. ابتدا در مدت t_1 ثانیه اول با شتابی به بزرگی $\frac{2}{3} \frac{m}{s^2}$ و سپس با شتابی به بزرگی $\frac{1}{3} \frac{m}{s^2}$ حرکت می‌کند تا متوقف شود. اگر مسافت طی شده توسط خودرو در t_1 ثانیه اول ۲۴ برابر مسافت طی شده در باقی‌مانده مسیر باشد، مسافت طی شده در ۱۰ ثانیه پایانی چند متر است؟

- (۱) ۳۷/۵ (۲) ۵۰ (۳) ۶۲/۵ (۴) ۱۰۰

محل انجام محاسبات:

۴۹- از ارتفاع چند متری نسبت به زمین، سنگی را رها کنیم تا با تندی $\frac{22}{5} \frac{m}{s}$ به زمین برسد؟ (از مقاومت هوا چشم‌پوشی شود و $g = 10 \frac{m}{s^2}$ است.)

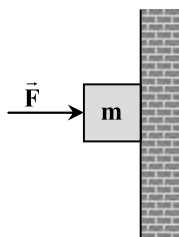
۲۸/۶ (۴)

۲۶/۴ (۳)

۲۵/۳ (۲)

۲۴/۲ (۱)

۵۰- در شکل روبه‌رو، ضربه‌ای روبه بالا در راستای قائم بر جسم وارد می‌شود و جسم با تندی v_0 روبه بالا حرکت می‌کند. اگر در تمام مدت رفت و برگشت جسم، نیروی عمودی F بر جسم وارد شود، تندی جسم پس از



برگشت به مکان اولیه چند برابر v_0 است؟ (بزرگی نیروی اصطکاک جنبشی $\frac{1}{3}$ بزرگی وزن جسم است.)

$\frac{1}{3}$ (۲)

$\frac{\sqrt{2}}{2}$ (۱)

$\sqrt{2}$ (۴)

$\frac{\sqrt{3}}{3}$ (۳)

۵۱- ماهواره‌ای در فاصله ۱۶۰۰ کیلومتری سطح زمین، به دور زمین می‌چرخد. بزرگی شتاب حرکت ماهواره چند متر بر مربع ثانیه است؟ (شعاع

زمین $R_e = 6400 \text{ km}$ و شتاب گرانشی در سطح زمین برابر با $g = 10 \frac{m}{s^2}$ است.)

۸ (۴)

۷/۶ (۳)

۶/۴ (۲)

۶ (۱)

۵۲- توپی به جرم 500 g در راستای قائم با تندی $10 \frac{m}{s}$ به سطح زمین برخورد کرده و پس از مدت زمان $\Delta t = 0.25 \text{ s}$ با تندی $5 \frac{m}{s}$ از سطح

زمین جدا می‌شود و بازمی‌گردد. متوسط نیروی عمودی که از طرف سطح زمین در مدت برخورد به توپ وارد می‌شود، چند نیوتون است؟

$(g = 10 \frac{m}{s^2})$

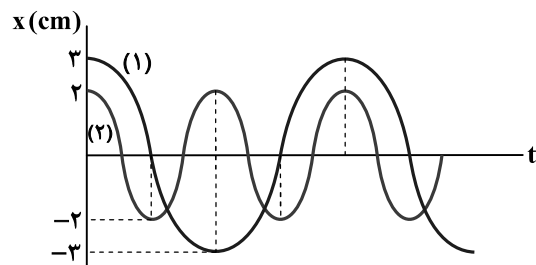
۳۵ (۴)

۳۰ (۳)

۲۵ (۲)

۲۰ (۱)

۵۳- نمودار مکان- زمان دو نوسانگر ساده مطابق شکل زیر است. اگر جرم نوسانگر (۱) دو برابر جرم نوسانگر (۲) باشد، بیشینه انرژی پتانسیل نوسانگر (۱) چند برابر انرژی جنبشی نوسانگر (۲) هنگام عبور از مرکز نوسان (وضع تعادل) است؟



$\frac{3}{2}$ (۱)

$\frac{9}{4}$ (۲)

$\frac{3}{4}$ (۳)

$\frac{9}{8}$ (۴)

۵۴- اگر در فاصله ۵ متری از یک چشمه صوت، تراز شدت صوت دریافتی ۸۶ دسی‌بل باشد، در فاصله ۱۰ متری از این چشمه، شدت صوت

دریافتی چند میکرووات بر متر مربع است؟ (از جذب انرژی توسط هوا صرف‌نظر می‌شود، $\log 2 \approx 0.3$ و $I_0 = 10^{-12} \frac{W}{m^2}$)

۲۵۰ (۴)

۲۰۰ (۳)

۱۰۰ (۲)

۵۰ (۱)

۵۵- یک دستگاه لرزه‌نگار موج‌های عرضی S و طولی P حاصل از یک زمین‌لرزه را که به ترتیب با تندی v_S و v_P منتشر می‌شوند، ثبت می‌کند. موج P به اندازه Δt ثانیه از موج S به دستگاه می‌رسد و فاصله محل زمین‌لرزه تا دستگاه برابر است.

$\Delta x = \Delta t \left(\frac{v_S v_P}{v_P - v_S} \right)$ (۲) زودتر -

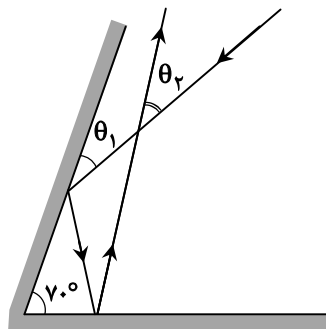
$\Delta x = \Delta t \left(\frac{v_P - v_S}{v_S v_P} \right)$ (۱) زودتر -

$\Delta x = \Delta t \left(\frac{v_S v_P}{v_S - v_P} \right)$ (۴) دیرتر -

$\Delta x = \Delta t \left(\frac{v_S - v_P}{v_S v_P} \right)$ (۳) دیرتر -

محل انجام محاسبات:

۵۶- در شکل داده شده، اندازه زاویه θ_1 برابر 40° است. اگر بدون تغییر وضعیت آینه‌ها، با چرخش پرتوی تابش اولیه، اندازه زاویه θ_1 را 10° زیاد کنیم، اندازه زاویه θ_2 چند درجه تغییر می‌کند؟



(۱) 10°

(۲) 20°

(۳) 30°

(۴) تغییر نمی‌کند.

۵۷- در اتم هیدروژن، بلندترین طول موج مربوط به رشته بالمر ($n' = 2$) چند برابر کوتاه‌ترین طول موج مربوط به رشته پاشن ($n' = 3$) است؟

(۴) $\frac{2}{3}$

(۳) $\frac{4}{9}$

(۲) $\frac{0}{8}$

(۱) $\frac{0}{6}$

۵۸- یک چشمه نور با طول موج 620 nm در هر دقیقه 3×10^{20} فوتون گسیل می‌کند. توان این چشمه نور چند وات است؟

($hc = 1240 \text{ eV} \cdot \text{nm}$ و $e = 1.6 \times 10^{-19} \text{ C}$)

(۴) ۳۲

(۳) ۱۶

(۲) $\frac{3}{2}$

(۱) $\frac{1}{6}$

۵۹- کدام گزینه در مورد ایزوتوپ‌های اورانیوم ^{235}U و اورانیوم ^{238}U درست است؟

(۱) خواص شیمیایی آن‌ها تفاوت بسیار زیاد دارد.

(۲) در سنگ معدن اورانیوم، از هر 140 اتم اورانیوم، حدود 70 اتم اورانیوم ^{235}U و بقیه اورانیوم ^{238}U است.

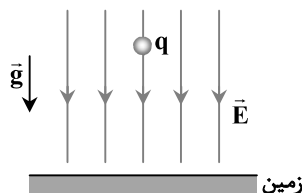
(۳) واکنش شکافت در اثر جذب یک نوترون کند توسط هسته اورانیوم ^{235}U اتفاق می‌افتد.

(۴) در فرایند غنی‌سازی، فراوانی اورانیوم ^{238}U را در یک نمونه افزایش می‌دهند.

۶۰- مطابق شکل، در بخشی از فضا، خطوط میدان الکتریکی یکنواخت در راستای قائم و به سمت

زمین بوده و اندازه آن برابر $\frac{2}{5} \times 10^4 \frac{\text{N}}{\text{C}}$ است. اگر ذره‌ای به جرم 40 میلی‌گرم و بار q ،

درون این میدان، معلق و در حال تعادل باشد، q چند نانوکولن است؟ ($g = 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$)



و ($k = 9 \times 10^9 \frac{\text{N} \cdot \text{m}^2}{\text{C}^2}$)

(۲) ۸

(۱) -۸

(۴) ۱۶

(۳) -۱۶

۶۱- ذره‌ای به جرم $m = 1 \text{ g}$ و بار الکتریکی $q = +40 \text{ nC}$ به کمک نخ‌ی بدون جرم به طول

0.5 m به نقطه O متصل است و مطابق شکل، درون میدان الکتریکی یکنواخت قرار دارد و با

رها شدن ذره در اثر نیروی وزن پایین می‌آید. اگر پتانسیل الکتریکی نقاط A و B به ترتیب

$-2/5 \text{ kV}$ و $+2/5 \text{ kV}$ و در ابتدا نخ به صورت افقی باشد (نقطه A)، در لحظه عبور ذره از

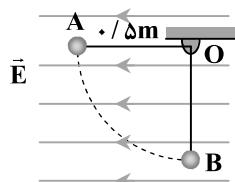
راستای قائم (نقطه B) انرژی جنبشی ذره چند میلی‌ژول است؟ ($g = 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$)

(۲) $5/2$

(۱) $4/8$

(۴) $7/2$

(۳) $6/4$



محل انجام محاسبات:

۶۲- مساحت هریک از صفحات یک خازن تخت بدون دی الکتریک، 8 cm^2 است. اگر بار ذخیره شده در خازن $3/6 \mu\text{C}$ باشد، اندازه میدان

الکتریکی یکنواخت بین صفحات خازن چند ولت بر متر است؟ $(\epsilon_0 = 9 \times 10^{-12} \frac{\text{F}}{\text{m}})$

(۴) 10^9

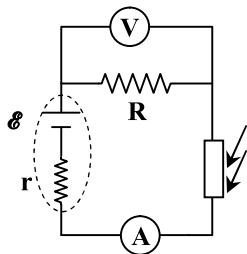
(۳) 5×10^8

(۲) 10^8

(۱) 5×10^7

۶۳- مدار شکل روبهرو، ابتدا در یک محل تاریک است. اگر نور با شدت قابل ملاحظه بر آن بتابد، اعدادی که ولت سنج و آمپرسنج آرمانی نشان

می دهند، چگونه تغییر می کنند؟



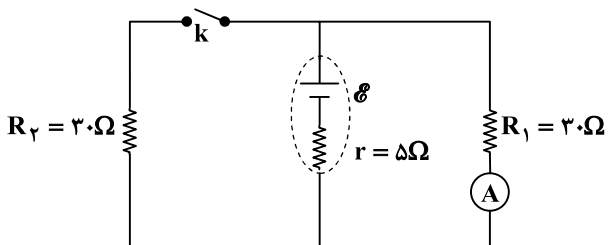
(۱) عدد ولت سنج زیاد و عدد آمپرسنج کم می شود.

(۲) عدد ولت سنج کم و عدد آمپرسنج زیاد می شود.

(۳) عدد هر دو کم می شود.

(۴) عدد هر دو زیاد می شود.

۶۴- در مدار روبهرو، آمپرسنج آرمانی $1/2$ آمپر را نشان می دهد. اگر کلید k بسته شود، آمپرسنج چند آمپر را نشان می دهد؟



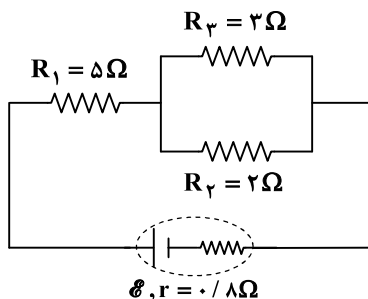
(۱) $0/6$

(۲) $0/9$

(۳) $1/0.5$

(۴) $1/3.5$

۶۵- در مدار داده شده، توان مصرفی در مقاومت R_3 برابر 12 وات است. توان تولیدی مولد چند وات است؟



(۱) 70

(۲) 10.5

(۳) 15.5

(۴) 17.5

۶۶- مطابق شکل، یک ذره باردار با تندی v به صورت نشان داده شده وارد منطقه ای می شود که میدان های

یکنواخت الکتریکی $\vec{E}$ و مغناطیسی $\vec{B}$ در آن وجود دارد ($\vec{B}$ عمود بر صفحه کاغذ و $\vec{E}$ موازی

صفحه کاغذ). اگر $E = 100 \frac{\text{N}}{\text{C}}$ و $B = 500 \text{ G}$ باشد، با چشم پوشی از وزن ذره و اثر مقاومت هوا روی

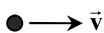
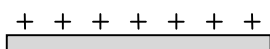
آن، مقدار v و جهت $\vec{B}$ کدام باشد تا ذره بر مسیر مستقیم با تندی ثابت حرکت کند؟

(۲) $v = 1000 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ و برون سو (⊙)

(۱) $v = 1000 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ و درون سو (⊗)

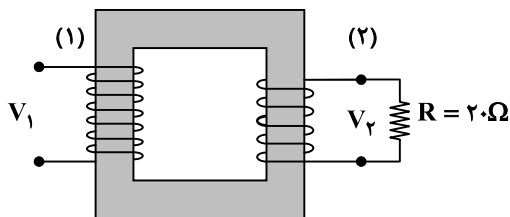
(۴) $v = 2000 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ و برون سو (⊙)

(۳) $v = 2000 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ و درون سو (⊗)



محل انجام محاسبات:

۶۷- در مدل آرمانی شکل مقابل، تعداد دور پیچها $N_1 = 80$ و $N_2 = 20$ بوده و معادله جریان الکتریکی گذرنده از مقاومت R در SI به صورت $I = 5 \sin(100\pi t)$ است. بیشینه اختلاف پتانسیل V_2 چند ولت است؟



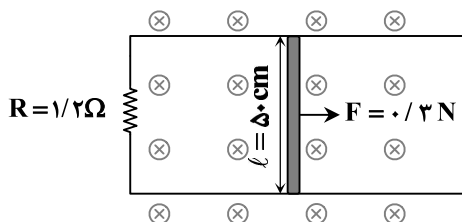
(۱) ۲۵

(۲) ۴۰

(۳) ۲۵۰

(۴) ۴۰۰

۶۸- مطابق شکل، یک میله فلزی به طول 50 cm روی ریل رسانایی توسط نیروی $F = 0.3 \text{ N}$ با تندی ثابت v درون میدان مغناطیسی $B = 0.6 \text{ T}$ به سمت راست کشیده می شود. مقدار v بر حسب متر بر ثانیه و جهت جریان القایی در میله کدام است؟ (مقاومت الکتریکی میله و اصطکاک را ناچیز فرض کنید).



(۱) ۴، بالا

(۲) ۲، پایین

(۳) ۲، بالا

(۴) ۴، پایین

۶۹- 300 g گرم از مایعی به چگالی $0.8 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}$ و 600 g گرم از مایعی به چگالی $1.2 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}$ را ترکیب می کنیم تا به یک مخلوط همگن تبدیل شود.

این مایع را در یک ظرف استوانه ای که مساحت مقطع آن 60 cm^2 است، می ریزیم و به صورت قائم روی وجه قاعده آن روی یک سطح افقی قرار می دهیم. فشار حاصل از این مخلوط بر کف ظرف چند کیلوپاسکال است؟ ($g = 10 \frac{\text{N}}{\text{kg}}$)

(۱) ۲/۸

(۲) ۲/۵

(۳) ۲

(۴) ۱/۵

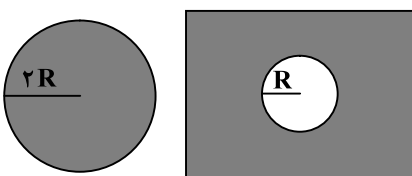
۷۰- مطابق شکل یک صفحه فلزی مستطیلی شکل با حفره ای دایره ای به شعاع R و یک صفحه دایره ای شکل به شعاع $2R$ از همان جنس در اختیار داریم. اگر دمای هر دو صفحه را به یک اندازه افزایش دهیم، شعاع صفحه دایره ای شکل چند برابر شعاع حفره خواهد شد؟

(۱) ۱

(۲) $\sqrt{2}$

(۳) ۲

(۴) ۴



۷۱- مطابق شکل، جسمی به جرم 2 kg را از پایین سطح شیب داری که با راستای افق زاویه 37°

می سازد، با تندی $10 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ روی سطح به سمت بالا پرتاب می کنیم. این جسم پس از 5 متر حرکت روی سطح شیب دار متوقف می شود. کار نیروی اصطکاک وارد بر این جسم تا لحظه

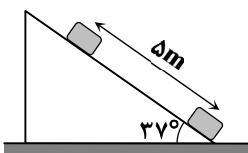
توقف چند ژول است؟ ($\sin 37^\circ = 0.6$ و $g = 10 \frac{\text{N}}{\text{kg}}$)

(۱) -۴۰

(۲) -۸۰

(۳) -۱۲۰

(۴) -۱۰۰



محل انجام محاسبات:

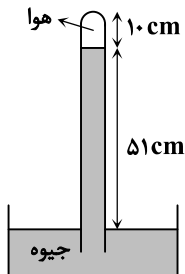
۷۲- ورزشکاری توپ فوتبالی را از سطح زمین با تندی $\frac{20}{s} m$ به طور مایل شوت می کند. وقتی که توپ از حداکثر فاصله تا زمین (نقطه اوج) عبور می کند،

تندی اش $\frac{8}{s} m$ است. فاصله توپ در این لحظه (در نقطه اوج) از سطح زمین چند متر است؟ $(g = 10 \frac{m}{s^2})$ و از مقاومت هوا صرف نظر کنید.

(۱) ۸ / ۴ (۲) ۱۲ / ۶ (۳) ۱۶ / ۸ (۴) ۲۰

۷۳- مقداری هوا در انتهای لوله ای که مطابق شکل درون ظرف حاوی جیوه قرار دارد، محبوس شده است.

لوله را چند سانتی متر دیگر در جیوه فرو ببریم تا حجم هوای محبوس ۲۰ درصد کاهش یابد؟ (فشار هوای محیط ۷۵ cmHg و دمای هوای محبوس ثابت است.)



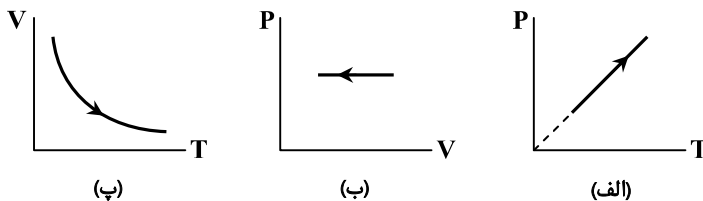
(۱) ۶

(۲) ۸

(۳) ۱۰

(۴) ۱۲

۷۴- در کدام یک از فرایندهای زیر، کاری که محیط روی دستگاه انجام می دهد، مقداری غیر صفر و مثبت است؟



(۱) «الف» و «ب»

(۲) «ب» و «پ»

(۳) «الف» و «پ»

(۴) فقط «پ»

۷۵- یک ماشین گرمایی با بازده ۶۰ درصد، چرخه ای آرمانی را طی می کند. در هر چرخه کار انجام شده توسط ماشین چند برابر گرمای داده شده به منبع دمای پایین است؟

(۱) ۳

(۲) ۱ / ۵

(۳) ۲ / ۳

(۴) ۱ / ۳

مرحله ۱۹ | داوطلب ریاضی | شیمی

محدوده: جامع مطابق محدوده آزمون سراسری سال ۱۴۰۵

وقت پیشنهادی: ۳۰ دقیقه

۷۶- کدام عبارت نادرست است؟

(۱) یون تکنسیم با یون یدید هم اندازه است و مانند آن جذب غده تیروئید می شود.

(۲) از اورانیوم (^{235}U) به عنوان سوخت در راکتورهای اتمی استفاده می شود.

(۳) افزایش درصد فراوانی یک ایزوتوپ در مخلوط ایزوتوپ های یک عنصر را غنی سازی ایزوتوپی می گویند.

(۴) گلوکز حاوی اتم پرتوزا با تجمع در توده های سرطانی، باعث آشکار شدن آن ها می شود.

۷۷- همه عبارت های زیر درست هستند، به جز

(۱) حاصل $n+1$ برای اولین زیرلایه ای که در لایه سوم الکترون می پذیرد، برابر با ۳ است.

(۲) در لایه الکترونی چهارم، چهار زیرلایه $4f$ ، $4d$ ، $4p$ و $4s$ یافت می شوند.

(۳) حداکثر گنجایش الکترونی یک زیرلایه برابر $(2l+1)$ است.

(۴) بر طبق قاعده آفبا، هنگام پر شدن زیرلایه ها، اولویت پر شدن با زیرلایه ای است که n کوچک تری دارد.

محل انجام محاسبات:

۷۸- کدام گزینه در مورد عنصر شماره ۳۱ جدول دوره‌ای درست است؟

- (۱) ۱۰ الکترون با $I = 0$ دارد.
(۲) در لایه ظرفیت خود ۳ الکترون با $I = 1$ دارد.
(۳) لایه ماقبل آخر آن کاملاً پر است.
(۴) با عنصر X_{51} هم‌گروه است.

۷۹- در معادله واکنش $KBrO_3 + N_2H_4 \rightarrow N_2 + KBr + H_2O$ ، پس از موازنه، مجموع ضرایب مولی فراورده‌ها کدام است؟

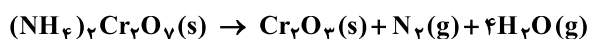
- (۱) ۹ (۲) ۱۱ (۳) ۵ (۴) ۱۶

۸۰- تعداد پیوند کووالانسی در کدام دو مولکول متفاوت است؟

- (۱) HCN و CO_2 (۲) CH_2O و CCl_4
(۳) SO_2 و O_3 (۴) NH_3 و SO_3

۸۱- واکنش زیر در ظرف سربازی در حال انجام است. اگر پس از انجام واکنش، $0/1$ مول فراورده جامد تولید شده باشد، کاهش جرم مواد جامد

موجود در ظرف چند گرم است؟ ($H = 1, N = 14, O = 16 : g \cdot mol^{-1}$)



- (۱) ۱۰ (۲) $4/6$ (۳) ۵ (۴) $9/2$

۸۲- به ۱۰ گرم آب موجود در لوله آزمایش، ۱ گرم ماده A با جرم مولی ۵۰ گرم بر مول اضافه می‌کنیم و مخلوط را کاملاً به هم می‌زنیم. $0/95$ گرم

از ماده A در ته لوله به صورت حل‌نشده باقی می‌ماند. کدام عبارت‌ها درست هستند؟ (چگالی محلول را $1 g \cdot mL^{-1}$ فرض کنید).

