

# آزمون آزمایشی ۸ خرداد ۱۴۰۵

گروه آزمایشی علوم ریاضی

ویژه داوطلبان آزمون سراسری ۱۴۰۵

A

دفترچه شماره ۱

وقت پیشنهادی	تا شماره	از شماره	تعداد پرسش	مواد امتحانی
۷۰ دقیقه	۴۰	۱	۴۰	ریاضیات
مدت پاسخ‌گویی: ۷۰ دقیقه		تعداد کل پرسش‌ها: ۴۰		

دفترچه پاسخ تشریحی



داوطلب گرامی، جهت استفاده از خدمات اختصاصی خود مانند کارنامه هوشمند بعد از آزمون، بانک سؤال گزینۀ دو، آزمونک‌ها، رفع اشکال هوشمند و ... با استفاده از نام کاربری و رمز عبور وارد سایت [gozine2.ir](http://gozine2.ir) شوید. در ثبت نام اینترنتی نام کاربری کد ملی شماست و رمز عبور توسط خودتان تعیین شده است. در ثبت نام انفرادی و مدرسه‌ای، نام کاربری و رمز عبور خود را از مدرسه یا نمایندگی شهر خود دریافت نمایید.

پاسخ تشریحی تصویری



۱- اگر  $a = \frac{3-2\sqrt{2}}{\sqrt{2}+1}$  و  $b = \frac{2\sqrt{3}-2}{\sqrt{3}+1}$  باشد، حاصل  $\sqrt{b} - \sqrt[3]{a}$  کدام است؟

- (۱)  $\sqrt{3}-1$  (۲)  $\sqrt{3}-\sqrt{2}$  (۳)  $\sqrt{3}+\sqrt{2}$  (۴)  $\sqrt{2}+1$

۲- مجموعه جواب نامعادله  $\frac{x^2}{|x-1|-1} \geq 8$  به صورت  $(-\infty, a] \cup (b, +\infty)$  است. مقدار  $a+b$  کدام است؟

- (۱) ۲ (۲) -۴ (۳) -۶ (۴) ۴

۳- متمم مجموعه  $[A \cap (A \cup B)] \cup [B \cup (A \cap B)]'$  کدام است؟

- (۱)  $A'-B$  (۲)  $B-A'$  (۳)  $A-B$  (۴)  $A'-B'$

۴- ۵ کتاب مختلف با موضوع زیست را به چند طریق می توان همراه با ۶ کتاب ریاضی متمایز در یک قفسه کنار هم قرار داد، به طوری که کتاب های زیست حتماً کنار هم باشند؟

- (۱)  $6! \times 6!$  (۲)  $2 \times 5! \times 6!$  (۳)  $5! \times 7!$  (۴)  $6! \times 7!$

۵- دو سهمی  $f(x) = -2x^2 + 8x - 3$  و  $g(x) = ax^2 + 2ax + c$  از رأس یکدیگر عبور می کنند. مقدار  $(f+g)(3)$  کدام است؟

- (۱) ۲۲ (۲) ۲۰ (۳) ۱۲ (۴) ۱۴

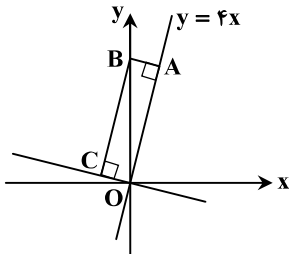
۶- اگر  $m$  بزرگ ترین عدد صحیح باشد، که به ازای آن معادله  $mx^2 - 2(m+6)x - 3 = 0$  دارای دو ریشه حقیقی منفی است. آنگاه مربعات این دو ریشه کدام است؟

- (۱) ۷۴ (۲) ۸۵ (۳) ۸۶ (۴) ۹۴

۷- ریشه های معادله  $x - \sqrt{4x-5} = 1$  برابر  $\alpha$  و  $\beta$  می باشند. ریشه های کدام معادله زیر برابر  $1 + \frac{2}{\alpha}$  و  $1 + \frac{2}{\beta}$  است؟

- (۱)  $3x^2 + 12x + 11 = 0$  (۲)  $3x^2 - 12x + 11 = 0$  (۳)  $3x^2 + 12x - 11 = 0$  (۴)  $3x^2 - 12x - 11 = 0$

۸- در شکل زیر مساحت مستطیل OABC برابر ۳۶ است. محیط این مستطیل کدام است؟



(۱) ۲۴

(۲) ۲۶

(۳) ۳۰

(۴) ۴۰

۹- تابع  $f$  خطی و تابع  $y = f \circ f(x+2)$  همانی است. مجموعه جواب نامعادله  $f(2x) < f^{-1}(x)$  کدام است؟

- (۱)  $(-\infty, 2)$  (۲)  $(-\infty, 1)$  (۳)  $(\frac{1}{2}, +\infty)$  (۴)  $(1, +\infty)$

۱۰- اگر  $f(x) = \sqrt{3-x} - 1$ ، آنگاه معادله  $\frac{2}{x} = (f \circ f^{-1})(x) + 3$  چند جواب دارد؟

- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) بی شمار (۴) صفر

محل انجام محاسبات:

۱۱- اگر  $x = \alpha$  جواب معادله  $\log_p x + \log_q x = 1$  باشد، حاصل  $\log_\alpha 2 \times \log_\alpha 3$  برابر کدام است؟

(۲)  $\log_\alpha 6$

(۱)  $\log_\alpha 5$

(۴)  $2 \log_\alpha 5$

(۳)  $2 \log_\alpha 2$

۱۲- اگر  $\alpha$  و  $\beta$  ریشه‌های معادله  $(\log_7 x)^2 = 4 + 9 \log_8 x$  باشند، حاصل  $\log_{16} \frac{\alpha}{\beta}$  کدام می‌تواند باشد؟

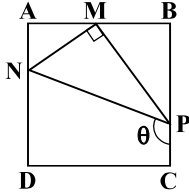
(۲)  $0.75$

(۱)  $1/25$

(۴)  $2$

(۳)  $1/5$

۱۳- در مربع شکل زیر،  $AM = MB$  و  $DN = \frac{5}{3} AN$  است. مقدار  $\tan \theta$  کدام است؟



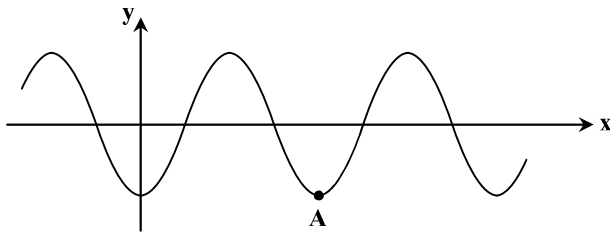
(۱)  $-\frac{24}{5}$

(۲)  $-\frac{12}{5}$

(۳)  $-\frac{24}{7}$

(۴)  $-\frac{12}{7}$

۱۴- شکل زیر قسمتی از نمودار تابع  $y = \sin(\pi(x + \frac{1}{4})) \times \sin(\pi(x - \frac{1}{4}))$  است. مجموع طول و عرض نقطه A کدام است؟



(۱)  $-\frac{1}{2}$

(۲)  $\frac{1}{2}$

(۳)  $\frac{3}{2}$

(۴)  $-\frac{3}{2}$

۱۵- کمترین فاصله بین دو جواب از جواب‌های معادله  $\frac{\sin 3x}{1 - \cos 3x} = \frac{1 - \cos 3x}{\sin 3x}$  کدام است؟

(۴)  $\frac{\pi}{12}$

(۳)  $\frac{\pi}{2}$

(۲)  $\frac{\pi}{3}$

(۱)  $\frac{\pi}{6}$

۱۶- حاصل  $\lim_{x \rightarrow -3} \frac{x + \sqrt{-3x}}{x^2 - x + \frac{36}{x}}$  کدام است؟

(۴)  $\frac{1}{44}$

(۳)  $-\frac{1}{22}$

(۲)  $\frac{5}{42}$

(۱)  $-\frac{5}{66}$

محل انجام محاسبات:

۱۷- اگر تابع  $f(x) = \frac{x\sqrt{ax^2 - 24x + c}}{(x+3)|x-3|}$  فقط دارای دو مجانب  $y=2$  و  $x=-3$  باشد، حاصل  $\lim_{x \rightarrow 3} f(x)$  کدام است؟

- (۱) ۱ (۲) -۱ (۳) ۳ (۴) -۳

۱۸- مقدار مشتق تابع  $y = \frac{\tan^3 x - 1}{\tan^3 x + 1}$  به ازای  $x = \frac{5\pi}{36}$  کدام است؟

- (۱)  $\frac{4}{3}$  (۲) ۱۲ (۳)  $\frac{5}{3}$  (۴) ۴

۱۹- اگر  $f(x) = x\sqrt{3 - \frac{2}{x}}$  باشد، حاصل مشتق تابع  $g(x) = xf(\sqrt{x})$  به ازای  $x = -8$  کدام است؟

- (۱)  $-\frac{17}{4}$  (۲)  $-\frac{47}{12}$  (۳)  $-\frac{19}{3}$  (۴)  $-\frac{31}{6}$

۲۰- در تابع با ضابطه  $f(x) = x + \frac{1}{x}$  آهنگ متوسط تغییر تابع وقتی  $x$  از عدد ۱ به  $1+h$  تغییر کند، برابر آهنگ لحظه‌ای تغییر تابع در  $x=2$  است. مقدار  $h$  کدام است؟

- (۱)  $\frac{3}{2}$  (۲) ۲ (۳) ۳ (۴)  $\frac{5}{2}$

۲۱- در تابع  $f(x) = (x^2 - 28)\sqrt[3]{x}$  نقطه بحرانی با طول منفی چه نقطه‌ای است؟

- (۱) ماکزیمم نسبی (۲) مینیمم نسبی (۳) عطف (۴) اکسترمم مطلق

۲۲- اگر نقطه‌ای به طول  $\frac{7\pi}{12}$  نقطه عطف تابع  $f(x) = ax^2 + \sin(2x)$  باشد، مقدار  $a$  کدام است؟

- (۱) ۱ (۲) -۲ (۳) -۱ (۴) ۴

۲۳- اگر  $A$  و  $B$  دو پیشامد از فضای نمونه‌ای  $S$  به گونه‌ای باشند که  $P(A) = \frac{1}{3}$ ،  $P(A|B) = \frac{1}{3}$  و  $P(A \cup B) = \frac{2}{3}$ ، احتمال وقوع پیشامد

$B - A$  کدام است؟

- (۱)  $\frac{1}{12}$  (۲)  $\frac{5}{12}$  (۳)  $\frac{1}{6}$  (۴)  $\frac{1}{4}$

۲۴- ۸۰ داده آماری با میانگین ۱۳ و واریانس ۲ را با ۲۰ داده آماری با میانگین ۱۳ و واریانس ۰/۴۵ با هم در نظر می‌گیریم. ضریب تغییرات تمامی داده‌ها کدام است؟

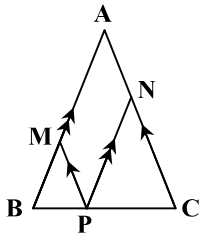
- (۱) ۰/۱ (۲) ۰/۱۳ (۳) ۰/۱۵ (۴) ۰/۱۶۹

۲۵- در ظرف  $A$  تعداد ۵ مهره قرمز و ۳ مهره آبی و در ظرف  $B$  تعداد ۴ مهره قرمز و ۶ مهره آبی موجود است. ۲ مهره از ظرف  $A$  و ۳ مهره از ظرف  $B$  خارج می‌کنیم و در ظرف خالی  $C$  می‌ریزیم. سپس مهره‌ای از ظرف  $C$  خارج می‌کنیم. احتمال اینکه این مهره قرمز باشد، چقدر است؟

- (۱) ۰/۴۹ (۲) ۰/۴۵ (۳) ۰/۳۹ (۴) ۰/۳۵

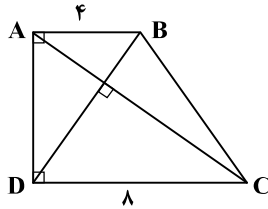
محل انجام محاسبات:

۲۶- مطابق شکل، از نقطه دلخواه P روی قاعده مثلث متساوی الساقین ABC، دو خط به موازات دو ساق مثلث رسم می‌کنیم تا ساق‌ها را در نقاط M و N قطع کند. اگر طول اضلاع مثلث ۱۰، ۵ و ۱۰ باشد، محیط چهارضلعی AMPN چقدر است؟



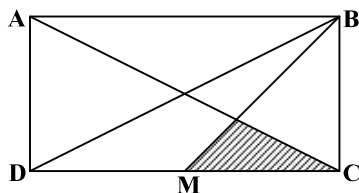
- (۱) ۱۰  
(۲) ۲۰  
(۳) ۳۰  
(۴) ۴۰

۲۷- در دوزنقه قائم‌الزاویه ABCD، قطر‌ها بر هم عمودند. اگر اندازه قاعده‌ها ۴ و ۸ باشد، طول ساق قائم چقدر است؟



- (۱)  $4\sqrt{2}$   
(۲) ۶  
(۳)  $2\sqrt{3}$   
(۴) ۴

۲۸- در شکل زیر، اگر نقطه M وسط طول مستطیل ABCD باشد، نسبت مساحت مثلث هاشور خورده به مساحت مستطیل ABCD کدام است؟

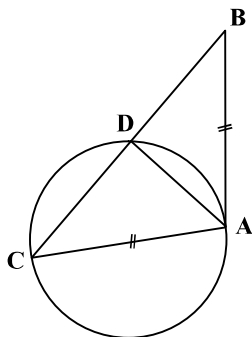


- (۱)  $\frac{1}{6}$   
(۲)  $\frac{1}{12}$   
(۳)  $\frac{1}{18}$   
(۴)  $\frac{1}{24}$

۲۹- در مثلث ABC، داریم:  $a = 4\sqrt{3}$ ،  $\hat{C} = 2\hat{B} = 80^\circ$ ، شعاع دایره محیطی این مثلث، کدام است؟

- (۱)  $\sqrt{3}$  (۲) ۲ (۳)  $2\sqrt{3}$  (۴) ۴

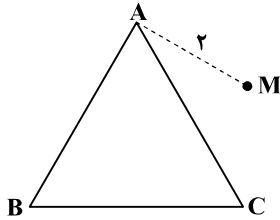
۳۰- در مثلث متساوی الساقین ABC ( $AB = AC$ ) شکل مقابل، دایره‌ای از رأس C گذشته و در نقطه A بر AB مماس شده است. مثلث ADB چه نوع مثلثی است؟



- (۱) قائم‌الزاویه  
(۲) متساوی الساقین  
(۳) متساوی الاضلاع  
(۴) مختلف الاضلاع

محل انجام محاسبات:

۳۱- مثلث متساوی الاضلاع  $ABC$  و نقطه  $M$  به فاصله ۲ واحد از رأس  $A$  خارج مثلث، مفروض اند. اگر بازتاب نقطه  $M$  نسبت به ضلع  $AC$ ، نقطه  $N$  و بازتاب نقطه  $N$  نسبت به ضلع  $AB$ ، نقطه  $P$  باشد، طول پاره خط  $MP$  کدام است؟



(۱)  $4\sqrt{3}$

(۲)  $2\sqrt{3}$

(۳) ۶

(۴) ۴

۳۲- اگر  $A^2 = 3A - 2I$  باشد، آنگاه ماتریس  $A^4$  کدام است؟

(۴)  $9A + 12I$

(۳)  $9A - 12I$

(۲)  $15A - 14I$

(۱)  $15A + 14I$

۳۳- اگر  $2A = \begin{bmatrix} |A| & 3 \\ -1 & |A| \end{bmatrix}$  و  $|A| > 1$ ، آنگاه حاصل  $|A - I|$  کدام است؟

(۴)  $-\frac{1}{2}$

(۳)  $\frac{1}{2}$

(۲) -۱

(۱) ۱

۳۴- اگر  $\vec{a} = (2, -4, 2)$  و  $\vec{b} = (1, 1, -2)$  باشد، آنگاه کسینوس زاویه بین بردار  $\vec{a}'$  (تصویر  $\vec{a}$  بر امتداد بردار  $\vec{b}$ ) با محور  $y$ ها، چند برابر  $\sqrt{6}$  است؟

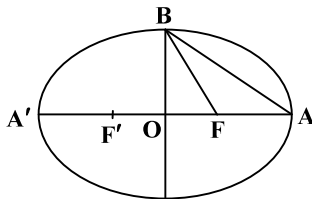
(۴)  $-\frac{1}{6}$

(۳)  $-\frac{1}{3}$

(۲)  $\frac{1}{3}$

(۱)  $\frac{1}{6}$

۳۵- در شکل زیر، خروج از مرکز بیضی برابر  $\frac{1}{3}$  و مساحت مثلث  $ABF$  برابر با ۴ است. فاصله دو کانون بیضی کدام است؟



(۱)  $\sqrt{2}$

(۲)  $\sqrt{32}$

(۳)  $\sqrt{8}$

(۴)  $\sqrt{18}$

۳۶- خارج قسمت تقسیم ۵۰۰ بر عدد طبیعی  $b$  برابر با ۱۴ است. رقم یکان کوچک ترین مقدار  $b$  کدام است؟

(۴) ۵

(۳) ۴

(۲) ۳

(۱) ۲

۳۷- اعداد صحیح  $a$  و  $b$  در معادله  $17a + 29b = 11$  صدق می کنند. باقی مانده تقسیم عدد  $b$  بر ۱۷ کدام است؟

(۴) صفر

(۳) ۵

(۲) ۸

(۱) ۱

محل انجام محاسبات:

۳۸- معادله  $x_1 + x_2 + x_3 + 8x_4 = 34$  دارای چند جواب صحیح و نامنفی با شرط  $x_4 < 3$  است؟

- ۱) ۸۸۲ (۲) ۱۰۲۴ (۳) ۱۰۸۰ (۴) ۱۱۹۸

۳۹- در کیسه‌ای ۵ مهره سفید، ۴ مهره سیاه و ۳ مهره سبز وجود دارد. دست کم چند مهره از کیسه خارج کنیم تا مطمئن شویم بیش از ۲ مهره سفید یا بیش از ۲ مهره سیاه خارج شده است؟

- ۱) ۷ (۲) ۸ (۳) ۹ (۴) ۱۰

۴۰- با اضافه کردن ۱۸ یال به یک گراف ۴-منتظم، گرافی کامل حاصل می‌شود. اگر  $a$  رأسی از گراف کامل باشد، مجموعه  $N_G[a]$  چند عضو دارد؟

- ۱) ۹ (۲) ۸ (۳) ۷ (۴) ۱۰

محل انجام محاسبات:

## اسامی هیأت علمی آزمون‌های ویژه داوطلبان کنکور ۱۴۰۵ گروه علوم ریاضی

مدیرگروه	عنوان درس	مسئول درس	طراحان	دستیار مسئول درس
سید امیر محمد سید شاکری	حسابان و ریاضی پایه	علی افضل زاده	حسین شفیع زاده- ایمان اردستانی	عباس سعیدی- وحید جعفری
	هندسه	سعید اکبرزاده	سید محسن میراسلامی- فرهاد فرزانی- سعید اکبرزاده	هادی کاظم نژاد
	ریاضیات گسسته	سعید اکبرزاده	علیرضا شریف خطیبی- سعید اکبرزاده- امیدرضا پورحسینی	فرهاد فرزانی
محمد حسین کشانی	فیزیک	منصور داودوندی	علی نعیمی- بهمن شاهرادی- احمد رضوانی منصور داودوندی- جمال خم خاجی	ساناز دریکوندی
	شیمی	شهرام شاه پرویزی	ماشاءالله سلیمانی- بهنام ابراهیم پور- مهرداد ملاصالحی- سید صمد صفوی حسین شرانلو- رضا بخشیان- محمدرضا پورجاوید- یاسر راش	حنانه شریف خطیبی

**معاون تولید محتوا: علی الفتی**

**مدیر واحد آموزش تخصصی: محمد رضا محمد هاشمی**

# آزمون آزمایشی ۸ خرداد ۱۴۰۵

گروه آزمایشی علوم ریاضی

ویژه داوطلبان آزمون سراسری ۱۴۰۵

A

دفترچه شماره ۲

وقت پیشنهادی	تا شماره	از شماره	تعداد پرسش	مواد امتحانی
۴۵ دقیقه	۷۵	۴۱	۳۵	فیزیک
۳۰ دقیقه	۱۰۵	۷۶	۳۰	شیمی
مدت پاسخ‌گویی: ۷۵ دقیقه		تعداد کل پرسش‌ها: ۶۵		

دفترچه پاسخ تشریحی



داوطلب گرامی، جهت استفاده از خدمات اختصاصی خود مانند کارنامه هوشمند بعد از آزمون، بانک سؤال گزینۀ دو، آزمونک‌ها، رفع اشکال هوشمند و ... با استفاده از نام کاربری و رمز عبور وارد سایت [gozine2.ir](http://gozine2.ir) شوید. در ثبت نام اینترنتی نام کاربری کد ملی شماست و رمز عبور توسط خودتان تعیین شده است. در ثبت نام انفرادی و مدرسه‌ای، نام کاربری و رمز عبور خود را از مدرسه یا نمایندگی شهر خود دریافت نمایید.

پاسخ تشریحی تصویری

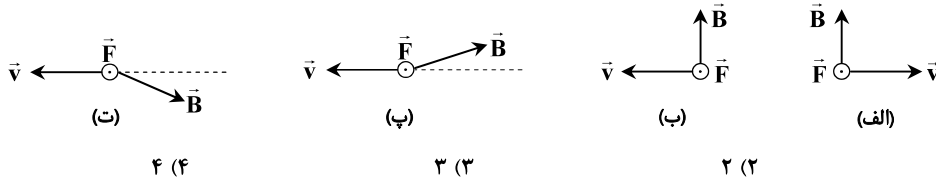


۴۱- به وسیله یک ترازوی رقمی (دیجیتال) جرم جسمی برابر  $0.0268 \text{ kg}$  اندازه‌گیری شده است. دقت اندازه‌گیری این ترازو چند گرم است؟  
 (۱)  $0.1$  (۲)  $0.8$  (۳)  $0.0001$  (۴)  $0.0008$

۴۲- در راکتورهای هسته‌ای، برای کند کردن نوترون‌ها از موادی هم‌چون ..... استفاده می‌شود تا احتمال جذب نوترون‌ها توسط اورانیوم ..... بیشتر شده و واکنش‌های زنجیره‌ای شکافت ادامه یابد.

(۱) آب سنگین- ۲۳۸ (۲) آب معمولی- ۲۳۵ (۳) گرافیت- ۲۳۸ (۴) کادمیم- ۲۳۵

۴۳- در شکل‌های زیر،  $\vec{v}$  سرعت بار مثبت و  $\vec{B}$  میدان مغناطیسی است. در چند مورد جهت نیروی مغناطیسی  $\vec{F}$  وارد بر بار درست نشان داده شده است؟ (بردارهای  $\vec{v}$  و  $\vec{B}$  در صفحه کاغذ قرار دارند).



(۱)

(۲)

(۳)

(۴)

۴۴- در انبساط بی‌درروی یک گاز آرمانی، گاز .....  
 (۱) با محیط گرما مبادله نمی‌کند و دمای آن ثابت می‌ماند.  
 (۲) با محیط گرما مبادله نمی‌کند و دمای آن کاهش می‌یابد.  
 (۳) به محیط گرما می‌دهد و دمای آن کاهش می‌یابد.  
 (۴) با محیط گرما مبادله نمی‌کند و دمای آن افزایش می‌یابد.

۴۵- متحرک A از ۵ متری جلوی مبدأ محور از حال سکون با شتاب ۲ متر بر مربع ثانیه در جهت محور x به حرکت درمی‌آید. پس از  $2/5$  ثانیه متحرک B با سرعت ثابت  $\vec{v} = +14 \left(\frac{\text{m}}{\text{s}}\right) \vec{i}$  از مبدأ محور عبور می‌کند. فاصله دو نقطه‌ای که متحرک‌های A و B در کنار یکدیگر قرار می‌گیرند، چند متر است؟

(۱) ۲۱

(۲) ۱۰۵

(۳) ۵۶

(۴) ۸۴

۴۶- شکل زیر نمودار شتاب- زمان متحرکی است که روی محور x در حال حرکت است. اگر سرعت متوسط این متحرک در بازه زمانی  $t_1 = 2 \text{ s}$  تا  $t_2 = 6 \text{ s}$  به صورت

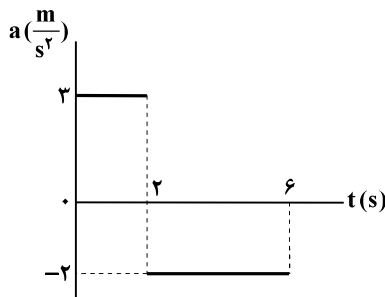
$$\vec{v}_{av} = -\frac{\Delta}{3} \left(\frac{\text{m}}{\text{s}}\right) \vec{i}$$

$$-\frac{11}{3} \quad (۱)$$

$$+\frac{11}{3} \quad (۲)$$

$$-\frac{2}{3} \quad (۳)$$

$$+\frac{2}{3} \quad (۴)$$



۴۷- در یک لحظه گلوله‌ای از نقطه A رها می‌شود.  $1/6$  ثانیه بعد از آن گلوله دیگری از نقطه B رها می‌شود. اگر دو گلوله هم‌زمان به سطح زمین برسند، گلوله‌ای که از نقطه

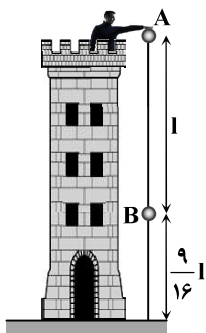
B رها شده است، با تندی چند متر بر ثانیه به زمین می‌رسد؟ ( $g = 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$  و مقاومت هوا ناچیز فرض می‌شود).

