

آزمون آزمایشی ۱۱ اردیبهشت ۱۴۰۵

گروه آزمایشی علوم ریاضی

ویژه داوطلبان آزمون سراسری ۱۴۰۵

A

دفترچه شماره ۱

وقت پیشنهادی	تا شماره	از شماره	تعداد پرسش	مواد امتحانی
۷۰ دقیقه	۴۰	۱	۴۰	ریاضیات
مدت پاسخ‌گویی: ۷۰ دقیقه		تعداد کل پرسش‌ها: ۴۰		

دفترچه پاسخ تشریحی



داوطلب گرامی، جهت استفاده از خدمات اختصاصی خود مانند کارنامه هوشمند بعد از آزمون، بانک سؤال گزینه دو، آزمونک‌ها، رفع اشکال هوشمند و ... با استفاده از نام کاربری و رمز عبور وارد سایت gozine2.ir شوید. در ثبت نام اینترنتی نام کاربری کد ملی شماست و رمز عبور توسط خودتان تعیین شده است. در ثبت نام انفرادی و مدرسه‌ای، نام کاربری و رمز عبور خود را از مدرسه یا نمایندگی شهر خود دریافت نمایید.

پاسخ تشریحی تصویری



۱- جواب نامعادله $\frac{ax+4}{2x+b} > 3$ ، بازه $(-\infty, -2)$ است. مقدار ab کدام است؟

- (۱) -12 (۲) 12 (۳) -24 (۴) 24

۲- اگر دامنه و برد تابع $y = 3x^2 + bx + c$ به ترتیب برابر $D = \mathbb{R} - \{-2\}$ و $R = (7, +\infty)$ باشد، مقدار $b + c$ کدام است؟

- (۱) 31 (۲) 13 (۳) 21 (۴) 19

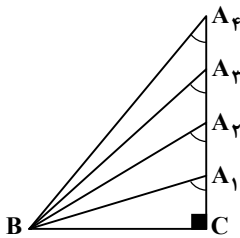
۳- در دنباله هندسی با جمله عمومی a_n ، رابطه $a_3 = \frac{a_2 a_6}{a_1} + 2$ برقرار است. حاصل ضرب جملات اول و هفتم این دنباله کدام می‌تواند باشد؟

- (۱) -1 (۲) 2 (۳) 9 (۴) 4

۴- حاصل عبارت $A = \left(\frac{x^6 - 64}{x^2 + 4 + 2x}\right) \times \left(\frac{1}{x^2 + 4 - 2x}\right)$ به ازای $x = \sqrt{3} + 1$ کدام است؟

- (۱) $\sqrt{3} + 1$ (۲) $2\sqrt{3}$ (۳) $\sqrt{3} - 1$ (۴) 1

۵- نقاط A_1 تا A_4 روی شکل زیر به گونه‌ای هستند که $\cot \hat{A}_1, \cot \hat{A}_2, \cot \hat{A}_3, \cot \hat{A}_4$ دنباله حسابی می‌سازند. نسبت مساحت



مثلث BA_4A_1 به مساحت مثلث BA_3A_2 کدام است؟

- (۱) 1
(۲) 2
(۳) $\frac{1}{2}$
(۴) $\frac{\sqrt{2}}{2}$

۶- اگر $7 \sin^2 x - 6 \sin x \cos x - \cos^2 x = -2$ باشد، حاصل $\sin x \cdot \cos x$ کدام است؟

- (۱) $\frac{2}{5}$ (۲) $\frac{8}{9}$ (۳) $\frac{7}{8}$ (۴) $\frac{3}{10}$

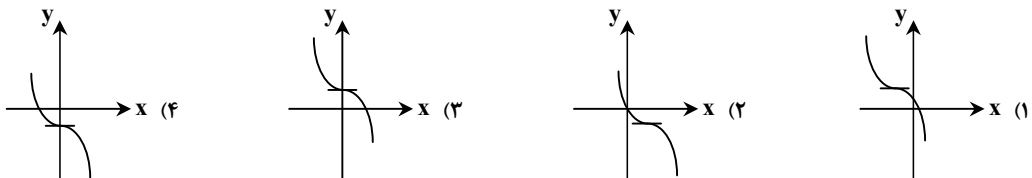
۷- در یک الگوی درجه دوم، جمله چهارم از جمله قبلی خود، ۶ واحد بیشتر و از جمله بعدی خود، ۸ واحد کمتر است. اگر جمله اول برابر یک باشد، جمله بیستم کدام است؟

- (۱) 376 (۲) 384 (۳) 379 (۴) 381

۸- با گویا کردن مخرج کسر $A = \frac{3 + \sqrt[3]{9} + 4\sqrt[3]{3}}{\sqrt[3]{9} + \sqrt[3]{3}}$ ، حاصل A برابر کدام است؟

- (۱) $2\sqrt[3]{9} + 2$ (۲) $\sqrt[3]{9} + 1$ (۳) $\sqrt[3]{3} + 2$ (۴) $\sqrt[3]{3} + \sqrt[3]{9}$

۹- نمودار تابع $y = -x^3 + 3x^2 - 3x$ در کدام گزینه به درستی رسم شده است؟



محل انجام محاسبات:

۱۰- اگر $P(x) = -3x^5 + 4x^3 - 7x^2 + 6x + 11$ ، باقی مانده تقسیم $P(x)$ بر $(x^2 + 1)$ کدام است؟

- (۱) ۲۲ (۲) -۱۸ (۳) ۱۰ (۴) -۶

۱۱- اگر داشته باشیم $\lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{x-2}{ax^2 + bx - 4} = -\infty$ ، مقدار $a+b$ کدام است؟

- (۱) ۱ (۲) -۱ (۳) ۳ (۴) -۳

۱۲- مقدار $\lim_{x \rightarrow \infty} \sqrt[3]{x} \left(\sqrt{\frac{8}{x} + \frac{1}{x^2 + 1}} + \sqrt{\frac{8}{x^2} + \frac{1}{x+1}} \right)$ کدام است؟

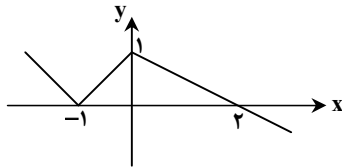
- (۱) ۱ (۲) -۱ (۳) ۳ (۴) -۳

۱۳- کوچک ترین جواب مثبت معادله مثلثاتی $\cos 4x = \cos 3x$ و β بزرگ ترین جواب منفی معادله مثلثاتی $\sin 3x = \sin 2x$ است.

حاصل $2\alpha - 3\beta$ کدام است؟

- (۱) $-\frac{11\pi}{7}$ (۲) $\frac{41\pi}{35}$ (۳) $\frac{18\pi}{5}$ (۴) $-\frac{\pi}{35}$

۱۴- اگر نمودار تابع $y = f(x)$ به صورت زیر باشد، نمودار تابع $y = f\left(1 - \frac{x}{2}\right)$ در کدام بازه نزولی است؟



- (۱) $[2, 4]$ (۲) $[-2, 2]$ (۳) $[0, 2]$ (۴) $[0, 4]$

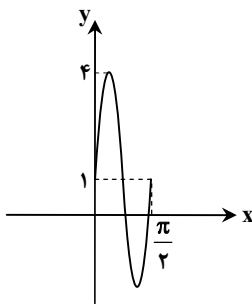
۱۵- جواب های معادله مثلثاتی $\cos\left(x + \frac{\pi}{4}\right) = -2 \sin x \cos x$ کدام است؟

- (۱) $x = \frac{2k\pi}{3} - \frac{\pi}{4}, k \in \mathbb{Z}$
 (۲) $x = \frac{k\pi}{3} - \frac{\pi}{4}, k \in \mathbb{Z}$
 (۳) $x = \frac{2k\pi}{3} \pm \frac{\pi}{3}, k \in \mathbb{Z}$
 (۴) $x = \frac{k\pi}{3} + \frac{\pi}{4}, k \in \mathbb{Z}$

۱۶- دوره تناوب تابع $f(x) = 2\cos^3 x \sin x - \sin x \cos x$ کدام است؟

- (۱) 2π (۲) π (۳) $\frac{\pi}{2}$ (۴) $\frac{\pi}{4}$

۱۷- شکل روبه رو، قسمتی از نمودار تابع $f(x) = a \sin(bx) + c$ است. حاصل abc کدام است؟



(۱) ۱۲

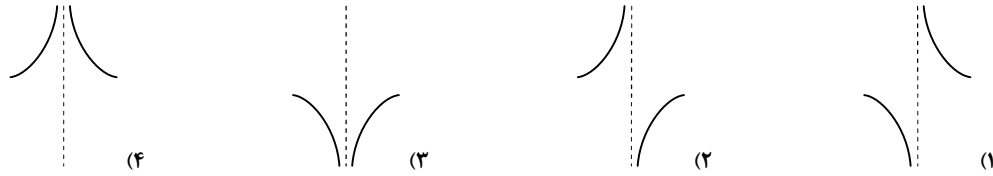
(۲) ۶

(۳) ۱۸

(۴) ۲۴

محل انجام محاسبات:

۱۸- تابع $y = \frac{\sin x}{\cos x - 1}$ در اطراف مجانب قائم خود چگونه است؟



۱۹- مجانب‌های افقی تابع $f(x) = \frac{|ax+1|+x}{|x|-2}$ نسبت به محور طول‌ها متقارن‌اند. حاصل $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{ax + \sqrt{x^2 + x - 1}}{x + 2}$ کدام است؟

(۱) ۱ (۲) -۱ (۳) ۳ (۴) -۳

۲۰- تابع f با دامنه \mathbb{R} اکیداً نزولی و $f(2) = 0$ است. چند عدد طبیعی در دامنه تابع $g(x) = \sqrt{\frac{f(x)}{x^2 - 8x}}$ قرار دارند؟

(۱) ۵ (۲) ۷ (۳) ۶ (۴) بی‌شمار

مرحله ۱۴ | داوطلب ریاضی | ریاضیات

هندسه ۱: کل کتاب (ص ۹۶ تا ۹)

محدوده: هندسه ۳: فصل ۱ تا فصل ۲ انتهای درس (ص ۴۶ تا ۹)

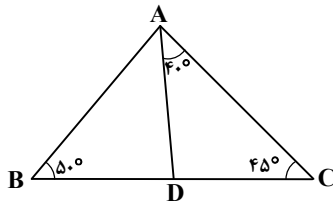
۲۱- خط d بر صفحه P عمود است. اگر صفحات R و Q طوری باشند که خط d روی صفحه Q و عمود بر صفحه R باشد، در این صورت کدام گزینه درست است؟

(۱) $R \perp P$ و $P \parallel Q$ (۲) $R \perp P$ و $P \perp Q$ (۳) $R \parallel P$ و $P \perp Q$ (۴) $R \parallel P$ و $P \parallel Q$

۲۲- مجموع فواصل نقطه دلخواه P داخل مثلث متساوی‌الاضلاع ABC از سه ضلع آن، برابر با $2\sqrt{3}$ است. محیط این مثلث، کدام است؟

(۱) $3\sqrt{3}$ (۲) $6\sqrt{3}$ (۳) ۶ (۴) ۱۲

۲۳- در شکل زیر، کدام گزینه نادرست است؟



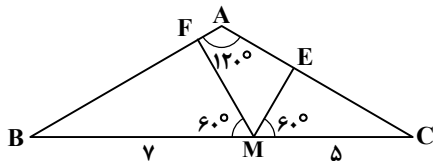
(۱) $AB > BD$

(۲) $AC > AD$

(۳) $AB < AC$

(۴) $AD < BD$

۲۴- در شکل زیر، مثلث ABC متساوی‌الساقین است. با توجه به اندازه‌ها، مقدار $ME + MF$ کدام است؟



(۱) ۵

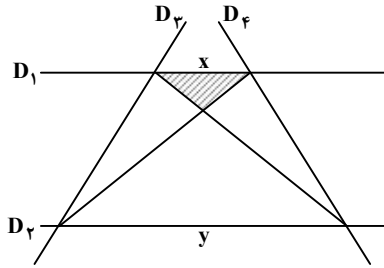
(۲) ۶

(۳) ۸

(۴) ۱۲

محل انجام محاسبات:

۲۵- در شکل زیر، دو خط موازی D_1 و D_2 توسط دو خط مورب D_3 و D_4 طوری قطع شده‌اند که $\frac{x}{y} = \frac{1}{3}$ است. اگر مساحت قسمت هاشورخورده برابر ۲ باشد، مساحت محدود به چهار خط D_1, D_2, D_3, D_4 کدام است؟



۲۴ (۱)

۲۸ (۲)

۳۲ (۳)

۳۶ (۴)

۲۶- وضعیت دو دایره $(x-2)^2 + (y-5)^2 = 5$ و $(x-3)^2 + (y+2)^2 = 7$ نسبت به هم چگونه است؟

(۱) متخارج (۲) مماس خارج (۳) متقاطع (۴) متداخل

۲۷- مربع ABCD به طول ضلع ۴ و نقطه M وسط AB مفروض‌اند. چند نقطه وجود دارد که از A و C به یک فاصله بوده و از نقطه M نیز به فاصله واحد باشد؟

(۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۴ (۴) صفر

۲۸- در ماتریس $\begin{pmatrix} 1 & -\sqrt{3} \\ \sqrt{3} & 1 \end{pmatrix}^{20}$ ، درایه سطر دوم و ستون دوم کدام است؟

(۱) 4^{20} (۲) 2^{10} (۳) 2^{20} (۴) 4^{40}

۲۹- اگر A ماتریس وارون‌پذیر و $|A+B|=2$ باشد، آنگاه $|I+BA^{-1}|$ کدام است؟

(۱) $2|A|$ (۲) $\frac{2}{|A|}$ (۳) $\frac{4}{|A|}$ (۴) $\frac{1}{4}|A|$

۳۰- دایره‌ای محور yها را در دو نقطه به عرض‌های ۱ و ۴ قطع کرده است و مرکز آن بر روی نیمساز ربع دوم قرار دارد. کدام یک از خط‌های زیر بر دایره مماس است؟

(۱) $x = \frac{5 + \sqrt{34}}{2}$ (۲) $x = \frac{5 - \sqrt{34}}{2}$ (۳) $y = \frac{5 + \sqrt{34}}{2}$ (۴) $y = \frac{-5 + \sqrt{34}}{2}$

مرحله ۱۴ | داوطلب ریاضی | ریاضیات

محدوده: ریاضیات گسسته: فصل ۱ تا فصل ۲ انتهای درس (ص ۴۲ تا ۴۳)

۳۱- در یک کلاس ۳۰ نفری، ۱۵ نفر در امتحان فیزیک، ۱۷ نفر در امتحان شیمی و ۸ نفر در هر دو درس قبول شده‌اند. چند نفر در هیچ‌یک از این دو درس قبول نشده‌اند؟

(۱) ۶ (۲) ۵ (۳) ۸ (۴) ۷

۳۲- می‌خواهیم ۳ کتاب ریاضی و ۴ کتاب فیزیک و ۲ کتاب شیمی مختلف را در یک قفسه کنار هم قرار دهیم. این عمل به چند طریق امکان‌پذیر است، هرگاه کتاب‌های فیزیک کنار هم و در ابتدای قفسه از سمت چپ باشند؟

(۱) $5!$ (۲) $6!$ (۳) $4! \times 5!$ (۴) $4! \times 6!$

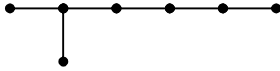
محل انجام محاسبات:

۳۳- اندازه یک گراف ۳- منتظم، از مرتبه اش ۵ واحد بیشتر است. مجموع مرتبه و اندازه آن، کدام است؟

- ۱۰ (۱) ۱۲ (۲) ۲۵ (۳) ۲۰ (۴)

۳۴- در گراف شکل زیر، چند مسیر به طول ۲ وجود دارد؟

- ۵ (۱)
۶ (۲)
۷ (۳)
۸ (۴)



۳۵- اگر α و β دو عدد گنگ متفاوت باشند و $\alpha + \beta$ گویا باشد، اعداد $\alpha + \beta$ و $2\alpha - \beta$ به ترتیب و هستند.

- (۱) همواره گنگ - همواره گنگ
(۲) همواره گویا - همواره گویا
(۳) همواره گنگ - بعضی مواقع گویا
(۴) همواره گویا - بعضی مواقع گنگ

۳۶- در تقسیم عدد طبیعی a بر ۳۶، باقی مانده، نصف خارج قسمت است. رقم صدگان بزرگترین مقسوم کدام است؟

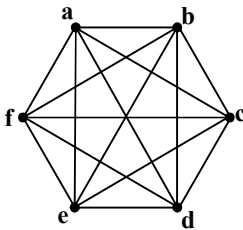
- ۵ (۱) ۶ (۲) ۳ (۳) ۸ (۴)

۳۷- اگر $7 \mid 4k + 1$ و $3 \mid 5k - 2$ به طوری که $k \in \mathbb{Z}$ ، کدام گزینه درست است؟

- (۱) $21 \mid 20k^2 - 4k + 2$ (۲) $21 \mid 20k^2 + 18k - 2$ (۳) $21 \mid 21k^2 + 17k$ (۴) $21 \mid 20k^2 + 10k - 2$

۳۸- برای گراف شکل زیر، چند زیرگراف از مرتبه و اندازه ۶ وجود دارد که در آن $\deg a = 4$ باشد؟

- ۹۰ (۱)
۲۲۵ (۲)
۴۵ (۳)
۲۳۰ (۴)



۳۹- اگر عدد $3^n - 12^n$ مضرب ۲۵ باشد، کوچکترین مقدار طبیعی برای n کدام است؟

- ۵ (۱) ۶ (۲) ۱۰ (۳) ۲۰ (۴)

۴۰- اگر $5 - 7a$ مضرب ۳ باشد، باقی مانده تقسیم عبارت $5 - 13a - 28a^2$ بر ۹ کدام است؟

- ۱ (۱) ۶ (۲) ۳ (۳) صفر (۴)

محل انجام محاسبات:

آزمون آزمایشی ۱۱ اردیبهشت ۱۴۰۵

گروه آزمایشی علوم ریاضی

ویژه داوطلبان آزمون سراسری ۱۴۰۵

A

دفترچه شماره ۲

مواد امتحانی	تعداد پرسش	از شماره	تا شماره	وقت پیشنهادی
فیزیک	۳۵	۴۱	۷۵	۴۵ دقیقه
شیمی	۳۰	۷۶	۱۰۵	۳۰ دقیقه
تعداد کل پرسش‌ها: ۶۵		مدت پاسخ‌گویی: ۷۵ دقیقه		

دفترچه پاسخ تشریحی



داوطلب گرامی، جهت استفاده از خدمات اختصاصی خود مانند کارنامه هوشمند بعد از آزمون، بانک سؤال گزینۀ دو، آزمونک‌ها، رفع اشکال هوشمند و ... با استفاده از نام کاربری و رمز عبور وارد سایت gozine2.ir شوید. در ثبت نام اینترنتی نام کاربری کد ملی شماست و رمز عبور توسط خودتان تعیین شده است. در ثبت نام انفرادی و مدرسه‌ای، نام کاربری و رمز عبور خود را از مدرسه یا نمایندگی شهر خود دریافت نمایید.

پاسخ تشریحی تصویری



۴۱- فاصله یک ماهواره مخابراتی از سطح زمین $3/6 \times 10^4 \text{ km}$ است. این فاصله بر حسب یکای نجومی (AU) برابر کدام گزینه است؟

$$(1 \text{ AU} = 1/5 \times 10^{11} \text{ m})$$

$$5/4 \times 10^{-4} \text{ (۴)}$$

$$5/4 \times 10^{-7} \text{ (۳)}$$

$$2/4 \times 10^{-4} \text{ (۲)}$$

$$2/4 \times 10^{-7} \text{ (۱)}$$

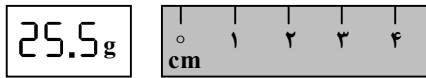
۴۲- در شکل روبه‌رو، یک ترازوی رقمی (دیجیتال) و یک خط‌کش نشان داده شده است. دقت اندازه‌گیری خط‌کش و دقت اندازه‌گیری ترازو است.

$$0/5 \text{ g}, 1 \text{ cm (۱)}$$

$$0/1 \text{ g}, 1 \text{ cm (۲)}$$

$$0/5 \text{ g}, 0/5 \text{ cm (۳)}$$

$$0/1 \text{ g}, 0/5 \text{ cm (۴)}$$



۴۳- کره‌ای با چگالی $5 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}$ و جرم ۴ کیلوگرم را درون ظرف پر از مایع قرار می‌دهیم. در نتیجه ۲ لیتر مایع از ظرف خارج می‌شود. چند درصد از حجم این کره خالی است؟

$$75 \text{ (۴)}$$

$$25 \text{ (۳)}$$

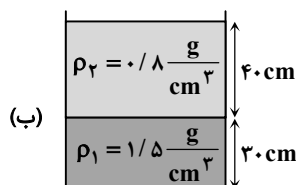
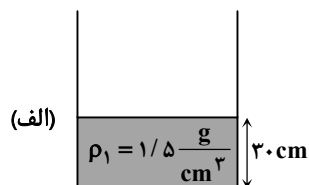
$$40 \text{ (۲)}$$

$$60 \text{ (۱)}$$

۴۴- مطابق شکل «الف»، درون ظرفی که مساحت کف آن 50 cm^2 است، به ارتفاع 30 cm مایعی با چگالی $1/5 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}$ ریخته شده است. اگر

مطابق شکل «ب»، به ارتفاع 40 cm مایعی با چگالی $0/8 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}$ به آن اضافه کنیم، نیروی وارد بر کف ظرف چند نیوتون اضافه می‌شود؟

$$(g = 10 \frac{\text{N}}{\text{kg}})$$



$$16 \text{ (۱)}$$

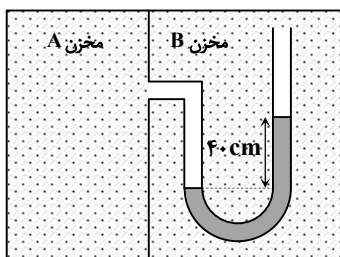
$$30 \text{ (۲)}$$

$$46 \text{ (۳)}$$

$$50 \text{ (۴)}$$

۴۵- اختلاف فشار گاز درون دو مخزن A و B در شکل داده‌شده برابر 6 kPa است. چگالی مایع در لوله U شکل چند گرم بر لیتر است؟

$$(g = 10 \frac{\text{N}}{\text{kg}})$$



$$1/5 \text{ (۱)}$$

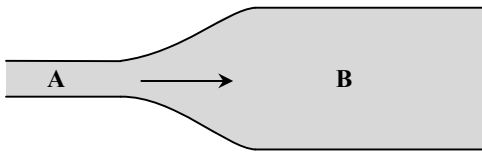
$$1500 \text{ (۲)}$$

$$2/5 \text{ (۳)}$$

$$2500 \text{ (۴)}$$

محل انجام محاسبات:

۴۶- با فرض آنکه جریان مایع به طور لایه‌ای و با اصطکاک ناچیز در لوله شکل روبه‌رو برقرار باشد، به ترتیب از راست به چپ، تندی شارش مایع در قسمت بیشتر است و نیرویی که مایع بر واحد سطح دیواره لوله وارد می‌کند در قسمت بیشتر است.