(الف) این ماده، یک ماده نامحلول در آب است.

(ب) غلظت مولی محلول موجود در لوله آزمایش، به تقریب $0/1 mol \cdot L^{-1}$ است.

(پ) درصد جرمی ماده A در این محلول، حدود ۵ درصد است.

(ت) غلظت ماده A در این محلول، به تقریب $5 \times 10^3 ppm$ است.



(۱) «الف» و «ب» (۲) «ب» و «ت»

(۳) «الف» و «پ» (۴) «پ» و «ت»

۸۳- در یک محلول رقیق آبی با چگالی تقریبی $1 g \cdot mL^{-1}$ ، غلظت OH^- برابر با ۱۷ ppm است. چند لیتر از این محلول کافی است تا همه

یون‌های Fe^{3+} موجود در ۱۰ mL از محلول $0/1$ مولار آهن (III) کلرید رسوب کند؟ ($H = 1, O = 16 : g \cdot mol^{-1}$)

- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

۸۴- انحلال‌پذیری سدیم نیترات در دمای $10^\circ C$ برابر با ۸۰ گرم در ۱۰۰ گرم آب است. در ۴۵ گرم محلول سیرشده این ماده در دمای $10^\circ C$ ،

تقریباً چند گرم یون سدیم وجود دارد؟ ($N = 14, O = 16, Na = 23 : g \cdot mol^{-1}$)

- (۱) $7/21$ (۲) $5/41$ (۳) $4/62$ (۴) $6/54$

۸۵- چه تعداد از موارد زیر درست هستند؟

- مولکول‌های آب در مقایسه هیدروژن سولفید، اندازه کوچک‌تر و برآیند گشتاور دوقطبی بیشتری دارند.
- مولکول‌های آب در حالت مایع به دلیل پیوندهای هیدروژنی قوی در بین خود، امکان لغزیدن و جابه‌جایی روی یکدیگر را ندارند.
- وجود فضاهای خالی منظم در بلور یخ، باعث می‌شود چگالی آب صفر درجه سلسیوس از یخ در همین دما بیشتر باشد.
- از بین سه حلال، اتانول، استون و هگزان، برآیند بردار گشتاور دوقطبی در دو مورد بزرگ‌تر از صفر است و در حالت خالص در بین مولکول‌های یکی از آن‌ها پیوند هیدروژنی وجود دارد.
- در مخلوط ید و هگزان، جاذبه‌های ایجادشده بین دو مولکول از نوع وان‌دروالسی است.

- (۱) ۵ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

محل انجام محاسبات:

۸۶- کدام مطلب درست است؟

- (۱) در دوره سوم، شعاع اتمی و خاصیت فلزی عنصر پتاسیم از بقیه عناصر این دوره بیشتر است.
 (۲) در عناصر موجود در یک دوره جدول دوره‌ای، تعداد زیرلایه‌های الکترونی اشغال شده ثابت می‌ماند.
 (۳) در هر گروه از جدول دوره‌ای، از بالا به پایین، شمار لایه‌های الکترونی افزایش و شعاع اتمی کاهش می‌یابد.
 (۴) در یک دوره از جدول دوره‌ای، از چپ به راست جاذبه هسته بر روی الکترون‌ها افزایش می‌یابد.
- ۸۷- در اثر واکنش ۱۹/۵ گرم بنزن با خلوص ۸۰ درصد با مقدار کافی گاز هیدروژن در مجاورت کاتالیزگر، چند گرم ترکیب سیر شده به دست می‌آید؟ (بازده واکنش را ۷۵ درصد در نظر بگیرید.) ($H = 1, C = 12 : g \cdot mol^{-1}$)

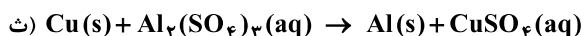
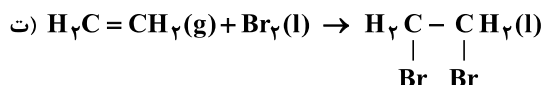
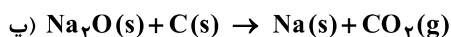
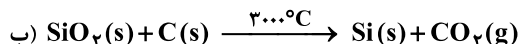
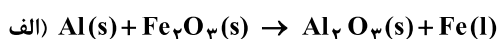
(۴) ۱۹/۶

(۳) ۱۵/۷۵

(۲) ۱۲/۶

(۱) ۱۶/۸

۸۸- فرآورده‌های چه تعداد از واکنش‌های زیر به درستی نوشته شده است؟ (واکنش‌ها موازنه شده نیستند.)



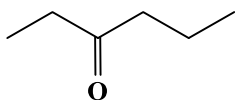
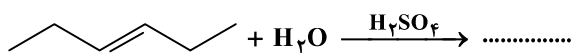
(۴) ۵

(۳) ۴

(۲) ۳

(۱) ۲

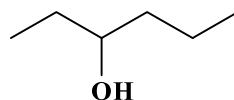
۸۹- فرآورده اصلی واکنش زیر، کدام است؟



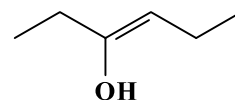
(۴)



(۳)



(۲)



(۱)

۹۰- با توجه به شکل داده شده، کدام عبارت‌ها درست است؟

الف) میزان گرمی دو ظرف یکسان است.

ب) در اثر کاهش دمای دو ظرف به میزان $5^\circ C$ ، انرژی آزاد شده از هریک از آن‌ها یکسان است.

پ) تندی حرکت ذره‌های محتوای ظرف (۲)، دو برابر ظرف (۱) است.

ت) مجموع انرژی جنبشی محتوای ظرف (۲)، دو برابر میانگین انرژی جنبشی محتوای

ظرف (۱) است.

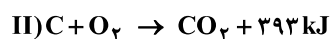
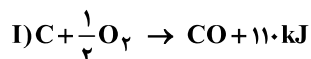
ث) ظرفیت گرمایی محتوای ظرف (۲)، دو برابر ظرفیت گرمایی ویژه محتوای ظرف (۱) است.

(۴) «الف» و «ب»

(۳) فقط «ث»

(۲) «پ» و «ت»

(۱) فقط «الف»

۹۱- با توجه به معادله‌های داده شده، چند مورد از عبارت‌های زیر درست است؟ ($C = 12 g \cdot mol^{-1}$)

■ گرمای حاصل از سوختن ۷/۲ گرم کربن در واکنش (II) بیشتر از ۱۴/۴ گرم کربن در واکنش (I) می‌باشد.

■ در شرایط یکسان، محتوای انرژی کربن مونوکسید بالاتر از کربن دی‌اکسید است.

■ واکنش تبدیل کربن مونوکسید به کربن دی‌اکسید گرماگیر است.

■ از سوختن ۳/۶ گرم کربن در واکنش (II)، ۱۱۷/۹ ژول گرما آزاد می‌شود.

(۴) ۴

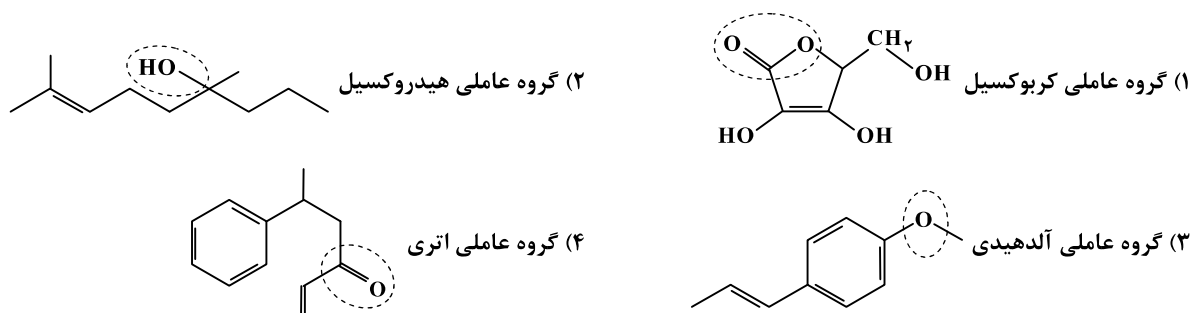
(۳) ۳

(۲) ۲

(۱) ۱

محل انجام محاسبات:

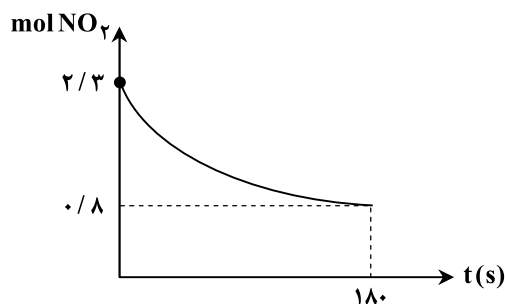
۹۲- نام گروه عاملی مشخص شده در کدام گزینه درست است؟



۹۳- آنتالپی استاندارد سوختن اتن و متان به ترتیب -1410 و -890 کیلوژول بر مول است. در صورتی که انرژی پیوند $C=O$ و $O=O$ به ترتیب 498 و 803 کیلوژول بر مول باشد، انرژی پیوند $C=C$ کدام است؟

- (۱) 520 (۲) 260 (۳) 294 (۴) 588

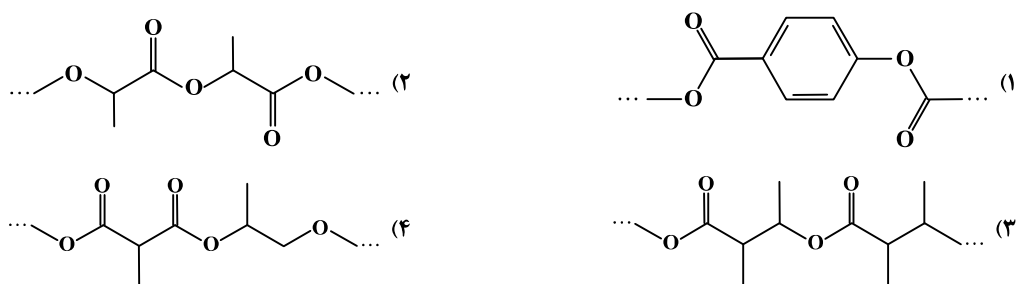
۹۴- واکنش $2NO_2(g) \rightarrow 2NO(g) + O_2(g)$ در یک ظرف ۵ لیتری انجام شده است. با توجه به نمودار مول-زمان ماده NO_2 ، سرعت متوسط تولید گاز O_2 در همین بازه زمانی بر حسب $mol \cdot L^{-1} \cdot min^{-1}$ کدام است؟

(۱) $0/1$ (۲) $0/5$ (۳) $0/25$ (۴) $0/05$

۹۵- کدام پلیمر زیر امکان تبدیل شدن به کود را دارد؟

- (۱) تفلون (۲) پلی لاکتیک اسید (۳) پلی اتن (۴) پلی استیرن

۹۶- الکل دوعاملی و اسید آلی دوعاملی، مونومرهایی برای ساخت کدام یک از پلیمرهای زیر هستند؟ (در گزینه‌ها قسمتی از ساختار پلیمرها نشان داده شده است.)



۹۷- استر بلندزنجیر از ترکیب اسید چرب و الکل تشکیل می‌شود. اسید چرب سازنده استر بلند زنجیر در ساختار نوعی چربی، شامل ۱۸ کربن است و زنجیر هیدروکربنی آن پیوند دوگانه یا سه‌گانه ندارد. فرمول مولکولی این استر بلند زنجیر کدام است؟

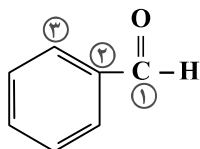
- (۱) $C_{57}H_{108}O_6$ (۲) $C_{57}H_{110}O_6$ (۳) $C_{60}H_{120}O_3$ (۴) $C_{60}H_{110}O_3$

محل انجام محاسبات:

۹۸- ۱۰۰ میلی لیتر محلول یک اسید قوی یک ظرفیتی با $pH = 1/7$ را به تقریب با چند میلی لیتر محلول یک باز قوی یک ظرفیتی با $pH = 12/3$ مخلوط کنیم تا محلولی با $pH = 11/6$ پدید آید؟

۱۵۰ (۱) ۲۰۰ (۲) ۵۰ (۳) ۱۰۰ (۴)

۹۹- با توجه به ساختار زیر که مربوط به بنزالدهید است، کدام گزینه درست می باشد؟



(۱) عدد اکسایش کربن شماره ۱ بزرگتر از عدد اکسایش کربن ۲ و کربن ۳ است.

(۲) عدد اکسایش تمامی اتمهای کربن حلقه بنزن با هم برابر است.

(۳) عدد اکسایش کربن شماره ۱ با کربن اتین برابر است.

(۴) تنوع عدد اکسایش اتمهای کربن در این ترکیب مشابه نفتالن است.

۱۰۰- کدام گزینه نادرست است؟

(۱) در بین فلزها، لیتیم کمترین چگالی و کمترین پتانسیل استاندارد کاهش را دارد.

(۲) فلزهای فعالی مانند سدیم، منیزیم و آلومینیم را از برقکافت نمکهای مذابشان می توان تهیه کرد.

(۳) در شرایط یکسان، فلزی زودتر خورده می شود که پتانسیل کاهش استاندارد منفی تری داشته باشد.

(۴) هنگامی که در سطح آهن گالوانیزه خراشی ایجاد کنیم، در شرایط مناسب برای خوردگی، نیم واکنش اکسایشی رخ می دهد که قبل از ایجاد خراش نیز رخ می داد.

۱۰۱- در بین مولکولهای HCl ، H_2O ، CO_2 ، C_2H_2 و SCO ، چند مولکول ساختار خطی دارند و ناقطبی هستند؟

یک (۱) دو (۲) سه (۳) چهار (۴)

۱۰۲- در چند مورد، نوع جاذبه های بین واحدهای سازنده هر ماده درست نوشته شده است؟

(الف) گوگرد تری اکسید: نیروی وان دروالس

(پ) کلسیم سولفات: پیوند کووالانسی

(ث) یخ خشک: پیوند هیدروژنی

(ج) منیزیم اکسید: پیوند یونی

۳ (۱) ۴ (۲) ۵ (۳) ۶ (۴)

۱۰۳- چه تعداد از موارد زیر درست هستند؟

■ کاتالیزگر علاوه بر کاهش انرژی فعال سازی باعث افزایش ثابت تعادل در یک فرایند برگشت پذیر می شود.

■ مبدل کاتالیستی در موتور دیزلی علاوه بر کاتالیزگر دارای یک ماده به عنوان واکنش دهنده است.

■ در صورت استفاده از دانه های مش به جای توری، به دلیل افزایش سطح تماس، عملکرد مبدل کاتالیستی افزایش می یابد.

■ در یک واکنش گرماگیر با $\Delta H = 100 \text{ kJ}$ و $E_a = 120 \text{ kJ}$ ، کاتالیزگر می تواند انرژی فعال سازی را به میزان ۵۰٪ کاهش دهد.

۱ (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴)

۱۰۴- در واکنش $2NO_2 \rightleftharpoons N_2O_4$ کدام مطلب زیر نادرست است؟

(۱) با افزایش فشار مخلوط گازی ابتدا کم رنگ و بعد پررنگ می شود.

(۲) با افزایش دما مقدار ثابت تعادل کاهش می یابد.

(۳) با افزایش دما مخلوط پررنگ تر می شود.

(۴) با کاهش حجم ظرف تعداد مولکول های گازی کاهش می یابد.

۱۰۵- در تبدیل اتن به اتیلن گلیکول ($C_2H_6O_2$)، چند مورد از ویژگی های زیر افزایش می یابند؟ ($H = 1, C = 12, O = 16 : g \cdot mol^{-1}$)

(الف) تعداد جفت الکترون های ناپیوندی

(ب) مجموع عدد اکسایش اتم ها

(پ) درصد جرمی عنصر کربن

(ت) قدرت جاذبه های بین مولکولی

۱ (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴)

محل انجام محاسبات:

اسامی هیأت علمی آزمون های ویژه داوطلبان کنکور ۱۴۰۵ گروه علوم ریاضی

مدیرگروه	عنوان درس	مسئول درس	طراحان	دستیار مسئول درس
سید شاکری سید امیر محمد	حسابان و ریاضی پایه	علی افضل زاده	حسین شفیع زاده- ایمان اردستانی	عباس سعیدی- وحید جعفری
	هندسه	سعید اکبرزاده	سید محسن میراسلامی- فرهاد فرزانی- سعید اکبرزاده	هادی کاظم نژاد
	ریاضیات گسسته	سعید اکبرزاده	علیرضا شریف خطیبی- سعید اکبرزاده- امیدرضا پورحسینی	فرهاد فرزانی
محمد حسینی کشانی	فیزیک	منصور داودوندی	علی نعیمی- بهمن شاهمرادی- احمد رضوانی منصور داودوندی- جمال خم خاجی	ساناز دریگوندی
	شیمی	شهرام شاه پرویزی	ماشاءالله سلیمانی- بهنام ابراهیم پور- مهرداد ملاصالحی- سید صمد صفوی حسین شرانلو- رضا بخشیان- محمدرضا پورجاوید- یاسر راش	حنانه شریف خطیبی

معاون تولید محتوا: علی الفتی

مدیر واحد آموزش تخصصی: محمدرضا محمد هاشمی

A

دفترچه پاسخ تشریحی

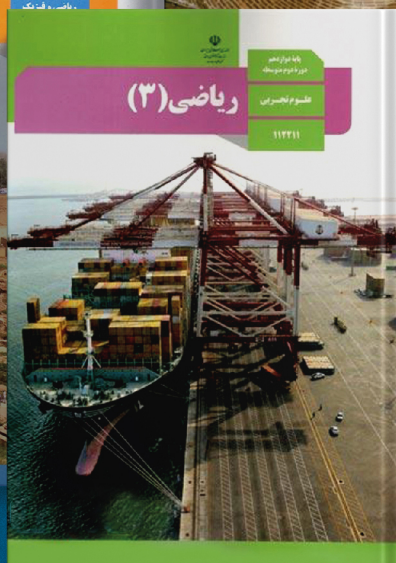
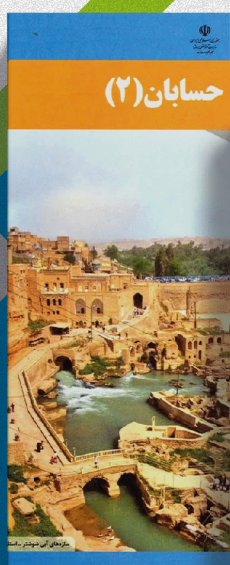
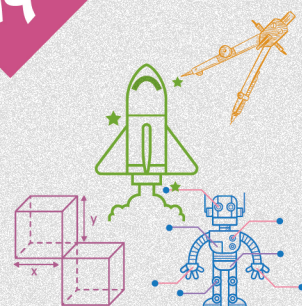
گروه آزمایشی علوم ریاضی

آزمون آزمایشی ۹ تیر ۱۴۰۵

ویژه داوطلبان آزمون سراسری ۱۴۰۵

پایه
دوازدهم

مرحله
۱۹



۱۴۰۴-۱۴۰۵



SanjeshCloud

www.SanjeshCloud.ir

گزیده دو

مؤسسه آموزشی فرهنگی

تذکرات مهم ↓

➤ آزمون آزمایشی مرحله ۲۰ گزینه دو، در روز جمعه ۱۶ مرداد ۱۴۰۵ برگزار می گردد.

➤ داوطلب گرامی، جهت استفاده از خدمات طلایی خود مانند کارنامه های هوشمند بعد از آزمون، آزمونک ها، بانک سؤال گزینه دو، رفع اشکال هوشمند، آرشیو آزمون های گزینه دو و...، با استفاده از شماره داوطلبی (به عنوان نام کاربری) و کد ملی خود (به عنوان رمز عبور) وارد وبسایت گزینه دو به آدرس www.gozine2.ir شوید.

➤➤ در صورتی که اینترنتی ثبت نام کرده اید، رمز عبور شما همان رمزی است که خودتان انتخاب نموده اید.

➤ کارنامه های آزمون آزمایشی مرحله ۱۹ به صورت کامل، با فاصله زمانی کوتاهی پس از آزمون مطابق اطلاعیه اعلام شده، بر روی پایگاه اینترنتی گزینه دو به آدرس www.gozine2.ir قرار می گیرد. در صورت بروز اشکال در دریافت کارنامه، موضوع را از طریق نمایندگی شهر خود پیگیری نمایید.



داوطلب گرامی، شما می توانید با اسکن تصویر بالا به وسیله گوشی هوشمند و یا تبلت خود، به صفحه اینستاگرام مؤسسه گزینه دو وارد شوید.