(۱) ۳۲

(۲) ۲۰

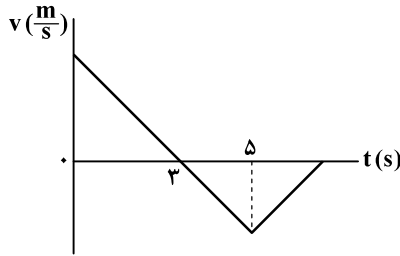
(۳) ۲۴

(۴) ۴۰



محل انجام محاسبات:

۴۸- نمودار سرعت- زمان متحرکی که روی محور  $x$  در حال حرکت است، مطابق شکل زیر رسم شده است. تندی متوسط متحرک در مدت زمانی که شتاب آن خلاف جهت محور  $x$  است چند برابر تندی متوسط آن در مدت زمانی است که در خلاف جهت محور  $x$  حرکت می کند؟



(۱)  $1/5$

(۲)  $1/3$

(۳)  $1/8$

(۴)  $2$

۴۹- هنگامی که جسمی با جرم  $m$  از فنری آویزان شود، طول فنر به اندازه  $x$  نسبت به طول طبیعی افزایش می یابد و هنگامی که این جسم به همان فنر بسته شده و روی سطح افقی کشیده شود و طول فنر  $2x$  برابر حالت قبل افزایش یابد، شتاب حرکت جسم  $12$  متر بر مربع ثانیه خواهد بود. در حرکت

روی سطح افقی، اگر طول فنر  $3x$  برابر حالت آویخته افزایش یابد، شتاب حرکت جسم چند متر بر مربع ثانیه خواهد بود؟ ( $g = 10 \frac{m}{s^2}$ )

(۴)  $26$

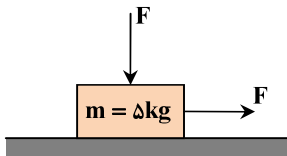
(۳)  $24$

(۲)  $22$

(۱)  $18$

۵۰- در شکل زیر، دو نیروی افقی و قائم هم اندازه به جسمی وارد می شود و جسم به صورت تندشونده با شتاب ثابت  $2 \frac{m}{s^2}$  به سمت راست حرکت می کند.

بزرگی نیروی  $F$  چند نیوتون کاهش یابد تا حرکت جسم با شتاب ثابت  $2 \frac{m}{s^2}$  کند شود؟ ( $\mu_k = 0/5$  و  $g = 10 \frac{N}{kg}$ )



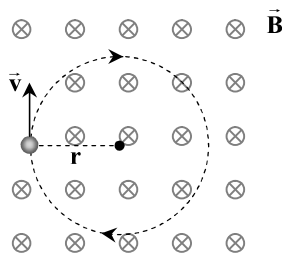
(۱)  $30$

(۲)  $35$

(۳)  $40$

(۴)  $70$

۵۱- مطابق شکل، گلوله کوچکی با بار  $q$  و جرم  $m$  با تندی  $v$  وارد میدان مغناطیسی درون سوی  $\vec{B}$  شده و در مسیر دایره ای به شعاع  $r$  می چرخد. شعاع  $r$  و علامت بار کدام است؟ (وزن گلوله ناچیز است.)



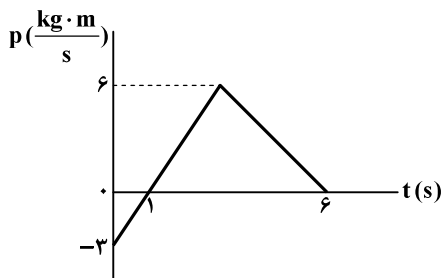
(۱)  $\frac{|q|vB}{m}$  و مثبت

(۲)  $\frac{mv}{|q|B}$  و منفی

(۳)  $\frac{|q|v}{mB}$  و مثبت

(۴)  $\frac{|q|v}{mB}$  و منفی

۵۲- نمودار تکانه- زمان جسمی به جرم  $200g$  که روی خط راست حرکت می کند، مطابق شکل است. بزرگی شتاب متوسط جسم در  $5$  ثانیه اول حرکت چند متر بر مربع ثانیه است؟



(۱)  $1$

(۲)  $2/25$

(۳)  $28/5$

(۴)  $5$

محل انجام محاسبات:

۵۳- معادله مکان- زمان نوسانگر هماهنگ ساده‌ای در SI به صورت  $x = 0.06 \cos \frac{\pi}{4} t$  است. این نوسانگر در یک دوره تناوب چند ثانیه

به صورت تندشونده حرکت می‌کند؟

- (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴) ۶

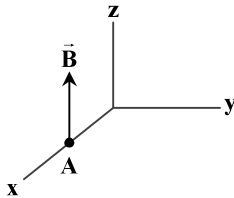
۵۴- وقتی یک موج طولی در یک فنر در حال انتشار است، کدام یک از بیان‌های زیر در مورد جمع‌شدگی و بازشدگی‌ها درست است؟

- (۱) در محل مرکز یک جمع‌شدگی، جابه‌جایی از وضع تعادل، بیشینه است.  
 (۲) فاصله میان مرکز یک جمع‌شدگی و مرکز یک بازشدگی متوالی، برابر طول موج است.  
 (۳) فاصله میان مرکز یک جمع‌شدگی و مرکز یک بازشدگی متوالی، برابر نصف طول موج است.  
 (۴) در محل مرکز یک بازشدگی، جابه‌جایی از وضع تعادل، بیشینه است.

۵۵- در شکل زیر، یک موج الکترومغناطیسی، در جهت محور X منتشر می‌شود. در نقطه A در یک لحظه جهت میدان مغناطیسی در جهت محور Z و مقدار آن بیشینه است. پس از مدتی که موج

مسافت  $\frac{\lambda}{4}$  را طی می‌کند، جهت میدان الکتریکی در نقطه A در کدام جهت خواهد بود؟

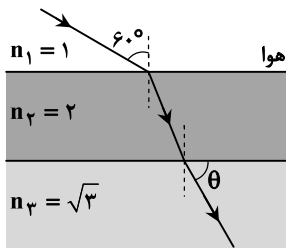
- (۱) در جهت محور Y (۲) خلاف جهت محور Y  
 (۳) در جهت محور X (۴) خلاف جهت محور X



۵۶- وقتی موج دو منبع هم‌بسامد و هم‌دامنه بر سطح آب یک تشت منتشر می‌شوند، در نقاطی که دو موج به صورت ..... به هم می‌رسند، برهم‌نهی آن‌ها ..... انجام می‌شود و در این نقاط، سطح آب با دامنه بیشینه نوسان می‌کند.

- (۱) هم‌فاز - سازنده (۲) هم‌فاز - ویرانگر  
 (۳) کاملاً ناهم‌فاز (در فاز مخالف) - سازنده (۴) کاملاً ناهم‌فاز (در فاز مخالف) - ویرانگر

۵۷- در شکل روبه‌رو، پرتوی نور تابشی توسط دو شیشه تخت شکسته می‌شود. زاویه  $\theta$  چند درجه است؟



- (۱) ۳۰ (۲) ۶۰ (۳) ۴۵

(۴) قابل محاسبه نیست.

۵۸- در تازی دو انتها بسته به طول ۸۰ سانتی‌متر که نیروی کشش آن ۶۴ نیوتون است، ۴ گره ایجاد شده است. اگر بسامد نوسان تار ۳۰۰ هرتز باشد، جرم تار چند گرم است؟

- (۱) ۳ (۲) ۴ (۳) ۳/۵ (۴) ۲

۵۹- چه تعداد از جملات زیر درست است؟

- (الف) خط‌های تاریک در طیف خورشید معرف گازهای سازنده خورشید است.  
 (ب) مدل اتمی رادرفورد پایداری اتم و طیف خطی آن را نمی‌تواند توجیه کند.  
 (پ) بر اساس مدل اتمی بور، در حرکت الکترون در یک مدار معین، موج الکترومغناطیسی تابش می‌شود.  
 (ت) متفاوت بودن شدت خطوط طیف گسیلی اتم هیدروژن با مدل اتمی بور توجیه نمی‌شود.

- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

۶۰- تعداد زیادی اتم هیدروژن را که در حالت پایه هستند با پرتوی به طول موج ۹۶ نانومتر برانگیخته می‌نماییم. با در نظر گرفتن تمام گذارهای

ممکن، چند طول موج مختلف ممکن است گسیل شود؟ ( $E_R = 13/6 \text{ eV}$  و  $hc = 1224 \text{ eV} \cdot \text{nm}$ )

- (۱) ۸ (۲) ۴ (۳) ۶ (۴) ۱۰

محل انجام محاسبات:

۶۱- هسته پرتوزای X با تابش m عدد ذره آلفا و یک ذره بتای منفی به هسته Y تبدیل می‌شود. اگر تعداد نوترون‌های هسته دختر ۷ عدد کمتر از تعداد نوترون‌های هسته مادر باشد، m کدام است؟

- ۱ (۱)      ۲ (۲)      ۳ (۳)      ۴ (۴)

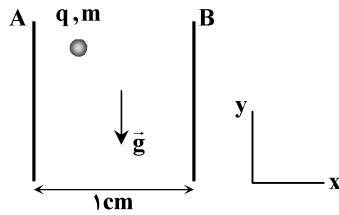
۶۲- مطابق شکل، نیروی خالص وارد بر بار نقطه‌ای q به جرم m در یک میدان الکتریکی

یکنواخت برحسب واحد SI به صورت  $\vec{F} = 2\vec{i} - 0.1\vec{j}$  است. اگر  $V_{AB} = -20\text{ V}$

باشد، جرم و بار ذره به ترتیب از راست به چپ در SI کدام است؟ ( $g = 10 \frac{\text{N}}{\text{kg}}$ )

- ۱ (۱)  $10^{-3}$  و  $-10^{-3}$       ۲ (۲)  $10^{-3}$  و  $10^{-3}$

- ۳ (۳)  $10^{-2}$  و  $-10^{-2}$       ۴ (۴)  $10^{-3}$  و  $10^{-2}$

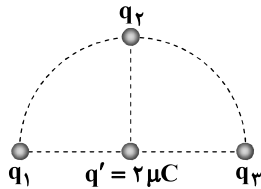


۶۳- سه بار نقطه‌ای مشابه  $5\mu\text{C}$  مطابق شکل با فاصله‌های مساوی روی محیط یک نیم‌دایره به شعاع  $30\text{ cm}$  قرار دارند. بزرگی نیروی برآیند وارد بر بار  $q'$  در مرکز نیم

دایره چند نیوتون است؟ ( $k = 9 \times 10^9 \frac{\text{N} \cdot \text{m}^2}{\text{C}^2}$ )

- ۱ (۱)      ۲ (۲)

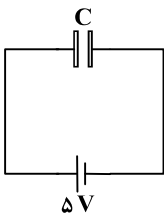
- ۳ (۳)      ۴ (۴)



۶۴- در شکل مقابل، فاصله بین صفحات خازن تخت  $5\text{ mm}$  و ثابت دی‌الکتریک آن  $\kappa = 3$  است. اگر فاصله صفحات را به  $1\text{ mm}$  برسانیم، بار خازن  $1/0.8\text{ nC}$  افزایش می‌یابد. مساحت صفحات خازن چند متر مربع است؟ ( $\epsilon_0 = 9 \times 10^{-12} \frac{\text{F}}{\text{m}}$ )

- ۱ (۱)  $10^{-2}$       ۲ (۲)  $2 \times 10^{-2}$

- ۳ (۳)  $3 \times 10^{-2}$       ۴ (۴)  $4 \times 10^{-2}$

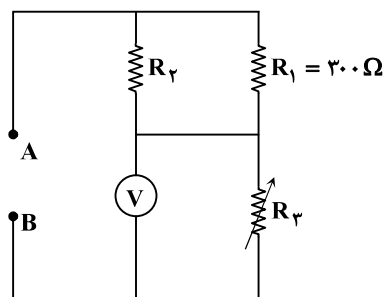


۶۵- سیم رسانایی به طول  $40\text{ cm}$  و قطر  $4\text{ mm}$  در اختیار داریم. اگر دمای این سیم از  $25^\circ\text{C}$  به  $125^\circ\text{C}$  افزایش یابد، مقاومت آن به میزان

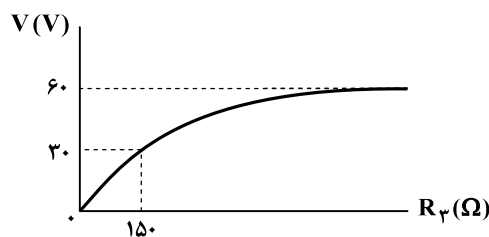
$10^{-3}\ \Omega$  زیاد می‌شود. مقاومت ویژه ماده سازنده این سیم در دمای  $25^\circ\text{C}$  چند  $\Omega \cdot \text{m}$  است؟ ( $\pi = 3$  و  $\alpha = 5 \times 10^{-3}\ \text{K}^{-1}$ )

- ۱ (۱)  $6 \times 10^{-7}$       ۲ (۲)  $8 \times 10^{-7}$       ۳ (۳)  $6 \times 10^{-8}$       ۴ (۴)  $8 \times 10^{-8}$

۶۶- در مدار داده شده، اگر اختلاف پتانسیل الکتریکی بین نقاط A و B ثابت باشد، با تغییر مقدار مقاومت  $R_3$  مقداری که ولت‌سنج آرمانی نشان می‌دهد، به صورت نمودار زیر تغییر می‌کند. مقاومت  $R_3$  چند اهم است؟



(الف)



(ب)

- ۱۵۰ (۱)

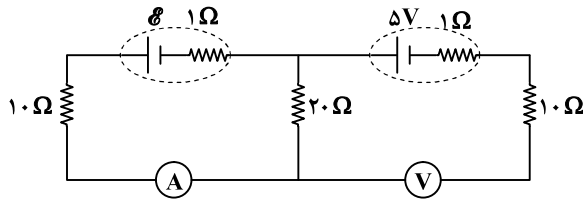
- ۷۵ (۲)

- ۳۰۰ (۳)

- ۶۰۰ (۴)

محل انجام محاسبات:

۶۷- در مدار شکل روبه‌رو، اگر آمپرسنج آرمانی عدد  $0.75$  آمپر را نشان دهد، ولت‌سنج آرمانی چند ولت را نشان می‌دهد؟



۱۰ (۱)

۲۰ (۲)

۱۵ (۳)

۵ (۴)

۶۸- یک سیم نازک به طول ۶ متر را به صورت یک پیچیده مسطح به شعاع ۱۰ سانتی‌متر در آورده و از آن جریان ۲ آمپر عبور می‌دهیم. اندازه میدان

مغناطیسی در مرکز پیچیده مسطح چند گاوس است؟  $(\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7} \frac{T.m}{A})$

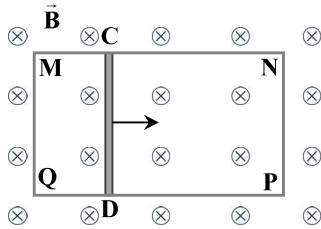
۱/۲π (۴)

۰/۶π (۳)

۱/۲ (۲)

۲/۴ (۱)

۶۹- مطابق شکل، مستطیل فلزی MNPQ در یک میدان مغناطیسی یکنواخت درون سو قرار دارد. اگر میله فلزی CD که دو سر آن روی بازوهای MN و PQ قرار گرفته را به سمت راست حرکت دهیم، جریان القایی در ضلع MQ به سمت ..... و در ضلع NP به سمت ..... خواهد بود.



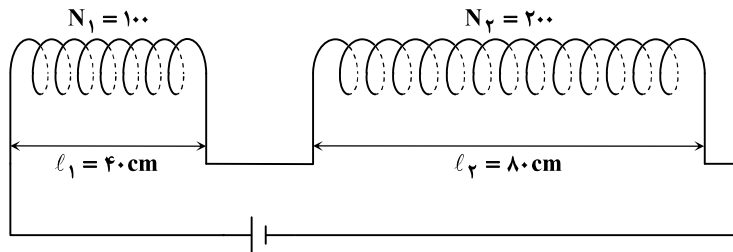
بالا - بالا (۱)

بالا - پایین (۲)

پایین - بالا (۳)

پایین - پایین (۴)

۷۰- مطابق شکل، دو سیم‌لوله آرمانی بدون هسته با سطح مقطع‌های یکسان مطابق شکل به هم وصل شده‌اند. انرژی ذخیره‌شده در سیم‌لوله (۲) چند برابر انرژی ذخیره شده در سیم‌لوله (۱) است؟



۱ (۱)

۲ (۲)

۴ (۳)

۸ (۴)

۷۱- یک موتور الکتریکی با بازده ۶۰ درصد و توان الکتریکی ۳ کیلووات، باری را با تندی ثابت  $2 \frac{m}{s}$  در راستای قائم بالا می‌کشد. اگر کلیه نیروهای اتلافی در مقابل حرکت بار ناچیز باشد، جرم بار چند کیلوگرم است؟  $(g = 10 \frac{N}{kg})$

۱۵۰ (۲)

۹۰ (۱)

۳۰۰ (۴)

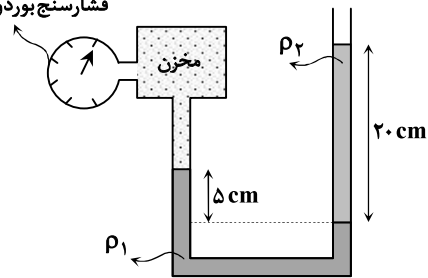
۱۸۰ (۳)

محل انجام محاسبات:

۷۲- اگر فشارسنج بوردون در شکل داده شده ۸۰۰ پاسکال را نشان دهد، چگالی  $\rho_1$  چند کیلوگرم بر مترمکعب است؟

$$\left( \rho_2 = 1000 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \text{ و } g = 10 \frac{\text{N}}{\text{kg}} \right)$$

فشارسنج بوردون



(۱) ۱۲۰۰

(۲) ۱۲۵۰

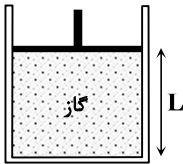
(۳) ۲۴۰۰

(۴) ۲۵۰۰

۷۳- مطابق شکل، مقداری گاز آرمانی در یک استوانه زیر پیستونی محبوس است. اصطکاک بین پیستون و دیواره استوانه ناچیز و دمای گاز

۳۰۰ K است. به آهستگی به گاز گرما می‌دهیم و دمای گاز ۶۰ K افزایش می‌یابد و پیستون ۱۰ cm بالا می‌رود. فاصله اولیه پیستون از کف

استوانه (L) چند سانتی‌متر بوده است؟



(۱) ۴۰

(۲) ۳۵

(۳) ۵۰

(۴) ۴۵

۷۴- مقدار ۲ kg آب ۳۰°C را با ۳ kg آب ۵۰°C مخلوط می‌کنیم. اگر دمای تعادل ۴۰°C شود، چند کیلوژول گرما به محیط داده شده

$$\text{است؟} \left( c_{\text{آب}} = 4200 \frac{\text{J}}{\text{kg} \cdot ^\circ\text{C}} \right)$$

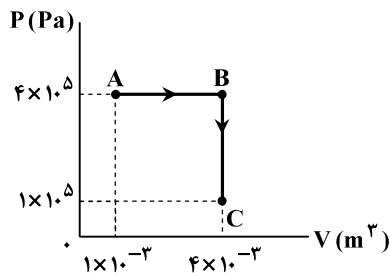
(۱) ۴۲

(۲) ۸۴

(۳) ۱۲۶

(۴) ۲۱۰

۷۵- یک گاز کامل مطابق شکل، فرایندهای AB و BC را می‌پیماید. گرمای داده شده به گاز در کل این مسیر چند ژول است؟



(۱) ۸۰۰

(۲) ۱۲۰۰

(۳) ۲۴۰۰

(۴) ۳۰۰۰

محل انجام محاسبات:

۷۶- چه تعداد از عبارتهای زیر درست است؟

■ در اتم  ${}_{32}^{76}\text{Ge}$ ، ۷ الکترون یا  $I=0$  وجود دارد.

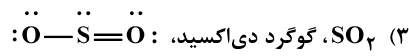
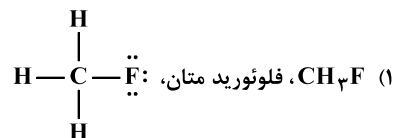
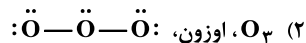
■ نخستین عنصری که لایه سوم الکترونی آن پر است، دارای عدد اتمی ۳۰ می باشد.

■ در لایه چهارم، زیرلایه‌ای که بیشترین انرژی را دارد، حداکثر گنجایش ۱۰ الکترون را دارد.

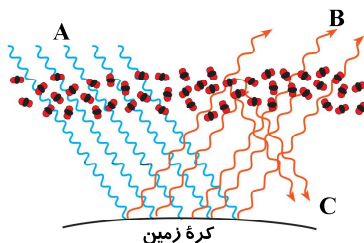
■ در اتم  ${}_{24}^{54}\text{Cr}$ ، بیرونی‌ترین الکترون دارای  $n+l$  برابر با ۵ است.

(۱) صفر (۲) ۱ (۳) ۲ (۴) ۳

۷۷- در کدام مورد نام ترکیب درست است، اما ساختار لوویس به کار برده شده نادرست است؟



۷۸- با توجه به شکل زیر که عملکرد مولکول‌های کربن‌دی‌اکسید را در برابر تابش خورشید نشان می‌دهد، کدام گزینه درست است؟



(۱) بخش عمده‌ای از پرتوهای خورشیدی، به وسیله هواکره جذب می‌شود.

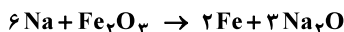
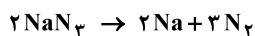
(۲) اگر گاز کربن‌دی‌اکسید در هواکره وجود نداشت، میانگین دمای کره زمین،  $18^\circ\text{C}$  کاهش می‌یافت.

(۳) پرتوهای «B» و «C» در ناحیه مرئی نیستند.

(۴) بخش کوچکی از پرتوهای «A» به وسیله زمین جذب می‌شود.