A - A (۱)

B - A (۲)

A - B (۳)

B - B (۴)

۴۷- خودرویی به جرم $1/5$ تن از حال سکون با شتاب ثابت $2 \frac{m}{s^2}$ شروع به حرکت می‌کند. تغییر انرژی جنبشی این خودرو در 5 ثانیه ابتدای حرکتش چند کیلوژول است؟ (از اصطکاک چشم‌پوشی می‌شود.)

۳۰۰ (۱)

۱۰۰ (۳)

۲۰۰ (۲)

۷۵ (۴)

۴۸- یک بالابر الکتریکی با بازده 75 درصد و توان ورودی (الکتریکی) 2 kW در مدت 8 ثانیه وزنه‌ای به جرم 60 کیلوگرم را از سطح زمین بالا می‌برد. اگر وزنه از این ارتفاع رها شود، با چشم‌پوشی از مقاومت هوا، تندی آن هنگام رسیدن به زمین چند متر بر ثانیه است؟

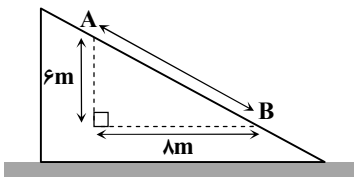
۱۰ (۱)

۲۰ (۳)

۱۵ (۲)

۲۵ (۴)

۴۹- وزنه‌ای به جرم 5 کیلوگرم در یک مسیر شیب‌دار با شتاب ثابت به طرف پایین می‌لغزد. اگر وزنه با تندی $2 \frac{m}{s}$ از نقطه A و 2 ثانیه بعد از نقطه B عبور کند، اندازه نیروی اصطکاک وارد بر وزنه چند نیوتون است؟ ($g = 10 \frac{m}{s^2}$ و نیروی اصطکاک وارد بر وزنه در طول حرکت ثابت است.)



۵ (۱)

۱۰ (۲)

۱۵ (۳)

۲۰ (۴)

۵۰- در دمای 10°C ، طول دو میله مسی و برنجی، یکسان و برابر 1 m است. اختلاف طول این دو میله در دمای 90°C چند میلی‌متر خواهد شد؟

$$\left(\alpha_{\text{برنج}} = 19 \times 10^{-6} \frac{1}{\text{K}} \text{ و } \alpha_{\text{مسی}} = 17 \times 10^{-6} \frac{1}{\text{K}} \right)$$

۰/۴۵ (۴)

۰/۳۶ (۳)

۰/۱۶ (۲)

۰/۰۸ (۱)

۵۱- درون گرماسنجی که ظرفیت گرمایی آن $84 \frac{\text{J}}{^\circ\text{C}}$ است، 480 گرم آب 10°C قرار دارد. گلوله‌ای به ظرفیت گرمایی $210 \frac{\text{J}}{^\circ\text{C}}$ وارد گرماسنج می‌کنیم. پس از مدتی دمای مجموعه به 12°C می‌رسد و ثابت می‌ماند. دمای اولیه گلوله چند درجه سلسیوس بوده است؟

$$\left(\text{گرمای ویژه آب } 4/2 \frac{\text{J}}{\text{g} \cdot ^\circ\text{C}} \text{ است.} \right)$$

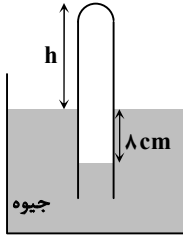
۳۲ (۴)

۲۴ (۳)

۲۲ (۲)

۲۰ (۱)

محل انجام محاسبات:



۵۲- مطابق شکل، یک لوله آزمایش شیشه‌ای به ارتفاع 70 cm را به‌طور وارونه در یک ظرف حاوی جیوه فرو می‌بریم؛ به طوری که h سانتی‌متر از آن بیرون جیوه قرار می‌گیرد. اگر اختلاف سطح جیوه درون لوله و ظرف 8 cm باشد، h چند سانتی‌متر است؟ (فشار هوای محیط 72 cmHg است و فرض کنید دمای هوای محبوس درون لوله و هوای بیرون همواره یکسان است.)

۴۰ (۱)

۴۵ (۲)

۵۰ (۳)

۵۵ (۴)

۵۳- چه تعداد از عبارتهای زیر درست است؟

الف) در فرایند انبساط همدمای گاز آرمانی، تمام گرمای داده‌شده به گاز، به کار تبدیل می‌شود؛ بنابراین قانون دوم ترمودینامیک به بیان ماشین گرمایی نقض می‌شود.

ب) امکان ندارد دستگاه، چرخه‌ای را پییماید که طی آن مقداری گرما از منبع دمابالا دریافت کرده و همه آن را به کار تبدیل کند.

پ) طبق قانون دوم ترمودینامیک، هرگز بازده یک ماشین گرمایی ۱۰۰ درصد نمی‌شود.

ت) اگر بازده یک ماشین گرمایی ۱۰۰ درصد شود، قانون اول ترمودینامیک نیز نقض می‌شود.

۱ (۱)

۲ (۲)

۳ (۳)

۴ (۴)

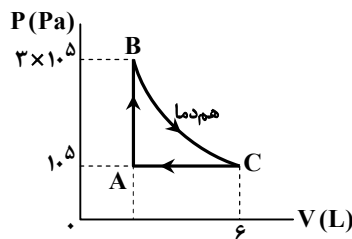
۵۴- بازده یک ماشین گرمایی ۲۰ درصد است. گرمایی که این ماشین در هر دقیقه از منبع دمابالا می‌گیرد 48 kJ بیشتر از گرمایی است که به منبع دمابایین می‌دهد. گرمایی که این ماشین در هر ثانیه به منبع دمابایین می‌دهد، چند کیلوژول است؟

۱۹۲ (۱)

۲۴۰ (۲)

۳/۲ (۳)

۴ (۴)



۵۵- نمودار $P-V$ چرخه مربوط به مقداری گاز آرمانی مطابق شکل مقابل است. اگر در فرایند

CA اندازه تغییرات انرژی درونی گاز $\frac{3}{5}$ برابر گرمای مبادله‌شده در این فرایند باشد، گرمای

داده‌شده به گاز در فرایند AB چند ژول است؟

۴۰۰ (۱)

۶۰۰ (۲)

۱۰۰۰ (۳)

۱۲۰۰ (۴)

۵۶- متحرکی که با سرعت ثابت روی محور x حرکت می‌کند، در لحظه‌های $t_1 = 5\text{ s}$ و $t_2 = 15\text{ s}$ به ترتیب از مکان‌های $x_1 = 20\text{ m}$ و $x_2 = 80\text{ m}$ عبور می‌کند. متحرک در چه زمانی از مکان $x_3 = 56\text{ m}$ عبور می‌کند؟

۹s (۱)

۱۰s (۲)

۱۱s (۳)

۱۲s (۴)

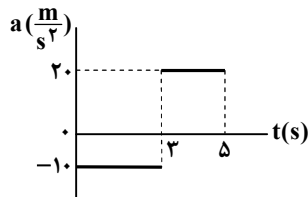
۵۷- نمودار شتاب- زمان متحرکی که از حال سکون روی محور x به راه افتاده به شکل روبه‌رو رسم شده است. سرعت متوسط متحرک در مدت زمان ۵ ثانیه چند متر بر ثانیه است؟

-۱۳ (۱)

۱۴ (۲)

-۱۲ (۳)

-۲۶ (۴)



محل انجام محاسبات:

۵۸- اتومبیل A در لحظه $t = 0$ با سرعت $30 \frac{m}{s}$ از کنار یک ساختمان می‌گذرد و با سرعت ثابت به حرکت ادامه می‌دهد. در همان زمان اتومبیل

B از همان محل، از حال سکون و با شتاب ثابت $4 \frac{m}{s^2}$ در همان جهت به حرکت درمی‌آید. اگر اتومبیل B به مدت ۱۰ ثانیه با این شتاب حرکت

کند و از آن به بعد با سرعت ثابت به حرکت خود ادامه دهد، در چه زمانی از کنار اتومبیل A عبور می‌کند؟

$t = 15s$ (۱) $t = 20s$ (۲) $t = 24s$ (۳) $t = 28s$ (۴)

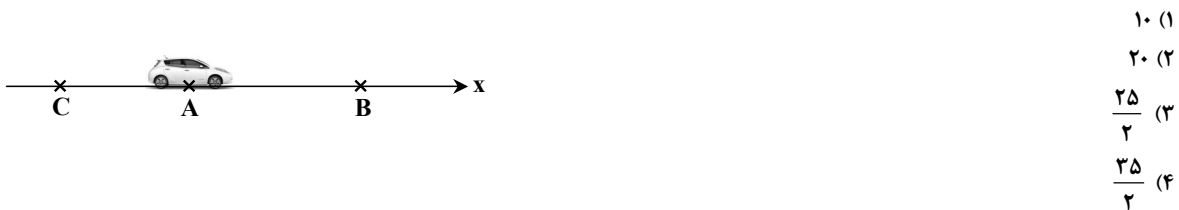
۵۹- نمودار سرعت- زمان متحرکی که بر خط راست حرکت می‌کند، مطابق شکل زیر است. اگر متحرک در لحظه $t = 6s$ از نقطه $x = 16m$ عبور کند، تندی آن هنگام عبور از نقطه $x = 36m$ چند متر بر ثانیه است؟



۶۰- مطابق شکل، یک اتومبیل در مدت ۱۰ دقیقه روی مسیر مستقیم و بدون بازگشت، از نقطه A به نقطه B می‌رود و تندی متوسط آن در این

مدت $30 \frac{m}{s}$ است. سپس از نقطه B تا نقطه C را روی خط مستقیم و بدون بازگشت با تندی متوسط $50 \frac{m}{s}$ طی می‌کند. اگر $AC = 12 km$

و زمان توقف در نقطه B قابل چشم‌پوشی باشد، بزرگی سرعت متوسط اتومبیل در کل این حرکت چند متر بر ثانیه است؟



۶۱- متحرکی که در یک مسیر مستقیم حرکت می‌کند، در مدت زمان t_1 با شتاب ثابت a متوقف می‌شود. اگر متحرک در ۴ ثانیه آخر این حرکت،

۴۰ متر و در ۲ ثانیه اول آن ۱۰۰ متر را طی کند، کل مسافت طی شده توسط متحرک در مدتی که حرکت کند می‌شود تا به توقف کامل برسد،

چند متر است؟

$202/5$ (۴) $282/5$ (۳) $302/5$ (۲) $422/5$ (۱)

۶۲- از پشت‌بام ساختمان بلندی، سه گلوله با فاصله زمانی ۲ ثانیه از یکدیگر، یکی پس از دیگری رها می‌شوند. در لحظه‌ای که گلوله اول به سطح

زمین می‌رسد، گلوله دوم در فاصله ۸۰ متری از سطح زمین است. در این لحظه فاصله گلوله دوم و سوم از یکدیگر چند متر است؟

(مقاومت هوا ناچیز و $g = 10 \frac{m}{s^2}$ است.)

20 (۴) 40 (۳) 60 (۲) 80 (۱)

۶۳- گلوله‌ای از ارتفاع h در شرایط خلأ رها می‌شود و ۳۶ درصد اول مسیر را در مدت t_1 و بقیه مسیر را در مدت t_2 طی می‌کند. $\frac{t_1}{t_2}$ کدام است؟

$\frac{3}{2}$ (۴) $\frac{3}{4}$ (۳) $\frac{3}{5}$ (۲) $\frac{9}{16}$ (۱)

محل انجام محاسبات:

۶۴- شخصی داخل آسانسور ایستاده است و آسانسور با شتاب ثابت $\frac{m}{s^2} 4$ به صورت تندشونده پایین می‌رود. در کدام یک از حالت‌های زیر،

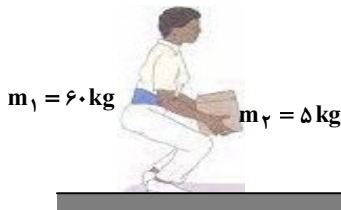
بزرگی نیرویی که کف آسانسور بر شخص وارد می‌کند، دو برابر حالت فوق است؟ $(g = 10 \frac{m}{s^2})$

(۱) آسانسور با شتاب ثابت $\frac{m}{s^2} 6$ به صورت تندشونده بالا برود. (۲) آسانسور با شتاب ثابت $\frac{m}{s^2} 8$ به صورت کندشونده پایین برود.

(۳) آسانسور با شتاب ثابت $\frac{m}{s^2} 2$ به صورت تندشونده بالا برود. (۴) آسانسور با شتاب ثابت $\frac{m}{s^2} 4$ به صورت کندشونده پایین برود.

۶۵- مطابق شکل، شخصی به جرم ۶۰ کیلوگرم روی سطح زمین ایستاده است و جسمی به جرم ۵ کیلوگرم را که روی زمین است، با شتاب ثابت

$a = 2 \frac{m}{s^2}$ در راستای قائم، بلند می‌کند. بزرگی نیروی عمودی سطح که زمین بر شخص وارد می‌کند، چند نیوتون است؟ $(g = 10 \frac{m}{s^2})$



(۱) ۵۴۰

(۲) ۶۰۰

(۳) ۶۵۰

(۴) ۶۶۰

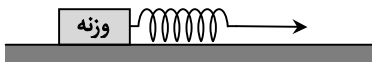
۶۶- معادله مکان- زمان ذره‌ای به جرم ۲۰۰ گرم که بر روی خط راست حرکت می‌کند، در SI به صورت $x = -5t^2 + 20t$ است. تغییر تکانه جسم

در ۲ ثانیه دوم حرکت در SI کدام است؟

(۱) صفر (۲) -1 (۳) $-4\hat{i}$ (۴) $+4\hat{i}$

۶۷- وقتی یک وزنه را به وسیله فنری با جرم ناچیز و طول عادی ۶۰ cm از سقف اتاق آویزان می‌کنیم، طول فنر در حالت تعادل ۷۵ cm می‌شود. حال مطابق شکل، همان وزنه را روی سطح افقی می‌گذاریم و با استفاده از فنر آن را می‌کشیم. اگر طول فنر ۶۹ cm و شتاب حرکت

وزنه $2 \frac{m}{s^2}$ باشد، ضریب اصطکاک بین وزنه با سطح افقی کدام است؟ $(g = 10 \frac{m}{s^2})$

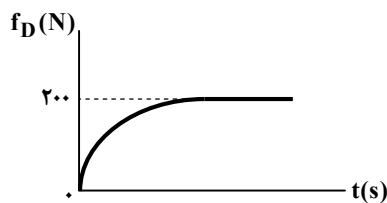


(۱) ۰/۲

(۲) ۰/۴

(۳) ۰/۶

(۴) ۰/۸



۶۸- جسمی در راستای قائم در هوا سقوط می‌کند و بزرگی نیروی مقاومت هوای وارد بر

آن از لحظه شروع حرکت تا رسیدن به زمین به صورت روبه‌رو تغییر می‌کند. در

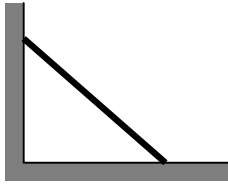
لحظه‌ای که بزرگی نیروی مقاومت هوای وارد بر جسم به ۱۲۰ نیوتون می‌رسد، بزرگی

شتاب جسم چند متر بر مربع ثانیه است؟ $(g = 10 \frac{m}{s^2})$

(۱) ۶ (۲) ۲

(۳) ۳ (۴) ۴

محل انجام محاسبات:



۶۹- یک میله آهنی به جرم 10 kg ، مطابق شکل بر دیواری بدون اصطکاک و کف اتاق دارای اصطکاک تکیه دارد و در آستانه لغزیدن است. اگر ضرایب اصطکاک میله با کف اتاق $\mu_k = 0/2$ و $\mu_s = 0/4$ باشد، اندازه نیرویی که دیوار بر میله وارد می‌کند،

چند نیوتون است؟ ($g = 10 \frac{\text{N}}{\text{kg}}$)

- (۱) $20\sqrt{3}$ (۲) ۲۰ (۳) $20\sqrt{5}$ (۴) ۴۰

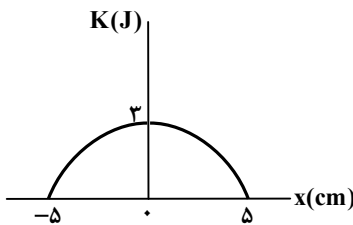
۷۰- ماهواره‌ای به جرم 500 kg در مدار دایره‌ای به شعاع 9000 km از مرکز زمین با تندی v دور زمین می‌چرخد. اگر نیروی گرانشی وارد بر ماهواره از طرف زمین 2000 N باشد، تندی حرکت ماهواره چند متر بر ثانیه است؟

- (۱) ۵۰۰ (۲) ۶۰۰۰ (۳) ۲۰۰۰ (۴) ۴۰۰۰

۷۱- در یک حرکت هماهنگ ساده، در لحظه‌ای که جهت شتاب عوض می‌شود، تندی متحرک $v = 4 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ و در زمانی که جهت حرکت عوض

می‌شود، بزرگی شتاب متحرک $a = 80 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$ است. دو انتهای مسیر حرکت از یکدیگر چند سانتی‌متر فاصله دارند؟

- (۱) ۱۰ (۲) ۲۰ (۳) ۴۰ (۴) ۸۰



۷۲- در یک حرکت هماهنگ ساده سامانه وزنه-فنر، جرم وزنه 600 g گرم و نمودار انرژی جنبشی بر حسب مکان، مطابق شکل است. دوره تناوب حرکت چند ثانیه است؟ ($\pi^2 = 10$)

- (۱) $0/1$ (۲) $0/2$ (۳) $0/25$ (۴) $0/05$

۷۳- گلوله‌ای 150 g گرمی به انتهای نخ سبکی به طول 120 cm سانتی‌متر آویخته شده و با دامنه کم نوسان می‌کند (آونگ ساده). در لحظه‌ای که گلوله

در فاصله 3 cm سانتی‌متری از مرکز نوسان قرار دارد، اندازه شتاب آن چند متر بر مربع ثانیه است؟ ($g = 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$)

- (۱) $\frac{1}{6}$ (۲) $\frac{1}{5}$ (۳) $\frac{1}{4}$ (۴) $\frac{1}{3}$

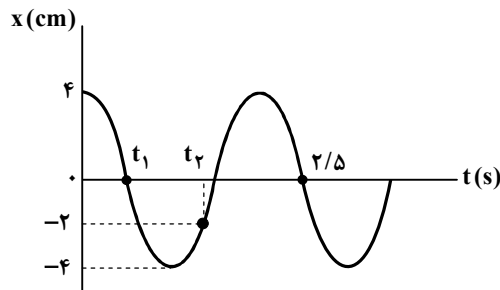
۷۴- در یک حرکت هماهنگ ساده، معادله مکان-زمان در SI به صورت $x = 0/05 \cos(40\pi t)$ است. در بازه زمانی $t_1 = 10 \text{ ms}$ تا

$t_2 = 80 \text{ ms}$ ، چند میلی‌ثانیه سرعت و شتاب متحرک هم‌سو نیستند؟

- (۱) ۴۰ (۲) $37/5$ (۳) ۳۵ (۴) $32/5$

۷۵- نمودار مکان-زمان در یک حرکت هماهنگ ساده مطابق شکل زیر است.

تندی متوسط متحرک در مدت t_1 تا t_2 چند سانتی‌متر بر ثانیه است؟



- (۱) ۸ (۲) $7/2$ (۳) $2/4$ (۴) ۴

محل انجام محاسبات:

۷۶- در مورد ایزوتوپ‌های طبیعی و ساختگی اتم هیدروژن، کدام یک از گزینه‌های زیر نادرست است؟

(۱) هر سه ایزوتوپ طبیعی آن پایدار هستند.

(۲) چهار ایزوتوپ از میان آن‌ها ساختگی هستند.

(۳) در هسته ۵ ایزوتوپ نسبت $\frac{n}{p}$ از $1/5$ بزرگ‌تر است.

(۴) سبک‌ترین و سنگین‌ترین ایزوتوپ آن به ترتیب پایدارترین و ناپایدارترین ایزوتوپ آن است.

۷۷- مجموع شمار اتم‌ها در 0.8 گرم متان (CH_4) و $1/2$ گرم اتان (C_2H_6)، با شمار اتم‌ها در چند لیتر گاز گوگرد تری‌اکسید در شرایط

STP برابر است؟ ($H = 1, C = 12 : g \cdot mol^{-1}$)

(۱) $1/596$ (۲) $3/192$ (۳) $6/384$ (۴) $12/768$

۷۸- اگر آرایش الکترونی یون‌های A^+ ، B^{2-} و C^- همگی به $3p^6$ ختم شوند، چند مورد از مطالب زیر نادرست است؟

■ عنصر A متعلق به گروه اول و دوره چهارم جدول تناوبی است.