📷 gozine2.ir

● مدیر واحد آموزش تخصصی: محمدرضا محمدهاشمی

● معاون تولید محتوا: علی الفتی

کارشناسان

طراحان

سید مهدی عابدی • سید علی موسوی راد

حسین شفیع زاده • ایمان اردستانی

حسابان و ریاضی پایه
مسئول درس: علی افضل زاده
دستیاران: عباس سعیدی - وحید جعفری

علی صادقی • مانی خداینده

سید محسن میراسلامی • فرهاد فرزانی
سعید اکبرزاده

هندسه
مسئول درس: سعید اکبرزاده
دستیار: هادی کاظم نژاد

حسین خواجوند • مانی خداینده

سعید اکبرزاده • علیرضا شریف خطیبی
امیدرضا پورحسینی

ریاضیات گسسته
مسئول درس: سعید اکبرزاده
دستیار: فرهاد فرزانی

پوپک مقدم

علی افضل زاده • مهرداد کیوان
ایمان اردستانی

ریاضی تجربی
مسئول درس: ایمان اردستانی
دستیاران: وحید جعفری - مهدی پوررضایی

امیرحسین حریری • ایمان حسین زاده

علی افضل زاده • وحید رباعی
حسین افسری

ریاضی انسانی
مسئول درس: حسین افسری
دستیاران: مهدی پوررضایی - عباس مالکی

گروه ریاضی

گروه ریاضی
مسئول: سید شاکری
دستیار: سید مهدی

کارشناسان

طراحان

بتول خواجه پور • علی حاجی محمدزاده
مهدیار مسعودی نیا

امیر کیبری راد • محمد یازوکی
علیرضا اکبریور • علی پناهی شایق
مسعود حدادی • بهرام میرحبیبی
محمد شاملو • منصور کهن دل

زیست شناسی
مسئول درس: امیر کیبری راد
دستیار: پرسا کامکار

مریم کلی حسن لو

بهمن شاهمرادی • علی نعیمی
منصور داودوندی • احمد رضوانی
جمال خم خاجی

فیزیک
مسئول درس: منصور داودوندی
دستیار: ساناز دریگوندی

مرتضی قدیانی • حسین ایمانی پور

بهنام ابراهیم پور • ماشاءالله سلیمانی
سید صمد صفوی • مهداد ملاصالحی
رضا بخشیان • حسین شرانلو
یاسر راش • محمدرضا پورچاوید

شیمی
مسئول درس: شهرام شاه پرویزی
دستیار: حنا شریف خطیبی

فرزانه صاعدی • حسن علیمحمدی
روزبه اسحاقیان

حسن علیمحمدی • فرزانه رجایی
عباس روزبهانی • فرزانه صاعدی

زمین شناسی
مسئول درس: شکبیا کریمی

گروه علوم

گروه علوم
مسئول: محمد حسین کشانی
دستیار: سید مهدی

کارشناسان

طراحان

محمدصادق حسام زاده • محمدصدرا حسینی

محمد رضا لمسه چی • ابوالفضل قاضی
طاهره موسی زاده • علی عطری
امیرمهدی اسفندی • محمدرضا پیرو

علوم و فنون ادبی
مسئول درس: محمدرضا پیرو
دستیار: حسنا محمدی - سپهر سالار کیا

مهتاب شیرازی • هستی ناصح

فروغ تیموریان • آریتا بیدقی
محمدزمان کبیر • علیرضا مختاری
محمود حسن پور

جامعه شناسی
مسئول درس: الهام رضایی
دستیار: فاطمه صفری

علی شکری • فاطمه یاری

سیده ضحی سکاکی • سیمین زاهدی
حمیدرضا توکلی

روان شناسی
مسئول درس: سیده ضحی سکاکی
دستیار: ثنا کاشیان

فاطمه نظری • سارا حمزه
مهتاب شیرازی • صبا پهلوان

اسرافیل قربانپور • کاظم غلامی
پدرام علیمرادی • حمید جوهری مجد
عرفان جالیزی • پویا رضاداد

زبان عربی
مسئول درس: پویا رضاداد

مهتاب شیرازی • محمدصدرا حسینی

بهروز یحیی • شهرام امامی
مریم قلی پور • نگار مروتی

تاریخ
مسئول درس: سیده ساره زاهدی

مهتاب شیرازی • محمدصدرا حسینی

بهروز یحیی • شهرام امامی
نگار مروتی

جغرافیا
مسئول درس: الناز گنج کار
دستیار: الهه ریاحی نسب

سپهر علی پور • ابوالفضل میرمحمدی
امیررضا علیرزاده

علی اکبر آخوندی • حمید سودیان طهرانی
مهدی لاجوردی • سعید رحیمیان
ناصر آزادجو • فرهاد قاسمی نژاد

فلسفه و منطق
مسئول درس: سعید رحیمیان
دستیاران: محمدحسین خدام - فراز مختاری نژاد

کوثررعدی

میترا چینی ساز • حسین خاکساری
محمدرضا مبارکی • طاهره کرم
آرش بدری

اقتصاد
مسئول درس: امیر محمدبیگی
دستیار: محمدرضا مبارکی

گروه انسانی

گروه انسانی
مسئول: علی آفرینندی
دستیار: سید مهدی



ریاضیات



۱- پاسخ: گزینه ۱

▲ مشخصات سؤال: متوسط * ریاضی ۱ (فصل ۳، درس های ۳ و ۴)

(اتحاد مربع دوجمله ای) $(a \pm b)^2 = a^2 \pm 2ab + b^2$: نکته ۱

نکته ۲: هرگاه $a > 0$ برای هر دو عدد طبیعی m و n ، توان کسری و غیر صحیح $\frac{m}{n}$ را برای a چنین تعریف می کنیم:

$$\frac{m}{a^n} = \sqrt[n]{a^m}$$

هدف محاسبه $A = \sqrt{a} + \sqrt{a^2 + a}$ است. دو طرف تساوی را به توان ۲ می رسانیم:

$$A^2 = a + a^2 + a + 2\sqrt{a^3 + a^2} \Rightarrow A^2 = a^2 + 2a + 2a\sqrt{a+1}$$

اکنون مقدار a را جایگزین می کنیم:

$$A^2 = (\sqrt[3]{4} - 1)^2 + 2(\sqrt[3]{4} - 1) + 2(\sqrt[3]{4} - 1)\sqrt[3]{4} \Rightarrow A^2 = \sqrt[3]{16} - 2\sqrt[3]{4} + 1 + 2\sqrt[3]{4} - 2 + 2(\sqrt[3]{4} - 1)\sqrt[3]{4}$$

$$\Rightarrow A^2 = \sqrt[3]{8}\sqrt[3]{2} - 1 + 2(\sqrt[3]{4} - 1)\sqrt[3]{2} \Rightarrow A^2 = 2\sqrt[3]{2} - 1 + 2(\sqrt[3]{8} - \sqrt[3]{2}) \Rightarrow A^2 = 2\sqrt[3]{2} - 1 + 4 - 2\sqrt[3]{2} = 3 \Rightarrow A^2 = 3$$

$$\xrightarrow{A>0} A = \sqrt{3}$$

۲- پاسخ: گزینه ۴

▲ مشخصات سؤال: متوسط * ریاضی ۱ (فصل ۴، درس ۳)

با توجه به اینکه مجموعه جواب نامعادله درجه سوم به صورت $\{-1, 2, -\infty\}$ است، پس جدول تعیین علامت عبارت

$$p(x) = (x-a)(x^2+bx+c)$$
 به صورت زیر است:

x	$-\infty$	۱	۲	$+\infty$
p(x)		-	-	+

$$p(x) = (x-1)^2(x-2)$$

علامت عبارت $p(x)$ در اطراف $x=1$ تغییر نکرده است، پس:

بنابراین دو حالت زیر را می توان برای $p(x)$ در نظر گرفت:

حالت اول: $x=1$ ریشه پранتز اول و $x=2$ ریشه پранتز دوم باشند:

$$\begin{cases} x-a=x-1 \Rightarrow a=1 \\ x^2+bx+c=(x-1)(x-2) \Rightarrow x^2+bx+c=x^2-3x+2 \Rightarrow b=-3, c=2 \Rightarrow bc=-6 \end{cases}$$

حالت دوم: $x=2$ ریشه پранتز اول و $x=1$ ریشه مضاعف پранتز دوم باشد:

$$\begin{cases} x-a=x-2 \Rightarrow a=2 \\ x^2+bx+c=(x-1)^2 \Rightarrow x^2+bx+c=x^2-2x+1 \Rightarrow b=-2, c=1 \Rightarrow bc=-2 \end{cases}$$

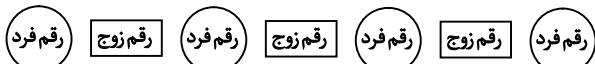
پس مجموع مقادیر ممکن برای bc برابر -8 است.

۳- پاسخ: گزینه ۲

▲ مشخصات سؤال: متوسط * ریاضی ۱ (فصل ۶، درس ۲)

نکته: تعداد جایگشت های n شیء متمایز برابر است با $n!$.

برای این منظور، ارقام زوج و فرد باید به شکل زیر، یکی در میان قرار گیرند و داریم:



$$144 = 4! \times 3! = 24 \times 6 = 144$$

▲ مشخصات سؤال: متوسط * آمار و احتمال (فصل ۱، درس ۱)

۴- پاسخ: گزینه ۴

نکته: برای دو گزاره p و q داریم:

$$\begin{cases} \sim(p \vee q) \equiv \sim p \wedge \sim q \\ \sim(p \wedge q) \equiv \sim p \vee \sim q \end{cases} \text{ : قوانین دمورگان}$$

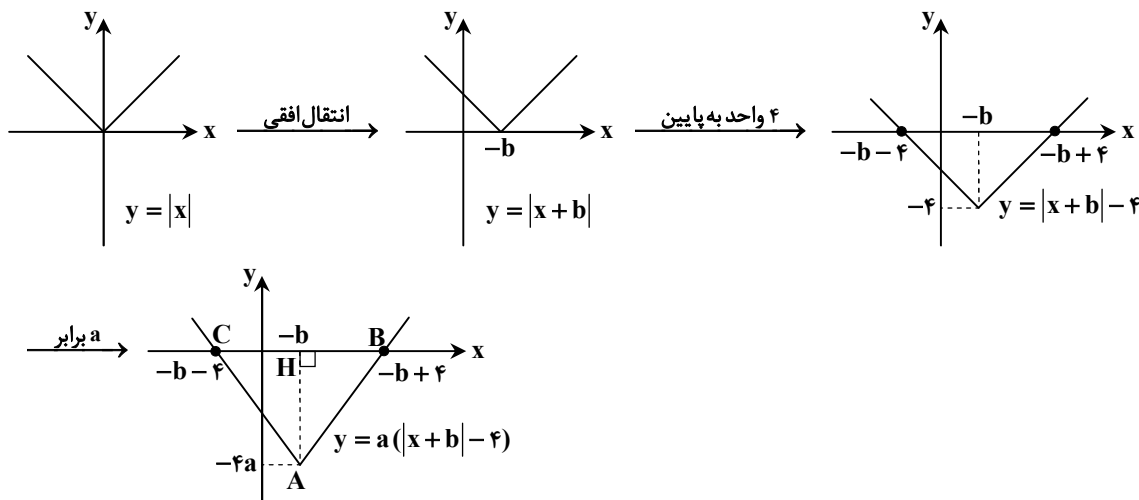
$$p \Rightarrow q \equiv \sim p \vee q$$

نکته: گزاره $\sim q \Rightarrow \sim p$ عکس نقیض ترکیب شرطی $p \Rightarrow q$ است.

عکس نقیض ترکیب شرطی $(\sim p \Rightarrow q) \Rightarrow (\sim q \wedge p)$ به صورت زیر است:

$$\begin{aligned} \sim(\sim q \wedge p) &\Rightarrow \sim(\sim p \Rightarrow q) \equiv \sim(\sim(\sim q \wedge p)) \vee \sim(\sim p \Rightarrow q) \equiv (\sim q \wedge p) \vee \sim(\sim p \vee q) \equiv (\sim q \wedge p) \vee (\sim p \wedge \sim q) \\ &\equiv q \wedge (p \vee \sim p) \equiv q \wedge T \equiv q \end{aligned}$$

۵- پاسخ: گزینه ۲ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * حسابان ۲ (فصل ۱، درس ۱)

نکته: برای رسم تابع $y = kf(x)$ برای $k > 1$ کافی است نمودار تابع f را در راستای محور عرض‌ها k برابر بکشیم.نمودار را طی مراحل زیر رسم می‌کنیم (برای a و b مقادیر دلخواه در نظر می‌گیریم):با توجه به اعداد روی شکل در مورد مساحت مثلث ABC داریم:

$$S_{\triangle ABC} = 40 \Rightarrow \frac{1}{2} AH \times BC = 40 \Rightarrow |-4a|((-b+4) - (-b-4)) = 80 \Rightarrow 4a \times 8 = 80 \Rightarrow a = \frac{10}{4} \Rightarrow a = \frac{5}{2}$$

۶- پاسخ: گزینه ۲ ▲ مشخصات سؤال: دشار * حسابان ۱ (فصل ۱، درس ۱ و فصل ۲، درس ۲)

نکته ۱: اگر k عددی صحیح باشد، آنگاه $[x+k] = [x] + k$ نکته ۲: مقدار عبارت $[-x] + [x]$ اگر $x \in \mathbb{Z}$ برابر صفر و اگر $x \notin \mathbb{Z}$ برابر منفی یک است.نکته ۳: مجموع جملات دنباله حسابی a_n با قدرنسبت d برابر است با:

$$S_n = \frac{n}{2}(2a_1 + (n-1)d)$$

ابتدا جمله عمومی دنباله را با توجه به نکات فوق، ساده می‌کنیم:

$$a_n = \left(\left[\frac{n+6}{2}\right] + \left[\frac{-n}{2}\right]\right)n - 2 \Rightarrow a_n = \left(\left[\frac{n}{2}\right] + 3 + \left[\frac{-n}{2}\right]\right)n - 2 \Rightarrow a_n = \begin{cases} 3n-2 & \text{زوج } n \\ 2n-2 & \text{فرد } n \end{cases}$$

هر دو دنباله به دست آمده، دنباله‌ای حسابی هستند. جملات با شماره زوج با قدرنسبت $2 \times 3 = 6$ و جملات با شماره فرد با قدرنسبت $4 = 2 \times 2$ افزایش می‌یابند.مجموع ۲۰ جمله اول هر دو دنباله را محاسبه می‌کنیم تا مجموع ۴۰ جمله اول دنباله a_n به دست آید:

$$S_{40} = \frac{20}{2}(2 \times a_1 + (20-1) \times (2 \times 2)) + \frac{20}{2}(2 \times a_3 + (20-1) \times (3 \times 2)) = 10 \times (2 \times 0 + 76) + 10 \times (2 \times 4 + 114) = 760 + 1220 = 1980$$

۷- پاسخ: گزینه ۲ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * حسابان ۱ (فصل ۱، درس ۵)

$$AH = \frac{|ax_0 + by_0 + c|}{\sqrt{a^2 + b^2}}$$

نکته ۱: فاصله نقطه $A(x_0, y_0)$ از خط $ax + by + c = 0$ برابر است با:

$$\frac{|c - c'|}{\sqrt{a^2 + b^2}} \quad \text{نکته ۲: فاصله دو خط موازی } ax + by + c = 0 \text{ و } ax + by + c' = 0 \text{ برابر است با:}$$

از آنجا که فاصله خط ℓ از خط $4x + 2y - 1 = 0$ تعریف شده است، پس خط ℓ موازی خط $4x + 2y - 1 = 0$ است؛ بنابراین معادله خط ℓ به صورت $4x + 2y + c = 0$ است.فاصله این دو خط با فاصله خط ℓ از $A(-1, 5)$ برابر است، پس:

$$\frac{|c - (-1)|}{\sqrt{4^2 + 2^2}} = \frac{|-4 + 10 + c|}{\sqrt{4^2 + 2^2}} \Rightarrow |c+1| = |c+6| \Rightarrow c+1 = \pm(c+6) \Rightarrow c+1 = -c-6 \Rightarrow 2c = -7 \Rightarrow c = -\frac{7}{2}$$

بنابراین معادله خط ℓ به صورت $4x + 2y - \frac{7}{2} = 0$ است. عرض از مبدأ این خط با جایگذاری $x = 0$ به دست می‌آید.

$$4 \times 0 + 2y - \frac{7}{2} = 0 \Rightarrow y = \frac{7}{4}$$

۸- پاسخ: گزینه ۲

▲ مشخصات سؤال: متوسط * حسابان ۱ (فصل ۲، درس ۳)

نکته: برای به دست آوردن ضابطه تابع وارون یک تابع یک به یک مانند f ، در معادله $y = f(x)$ در صورت امکان x را بر حسب y محاسبه می کنیم، سپس با تبدیل y به x ، $f^{-1}(x)$ را به دست می آوریم.

راه حل اول:

ابتدا وارون f تابع f را به دست می آوریم:

$$y = \sqrt{2-x} + 1 \Rightarrow y-1 = \sqrt{2-x} \xrightarrow[y \geq 1]{y-1 \geq 0} (y-1)^2 = 2-x \Rightarrow x = 2-(y-1)^2$$

پس ضابطه تابع $g = f^{-1}$ به صورت زیر است:

$$g(x) = 2-(x-1)^2; x \geq 1$$

اکنون معادله داده شده را حل می کنیم:

$$2-(x-1)^2 = x^2 - 3(x-1) \Rightarrow 2-(x^2-2x+1) = x^2-3x+3 \Rightarrow -x^2+2x+1 = x^2-3x+3 \Rightarrow 2x^2-5x+2=0$$

$$\xrightarrow{\Delta=9} x = \frac{5 \pm 3}{4} \Rightarrow \begin{cases} x=2 \\ x=\frac{1}{2} \end{cases}$$

با توجه به دامنه تابع g (که برد تابع f است) یعنی بازه $[1, +\infty)$ ، $x=2$ تنها جواب معادله است که در بازه $(\frac{1}{2}, \frac{5}{2})$ قرار دارد.

راه حل دوم:

می خواهیم معادله $g(x) = x^2 - 3x + 3$ را حل کنیم. به جای آن معادله زیر را حل می کنیم:

$$g^{-1}(x^2 - 3x + 3) = x \Rightarrow f(x^2 - 3x + 3) = x \Rightarrow \sqrt{2-(x^2-3x+3)+1} = x \Rightarrow \sqrt{-x^2+3x-1} = x-1$$

$$\xrightarrow{x > 1} -x^2+3x-1 = x^2-2x+1 \Rightarrow 2x^2-5x+2=0 \Rightarrow \begin{cases} x=2 \checkmark \\ x=\frac{1}{2} * \end{cases} \text{ غ ق ق}$$

جواب به دست آمده در بازه $(\frac{1}{2}, \frac{5}{2})$ قرار دارد.

۹- پاسخ: گزینه ۱

▲ مشخصات سؤال: متوسط * حسابان ۲ (فصل ۱، درس ۱)

نکته: تبدیل های انتقال و انبساط و انقباض افقی روی دامنه تابع تأثیر می گذارند.

ابتدا دامنه تابع $f(2x+3)$ را پیدا می کنیم. به علت وجود رادیکال، داریم:

$$5x^2 - 20 \geq 0 \Rightarrow 5(x^2 - 4) \geq 0 \Rightarrow (x-2)(x+2) \geq 0 \Rightarrow x \leq -2 \text{ یا } x \geq 2$$

برای یافتن دامنه تابع f باید محدوده $2x+3$ یعنی ورودی تابع f را بیابیم.

$$x \geq 2 \text{ یا } x \leq -2 \Rightarrow 2x \geq 4 \text{ یا } 2x \leq -4 \Rightarrow 2x+3 \geq 7 \text{ یا } 2x+3 \leq -1$$

پس دامنه تابع f برابر است با:

$$D_f = (-\infty, -1] \cup [7, +\infty) = \mathbb{R} - (-1, 7)$$

۱۰- پاسخ: گزینه ۱

▲ مشخصات سؤال: متوسط * حسابان ۱ (فصل ۳، درس ۳)

نکته ۱: اگر $a = b^c$ ، آنگاه $c = \log_b a$

$$\log_c ab = \log_c a + \log_c b$$

نکته ۲: اگر هر کدام از لگاریتم های زیر تعریف شده باشند، آنگاه:

$$\log_a b^n = n \log_a b$$

نکته ۳: اگر هر کدام از لگاریتم های زیر تعریف شده باشند، آنگاه:

راه حل اول:

از دو طرف معادله در پایه ۵ لگاریتم می گیریم:

ابتدا با استفاده از خواص لگاریتم داریم:

$$x+6 = 5^{(2 \log_5 x)+1} \Rightarrow \log_5 (x+6) = (2 \log_5 x) + 1$$

اکنون به حل معادله لگاریتمی به دست آمده می پردازیم:

$$\log_5 (x+6) = (2 \log_5 x) + 1 \Rightarrow \log_5 (x+6) = \log_5 x^2 + \log_5 5 \Rightarrow \log_5 (x+6) = \log_5 5x^2 \Rightarrow x+6 = 5x^2$$

$$\Rightarrow 5x^2 - x - 6 = 0 \Rightarrow (x+1)(5x-6) \Rightarrow x = -1, \frac{6}{5}$$

جواب $x = -1$ در محدوده دامنه $\log_5 x$ قرار ندارد و غیر قابل قبول است. پس تنها جواب قابل قبول $x = \frac{6}{5}$ یا $x = 1/2$ است.

راه حل دوم:

با توجه به اینکه می‌دانیم: $a^{\log_a b} = b$ ، معادله را حل می‌کنیم:

$$x + 6 = 5^{((\log_5 x^2) + 1)} \Rightarrow x + 6 = 5^{\log_5 5x^2} \Rightarrow x + 6 = 5x^2$$

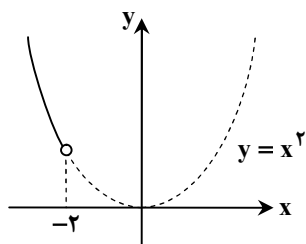
$$\Rightarrow 5x^2 - x - 6 = 0 \Rightarrow (x+1)(5x-6) \Rightarrow x = -1, \frac{6}{5}$$

جواب $x = -1$ در محدوده دامنه $\log_5 x$ قرار ندارد و غیرقابل قبول است. پس تنها جواب قابل قبول $x = \frac{6}{5}$ یا $x = 1/2$ است.

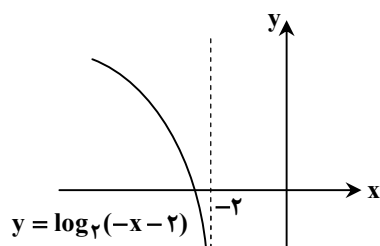
۱۱- پاسخ: گزینه ۴ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * حسابان ۲ (فصل ۱، درس ۲)

نکته: اگر دو تابع اکیداً نزولی باشند، مجموع آن‌ها نیز اکیداً نزولی است.

تابع $y = x^2 + \log_2(-x-2)$ دارای دامنه‌ای به صورت $(-\infty, -2)$ است. در این محدوده با توجه به شکل سهمی $y = x^2$ این تابع اکیداً نزولی است.



همچنین تابع $y = \log_2(-x-2)$ نیز اکیداً نزولی است.



پس مجموع این دو تابع نیز اکیداً نزولی می‌باشد.