۷۹- اگر کیسه هوای یک خودرو در جریان یک تصادف توسط ۶۰ لیتر گاز نیتروژن با چگالی  $0.9 \frac{\text{g}}{\text{L}}$  پر شود، در پایان این فرآیند چند گرم

سدیم هیدروژن کربنات تشکیل می‌شود؟ ( $\text{H} = 1, \text{C} = 12, \text{N} = 14, \text{O} = 16, \text{Na} = 23; \text{g}\cdot\text{mol}^{-1}$ )



(۱) ۱۳۲ (۲) ۱۰۸ (۳) ۱۸۰ (۴) ۲۶۴

۸۰- غلظت یون سدیم در محلول ۳ مولار سدیم فسفات با چگالی  $1.2$  گرم بر میلی‌لیتر، چند ppm است؟

( $\text{O} = 16, \text{Na} = 23, \text{P} = 31; \text{g}\cdot\text{mol}^{-1}$ )

(۱) ۴۳۱۲۵ (۲) ۸۶۲۵۰

(۳) ۱۷۲۵۰۰ (۴) ۳۴۵۰۰۰

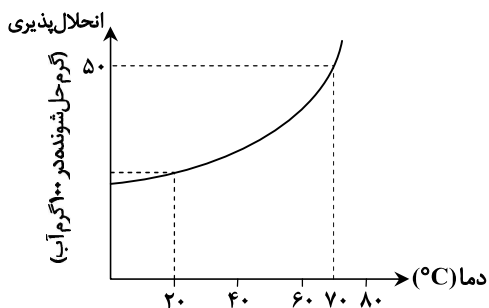
۸۱- چند میلی‌لیتر محلول سدیم برمید  $0.5 \text{ mol}\cdot\text{L}^{-1}$  برای واکنش کامل با ۱۵۰ mL محلول  $0.4 \text{ mol}\cdot\text{L}^{-1}$  نقره نیترات لازم است و در

نتیجه این واکنش چند گرم نقره برمید تولید می‌شود؟ ( $\text{AgBr} = 188 \text{ g}\cdot\text{mol}^{-1}$ )

(۱) ۱۲۰، ۲۸/۱۱ (۲) ۱۲۰، ۸۲/۲

(۳) ۶۰، ۲۸/۱۱ (۴) ۶۰، ۸۲/۲

محل انجام محاسبات:



۸۲- ۲۵۰ گرم محلول سیرشده‌ای از نمک M در دمای  $70^{\circ}\text{C}$  را تا دمای  $20^{\circ}\text{C}$  سرد می‌کنیم. با توجه به نمودار، اگر درصد جرمی محلول در دمای  $20^{\circ}\text{C}$  برابر با ۲۰ باشد، در اثر سرد کردن این محلول، از دمای  $70^{\circ}\text{C}$  تا  $20^{\circ}\text{C}$  به تقریب چند گرم نمک ته‌نشین می‌شود؟

(۱) ۴۱/۶

(۲) ۳۳/۳

(۳) ۴۸

(۴) ۳۶

۸۳- با توجه به مولکول‌های  $\text{HF}$ ،  $\text{HCl}$ ،  $\text{HBr}$  و  $\text{HI}$ ، کدام مطلب نادرست است؟

(۱) نقطه جوش  $\text{HCl}$  از بقیه کمتر است.(۲) نقطه جوش  $\text{HI}$  بیشتر از  $\text{HBr}$  ولی کمتر از  $\text{HF}$  است.

(۳) روند تغییرات نقطه جوش در این مولکول‌ها مانند روند تغییرات نقطه جوش در ترکیب‌های هیدروژن‌دار گروه شانزدهم است.

(۴) با افزایش جرم مولی در این مولکول‌ها، نقطه جوش افزایش می‌یابد.

۸۴- کدام گزینه نادرست است؟

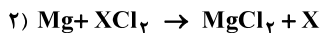
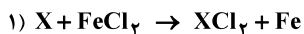
(۱) در شرایط یکسان، انحلال‌پذیری گازی  $\text{NO}$  در مقایسه با انحلال‌پذیری گاز  $\text{O}_2$  در آب بیشتر است.

(۲) در صورت انحلال نمک خوراکی در آب، انحلال‌پذیری گاز اکسیژن در آب کاهش می‌یابد.

(۳) فرایند اسمز معکوس و اسمز به‌صورت خودبه‌خودی انجام می‌شوند و تنها تفاوت آن‌ها، جهت حرکت مولکول‌های حلال است.

(۴) با روش تقطیر همانند صافی کربن و اسمز معکوس، نمی‌توان میکروب‌ها را از آب حذف کرد.

۸۵- با توجه به واکنش‌های زیر، X کدام فلز است؟



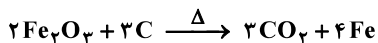
Al (۴)

Zn (۳)

Cu (۲)

Ca (۱)

۸۶- در شرایط STP، از نمونه‌ای به جرم ۲ kg سنگ معدن آهن با خلوص ۷۵٪ مطابق واکنش زیر، گاز کربن‌دی‌اکسید به دست می‌آید.

بازده درصدی این واکنش کدام است؟ ( $\text{O} = 16, \text{Fe} = 56 : \text{g} \cdot \text{mol}^{-1}$ )

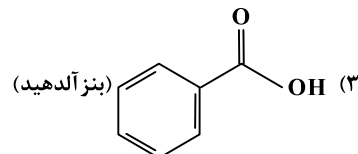
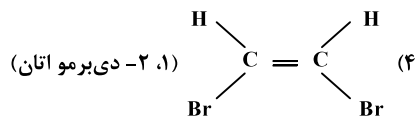
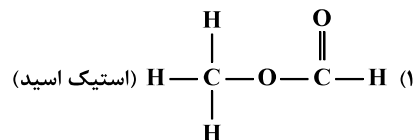
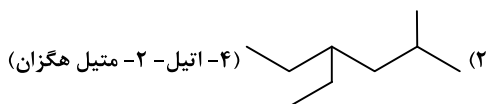
۶۵ (۴)

۶۰ (۳)

۸۵ (۲)

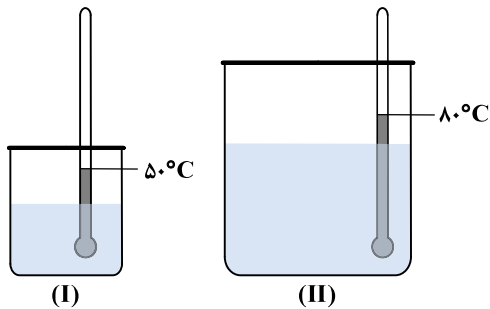
۸۰ (۱)

۸۷- نام و فرمول ساختاری کدام یک از ترکیب‌های زیر درست است؟



محل انجام محاسبات:

۸۸- با توجه به شکل که دو ظرف حاوی آب را نشان می‌دهد، کدام گزینه درباره محتویات آن‌ها درست است؟



(۱) به علت تعداد ذرات بیشتر در ظرف (II)، میانگین انرژی جنبشی آن‌ها بیشتر است.

(۲) میانگین تندی ذره‌های موجود در ظرف (I) کمتر است.

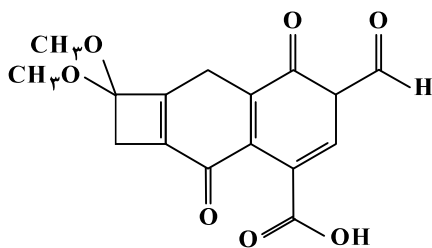
(۳) برای افزایش دمای هر کدام به میزان ۱۰ کلوین، به مقدار گرمای یکسانی نیاز است.

(۴) ظرفیت گرمایی آن‌ها با هم برابر است.

۸۹- با گرمای آزاد شده از سوختن ۱ مول گاز هیدروژن مطابق معادله  $2H_2(g) + O_2(g) \rightarrow 2H_2O(g)$ ، چند مول ید را می‌توان تصعید

کرد؟ (آنتالپی تصعید ید را  $62/5 \text{ kJ} \cdot \text{mol}^{-1}$  در نظر بگیرید.)

O = O	O - H	H - H	پیوند	۷ / ۷۶ (۱)
۴۹۵	۴۶۳	۴۳۶	آنتالپی / میانگین آنتالپی ( $\text{kJ} \cdot \text{mol}^{-1}$ )	۵ / ۴۴ (۲)
				۳ / ۸۸ (۳)
				۱ / ۹۴ (۴)



۹۰- اگر در ترکیب زیر، تعداد گروه‌های عاملی اتری را برابر a و تعداد گروه‌های عاملی آلدهیدی را برابر b در نظر بگیریم، a + b کدام است و شمار جفت الکترون‌های ناپیوندی در ساختار این ترکیب چند برابر شمار جفت الکترون‌های پیوندی در ساختار اتان است؟ (گزینه‌ها را از راست به چپ بخوانید.)

(۱) ۲، ۳

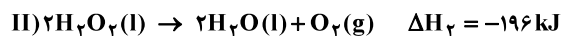
(۲) ۲، ۴

(۳) ۲ / ۳، ۳

(۴) ۲ / ۳، ۴

۹۱- هیدروژن پراکسید، ماده‌ای است که با نام تجاری آب اکسیژنه به فروش می‌رسد. با توجه به معادله واکنش‌های ترموشیمیایی زیر، آنتالپی

واکنش  $H_2(g) + O_2(g) \rightarrow H_2O_2(l)$ ، ..... کیلوژول است و تهیه این ماده از این واکنش، در عمل ..... است.



(۱) امکان‌پذیر، -۳۷۶، امکان‌پذیر (۲) -۱۸۸، امکان‌پذیر (۳) -۳۷۶، ناممکن (۴) -۱۸۸، ناممکن

۹۲- تیغه بزرگی از جنس فلز روی را درون ۲۰۰ میلی‌لیتر محلول ۰ / ۱۵ مول بر لیتر مس (II) سولفات قرار می‌دهیم. اگر واکنش به‌طور کامل انجام شود

و سرعت متوسط مصرف کاتیون مس (II)،  $4 \times 10^{-4} / 5$  مول بر دقیقه باشد، پس از گذشت ..... واکنش به پایان می‌رسد و محلول ..... می‌شود.

(۱) ۲۲۰ دقیقه - آبی‌رنگ (۲) ۲۲۰ دقیقه - بی‌رنگ (۳) ۲ ساعت - بی‌رنگ (۴) ۲ ساعت - آبی‌رنگ

۹۳- اسید و الکل سازنده استری با ساختار  $CH_3 - CH_2 - C(=O) - O - CH(CH_3)_2$ ، به ترتیب کدامند؟

(۱) اتانویک اسید و ۱- پروپانول

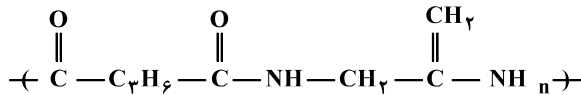
(۲) اتانویک اسید و ۲- پروپانول

(۳) پروپانویک اسید و ۱- پروپانول

(۴) پروپانویک اسید و ۲- پروپانول

محل انجام محاسبات:

۹۴- کدام عبارت‌های زیر درباره پلیمری با ساختار داده شده، درست است؟



(الف) امکان برقراری پیوند هیدروژنی در بین زنجیرهای این پلیمر وجود دارد.

(ب) بخش هیدروکربنی دی‌اسید و دی‌آمین سازنده این پلیمر، سیر نشده است.

(پ) در ساختار دی‌آمین سازنده آن، ۱۴ جفت الکترون پیوندی وجود دارد.

(ت) در دی‌اسید سازنده این پلیمر، نسبت شمار اتم‌های هیدروژن به کربن برابر ۲ است.

(۱) «الف»، «ب» (۲) «الف»، «پ» (۳) فقط «الف» (۴) «ب»، «ت»

۹۵- در ساختار یک استر بلندزنجیر دارای سه عامل استری، زنجیرهای هیدروکربنی در هر سه بخش کاملاً یکسان و سیر شده هستند. اگر این

استر دارای ۶۰ اتم کربن باشد، فرمول صابون جامد حاصل از آن کدام است؟



۹۶- در دمای اتاق، ۱۰۰ میلی‌لیتر محلول KOH با  $\text{pH} = ۱۳$  را با ۱۵۰ mL محلول NaOH با  $\text{pH} = ۱۲/۷$  مخلوط می‌کنیم. pH محلول

حاصل کدام است؟ ( $\log 2 = 0/۳$ ,  $\log 7 = 0/۸۵$ )

(۱) ۱۲/۳ (۲) ۱۲/۵ (۳) ۱۲/۸۵ (۴) ۱۲/۹

۹۷- pH محلولی از اسید HA در دمای اتاق برابر با ۴/۳ است. اگر برای خنثی کردن ۲۰۰ میلی‌لیتر از این محلول به ۰/۴ گرم سدیم هیدروکسید

جامد نیاز باشد، درجه یونش HA در محلول ذکر شده کدام است؟ ( $\log 5 = 0/۷$ ) ( $H = ۱$ ,  $O = ۱۶$ ,  $Na = ۲۳$ ;  $\text{g} \cdot \text{mol}^{-1}$ )

(۱) ۱ (۲) ۰/۱ (۳) ۰/۰۱ (۴) ۰/۰۰۱

۹۸- در سلول گالوانی  $\text{Mg} - \text{Ag} \dots\dots\dots \text{Mg} - \text{Ag}$  ..... ( $E^\circ(\text{Ag}^+ / \text{Ag}) = +0/۸$ ,  $E^\circ(\text{Mg}^{2+} / \text{Mg}) = -۲/۳۷$ )

(۱) Mg نیم‌سلول آندی را تشکیل می‌دهد و قطب مثبت است.

(۲) اگر حجم محلول در هر دو بخش آندی و کاتدی یکسان باشد، تغییر غلظت  $\text{Mg}^{2+}$  دو برابر  $\text{Ag}^+$  است.

(۳) کاتیون‌ها از ظرف نیم‌سلول Ag و از طریق دیواره متخلخل وارد ظرف نیم‌سلول Mg می‌شوند.

(۴) emf سلول در حالت استاندارد برابر با ۳/۱۷ ولت است.

۹۹- مجموع عدد اکسایش اتم‌های نیتروژن در ساختار زیر کدام است؟ (کلیه اتم‌ها آرایش هشت‌تایی دارند).



(۱) ۳ (۲) ۴ (۳) ۵ (۴) ۶

۱۰۰- کدام مطلب درست است؟

(۱) سختی، نقطه ذوب و پایداری سیلیسیم کربید از الماس کمتر و از سیلیسیم بیشتر است.

(۲) سیلیس نسبت به کربن دی‌اکسید نیروی بین‌مولکولی بسیار قوی‌تری دارد؛ از این رو سختی و نقطه ذوب آن بالاتر است.

(۳) کوارتز (سیلیسیم خالص) به دلیل داشتن خواص نوری ویژه در ساخت منشور و عدسی کاربرد دارد.

(۴) در ساختار فراوان‌ترین اکسید پوسته جامد زمین، هر اتم با ۴ پیوند به ۴ اتم دیگر متصل است.

۱۰۱- کدام عبارت نادرست است؟

(۱) ترتیب  $\text{MgO} > \text{MgF}_2 > \text{Na}_2\text{O} > \text{Na}_2\text{S} > \text{NaCl}$  مربوط به آنتالپی فروپاشی شبکه بلور این ترکیب‌ها است.

(۲) در بین یون‌های تک‌اتمی و پایدار حاصل از عناصر اصلی یک دوره، با افزایش عدد اتمی عنصر، شعاع کاتیون‌ها مانند شعاع آنیون‌ها کاهش می‌یابد.

(۳) اگر کاتیون و آنیون تک‌اتمی، آرایش الکترونی مشابهی داشته باشند، شعاع کاتیون کمتر از شعاع آنیون است.

(۴) در بین یون‌های تک‌اتمی و پایدار مربوط به عناصر دوره سوم، تفاوت شعاع آنیون‌ها بیشتر از تفاوت شعاع کاتیون‌ها است.

محل انجام محاسبات:

۱۰۲- چه تعداد از عبارتهای زیر درست است؟

- (الف) وانادیم در حالت اکسایش (V)، آرایش الکترونی مشابه گاز نجیب دارد.  
 (ب) در واکنش محلول نمک وانادیم با فلز روی، با کاهش یافتن فلز روی، رنگ محلول تغییر می‌کند.  
 (پ) اغلب فلزهای دسته d از نظر تنوع عدد اکسایش با فلزهای دسته s تفاوت دارند.  
 (ت) در مدل دریای الکترونی، ساختار فلزها را آرایش منظمی از کاتیون‌ها و آنیون‌ها در سه بعد در نظر می‌گیرند.

۱ (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴)

۱۰۳- چند مورد از عبارتهای زیر درست است؟

- کاتالیزورها اگرچه در واکنش شرکت نمی‌کنند، ولی باعث کاهش انرژی فعال‌سازی واکنش می‌شوند.
- در مبدل کاتالیستی خودروهای بنزینی، گازهای NO و CO با گاز اکسیژن واکنش می‌دهند.
- فرایندهای حذف آلاینده‌ها در مبدل کاتالیستی، واکنش‌های گرماده‌ای هستند که بدون حضور کاتالیزگر، انرژی فعال‌سازی آن‌ها به راحتی تأمین نمی‌شود.
- در خودروهای دیزلی از آمونیاک برای تبدیل آلاینده‌های NO و NO<sub>۲</sub> به گازهای نیتروژن و اکسیژن بهره برده می‌شود.

۱ (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴)

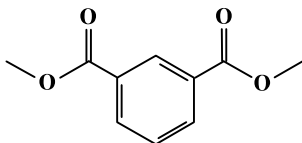
۱۰۴- واکنش تعادلی  $2NO_2(g) \rightleftharpoons N_2O_4(g)$  را در نظر بگیرید، کدام مطلب درباره آن درست است؟

- (۱) با کاهش حجم سامانه، شدت رنگ در سامانه کاهش می‌یابد؛ زیرا واکنش در جهت رفت جابه‌جا می‌شود.  
 (۲) تأثیر افزایش دما بر سرعت واکنش برگشت بیشتر از سرعت واکنش رفت است، به همین علت با افزایش دما، واکنش در جهت برگشت جابه‌جا می‌شود.

(۳) با اضافه نمودن مقداری NO<sub>۲</sub> به سامانه، غلظت تعادلی NO<sub>۲</sub> کاهش و غلظت تعادلی N<sub>۲</sub>O<sub>۴</sub> افزایش می‌یابد.

(۴) با کاهش فشار، تعادل در جهت برگشت جابه‌جا می‌شود، پس غلظت NO<sub>۲</sub> افزایش و غلظت N<sub>۲</sub>O<sub>۴</sub> کاهش می‌یابد.

۱۰۵- کدام گزینه در ارتباط با ترکیبی با ساختار داده شده درست است؟



- (۱) از واکنش ترفتالیک اسید و متانول می‌توان این ترکیب را تهیه کرد.  
 (۲) یک دی‌استر است که متانول و پارازایلین مواد اولیه برای ساخت آن هستند.  
 (۳) یک دی‌استر آروماتیک با فرمول مولکولی C<sub>۱۰</sub>H<sub>۱۰</sub>O<sub>۴</sub> است.  
 (۴) در ساختار آن، دو نوع کربن با عددهای اکسایش متفاوت وجود دارند.

محل انجام محاسبات:

### اسامی هیأت علمی آزمون‌های ویژه داوطلبان کنکور ۱۴۰۵ گروه علوم ریاضی

مدیرگروه	عنوان درس	مسئول درس	طراحان	دستیار مسئول درس
سید امیرمحمد سید شاکری	حسابان و ریاضی پایه	علی افضل زاده	حسین شفیق زاده- ایمان اردستانی	عباس سعیدی- وحید جعفری
	هندسه	سعید اکبرزاده	سید محسن میراسلامی- فرهاد فرزامی- سعید اکبرزاده	هادی کاظم نژاد
	ریاضیات گسسته	سعید اکبرزاده	علیرضا شریف خطیبی- سعید اکبرزاده- امیدرضا پورحسینی	فرهاد فرزامی
محمد حسین کشانی	فیزیک	منصور داووندی	علی نعیمی- بهمن شاهمرادی- احمد رضوانی منصور داووندی- جمال خم‌خاجی	ساناز دریکوندی
	شیمی	شهرام شاه پرویزی	ماشاءالله سلیمانی- بهنام ابراهیم پور- مهداد ملاصالحی- سید صمد صفوی حسین شراتلو- رضا بخشیان- محمدرضا پورجاوید - پاسر راش	حنانه شریف خطیبی

معاون تولید محتوا: علی الفتی

مدیر واحد آموزش تخصصی: محمدرضا محمد هاشمی

A

# دفترچه پاسخ تشریحی

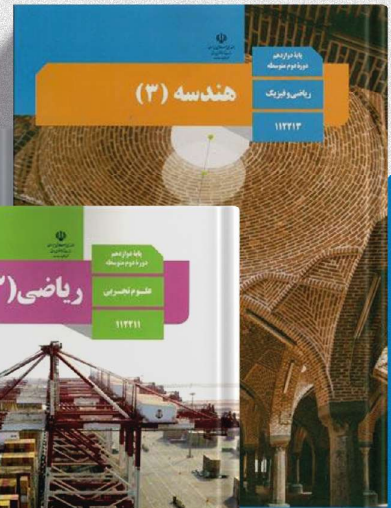
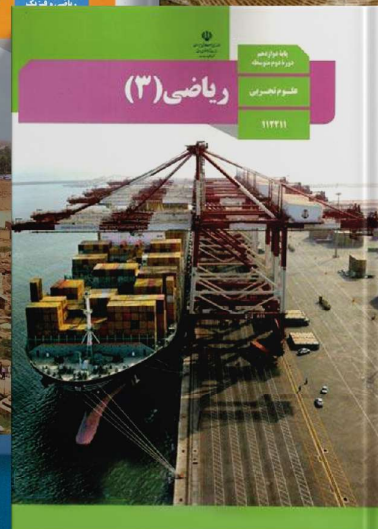
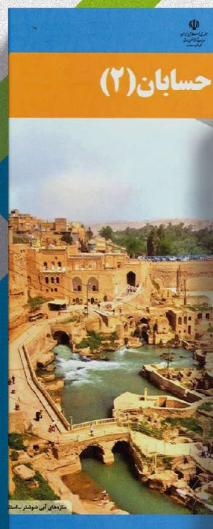
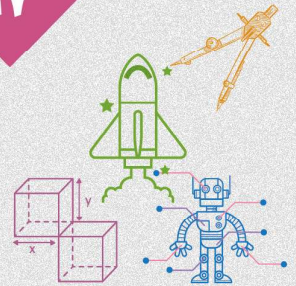
## گروه آزمایشی علوم ریاضی

آزمون آزمایشی ۸ خرداد ۱۴۰۵

ویژه داوطلبان آزمون سراسری ۱۴۰۵

پایه  
دوازدهم

مرحله  
۱۷



۱۴۰۴-۱۴۰۵

## تذکرات مهم

➤ آزمون آزمایشی مرحله ۱۸ گزینه دو، در روز جمعه ۲۲ خرداد ۱۴۰۵ برگزار می گردد.

➤ داوطلب گرامی، جهت استفاده از خدمات طلایی خود مانند کارنامه های هوشمند بعد از آزمون، آزمونک ها، بانک سؤال گزینه دو، رفع اشکال هوشمند، آرشیو آزمون های گزینه دو و ...، با استفاده از شماره داوطلبی (به عنوان نام کاربری) و کد ملی خود (به عنوان رمز عبور) وارد وبسایت گزینه دو به آدرس [www.gozine2.ir](http://www.gozine2.ir) شوید.

➤➤ در صورتی که اینترنتی ثبت نام کرده اید، رمز عبور شما همان رمزی است که خودتان انتخاب نموده اید.

➤ کارنامه های آزمون آزمایشی مرحله ۱۷ به صورت کامل، با فاصله زمانی کوتاهی پس از آزمون مطابق اطلاعیه اعلام شده، بر روی پایگاه اینترنتی گزینه دو به آدرس [www.gozine2.ir](http://www.gozine2.ir) قرار می گیرد. در صورت بروز اشکال در دریافت کارنامه، موضوع را از طریق نمایندگی شهر خود پیگیری نمایید.



داوطلب گرامی، شما می توانید با اسکن تصویر بالا به وسیله گوشی هوشمند و یا تبلت خود، به صفحه اینستاگرام مؤسسه گزینه دو وارد شوید.

