دفترچه پاسخ تشریحی

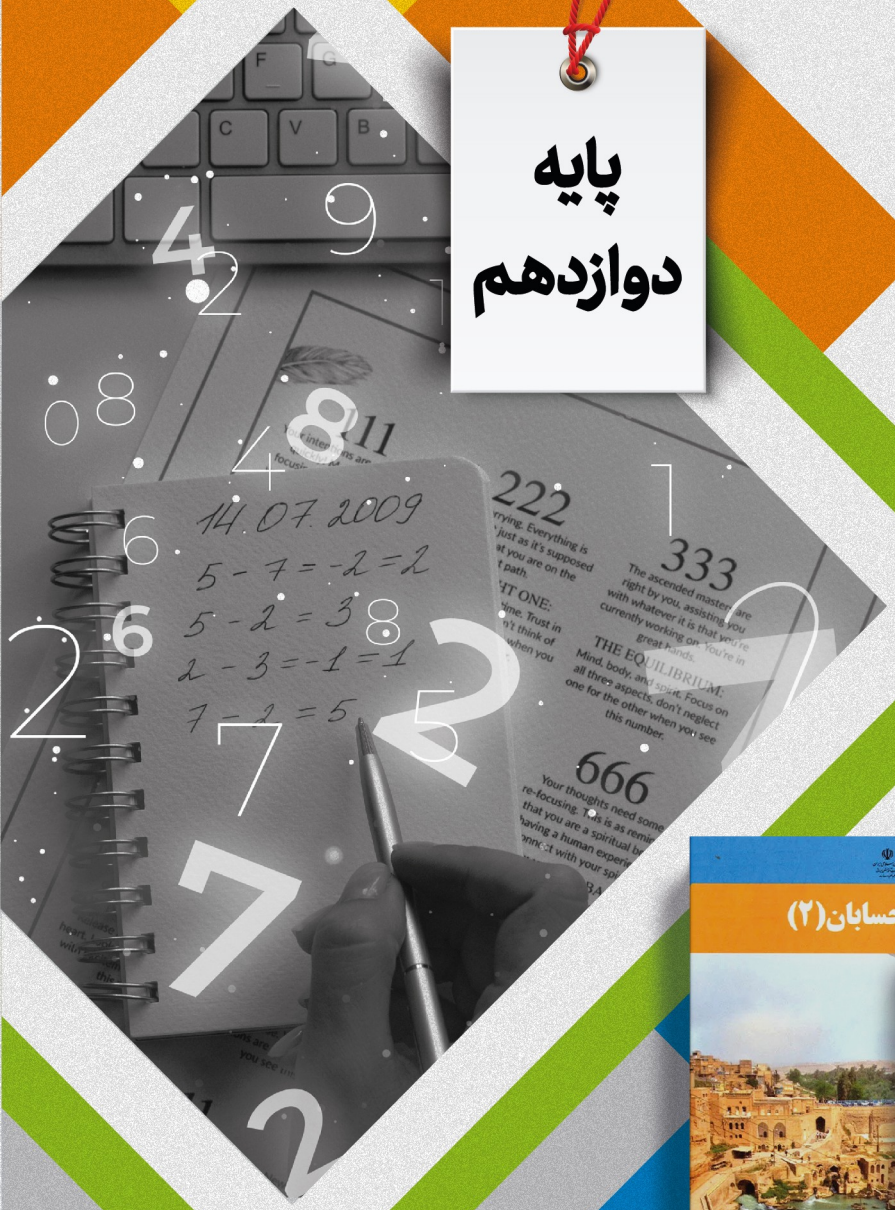
گروه آزمایشی علوم ریاضی

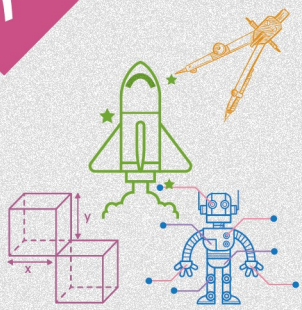
آزمون آزمایشی ۲۵ مهر ۱۴۰۴

ویژه داوطلبان آزمون سراسری ۱۴۰۵

پایه دوازدهم

مرحله ۱





۱۴۰۴-۱۴۰۵

گزینه دو
مؤسسه آموزشی فرهنگی

سنجش کلاد
www.SanjeshCloud.ir
Tmo/SanjeshCloud

داوطلبان آزمون سراسری سال ۱۴۰۵
سال تحصیلی ۱۴۰۵-۱۴۰۴

تذکرهای مهم

- آزمون آزمایشی مرحلهٔ ۲ گزینه‌دو، در روز جمعه ۱۶ آبان ۱۴۰۴ برگزار می‌گردد.
- داوطلب گرامی، جهت استفاده از خدمات طلایی خود مانند کارنامه‌های هوشمند بعد از آزمون، آزمونک‌ها، بانک سؤال گزینه‌دو، رفع اشکال هوشمند، جزوه‌های کمک آموزشی، آرشیو آزمون‌های گزینه‌دو و... ، با استفاده از شمارهٔ داوطلبی (به‌عنوان نام کاربری) و کد ملی خود (به‌عنوان رمز عبور) وارد وب‌سایت گزینه‌دو به آدرس www.gozine2.ir شوید.
- **در صورتی که اینترنتی ثبت‌نام کرده‌اید، رمز عبور شما همان رمزی است که خودتان انتخاب نموده‌اید.**
- کارنامه‌های آزمون آزمایشی مرحلهٔ ۱ به‌صورت کامل، با فاصلهٔ زمانی کوتاهی پس از آزمون مطابق اطلاعیهٔ اعلام‌شده، بر روی پایگاه اینترنتی گزینه‌دو به آدرس www.gozine2.ir قرار می‌گیرد. در صورت بروز اشکال در دریافت کارنامه، موضوع را از طریق نمایندگی شهر خود پیگیری نمایید.

داوطلب گرامی، شما می‌توانید با اسکن تصویر بالا به‌وسیلهٔ گوشی هوشمند و یا تبلت خود، به صفحهٔ اینستاگرام مؤسسه گزینه‌دو وارد شوید.
gozine2.ir

www.SanjeshCloud.ir
T.me/SanjeshCloud

اسامی هیئت‌علمی آزمون‌های ادواری ویژه داوطلبان کنکور مؤسسه گزینه‌دو

در سال تحصیلی ۱۴۰۵_۱۴۰۴

گزینه‌دو
مؤسسه آموزشی فرهنگی

gozine2.ir

معاون تولید محتوا: **علی الفتی**

مدیر واحد آموزش تخصصی: **محمدرضا محمدهاشمی**

گروه ریاضی

مدیر گروه: سید امیرمحمد سید شاکری

	مسئول درس / دستیاران	طراحان	کارشناسان
حسابان و ریاضی پایه	مسئول درس: علی افضل‌زاده دستیاران: عباس سعیدی - وحید جعفری	حسین شفیع‌زاده ایمان اردستانی	سید مهدی عابدی سید علی موسوی‌راد
هندسه	مسئول درس: سعید اکبرزاده دستیار: هادی کاظم‌نژاد	سید محسن میراسلامی سعید اکبرزاده فرهاد فرزامی	علی صادقی مانی خدابنده
ریاضیات گسسته	مسئول درس: سعید اکبرزاده دستیار: فرهاد فرزامی	علیرضا شریف خطیبی امیدرضا پورحسینی سعید اکبرزاده	حسین خواجوند مانی خدابنده
ریاضی تجربی	مسئول درس: ایمان اردستانی دستیاران: وحید جعفری - مهدی پوررضایی	مهرداد کیوان ایمان اردستانی علی افضل‌زاده	پوپک مقدم
ریاضی انسانی	مسئول درس: حسین افسری دستیاران: مهدی پوررضایی - عباس مالکی	وحید رباعی حسین افسری علی افضل زاده	امیرحسین حریری ایمان حسین‌زاده

گروه علوم

مدیر گروه: محمدحسین کشانی

	مسئول درس / دستیاران	طراحان	کارشناسان
زیست شناسی	مسئول درس: امیر کبیری راد دستیار: پرسا کامکار	محمد پازوکی علی پناهی شایق بهرام میرحبیبی منصور کهن دل امیر کبیری راد علیرضا اکبرپور مسعود حدادی محمد شاملو	علی حاجی محمدزاده رضا بهنامی
فیزیک	مسئول درس: منصور داودوندی دستیار: ساناز دریکوندی	علی نعیمی احمد رضوانی جمال خم‌خاجی بهمن شاهمرادی منصور داودوندی	مریم گلی حسن‌لو
شیمی	مسئول درس: شهرام شاه‌پرویزی دستیار: حنانه شریف‌خطیبی	ماشاءالله سلیمانی مهداد ملاصالحی حسین شرانلو محمدرضا پورجاوید بهنام ابراهیم‌پور سید صمد صفوی رضا بخشیان یاسر راش	مرتضی قدیانی حسین ایمانی‌پور
زمین شناسی	مسئول درس: شکیبا کریمی	فرزانه رجایی فرزانه صاعدی حسن علیمحمدی عباس روزبهانی	فرزانه صاعدی حسن علیمحمدی روزبه اسحاقیان

گروه انسانی

مدیر گروه: علی اکبر آخوندی

	مسئول درس / دستیاران	طراحان	کارشناسان
علوم و فنون ادبی	مسئول درس: محمدرضا پیرو دستیار: حسنا محمدی - سپهر سالارکیا	ابوالفضل قاضی علی عطری محمدرضا پیرو محمدرضا لمسه‌چی طاهره موسی زاده امیرمهبد اسفندی	محمدصادق حسام زاده محمدصدرا حسینی
جامعه شناسی	مسئول درس: الهام رضایی دستیار: فاطمه صفری	آزیتا بیدقی علیرضا مختاری محمود حسن پور فروغ تیموریان محمدزمان کبیر	مهتاب شیرازی هستی ناصح
روان شناسی	مسئول درس: سیده ضحی سکاکی دستیار: ثنا کاشیان	سیمین زاهدی حمیدرضا توکلی سیده ضحی سکاکی	علی شکری فاطمه یاری
زبان عربی	مسئول درس: پویا رضاداد	کاظم غلامی حمید جوهری مجد پویا رضاداد اسرافیل قربانپور پدرام علیمرادی عرفان جالیزی	فاطمه نظری مهتاب شیرازی سارا حمزه صبا پهلوان
تاریخ	مسئول درس: سیده ساره زاهدی	شهرام امامی نگار مروتی بهروز یحیی مریم قلی پور	مهتاب شیرازی محمدصدرا حسینی
جغرافیا	مسئول درس: الناز گنج‌کار دستیار: الهه ریاحی نسب	شهرام امامی نگار مروتی بهروز یحیی	مهتاب شیرازی محمدصدرا حسینی
فلسفه و منطق	مسئول درس: سعید رحیمیان دستیاران: محمدحسین خدام - فراز مختاری نژاد	حمید سودیان‌طهرانی سعید رحیمیان فرهاد قاسمی نژاد علی اکبر آخوندی مهدی لاجوردی ناصر آزادجو	سپهر علی‌پور امیررضا علیزاده ابوالفضل میرمحمدی
اقتصاد	مسئول درس: امیر محمدبیگی دستیار: محمدرضا مبارکی	حسین [illegible] [illegible] میترا چینی‌ساز محمدرضا مبارکی آرش بدری	کوثر رعدی

سنجش کلاد
www.SanjeshCloud.ir
T.me/SanjeshCloud

ریاضیات

۱- پاسخ: گزینهٔ ۱ ▲ مشخصات سؤال: ساده * ریاضی ۱ (فصل ۵، درس ۱)

خوبه اینو بدونی

- یک تابع از مجموعهٔ A به مجموعهٔ B، رابطه‌ای بین این دو مجموعه است که در آن به هر عضو از A، دقیقاً یک عضو از B نسبت داده می‌شود.

جوابش اینه

به شرطی رابطهٔ f یک تابع است که به‌ازای هر x از دامنه فقط یک مقدار برای y به‌دست آید؛ بنابراین $f(a)$ نباید دو مقدار مختلف داشته باشد و دو مقداری که از جای‌گذاری a در دو ضابطه به‌دست می‌آیند، بایستی مساوی یکدیگر باشند.

$$\begin{cases} f(a)=۴a-۱ \\ f(a)=۲a^۲+۱ \end{cases} \Rightarrow ۲a^۲+۱=۴a-۱ \Rightarrow ۲a^۲-۴a+۲=۰ \Rightarrow ۲(a-۱)^۲=۰ \Rightarrow a=۱$$

۲- پاسخ: گزینهٔ ۴ ▲ مشخصات سؤال: ساده * ریاضی ۱ (فصل ۵، درس ۳)

خوبه اینو بدونی

- اگر دامنه و برد یک تابع برابر باشند و هر عضو از دامنهٔ تابع دقیقاً به همان عضو در برد نظیر شود، تابع را «همانی» می‌نامند. اگر دامنهٔ تابع همانی را $\mathbb{R}$ در نظر بگیریم، نمودار آن همان خط $y=x$ است که با معادلهٔ $f(x)=x$ هم نمایش داده می‌شود.

جوابش اینه

ضابطهٔ تابع f را ساده کرده و آن را مرتب می‌کنیم:

$$f(x)=(۲x+a)(x-۱)+bx^۲+a=۲x^۲+ax-۲x-a+bx^۲+a=(۲+b)x^۲+(a-۲)x$$

برای آنکه تابع f، تابعی همانی باشد، می‌بایست ضابطهٔ آن با $y=x$ برابر شود؛ پس ضریب $x^۲$ باید برابر صفر و ضریب x برابر یک باشد.

$$\begin{cases} ۲+b=۰ \Rightarrow b=-۲ \\ a-۲=۱ \Rightarrow a=۳ \end{cases}$$

پس مقدار ab برابر -۶ است.

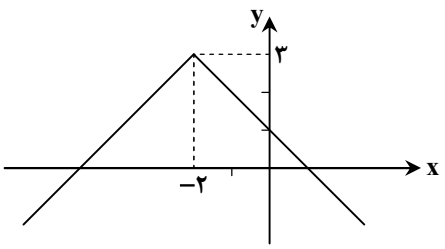
۳- پاسخ: گزینهٔ ۴ ▲ مشخصات سؤال: ساده * حسابان ۱ (فصل ۲، درس ۱)

خوبه اینو بدونی

- هم‌دامنهٔ تابع را می‌توان هر مجموعهٔ دلخواهی شامل برد تابع در نظر گرفت.

جوابش اینه

مجموعهٔ A هم دامنهٔ تابع f است و می‌دانیم، هم دامنهٔ تابع را می‌توان هر مجموعهٔ دلخواهی شامل برد تابع در نظر بگیریم، یعنی $R_f \subseteq A$؛ پس ابتدا برد f را به‌دست می‌آوریم. ضابطهٔ f، یک تابع قدرمطلق با دامنهٔ $\mathbb{R}$ است که نمودار آن در شکل زیر رسم شده است:



توجه کنید برای رسم نمودار این تابع ابتدا نمودار $y=|x|$ را نسبت به محور طول‌ها قرینه کرده، سپس نمودار حاصل را ۲ واحد به چپ و ۳ واحد به بالا منتقل کرده‌ایم. مطابق شکل، برد این تابع برابر است با: $R_f=(-\infty,۳]$

در بین گزینه‌های داده‌شده، تنها بازهٔ گزینهٔ ۴ شامل برد تابع f است؛ زیرا $۳ < \frac{۱۵}{۴}$، پس گزینهٔ ۴ پاسخ درست است.

سنجش کلاد
www.SanjeshCloud.ir
T.me/SanjeshCloud

۴- پاسخ: گزینهٔ ۲ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * حسابان ۱ (فصل ۲، درس ۴)

خوبه اینو بدونی

– اگر f و g دو تابع باشند، ترکیب g با f را با gof نمایش می‌دهیم و آن را به‌صورت زیر تعریف می‌کنیم؛ به‌شرط آن‌که مقادیر f در دامنهٔ g قرار داشته باشند:

$$(gof)(x) = g(f(x))$$

جوابش اینه

با توجه به فرض سؤال، داریم:

$$f(x) = x^۲ - ۲x + ۱ = (x-۱)^۲ \ , \ g(x) = \sqrt{x} - ۲$$

ابتدا مقدار $(fog)(۹)$ را به‌دست می‌آوریم:

$$g(۹) = \sqrt{۹} - ۲ = ۱ \Rightarrow (fog)(۹) = f(g(۹)) = f(۱) = ۰$$

اکنون ضابطهٔ $(gof)(x)$ را پیدا می‌کنیم:

$$(gof)(x) = g((x-۱)^۲) = \sqrt{(x-۱)^۲} - ۲ = |x-۱| - ۲$$

بنابراین معادلهٔ موردنظر به‌صورت زیر درمی‌آید:

$$|x-۱| - ۲ = ۰ \Rightarrow |x-۱| = ۲ \Rightarrow \begin{cases} x-۱ = ۲ \Rightarrow x = ۳ \\ \text{یا} \\ x-۱ = -۲ \Rightarrow x = -۱ \end{cases}$$

پس مجموع جواب‌های معادله برابر ۲ است.

۵- پاسخ: گزینهٔ ۳ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * حسابان ۱ (فصل ۲، درس ۲)

جوابش اینه

ابتدا مقدار $f(\frac{۹}{۴})$ را محاسبه می‌کنیم.

$$\frac{۹}{۴} \geq ۰ \Rightarrow f(\frac{۹}{۴}) = -\sqrt{\frac{۹}{۴}} \Rightarrow f(\frac{۹}{۴}) = -\frac{۳}{۲}$$

بنابراین معادلهٔ $f(af(\frac{۹}{۴})) = ۲$ به‌صورت $f(-\frac{۳}{۲}a) = ۲$ درمی‌آید. توجه کنید که در ضابطهٔ اول تابع f، مقدار y مثبت بوده و در ضابطهٔ دوم، مقدار y منفی یا صفر است؛ پس با توجه به مثبت بودن عدد ۲ از ضابطهٔ اول، مقدار a را محاسبه می‌کنیم.

$$f(x) = -\frac{۱}{x} \Rightarrow f(-\frac{۳}{۲}a) = -\frac{۱}{-\frac{۳}{۲}a} \Rightarrow ۲ = \frac{۲}{۳a} \Rightarrow a = \frac{۱}{۳}$$

۶- پاسخ: گزینهٔ ۳ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * حسابان ۱ (فصل ۲، درس ۴)

خوبه اینو بدونی

– هر تابع که بتوان آن را به‌شکل $y = ax + b$ نمایش داد، یک «تابع خطی» نامیده می‌شود.

– اگر f و g دو تابع باشند، ترکیب g با f را با gof نمایش می‌دهیم و آن را به‌صورت زیر تعریف می‌کنیم؛ به‌شرط آن‌که مقادیر f در دامنهٔ g قرار داشته باشند:

$$(gof)(x) = g(f(x))$$

– به‌طورکلی اگر f و g دو تابع باشند، اعمال بین توابع به‌صورت زیر تعریف می‌شوند:

$$(f+g)(x) = f(x) + g(x)$$
$$D_{f+g} = D_f \cap D_g$$

سنجش کلاد
www.SanjeshCloud.ir
T.me/SanjeshCloud

جوابش اینه

ضابطهٔ تابع خطی (درجه اول) f را به‌صورت $f(x)=ax+b$ در نظر می‌گیریم. با توجه به مفروضات سؤال، داریم:

$$\begin{cases} g(f(۲))=۳ \\ g(۲)=۳ \end{cases} \Rightarrow f(۲)=۲ \Rightarrow ۲a+b=۲$$

$$(f+g)(-۲)=-۱ \Rightarrow f(-۲)+\underbrace{g(-۲)}_{-۱}=-۱ \Rightarrow f(-۲)=۰ \Rightarrow -۲a+b=۰$$

از حل دستگاه $\begin{cases} ۲a+b=۲ \\ -۲a+b=۰ \end{cases}$ به جواب $b=۱$ و $a=\frac{۱}{۲}$ می‌رسیم، بنابراین مقدار خواسته شده برابر است با:

$$f(۴)=۴a+b=۴(\frac{۱}{۲})+۱=۳$$

۷- پاسخ: گزینهٔ ۱ ▲ **مشخصات سؤال: متوسط * حسابان ۱ (فصل ۲، درس ۴)**

خوبه اینو بدونی

- به‌طورکلی اگر f و g دو تابع باشند، اعمال بین توابع به‌صورت زیر تعریف می‌شوند:

$$(f+g)(x)=f(x)+g(x)$$
$$D_{f+g}=D_f \cap D_g$$

- تابعی مانند f را که برد آن تنها شامل یک عضو است، «تابع ثابت» می‌نامیم. اگر این عضو را k بنامیم، تابع ثابت را معمولاً با معادلهٔ $f(x)=k$ نمایش می‌دهیم.
- دربارهٔ تابع وارون‌پذیر f می‌دانیم:

$$f(a)=b \Leftrightarrow f^{-۱}(b)=a$$

جوابش اینه

ابتدا معادلهٔ توابع خطی f و g را به‌دست می‌آوریم. شیب خط g برابر $\frac{۲}{۳}$ بوده و شیب خط f را برابر a فرض می‌کنیم. عرض از مبدأ هر دو خط برابر ۲ است، پس:

$$g(x)=\frac{۲}{۳}x+۲ \ , \ f(x)=ax+۲$$

بنابراین ضابطهٔ تابع $f+۲g$ برابر است با:

$$(f+۲g)(x)=ax+۲+۲(\frac{۲}{۳}x+۲)=(a+\frac{۴}{۳})x+۶$$

ازآنجاکه تابع $f+۲g$ ثابت است؛ پس باید ضریب x برابر صفر باشد، یعنی $a+\frac{۴}{۳}=۰$ و در نتیجه $a=-\frac{۴}{۳}$

اکنون به محاسبه مقدار خواسته شده می‌پردازیم:

$$(f^{-۱}og)(۳)=t \Rightarrow g(۳)=f(t) \Rightarrow \frac{۲}{۳}\times ۳+۲=-\frac{۴}{۳}t+۲ \Rightarrow ۲=-\frac{۴}{۳}t \Rightarrow t=-\frac{۳}{۲}$$

۸- پاسخ: گزینهٔ ۱ ▲ **مشخصات سؤال: متوسط * حسابان ۱ (فصل ۲، درس ۴)**

خوبه اینو بدونی

- برای تعیین دامنهٔ تابع $y=\sqrt{f(x)}$ کافی است نامعادلهٔ $f(x)\geq ۰$ حل شود.
- به‌طورکلی اگر f و g دو تابع باشند، اعمال بین توابع به‌صورت زیر تعریف می‌شوند:

- $(f+g)(x)=f(x)+g(x)$ $\quad D_{f+g}=D_f \cap D_g$
- $(f\cdot g)(x)=f(x)\cdot g(x)$ $\quad D_{f\cdot g}=D_f \cap D_g$

- اگر دامنهٔ تابع f را با D_f و دامنهٔ تابع g را با D_g نمایش دهیم، دامنهٔ تابع gof برابر است با:

$$D_{gof}=\{x\in D_f \mid f(x)\in D_g\}$$

سنجش کلاد
www.SanjeshCloud.ir
T.me/SanjeshCloud

جوابش اینه

ابتدا دامنهٔ توابع رادیکالی f و g را به‌دست می‌آوریم:

$$\begin{cases} x-1\geq 0 \Rightarrow x\geq 1 \Rightarrow D_f=[1,+\infty) \\ 3-x\geq 0 \Rightarrow x\leq 3 \Rightarrow D_g=(-\infty,3] \end{cases}$$

بنابراین دامنه مجموع این دو تابع برابر است با:

$$D_{f+g}=D_f\cap D_g=[1,3]$$

همچنین دامنه ترکیب تابع به‌دست آمده با تابع f طبق تعریف برابر است با:

$$D_{(f+g)of}=\{x\in D_f \mid f(x)\in D_{f+g}\} \Rightarrow D_{(f+g)of}=\{x\geq 1 \mid 1\leq 3-\sqrt{x-1}\leq 3\}$$

اکنون نامعادلهٔ به‌دست آمده را حل می‌کنیم.

$$1\leq 3-\sqrt{x-1}\leq 3 \Rightarrow 0\leq \sqrt{x-1}\leq 2 \Rightarrow 0\leq x-1\leq 4 \Rightarrow 1\leq x\leq 5$$

پس دامنهٔ خواسته شده برابر بازهٔ $[1,5]$ است که شامل پنج عدد صحیح است.

