سنجش کلاد
www.SanjeshCloud.ir
T.me/SanjeshClouds

A

# دفترچه پاسخ تشریحی

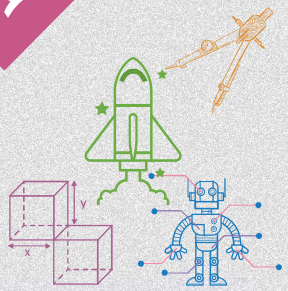
## گروه آزمایشی علوم ریاضی

آزمون آزمایشی ۲۶ اردیبهشت ۱۴۰۴

ویژه داوطلبان آزمون سراسری ۱۴۰۴

**پایه دوازدهم**

**مرحله ۲۶**



گزینه دو
مؤسسه آموزشی فرهنگی

۱۴۰۳-۱۴۰۴

سنجش کلاد
www.SanjeshCloud.ir
T.me/SanjeshClouds



داوطلبان آزمون سراسری سال ۱۴۰۴
سال تحصیلی ۰۴-۰۳

## تذکرهای مهم

- آزمون آزمایشی مرحلهٔ ۲۷ گزینه‌دو، در روز جمعه ۹ خرداد ۱۴۰۴ برگزار می‌گردد.
- داوطلب گرامی، جهت استفاده از خدمات طلایی خود مانند کارنامه‌های هوشمند بعد از آزمون، آزمونک‌ها، بانک سؤال گزینه‌دو، رفع اشکال هوشمند، جزوه‌های کمک آموزشی، آرشیو آزمون‌های گزینه‌دو و... ، با استفاده از شمارهٔ داوطلبی (به‌عنوان نام کاربری) و کد ملی خود (به‌عنوان رمز عبور) وارد وب‌سایت گزینه‌دو به آدرس www.gozine2.ir شوید.
- **در صورتی که اینترنتی ثبت‌نام کرده‌اید، رمز عبور شما همان رمزی است که خودتان انتخاب نموده‌اید.**
- کارنامه‌های آزمون آزمایشی مرحلهٔ ۲۶ به‌صورت کامل، با فاصلهٔ زمانی کوتاهی پس از آزمون مطابق اطلاعیهٔ اعلام‌شده، بر روی پایگاه اینترنتی گزینه‌دو به آدرس www.gozine2.ir قرار می‌گیرد. در صورت بروز اشکال در دریافت کارنامه، موضوع را از طریق نمایندگی شهر خود پیگیری نمایید.

داوطلب گرامی، شما می‌توانید با اسکن تصویر بالا به‌وسیلهٔ گوشی هوشمند و یا تبلت خود، به صفحهٔ اینستاگرام مؤسسه گزینه‌دو وارد شوید.
gozine2.ir

سنجش کلاد
zine2.ir
www.SanjeshCloud.ir
T.me/SanjeshClouds

گزینه دو
مؤسسه آموزشی فرهنگی

# اسامی هیئت‌علمی آزمون‌های ادواری ویژه داوطلبان کنکور مؤسسه گزینه‌دو
## در سال تحصیلی ۱۴۰۴_۱۴۰۳

معاون تولید محتوا: **علی الفتی**

مدیر واحد آموزش تخصصی: **محمدرضا محمدهاشمی**

## گروه ریاضی
مدیر گروه: سید امیرمحمد سید شاکری

| | مسئول درس و دستیاران | طراحان | کارشناسان |
|---|---|---|---|
| حسابان و ریاضی پایه | مسئول درس: علی افضل‌زاده<br>دستیاران: عباس سعیدی - امین کبیری | حسین شفیع‌زاده، ایمان اردستانی | علی صادقی، نیکو دهقان |
| هندسه | مسئول درس: سعید اکبرزاده<br>دستیار: هادی کاظم‌نژاد | سیدمحسن میراسلامی، علی نعمت | محمدامین خدابنده، امیر ورودی |
| ریاضیات گسسته | مسئول درس: سعید اکبرزاده<br>دستیار: فرهاد فرزامی | علیرضا شریف‌خطیبی، امیدرضا پورحسینی | محمدامین خدابنده، امیر ورودی |
| ریاضی تجربی | مسئول درس: ایمان اردستانی<br>دستیاران: وحید جعفری - مهدی پوررضایی | مهرداد کیوان، علی افضل‌زاده | پوپک مقدم |
| ریاضی انسانی | مسئول درس: حسین افسری<br>دستیاران: حسین اسدزاده - مهدی پوررضایی | وحید رباعی | |

## گروه علوم
مدیر گروه: محمدحسین کشانی

| | مسئول درس و دستیار | طراحان | کارشناسان |
|---|---|---|---|
| زیست شناسی | مسئول درس: امیر کبیری راد<br>دستیار: پرسا کامکار | محمد پازوکی، علی پناهی شایق، بهرام میرحبیبی، منصور کهن دل، امیر کبیری راد، علیرضا اکبرپور، مسعود حدادی، فرزاد صادقیان | بتول خواجه پور، مرتضی فرهمند، حسین ایمانی پور |
| فیزیک | مسئول درس: منصور داودوندی<br>دستیار: ساناز دریکوندی | علی نعیمی، احمد رضوانی، جمال خم‌خاجی، بهمن شاهمرادی، احمد مصلایی | سیدعلیرضا کشفیان، مریم گلی حسنلو، نرگس سادات حسینی |
| شیمی | مسئول درس: شهرام شاه‌پرویزی | ماشاءالله سلیمانی، مهداد ملاصالحی، محمدعلی توسلی‌فر، بهنام ابراهیم‌پور، شهرام شاه‌پرویزی، محمد احمدی | محمد احمدی، حسین ایمانی پور |
| زمین شناسی | مسئول درس: شکیبا کریمی | فرزانه رجایی، فرزانه صاعدی، حسن علیمحمدی | فرزانه صاعدی، آنیتا هرطونیان، روزبه اسحاقیان |