سایر گزینه‌ها از مجموع یک تابع صعودی با یک تابع نزولی یا یک تابع غیریکنوا با یک تابع نزولی تشکیل می‌شوند. (در این حالت‌ها نمی‌توان نظر قطعی داد.)

۱۲- پاسخ: گزینه ۴ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * حسابان ۲ (فصل ۱، درس ۲)

نکته ۱ (قضیه تقسیم): در تقسیم چندجمله‌ای $p(x)$ بر چندجمله‌ای $A(x)$ اگر خارج قسمت برابر $Q(x)$ و باقی‌مانده برابر $R(x)$ باشد، داریم:

$$p(x) = A(x)Q(x) + R(x)$$

نکته ۲: باقی‌مانده تقسیم چندجمله‌ای $p(x)$ بر $x - \alpha$ برابر $p(\alpha)$ است.

با توجه به قضیه تقسیم، داریم:

$$p(x) = (x^2 - x - 12)Q(x) + 3x + 5$$

می‌دانیم $x^2 - x - 12 = (x-4)(x+3)$ ، پس ۴ و -۳ ریشه‌های مقسوم‌علیه هستند. با جایگذاری $x = 4$ و $x = -3$ در قضیه تقسیم، داریم:

$$p(4) = 0 \times Q(4) + 3 \times 4 + 5 \Rightarrow p(4) = 17$$

$$p(-3) = 0 \times Q(-3) + 3(-3) + 5 \Rightarrow p(-3) = -4$$

بنابراین مقدار خواسته شده یعنی باقی‌مانده $p(x^2) + 2p(x-1)$ بر $x+2$ که برابر مقدار این چندجمله‌ای به ازای $x = -2$ است، برابر است با:

$$p((-2)^2) + 2p(-2-1) = p(4) + 2p(-3) = 17 + 2(-4) = 17 - 8 = 9$$

۱۳- پاسخ: گزینه ۳ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * حسابان ۱ (فصل ۵، درس ۴)

نکته ۱: اگر a و b اعدادی حقیقی باشند، اتحاد «مجموع مکعبات» به صورت زیر است:

$$(a+b)(a^2 - ab + b^2) = a^3 + b^3$$

نکته ۲: برای رفع ابهام حالت $\frac{0}{0}$ چندجمله‌ای کافی است از راه تجزیه اقدام کنیم.

ابتدا $x = -1$ را در عبارت قرار می‌دهیم و به حالت مبهم $\frac{0}{0}$ می‌رسیم:

$$\lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^3 - 3x - 2}{(\sqrt[3]{x+1})(x^2 - x - 2)} = \frac{0}{0} \text{ (مبهم)}$$

حال باید با استفاده از تجزیه چندجمله‌ای‌ها و ضرب صورت و مخرج در عبارت رادیکالی مناسب، عامل صفرشونده یعنی $(x+1)$ را از صورت و مخرج حذف کنیم:

$$\lim_{x \rightarrow -1} \frac{(x+1)^2(x-2)}{(\sqrt[3]{x^2}+1)(x-2)(x+1)} \times \frac{(\sqrt[3]{x^2}+1-\sqrt[3]{x})}{(\sqrt[3]{x^2}+1-\sqrt[3]{x})} = \lim_{x \rightarrow -1} \frac{(x+1)^2(x-2)(\sqrt[3]{x^2}+1-\sqrt[3]{x})}{(x+1)(x-2)(x+1)} = \lim_{x \rightarrow -1} \frac{(\sqrt[3]{x^2}+1-\sqrt[3]{x})}{1}$$

$$= 1+1+1=3$$

▲ مشخصات سؤال: متوسط * حسابان ۲ (فصل ۲، درس ۲)

۱۴- پاسخ: گزینه ۳

۱ نکته: $\tan(x-y) = \frac{\tan x - \tan y}{1 + \tan x \tan y}$

۲ نکته: $\tan 2x = \frac{2 \tan x}{1 - \tan^2 x}$

راه حل اول:

اگر $x + \beta = 2\alpha$ و $\alpha + \beta = y$ ، آنگاه $x - y = \alpha$ ، پس:

$$\tan \alpha = \tan(x-y) = \frac{\tan x - \tan y}{1 + \tan x \tan y} = \frac{3-2}{1+3 \times 2} = \frac{1}{7}$$

بنابراین مقدار خواسته شده برابر است با:

$$\tan \beta = \tan((\alpha + \beta) - \alpha) = \tan(y - \alpha) = \frac{\tan y - \tan \alpha}{1 + \tan y \tan \alpha} = \frac{2 - \frac{1}{7}}{1 + \frac{2}{7}} = \frac{13}{9}$$

راه حل دوم:

اگر $x + \beta = 2\alpha$ و $\alpha + \beta = y$ می‌دانیم $\beta = 2y - x$ ، پس ابتدا $\tan 2y$ و سپس $\tan \beta$ را محاسبه می‌کنیم:

$$\tan 2y = \frac{2 \tan y}{1 - \tan^2 y} = \frac{2 \times 2}{1 - 4} = -\frac{4}{3}$$

$$\tan \beta = \tan(2y - x) = \frac{\tan 2y - \tan x}{1 + \tan 2y \tan x} = \frac{-\frac{4}{3} - 3}{1 + (-\frac{4}{3}) \times 3} = \frac{-\frac{4}{3} - 9}{1 - 4} = \frac{13}{9}$$

▲ مشخصات سؤال: متوسط * حسابان ۲ (فصل ۲، درس ۲)

۱۵- پاسخ: گزینه ۲

نکته: اگر $\tan x = \tan \alpha$ ، آنگاه $x = k\pi + \alpha$ ($k \in \mathbb{Z}$).

با توجه به اینکه $\cot x = \frac{1}{\tan x}$ ، با استفاده از تغییر متغیر $\tan x = t$ ، داریم:

$$\tan x - \sqrt{3} \cot x = \sqrt{3} - 1 \Rightarrow t - \sqrt{3} \times \frac{1}{t} = \sqrt{3} - 1 \Rightarrow t^2 - \sqrt{3} = (\sqrt{3} - 1)t \Rightarrow t^2 - (\sqrt{3} - 1)t - \sqrt{3} = 0$$

$$\Rightarrow (t+1)(t-\sqrt{3}) = 0 \Rightarrow t = \sqrt{3} \text{ یا } t = -1 \Rightarrow \tan x = \sqrt{3} \text{ یا } \tan x = -1 \Rightarrow \tan x = \tan \frac{\pi}{3} \text{ یا } \tan x = \tan(-\frac{\pi}{4})$$

$$\Rightarrow x = k\pi + \frac{\pi}{3} \text{ یا } x = k\pi - \frac{\pi}{4}$$

جواب‌های $\left\{ \frac{7\pi}{4}, \frac{3\pi}{4}, \frac{\pi}{3}, \frac{4\pi}{3} \right\}$ از این مجموعه جواب در بازه $[0, 2\pi)$ قرار دارند که مجموع آن‌ها برابر است با:

$$\frac{7\pi}{4} + \frac{3\pi}{4} + \frac{\pi}{3} + \frac{4\pi}{3} = \frac{5\pi}{2} + \frac{5\pi}{3} = \frac{15\pi + 10\pi}{6} = \frac{25\pi}{6}$$

▲ مشخصات سؤال: متوسط * حسابان ۲ (فصل ۳، درس ۲)

۱۶- پاسخ: گزینه ۱

نکته (قاعده پرتوان): حد هر چندجمله‌ای در بی‌نهایت با حد جمله با بزرگ‌ترین درجه آن در بی‌نهایت برابر است.

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} (ax^n + bx^{n-1} + \dots + \ell) = \lim_{x \rightarrow +\infty} ax^n$$

با توجه به حد تابع در بی‌نهایت، داریم:

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 1 \Rightarrow \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{ax + \sqrt{4x^2 + 5}}{bx + 5} = 1 \xrightarrow{\text{پرتوان}} \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{ax + |2x|}{bx} = 1 \Rightarrow \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{(a+2)x}{bx} = 1 \Rightarrow \frac{a+2}{b} = 1$$

$$\Rightarrow a+2=b \quad (\text{I})$$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = 0/2 \Rightarrow \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{ax + \sqrt{4x^2 + 5}}{bx + 5} = 0/2 \xrightarrow{\text{پرتوان}} \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{ax + |2x|}{bx} = 0/2 \Rightarrow \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{(a-2)x}{bx} = 0/2$$

$$\Rightarrow \frac{a-2}{b} = \frac{1}{5} \Rightarrow 5a - 10 = b \quad (\text{II})$$

با حل دستگاه دو معادله دو مجهول (I) و (II) مقادیر $a = 3$ و $b = 5$ به دست می آید؛ بنابراین مقدار حد خواسته شده برابر است با:

$$\lim_{x \rightarrow -1} f(x) = \lim_{x \rightarrow -1} \frac{3x + \sqrt{4x^2 + 5}}{5x + 5} \times \frac{3x - \sqrt{4x^2 + 5}}{3x - \sqrt{4x^2 + 5}} = \lim_{x \rightarrow -1} \frac{9x^2 - (4x^2 + 5)}{5(x+1)(3x - \sqrt{4x^2 + 5})} = \lim_{x \rightarrow -1} \frac{5(x-1)(x+1)}{5(x+1)(3x - \sqrt{4x^2 + 5})}$$

$$= \lim_{x \rightarrow -1} \frac{x-1}{3x - \sqrt{4x^2 + 5}} = \frac{-2}{-3-3} = \frac{-2}{-6} = \frac{1}{3}$$

▲ مشخصات سؤال: دشوار * حسابان ۲ (فصل ۳، درس ۱)

۱۷- پاسخ: گزینه ۱

نکته: اگر $x = a$ مجانب قائم تابع f باشد، حد راست یا چپ (یا هر دو) تابع f در $x = a$ نامتناهی است. ابتدا دامنه تابع را مشخص می کنیم:

$$\left. \begin{aligned} \Delta x - x^2 \geq 0 &\Rightarrow x(\Delta - x) \geq 0 \Rightarrow 0 \leq x \leq \Delta \\ x - [x] \neq 0 &\Rightarrow x \neq [x] \Rightarrow x \notin \mathbb{Z} \end{aligned} \right\} \Rightarrow D_f = (0, \Delta) - \{1, 2, 3, 4\}$$

حد راست مخرج کسر در اعداد صحیح $\{1, 2, 3, 4\}$ برابر صفر است؛ بنابراین حد راست تابع در این نقاط نامتناهی است. مثلاً در $x = 1$ داریم:

$$\lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{\sqrt{\Delta x - x^2}}{x - [x]} = \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{\sqrt{\Delta - 1}}{x - 1} = \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{2}{x - 1} = \frac{2}{0^+} = +\infty$$

$$\lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{\sqrt{\Delta x - x^2}}{x - [x]} = \lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{\sqrt{\Delta - 1}}{x - 0} = 2$$

اما حد چپ تابع در این نقاط نامتناهی نیست.

پس در $x = \Delta$ که همسایگی راست Δ در دامنه موجود نیست و فقط $x \rightarrow \Delta^-$ معنی می دهد، مجانب قائم وجود ندارد.

از طرفی $x \rightarrow 0^+$ در دامنه تابع وجود دارد، اما $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x)$ مبهم (صفر صفر) است و باید رفع ابهام صورت بگیرد:

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{\sqrt{\Delta x - x^2}}{x - [x]} = \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{\sqrt{x(\Delta - x)}}{x - 0} = \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{\sqrt{x} \sqrt{\Delta - x}}{\sqrt{x} \times \sqrt{x}} = \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{\sqrt{\Delta - x}}{\sqrt{x}} = \frac{\sqrt{\Delta}}{0^+} = +\infty$$

پس حد تابع f وقتی $x \rightarrow 0^+$ نیز نامتناهی است.

بنابراین پنج خط $x = 0$ ، $x = 1$ ، $x = 2$ ، $x = 3$ و $x = 4$ مجانب های قائم تابع f هستند.

▲ مشخصات سؤال: متوسط * حسابان ۲ (فصل ۴، درس ۲)

۱۸- پاسخ: گزینه ۳

نکته: شیب خط مماس برابر مشتق تابع در نقطه تماس است.

راه حل اول:

شیب خط ℓ برابر تانژانت زاویه ای است که این خط با جهت مثبت محور طول ها می سازد. یعنی شیب این خط برابر $\tan 120^\circ = -\sqrt{3}$ است.

عرض از مبدأ این خط صفر است، پس معادله خط ℓ به صورت $y = -\sqrt{3}x$ است.

خط ℓ بر تابع f مماس است، پس معادله حاصل از برخورد این دو تابع، ریشه مضاعف دارد:

$$\sqrt{k-x} = -\sqrt{3}x \xrightarrow{x < 0} k-x = 3x^2 \Rightarrow 3x^2 + x - k = 0$$

معادله درجه دوم فوق باید ریشه مضاعف داشته باشد. طول نقطه تماس (a) ریشه مضاعف این معادله است. ریشه مضاعف معادله درجه ۲

$$a = \frac{-1}{2 \times 3} \Rightarrow a = \frac{-1}{6}$$

برابر منفی ضریب x تقسیم بر دو برابر ضریب x^2 است:

راه حل دوم:

$x = a$ محل تلاقی تابع f و خط ℓ است، پس:

$$\sqrt{k-a} = -\sqrt{3}a \xrightarrow{a < 0} k-a = 3a^2 \quad (\text{I})$$

از طرفی شیب خط ℓ برابر مشتق تابع f در $x = a$ است:

$$f(x) = \sqrt{k-x} \Rightarrow f'(x) = \frac{-1}{2\sqrt{k-x}} \Rightarrow -\sqrt{3} = \frac{-1}{2\sqrt{k-a}} \Rightarrow 2\sqrt{3}\sqrt{k-a} = 1 \Rightarrow 12(k-a) = 1 \quad (\text{II})$$

با استفاده از دو معادله (I) و (II)، داریم:

$$12 \times 3a^2 = 1 \Rightarrow a^2 = \frac{1}{36} \Rightarrow a = \pm \frac{1}{6} \xrightarrow{a < 0} a = -\frac{1}{6}$$

▲ مشخصات سؤال: متوسط * حسابان ۲ (فصل ۴، درس ۳)

۱۹- پاسخ: گزینه ۲

نکته ۱: آهنگ تغییر متوسط تابع f روی بازه $[a, b]$ برابر $\frac{f(b)-f(a)}{b-a}$ است.

نکته ۲: آهنگ تغییر لحظه‌ای تابع f در $x = a$ برابر $f'(a)$ است.

ابتدا آهنگ تغییر متوسط تابع f را روی بازه $[2, 4]$ محاسبه می‌کنیم:

$$\frac{f(4)-f(2)}{4-2} = \frac{\frac{16m+16+m}{4} - \frac{4m+8+m}{2}}{4-2} = \frac{4m+4+\frac{m}{4} - (2m+4+\frac{m}{2})}{2} = \frac{2m-\frac{m}{4}}{2} = \frac{7m}{8}$$

مشتق تابع f را به صورت زیر محاسبه می‌کنیم:

$$f(x) = \frac{mx^2 + 4x + m}{x} \Rightarrow f(x) = mx + 4 + \frac{m}{x} \Rightarrow f'(x) = m - \frac{m}{x^2}$$

آهنگ لحظه‌ای تغییر در $x = a$ ، با آهنگ متوسط در بازه $[2, 4]$ برابر است، پس:

$$\frac{7m}{8} = m - \frac{m}{a^2} \Rightarrow \frac{m}{a^2} = \frac{m}{8} \Rightarrow a^2 = 8 \Rightarrow a = \pm 2\sqrt{2} \xrightarrow{2 < a < 4} a = 2\sqrt{2}$$

▲ مشخصات سؤال: متوسط * حسابان ۲ (فصل ۴، درس ۲)

۲۰- پاسخ: گزینه ۳

نکته (مشتق تابع مرکب): اگر $y = f(u)$ ، آنگاه $y' = f'(u) \times u'$.

اگر $y = f(\sqrt{x^2 + 2})$ ، مشتق تابع برابر است با:

$$y' = f'(\sqrt{x^2 + 2}) \times \frac{2x}{2\sqrt{x^2 + 2}}$$

با جایگذاری $x = 1$ در این رابطه، داریم:

$$y' = f'(\sqrt{3}) \times \frac{1}{\sqrt{3}} = \tan\left(\frac{\pi \times \sqrt{3}}{6\sqrt{3}}\right) \times \frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}}{3} \times \frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{1}{3}$$

▲ مشخصات سؤال: دشوار * حسابان ۲ (فصل ۵، درس ۱)

۲۱- پاسخ: گزینه ۲

نکته: برای تعیین ماکزیمم مطلق و مینیمم مطلق تابع f با دامنه R ، کافی است مقادیر تابع در نقاط بحرانی را با $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ و

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$$
 مقایسه کنیم.

ابتدا نقاط بحرانی تابع را محاسبه می‌کنیم:

$$y' = 0 \Rightarrow \frac{1 \times (x^2 + 1) - 2x(x + 2)}{(x^2 + 1)^2} = 0 \Rightarrow x^2 + 1 - 2x^2 - 4x = 0 \Rightarrow -x^2 - 4x + 1 = 0 \Rightarrow x^2 + 4x - 1 = 0$$

$$\Rightarrow x = \frac{-4 \pm \sqrt{16 + 4}}{2} \Rightarrow x = -2 \pm \sqrt{5}$$

مقدار تابع در این دو نقطه بحرانی به دست آمده برابر است با:

$$x_1 = -2 + \sqrt{5} \Rightarrow y_1 = \frac{-2 + \sqrt{5} + 2}{(-2 + \sqrt{5})^2 + 1} \Rightarrow y_1 = \frac{\sqrt{5}}{10 - 4\sqrt{5}}$$

$$x_2 = -2 - \sqrt{5} \Rightarrow y_2 = \frac{-2 - \sqrt{5} + 2}{(-2 - \sqrt{5})^2 + 1} \Rightarrow y_2 = \frac{-\sqrt{5}}{10 + 4\sqrt{5}}$$

حد تابع وقتی $x \rightarrow +\infty$ یا $x \rightarrow -\infty$ برابر صفر است. با توجه به اینکه $y_1 > 0$ و $y_2 < 0$ ، پس ماکزیمم مطلق تابع برابر $\frac{\sqrt{5}}{10 - 4\sqrt{5}}$ و

مینیمم مطلق آن برابر $\frac{-\sqrt{5}}{10 + 4\sqrt{5}}$ است.

پس برد تابع برابر $\left[\frac{-\sqrt{5}}{10 + 4\sqrt{5}}, \frac{\sqrt{5}}{10 - 4\sqrt{5}} \right]$ است و داریم:

$$a \times b = \frac{-\sqrt{5}}{10 + 4\sqrt{5}} \times \frac{\sqrt{5}}{10 - 4\sqrt{5}} = \frac{-5}{100 - 16 \times 5} = \frac{-5}{20} = -\frac{1}{4} = -0.25$$

۲۲- پاسخ: گزینه ۳

▲ مشخصات سؤال: متوسط * حسابان ۲ (فصل ۵، درس ۱)

ابتدا نقاط بحرانی تابع را پیدا می‌کنیم:

$$F'(\theta) = 0 \Rightarrow \frac{-(\cos \theta - \mu \sin \theta) \times 30\mu}{(\sin \theta + \mu \cos \theta)^2} = 0 \Rightarrow \cos \theta - \mu \sin \theta = 0 \Rightarrow \frac{\cos \theta}{\sin \theta} = \mu \xrightarrow{\mu = \frac{\sqrt{3}}{3}} \cot \theta = \frac{\sqrt{3}}{3}$$

$$\xrightarrow{0 \leq \theta \leq \frac{\pi}{2}} \theta = \frac{\pi}{3}$$

توجه کنید وقتی $0 \leq \theta \leq \frac{\pi}{3}$ ، مخرج کسر یعنی $\sin \theta + \frac{\sqrt{3}}{3} \cos \theta$ مثبت بوده و تابع نقطه بحرانی دیگری ندارد. برای یافتن اکسترم‌های مطلق تابع، مقدار تابع در نقطه بحرانی را با مقدار تابع در ابتدا و انتهای دامنه مقایسه می‌کنیم.

$$\theta = 0 \Rightarrow F(0) = \frac{30 \times \mu}{\mu \times 1} = 30 \text{ (max)}$$

$$\theta = \frac{\pi}{3} \Rightarrow F\left(\frac{\pi}{3}\right) = \frac{30\mu}{\frac{\sqrt{3}}{2} + \mu \times \frac{1}{2}} = \frac{10\sqrt{3}}{\frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}} = \frac{10}{\frac{4}{6}} = 15 \text{ (min)}$$

$$\theta = \frac{\pi}{2} \Rightarrow F\left(\frac{\pi}{2}\right) = \frac{30\mu}{1} = 30 \times \frac{\sqrt{3}}{3} = 10\sqrt{3}$$

بنابراین ماکزیمم مطلق تابع برابر ۳۰ و مینیمم مطلق آن برابر ۱۵ است.

۲۳- پاسخ: گزینه ۴

▲ مشخصات سؤال: متوسط * آمار و احتمال (فصل ۲، درس ۴)

نکته: احتمال آنکه از دو پیشامد A و B حداقل یکی رخ بدهد، برابر است با: $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$ نکته: احتمال آنکه از دو پیشامد A و B هیچ‌کدام رخ ندهد، برابر است با: $P(A' \cap B') = P(A \cup B)' = 1 - P(A \cup B)$

نکته: دو پیشامد A و B را مستقل گوئیم هرگاه وقوع هریک در احتمال وقوع دیگری تأثیری نداشته باشد. برای هر دو پیشامد مستقل A و B داریم:

$$P(A \cap B) = P(A) \times P(B)$$

نکته: اگر A و B دو پیشامد مستقل باشند، پیشامدهای «A و B'»، «A' و B»، «A و B» و «A' و B'» نیز مستقل‌اند.