■ عنصر B با عنصر A ترکیبی یونی با فرمول AB_2 می‌دهد.

■ اختلاف تعداد الکترون‌های A و C برابر ۲ است.

■ عنصر B با اکسیژن هم‌گروه بوده و در جدول دوره‌ای، خانه پایینی آن را اشغال می‌کند.

(۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

۷۹- در دوره چهارم جدول تناوبی چند عنصر یافت می‌شود که تعداد الکترون‌های موجود در زیرلایه‌های s اتم آن با تعداد الکترون‌های ظرفیتی

آن برابر باشد؟

(۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

۸۰- کدام گزینه درست است؟

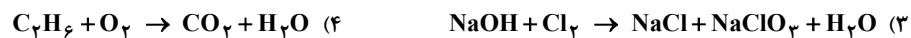
(۱) در دما و فشار اتاق، حجم یک مول از یک نمونه گاز، به جرم مولی آن وابسته است.

(۲) برای توصیف یک نمونه گاز، کافی است دما و فشار آن مشخص باشد.

(۳) در شرایط یکسان، یک مول از گازهای هیدروژن و هلیوم، دارای تعداد اتم‌های برابری هستند.

(۴) اگر دمای یک مول گاز آرگون را نسبت به شرایط STP، 10 درجه سلسیوس افزایش دهیم، حجم آن بیش از $22/4$ لیتر خواهد شد.

۸۱- در کدام یک از واکنش‌های زیر، پس از موازنه، مجموع ضرایب فرآورده‌ها با مجموع ضرایب واکنش‌دهنده‌ها برابر است؟



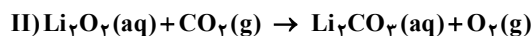
۸۲- نسبت جفت الکترون‌های ناپیوندی به جفت الکترون‌های پیوندی ترکیب مولکولی حاصل از دو اتم X و $15 Y$ به فرمول X_2Y_7 ، کدام است؟

(۱) $\frac{2}{3}$ (۲) $\frac{1}{3}$ (۳) $\frac{2}{7}$ (۴) $\frac{4}{7}$

۸۳- گاز کربن دی‌اکسید تولیدشده از تجزیه $1/68$ گرم سدیم هیدروژن کربنات را مطابق معادله‌های زیر، به‌طور کامل وارد محلول لیتیم

پراکسید (Li_2O_2) می‌کنیم. حجم گاز اکسیژن تولیدشده پس از پایان این فرایند در شرایط STP چند لیتر است؟ (معادله واکنش‌ها موازنه

شوند). ($H = 1, C = 12, O = 16, Na = 23 : g \cdot mol^{-1}$)



(۱) $0/112$ (۲) $0/224$ (۳) $1/112$ (۴) $2/224$

محل انجام محاسبات:

۸۴- در یک ظرف دربسته، مخلوطی از دو مول کربن دی‌سولفید و اکسیژن را وارد کرده و جرقه می‌زنیم تا همه کربن دی‌سولفید به کربن دی‌اکسید و گوگرد دی‌اکسید تبدیل شود. اگر در طی این عمل، تعداد مول مواد موجود در ظرف به $1/8$ مول برسد، چند گرم کربن دی‌سولفید در ظرف اولیه وجود داشته است؟ (در این فرایند، مقداری از اکسیژن مصرف نمی‌شود و $C = 12, S = 32: g \cdot mol^{-1}$)

- (۱) $15/2$ (۲) $7/6$ (۳) $13/2$ (۴) $3/8$

۸۵- کدام یک از عبارات‌های زیر در مورد ترکیب آمونیوم کربنات درست است؟

(الف) نسبت شمار آنیون به کاتیون در آن همانند این نسبت در نقره سولفات است.

(ب) شمار عنصرهای سازنده آن، ۲ برابر عنصرهای سازنده آهن (II) کلرید است. (شمار انواع عنصرها)

(پ) در هر مول از آن، ۹ مول اتم وجود دارد.

(ت) تعداد پیوندهای کووالانسی در کاتیون آن، یکی بیشتر از تعداد این پیوندها در آنیون آن است.

- (۱) «الف» و «ب» (۲) «الف» و «ت» (۳) «ب» و «پ» (۴) «پ» و «ت»

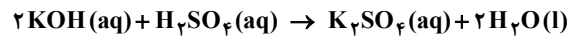
۸۶- اگر به یک لیتر محلول $0.3/0$ مولار H_2SO_4 ، ۹۹ لیتر آب اضافه کنیم، غلظت محلول رقیق شده چند ppm است؟

(چگالی محلول رقیق و $H = 1, O = 16, S = 32: g \cdot mol^{-1}$)

- (۱) ۳۰۰ (۲) $29/4$ (۳) ۳ (۴) ۲۹۴

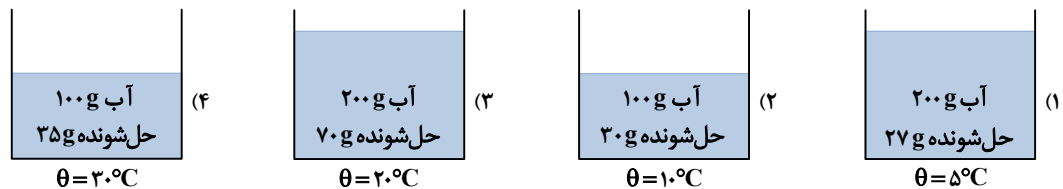
۸۷- چند میلی‌لیتر محلول $2/8$ مولار سولفوریک اسید، می‌تواند ۱۰۰ میلی‌لیتر محلول ۵۶ درصد جرمی پتاسیم هیدروکسید با چگالی

$1/12 g \cdot mL^{-1}$ را مطابق واکنش زیر خنثی کند؟ ($H = 1, O = 16, K = 39: g \cdot mol^{-1}$)



- (۱) ۴۰۰ (۲) ۲۰۰ (۳) ۱۰۰ (۴) ۸۰۰

۸۸- رابطه انحلال‌پذیری با دما برای ماده‌ای، به صورت $S = 0.3\theta + 27$ است. در کدام مورد، محلول فراسیرشده‌ای از این ماده در آب وجود دارد؟



۸۹- کدام عبارت نادرست است؟

(۱) مولکول HCl قطبی و مولکول F_2 ناقطبی است.

(۲) نقطه جوش F_2 نسبت به HCl کمتر است.

(۳) در مواد با جرم مولی به تقریب یکسان، مولکول ناقطبی نقطه جوش بالاتری دارد.

(۴) هر سه مولکول NH_3 و CO، H_2O مولکول‌های قطبی هستند.

۹۰- کدام گزینه نادرست است؟

(۱) در شرایط یکسان، گاز کربن مونوکسید نسبت به گاز نیتروژن، آسان‌تر مایع می‌شود.

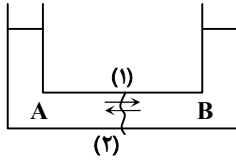
(۲) مولکول‌های کربن دی‌اکسید برخلاف مولکول‌های نیتروژن مونوکسید، ناقطبی هستند و در آب انحلال‌پذیری کمتری دارند.

(۳) اگر در دمای $25^\circ C$ ، حداکثر ۴۰ میلی‌گرم از ماده‌ای در ۵۰ گرم آب حل شود، آن ماده کم‌محلول محسوب می‌شود.

(۴) با توجه به قانون هنری، در دمای معین با افزایش فشار، انحلال‌پذیری مواد گازی در آب به صورت خطی افزایش می‌یابد.

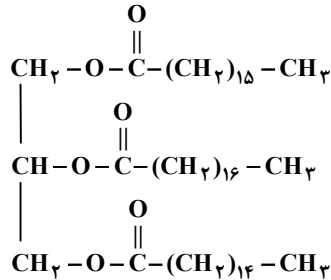
محل انجام محاسبات:

۹۱- در شکل زیر محلول های A و B با یک غشای نیمه تراوا از هم جدا شده اند. اگر حجم اولیه ۲ محلول برابر و غلظت اولیه محلول A از محلول B بیشتر باشد، کدام گزینه درست است؟



- (۱) به تدریج بین دو محلول مبادله صورت می گیرد ولی در پایان حجم دو محلول برابر خواهد بود.
 (۲) مسیر (۱) نشان دهنده حرکت مولکول های آب از محلول A به B و برخی یون های درشت است.
 (۳) میزان نفوذ آب در مسیر (۲) بیشتر از مسیر (۱) است.
 (۴) در پایان حجم محلول B از A بیشتر خواهد بود.

۹۲- با توجه به فرمول ساختاری نوعی چربی که به شکل زیر است کدام موارد زیر درست هستند؟
 الف) از واکنش آن با محلول سود سوزآور، سه صابون جامد متفاوت به دست می آید.



ب) از واکنش سوختن کامل ۰/۲ مول از آن در STP به تقریب ۴۱۲ لیتر گاز کربن دی اکسید تولید می شود.

پ) نسبت شمار جفت الکترون های پیوندی به جفت الکترون های ناپیوندی در آن برابر ۱۴/۸ است.

ت) مخلوط به دست آمده از آن با آب و صابون، پایدار است.

(۱) «الف» و «ب» (۲) «الف» و «پ»

(۳) «الف» و «ت» (۴) «پ» و «ت»

۹۳- اگر در یک پاک کننده غیر صابونی سدیم دار با زنجیر هیدروکربنی سیر شده، تفاوت شمار اتم های کربن و هیدروژن برابر با ۱۰ باشد، زنجیر هیدروکربنی این پاک کننده چند اتم کربن دارد؟

۱۷ (۴)

۱۶ (۳)

۱۱ (۲)

۱۰ (۱)

۹۴- شکل زیر رسانایی الکتریکی محلول دو باز متفاوت با غلظت یکسان را نشان می دهد. با توجه به آن کدام عبارت نادرست است؟



(۱)

(۲)

(۱) باز موجود در محلول ۲، باز ضعیف تری است.

(۲) محلول ۲، جهت استفاده به عنوان لوله بازکن، مناسب تر است.

(۳) pH محلول ظرف ۱ از ظرف ۲ بیشتر است.

(۴) در صورتی که فرم کلی هر دو باز به صورت XOH باشد، در غلظت برابر، مقدار HCl متفاوتی را می توانند خنثی کنند.

۹۵- اگر غلظت اسید یونش نیافته HA موجود در محلول برابر با $0.2 \text{ mol} \cdot \text{L}^{-1}$ و غلظت مجموع ذرات موجود در این محلول $0.08 \text{ mol} \cdot \text{L}^{-1}$ باشد، ثابت یونش و درصد یونش این اسید به ترتیب از راست به چپ کدام است؟

(۲) 6.4×10^{-2} ، $4/5$

(۱) 0.6 ، $4/5 \times 10^{-2}$

(۴) 4.9×10^{-2}

(۳) 0.4 ، 9×10^{-2}

۹۶- برای تهیه ۲۰۰ mL محلول $\text{Ca}(\text{OH})_2$ با $\text{pH} = 11/3$ چند میلی گرم کلسیم هیدروکسید با خلوص ۷۴ درصد لازم است؟ (ناخالصی ها

نامحلول در آب هستند.) ($\text{Ca}(\text{OH})_2 = 74 : \text{g} \cdot \text{mol}^{-1}$) ($\log 2 = 0/3$ ، $\log 5 = 0/7$)

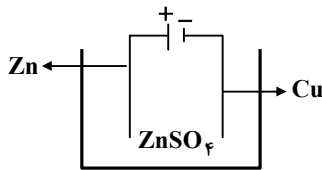
۲۰ (۴)

۱۰ (۳)

۲ (۲)

۱ (۱)

محل انجام محاسبات:



۱۰۴- با توجه به شکل زیر، کدام مطلب درست است؟

- (۱) یک واکنش اکسایش - کاهش خودبه خودی انجام می شود.
- (۲) در کاتد واکنش $Zn^{2+} + 2e^{-} \rightarrow Zn$ رخ می دهد.
- (۳) از وزن تیغه مسی کاسته و بر وزن روی افزوده می شود.
- (۴) جهت جریان الکترون از مس به روی است.

۱۰۵- چنانچه در سطح آهن پوشیده شده از آلومینیم، در هوای مرطوب خراش عمیقی ایجاد شود به گونه ای که سطح آهن نیز آشکار گردد،
 (۱) آهن در نقش آند اکسید می شود.
 (۲) آلومینیم در نقش کاتد کاهش می یابد.
 (۳) در سطح آهن واکنش $O_2(g) + 2H_2O(l) + 4e^{-} \rightarrow 4OH^{-}(aq)$ انجام می شود.
 (۴) به مرور رسوب $Fe(OH)_2$ در محل خراش ایجاد می شود.

محل انجام محاسبات:

اسامی هیأت علمی آزمون های ویژه داوطلبان کنکور ۱۴۰۵ گروه علوم ریاضی

مدیرگروه	عنوان درس	مسئول درس	طراحان	دستیار مسئول درس
سید امیرمحمد سید شاکری	حسابان و ریاضی پایه	علی افضل زاده	حسین شفیع زاده - ایمان اردستانی	عباس سعیدی - وحید جعفری
	هندسه	سعید اکبرزاده	سید محسن میراسلامی - فرهاد فرزادی - سعید اکبرزاده	هادی کاظم نژاد
	ریاضیات گسسته	سعید اکبرزاده	علیرضا شریف خطیبی - سعید اکبرزاده - امیدرضا پورحسینی	فرهاد فرزادی
محمد حسین کشانی	فیزیک	منصور داودوندی	علی نعیمی - بهمن شاهمرادی - احمد رضوانی منصور داودوندی - جمال خم خاجی	ساناز دریکوندی
	شیمی	شهرام شاه پرویزی	ماشاءالله سلیمانی - بهنام ابراهیم پور - مهرداد ملاصالحی - سید صمد صفوی حسین شرانلو - رضا بخشیان - محمدرضا پورجاوید - یاسر راش	حنانه شریف خطیبی

معاون تولید محتوا: علی الفتی

مدیر واحد آموزش تخصصی: محمد رضا محمد هاشمی

دفترچه پاسخ تشریحی

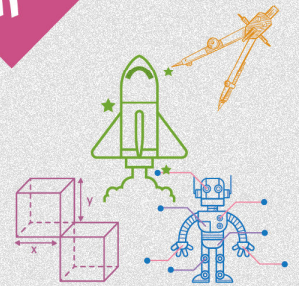
گروه آزمایشی علوم ریاضی

آزمون آزمایشی ۱۱ اردیبهشت ۱۴۰۵

ویژه داوطلبان آزمون سراسری ۱۴۰۵

پایه
دوازدهم

مرحله
۱۴



۱۴۰۴-۱۴۰۵

ریاضیات



۱- پاسخ: گزینه ۴

▲ مشخصات سؤال: متوسط * ریاضی ۱ (فصل ۴، درس ۳)

نکته: جدول تعیین علامت عبارت درجه اول $y = ax + b$ به صورت زیر است:

x	$-\infty$	$-\frac{b}{a}$	$+\infty$
y	مخالف علامت a		موافق علامت a

با توجه به نامعادله داده شده، داریم:

$$\frac{ax+4}{2x+b} > 3 \Rightarrow \frac{ax+4}{2x+b} - 3 > 0 \Rightarrow \frac{(a-6)x+4-3b}{2x+b} > 0$$

جواب نامعادله بازه $(-\infty, -2)$ و مخرج کسر عبارت درجه اول است. (حتماً ریشه دارد)

پس باید صورت کسر یک عدد باشد؛ زیرا در غیر این صورت، آن نیز حتماً یک ریشه دارد و ریشه صورت نیز باید ابتدا یا انتهای بازه جواب باشد. بنابراین:

$$a-6=0 \Rightarrow a=6$$

از طرفی $x = -2$ باید ریشه مخرج کسر باشد و داریم:

$$2x+b=0 \xrightarrow{x=-2} -4+b=0 \Rightarrow b=4$$

پس: $ab = 24$

دقت کنید اگر $x = -2$ هم‌زمان ریشه صورت و مخرج باشد، علامت عبارت در اطراف $x = -2$ تغییر نمی‌کند.

▲ مشخصات سؤال: متوسط * ریاضی ۱ (فصل ۵، درس ۳)

۲- پاسخ: گزینه ۱

نکته: اگر $y = ax^2 + bx + c$ ضابطه یک سهمی باشد، رأس این سهمی نقطه $(-\frac{b}{2a}, \frac{-\Delta}{4a})$ است.

نکته: در تابع درجه دوم $y = ax^2 + bx + c$ اگر $a > 0$ ، برد تابع برابر $(-\frac{\Delta}{4a}, +\infty)$ و اگر $a < 0$ ، برد تابع برابر $(-\infty, \frac{-\Delta}{4a})$ است.

برد تابع $y = 3x^2 + bx + c$ با توجه به مثبت بودن ضریب جمله درجه دوم باید به صورت $[k, +\infty)$ باشد که در آن k عرض رأس سهمی است.

می‌دانیم با حذف هر عددی به جز طول رأس سهمی برد تابع درجه دو تغییر نمی‌کند؛ زیرا در مجموعه اعضای برد، هر عدد به‌ازای دو عضو دامنه به‌دست می‌آید که با حذف یکی از آن‌ها عدد متناظر در برد حذف نمی‌شود.

اما در تابع داده شده با حذف عدد -2 از دامنه تابع، برد آن از $[7, +\infty)$ به $(7, +\infty)$ تغییر کرده است، یعنی 7 از برد حذف شده است. پس تنها حالت قابل تصور آن است که نقطه‌ای با طول -2 و عرض 7 همان رأس سهمی باشد که با حذف آن دامنه و برد هر دو تغییر می‌کنند. پس:

$$\frac{-b}{2a} = -2 \Rightarrow \frac{-b}{6} = -2 \Rightarrow b = 12$$

$$\frac{-\Delta}{4a} = 7 \Rightarrow \frac{-(144-12c)}{12} = 7 \Rightarrow 12c-144 = 12 \times 7 \Rightarrow c-12 = 7 \Rightarrow c = 19$$

بنابراین مقدار $b+c$ برابر $12+19=31$ است.

▲ مشخصات سؤال: متوسط * ریاضی ۱ (فصل ۱، درس ۴)

۳- پاسخ: گزینه ۴

نکته: جمله عمومی دنباله هندسی a_n با جمله اول a_1 و قدر نسبت r به صورت $a_n = a_1 r^{n-1}$ است. ($a_1, r \neq 0$)

مطابق رابطه داده شده، داریم:

$$\frac{a_7}{a_1} = \frac{a_2 a_6}{a_4} + 2 \Rightarrow \frac{(a_1 r^2)^7}{a_1} = \frac{a_1 r \times a_1 r^5}{a_1 r^3} + 2 \Rightarrow a_1^2 r^6 = a_1 r^3 + 2 \Rightarrow (a_1 r^3)^2 = a_1 r^3 + 2 \Rightarrow a_4^2 - a_4 - 2 = 0$$

$$\Rightarrow (a_4 - 2)(a_4 + 1) = 0 \Rightarrow a_4 = 2 \text{ یا } a_4 = -1$$

از طرفی مقدار خواسته شده برابر است با:

$$a_1 \times a_7 = a_1 \times a_1 r^6 = (a_1 r^3)^2 = a_4^2$$

پس مقدار خواسته شده برابر ۱ یا ۴ است. تنها جواب ۴ در گزینه‌ها موجود است.

▲ مشخصات سؤال: متوسط * ریاضی ۱ (فصل ۳، درس ۴)

۴- پاسخ: گزینه ۲

نکته:

$$- a^2 - b^2 = (a-b)(a+b) \quad a^3 \pm b^3 = (a \pm b)(a^2 \mp ab + b^2)$$

با استفاده از اتحادهای جبری، داریم:

$$A = \frac{x^6 - 64}{(x^2 + 4 + 2x)(x^2 + 4 - 2x)} = \frac{(x^3 - 8)(x^3 + 8)}{(x^2 + 4 + 2x)(x^2 + 4 - 2x)}$$

$$\Rightarrow A = \frac{(x-2)(x^2 + 2x + 4)(x+2)(x^2 - 2x + 4)}{(x^2 + 4 + 2x)(x^2 + 4 - 2x)} \Rightarrow A = (x-2)(x+2) = x^2 - 4$$

$$x = \sqrt{3} + 1 \Rightarrow A = (\sqrt{3} + 1)^2 - 4 \Rightarrow A = 3 + 2\sqrt{3} + 1 - 4 \Rightarrow A = 2\sqrt{3}$$

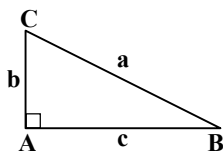
▲ مشخصات سؤال: متوسط * ریاضی ۱ (فصل ۲، درس ۱)

۵- پاسخ: گزینه ۱

نکته: در مثلث قائم الزاویه ABC داریم:

$$\cot \hat{B} = \frac{c}{b} = \frac{\text{ضلع مجاور}}{\text{ضلع مقابل}}$$

طبق تعریف کتانژانت در مثلث قائم الزاویه، داریم:



$$\cot \hat{A}_1 = \frac{CA_1}{BC}$$

$$\cot \hat{A}_2 = \frac{CA_2}{BC} = \frac{CA_1 + A_1A_2}{BC} = \frac{CA_1}{BC} + \frac{A_1A_2}{BC}$$

$$\cot \hat{A}_3 = \frac{CA_3}{BC} = \frac{CA_1 + A_1A_2 + A_2A_3}{BC} = \frac{CA_1}{BC} + \frac{A_1A_2}{BC} + \frac{A_2A_3}{BC}$$

$$\cot \hat{A}_4 = \frac{CA_4}{BC} = \frac{CA_1}{BC} + \frac{A_1A_2}{BC} + \frac{A_2A_3}{BC} + \frac{A_3A_4}{BC}$$

چون کتانژانت زاویه‌ها تشکیل دنباله حسابی می‌دهند، مقدار اضافه شده به هر جمله دنباله، مقداری ثابت است:

$$\frac{A_1A_2}{BC} = \frac{A_2A_3}{BC} = \frac{A_3A_4}{BC} \Rightarrow A_1A_2 = A_2A_3 = A_3A_4$$

$$\begin{cases} S_{\triangle BA_3A_4} = \frac{1}{2} \times BC \times A_3A_4 \\ S_{\triangle BA_1A_2} = \frac{1}{2} \times BC \times A_1A_2 \end{cases} \xrightarrow{A_1A_2 = A_3A_4} S_{\triangle BA_3A_4} = S_{\triangle BA_1A_2} \Rightarrow \frac{S_{\triangle BA_3A_4}}{S_{\triangle BA_1A_2}} = 1$$

▲ مشخصات سؤال: دشوار * ریاضی ۱ (فصل ۲، درس ۳)

۶- پاسخ: گزینه ۴

نکته:

$$\tan x = \frac{\sin x}{\cos x}, \quad \cot x = \frac{\cos x}{\sin x}$$

$$1 + \tan^2 x = \frac{1}{\cos^2 x}, \quad 1 + \cot^2 x = \frac{1}{\sin^2 x}$$

اگر $\cos x = 0$ ، رابطه داده شده برقرار نیست، پس $\cos x \neq 0$.