## گروه انسانی
مدیر گروه: علی اکبر آخوندی

| | مسئول درس و دستیار | طراحان | کارشناسان |
|---|---|---|---|
| علوم و فنون ادبی | مسئول درس: محمدرضا پیرو<br>دستیار: حسنا محمدی | ابوالفضل قاضی، علی عطری، محمدرضا لمسه‌چی، عماد فیض‌آبادی | سپهر سالار کیا، محمدحسن مزروعی، سید محمد صادق حسام زاده، عرشیا شریفیان |
| جامعه شناسی | مسئول درس: الهام رضایی<br>دستیار: فاطمه صفری | آزیتا بیدقی، علیرضا مختاری، فروغ تیموریان، محمدزمان کبیر | هستی ناصح، مهتاب شیرازی، نیایش غریبی |
| روان شناسی | مسئول درس: سیده‌ضحی سکاکی<br>دستیار: حسین اصفهانی | سیمین زاهدی، مهدی جاهدی، سیده‌ضحی سکاکی | ثنا کاشیان، فاطمه انوری |
| زبان عربی | مسئول درس: پویا رضاداد | کاظم غلامی، حمید جوهری مجد، پویا رضاداد، اسرافیل قربانپور، پدرام علیمرادی، عرفان جالیزی | سارا حمزه، مهتاب شیرازی، صبا پهلوان، فاطمه نظری، یکتا فضل اللهی |
| تاریخ | مسئول درس: مهسا اصغری<br>دستیار: ثنا کاشیان | شهرام امامی، نگار مروتی، بهروز یحیی، فاطمه نیتی | علی سلوکی، مهتاب شیرازی |
| جغرافیا | مسئول درس: الناز گنج‌کار<br>دستیار: الهه ریاحی نسب | بهروز یحیی، نگار مروتی، شهرام امامی | علی سلوکی، مهتاب شیرازی |
| فلسفه و منطق | مسئول درس: سعید رحیمیان<br>دستیاران: منصور کاظم بیگی - محمدحسین خدام | حمید سودیان‌طهرانی، علی اکبر آخوندی، مهدی لاجوردی، احمد خداداد حسینی، سعید رحیمیان | مهدی مشایخی، محمدعلی مهرآبادی، مهتاب بیشه، فراز مختاری نژاد |
| اقتصاد | مسئول درس: امیر محمدبیگی<br>دستیار: محمدرضا مبارکی | حسین خاکساری، طاهره کریمی، علی محسنی، میترا چینی‌ساز، محمدرضا مبارکی، آرش بدری | کوثر رعدی |

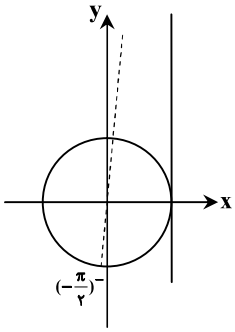
www.SanjeshCloud.ir
T.me/SanjeshClouds

# ریاضـــــــیات

**۱- پاسخ: گزینهٔ ۴** ▲ مشخصات سؤال: ساده * حسابان ۲ (فصل ۳، درس ۱)

**جوابش اینه**

حاصل حد را به کمک دایرهٔ مثلثاتی به‌دست می‌آوریم:




$$\lim_{x\to -\frac{\pi}{2}^-} 3\tan x \overset{\text{مطابق شکل}}{=\!=\!=} 3\times(+\infty) = +\infty$$

**۲- پاسخ: گزینهٔ ۱** ▲ مشخصات سؤال: ساده * حسابان ۲ (فصل ۱، درس ۲)

**خوبه اینو بدونی**

- $P(x)$ بر $(x-a)$ بخش‌پذیر است. اگر و تنها اگر $P(a)=0$.

**جوابش اینه**

چون $P(x)$ بر $x-2$ بخش‌پذیر است، پس:

$$P(2)=0 \Rightarrow 3(0)^{3n}+2(-1)^{2n}+(1)^n+4a+2+3=0 \Rightarrow 2+1+4a+5=0 \Rightarrow 4a=-8 \Rightarrow a=-2$$

**۳- پاسخ: گزینهٔ ۳** ▲ مشخصات سؤال: ساده * حسابان ۲ (فصل ۲، درس ۱)

**خوبه اینو بدونی**

- $$y=c+a\sin bx \Rightarrow \begin{cases} \max = c+|a| \\ \min = c-|a| \\ T=\dfrac{2\pi}{|b|} \end{cases}$$

**جوابش اینه**

با توجه به آنکه نمودار داده‌شده دارای max با مقدار ۳ است، پس: $c+|a|=3$

از طرفی حداقل تابع $-1$ است، پس:

$$c-|a|=-1$$

$$\begin{cases} c+|a|=3 \\ c-|a|=-1 \end{cases} \xrightarrow{(+)} 2c=2 \Rightarrow c=1 \Rightarrow |a|=2$$

چون دورهٔ تناوب تابع $12\pi$ است، پس: $\dfrac{2\pi}{|b|}=12\pi \Rightarrow |b|=\dfrac{1}{6}$

از طرفی چون تابع حول $x=0$ صعودی است، پس $a$ و $b$ هم‌علامت هستند، پس: $\dfrac{a}{b}=\dfrac{2}{\frac{1}{6}}=12$

www.SanjeshCloud.ir
T.me/SanjeshClouds

**۴- پاسخ: گزینهٔ ۲** ▲ مشخصات سؤال: ساده * حسابان ۲ (فصل ۲، درس ۲)

**خوبه اینو بدونی**

- $\tan(\alpha+\beta)=\dfrac{\tan\alpha+\tan\beta}{1-\tan\alpha\tan\beta}$

**جوابش اینه**

با توجه به آنکه $\tan\beta$ و $\tan\alpha$ ریشه‌های معادلهٔ $2x^2+3x+m=0$ هستند، پس:

$$\begin{cases}\tan\alpha+\tan\beta=-\dfrac{3}{2}\\ \tan\alpha\cdot\tan\beta=\dfrac{m}{2}\end{cases}$$

پس به این ترتیب داریم:

$$\tan(\alpha+\beta)=\frac{\tan\alpha+\tan\beta}{1-\tan\alpha\tan\beta}=\frac{-\frac{3}{2}}{1-\frac{m}{2}}=-\frac{3}{4}\Rightarrow\frac{\frac{1}{2}}{1-\frac{m}{2}}=\frac{1}{4}\Rightarrow 1-\frac{m}{2}=2\Rightarrow m=-2$$

**۵- پاسخ: گزینهٔ ۲** ▲ مشخصات سؤال: متوسط * حسابان ۲ (فصل ۴، درس ۲)

**خوبه اینو بدونی**

- $y=\cos x\Rightarrow y'=-\sin x$
- $\cos 2x=\cos^2 x-\sin^2 x$
- $y=\dfrac{f(x)}{g(x)}\Rightarrow y'=\dfrac{f'(x)g(x)-f(x)g'(x)}{g^2(x)}$