۹- پاسخ: گزینهٔ ۴ ▲ **مشخصات سؤال: دشوار * حسابان ۱ (فصل ۲، درس‌های ۳ و ۴)**

خوبه اینو بدونی

- اگر f یک تابع باشد و به هر عنصر در برد دقیقاً یک عنصر از دامنه نظیر شود، تابع وارون‌پذیر است. اگر تابعی چنین ویژگی داشته باشد، آن را «یک‌به‌یک» می‌نامیم. به‌عبارت‌دیگر تابع f یک‌به‌یک است، هرگاه هر دو عنصر متمایز در دامنه، به دو عنصر متمایز در برد نظیر شوند.

جوابش اینه

نمودار تابع درجه دوم سهمی است و هرگز در $\mathbb{R}$ یک‌به‌یک نیست؛ پس تابع f نباید درجه دوم باشد، اما می‌تواند یک تابع درجه اول (خطی) باشد؛ زیرا توابع خطی غیرثابت همواره یک به یک هستند؛ پس باید a برابر صفر باشد تا f یک‌به‌یک شود.

$$a=0 \Rightarrow f(x)=3x-1 \Rightarrow f(2x)=6x-1$$
$$\Rightarrow (fof)(2x)=3(6x-1)-1 \Rightarrow (fof)(2x)=18x-4$$

می‌دانیم یک تابع خطی با شیب مثبت، نمودار وارون خود را فقط روی خط $y=x$ قطع می‌کند؛ پس برای پیدا کردن محل تقاطع تابع خطی $y=(fof)(2x)$ با وارونش، کافی است تقاطع تابع $y=(fof)(2x)$ را با $y=x$ پیدا کنیم:

$$18x-4=x \Rightarrow x=\frac{4}{17}$$

۱۰- پاسخ: گزینهٔ ۴ ▲ **مشخصات سؤال: دشوار * حسابان ۱ (فصل ۲، درس ۳)**

خوبه اینو بدونی

- برای به‌دست آوردن ضابطهٔ تابع وارون یک تابع یک‌به‌یک مانند f، در معادلهٔ $y=f(x)$ در صورت امکان x را برحسب y محاسبه می‌کنیم، سپس با تبدیل y به x، $f^{-1}(x)$ را به دست می‌آوریم.

جوابش اینه

ابتدا به کمک اتحاد مربع کامل x را برحسب y محاسبه می‌کنیم؛ سپس جای x و y را عوض می‌کنیم.

$$y=-4x^2+8x-1=-4(x-1)^2+3 \Rightarrow (x-1)^2=\frac{3-y}{4} \Rightarrow |x-1|=\sqrt{\frac{3-y}{4}}$$

طبق فرض سؤال می‌دانیم $x\leq 1$، پس:

$$-(x-1)=\sqrt{\frac{3-y}{4}} \Rightarrow -x+1=\frac{\sqrt{3-y}}{2}$$
$$\Rightarrow x=1-\frac{1}{2}\sqrt{3-y} \Rightarrow f^{-1}(x)=1-\frac{1}{2}\sqrt{3-x}$$

پس با توجه به اینکه $f^{-1}(x)=1+a\sqrt{b-x}$، $a=-\frac{1}{2}$ و $b=3$ و در نتیجه مقدار ab برابر $-\frac{3}{2}$ است.

سنجش کلاد
www.SanjeshCloud.ir
T.me/SanjeshCloud

۱۱- پاسخ: گزینهٔ ۱ ▲ مشخصات سؤال: ساده * حسابان ۲ (فصل ۱، درس ۱)

خوبه اینو بدونی

- اگر $(x_\circ, y_\circ)$ یک نقطهٔ دلخواه از نمودار تابع $y=f(x)$ باشد و تابع g به‌صورت $g(x)=f(kx)$ تعریف‌شده باشد، آنگاه نقطهٔ $(\frac{x_\circ}{k}, y_\circ)$ یک نقطه از نمودار تابع g و متناظر با نقطهٔ $(x_\circ, y_\circ)$ از نمودار تابع f است.
- اگر $(x_\circ, y_\circ)$ یک نقطهٔ دلخواه از نمودار تابع $y=f(x)$ باشد و تابع g به‌صورت $g(x)=kf(x)$ تعریف‌شده باشد، آنگاه نقطهٔ $(x_\circ, ky_\circ)$ یک نقطه از نمودار تابع g و متناظر با نقطهٔ $(x_\circ, y_\circ)$ از نمودار تابع f است.

جوابش اینه

برای رسم تابع $y=f(\frac{x}{۲})$ از روی نمودار f باید طول نقاط را دو برابر کنیم و سپس برای رسم نمودار تابع $y=۳f(\frac{x}{۲})$ باید عرض نقاط را سه برابر کنیم؛ بنابراین:

$$A(۱,۳)\in f \Rightarrow A'(۲,۹)\in ۳f(\frac{x}{۲})$$

اینجوری هم میشه

با توجه به فرض سؤال، داریم:

$$(۱,۳)\in f \Rightarrow f(۱)=۳$$

بنابراین:

$$\frac{x}{۲}=۱ \Rightarrow x=۲$$

حال داریم:

$$y=۳f(\frac{x}{۲}) \xrightarrow{x=۲} y=۳f(۱)=۳(۳)=۹$$

پس متناظر نقطهٔ $A(۱,۳)$، نقطهٔ $A'(۲,۹)$ روی تابع $y=۳f(\frac{x}{۲})$ است.

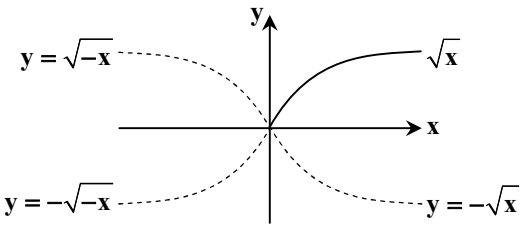
۱۲- پاسخ: گزینهٔ ۴ ▲ مشخصات سؤال: ساده * حسابان ۲ (فصل ۱، درس ۱)

خوبه اینو بدونی

- نمودار تابع $y=-f(-x)$ از قرینهٔ نمودار تابع $y=f(x)$ نسبت به مبدأ مختصات به‌دست می‌آید.
- برای رسم نمودار $y=f(x)+k$، اگر $k>۰$، کافی است نمودار تابع $y=f(x)$ را k واحد در راستای قائم به‌سمت بالا انتقال دهیم و برای $k<۰$ این انتقال به اندازهٔ $|k|$ واحد به‌سمت پایین انجام می‌شود.

جوابش اینه

ابتدا به شکل زیر دقت کنید.



با توجه به نمودار تابع $y=\sqrt{x}$ و نمودار تابع داده‌شده، مشخص است که نمودار تابع $y=\sqrt{x}$ نسبت به محور طول‌ها و محور عرض‌ها قرینه شده (یعنی نسبت به مبدأ مختصات قرینه شده است) و سپس ۲ واحد به‌سمت بالا انتقال پیدا کرده است؛ بنابراین:

$$y=\sqrt{x} \xrightarrow[\text{محور عرض‌ها}]{\text{قرینه نسبت به}} y=\sqrt{-x} \xrightarrow[\text{محور طول‌ها}]{\text{قرینه نسبت به}} y=-\sqrt{-x} \xrightarrow[\text{به‌بالا}]{\text{دو واحد}} y=-\sqrt{-x}+۲$$

پس $g(x)=-\sqrt{-x}+۲$ و بنابراین $g(-۴)=۰$.

سنجش کلاد
www.SanjeshCloud.ir
T.me/SanjeshCloud

۱۳- پاسخ: گزینهٔ ۲ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * حسابان ۲ (فصل ۱، درس ۱)

خوبه اینو بدونی

- نمودار تابع $y=-f(-x)$ از قرینهٔ نمودار تابع $y=f(x)$ نسبت به مبدأ مختصات به‌دست می‌آید.
- برای رسم نمودار تابع $y=f(kx)$، کافی است طول نقاط نمودار تابع $y=f(x)$ را در $\frac{1}{k}$ ضرب کنیم.

اگر $k>1$، نمودار $y=f(kx)$ از انقباض افقی نمودار $y=f(x)$ در راستای محور طول‌ها به‌دست می‌آید و اگر $0<k<1$ باشد، این نمودار از انبساط افقی نمودار $y=f(x)$ حاصل می‌شود.

- برای رسم نمودار تابع $y=kf(x)$، کافی است عرض نقاط نمودار تابع $y=f(x)$ را در k ضرب کنیم.

اگر $k>1$، نمودار $y=kf(x)$ از انبساط عمودی نمودار $y=f(x)$ حاصل می‌شود و اگر $0<k<1$، نمودار $y=kf(x)$ از انقباض عمودی نمودار $y=f(x)$ به‌دست می‌آید.

جوابش اینه

برای یافتن قرینهٔ یک تابع نسبت به مبدأ مختصات، کافی است نمودار آن را نسبت به هر دو محور مختصات قرینه کنیم که در این صورت به تابع $y=-f(-x)$ می‌رسیم.

قرینه نسبت به مبدأ : $y=-f(-x)$

نصف کردن طول نقاط : $y=-f(-2x)$

دو برابر کردن عرض نقاط : $y=-2f(-2x)$

اکنون ضابطهٔ به‌دست آمده را با خط $y=4x-4$ تقاطع می‌دهیم.

$$-2f(-2x)=4x-4 \Rightarrow f(-2x)=-2x+2 \Rightarrow -2x+\sqrt{-2x}=-2x+2 \Rightarrow \sqrt{-2x}=2 \Rightarrow -2x=4 \Rightarrow x=-2$$

۱۴- پاسخ: گزینهٔ ۱ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * حسابان ۲ (فصل ۱، درس ۱)

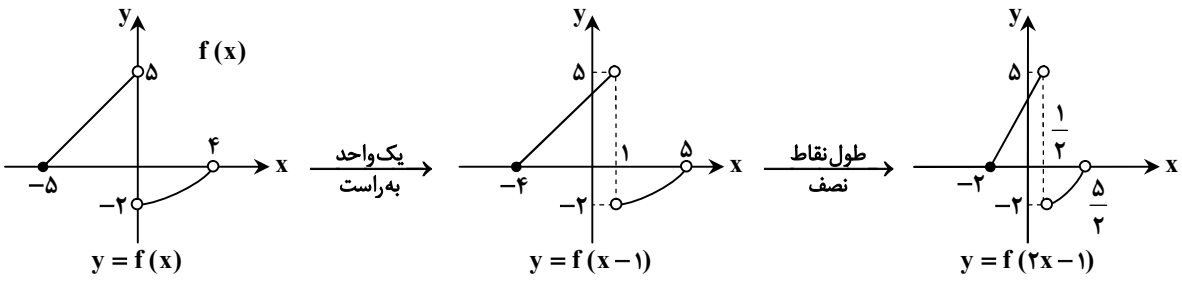
خوبه اینو بدونی

- برای رسم نمودار $y=f(x+k)$، اگر $k>0$، کافی است نمودار تابع $y=f(x)$ را k واحد در جهت افقی به‌سمت چپ انتقال دهیم و برای $k<0$، این انتقال به اندازهٔ $|k|$ واحد به‌سمت راست انجام می‌شود.
- برای رسم نمودار تابع $y=f(kx)$، کافی است طول نقاط نمودار تابع $y=f(x)$ را در $\frac{1}{k}$ ضرب کنیم.

اگر $k>1$، نمودار $y=f(kx)$ از انقباض افقی نمودار $y=f(x)$ در راستای محور طول‌ها به‌دست می‌آید و اگر $0<k<1$ باشد، این نمودار از انبساط افقی نمودار $y=f(x)$ حاصل می‌شود.

جوابش اینه

می‌دانیم دامنهٔ دو تابع $y=f(2x-1)$ و $y=3f(2x-1)$ با هم برابر است، پس کافی است نمودار تابع $y=f(2x-1)$ را رسم کنیم. برای این کار باید نمودار $y=f(x)$ را یک واحد به‌سمت راست آورده و سپس طول نقاط را نصف کنیم:



با توجه به شکل، دامنهٔ تابع $y=f(2x-1)$ برابر است با:

$$D=\left[-2,\frac{5}{2}\right)-\left\{\frac{1}{2}\right\}$$

پس دامنهٔ تابع $y=f(2x-1)$ شامل ۵ عدد صحیح $-2,-1,0,1,2$ است.

سنجش کلاد
www.SanjeshCloud.ir
T.me/SanjeshCloud

اینجوری هم میشه

با توجه به شکل تابع f، داریم: $D_f = [-۵, ۴) - \{۰\}$

پس ورودی تابع f یعنی $۲x-۱$ باید متعلق به این بازه باشد؛ بنابراین:

$$\left.\begin{array}{l} -۵ \le ۲x-۱ < ۴ \xrightarrow{+۱} -۴ \le ۲x < ۵ \xrightarrow{\div ۲} -۲ \le x < \frac{۵}{۲} \\ ۲x-۱ \neq ۰ \Rightarrow ۲x \neq ۱ \Rightarrow x \neq \frac{۱}{۲} \end{array}\right\} \Rightarrow D_{f(۲x-۱)} = \left[-۲, \frac{۵}{۲}\right) - \left\{\frac{۱}{۲}\right\}$$

پس دامنهٔ تابع شامل ۵ عدد صحیح است.

۱۵- پاسخ: گزینهٔ ۳ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * حسابان ۲ (فصل ۱، درس ۱)

خوبه اینو بدونی

- برای رسم نمودار $y = f(x+k)$، اگر $k > ۰$، کافی است نمودار تابع $y = f(x)$ را k واحد در جهت افقی به‌سمت چپ انتقال دهیم و برای $k < ۰$، این انتقال به اندازهٔ $|k|$ واحد به‌سمت راست انجام می‌شود.
- برای رسم نمودار تابع $y = f(kx)$، کافی است طول نقاط نمودار تابع $y = f(x)$ را در $\frac{۱}{k}$ ضرب کنیم.

اگر $k > ۱$، نمودار $y = f(kx)$ از انقباض افقی نمودار $y = f(x)$ در راستای محور طول‌ها به‌دست می‌آید و اگر $۰ < k < ۱$ باشد، این نمودار از انبساط افقی نمودار $y = f(x)$ حاصل می‌شود.

- اگر تابع f، یک به یک باشد، آنگاه: $f(a) = f(b) \Rightarrow a = b$

جوابش اینه

ابتدا ضابطهٔ تابع $g(x)$ را به‌دست می‌آوریم:

$$y = f(x) \xrightarrow[x \to x-۳]{\text{سه واحد به راست}} y = f(x-۳) \xrightarrow[x \to \frac{x}{۳}]{\text{طول نقاط سه برابر}} y = f(\frac{x}{۳}-۳)$$

$$\xrightarrow[x \to x+۵]{\text{۵ واحد به چپ}} y = f(\frac{x+۵}{۳}-۳) = f(\frac{x-۴}{۳})$$

پس $g(x) = f(\frac{x-۴}{۳})$. اکنون می‌خواهیم محل برخورد دو تابع f و g را به‌دست آوریم؛ پس باید معادلهٔ $f(x) = f(\frac{x-۴}{۳})$ را حل کنیم. از طرفی تابع f یک به یک است، پس اگر $f(a) = f(b)$ نتیجه می‌گیریم $a = b$؛ بنابراین:

$$f(x) = f(\frac{x-۴}{۳}) \Rightarrow x = \frac{x-۴}{۳} \Rightarrow ۳x = x-۴ \Rightarrow x = -۲$$

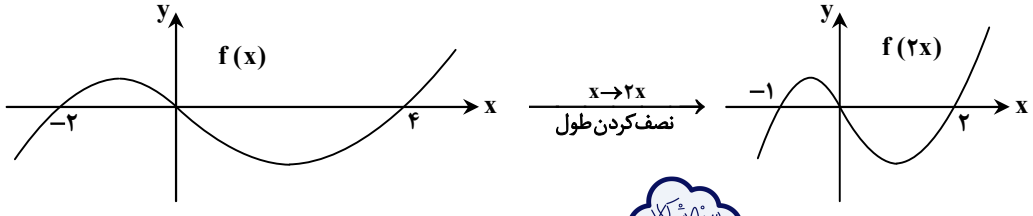
۱۶- پاسخ: گزینهٔ ۱ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * حسابان ۲ (فصل ۱، درس ۱)

خوبه اینو بدونی

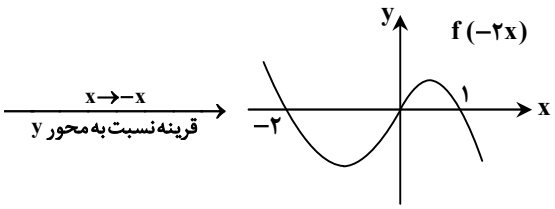
- برای تعیین دامنهٔ تابع $y = \sqrt{f(x)}$، کافی است نامعادلهٔ $f(x) \ge ۰$ حل شود.
- دامنهٔ تابع گویای $y = \frac{P(x)}{Q(x)}$ برابر است با: $D = \mathbb{R} - \{x \mid Q(x) = ۰\}$

جوابش اینه

برای محاسبه دامنهٔ تابع موردنظر، باید نامعادلهٔ $\frac{x}{f(-۲x)} \ge ۰$ را حل کنیم. برای این کار ابتدا نمودار تابع $y = f(-۲x)$ را از روی نمودار f رسم می‌کنیم.



سنجش کلاد
www.SanjeshCloud.ir
T.me/SanjeshCloud



حال جدول تعیین علامت عبارت $\frac{x}{f(-2x)}$ را رسم می‌کنیم.

x		-2		0		1	
x	$-$		$-$	0	$+$		$+$
$f(-2x)$	$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$
$\frac{x}{f(-2x)}$	$-$	ت ن	$+$	ت ن	$+$	ت ن	$-$

پس دامنهٔ تابع به‌صورت $(-2,1)-\{0\}$ است که شامل یک عدد صحیح $x=-1$ است.

۱۷- پاسخ: گزینهٔ ۲ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * حسابان ۲ (فصل ۱، درس ۱)

خوبه اینو بدونی

- اگر طول نقاط تابع $y=f(x)$ را قرینه کنیم، نقاط تابع $y=f(-x)$ به‌دست می‌آیند؛ بنابراین نمودار تابع $y=f(-x)$ قرینهٔ نمودار تابع $y=f(x)$ نسبت به محور عرض‌ها است.
- برای رسم نمودار $y=f(x+k)$، اگر $k>0$، کافی است نمودار تابع $y=f(x)$ را k واحد در جهت افقی به‌سمت چپ انتقال دهیم و برای $k<0$، این انتقال به اندازهٔ $|k|$ واحد به‌سمت راست انجام می‌شود.

جوابش اینه

ابتدا به‌جای x، $-x$ قرار می‌دهیم و سپس به‌جای x، $x-2$ قرار می‌دهیم، تا تبدیلات موردنظر انجام شود:

$$g(x)=f(-x)=\begin{cases}-2x-1 & -x<1\\ -ax+b & -x>1\end{cases}=\begin{cases}-2x-1 & x>-1\\ -ax+b & x<-1\end{cases}$$

$$h(x)=g(x-2)=\begin{cases}-2(x-2)-1 & x-2>-1\\ -a(x-2)+b & x-2<-1\end{cases}=\begin{cases}-2x+3 & x>1\\ -ax+2a+b & x<1\end{cases}$$

با مقایسه ضابطهٔ به‌دست آمده با ضابطهٔ تابع f نتیجه می‌گیریم:

$$f(x)=h(x)\Rightarrow ax+b=-2x+3\Rightarrow a=-2,b=3$$

توجه کنید از متحد قرار دادن دو ضابطهٔ $y=2x-1$ و $y=-ax+2a+b$ نیز به همین مقادیر $a=-2$ و $b=3$ می‌رسیم؛ بنابراین مقدار خواسته شده برابر است با: $a-b=-2-3=-5$

۱۸- پاسخ: گزینهٔ ۲ ▲ مشخصات سؤال: دشوار * حسابان ۲ (فصل ۱، درس ۱)

خوبه اینو بدونی

- در حالت کلی اگر (x_0,y_0) یک نقطهٔ دلخواه از نمودار تابع $y=f(x)$ باشد و تابع g به‌صورت $g(x)=f(kx)$ تعریف‌شده باشد، آنگاه نقطهٔ $(\frac{x_0}{k},y_0)$ یک نقطه از نمودار تابع g و متناظر با نقطهٔ (x_0,y_0) از نمودار تابع f است.
- اگر (x_0,y_0) یک نقطهٔ دلخواه از نمودار تابع $y=f(x)$ باشد و تابع g به‌صورت $g(x)=kf(x)$ تعریف‌شده باشد، آنگاه نقطهٔ (x_0,ky_0) یک نقطه از نمودار تابع g و متناظر با نقطهٔ (x_0,y_0) از نمودار تابع f است.

جوابش اینه

دامنهٔ تابع f به‌صورت دو واحد، دو واحد قطعه‌بندی شده است، که دو برابر قطعه‌بندی ضابطهٔ تابع جزءصحیح است؛ پس مقدار a باید برابر $\frac{1}{2}$ باشد. یعنی ضابطهٔ تابع f به‌صورت $y=x+\left[\frac{x}{2}\right]$ بوده و عرض نقطهٔ A با طول ۲ روی این تابع برابر ۳ است.