[gozine2.ir](https://www.instagram.com/gozine2.ir)

● معاون تولید محتوا: علی الفتی

● مدیر واحد آموزش تخصصی: محمدرضا محمدهاشمی

گروه ریاضی  
مجموعه اساتید تدریس کننده  
۱۳۹۳ تا ۱۴۰۴

کارشناسان	طراحان	موضوعات
سید مهدی عابدی • سید علی موسوی راد	حسین شفیق زاده • ایمان اردستانی	مسئول درس: علی افضل زاده دستیاران: عباس سعیدی - وحید جعفری
علی صادقی • مانی خدابنده	سید محسن میراسلامی • سعید اکبرزاده	مسئول درس: سعید اکبرزاده دستیار: هادی کاظم نژاد
حسین خواجوند • مانی خدابنده	علیرضا شریف خطیبی • امیدرضا پورحسینی	مسئول درس: سعید اکبرزاده دستیار: فرهاد فرزانی
پوپک مقدم	مهرداد کیوان • ایمان اردستانی	مسئول درس: ایمان اردستانی دستیاران: وحید جعفری - مهدی پوررضایی
امیرحسین حریری • ایمان حسین زاده	وحید رباعی • حسین افسری	مسئول درس: حسین افسری دستیاران: مهدی پوررضایی - عباس مالکی

گروه علوم  
مجموعه اساتید تدریس کننده  
۱۳۹۳ تا ۱۴۰۴

کارشناسان	طراحان	موضوعات
بتول خواجه پور • علی حاجی محمدزاده مهديار مسعودی نیا	محمد بازگی • علی پناهی شایق بهرام میرحبیبی • منصور کهن دل	مسئول درس: امیر کبیری راد دستیار: پارسا کامکار
مریم گلی حسن لو	علی نعیمی • احمد رضوانی جمال خم جاجی	مسئول درس: منصور داودوندی دستیار: ساناز دریکوندی
مرئضی قدبانی • حسین ایمانی پور	ماشاءالله سلیمانی • مهرداد ملاصالحی حسین شرانلو • محمدرضا پورچاوید	مسئول درس: شهرام شاه پرویزی دستیار: حنا نه شریف خطیبی
فرزانه صاعدی • حسن علممحمدی روزبه اسحاقیان	فرزانه رجایی • فرزانه صاعدی	مسئول درس: شکبیا کریمی

گروه انسانی  
مجموعه اساتید تدریس کننده  
۱۳۹۳ تا ۱۴۰۴

کارشناسان	طراحان	موضوعات
محمدصادق حسام زاده • محمدصدرا حسینی	ابوالفضل قاضی • علی عطری محمدرضای پیری	مسئول درس: محمدرضا پیرو دستیار: حسنا محمدی - سپهر سالارکیا
مهتاب شیرازی • هستی ناصح	آریتا بیدقی • علیرضا مختاری محمود حسن پور	مسئول درس: الهام رضایی دستیار: فاطمه صفری
علی شکر • فاطمه یاری	سیمین زاهدی • حمیدرضا توکلی	مسئول درس: سیده ضحی سکاکی دستیار: ثنا کاشیان
فاطمه نظری • مهتاب شیرازی سارا حمزه • صبا پهلوان	کاظم غلامی • حمید جوهری مجد پویا رضاداد	مسئول درس: پویا رضاداد
مهتاب شیرازی • محمدصدرا حسینی	شهرام امامی • نگار مروتی	مسئول درس: سیده ساره زاهدی
مهتاب شیرازی • محمدصدرا حسینی	شهرام امامی • نگار مروتی	مسئول درس: الناز گنج کار دستیار: الهه ریاحی نسب
ابوالفضل میرمحمدی • سپهر علی پور امیررضا علیرزاده	حمید سودیان طهرانی • سعید رحیمیان فرهاد قاسمی نژاد	مسئول درس: سعید رحیمیان دستیاران: محمدحسین خدام - فرار مختاری نژاد
کوثررعدی	حسین خاکساری • میترا چینی ساز محمدرضا مبارکی • یش بدری	مسئول درس: امیر محمدبیگی دستیار: محمدرضا مبارکی

ریاضیات



۱- پاسخ: گزینه ۲

▲ مشخصات سؤال: ساده \* ریاضی ۱ (فصل ۳، درس ۴)

نکته:  $(a-b)(a+b) = a^2 - b^2$

ابتدا مخرج هریک از عبارت‌های  $a$  و  $b$  را گویا می‌کنیم:

$$a = \frac{(\sqrt{2}-1)^2}{\sqrt{2}+1} = \frac{(\sqrt{2}-1)^3}{(\sqrt{2}+1)(\sqrt{2}-1)} = \frac{(\sqrt{2}-1)^3}{2-1} = (\sqrt{2}-1)^3 \Rightarrow \sqrt[3]{a} = \sqrt{2}-1$$

$$b = \frac{2(\sqrt{3}-1)}{\sqrt{3}+1} = \frac{2(\sqrt{3}-1)^2}{(\sqrt{3}+1)(\sqrt{3}-1)} = \frac{2(\sqrt{3}-1)^2}{3-1} = (\sqrt{3}-1)^2 \Rightarrow \sqrt{b} = \sqrt{3}-1$$

بنابراین:

$$\sqrt{b} - \sqrt[3]{a} = \sqrt{3} - \sqrt{2}$$

۲- پاسخ: گزینه ۳

▲ مشخصات سؤال: متوسط \* ریاضی ۱ (فصل ۴، درس ۳)

با توجه به قدرمطلق مخرج کسر، دو حالت برای  $x$  در نظر می‌گیریم:

$$1) x < 1 \Rightarrow \frac{x^2}{1-x-1} \geq 8 \Rightarrow -\frac{x^2}{x} \geq 8 \xrightarrow{x \neq 0} -x \geq 8 \Rightarrow x \leq -8$$

پس بازه  $(-\infty, -8]$  بخشی از مجموعه جواب است.

$$2) x \geq 1 \Rightarrow \frac{x^2}{x-1-1} \geq 8 \Rightarrow \frac{x^2}{x-2} - 8 \geq 0 \Rightarrow \frac{x^2 - 8x + 16}{x-2} \geq 0 \Rightarrow \frac{(x-4)^2}{x-2} \geq 0 \xrightarrow{(x-4)^2 \geq 0} x-2 > 0 \Rightarrow x > 2$$

بازه  $(2, +\infty)$  نیز بخشی دیگر از مجموعه جواب است. در حالت کلی مجموعه جواب به صورت  $(-\infty, -8] \cup (2, +\infty)$  است؛ بنابراین

$$a + b = -8 + 2 = -6 \quad \text{و داریم: } a = -8 \text{ و } b = 2$$

۳- پاسخ: گزینه ۴

▲ مشخصات سؤال: متوسط \* آمار و احتمال (فصل ۱، درس ۲)

نکته ۱: تساوی‌های زیر را که به قوانین دمورگان معروف‌اند برای هر دو مجموعه دلخواه  $A$  و  $B$  از مجموعه مرجع  $U$  برقرارند:

الف)  $(A \cup B)' = (A' \cap B')$

ب)  $(A \cap B)' = (A' \cup B')$

نکته ۲ (قوانین جذب یا همپوشانی): اگر  $A$  و  $B$  دو مجموعه دلخواه از مجموعه مرجع  $U$  باشند، داریم:

الف)  $A \cup (A \cap B) = A$

ب)  $A \cap (A \cup B) = A$

$A - B = A \cap B'$

نکته ۳: برای دو مجموعه دلخواه  $A$  و  $B$  داریم:

با استفاده از نکات بالا داریم:

$$[A \cap (A \cup B)] \cup [B \cup (A \cap B)]' = A \cup B'$$

متمم این مجموعه عبارت است از:

$$(A \cup B')' = A' \cap B = A' \cap (B')' = A' - B'$$

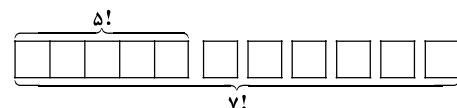
▲ مشخصات سؤال: متوسط \* ریاضی ۱ (فصل ۶، درس ۲)

۴- پاسخ: گزینه ۳

نکته: جایگشت  $n$  شیء متمایز در یک ردیف برابر است با:  $n!$

۵ کتاب زیست را کنار هم قرار داده و به‌عنوان یک شیء در نظر می‌گیریم که به‌همراه ۶ شیء دیگر تشکیل ۷ شیء می‌دهد که تعداد جایگشت‌هایشان برابر  $7!$  است. از طرفی تعداد جایگشت کتاب‌های زیست در کنار هم برابر  $5!$  است. بنابراین تعداد جایگشت‌های موردنظر

برابر است با:  $7! \cdot 5!$



۵- پاسخ: گزینه ۱ ▲ مشخصات سؤال: متوسط \* ریاضی ۱ (فصل ۴، درس ۲)

نکته: طول رأس سهمی  $y = ax^2 + bx + c$  برابر  $\frac{-b}{2a}$  است.

نکته: اگر رأس یک سهمی نقطه  $(h, k)$  باشد، معادله آن به صورت  $y = a(x-h)^2 + k$  است.

طول رأس سهمی  $f(x) = -2x^2 + 8x - 3$  برابر  $\frac{-8}{2(-2)} = 2$  است. پس رأس سهمی  $f$  نقطه  $(2, 5)$  است.

همچنین طول رأس سهمی  $g(x) = ax^2 + 2ax + c$  برابر  $\frac{-2a}{2 \times a} = -1$  است.

می دانیم  $f(-1) = -13$ ، پس از آنجا که  $f$  نیز از رأس  $g$  می گذرد، رأس  $g$  نقطه  $(-1, -13)$  است. یعنی معادله  $g$  به صورت

$g(x) = a(x+1)^2 - 13$  است. ضمناً سهمی  $g$  از رأس  $f$  یعنی  $(2, 5)$  می گذرد؛ پس:

$$g(2) = 5 \Rightarrow a(2+1)^2 - 13 = 5 \Rightarrow a = 2$$

یعنی تابع  $g$  به صورت  $g(x) = 2(x+1)^2 - 13$  است.

مقدار خواسته شده برابر است با:

$$(f+g)(3) = f(3) + g(3) = (-2 \times 9 + 8 \times 3 - 3) + (2(3+1)^2 - 13) = 3 + 19 = 22$$

۶- پاسخ: گزینه ۴ ▲ مشخصات سؤال: متوسط \* حسابان ۱ (فصل ۱، درس ۲)

نکته: به طور کلی در هر معادله درجه دوم  $ax^2 + bx + c = 0$  اگر جمع ریشه ها  $S$  و ضرب ریشه ها  $P$  باشد، این روابط برقرار است:

$$S = -\frac{b}{a}, \quad P = \frac{c}{a}$$

اگر  $S$  و  $P$  مجموع و حاصل ضرب ریشه های معادله باشند، شرایط زیر باید برقرار باشد تا معادله دارای دو ریشه حقیقی منفی باشد:

$$1) \Delta > 0 \Rightarrow 4(m+6)^2 - 4m(-3) > 0 \Rightarrow m^2 + 15m + 36 > 0 \Rightarrow m < -12 \text{ یا } m > -3$$

$$2) S < 0 \Rightarrow \frac{2(m+6)}{m} < 0 \Rightarrow -6 < m < 0$$

$$3) P > 0 \Rightarrow \frac{-3}{m} > 0 \Rightarrow m < 0$$

از اشتراک سه شرط بالا، به رابطه  $-3 < m < 0$  می رسیم. بزرگ ترین مقدار صحیح  $m$  برابر  $-1$  است و به ازای این مقدار داریم:

$$-x^2 - 10x - 3 = 0 \Rightarrow x^2 + 10x + 3 = 0$$

مجموع مربعات ریشه های این معادله برابر است با:

$$\alpha^2 + \beta^2 = S^2 - 2P = 100 - 6 = 94$$

۷- پاسخ: گزینه ۲ ▲ مشخصات سؤال: ساده \* حسابان ۱ (فصل ۱، درس ۳)

نکته: برخی از معادلات که دارای عبارات رادیکالی از مجهول هستند را «معادلات گنگ» می نامند. برای حل آن ها با به توان رساندن طرفین معادله (و در صورت لزوم تکرار این عمل) و ساده کردن به معادله ای بدون رادیکال می رسیم که آن را حل می کنیم. جواب های به دست آمده باید در معادله اصلی آزمایش شوند؛ زیرا عملیات توان رسانی ممکن است جواب های اضافی تولید کند.

نکته: به طور کلی اگر  $\alpha$  و  $\beta$  دو عدد دلخواه و  $S = \alpha + \beta$  و  $P = \alpha\beta$  باشند، آنگاه  $\alpha$  و  $\beta$  جواب های معادله  $x^2 - Sx + P = 0$  هستند.

عبارت رادیکالی را در یک طرف تساوی تنها می کنیم و سپس دو طرف تساوی را به توان ۲ می رسانیم:

$$\sqrt{4x-5} = x-1 \xrightarrow[\substack{\text{به توان ۲} \\ x \geq \frac{5}{4}}]{\quad} 4x-5 = (x-1)^2 \Rightarrow x^2 - 6x + 6 = 0 \Rightarrow \begin{cases} \alpha + \beta = 6 \\ \alpha\beta = 6 \end{cases}$$

حال مجموع و حاصل ضرب ریشه های معادله جدید را به دست می آوریم:

$$S = 1 + \frac{2}{\alpha} + 1 + \frac{2}{\beta} = 2 + \frac{2(\alpha + \beta)}{\alpha\beta} = 2 + \frac{2 \times 6}{6} = 4$$

$$P = (1 + \frac{2}{\alpha})(1 + \frac{2}{\beta}) = 1 + \frac{2}{\alpha} + \frac{2}{\beta} + \frac{4}{\alpha\beta} = 1 + \frac{2 \times 6}{6} + \frac{4}{6} = \frac{11}{3}$$

بنابراین:

$$x^2 - Sx + P = 0 \Rightarrow x^2 - 4x + \frac{11}{3} = 0 \Rightarrow 3x^2 - 12x + 11 = 0$$

تذکر: دقت شود که در صورت حل معادله اصلی به دو جواب بزرگ تر از  $\frac{5}{4}$  می رسیم، پس هر دو قابل قبول اند.

▲ مشخصات سؤال: دشوار \* حسابان ۱ (فصل ۱، درس ۵)

۸- پاسخ: گزینه ۳

نکته: به طور کلی اگر در صفحه مختصات دو نقطه  $A(x_1, y_1)$  و  $B(x_2, y_2)$  را داشته باشیم، طول پاره خط  $AB$  برابر است با:

$$AB = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$$

نکته: اگر خطوط  $d$  و  $d'$  به ترتیب با شیب‌های  $m$  و  $m'$  بر هم عمود باشند، آنگاه  $mm' = -1$  و برعکس.

راه حل اول:

فرض کنید  $A(a, fa)$  باشد، شیب  $AB$  برابر  $-\frac{1}{f}$  است. معادله آن را می‌نویسیم و مختصات نقطه  $B$  را مشخص می‌کنیم:

$$\text{معادله } AB: y - fa = -\frac{1}{f}(x - a)$$

$$x = 0 \Rightarrow y = \frac{1}{f}a \Rightarrow B(0, \frac{1}{f}a)$$

حال طول اضلاع  $AB$  و  $OA$  را محاسبه می‌کنیم:

$$\begin{cases} OA = \sqrt{a^2 + (fa)^2} = a\sqrt{1+f^2} \\ AB = \sqrt{a^2 + (\frac{1}{f}a - fa)^2} = \sqrt{a^2 + \frac{1}{f^2}a^2} = \frac{a\sqrt{1+f^2}}{f} \end{cases}$$

مطابق فرض سؤال، مساحت این مستطیل برابر ۳۶ است، پس:

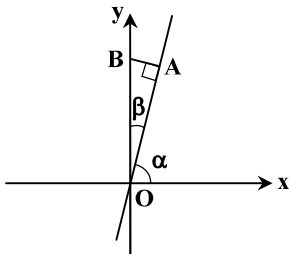
$$S = OA \times AB \Rightarrow a\sqrt{1+f^2} \times \frac{a\sqrt{1+f^2}}{f} = 36 \Rightarrow a = \frac{12}{\sqrt{1+f^2}}$$

حال داریم:

$$\text{محیط} = 2(a\sqrt{1+f^2} + \frac{a\sqrt{1+f^2}}{f}) = \frac{5}{2}a\sqrt{1+f^2} = \frac{5}{2} \times \frac{12}{\sqrt{1+f^2}} \times \sqrt{1+f^2} = 30$$

راه حل دوم:

شیب خط  $OA$  برابر  $f$  است، بنابراین  $\tan \alpha = f$ ، یعنی  $\cot \beta = f$  پس در مثلث قائم‌الزاویه  $OAB$  طبق تعریف کتانژانت، داریم:  $OA = fAB$  بنابراین:



$$\begin{aligned} S = 36 &\Rightarrow OA \times AB = 36 \Rightarrow fAB^2 = 36 \Rightarrow AB = 6 \\ &\Rightarrow OA = 12 \Rightarrow \text{محیط} = 30 \end{aligned}$$

▲ مشخصات سؤال: متوسط \* حسابان ۱ (فصل ۲، درس ۴)

۹- پاسخ: گزینه ۱

نکته: برای به دست آوردن ضابطه تابع وارون یک تابع یک‌به‌یک مانند  $f$ ، در معادله  $y = f(x)$  در صورت امکان  $x$  را بر حسب  $y$  محاسبه می‌کنیم. سپس با تبدیل  $y$  به  $x$ ،  $f^{-1}(x)$  را به دست می‌آوریم.

نکته:  $(g \circ f)(x) = g(f(x))$

فرض کنید  $f(x) = ax + b$  باشد:

$$f(x+2) = a(x+2) + b = ax + 2a + b$$

$$f \circ f(x+2) = a(ax + 2a + b) + b = a^2x + 2a^2 + ab + b$$

به شرطی تابع به دست آمده با تابع همانی ( $y = x$ ) برابر است که داشته باشیم:

$$\begin{cases} a^2 = 1 \\ 2a^2 + ab + b = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = 1 \Rightarrow 2 + b + b = 0 \Rightarrow b = -1 \\ a = -1 \Rightarrow 2 - b + b = 0 \quad * \end{cases}$$

پس  $f(x) = x - 1$  و در نتیجه  $f^{-1}(x) = x + 1$  است، حال داریم:

$$f(2x) < f^{-1}(x) \Rightarrow 2x - 1 < x + 1 \Rightarrow x < 2$$

۱۰- پاسخ: گزینه ۱ ▲ مشخصات سؤال: متوسط \* حسابان ۱ (فصل ۲، درس های ۳ و ۴)

نکته: اگر  $f$  تابعی وارون پذیر باشد، آنگاه به ازای هر  $x$  عضو  $D_{f^{-1}}$  داریم:  $(f \circ f^{-1})(x) = x$

نکته: دامنه تابع وارون برابر برد تابع اصلی است:  $D_{f^{-1}} = R_f$

می دانیم  $(f \circ f^{-1})(x) = x$  البته  $x$  باید عضوی از  $D_{f^{-1}}$  یعنی  $R_f$  باشد.

$$f(x) = \sqrt{3-x} - 1 \Rightarrow f(x) \geq -1 \Rightarrow R_f = [-1, +\infty)$$

پس به ازای  $x \geq -1$  داریم:  $(f \circ f^{-1})(x) = x$

اکنون به حل معادله داده شده می پردازیم:

$$2(f \circ f^{-1})(x) + 2 = \frac{2}{x} \Rightarrow 2x + 2 = \frac{2}{x} \Rightarrow 2x^2 + 2x - 2 = 0 \Rightarrow x = \frac{-2 \pm \sqrt{4+16}}{4} \Rightarrow x = \frac{-2 \pm 2}{4} \Rightarrow x = -2, \frac{1}{2}$$

با توجه به محدوده  $x \geq -1$  فقط جواب  $x = \frac{1}{2}$  قابل قبول است.

۱۱- پاسخ: گزینه ۲ ▲ مشخصات سؤال: ساده \* حسابان ۱ (فصل ۳، درس ۳)

نکته:  $\log_b a = \frac{1}{\log_a b}$  ,  $\log_c a + \log_c b = \log_c ab$

$x = \alpha$  را در معادله داده شده جای گذاری می کنیم، داریم:

$$x = \alpha \Rightarrow \log_7 \alpha + \log_3 \alpha = 1$$

دو طرف تساوی را بر  $\log_7 \alpha \times \log_3 \alpha$  تقسیم می کنیم:

$$\frac{\log_7 \alpha}{\log_7 \alpha \log_3 \alpha} + \frac{\log_3 \alpha}{\log_7 \alpha \log_3 \alpha} = \frac{1}{\log_7 \alpha \log_3 \alpha} \Rightarrow \log_\alpha 7 + \log_\alpha 3 = \log_\alpha 7 \times \log_\alpha 3$$

$$\Rightarrow \log_\alpha 6 = \log_\alpha 7 \times \log_\alpha 3$$

۱۲- پاسخ: گزینه ۱ ▲ مشخصات سؤال: متوسط \* حسابان ۱ (فصل ۳، درس ۳)

نکته ۱:  $\log_b a = \frac{1}{\log_a b}$

نکته ۲:  $\log_b m a^n = \frac{n}{m} \log_b a$

نکته ۳:  $y = \log_a x \Leftrightarrow a^y = x$

فرض کنید  $t = \log_7 x$  باشد، داریم:

$$(\log_7 x)^2 = 4 + \frac{9}{7} \log_7 x = 4 + 2 \log_7 x \Rightarrow t^2 = 4 + 2t \Rightarrow t^2 - 2t - 4 = 0 \Rightarrow t = -1, 4 \Rightarrow \begin{cases} \log_7 x = -1 \Rightarrow x = \frac{1}{7} \\ \log_7 x = 4 \Rightarrow x = 7^4 \end{cases}$$

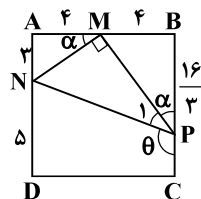
$$\Rightarrow \begin{cases} \alpha = \frac{1}{7}, \beta = 7^4 \Rightarrow \frac{\alpha}{\beta} = \frac{1}{7^{17}} \Rightarrow \log_{7^4} \frac{\alpha}{\beta} = \log_{7^4} \frac{1}{7^{17}} = \log_{7^4} 7^{-17} = -\frac{17}{4} \\ \alpha = 7^4, \beta = \frac{1}{7} \Rightarrow \frac{\alpha}{\beta} = 7^{17} \Rightarrow \log_{7^4} \frac{\alpha}{\beta} = \log_{7^4} 7^{17} = \log_{7^4} 7^{17} = \frac{17}{4} \end{cases}$$

طبق گزینه ها گزینه ۱ پاسخ است.

۱۳- پاسخ: گزینه ۳ ▲ مشخصات سؤال: دشوار \* حسابان ۲ (فصل ۲، درس ۲)

نکته:  $\tan 2\alpha = \frac{2 \tan \alpha}{1 - \tan^2 \alpha}$

فرض کنید  $AM = MB = 4$  و  $AN = 3$  و  $DN = 5$  باشد؛ بنابراین  $\tan \alpha = \frac{3}{4}$  و در نتیجه  $PB = \frac{16}{3}$  می شود، داریم:



$$\begin{cases} MN = \sqrt{9+16} = 5 \\ MP = \sqrt{16 + \frac{256}{9}} = \frac{20}{3} \Rightarrow \tan \hat{P}_1 = \frac{5}{\frac{20}{3}} = \frac{3}{4} \Rightarrow \hat{P}_1 = \alpha \end{cases}$$

زاویه  $\theta$  با دو زاویه دیگر  $\alpha$  تشکیل یک زاویه نیم صفحه می دهد، پس:

$$\tan \theta = \tan(\pi - 2\alpha) = -\tan 2\alpha = \frac{-2(\frac{3}{4})}{1 - \frac{9}{16}} = -\frac{24}{7}$$

نکته:  $\sin(\alpha \pm \beta) = \sin \alpha \cos \beta \pm \sin \beta \cos \alpha$  ,  $\cos 2\alpha = \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha$

نکته: در تابع  $y = a \cos(bx) + c$  مقدار  $\min$  و دوره تناوب برابر است با:

$$\min = c - |a| , T = \frac{2\pi}{|b|}$$

راه حل اول:

ابتدا ضابطه تابع داده شده را ساده می کنیم:

$$\begin{aligned} y &= \sin\left(\pi x + \frac{\pi}{4}\right) \times \sin\left(\pi x - \frac{\pi}{4}\right) = \left(\sin(\pi x) \cos\left(\frac{\pi}{4}\right) + \sin\left(\frac{\pi}{4}\right) \cos(\pi x)\right) \times \left(\sin(\pi x) \cos\left(\frac{\pi}{4}\right) - \sin\left(\frac{\pi}{4}\right) \cos(\pi x)\right) \\ &= \left(\frac{\sqrt{2}}{2} \sin(\pi x) + \frac{\sqrt{2}}{2} \cos(\pi x)\right) \left(\frac{\sqrt{2}}{2} \sin(\pi x) - \frac{\sqrt{2}}{2} \cos(\pi x)\right) = \frac{1}{2} (\sin^2(\pi x) - \cos^2(\pi x)) = -\frac{1}{2} \cos(2\pi x) \end{aligned}$$

بنابراین ضابطه به صورت  $y = -\frac{1}{2} \cos(2\pi x)$  است. مقدار مینیمم این تابع برابر است با:

$$y_{\min} = 0 - \left| -\frac{1}{2} \right| = -\frac{1}{2}$$

$$T = \frac{2\pi}{|2\pi|} = 1$$

همچنین دوره تناوب این تابع برابر است با:

طول نقطه A برابر دوره تناوب تابع و عرض آن برابر مقدار مینیمم است، پس  $A(1, -\frac{1}{2})$  و مجموع طول و عرض نقطه A برابر  $1 - \frac{1}{2} = \frac{1}{2}$  است.

راه حل دوم:

ضابطه تابع مثلثاتی را این گونه نیز می توان ساده کرد:

$$\begin{aligned} y &= \sin\left(\pi x + \frac{\pi}{4}\right) \sin\left(\pi x - \frac{\pi}{4}\right) = \sin\left(\pi x + \frac{\pi}{4}\right) \sin\left(\left(\pi x + \frac{\pi}{4}\right) - \frac{\pi}{2}\right) = \sin\left(\pi x + \frac{\pi}{4}\right) \left(-\cos\left(\pi x + \frac{\pi}{4}\right)\right) = -\frac{1}{2} \sin\left(2\pi x + \frac{\pi}{2}\right) \\ &= -\frac{1}{2} \cos(2\pi x) \end{aligned}$$

ادامه راه حل، مشابه روش قبلی است.