**جوابش اینه**

ابتدا تابع $f(x)$ را ساده می‌کنیم:

$$f(x)=\frac{1-\tan x}{1+\tan x}+\frac{1+\tan x}{1-\tan x}=\frac{(1-\tan x)^2+(1+\tan x)^2}{1-\tan^2 x}=\frac{2(1+\tan^2 x)}{1-\tan^2 x}=\frac{\frac{2}{\cos^2 x}}{1-\tan^2 x}=\frac{2}{\cos^2 x(1-\tan^2 x)}$$

$$=\frac{2}{\cos^2 x-\sin^2 x}=\frac{2}{\cos 2x}$$

پس:

$$f'(x)=\frac{0+4\sin 2x}{\cos^2 2x}\Rightarrow f'\left(\frac{3\pi}{8}\right)=\frac{4\sin\frac{3\pi}{4}}{\cos^2\frac{3\pi}{4}}=\frac{4\times\frac{\sqrt{2}}{2}}{(-\frac{\sqrt{2}}{2})^2}=4\sqrt{2}$$

**۶- پاسخ: گزینهٔ ۳** ▲ مشخصات سؤال: متوسط * حسابان ۲ (فصل ۴، درس ۲)

**خوبه اینو بدونی**

- $y=f(u)\Rightarrow y'=u'f'(u)$
- $y=f(x)g(x)\Rightarrow y'=f'(x)g(x)+f(x)g'(x)$

سنجش کلاد
www.SanjeshCloud.ir
T.me/SanjeshClouds

**جوابش اینه**

ابتدا مشتق $xf(\frac{۲}{x})$ را به کمک نکات به‌دست می‌آوریم:

$$y = xf(\frac{۲}{x}) \Rightarrow y' = (x)'f(\frac{۲}{x}) + (f(\frac{۲}{x}))' \times x = ۱ \times f(\frac{۲}{x}) - \frac{۲}{x^۲} f'(\frac{۲}{x}) \times x$$

بنابراین:

$$y'(۲) = f(۱) - \frac{۴}{۴} f'(۱) = f(۱) - f'(۱) = -۲ - (-۱) = -۱$$

**۷- پاسخ: گزینهٔ ۴** ▲ مشخصات سؤال: متوسط * حسابان ۲ (فصل ۴، درس ۲)

**خوبه اینو بدونی**

- $(f \times g)'(x) = f'(x)g(x) + f(x)g'(x)$

**جوابش اینه**

با توجه به نکته، داریم:

$$f(x) = \sin x \cdot \tan x \Rightarrow f'(x) = \cos x \tan x + (۱ + \tan^۲ x)\sin x \Rightarrow f'(\frac{\pi}{۴}) = (\frac{\sqrt{۲}}{۲} \times ۱) + (۲ \times \frac{\sqrt{۲}}{۲}) = \frac{\sqrt{۲}}{۲} + \sqrt{۲} = \frac{۳}{۲}\sqrt{۲}$$

**۸- پاسخ: گزینهٔ ۴** ▲ مشخصات سؤال: متوسط * حسابان ۲ (فصل ۵، درس ۱)

**خوبه اینو بدونی**

- اگر تابع $f$ در بازهٔ بستهٔ $[a,b]$ پیوسته باشد، آنگاه تابع در این بازه هم ماکزیمم مطلق و هم مینیمم مطلق دارد.
- برای یافتن اکسترمم مطلق یک تابع کافی است ابتدا مقادیر تابع را در نقاط بحرانی و نقاط ابتدا و انتهای بازه را به‌دست آوریم. نقطه یا نقاطی که بیشترین مقدار تابع در آن‌ها اتفاق می‌افتد، نقاط ماکزیمم مطلق تابع و مقدار تابع در این نقاط مقدار ماکزیمم مطلق تابع است. همچنین در بین نقاط مذکور نقطه یا نقاطی که کمترین مقدار تابع در آن‌ها اتفاق می‌افتد، نقاط مینیمم مطلق تابع و مقدار تابع در این نقاط مقدار مینیمم مطلق تابع است.

**جوابش اینه**

برای تعیین برد این تابع کافی است ماکزیمم مطلق و مینیمم مطلق این تابع را در بازهٔ داده‌شده (که در آن پیوسته است) به‌دست آوریم. ابتدا نقاط بحرانی را به‌دست می‌آوریم:

$$f'(x) = ۰ \Rightarrow ۶x^۲ - ۱۸x = ۰ \Rightarrow ۶x(x-۳) = ۰ \Rightarrow \begin{cases} x = ۰ \\ \text{یا} \\ x = ۳ \end{cases}$$

تنها نقطهٔ بحرانی تابع در بازهٔ $[\frac{۱}{۲}, ۴]$، $x = ۳$ است. اکنون مقادیر $f(۳)$ و $f(\frac{۱}{۲})$ و $f(۴)$ را با یکدیگر مقایسه می‌کنیم:

$$\begin{cases} f(۳) = ۲ \times ۲۷ - ۹ \times ۹ + ۷ = -۲۰ \\ f(\frac{۱}{۲}) = ۲(\frac{۱}{۸}) - ۹(\frac{۱}{۴}) + ۷ = \frac{۱}{۴} - \frac{۹}{۴} + ۷ = ۷ - ۲ = ۵ \\ f(۴) = ۲(۴)^۳ - ۹(۴)^۲ + ۷ = ۲(۶۴) - ۹(۱۶) + ۷ = -۹ \end{cases}$$

کمترین مقدار تابع $-۲۰$ و بیشترین مقدار آن ۵ است؛ بنابراین برد این تابع در بازهٔ داده‌شده به‌صورت $[-۲۰,۵]$ است.

**۹- پاسخ: گزینهٔ ۳** ▲ مشخصات سؤال: متوسط * حسابان ۲ (فصل ۵، درس ۱)

**خوبه اینو بدونی**

- برای یافتن اکسترمم مطلق یک تابع کافی است ابتدا مقادیر تابع را در نقاط بحرانی و نقاط ابتدا و انتهای بازه را به‌دست آوریم. نقطه یا نقاطی که بیشترین مقدار تابع در آن‌ها اتفاق می‌افتد نقاط ماکزیمم مطلق تابع و مقدار تابع در این نقاط مقدار ماکزیمم مطلق تابع است. همچنین در بین نقاط مذکور نقطه یا نقاطی که کمترین مقدار تابع در آن‌ها اتفاق می‌افتد نقاط مینیمم مطلق تابع و مقدار تابع در این نقاط مقدار مینیمم مطلق تابع است.

www.SanjeshCloud.ir
T.me/SanjeshClouds

**جوابش اینه**

تابع f در $\mathbb{R}$ مشتق‌پذیر است؛ بنابراین برای یافتن اکسترمم‌های مطلق f سراغ نقاطی می‌رویم که مشتق تابع در آن‌ها صفر است.