سنجش کلاد
www.SanjeshCloud.ir
T.me/SanjeshCloud

فرض کنید $A'(b,c)$ نقطهٔ متناظر $A(۲,۳)$ باشد، مختصات A' را در معادلهٔ تابع قرار می‌دهیم.

$$y=af(\frac{۱-x}{۳}) \xrightarrow{a=\frac{۱}{۲}} y=\frac{۱}{۲}f(\frac{۱-x}{۳}) \Rightarrow c=\frac{۱}{۲}f(\frac{۱-b}{۳}) \Rightarrow f(\frac{۱-b}{۳})=۲c$$

با مقایسه این رابطه با تساوی $f(۲)=۳$، نتیجه می‌گیریم که:

$$\begin{cases}\frac{۱-b}{۳}=۲ \Rightarrow b=-۵\\ ۲c=۳ \Rightarrow c=\frac{۳}{۲}\end{cases} \Rightarrow b+c=-۳/۵$$

۱۹- پاسخ: گزینهٔ ۴ ▲ **مشخصات سؤال: دشوار * حسابان ۲ (فصل ۱، درس ۱)**

خوبه اینو بدونی

- اگر تابع خطی f از دو نقطهٔ $A(x_۱,y_۱)$ و $B(x_۲,y_۲)$ بگذرد، شیب این خط از رابطهٔ زیر به‌دست می‌آید:

$$a=\frac{y_۲-y_۱}{x_۲-x_۱}$$

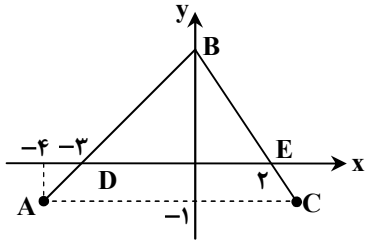
- برای رسم نمودار تابع $y=f(kx)$، کافی است طول نقاط نمودار تابع $y=f(x)$ را در $\frac{۱}{k}$ ضرب کنیم.

اگر $k>۱$، نمودار $y=f(kx)$ از انقباض افقی نمودار $y=f(x)$ در راستای محور طول‌ها به‌دست می‌آید و اگر $۰<k<۱$ باشد، این نمودار از انبساط افقی نمودار $y=f(x)$ حاصل می‌شود.

- برای رسم نمودار $y=f(x)+k$، اگر $k>۰$، کافی است نمودار تابع $y=f(x)$ را k واحد در راستای قائم به‌سمت بالا انتقال دهیم و برای $k<۰$ این انتقال به اندازهٔ $|k|$ واحد به‌سمت پایین انجام می‌شود.

جوابش اینه

ابتدا مختصات نقاط B و C را به‌دست می‌آوریم. برای این کار باید معادله دو خط AB و BC را بنویسیم:



$$\begin{cases}A(-۴,-۱)\\ D(-۳,۰)\end{cases} \Rightarrow m=\frac{-۱-۰}{-۴+۳}=۱ \Rightarrow y=x+h \xrightarrow{(-۳,۰)} y=x+۳$$

$$x_B=۰ \Rightarrow y_B=۳ \Rightarrow B(۰,۳)$$

اکنون داریم:

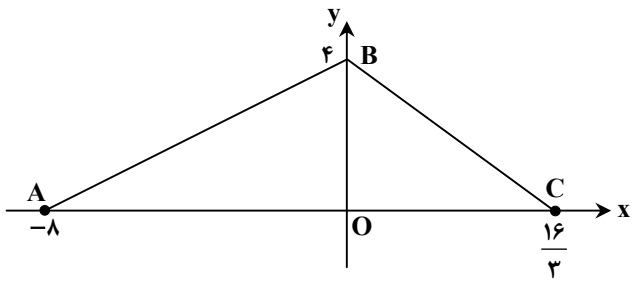
$$\begin{cases}B(۰,۳)\\ E(۲,۰)\end{cases} \Rightarrow m=\frac{۳-۰}{۰-۲}=-\frac{۳}{۲} \Rightarrow y=-\frac{۳}{۲}x+h \xrightarrow{(۰,۳)} y=-\frac{۳}{۲}x+۳$$

$$y_C=-۱ \Rightarrow -\frac{۳}{۲}x+۳=-۱ \Rightarrow -\frac{۳}{۲}x=-۴ \Rightarrow x=\frac{۸}{۳} \Rightarrow C(\frac{۸}{۳},-۱)$$

اکنون با توجه به نمودار $y=f(x)$ نمودار $y=f(۲x)-۱$ را رسم می‌کنیم. برای این کار باید طول نقاط را دو برابر و به عرض آن‌ها یک واحد اضافه کنیم؛ زیرا:

$$y=f(۲x)-۱ \xrightarrow[\text{طول دو برابر}]{x\to\frac{x}{۲}} y=f(x)-۱ \xrightarrow{+۱} y=f(x)$$

بنابراین نمودار تابع $y=f(x)$ به شکل روبه‌رو می‌باشد:



$$S_{ABC}=\frac{۱}{۲}|AC\times OB|=\frac{۱}{۲}\times(\frac{۱۶}{۳}+۸)(۴)=\frac{۸۰}{۳}$$

ازآنجاکه برای رسم تابع $f(۱-x)$ باید نمودار $f(x)$ را یک واحد به چپ آورده و سپس نسبت به محور عرض‌ها قرینه کنیم؛ پس مساحت مثلث ABC تغییر نمی‌کند و مساحت محدود به نمودار تابع $y=f(۱-x)$ با محور طول‌ها نیز برابر $\frac{۸۰}{۳}$ است.

سنجش کلاد
www.SanjeshCloud.ir
T.me/SanjeshCloud

۲۰- پاسخ: گزینهٔ ۴ ▲ مشخصات سؤال: دشوار * حسابان ۲ (فصل ۱، درس ۱)

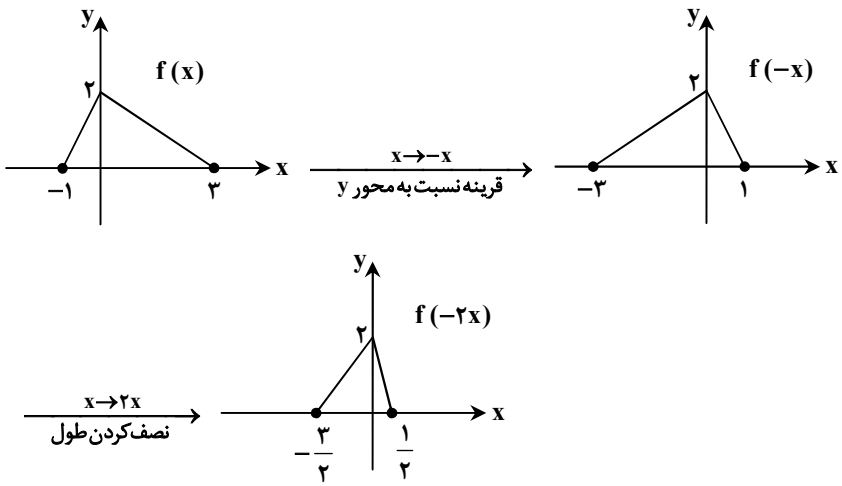
خوبه اینو بدونی

- برای رسم نمودار $y=f(x+k)$، اگر $k>0$، کافی است نمودار تابع $y=f(x)$ را k واحد در جهت افقی به‌سمت چپ انتقال دهیم و برای $k<0$، این انتقال به اندازهٔ $|k|$ واحد به‌سمت راست انجام می‌شود.
- نمودار تابع $y=f(-x)$ قرینهٔ نمودار تابع $y=f(x)$ نسبت به محور عرض‌ها است.
- برای رسم نمودار تابع $y=f(kx)$، کافی است طول نقاط نمودار تابع $y=f(x)$ را در $\frac{1}{k}$ ضرب کنیم.

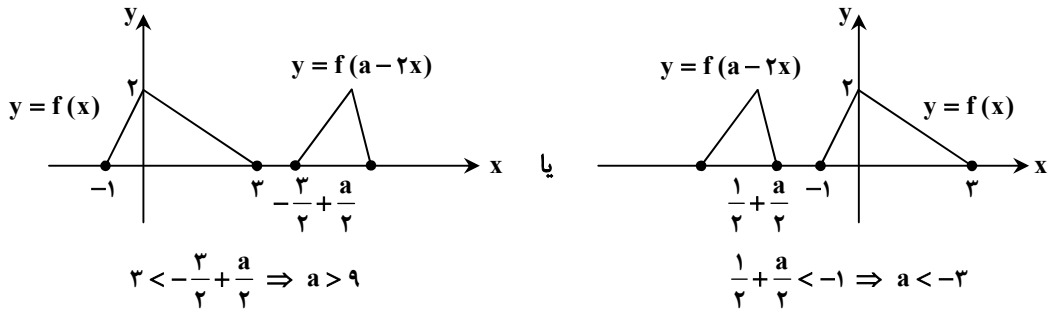
اگر $k>1$، نمودار $y=f(kx)$ از انقباض افقی نمودار $y=f(x)$ در راستای محور طول‌ها به‌دست می‌آید و اگر $0<k<1$ باشد، این نمودار از انبساط افقی نمودار $y=f(x)$ حاصل می‌شود.

جوابش اینه

اگر نمودار $y=f(x)$ را نسبت به محور عرض‌ها قرینه کنیم و سپس طول نقاط آن را نصف کنیم، تابع $y=f(-2x)$ به‌دست می‌آید.



حال چون $f(a-2x)=f(-2(x-\frac{a}{2}))$؛ پس باید نمودار $f(-2x)$ را $|\frac{a}{2}|$ واحد به چپ یا راست منتقل کنیم:



۲۱- پاسخ: گزینهٔ ۲ ▲ مشخصات سؤال: ساده * هندسه ۱ (فصل ۱، درس ۲)

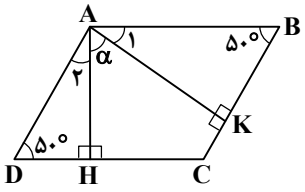
خوبه اینو بدونی

- مجموع زوایای داخلی هر مثلث برابر 180° است.
- مجموع زوایای داخلی هر چهارضلعی برابر 360° است.

سنجش کلاد
www.SanjeshCloud.ir
T.me/SanjeshCloud

جوابش اینه

با توجه به شکل مقابل، داریم:



$\hat{B} = ۵۰^\circ$

$\overset{\triangle}{ABK} : \hat{A}_۱ = ۹۰^\circ - \hat{B} = ۹۰^\circ - ۵۰^\circ = ۴۰^\circ$

$\hat{D} = \hat{B} = ۵۰^\circ$

$\overset{\triangle}{ADH} : \hat{A}_۲ = ۹۰^\circ - \hat{D} = ۹۰^\circ - ۵۰^\circ = ۴۰^\circ$

$\hat{A} = ۱۸۰^\circ - ۵۰^\circ = ۱۳۰^\circ \Rightarrow \hat{\alpha} = ۱۳۰^\circ - \hat{A}_۱ - \hat{A}_۲ = ۱۳۰^\circ - ۸۰^\circ = ۵۰^\circ$

اینجوری هم میشه

با توجه به شکل، زاویهٔ C را یافته و در چهارضلعی AHCK داریم:

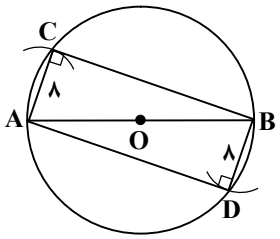
$\hat{B} = ۵۰^\circ \Rightarrow \hat{C} = ۱۸۰^\circ - ۵۰^\circ = ۱۳۰^\circ$

$AHCK : \hat{H} = \hat{K} = ۹۰^\circ \Rightarrow \hat{\alpha} + \hat{C} = ۱۸۰^\circ \Rightarrow \hat{\alpha} = ۱۸۰^\circ - \hat{C} = ۱۸۰^\circ - ۱۳۰^\circ = ۵۰^\circ$

۲۲- پاسخ: گزینهٔ ۴ ▲ **مشخصات سؤال: ساده * هندسه ۱ (فصل ۱، درس ۱)**

جوابش اینه

مطابق شکل، با توجه به زاویه‌های C و D که ۹۰° هستند، از هم‌نهشتی دو مثلث ACB و ABD می‌توان به برابری $AD = BC$ رسید و لذا ACBD یک مستطیل است.



محیط $= ۴۶ \Rightarrow ۲\times۸ + ۲\times BC = ۴۶ \Rightarrow BC = ۱۵$

$AB^۲ = AC^۲ + BC^۲ \Rightarrow AB = \sqrt{AC^۲ + BC^۲} = \sqrt{۸^۲ + ۱۵^۲}$

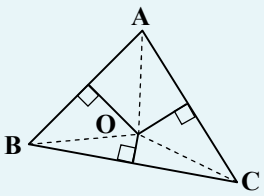
$\Rightarrow AB = \sqrt{۶۴ + ۲۲۵} = \sqrt{۲۸۹} = ۱۷$

بنابراین، ACBD مستطیلی با طول قطر ۱۷ است.

۲۳- پاسخ: گزینهٔ ۱ ▲ **مشخصات سؤال: متوسط * هندسه ۱ (فصل ۱، درس ۲)**

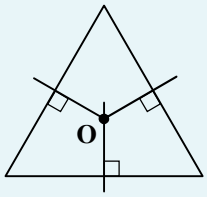
خوبه اینو بدونی

– سه عمودمنصف هر مثلث در یک نقطه همرس هستند. نقطهٔ همرسی سه عمودمنصف مثلث از سه رأس مثلث به یک فاصله است.

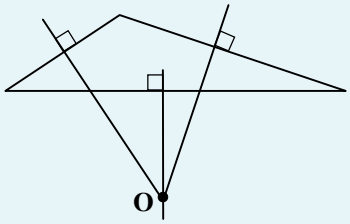


$OA = OB = OC$

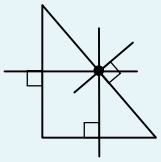
– الف) در مثلثی با سه زاویهٔ حاده، نقطهٔ همرسی عمودمنصف‌ها همواره داخل مثلث قرار دارد.



ب) در مثلثی با زاویهٔ منفرجه، نقطهٔ همرسی عمودمنصف‌ها همواره خارج مثلث قرار دارد.

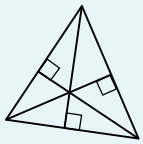


ج) در مثلث قائم‌الزاویه، نقطهٔ همرسی عمودمنصف‌ها همواره نقطهٔ وسط وتر مثلث می‌باشد.

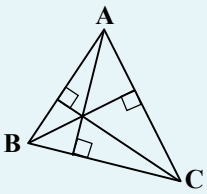


سنجش کلاد
www.SanjeshCloud.ir
T.me/SanjeshCloud

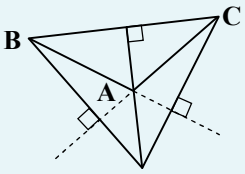
– سه ارتفاع هر مثلث در یک نقطه همرس هستند.



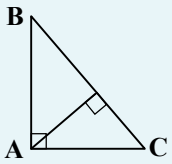
– الف) در مثلث با زوایای حاده، نقطهٔ همرسی ارتفاع‌ها همواره داخل مثلث قرار دارد.



ب) در مثلث با زاویهٔ منفرجه، نقطهٔ همرسی ارتفاع‌ها همواره خارج مثلث قرار دارد.



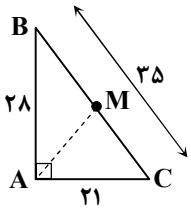
ج) در مثلث قائم‌الزاویه، نقطهٔ همرسی ارتفاع‌ها، رأس قائمه مثلث است.



جوابش اینه

مثلث ABC، قائم‌الزاویه است؛ زیرا: $۳۵^۲ = ۲۸^۲ + ۲۱^۲$

بنابراین نقطهٔ همرسی عمودمنصف‌ها، وسط وتر و نقطهٔ همرسی ارتفاع‌ها، روی رأس قائمه است. از طرفی می‌دانیم نقطهٔ همرسی عمودمنصف‌ها از سه رأس مثلث به یک فاصله است. پس:

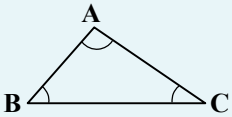


$$MA = MB = MC = \frac{BC}{۲} = \frac{۳۵}{۲} = ۱۷/۵$$

۲۴- پاسخ: گزینهٔ ۴ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * هندسه ۱ (فصل ۱، درس ۲)

خوبه اینو بدونی

– اگر در مثلثی دو زاویه نابرابر باشند، ضلع روبه‌رو به زاویهٔ بزرگ‌تر، بزرگ‌تر است از ضلع روبه‌رو به زاویهٔ کوچک‌تر.



$$\hat{C} < \hat{B} \Rightarrow AB < AC$$

– در مثلث هر ضلع از تفاضل دو ضلع دیگر بزرگ‌تر و از مجموع آن‌ها کوچک‌تر است.

جوابش اینه

A بزرگ‌ترین زاویه است، در نتیجه با استفاده از نکتهٔ بالا، داریم:

$$\left.\begin{matrix}\hat{A} > \hat{B} \Rightarrow BC > AC \\ \hat{A} > \hat{C} \Rightarrow BC > AB\end{matrix}\right\} \xrightarrow{+} ۲BC > AB + AC \xrightarrow{+BC} ۳BC > \underbrace{AB + AC + BC}_{\text{محیط}} \Rightarrow ۳BC > ۱۸ \Rightarrow BC > ۶$$

از طرفی طبق نامساوی مثلث داریم:

$$BC < AB + AC \xrightarrow{+BC} ۲BC < \underbrace{AB + AC + BC}_{\text{محیط}} \Rightarrow ۲BC < ۱۸ \Rightarrow BC < ۹$$

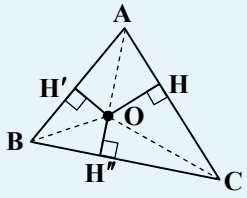
بنابراین $۶ < BC < ۹$ است و مقادیر صحیح ممکن برای BC عبارت‌اند از ۷ و ۸ که مجموعشان برابر ۱۵ می‌باشد.

سنجش کلاد
www.SanjeshCloud.ir
T.me/SanjeshCloud

۲۵- پاسخ: گزینهٔ ۴ ▲ مشخصات سؤال: دشوار * هندسه ۱ (فصل ۱، درس ۲)

خوبه اینو بدونی

- در هر مثلث، سه نیمساز داخلی در یک نقطه همرس هستند. نقطهٔ همرسی سه نیمساز داخلی همواره داخل مثلث قرار دارد و از سه ضلع مثلث به یک فاصله است.

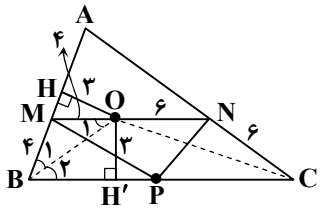


$$OH = OH' = OH''$$

جوابش اینه

نقطهٔ O محل همرسی نیمسازها است، در نتیجه: $OH = OH' = ۳$

از طرفی با رسم نیمسازهای زاویه‌های B و C و با استفاده از قضیهٔ خطوط موازی و مورب داریم:



$$\left.\begin{matrix}\hat{O}_۱ = \hat{B}_۲ \\ \hat{B}_۱ = \hat{B}_۲\end{matrix}\right\} \Rightarrow \hat{O}_۱ = \hat{B}_۱ \Rightarrow MO = MB = ۴$$

به همین ترتیب $NO = NC = ۶$

بنابراین مساحت مثلث MNP برابر است با:

$$S_{MNP} = \frac{OH' \times MN}{۲} = \frac{۳ \times ۱۰}{۲} = ۱۵$$

۲۶- پاسخ: گزینهٔ ۲ ▲ مشخصات سؤال: ساده * هندسه ۳ (فصل ۱، درس ۱)

خوبه اینو بدونی

- هر آرایش مستطیلی از اعداد حقیقی، شامل تعدادی سطر و ستون یک ماتریس نامیده می‌شود. هر عدد حقیقی واقع در هر ماتریس را درایهٔ آن ماتریس می‌نامیم.

$$A_{m\times n} = \begin{bmatrix} a_{۱۱} & a_{۱۲} & \cdots & a_{۱n} \\ a_{۲۱} & a_{۲۲} & \cdots & a_{۲n} \\ \vdots & & & \\ a_{m۱} & a_{m۲} & \cdots & a_{mn} \end{bmatrix}$$

جوابش اینه

طبق نکته، ماتریس $A_{۲\times ۳}$ به‌صورت زیر است:

$$a_{ij} = i + ۲mj$$

$$A_{۲\times ۳} = \begin{bmatrix} a_{۱۱} & a_{۱۲} & a_{۱۳} \\ a_{۲۱} & a_{۲۲} & a_{۲۳} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} ۱+۲m & ۱+۴m & ۱+۶m \\ ۲+۲m & ۲+۴m & ۲+۶m \end{bmatrix}$$

$$\text{مجموع درایه‌ها} = ۲۴m + ۹ = ۸۱ \Rightarrow ۲۴m = ۷۲ \Rightarrow m = ۳$$

خواستهٔ سؤال برابر است با:

$$a_{۲۳} = ۲ + ۶(۳) = ۲۰$$

۲۷- پاسخ: گزینهٔ ۳ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * هندسه ۳ (فصل ۱، درس ۱)

خوبه اینو بدونی

- (ضرب ماتریس در ماتریس): اگر A ماتریسی $m\times p$ و B ماتریسی $p\times n$ باشد (تعداد ستون‌های ماتریس A با تعداد سطرهای B برابر باشد)، در این صورت $A_{m\times p}\times B_{p\times n} = C_{m\times n} = [c_{ij}]$ قابل تعریف بوده و اگر فرض کنیم C ماتریسی $m\times n$ بوده که درایهٔ روی سطر iاُم و ستون jاُم در آن یعنی، c_{ij} از ضرب سطر iاُم A در ستون jاُم B به‌دست می‌آید، یعنی:

$$c_{ij} = \text{سطر } i\text{اُم } A \times \text{ستون } j\text{اُم } B$$

$$\Rightarrow c_{ij} = \begin{bmatrix} a_{i۱} & a_{i۲} & \cdots & a_{ip} \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} b_{۱j} \\ b_{۲j} \\ \vdots \\ b_{pj} \end{bmatrix} = a_{i۱}\times b_{۱j} + a_{i۲}\times b_{۲j} + \cdots + a_{ip}\times b_{pj}$$

سنجش کلاد
www.SanjeshCloud.ir
T.me/SanjeshCloud

جوابش اینه

ابتدا درایه‌های ماتریس $A=[2i-j]_{2\times3}$ را مشخص می‌کنیم.

$$A=\begin{bmatrix}a_{11}&a_{12}&a_{13}\\a_{21}&a_{22}&a_{23}\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}2-1&2-2&2-3\\4-1&4-2&4-3\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}1&0&-1\\3&2&1\end{bmatrix}$$

در ماتریس $A\times B$، درایهٔ سطر دوم و ستون چهارم را تعیین می‌کنیم. برای این کار سطر دوم A را در ستون چهارم B ضرب می‌کنیم.