اکنون طرفین رابطه را بر $\cos^2 x$ تقسیم می‌کنیم:

$$\frac{\sqrt{\sin^2 x}}{\cos^2 x} - \frac{6 \sin x \cos x}{\cos^2 x} - \frac{\cos^2 x}{\cos^2 x} = -\frac{2}{\cos^2 x}$$

$$\Rightarrow \sqrt{\tan^2 x} - 6 \tan x - 1 = -2(1 + \tan^2 x) \Rightarrow 9 \tan^2 x - 6 \tan x + 1 = 0 \Rightarrow (3 \tan x - 1)^2 = 0 \Rightarrow \tan x = \frac{1}{3} \Rightarrow \cot x = 3$$

اکنون حاصل $\sin x \cos x$ را به دست می‌آوریم:

$$\tan x + \cot x = \frac{1}{3} + 3 \Rightarrow \frac{\sin x}{\cos x} + \frac{\cos x}{\sin x} = \frac{10}{3} \Rightarrow \frac{\sin^2 x + \cos^2 x}{\sin x \cos x} = \frac{10}{3} \Rightarrow \frac{1}{\sin x \cos x} = \frac{10}{3} \Rightarrow \sin x \cos x = \frac{3}{10}$$

▲ مشخصات سؤال: دشوار * ریاضی ۱ (فصل ۱، درس ۳)

۷- پاسخ: گزینه ۴

نکته: فرم کلی یک الگوی درجه دوم به صورت $f(n) = an^2 + bn + c$ می‌باشد.

طبق اطلاعات گفته شده در صورت سؤال داریم:

$$\begin{cases} f(4) - f(3) = 6 \\ f(5) - f(4) = 8 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} (16a + 4b + c) - (9a + 3b + c) = 6 \\ (25a + 5b + c) - (16a + 4b + c) = 8 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 7a + b = 6 \\ 9a + b = 8 \end{cases} \xrightarrow{\text{حل دستگاه}} a = 1, b = -1$$

پس جمله عمومی الگو به صورت $f(n) = n^2 - n + c$ می شود؛ با توجه به فرض $f(1) = 1$ ، پس:

$$f(1) = 1 \Rightarrow 1 - 1 + c = 1 \Rightarrow c = 1$$

$$f(20) = 20^2 - 20 + 1 = 400 - 20 + 1 = 381$$

بنابراین $f(n) = n^2 - n + 1$ و داریم:

۸- پاسخ: گزینه ۲ \blacktriangle مشخصات سؤال: دشوار * ریاضی ۱ (فصل ۳، درس ۴)

نکته:

$$a^2 + b^2 = (a+b)(a^2 - ab + b^2)$$

ابتدا با فاکتورگیری صورت و مخرج کسر را با یکدیگر ساده می کنیم:

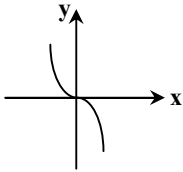
$$A = \frac{3 + \sqrt{9} + 4\sqrt{3}}{\sqrt{9} + \sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3^3} + \sqrt{3^2} + 4\sqrt{3}}{\sqrt{3^2} + \sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}(\sqrt{3^2} + \sqrt{3} + 4)}{\sqrt{3}(\sqrt{3} + 1)} = \frac{\sqrt{9} + \sqrt{3} + 4}{\sqrt{3} + 1} = \frac{\sqrt{3}(\sqrt{3} + 1) + 4}{\sqrt{3} + 1} = \sqrt{3} + \frac{4}{\sqrt{3} + 1}$$

اکنون با استفاده از اتحاد مجموع مکعبات مخرج کسر را گویا می کنیم:

$$A = \sqrt{3} + \frac{4}{\sqrt{3} + 1} \times \frac{\sqrt{3^2} - \sqrt{3} + 1}{\sqrt{3^2} - \sqrt{3} + 1} = \sqrt{3} + \frac{4(\sqrt{9} - \sqrt{3} + 1)}{(\sqrt{3})^2 + 1^2} = \sqrt{3} + \frac{4(\sqrt{9} - \sqrt{3} + 1)}{4} = \sqrt{9} + 1$$

۹- پاسخ: گزینه ۲ \blacktriangle مشخصات سؤال: ساده * حسابان ۲ (فصل ۱، درس های ۱ و ۲)

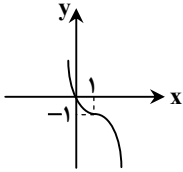
نکته: نمودار تابع $y = -x^3$ به صورت مقابل است.



با توجه به اتحاد $(x-1)^3 = x^3 - 3x^2 + 3x - 1$ تابع را به صورت زیر می نویسیم:

$$y = -(x^3 - 3x^2 + 3x) = -(x^3 - 3x^2 + 3x - 1 + 1) = -((x-1)^3 + 1) \Rightarrow y = -(x-1)^3 - 1$$

بنابراین برای رسم تابع فوق، نمودار $y = -x^3$ را یک واحد به راست و یک واحد به پایین منتقل می کنیم. توجه کنید که نمودار تابع از مبدأ می گذرد.



۱۰- پاسخ: گزینه ۴ \blacktriangle مشخصات سؤال: ساده * حسابان ۲ (فصل ۱، درس ۲)

نکته: در تقسیم چندجمله ای $f(x)$ بر دو جمله ای درجه اول $(x-a)$ ، باقی مانده تقسیم برابر $f(a)$ است.

برای یافتن باقی مانده تقسیم یک عبارت چندجمله ای بر $x+1$ کافی است، مقدار آن عبارت جبری را به ازای $x = -1$ پیدا کنیم. داریم:

$$x = -1 \Rightarrow (x^2 + 1)P(x) = ((-1)^2 + 1)P(-1) = (1+1) \times (-3(-1) + 4(-1) - 7 \times 1 + 6(-1) + 11) \\ = 2 \times (3 - 4 - 7 - 6 + 11) = 2 \times (-3) = -6$$

۱۱- پاسخ: گزینه ۳ \blacktriangle مشخصات سؤال: ساده * حسابان ۲ (فصل ۳، درس ۱)

حاصل حد هنگامی که $x \rightarrow 2^+$ ، برابر $-\infty$ شده است، پس عدد ۲ باید ریشه مخرج باشد.

از طرف دیگر عدد ۲ ریشه صورت نیز هست، پس مخرج باید ضریبی از $(x-2)^2$ باشد:

$$ax^2 + bx - 4 = k(x-2)^2 = k(x^2 - 4x + 4) \Rightarrow 4k = -4 \Rightarrow k = -1$$

$$a = -1, b = 4 \Rightarrow a + b = 3$$

بنابراین:

۱۲- پاسخ: گزینه ۳ \blacktriangle مشخصات سؤال: ساده * حسابان ۲ (فصل ۳، درس ۲)

نکته (قضیه): فرض کنیم n عددی طبیعی و a یک عدد حقیقی غیر صفر باشد، در این صورت داریم:

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} ax^n = \begin{cases} +\infty & (a \text{ مثبت}) \\ -\infty & (a \text{ منفی}) \end{cases} \quad \lim_{x \rightarrow -\infty} ax^n = \begin{cases} +\infty & (n \text{ زوج و } a \text{ مثبت}) \\ -\infty & (n \text{ زوج و } a \text{ منفی}) \\ -\infty & (n \text{ فرد و } a \text{ مثبت}) \\ +\infty & (n \text{ فرد و } a \text{ منفی}) \end{cases}$$

حاصل حد مورد نظر برابر است با:

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \sqrt[3]{x} \left(\sqrt{\frac{\lambda}{x} + \frac{1}{x^2+1}} + \sqrt{\frac{\lambda}{x^2} + \frac{1}{x+1}} \right) = \lim_{x \rightarrow -\infty} \left(\sqrt[3]{x} \left(\sqrt{\frac{\lambda}{x} + \frac{1}{x^2+1}} + \sqrt{\frac{\lambda}{x^2} + \frac{1}{x+1}} \right) \right)$$

$$= \lim_{x \rightarrow -\infty} \left(\sqrt[3]{\lambda + \frac{x}{x^2+1}} + \sqrt[3]{\frac{\lambda}{x} + \frac{x}{x+1}} \right) = \lim_{x \rightarrow -\infty} \left(\sqrt[3]{\lambda + \frac{x}{x^2}} + \sqrt[3]{\frac{\lambda}{x} + \frac{x}{x}} \right) = \sqrt[3]{\lambda+0} + \sqrt[3]{0+1} = 2+1 = 3$$

۱۳- پاسخ: گزینه ۲ ▲ مشخصات سؤال: ساده * حسابان ۲ (فصل ۲، درس ۲)

نکته: جواب‌های کلی معادله $\cos x = \cos \alpha$ به صورت $x = 2k\pi \pm \alpha$ می‌باشند که:

$k \in \mathbb{Z}$ نکته: جواب‌های کلی معادله $\sin x = \sin \alpha$ به صورت $x = 2k\pi + \alpha$ و $x = (2k+1)\pi - \alpha$ می‌باشند که:

هر دو معادله را حل می‌کنیم و جواب‌ها را به دست می‌آوریم:

$$1) \cos 4x = \cos 3x \Rightarrow \begin{cases} 4x = 2k\pi + 3x \Rightarrow x = 2k\pi \\ 4x = 2k\pi - 3x \Rightarrow x = \frac{2k\pi}{7} \end{cases} \xrightarrow{k=1} \begin{cases} x = 2\pi \\ x = \frac{2\pi}{7} \end{cases}$$

پس $x = \frac{2\pi}{7}$ کوچک‌ترین جواب مثبت معادله است و در نتیجه:

$$\alpha = \frac{2\pi}{7}$$

$$2) \sin 3x = \sin 2x \Rightarrow \begin{cases} 3x = 2k\pi + 2x \Rightarrow x = 2k\pi \\ 3x = 2k\pi + \pi - 2x \Rightarrow x = \frac{2k\pi + \pi}{5} \end{cases} \xrightarrow{k=-1} \begin{cases} x = -2\pi \\ x = -\frac{\pi}{5} \end{cases}$$

پس $x = -\frac{\pi}{5}$ بزرگ‌ترین جواب منفی معادله است و در نتیجه $\beta = -\frac{\pi}{5}$. پس خواسته سؤال برابر است با:

$$2\alpha - 3\beta = \frac{4\pi}{7} + \frac{3\pi}{5} = \frac{41\pi}{35}$$

۱۴- پاسخ: گزینه ۱ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * حسابان ۲ (فصل ۱، درس ۱)

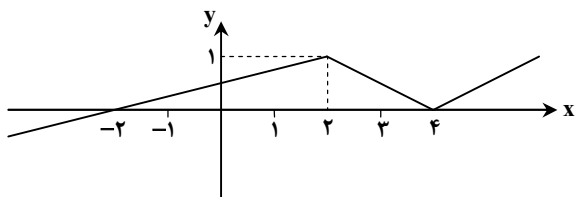
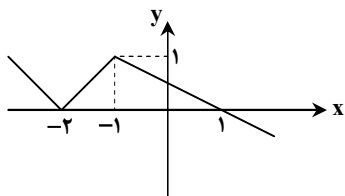
نکته: برای رسم نمودار $y = f(ax+b)$ ($0 < a < 1, b > 0$)، ابتدا نمودار $y = f(x)$ را به اندازه b واحد در راستای محور طول‌ها به سمت

چپ منتقل نموده و سپس آن را با ضریب $\frac{1}{a}$ در راستای محور طول‌ها منبسط می‌کنیم.

نکته: برای رسم نمودار $y = f(-x)$ ، باید نمودار تابع f را نسبت به محور عرض‌ها قرینه کنیم.

ابتدا نمودار $y = f(x)$ را یک واحد به سمت چپ منتقل می‌کنیم تا نمودار $y = f(x+1)$

به دست آید:



حال نمودار حاصل را در راستای محور طول‌ها با ضریب ۲

منبسط کرده، سپس نسبت به محور عرض‌ها قرینه می‌کنیم تا

نمودار $y = f(-\frac{x}{2} + 1)$ به دست آید:

با توجه به نمودار، تابع در بازه $[2, 4]$ نزولی است.

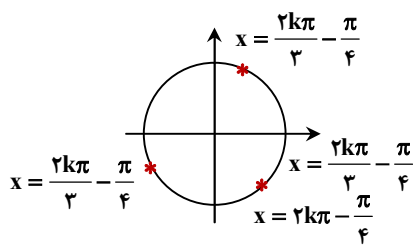
۱۵- پاسخ: گزینه ۱ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * حسابان ۲ (فصل ۲، درس ۲)

نکته: جواب‌های کلی معادله مثلثاتی $\cos x = \cos \alpha$ به صورت $x = 2k\pi \pm \alpha$ می‌باشند که $k \in \mathbb{Z}$.

ابتدا با استفاده از اتحادهای مثلثاتی دو طرف معادله را برحسب کسینوس نوشته، سپس معادله را حل می‌کنیم:

$$\cos\left(x + \frac{\pi}{4}\right) = -2 \sin x \cos x \Rightarrow \cos\left(x + \frac{\pi}{4}\right) = -\sin 2x \Rightarrow \cos\left(x + \frac{\pi}{4}\right) = \cos\left(\frac{\pi}{2} + 2x\right)$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \frac{\pi}{2} + 2x = 2k\pi + \left(x + \frac{\pi}{4}\right) \Rightarrow x = 2k\pi - \frac{\pi}{4} & k \in \mathbb{Z} \\ \frac{\pi}{2} + 2x = 2k\pi - \left(x + \frac{\pi}{4}\right) \Rightarrow 3x = 2k\pi - \frac{3\pi}{4} \Rightarrow x = \frac{2k\pi}{3} - \frac{\pi}{4} & k \in \mathbb{Z} \end{cases}$$



با دقت در جواب‌های به دست آمده متوجه می‌شویم که جواب‌های $x = 2k\pi - \frac{\pi}{4}$ زیرمجموعه جواب‌های $x = \frac{2k\pi}{3} - \frac{\pi}{4}$ هستند. (به ازای k های مضرب ۳). پس جواب کلی معادله است. $x = \frac{2k\pi}{3} - \frac{\pi}{4}$

۱۶- پاسخ: گزینه ۳ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * حسابان ۲ (فصل ۲، درس ۱)

نکته:

$$\cos 2x = 2\cos^2 x - 1, \quad 2 \sin x \cos x = \sin 2x$$

نکته: دوره تناوب تابع $y = a \sin bx$ برابر با $T = \frac{2\pi}{|b|}$ است.

می‌توان ضابطه f را به صورت زیر نوشت:

$$f(x) = 2\cos^2 x \sin x - \sin x \cos x = \sin x \cos x (2\cos^2 x - 1) \Rightarrow f(x) = \frac{1}{2} \sin 2x \cos 2x = \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \sin 2(2x) = \frac{1}{4} \sin(4x)$$

$$T = \frac{2\pi}{4} = \frac{\pi}{2} \text{ پس:}$$

۱۷- پاسخ: گزینه ۱ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * حسابان ۲ (فصل ۲، درس ۱)

نکته: در توابع $y = a \sin(bx) + c$ و $y = a \cos(bx) + c$ ، دوره تناوب برابر $\frac{2\pi}{|b|}$ ، ماکزیمم برابر $|a| + c$ و مینیمم برابر $-|a| + c$ است.

ابتدا توجه کنید که $f(0) = 1$ ، پس می‌توان نوشت:

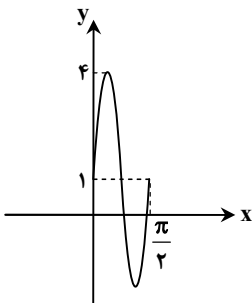
$$f(0) = 1 \Rightarrow 0 + c = 1 \Rightarrow c = 1$$

اکنون توجه کنید که دوره تناوب تابع برابر $\frac{\pi}{4}$ است، بنابراین با توجه به نکته داریم:

$$T = \frac{\pi}{4} \Rightarrow \frac{2\pi}{|b|} = \frac{\pi}{4} \Rightarrow |b| = 4 \Rightarrow b = \pm 4$$

بیشترین مقدار تابع برابر ۴ است، پس با توجه به نکته داریم:

$$|a| + c = 4 \xrightarrow{c=1} |a| = 3 \Rightarrow a = \pm 3$$



چون تابع $f(x)$ در بازه $\left[0, \frac{\pi}{4}\right]$ صعودی است، پس a و b یا هر دو مثبت‌اند و یا هر دو منفی. بنابراین دو حالت امکان‌پذیر است:

$$\begin{cases} a = 3 \text{ و } b = 4 \text{ و } c = 1 \\ a = -3 \text{ و } b = -4 \text{ و } c = 1 \end{cases}$$

$$abc = 12$$

در هر دو حالت داریم:

۱۸- پاسخ: گزینه ۲ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * حسابان ۲ (فصل ۳، درس ۱)

می‌دانیم در تمامی طول‌هایی که مخرج کسر یعنی $\cos x - 1$ صفر می‌شود ($k \in \mathbb{Z}$, $x = 2k\pi$)، صورت کسر نیز صفر می‌شود و برای تعیین حاصل حد بایستی رفع ابهام صورت بگیرد.

$$\lim_{x \rightarrow 2k\pi} f(x) = \lim_{x \rightarrow 2k\pi} \frac{\sin x}{\cos x - 1} \times \frac{\cos x + 1}{\cos x + 1} = \lim_{x \rightarrow 2k\pi} \frac{\sin x (\cos x + 1)}{\cos^2 x - 1} = \lim_{x \rightarrow 2k\pi} \frac{\sin x (\cos x + 1)}{-\sin^2 x} = \lim_{x \rightarrow 2k\pi} \frac{\cos x + 1}{-\sin x}$$

در حد اخیر، فقط حد مخرج کسر صفر است و حد صورت کسر برابر عدد غیر صفر ۲ است. اکنون حد راست و چپ را جداگانه تعیین می‌کنیم تا علامت بی‌نهایت نیز مشخص شود:

$$\lim_{x \rightarrow 2k\pi^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 2k\pi^+} \frac{\cos x + 1}{-\sin x} = \frac{2}{-0} = -\infty$$

$$\lim_{x \rightarrow 2k\pi^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 2k\pi^-} \frac{\cos x + 1}{-\sin x} = \frac{2}{+0} = +\infty$$

پس نمودار تابع در سمت راست مجانب قائم خود به منفی بی‌نهایت و در سمت چپ مجانب قائم خود به مثبت بی‌نهایت میل می‌کند و نمودار گزینه ۲ درست است.

۱۹- پاسخ: گزینه ۲ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * حسابان ۲ (فصل ۳، درس ۲)

نکته: اگر $f(x) = a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + \dots + a_1 x + a$ و $g(x) = b_m x^m + b_{m-1} x^{m-1} + \dots + b_1 x + b$ آنگاه داریم:

$$\lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{f(x)}{g(x)} = \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{a_n}{b_m} x^{n-m}$$

نکته: خط $y = L$ را مجانب افقی نمودار $y = f(x)$ می‌نامیم به شرطی که حداقل یکی از دو شرط $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = L$ و $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = L$ برقرار باشد.

برای یافتن مجانب‌های افقی تابع، باید حد تابع را در بی‌نهایت ($x \rightarrow \pm\infty$) محاسبه کنیم:

$$\begin{cases} \lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{|ax+1|+x}{|x|-2} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{|a|x+x}{x} = |a|+1 \\ \lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{|ax+1|+x}{|x|-2} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{-|a|x+x}{-x} = |a|-1 \end{cases}$$

برای آنکه دو خط $y = |a|+1$ و $y = |a|-1$ نسبت به محور طول‌ها متقارن باشند، باید قرینه یکدیگر باشند، پس:

$$|a|+1 = -(|a|-1) \Rightarrow a = 0$$

حال، حد خواسته شده را محاسبه می‌کنیم:

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{ax + \sqrt{x^2 + x - 1}}{x + 2} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{0 + |x|}{x} = -1$$

۲۰- پاسخ: گزینه ۳ ▲ مشخصات سؤال: دشوار * حسابان ۲ (فصل ۱، درس ۲)

نکته: اگر برای هر دو نقطه x_1 و x_2 از مجموعه A ($A \subseteq D_f$) که $x_1 < x_2$ داشته باشیم: $f(x_1) > f(x_2)$ ، آنگاه تابع f بر روی مجموعه A اکیداً نزولی است.