نکته: جواب های معادله  $\cos x = 0$  به صورت  $x = k\pi + \frac{\pi}{2}$  می باشد. ( $k \in \mathbb{Z}$ )

نکته:  $\sin^2 \alpha = 1 - \cos^2 \alpha$

به حل معادله می پردازیم:

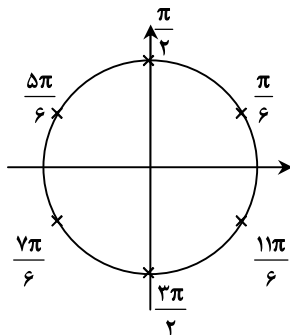
$$\frac{\sin^3 x}{1 - \cos^2 x} = \frac{1 - \cos^3 x}{\sin^2 x} \Rightarrow \sin^2 x = (1 - \cos^3 x)^2 \Rightarrow 1 - \cos^2 x = 1 + \cos^2 x - 2\cos^3 x$$

$$\Rightarrow 2\cos^3 x - 2\cos^2 x = 0 \Rightarrow 2\cos^2 x(\cos x - 1) = 0 \Rightarrow \cos^2 x = 0 \text{ یا } \cos x = 1$$

توجه کنید جواب های معادله  $\cos^2 x = 1$  غیر قابل قبول هستند؛ زیرا به ازای آن ها مخرج کسر اول برابر صفر می شود.

$$\cos x = 0 \Rightarrow x = k\pi + \frac{\pi}{2} \Rightarrow x = \frac{k\pi}{3} + \frac{\pi}{6} \Rightarrow x = (2k+1)\frac{\pi}{6}$$

تمام جواب های به دست آمده در بازه  $[0, 2\pi)$  در دایره مثلثاتی روبه رو علامت زده شده است که فاصله هر دو جواب متوالی برابر  $\frac{2\pi}{6}$  یا  $\frac{\pi}{3}$  است.



۱۶- پاسخ: گزینه ۳ ▲ مشخصات سؤال: متوسط \* حسابان ۱ (فصل ۵، درس ۴)

نکته: در حدهای مبهم رادیکالی می توان با ضرب و تقسیم در مزدوج عبارت رادیکالی و رفع ابهام حد، حاصل حد را محاسبه کرد. با جای گذاری  $x = -3$  در حد متوجه می شویم که حاصل این حد مبهم است، پس:

$$\lim_{x \rightarrow -3} \frac{x + \sqrt{-3x}}{x^2 - x + \frac{36}{x}} \times \frac{x - \sqrt{-3x}}{x - \sqrt{-3x}} = \lim_{x \rightarrow -3} \frac{x^2 - (-3x)}{(x^2 - x + \frac{36}{x})(x - \sqrt{-3x})} = \lim_{x \rightarrow -3} \frac{(x^2 + 3x)x}{(x^3 - x^2 + 36)(x - \sqrt{-3x})}$$

$$= \lim_{x \rightarrow -3} \frac{(x+3)x^2}{(x+3)(x^2 - 4x + 12)(x - \sqrt{-3x})} = \lim_{x \rightarrow -3} \frac{x^2}{(x^2 - 4x + 12)(x - \sqrt{-3x})} = \frac{9}{33 \times (-6)} = -\frac{1}{22}$$

۱۷- پاسخ: گزینه ۱ ▲ مشخصات سؤال: دشوار \* حسابان ۲ (فصل ۳، درس ۲)

نکته: اگر  $f(x)$  تابعی چندجمله‌ای به صورت  $f(x) = ax^n + bx^{n-1} + \dots + 1$  باشد، آنگاه:

$$\lim_{x \rightarrow \pm\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow \pm\infty} ax^n$$

تابع  $f$  دارای مجانب افقی  $y = 2$  است، پس حد تابع  $f$  در بی نهایت برابر ۲ است.

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 2 \Rightarrow \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x\sqrt{ax^2 - 24x + c}}{(x+3)|x-3|} = 2 \Rightarrow \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x(\sqrt{ax})}{x \times x} = 2 \Rightarrow \sqrt{a} = 2 \Rightarrow a = 4$$

ضمناً تابع  $f$  فقط یک مجانب قائم  $x = -3$  دارد. با توجه به اینکه  $x = 3$  ریشهٔ مخرج کسر در تابع  $f$  است ولی  $x = 3$  مجانب قائم  $f$  نیست، پس حد صورت کسر نیز در  $x = 3$  برابر صفر است.

$$\lim_{x \rightarrow 3} x\sqrt{4x^2 - 24x + c} = 0 \Rightarrow 3\sqrt{36 - 72 + c} = 0 \Rightarrow c = 36$$

بنابراین تابع  $f$  به صورت زیر است:

$$f(x) = \frac{x\sqrt{4x^2 - 24x + 36}}{(x+3)|x-3|} = \frac{x\sqrt{(2x-6)^2}}{(x+3)|x-3|} = \frac{2|x-3|x}{(x+3)|x-3|} = \frac{2x}{x+3}$$

حاصل حد خواسته شده برابر است با:

$$\lim_{x \rightarrow 3} f(x) = \lim_{x \rightarrow 3} \frac{2x}{x+3} = \frac{6}{6} = 1$$

۱۸- پاسخ: گزینه ۴ ▲ مشخصات سؤال: دشوار \* حسابان ۲ (فصل ۴، درس ۲)

$$\text{نکته: } \tan(\alpha - \beta) = \frac{\tan \alpha - \tan \beta}{1 + \tan \alpha \tan \beta}$$

$$\text{نکته: } (\tan x)' = 1 + \tan^2 x$$

$$\text{نکته: } (f \circ g)'(x) = f'(g(x)) \times g'(x)$$

ابتدا ضابطهٔ تابع را ساده می کنیم. با توجه به اینکه  $\tan \frac{\pi}{4} = 1$  داریم:

$$y = \frac{\tan 3x - 1}{\tan 3x + 1} = \frac{\tan 3x - \tan \frac{\pi}{4}}{1 + \tan 3x \times \tan \frac{\pi}{4}} = \tan\left(3x - \frac{\pi}{4}\right)$$

اکنون به محاسبه مشتق می پردازیم:

$$y = \tan\left(3x - \frac{\pi}{4}\right) \Rightarrow y' = \left(1 + \tan^2\left(3x - \frac{\pi}{4}\right)\right) \times 3$$

مقدار این مشتق به ازای  $x = \frac{5\pi}{36}$  برابر است با:

$$y' = \left(1 + \tan^2\left(3 \times \frac{5\pi}{36} - \frac{\pi}{4}\right)\right) \times 3 = \left(1 + \tan^2\left(\frac{5\pi}{12} - \frac{\pi}{4}\right)\right) \times 3 = 3 \left(1 + \tan^2\left(\frac{2\pi}{12}\right)\right) = 3 \left(1 + \tan^2\left(\frac{\pi}{6}\right)\right) = 3 \left(1 + \left(\frac{\sqrt{3}}{3}\right)^2\right) = 3 \times \frac{4}{3} = 4$$

۱۹- پاسخ: گزینه ۴ ▲ مشخصات سؤال: متوسط \* حسابان ۲ (فصل ۴، درس ۲)

نکته: اگر  $f$  و  $g$  دو تابع مشتق پذیر باشند، در این صورت تابع  $f \circ g$  مشتق پذیر است و داریم:

$$(f \circ g)'(x) = g'(x) \cdot f'(g(x))$$

$$\text{نکته: } (f \cdot g)'(x) = f'(x)g(x) + g'(x)f(x)$$

ابتدا مشتق تابع  $g$  را به دست می آوریم:

$$g'(x) = f(\sqrt[3]{x}) + x \cdot \frac{1}{3\sqrt[3]{x^2}} f'(\sqrt[3]{x})$$

با جای گذاری  $x = -8$  داریم:

$$g'(-8) = f(-2) - \frac{2}{3}f'(-2)$$

بنابراین به  $f(-2)$  و  $f'(-2)$  نیاز داریم، پس:

$$f(x) = x\sqrt{3 - \frac{2}{x}} \Rightarrow f'(x) = \sqrt{3 - \frac{2}{x}} + x \cdot \frac{\frac{2}{x^2}}{2\sqrt{3 - \frac{2}{x}}}$$

$$f(-2) = -4$$

$$f'(-2) = \frac{5}{4}$$

بنابراین حاصل خواسته شده برابر است با:

$$g'(-8) = -4 - \frac{2}{3} \times \left(\frac{5}{4}\right) = -4 - \frac{5}{6} = -\frac{31}{6}$$

۲۰- پاسخ: گزینه ۳ ▲ مشخصات سؤال: ساده \* حسابان ۲ (فصل ۴، درس ۳)

نکته: آهنگ تغییر متوسط تابع روی بازه  $[a, b]$  برابر است با:

$$\frac{f(b) - f(a)}{b - a}$$

$$f'(a)$$

نکته: آهنگ تغییر لحظه‌ای تابع در  $x = a$  برابر است با:

ابتدا آهنگ تغییر لحظه‌ای تابع در  $x = 2$  را پیدا می‌کنیم:

$$f(x) = x + \frac{1}{x} \Rightarrow f'(x) = 1 - \frac{1}{x^2} \Rightarrow f'(2) = 1 - \frac{1}{4} \Rightarrow f'(2) = \frac{3}{4}$$

بنابراین آهنگ تغییر متوسط تابع روی بازه  $[1, 1+h]$  باید برابر  $\frac{3}{4}$  باشد:

$$\frac{f(1+h) - f(1)}{1+h-1} = \frac{3}{4} \Rightarrow \frac{(1+h + \frac{1}{1+h}) - (1 + \frac{1}{1})}{h} = \frac{3}{4}$$

$$\Rightarrow \frac{h-1 + \frac{1}{1+h}}{h} = \frac{3}{4} \Rightarrow \frac{h^2 - 1 + 1}{1+h} = \frac{3}{4} \Rightarrow \frac{h}{1+h} = \frac{3}{4}$$

$$\Rightarrow 4h = 3h + 3 \Rightarrow h = 3$$

۲۱- پاسخ: گزینه ۱ ▲ مشخصات سؤال: متوسط \* حسابان ۲ (فصل ۵، درس ۱)

نکته: اگر نقطه‌ای با طول  $c$  نقطه بحرانی تابع  $f$  باشد، آنگاه  $f'(c)$  یا تعریف نشده است یا برابر صفر است.

نکته: اگر علامت مشتق تابع پیوسته  $f$  در نقطه بحرانی خود از مثبت به منفی (منفی به مثبت) تغییر کند، آن نقطه ماکزیمم نسبی (مینیمم نسبی) است.

نکته:  $(f \times g)'(x) = f'(x) \times g(x) + g'(x) f(x)$

ابتدا مشتق تابع را محاسبه کرده و ساده می‌کنیم:

$$f(x) = (x^2 - 28)\sqrt[3]{x} \Rightarrow f'(x) = 2x\sqrt[3]{x} + (x^2 - 28) \times \frac{1}{3\sqrt[3]{x^2}} \Rightarrow f'(x) = \frac{2 \times 2x \times \sqrt[3]{x^3} + (x^2 - 28)}{3\sqrt[3]{x^2}}$$

$$\Rightarrow f'(x) = \frac{4x^2 - 28}{3\sqrt[3]{x^2}} \Rightarrow f'(x) = \frac{4(x-2)(x+2)}{3\sqrt[3]{x^2}}$$

بنابراین سه نقطه با طول‌های صفر و  $\pm 2$  نقاط بحرانی تابع  $f$  هستند. جدول تغییرات تابع  $f$  به صورت زیر است.

$x$		$-2$	$0$	$2$	
$f'(x)$		$+$	$0$	$-$	$+$
$f(x)$		$\nearrow$	$\searrow$	$\searrow$	$\nearrow$
		<b>max</b> نسبی		<b>min</b> نسبی	

بنابراین نقطه بحرانی با طول  $-2$  ماکزیمم نسبی تابع  $f$  است.

توجه کنید که می‌دانیم  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$ ، پس تابع  $f$  ماکزیمم مطلق ندارد و نقطه‌ای با طول  $-2$  اکسترمم مطلق تابع نیست.

۲۲- پاسخ: گزینه ۳ ▲ مشخصات سؤال: ساده \* حسابان ۲ (فصل ۵، درس ۲)

نکته: اگر نقطه‌ای به طول  $a$  نقطه عطف تابع  $f$  باشد و  $f''(a) = 0$  تعریف شده باشد، آنگاه  $f''(a) = 0$ .

$$(\sin x)' = \cos x, \quad (\cos x)' = -\sin x \quad \text{نکته}$$

ابتدا مشتق دوم تابع  $f$  را محاسبه می‌کنیم:

$$f(x) = ax^2 + \sin(2x) \Rightarrow f'(x) = 2ax + 2\cos 2x \Rightarrow f''(x) = 2a - 4\sin 2x$$

نقطه‌ای با طول  $\frac{7\pi}{12}$  نقطه عطف این تابع است، پس داریم:

$$f''\left(\frac{7\pi}{12}\right) = 0 \Rightarrow 2a - 4\sin\left(\frac{7\pi}{6}\right) = 0 \Rightarrow 2a - 4 \times \left(-\frac{1}{2}\right) = 0 \Rightarrow 2a + 2 = 0 \Rightarrow a = -1$$

۲۳- پاسخ: گزینه ۳ ▲ مشخصات سؤال: متوسط \* آمار و احتمال (فصل ۲، درس ۳)

نکته ۱: برای هر دو پیشامد دلخواه  $A$  و  $B$  داریم:  $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$ .

نکته ۲: برای هر دو پیشامد دلخواه  $A$  و  $B$  داریم  $P(A - B) = P(A) - P(A \cap B)$ .

نکته ۳: در صورتی که  $B$  پیشامدی باشد که  $P(B) > 0$ ، برای هر پیشامد  $A$ ، «احتمال  $A$  به شرط رخ دادن  $B$ » (که آن را « $P$  ی  $A$  به شرط  $B$ » نیز می‌خوانیم) به شکل زیر تعریف می‌شود:

$$P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)}$$

اگر  $P(B)$  را  $x$  بنامیم داریم:

$$P(A|B) = \frac{1}{3} \Rightarrow \frac{P(A \cap B)}{P(B)} = \frac{1}{3} \Rightarrow P(A \cap B) = \frac{x}{3}$$

همچنین  $P(A \cup B)$  برابر  $\frac{2}{3}$  است، پس داریم:

$$P(A) + P(B) - P(A \cap B) = \frac{2}{3} \Rightarrow \frac{1}{2} + x - \frac{1}{3}x = \frac{2}{3} \Rightarrow \frac{2}{3}x = \frac{2}{3} - \frac{1}{2} \Rightarrow \frac{2}{3}x = \frac{1}{6} \Rightarrow x = \frac{1}{4}$$

بنابراین مقدار خواسته شده برابر است با:

$$P(B - A) = P(B) - P(A \cap B) = x - \frac{x}{3} = \frac{2}{3}x = \frac{2}{3} \times \frac{1}{4} = \frac{1}{6}$$

۲۴- پاسخ: گزینه ۱ ▲ مشخصات سؤال: متوسط \* آمار و احتمال (فصل ۳، درس ۳)

نکته ۱ (میانگین یا متوسط داده‌ها): میانگین یا متوسط  $n$  داده  $x_1, x_2, \dots, x_n$  را با نماد  $\bar{x}$  نشان می‌دهیم و آن را به صورت زیر تعریف می‌کنیم:

$$\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^n x_i}{n} = \frac{x_1 + x_2 + \dots + x_n}{n}$$

نکته ۲ (انحراف معیار داده‌ها): اگر  $n$  داده از جامعه به صورت  $x_1, x_2, \dots, x_n$  داشته باشیم، انحراف معیار آن‌ها را با نماد  $\sigma$  نشان می‌دهیم، که به صورت زیر محاسبه می‌شود:

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}{n}} = \sqrt{\frac{(x_1 - \bar{x})^2 + (x_2 - \bar{x})^2 + \dots + (x_n - \bar{x})^2}{n}}$$

که در آن  $x_i - \bar{x}$  را انحراف داده  $i$  ام از میانگین داده‌ها می‌گویند.

نکته ۳ (واریانس داده‌ها): توان دوم انحراف معیار داده‌ها را «واریانس داده‌ها» گویند و آن را با نماد  $\sigma^2$  نشان می‌دهیم.

نکته ۴ (ضریب تغییرات داده‌ها): معیاری است که از تقسیم انحراف معیار داده‌ها ( $\sigma$ ) به میانگین داده‌ها ( $\bar{x}$ ) به دست می‌آید و آن را با نماد CV نشان می‌دهند:

$$CV = \frac{\sigma}{\bar{x}}$$

هر قدر ضریب تغییرات کمتر باشد، میزان پراکندگی داده‌ها کمتر خواهد شد که این موضوع برای ما مطلوب است.

میانگین ۸۰ داده اول و ۲۰ داده دوم با یکدیگر برابر است و واریانس آن‌ها به ترتیب برابر ۲ و ۰/۴۵ است، پس:

$$\sigma^2 = 2 \Rightarrow \frac{(x_1 - 13)^2 + \dots + (x_{80} - 13)^2}{80} = 2 \Rightarrow (x_1 - 13)^2 + \dots + (x_{80} - 13)^2 = 160$$

$$\sigma'^2 = 0/45 \Rightarrow \frac{(x'_1 - 13)^2 + \dots + (x'_{20} - 13)^2}{20} = 0/45 \Rightarrow (x'_1 - 13)^2 + \dots + (x'_{20} - 13)^2 = 9$$

میانگین کل ۱۰۰ داده نیز برابر ۱۳ است، زیرا:

$$x_1 + \dots + x_n = 80 \times 13, \quad x'_1 + \dots + x'_n = 20 \times 13$$

$$\text{میانگین کل} = \frac{x_1 + \dots + x_n + x'_1 + \dots + x'_n}{80 + 20} = \frac{80 \times 13 + 20 \times 13}{100} = \frac{100 \times 13}{100} = 13$$

بنابراین واریانس ۱۰۰ داده برابر است با:

$$\sigma^2 = \frac{(x_1 - 13)^2 + \dots + (x_n - 13)^2 + (x'_1 - 13)^2 + \dots + (x'_n - 13)^2}{100} = \frac{160 + 9}{100} = 1/69$$

انحراف معیار ۱۰۰ داده برابر است با:

$$\sigma = \sqrt{\sigma^2} = \sqrt{1/69} = 1/3$$

پس ضریب تغییرات کل داده‌ها برابر است با:

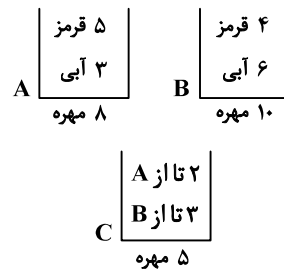
$$CV = \frac{\sigma}{\bar{x}} = \frac{1/3}{13} = 0/1$$

۲۵- پاسخ: گزینه ۱ ▲ مشخصات سؤال: دشوار \* آمار و احتمال (فصل ۲، درس ۳)

نکته: فرض کنید  $B_1, B_2, \dots, B_n$  پیشامدهایی با احتمال ناصفر باشند که فضای نمونه را افراز می‌کنند. در این صورت، برای هر پیشامد دلخواه A، داریم:

$$P(A) = P(B_1)P(A|B_1) + P(B_2)P(A|B_2) + \dots + P(B_n)P(A|B_n) = \sum_{k=1}^n P(B_k)P(A|B_k)$$

با استفاده از نمودار درختی زیر، برحسب اینکه مهره انتخابی از بین مهره‌های انتقال یافته از A یا B باشد، دو حالت داریم:



$$\frac{2}{5} \left\{ \begin{array}{l} \text{احتمال قرمز بودن مهره در ظرف A} \Rightarrow \text{از ظرف A باشد} \\ \text{احتمال قرمز بودن مهره در ظرف B} \Rightarrow \text{از ظرف B باشد} \end{array} \right. = \frac{2}{5}$$

$$\frac{3}{5}$$

بنابراین احتمال قرمز بودن مهره انتخابی برابر است با:

$$P(\text{قرمز}) = \frac{2}{5} \times \frac{5}{8} + \frac{3}{5} \times \frac{4}{10} = \frac{1}{4} + \frac{6}{25} = \frac{49}{100} = 0/49$$

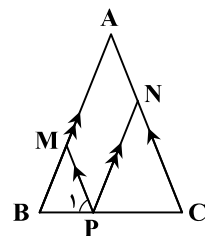
۲۶- پاسخ: گزینه ۲ ▲ مشخصات سؤال: متوسط \* هندسه ۱ (فصل ۳، درس ۱)

$AM \parallel NP$  ,  $AN \parallel MP$

با توجه به شکل و مفروضات سؤال، داریم:

پس چهارضلعی AMPN متوازی الاضلاع است (زیرا ضلع‌های مقابل آن با هم موازیند)، پس:

$$NP = AM \quad (1)$$



همچنین طبق قضیه خطوط موازی و مورب داریم:

$$MP \parallel AC \xrightarrow{\text{مورب BC}} \hat{P}_1 = \hat{C} \xrightarrow{\hat{B} = \hat{C}} \hat{P}_1 = \hat{B} \Rightarrow \text{BMP متساوی الساقین است.} \Rightarrow PM = MB \quad (2)$$

$$PM + PN = MB + AM = AB$$

اکنون از (۱) و (۲) نتیجه می‌گیریم:

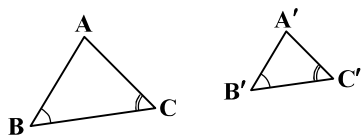
$$2(PM + PN) = 2AB = 2 \times 10 = 20$$

بنابراین محیط چهارضلعی AMPN برابر است با:

۲۷- پاسخ: گزینه ۱ ▲ مشخصات سؤال: متوسط \* هندسه ۱ (فصل ۲، درس ۳)

راه حل اول:

نکته: هرگاه دو زاویه از مثلثی، با دو زاویه از مثلث دیگر هم اندازه باشند، دو مثلث متشابه اند.



$$(\hat{B} = \hat{B}', \hat{C} = \hat{C}' \Rightarrow \triangle ABC \sim \triangle A'B'C')$$

در مثلث قائم الزاویه OAB داریم:

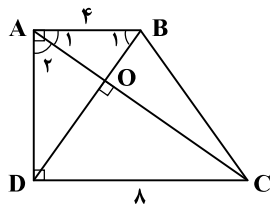
$$\hat{A}_1 + \hat{B}_1 = 90^\circ \quad (I)$$

از طرفی با توجه به اینکه  $\hat{A} = 90^\circ$ ، داریم:

$$\hat{A}_1 + \hat{A}_2 = 90^\circ \quad (II)$$

از مقایسه (I) و (II) نتیجه می گیریم:  $\hat{A}_2 = \hat{B}_1$

پس دو مثلث ABD و ACD متشابه اند؛ زیرا:

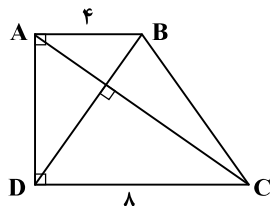


$$\left\{ \begin{array}{l} \hat{A}_2 = \hat{B}_1 \\ \hat{A} = \hat{D} = 90^\circ \end{array} \right. \xrightarrow[\text{دو زاویه}]{\text{تساوی}} \triangle ACD \sim \triangle ABD \xrightarrow[\text{متناظر}]{\text{تناسب اضلاع}} \frac{AB}{AD} = \frac{AD}{CD} \Rightarrow \frac{4}{AD} = \frac{AD}{8} \Rightarrow AD^2 = 32 \Rightarrow AD = 4\sqrt{2}$$

راه حل دوم:

نکته: اگر در یک دوزنقه قائم الزاویه، قطرها بر هم عمود باشند، آنگاه ساق قائم، واسطه هندسی دو قاعده دوزنقه است.