$$f'(x)=-۲\pi\sin\pi x\cos\pi x+\pi\cos\pi x=\pi\cos\pi x(۱-۲\sin\pi x)$$

$$f'(x)=۰\Rightarrow\begin{cases}\cos\pi x=۰\Rightarrow x=\frac{۱}{۲},\frac{۳}{۲},\frac{۵}{۲},\frac{۷}{۲},\cdots\\ \sin\pi x=\frac{۱}{۲}\Rightarrow x=\frac{۱}{۶},\frac{۵}{۶},\frac{۱۳}{۶},\frac{۱۷}{۶},\cdots\end{cases}$$

$$f(\frac{۱}{۲})=f(\frac{۵}{۲})=\cdots=۱\qquad f(\frac{۳}{۲})=f(\frac{۷}{۲})=\cdots=-۱\qquad f(\frac{۱}{۶})=f(\frac{۵}{۶})=\cdots=\frac{۵}{۴}$$

پس مقادیر ماکزیمم و مینیمم مطلق تابع برابر ۱- و $\frac{۵}{۴}$ است. یعنی خطوط افقی $y=-۱$ و $y=\frac{۵}{۴}$ از نقاط ماکزیمم و مینیمم مطلق عبور می‌کنند که فاصلهٔ این دو خط $۲/۲۵=\frac{۹}{۴}$ است.

**۱۰- پاسخ: گزینهٔ ۱** ▲ **مشخصات سؤال: متوسط * حسابان ۲ (فصل ۳، درس ۲)**

**جوابش اینه**

اگر $x\to-\infty$، $f(x)$ با مقادیر بزرگ‌تر از ۳- به عدد ۳- میل می‌کند و همچنین اگر $x\to+\infty$، $f(x)$ با مقادیر کمتر از ۲ به عدد ۲ میل می‌کند، بنابراین داریم:

$$\lim_{x\to-\infty}[f(x)]-\lim_{x\to+\infty}\left[\frac{۴}{f(x)}\right]=[(-۳)^+]-\left[\frac{۴}{۲^-}\right]=-۳-[۲^+]=-۳-۲=-۵$$

**۱۱- پاسخ: گزینهٔ ۳** ▲ **مشخصات سؤال: متوسط * حسابان ۲ (فصل ۳، درس‌های ۱ و ۲)**

**خوبه اینو بدونی**

- اگر طول نقاط تابع $y=f(x)$ را قرینه کنیم، نقاط تابع $y=f(-x)$ به‌دست می‌آیند. بنابراین نمودار تابع $y=f(-x)$ قرینهٔ نمودار تابع $y=f(x)$ نسبت به محور عرض‌ها است.
- خط $y=L$ را مجانب افقی نمودار $y=f(x)$ می‌نامیم به شرطی که حداقل یکی از دو شرط $\lim\limits_{x\to+\infty}f(x)=L$ و $\lim\limits_{x\to-\infty}f(x)=L$ برقرار باشد.

**جوابش اینه**

دو حالت زیر را در نظر می‌گیریم:

الف) $m=۰\Rightarrow f(x)=\frac{x+۸}{۲x-۵}$ ، $۲x-۵=۰\Rightarrow x=\frac{۵}{۲}$ : مجانب قائم

$$\lim_{x\to\pm\infty}\frac{x+۸}{۲x-۵}=\frac{۱}{۲}\Rightarrow y=\frac{۱}{۲}:\text{مجانب افقی}$$

بنابراین به‌ازای $m=۰$ تابع f دارای دو خط مجانب است.

ب) $m\neq۰\Rightarrow f(x)=\frac{x+۸}{mx^۲+۲x-۵}$

$$\lim_{x\to\pm\infty}\frac{x+۸}{mx^۲+۲x-۵}=\lim_{x\to\pm\infty}\frac{x}{mx^۲}=\lim_{x\to\pm\infty}\frac{۱}{mx}=۰$$

خط $y=۰$ مجانب افقی تابع است؛ بنابراین تابع باید فقط یک مجانب قائم داشته باشد و برای این کار یا باید مخرج ریشه مضاعف داشته باشد، یا اینکه ریشهٔ صورت، ریشهٔ مخرج نیز باشد.

حالت ۱ : $mx^۲+۲x-۵=۰\Rightarrow\Delta=۰\Rightarrow ۴+۲۰m=۰\Rightarrow m=-\frac{۴}{۲۰}=-\frac{۱}{۵}$

حالت ۲ : $mx^۲+۲x-۵=۰\xrightarrow{x=-۸}۶۴m-۱۶-۵=۰\Rightarrow m=\frac{۲۱}{۶۴}$

بنابراین به‌ازای سه مقدار $m=۰$، $m=-\frac{۱}{۵}$ و $m=\frac{۲۱}{۶۴}$ تابع f دارای دو خط مجانب است.

www.SanjeshCloud.ir
T.me/SanjeshClouds

**۱۲- پاسخ: گزینهٔ ۳** ▲ مشخصات سؤال: متوسط * حساب ۲ (فصل ۲، درس ۲)

**خوبه اینو بدونی**

- در حل معادلهٔ مثلثاتی اگر $\tan x = \tan \alpha$ آنگاه $x = k\pi + \alpha$.

**جوابش اینه**

با توجه به نکته، داریم:

$$\tan(\pi x) = -1 \Rightarrow \pi x = k\pi - \frac{\pi}{4} \Rightarrow x = k - \frac{1}{4} \quad ; \quad k \in \mathbb{Z}$$

$$0 \le k - \frac{1}{4} \le \frac{3\pi}{2} \Rightarrow \frac{1}{4} \le k \le \frac{3\pi}{2} + \frac{1}{4} \Rightarrow \frac{1}{4} \le k \le \frac{6\pi + 1}{4} \xrightarrow{k \in \mathbb{Z}} k = 1, 2, 3, 4$$

$$\Rightarrow \text{جواب‌های معادله}: \begin{cases} 1 - \frac{1}{4} \\ 2 - \frac{1}{4} \\ 3 - \frac{1}{4} \\ 4 - \frac{1}{4} \end{cases} \xrightarrow{\text{مجموع جواب‌ها}} 1 - \frac{1}{4} + 2 - \frac{1}{4} + 3 - \frac{1}{4} + 4 - \frac{1}{4} = 9$$

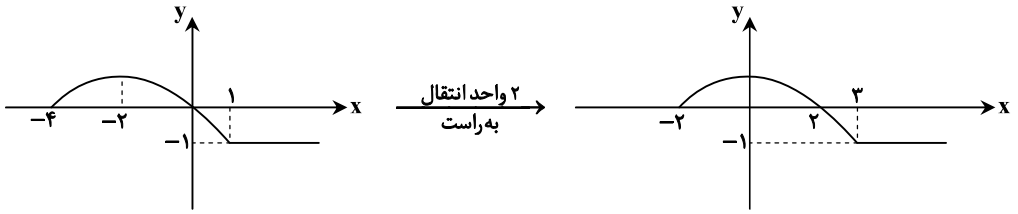
**۱۳- پاسخ: گزینهٔ ۱** ▲ مشخصات سؤال: متوسط * حساب ۲ (فصل ۱، درس ۱)

**خوبه اینو بدونی**

- برای رسم نمودار $y = f(x+k)$، اگر $k > 0$ کافی است نمودار تابع $f(x)$ را $k$ واحد در جهت افقی به‌سمت چپ انتقال دهیم و برای $k < 0$، این انتقال به اندازهٔ $|k|$ واحد به‌سمت راست انجام می‌شود.
- اگر طول نقاط تابع $y = f(x)$ را قرینه کنیم، نقاط تابع $y = f(-x)$ به‌دست می‌آیند. بنابراین نمودار تابع $y = f(-x)$ قرینهٔ نمودار تابع $y = f(x)$ نسبت به محور $y$ است.