$$AB=\begin{bmatrix}1&0&-1\\\boxed{3&2&1}\end{bmatrix}_{2\times3}\times\begin{bmatrix}x&-1&0&\boxed{3x}\\2&x&x-1&\boxed{0}\\-1&2x&3&\boxed{x+2}\end{bmatrix}_{3\times4}=\begin{bmatrix}*&*&*&**&*&*&12\end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix}3&2&1\end{bmatrix}\begin{bmatrix}3x\\0\\x+2\end{bmatrix}=12\Rightarrow 9x+0+x+2=12\Rightarrow 10x=10\Rightarrow x=1$$

حال برای تعیین سطر اول ماتریس $A\times B$، سطر اول A را در ماتریس B ضرب می‌کنیم.

$$AB=\begin{bmatrix}\boxed{1&0&-1}\\3&2&1\end{bmatrix}\begin{bmatrix}1&-1&0&3\\2&1&0&0\\-1&2&3&3\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}2&-3&-3&0*&*&*&*\end{bmatrix}$$

خواستهٔ سؤال برابر است با: $2-3-3=-4$

۲۸- پاسخ: گزینهٔ ۳ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * هندسه ۳ (فصل ۱، درس ۱)

خوبه اینو بدونی

- توان‌های ماتریس مربعی A به‌صورت زیر تعریف می‌شوند.

$$A^2=A\cdot A\ ,\ A^3=A\cdot A^2=A^2\cdot A\ ,\ A^4=A\cdot A^3=A^2\cdot A^2=A^3\cdot A\ ,\ A^{n+1}=A\cdot A^n=A^n\cdot A$$

- خاصیت پخشی (توزیع‌پذیری): ضرب ماتریس‌ها بر روی جمع و تفریق قابل پخش کردن است.

$$A(B\pm C)=AB\pm AC$$
$$(A\pm B)\cdot C=AC\pm BC$$

جوابش اینه

ابتدا با فاکتور گرفتن، عبارت داده‌شده را ساده می‌کنیم:

$$(A^2B+A^2C)\cdot(CA+BA)=A^2(B+C)\cdot(C+B)A=A^2(B+C)^2A=A^2(4I^2)A=4A^3$$

بنابراین داریم:

$$A^2=A\cdot A=\begin{bmatrix}2&-1\\0&1\end{bmatrix}\begin{bmatrix}2&-1\\0&1\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}4&-3\\0&1\end{bmatrix}$$
$$A^3=A\cdot A^2=\begin{bmatrix}2&-1\\0&1\end{bmatrix}\begin{bmatrix}4&-3\\0&1\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}8&-7\\0&1\end{bmatrix}$$
$$4A^3=4\begin{bmatrix}8&-7\\0&1\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}32&-28\\0&4\end{bmatrix}$$

۲۹- پاسخ: گزینهٔ ۳ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * هندسه ۳ (فصل ۱، درس ۱)

خوبه اینو بدونی

- اگر A و B دو ماتریس مربعی هم‌مرتبه و تعویض‌پذیر باشند، آنگاه اتحادها در مورد آن‌ها برقرار است. مانند:

$$(AB)^n=A^n\cdot B^n$$
$$(A\pm B)^2=A^2\pm 2AB+B^2$$
$$(A+B)(A-B)=A^2-B^2$$
$$(A\pm B)^3=A^3\pm 3A^2B+3AB^2\pm B^3$$

سنجش کلاد
www.SanjeshCloud.ir
T.me/SanjeshCloud

جوابش اینه

از فرض $A^۲ - ۲A + ۳I = \overline{O}$، داریم $A^۲ = ۲A - ۳I$. ماتریس‌های A و I تعویض‌پذیرند، پس اتحادها در مورد آن‌ها برقرار است. حال طرفین این تساوی را به توان ۲ می‌رسانیم.

$$A^۲ = ۲A - ۳I \Rightarrow A^۴ = (۲A - ۳I)^۲ = ۴A^۲ - ۱۲A + ۹I$$

در این رابطه به‌جای $A^۲$ عبارت $۲A - ۳I$ را جایگزین می‌کنیم:

$$A^۴ = ۴(۲A - ۳I) - ۱۲A + ۹I = ۸A - ۱۲I - ۱۲A + ۹I$$

$$A^۴ = -۴A - ۳I \Rightarrow A^۴ + ۴A + ۳I = \overline{O} \Rightarrow \begin{cases} m = ۴ \\ n = ۳ \end{cases}$$

طبق فرض : $A^۴ + mA + nI = \overline{O}$

بنابراین $m + n = ۷$

۳۰- پاسخ: گزینهٔ ۲ ▲ **مشخصات سؤال: دشوار * هندسه ۳ (فصل ۱، درس ۱)**

خوبه اینو بدونی

- توان‌های ماتریس مربعی A به‌صورت زیر تعریف می‌شوند.

$$A^۲ = A \cdot A \ , \ A^۳ = A \cdot A^۲ = A^۲ \cdot A \ , \ A^۴ = A \cdot A^۳ = A^۲ \cdot A^۲ = A^۳ \cdot A \ , \ A^{n+۱} = A \cdot A^n = A^n \cdot A$$

جوابش اینه

ابتدا ماتریس $A^۲$ را محاسبه می‌کنیم.

$$A^۲ = \begin{bmatrix} -۲ & ۳ & ۵ \\ ۱ & -۴ & -۵ \\ -۱ & ۳ & ۴ \end{bmatrix}\begin{bmatrix} -۲ & ۳ & ۵ \\ ۱ & -۴ & -۵ \\ -۱ & ۳ & ۴ \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} ۲ & -۳ & -۵ \\ -۱ & ۴ & ۵ \\ ۱ & -۳ & -۴ \end{bmatrix} = -A$$

حال توان‌های طبیعی A را مشخص می‌کنیم.

$$A^۲ = -A \xrightarrow{\times A} A^۳ = -A^۲ = A \xrightarrow{\times A} A^۴ = A^۲ = -A$$

مشخص است که توان‌های زوج A برابر $-A$ و توان‌های فرد A برابر خود A می‌باشند. با توجه به اینکه از $۲!$ به بعد همگی زوج هستند، داریم:

$$B = A^{۱!} + A^{۲!} + A^{۳!} + \ldots + A^{۱۴۰۴!} = A\underbrace{-A - A - \ldots - A}_{\text{۱۴۰۳تا}}$$

$$B = -۱۴۰۲A = -۱۴۰۲\begin{bmatrix} -۲ & ۳ & ۵ \\ ۱ & -۴ & -۵ \\ -۱ & ۳ & ۴ \end{bmatrix}$$

مجموع درایه‌های این ماتریس برابر است با:

$$-۱۴۰۲(-۲ + ۳ + ۵ + ۱ - ۴ - ۵ - ۱ + ۳ + ۴) = -۵۶۰۸$$

۳۱- پاسخ: گزینهٔ ۲ ▲ **مشخصات سؤال: ساده * آمار و احتمال (فصل ۱، درس ۱)**

خوبه اینو بدونی

- هرگاه p و q دو گزاره باشند، گزارهٔ مرکب «$p \wedge q$» که خوانده می‌شود «p و q» را «ترکیب عطفی» دو گزاره می‌گوییم. در اینجا به رابط منطقی «$\wedge$» عاطف گفته می‌شود. ارزش ترکیب عطفی دو گزارهٔ $(p \wedge q)$ فقط وقتی درست است که ارزش هر دو گزارهٔ p و q درست باشد و در بقیهٔ حالات ارزش $p \wedge q$ نادرست است.

p	q	$p \wedge q$
د	د	د
د	ن	ن
ن	د	ن
ن	ن	ن

سنجش کلاد
www.SanjeshCloud.ir
T.me/SanjeshCloud

- هرگاه p و q دو گزاره باشند، گزارهٔ مرکب «p یا q» را که به‌صورت « $p \vee q$ » می‌نویسند، «ترکیب فصلی» دو گزاره می‌گوییم. در اینجا به رابط منطقی « $\vee$ » فاصل گفته می‌شود. ارزش ترکیب فصلی دو گزارهٔ $(p \vee q)$ فقط وقتی نادرست است که ارزش هر دو گزارهٔ p و q نادرست باشد و در بقیهٔ حالات ارزش $p \vee q$ درست است.

p	q	$p \vee q$
د	د	د
د	ن	د
ن	د	د
ن	ن	ن

- جدول ارزش گزارهٔ شرطی $p \Rightarrow q$ به‌صورت زیر است:

۱) هرگاه ارزش p (مقدم) نادرست باشد، آنگاه ارزش گزارهٔ مرکب « $p \Rightarrow q$ » همواره درست است و ارزش آن به ارزش گزارهٔ q بستگی ندارد.

۲) ارزش گزارهٔ $p \Rightarrow q$ وقتی نادرست است که p درست و q نادرست باشد.

p	q	$p \Rightarrow q$
د	د	د
د	ن	ن
ن	د	د
ن	ن	د

- گزارهٔ دو شرطی $p \Leftrightarrow q$ زمانی درست است که گزاره‌های p و q هم‌ارزش باشند. یعنی هر دو «درست» یا هر دو «نادرست» باشند.

p	q	$p \Leftrightarrow q$
د	د	د
د	ن	ن
ن	د	ن
ن	ن	د

جوابش اینه

با توجه به نکات، ارزش هرکدام از گزاره‌های مرکب را بررسی می‌کنیم.

گزینهٔ ۱ : $\underbrace{(\text{عدد ۳ فرد است})}_{T} \wedge \underbrace{(\text{عدد ۹ مضرب ۶ است})}_{F} \equiv F$

گزینهٔ ۲ : $\underbrace{(\text{عدد } \pi \text{ گویا است})}_{F} \Leftrightarrow \underbrace{(\text{عدد ۵ مضرب ۳ باشد})}_{F} \equiv T$

گزینهٔ ۳ : $\underbrace{(\sin\frac{2\pi}{3} = \frac{\sqrt{3}}{2})}_{T} \Rightarrow \underbrace{(x = 2 \text{ تابع است})}_{F} \equiv F$

توجه : $\sin\frac{2\pi}{3} = \sin(\pi - \frac{\pi}{3}) = \sin\frac{\pi}{3} = \frac{\sqrt{3}}{2}$

گزینهٔ ۴ : $\underbrace{(\text{عدد } \frac{\sqrt{20}}{\sqrt{5}} \text{ گنگ است})}_{F} \vee \underbrace{(\text{حاصل } \sqrt[5]{-32} \text{ برابر ۲ است})}_{F} \equiv F$

توجه : $\frac{\sqrt{20}}{\sqrt{5}} = \sqrt{\frac{20}{5}} = \sqrt{4} = 2 \in \mathbb{Q}$ ، $\sqrt[5]{-32} = \sqrt[5]{(-2)^5} = -2$

بنابراین ارزش گزارهٔ مرکب گزینهٔ ۲ درست است.

www.SanjeshCloud.ir
T.me/SanjeshCloud

۳۲- پاسخ: گزینهٔ ۱ ▲ **مشخصات سؤال: متوسط * آمار و احتمال (فصل ۱، درس ۱)**

خوبه اینو بدونی

- هر جملهٔ خبری که شامل یک یا چند متغیر است و با جای‌گذاری مقادیری به‌جای متغیر به یک گزاره تبدیل شود، «گزاره‌نما» نامیده می‌شود. گزاره‌نماها را برحسب تعداد متغیر به‌کاررفته در آن‌ها، یک متغیره، دو متغیره و... می‌نامیم.
- در هر گزاره‌نما به مجموعهٔ مقادیری که می‌توان آن‌ها را به‌جای متغیرهای آن قرار داد، تا اینکه گزاره‌نما به گزاره تبدیل شود، «دامنهٔ متغیر» گزاره‌نما می‌گویند و آن را با حرف D نمایش می‌دهند.
- در هر گزاره‌نما، به مجموعهٔ عضوهایی از دامنهٔ متغیر که به‌ازای آن‌ها، گزاره‌نما تبدیل به گزاره‌ای با ارزش درست شود، «مجموعهٔ جواب» گزاره‌نما می‌گویند و آن را با حرف S نمایش می‌دهند و همواره داریم: $S \subseteq D$.

جوابش اینه

دامنه متغیر، برابر با تمام پیشامدهای ممکن در پرتاب تاس است، پس داریم:

$$S=\{۱,۲,۳,۴,۵,۶\} \Rightarrow \text{تعداد پیشامدها} = \text{تعداد زیرمجموعه‌های } S = ۲^۶ = ۶۴$$

با توجه به اینکه $P(A)=\frac{۱}{۳}$، داریم:

$$P(A)=\frac{۱}{۳}=\frac{۲}{۶}=\frac{n(A)}{n(S)} \xrightarrow{n(S)=۶} n(A)=۲$$

بنابراین، مجموعه جواب، تمام پیشامدهای ۲ عضوی از فضای نمونه‌ای S است، پس داریم:

$$\text{تعداد پیشامدهای ۲ عضوی } S = \binom{۶}{۲}=\frac{۶\times ۵}{۲}=۱۵$$

خواستهٔ سؤال برابر است با: $۶۴-۱۵=۴۹$

۳۳- پاسخ: گزینهٔ ۴ ▲ **مشخصات سؤال: متوسط * آمار و احتمال (فصل ۱، درس ۱)**

خوبه اینو بدونی

- هرگاه p و q دو گزاره باشند، گزارهٔ مرکب «$p \wedge q$» که خوانده می‌شود «p و q» را «ترکیب عطفی» دو گزاره می‌گوییم. در اینجا به رابط منطقی «$\wedge$» عاطف گفته می‌شود. ارزش ترکیب عطفی دو گزارهٔ $(p \wedge q)$ فقط وقتی درست است که ارزش هر دو گزارهٔ p و q درست باشد و در بقیهٔ حالات ارزش $p \wedge q$ نادرست است.

p	q	$p \wedge q$
د	د	د
د	ن	ن
ن	د	ن
ن	ن	ن

- هرگاه p و q دو گزاره باشند، گزارهٔ مرکب «p یا q» را که به‌صورت «$p \vee q$» می‌نویسند، «ترکیب فصلی» دو گزاره می‌گوییم. در اینجا به رابط منطقی «$\vee$» فاصل گفته می‌شود. ارزش ترکیب فصلی دو گزارهٔ $(p \vee q)$ فقط وقتی نادرست است که ارزش هر دو گزارهٔ p و q نادرست باشد و در بقیهٔ حالات ارزش $p \vee q$ درست است.

p	q	$p \vee q$
د	د	د
د	ن	د
ن	د	د
ن	ن	ن

- جدول ارزش گزارهٔ شرطی $p \Rightarrow q$ به‌صورت زیر است:

۱) هرگاه ارزش p (مقدم) نادرست باشد، آنگاه ارزش گزارهٔ مرکب «$p \Rightarrow q$» همواره درست است و ارزش آن به ارزش گزارهٔ q بستگی ندارد.

۲) ارزش گزارهٔ $p \Rightarrow q$ وقتی نادرست است که p درست و q نادرست باشد.

p	q	$p \Rightarrow q$
د	د	د
د	ن	ن
ن	د	د
ن	ن	د

سنجش کلاد
www.SanjeshCloud.ir
T.me/SanjeshCloud

جوابش اینه

با توجه به نکات، جدول ارزش گزارهٔ $(p \vee \sim q) \Rightarrow (r \wedge q)$ را تشکیل می‌دهیم.

p	q	r	$\sim q$	$p \vee \sim q$	$r \wedge q$	$(p \vee \sim q) \Rightarrow (r \wedge q)$
د	د	د	ن	د	د	د
د	د	ن	ن	د	ن	ن
د	ن	د	د	د	ن	ن
د	ن	ن	د	د	ن	ن
ن	د	د	ن	ن	د	د
ن	د	ن	ن	ن	ن	د
ن	ن	د	د	د	ن	ن
ن	ن	ن	د	د	ن	ن

همان‌طور که از روی جدول مشخص است، در ۳ حالت ارزش گزارهٔ داده‌شده «درست» است.

۳۴- پاسخ: گزینهٔ ۴ ▲ **مشخصات سؤال: متوسط * آمار و احتمال (فصل ۱، درس ۱)**

خوبه اینو بدونی

- هرگاه p و q دو گزاره باشند، گزارهٔ مرکب « $p \wedge q$ » که خوانده می‌شود «p و q» را «ترکیب عطفی» دو گزاره می‌گوییم. در اینجا به رابط منطقی « $\wedge$ » عاطف گفته می‌شود. ارزش ترکیب عطفی دو گزارهٔ $(p \wedge q)$ فقط وقتی درست است که ارزش هر دو گزارهٔ p و q درست باشد و در بقیهٔ حالات ارزش $p \wedge q$ نادرست است.

p	q	$p \wedge q$
د	د	د
د	ن	ن
ن	د	ن
ن	ن	ن

- هرگاه p و q دو گزاره باشند، گزارهٔ مرکب «p یا q» را که به‌صورت « $p \vee q$ » می‌نویسند، «ترکیب فصلی» دو گزاره می‌گوییم. در اینجا به رابط منطقی « $\vee$ » فاصل گفته می‌شود. ارزش ترکیب فصلی دو گزارهٔ $(p \vee q)$ فقط وقتی نادرست است که ارزش هر دو گزارهٔ p و q نادرست باشد و در بقیهٔ حالات ارزش $p \vee q$ درست است.

p	q	$p \vee q$
د	د	د
د	ن	د
ن	د	د
ن	ن	ن

- جدول ارزش گزارهٔ شرطی $p \Rightarrow q$ به‌صورت زیر است:

۱) هرگاه ارزش p (مقدم) نادرست باشد، آنگاه ارزش گزارهٔ مرکب « $p \Rightarrow q$ » همواره درست است و ارزش آن به ارزش گزارهٔ q بستگی ندارد.

۲) ارزش گزارهٔ $p \Rightarrow q$ وقتی نادرست است که p درست و q نادرست باشد.

p	q	$p \Rightarrow q$
د	د	د
د	ن	ن
ن	د	د
ن	ن	د

- گزارهٔ دو شرطی $p \Leftrightarrow q$ زمانی درست است که گزاره‌های p و q هم‌ارزش باشند. یعنی هر دو «درست» یا هر دو «نادرست» باشند.

p	q	$p \Leftrightarrow q$
د	د	د
د	ن	ن
ن	د	ن
ن	ن	د

سنجش کلاد
www.SanjeshCloud.ir
T.me/SanjeshCloud

جوابش اینه

طبق نکات، ترکیب فصلی دو گزاره زمانی نادرست است که هر دو گزاره نادرست باشند، پس:

$$(\sim p \Rightarrow q) \vee (r \wedge \sim q) \equiv F \Rightarrow \begin{cases} \sim p \Rightarrow q \equiv F \\ r \wedge \sim q \equiv F \end{cases}$$

همچنین ترکیب شرطی زمانی نادرست است که مقدم درست و تالی نادرست باشد، پس:

$$\sim p \Rightarrow q \equiv F \Rightarrow \begin{cases} \sim p \equiv T \Rightarrow P \equiv F \\ q \equiv F \end{cases}$$

چون $q \equiv F$، پس $\sim q \equiv T$ و با توجه به اینکه $r \wedge \sim q \equiv F$، بنابراین باید $r \equiv F$ باشد. حال گزینه‌ها را بررسی می‌کنیم.

گزینهٔ ۱: $(r \Rightarrow q) \wedge (\sim p \vee r) \equiv (F \Rightarrow F) \wedge (T \vee F) \equiv T \wedge T \equiv T$

گزینهٔ ۲: $(q \Leftrightarrow \sim p) \Leftrightarrow r \equiv (F \Leftrightarrow T) \Leftrightarrow F \equiv F \Leftrightarrow F \equiv T$

گزینهٔ ۳: $(\sim r \vee p) \vee (q \Rightarrow r) \equiv (T \vee F) \vee (F \Rightarrow F) \equiv T \vee T \equiv T$

گزینهٔ ۴: $(\sim p \vee q) \Rightarrow (r \Leftrightarrow \sim q) \equiv (T \vee F) \Rightarrow (F \Leftrightarrow T) \equiv T \Rightarrow F \equiv F$

۳۵- پاسخ: گزینهٔ ۳ ▲ **مشخصات سؤال: دشوار * آمار و احتمال (فصل ۱، درس ۱)**

خوبه اینو بدونی

- گزارهٔ دو شرطی $p \Leftrightarrow q$ زمانی درست است که گزاره‌های p و q هم‌ارزش باشند. یعنی هر دو «درست» یا هر دو «نادرست» باشند.

p	q	$p \Leftrightarrow q$
د	د	د
د	ن	ن
ن	د	ن
ن	ن	د

- برای دو گزارهٔ p و q داریم:

قوانین دمورگان: $\begin{cases} \sim(p \vee q) \equiv \sim p \wedge \sim q \\ \sim(p \wedge q) \equiv \sim p \vee \sim q \end{cases}$

- نقیض گزاره‌های سوری به‌صورت زیر است:

$$\sim(\forall x\ ;\ P(x)) \equiv \exists x\ ;\ \sim P(x) \quad , \quad \sim(\exists x\ ;\ P(x)) \equiv \forall x\ ;\ \sim P(x)$$

- نقیض گزارهٔ دوشرطی به‌صورت زیر است:

$$\sim(p \Leftrightarrow q) \equiv \sim p \Leftrightarrow q \equiv p \Leftrightarrow \sim q$$

جوابش اینه

برای تعیین ارزش گزارهٔ $\forall x \in \mathbb{Z}; \frac{x(x+3)}{2} \in \mathbb{Z}$، با توجه به زوج یا فرد بودن x دو حالت را در نظر می‌گیریم:

$$1)\ x = \text{زوج} \Rightarrow x+3 = \text{فرد} \Rightarrow x(x+3) = \text{زوج} \Rightarrow \frac{x(x+3)}{2} \in \mathbb{Z}$$

$$2)\ x = \text{فرد} \Rightarrow x+3 = \text{زوج} \Rightarrow x(x+3) = \text{زوج} \Rightarrow \frac{x(x+3)}{2} \in \mathbb{Z}$$

بنابراین گزارهٔ سوری $\forall x \in \mathbb{Z}; \frac{x(x+3)}{2} \in \mathbb{Z}$ درست است.

برای تعیین ارزش گزارهٔ $\exists y \in \mathbb{R}; y < 0 \wedge y^2 \leq 1$ توجه کنید که برای $y = -\frac{1}{2}$ داریم:

$$-\frac{1}{2} < 0 \wedge (-\frac{1}{2})^2 = \frac{1}{4} \leq 1$$

پس گزارهٔ $\exists y \in \mathbb{R}; y < 0 \wedge y^2 \leq 1$ درست است. بنابراین:

$$\underbrace{(\forall x \in \mathbb{Z}; \frac{x(x+3)}{2} \in \mathbb{Z})}_{T} \Leftrightarrow \underbrace{(\exists y \in \mathbb{R}; y < 0 \wedge y^2 \leq 1)}_{T} \equiv T$$

سنجش کلاد
www.SanjeshCloud.ir
T.me/SanjeshCloud

نقیض گزاره‌های دوشرطی $p \Leftrightarrow q$ به یکی از دو شکل زیر است:

۱) $\sim (p \Leftrightarrow q) \equiv \sim p \Leftrightarrow q$

۲) $\sim (p \Leftrightarrow q) \equiv p \Leftrightarrow \sim q$

بنابراین نقیض گزارهٔ داده‌شده به یکی از دو صورت زیر است.