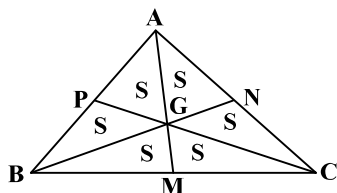
با استفاده از نکته بالا، داریم:



$$AD^2 = AB \times CD \Rightarrow AD^2 = 4 \times 8 = 32 \Rightarrow AD = \sqrt{32} = 4\sqrt{2}$$

۲۸- پاسخ: گزینه ۲ ▲ مشخصات سؤال: دشوار \* هندسه ۱ (فصل ۳، درس ۲)

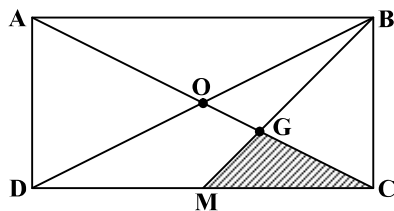
نکته: سه میانه هر مثلث آن را به شش مثلث هم مساحت تقسیم می کند.



$$S_{\triangle APG} = S_{\triangle ANG} = S_{\triangle BPG} = S_{\triangle BMG} = S_{\triangle CMG} = S_{\triangle CNG} = S = \frac{1}{6} S_{\triangle ABC}$$

با توجه به اینکه قطرهای مستطیل منصف یکدیگرند، نقطه O وسط ضلع BD از مثلث BCD است. همچنین طبق فرض، نقطه M وسط ضلع CD است. پس نقطه G محل هم رسی میانه های مثلث BCD است.

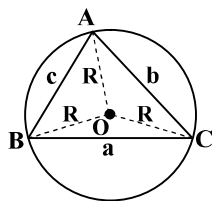
با توجه به نکته بالا خواهیم داشت:



$$\left\{ \begin{array}{l} S_{\triangle CMG} = \frac{1}{6} \times S_{\triangle BCD} \\ S_{\triangle BCD} = \frac{1}{2} \times S_{\triangle ABCD} \end{array} \right. \Rightarrow S_{\triangle CMG} = \frac{1}{12} S_{\triangle ABCD}$$

۲۹- پاسخ: گزینه ۴ ▲ مشخصات سؤال: ساده \* هندسه ۲ (فصل ۳، درس ۱)

نکته (قضیه سینوس ها): در هر مثلث، نسبت اندازه هر ضلع، به سینوس زاویه مقابل به آن، برابر است با قطر دایره محیطی مثلث. (R، شعاع دایره محیطی است).



$$\frac{a}{\sin \hat{A}} = \frac{b}{\sin \hat{B}} = \frac{c}{\sin \hat{C}} = 2R$$

اولاً زاویه  $\hat{A}$  برابر است با:

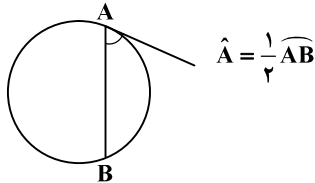
$$\hat{C} = 80^\circ, \hat{B} = 40^\circ \Rightarrow \hat{A} = 180^\circ - (80^\circ + 40^\circ) = 60^\circ$$

ثانیاً با توجه به نکته، داریم:

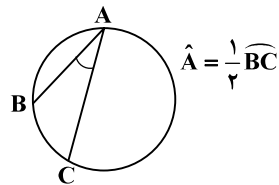
$$\frac{a}{\sin \hat{A}} = 2R \Rightarrow \frac{4\sqrt{3}}{\sin 60^\circ} = 2R \Rightarrow \frac{4\sqrt{3}}{\frac{\sqrt{3}}{2}} = 2R \Rightarrow 8 = 2R \Rightarrow R = 4$$

۳۰- پاسخ: گزینه ۲ ▲ مشخصات سؤال: متوسط \* هندسه ۲ (فصل ۱، درس ۱)

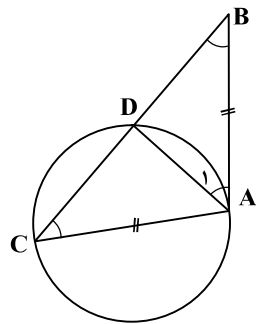
نکته: اندازه هر زاویه ظلی برابر است با نصف کمان روبه‌رو به آن زاویه.



نکته: اندازه هر زاویه محاطی برابر است با نصف اندازه کمان مقابل به آن زاویه.



با استفاده از نکات بالا داریم:



$$AB = AC \Rightarrow \hat{B} = \hat{C} \quad (*)$$

$$\begin{cases} \hat{A}_1 = \frac{\widehat{AD}}{2} \text{ زاویه ظلی} \\ \hat{C} = \frac{\widehat{AD}}{2} \text{ زاویه محاطی} \end{cases} \Rightarrow \hat{A}_1 = \hat{C} \quad (**)$$

اکنون از (\*) و (\*\*) نتیجه می‌گیریم:

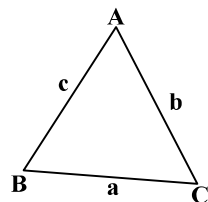
$$\hat{A}_1 = \hat{B} \Rightarrow DA = DB$$

پس مثلث ADB متساوی‌الساقین است.

۳۱- پاسخ: گزینه ۲ ▲ مشخصات سؤال: متوسط \* هندسه ۲ (فصل ۲، درس ۱) (فصل ۳، درس ۲)

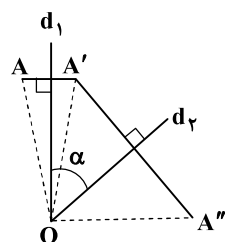
نکته (قضیه کسینوس‌ها): در هر مثلث، مربع اندازه هر ضلع برابر است با مجموع مربع‌های اندازه‌های دو ضلع دیگر، منهای دو برابر حاصل ضرب اندازه آن دو ضلع در کسینوس زاویه بین آن‌ها:

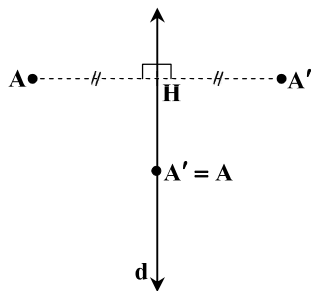
$$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cdot \cos \hat{A}, \quad b^2 = a^2 + c^2 - 2ac \cdot \cos \hat{B}, \quad c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cdot \cos \hat{C}$$



نکته: ترکیب دو بازتاب با محورهای متقاطع، یک دوران است به مرکز نقطه برخورد دو محور بازتاب متقاطع و زاویه دوران، دو برابر زاویه بین دو محور بازتاب متقاطع است.

در شکل مقابل،  $A''$  دوران یافته  $A$  به مرکز  $O$  و زاویه  $2\alpha$  است.





نکته: برای پیدا کردن بازتاب یک نقطه مثل A نسبت به خط d، کافی است از نقطه A به خط داده شده عمودی وارد کنیم و پای عمود را H بنامیم. حال AH را از سمت H به اندازه خودش امتداد می‌دهیم تا A' به دست آید. در این صورت A' را بازتاب یا قرینه A نسبت به خط d می‌نامیم و می‌نویسیم:

$$S(A) = A'$$

در چنین حالتی خط d عمود منصف پاره خط AA' خواهد بود.

خط d، خط بازتاب یا محور بازتاب نامیده می‌شود.

اگر نقطه‌ای روی خط بازتاب باشد، تصویر آن بر خودش منطبق می‌شود؛ به عبارتی A' همان A است.

مطابق شکل و با توجه به نکات، داریم:

$$AM = AN = AP = 2$$

همچنین نقطه P، دوران یافته نقطه M به مرکز A و زاویه ۱۲۰° است. (زیرا: A = ۶۰°)

اینک در مثلث APM، داریم:

$$MP^2 = AP^2 + AM^2 - 2AP \cdot AM \cdot \cos 120^\circ$$

$$\Rightarrow MP^2 = 4 + 4 - 2 \times 2 \times 2 \times \left(-\frac{1}{2}\right) = 8 + 4 = 12$$

$$\Rightarrow MP = \sqrt{12} = 2\sqrt{3}$$

۳۲- پاسخ: گزینه ۲ ▲ مشخصات سؤال: متوسط \* هندسه ۳ (فصل ۱، درس ۱)

نکته: ماتریس‌های تعویض پذیر: اگر A و B ماتریس‌های مربعی هم مرتبه باشند به طوری که  $A \times B = B \times A$ ، در این صورت ماتریس‌های A و B را ماتریس‌های تعویض پذیر می‌گویند.

نکته: ماتریس‌های همسانی با هر ماتریس مربعی هم مرتبه با آن تعویض پذیر است. ( $AI = IA = A$ )

نکته: اگر A و B دو ماتریس مربعی هم مرتبه و تعویض پذیر باشند، آنگاه اتحادها در مورد آن‌ها برقرار است. مانند:

$$(AB)^n = A^n \cdot B^n$$

$$(A \pm B)^2 = A^2 \pm 2AB + B^2$$

$$(A + B)(A - B) = A^2 - B^2$$

$$(A \pm B)^3 = A^3 \pm 3A^2B + 3AB^2 \pm B^3$$

با استفاده از نکات بالا داریم:

$$A^4 = 3A - 2I \Rightarrow (A^2)^2 = (3A - 2I)^2 \Rightarrow A^4 = 9A^2 - 12AI + 4I^2$$

$$\Rightarrow A^4 = 9A^2 - 12A + 4I = 9(3A - 2I) - 12A + 4I = 27A - 18I - 12A + 4I \Rightarrow A^4 = 15A - 14I$$

۳۳- پاسخ: گزینه ۱ ▲ مشخصات سؤال: متوسط \* هندسه ۳ (فصل ۱، درس ۲)

نکته: دترمینان ماتریس  $A = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}$  برابر است با:

$$|A| = ad - bc$$

نکته: اگر A ماتریسی ۲×۲ و m عدد حقیقی باشد، داریم:

$$|mA| = m^2 |A|$$

با استفاده از نکات بالا از طرفین تساوی داده شده، دترمینان می‌گیریم.

$$2A = \begin{bmatrix} |A| & 3 \\ -1 & |A| \end{bmatrix} \Rightarrow |2A| = \begin{vmatrix} |A| & 3 \\ -1 & |A| \end{vmatrix} \Rightarrow 4|A| = |A|^2 + 3 \Rightarrow |A|^2 - 4|A| + 3 = 0$$

$$\Rightarrow (|A| - 1)(|A| - 3) = 0 \xrightarrow{|A| > 1} |A| = 3$$

با جایگذاری این مقدار داریم:

$$2A = \begin{bmatrix} 3 & 3 \\ -1 & 3 \end{bmatrix} \Rightarrow A = \begin{bmatrix} \frac{3}{2} & \frac{3}{2} \\ -\frac{1}{2} & \frac{3}{2} \end{bmatrix} \Rightarrow A - I = \begin{bmatrix} \frac{3}{2} & \frac{3}{2} \\ -\frac{1}{2} & \frac{3}{2} \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{2} & \frac{3}{2} \\ -\frac{1}{2} & \frac{1}{2} \end{bmatrix} \Rightarrow |A - I| = \frac{1}{4} - \left(-\frac{3}{4}\right) = \frac{4}{4} = 1$$

▲ مشخصات سؤال: متوسط \* هندسه ۳ (فصل ۳، درس ۲)

۳۴- پاسخ: گزینه ۴

نکته: بردار تصویر قائم  $\vec{a}$  بر امتداد بردار  $\vec{b}$  به صورت زیر به دست می آید:

$$\vec{a}' = r\vec{b} = \frac{\vec{a} \cdot \vec{b}}{|\vec{b}|^2} \vec{b}$$

نکته: اگر  $\vec{a} = (a_1, a_2, a_3)$  و  $\vec{b} = (b_1, b_2, b_3)$  دو بردار در  $\mathbb{R}^3$  باشند، در این صورت ضرب داخلی  $\vec{a}$  و  $\vec{b}$  را که با نماد  $\vec{a} \cdot \vec{b}$  نمایش می دهیم به صورت زیر تعریف می کنیم:

$$\vec{a} \cdot \vec{b} = a_1 b_1 + a_2 b_2 + a_3 b_3$$

نکته: طول هر بردار مانند  $\vec{a} = (a_1, a_2, a_3)$  در  $\mathbb{R}^3$  از رابطه زیر به دست می آید.

$$|\vec{a}| = \sqrt{a_1^2 + a_2^2 + a_3^2}$$

نکته: بردار یکه در امتداد محور  $y$ ها، بردار  $\vec{j} = (0, 1, 0)$  است.

نکته: زاویه بین دو بردار: اگر بردارهای  $\vec{a} = (a_1, a_2, a_3)$  و  $\vec{b} = (b_1, b_2, b_3)$  مفروض باشند، زاویه بین آن ها  $\theta$  از رابطه زیر به دست می آید:

$$\vec{a} \cdot \vec{b} = |\vec{a}| |\vec{b}| \cos \theta \Rightarrow \cos \theta = \frac{\vec{a} \cdot \vec{b}}{|\vec{a}| |\vec{b}|}$$

ابتدا بردار  $\vec{a}'$  تصویر بردار  $\vec{a}$  بر امتداد بردار  $\vec{b}$  را حساب می کنیم:

$$\vec{a}' = \frac{\vec{a} \cdot \vec{b}}{|\vec{b}|^2} \vec{b} = \frac{(2, -4, 2) \cdot (1, 1, -2)}{(\sqrt{1+1+4})^2} (1, 1, -2) = \frac{2-4-4}{6} (1, 1, -2) = -\frac{6}{6} (1, 1, -2) \Rightarrow \vec{a}' = (-1, -1, 2)$$

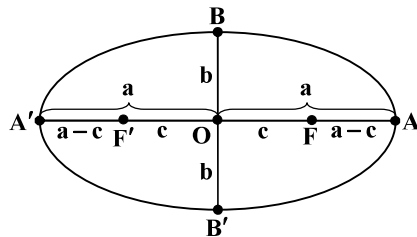
اگر  $\theta$  زاویه بین بردار  $\vec{a}$  و محور  $y$ ها باشد، خواهیم داشت:

$$\cos \theta = \frac{\vec{a}' \cdot \vec{j}}{|\vec{a}'| |\vec{j}|} = \frac{(-1, -1, 2) \cdot (0, 1, 0)}{\sqrt{1+1+4} \times \sqrt{0+1+0}} = \frac{-1}{\sqrt{6}} = -\frac{1}{\sqrt{6}}$$

▲ مشخصات سؤال: دشوار \* هندسه ۳ (فصل ۲، درس ۳)

۳۵- پاسخ: گزینه ۲

نکته: در بیضی شکل زیر داریم:



- ۱)  $AA' = 2a$  = طول قطر بزرگ
- ۲)  $BB' = 2b$  = طول قطر کوچک
- ۳)  $FF' = 2c$  = فاصله کانونی
- ۴)  $a^2 = b^2 + c^2$

نکته: در هر بیضی فاصله کانون تا نزدیک ترین رأس اصلی برابر  $a - c$  است.

نکته: خروج از مرکز هر بیضی با طول قطر بزرگ  $2a$  و اندازه فاصله کانونی  $2c$  برابر  $\frac{c}{a}$  است.

با توجه به نکات بالا داریم:

$$e = \frac{1}{3} \Rightarrow \frac{c}{a} = \frac{1}{3} \Rightarrow a = 3c \quad (1)$$

$$S_{ABF} = \frac{1}{2} OB \times AF = \frac{1}{2} b(a-c) = 4 \stackrel{(1)}{=} b(3c-c) = 8 \Rightarrow 2bc = 8$$

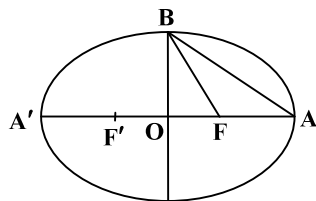
$$\Rightarrow b = \frac{4}{c} \quad (2)$$

$$a^2 = b^2 + c^2 \stackrel{(1)}{\stackrel{(2)}}{\Rightarrow} 9c^2 = \frac{16}{c^2} + c^2 \Rightarrow 8c^4 = \frac{16}{c^2} \Rightarrow 8c^6 = 16 \Rightarrow c^6 = 2$$

$$\xrightarrow{c > 0} c = \sqrt[6]{2}$$

بنابراین فاصله دو کانون برابر است با:

$$2c = 2\sqrt[6]{2} = \sqrt[3]{2^2}$$



۳۶- پاسخ: گزینه ۳ ▲ مشخصات سؤال: متوسط \* ریاضیات گسسته (فصل ۱، درس ۲)

نکته (قضیه تقسیم): اگر  $a$  عددی صحیح و  $b$  عددی طبیعی باشد در این صورت، اعدادی صحیح و منحصر به فرد مانند  $q$  و  $r$  یافت می‌شوند به قسمی که  $a = bq + r$  و  $0 \leq r < b$ .  
با توجه به رابطه تقسیم، داریم:

$$\begin{aligned} 500 &= b \times 14 + r, \quad 0 \leq r < b, \quad r = 500 - 14b \Rightarrow 0 \leq 500 - 14b < b \\ \begin{cases} 500 - 14b \geq 0 \Rightarrow b \leq \frac{500}{14} \\ 500 - 14b < b \Rightarrow b > \frac{500}{15} \end{cases} &\Rightarrow \frac{500}{15} < b \leq \frac{500}{14} \Rightarrow 33 \frac{1}{3} < b \leq 35 \frac{7}{7} \\ \Rightarrow b_{\min} = 34 &\Rightarrow \text{رقم یکان} = 4 \end{aligned}$$

۳۷- پاسخ: گزینه ۲ ▲ مشخصات سؤال: متوسط \* ریاضیات گسسته (فصل ۱، درس ۳)

نکته ۱: برای هر عدد طبیعی مانند  $m$  و هر دو عدد صحیح مانند  $a$  و  $b$ ، اگر  $m \mid a - b$ ، می‌گوییم « $a$  هم‌نهشت با  $b$  است به سنج یا پیمانه  $m$ »؛ و می‌نویسیم  $a \equiv b \pmod{m}$ .  
تعریف رابطه هم‌نهشتی به پیمانه  $m$ ، به زبان ریاضی عبارت است از:

$$\forall a, b \in \mathbb{Z}, a \equiv b \pmod{m} \Leftrightarrow m \mid a - b \quad (m \in \mathbb{N})$$

نکته ۲: می‌توان به دو طرف یا یک طرف یک رابطه هم‌نهشتی هر مضربی از پیمانه را اضافه یا از آن کم کرد.

$$a \equiv b \pmod{m} \Rightarrow \begin{cases} a + mt \equiv b + mk \\ a - mt \equiv b - mk \end{cases}$$

نکته ۳: اگر بخواهیم دو طرف یک رابطه هم‌نهشتی را بر عددی تقسیم کنیم، باید پیمانه آن هم‌نهشتی را بر  $m$  آن عدد و پیمانه تقسیم کنیم.

$$ac \equiv bc, (c, m) = d \Rightarrow a \equiv \frac{m}{d} b$$

با استفاده از نکات و تعریف هم‌نهشتی داریم:

$$\begin{aligned} 17a + 29b &= 11 \Rightarrow 29b - 11 = -17a \Rightarrow 17 \mid 29b - 11 \Rightarrow 29b \equiv 11 \pmod{17} \\ \Rightarrow 29b - 17 \times 2b &\equiv 11 + 2 \times 17 \Rightarrow -5b \equiv 45 \xrightarrow{+5} -b \equiv 9 \pmod{(5,17)=1} \\ \Rightarrow b &\equiv -9 \pmod{17} \Rightarrow b \equiv -9 + 17 \Rightarrow b \equiv 8 \pmod{17} \end{aligned}$$

۳۸- پاسخ: گزینه ۴ ▲ مشخصات سؤال: دشوار \* ریاضیات گسسته (فصل ۳، درس ۱)

نکته: تعداد جواب‌های صحیح و نامنفی معادله  $x_1 + x_2 + \dots + x_k = n$  برابر است با:  $\binom{n+k-1}{k-1}$

با در نظر گرفتن مقادیر ممکن برای متغیر  $x_4$  معادله را حل می‌کنیم.

$$\begin{aligned} x_4 = 0 &\Rightarrow x_1 + x_2 + x_3 = 34, \quad n = 34, \quad k = 3 \Rightarrow \text{تعداد جواب} = \binom{34+3-1}{3-1} = \binom{36}{2} = 630 \\ x_4 = 1 &\Rightarrow x_1 + x_2 + x_3 = 26, \quad n = 26, \quad k = 3 \Rightarrow \text{تعداد جواب} = \binom{26+3-1}{3-1} = \binom{28}{2} = 378 \\ x_4 = 2 &\Rightarrow x_1 + x_2 + x_3 = 18, \quad n = 18, \quad k = 3 \Rightarrow \text{تعداد جواب} = \binom{18+3-1}{3-1} = \binom{20}{2} = 190 \end{aligned}$$

بنابراین، تعداد کل جواب‌ها برابر است با:

$$630 + 378 + 190 = 1198$$

۳۹- پاسخ: گزینه ۲ ▲ مشخصات سؤال: متوسط \* ریاضیات گسسته (فصل ۳، درس ۲)

بدترین حالت آن است که ابتدا همه مهره‌های سبز خارج شوند، سپس از مهره‌های سفید و سیاه هر کدام ۲ مهره خارج شود. حال در هر شرایطی یک مهره دیگر خارج کنیم، مطمئناً یا مهره سفید ۳ تایی می‌شود یا مهره‌های سیاه ۳ تایی خواهد شد.

$$\begin{array}{c} \text{سیاه} \quad \text{سفید} \quad \text{سبز} \\ \uparrow \quad \uparrow \quad \uparrow \\ 2 + 2 + 1 = 5 \end{array}$$

۴۰- پاسخ: گزینه ۱ ▲ مشخصات سؤال: متوسط \* ریاضیات گسسته (فصل ۲، درس ۱)

نکته ۱ (مجموعه همسایه‌های یک رأس): فرض کنیم  $v \in V(G)$ ، به مجموعه رأس‌هایی از گراف  $G$  که به رأس  $v$  متصل هستند، «همسایگی باز رأس  $v$ » می‌گوییم و با  $N_G(v)$  نمایش می‌دهیم. اضافه کردن خود رأس  $v$  به  $N_G(v)$  «همسایگی بسته رأس  $v$ » را به دست می‌دهد که آن را با  $N_G[v]$  نمایش می‌دهیم. می‌توان این دو مجموعه را به صورت زیر نمایش داد:

$$N_G(v) = \{u \in V(G); uv \in E(G)\}$$

$$N_G[v] = N_G(v) \cup \{v\}$$

نکته ۲: در گراف  $k$ -منتظم مرتبه  $p$  با اندازه  $q$  داریم:  $kp = 2q$

نکته ۳: در هر گراف کامل  $P$  رأسی تعداد یال‌ها برابر است با:

$$q = \binom{P}{2} = \frac{P(P-1)}{2}$$

با توجه به نکات داریم:

$$2q = 4p \Rightarrow q = 2p$$

$$2p + 18 = \frac{p(p-1)}{2} \Rightarrow 4p + 36 = p^2 - p \Rightarrow p^2 - 5p - 36 = 0 \Rightarrow (p-9)(p+4) = 0 \Rightarrow \begin{cases} p = 9 \\ p = -4 \end{cases}$$

غرض  $p = 9$

در گراف کامل  $k$  درجه هر رأس  $8$  است، یعنی هر رأس به  $8$  رأس دیگر متصل است و در نتیجه مجموعه همسایگی بسته رأس  $a$  دارای  $9$  عضو است.

بنابراین گزینه ۱ پاسخ است.

## فیزیک



۴۱- پاسخ: گزینه ۱ ▲ مشخصات سؤال: ساده \* فیزیک ۱ (فصل ۱)

دقت در وسایل اندازه‌گیری رقمی، مرتبه اولین رقم سمت راست آن یعنی  $0.0001 \text{ kg}$  یا  $0.1 \text{ g}$  است.

۴۲- پاسخ: گزینه ۲ ▲ مشخصات سؤال: متوسط \* فیزیک ۳ (فصل ۶)

در راکتورهای هسته‌ای، برای کند کردن نوترون‌ها از موادی همچون آب معمولی، آب سنگین یا گرافیت استفاده می‌شود تا انرژی جنبشی نوترون‌ها کاهش یافته و احتمال جذب آن‌ها توسط هسته اورانیم  $^{235}\text{U}$  بیشتر شده و واکنش زنجیره‌ای شکافت ادامه یابد.

۴۳- پاسخ: گزینه ۲ ▲ مشخصات سؤال: متوسط \* فیزیک ۲ (فصل ۳)

با استفاده از قاعده دست راست می‌توان نتیجه گرفت که جهت  $\vec{F}$  در موارد «الف» و «ت» درست بیان شده و بنابراین فقط دو مورد درست است.

۴۴- پاسخ: گزینه ۲ ▲ مشخصات سؤال: متوسط \* فیزیک ۱ (فصل ۵)

در یک انبساط بی‌دررو، گاز آرمانی با محیط گرما مبادله نمی‌کند، ولی کار محیط روی آن منفی است:

$$\Delta U = W + Q \xrightarrow[\text{انبساط}]{W < 0} \Delta U < 0$$

بنابراین انرژی درونی گاز و در نتیجه دمای آن کاهش می‌یابد.