**جوابش اینه**

با داشتن نمودار $y = f(-x)$ می‌توانیم نمودار $y = f(x)$ را رسم کنیم. کافی است آن را نسبت به محور عرض‌ها قرینه کنیم و برای رسم $f(x-2)$، این نمودار را ۲ واحد به‌سمت راست انتقال دهیم:




با توجه به نمودار، این تابع در بازهٔ $[0,3]$ اکیداً نزولی است.

**۱۴- پاسخ: گزینهٔ ۳** ▲ مشخصات سؤال: متوسط * حساب ۲ (فصل ۱، درس ۲)

**خوبه اینو بدونی**

- تابع $f$ را در یک مجموعه، اکیداً نزولی می‌گوییم، اگر برای هر دو مقدار $a$ و $b$ در این مجموعه که $a < b$، آنگاه $f(a) > f(b)$. در فاصله ای که یک تابع اکیداً نزولی است، با حرکت روی نمودار (از چپ به راست)، همواره روبه پایین خواهیم رفت.

www.SanjeshCloud.ir
T.me/SanjeshClouds

**جوابش اینه**

زیر رادیکال باید نامنفی باشد، پس داریم:

$$(\frac{۱}{۲})^{۳x-۲}-(\frac{۱}{۳۲})^{-x}\geq ۰ \Rightarrow (\frac{۱}{۲})^{۳x-۲}-(\frac{۱}{۲})^{-۵x}\geq ۰ \Rightarrow (\frac{۱}{۲})^{۳x-۲}\geq (\frac{۱}{۲})^{-۵x} \xrightarrow{(*)} ۳x-۲\leq -۵x \Rightarrow ۸x\leq ۲ \Rightarrow x\leq \frac{۱}{۴}$$

دقت کنید که چون تابع $(\frac{۱}{۲})^{x}$ اکیداً نزولی است، پس در مرحلهٔ (*) جهت نامعادله تغییر می‌کند.

**۱۵- پاسخ: گزینهٔ ۳** ▲ مشخصات سؤال: دشوار * حسابان ۲ (فصل ۱، درس ۲)

**جوابش اینه**

مطابق فرض $f(۵)=f(۲)=۰$ و $f(۰)=۱۰$ پس داریم:

$$\begin{cases} f(۰)=۱۰ \Rightarrow ۰+۰+۰+d=۱۰ \Rightarrow d=۱۰ \\ f(۲)=۰ \Rightarrow ۸+۴b+۲c+۱۰=۰ \\ f(۵)=۰ \Rightarrow ۱۲۵+۲۵b+۵c+۱۰=۰ \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} ۴b+۲c=-۱۸ \\ ۲۵b+۵c=-۱۳۵ \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} ۲b+c=-۹ \\ ۵b+c=-۲۷ \end{cases} \xrightarrow{(-)} -۳b=۱۸ \Rightarrow b=-۶, c=۳$$

بنابراین ضابطهٔ تابع به‌صورت $f(x)=x^{۳}-۶x^{۲}+۳x+۱۰$ است.

چون $x=۲$ و $x=۵$ صفرهای تابع هستند پس عبارت $f(x)$ بر $(x-۲)$ و $(x-۵)$ بخش‌پذیر است، پس بر $(x-۵)(x-۲)$ نیز بخش‌پذیر است. اکنون با تقسیم $f(x)$ بر $(x-۵)(x-۲)$ عامل سوم و در نتیجه صفر آخر معادله $f(x)=۰$ را به‌دست می‌آوریم.

$$\begin{array}{r|l} x^{۳}-۶x^{۲}+۳x+۱۰ & x^{۲}-۷x+۱۰ \\ \hline -(x^{۳}-۷x^{۲}+۱۰x) & x+۱ \\ \hline x^{۲}-۷x+۱۰ & \\ -(x^{۲}-۷x+۱۰) & \\ \hline ۰\quad ۰\quad ۰ & \end{array}$$

$$\Rightarrow f(x)=(x+۱)(x-۲)(x-۵)=۰ \Rightarrow x=-۱$$

**۱۶- پاسخ: گزینهٔ ۱** ▲ مشخصات سؤال: دشوار * حسابان ۲ (فصل ۴، درس ۳)

**خوبه اینو بدونی**

- آهنگ متوسط تغییر یک تابع را در بازه‌ای مانند $[a,a+h]$ به شکل زیر تعریف می‌کنیم:

$$\text{آهنگ متوسط تغییر تابع } f \text{ در بازهٔ } [a,a+h] = \frac{f(a+h)-f(a)}{h}$$

- آهنگ تغییر لحظه‌ای تابع $f$ را به‌صورت زیر تعریف می‌کنیم:

$$\text{آهنگ لحظه‌ای تغییر تابع } f \text{ در نقطهٔ } x=a = \lim_{h\to ۰}\frac{f(a+h)-f(a)}{h}=f'(a)$$

- $\cos ۲\alpha = ۲\cos^{۲}\alpha - ۱ \ , \ \sin ۲\alpha = ۲\sin\alpha\cos\alpha$

**جوابش اینه**

مطابق فرض سؤال داریم:

$$f'(c)=\frac{f(\pi)-f(۰)}{\pi-۰} \Rightarrow \cos c - c\sin c = \frac{-\pi-۰}{\pi} \Rightarrow \cos c+۱=c\sin c$$

$$\Rightarrow \frac{۱+\cos c}{\sin c}=c \Rightarrow \frac{۲\cos^{۲}\frac{c}{۲}}{۲\sin\frac{c}{۲}\cos\frac{c}{۲}}=c \Rightarrow \cot\frac{c}{۲}=c$$

www.SanjeshCloud.ir
T.me/SanjeshClouds

**۱۷- پاسخ: گزینهٔ ۲** ▲ مشخصات سؤال: دشوار * حسابان ۲ (فصل ۵، درس ۱)

**خوبه اینو بدونی**

- فرض کنیم تابع $f$ بر بازهٔ $[a,b]$ پیوسته و بر بازهٔ $(a,b)$ مشتق‌پذیر باشد. در این صورت:

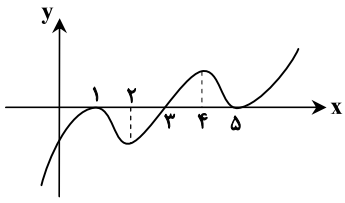
الف) اگر به‌ازای هر $x$ در $(a,b)$، $f'(x)>0$، آنگاه تابع $f$ بر $[a,b]$ صعودی اکید است.