۱) $(\exists x \in \mathbb{Z}; \frac{x(x+۳)}{۲} \notin \mathbb{Z}) \Leftrightarrow (\exists y \in \mathbb{R}; y < ۰ \wedge y^۲ \leq ۱)$

۲) $(\forall x \in \mathbb{Z}; \frac{x(x+۳)}{۲} \in \mathbb{Z}) \Leftrightarrow (\forall y \in \mathbb{R}; y \geq ۰ \vee y^۲ > ۱)$

۳۶- پاسخ: گزینهٔ ۴ ▲ مشخصات سؤال: ساده * ریاضیات گسسته (فصل ۱، درس ۱)

خوبه اینو بدونی

- (مثال نقض): مثالی برای رد کردن یک حکم کلی را مثال نقض می‌گویند.
- (اثبات مستقیم): استدلال براساس نتیجه‌گیری منطقی از مفروضات و واقعیت‌هایی است که درستی آن‌ها را پذیرفته‌ایم.

جوابش اینه

گزینه‌ها را بررسی می‌کنیم.

گزینهٔ ۱: درست؛ با فرض $n \in \mathbb{N}$، داریم:

$$n + n + ۱ + n + ۲ = ۳n + ۳ = ۳\underbrace{(n+۱)}_{k} = ۳k \quad \text{مجموع سه‌عدد طبیعی متوالی}$$

گزینهٔ ۲: درست؛ طبق ویژگی‌های جزء صحیح رابطهٔ $[x-y] = [x] - y$ برای $x \in \mathbb{R}$ و $y \in \mathbb{Z}$ برقرار است.

گزینهٔ ۳: درست؛ با فرض $a \in \mathbb{Z}$، داریم:

$$k = ۳a(۳a-۲) = ۹a^۲ - ۶a$$
$$\Rightarrow k + ۱ = ۹a^۲ - ۶a + ۱ = (۳a-۱)^۲$$

گزینهٔ ۴: نادرست؛ مثال نقض زیر را ببینید.

$$B = \{۱,۲,۳,۴\} \ , \ C = \{۲,۳,۴,۵\} \ , \ A = \{۱,۵,۷\}$$
$$\begin{cases} B - A = \{۲,۳,۴\} \\ C - A = \{۲,۳,۴\} \end{cases} \Rightarrow B - A = C - A \ , \ B \neq C$$

۳۷- پاسخ: گزینهٔ ۱ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * ریاضیات گسسته (فصل ۱، درس ۱)

خوبه اینو بدونی

- (اثبات بازگشتی): در اثبات برخی نامساوی‌های ریاضی، ابتدا عبارت را تا حد امکان ساده می‌کنیم تا به یک عبارت همیشه درست برسیم. آنگاه با بازگشت از مسیر طی‌شده به نامساوی اولیه می‌رسیم و از آنجایی‌که همهٔ عملیات مسیر رفت، بازگشت‌پذیرند به این نوع اثبات، «اثبات بازگشتی» می‌گوییم.

جوابش اینه

با استفاده از اثبات بازگشتی، رابطهٔ داده‌شده را با تشکیل مربع کامل به‌صورت زیر می‌نویسیم:

$$x^۲ - ۶x + ۹ - ۹ + ۴y^۲ + ۴y + ۱ - ۱ + ۴m \geq ۰ \Leftrightarrow (x-۳)^۲ + (۲y+۱)^۲ + ۴m - ۱۰ \geq ۰$$
$$\Leftrightarrow (x-۳)^۲ + (۲y+۱)^۲ \geq ۱۰ - ۴m$$

برای آنکه نامساوی بالا، همواره برقرار باشد، باید داشته باشیم:

$$۱۰ - ۴m \leq ۰ \Rightarrow ۴m \geq ۱۰ \Rightarrow m \geq \frac{۱۰}{۴}$$
$$\Rightarrow m \geq ۲/۵ \Rightarrow \text{کمترین مقدار صحیح} = ۳$$

سنجش کلاد
www.SanjeshCloud.ir
T.me/SanjeshCloud

۳۸- پاسخ: گزینهٔ ۴ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * ریاضیات گسسته (فصل ۱، درس ۱)

جوابش اینه

توجه کنید که مخرج نباید صفر باشد، پس $x \neq 0$ و $y \neq 0$، حال با ضرب طرفین رابطهٔ داده‌شده در xy، داریم:

$$1+\frac{2}{xy}=\frac{2}{y}+\frac{1}{x} \xrightarrow{\times xy} xy+2=2x+y \Rightarrow xy-y+2-2x=0$$

$$\Rightarrow y(x-1)-2(x-1)=0 \Rightarrow (x-1)(y-2)=0 \Rightarrow x=1 \quad \text{یا} \quad y=2$$

با توجه به شرایط گفته‌شده، تعداد زوج‌مرتب‌های (x,y) که در آن‌ها $x=1$ و $0<y\leq 12$ است، برابر است با:

$$(1,y) \ , \ y=1,2,\ldots,12 \Rightarrow \text{تعداد}=12$$

همچنین تعداد زوج‌مرتب‌های (x,y) که $y=2$ و $0<x<10$ است، برابر است با:

$$(x,2) \ , \ x=1,2,\ldots,9 \Rightarrow \text{تعداد}=9$$

توجه کنید که زوج‌مرتب $(1,2)$ دو بار محاسبه شده است، پس تعداد کل زوج‌مرتب‌ها برابر است با: $12+9-1=20$

۳۹- پاسخ: گزینهٔ ۲ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * ریاضیات گسسته (فصل ۱، درس ۱)

جوابش اینه

با جای‌گذاری $n=2k-1$ در $A=n^3-5n+9$ داریم:

$$A=(2k-1)^3-5(2k-1)+9=8k^3-12k^2+6k-1-10k+5+9=8k^3-12k^2-4k+13$$

$$\Rightarrow A=8k^3-12k^2-4k+14-1=2(\underbrace{4k^3-6k^2-2k+7}_{q})-1=2q-1$$

بنابراین: $q=4k^3-6k^2-2k+7$

۴۰- پاسخ: گزینهٔ ۴ ▲ مشخصات سؤال: دشوار * ریاضیات گسسته (فصل ۱، درس ۱)

خوبه اینو بدونی

- (مثال نقض): مثالی برای رد کردن یک حکم کلی را «مثال نقض» می‌گویند.
- (اثبات به روش برهان خلف): در روش برهان خلف فرض می‌کنیم که حکم نادرست باشد و سپس با استفاده از قوانین منطق گزاره‌ها و دنباله‌ای از استدلال‌های درست و مبتنی بر فرض، به یک نتیجهٔ غیرممکن یا نتیجهٔ متضاد با فرض می‌رسیم و از آنجا (با توجه به منطقی‌بودن همهٔ مراحل) معلوم می‌شود که فرضِ نادرست بودنِ حکم باطل است و درستی حکم ثابت می‌گردد.

جوابش اینه

گزینه‌ها را بررسی می‌کنیم:

گزینهٔ ۱: نادرست؛ مثال نقض زیر را در نظر بگیرید.

$$\alpha=\sqrt{2} \ , \ \beta=2\sqrt{2}+3 \Rightarrow 2\alpha-\beta=2\sqrt{2}-2\sqrt{2}-3=-3\in\mathbb{Q}$$

$$\alpha^2+\beta^2=2+(2\sqrt{2}+3)^2=2+8+9+12\sqrt{2}=19+12\sqrt{2}\notin\mathbb{Q}$$

گزینهٔ ۲: نادرست؛ با استفاده از روش برهان خلف اثبات می‌شود که $\alpha+\beta$ گنگ است.

برهان خلف: فرض می‌کنیم $\alpha+\beta$ گویا است، داریم:

$$\left.\begin{matrix}\alpha+\beta=\text{گویا}\\ 2\alpha-\beta=\text{گویا}\end{matrix}\right\} \xrightarrow{+} 3\alpha=\text{گویا} \Rightarrow \alpha=\text{گویا}$$

نتیجهٔ بالا، خلاف فرض است، چون α گنگ است، پس فرض خلف باطل و $\alpha+\beta$ الزاماً گنگ است.

گزینهٔ ۳: نادرست؛ مثال نقض زیر را در نظر بگیرید.

$$\alpha=\sqrt{2} \ , \ \beta=2\sqrt{2} \Rightarrow 2\alpha-\beta=2\sqrt{2}-2\sqrt{2}=0\in\mathbb{Q}$$

$$\alpha\cdot\beta=\sqrt{2}\times 2\sqrt{2}=4\in\mathbb{Q}$$

گزینهٔ ۴: درست؛ درستی این گزینه به روش برهان خلف اثبات می‌شود.

برهان خلف: فرض می‌کنیم $\alpha+2\beta$ گویا باشد، داریم:

$$\left.\begin{matrix}\alpha+2\beta=\text{گویا}\\ 2\alpha-\beta=\text{گویا}\end{matrix}\right\} \Rightarrow (\alpha+2\beta)+2(2\alpha-\beta)=\text{گویا} \Rightarrow \alpha+2\beta+4\alpha-2\beta=\text{گویا} \Rightarrow 5\alpha=\text{گویا} \Rightarrow \alpha=\text{گویا}$$

نتیجهٔ بالا خلاف فرض است، زیرا α گنگ است، پس فرض خلف باطل و $\alpha+2\beta$ الزاماً گنگ است.

سنجش کلاد
www.SanjeshCloud.ir
T.me/SanjeshCloud

فیـــزیک

۴۱- پاسخ: گزینهٔ ۱ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * فیزیک ۱ (فصل ۱)

جوابش اینه

الف) درست؛ در حرکت توپ والیبال در هوا می‌توان اثر مقاومت هوا را نادیده گرفت.

نباید سراغ اینا بری

ب) نادرست؛ پرتوهای رسیده از چشمهٔ نور به درخت، موازی و پرتوهای بازتابیده از درخت که به دوربین رسیده‌اند، واگرا مدل‌سازی می‌شوند.
پ) نادرست؛ یکای زمان اکنون براساس دقت ساعت‌های اتمی تعیین می‌شود.
ت) نادرست؛ سال نوری برای بیان مسافت به‌کار می‌رود نه زمان.

۴۲- پاسخ: گزینهٔ ۴ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * فیزیک ۱ (فصل ۱)

جوابش اینه

■ با توجه به درجه‌بندی خط‌کش، دقت اندازه‌گیری آن $0/5\,cm$ یا $5\,mm$ است، زیرا کمترین مقداری که می‌تواند اندازه‌گیری کند، این مقدار است.
■ با توجه به کمترین مقدار قابل اندازه‌گیری توسط دماسنج رقمی، دقت اندازه‌گیری آن $0/001^\circ C$ است.

۴۳- پاسخ: گزینهٔ ۴ ▲ مشخصات سؤال: ساده * فیزیک ۱ (فصل ۱)

جوابش اینه

ابتدا جرم مورچه را با نمادگذاری علمی نوشته و سپس تبدیل واحدهای لازم را انجام می‌دهیم:

$$0/000032\,kg = 3/2\times10^{-6}\,kg\times\frac{10^3\,g}{1\,kg}\times\frac{10^6\,\mu g}{1\,g} = 3/2\times10^3\,\mu g$$

۴۴- پاسخ: گزینهٔ ۱ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * فیزیک ۱ (فصل ۱)

جوابش اینه

مایع با چگالی بیشتر یعنی $1/2\frac{g}{cm^3}$ در پایین ظرف قرار می‌گیرد و حجم آن $30\,cm^3$ است و مایع با چگالی $0/8\frac{g}{cm^3}$ در بالای ظرف قرار می‌گیرد و حجم آن $40\,cm^3$ است.

$$\rho=\frac{m}{V}\Rightarrow\begin{cases}1/2=\frac{m_1}{30}\Rightarrow m_1=36\,g\\0/8=\frac{m_2}{70-30}\Rightarrow m_2=32\,g\end{cases}$$

$$m_{کل}=m_1+m_2\Rightarrow m_{کل}=36+32=68\,g$$

۴۵- پاسخ: گزینهٔ ۲ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * فیزیک ۱ (فصل ۱)

جوابش اینه

$$\begin{cases}F=ma\Rightarrow\text{یکای نیرو}=\frac{kg\cdot m}{s^2}\\\text{یکای سطح}=m^2\end{cases}$$

$$P=\frac{F}{A}\Rightarrow\text{یکای فشار}=\frac{\text{یکای نیرو}}{\text{یکای سطح}}=\frac{\frac{kg\cdot m}{s^2}}{m^2}=\frac{kg}{m\cdot s^2}$$

سنجش کلاد
www.SanjeshCloud.ir
T.me/SanjeshCloud

۴۶- پاسخ: گزینهٔ ۳ ▲ مشخصات سؤال: دشوار * فیزیک ۱ (فصل ۱)

جوابش اینه

$$\begin{cases}\rho=\frac{m}{V}\\ V_{\text{کره}}=\frac{۴}{۳}\pi r^۳\end{cases}\Rightarrow m=\rho V\Rightarrow m=\rho(\frac{۴}{۳}\pi r_۲^۳-\frac{۴}{۳}\pi r_۱^۳)\Rightarrow ۲۱۹/۸\times۱۰^۳=۷/۵\times\frac{۴}{۳}\times۳/۱۴(۲۰^۳-r_۱^۳)$$

$$\Rightarrow ۲۱۹/۸\times۱۰^۳=۱۰\times۳/۱۴(۸۰۰۰-r_۱^۳)\Rightarrow ۷۰۰۰=۸۰۰۰-r_۱^۳\Rightarrow r_۱^۳=۱۰۰۰\Rightarrow r_۱=۱۰\text{cm}\Rightarrow ۲r_۱=۲۰\text{cm}$$

۴۷- پاسخ: گزینهٔ ۴ ▲ مشخصات سؤال: ساده * فیزیک ۱ (فصل ۲)

جوابش اینه

گزینهٔ ۴ نادرست است؛ زیرا مایع‌ها متراکم نمی‌شوند. (در فشارهای بسیار زیاد، کاهش حجم بسیار کمی دارند.)

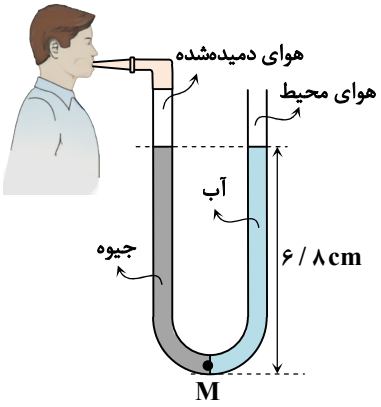
۴۸- پاسخ: گزینهٔ ۲ ▲ مشخصات سؤال: ساده * فیزیک ۱ (فصل ۲)

جوابش اینه

هر چقدر دمای روغن بیشتر باشد، نیروی هم‌چسبی بین مولکول‌های آن کمتر و قطره با اندازهٔ کوچک‌تر جدا می‌شود. به این ترتیب دمای روغن در شکل «الف» بیشتر است و نیروی هم‌چسبی بین مولکول‌های روغن در شکل «ب» بیشتر است.

۴۹- پاسخ: گزینهٔ ۴ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * فیزیک ۱ (فصل ۲)

جوابش اینه



برای نقطهٔ M در انتهای لوله می‌توان نوشت:

$$P_{\text{ریهٔ شخص}}+P_{\text{جیوه}}=P_{\circ}+P_{\text{آب}}$$

$$\text{فشار پیمانه‌ای}: P_{\text{ریهٔ شخص}}-P_{\circ}=P_{\text{آب}}-P_{\text{جیوه}}$$

$$\Rightarrow P_{\text{ریهٔ شخص}}-P_{\circ}=۱۰۰۰\times۱۰\times۶/۸\times۱۰^{-۲}-۱۳۶۰۰\times۱۰\times۶/۸\times۱۰^{-۲}=-۸۵۶۸\,\text{Pa}$$

$$P_{\text{ریهٔ شخص}}-P_{\circ}=-۸۵۶۸\,\text{Pa}$$

$$\left|P_{\text{ریهٔ شخص}}-P_{\circ}\right|=(\rho gh)_{\text{جیوه}}\Rightarrow ۸۵۶۸=۱۳۶۰۰\times۱۰\times h$$

$$\Rightarrow h=۰/۰۶۳\,\text{m}=۶/۳\,\text{cm}\Rightarrow P_{\text{ریهٔ شخص}}-P_{\circ}=-۶/۳\,\text{cmHg}$$

اینجوری هم میشه

کافی است ابتدا فشار $۶/۸\,\text{cm}$ آب را برحسب فشار جیوه بیان کنیم که برابر است با $\frac{۶/۸\times۱}{۱۳/۶}=۰/۵\,\text{cmHg}$. اکنون رابطهٔ فشار را برای هر دو شاخه برحسب cmHg بنویسیم:

$$P_{\text{ریه}}+۶/۸=۰/۵+P_{\circ}\Rightarrow P_{\text{ریه}}-P_{\circ}=-۶/۳\,\text{cmHg}$$

۵۰- پاسخ: گزینهٔ ۲ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * فیزیک ۱ (فصل ۲)

جوابش اینه

فشار هوا در سطح زمین بیشتر از فشار هوا در بالای کوه است چرا که فاصلهٔ سطح زمین تا بالای جو بیشتر از فاصلهٔ بالای کوه تا بالای جو است. از این رو وزن هوا در سطح زمین بیشتر خواهد بود. پس طول بخش A از $۵\,\text{cm}$ به $۳\,\text{cm}$ می‌رسد و به این ترتیب ارتفاع ستون جیوه درون بارومتر به $۷۲\,\text{cm}$ می‌رسد و فشار هوا $۷۲\,\text{cmHg}$ خواهد بود که برحسب پاسکال برابر است با:

$$P=\rho gh\Rightarrow P=۱۳۶۰۰\times۱۰\times۰/۷۲=۹۷۹۲۰\,\text{Pa}$$

هر بار برابر $۱۰^۵\,\text{Pa}$ است $(۱\text{bar}=۱۰^۵\,\text{Pa})$؛ بنابراین داریم:

$$P=۰/۹۷۹۲۰\,\text{bar}$$

سنجش کلاد
www.SanjeshCloud.ir
T.me/SanjeshCloud

۵۱- پاسخ: گزینهٔ ۱ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * فیزیک ۱ (فصل ۲)

جوابش اینه

برای این منظور باید فشار درون دیگ با فشار کل وزنه برابر باشد. از طرفی فشار کل وزنه ناشی از فشار ناشی از وزن آن به‌علاوهٔ فشار هوا است؛ بنابراین داریم:

$$P_{\text{وزنه}} = \frac{F}{A} \Rightarrow P_{\text{وزنه}} = \frac{mg}{A}$$

$$P_{\text{بخار دیگ}} = P_{\text{وزنه}} + P_{\circ} \Rightarrow \frac{m \times 9/8}{4/9 \times 10^{-6}} + 0/9 \times 10^{5} = 2/4 \times 10^{5}$$

$$\Rightarrow \frac{m \times 2}{1 \times 10^{-6}} = 1/5 \times 10^{5} \Rightarrow m = 0/075\,kg \Rightarrow m = 75\,g$$

۵۲- پاسخ: گزینهٔ ۳ ▲ مشخصات سؤال: دشوار * فیزیک ۱ (فصل ۲)

جوابش اینه

در شاخهٔ سمت چپ لوله داریم:

$$P_A = P_{\text{مخزن}} + \rho_1 g(3h_1) \Rightarrow 140 \times 10^{3} = 80 \times 10^{3} + \rho_1 \times 10 \times 3h_1 \Rightarrow \rho_1 h_1 = 2000$$

در شاخهٔ سمت راست لوله داریم:

$$P_A = P_{\circ} + \rho_2 g \times 1/6 + \rho_1 g \times h_1$$

$$\Rightarrow 140 \times 10^{3} = 10^{5} + \rho_2 \times 10 \times 1/6 + 2000 \times 10$$

$$\Rightarrow \rho_2 = 1250\,\frac{kg}{m^3} \Rightarrow \rho_2 = 1/25\,\frac{g}{cm^3}$$

۵۳- پاسخ: گزینهٔ ۲ ▲ مشخصات سؤال: ساده * فیزیک ۱ (فصل ۲)

جوابش اینه

نیروی شناوری همواره به‌طرف بالا بر جسم درون شاره وارد می‌شود.

۵۴- پاسخ: گزینهٔ ۲ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * فیزیک ۱ (فصل ۲)

جوابش اینه

طبق معادلهٔ پیوستگی، تندی آب در بخش باریک لوله بیشتر است و طبق اصل برنولی، فشار در لولهٔ افقی در جایی که تندی بیشتری دارد، کمتر است.

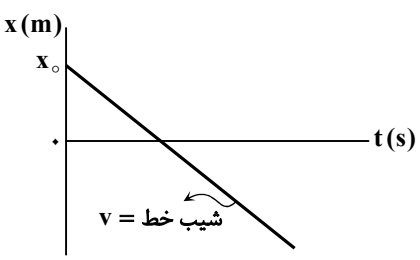
$$\text{آهنگ حجمی عبور آب در لوله} = Av = 8000\,\frac{cm^3}{s}$$

$$\Rightarrow 8000\,\frac{cm^3}{s} = 0/2\,cm^2 \times v \Rightarrow v = 40000\,\frac{cm}{s} = 400\,\frac{m}{s}$$

۵۵- پاسخ: گزینهٔ ۳ ▲ مشخصات سؤال: ساده * فیزیک ۳ (فصل ۱)

جوابش اینه

وقتی نمودار مکان- زمان، خط مستقیم باشد، حرکت با سرعت ثابت است و معادلهٔ مکان- زمان آن به‌صورت $x = vt + x_{\circ}$ است. در اینجا $x_{\circ}$ (عرض از مبدأ خط) مثبت است و v (شیب خط) منفی است؛ بنابراین گزینهٔ ۳ می‌تواند معادلهٔ مکان- زمان این نمودار باشد.