راه‌حل اول:

پیشامد قبولی A و B در آزمون رانندگی مستقل از هم هستند، پس با استفاده از نکات بالا داریم:

$$P(A' \cap B') = 1 - P(A \cup B) = 1 - (P(A) + P(B) - P(A \cap B)) = 1 - P(A) - P(B) + P(A) \times P(B) = 1 - \frac{2}{3} - \frac{3}{5} + \frac{2}{3} \times \frac{3}{5} = \frac{2}{15}$$

راه‌حل دوم:

چون A و B مستقل هستند، پس A' و B' هم مستقل از هم هستند و داریم:

$$P(A' \cap B') = P(A') \cdot P(B') = \left(1 - \frac{2}{3}\right) \left(1 - \frac{3}{5}\right) = \frac{1}{3} \times \frac{2}{5} = \frac{2}{15}$$

▲ مشخصات سؤال: متوسط * آمار و احتمال (فصل ۲، درس ۳)

۲۴- پاسخ: گزینه ۴

نکته: فرض کنید $B_1, B_2, \dots, B_n$ پیشامدهایی با احتمال ناصفر باشند که فضای نمونه را افراز می‌کنند. در این صورت، برای هر پیشامد دلخواه A، داریم:

$$P(A) = P(B_1)P(A|B_1) + P(B_2)P(A|B_2) + \dots + P(B_n)P(A|B_n) = \sum_{k=1}^n P(B_k)P(A|B_k)$$

جمعیت مردان شهرک دو برابر جمعیت زنان است. پس: $P(\text{زن}) = \frac{1}{3}$ ، $P(\text{مرد}) = \frac{2}{3}$

با توجه به نمودار درختی داریم:

$$\begin{array}{l} \text{مرد} \quad \frac{2}{3} \xrightarrow{\text{احتمال شرکت در انتخابات}} \frac{3}{7} \\ \text{زن} \quad \frac{1}{3} \xrightarrow{\text{احتمال شرکت در انتخابات}} \frac{9}{10} \end{array} \Rightarrow P = \frac{2}{3} \times \frac{3}{7} + \frac{1}{3} \times \frac{9}{10} = \frac{2}{7} + \frac{3}{10} = \frac{20+21}{70} = \frac{41}{70}$$

۲۵- پاسخ: گزینه ۱

▲ مشخصات سؤال: متوسط * آمار و احتمال (فصل ۳، درس ۳)

نکته (میانگین یا متوسط داده‌ها): میانگین یا متوسط n داده $x_1, x_2, \dots, x_n$ را با نماد $\bar{x}$ نشان می‌دهیم و آن را به صورت زیر تعریف می‌کنیم:

$$\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^n x_i}{n} = \frac{x_1 + x_2 + \dots + x_n}{n}$$

نکته (انحراف معیار داده‌ها): اگر n داده از جامعه به صورت $x_1, x_2, \dots, x_n$ داشته باشیم، انحراف معیار آن‌ها را با نماد σ نشان می‌دهیم، که به صورت زیر محاسبه می‌شود:

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}{n}} = \sqrt{\frac{(x_1 - \bar{x})^2 + (x_2 - \bar{x})^2 + \dots + (x_n - \bar{x})^2}{n}}$$

که در آن $x_i - \bar{x}$ را انحراف داده i ام از «میانگین داده‌ها» می‌گویند.

نکته (واریانس داده‌ها): توان دوم انحراف معیار داده‌ها را «واریانس داده‌ها» گویند و آن را با نماد σ^2 نشان می‌دهیم.

نکته: اگر واریانس یا انحراف معیار برابر صفر باشد، آن گاه تمام داده‌ها برابرند و بالعکس.

چون واریانس ۶ داده، برابر صفر است، پس همه داده‌ها با هم برابرند، بنابراین هر ۶ داده را a فرض می‌کنیم.

$$+1 \Rightarrow \frac{6a + 11 + 13}{8} = a + 1 \Rightarrow 6a + 24 = 8a + 8 \Rightarrow 2a = 16 \Rightarrow a = 8$$

پس داده‌ها به صورت $\underbrace{8, 8, \dots, 8}_{6 \text{ تا}}, 11, 13$ با میانگین ۹ است. بنابراین داریم:

$$\sigma_{\text{جدید}}^2 = \frac{6(8-9)^2 + (11-9)^2 + (13-9)^2}{8} = \frac{6+4+16}{8} = \frac{26}{8} = \frac{13}{4} = 3.25$$

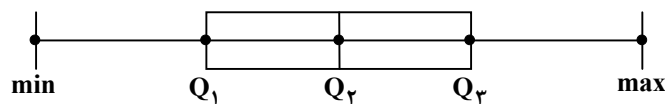
▲ مشخصات سؤال: متوسط * آمار و احتمال (فصل ۳، درس ۳)

۲۶- پاسخ: گزینه ۳

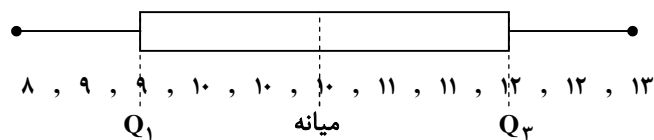
نکته (میانگین یا متوسط داده‌ها): میانگین یا متوسط n داده $x_1, x_2, \dots, x_n$ را با نماد $\bar{x}$ نشان می‌دهیم و آن را به صورت زیر تعریف می‌کنیم:

$$\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^n x_i}{n} = \frac{x_1 + x_2 + \dots + x_n}{n}$$

نکته: به نمودار زیر، «نمودار جعبه‌ای» می‌گوییم. در این نمودار چارک اول، میانه، چارک سوم، بیشترین و کمترین مقدار داده‌ها به طور هم‌زمان نشان داده می‌شود.



داده‌ها را از کوچک به بزرگ مرتب می‌کنیم.



بنابراین داده‌های داخل جعبه عبارتند از ۱۰، ۱۰، ۱۰، ۱۱، ۱۱ و میانگین آن‌ها برابر است با:

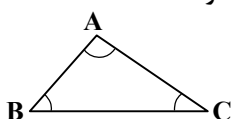
$$\bar{x} = \frac{10 + 10 + 10 + 11 + 11}{5} = \frac{52}{5} = 10.4$$

▲ مشخصات سؤال: متوسط * هندسه ۱ (فصل ۱، درس ۲)

۲۷- پاسخ: گزینه ۱

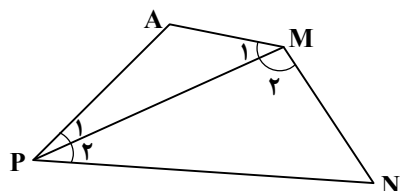
نکته: اگر در مثلثی دو ضلع نابرابر باشند، زاویه روبه‌رو به ضلع بزرگ‌تر، بزرگ‌تر است از زاویه روبه‌رو به ضلع کوچک‌تر.

$$AB < AC \Rightarrow \hat{C} < \hat{B}$$



ابتدا مطابق شکل، قطر MP را رسم می‌کنیم.

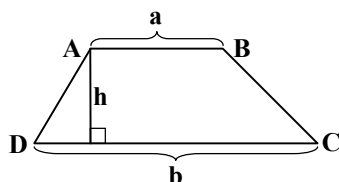
با توجه به نکته، داریم:



$$\left. \begin{array}{l} \triangle AMP : AM < AP \Rightarrow \hat{P}_1 < \hat{M}_1 \\ \triangle NMP : MN < PN \Rightarrow \hat{P}_2 < \hat{M}_2 \end{array} \right\} \xrightarrow{(+)} \hat{P}_1 + \hat{P}_2 < \hat{M}_1 + \hat{M}_2 \Rightarrow \hat{P} < \hat{M}$$

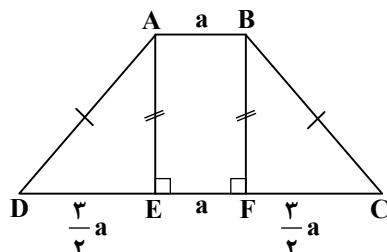
بنابراین گزینه ۱ قطعاً درست است.

۲۸- پاسخ: گزینه ۱ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * هندسه ۱ (فصل ۳، درس ۲)

نکته ۱: اگر اندازه‌های دو قاعده یک دوزنقه a و b و اندازه ارتفاع آن h باشد، $S = \frac{(a+b)h}{2}$.

نکته ۲: مساحت مثلث قائم‌الزاویه برابر است با نصف حاصل ضرب اندازه‌های دو ضلع قائمه.

با توجه به شکل، دو مثلث ADE و BCF هم‌نهشت‌اند، زیرا:



$$\left. \begin{array}{l} AD = BC \\ AE = BF \\ \hat{E} = \hat{F} = 90^\circ \end{array} \right\} \xrightarrow{\text{وتر و یک ضلع قائمه}} \triangle ADE \cong \triangle BCF \Rightarrow DE = CF \quad (*)$$

حال اگر با توجه به اطلاعات مسئله، فرض کنیم: $AB = a$ ، آنگاه واضح است که: $DC = 4a$ و از آنجا با توجه به رابطه (*) و مطابق شکل، داریم:

$$EF = AB = a \Rightarrow DE = FC = \frac{4a - a}{2} = \frac{3}{2}a$$

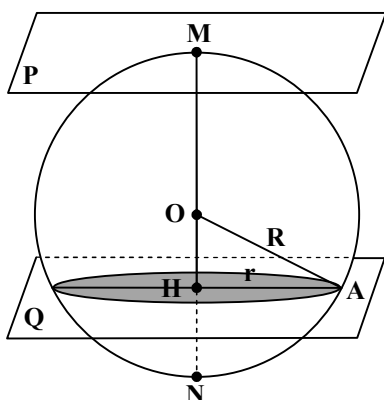
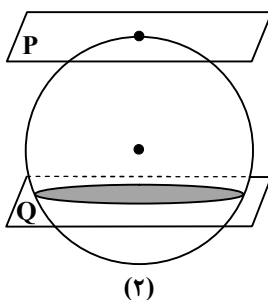
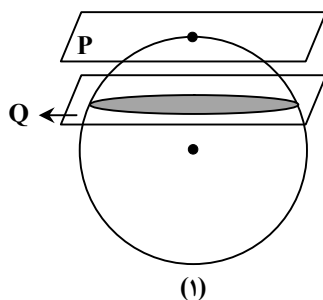
و در نهایت با توجه به نکات ۱ و ۲، خواهیم داشت:

$$\frac{S_{ABCD}}{S_{\triangle ADE}} = \frac{\frac{(a+4a)}{2} \times AE}{\frac{3}{2}a \times AE} = \frac{5a}{3a} = \frac{5}{3}$$

۲۹- پاسخ: گزینه ۴ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * هندسه ۱ (فصل ۴، درس ۲)

دو حالت مقابل را با توجه به فرض‌های سؤال می‌توان در

نظر گرفت:

با توجه به اینکه می‌خواهیم بیشترین فاصله بین صفحات P و Q را به‌دست آوریم، شکل (۲) را باید در نظر بگیریم. چون مساحت مقطع برابر 81π است، داریم:

$$\pi r^2 = 81\pi \Rightarrow r^2 = 81 \Rightarrow r = 9$$

طول OH را به‌دست می‌آوریم:

$$\text{شعاع کره} = R = OA = 15 \Rightarrow OH = \sqrt{R^2 - r^2} = \sqrt{15^2 - 9^2} = 12$$

بنابراین فاصله دو صفحه برابر است با:

$$MH = OM + OH = 15 + 12 = 27$$

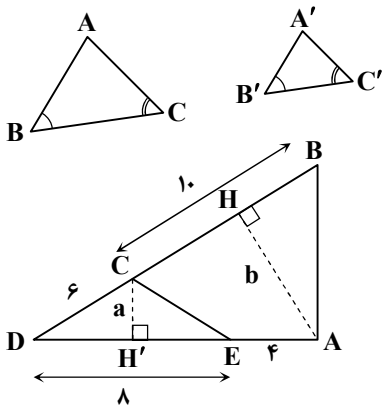
▲ مشخصات سؤال: متوسط * هندسه ۱ (فصل ۲، درس ۳)

۳۰- پاسخ: گزینه ۴

راه حل اول:

نکته: هرگاه دو زاویه از مثلثی، با دو زاویه از مثلث دیگر هم اندازه باشند، دو مثلث متشابه اند.

$$(\hat{B} = \hat{B}', \hat{C} = \hat{C}' \Rightarrow \triangle ABC \sim \triangle A'B'C')$$



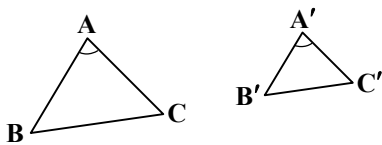
مثلث های DCH' و DAH متشابه هستند.

$$\begin{cases} \hat{H} = \hat{H}' = 90^\circ \\ \hat{D} = \hat{D} \text{ (مشترک)} \end{cases} \xrightarrow{\text{تساوی دو زاویه}} \triangle DCH' \sim \triangle DAH$$

$$\xrightarrow{\text{تناسب اضلاع متناظر}} \frac{DC}{AD} = \frac{CH'}{AH} \Rightarrow \frac{6}{12} = \frac{a}{b} \Rightarrow \frac{a}{b} = \frac{1}{2}$$

راه حل دوم:

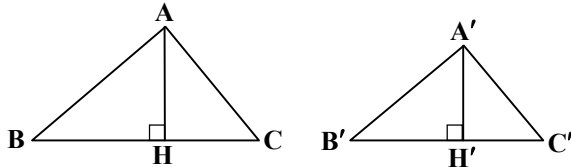
نکته ۱: هرگاه اندازه های دو ضلع از مثلثی با اندازه های دو ضلع از مثلث دیگر متناسب باشند و زاویه بین آن ها، هم اندازه باشند، دو مثلث متشابه اند.



$$\hat{A} = \hat{A}', \frac{A'B'}{AB} = \frac{A'C'}{AC} \Rightarrow \triangle ABC \sim \triangle A'B'C'$$

نکته ۲: اگر مثلث های ABC و $A'B'C'$ متشابه باشند و نسبت تشابه آن ها k باشد $(\frac{A'B'}{AB} = \frac{A'C'}{AC} = \frac{B'C'}{BC} = k)$ ، آنگاه:

نسبت اندازه های ارتفاع های متناظر آن ها k است:



$$\frac{A'H'}{AH} = k$$

با توجه به اندازه های روی شکل داریم: $\frac{BD}{DE} = \frac{16}{8} = 2$ ، $\frac{AD}{DC} = \frac{12}{6} = 2$

$$\begin{cases} \frac{BD}{DE} = \frac{AD}{DC} = 2 \\ \hat{D} = \hat{D} \text{ (مشترک)} \end{cases} \xrightarrow{\text{(ضیض)}} \triangle ABD \sim \triangle DCE$$

نسبت تشابه این دو مثلث $k = 2$ است. بنابراین نسبت ارتفاع های نظیر در این دو مثلث هم برابر ۲ است.

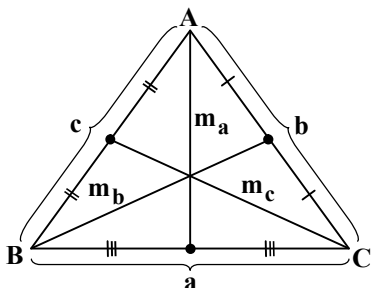
$$\frac{AH}{CH'} = 2 \Rightarrow \frac{b}{a} = 2 \Rightarrow \frac{a}{b} = \frac{1}{2}$$

▲ مشخصات سؤال: متوسط * هندسه ۲ (فصل ۳، درس ۲)

۳۱- پاسخ: گزینه ۳

نکته (قضیه میانه ها): در مثلث ABC با طول اضلاع a, b و c و طول میانه های m_a, m_b و m_c داریم:

m_c و m_b داریم:



$$\begin{cases} b^2 + c^2 = 2m_a^2 + \frac{a^2}{2} \\ c^2 + a^2 = 2m_b^2 + \frac{b^2}{2} \\ a^2 + b^2 = 2m_c^2 + \frac{c^2}{2} \end{cases}$$

می دانیم در متوازی الاضلاع، قطر ها منصف یکدیگرند.

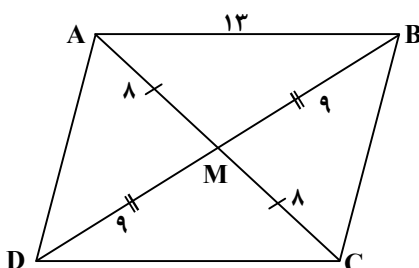
پس مطابق شکل در مثلث ABD ، پاره خط AM ، میانه ضلع BD محسوب می شود.

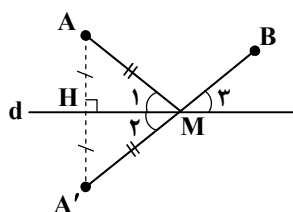
اینک با توجه به نکته، خواهیم داشت:

$$\triangle ABD: AD^2 + AB^2 = 2AM^2 + \frac{BD^2}{2}$$

$$\Rightarrow AD^2 + 169 = 2(64) + \frac{324}{2} \Rightarrow AD^2 + 169 = 290$$

$$\Rightarrow AD^2 = 121 \Rightarrow AD = 11$$



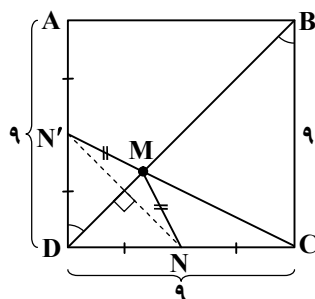


۳۲- پاسخ: گزینه ۱ ▲ مشخصات سؤال: دشوار * هندسه ۲ (فصل ۲، درس ۲)

نکته (مسئله هرون برای پیدا کردن کوتاه‌ترین مسیر): خط d و نقاط A و B در یک طرف آن مفروض‌اند. برای به‌دست آوردن نقطه M روی خط d به‌طوری که $AM + MB$ کمترین مقدار باشد، ابتدا بازتاب نقطه A را نسبت به خط d پیدا می‌کنیم و A' می‌نامیم. سپس A' را به B وصل می‌کنیم. محل تلاقی پاره خط $A'B$ با خط d ، نقطه M خواهد بود. در این صورت داریم:

$$AM = A'M, \quad \hat{M}_1 = \hat{M}_2 = \hat{M}_3$$

بر طبق مسئله هرون و مطابق شکل، برای اینکه $MN + MC$ کمترین مقدار ممکن را داشته باشد، باید بازتاب نقطه N را نسبت به BD یافته (N') و آن را به نقطه C وصل کنیم. محل برخورد $N'C$ با BD ، نقطه M است. (توجه کنید که با توجه به تقارن شکل، نقطه N' وسط ضلع AD خواهد بود.)



$$از آنجایی که بازتاب طولی‌است، خواهیم داشت: $N'D = DN = \frac{DC}{2}$$$

اینک دو مثلث DMN' و MCB به حالت تساوی دو زاویه با هم متشابه‌اند و از آنجا خواهیم داشت:

$$\triangle DMN' \sim \triangle MCB \Rightarrow \frac{N'D}{BC} = \frac{DM}{MB} = \frac{1}{2} \Rightarrow MB = 2DM$$

$$\Rightarrow MB = \frac{2}{3}DB = \frac{2}{3}\sqrt{9^2 + 9^2} = \frac{2}{3} \times 9\sqrt{2} = 6\sqrt{2}$$

و در نتیجه داریم:

۳۳- پاسخ: گزینه ۴ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * هندسه ۳ (فصل ۱، درس‌های ۱ و ۲)

نکته: دترمینان ماتریس 2×2 به صورت مقابل است: $\begin{vmatrix} a & b \\ c & d \end{vmatrix} = ad - bc$

نکته: با توجه به اینکه در حالت کلی ضرب دو ماتریس A و B خاصیت جابه‌جایی ندارد، در ماتریس‌ها لزوماً برقرار نیست. با استفاده از نکات بالا داریم:

$$(B-A)^T = (B-A)(B-A) = B^T - BA - AB + A^T \Rightarrow AB + BA = B^T + A^T - (B-A)^T \quad (*)$$

اکنون $(B-A)^T$ را محاسبه می‌کنیم:

$$(B-A)^T = \begin{bmatrix} -2 & -5 \\ -2 & 7 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -2 & -5 \\ -2 & 7 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 14 & -25 \\ -10 & 59 \end{bmatrix}$$

با جایگذاری در $(*)$ داریم:

$$AB + BA = \begin{bmatrix} -3 & -24 \\ 6 & 21 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 12 & 1 \\ 3 & 7 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 14 & -25 \\ -10 & 59 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -5 & 2 \\ 19 & -31 \end{bmatrix}$$

بنابراین:

$$|AB + BA| = \begin{vmatrix} -5 & 2 \\ 19 & -31 \end{vmatrix} = 155 - 38 = 117$$

▲ مشخصات سؤال: متوسط * هندسه ۳ (فصل ۱، درس ۲)

۳۴- پاسخ: گزینه ۱

نکته ۱: اگر $A = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}$ ، در این صورت وارون ماتریس A یعنی A^{-1} از تساوی زیر به‌دست می‌آید:

$$A^{-1} = \frac{1}{|A|} \times \begin{bmatrix} d & -b \\ -c & a \end{bmatrix}$$

نکته ۲: برای ماتریس وارون‌پذیر A داریم: $AA^{-1} = A^{-1}A = I$

برای حل معادله ماتریسی $AX = 2I$ ، کافی است دو طرف تساوی را از سمت چپ در وارون ماتریس A (یعنی A^{-1}) ضرب کنیم. چون $A^{-1} \times A = A \times A^{-1} = I$ است، در نتیجه داریم:

$$AX = 2I \xrightarrow{A^{-1} \times} A^{-1} \times (AX) = A^{-1} \times 2I$$

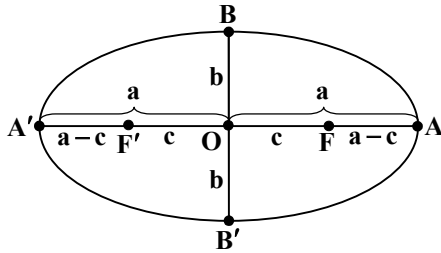
$$\xrightarrow{\text{طبق خاصیت شرکت‌پذیری}} \underbrace{(A^{-1} \times A)}_I \times X = 2A^{-1} \times I \Rightarrow X = 2A^{-1}, \quad A = \begin{bmatrix} -2 & -1 \\ 4 & 3 \end{bmatrix}$$

$$\Rightarrow X = 2 \left(\frac{1}{-6 - (-4)} \begin{bmatrix} 3 & 1 \\ -4 & -2 \end{bmatrix} \right) = - \begin{bmatrix} 3 & 1 \\ -4 & -2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -3 & -1 \\ 4 & 2 \end{bmatrix}$$

▲ مشخصات سؤال: متوسط * هندسه ۳ (فصل ۲، درس ۳)

۳۵- پاسخ: گزینه ۳

نکته ۱: در بیضی شکل زیر داریم:



- ۱) $AA' = 2a$ = طول قطر بزرگ
- ۲) $BB' = 2b$ = طول قطر کوچک
- ۳) $FF' = 2c$ = فاصله کانونی
- ۴) $a^2 = b^2 + c^2$

نکته ۲: خروج از مرکز هر بیضی با طول قطر بزرگ $2a$ و اندازه فاصله کانونی $2c$ برابر $\frac{c}{a}$ است.