ب) اگر به‌ازای هر $x$ در بازهٔ $(a,b)$، $f'(x)<0$، آنگاه تابع $f$ بر $[a,b]$ نزولی اکید است.

پ) اگر به‌ازای هر $x$ در بازهٔ $(a,b)$، $f'(x)=0$، آنگاه تابع $f$ بر $[a,b]$ یک تابع ثابت است.

**جوابش اینه**

با توجه به نمودار، تابع $f'$ در بازه‌های $(1,2)$ و $(4,5)$ اکیداً نزولی است. برای یافتن اینکه تابع $f$ در کدام بازه اکیداً صعودی است، کافی است $f'$ را تعیین علامت کنیم:




| $x$ | | ۱ | | ۳ | | ۵ | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $f'$ | − | ۰ | − | ۰ | + | ۰ | + |
| $f$ | ↘ | | ↘ | | ↗ | | ↗ |

با توجه به جدول، تابع $f$ در بازهٔ $(3,+\infty)$ اکیداً صعودی است.

با اشتراک دو بازهٔ به‌دست‌آمده داریم:

$$(4,5)\cap(3,+\infty)=(4,5)$$

**۱۸- پاسخ: گزینهٔ ۲** ▲ مشخصات سؤال: دشوار * حسابان ۲ (فصل ۵، درس ۱)

**خوبه اینو بدونی**

- برای یافتن اکسترمم مطلق یک تابع کافی است ابتدا مقادیر تابع را در نقاط بحرانی و نقاط ابتدا و انتهای بازه را به‌دست آوریم. نقطه یا نقاطی که بیشترین مقدار تابع در آن‌ها اتفاق می‌افتد نقاط ماکزیمم مطلق تابع و مقدار تابع در این نقاط مقدار ماکزیمم مطلق تابع است. همچنین در بین نقاط مذکور نقطه یا نقاطی که کمترین مقدار تابع در آن‌ها اتفاق می‌افتد نقاط مینیمم مطلق تابع و مقدار تابع در این نقاط مقدار مینیمم مطلق تابع است.

**جوابش اینه**

نمودار داده‌شده یک نیم‌دایره است، بنابراین طبق قضیهٔ فیثاغورس داریم:

$$a^2+b^2=1$$

قرار است $S=3a+4b$ بیشترین شود، پس $S$ را برحسب یک متغیر نوشته و ماکزیمم مطلق آن را پیدا می‌کنیم:

$$S=3a+4b \Rightarrow S=3a+4\sqrt{1-a^2} \Rightarrow S'=3-\frac{4a}{\sqrt{1-a^2}}$$

$$S'=0 \Rightarrow \frac{4a}{\sqrt{1-a^2}}=3 \Rightarrow 16a^2=9(1-a^2) \Rightarrow \begin{cases} a=\frac{3}{5} \\ a=-\frac{3}{5} \text{ غ‌ق‌ق} \end{cases}$$

از طرفی $S'$ در $a=1$ و $a=-1$ وجود ندارد؛ بنابراین داریم:

$$S=3a+4\sqrt{1-a^2} \Rightarrow \begin{cases} S(\frac{3}{5})=5 \\ S(1)=3 \\ S(-1)=-3 \end{cases}$$

بنابراین بیشترین مقدار $3a+4b$ برابر ۵ است.

www.SanjeshCloud.ir
T.me/SanjeshClouds

**اینجوری هم میشه**

از نامساوی $(ax+by)^۲ \le (a^۲+b^۲)(x^۲+y^۲)$ استفاده می‌کنیم:

$$(۳a+۴b)^۲ \le (۳^۲+۴^۲)(a^۲+b^۲) \Rightarrow (۳a+۴b)^۲ \le ۲۵\times ۱ \Rightarrow ۳a+۴b \le ۵$$

**۱۹- پاسخ: گزینهٔ ۱** ▲ **مشخصات سؤال: ساده * هندسه ۳ (فصل ۳، درس ۲)**

**خوبه اینو بدونی**

- اگر $\vec{a}=(a_۱,a_۲,a_۳)$ و $\vec{b}=(b_۱,b_۲,b_۳)$ دو بردار در $\mathbb{R}^۳$ باشند، در این صورت ضرب داخلی $\vec{a}$ در $\vec{b}$ را که با نماد $\vec{a}\cdot\vec{b}$ نمایش می‌دهیم، به‌صورت زیر تعریف می‌کنیم:

$$\vec{a}\cdot\vec{b}=a_۱b_۱+a_۲b_۲+a_۳b_۳$$

**جوابش اینه**

طبق نکتهٔ فوق داریم:

$$\vec{a}=(-۲,۴,۱) \quad , \quad \vec{b}=(m,-۱,۳) \Rightarrow \vec{a}\cdot\vec{b}=-۲m-۴+۳=-۷ \Rightarrow -۲m=-۶ \Rightarrow m=۳ \Rightarrow \vec{b}=(۳,-۱,۳)$$

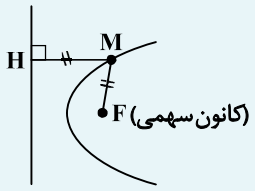
حال اندازهٔ بردار $\vec{b}$ را می‌یابیم.

$$|\vec{b}|=\sqrt{۹+۱+۹}=\sqrt{۱۹}$$

**۲۰- پاسخ: گزینهٔ ۴** ▲ **مشخصات سؤال: ساده * هندسه ۳ (فصل ۲، درس ۳)**

**خوبه اینو بدونی**

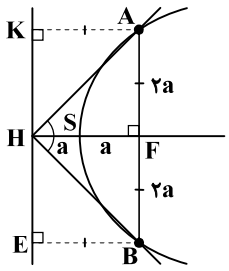
- سهمی، مکان هندسی نقاطی از یک صفحه است که از یک خط ثابت در آن صفحه و از یک نقطهٔ ثابت غیرواقع بر آن خط در آن صفحه به یک فاصله باشند.




$$MF = MH$$

**جوابش اینه**

طبق تعریف سهمی $AK = AF$، پس $AKHF$ یک مربع است؛ بنابراین:




$$AF = FH = ۲a$$

بنابراین مطابق شکل داریم:

$$AF = FB = FH = ۲a$$

پس دو مثلث $AHF$ و $BHF$ قائم‌الزاویهٔ متساوی‌الساقین‌اند؛ بنابراین:

$$A\hat{H}F = F\hat{H}B = ۴۵^\circ$$

در مثلث $ABH$، ارتفاع $FH$ میانهٔ وارد بر $AB$ است، پس مثلث $ABH$ قائم‌الزاویهٔ متساوی‌الساقین است.