سنجش کلاد
www.SanjeshCloud.ir
T.me/SanjeshCloud

۵۶- پاسخ: گزینهٔ ۴ ▲ مشخصات سؤال: ساده * فیزیک ۳ (فصل ۱)

جوابش اینه

۱۰ ثانیهٔ دوم حرکت یعنی از لحظهٔ $t=10s$ تا لحظهٔ $t=20s$:

$$v_{av}=\frac{\Delta x}{\Delta t}=\frac{x(20)-x(10)}{20-10}=\frac{-(20^3-10^3)+24(20^2-10^2)-60(20-10)}{10}$$
$$=\frac{-7000+7200-600}{10}=-40\frac{m}{s}\Rightarrow |v_{av}|=40\frac{m}{s}$$

۵۷- پاسخ: گزینهٔ ۱ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * فیزیک ۳ (فصل ۱)

جوابش اینه

$$a_{av}=\frac{\Delta v}{\Delta t}\Rightarrow\begin{cases}4=\frac{v(10)-v(0)}{10}\Rightarrow v(10)-v(0)=40 & \text{رابطهٔ (۱)}\\ 3=\frac{v(25)-v(0)}{25-0}\Rightarrow v(25)-v(0)=75 & \text{رابطهٔ (۲)}\end{cases}$$

اگر دو رابطهٔ فوق را از هم کم کنیم:

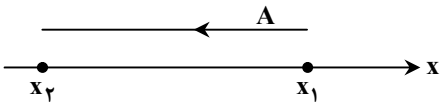
$$\xrightarrow{(1)\text{ و }(2)}\big[v(25)-v(0)\big]-\big[v(10)-v(0)\big]=75-40\Rightarrow v(25)-v(10)=35$$

$t_1=10s$ تا $t_2=25s$ شتاب متوسط در بازهٔ : $a_{av}=\frac{v(25)-v(10)}{25-10}=\frac{35}{15}=\frac{7}{3}\frac{m}{s^2}$

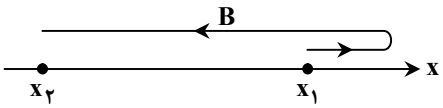
۵۸- پاسخ: گزینهٔ ۳ ▲ مشخصات سؤال: ساده * فیزیک ۳ (فصل ۱)

جوابش اینه

متحرک A با سرعت ثابت در خلاف جهت محور x حرکت می‌کند (نمودار مکان- زمان متحرک A یک خط نزولی است.)؛ پس حرکت متحرک A در بازهٔ زمانی t_1 تا t_2 به‌صورت زیر است:



متحرک B ابتدا در جهت محور x حرکت می‌کند (نمودار مکان- زمان آن صعودی است) و سپس برمی‌گردد (نمودار مکان- زمان آن نزولی است)؛ پس در بازهٔ زمانی t_1 تا t_2 داریم:



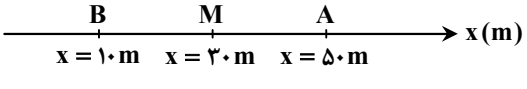
مکان اولیه و نهایی هر دو متحرک برابر است، پس جابه‌جایی آن‌ها نیز برابر خواهد بود، اما مسافت طی‌شدهٔ متحرک B بیشتر است.

$$v_{av}=\frac{\Delta x}{\Delta t}\Rightarrow |v_{av,A}|=|v_{av,B}|$$
$$s_{av}=\frac{\ell}{\Delta t}\Rightarrow s_{av,A}<s_{av,B}$$

۵۹- پاسخ: گزینهٔ ۴ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * فیزیک ۳ (فصل ۱)

جوابش اینه

نقاط $x=50m$ و $x=10m$ نقاطی هستند که از نقطهٔ $x=30m$، ۲۰ متر فاصله دارند و چون گفته شده که متحرک در خلاف جهت محور x حرکت می‌کند یعنی از نقطهٔ A به نقطهٔ B می‌رود.



$$v=\frac{\Delta x}{\Delta t}=\frac{10-50}{15-5}=\frac{-40}{10}=-4\frac{m}{s}$$
$$x=vt+x_0=-4t+x_0$$
$$x(t=5s)=50m\Rightarrow 50=-4\times 5+x_0$$
$$\Rightarrow x_0=70m\Rightarrow x=-4t+70$$

سنجش کلاد
www.SanjeshCloud.ir
T.me/SanjeshCloud

۶۰- پاسخ: گزینهٔ ۴ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * فیزیک ۳ (فصل ۱)

جوابش اینه

سرعت لحظه‌ای شیب خط مماس بر نمودار مکان- زمان است و شتاب متوسط از رابطهٔ $a_{av}=\frac{\Delta v}{\Delta t}$ حساب می‌شود.

در لحظات $t=0$ ، $t=t_1$ و $t=t_3$ خط مماس بر نمودار مکان- زمان افقی است و بنابراین سرعت لحظه‌ای صفر است.

در لحظهٔ $t=t_2$ شیب خط مماس بر نمودار مکان- زمان نزولی و بنابراین سرعت منفی است.

در لحظهٔ $t=t_4$ شیب خط مماس بر نمودار مکان- زمان صعودی و بنابراین سرعت مثبت است.

$$\begin{cases} v(0)=v(t_1)=v(t_3)=0 \\ v(t_2)<0 \\ v(t_4)>0 \end{cases}$$

الف) $a_{av(0\to t_2)}=\frac{v(t_2)-v(0)}{t_2-0}<0$

ب) $a_{av(t_1\to t_3)}=\frac{v(t_3)-v(t_1)}{t_3-t_1}=0$

پ) $a_{av(0\to t_4)}=\frac{v(t_4)-v(0)}{t_4-0}>0$

۶۱- پاسخ: گزینهٔ ۲ ▲ مشخصات سؤال: ساده * فیزیک ۳ (فصل ۱)

جوابش اینه

سرعت متحرک را در لحظه‌های $t_1=1s$ و $t_2=3s$ با استفاده از معادلهٔ سرعت- زمان داده‌شده به‌دست می‌آوریم و سپس شتاب متوسط متحرک را در این بازهٔ زمانی محاسبه می‌کنیم:

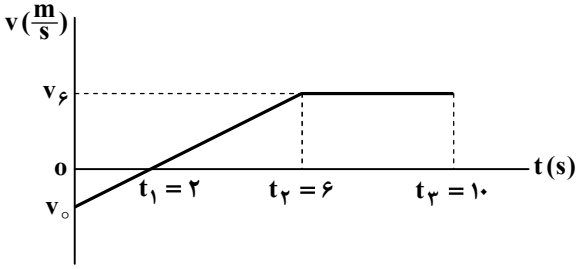
$$v=t^3-3t^2+4 \Rightarrow \begin{cases} t_1=1s \Rightarrow v_1=(1)^3-3(1)^2+4=1-3+4=2\frac{m}{s} \\ t_2=3s \Rightarrow v_2=(3)^3-3(3)^2+4=27-27+4=4\frac{m}{s} \end{cases}$$

$$a_{av}=\frac{v_2-v_1}{t_2-t_1}=\frac{4-2}{3-1}=\frac{2}{2}=1\frac{m}{s^2}$$

۶۲- پاسخ: گزینهٔ ۳ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * فیزیک ۳ (فصل ۱)

جوابش اینه

فرض می‌کنیم سرعت متحرک در لحظه‌های $t_0=0$ و $t_2=6s$ به‌ترتیب v_0 و v_6 باشد. با دقت در نمودار زیر، داریم:



$$\overset{\triangle}{v_0ot_1}\sim\overset{\triangle}{t_1t_2v_6} \Rightarrow \frac{0-v_0}{t_1-0}=\frac{v_6-0}{t_2-t_1}$$

$$\Rightarrow -\frac{v_0}{2}=\frac{v_6}{6-2} \Rightarrow v_6=-2v_0 \quad \text{رابطهٔ (۱)}$$

شتاب متوسط متحرک در ۱۰ ثانیهٔ اول برابر $3\frac{m}{s^2}$ است؛ بنابراین:

$$a_{av}=\frac{\Delta v}{\Delta t}=\frac{v_{10}-v_0}{10-0} \xrightarrow{(v_{10}=v_6)} 3=\frac{v_6-v_0}{10}$$

$$\Rightarrow v_6-v_0=30 \xrightarrow{\text{رابطهٔ (۱)}} -2v_0-v_0=30 \Rightarrow -3v_0=30$$

$$\Rightarrow v_0=-10\frac{m}{s}$$

سنجش کلاد
www.SanjeshCloud.ir
T.me/SanjeshCloud

۶۳- پاسخ: گزینهٔ ۲ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * فیزیک ۳ (فصل ۱)

جوابش اینه

در حرکت با سرعت ثابت، مقدار $v_{av}=\frac{\Delta x}{\Delta t}$ در تمام بازه‌های زمانی ثابت است و برابر سرعت لحظه‌ای است؛ یعنی Δx با Δt متناسب است. با جایگذاری موارد «الف» تا «پ» داریم:

الف) $v_{av}=\frac{۳۵-(-۵)}{۸-۳}\overset{?}{=}\frac{۶۷-۳۵}{۱۲-۸}\overset{?}{=}\frac{۹۱-۶۷}{۱۵-۱۲}\Rightarrow\frac{۴۰}{۵}\overset{?}{=}\frac{۳۲}{۴}\overset{?}{=}\frac{۲۴}{۳}$ ✓

ب) $\frac{۳۵-(-۵)}{۷-۳}\overset{?}{=}\frac{۸۵-۳۵}{۱۲-۷}\overset{?}{=}\frac{۱۲۵-۸۵}{۱۵-۱۲}\Rightarrow\frac{۴۰}{۴}\overset{?}{=}\frac{۵۰}{۵}\overset{?}{=}\frac{۴۰}{۳}$ ✗

البته تا اینجا جواب مشخص شده است، اما مورد «پ» را هم بررسی می‌کنیم:

پ) $\frac{۳۵-(-۵)}{۱۳-۳}\overset{?}{=}\frac{۳۵-۳۱}{۱۳-۱۲}\overset{?}{=}\frac{۴۳-۳۵}{۱۵-۱۳}\Rightarrow\frac{۴۰}{۱۰}\overset{?}{=}\frac{۴}{۱}\overset{?}{=}\frac{۸}{۲}$ ✓

۶۴- پاسخ: گزینهٔ ۲ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * فیزیک ۳ (فصل ۱)

خوبه اینو بدونی

- شتاب حرکت در هر لحظه با شیب خط مماس بر نمودار سرعت- زمان برابر است. هرگاه نمودار سرعت- زمان صعودی باشد، شتاب حرکت مثبت (هم‌سو با محور حرکت) است و هرگاه نزولی باشد، شتاب حرکت منفی (در خلاف جهت محور حرکت) است. در لحظه‌ای که خط مماس بر نمودار سرعت- زمان افقی باشد، شتاب صفر می‌شود.
- برای آنکه تندی متوسط با بزرگی سرعت متوسط در یک بازهٔ زمانی معین برابر شود، می‌بایست جهت حرکت (علامت سرعت) در بازهٔ زمانی موردنظر ثابت باشد و جهت حرکت از روی علامت سرعت معین می‌شود.

جوابش اینه

با توجه به موارد فوق، در مدت $t=۰$ تا $t=۵s$ شتاب منفی است و در لحظهٔ $t=۵s$ شتاب صفر می‌شود و از $t=۵s$ به بعد شتاب حرکت مثبت است.

در مدت $t=۰$ تا $t=۱۲s$ متحرک در خلاف جهت محور x حرکت می‌کند. در لحظهٔ $t=۱۲s$ توقف لحظه‌ای و تغییر جهت حرکت داریم و از $t=۱۲s$ به بعد، متحرک هم‌سو با محور x حرکت می‌کند.

۶۵- پاسخ: گزینهٔ ۳ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * فیزیک ۳ (فصل ۱)

جوابش اینه

در ۲۰ ثانیهٔ اول حرکت داریم:

$$\Delta x=v\cdot\Delta t\Rightarrow x(۲۰)-x(۰)=۴\times۲۰\Rightarrow x(۲۰)-(-۱۰)=۸۰\Rightarrow x(۲۰)=۷۰m$$

از لحظهٔ $t=۲۰s$ به بعد یک حرکت با سرعت ثابت $-۲\frac{m}{s}$ شروع می‌شود. دقت کنید که در رابطهٔ $x=vt+x_{۰}$ به‌جای t باید بنویسیم $(t-۲۰)$ چون این حرکت جدید از $t=۲۰s$ آغاز می‌شود، مثلاً در $t=۲۱s$ فقط ۱ ثانیه از این حرکت گذشته است. ضمناً $x_{۰}$ نیز $x(t=۲۰s)$ است، پس معادله به‌صورت زیر است:

$$x=-۲(t-۲۰)+۷۰=-۲t+۱۱۰$$

۶۶- پاسخ: گزینهٔ ۱ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * فیزیک ۳ (فصل ۱)

جوابش اینه

اگر طول مسیر ℓ باشد، وقتی اتومبیل $\frac{۱}{۴}$ طول مسیر را طی کرده است، $\frac{۳}{۴}$ طول مسیر باقی مانده است؛ پس طول دو قسمت بعدی $(\frac{۱}{۳}\times\frac{۳}{۴}\ell)$ و $(\frac{۲}{۳}\times\frac{۳}{۴}\ell)$ است.

$$s_{av}=\frac{\ell}{\Delta t}=\frac{\ell}{\frac{\ell}{۴}+\frac{\frac{۱}{۳}\times\frac{۳}{۴}\ell}{۶۰}+\frac{\frac{۲}{۳}\times\frac{۳}{۴}\ell}{۹۰}}=\frac{۱}{\frac{۱}{۴۸۰}+\frac{۱}{۲۴۰}+\frac{۱}{۱۸۰}}=\frac{۹\times۲۴\times۲۰}{۹+۱۸+۲۴}=\frac{۹\times۸\times۲۰}{۳+۶+۸}=\frac{۱۴۴۰}{۱۷}\frac{km}{h}$$

$$\ell=s_{av}\cdot\Delta t=\frac{۱۴۴۰}{۱۷}\times۸/۵=۷۲۰km$$

سنجش کلاد
www.SanjeshCloud.ir
T.me/SanjeshCloud

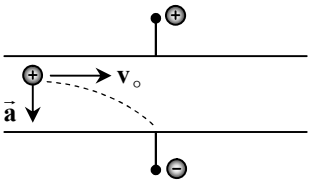
۶۷- پاسخ: گزینهٔ ۲ ▲ مشخصات سؤال: ساده * فیزیک ۳ (فصل ۱)

جوابش اینه

گزارهٔ «الف» و «پ» درست است.

گزارهٔ «الف» در هر حرکت و در هر بازهٔ زمانی درست است. $\vec{v}_{av} = \frac{\Delta \vec{x}}{\Delta t}$

گزارهٔ «پ» درست است؛ برای مثال وقتی یک ذرهٔ باردار در یک میدان الکتریکی یکنواخت مطابق شکل پرتاب شود، نیروی خالص وارد بر آن ثابت است، پس شتاب آن ثابت است، اما مسیر حرکت منحنی است.



نباید سراغ اینا بری

گزارهٔ «ب» نادرست است؛ اگر مسیر حرکت مستقیم باشد، بردارهای جابه‌جایی، سرعت و سرعت متوسط، شتاب و شتاب متوسط هم‌راستا هستند.

۶۸- پاسخ: گزینهٔ ۴ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * فیزیک ۳ (فصل ۱)

جوابش اینه

برای حرکت از A تا B : $s_{av} = \frac{AB}{۶\,min} = \frac{۱۲۰۰\,m}{۶\,min}$

در کل مسیر : $v_{av} = \frac{AC}{۶\,min + ۴\,min} = \frac{۸۰۰\,m}{۱۰\,min}$

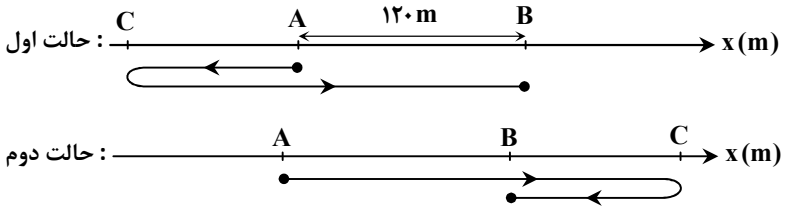
$$\frac{\text{تندی متوسط متحرک از A تا B}}{\text{بزرگی سرعت متوسط متحرک در کل مسیر}} = \frac{\frac{۱۲۰۰}{۶}}{\frac{۸۰۰}{۱۰}} = \frac{۲۰}{۸} = \frac{۵}{۲}$$

۶۹- پاسخ: گزینهٔ ۳ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * فیزیک ۳ (فصل ۱)

جوابش اینه

$\ell = s_{av} \cdot \Delta t = ۱۰ \times ۳۰ = ۳۰۰\,m$

در این مدت ۳۰۰ متر مسافت توسط متحرک طی شده است اما فاصلهٔ A تا B برابر ۱۲۰ متر است، پس متحرک مقداری جلو رفته و سپس برگشته است. دو حالت زیر امکان‌پذیر است:



چون حداکثر فاصله از نقطهٔ B موردنظر است، حالت اول را بررسی می‌کنیم:

$۲AC + ۱۲۰ = ۳۰۰ \Rightarrow AC = ۹۰\,m$

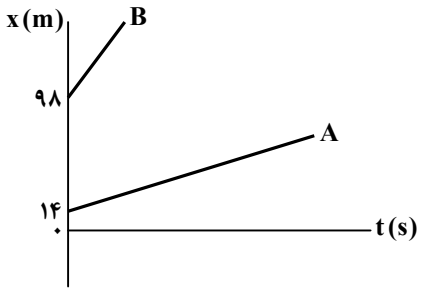
$\Rightarrow CB = ۹۰ + ۱۲۰ = ۲۱۰\,m$

سنجش کلاد
www.SanjeshCloud.ir
T.me/SanjeshCloud

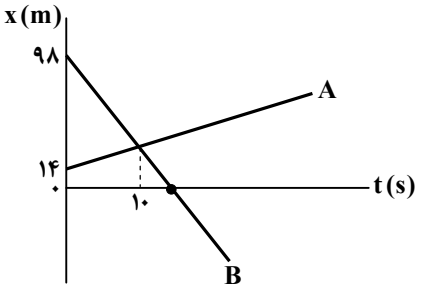
۷۰- پاسخ: گزینهٔ ۲ ▲ مشخصات سؤال: دشوار * فیزیک ۳ (فصل ۱)

جوابش اینه

دو متحرک A و B با سرعت ثابت حرکت می‌کنند و $x_{\circ_A} = ۱۴m$ و $x_{\circ_B} = ۹۸m$. ضمناً از روی نمودار مشخص است که سرعت A مثبت است اما در مورد مثبت یا منفی بودن سرعت B اطلاعی نداریم. اگر سرعت B را مثبت فرض کنیم، با توجه به اینکه تندی B دو برابر تندی A است، وضعیت مطابق شکل «الف» خواهد بود و دو متحرک هیچ‌گاه به هم نمی‌رسند. بنابراین سرعت متحرک B منفی است، یعنی وضعیت مطابق شکل «ب» می‌شود.



(الف)



(ب)

$$\begin{cases} x_A = vt + ۱۴ \\ x_B = -۲vt + ۹۸ \end{cases} \xrightarrow{x_A(۱۰)=x_B(۱۰)} ۱۰v + ۱۴ = -۲۰v + ۹۸ \Rightarrow ۳۰v = ۸۴ \Rightarrow v = ۲/۸ \frac{m}{s}$$

$$\Rightarrow x_B = -۵/۶t + ۹۸ \xrightarrow{x_B=۰} ۵/۶t = ۹۸ \Rightarrow t = \frac{۹۸}{۵/۶} = \frac{۱۴}{۰/۸} = ۱۷/۵s$$

۷۱- پاسخ: گزینهٔ ۱ ▲ مشخصات سؤال: ساده * فیزیک ۳ (فصل ۱)

جوابش اینه

$$AC = \ell = v_۱\Delta t_۱ + v_۲\Delta t_۲ = ۴v_۱ + ۳\times(۲v_۱) = ۱۰v_۱$$

برای آنکه متحرک بتواند این مسافت را در ۸ ساعت طی کند، باید با این تندی متوسط حرکت کند:

$$s_{av} = \frac{\ell}{\Delta t} = \frac{۱۰v_۱}{۸} = \frac{۵}{۴}v_۱$$

۷۲- پاسخ: گزینهٔ ۲ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * فیزیک ۳ (فصل ۱)

جوابش اینه

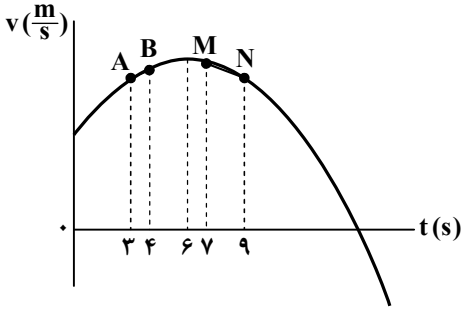
نمودار به شکل سهمی است. رأس سهمی در لحظهٔ $t = \frac{۰+۱۲}{۲} = ۶s$ قرار دارد.

شتاب لحظه‌ای شیب خط مماس بر نمودار سرعت- زمان است. از $t = ۰$ تا $t = ۶s$ شتاب مثبت است و از $t = ۶s$ به بعد شتاب منفی است.

در لحظهٔ $t = ۶s$ (رأس سهمی) شتاب لحظه‌ای صفر می‌شود و علامت آن تغییر می‌کند، پس جملهٔ «الف» درست است.

شتاب متوسط شیب پاره‌خط قاطع نمودار سرعت- زمان است. هرچه به رأس سهمی نزدیک می‌شویم، اندازهٔ این شیب کم می‌شود.

با توجه به شکل مقابل، شیب پاره‌خط AB از بزرگی شیب پاره‌خط MN بیشتر است؛ بنابراین جملهٔ «ب» نادرست است.



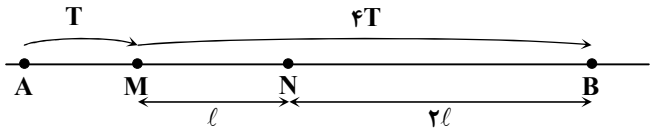
با توجه به شکل سهمی مشخص است که $v(۰) < v(۱۰)$؛ پس در بازهٔ $t = ۰$ تا $t = ۱۰s$ شتاب متوسط مثبت است؛ بنابراین جملهٔ «پ» درست است.