چون تابع f بر روی \mathbb{R} اکیداً نزولی و $f(2) = 0$ است، برای $x < 2$ داریم:

$$x < 2 \Rightarrow f(x) > f(2) \Rightarrow f(x) > 0$$

یعنی برای $x < 2$ مقدار تابع f مثبت است و برای $x > 2$ داریم:

$$x > 2 \Rightarrow f(x) < f(2) \Rightarrow f(x) < 0$$

پس برای $x > 2$ مقدار تابع f منفی است. حال نامعادله زیر را با تعیین علامت حل می‌کنیم:

$$\frac{f(x)}{x^2 - 8x} \geq 0$$

$$x^2 - 8x = 0 \Rightarrow x(x-8) = 0 \Rightarrow x = 0, x = 8$$

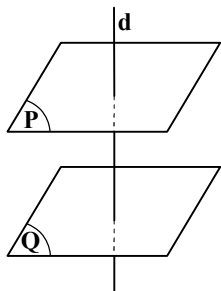
x	$-\infty$	۰	۲	۸	$+\infty$
f(x)	+	+	-	-	-
$x^2 - 8x$	+	-	-	+	+
$\frac{f(x)}{x^2 - 8x}$	+	-	+	-	-
		ن	ج	ن	

$$x < 0 \text{ یا } 2 \leq x < 8 \Rightarrow D_g = (-\infty, 0) \cup [2, 8)$$

اعداد طبیعی دامنه عبارتند از: ۲، ۳، ۴، ۵، ۶ پس عدد طبیعی در دامنه تابع g قرار دارند.

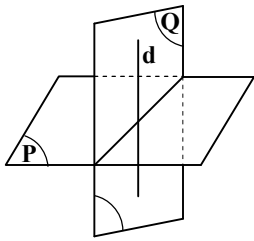
۲۱- پاسخ: گزینه ۳ ▲ مشخصات سؤال: ساده * هندسه ۱ (فصل ۴، درس ۱)

نکته: دو صفحه عمود بر یک خط، موازی‌اند.



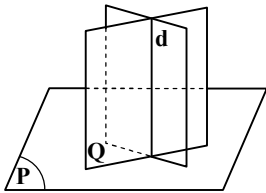
$$\left. \begin{matrix} P \perp d \\ Q \perp d \end{matrix} \right\} \Rightarrow P \parallel Q$$

نکته: دو صفحه بر هم عمودند، هرگاه هر کدام شامل خطی باشد که بر دیگری عمود است.

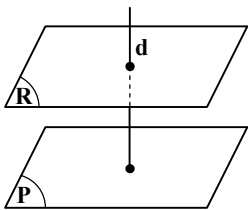


$$\left. \begin{matrix} d \subset Q \\ d \perp P \end{matrix} \right\} \Rightarrow Q \perp P$$

اگر خط d بر صفحه P عمود باشد، تمام صفحاتی مانند Q که شامل خط d هستند، بر صفحه P عمود می‌باشند (چون شامل خطی مانند d هستند که بر P عمود است)، پس: $P \perp Q$



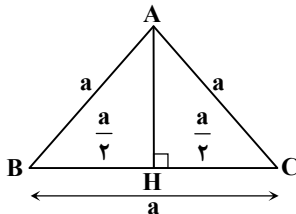
از طرفی تمام صفحاتی مانند R که عمود بر خط d می‌باشند، با صفحه P موازی‌اند (چون دو صفحه عمود بر یک خط موازی‌اند)، پس: $R \parallel P$



بنابراین گزینه ۳ پاسخ است.

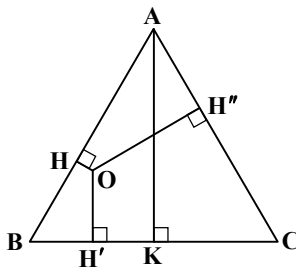
۲۲- پاسخ: گزینه ۴ ▲ مشخصات سؤال: ساده * هندسه ۱ (فصل ۳، درس ۲)

نکته: اگر اندازه هر ضلع مثلث متساوی‌الاضلاع ABC برابر a باشد، ارتفاع AH و مساحت مثلث از روابط زیر به دست می‌آیند:



$$S = \frac{a^2 \sqrt{3}}{4} \text{ و } AH = \frac{a\sqrt{3}}{2}$$

نکته: مجموع فاصله‌های هر نقطه درون مثلث متساوی‌الاضلاع از سه ضلع برابر با ارتفاع مثلث است.



$$OH + OH' + OH'' = AK$$

با توجه به نکته داریم:

$$\frac{\sqrt{3}}{2}a = 2\sqrt{3} \Rightarrow a = 4$$

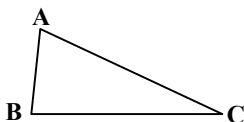
بنابراین محیط این مثلث برابر است با:

$$3a = 12$$

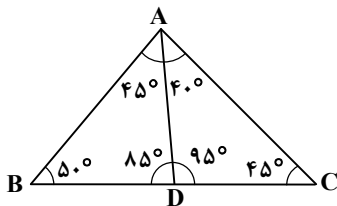
۲۳- پاسخ: گزینه ۴ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * هندسه ۱ (فصل ۱، درس ۲)

نکته: اگر در مثلثی دو زاویه نابرابر باشند، ضلع مقابل به زاویه بزرگ‌تر از ضلع مقابل به زاویه کوچک‌تر، بزرگ‌تر است و برعکس:

$$\hat{B} > \hat{C} \Leftrightarrow AC > AB$$



ابتدا با توجه به اینکه مجموع زاویه‌های داخلی هر مثلث 180° است، اندازه همه زاویه‌های موجود در شکل را تعیین می‌کنیم.



گزینه ۱: $\triangle ABD : \hat{A}DB > \hat{B}AD \Rightarrow AB > BD \checkmark$

گزینه ۲: $\triangle ACD : \hat{A}DC > \hat{C} \Rightarrow AC > AD \checkmark$

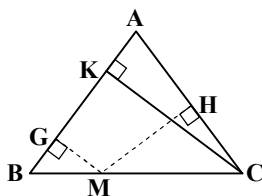
گزینه ۳: $\triangle ABC : \hat{B} > \hat{C} \Rightarrow AC > AB \checkmark$

گزینه ۴: $\triangle ABD : \hat{B} > \hat{B}AD \Rightarrow AD > BD \times$

بنابراین گزینه ۴ پاسخ است.

۲۴- پاسخ: گزینه ۲ \blacktriangle مشخصات سؤال: متوسط * هندسه ۱ (فصل ۳، درس ۲)

نکته: در هر مثلث متساوی‌الساقین ABC که $AB = AC$ است، مجموع فاصله‌های هر نقطه روی قاعده BC از دو ساق، برابر با ارتفاع وارد بر ساق است.



$MG + MH = CK$

نکته: در مثلث قائم‌الزاویه اگر یک زاویه 30° باشد، ضلع مقابل به آن، نصف وتر است. با تعیین زاویه‌ها و با استفاده از نکات، داریم:

$\hat{A} = 120^\circ \Rightarrow \hat{B} = \hat{C} = \frac{180^\circ - 120^\circ}{2} = 30^\circ$

$\hat{M}EC = \hat{M}FB = 90^\circ$

$ME + MF = BH$

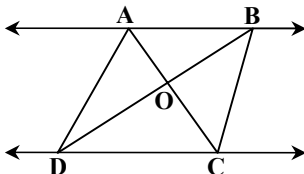
در مثلث قائم‌الزاویه BHC، چون $\hat{C} = 30^\circ$ ، داریم:

$BH = \frac{BC}{2} = \frac{12}{2} = 6$

۲۵- پاسخ: گزینه ۳ \blacktriangle مشخصات سؤال: دشوار * هندسه ۱ (فصل ۲، درس‌های ۳ و ۴)

نکته: اگر دو خط AB و CD موازی باشند، به طوری که دو خط AC و BD در نقطه‌ای مانند O متقاطع باشند، داریم:

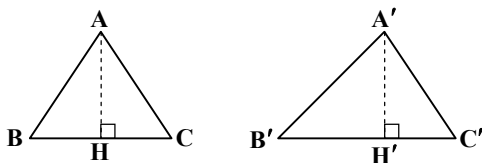
$S_{ADC} = S_{BDC}$ و $S_{OAD} = S_{OBC}$



نکته: اگر مثلث‌های ABC و $A'B'C'$ متشابه باشند و نسبت تشابه آن‌ها k باشد $(\frac{A'B'}{AB} = \frac{A'C'}{AC} = \frac{B'C'}{BC} = k)$ ، آنگاه نسبت مساحت‌های دو مثلث برابر توان دوم نسبت تشابه یعنی k^2 است.

$\frac{S_{A'B'C'}}{S_{ABC}} = k^2$

نکته: هرگاه اندازه ارتفاع‌های دو مثلث برابر باشد، نسبت مساحت‌های آن‌ها برابر با نسبت اندازه‌های قاعده‌هایی است که این ارتفاع‌ها بر آن‌ها وارد شده است.

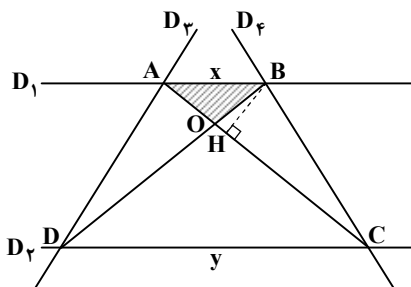


$AH = A'H' \Rightarrow \frac{S_{ABC}}{S_{A'B'C'}} = \frac{BC}{B'C'}$

با توجه به شکل مقابل و نکات فوق داریم:

$D_1 \parallel D_2 \Rightarrow \triangle AOB \sim \triangle COD \Rightarrow \frac{S_{\triangle AOB}}{S_{\triangle COD}} = (\frac{x}{y})^2 = (\frac{1}{3})^2 = \frac{1}{9}$

$\Rightarrow \frac{2}{S_{\triangle COD}} = \frac{1}{9} \Rightarrow S_{\triangle COD} = 18$



$$S_{\triangle AOD} = S_{\triangle BOC}$$

اکنون با توجه به اینکه $S_{\triangle ADC} = S_{\triangle BDC}$ داریم:

با رسم ارتفاع BH داریم:

$$\frac{S_{\triangle AOB}}{S_{\triangle BOC}} = \frac{\frac{1}{2}BH \times OA}{\frac{1}{2}BH \times OC} = \frac{OA}{OC} \Rightarrow \frac{2}{S_{\triangle BOC}} = \frac{OA}{OC} \quad (1)$$

$$\triangle AOB \sim \triangle COD \Rightarrow \frac{OA}{OC} = \frac{AB}{CD} = \frac{x}{y} = \frac{1}{3} \quad (2)$$

$$(1), (2) \Rightarrow \frac{2}{S_{\triangle BOC}} = \frac{1}{3} \Rightarrow S_{\triangle BOC} = 6 \Rightarrow S_{\triangle AOD} = 6$$

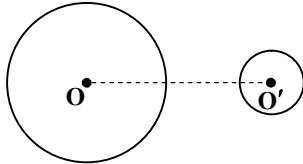
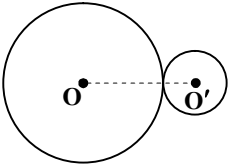
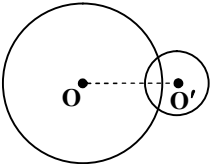
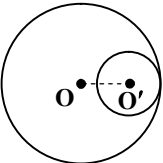
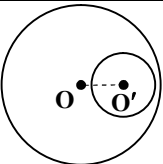
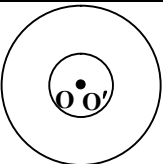
بنابراین مساحت محدود به چهار خط D_1, D_2, D_3 و D_4 برابر است با:

$$S_{ABCD} = S_{\triangle AOB} + S_{\triangle BOC} + S_{\triangle COD} + S_{\triangle AOD} = 2 + 6 + 18 + 6 = 32$$

▲ مشخصات سؤال: ساده * هندسه ۳ (فصل ۲، درس ۲)

۲۶- پاسخ: گزینه ۱

نکته: حالت‌های دو دایره نسبت به هم با شعاع‌های R و R' و خط‌المركزین $OO' = d$ به صورت زیر است: ($R > R'$)

	$d > R + R'$	دو دایره متخارج
	$d = R + R'$	دو دایره مماس بیرون
	$R - R' < d < R + R'$	دو دایره متقاطع
	$d = R - R'$	دو دایره مماس درون
	$d < R - R'$	دو دایره متداخل
	$d = 0$	دو دایره هم‌مرکز

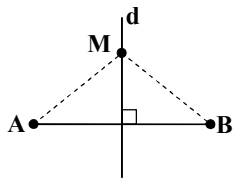
ابتدا مختصات مرکز و اندازه شعاع هر دایره را تعیین می‌کنیم:

$$\begin{cases} (x-2)^2 + (y-5)^2 = 5 \Rightarrow \text{مرکز: } O_1(2, 5) \text{ شعاع: } r_1 = \sqrt{5} \\ (x-3)^2 + (y+2)^2 = 7 \Rightarrow \text{مرکز: } O_2(3, -2) \text{ شعاع: } r_2 = \sqrt{7} \end{cases}$$

$$O_1O_2 = \sqrt{(2-3)^2 + (5+2)^2} = \sqrt{65} \Rightarrow \sqrt{65} > \sqrt{5} + \sqrt{7}$$

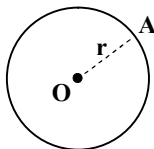
$O_1O_2 > r_1 + r_2 \Rightarrow$ دو دایره متخارج هستند.

۲۷- پاسخ: گزینه ۴ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * هندسه ۳ (فصل ۲، درس ۱)
نکته: مکان هندسی نقاطی که از دو نقطه ثابت A و B در صفحه به یک فاصله‌اند، عمودمنصف AB است.



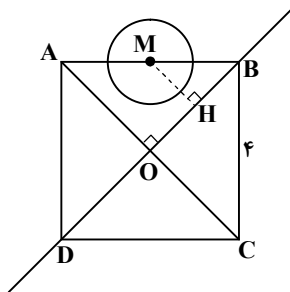
$$M \in d \Leftrightarrow MA = MB$$

نکته: مکان هندسی نقاطی که از نقطه ثابت O به فاصله ثابت r قرار دارند، دایره‌ای به مرکز O و به شعاع r است.



$$A \text{ روی دایره} \Leftrightarrow OA = r$$

مکان هندسی نقاطی که از A و C به یک فاصله‌اند، عمودمنصف AC است. عمودمنصف AC، قطر BD است و مکان هندسی نقاطی که از نقطه M به فاصله واحد هستند، دایره‌ای به مرکز M و شعاع ۱ است.
در این سؤال برای اینکه وضعیت دایره را با عمودمنصف AC بررسی کنیم، باید فاصله M از BD را با ۱ مقایسه کنیم:



$$AC = BC\sqrt{2} \Rightarrow AC = 4\sqrt{2}$$

$$\triangle ABO : MH = \frac{1}{2} AO = \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} AC = \frac{1}{4} AC = \frac{1}{4} \times 4\sqrt{2} = \sqrt{2}$$

$$MH = \sqrt{2} > 1$$

پس دایره، عمودمنصف را قطع نمی‌کند و جواب نداریم.

۲۸- پاسخ: گزینه ۱ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * هندسه ۳ (فصل ۱، درس ۱)

نکته: اگر A یک ماتریس قطری باشد، برای محاسبه A^n باید درایه‌های قطر اصلی آن را به توان n برسانیم.

$$A = \begin{bmatrix} a & \cdot \\ \cdot & b \end{bmatrix} \Rightarrow A^n = \begin{bmatrix} a^n & \cdot \\ \cdot & b^n \end{bmatrix}$$

ابتدا ماتریس A را به صورت زیر در نظر می‌گیریم:

$$A = \begin{bmatrix} 1 & -\sqrt{3} \\ \sqrt{3} & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \sqrt{3} & -1 \\ 1 & \sqrt{3} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cdot & -4 \\ 4 & \cdot \end{bmatrix}$$

$$A^2 = \begin{bmatrix} \cdot & -4 \\ 4 & \cdot \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \cdot & -4 \\ 4 & \cdot \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -16 & \cdot \\ \cdot & -16 \end{bmatrix}$$

بنابراین، خواسته سؤال برابر است با:

$$A^{20} = (A^2)^{10} = \begin{bmatrix} (-16)^{10} & \cdot \\ \cdot & (-16)^{10} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4^{20} & \cdot \\ \cdot & 4^{20} \end{bmatrix}$$

پس درایه سطر دوم و ستون دوم این ماتریس برابر 4^{20} است.

۲۹- پاسخ: گزینه ۲ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * هندسه ۳ (فصل ۱، درس ۲)

نکته: برای ماتریس وارون پذیر A داریم: $AA^{-1} = A^{-1}A = I$

نکته: برای ماتریس مربعی و وارون پذیر A، داریم:

نکته: برای دو ماتریس مربعی هم مرتبه A و B داریم:

$$|A^{-1}| = \frac{1}{|A|}$$

$$|AB| = |BA| = |A||B|$$

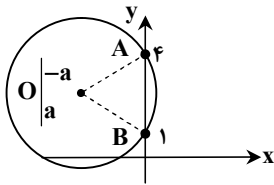
ماتریس I را به صورت $I = A \cdot A^{-1}$ نوشته و با استفاده از نکات، داریم:

$$|I + BA^{-1}| = |AA^{-1} + BA^{-1}| = |(A+B)A^{-1}| = |A+B| \times |A^{-1}| = |A+B| \times \frac{1}{|A|} = \frac{2}{|A|}$$

۳۰- پاسخ: گزینه ۳

▲ مشخصات سؤال: دشوار * هندسه ۳ (فصل ۲، درس ۲)

مرکز دایره بر روی نیمساز ناحیه دوم است، پس می توان آن را به صورت $O(-a, a)$ در نظر گرفت. ($a > 0$)
از طرفی در شکل مقابل، $OA = OB = R$ پس داریم:



$$\sqrt{(-a-0)^2 + (a-4)^2} = \sqrt{(-a-0)^2 + (a-1)^2}$$

$$\Rightarrow a^2 + a^2 - 8a + 16 = a^2 + a^2 - 2a + 1 \Rightarrow -6a = -15 \Rightarrow a = \frac{5}{2}$$

پس مرکز دایره نقطه $O(-\frac{5}{2}, \frac{5}{2})$ است و شعاع دایره برابر است با:

$$R = OB = \sqrt{(-\frac{5}{2}-0)^2 + (\frac{5}{2}-1)^2} = \sqrt{\frac{25}{4} + \frac{9}{4}} = \frac{\sqrt{34}}{2}$$

پس خطهای $x = -\frac{5}{2} - \frac{\sqrt{34}}{2}$ ، $x = -\frac{5}{2} + \frac{\sqrt{34}}{2}$ ، $y = \frac{5}{2} - \frac{\sqrt{34}}{2}$ و $y = \frac{5}{2} + \frac{\sqrt{34}}{2}$ بر دایره مماس هستند. با توجه به گزینه‌ها،
گزینه ۳ پاسخ است.

▲ مشخصات سؤال: متوسط * ریاضی ۱ (فصل ۱، درس ۲)

۳۱- پاسخ: گزینه ۱

نکته:

$$n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B)$$

$$n(A' \cap B') = n((A \cup B)') = n(U) - n(A \cup B)$$

A را مجموعه افرادی که در فیزیک و B را مجموعه افرادی که در شیمی قبول شده‌اند در نظر گرفته و داریم:

$$n(A) = 15, n(B) = 17, n(A \cap B) = 8$$

$$n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B) = 15 + 17 - 8 = 24$$

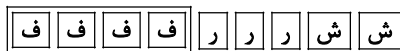
$$n(A' \cap B') = n(U) - n(A \cup B) = 30 - 24 = 6$$

▲ مشخصات سؤال: متوسط * ریاضی ۱ (فصل ۶، درس ۲)

۳۲- پاسخ: گزینه ۳

نکته: تعداد جایگشت‌های n شیء متمایز برابر است با n!

با توجه به اینکه می‌خواهیم کتاب‌های فیزیک کنار هم و در ابتدای قفسه از سمت چپ باشند داریم:



جایگشت کتاب‌های فیزیک × جایگشت سایر کتاب‌ها

$$= 5! \times 4! = \text{تعداد کل حالات}$$

▲ مشخصات سؤال: ساده * ریاضیات گسسته (فصل ۲، درس ۱)

۳۳- پاسخ: گزینه ۳

نکته: در هر گراف $k - n$ منتظم با مرتبه p و اندازه q رابطه $2q = pk$ برقرار است.

با توجه به نکته و مطابق با اطلاعات مسئله، داریم:

$$\left. \begin{aligned} 2q &= 3p \\ q &= p + 5 \end{aligned} \right\} \Rightarrow 2(p+5) = 3p \Rightarrow 2p+10 = 3p \Rightarrow p=10 \Rightarrow q=10+5 \Rightarrow q=15$$

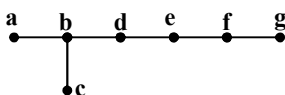
مجموع مرتبه و اندازه گراف، برابر است با: $p+q=10+15=25$

▲ مشخصات سؤال: ساده * ریاضیات گسسته (فصل ۲، درس ۱)

۳۴- پاسخ: گزینه ۲

نکته (مسیر): اگر u و v دو رأس از گراف G باشند، یک مسیر از u به v (یک $v-u$ مسیر) در G دنباله‌ای از رئوس دوبه‌دو متمایز در G است که از u شروع و به v ختم می‌شود به طوری که هر دو رأس متوالی این دنباله در G مجاور هم باشند. طول یک مسیر برابر است با تعداد یال‌های موجود در آن مسیر (یکی کمتر از تعداد رئوس موجود در آن مسیر). قرارداد می‌کنیم که دنباله متشکل از تنها یک رأس u، یک مسیر است با طول صفر از رأس u به خودش.

ابتدا رئوس گراف را نام‌گذاری می‌کنیم:



با توجه به نکته، هر سه رأس متوالی، تشکیل یک مسیر به طول ۲ می‌دهد.

بنابراین تعداد ۶ مسیر به طول ۲ در این گراف وجود دارد که عبارتند از:

$$abc - abd - cbd - bde - def - efg$$

و گزینه ۲ پاسخ است.

۳۵- پاسخ: گزینه ۳ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * ریاضیات گسسته (فصل ۱، درس ۱)

نکته: در اثبات به روش برهان خلف، فرض می‌کنیم که حکم نادرست باشد، سپس با استفاده از قوانین منطق گزاره‌ها و دنباله‌ای از استدلال‌های درست مبتنی بر فرض، به یک نتیجه غیرممکن یا نتیجه متضاد با فرض می‌رسیم و از آنجا (با توجه به منطقی بودن همه مراحل) معلوم می‌شود که فرض نادرست بودن حکم باطل است و درستی حکم اثبات می‌شود.