**۲۱- پاسخ: گزینهٔ ۲** ▲ **مشخصات سؤال: متوسط * هندسه ۳ (فصل ۱، درس ۱)**

**خوبه اینو بدونی**

- برای ماتریس مربعی $A$، داریم:

$$A^۲ = A\times A$$

www.SanjeshCloud.ir
T.me/SanjeshClouds

**جوابش اینه**

ماتریس $A^{۲}$ را یافته و برابر با $۲I$ قرار می‌دهیم.

$$A^{۲}=\begin{bmatrix}a & b\\ ۱ & -۱\end{bmatrix}\begin{bmatrix}a & b\\ ۱ & -۱\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}a^{۲}+b & ab-b\\ a-۱ & b+۱\end{bmatrix}=۲I=\begin{bmatrix}۲ & ۰\\ ۰ & ۲\end{bmatrix}\Rightarrow\begin{cases}a^{۲}+b=۲\\ ab-b=۰\\ a-۱=۰\\ b+۱=۲\end{cases}\Rightarrow a=۱\ ,\ b=۱\Rightarrow a+b=۲$$

**۲۲- پاسخ: گزینهٔ ۳** ▲ مشخصات سؤال: متوسط * هندسه ۳ (فصل ۱، درس ۲)

**خوبه اینو بدونی**

- برای هر ماتریس مربعی مانند $A$، وارون ماتریس $A$ (در صورت وجود) ماتریسی است چون $B$ به طوری که $A\times B=B\times A=I$. در این صورت $B$ را وارون $A$ می‌نامیم و با $A^{-۱}$ نشان می‌دهیم.

$$A\times B=B\times A=I\Rightarrow A^{-۱}=B$$

- برای ماتریس مربعی $A$، داریم

$$|kA_{n\times n}|=k^{n}|A|\ ,\ k\in\mathbb{R}$$
$$|A^{n}|=|A|^{n}$$

**جوابش اینه**

طبق نکات بالا، داریم:

$$(۲A-I)^{-۱}=۴A^{۲}+۲A+I\Rightarrow(۲A-I)(۴A^{۲}+۲A+I)=I\Rightarrow ۸A^{۳}-I^{۳}=I\Rightarrow ۸A^{۳}=۲I$$
$$\Rightarrow A^{۳}=\frac{۱}{۴}I\Rightarrow|A^{۳}|=|\frac{۱}{۴}I|\Rightarrow|A|^{۳}=(\frac{۱}{۴})^{۳}|I|\Rightarrow|A|^{۳}=(\frac{۱}{۴})^{۳}\Rightarrow|A|=\frac{۱}{۴}$$

**۲۳- پاسخ: گزینهٔ ۳** ▲ مشخصات سؤال: متوسط * هندسه ۳ (فصل ۱، درس ۲)

**خوبه اینو بدونی**

- در حالت کلی اگر $A=\begin{bmatrix}a & b\\ c & d\end{bmatrix}$ ماتریس ضرایب و $B=\begin{bmatrix}e_{۱}\\ e_{۲}\end{bmatrix}$ ماتریس مقادیر معلوم و $X=\begin{bmatrix}x\\ y\end{bmatrix}$ ماتریس مجهولات دستگاه دو معادله و دو مجهول $\begin{cases}ax+by=e_{۱}\\ cx+dy=e_{۲}\end{cases}$ باشند، در این صورت دستگاه مذکور به شکل معادلهٔ ماتریسی $AX=B$ نوشته شده و در صورتی که ماتریس $A$ وارون‌پذیر باشد یا $|A|\neq۰$ با ضرب $A^{-۱}$ از چپ در معادلهٔ فوق می‌توان مجهولات را به‌صورت زیر به‌دست آورد:

$$AX=B\Rightarrow A^{-۱}(AX)=A^{-۱}B\Rightarrow(A^{-۱}A)X=A^{-۱}B\Rightarrow IX=A^{-۱}B\Rightarrow X=A^{-۱}B$$

**جوابش اینه**

$$\begin{cases}ax+by=۴\\ a'x+b'y=c'\end{cases}\Rightarrow A=\begin{bmatrix}a & b\\ a' & b'\end{bmatrix}\ ,\ X=\begin{bmatrix}x\\ y\end{bmatrix}\ ,\ B=\begin{bmatrix}۴\\ c'\end{bmatrix}$$
$$AX=B\Rightarrow X=A^{-۱}\cdot B\Rightarrow\begin{bmatrix}x\\ y\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}۲ & ۱\\ ۳ & -۲\end{bmatrix}\begin{bmatrix}۴\\ c'\end{bmatrix}\Rightarrow\begin{bmatrix}x\\ y\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}۸+c'\\ ۱۲-۲c'\end{bmatrix}\xrightarrow{y=۶}۱۲-۲c'=۶\Rightarrow c'=۳$$
$$\Rightarrow x=۸+c'=۸+۳=۱۱$$

**۲۴- پاسخ: گزینهٔ ۱** ▲ مشخصات سؤال: متوسط * هندسه ۳ (فصل ۲، درس ۱)

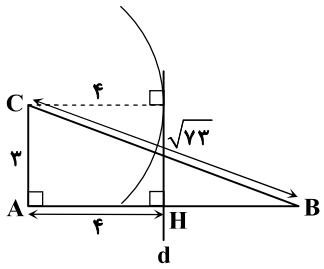
**خوبه اینو بدونی**

- مکان هندسی نقاطی که از دو نقطهٔ ثابت $A$ و $B$ در صفحه به یک فاصله‌اند، عمودمنصف پاره‌خط $AB$ است.
- مکان هندسی نقاطی که از نقطهٔ ثابت $O$ به فاصلهٔ ثابت $r$ قرار دارند، دایره‌ای به مرکز $O$ و شعاع $r$ است.

www.SanjeshCloud.ir
T.me/SanjeshClouds

**جوابش اینه**

با توجه به شکل مقابل داریم:



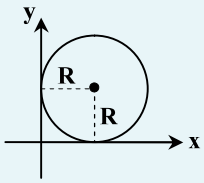

$$AB^۲ + AC^۲ = BC^۲ \Rightarrow AB^۲ + ۹ = ۷۳ \Rightarrow AB^۲ = ۶۴ \Rightarrow AB = ۸$$

اکنون خط d (عمودمنصف AB) و دایره‌ای به مرکز C و شعاع ۴ رسم می‌کنیم. محل برخورد این دایره با خط d جواب مسئله است. چون $AH = \frac{۱}{۲}AB = ۴$، پس این دایره بر خط d مماس است و مسئله یک جواب دارد.