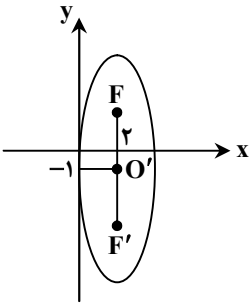
با توجه به مختصات دو کانون بیضی، مشخص است که بیضی قائم است و چون بر محور y مماس است، داریم:

$$F(2, 2), F'(2, -4) \Rightarrow FF' = 2 - (-4) = 6 \Rightarrow 2c = 6 \Rightarrow c = 3$$

$$O' = \frac{F + F'}{2} \Rightarrow O'(2, -1), b = 2$$

$$a^2 = b^2 + c^2 \Rightarrow a^2 = 4 + 9 = 13 \Rightarrow a = \sqrt{13}$$

$$e = \frac{c}{a} = \frac{3}{\sqrt{13}}$$



▲ مشخصات سؤال: متوسط * هندسه ۳ (فصل ۳، درس ۲)

۳۶- پاسخ: گزینه ۴

$$\vec{a} \cdot \vec{b} = |\vec{a}| |\vec{b}| \cos \theta$$

نکته ۱: اگر $0 \leq \theta \leq \pi$ زاویه بین دو بردار ناصفر $\vec{a}$ و $\vec{b}$ در $\mathbb{R}^3$ باشند، آنگاه:

نکته ۲: (خواص ضرب داخلی):

$$\vec{a} \cdot \vec{a} = |\vec{a}|^2 \quad (1)$$

$$\vec{a} \cdot (\vec{b} + \vec{c}) = \vec{a} \cdot \vec{b} + \vec{a} \cdot \vec{c} \quad (2) \text{ خاصیت توزیع پذیری}$$

با توجه به نکات، داریم:

$$3\vec{a} \cdot (\vec{b} - 2\vec{a}) = -24 \Rightarrow 3\vec{a} \cdot \vec{b} - 6\vec{a} \cdot \vec{a} = -24 \Rightarrow 3|\vec{a}| |\vec{b}| \cos \theta - 6|\vec{a}|^2 = -24 \Rightarrow 3(2\sqrt{2})(4) \cos \theta - 6(2\sqrt{2})^2 = -24$$

$$\Rightarrow 24\sqrt{2} \cos \theta - 48 = -24 \Rightarrow 24\sqrt{2} \cos \theta = 24 \Rightarrow \cos \theta = \frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2} \Rightarrow \theta = 45^\circ$$

▲ مشخصات سؤال: متوسط * ریاضیات گسسته (فصل ۱، درس ۳)

۳۷- پاسخ: گزینه ۱

نکته: باقی مانده تقسیم هر عدد بر ۳ یا ۹ برابر است با باقی مانده تقسیم مجموع ارقام آن عدد بر ۳ یا ۹؛ یعنی:

$$\overline{a_n a_{n-1} \dots a_2 a_1 a_0} \equiv a_n + a_{n-1} + \dots + a_2 + a_1 + a_0 \quad (3 \text{ یا } 9)$$

نکته: باقی مانده تقسیم هر عدد بر ۱۰ یا مقسوم علیه های آن یعنی ۲ و ۵ برابر است با باقی مانده تقسیم رقم سمت راست آن بر هر کدام از این اعداد.

$$\overline{a_n a_{n-1} \dots a_2 a_1 a_0} \equiv a_0 \quad (2 \text{ یا } 5)$$

عددی بر ۱۸ بخش پذیر است که بر ۲ و ۹ بخش پذیر باشد. بنابراین رقم یکان آن باید زوج باشد و مجموع ارقام آن نیز بر ۹ بخش پذیر باشد. یعنی:

$$\overline{5a3a7a} \equiv 0 \Rightarrow 5 + a + 3 + a + 7 + a = 9k \Rightarrow 3a + 15 = 9k \Rightarrow a + 5 = 3k \xrightarrow{0 \leq a \leq 9} a = 1, 4, 7$$

و چون a زوج است پس فقط $a = 4$ قابل قبول خواهد بود و یک مقدار برای a وجود دارد.

▲ مشخصات سؤال: متوسط * ریاضیات گسسته (فصل ۱، درس ۳)

۳۸- پاسخ: گزینه ۲

نکته: به $mb + nc$ وقتی m و n اعداد دلخواهی هستند، ترکیب خطی b و c می گویند. اگر a دو عدد b و c را عادی کند، آنگاه a هر ترکیب خطی b و c را هم عادی می کند.

$$\left. \begin{matrix} a | b \\ a | c \end{matrix} \right\} \Rightarrow a | mb + nc$$

نکته: عدد طبیعی d را ب.م.م دو عدد صحیح a و b می نامیم (a و b هر دو با هم صفر نیستند) و می نویسیم $(a, b) = d$ ، هرگاه دو شرط «الف» و «ب» برقرار باشد.

$$d | a, d | b \quad (\text{الف})$$

$$\forall m > 0; m | a, m | b \Rightarrow m \leq d \quad (\text{ب})$$

نکته: می‌توان به دو طرف یا یک طرف یک رابطه هم‌نهشتی هر مضربی از پیمانه را اضافه یا از آن کم کرد.

$$a \equiv b \Rightarrow \begin{cases} a + mt \equiv b + mk \\ a - mt \equiv b - mk \end{cases}$$

نکته: اگر بخواهیم دو طرف یک رابطه هم‌نهشتی را بر عددی تقسیم کنیم، باید پیمانه آن هم‌نهشتی را بر ب.م.م آن عدد و پیمانه تقسیم کنیم.

$$ac \equiv bc, (c, m) = d \Rightarrow a \equiv \frac{\frac{m}{d}}{b}$$

فرض کنیم ب.م.م دو عدد $5n+3$ و $4n+1$ برابر d باشد. در این صورت داریم:

$$d = (5n+3, 4n+1) \Rightarrow \begin{cases} d \mid 5n+3 \\ d \mid 4n+1 \end{cases} \Rightarrow d \mid 4(5n+3) - 5(4n+1) \Rightarrow d \mid 7 \Rightarrow d = 1 \text{ یا } 7$$

اکنون تعداد n ‌های دورقمی را که به‌ازای آن‌ها ب.م.م برابر ۷ می‌شود، به‌دست می‌آوریم.

اگر ب.م.م برابر ۷ باشد، آنگاه $5n+3$ مضرب ۷ است. پس:

$$\begin{aligned} 5n+3 &\equiv 0 \Rightarrow 5n \equiv -3 \Rightarrow 5n - 7n \equiv -3 \Rightarrow -2n \equiv -3 \Rightarrow 2n \equiv 3 \\ \Rightarrow 2n &\equiv 3+7 \Rightarrow 2n \equiv 10 \xrightarrow{(2,7)=1} n \equiv 5 \Rightarrow n = 7k+5 \end{aligned}$$

برای اینکه n دورقمی باشد باید داشته باشیم:

$$10 \leq 7k+5 \leq 99 \Rightarrow 5 \leq 7k \leq 94 \Rightarrow 1 \leq k \leq 13$$

بنابراین به‌ازای ۱۳ عدد دورقمی n ، ب.م.م برابر ۷ است. پس به‌ازای $90 - 13 = 77$ عدد دورقمی n ، ب.م.م برابر ۱ است و در نتیجه دو عدد نسبت به هم اول‌اند.

۳۹- پاسخ: گزینه ۴

▲ مشخصات سؤال: متوسط * ریاضیات گسسته (فصل ۳، درس ۱)

نکته: یک جدول مربعی از اعداد ۱، ۲، ... و n به‌شکل یک مربع $n \times n$ را که سطرها و ستون‌های آن با اعداد ۱، ۲، ... و n پر شده باشد و در هیچ سطر آن و نیز در هیچ ستون آن عدد تکراری وجود نداشته باشد، «مربع لاتین» می‌نامیم. به هریک از اعداد درون مربع لاتین یک «درایه» می‌گوییم. ابتدا سطر دوم را با عدد ۲ شروع می‌کنیم. ملاحظه می‌شود ۲ حالت برای سطر دوم وجود دارد و سطر سوم نیز مطابق هرکدام از آن‌ها منحصر به فرد پر می‌شود. به همین ترتیب دو حالت نیز برای زمانی است که سطر دوم را با عدد ۳ شروع کنیم، پس کلاً ۴ جواب داریم.

۱	۲	۳	۴
۲	۴	۱	۳
۳	۱	۴	۲
۴	۳	۲	۱

۱	۲	۳	۴
۲	۱	۴	۳
۳	۴	۱	۲
۴	۳	۲	۱

۱	۲	۳	۴
۳	۱	۴	۲
۲	۴	۱	۳
۴	۳	۲	۱

۱	۲	۳	۴
۳	۴	۱	۲
۲	۱	۴	۳
۴	۳	۲	۱

▲ مشخصات سؤال: دشوار * ریاضیات گسسته (فصل ۲، درس ۱)

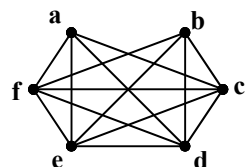
۴۰- پاسخ: گزینه ۳

نکته: در هر گراف کامل P رأسی تعداد یال‌ها برابر است با:

$$q = \binom{p}{2} = \frac{p(p-1)}{2}$$

نکته (زیرگراف): یک زیرگراف از گراف G گرافی است که مجموعه رئوس آن زیرمجموعه‌ای از مجموعه رئوس گراف G ، و مجموعه یال‌های آن زیرمجموعه‌ای از مجموعه یال‌های G باشد.

با توجه به نکته، می‌دانیم که گراف K تعداد $\frac{6 \times 5}{2} = 15$ یال دارد.

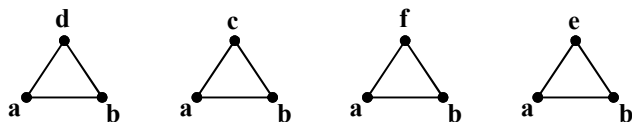


پس گراف موردنظر مطابق شکل، گرافی است که یک یال از گراف کامل مرتبه ۶ کمتر دارد.

از طرفی گرافی با ۳ رأس و ۳ یال، همان گراف کامل مرتبه ۳ است و تعداد گراف‌های کامل مرتبه ۳ در گراف کامل مرتبه ۶ برابر است با تعداد انتخاب‌های ۳ رأس از میان ۶ رأس، یعنی:

$$\binom{6}{3} = 20$$

اما از این ۲۰ گراف مثلثی شکل، تعداد ۴ گراف از یال حذف شده ab می گذرند که عبارتند از:



پس باید از ۲۰ گراف کم شوند و در نتیجه $۲۰ - ۴ = ۱۶$ زیرگراف ۳ رأسی با سه یال از این گراف می توان رسم کرد.

فیزیک



▲ مشخصات سؤال: ساده * فیزیک ۲ (فصل ۳)

۴۱- پاسخ: گزینه ۳

$$F = |q| v B \sin \theta \Rightarrow N = C \times \frac{m}{s} \times T \Rightarrow T = \frac{N \cdot s}{C \cdot m}$$

▲ مشخصات سؤال: ساده * فیزیک ۳ (فصل ۶)

۴۲- پاسخ: گزینه ۲

انرژی لازم برای جدا کردن نوکلئون های یک هسته، انرژی بستگی هسته ای نامیده می شود.

▲ مشخصات سؤال: ساده * فیزیک ۲ (فصل ۳)

۴۳- پاسخ: گزینه ۱

مواد فرومغناطیسی نرم در حضور میدان مغناطیسی، به راحتی خاصیت مغناطیسی (آهن ربایی) موقت پیدا می کنند؛ اما به راحتی نیز این خاصیت را از دست می دهند و مواد دیامغناطیسی دارای دوقطبی مغناطیسی خالصی نیستند.

▲ مشخصات سؤال: ساده * فیزیک ۳ (فصل ۴)

۴۴- پاسخ: گزینه ۲

با خالی شدن آب درون لوله، طول لوله صوتی افزایش یافته و بنابراین بسامدهای تشدید آن کاهش می یابد.

▲ مشخصات سؤال: متوسط * فیزیک ۳ (فصل ۴)

۴۵- پاسخ: گزینه ۱

گزاره های «الف»، «ب» و «پ» نادرست هستند و فقط گزاره «ت» درست است.

نادرستی گزاره «الف»: پدیده پراش علاوه بر عبور موج از یک شکاف، هنگام عبور موج از لبه های مانعی که ابعاد آن در حدود طول موج باشد نیز رخ می دهد.

نادرستی گزاره «ب»: امواج تخت نیز مانند امواج دیگر، هنگام عبور از یک شکاف باریک، دچار پراش می شوند.

نادرستی گزاره «پ»: هر چقدر پهنای شکاف مقابل به یک جبهه موج بزرگ تر باشد، نسبت اندازه پهنای به طول موج عدد بزرگ تری می شود و پدیده پراش را ضعیف تر می کند.

▲ مشخصات سؤال: متوسط * فیزیک ۳ (فصل ۱)

۴۶- پاسخ: گزینه ۳

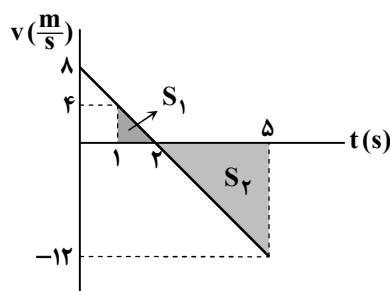
معادله حرکت مشخص شده مربوط به حرکت با شتاب ثابت است. در این صورت معادله سرعت- زمان مربوط به حرکت را مشخص می کنیم:

$$x = -2t^2 + 8t + 11 \Rightarrow \begin{cases} \frac{1}{2}a = -2 \Rightarrow a = -4 \frac{m}{s^2} \\ v_0 = 8 \frac{m}{s} \\ x_0 = +11 m \end{cases} \quad v = at + v_0 \Rightarrow v = -4t + 8$$

نمودار سرعت- زمان متحرک را رسم می کنیم:

مساحت سطح زیر نمودار سرعت- زمان را در بازه زمانی خواسته شده حساب کرده

و تندی متوسط را با مشخص کردن مسافت، می یابیم:



$$S_1 = \frac{1 \times 4}{2} = 2$$

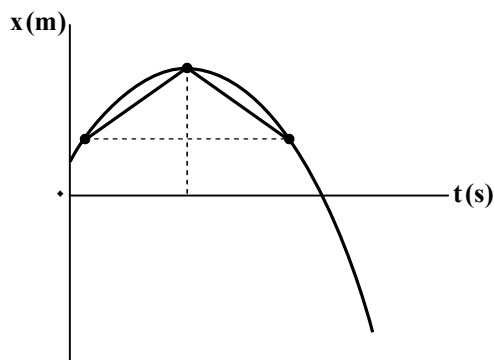
$$S_2 = \frac{3 \times 12}{2} = 18$$

$$\ell = S_1 + S_2 = 18 + 2 = 20 m$$

$$s_{av} = \frac{\ell}{\Delta t} = \frac{20}{5-1} = 5 \frac{m}{s}$$

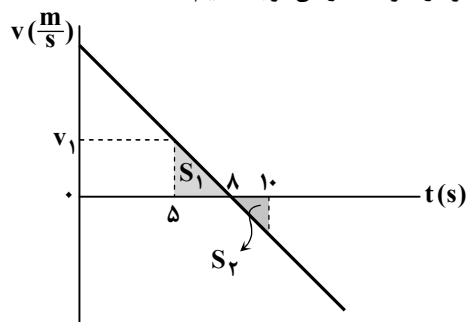
۴۷- پاسخ: گزینه ۲

▲ مشخصات سؤال: دشوار * فیزیک ۳ (فصل ۱)



با توجه به اینکه نمودار مکان- زمان در حرکت با شتاب ثابت یک سهمی است، اگر در دو بازه زمانی یکسان، تندی متوسط برابر شود، حتماً آن دو بازه زمانی نسبت به لحظه تغییر جهت حرکت قرینه هم هستند. ۴ ثانیه دوم یعنی از $t = 4s$ تا $t = 8s$ و ۴ ثانیه سوم یعنی از $t = 8s$ تا $t = 12s$ پس رأس سهمی در $t = 8s$ است.

برای بررسی مسافت طی شده در ۵ ثانیه دوم (یعنی $t = 5s$ تا $t = 10s$) کافی است به نمودار سرعت- زمان توجه کنیم.

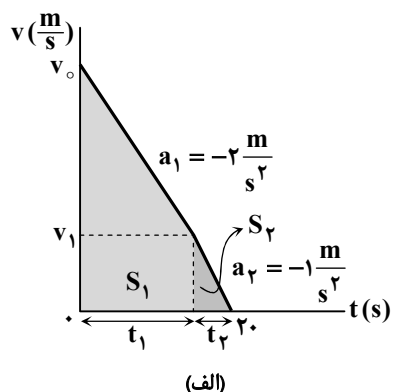


$$\begin{aligned} S_1 + S_2 &= 26 \\ \left\{ \begin{aligned} S_1 &= 18, S_2 = 8 \\ \Rightarrow \frac{S_1}{S_2} &= \left(\frac{v_1}{v_2}\right)^2 = \frac{9}{4} \end{aligned} \right. \Rightarrow S_1 = 18, S_2 = 8 \\ S_1 &= \frac{v_1 \times 3}{2} = 18 \Rightarrow v_1 = 12 \frac{m}{s} \\ a &= \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{0 - 12}{8 - 5} = -4 \frac{m}{s^2} \Rightarrow |a| = 4 \frac{m}{s^2} \end{aligned}$$

۴۸- پاسخ: گزینه ۳

▲ مشخصات سؤال: دشوار * فیزیک ۳ (فصل ۱)

شکل «الف» نمودار سرعت- زمان متحرک را نشان می دهد. با توجه به شکل، داریم:

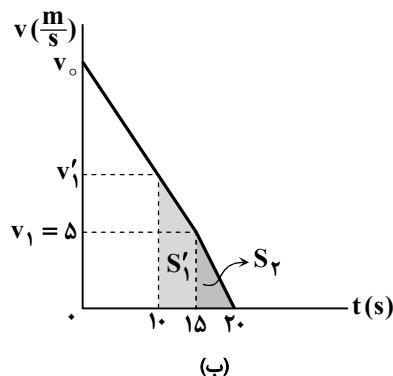


$$\begin{aligned} a_r &= \frac{v_1 - v_0}{t_r} \Rightarrow v_1 = -a_r t_r = -(-1) \times (20 - t_1) = 20 - t_1 \\ a_1 &= \frac{v_1 - v_0}{t_1} \Rightarrow -2 = \frac{(20 - t_1) - v_0}{t_1} \\ \Rightarrow 2t_1 &= v_0 - 20 + t_1 \Rightarrow v_0 = 20 + t_1 \\ \Delta x_1 &= 24 \Delta x_r \Rightarrow S_1 = 24 S_r \Rightarrow \left(\frac{v_0 + v_1}{2}\right) t_1 = 24 \times \left(\frac{v_1 + 0}{2}\right) t_r \\ [(20 + t_1) + (20 - t_1)] t_1 &= 24 \times (20 - t_1) (20 - t_1) \\ \Rightarrow 40 t_1 &= 24 (20 - t_1)^2 \Rightarrow 5 t_1 = 3 (20 - t_1)^2 \end{aligned}$$

حل معادله بالا وقت گیر است. از شم محاسباتی خود برای تعیین t_1 استفاده می کنیم. $t_1 = 15s$ در معادله بالا جواب می دهد:

$$5 \times 15 = 3 (20 - 15)^2 = 75$$

مسافت طی شده توسط متحرک در بازه زمانی $(10s, 20s)$ برابر مجموع مساحت های نشان داده شده در شکل روبه رو است.



$$\begin{aligned} a_1 &= \frac{v_1 - v'_1}{t_1 - t'_1} \Rightarrow -2 = \frac{5 - v'_1}{15 - 10} \Rightarrow v'_1 = 15 \frac{m}{s} \\ \ell &= S'_1 + S_2 \\ \Rightarrow \ell &= \left(\frac{v'_1 + v_1}{2}\right) (15 - 10) + \frac{v_1 (20 - 15)}{2} \\ \Rightarrow \ell &= \left(\frac{15 + 5}{2}\right) \times 5 + \frac{5 \times 5}{2} = 50 + 12.5 = 62.5 m \end{aligned}$$

۴۹- پاسخ: گزینه ۱

▲ مشخصات سؤال: ساده * فیزیک ۳ (فصل ۱)

$$v^2 = -2g \Delta y \Rightarrow 22 \times 22 = -2 \times 10 \times \Delta y \Rightarrow \Delta y = -\frac{22 \times 22}{2 \times 10} = -\frac{11 \times 22}{10} = -24.2 m \Rightarrow \ell = |\Delta y| = 24.2 m$$

۵۰- پاسخ: گزینه ۱

▲ مشخصات سؤال: دشوار * فیزیک ۳ (فصل ۲)

در حالت اول نیروی بالابرنده‌ای وجود نداشته و نیروهای وزن و اصطکاک در خلاف جهت حرکت جسم بر آن اثر می‌کنند. در این صورت می‌توان نوشت:

$$a_1 = \frac{F_{net}}{m} = \frac{(mg + \frac{1}{3}mg)}{m} = \frac{\frac{4}{3}mg}{m} \Rightarrow a_1 = \frac{4}{3}g$$

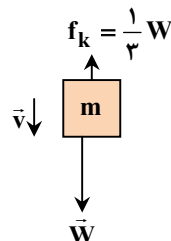
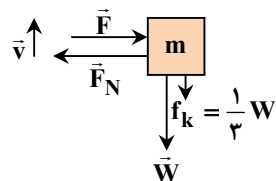
هنگامی که جسم در حال حرکت روبه پایین است، می‌توان نوشت:

$$a_2 = \frac{mg - \frac{1}{3}mg}{m} = \frac{\frac{2}{3}mg}{m} = \frac{2}{3}g$$

رابطه بین شتاب‌ها در دو حالت به صورت زیر است:

$$a_1 = 2a_2$$

اکنون با استفاده از معادله سرعت - جابه‌جایی در حرکت با شتاب ثابت خواهیم داشت:



$$\begin{aligned} \frac{v^2 - v_0^2}{v^2 - 0} &= \frac{2a_1(-d)}{2a_2d} \Rightarrow \frac{v^2}{v^2} = \frac{a_1}{a_2} = 2 \\ \Rightarrow \frac{v^2}{v_0^2} &= +\frac{1}{2} \Rightarrow |v| = \frac{\sqrt{2}}{2}|v_0| \end{aligned}$$

(جهت مثبت محور را رو به پایین در نظر گرفته‌ایم.)