۴۵- پاسخ: گزینه ۴ ▲ مشخصات سؤال: دشوار \* فیزیک ۳ (فصل ۱)

با استفاده از معادلات حرکت با سرعت ثابت و شتاب ثابت و یکسان قرار دادن این دو معادله حرکت برای مشخص کردن لحظه(های) به هم رسیدن دو متحرک داریم:

$$x_A = \frac{1}{2} \times 2t^2 + 5 = t^2 + 5$$

$$x_B = 14(t - 2/5) = 14t - 35$$

$$x_A = x_B \Rightarrow t^2 + 5 = 14t - 35 \Rightarrow t^2 - 14t + 40 = 0 \Rightarrow (t-10)(t-4) = 0 \Rightarrow \begin{cases} t = 10 \text{ s} \\ t = 4 \text{ s} \end{cases}$$

$$\begin{cases} x_4 = 21 \text{ m} \\ x_{10} = 105 \text{ m} \end{cases}$$

$$x_{10} - x_4 = 105 - 21 = 84 \text{ m}$$

در این صورت مکان‌های دو متحرک برابر است با:

فاصله خواسته شده به صورت زیر قابل محاسبه است:

۴۶- پاسخ: گزینه ۱ ▲ مشخصات سؤال: متوسط \* فیزیک ۳ (فصل ۱)

سرعت اولیه متحرک مشخص نیست، از طرفی مساحت سطح زیر نمودار شتاب-زمان با تغییرات سرعت برابر است. در این صورت می‌توان در لحظه‌های  $t_1 = 2s$  و  $t_2 = 6s$  سرعت متحرک را برحسب سرعت اولیه مشخص کرد.

$$\Delta v_1 = S_1 = 3 \times 2 = 6 \Rightarrow v_2 - v_0 = 6 \Rightarrow v_2 = v_0 + 6$$

$$\Delta v_2 = S_2 = -4 \times 2 = -8 \Rightarrow v_6 - v_2 = -8 \Rightarrow v_6 - (v_0 + 6) = -8$$

$$\Rightarrow v_6 = v_0 - 2$$

با توجه به مشخص بودن سرعت متوسط در بازه  $t_1 = 2s$  تا  $t_2 = 6s$  می‌توان نوشت:

$$v_{av} = \frac{v_2 + v_6}{2} \Rightarrow -\frac{5}{3} = \frac{v_0 + 6 + v_0 - 2}{2} \Rightarrow v_0 = -\frac{11}{3} \frac{m}{s}$$

۴۷- پاسخ: گزینه ۳ ▲ مشخصات سؤال: متوسط \* فیزیک ۳ (فصل ۱)

اگر مدت سقوط سنگ دوم (سنگی که از نقطه B رها می‌شود) برابر t باشد، مدت سقوط سنگ دیگر  $(t + 1/6)$  است.

$$\Delta y = \frac{1}{2}gt^2 \Rightarrow \begin{cases} (1 + \frac{9}{16}) = \frac{1}{2}g(t + 1/6)^2 \\ \frac{9}{16} = \frac{1}{2}gt^2 \end{cases} \Rightarrow \frac{9}{16} = (\frac{t}{t + 1/6})^2 \Rightarrow \frac{9}{25} = (\frac{t}{t + 1/6})^2 \Rightarrow \frac{t}{t + 1/6} = \frac{3}{5}$$

$$\Rightarrow \Delta t = 3t + 4/8 \Rightarrow t = \frac{4/8}{2} = 2/4 s$$

$$v = gt = 10 \times 2/4 \Rightarrow v = 24 \frac{m}{s}$$

۴۸- پاسخ: گزینه ۲ ▲ مشخصات سؤال: متوسط \* فیزیک ۳ (فصل ۱)

شیب خط نمودار سرعت-زمان در ۵ ثانیه اول حرکت ثابت است. در این صورت اگر سرعت در لحظه شروع حرکت را ۳۷ فرض کنیم، سرعت در لحظه  $t = 5s$  برابر ۲۷- است.

با استفاده از سطح زیر نمودار در مدتی که سرعت متحرک منفی است می‌توان نوشت:

$$\ell = S_{\text{هاشورزده}} = \frac{27(t-3)}{2} \Rightarrow s_{av} = \frac{\ell}{\Delta t} = \frac{27(t-3)}{2(t-3)} = v$$

در ۵ ثانیه ابتدایی حرکت، شتاب منفی است. در این صورت داریم:

$$s'_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t} \Rightarrow \frac{S_1 + S_2}{\Delta t} = \frac{\frac{9}{2}v + 27}{5} = \frac{6/5v}{5} = 1/3 v$$

نسبت خواسته شده برابر است با:

$$S_1 = \frac{37 \times 3}{2} = \frac{9v}{2}$$

$$S_2 = \frac{2 \times 27}{2} = 27$$

$$\frac{s'_{av}}{s_{av}} = \frac{1/3 v}{v} = 1/3$$

۴۹- پاسخ: گزینه ۲ ▲ مشخصات سؤال: متوسط \* فیزیک ۳ (فصل ۲)

در حالت (۱) چون جسم در تعادل است، نیروی خالص وارد بر آن صفر است، پس داریم:

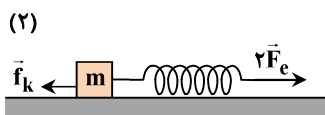
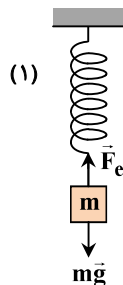
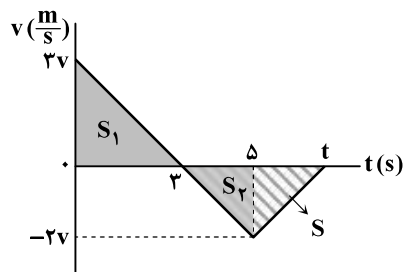
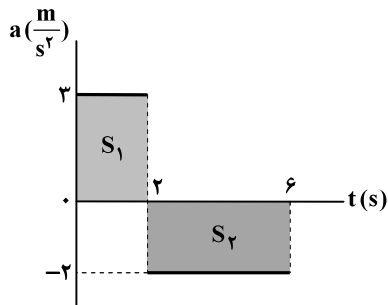
$$F_e = mg$$

در حالت (۲) با حرکت جسم روی سطح افقی و استفاده از قانون دوم نیوتون داریم:

$$F_{net} = ma \Rightarrow 2F_e - f_k = ma \Rightarrow 2mg - f_k = 12m \Rightarrow f_k = 8m$$

در حالت نهایی خواهیم داشت:

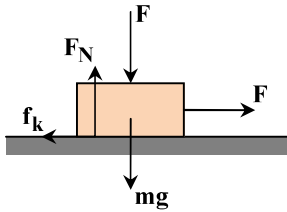
$$2F_e - f_k = ma' \Rightarrow 2mg - 8m = ma' \Rightarrow a' = 22 \frac{m}{s^2}$$



▲ مشخصات سؤال: متوسط \* فیزیک ۳ (فصل ۲)

۵۰- پاسخ: گزینه ۳

چون جسم در راستای قائم حرکت نمی‌کند، برآیند نیروهای وارد بر جسم در این راستا صفر است. در حالت اول که جسم تندشونده به سمت راست حرکت می‌کند، داریم:



$$F_{net,y} = 0 \Rightarrow F_N - F - mg = 0 \Rightarrow F_N = F + mg = F + 50$$

$$f_k = \mu_k F_N = 0.5(F + 50) = 0.5F + 25$$

$$F - f_{k1} = ma_1 \Rightarrow F - (0.5F + 25) = 5 \times 2 \Rightarrow 0.5F = 35 \Rightarrow F = 70 \text{ N}$$

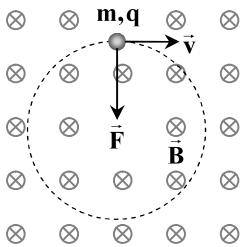
فرض کنید در حالت دوم نیروهای افقی و قائم  $F'$  جای نیروی  $F$  را می‌گیرند. در این حالت، داریم:

$$f'_k = 0.5F' + 25$$

$$F' - f'_k = ma' \Rightarrow F' - (0.5F' + 25) = 5 \times (-2) \Rightarrow 0.5F' = 15 \Rightarrow F' = 30 \text{ N} \Rightarrow F' - F = 30 - 70 = -40 \text{ N}$$

▲ مشخصات سؤال: دشوار \* فیزیک ۲ (فصل ۳) و فیزیک ۳ (فصل ۲)

۵۱- پاسخ: گزینه ۲



در حرکت دایره‌ای یکنواخت، نیروی خالص وارد بر جسم در راستای شعاع و به سمت مرکز دوران است که به آن نیروی مرکزگرا می‌گویند.

$$F = |q|vB \sin 90^\circ = \frac{mv^2}{r} \Rightarrow r = \frac{mv}{|q|B}$$

با توجه به جهت میدان مغناطیسی، جهت حرکت بار و جهت نیروی مغناطیسی وارد بر آن، مطابق با قاعده دست راست مشخص می‌شود که باید بار گلوله منفی باشد.

▲ مشخصات سؤال: متوسط \* فیزیک ۳ (فصل ۲)

۵۲- پاسخ: گزینه ۴

با توجه به تشابه مثلث‌های رنگی در شکل روبه‌رو، لحظه  $t_1$  را به دست می‌آوریم:

$$\frac{6}{3} = \frac{t_1 - 1}{1} \Rightarrow t_1 - 1 = 2 \Rightarrow t_1 = 3 \text{ s}$$

در بازه زمانی (۳s, ۶s) هم دو مثلث متشابه دیده می‌شود که با نوشتن نسبت تشابه، تکانه جسم در لحظه  $t = 5 \text{ s}$  به دست می‌آید:

$$\frac{p_1}{p_2} = \frac{6 - t_1}{6 - t_2} \Rightarrow \frac{6}{p_2} = \frac{6 - 3}{6 - 5} \Rightarrow p_2 = 2 \frac{\text{kg} \cdot \text{m}}{\text{s}}$$

$$F_{av} = \frac{\Delta p}{\Delta t} \Rightarrow ma_{av} = \frac{p_2 - p_0}{t_2 - t_0}$$

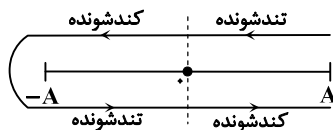
$$\Rightarrow 0.2a_{av} = \frac{2 - (-3)}{5 - 0} \Rightarrow a_{av} = 5 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

▲ مشخصات سؤال: ساده \* فیزیک ۳ (فصل ۳)

۵۳- پاسخ: گزینه ۳

در ابتدا دوره تناوب نوسانگر را از معادله مکان-زمان داده شده به دست می‌آوریم:

$$\omega = \frac{\pi}{4} \Rightarrow \frac{2\pi}{T} = \frac{\pi}{4} \Rightarrow T = 8 \text{ s}$$



در یک دوره تناوب، حرکت یک نوسانگر هماهنگ ساده به مدت  $\frac{T}{2}$  به صورت تندشونده و

به مدت  $\frac{T}{2}$  به صورت کندشونده است، بنابراین:

$$\Delta t_{\text{تندشونده}} = \frac{T}{2} = \frac{8}{2} = 4 \text{ s}$$

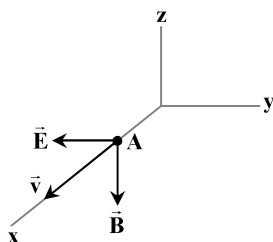
▲ مشخصات سؤال: ساده \* فیزیک ۳ (فصل ۳)

۵۴- پاسخ: گزینه ۳

■ در وسط فاصله بین یک جمع‌شدگی بیشینه و یک بازشدگی بیشینه مجاور هم، اندازه جابه‌جایی هر جزء فنر از وضعیت تعادل، بیشینه است.

■ فاصله میان مرکز یک جمع‌شدگی و مرکز یک بازشدگی متوالی برابر نصف طول موج است.

۵۵- پاسخ: گزینه ۲ ▲ مشخصات سؤال: متوسط \* فیزیک ۳ (فصل ۳)

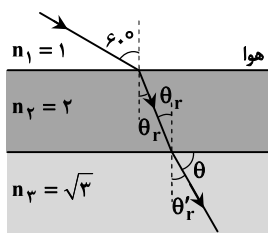


مدت زمان لازم برای آنکه موج به اندازه  $\frac{\lambda}{4}$  جلو رود،  $\Delta t = \frac{T}{4}$  است. پس از گذشت نیم دوره، جهت میدان مغناطیسی در خلاف جهت محور Z و پیشینه خواهد بود. در این صورت با توجه به قانون دست راست، جهت میدان الکتریکی در خلاف جهت محور Y به دست می آید. از آنجا که بسامد میدان الکتریکی و مغناطیسی برابر بوده و هم گام هستند، مقدار آن نیز پیشینه خواهد بود.

۵۶- پاسخ: گزینه ۱ ▲ مشخصات سؤال: ساده \* فیزیک ۳ (فصل ۴)

وقتی موج دو منبع هم بسامد و هم دامنه بر سطح آب یک تشت منتشر می شوند، در نقاطی که دو موج به صورت هم فاز به هم می رسند، برهم نهی آنها سازنده انجام می شود و در این نقاط، سطح آب با دامنه پیشینه نوسان می کند.

۵۷- پاسخ: گزینه ۲ ▲ مشخصات سؤال: متوسط \* فیزیک ۳ (فصل ۴)



$$\left. \begin{aligned} \sin 60^\circ \times n_1 &= \sin \theta_r \times n_2 \\ \sin \theta_r \times n_2 &= \sin \theta_r' \times n_3 \end{aligned} \right\} \Rightarrow \sin 60^\circ \times n_1 = \sin \theta_r' \times n_3$$

$$\Rightarrow \frac{\sqrt{3}}{2} \times 1 = \sin \theta_r' \times \sqrt{3} \Rightarrow \sin \theta_r' = \frac{1}{2} \Rightarrow \theta_r' = 30^\circ$$

$$\Rightarrow \theta = 90^\circ - 30^\circ = 60^\circ$$

۵۸- پاسخ: گزینه ۴ ▲ مشخصات سؤال: متوسط \* فیزیک ۳ (فصل ۴)

$$f_n = \frac{nv}{\lambda L} \Rightarrow 300 = \frac{3 \times v}{2 \times 0.18} \Rightarrow v = 160 \frac{m}{s}$$

$$v = \sqrt{\frac{FL}{m}} \Rightarrow 160 = \sqrt{\frac{64 \times 0.18}{m}} \Rightarrow m = \frac{64 \times 0.18}{16 \times 16 \times 10^2} = 2 \times 10^{-3} \text{ kg} = 2 \text{ g}$$

۵۹- پاسخ: گزینه ۲ ▲ مشخصات سؤال: متوسط \* فیزیک ۳ (فصل ۵)

موارد «ب» و «ت» درست است.

بررسی موارد نادرست:

مورد «الف»: بسیاری از خطهای تاریک در طیف خورشید، ناشی از جذب طول موجهای مربوط به این خطها توسط گازهای جو خورشید است. خطهای دیگر به سبب جذب نور در گازهای جو زمین پدید می آیند.

مورد «پ»: طبق مدل بور، در حرکت الکترون در یک مدار معین، الکترون تابش موج الکترومغناطیسی ندارد و تنها با گذار به یک مدار پایین تر تابش خواهد داشت.

۶۰- پاسخ: گزینه ۳ ▲ مشخصات سؤال: دشوار \* فیزیک ۳ (فصل ۵)

$$E_n - E_1 = \frac{hc}{\lambda} \Rightarrow \frac{-E_R}{n^2} - (-E_R) = \frac{hc}{\lambda}$$

$$\Rightarrow E_R \left(1 - \frac{1}{n^2}\right) = \frac{hc}{\lambda} \Rightarrow \frac{1}{n^2} = 1 - \frac{hc}{\lambda E_R} \Rightarrow \frac{1}{n^2} = 1 - \frac{1224}{96 \times 13 / 6} \xrightarrow{1224 + 13/6 = 90} \frac{1}{n^2} = 1 - \frac{90}{96} = \frac{1}{16} \Rightarrow n = 4$$

وقتی اتمهای هیدروژن در حالت  $n = 4$  باشند،  $N = \frac{n(n-1)}{2} = \frac{4 \times 3}{2} = 6$  طول موج مختلف ممکن است گسیل شود.

۶۱- پاسخ: گزینه ۳ ▲ مشخصات سؤال: متوسط \* فیزیک ۳ (فصل ۶)

$$A_1 X \rightarrow A_2 Y + m \alpha + \beta$$

در ابتدا واکنش پرتوزایی هسته را با توجه به داده های سؤال، می نویسیم:

سپس قانون بقای بار و جرم را برای واکنش بالا نوشته و در ادامه روابط به دست آمده را از هم کم می کنیم:

$$\left. \begin{aligned} A_1 &= A_2 + 4m \\ Z_1 &= Z_2 + 2m - 1 \end{aligned} \right\} \Rightarrow A_1 - Z_1 = A_2 - Z_2 + 2m + 1 \xrightarrow{(N=A-Z)} N_1 = N_2 + 2m + 1$$

$$\Rightarrow N_1 - N_2 = 2m + 1 \Rightarrow 7 = 2m + 1 \Rightarrow m = 3$$

▲ مشخصات سؤال: متوسط \* فیزیک ۲ (فصل ۱) \* فیزیک ۳ (فصل ۲)

۶۲- پاسخ: گزینه ۱

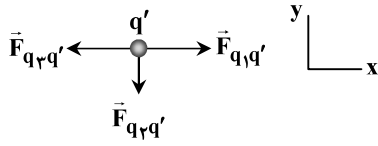
$$\vec{F}_g = m\vec{g} = -\frac{1}{10}\vec{j} = m(-10)\vec{j} \Rightarrow m = \frac{1}{1000} \text{ kg}$$

$$F_E = E \cdot |q| = \left(\frac{V}{d}\right)|q| = 2 \Rightarrow 2 = \left(\frac{20}{0.1}\right)|q| \Rightarrow |q| = 10^{-3} \text{ C}$$

چون  $V_{AB} < 0$  است، پس صفحه A منفی و B مثبت است. نیروی وارد بر ذره q در جهت +x است، پس بار ذره منفی بوده است.

▲ مشخصات سؤال: متوسط \* فیزیک ۲ (فصل ۱)

۶۳- پاسخ: گزینه ۱



$$F_{q_1q'} = F_{q_2q'} = F_{q_3q'} = \frac{kq_1q'}{R^2} = \frac{9 \times 10^9 \times 5 \times 10^{-6} \times 2 \times 10^{-6}}{9 \times 10^{-2}} = 1 \text{ N}$$

$$\begin{cases} F_{q_1q'} = F_{q_2q'} \Rightarrow F_{net,x} = 0 \\ F_{net,y} = F_{q_3q'} = 1 \text{ N} \end{cases} \Rightarrow F_{net} = 1 \text{ N}$$

▲ مشخصات سؤال: دشوار \* فیزیک ۲ (فصل ۱)

۶۴- پاسخ: گزینه ۱

$$\begin{cases} Q_2 = C_2 V \\ Q_1 = C_1 V \end{cases} \Rightarrow Q_2 - Q_1 = (C_2 - C_1) \times V \Rightarrow 1/0.8 \times 10^{-9} = (C_2 - C_1) \times 5 \Rightarrow C_2 - C_1 = 2/16 \times 10^{-10} \text{ F}$$

$$\begin{cases} C_2 = \kappa \epsilon_0 \frac{A}{d_2} \\ C_1 = \kappa \epsilon_0 \frac{A}{d_1} \end{cases} \Rightarrow C_2 - C_1 = \kappa \epsilon_0 A \left( \frac{1}{d_2} - \frac{1}{d_1} \right) \Rightarrow 2/16 \times 10^{-10} = 3 \times 9 \times 10^{-12} \times A \left( \frac{1}{10^{-2}} - \frac{1}{5 \times 10^{-3}} \right)$$

$$\Rightarrow 2/16 \times 10^{-10} = 27 \times 10^{-12} \times A \times \frac{1}{5} \times 10^3 \Rightarrow A = \frac{2/16 \times 5 \times 10^{-10}}{4 \times 27 \times 10^{-9}} = 10^{-2} \text{ m}^2$$

▲ مشخصات سؤال: متوسط \* فیزیک ۲ (فصل ۲)

۶۵- پاسخ: گزینه ۳

$$\begin{cases} R = R_0(1 + \alpha \Delta\theta) \Rightarrow \Delta R = R_0 \alpha \Delta\theta \\ R_0 = \rho_0 \frac{L}{A} \end{cases} \Rightarrow \Delta R = \rho_0 \frac{L}{A} \alpha \Delta\theta = \rho_0 \frac{L}{\pi r^2} \alpha (\theta_2 - \theta_1)$$

$$\Rightarrow 10^{-2} = \rho_0 \times \frac{0.4}{3 \times 2^2 \times 10^{-6}} \times (\Delta \times 10^{-3}) \times 100 \Rightarrow \rho_0 = 6 \times 10^{-8} \Omega \cdot \text{m}$$

▲ مشخصات سؤال: دشوار \* فیزیک ۲ (فصل ۲)

۶۶- پاسخ: گزینه ۳

همان طور که در نمودار دیده می شود وقتی  $R_3$  برابر  $150 \Omega$  باشد،  $V$  برابر  $30$  ولت می شود.

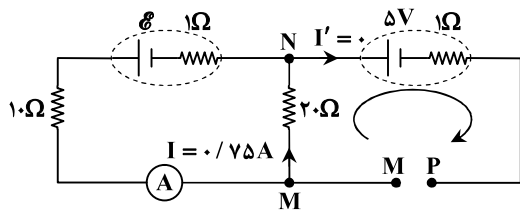
$$V = R_3 I \Rightarrow 30 = R_3 I = 150 I \Rightarrow I = 0.2 \text{ A}$$

همچنین هنگامی که  $R_3$  به سمت بی نهایت میل می کند، جریان مدار صفر و عدد ولت سنج برابر  $V = V_{AB} = 60 \text{ V}$  است؛ بنابراین می توان نوشت:

$$V_{AB} = 60 = R_{1,2} I + 30 \Rightarrow 30 = R_{1,2} I \Rightarrow 30 = R_{1,2} (0.2) \Rightarrow R_{1,2} = 150 \Omega \Rightarrow \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} = \frac{1}{R_{1,2}} \Rightarrow R_2 = 300 \Omega$$

▲ مشخصات سؤال: متوسط \* فیزیک ۲ (فصل ۲)

۶۷- پاسخ: گزینه ۲



مقاومت درونی یک ولت سنج آرمانی بسیار زیاد است و از آن جریانی نمی گذرد. در مقابل، مقاومت درونی یک آمپرسنج، بسیار کم و در حالت ایده آل صفر است.

پس مسیر عبور جریان تنها شامل حلقه سمت چپ است و جریان  $0.75 \text{ A}$  از مقاومت  $20 \Omega$  عبور می کند.

$$V_M - 20 \times 0.75 - 5 - 1 \times 0 = V_P \Rightarrow V_M - V_P = 20 \text{ V}$$

ولت سنج آرمانی اختلاف پتانسیل نقاط M و P را نشان می دهد.

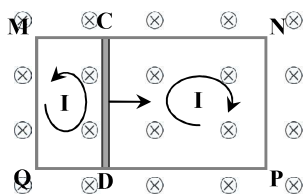
▲ مشخصات سؤال: متوسط \* فیزیک ۲ (فصل ۲)

۶۸- پاسخ: گزینه ۲

$$N = \frac{L}{2\pi R} = \frac{6}{2\pi \times 0.1} = \frac{30}{\pi} \text{ دور}$$

$$B = \frac{\mu_0 N I}{2R} = \frac{4\pi \times 10^{-7} \times \frac{30}{\pi} \times 2}{2 \times 0.1} = 1/2 \times 10^{-4} \text{ T} = 1/2 \text{ G}$$

۶۹- پاسخ: گزینه ۲ ▲ مشخصات سؤال: متوسط \* فیزیک ۲ (فصل ۴)



با حرکت میله به سمت راست، مساحت حلقه MCDQ افزایش و در نتیجه شار مغناطیسی گذرنده از آن افزایش یافته و مساحت حلقه CNPD و شار گذرنده از آن کاهش می‌یابد؛ بنابراین طبق قانون لنز برای مخالفت با این تغییر شار، در حلقه MCDQ جریان پادساعت‌گرد و در حلقه CNPD جریان ساعت‌گرد القا می‌شود.