اگر α و β هر دو گنگ و $\alpha + \beta$ گویا باشد، عدد $2\alpha - \beta$ حتماً گنگ است. برای اثبات این موضوع به کمک برهان خلف می‌توان نوشت:

فرض می‌کنیم $2\alpha - \beta$ عددی گویا باشد، از طرفی می‌دانیم $\alpha + \beta$ نیز گویا است، پس داریم:

$$\left\{ \begin{array}{l} 2\alpha - \beta = \frac{a}{b} \quad (b \neq 0) \text{ گویا} \\ \alpha + \beta = \frac{a'}{b'} \quad (b' \neq 0) \text{ گویا} \end{array} \right. \xrightarrow{\text{جمع طرفین}} 3\alpha = \frac{a}{b} + \frac{a'}{b'} \Rightarrow \underbrace{\alpha}_{\text{گنگ}} = \frac{1}{3} \underbrace{\left(\frac{a}{b} + \frac{a'}{b'} \right)}_{\text{گویا}}$$

با توجه به نتیجه، فرض خلف نادرست است و $2\alpha - \beta$ حتماً عددی گنگ است.

حال برای بررسی گویا یا گنگ بودن $\alpha^2 + \beta^2$ می‌توان مثال‌های زیر را در نظر گرفت:

$$\left\{ \begin{array}{l} \alpha = \sqrt{2} + 1 \\ \beta = 1 - \sqrt{2} \end{array} \right. \Rightarrow \alpha^2 + \beta^2 = 3 + 2\sqrt{2} + 3 - 2\sqrt{2} = 6 \text{ گویا}$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \alpha = \sqrt[3]{2} \\ \beta = 1 - \sqrt[3]{2} \end{array} \right. \Rightarrow \alpha^2 + \beta^2 = \sqrt[3]{4} + 1 - 2\sqrt[3]{2} + \sqrt[3]{4} = 2\sqrt[3]{4} - 2\sqrt[3]{2} + 1 \text{ گنگ}$$

بنابراین $\alpha^2 + \beta^2$ ممکن است گویا یا گنگ باشد.

۳۶- پاسخ: گزینه ۱ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * ریاضیات گسسته (فصل ۱، درس ۲)

نکته (قضیه تقسیم): اگر a عددی صحیح و b عددی طبیعی باشد در این صورت، اعدادی صحیح و منحصر به فرد مانند q و r یافت می‌شوند به قسمی که $a = bq + r$ و $0 \leq r < b$. صورت مسئله را با توجه به قضیه تقسیم می‌نویسیم:

$$a = 36q + r, \quad r = \frac{q}{2}, \quad 0 \leq r < 36 \Rightarrow 0 \leq \frac{q}{2} < 36 \Rightarrow 0 \leq q < 72$$

با توجه به اینکه q باید زوج باشد، داریم:

$$q_{\max} = 70 \Rightarrow a_{\max} = 36(70) + 35 = 2555$$

رقم صدگان این عدد برابر ۵ است.

۳۷- پاسخ: گزینه ۲ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * ریاضیات گسسته (فصل ۱، درس ۲)

نکته ۱: اگر $a|b$ و $c|d$ ، آنگاه $ac|bd$

نکته ۲: هرگاه عددی دو عدد را بشمارد، آنگاه مجموع و تفاضل آن دو عدد را نیز می‌شمارد.

$$\boxed{a|b \wedge a|c \Rightarrow a|b \pm c}$$

با توجه به اطلاعات مسئله داریم:

$$\left\{ \begin{array}{l} 7|4k+1 \\ 3|5k-2 \end{array} \right. \xrightarrow{\text{نکته ۱}} 21|(4k+1)(5k-2) \Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} 21|20k^2 - 3k - 2 \\ 21|21k \end{array} \right. \xrightarrow{\text{نکته ۲}} 21|20k^2 - 3k - 2 + 21k$$

$$\Rightarrow 21|20k^2 + 18k - 2$$

بنابراین گزینه ۲ پاسخ است.

۳۸- پاسخ: گزینه ۲ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * ریاضیات گسسته (فصل ۲، درس ۱)

نکته (گراف کامل): گرافی را که هر رأس آن با تمام رئوس دیگر مجاور باشد، گراف کامل می‌نامیم. گراف کامل n رأسی را با K_n نمایش می‌دهیم. می‌توان گفت K_n یک گراف n رأسی و $n-1$ منتظم است.

نکته: در هر گراف کامل P رأسی تعداد یال‌ها برابر است با:

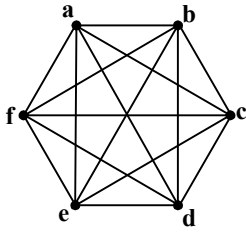
$$q = \binom{p}{2} = \frac{p(p-1)}{2}$$

نکته (درجه یک رأس): درجه رأس v در گراف G برابر است با تعداد یال‌هایی از گراف G که به رأس v متصل‌اند و آن را با $\deg_G(v)$ یا به‌طور ساده‌تر با $\deg(v)$ یا $d(v)$ نمایش می‌دهیم. اگر درجه یک رأس فرد باشد، آن را رأس فرد و اگر زوج باشد، آن را رأس زوج می‌گوییم.

نکته (زیرگراف): یک زیرگراف از گراف G گرافی است که مجموعه رئوس آن زیرمجموعه‌ای از مجموعه رئوس گراف G ، و مجموعه یال‌های آن زیرمجموعه‌ای از مجموعه یال‌های G باشد.

با توجه به نکات، گراف مورد نظر گراف کامل مرتبه ۶ است که تعداد $\frac{6 \times 5}{2} = 15$ یال دارد و درجه رأس a برابر ۵ است.

برای شمارش تعداد زیرگراف‌های از مرتبه و اندازه ۶ که در آن‌ها $\text{deg } a = 4$ است، به صورت زیر عمل می‌کنیم:



$$\binom{5}{4} = 5$$

(۱) از ۵ یال عبوری از رأس a ، تعداد ۴ یال انتخاب می‌کنیم:

$$\binom{10}{2} = \frac{10 \times 9}{2} = 45$$

(۲) از ۱۰ یال باقی‌مانده نیز تعداد ۲ یال انتخاب می‌کنیم:

و در نهایت به کمک اصل ضرب، واضح است که تعداد $5 \times 45 = 225$ زیرگراف با ۶ یال و درجه رأس a برابر ۴ وجود دارد. بنابراین گزینه ۲ پاسخ است.

۳۹- پاسخ: گزینه ۳ ▲ مشخصات سؤال: دشوار * ریاضیات گسسته (فصل ۱، درس ۳)

نکته: اگر بخواهیم دو طرف یک رابطه هم‌نهشتی را بر عددی تقسیم کنیم، باید پیمانه آن هم‌نهشتی را بر $b.m$ م.م. آن عدد و پیمانه تقسیم کنیم.

$$ac \equiv bc, (c, m) = d \Rightarrow a \equiv b \pmod{\frac{m}{d}}$$

نکته: می‌توان به دو طرف یا یک طرف یک رابطه هم‌نهشتی هر مضربی از پیمانه را اضافه یا از آن کم کرد.

$$a \equiv b \pmod{m} \Rightarrow \begin{cases} a + mt \equiv b + mk \\ a - mt \equiv b - mk \end{cases}$$

$$a \equiv b \pmod{m} \Rightarrow ac \equiv bc$$

نکته: دو طرف یک رابطه هم‌نهشتی را می‌توان در عددی صحیح ضرب کرد.

عدد $3^n - 12^n$ مضرب ۲۵ است، پس:

$$\begin{aligned} 12^n - 3^n &\equiv 0 \pmod{25} \Rightarrow 3^n (4^n - 1) \equiv 0 \pmod{25} \xrightarrow{(3^n, 25)=1} 4^n - 1 \equiv 0 \pmod{25} \Rightarrow 4^n \equiv 1 \pmod{25} \\ 4^3 &\equiv 64 \pmod{25} \Rightarrow 4^3 \equiv 64 - 2 \times 25 \equiv 14 \pmod{25} \xrightarrow{\times 4} 4^4 \equiv 56 \pmod{25} \Rightarrow 4^4 \equiv 56 - 2 \times 25 \equiv 6 \pmod{25} \xrightarrow{\times 4} 4^5 \equiv 24 \pmod{25} \\ &\Rightarrow 4^5 \equiv 24 - 25 \equiv -1 \pmod{25} \xrightarrow{\text{توان ۲}} 4^{10} \equiv 1 \pmod{25} \end{aligned}$$

بنابراین کوچک‌ترین عدد طبیعی n برابر ۱۰ است.

۴۰- پاسخ: گزینه ۴ ▲ مشخصات سؤال: دشوار * ریاضیات گسسته (فصل ۱، درس ۳)

نکته: برای هر عدد طبیعی مانند m و هر دو عدد صحیح مانند a و b ، اگر $m \mid a - b$ ، می‌گوییم « a هم‌نهشت با b است به پیمانه m »:

و می‌نویسیم $a \equiv b \pmod{m}$. تعریف رابطه هم‌نهشتی به پیمانه m ، به زبان ریاضی عبارت است از:

$$\forall a, b \in \mathbb{Z}, a \equiv b \pmod{m} \Leftrightarrow m \mid a - b \quad (m \in \mathbb{N})$$

نکته: دو طرف یک رابطه هم‌نهشتی را می‌توان در عددی صحیح ضرب کرد.

$$a \equiv b \pmod{m} \Rightarrow ac \equiv bc$$

نکته: می‌توان به دو طرف یا یک طرف یک رابطه هم‌نهشتی هر مضربی از پیمانه را اضافه یا از آن کم کرد.

$$a \equiv b \pmod{m} \Rightarrow \begin{cases} a + mt \equiv b + mk \\ a - mt \equiv b - mk \end{cases}$$

ابتدا عبارت داده‌شده را تجزیه می‌کنیم:

$$7a - 5 \equiv 0 \pmod{3} \Rightarrow 7a - 5 = 3k$$

طبق فرض داریم:

$$7a \equiv 5 \pmod{3} \Rightarrow 7a - 3 \times 2a \equiv 5 - 2 \pmod{3} \Rightarrow a \equiv 2 \pmod{3} \Rightarrow 3a \equiv 6 \pmod{3} \Rightarrow 3a + 1 \equiv 7 \pmod{3} \Rightarrow 3a + 1 \equiv 0 \pmod{3} \Rightarrow 3a + 1 = 3k'$$

$$7a - 5 = (3k)(3k') = 9kk' = 9k''$$

با جایگذاری این مقادیر در (*)، داریم:

پس عبارت موردنظر بر ۹ بخش‌پذیر است. بنابراین باقی‌مانده‌اش در تقسیم بر ۹ برابر صفر است.

فیزیک



۴۱- پاسخ: گزینه ۲

▲ مشخصات سؤال: ساده * فیزیک ۱ (فصل ۱)

$$3/6 \times 10^4 \text{ km} = 3/6 \times 10^4 \text{ km} \times \frac{10^3 \text{ m}}{1 \text{ km}} \times \frac{1 \text{ AU}}{1/5 \times 10^{11} \text{ m}} = \frac{3/6}{1/5} \times 10^{-4} = 2/4 \times 10^{-4} \text{ AU}$$

۴۲- پاسخ: گزینه ۲

▲ مشخصات سؤال: ساده * فیزیک ۱ (فصل ۱)

کمینه تقسیم‌بندی خط‌کش ۱cm است؛ بنابراین دقت اندازه‌گیری خط‌کش ۱cm است. ترازو تا مرتبه دهم گرم را می‌خواند؛ بنابراین دقت اندازه‌گیری آن ۰/۱g است.

۴۳- پاسخ: گزینه ۱

▲ مشخصات سؤال: متوسط * فیزیک ۱ (فصل ۱)

با استفاده از رابطه $\rho = \frac{m}{V}$ حجم واقعی و با استفاده از تغییر حجم مایع، حجم ظاهری کره را به دست می‌آوریم:

$$\rho = \frac{m}{V} \Rightarrow V = \frac{4000}{5} = 800 \text{ cm}^3$$

$$\text{حجم حفره} = \text{حجم واقعی} - \text{حجم مایع جابه‌جا شده} = 2L = 2000 \text{ cm}^3 \Rightarrow \Delta V = 2000 - 800 = 1200 \text{ cm}^3$$

بنابراین به نسبت $\frac{1200}{2000} = \frac{3}{5}$ از حجم کره را حفره تشکیل می‌دهد. به عبارتی ۶۰ درصد از حجم کره خالی و بقیه پر است.

۴۴- پاسخ: گزینه ۱

▲ مشخصات سؤال: متوسط * فیزیک ۱ (فصل ۲)

اختلاف فشار ایجاد شده به دلیل اضافه شدن مایع دوم را با استفاده از رابطه $\Delta P = \rho_1 g h_1$ محاسبه می‌کنیم. این اختلاف فشار باعث ایجاد اختلاف نیرو خواهد شد. باید توجه داشت این اختلاف فشار توسط مایع (۱) به طور کامل به کف ظرف منتقل می‌شود. در این صورت داریم:

$$\Delta F = \Delta P \times A = \rho_1 g h_1 \times A = 800 \times 10 \times 0/4 \times 50 \times 10^{-4} = 16 \text{ N}$$

۴۵- پاسخ: گزینه ۲

▲ مشخصات سؤال: متوسط * فیزیک ۱ (فصل ۲)

M و N دو نقطه هم تراز درون یک مایع هستند؛ بنابراین:

$$P_M = P_N \Rightarrow P_A = P_B + \rho g h$$

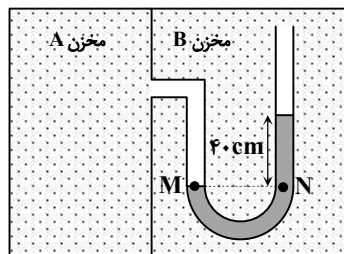
$$\Rightarrow P_A - P_B = \rho g h$$

$$\Rightarrow 6 \times 10^3 = \rho \times 10 \times 0/4$$

$$\Rightarrow \rho = 1/5 \times 10^3 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} = 1500 \frac{\text{g}}{\text{L}}$$

۴۶- پاسخ: گزینه ۲

▲ مشخصات سؤال: متوسط * فیزیک ۱ (فصل ۲)



$$\text{معادله پیوستگی: } A_A v_A = A_B v_B, \quad A_A < A_B \Rightarrow v_A > v_B$$

(نیروی وارد بر واحد سطح دیواره) $v_A > v_B \Rightarrow P_A < P_B \Rightarrow F_A < F_B$ اصل برنولی

تذکر: چون سؤال گفته اصطکاک ناچیز است، نیروی وارد بر دیواره همان نیروی عمود بر سطح دیواره خواهد بود ($F = PA$).

۴۷- پاسخ: گزینه ۴

▲ مشخصات سؤال: متوسط * فیزیک ۱ (فصل ۳) و فیزیک ۳ (فصل ۱)

$$m = 1/5 \text{ ton} = 1500 \text{ kg}, \quad a = 2 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}, \quad \Delta t = 5 \text{ s}, \quad v_1 = 0$$

$$a = \frac{\Delta v}{\Delta t} \Rightarrow 2 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} = \frac{v_2 - 0}{5} \Rightarrow v_2 = 10 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$\Delta K = K_2 - K_1 = \frac{1}{2} m v_2^2 - \frac{1}{2} m v_1^2 = \frac{1}{2} \times 1500 \times (10)^2 - \frac{1}{2} \times 0 = 7/5 \times 10^4 \text{ J} = 75 \text{ kJ}$$

۴۸- پاسخ: گزینه ۳

▲ مشخصات سؤال: متوسط * فیزیک ۱ (فصل ۳)

بالابر روی وزنه کار انجام می‌دهد و آن را بالا می‌برد و سپس در هنگام سقوط، انرژی پتانسیل گرانشی ذخیره شده در وزنه به انرژی جنبشی تبدیل می‌شود.

انرژی مصرفی بالابر \times بازده بالابر = کاری که بالابر روی وزنه = انرژی پتانسیل گرانشی = انرژی جنبشی وزنه در محل رها شدن هنگام رسیدن به زمین

$$\frac{1}{2} m v^2 = R a \times P \Delta t \Rightarrow \frac{1}{2} \times 60 \times v^2 = \frac{75}{100} \times 2 \times 10^3 \times 8 \Rightarrow 30 v^2 = \frac{3}{4} \times 16 \times 10^3 \Rightarrow v^2 = 400 \Rightarrow v = 20 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

▲ مشخصات سؤال: متوسط * فیزیک ۱ (فصل ۳) و فیزیک ۳ (فصل ۱)

۴۹- پاسخ: گزینه ۲

$$AB = \sqrt{(\lambda)^2 + (\epsilon)^2} = 10 \text{ m}$$

$$\text{حرکت با شتاب ثابت} \rightarrow \begin{cases} v_{av} = \frac{v_1 + v_2}{2} \\ \Delta \ell = v_{av} \cdot \Delta t \\ \Delta x = \frac{v_1 + v_2}{2} \Delta t \Rightarrow 10 = \frac{v + v_B}{2} \times 2 \Rightarrow v_B = \lambda \frac{\text{m}}{\text{s}} \end{cases}$$

اصطکاک $W_{\text{وزن}} + \Delta K = W_f \Rightarrow \Delta K = W_f$ قضیه کار- انرژی جنبشی

$$\frac{1}{2} m v_B^2 - \frac{1}{2} m v_A^2 = -mg\Delta h + (-f_k \cdot AB) \Rightarrow \frac{1}{2} \times 5 \times (\epsilon^2 - \lambda^2) = -5 \times (-\epsilon) - 1 \cdot f_k \Rightarrow 150 = 200 - 1 \cdot f_k \Rightarrow f_k = 15 \text{ N}$$

▲ مشخصات سؤال: متوسط * فیزیک ۱ (فصل ۴)

۵۰- پاسخ: گزینه ۲

$$\Delta L = \alpha L_1 \Delta \theta \Rightarrow L_r = L_1 + \alpha L_1 \Delta \theta$$

$$\xrightarrow{L_1 \text{ برنج} = L_1 \text{ مس}} L_r \text{ برنج} - L_r \text{ مس} = L_1 (\alpha_{\text{برنج}} - \alpha_{\text{مس}}) \Delta \theta = 1 \times (2 \times 10^{-6}) \times 80 = 1/6 \times 10^{-4} \text{ m} = 0.16 \text{ mm}$$

▲ مشخصات سؤال: متوسط * فیزیک ۱ (فصل ۴)

۵۱- پاسخ: گزینه ۴

$$\text{گرماسنج: } \begin{cases} C_1 = 84 \frac{\text{J}}{^\circ\text{C}} \\ \theta_1 = 10^\circ\text{C} \end{cases} \quad \text{آب: } \begin{cases} m_r = 480 \text{ g} \\ \theta_r = 10^\circ\text{C} \\ c_r = 4/2 \frac{\text{J}}{\text{g} \cdot ^\circ\text{C}} \end{cases} \quad \text{گلوله: } \begin{cases} C_3 = 210 \frac{\text{J}}{^\circ\text{C}} \\ \theta_3 = ? \end{cases}$$

دمای تعادل: $\theta_e = 12^\circ\text{C}$

$$Q_1 + Q_2 + Q_3 = 0 \Rightarrow C_1(\theta_e - \theta_1) + m_r c_r (\theta_e - \theta_r) + C_3(\theta_e - \theta_3) = 0$$

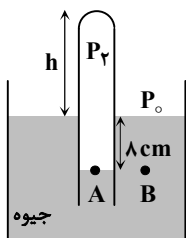
$$\Rightarrow 84(12 - 10) + 480 \times 4/2(12 - 10) + 210(12 - \theta_3) = 0$$

طرفین را بر ۴۲ تقسیم می‌کنیم:

$$\Rightarrow 4 + 96 + 60 - 5\theta_3 = 0 \Rightarrow 160 = 5\theta_3 \Rightarrow \theta_3 = \frac{160}{5} = 32^\circ\text{C}$$

▲ مشخصات سؤال: دشوار * فیزیک ۱ (فصل‌های ۲ و ۴)

۵۲- پاسخ: گزینه ۴



$$\text{مشخصات هوای اولیه درون لوله: } \begin{cases} V_1 = 70 \times A \\ P_1 = P_0 = 72 \text{ cmHg} \\ T_1 = \text{دمای محیط} \end{cases}$$

فشار در دو نقطه هم‌تراز A و B برابر است:

$$P_A = P_B \Rightarrow P_r = P_0 + \lambda = 72 + \lambda = 80 \text{ cmHg}$$

$$\text{مشخصات هوای محبوس در لوله پس از ورود به جیوه: } \begin{cases} V_r = (h + \lambda) \times A \\ P_r = 80 \text{ cmHg} \\ T_r = \text{دمای محیط} \end{cases}$$

$$\frac{P_1 V_1}{T_1} = \frac{P_r V_r}{T_r} \Rightarrow \frac{72 \times 70 \times A}{T_1} = \frac{80 \times (h + \lambda) \times A}{T_r}$$

$$\xrightarrow{T_1 = T_r} 72 \times 70 = 80 \times (h + \lambda) \Rightarrow h + \lambda = 63 \Rightarrow h = 55 \text{ cm}$$

▲ مشخصات سؤال: متوسط * فیزیک ۱ (فصل ۵)

۵۳- پاسخ: گزینه ۲

عبارت‌های «ب» و «پ» بیان صحیحی از قانون دوم ترمودینامیک هستند.

بررسی عبارت‌های نادرست:

عبارت «الف»: نادرست؛ زیرا قانون دوم ترمودینامیک برای چرخه تعریف می‌شود، نه یک فرایند.

عبارت «ت»: نادرست؛ فقط قانون دوم ترمودینامیک نقض می‌شود.