▲ مشخصات سؤال: ساده * فیزیک ۳ (فصل ۲)

۵۱- پاسخ: گزینه ۲

شتاب حرکت ماهواره به دور زمین همان شتاب گرانشی در محل ماهواره است.

$$g_{\text{سطح زمین}} = G \frac{M_e}{R_e^2}$$

$$g_r = G \frac{M_e}{r^2} \quad \text{در فاصله } r \text{ از مرکز زمین}$$

$$r = R_e + h \Rightarrow h = 1600 \text{ km} = \frac{R_e}{4} \Rightarrow r = \frac{5}{4}R_e$$

$$\frac{g_r}{g} = \left(\frac{R_e}{\frac{5}{4}R_e}\right)^2 = \frac{16}{25} \Rightarrow g_r = \frac{16}{25}g = \frac{6}{5} \frac{m}{s^2}$$

▲ مشخصات سؤال: متوسط * فیزیک ۳ (فصل ۲)

۵۲- پاسخ: گزینه ۴

$$\begin{aligned} \Delta p &= F_{av} \times \Delta t \Rightarrow m\Delta v = F_{av} \cdot \Delta t \Rightarrow 0.5 \times (5 - (-10)) = F_{av} \times 0.25 \Rightarrow 7.5 = F_{av} \times 0.25 \Rightarrow F_{av} = 30 \text{ N} \\ \Rightarrow F_{N,av} - mg &= 30 \Rightarrow F_{N,av} - 5 = 30 \Rightarrow F_{N,av} = 35 \text{ N} \end{aligned}$$

▲ مشخصات سؤال: متوسط * فیزیک ۳ (فصل ۳)

۵۳- پاسخ: گزینه ۴

$$A_1 = \frac{2}{3}A_2 \text{ و } T_1 = 2T_2$$

$$E = \frac{1}{2}m\omega^2 A^2 \Rightarrow \frac{E_1}{E_2} = \frac{m_1}{m_2} \times \left(\frac{\omega_1}{\omega_2}\right)^2 \times \left(\frac{A_1}{A_2}\right)^2 = \frac{m_1}{m_2} \times \left(\frac{T_2}{T_1}\right)^2 \times \left(\frac{A_1}{A_2}\right)^2 = 2 \times \left(\frac{1}{2}\right)^2 \times \left(\frac{2}{3}\right)^2 = \frac{9}{8}$$

▲ مشخصات سؤال: متوسط * فیزیک ۳ (فصل ۳)

۵۴- پاسخ: گزینه ۲

$$\beta = (10 \text{ dB}) \log \frac{I}{I_0} \Rightarrow 86 = 10 \log \frac{I}{I_0} \Rightarrow \log \frac{I}{I_0} = 8.6 = 8 + 0.6 = 8 + 2 \log 2 = \log (10^8 \times 2^2) \Rightarrow \frac{I}{I_0} = 4 \times 10^8$$

$$\Rightarrow I = 4 \times 10^{-4} \frac{W}{m^2}$$

در انتشار موج یک چشمه نقطه‌ای در فضا (مانند این سؤال)، موج به صورت کروی منتشر می‌شود و شدت موج با مربع فاصله از منبع، نسبت عکس دارد.

$$I = \frac{P_{av}}{A} = \frac{P_{av}}{4\pi R^2} \Rightarrow \frac{I_2}{I_1} = \left(\frac{r_1}{r_2}\right)^2 \Rightarrow \frac{I_2}{I_1} = \left(\frac{5}{10}\right)^2 \Rightarrow I_2 = 10^{-4} \frac{W}{m^2} = 100 \frac{\mu W}{m^2}$$

۵۵- پاسخ: گزینه ۲

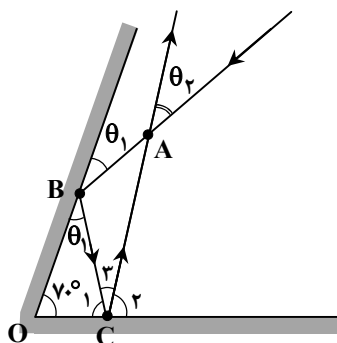
▲ مشخصات سؤال: متوسط * فیزیک ۳ (فصل ۳)

برای امواج مکانیکی در یک محیط جامد، تندی انتشار امواج طولی بیشتر از امواج عرضی است، پس تندی انتشار موج P بیش از موج S است؛ و موج P زودتر به دستگاه لرزه‌نگار می‌رسد.

$$\Delta t = \frac{\Delta x}{v_S} - \frac{\Delta x}{v_P} = \Delta x \left(\frac{1}{v_S} - \frac{1}{v_P} \right) = \Delta x \left(\frac{v_P - v_S}{v_S v_P} \right) \Rightarrow \Delta x = \Delta t \left(\frac{v_S v_P}{v_P - v_S} \right)$$

۵۶- پاسخ: گزینه ۴

▲ مشخصات سؤال: دشوار * فیزیک ۳ (فصل ۴)



$$\text{مثلث } OBC \Rightarrow \theta_1 + 70^\circ + C_1 = 180^\circ \Rightarrow C_1 = 110^\circ - \theta_1$$

$$C_1 = C_2 \Rightarrow C_2 = 180^\circ - 2C_1$$

$$\text{مثلث } ABC \Rightarrow A + B + C_2 = 180^\circ \Rightarrow \theta_2 + (180^\circ - 2\theta_1) + 180^\circ - 2C_1 = 180^\circ$$

$$\Rightarrow \theta_2 + 180^\circ - 2\theta_1 + 180^\circ - 2(110^\circ - \theta_1) = 180^\circ \Rightarrow \theta_2 - 220^\circ + 360^\circ = 180^\circ$$

$$\Rightarrow \theta_2 = 40^\circ$$

در هر دو حالت، مقدار θ_2 برابر 40° می‌شود و به اندازه زاویه θ_1 بستگی ندارد.

۵۷- پاسخ: گزینه ۲

▲ مشخصات سؤال: متوسط * فیزیک ۳ (فصل ۵)

بلندترین طول موج رشته بالمر ($n' = 2$) مربوط به گذار الکترون از $n = 3$ به $n' = 2$ است:

$$\frac{1}{\lambda} = R \left(\frac{1}{n'^2} - \frac{1}{n^2} \right) \Rightarrow \frac{1}{\lambda_{\max}} = R \left(\frac{1}{2^2} - \frac{1}{3^2} \right) = \frac{\Delta R}{36} \Rightarrow \lambda_{\max} = \frac{36}{\Delta R}$$

کوتاه‌ترین طول موج رشته پاشن ($n' = 3$) مربوط به گذار از $n = \infty$ به $n' = 3$ است:

$$\frac{1}{\lambda_{\min}} = R \left(\frac{1}{3^2} - \frac{1}{\infty} \right) = \frac{R}{9} \Rightarrow \lambda_{\min} = \frac{9}{R}$$

$$\frac{\lambda_{\max}}{\lambda_{\min}} = \frac{\frac{36}{\Delta R}}{\frac{9}{R}} = 4$$

۵۸- پاسخ: گزینه ۱

▲ مشخصات سؤال: متوسط * فیزیک ۳ (فصل ۵)

$$E_{\text{هر فوتون}} = \frac{hc}{\lambda} = \frac{1240 \text{ eV} \cdot \text{nm}}{620 \text{ nm}} = 2 \text{ eV}$$

$$E_{\text{کل فوتونها}} = n E_{\text{هر فوتون}} = 3 \times 10^{20} \times 2 = 6 \times 10^{20} \text{ eV} = (6 \times 10^{20} \text{ eV}) \times \left(\frac{1/6 \times 10^{-19} \text{ J}}{1 \text{ eV}} \right) = 96 \text{ J}$$

$$P = \frac{E}{t} = \frac{96}{60} = 1.6 \text{ W}$$

۵۹- پاسخ: گزینه ۳

▲ مشخصات سؤال: متوسط * فیزیک ۳ (فصل ۶)

گزینه ۳ صحیح است.

بررسی علت نادرستی سایر گزینه‌ها:

گزینه ۱: ایزوتوپ‌ها خواص شیمیایی یکسانی دارند.

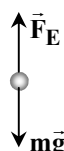
گزینه ۲: از هر ۱۴۰ اتم اورانیم موجود در سنگ معدن اورانیم، تنها یکی از آن‌ها ایزوتوپ ۲۳۵ و مابقی ایزوتوپ ۲۳۸ است.

گزینه ۴: در فرایند غنی‌سازی، فراوانی اورانیم ۲۳۵ را در یک نمونه افزایش می‌دهند.

۶۰- پاسخ: گزینه ۳

▲ مشخصات سؤال: متوسط * فیزیک ۲ (فصل ۱)

چون وزن به سمت پایین است، برای تعادل ذره، باید نیروی الکتریکی روبه بالا به آن وارد شود. از طرفی، جهت میدان به سمت پایین است، بنابراین بار ذره، منفی است.



تعادل نیروها: $F_E = mg$

$$\Rightarrow E|q| = mg \Rightarrow 2/5 \times 10^4 |q| = 40 \times 10^{-6} \times 10 \Rightarrow |q| = \frac{4}{2/5} \times 10^{-8} = 1/6 \times 10^{-8} \text{ C} = 16 \text{ nC} \Rightarrow q = -16 \text{ nC}$$

۶۱- پاسخ: گزینه ۱ ▲ مشخصات سؤال: دشوار * فیزیک ۲ (فصل ۱)

با استفاده از قضیه کار- انرژی جنبشی و نیروهای وارد بر ذره باردار می توان نوشت:

$$\Delta K = W_{\text{وزن}} + W_E \xrightarrow{W_E = -\Delta U_E = -q\Delta V} K_B - 0 = mgh - q\Delta V$$

$$\Rightarrow K_B = 1 \times 10^{-3} \times 10 \times 0.5 - 40 \times 10^{-9} \times (5 \times 10^3) = 5 \times 10^{-3} - 0.2 \times 10^{-3} = 4.8 \times 10^{-3} \text{ J} = 4.8 \text{ mJ}$$

۶۲- پاسخ: گزینه ۳ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * فیزیک ۲ (فصل ۱)

$$\left. \begin{aligned} V &= Ed \\ V &= \frac{Q}{C} \end{aligned} \right\} \Rightarrow E = \frac{Q}{C} \xrightarrow{C = \epsilon_0 \frac{A}{d}} E = \frac{Q}{\epsilon_0 \frac{A}{d}} = \frac{Q}{\epsilon_0 A} = \frac{3/6 \times 10^{-6}}{9 \times 10^{-12} \times 8 \times 10^{-4}} = \frac{10^9}{2} = 5 \times 10^8 \frac{\text{V}}{\text{m}}$$

۶۳- پاسخ: گزینه ۴ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * فیزیک ۲ (فصل ۲)

با تابش نور بر مقاومت نوری (LDR) مقاومت آن کم می شود؛ پس جریان مدار افزایش می یابد ($I = \frac{\mathcal{E}}{R + R_{\text{LDR}} + r}$). همچنین عدد

ولت سنج که اختلاف پتانسیل دو سر مقاومت R را نشان می دهد نیز زیاد می شود ($V = RI$).

۶۴- پاسخ: گزینه ۳ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * فیزیک ۲ (فصل ۲)

$$I = \frac{\mathcal{E}}{r + R_{\text{eq}}} \Rightarrow 1/2 = \frac{\mathcal{E}}{5 + 30} \Rightarrow \mathcal{E} = 35 \times 1/2 = 42 \text{ V}$$

$$I' = \frac{\mathcal{E}}{r + R'_{\text{eq}}} = \frac{42}{5 + \frac{30}{2}} = \frac{42}{20} = 2/1 \text{ A}$$

$$I_1 = \frac{1}{2} I' = \frac{1}{2} \times 2/1 = 1/1 \text{ A}$$

۶۵- پاسخ: گزینه ۴ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * فیزیک ۲ (فصل ۲)

$$P_3 = I_3^2 \times R_3 \Rightarrow 12 = (I_3)^2 \times 3 \Rightarrow I_3 = 2 \text{ A}$$

$$\text{اند موازی اند } R_3 \text{ و } R_2: I_3 R_3 = I_2 R_2 \Rightarrow 2 \times 3 = I_2 \times 2 \Rightarrow I_2 = 3 \text{ A}$$

$$I_1 = I_2 + I_3 \Rightarrow I_1 = 3 + 2 = 5 \text{ A}$$

$$R_{\text{eq}} = 5 + \frac{2 \times 3}{2 + 3} = 6/2 \Omega$$

$$I_1 = \frac{\mathcal{E}}{R_{\text{eq}} + r} \Rightarrow 5 = \frac{\mathcal{E}}{6/2 + 0.8} \Rightarrow \mathcal{E} = 35 \text{ V}$$

$$P_{\text{تولیدی مولد}} = \mathcal{E} I = 35 \times 5 = 175 \text{ W}$$

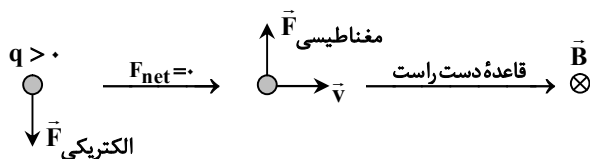
۶۶- پاسخ: گزینه ۳ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * فیزیک ۲ (فصل ۳)

چون می خواهیم بردار سرعت ثابت باشد، باید برابری نیروهای وارد بر ذره صفر شود.

$$\left\{ \begin{aligned} F_{\text{الکتریکی}} &= |q|E \\ F_{\text{مغناطیسی}} &= |q|vB \end{aligned} \right. \Rightarrow E|q| = |q|vB \Rightarrow E = vB \Rightarrow 100 = \frac{5}{100} v \Rightarrow v = 2000 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

نوع بار ذره هرچه باشد جهت به دست آمده برای $\vec{B}$ فرقی نمی کند (بررسی کنید).

مثلاً اگر بار ذره مثبت باشد، وضعیت بردارها به شکل روبه رو است:



۶۷- پاسخ: گزینه ۴ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * فیزیک ۲ (فصل ۴)

$$V_2 = RI = 20 \times 5 \sin(100\pi t) \Rightarrow V_{2,\text{max}} = 100 \text{ V}$$

$$\frac{V_{2,\text{max}}}{V_{1,\text{max}}} = \frac{N_2}{N_1} \Rightarrow V_{1,\text{max}} = 4 \times 100 = 400 \text{ V}$$

۶۸- پاسخ: گزینه ۱

▲ مشخصات سؤال: دشوار * فیزیک ۲ (فصل ۳)

چون میله به سمت راست حرکت می کند، به علت افزایش مساحت قلاب، شار مغناطیسی درون سول افزایش می یابد؛ بنابراین جریان در میله رو به بالا ایجاد می شود تا طبق قانون لنز میدان القایی برون سول ایجاد کند.

حال بر میله حامل جریان روبه بالا، از طرف میدان مغناطیسی طبق قاعده دست راست نیرویی به سمت چپ وارد می شود (F') و چون میله با تندی ثابت حرکت می کند، طبق قانون اول نیوتون برآیند نیروهای وارد بر آن صفر است.

$$F' = F = 0.3 \text{ N}$$

$$F' = I\ell B = \frac{|\mathcal{E}|}{R} \ell B = \frac{Bv\ell}{R} \ell B = \frac{B^2 v \ell^2}{R} \Rightarrow 0.3 = \frac{1.0 \times v \times 1}{1/2} \Rightarrow v = 4 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

▲ مشخصات سؤال: متوسط * فیزیک ۱ (فصل ۲)

۶۹- پاسخ: گزینه ۱

با توجه به اینکه ظرف استوانه است، پس نیروی حاصل از مایع که بر کف ظرف وارد می شود، با وزن مایع برابر است:

$$F = PA \Rightarrow mg = PA \Rightarrow P = \frac{mg}{A} = \frac{(300 + 600) \times 10^{-3} \times 10}{60 \times 10^{-4}} = \frac{9}{6 \times 10^{-3}} = \frac{3}{2} \times 10^3 = 1.5 \text{ kPa}$$

▲ مشخصات سؤال: متوسط * فیزیک ۱ (فصل ۴)

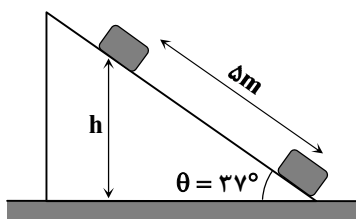
۷۰- پاسخ: گزینه ۳

$$L_T = L_1(1 + \alpha \Delta T) \Rightarrow \begin{cases} R'_{\text{حفره}} = R(1 + \alpha \Delta T) \\ R'_{\text{دایره}} = 2R(1 + \alpha \Delta T) \end{cases}$$

$$\Rightarrow \frac{R'_{\text{دایره}}}{R'_{\text{حفره}}} = 2 \Rightarrow \alpha \text{ و } \Delta T \text{ در هر دو شکل یکسان است.}$$

▲ مشخصات سؤال: دشوار * فیزیک ۱ (فصل ۳)

۷۱- پاسخ: گزینه ۱



$$\frac{h}{d} = \sin \theta \Rightarrow h = d \sin \theta = 5 \times 0.6 = 3 \text{ m}$$

$$W_t = \Delta K \Rightarrow W_{f_k} + W_{\text{وزن}} + W_{\text{عمودی سطح}} = 0 - \frac{1}{2}mv_1^2$$

$$\Rightarrow W_{f_k} - mg\Delta h = -\frac{1}{2}mv_1^2$$

$$W_{f_k} - 2 \times 10 \times 3 = -\frac{1}{2} \times 2 \times 100 \Rightarrow W_{f_k} - 60 = -100 \Rightarrow W_{f_k} = -40 \text{ J}$$

▲ مشخصات سؤال: متوسط * فیزیک ۱ (فصل ۳)

۷۲- پاسخ: گزینه ۳

$$E_T = E_1 \Rightarrow K_T + U_T = K_1 + U_1$$

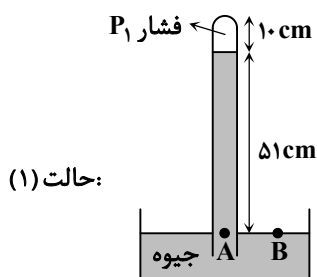
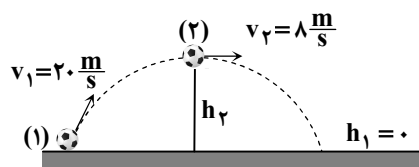
$$\frac{1}{2}mv_T^2 + mgh_T = \frac{1}{2}mv_1^2 + mgh_1$$

$$\Rightarrow \frac{1}{2} \times m \times 8^2 + m \times 10 \times h_T = \frac{1}{2} \times m \times 20^2 + m \times 10 \times 0$$

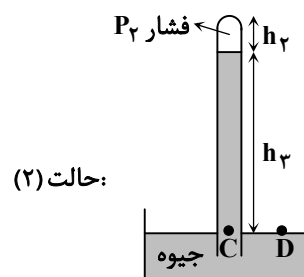
$$\Rightarrow 32 + 10h_T = 200 \Rightarrow h_T = 20 - 32/2 = 16/8 \text{ m}$$

▲ مشخصات سؤال: دشوار * فیزیک ۱ (فصل های ۲ و ۴)

۷۳- پاسخ: گزینه ۲



$$P_A = P_B \Rightarrow 10 + P_1 = 75 \Rightarrow P_1 = 24 \text{ cmHg}$$



$$P_C = P_D \Rightarrow h_T + P_T = 75 \text{ cmHg} \Rightarrow P_T = 75 - h_T$$

$$(۲) \Rightarrow h_2 = 0/8h_1 = 8\text{cm} \Rightarrow \text{حجم هوای محبوس در حالت } (۱) \times 0/8 = \text{حجم هوای محبوس در حالت } (۲)$$

$$P_1 V_1 = P_2 V_2 \Rightarrow 24 \times V_1 = (75 - h_2) \times 0/8 V_1 \Rightarrow 30 = 75 - h_2 \Rightarrow h_2 = 45\text{cm}$$

$$\text{ارتفاع اولیه لوله} = 51 + 10 = 61\text{cm}$$

$$\text{ارتفاع ثانویه لوله} = h_2 + h_1 = 45 + 8 = 53\text{cm}$$

$$\text{مقدار فرو رفته در جیوه} = 61 - 53 = 8\text{cm}$$

۷۴- پاسخ: گزینه ۲ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * فیزیک ۱ (فصل ۵)

در فرایندی که حجم گاز کم می شود، کار محیط روی دستگاه مثبت است:

■ در فرایند «الف»، حجم گاز ثابت است؛ بنابراین $W = 0$ است.

■ در فرایندهای «ب» و «پ»، حجم گاز کم می شود، پس $W > 0$ است.

۷۵- پاسخ: گزینه ۳ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * فیزیک ۱ (فصل ۵)

$$\eta = \frac{|W|}{Q_H} = 0/6 \Rightarrow |W| = 0/6 Q_H$$

در ماشین گرمایی آرمانی بخشی از گرمای دریافتی از منبع دمابالا به منبع دمای پایین داده شده و بقیه آن تبدیل به کار می شود (اتلاف دیگری نداریم).

$$Q_H = |Q_L| + |W| \Rightarrow Q_H = |Q_L| + 0/6 Q_H \Rightarrow |Q_L| = 0/4 Q_H \Rightarrow \frac{|W|}{|Q_L|} = \frac{0/6 Q_H}{0/4 Q_H} = 1/5$$

شیمی



۷۶- پاسخ: گزینه ۱ ▲ مشخصات سؤال: ساده * شیمی ۱ (فصل ۱)

یون یدید با یونی که حاوی $^{99}_{43}\text{Tc}$ است هم اندازه است در حالی که و I^- نسبت به کاتیون $^{99}_{43}\text{Tc}$ بسیار بزرگ تر است.