سنجش کلاد
www.SanjeshCloud.ir
T.me/SanjeshCloud

۷۳- پاسخ: گزینهٔ ۲ ▲ مشخصات سؤال: دشوار * فیزیک ۳ (فصل ۱)

جوابش اینه

شکل مقابل، خلاصهٔ صورت‌مسئله را نشان می‌دهد. ضمناً چون جهت حرکت تغییر نمی‌کند، s_{av} با اندازهٔ v_{av} برابر است.



$$v_{AM}=۳\frac{m}{s}\ ,\ v_{MN}=۶\frac{m}{s}\ ,\ v_{NB}=۱/۵\frac{m}{s}$$

ابتدا تندی متوسط متحرک در قسمت MB را حساب می‌کنیم:

$$s_{av}=\frac{MN+NB}{\Delta t_۱+\Delta t_۲}\Rightarrow |v_{av}|=s_{av}=\frac{۳\ell}{\frac{\ell}{۶}+\frac{۲\ell}{۱/۵}}=\frac{۳}{\frac{۱}{۶}+\frac{۴}{۳}}=\frac{۳\times۶}{۱+۸}=۲\frac{m}{s}$$

حالا تندی متوسط متحرک در کل مسیر را حساب می‌کنیم:

$$|v_{av}|=s_{av}=\frac{AM+MB}{\Delta t_{AM}+\Delta t_{MB}}=\frac{(۳\times T)+(۲\times ۴T)}{T+۴T}=\frac{۱۱T}{۵T}=۲/۲\frac{m}{s}$$

۷۴- پاسخ: گزینهٔ ۴ ▲ مشخصات سؤال: دشوار * فیزیک ۳ (فصل ۱)

جوابش اینه

$$\begin{cases}x_A=۶t\\ x_B=۱۲(t-۱۰)\end{cases}\xrightarrow{x_A=x_B}۱۲t-۱۲۰=۶t\Rightarrow ۶t=۱۲۰\Rightarrow t=۲۰s$$

دو متحرک در لحظهٔ $t_۱=۲۰s$ برای اولین بار از کنار هم می‌گذرند.

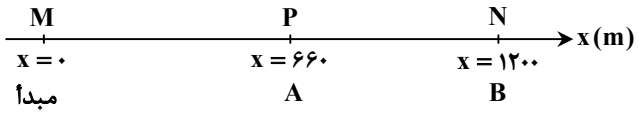
حالا زمان رسیدن متحرک B به نقطهٔ N را محاسبه می‌کنیم:

$$۱۲۰۰=۱۲(t'-۱۰)\Rightarrow t'=۱۱۰s$$

یعنی متحرک B، ۱۱۰ s پس از آغاز به نقطه N می‌رسد و در این مدت متحرک A به مکان x_A رسیده است:

$$x_A=۶t'=۶\times۱۱۰=۶۶۰m$$

در لحظهٔ $t'=۱۱۰s$ موقعیت متحرک A و B به شکل مقابل است:



از این زمان به بعد، متحرک A با تندی $۶\frac{m}{s}$ به‌طرف راست و متحرک B با تندی $۱۲\frac{m}{s}$ به‌طرف چپ می‌رود که معادله‌های حرکت هر دو را می‌نویسیم:

$$\begin{cases}x_A=۶t''+۶۶۰\\ x_B=-۱۲t''+۱۲۰۰\end{cases}\xrightarrow{x_A=x_B}۶t''+۶۶۰=-۱۲t''+۱۲۰۰$$

$$\Rightarrow ۱۸t''=۱۲۰۰-۶۶۰=۵۴۰\Rightarrow t''=۳۰s$$

$$\Rightarrow t_۲=۱۱۰+۳۰=۱۴۰s$$

در لحظهٔ $t_۲=۱۴۰s$ دو متحرک برای دومین بار از کنار هم می‌گذرند؛ بنابراین اختلاف زمانی خواسته‌شده برابر است با:

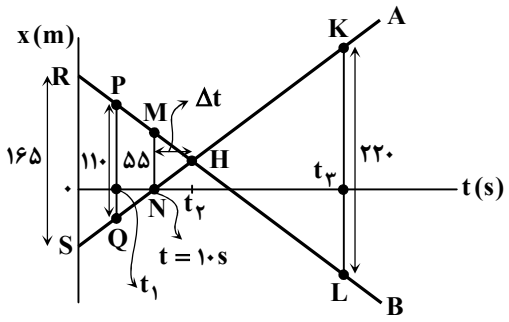
$$\Delta t=t_۲-t_۱=۱۴۰-۲۰=۱۲۰s$$

سنجش کلاد
www.SanjeshCloud.ir
T.me/SanjeshCloud

۷۵- پاسخ: گزینهٔ ۳ ▲ مشخصات سؤال: دشوار * فیزیک ۳ (فصل ۱)

جوابش اینه

استفاده از تشابه مثلث‌ها در نمودارها خیلی مهم و مفید است.



زمان به هم رسیدن دو متحرک:

$$\xrightarrow{\overset{\triangle}{HMN}\,,\,\overset{\triangle}{HRS}} \frac{\Delta t}{۵۵}=\frac{\Delta t+۱۰}{۱۶۵} \Rightarrow ۳\Delta t=۱۰+\Delta t \Rightarrow \Delta t=۵s \Rightarrow t_۲=۵+۱۰=۱۵s$$

در لحظهٔ $t_۱=۵s$ فاصلهٔ دو متحرک برای اولین بار $۱۱۰m$ می‌شود:

$$\xrightarrow{\overset{\triangle}{HPQ}\,,\,\overset{\triangle}{HMN}} \frac{۱۱۰}{۵۵}=\frac{t_۲-t_۱}{۵} \Rightarrow t_۲-t_۱=۱۰s \quad (۱)\text{رابطهٔ} \Rightarrow t_۱=۵s$$

$$\xrightarrow[(۱)\text{رابطهٔ}]{\overset{\triangle}{HKL}\,,\,\overset{\triangle}{HPQ}} \frac{۲۲۰}{۱۱۰}=\frac{t_۳-t_۲}{۱۰} \Rightarrow t_۳-t_۲=۲۰s$$

بنابراین فاصلهٔ زمانی بین $t_۱$ تا $t_۳$ برابر با $t_۳-t_۱=۳۰s$ می‌شود.

اینجوری هم میشه

$$x=vt+x_\circ \;,\; v=\frac{\Delta x}{\Delta t}$$

$$\begin{cases} v_A=\dfrac{۰-(-۶۰)}{۱۰}=۶\dfrac{m}{s} \\ x_{\circ,A}=-۶۰m \end{cases} \Rightarrow x_A=۶t-۶۰$$

$$\begin{cases} v_B=\dfrac{۵۵-۱۰۵}{۱۰}=-۵\dfrac{m}{s} \\ x_{\circ,B}=۱۰۵m \end{cases} \Rightarrow x_B=-۵t+۱۰۵$$

برای اولین بار فاصلهٔ دو متحرک ۱۱۰ متر شود: $x_B-x_A=۱۱۰ \Rightarrow -۱۱t+۱۶۵=۱۱۰ \Rightarrow t=۵s$

فاصلهٔ دو متحرک ۲۲۰ متر شود: $x_A-x_B=۲۲۰ \Rightarrow ۱۱t-۱۶۵=۲۲۰ \Rightarrow t=۳۵s$

$\Delta t=۳۵-۵=۳۰s$

شیـــــــمی

۷۶- پاسخ: گزینهٔ ۳ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * شیمی ۱ (فصل ۱)

جوابش اینه

عناصر فراوان موجود در سیارهٔ مشتری، عناصر نافلزی هستند، در حالی که در سیارهٔ زمین علاوه‌بر عناصر نافلزی، مقدار بسیاری زیادی عنصر فلزی نیز وجود دارد.

نباید سراغ اینا بری

گزینهٔ ۱: درست؛ درصد فراوانی هیدروژن در مشتری بیشتر از ۹۰ درصد و درصد فراوانی آهن در زمین کمتر از ۵۰ درصد است.

گزینهٔ ۲: درست

گزینهٔ ۴: درست؛ دو عنصر H و He که فراوان‌ترین عناصر سازنده سیارهٔ مشتری هستند در دورهٔ اول جدول تناوبی قرار دارند.

سنجش کلاد
www.SanjeshCloud.ir
T.me/SanjeshCloud

۷۷- پاسخ: گزینهٔ ۳ ▲ مشخصات سؤال: دشوار * شیمی ۱ (فصل ۱)

جوابش اینه

$$n+p=۸۰ \Rightarrow n=۸۰-p$$

$$\frac{n}{n-e}=۴ \Rightarrow \frac{۸۰-p}{n-(p-۳)}=۴ \Rightarrow ۸۰-p=۴n-۴p+۱۲ \Rightarrow ۴n-۳p=۶۸$$

$$\begin{cases}۴n-۳p=۶۸\\ n+p=۸۰\end{cases} \Rightarrow n=۴۴ \Rightarrow p=۳۶$$

گزینهٔ ۳: درست؛ تفاوت شمار نوترون‌ها و الکترون‌ها در اتم X برابر ۸ $(n-p=۴۴-۳۶)$ است، که عدد اتمی عنصر اکسیژن که یکی از عنصرهای گروه ۱۶ است نیز برابر ۸ است.

نباید سراغ اینا بری

گزینهٔ ۱: نادرست؛ نسبت $\frac{n}{p}$ در اتم X از ۱/۵ کوچک‌تر است و نمی‌توان در مورد پرتوزا بودن آن به یقین حرفی زد.
گزینهٔ ۲: نادرست؛ عنصری با عدد اتمی ۳۶ گاز نجیب تک اتمی $[Kr]$ است.
گزینهٔ ۴: نادرست؛ در هشت عنصر فراوان کرهٔ زمین گاز نجیب وجود ندارد.

۷۸- پاسخ: گزینهٔ ۳ ▲ مشخصات سؤال: ساده * شیمی ۱ (فصل ۱)

جوابش اینه

- پایدارترین ایزوتوپ ساختگی هیدروژن که بیشترین نیم‌عمر را در میان آن‌ها دارد $_{۱}^{۵}H$ با ۴ نوترون است، پس: $(x=۴)$
- ایزوتوپ طبیعی و پرتوزای (ناپایدار) هیدروژن $_{۱}^{۳}H$ و دارای ۲ نوترون است، پس: $(y=۲)$

بنابراین:

$$x+y=۴+۲=۶$$

۷۹- پاسخ: گزینهٔ ۲ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * شیمی ۱ (فصل ۱)

جوابش اینه

عبارت‌های «پ» و «ت» درست هستند.
پ) درست؛ در ایزوتوپ‌های یک عنصر شمار ذره‌های الکترون و پروتون برابر است ولی شمار ذره‌های نوترون متفاوت است.
ت) درست؛ در اتم خنثی شمار نوترون‌ها برابر و یا بزرگ‌تر از شمار الکترون‌هاست، پس با جدا شدن الکترون‌ها از اتم شمار آن‌ها کاهش می‌یابد و به یقین در کاتیون‌ها شمار نوترون‌ها از شمار الکترون‌ها بیشتر است.

نباید سراغ اینا بری

الف) نادرست؛ گلوکز نشان‌دار در تشخیص تودهٔ سرطانی کاربرد گسترده‌ای دارد و نقش درمانی ندارد.
ب) نادرست؛ هریک از دو عنصر هیدروژن و منیزیم دارای سه ایزوتوپ طبیعی هستند، که در عنصر هیدروژن سنگین‌ترین ایزوتوپ طبیعی آن $(_{۱}^{۳}H)$ ناپایدارترین آن‌هاست؛ ولی در عنصر منیزیم فراوانی سنگین‌ترین ایزوتوپ طبیعی آن (^{۲۶}Mg) اندکی بیشتر از ایزوتوپ ^{۲۵}Mg است، پس ایزوتوپ ^{۲۵}Mg ناپایدارتر است.

ترتیب فراوانی ایزوتوپ‌های منیزیم : $^{۲۴}Mg > ^{۲۶}Mg > ^{۲۵}Mg$

ترتیب فراوانی ایزوتوپ‌های هیدروژن : $^{۱}H > ^{۲}H > ^{۳}H$

۸۰- پاسخ: گزینهٔ ۴ ▲ مشخصات سؤال: ساده * شیمی ۱ (فصل ۱)

جوابش اینه

رادیو ایزوتوپ ^{۹۹}Tc نیم‌عمر کوتاهی دارد. به همین دلیل نمی‌توان مقادیر زیادی از آن را تهیه و برای مدت طولانی نگهداری کرد.

سنجش کلاد
www.SanjeshCloud.ir
T.me/SanjeshCloud

نباید سراغ اینا بری

گزینهٔ ۱: اندازهٔ یون یدید با اندازهٔ یون حاوی تکنسیم (و نه خود تکنسیم) برابر است به همین دلیل غدهٔ تیروئید می‌تواند این یون را نیز جذب کند.

گزینهٔ ۲: با توجه به پرتوزا بودن $^{99}_{43}Tc$، در جدول دوره‌ای برای این عنصر جرم اتمی میانگین گزارش نمی‌شود.

گزینهٔ ۳: ایزوتوپ مورد استفاده در تصویربرداری از غدهٔ تیروئید $^{99}_{43}Tc$ (و نه $^{99}_{42}Tc$) است.

۸۱- پاسخ: گزینهٔ ۱ ▲ مشخصات سؤال: دشوار * شیمی ۱ (فصل ۱)

جوابش اینه

$$9/03\times10^{22}\,atom\times\frac{1\,mol\ \text{اورانیوم}}{6/02\times10^{23}\,atom}=0/15\,mol$$

$$\frac{(0/15\times\frac{6}{1000})mol\ ^{235}U}{(0/15\times\frac{6}{1000})mol\ ^{235}U+x\,mol\ ^{238}U}=\frac{60}{100}\Rightarrow x=6\times10^{-4}\,mol\ ^{238}U \quad \text{باقی‌مانده}$$

اختلاف شمار مول اولیه ^{238}U و مول ^{238}U باقی مانده در مخلوط برابر است با:

$$(0/15\times\frac{994}{1000})-6\times10^{-4}=0/1485\,mol\ ^{238}U \quad \text{خارج‌شده}$$

۸۲- پاسخ: گزینهٔ ۲ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * شیمی ۱ (فصل ۱)

جوابش اینه

در جدول دوره‌ای، عنصرها براساس افزایش عدد اتمی مرتب شده‌اند به گونه‌ای که عناصر هم‌گروه خواص شیمیایی مشابهی دارند. ولی در برخی گروه‌ها مانند گروه‌های ۱۳ تا ۱۶ عناصر هم‌گروه (که شامل فلزها و نافلزها و شبه‌فلزهاست) رفتار شیمیایی مشابهی ندارند.

۸۳- پاسخ: گزینهٔ ۳ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * شیمی ۱ (فصل ۱)

جوابش اینه

با توجه به شکل شمار هریک از ایزوتوپ‌های اکسیژن را مشخص می‌کنیم:

$^{16}O \Rightarrow$ ۱۸اتم

$^{17}O \Rightarrow$ ۶اتم

$^{18}O \Rightarrow$ ۶اتم

$$\text{میانگین جرم اتمی اکسیژن}=\frac{M_1+(M_2-M_1)f_2}{f_1+f_2+f_3}+\frac{(M_2-M_1)f_2}{f_1+f_2+f_3}=16+\frac{(17-16)\times6}{30}+\frac{(18-16)\times6}{30}=16/6$$

$$\text{میانگین جرم مولی اوزون}=3\times16/6=49/8$$

اینجوری هم میشه

$$\bar{M}=\frac{M_1f_1+M_2f_2+M_3f_3}{f_1+f_2+f_3}=\frac{16\times8+17\times6+18\times6}{30}=16/6$$

$$\text{میانگین جرم مولی اوزون}=3\times16/6=49/8$$

۸۴- پاسخ: گزینهٔ ۲ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * شیمی ۱ (فصل ۱)

جوابش اینه

$$\text{شمار اتم‌های اکسیژن}=2/45\,g\,H_2SO_4\times\frac{1\,mol\,H_2SO_4}{98\,g\,H_2SO_4}\times\frac{4\,mol\,O}{1\,mol\,H_2SO_4}\times\frac{N_A}{1\,mol\,O}=0/1N_A$$

$$\text{مجموع شمار یون‌ها در } Na_3P=20\,g\,Na_3P\times\frac{1\,mol\,Na_3P}{100\,g\,Na_3P}\times\frac{4\,mol\ \text{یون}}{1\,mol\,Na_3P}\times\frac{N_A}{1\,mol\ \text{یون}}=0/8N_A$$

$$\frac{0/1N_A}{0/8N_A}=0/125$$

سنجش کلاد
www.SanjeshCloud.ir
T.me/SanjeshCloud

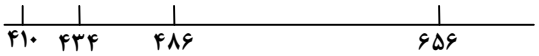
اینجوری هم میشه

$$\frac{m}{a\times M}=\frac{x}{a\times N_A}$$
$$\frac{۲/۴۵g}{۹۸g\times ۱}=\frac{x}{۴\times N_A}\Rightarrow x=۰/۱N_A$$
$$\frac{۲۰g}{۱۰۰g\times ۱}=\frac{x}{۴\times N_A}\Rightarrow x=۰/۸N_A$$

۸۵- پاسخ: گزینهٔ ۴ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * شیمی ۱ (فصل ۱)

جوابش اینه

گزینهٔ ۴: درست؛ الگوی نمادی طیف نشری خطی اتم هیدروژن در ناحیه مرئی به‌صورت زیر است.



که بر این اساس با افزایش طول موج، فاصلهٔ میان دو نوار متوالی افزایش می‌یابد.

نباید سراغ اینا بری

گزینهٔ ۱: نادرست؛ در طیف نشری خطی هر نوار رنگی حاصل بازگشت الکترون از لایه‌های بالاتر به لایه‌های پایینی است.
گزینهٔ ۲: نادرست؛ الکترون برانگیخته الزاماً به حالت پایه باز نمی‌گردد. برای مثال الکترون برانگیخته می‌تواند از $n=۳$ به $n=۲$ برود.
گزینهٔ ۳: نادرست؛ هیچ رابطهٔ منطقی میان تعداد خطوط طیفی در عناصر هم‌گروه یا هم‌دوره وجود ندارد.

۸۶- پاسخ: گزینهٔ ۳ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * شیمی ۱ (فصل ۱)

جوابش اینه

گزینهٔ ۳: نادرست؛ مقایسه انرژی نوارهای رنگی در رنگین‌کمان هفت رنگ چنین است.

قرمز < نارنجی < زرد < سبز < آبی < نیلی < بنفش

پس اختلاف انرژی در ناحیه نیلی و قرمز بیشتر از اختلاف انرژی دو ناحیه آبی و نارنجی است.

نباید سراغ اینا بری

گزینهٔ ۱: درست؛ با استفاده از آزمون شعله می‌توان نوع کاتیون را در یک ترکیب یونی تشخیص داد. رنگ شعله فلز مس و ترکیب‌های آن سبز است.
گزینهٔ ۲: درست
گزینهٔ ۴: درست؛ هنگام عبور نور از منشور هرچه انرژی نور بیشتر (طول موج کمتر) باشد، میزان شکست و در نتیجه میزان انحراف آن بیشتر است.

۸۷- پاسخ: گزینهٔ ۴ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * شیمی ۱ (فصل ۱)

جوابش اینه

گزینهٔ ۴ درست است.

نباید سراغ اینا بری

گزینهٔ ۱: نادرست؛ مدل بور فقط قادر به توجیه طیف نشری خطی اتم هیدروژن بود.
توجه داشته باشید که به‌جز اتم هیدروژن هیچ اتم دیگری تک الکترونی نیست.
گزینهٔ ۲: نادرست؛ در مدل کوانتومی هرچه از هسته دورتر می‌شویم سطوح انرژی به هم نزدیک‌تر ولی فاصله مکانی لایه‌ها از هم دورتر می‌شوند.
گزینهٔ ۳: نادرست؛ جابه‌جایی الکترون از لایه $n=۴$ به لایه $n=۱$ در عنصرهای مختلف طول موج متفاوتی ایجاد می‌کند. به همین دلیل طیف نشری خطی اتم‌ها همانند اثرانگشت ماده منحصربه‌فرد است.

سنجش کلاد
www.SanjeshCloud.ir
T.me/SanjeshCloud

۸۸- پاسخ: گزینهٔ ۳ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * شیمی ۱ (فصل ۱)

جوابش اینه

پرتوهای a و c مربوط به انتقال الکترون به لایه اول هستند که دارای انرژی بالا بوده و در ناحیه فرابنفش قرار می‌گیرد.

نباید سراغ اینا بری

گزینهٔ ۱: تفاوت انرژی میان لایه‌ها با دور شدن از هسته کاهش می‌یابد، پس انرژی پرتو a از انرژی هریک از پرتوهای b و d بیشتر و در نتیجه طول موج آن کمتر است.

گزینهٔ ۲: رابطه جمع‌پذیری میان پرتوهای a، b و c فقط در مورد انرژی آن‌ها وجود دارد و در مورد طول موج برقرار نیست.

گزینهٔ ۴: ایزوتوپ‌ها طیف نشری خطی یکسانی دارند؛ زیرا ساختار الکترونی و آرایش الکترونی یکسانی دارند.

۸۹- پاسخ: گزینهٔ ۱ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * شیمی ۱ (فصل ۱)

جوابش اینه

گزینهٔ ۱: نادرست؛ لایهٔ سوم دارای سه زیرلایهٔ ۳s، ۳p و ۳d است که مجموع $n+l$ آن‌ها برابر ۱۲ می‌شود.

$$\left.\begin{array}{l} ۳s \Rightarrow ۳+۰=۳ \\ ۳p \Rightarrow ۳+۱=۴ \\ ۳d \Rightarrow ۳+۲=۵ \end{array}\right\} \Rightarrow ۳+۴+۵=۱۲$$

نباید سراغ اینا بری

گزینهٔ ۲: درست؛ حداکثر گنجایش الکترون در هر زیرلایه از رابطهٔ $۴l+۲$ به‌دست می‌آید. این مقدار برای زیرلایهٔ چهارم $(l=۳)$ برابر است با:

$$۴l+۲=۴(۳)+۲=۱۴$$

گزینهٔ ۳: درست؛ برای مثال لایه $n=۲$ دارای دو زیرلایه و لایه $n=۳$ دارای سه زیرلایه است.

گزینهٔ ۴: درست؛ حداکثر تعداد الکترون در یک لایه از رابطهٔ $۲n^۲$ به‌دست می‌آید؛ بنابراین می‌توان گفت:

$$\text{حداکثر تعداد الکترون در لایهٔ چهارم } (n=۴) = ۲n^۲ = ۲(۴)^۲ = ۳۲$$

شمار عنصرها در دورهٔ دوم جدول تناوبی برابر ۸ است.

بنابراین نسبت این دو برابر با $\frac{۳۲}{۸}$ یا ۴ خواهد بود.

۹۰- پاسخ: گزینهٔ ۲ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * شیمی ۳ (فصل ۱)

جوابش اینه

موارد «ب» و «پ» نادرست است.