▲ مشخصات سؤال: متوسط * فیزیک ۱ (فصل ۵)

۵۴- پاسخ: گزینه ۳

$$|W| = Q_H - |Q_L| = 48 \text{ kJ} \Rightarrow |W| = 48 \text{ kJ}$$

$$\eta = \frac{|W|}{Q_H} \Rightarrow 0.2 = \frac{48}{Q_H} \Rightarrow Q_H = \frac{48}{0.2} = 240 \text{ kJ}$$

$$Q_H - |Q_L| = 48 \Rightarrow 240 - |Q_L| = 48 \Rightarrow |Q_L| = 240 - 48 = 192 \text{ kJ}$$

$$\text{گرمای داده‌شده به منبع دما پایین در هر ثانیه} = \frac{192}{6} = 32 \text{ kJ}$$

۵۵- پاسخ: گزینه ۲

▲ مشخصات سؤال: دشوار * فیزیک ۱ (فصل ۵)

$$T_B = T_C \Rightarrow P_B V_B = P_C V_C \Rightarrow 3 \times 10^5 \times V_B = 6 \times 10^5 \Rightarrow V_B = 2L$$

$$W_{CA} = -P\Delta V = -10^5 \times (2-6) \times 10^{-3} = 400J$$

در فرایند CA فشار ثابت و حجم کاهش یافته است، بنابراین $W > 0$ و دما نیز کاهش یافته بنابراین انرژی درونی نیز کاهش می‌یابد ($\Delta U < 0$)، پس:

$$\Delta U_{CA} = W_{CA} + Q_{CA} \Rightarrow Q_{CA} < 0 \Rightarrow Q_{CA} \text{ و } \Delta U_{CA} \text{ هم‌علامت هستند}$$

(-) (+)

$$|\Delta U_{CA}| = \frac{2}{5} |Q_{CA}| \xrightarrow{\text{هم‌علامت}} \Delta U_{CA} = \frac{2}{5} Q_{CA}$$

$$\Delta U_{CA} = \frac{2}{5} Q_{CA} \text{ , } \Delta U_{CA} = W_{CA} + Q_{CA} \Rightarrow \Delta U_{CA} = 400 + \frac{5}{3} \Delta U_{CA} \Rightarrow \frac{2}{3} \Delta U_{CA} = -400 \Rightarrow \Delta U_{CA} = -600J$$

$$\Delta U_{AB} + \Delta U_{BC} + \Delta U_{CA} = 0 \Rightarrow \Delta U_{AB} + 0 - 600 = 0 \Rightarrow \Delta U_{AB} = 600J$$

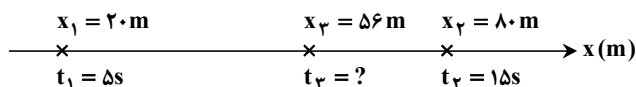
$$(\Delta U = 0) \text{ فرایند AB هم‌حجم (} W = 0 \text{)}: \Delta U_{AB} = W_{AB} + Q_{AB} \Rightarrow 600 = 0 + Q_{AB} \Rightarrow Q_{AB} = 600J$$

نکته: در فرایند هم‌فشار گاز آرمانی (مانند CA) همیشه علامت Q و ΔU یکسان، علامت W مخالف یکدیگر و اندازه Q از اندازه W بیشتر است.

▲ مشخصات سؤال: ساده * فیزیک ۳ (فصل ۱)

۵۶- پاسخ: گزینه ۳

سرعت متحرک ثابت است:

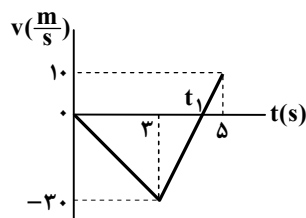


$$v = v_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t} \Rightarrow \frac{80-56}{15-t_3} = \frac{80-20}{15-5} \Rightarrow \frac{24}{15-t_3} = \frac{60}{10} \Rightarrow 15-t_3 = 4 \Rightarrow t_3 = 11s$$

▲ مشخصات سؤال: متوسط * فیزیک ۳ (فصل ۱)

۵۷- پاسخ: گزینه ۱

سطح زیر نمودار شتاب- زمان بیانگر تغییرات سرعت است و سطح زیر نمودار سرعت- زمان بیانگر جابه‌جایی است.



$$(0, 3s): \Delta v = -30 \frac{m}{s}$$

$$(3s, 5s): \Delta v = 40 \frac{m}{s}$$

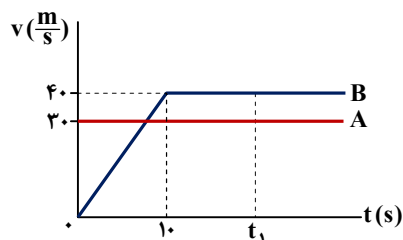
$$a = \frac{\Delta v}{\Delta t} \Rightarrow 20 = \frac{10-0}{5-t_1} \Rightarrow t_1 = 4/5s$$

$$v_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{(4/5 \times (-15)) + (5 \times 10/5)}{5} \Rightarrow v_{av} = -13 \frac{m}{s}$$

▲ مشخصات سؤال: متوسط * فیزیک ۳ (فصل ۱)

۵۸- پاسخ: گزینه ۲

در مدت ۱۰ ثانیه سرعت اتومبیل B به $40 \frac{m}{s}$ می‌رسد.



$$t = 10s: v = at = 10 \times 4 = 40 \frac{m}{s}$$

به هم رسیدن دو متحرک یعنی $x_A = x_B$ و چون در لحظه $t = 0$ در یک محل بوده‌اند می‌توان گفت زمانی به هم می‌رسند که $\Delta x_A = \Delta x_B$ باشد. یعنی مساحت زیر نمودار $v-t$ دو متحرک برابر شود.

$$S_A = 30 \cdot t_1 \text{ , } S_B = \frac{t_1 + (t_1 - 10)}{2} \times 40 = (t_1 - 5) \times 40 = 40t_1 - 200$$

$$S_A = S_B \Rightarrow 30t_1 = 40t_1 - 200 \Rightarrow t_1 = 20s$$

▲ مشخصات سؤال: متوسط * فیزیک ۳ (فصل ۱)

۵۹- پاسخ: گزینه ۲

حالا سرعت متحرک هنگام عبور از نقطه $x = 16m$ را محاسبه می‌کنیم:

$$a = a_{av} = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{0 - (-20)}{10} = 2 \frac{m}{s^2}$$

$$v = at + v_0 = 2 \times 6 - 20 = -8 \frac{m}{s}$$

$$v_f^2 - v_i^2 = 2a\Delta x \Rightarrow v^2 - 64 = 2 \times 2 \times (36 - 16) \Rightarrow v^2 = 64 + 80 = 144 \Rightarrow |v| = 12 \frac{m}{s}$$

▲ مشخصات سؤال: متوسط * فیزیک ۳ (فصل ۱)

۶۰- پاسخ: گزینه ۱

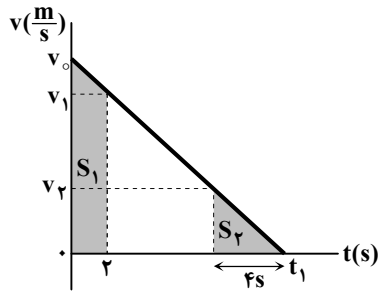
$$AB = v_{AB} \Delta t_{AB} = 30 \times (10 \times 60) = 18000 \text{ m} = 18 \text{ km}$$

$$BC = AC + AB = 12 + 18 = 30 \text{ km} \Rightarrow \Delta t_{BC} = \frac{BC}{v_{BC}} = \frac{30 \times 10^3}{50} = 600 \text{ s} = 10 \text{ min}$$

$$|v_{av}| = \frac{|\Delta x|}{\Delta t} = \frac{AC}{\Delta t_{AB} + \Delta t_{BC}} = \frac{12000}{600 + 600} = 10 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

▲ مشخصات سؤال: دشوار * فیزیک ۳ (فصل ۱)

۶۱- پاسخ: گزینه ۲



$$S_1 = 40 \text{ m} \Rightarrow \frac{4 \times v_1}{2} = 40 \Rightarrow v_1 = 20 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$\Delta v = a \cdot \Delta t \Rightarrow 0 - 20 = 4a \Rightarrow a = -5 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

$$S_1 = 100 \text{ m} \Rightarrow \frac{v_1 + v_0}{2} \times 2 = 100 \Rightarrow v_1 + v_0 = 100$$

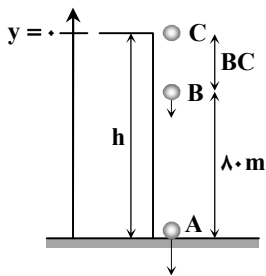
$$\Delta v = a \cdot \Delta t \Rightarrow v_1 - v_0 = 2 \times (-5) \Rightarrow v_1 - v_0 = -10$$

$$v^2 - v_0^2 = 2a\Delta x \Rightarrow 0 - 55^2 = 2 \times (-5) \times \Delta x \Rightarrow \Delta x = \frac{55 \times 55}{10} = 302.5 \text{ m}$$

▲ مشخصات سؤال: دشوار * فیزیک ۳ (فصل ۱)

۶۲- پاسخ: گزینه ۳

مطابق شکل، جهت مثبت محور مکان را رو به بالا و مبدأ مکان را پشت‌بام ساختمان فرض کنیم: ابتدا مدت زمان حرکت هر گلوله تا لحظه‌ای که گلوله اول (A) به زمین می‌رسد را به دست می‌آوریم:



$$\Delta y_{AB} = -\frac{1}{2}gt^2 - (-\frac{1}{2}g(t-2)^2) \Rightarrow -80 = -5t^2 - (-5(t-2)^2)$$

$$\Rightarrow 16 = t^2 - t^2 + 4t - 4 \Rightarrow 20 = 4t \Rightarrow t = 5 \text{ s} = t_A$$

$$t_B = t_A - 2 = 5 - 2 = 3 \text{ s} \text{ و } t_C = t_B - 2 = 3 - 2 = 1 \text{ s}$$

$$\Delta y_{BC} = y_B - y_C = -\frac{1}{2}gt_B^2 - (-\frac{1}{2}gt_C^2) = -5(3^2 - 1^2) = -5 \times 8 = -40 \text{ m}$$

$$\Rightarrow |\Delta y_{BC}| = 40 \text{ m}$$

▲ مشخصات سؤال: متوسط * فیزیک ۳ (فصل ۱)

۶۳- پاسخ: گزینه ۴

$$\frac{0.36h}{h} = \frac{\frac{1}{2}gt_1^2}{\frac{1}{2}g(t_1+t_2)^2} \Rightarrow \frac{6}{10} = \frac{3}{5} = \frac{t_1}{t_1+t_2} \Rightarrow 5t_1 = 3t_1 + 3t_2 \Rightarrow 2t_1 = 3t_2 \Rightarrow \frac{t_1}{t_2} = \frac{3}{2}$$

▲ مشخصات سؤال: متوسط * فیزیک ۳ (فصل ۲)

۶۴- پاسخ: گزینه ۳

وقتی آسانسور به صورت تندشونده پایین می‌رود، جهت شتاب به طرف پایین است، پس جهت نیروی خالص هم به طرف پایین است.

$$F_{net} = mg - F_N = ma \Rightarrow 10 \text{ m} - F_N = 4 \text{ m} \Rightarrow F_N = 6 \text{ m}$$

در حالت دوم $F_N = 12 \text{ m}$ یعنی بیشتر از mg است، یعنی شتاب آسانسور به طرف بالا است. به طرف بالا بودن شتاب در یکی از دو حالت زیر رخ می‌دهد:

(۲) حرکت کندشونده به طرف پایین

(۱) حرکت تندشونده رو به بالا

$$F_{net} = F_N - mg = ma \Rightarrow 12 \text{ m} - 10 \text{ m} = ma \Rightarrow a = 2 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \text{ است: رو به بالا (جسم) رو به بالا است}$$

▲ مشخصات سؤال: متوسط * فیزیک ۳ (فصل ۲)

۶۵- پاسخ: گزینه ۴

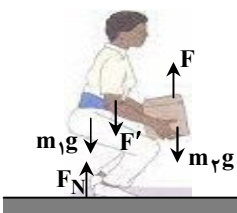
وقتی شخص، جسم را با شتاب ثابت بالا می‌برد، بر جسم نیروی F وارد می‌کند:

$$F - m_2g = m_2a \Rightarrow F - 50 = 5 \times 2 \Rightarrow F = 60 \text{ N}$$

$$\Rightarrow F \text{ واکنش} = F' = 60 \text{ N}$$

واکنش این نیرو به شخص و رو به پایین وارد می‌شود. بزرگی مجموع نیروهای وارد بر شخص که رو به پایین هستند، با بزرگی نیروی عمودی سطح وارد بر شخص برابر است، زیرا شخص ساکن است:

$$F_N = m_1g + F' = 60 \times 10 + 60 = 660 \text{ N}$$



۶۶- پاسخ: گزینه ۳ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * فیزیک ۳ (فصل‌های ۱ و ۲)

چون معادله مکان - زمان درجه ۲ است، حرکت با شتاب ثابت بر خط راست است.

$$\left. \begin{aligned} x &= -\Delta t^2 + 2 \cdot t \\ x &= \frac{1}{2} a t^2 + v_0 t + x_0 \end{aligned} \right\} \Rightarrow \frac{1}{2} a = -\Delta \Rightarrow a = -1 \cdot \frac{m}{s^2}$$

$$F_{net} = ma = 0.2 \times (-1) = -0.2 \text{ N}$$

$$F_{net} = \frac{\Delta p}{\Delta t} \Rightarrow \Delta p = (F_{net}) \cdot \Delta t = -0.2 \times 2 = -0.4 \frac{\text{kg} \cdot \text{m}}{\text{s}} \Rightarrow \Delta \vec{p} = -0.4 \hat{i} \left(\frac{\text{kg} \cdot \text{m}}{\text{s}} \right)$$

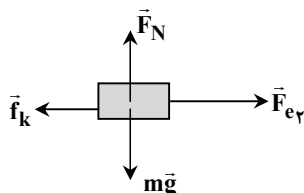
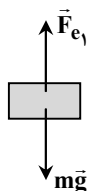
۶۷- پاسخ: گزینه ۲ ▲ مشخصات سؤال: دشوار * فیزیک ۳ (فصل ۲)

در حالت اول، فنر $75 - 60 = 15 \text{ cm}$ کشیده شده است و داریم:

$$F_{e1} - mg = 0 \Rightarrow F_{e1} = m \times 10 = 10 \text{ m (N)}$$

چون نیروی فنر (F_e) با تغییر طول آن (x) تناسب مستقیم دارد ($F_e = kx$)، می‌توان نوشت:

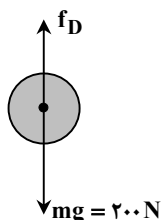
$$\frac{F_{e1} = 10 \text{ m (N)}}{F_{e2} = ?} \left| \begin{array}{l} 15 \text{ (cm)} \\ 9 \text{ (cm)} \end{array} \right. \Rightarrow F_{e2} = 6 \text{ m (N)}$$



$$\left. \begin{aligned} F_{e2} - f_k &= ma \\ f_k = \mu_k F_N = \mu_k mg \end{aligned} \right\} \Rightarrow 6 \text{ m} - \mu_k \times 10 \text{ m} = 2 \text{ m} \Rightarrow 10 \mu_k = 4 \Rightarrow \mu_k = 0.4$$

۶۸- پاسخ: گزینه ۴ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * فیزیک ۳ (فصل ۲)

از لحظه شروع حرکت به تدریج تندی جسم زیاد می‌شود و در نتیجه مقدار f_D هم افزایش می‌یابد تا زمانی که f_D با وزن جسم برابر شود (رسیدن به تندی حدی). از آن لحظه به بعد f_D ثابت می‌ماند (البته مشروط بر اینکه قبل از آن لحظه، جسم به زمین نرسیده باشد). به این ترتیب در اینجا ۲۰۰ نیوتون برابر با وزن جسم است. ($m = 20 \text{ kg}$)



$$F_{net} = ma \Rightarrow mg - f_D = ma \Rightarrow 200 - 120 = 20a \Rightarrow a = 4 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

۶۹- پاسخ: گزینه ۴ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * فیزیک ۳ (فصل ۲)

سطحی که اصطکاک ندارد، تنها در امتداد عمود بر سطح (F_{N1}) بر جسم نیرو وارد می‌کند. پس نیروهای وارد بر میله به شکل روبه‌رو است:

$$(F_{net})_y = 0 \Rightarrow F_{N1} = mg = 100 \text{ N}$$

چون میله در آستانه لغزیدن است، پس نیروی اصطکاک آن از نوع اصطکاک ایستایی بیشینه است:

$$(F_{net})_x = 0 \Rightarrow f_{s,max} = F_{N1} \Rightarrow \mu_s F_{N1} = F_{N1} \Rightarrow 0.4 \times 100 = F_{N1} \Rightarrow F_{N1} = 40 \text{ N}$$

۷۰- پاسخ: گزینه ۲ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * فیزیک ۳ (فصل ۲)

$$mg_r = \frac{mv^2}{r} \Rightarrow 2000 = \frac{50 \cdot v^2}{9000 \times 10^3} \Rightarrow v^2 = \frac{2000 \times 9 \times 10^6}{50} = 36 \times 10^6 \left(\frac{\text{m}}{\text{s}} \right)^2$$

$$\Rightarrow v = 6 \times 10^3 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

۷۱- پاسخ: گزینه ۳ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * فیزیک ۳ (فصل ۳)

$$\left. \begin{aligned} |v| = v_{max} = A\omega = 4 \frac{\text{m}}{\text{s}} \\ |a| = a_{max} = A\omega^2 = 8 \cdot \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \end{aligned} \right\} \Rightarrow A = 0.2 \text{ m} \text{ و } \omega = 20 \frac{\text{rad}}{\text{s}}$$

فاصله دو انتهای مسیر حرکت از یکدیگر $2A$ ، یعنی 40 سانتی‌متر است.

▲ مشخصات سؤال: متوسط * فیزیک ۳ (فصل ۳)

۷۲- پاسخ: گزینه ۱

$$E = 2\pi^2 m f^2 A^2 \Rightarrow 3 = 2\pi^2 \times 0.06 \times f^2 \times \left(\frac{5}{100}\right)^2 \Rightarrow f^2 = \frac{3 \times 10^4}{2\pi^2 \times 0.06 \times 25} = 10^2 \Rightarrow f = 10 \text{ Hz}$$

$$T = \frac{1}{f} = 0.1 \text{ s}$$

▲ مشخصات سؤال: متوسط * فیزیک ۳ (فصل ۳)

۷۳- پاسخ: گزینه ۳

$$\omega = \sqrt{\frac{g}{L}} \Rightarrow \omega^2 = \frac{g}{L} = \frac{10}{1/2} = \frac{20}{1} = \frac{25}{3} \left(\frac{\text{rad}}{\text{s}}\right)^2$$

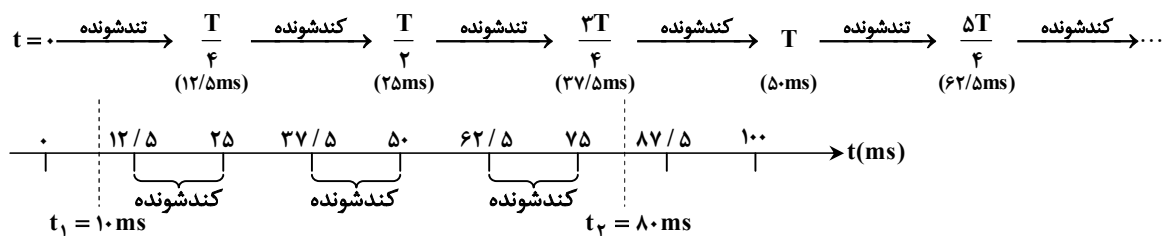
$$a = -\omega^2 x \Rightarrow |a| = \omega^2 |x| = \frac{25}{3} \times \frac{3}{100} = \frac{1}{4} \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

▲ مشخصات سؤال: دشوار * فیزیک ۳ (فصل ۳)

۷۴- پاسخ: گزینه ۲

$$T = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{2\pi}{40\pi} = \frac{1}{20} \text{ s} = 50 \text{ ms}$$

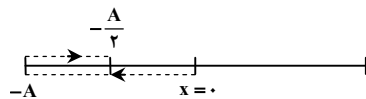
هرگاه متحرک از وضع تعادل دور می‌شود، حرکت کندشونده است و شتاب آن هم‌سو نیستند.



$$\Delta t = 3 \times 12/5 = 37/5 \text{ ms}$$

▲ مشخصات سؤال: دشوار * فیزیک ۳ (فصل ۳)

۷۵- پاسخ: گزینه ۲



$$\frac{\Delta T}{4} = 2/5 \Rightarrow T = 2 \text{ s}$$

در مدت t_1 تا t_2 مسافت طی شده برابر ۶ سانتی‌متر است.

$$l = 4 + |-2 - (-4)| = 4 + 2 = 6 \text{ cm}$$

$$t_1 = \frac{T}{4} = 0.5 \text{ s}$$

مدت زمان t_1 تا t_2 را به ترتیب روبه‌رو حساب می‌کنیم:

$$x = A \cos(\omega t) = A \cos\left(\frac{2\pi}{T} \cdot t\right) \xrightarrow{\text{محاسبه } t_2} -2 = 4 \cos\left(\frac{2\pi}{T} \cdot t_2\right) \Rightarrow \cos(\pi t_2) = -\frac{1}{2}$$

$$\Rightarrow \pi t_2 = \begin{cases} \pi - \frac{\pi}{3} = \frac{2\pi}{3} \text{ rad} \\ \pi + \frac{\pi}{3} = \frac{4\pi}{3} \text{ rad} \checkmark \end{cases} \Rightarrow t_2 = \frac{4}{3} \text{ s}$$

$$\Delta t = t_2 - t_1 = \frac{4}{3} - \frac{1}{2} = \frac{8-3}{6} = \frac{5}{6} \text{ s}$$

$$s_{av} = \frac{l}{\Delta t} = \frac{6}{5/6} = \frac{36}{5} = 7.2 \frac{\text{cm}}{\text{s}}$$

شیمی



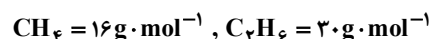
▲ مشخصات سؤال: ساده * شیمی ۱ (فصل ۱)

۷۶- پاسخ: گزینه ۱

از میان سه ایزوتوپ طبیعی هیدروژن، ایزوتوپ ${}^3\text{H}$ پرتوزا و ناپایدار است.