۷۷- پاسخ: گزینه ۴ ▲ مشخصات سؤال: ساده * شیمی ۱ (فصل ۱)

طبق قاعده آفبا، هنگام پر شدن زیرلایه ها، اولویت پر شدن با زیرلایه ای است که $(n+1)$ کوچک تری داشته باشد.

در مورد گزینه ۱ دقت کنید، اولین زیرلایه ای که در لایه سوم الکترون می پذیرد، $3s$ است که حاصل $(n+1)$ برای آن برابر با $3+0=3$ است.

۷۸- پاسخ: گزینه ۳ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * شیمی ۱ (فصل ۱)

عنصر شماره ۳۱ جدول تناوبی دارای آرایش الکترونی روبه رو است:

لایه ماقبل آخر این عنصر (لایه سوم) دارای ۱۸ الکترون بوده و کاملاً پر است.

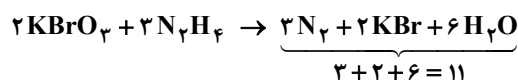
بررسی گزینه های نادرست:

گزینه ۱: این عنصر ۸ الکترون با $I=0$ دارد.

گزینه ۲: در لایه چهارم که لایه ظرفیت آن است فقط یک الکترون با $I=1$ دارد.

گزینه ۴: این عنصر در گروه ۱۳ قرار دارد و با عنصر شماره ۵۱ جدول که در گروه ۱۵ قرار دارد، هم گروه نیست.

۷۹- پاسخ: گزینه ۲ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * شیمی ۱ (فصل ۲)



۸۰- پاسخ: گزینه ۴ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * شیمی ۱ (فصل ۲)

در SO_3 ۴ پیوند و در NH_3 سه پیوند وجود دارد، ولی در بقیه موارد تعداد پیوندها برابر است.

۸۱- پاسخ: گزینه ۱ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * شیمی ۱ (فصل ۲)

جرم فراورده های گازی را محاسبه می کنیم که با کاهش جرم مواد جامد موجود در ظرف واکنش برابر است.



$$\text{جرم } \text{N}_2 = 0/1 \text{mol Cr}_2\text{O}_3 \times \frac{1 \text{mol N}_2}{1 \text{mol Cr}_2\text{O}_3} \times \frac{28 \text{g N}_2}{1 \text{mol N}_2} = 2/8 \text{g}$$

$$\text{جرم } \text{H}_2\text{O} = 0/1 \text{mol Cr}_2\text{O}_3 \times \frac{4 \text{mol H}_2\text{O}}{1 \text{mol Cr}_2\text{O}_3} \times \frac{18 \text{g H}_2\text{O}}{1 \text{mol H}_2\text{O}} = 7/2 \text{g}$$

$$\text{کاهش جرم} = 2/8 + 7/2 = 10 \text{g}$$

۸۲- پاسخ: گزینه ۲

▲ مشخصات سؤال: متوسط * شیمی ۱ (فصل ۳)

حل شونده $0.05 \text{ g} = 0.05 / 95 = 0.000526 \text{ mol}$ (الف)

$$100 \text{ g H}_2\text{O} \times \frac{0.05 \text{ g}}{10 \text{ g H}_2\text{O}} = 0.5 \text{ g}$$

به دلیل اینکه انحلال پذیری ماده A در آب بین ۰/۰۱ تا ۱ گرم در ۱۰۰ گرم آب است؛ پس جزء مواد کم محلول می باشد.

$$\text{mol} = 0.05 \text{ g} \times \frac{1 \text{ mol}}{50 \text{ g}} = 0.001 \text{ mol} \quad \text{حل شونده (ب)}$$

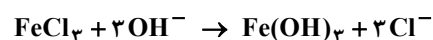
$$\text{غلظت مولار} = \frac{0.001 \text{ mol}}{0.01 \text{ L}} = 0.1 \text{ mol} \cdot \text{L}^{-1}$$

$$\text{درصد جرمی (پ)} = \frac{\text{جرم حل شونده}}{\text{جرم محلول}} \times 100 = \frac{0.05}{10.05} \times 100 = 0.5\%$$

$$\text{ppm (ت)} = 10^6 \times \text{درصد جرمی} = 0.5 \times 10^6 = 5 \times 10^5$$

▲ مشخصات سؤال: دشوار * شیمی ۱ (فصل ۳)

۸۳- پاسخ: گزینه ۲



راه حل اول:

$$\frac{10}{1000} \text{ L FeCl}_3 \times \frac{0.1 \text{ mol FeCl}_3}{1 \text{ L FeCl}_3} \times \frac{3 \text{ mol OH}^-}{1 \text{ mol FeCl}_3} \times \frac{17 \text{ g OH}^-}{1 \text{ mol OH}^-} = 51 \times 10^{-3} \text{ g OH}^-$$

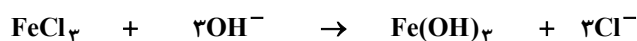
$$\text{ppm} = \frac{\text{جرم حل شونده}}{\text{جرم محلول}} \times 10^6 \Rightarrow 17 = \frac{51 \times 10^{-3}}{x \text{ g محلول}} \times 10^6 \Rightarrow x = 3000 \text{ g} \xrightarrow{d=1 \text{ g} \cdot \text{mL}^{-1}} x = 3000 \text{ mL} = 3 \text{ L}$$

راه حل دوم:

$$\text{ppm} \times \text{تن} = \text{جرم حل شونده} \quad , \quad d = 1 \text{ g} \cdot \text{mL}^{-1}$$

$$\Rightarrow 17 \times x \times 10^{-3} = \text{g OH}^-$$

حجم محلول بر حسب لیتر



$$\frac{0.01 \times 0.1}{1} = \frac{17 \times x \times 10^{-3}}{3 \times 17} \Rightarrow x = 3 \text{ L}$$

▲ مشخصات سؤال: متوسط * شیمی ۱ (فصل ۳)

۸۴- پاسخ: گزینه ۲

انحلال پذیری سدیم نیترات نشان می دهد که در ۱۰۰ گرم آب با دمای 10°C ، ۸۰ گرم سدیم نیترات حل شده و ۱۸۰ گرم محلول سیر شده تهیه می شود.

$$\text{جرم سدیم نیترات موجود در محلول} = 45 \text{ g} \times \frac{80 \text{ g NaNO}_3}{180 \text{ g}} = 20 \text{ g NaNO}_3$$

$$\text{جرم یون سدیم موجود در محلول} = 20 \text{ g NaNO}_3 \times \frac{23 \text{ g Na}^+}{85 \text{ g NaNO}_3} = 5.41 \text{ g Na}^+$$

▲ مشخصات سؤال: متوسط * شیمی ۱ (فصل ۳)

۸۵- پاسخ: گزینه ۴

عبارت «اول»: درست؛ $\mu_{\text{H}_2\text{O}} = 1/85 \text{ D}$ و $\mu_{\text{H}_2\text{S}} = 0.97 \text{ D}$

عبارت «دوم»: نادرست؛ در حالت مایع امکان لغزیدن و جابه جایی مولکول های آب وجود دارد.

عبارت «سوم»: درست؛ ایجاد فضای خالی باعث افزایش حجم و کاهش چگالی می شود.

عبارت «چهارم»: درست؛ اتانول و استون هر دو قطبی هستند اما فقط اتانول با مولکول های خود پیوند هیدروژنی دارد.

عبارت «پنجم»: درست؛ ید و هگزان هر دو ناقطبی هستند و جاذبه میان آنها از نوع وان دروالسی است.

▲ مشخصات سؤال: متوسط * شیمی ۲ (فصل ۱)

۸۶- پاسخ: گزینه ۴

در یک دوره از جدول، تعداد لایه های الکترونی ثابت و تعداد پروتون ها از چپ به راست افزایش می یابد. پس جاذبه هسته بر روی الکترون ها زیاد می شود.

دلیل نادرستی بقیه گزینه ها:

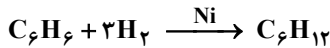
گزینه ۱: عنصر پتاسیم در دوره چهارم جای دارد.

گزینه ۲: در یک دوره از جدول دوره ای، تعداد لایه های الکترونی ثابت است.

گزینه ۳: در یک گروه از بالا به پایین، شعاع اتمی افزایش می یابد.

▲ مشخصات سؤال: متوسط * شیمی ۲ (فصل ۱)

۸۷- پاسخ: گزینه ۲



$$19/5 \text{ g } C_6H_6 \times \frac{80 \text{ g خالص}}{100 \text{ g ناخالص}} \times \frac{1 \text{ mol } C_6H_6}{78 \text{ g } C_6H_6} \times \frac{1 \text{ mol } C_6H_{12}}{1 \text{ mol } C_6H_6} \times \frac{84 \text{ g } C_6H_{12}}{1 \text{ mol } C_6H_{12}} = 16/8 \text{ g } C_6H_{12}$$

$$\text{مقدار نظری} = \frac{\text{مقدار عملی}}{\text{مقدار نظری}} \times 100 \Rightarrow 75 = \frac{x}{16/8} \times 100 \Rightarrow x = 12/6 \text{ g } C_6H_{12}$$

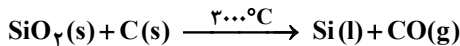
▲ مشخصات سؤال: دشوار * شیمی ۲ (فصل ۱)

۸۸- پاسخ: گزینه ۱

فقط موارد «الف» و «ت» درست هستند.

بررسی موارد نادرست:

(ب)

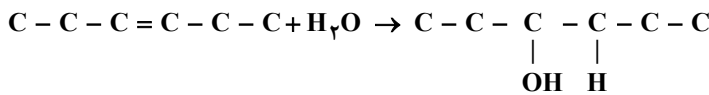


(پ) انجام ناپذیر؛ زیرا فعالیت Na بیشتر از C است.

(ث) انجام ناپذیر؛ زیرا فعالیت Al بیشتر از Cu است.

▲ مشخصات سؤال: ساده * شیمی ۲ (فصل ۱)

۸۹- پاسخ: گزینه ۲



▲ مشخصات سؤال: دشوار * شیمی ۲ (فصل ۲)

۹۰- پاسخ: گزینه ۱

میزان گرمی و سردی همان دما است.

بررسی عبارتهای نادرست:

(ب) مقدار آب در ظرف (۲) بیشتر است، پس مقدار گرما (انرژی) آزاد شده از آن بیشتر است.

(پ) دمای دو ظرف یکسان است، پس میانگین تندی ذرات آنها با هم تفاوتی ندارد.

(ت) مجموع انرژی جنبشی ذرات یک ماده، بیانگر انرژی گرمایی آن است، در حالی که میانگین انرژی جنبشی، نشان دهنده دما است و نمی توان آنها را با هم مقایسه کرد.

(ث) جرم آب در ظرف (۲) برابر با ۲۰۰ گرم است، پس ظرفیت گرمایی آن ۲۰۰ برابر ظرفیت گرمایی ویژه آب در ظرف (۱) است.

جرم جسم $\times$ ظرفیت گرمایی ویژه = ظرفیت گرمایی

▲ مشخصات سؤال: متوسط * شیمی ۲ (فصل ۲)

۹۱- پاسخ: گزینه ۲

عبارتهای «اول» و «دوم» درست هستند.

عبارت «اول»:

$$(I) \text{ واکنش: } 14/4 \text{ g } C \times \frac{1 \text{ mol } C}{12 \text{ g } C} \times \frac{110 \text{ kJ}}{1 \text{ mol } C} = 132 \text{ kJ}$$

$$(II) \text{ واکنش: } 7/2 \text{ g } C \times \frac{1 \text{ mol } C}{12 \text{ g } C} \times \frac{393 \text{ kJ}}{1 \text{ mol } C} = 235/8 \text{ kJ}$$

عبارت «دوم»: با توجه به اینکه در واکنش (II) نسبت به واکنش (I) گرمای بیشتری آزاد شده است، پس سطح آنتالپی فراورده آن (CO_2) پایین تر از فراورده واکنش (I) که کربن مونوکسید (CO) است، می باشد.

عبارت «سوم»: سطح انرژی کربن مونوکسید بالاتر از کربن دی اکسید است؛ بنابراین تبدیل کربن مونوکسید به کربن دی اکسید، گرماده است.

عبارت «چهارم»:

$$3/6 \text{ g } C \times \frac{1 \text{ mol } C}{12 \text{ g } C} \times \frac{393 \text{ kJ}}{1 \text{ mol } C} = 117/9 \text{ kJ}$$

▲ مشخصات سؤال: ساده * شیمی ۲ (فصل ۲، فصل ۳)

۹۲- پاسخ: گزینه ۲

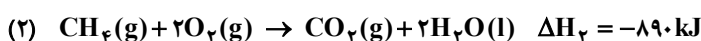
گزینه ۱: گروه عاملی استری

گزینه ۳: گروه عاملی اتری

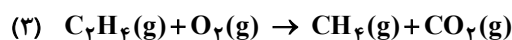
گزینه ۴: گروه عاملی کتونی

▲ مشخصات سؤال: دشوار * شیمی ۲ (فصل ۲)

۹۳- پاسخ: گزینه ۴



طبق قانون هس، واکنش (۱) را با عکس واکنش (۲) جمع می‌کنیم.



$$\Delta H_r = \Delta H_1 - \Delta H_2 = -۱۴۱۰ - (-۸۹۰) = -۵۲۰ \text{ kJ}$$

$$\Delta H_r = 4\Delta H(C-H) + \Delta H(C=C) + \Delta H(O=O) - 4\Delta H(C-H) - 2\Delta H(C=O)$$

$$\Rightarrow -۵۲۰ = \Delta H(C=C) + ۴۹۸ - (۲ \times ۸۰۳) \Rightarrow \Delta H(C=C) = ۵۸۸ \text{ kJ}$$

▲ مشخصات سؤال: متوسط * شیمی ۲ (فصل ۲)

۹۴- پاسخ: گزینه ۴

$$\Delta n(NO_2) = ۰/۸ - ۲/۳ = -۱/۵ \text{ mol}$$

$$\bar{R}_{(NO_2)} = -\frac{\Delta n(NO_2)}{\Delta t} \Rightarrow \bar{R}_{(NO_2)} = -\frac{-۱/۵ \text{ mol}}{۳ \text{ min}} = ۰/۱ \text{ mol} \cdot L^{-1} \cdot \text{min}^{-1}$$

$$\bar{R}_{(O_2)} = \frac{1}{2} \bar{R}_{(NO_2)} = ۰/۰۵ \text{ mol} \cdot L^{-1} \cdot \text{min}^{-1}$$

▲ مشخصات سؤال: ساده * شیمی ۲ (فصل ۳)

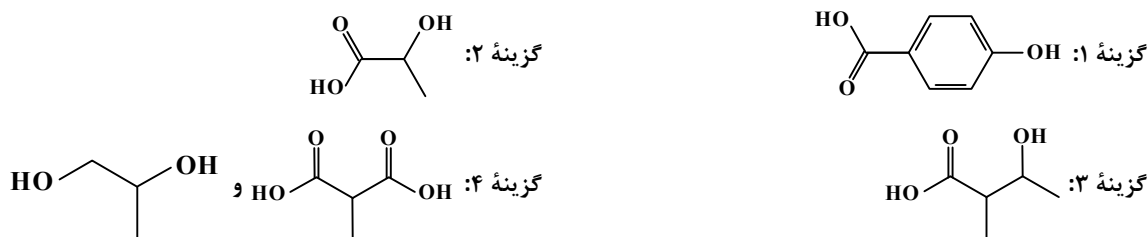
۹۵- پاسخ: گزینه ۲

پلیمرهای سبز نظیر پلی لاکتیک اسید به دلیل زیست تخریب پذیر بودن برای تبدیل شدن به کود مناسب هستند.

▲ مشخصات سؤال: متوسط * شیمی ۲ (فصل ۳)

۹۶- پاسخ: گزینه ۴

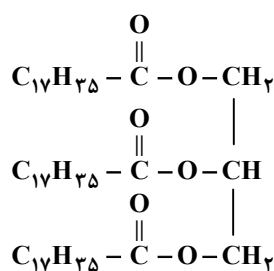
پلیمرهای داده شده از دسته پلی استرها هستند و ساختار مونومرهای آنها به صورت زیر است:



▲ مشخصات سؤال: متوسط * شیمی ۳ (فصل ۱)

۹۷- پاسخ: گزینه ۲

ساختار ایجاد شده به صورت زیر است:



و فرمول مولکولی آن $C_{57}H_{110}O_6$ است.

▲ مشخصات سؤال: دشوار * شیمی ۳ (فصل ۱)

۹۸- پاسخ: گزینه ۱

$$pH = ۱/۷ \Rightarrow [H^+] = ۱۰^{-۱/۷} = ۱۰^{-۲} \times ۱۰^{۰/۳} = ۲ \times ۱۰^{-۲} \text{ mol} \cdot L^{-1}$$

$$pH = ۱۲/۳ \Rightarrow [OH^-] = ۱۰^{-۱/۷} = ۱۰^{-۲} \times ۱۰^{۰/۳} = ۲ \times ۱۰^{-۲} \text{ mol} \cdot L^{-1}$$

$$pH = ۱۱/۶ \Rightarrow [OH^-] = ۱۰^{-۲/۴} = ۱۰^{-۳} \times ۱۰^{۰/۶} = ۴ \times ۱۰^{-۳} \text{ mol} \cdot L^{-1}$$

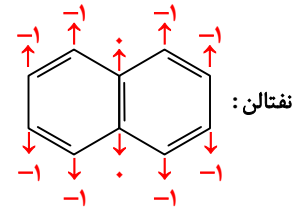
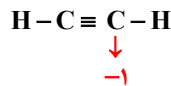
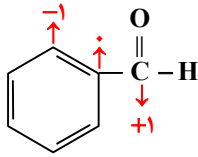
در مخلوط کردن دو محلول اسید و باز، کافی است تفاضل مول‌های هیدروکسید و هیدرونیوم را بر مجموع حجم‌ها تقسیم کنیم تا غلظت مولی یون اضافی در محلول حاصل به دست آید. در اینجا با توجه به اینکه محلول نهایی بازی است، خواهیم داشت:

$$[OH^-] = \frac{\text{مول } OH^- - \text{مول } H^+}{\text{حجم نهایی محلول}} \Rightarrow ۴ \times ۱۰^{-۳} = \frac{(۲ \times ۱۰^{-۲} \times V) - (۲ \times ۱۰^{-۲} \times ۱۰۰)}{۱۰۰ + V} \Rightarrow ۱۰۰ + V = ۵V - ۵۰ \Rightarrow ۴V = ۶۰۰$$

$$\Rightarrow V = ۱۵۰ \text{ mL}$$

۹۹- پاسخ: گزینه ۱

▲ مشخصات سؤال: متوسط * شیمی ۳ (فصل ۲)



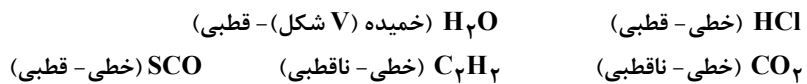
۱۰۰- پاسخ: گزینه ۳

▲ مشخصات سؤال: متوسط * شیمی ۳ (فصل ۲)

در شرایط یکسان، فلزی زودتر اکسایش می یابد که پتانسیل کاهش استاندارد منفی تری داشته باشد، ولی ممکن است دچار خوردگی نشود.

۱۰۱- پاسخ: گزینه ۲

▲ مشخصات سؤال: متوسط * شیمی ۳ (فصل ۳)



۱۰۲- پاسخ: گزینه ۲

▲ مشخصات سؤال: متوسط * شیمی ۳ (فصل ۳)

بررسی موارد نادرست:

(پ) کلسیم سولفات (ترکیب یونی): پیوند یونی

(ث) یخ خشک یا CO_2 (ترکیب مولکولی): نیروی وان دروالس

۱۰۳- پاسخ: گزینه ۲

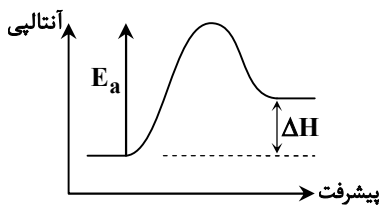
▲ مشخصات سؤال: متوسط * شیمی ۳ (فصل ۴)

عبارت «اول»: نادرست؛ ثابت تعادل فقط به دما وابسته است.

عبارت «دوم»: درست؛ برای حذف اکسیدهای نیتروژن دار مصرف می شود.

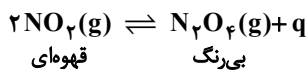
عبارت «سوم»: درست

عبارت «چهارم»: نادرست؛ در واکنش گرماگیر E_a نمی تواند از ΔH کمتر شود.



۱۰۴- پاسخ: گزینه ۱

▲ مشخصات سؤال: متوسط * شیمی ۳ (فصل ۴)



با افزایش فشار غلظت همه گازها افزایش می یابد و مخلوط پررنگ می شود و پس از آن واکنش به سمت مول گازی کمتر رفته پس کم رنگ می شود. البته به دلیل کاهش حجم، رنگ مخلوط پس از برقراری تعادل جدید نسبت به تعادل اولیه پررنگ تر است. بنابراین گزینه ۱ نادرست است. توجه کنید که چون واکنش گرماده است با افزایش دما واکنش به سمت چپ رفته و ثابت تعادل کاهش می یابد. از سویی غلظت NO_2 افزایش یافته و مخلوط پررنگ تر می شود.

وقتی حجم ظرف کم شده فشار زیاد شده و واکنش به سمت مول گازی کمتر رفته پس تعداد مولکول های گازی کاهش می یابد.

۱۰۵- پاسخ: گزینه ۲

▲ مشخصات سؤال: متوسط * شیمی ۳ (فصل ۴)

در مقایسه اتیلن گلیکول ($\text{HOCH}_2\text{CH}_2\text{OH}$) و اتن (C_2H_4)، می توان گفت به دلیل وارد شدن اتم های اکسیژن در ساختار، تعداد جفت الکترون های ناپیوندی افزایش می یابد و درصد جرمی عنصر کربن کاهش می یابد.

مجموع عدد اکسایش اتم ها در مولکول ها همواره صفر است.

به دلیل توانایی تشکیل پیوندهای هیدروژنی، جاذبه های بین مولکولی در اتیلن گلیکول قوی تر از اتن است.