۷۰- پاسخ: گزینه ۲ ▲ مشخصات سؤال: متوسط \* فیزیک ۲ (فصل ۴)

ابتدا با توجه به رابطه محاسبه ضریب القاوری بر اساس مشخصات ساختمانی، رابطه بین ضریب القاوری دو سیملوله را مشخص می‌کنیم:

$$L = \mu_0 \frac{N^2 A}{\ell} \Rightarrow \frac{L_2}{L_1} = \left(\frac{N_2}{N_1}\right)^2 \times \left(\frac{\ell_1}{\ell_2}\right) \times \frac{A_2}{A_1} = \left(\frac{200}{100}\right)^2 \times \left(\frac{40}{80}\right) \times 1 = 4 \times \frac{1}{2} = 2$$

$$U = \frac{1}{2} LI^2 \Rightarrow \frac{U_2}{U_1} = \frac{L_2}{L_1} \times \left(\frac{I_2}{I_1}\right)^2 = 2 \times 1 = 2$$

اکنون برای مقایسه انرژی ذخیره شده در دو سیملوله داریم:

۷۱- پاسخ: گزینه ۱ ▲ مشخصات سؤال: متوسط \* فیزیک ۱ (فصل ۳)

$$\left. \begin{aligned} W_t &= \Delta K = 0 \\ W_t &= W_{\text{موتور}} + W_{\text{mg}} \end{aligned} \right\} \Rightarrow W_{\text{موتور}} = -W_{\text{mg}} = mg\Delta h$$

قضیه کار و انرژی جنبشی:

به بیان دیگر می‌توان گفت کاری که موتور انجام می‌دهد، صرف افزایش انرژی پتانسیل گرانشی می‌شود؛ یعنی:

$$W_{\text{موتور}} = \Delta U = mg\Delta h \Rightarrow W_{\text{موتور}} = P_{\text{av}} \cdot \Delta t = 0.6 \times 3 \times 10^3 \times \Delta t = mg(v \cdot \Delta t)$$

$$\Rightarrow 1/8 \times 10^3 = 20 \cdot m \Rightarrow m = \frac{1800}{20} = 90 \text{ kg}$$

۷۲- پاسخ: گزینه ۳ ▲ مشخصات سؤال: متوسط \* فیزیک ۱ (فصل ۲)

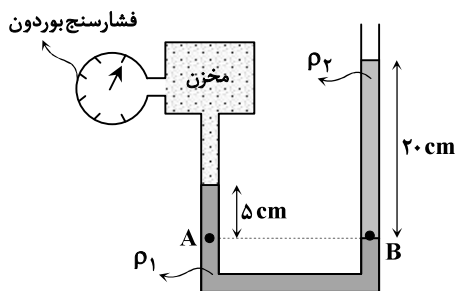
فشار در دو نقطه هم‌تراز A و B یکسان است.

$$P_A = P_B \Rightarrow P_{\text{مخزن}} + \rho_1 g h_1 = P_0 + \rho_2 g h_2$$

از طرفی می‌دانیم که فشارسنج بوردون فشار پیمانه‌ای را نشان می‌دهد پس  $P_{\text{مخزن}} - P_0 = 800$  است:

$$800 + \rho_1 \times 10 \times 0.5 = 1000 \times 10 \times 0.2$$

$$\Rightarrow 0.5 \rho_1 = 1200 \Rightarrow \rho_1 = 2400 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$$



۷۳- پاسخ: گزینه ۳ ▲ مشخصات سؤال: متوسط \* فیزیک ۱ (فصل ۴)

طبق قانون گازهای کامل  $\frac{P_2 V_2}{T_2} = \frac{P_1 V_1}{T_1}$  است. از طرفی اصطکاک بین پیستون و دیواره‌ها ناچیز و در نتیجه فشار گاز ثابت است (برابر با فشار هوای محیط و فشار حاصل از پیستون است)؛ پس می‌توان نوشت:

$$\frac{V_2}{T_2} = \frac{V_1}{T_1} \Rightarrow \frac{(L+10)A}{360} = \frac{L \times A}{300} \Rightarrow \frac{L+10}{6} = \frac{L}{5} \Rightarrow 5L + 50 = 6L \Rightarrow L = 50 \text{ cm}$$

۷۴- پاسخ: گزینه ۱ ▲ مشخصات سؤال: متوسط \* فیزیک ۱ (فصل ۴)

$$2 \text{ kg آب } 30^\circ\text{C} \rightarrow 2 \text{ kg آب } 40^\circ\text{C}: Q_1 = m_1 c \Delta\theta_1 = 2 \times 4200 \times (40 - 30) = 84000 \text{ J}$$

$$3 \text{ kg آب } 50^\circ\text{C} \rightarrow 2 \text{ kg آب } 40^\circ\text{C}: Q_2 = m_2 c \Delta\theta_2 = 3 \times 4200 \times (40 - 50) = -126000 \text{ J}$$

مقدار گرمایی که آب  $50^\circ\text{C}$  از دست داده بیشتر از مقدار گرمایی است که آب  $30^\circ\text{C}$  گرفته است؛ در نتیجه داریم:

$$\text{گرمای داده شده به محیط} = |Q_2| - Q_1 = 126000 - 84000 = 42000 \text{ J} = 42 \text{ kJ}$$

۷۵- پاسخ: گزینه ۲ ▲ مشخصات سؤال: دشوار \* فیزیک ۱ (فصل ۵)

$$\text{شکل} \quad P_A V_A = P_C V_C \Rightarrow T_A = T_C \Rightarrow \Delta U = 0 \Rightarrow Q_{\text{کل}} + W_{\text{کل}} = 0 \Rightarrow Q_{\text{کل}} = -W_{\text{کل}}$$

$$W_{\text{کل}} = W_{AB} + W_{BC} = (-P\Delta V)_{AB} + 0 = -4 \times 10^5 \times 3 \times 10^{-3} = -1200 \text{ J} \Rightarrow Q_{\text{کل}} = -W_{\text{کل}} = -(-1200) = +1200 \text{ J}$$

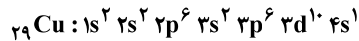
شیمی



۷۶- پاسخ: گزینه ۱

▲ مشخصات سؤال: متوسط \* شیمی ۱ (فصل ۱)

عبارت «اول»: نادرست؛ در اتم  ${}^{32}\text{Ge}$  چهار زیرلایه از نوع s داریم که همگی آن‌ها پر هستند و مجموعاً هشت الکترون در آن‌ها وجود دارد. عبارت «دوم»: نادرست؛ نخستین عنصری که لایه سوم آن با هجده الکترون کاملاً پر است، اتم  ${}^{29}\text{Cu}$  می‌باشد:



عبارت «سوم»: نادرست؛ در لایه چهارم، زیرلایه‌ای که بیشترین انرژی را دارد، 4f است که دارای 3 است و حداکثر گنجایش ۱۴ الکترون را دارد.

عبارت «چهارم»: نادرست؛ در اتم  ${}^{24}\text{Cr}$  بیرونی‌ترین الکترون آن مربوط به زیرلایه 4s است که  $n+l$  آن برابر ۴ است.

▲ مشخصات سؤال: متوسط \* شیمی ۱ (فصل ۲)

۷۷- پاسخ: گزینه ۲

گزینه ۱: نام نادرست است ولی ساختار درست می‌باشد ← نام درست فلئورومتان یا متیل فلئورید  
گزینه ۳: نام و ساختار هر دو درست هستند.

گزینه ۴: نام و ساختار هر دو نادرست هستند:

نام درست: کربن مونواکسید

ساختار درست:  $\text{C} \equiv \text{O}$ :

گزینه ۲: ساختار درست به صورت  $\ddot{\text{O}}=\ddot{\text{O}}-\ddot{\text{O}}$  می‌باشد.

▲ مشخصات سؤال: متوسط \* شیمی ۱ (فصل ۲)

۷۸- پاسخ: گزینه ۳

گزینه ۳ درست است.

پرتوهای «B» و «C» در گستره مرئی امواج الکترومغناطیسی قرار ندارند و از نوع فرسرخ هستند. بررسی گزینه‌های نادرست:

گزینه ۱: بخش کوچکی از پرتوهای خورشیدی به وسیله هواکره جذب می‌شود.

گزینه ۲: اگر اثر گلخانه‌ای نبود، میانگین دمای کره زمین به  $-18^\circ\text{C}$  کاهش می‌یافت.

گزینه ۴: بخش عمده‌ای از پرتوهای «A» (پرتوهای خورشیدی) به وسیله زمین جذب می‌شود.

▲ مشخصات سؤال: متوسط \* شیمی ۱ (فصل ۲)

۷۹- پاسخ: گزینه ۲

$$\text{g NaHCO}_3 = 60 \cdot \text{L N}_2 \times \frac{0.9 \text{ g N}_2}{1 \text{ L}} \times \frac{1 \text{ mol N}_2}{28 \text{ g N}_2} \times \frac{2 \text{ mol Na}}{3 \text{ mol N}_2} \times \frac{3 \text{ mol Na}_2\text{O}}{6 \text{ mol Na}} \times \frac{2 \text{ mol NaHCO}_3}{1 \text{ mol Na}_2\text{O}} \times \frac{84 \text{ g NaHCO}_3}{1 \text{ mol}} = 10.8 \text{ g}$$

▲ مشخصات سؤال: دشوار \* شیمی ۱ (فصل ۳)

۸۰- پاسخ: گزینه ۳

فرض می‌کنیم ۱ لیتر (۱۰۰۰ میلی لیتر) از این محلول داریم، بنابراین:

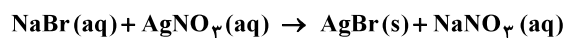
$$1000 \text{ mL محلول} \times \frac{1/2 \text{ g محلول}}{1 \text{ mL محلول}} = 1200 \text{ g}$$

$$\text{جرم یون سدیم} = 2 \text{ mol Na}_3\text{PO}_4 \times \frac{2 \text{ mol Na}^+}{1 \text{ mol Na}_3\text{PO}_4} \times \frac{23 \text{ g Na}^+}{1 \text{ mol Na}^+} = 207 \text{ g}$$

$$\text{ppm}(\text{Na}^+) = \frac{\text{جرم یون سدیم}}{\text{جرم محلول}} \times 10^6 = \frac{207}{1200} \times 10^6 = 172500$$

▲ مشخصات سؤال: متوسط \* شیمی ۱ (فصل ۳)

۸۱- پاسخ: گزینه ۱



$$\frac{M_1 V_1}{\text{ضریب}} = \frac{M_2 V_2}{\text{ضریب}} \Rightarrow 0.5 \times V_1 = 150 \times 0.4 \Rightarrow V_1 = 120 \text{ mL}$$

نقره نیترات  $n = MV = 0.4 \times 0.150 = 0.06 \text{ mol}$

$$? \text{ g AgBr} = 0.06 \text{ mol AgNO}_3 \times \frac{1 \text{ mol AgBr}}{1 \text{ mol AgNO}_3} \times \frac{188 \text{ g AgBr}}{1 \text{ mol AgBr}} = 11.28 \text{ g}$$

۸۲- پاسخ: گزینه ۱ ▲ مشخصات سؤال: دشوار \* شیمی ۱ (فصل ۳)

ابتدا انحلال پذیری نمک را در دمای ۲۰ درجه سلسیوس محاسبه می‌کنیم. در ۱۰۰ گرم محلول ۲۰ درصد جرمی، ۲۰ گرم نمک و ۸۰ گرم آب وجود دارد:

حل‌شونده حلال

$$\begin{array}{ccc} ۸۰ & ۲۰ & \Rightarrow x = ۲۵ \\ ۱۰۰ & x & \end{array}$$

پس با توجه به نمودار در دمای ۷۰°C جرم محلول برابر ۱۵۰ گرم است و با سرد کردن آن ۲۵ گرم (۲۵-۵۰) نمک M رسوب می‌کند؛ بنابراین:

$$\frac{۲۵۰ \text{ g محلول}}{۱۵۰ \text{ g محلول}} = \frac{? \text{ رسوب}}{۲۵ \text{ g رسوب}} \Rightarrow ? = ۴۱/۶ \text{ g}$$

۸۳- پاسخ: گزینه ۴ ▲ مشخصات سؤال: ساده \* شیمی ۱ (فصل ۳)

نوع جاذبه‌ی بین مولکولی در HF، در حالت مایع از نوع هیدروژنی ولی در HCl، HBr و HI از نوع وان‌دروالسی (دوقطبی-دوقطبی) است. نقطه جوش HCl، HBr و HI با افزایش جرم مولی زیادتر می‌شود ولی در HF جاذبه قوی وجود دارد که به تشکیل پیوند هیدروژنی، مربوط می‌شود.

۸۴- پاسخ: گزینه ۳ ▲ مشخصات سؤال: ساده \* شیمی ۱ (فصل ۳)

فرایند اسمز معکوس با اعمال فشار خارجی انجام می‌شود و خودبه‌خود صورت نمی‌گیرد.

۸۵- پاسخ: گزینه ۳ ▲ مشخصات سؤال: متوسط \* شیمی ۲ (فصل ۱)

مطابق واکنش (۱)، فعالیت شیمیایی  $X > Fe$  و با توجه به واکنش (۲)، فعالیت شیمیایی  $Mg > X$  است. گزینه ۱: فلز X فلز Ca نمی‌تواند باشد؛ زیرا در گروه فلزات قلیایی خاکی از بالا به پایین واکنش‌پذیری در حال افزایش است و فعالیت شیمیایی  $Mg < Ca$  است.

گزینه ۲: فلز X فلز Cu نمی‌تواند باشد؛ زیرا فعالیت شیمیایی  $Cu < Fe$  است.

گزینه ۴: فلز X فلز Al نمی‌تواند باشد؛ زیرا آلومینیم با کلر،  $AlCl_3$  تشکیل می‌دهد و یک فلز با ظرفیت ۳ است.

۸۶- پاسخ: گزینه ۱ ▲ مشخصات سؤال: دشوار \* شیمی ۲ (فصل ۱)

ابتدا مقدار  $Fe_2O_3$  خالص را به دست می‌آوریم و سپس مقدار نظری  $CO_2$  را محاسبه می‌کنیم.

$$Fe_2O_3 \text{ خالص} = ۱۵۰۰ \text{ g} \Rightarrow \frac{\text{خالص } g Fe_2O_3}{۲۰۰۰ \text{ g } Fe_2O_3 \text{ ناخالص}} \times ۱۰۰ = ۷۵ = \text{درصد خلوص } Fe_2O_3$$

$$CO_2 \text{ مقدار نظری} = ۱۵۰۰ \text{ g } Fe_2O_3 \times \frac{۱ \text{ mol } Fe_2O_3}{۱۶۰ \text{ g } Fe_2O_3} \times \frac{۳ \text{ mol } CO_2}{۲ \text{ mol } Fe_2O_3} \times \frac{۲۲/۴ \text{ L } CO_2}{۱ \text{ mol } CO_2} = ۳۱۵ \text{ L } CO_2$$

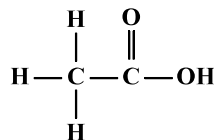
$$\text{بازده درصدی} = \frac{\text{مقدار عملی } CO_2}{\text{مقدار نظری } CO_2} \times ۱۰۰ = \frac{۲۵۲ \text{ L } CO_2}{۳۱۵ \text{ L } CO_2} \times ۱۰۰ = ۸۰\%$$

۸۷- پاسخ: گزینه ۲ ▲ مشخصات سؤال: متوسط \* شیمی ۲ (فصل ۱، فصل ۲)

گزینه ۲ درست است.

بررسی گزینه‌های نادرست:

گزینه ۱: این ترکیب یک استر با نام متیل متانوات است. استیک اسید یا اتانویک اسید دارای گروه عاملی کربوکسیل ( $-COOH$ ) است.



گزینه ۳: ترکیب مورد نظر، بنزوئیک اسید است.

گزینه ۴: نام این ترکیب ۱، ۲-دی‌برمو اتن است.

۸۸- پاسخ: گزینه ۲ ▲ مشخصات سؤال: متوسط \* شیمی ۲ (فصل ۲)

گزینه ۲ درست است.

بررسی گزینه‌های نادرست:

گزینه ۱: میانگین انرژی جنبشی ذرات ظرف (II) به علت دمای بالاتر آن نسبت به ظرف (I)، بیشتر است.

گزینه ۳: برای افزایش دمای ظرف (II) به میزان ۱۰ کلوین، به گرمای بیشتری نیاز است.

گزینه ۴: ظرفیت گرمایی محتویات ظرف (II) به علت جرم بیشتر نسبت به ظرف (I)، بیشتر است.

▲ مشخصات سؤال: متوسط \* شیمی ۲ (فصل ۲)

۸۹- پاسخ: گزینه ۳

$$\Delta H_{\text{(واکنش)}} = [2\Delta H(\text{H}-\text{H}) + \Delta H(\text{O}=\text{O})] - [4\Delta H(\text{O}-\text{H})]$$

$$\Rightarrow \Delta H_{\text{(واکنش)}} = [(2 \times 436) + 495] - [4 \times 463] = -485 \text{ kJ}$$

$$\text{مقدار مول ید} = 1 \text{ mol H}_2 \times \frac{485 \text{ kJ}}{2 \text{ mol H}_2} \times \frac{1 \text{ mol I}_2}{62/5 \text{ kJ}} = 3/88$$

▲ مشخصات سؤال: متوسط \* شیمی ۲ (فصل ۲)

۹۰- پاسخ: گزینه ۱

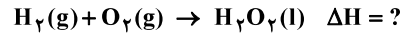
ترکیب داده شده دارای دو گروه اتتری (—O—) و یک گروه آلدهیدی (—C(=O)—H) است (a + b = ۳). در ساختار این ترکیب، ۷ اتم اکسیژن و در نتیجه ۱۴ × ۲ = ۲۸ جفت الکترون ناپیوندی وجود دارد. در ساختار اتان (C<sub>۲</sub>H<sub>۶</sub>)، ۷ پیوند اشتراکی (جفت الکترون پیوندی) وجود دارد:

$$\frac{14}{7} = 2$$

▲ مشخصات سؤال: متوسط \* شیمی ۲ (فصل ۲)

۹۱- پاسخ: گزینه ۴

مطابق قانون هس، آنتالپی واکنش را می توان به شیوه زیر محاسبه کرد:



$$\Delta H_{\text{(واکنش)}} = \frac{1}{2}(\Delta H_1) + \frac{1}{2}(-\Delta H_2) = \frac{1}{2}(-572) + \frac{1}{2}(-196) = -188$$

تهیه هیدروژن پراکسید از این واکنش، در عمل امکان پذیر نیست؛ زیرا H<sub>۲</sub>O که فرآورده ای پایدارتر نسبت به H<sub>۲</sub>O<sub>۲</sub> است، تشکیل می شود.

▲ مشخصات سؤال: متوسط \* شیمی ۲ (فصل ۲)

۹۲- پاسخ: گزینه ۳

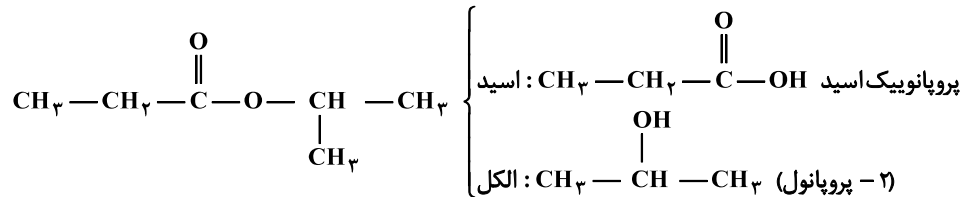
$$\text{زمان به پایان رسیدن واکنش} = 200 \text{ mL Cu}^{2+}(\text{aq}) \times \frac{1 \text{ L}}{1000 \text{ mL}} \times \frac{0.15 \text{ mol Cu}^{2+}(\text{aq})}{1 \text{ L Cu}^{2+}(\text{aq})} \times \frac{1 \text{ min}}{2/5 \times 10^{-4} \text{ mol Cu}^{2+}(\text{aq})}$$

$$= 120 \text{ min} = 2 \text{ h}$$

با مصرف کامل یون های آبی رنگ Cu<sup>۲+</sup>(aq)، محلول بی رنگ می شود.

▲ مشخصات سؤال: متوسط \* شیمی ۲ (فصل ۳)

۹۳- پاسخ: گزینه ۴



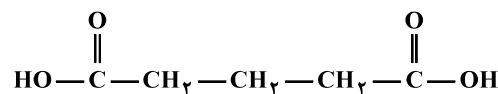
▲ مشخصات سؤال: متوسط \* شیمی ۲ (فصل ۳)

۹۴- پاسخ: گزینه ۳

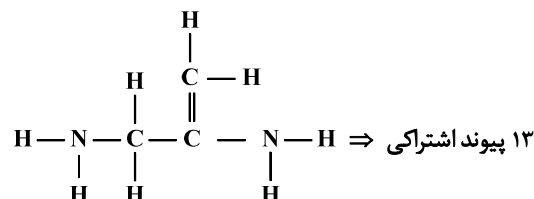
فقط عبارت «الف» درست است.

الف) به دلیل اتصال H به N، امکان برقراری پیوند هیدروژنی بین زنجیرهای این پلیمر وجود دارد.

ب) دی اسید سازنده پلیمر، فاقد پیوند C=C است.



(پ)



ت) فرمول مولکولی دی اسید، C<sub>۴</sub>H<sub>۸</sub>O<sub>۴</sub> است که نسبت شمار اتم های هیدروژن به کربن در آن، برابر با ۱/۶ = ۱/۵ است.



۱۰۲- پاسخ: گزینه ۲ ▲ مشخصات سؤال: متوسط \* شیمی ۳ (فصل ۳)

عبارت‌های «الف» و «ب» درست هستند.

الف) وانادیم ( $V_{23}$ ) در حالت اکسایش ( $V$ ) آرایش الکترونی مشابه گاز نجیب آرگون دارد ( $[Ar]_{18} : 3d^5 4s^2$ ).

پ) اغلب فلزهای دسته d از نظر تنوع عدد اکسایش با فلزهای دسته s تفاوت دارند.

بررسی عبارت‌های نادرست:

ب) در واکنش محلول نمک وانادیم با فلز روی، روی کاهنده است و اکسایش می‌یابد.

ت) در مدل دریای الکترونی، ساختار فلزها را آرایش منظمی از کاتیون‌ها و الکترون‌های آزاد در سه بعد در نظر می‌گیرند.

۱۰۳- پاسخ: گزینه ۱ ▲ مشخصات سؤال: متوسط \* شیمی ۳ (فصل ۴)

بررسی عبارت‌های نادرست:

عبارت «اول»: کاتالیزورها در واکنش شرکت می‌کنند ولی در پایان واکنش باقی می‌مانند و باعث کاهش انرژی فعال‌سازی واکنش می‌شوند.

عبارت «دوم»: در مبدل کاتالیستی اگزوز خودروها، گاز NO به گازهای نیتروژن و اکسیژن تجزیه می‌شود و گاز CO با اکسیژن واکنش داده و به کربن دی‌اکسید تبدیل می‌شود.

عبارت «چهارم»: در خودروهای دیزلی از آمونیاک برای تبدیل آلاینده‌های NO و NO<sub>۲</sub> به گازهای نیتروژن و بخار آب بهره برده می‌شود.

۱۰۴- پاسخ: گزینه ۲ ▲ مشخصات سؤال: متوسط \* شیمی ۳ (فصل ۴)

گزینه ۱: کاهش حجم تعادل را در جهت رفت جابه‌جا می‌کند، اما غلظت کلیه مواد گازی شکل را افزایش می‌دهد. بدین ترتیب با افزایش غلظت NO<sub>۲</sub> شدت رنگ نیز زیاد می‌شود.

گزینه ۲: این واکنش گرماده است و افزایش دما باعث جابه‌جایی واکنش در جهت برگشت می‌شود.

گزینه ۳: با اضافه نمودن NO<sub>۲</sub> تعادل در جهت رفت جابه‌جا می‌شود، اما اثر NO<sub>۲</sub> اضافی به‌طور کامل خنثی نمی‌شود و غلظت تعادلی NO<sub>۲</sub> و N<sub>۲</sub>O<sub>۴</sub> هر دو زیاد می‌شود.

گزینه ۴: کاهش فشار، غلظت کلیه مواد گازی شکل را کاهش می‌دهد.

۱۰۵- پاسخ: گزینه ۳ ▲ مشخصات سؤال: دشوار \* شیمی ۳ (فصل ۴)

بررسی گزینه‌های نادرست:

گزینه ۱: از واکنش ترفتالیک اسید و متانول نمی‌توان این ترکیب را تهیه کرد چون در ترفتالیک اسید موقعیت گروه‌های کربوکسیل متفاوت است.

گزینه ۲: اگر پارازیلین برای ساخت دی‌استر استفاده شود، موقعیت گروه‌های عاملی متفاوت خواهد بود.

گزینه ۴: در ساختار آن، چهار نوع کربن با عددهای اکسایش متفاوت وجود دارد.