ب) نادرست

$$\text{وازلین : } C_{۲۵}H_{۵۲} \Rightarrow \text{شمار پیوند اشتراکی} = \frac{(۲۵\times C)+(۵۲\times H)}{۲} = \frac{(۲۵\times ۴)+(۵۲\times ۱)}{۲} = ۷۶$$

(۷۶ مضربی از عدد ۹ نیست و حتی نیازی به محاسبه شمار پیوندها در مولکول اوره نیست.)

$$\text{اوره : } CO(NH_۲)_۲ \Rightarrow \text{شمار پیوند اشتراکی} = \frac{C+O+(۲\times N)+(۴\times H)}{۲} = \frac{۴+۲+۶+۴}{۲} = ۸$$

پ) نادرست

$$\left\{\begin{array}{l} \text{جرم مولی وازلین : } C_{۲۵}H_{۵۲} = ۳۵۲\,g\cdot mol^{-۱} \\ \text{جرم مولی بنزین : } C_۸H_{۱۸} = ۱۱۴\,g\cdot mol^{-۱} \end{array}\right. \Rightarrow \text{تفاوت} = ۲۳۸$$

$$\text{جرم مولی چهارمین آلکین } (C_nH_{۲n-۲}) \Rightarrow C_۵H_۸ \text{ جرم مولی} = ۶۸\,g\cdot mol^{-۱} \Rightarrow \frac{۲۳۸}{۶۸} = ۳/۵ \neq ۴$$

سنجش کلاد
www.SanjeshCloud.ir
T.me/SanjeshCloud

اینجوری هم میشه

پ)

$$\begin{cases} C_{۲۵}H_{۵۲} \\ C_{۸}H_{۱۸} \end{cases} \xrightarrow{\text{اختلاف}} C_{۱۷}H_{۳۴} : ۱۷\times۱۲+۳۴\times۱=۲۳۸\,g\cdot mol^{-۱}$$

جرم مولی چهارمین آلکین $(C_nH_{۲n-۲}) \Rightarrow C_۵H_۸$ جرم مولی $= ۶۸\,g\cdot mol^{-۱} \Rightarrow \frac{۲۳۸}{۶۸}=۳/۵\neq۴$

نباید سراغ اینا بری

الف) درست

اتیلن گلیکول: $C_۲H_۶O_۲ \Rightarrow$ شمار جفت‌الکترون‌ناپیوندی $= ۴$

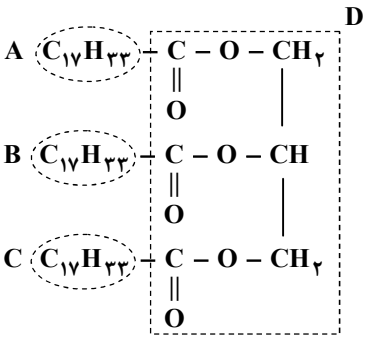
$$CH_۲ - CH_۲$$
$$| \qquad |$$
$$:\ddot{O}H \quad :\ddot{O}H$$

اوره: $CO(NH_۲)_۲ \Rightarrow$ شمار عناصر تشکیل‌دهنده $= ۴$

ت) درست؛ فرمول مولکولی گلوکز و روغن زیتون به‌ترتیب $C_۶H_{۱۲}O_۶$ و $C_{۵۷}H_{۱۰۴}O_۶$ است که در هر دو ماده شمار اتم‌های اکسیژن یکسان و برابر ۶ است.

۹۱- پاسخ: گزینهٔ ۴ ▲ مشخصات سؤال: دشوار * شیمی ۳ (فصل ۱)

جوابش اینه



گزینهٔ ۴: نادرست؛ بخش D در تمام استرهای طبیعی سنگین، یکسان و دارای فرمول مولکولی $C_۶H_۵O_۶$ است؛ بنابراین تفاوت شمار اتم‌های کربن و اکسیژن در این بخش همواره برابر صفر است.

نباید سراغ اینا بری

گزینهٔ ۱: درست؛ اگر هر سه گروه A، B و C یکسان باشند، فرمول مولکولی آن‌ها $C_{۱۷}H_{۳۳}$ است.

گزینهٔ ۲: درست؛ در صورت یکسان بودن هر سه زنجیر هیدروکربنی، فرمول آن‌ها $C_{۱۷}H_{۳۳}$ است، که در مقایسه با زنجیر هیدروکربنی سیرشدهٔ ۱۷ کربنی یا $C_{۱۷}H_{۳۵}$ دو اتم هیدروژن کمتر دارند، پس در ساختار هر سه زنجیر یک پیوند $C=C$ وجود دارد.

گزینهٔ ۳: درست؛ در اثر واکنش با سدیم هیدروکسید صابونی با فرمول $C_{۱۷}H_{۳۳}COONa$ $(C_{۱۸}H_{۳۳}O_۲Na)$ تولید خواهد شد.

۹۲- پاسخ: گزینهٔ ۲ ▲ مشخصات سؤال: دشوار * شیمی ۳ (فصل ۱)

جوابش اینه

ابتدا با توجه به واکنش صابونی شدن زیر فرمول صابون را مشخص می‌کنیم:

$$C_nH_{۲n-۴}O_۶ + ۳\,NaOH \rightarrow ۳\,C_{n'}H_{۲n'-۱}O_۲Na + C_۳H_۸O_۳$$

$$۰/۳\,mol\,NaOH \times \frac{۳\,mol\,\text{صابون}}{۳\,mol\,NaOH} \times \frac{\text{جرم مولی M}}{۱\,mol\,\text{صابون}} = ۸۷/۶\,g \Rightarrow M = ۲۹۲$$

$$C_{n'}H_{۲n'-۱}O_۲Na \text{ جرم مولی} : ۲۹۲ = ۱۴n' - ۱ + ۳۲ + ۲۳ \Rightarrow n' = ۱۷$$

شمار اتم‌های کربن در استر سنگین سه عاملی برابر $۳n'+۳$ است، پس با توجه به فرمول کلی این استر که به‌صورت $C_nH_{۲n-۴}O_۶$ است، فرمول مولکولی آن $C_{۵۴}H_{۱۰۴}O_۶$ می‌شود.

سنجش کلاد
www.SanjeshCloud.ir
T.me/SanjeshCloud

۹۳- پاسخ: گزینهٔ ۲ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * شیمی ۳ (فصل ۱)

جوابش اینه

عبارت‌های «الف» و «ب» درست هستند.

الف) درست؛ صابون مایع از گرم کردن چربی‌ها با پتاسیم هیدروکسید یا محلول آمونیاک تهیه می‌شود.

ب) درست؛ نمک‌های پتاسیم یا آمونیوم اسیدهای چرب صابون مایع هستند و مثل دیگر صابون‌ها هم در آب و هم در چربی حل می‌شوند.

نباید سراغ اینا بری

پ) نادرست؛ $C_{57}H_{110}O_6$ (چربی کوهان شتر) یک استر بلندزنجیر است، که الکل سازنده آن یک الکل سه عاملی با فرمول شیمیایی $C_3H_8O_3$ است.

ت) نادرست؛ اسیدهای چرب، کربوکسیلیک اسیدهای بلندزنجیر هستند؛ بنابراین اولین و دومین عضو این خانواده، اسید چرب به‌شمار نمی‌آیند.

۹۴- پاسخ: گزینهٔ ۲ ▲ مشخصات سؤال: ساده * شیمی ۳ (فصل ۱)

جوابش اینه

عبارت‌های نادرست:

پ) شاخص امید به زندگی در کشورها و حتی شهرهای یک کشور هم متفاوت است؛ زیرا به عوامل گوناگونی بستگی دارد.

ت) هرچند امید به زندگی در کشورهای برخوردار از کم‌برخوردار بیشتر است، اما رشد این شاخص و افزایش آن در کشورهای کم‌برخوردار شیب تندتری دارد؛ زیرا در سال‌های اخیر توسعه بهداشت و خدمات‌رسانی در نواحی کم‌برخوردار جهان توجه بیشتری شده است.

۹۵- پاسخ: گزینهٔ ۲ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * شیمی ۳ (فصل ۱)

جوابش اینه

گزینهٔ ۲: درست؛ صابون‌های دارای یون آمونیوم $(RCOONH_4)$، مایع ولی صابون‌های دارای یون سدیم $(RCOONa)$، جامد هستند.

نباید سراغ اینا بری

گزینهٔ ۱: نادرست؛ چربی‌ها مخلوطی از اسیدهای چرب و استرهای بلندزنجیر هستند که استرها امکان تشکیل پیوند هیدروژنی را ندارند. جاذبه غالب در آن‌ها از نوع واندروالسی است.

گزینهٔ ۳: نادرست؛ حالت فیزیکی صابون‌ها به زنجیر هیدروکربنی آن‌ها وابسته نیست.

گزینهٔ ۴: نادرست؛ برای تولید صابون نمی‌توان از همه کربوکسیلیک اسیدها استفاده کرد و باید اسیدهای چرب (کربوکسلیک اسیدهای دراز زنجیر) به کار روند.

۹۶- پاسخ: گزینهٔ ۴ ▲ مشخصات سؤال: ساده * شیمی ۳ (فصل ۱)

جوابش اینه

گزینهٔ ۴ درست است.

نباید سراغ اینا بری

گزینهٔ ۱: نادرست؛ کاتیون به کار رفته در صابون بر میزان انحلال‌پذیری آن تأثیر دارد. ولی بخش کاتیونی صابون هیچ نقشی در پاک‌کنندگی صابون ندارد ازاین‌رو حالت فیزیکی صابون ارتباطی با پاک‌کنندگی آن ندارد.

گزینهٔ ۲: نادرست؛ آنچه باعث پراکنده شدن قطرات چربی در آب می‌شود، سر قطبی صابون $(-COO^-)$ است.

گزینهٔ ۳: نادرست؛ در کلوئید مورد اشاره اندازه بار در ذره‌ها یکسان نیست.

۹۷- پاسخ: گزینهٔ ۲ ▲ مشخصات سؤال: ساده * شیمی ۳ (فصل ۱)

جوابش اینه

عبارت‌های «پ» و «ت» درست هستند.

پ) درست؛ اندازهٔ ذره‌های سازنده کلوئیدها بزرگ‌تر از اندازه ذره‌های سازنده محلول‌ها است.

ت) درست؛ کلوئید مخلوطی ناهمگن و پایدار است.

سنجش کلاد
www.SanjeshCloud.ir
T.me/SanjeshCloud

نباید سراغ اینا بری

الف) نادرست؛ محلول‌ها مخلوط‌هایی همگن هستند، اما کلوئیدها مخلوطی ناهمگن به‌شمار می‌آیند ولی به ظاهر همگن هستند.
ب) نادرست؛ بررسی رفتار نور هنگام عبور از مخلوط، نمی‌تواند کلوئیدها را از سوسپانسیون‌ها متمایز سازد؛ زیرا نور هنگام عبور از هر دو نوع مخلوط پخش شده و مسیر عبور نور از درون این دو نوع مخلوط (برخلاف محلول‌ها) معلوم است.

۹۸- پاسخ: گزینهٔ ۲ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * شیمی ۳ (فصل ۱)

جوابش اینه

با توجه به نمودار ارائه شده، رابطهٔ بین متغیرهای X و Y مستقیم است. به این معنی که با افزایش متغیر X، متغیر Y نیز افزایش می‌یابد و برعکس.
گزینهٔ ۲: درست؛ با افزایش مقدار صابون آنزیم‌دار، آنزیم‌های بیشتری برای تجزیهٔ لکه‌ها در دسترس قرار می‌گیرند. این آنزیم‌ها لکه‌ها را خرد می‌کنند و شستن آن‌ها را آسان‌تر می‌کنند، به همین دلیل درصد لکه باقی‌مانده روی پارچه کمتر می‌شود نه بیشتر. (رابطه بین مقدار صابون آنزیم‌دار و درصد لکهٔ باقی‌مانده عکس است.)

نباید سراغ اینا بری

گزینهٔ ۱: نادرست؛ افزایش دما باعث افزایش جنبش مولکولی در محلول صابون می‌شود. این جنبش بیشتر، به مولکول‌های صابون اجازه می‌دهد تا راحت‌تر به چربی‌ها و کثیفی‌ها بچسبند و آن‌ها را از سطوح جدا کنند. در نتیجه، صابون در دمای بالاتر، قدرت پاک‌کنندگی بیشتری خواهد داشت. (رابطه بین متغیر دما و قدرت پاک‌کنندگی مستقیم است.)
گزینهٔ ۳: نادرست؛ افزایش میزان صابون (آنزیم‌دار یا بدون آنزیم)، به‌طور مستقیم منجر به افزایش حجم و میزان ارتفاع کف تولیدی می‌گردد. به بیان ساده، هرچه مقدار صابون بیشتر باشد، کف بیشتری حاصل می‌شود. (رابطه بین مقدار صابون و کف تولیدی مستقیم است.)
گزینهٔ ۴: نادرست؛هنگامی‌که لکه‌ای روی‌پارچه‌های پلی‌استری نفوذ کند، به سختی از آن جدا می‌شود. افزایش درصد پلی‌استر در پارچه، میزان جذب رطوبت و مواد شوینده را کاهش می‌دهد و در نتیجه، شست‌وشوی لکه‌ها دشوارتر می‌شود. به عبارت دیگر، هرچه الیاف پلی‌استر در پارچه بیشتر باشد، احتمال باقی ماندن لکه پس از شست‌وشو افزایش می‌یابد. (رابطه بین درصد پلی‌استر در تهیه پارچه و درصد لکهٔ باقی‌مانده نیز مستقیم است.)

۹۹- پاسخ: گزینهٔ ۲ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * شیمی ۳ (فصل ۱)

جوابش اینه

معادلهٔ موازنه شده واکنش چنین است:

$$۲RCOONa + Mg^{۲+} \rightarrow (RCOO)_۲Mg + ۲Na^{+}$$

$$۰/۲۰۰L \times \frac{۰/۲mol\,Mg^{۲+}}{۱L} \times \frac{۲۵}{۱۰۰} \times \frac{۲mol\,\text{صابون}}{۱mol\,Mg^{۲+}} \times \frac{M\,g\,\text{صابون}}{۱mol\,\text{صابون}} = ۵/۵۶g\,\text{صابون} \Rightarrow M = ۲۷۸g$$

اینجوری هم میشه

$$Mg^{۲+} \sim ۲RCOONa$$

$$\frac{۰/۲L \times ۰/۲\frac{mol}{L} \times \frac{۲۵}{۱۰۰}}{۱} = \frac{۵/۵۶g}{M \times ۲} \Rightarrow M = ۲۷۸g$$

پس جرم مولی صابون موردنظر ۲۷۸ گرم بر مول است، فرمول شیمیایی صابون با زنجیر هیدروکربنی سیرشده $C_nH_{۲n+۱}COONa$ بوده و جرم مولی آن از رابطهٔ $۱۴n+۶۸$ قابل محاسبه است:

$$۱۴n + ۶۸ = ۲۷۸ \Rightarrow n = ۱۵$$

www.SanjeshCloud.ir
T.me/SanjeshCloud

۱۰۰- پاسخ: گزینهٔ ۱ ▲ مشخصات سؤال: دشوار * شیمی ۳ (فصل ۱)

جوابش اینه

با توجه به فرمول عمومی پاک‌کننده‌های صابونی جامد $(C_nH_{2n-1}O_2Na)$ و نسبت جرمی کربن به اکسیژن می‌توان فرمول شیمیایی آن را مشخص کرد:

$$\frac{\text{جرم C}}{\text{جرم O}} = ۷/۵ \Rightarrow \frac{n\times ۱۲}{۲\times ۱۶} = ۷/۵ \Rightarrow n = ۲۰ \Rightarrow \text{فرمول شیمیایی صابون} : C_{۲۰}H_{۳۹}O_2Na$$

از سویی فرمول عمومی پاک‌کننده غیرصابونی که زنجیر هیدروکربنی آن نیز سیرشده باشد به‌صورت $C_nH_{2n+1}C_6H_4SO_3Na$ می‌باشد. با توجه به برابر بودن تعداد اتم‌های هیدروژن در این دو پاک‌کننده می‌توان برای تعیین فرمول شیمیایی پاک‌کنندهٔ غیرصابونی به‌صورت زیر عمل کرد:

$$۲n+۱+۴ = ۳۹ \Rightarrow n = ۱۷ \Rightarrow \text{فرمول شیمیایی پاک‌کننده غیرصابونی} : C_{۱۷}H_{۳۵}C_6H_4SO_3Na$$

حال می‌توان درصد جرمی سدیم موجود در این پاک‌کننده را به‌صورت زیر به‌دست آورد:

$$\%Na = \frac{\text{جرم سدیم}}{\text{جرم پاک‌کننده}}\times ۱۰۰ = \frac{۲۳}{۴۱۸}\times ۱۰۰ \simeq \%۵/۵$$

۱۰۱- پاسخ: گزینهٔ ۳ ▲ مشخصات سؤال: ساده * شیمی ۳ (فصل ۱)

جوابش اینه

پاک‌کننده‌های خورنده، علاوه‌بر برهم‌کنش‌های فیزیکی، قادر به انجام واکنش‌های شیمیایی با آلاینده‌ها نیز هستند. این واکنش‌ها منجر به تبدیل آلاینده‌ها به موادی می‌شوند که به راحتی با آب شسته می‌شوند. اما پاک‌کننده‌هایی که براساس برهم‌کنش میان ذره‌ای عمل می‌کنند (پاک‌کننده‌های صابونی و غیرصابونی)، فقط براساس برهم‌کنش‌های فیزیکی عمل می‌کنند و نمی‌توانند با آلاینده‌ها واکنش شیمیایی انجام دهند.

ویژگی‌های گزینه‌های ۱ و ۲ از ویژگی‌های مشترک میان پاک‌کننده‌های خورنده و پاک‌کننده‌های صابونی و غیرصابونی است، از سویی پاک‌کننده‌های خورنده از نظر شیمیایی فعال‌اند و خاصیت خورندگی دارند، به همین دلیل نباید با پوست تماس داشته باشند. در واقع ایمنی پاک‌کننده‌های خورنده در تماس با پوست کمتر از پاک‌کننده‌های صابونی و غیرصابونی است.

۱۰۲- پاسخ: گزینهٔ ۴ ▲ مشخصات سؤال: دشوار * شیمی ۳ (فصل ۱)

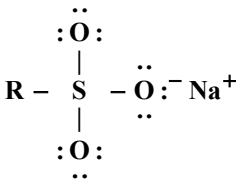
خوبه اینو بدونی

- با توجه به تفاوت شمار اتم‌های هیدروژن در حلقه بنزنی (C_6H_4) این نوع پاک‌کننده با شمار اتم‌های هیدروژن در زنجیر کربنی، می‌توان نتیجه گرفت که شمار اتم‌های هیدروژن در زنجیر کربنی برابر ۲۱ است و از سوی دیگر در ساختار این پاک‌کننده ۴ پیوند دوگانه نیز وجود دارد که با توجه به وجود ۳ پیوند دوگانه در حلقه بنزنی پس یک پیوند دوگانه باید در زنجیره کربنی وجود داشته باشد؛ بنابراین فرمول عمومی زنجیر کربنی با یک پیوند دوگانه به‌صورت C_nH_{2n+1-2} است در نتیجه:

$$۲n-۱ = ۲۱ \Rightarrow ۲n = ۲۲ \Rightarrow n = ۱۱$$

جوابش اینه

گزینهٔ ۴: نادرست؛ شمار جفت الکترون‌های ناپیوندی پاک‌کننده غیرصابونی مستقل از شمار اتم‌های کربن بوده و همواره برابر ۹ زوج الکترون ناپیوندی است.



نباید سراغ اینا بری

گزینهٔ ۱: درست؛ فرمول زنجیر کربنی $C_{11}H_{21}$ است.

گزینهٔ ۲: درست؛ جرم مولی آن برابر ۳۳۲ گرم بر مول است.

$$C_{11}H_{21}C_6H_4SO_2Na$$

$$\text{جرم مولی} : (۱۱\times ۱۲)+(۲۱\times ۱)+(۶\times ۱۲)+(۴\times ۱)+۳۲+(۳\times ۱۶)+۲۳ = ۳۳۲ g\cdot mol^{-1}$$

گزینهٔ ۳: درست؛ ۱۰ پیوند $C-C$ در زنجیره کربنی و ۳ پیوند $C-C$ در حلقه بنزنی وجود دارد.

سنجش کلاد
www.SanjeshCloud.ir
T.me/SanjeshCloud

۱۰۳- پاسخ: گزینهٔ ۳ ▲ مشخصات سؤال: ساده * شیمی ۳ (فصل ۱)

جوابش اینه

گزینهٔ ۳ درست است.

نباید سراغ اینا بری

گزینهٔ ۱: هگزان حلال بوده و پاک‌کننده خورده محسوب نمی‌شود.

گزینهٔ ۲: استون حلال و $C_{۱۵}H_{۳۱}COOK$ صابون است و هیچ‌کدام پاک‌کننده خورنده به‌شمار نمی‌آیند.

گزینهٔ ۴: وایتکس یا همان محلول سفیدکننده یک پاک‌کنندهٔ خورنده است ولی $C_{۱۲}H_{۲۵}-C_۶H_۴-SO_۳Na$ یک پاک‌کنندهٔ غیرصابونی است و خورنده به‌شمار نمی‌آید.

۱۰۴- پاسخ: گزینهٔ ۱ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * شیمی ۳ (فصل ۱)

جوابش اینه

مورد «ب» درست است.

نباید سراغ اینا بری

الف) پاک‌کننده‌های غیرصابونی برخلاف پاک‌کننده‌های صابونی که منشأ طبیعی دارند، فراورده‌های پتروشیمیایی بوده و طی فرایندهای پیچیده در صنعت تولید می‌شوند و در مقایسه با صابون سازگاری کمتری با محیط‌زیست دارند.

پ) بخش آنیونی پاک‌کننده غیرصابونی $(RC_۶H_۴SO_۳^-)$ و بخش آنیونی صابون $(RCO_۲^-)$ هر دو اندازه بار یکسانی دارند.

ت) اگر زنجیر هیدروکربنی یک صابون جامد و یک پاک‌کنندهٔ غیرصابونی یکسان باشد، تفاوت جرم مولی‌های آن‌ها با تفاوت جرم مولی‌های کربن‌دی‌اکسید و گوگرد تری اکسید متفاوت است؛ زیرا در ساختار پاک‌کننده غیرصابونی حلقه بنزنی با ۶ اتم کربن و ۴ اتم هیدروژن نیز وجود دارد.

$$\begin{cases} RCOONa \\ RC_۶H_۴SO_۳Na \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} CO_۲ \\ C_۶H_۴SO_۲ \end{cases}$$

۱۰۵- پاسخ: گزینهٔ ۴ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * شیمی ۳ (فصل ۱)

جوابش اینه

گزینهٔ ۴: درست؛ حباب‌های گاز تولیدشده با ضربه زدن به چربی‌ها و ایجاد فشار مکانیکی سبب حرکت، تکان خوردن آن‌ها می‌شود.

نباید سراغ اینا بری

گزینهٔ ۱: نادرست؛ مجموع ضرایب مواد شرکت‌کننده در واکنش برابر ۱۵ است.

$$۲Al(s)+۲NaOH(s)+۶H_۲O(l) \rightarrow ۲NaAl(OH)_۴(aq)+۳H_۲(g)$$

گزینهٔ ۲: نادرست؛ این واکنش گرماده است و آنتالپی واکنش مقداری منفی است. $(\Delta H < ۰)$

گزینهٔ ۳: نادرست؛ ترکیب تولیدشده محلول در آب است و نقشی در پاک کردن لوله‌های مسدود شده با چربی ندارد.

سنجش کلاد
www.SanjeshCloud.ir
T.me/SanjeshCloud