▲ مشخصات سؤال: متوسط * شیمی ۱ (فصل‌های ۱ و ۲)

۷۷- پاسخ: گزینه ۲



$$\frac{0.8 \text{ g CH}_4}{16 \text{ g CH}_4} \times \frac{1 \text{ mol CH}_4}{1 \text{ mol CH}_4} \times \frac{\Delta \text{ mol atom}}{1 \text{ mol atom}} \times \frac{N_A \text{ atom}}{1 \text{ mol atom}} = 0.25 N_A \text{ atom}$$

$$\frac{1.2 \text{ g C}_2\text{H}_6}{30 \text{ g C}_2\text{H}_6} \times \frac{1 \text{ mol C}_2\text{H}_6}{1 \text{ mol C}_2\text{H}_6} \times \frac{8 \text{ mol atom}}{1 \text{ mol atom}} \times \frac{N_A \text{ atom}}{1 \text{ mol atom}} = 0.32 N_A \text{ atom}$$

$$\text{مجموع مول‌های متان و اتان} = 0.25 + 0.32 = 0.57 N_A \text{ atom}$$

$$? \text{ L SO}_2 : 0.57 N_A \text{ atom} \times \frac{1 \text{ mol atom}}{N_A \text{ atom}} \times \frac{1 \text{ mol SO}_2}{4 \text{ mol atom}} \times \frac{22.4 \text{ L SO}_2}{1 \text{ mol SO}_2} = 3.192 \text{ L SO}_2$$

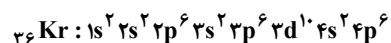
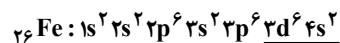
۷۸- پاسخ: گزینه ۱ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * شیمی ۱ (فصل ۱)

فقط عبارت دوم نادرست است.

عناصر A, B و C به ترتیب K, S و Cl هستند.

فرمول ترکیب حاصل از عنصر B و A به صورت (K_۲S)A_۲B است.

۷۹- پاسخ: گزینه ۲ ▲ مشخصات سؤال: دشوار * شیمی ۱ (فصل ۱)



۸ = تعداد الکترون‌های لایه ظرفیت

۸ = مجموع الکترون‌های زیرلایه‌های s

۸۰- پاسخ: گزینه ۴ ▲ مشخصات سؤال: ساده * شیمی ۱ (فصل ۲)

یک مول از گازهای گوناگون در شرایط STP، ۲۲/۴ لیتر حجم دارند؛ بنابراین اگر نسبت به این شرایط دما را افزایش دهیم، حجم آن‌ها بیش از ۲۲/۴ لیتر خواهد شد.

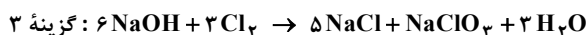
بررسی گزینه‌های نادرست:

گزینه ۱: حجم گازها ربطی به جرم مولی آن‌ها ندارد.

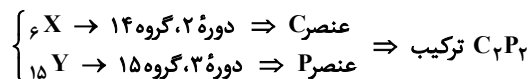
گزینه ۲: برای توصیف یک نمونه گاز، علاوه بر دما و فشار، باید مقدار آن نیز مشخص باشد.

گزینه ۳: یک مول گاز هلیم دارای یک مول اتم است، درحالی‌که یک مول گاز هیدروژن، دارای دو مول اتم است.

۸۱- پاسخ: گزینه ۳ ▲ مشخصات سؤال: دشوار * شیمی ۱ (فصل ۲)



۸۲- پاسخ: گزینه ۳ ▲ مشخصات سؤال: دشوار * شیمی ۱ (فصل ۲)

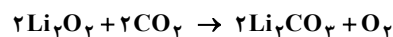


بر اساس تقسیم ظرفیت‌ها تنها ساختار مناسب به صورت $\text{P} \equiv \text{C}-\text{C} \equiv \text{P}$ خواهد بود.

$$\frac{\text{تعداد جفت الکترون‌های ناپیوندی}}{\text{تعداد جفت الکترون‌های پیوندی}} = \frac{2}{7}$$

(البته هر ساختار دیگری هم رسم کنیم، همین نسبت حاصل می‌شود.)

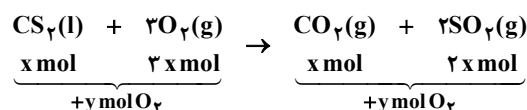
۸۳- پاسخ: گزینه ۱ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * شیمی ۱ (فصل ۲)



$$\frac{1}{68} \text{ g NaHCO}_3 \times \frac{1 \text{ mol NaHCO}_3}{84 \text{ g NaHCO}_3} \times \frac{1 \text{ mol CO}_2}{2 \text{ mol NaHCO}_3} \times \frac{1 \text{ mol O}_2}{2 \text{ mol CO}_2} \times \frac{22.4 \text{ L O}_2}{1 \text{ mol O}_2} = 0.112 \text{ L O}_2$$

۸۴- پاسخ: گزینه ۱ ▲ مشخصات سؤال: دشوار * شیمی ۱ (فصل ۲)

فرض می‌کنیم X مول کربن دی‌سولفید در ظرف وجود داشته است. در این صورت 3X مول اکسیژن مصرف و Y مول از آن اضافه می‌آید. مجموع این سه مقدار ماده برابر با 2 مول و مجموع فرآورده‌های حاصل و اکسیژن مصرف‌نشده برابر 1/8 مول است:



$$\begin{cases} x + 2x + y = 2 \\ x + 2x + y = 1/8 \end{cases} \Rightarrow x = 0/2 \text{ mol}$$

$$g \text{CS}_2 = 0/2 \text{ mol CS}_2 \times \frac{76 \text{ g CS}_2}{1 \text{ mol CS}_2} = 15/2 \text{ g CS}_2$$

▲ مشخصات سؤال: دشوار * شیمی ۱ (فصل ۳)

۸۵- پاسخ: گزینه ۱

(الف)

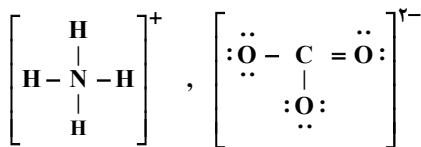
$$(\text{NH}_4)_2\text{CO}_3 : \frac{\text{آنیون}}{\text{کاتیون}} = \frac{1}{2}$$

$$\text{Ag}_2\text{SO}_4 : \frac{\text{آنیون}}{\text{کاتیون}} = \frac{1}{2}$$

(ب) ترکیب $(\text{NH}_4)_2\text{CO}_3$ دارای ۴ عنصر N، H، C و O است و ترکیب FeCl_2 دارای ۲ عنصر Fe و Cl می‌شود.

(پ) یک مول $(\text{NH}_4)_2\text{CO}_3$ حاوی ۱۴ مول اتم است.

(ت) تعداد پیوندهای کووالانسی آنیون و کاتیون آن برابر است.



▲ مشخصات سؤال: دشوار * شیمی ۱ (فصل ۳)

۸۶- پاسخ: گزینه ۲

$$(\text{حجم محلول ثانویه (رقیق شده)}) = 1 + 99 = 100 \text{ L}$$

$$\text{H}_2\text{SO}_4 = (2 \times 1) + 32 + (4 \times 16) = 98 \text{ g} \cdot \text{mol}^{-1}$$

$$1 = \frac{x \text{ g}}{10000 \text{ mL}} \Rightarrow x = 10000 \text{ g}$$

$$? \text{ g H}_2\text{SO}_4 = 0/3 \text{ mol H}_2\text{SO}_4 \times \frac{98 \text{ g H}_2\text{SO}_4}{1 \text{ mol H}_2\text{SO}_4} = 2/94 \text{ g H}_2\text{SO}_4$$

$$\text{ppm} = \frac{\text{گرم حل شونده}}{\text{گرم محلول}} \times 10^6 = \frac{2/94}{10000} \times 10^6 = 29/4 \text{ ppm}$$

▲ مشخصات سؤال: متوسط * شیمی ۱ (فصل ۳)

۸۷- پاسخ: گزینه ۲

$$100 \text{ mL KOH} \times \frac{1/12 \text{ g KOH}}{1 \text{ mL KOH}} \times \frac{56 \text{ g KOH}}{100 \text{ g KOH}} \times \frac{1 \text{ mol KOH}}{56 \text{ g KOH}} \times \frac{1 \text{ mol H}_2\text{SO}_4}{2 \text{ mol KOH}} \times \frac{1 \text{ L H}_2\text{SO}_4}{2/8 \text{ mol H}_2\text{SO}_4} \\ \times \frac{1000 \text{ mL H}_2\text{SO}_4}{1 \text{ L H}_2\text{SO}_4} = 200 \text{ mL H}_2\text{SO}_4$$

▲ مشخصات سؤال: متوسط * شیمی ۱ (فصل ۳)

۸۸- پاسخ: گزینه ۳

در هریک از دماهای داده شده، مقدار ماده حل شونده را در ۱۰۰ گرم آب محاسبه می‌کنیم تا انحلال پذیری ماده مورد نظر در دمای داده شده مشخص شود.

$$1) S = 0/3(5) + 27 = 28/5 \text{ g}$$

بنابراین در ۲۰۰ گرم آب در دمای ۵ درجه سلسیوس، باید $2 \times 28/5 = 57$ گرم از ماده مورد نظر حل شود، تا محلول سیر شده باشد. (پس در گزینه ۱، محلول سیر نشده وجود دارد.)

$$2) S = 0/3(10) + 27 = 30 \text{ g}$$

(در گزینه ۲، محلول سیر شده وجود دارد.)

$$3) S = 0/3(20) + 27 = 33 \text{ g}$$

بنابراین در ۲۰۰ گرم آب در دمای ۲۰°C، باید $33 \times 2 = 66$ گرم از ماده مورد نظر حل شود تا محلول سیر شده باشد. (پس در گزینه ۳، محلول فراسیر شده وجود دارد.)

$$4) S = 0/3(30) + 27 = 36 \text{ g}$$

(در گزینه ۴، محلول سیر نشده وجود دارد.)

▲ مشخصات سؤال: ساده * شیمی ۱ (فصل ۳)

۸۹- پاسخ: گزینه ۳

وقتی مولکول‌ها جرم مولی متفاوتی دارند، اغلب مولکول با جرم مولی بیشتر نقطه جوش بالاتری دارد و وقتی جرم‌های مولی مشابه است، مولکول قطبی نقطه جوش بالاتری خواهد داشت.

۹۰- پاسخ: گزینه ۲ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * شیمی ۱ (فصل ۳)

مولکول‌های کربن‌دی‌اکسید در مقایسه با مولکول‌های نیتروژن مونوکسید ناطبی هستند، ولی به دلیل انجام واکنش شیمیایی هنگام انحلال در آب (انحلال شیمیایی)، انحلال پذیری بیشتری دارند.

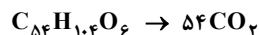
۹۱- پاسخ: گزینه ۳ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * شیمی ۱ (فصل ۳)

بر طبق اسمز، مولکول‌های حلال عمدتاً از محلول رقیق به غلیظ حرکت می‌کنند، که در شکل با مسیر (۲) نشان داده شده است. در نتیجه غلظت محلول A کاهش، حجم محلول A افزایش، غلظت محلول B افزایش و حجم آن کاهش خواهد یافت.

۹۲- پاسخ: گزینه ۳ ▲ مشخصات سؤال: دشوار * شیمی ۳ (فصل ۱)

(الف) درست؛ زنجیرهای هیدروکربنی سازنده آن دارای شمار اتم‌های متفاوتی است از این رو در واکنش چربی با محلول سود سوزآور سه نوع صابون جامد به دست می‌آید.

(ب) نادرست؛ فرمول مولکولی چربی $C_{54}H_{104}O_6$ است.



$$\frac{0.2 \text{ mol}}{1 \text{ mol}} = \frac{?L}{54 \times 22/4L} \Rightarrow ? = 241/92$$

(پ) نادرست

$$\text{شمار جفت الکترون‌های پیوندی} = \frac{(54 \times 4) + (104 \times 1) + (6 \times 2)}{2} = 166$$

هر اتم اکسیژن ۲ جفت الکترون ناپیوندی دارد، پس:

$$6 \times 2 = 12$$

$$\frac{166}{12} = 13/8$$

(ت) درست؛ مخلوط آب و چربی و صابون نوعی کلوئید و پایدار است.

۹۳- پاسخ: گزینه ۲ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * شیمی ۳ (فصل ۱)

فرمول کلی یک پاک‌کننده غیرصابونی سدیم‌دار به صورت $RC_6H_4SO_3Na$ است. اگر در این فرمول، R گروه C_nH_{2n+1} باشد، شمار اتم‌های کربن برابر با $n+6$ و شمار اتم‌های هیدروژن برابر با $2n+5$ است.

$$(2n+5) - (n+6) = 10 \Rightarrow n-1 = 10 \Rightarrow n = 11$$

۹۴- پاسخ: گزینه ۲ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * شیمی ۳ (فصل ۱)

در لوله‌بازکن‌ها، از اسیدها و بازهای قوی یا مواد فعال دیگر (مثل $NaClO$) استفاده می‌شود؛ بنابراین استفاده از محلول ظرف ۱ به عنوان لوله‌بازکن مناسب‌تر است.

۹۵- پاسخ: گزینه ۲ ▲ مشخصات سؤال: دشوار * شیمی ۳ (فصل ۱)



آغاز واکنش: M . .

هنگام تعادل: M-x x x

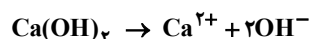
$$\begin{cases} M-x = 0.02 \\ M+x = 0.08 \end{cases} \Rightarrow M = 0.05, x = 0.03$$

$$\alpha = \frac{x}{M} = \frac{0.03}{0.05} = 0.6 \Rightarrow \alpha\% = 60\%$$

$$K_a = \frac{M\alpha^2}{1-\alpha} = \frac{0.05 \times 0.6^2}{1-0.6} = 4/5 \times 10^{-2}$$

۹۶- پاسخ: گزینه ۴ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * شیمی ۳ (فصل ۱)

$$pH = 11/3 \Rightarrow [H^+] = 10^{-11/3} = 10^{-12} \times 10^{1/3} = 5 \times 10^{-12} \Rightarrow [H^+] \times [OH^-] = 10^{-14} \Rightarrow [OH^-] = 2 \times 10^{-3}$$



غلظت محلول کلسیم هیدروکسید، نصف غلظت یون هیدروکسید است، پس:

$$2 \times 10^{-3} = \frac{y \times 10^{-3}}{74} \times \frac{74}{100} \Rightarrow y = 20 \text{ mg}$$

▲ مشخصات سؤال: متوسط * شیمی ۳ (فصل ۱)

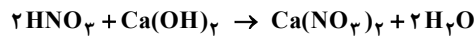
۹۷- پاسخ: گزینه ۴

$$\begin{cases} \text{mol HX} = \frac{12}{150} = 0.08 \\ M_{\text{HX}} = 0.08 \\ \text{mol HY} = \frac{8}{50} = 0.16 \\ M_{\text{HY}} = 0.16 \end{cases}$$

$$\text{pH(HX)} = \text{pH(HY)} \Rightarrow [\text{H}^+]_{(\text{HX})} = [\text{H}^+]_{(\text{HY})} \Rightarrow 0.08 \alpha_{\text{HX}} = 0.16 \alpha_{\text{HY}} \Rightarrow \frac{\alpha_{\text{HX}}}{\alpha_{\text{HY}}} = \frac{0.16}{0.08} = 2$$

▲ مشخصات سؤال: دشوار * شیمی ۳ (فصل ۱)

۹۸- پاسخ: گزینه ۳



$$\text{HNO}_3 : \text{pH} = 1 \Rightarrow [\text{H}^+] = M_{\text{HNO}_3} = 0.1 \Rightarrow \text{mol HNO}_3 = 0.1$$

$$\text{Ca(OH)}_2 : \text{pH} = 12 \Rightarrow [\text{OH}^-] = 0.01 = 2M_{\text{Ca(OH)}_2} \Rightarrow \text{mol Ca(OH)}_2 = \frac{x \times 0.01}{2}$$

$$\text{Ca(OH)}_2 \text{ اضافی} : \text{pH} = 11 \Rightarrow [\text{OH}^-] = 10^{-3} = 2M_{\text{Ca(OH)}_2} \Rightarrow \text{mol Ca(OH)}_2 \text{ اضافی} = \frac{10^{-3}}{2} (x + 0.1)$$

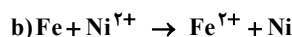
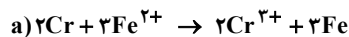
$$\text{HNO}_3 \text{ کردن} \text{Ca(OH)}_2 = \frac{\text{mol HNO}_3}{2} = 0.05$$

$$0.05x = 0.05 + 0.05(x + 0.1) \Rightarrow 10x = 10 + x + 0.1 \Rightarrow x = 1/122 \text{ L یا } 122 \text{ ml}$$

▲ مشخصات سؤال: متوسط * شیمی ۳ (فصل ۲)

۹۹- پاسخ: گزینه ۳

معادله موازنه شده واکنش‌ها به صورت زیر است:



براساس این واکنش‌ها:

قدرت کاهش‌دهنده‌ها: $\text{Cr} > \text{Fe} > \text{Ni}$

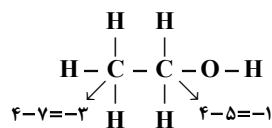
قدرت اکسندگی اکسندگی‌ها: $\text{Cr}^{3+} < \text{Fe}^{2+} < \text{Ni}^{2+}$

عبارت‌های «اول»، «دوم» و «سوم» درست هستند.

بررسی عبارت چهارم: قدرت اکسندگی گونه اکسندگی واکنش a (Fe^{2+}) کمتر از قدرت اکسندگی گونه اکسندگی در واکنش b (Ni^{2+}) است.

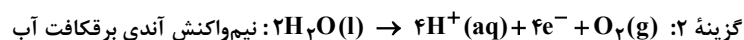
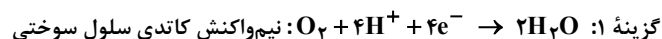
▲ مشخصات سؤال: متوسط * شیمی ۳ (فصل ۲)

۱۰۰- پاسخ: گزینه ۴



اختلاف عدد اکسایش اتم‌های کربن در اتانول برابر با ۲ است.

بررسی گزینه‌های ۱ و ۲:



▲ مشخصات سؤال: متوسط * شیمی ۳ (فصل ۲)

۱۰۱- پاسخ: گزینه ۲

بررسی تفاوت‌ها:

(الف) در سلول‌های گالوانی برخلاف سلول‌های الکترولیتی، واکنش اکسایش-کاهش به‌طور طبیعی و خودبه‌خود انجام می‌شود.

(پ) علامت الکتروده‌های آند و کاتد در سلول‌های گالوانی متفاوت با سلول‌های الکترولیتی است.

(ث) در سلول‌های الکترولیتی برخلاف سلول‌های گالوانی، دو الکتروود در یک محلول الکترولیت قرار می‌گیرند.

▲ مشخصات سؤال: متوسط * شیمی ۳ (فصل ۲)

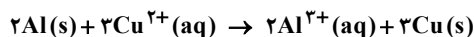
۱۰۲- پاسخ: گزینه ۲

چون جرم الکتروود آلومینیم کاهش می‌یابد می‌توان نتیجه گرفت که پتانسیل کمتری از نیم‌سلول مس داشته و در الکتروود آلومینیم اکسایش

و در الکتروود مس کاهش رخ می‌دهد. الکترون‌ها در مدار بیرونی از الکتروود آلومینیم (آند: قطب منفی) به سمت الکتروود مس (کاتد: قطب

مثبت) جریان دارند.

در این مدت زمان، جرم الکتروود مس به اندازه $2/88$ گرم افزایش می یابد:



$$\text{افزایش جرم کاتد} = 0/81g Al \times \frac{1mol Al}{27g Al} \times \frac{3mol Cu}{2mol Al} \times \frac{64g Cu}{1mol Cu} = 2/88g Cu$$

طی این مدت $0/045$ مول یون مس (II) مصرف می شود. غلظت آن در محلول $0/225$ مول بر لیتر $(0/225 mol \cdot L^{-1})$ $\frac{0/045}{0/2}$

کاهش می یابد.

۱۰۳- پاسخ: گزینه ۲ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * شیمی ۳ (فصل ۲)

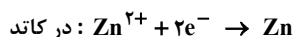
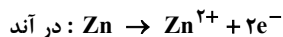
واکنش موازنه شده فرایند هال به صورت $3C(s) + 2Al_2O_3(l) \rightarrow 4Al(l) + 3CO_2(g)$ است:

$$540kg Al \times \frac{1mol Al}{27g Al} \times \frac{3mol C}{4mol Al} \times \frac{12g C}{1mol C} = 180kg C$$

$$540kg Al \times \frac{1000g Al}{1kg Al} \times \frac{1mol Al}{27g Al} \times \frac{3mol CO_2}{4mol Al} \times \frac{30L CO_2}{1mol CO_2} \times \frac{1m^3 CO_2}{1000L CO_2} = 450m^3 CO_2$$

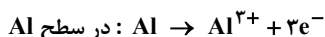
۱۰۴- پاسخ: گزینه ۲ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * شیمی ۳ (فصل ۲)

این سلول یک نوع سلول الکترولیتی است و آبکاری محسوب می شود.



۱۰۵- پاسخ: گزینه ۳ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * شیمی ۳ (فصل ۲)

در سری الکتروشیمیایی، Al پایین تر از Fe است، پس در محل خراش، سلول گالوانی ایجاد می شود که Al در نقش آند و Fe در نقش کاتد ظاهر می شوند.



به مرور در محل خراش، رسوب $Al(OH)_3$ ایجاد می گردد.