**۲۵- پاسخ: گزینهٔ ۲** ▲ مشخصات سؤال: متوسط * هندسه ۳ (فصل ۲، درس ۲)

**خوبه اینو بدونی**

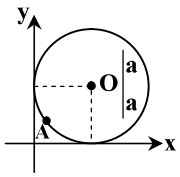
- معادلهٔ دایره‌ای به شعاع R که بر محورهای مختصات در ربع اول مماس است، به‌صورت زیر است:




$$(x-R)^۲ + (y-R)^۲ = R^۲$$

**جوابش اینه**

با توجه به شکل مقابل، معادلهٔ دایره به‌صورت زیر است:




$$(x-a)^۲ + (y-a)^۲ = a^۲$$

اکنون با توجه به اینکه دایره از نقطهٔ $A(۲,۳)$ می‌گذرد می‌توان نوشت:

$$(۲-a)^۲ + (۳-a)^۲ = a^۲ \Rightarrow ۴ + a^۲ - ۴a + ۹ + a^۲ - ۶a = a^۲ \Rightarrow a^۲ - ۱۰a + ۱۳ = ۰$$

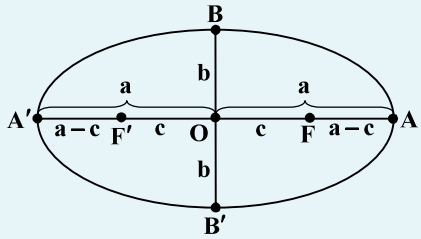
$$\Rightarrow a = \frac{۱۰ \pm \sqrt{۱۰۰ - ۵۲}}{۲} = \frac{۱۰ \pm ۴\sqrt{۳}}{۲} = ۵ \pm ۲\sqrt{۳}$$

پس، مرکز دایره یکی از نقاط $O_۱\begin{vmatrix}۵+۲\sqrt{۳}\\ ۵+۲\sqrt{۳}\end{vmatrix}$ یا $O_۲\begin{vmatrix}۵-۲\sqrt{۳}\\ ۵-۲\sqrt{۳}\end{vmatrix}$ است. مجموع طول و عرض مرکز دایره در حالت اول برابر $۱۰+۴\sqrt{۳}$ و در حالت دوم برابر $۱۰-۴\sqrt{۳}$ است. با توجه به گزینه‌ها، گزینهٔ ۲ پاسخ است.

**۲۶- پاسخ: گزینهٔ ۴** ▲ مشخصات سؤال: متوسط * هندسه ۳ (فصل ۲، درس ۳)

**خوبه اینو بدونی**

- در بیضی شکل زیر داریم:




۱) $AA' = ۲a$ = طول قطر بزرگ

۲) $BB' = ۲b$ = طول قطر کوچک

۳) $FF' = ۲c$ فاصلهٔ کانونی

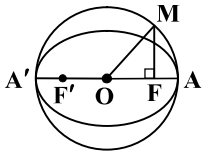
۴) $a^۲ = b^۲ + c^۲$

- خروج از مرکز هر بیضی با طول قطر بزرگ $۲a$ و اندازهٔ فاصلهٔ کانونی $۲c$ برابر $\frac{c}{a}$ است.

سنجش کلاد
www.SanjeshCloud.ir
T.me/SanjeshClouds

**جوابش اینه**

با توجه به شکل مقابل، چون شعاع دایره برابر $OA = a$ است، داریم:




$$OM = OA = a$$
$$OF = c \Rightarrow OM^2 = OF^2 + MF^2 \Rightarrow a^2 = c^2 + MF^2$$
$$\Rightarrow b^2 + c^2 = c^2 + MF^2 \Rightarrow MF = b \Rightarrow b = 2 \quad (*)$$

خروج از مرکز بیضی برابر $\frac{2}{3}$ است:

$$e = \frac{c}{a} = \frac{2}{3} \Rightarrow c = \frac{2}{3}a \Rightarrow c^2 = \frac{4}{9}a^2 \Rightarrow a^2 - b^2 = \frac{4}{9}a^2$$
$$\Rightarrow a^2 - \frac{4}{9}a^2 = b^2 \Rightarrow \frac{5}{9}a^2 = b^2 \Rightarrow \frac{a\sqrt{5}}{3} = b \xrightarrow{(*)} \frac{a\sqrt{5}}{3} = 2 \Rightarrow a = \frac{6}{\sqrt{5}} = \frac{6\sqrt{5}}{5}$$

بنابراین:

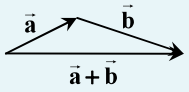
$$\text{قطر بزرگ} = 2a = 2 \times \frac{6\sqrt{5}}{5} = \frac{12\sqrt{5}}{5}$$

**۲۷- پاسخ: گزینهٔ ۲** ▲ مشخصات سؤال: متوسط * هندسه ۳ (فصل ۳، درس ۱)

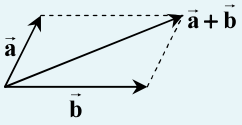
**خوبه اینو بدونی**

- تعبیر هندسی جمع بردارها:

الف) روش مثلثی: اگر دو بردار را پشت سر هم رسم کنیم، یعنی ابتدای یکی انتهای دیگری باشد. در این صورت $\vec{a}+\vec{b}$ برداری است که از ابتدای اولی به انتهای دومی رسم می‌شود.




ب) روش متوازی‌الاضلاع: اگر دو بردار را از مبدأ مشترک رسم کنیم، جمع دو بردار قطری از متوازی‌الاضلاع است که از مبدأ مشترک دو بردار رسم می‌شود.




- برای ۳ نقطهٔ A، B و C روابط برداری زیر برقرار است.

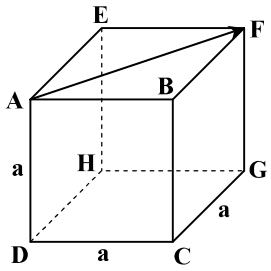
$$\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{AC} \ , \ \overrightarrow{AB} = -\overrightarrow{BA}$$

**جوابش اینه**

ابتدا عبارت‌های داده‌شده را ساده می‌کنیم:

$$2\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CG} + \overrightarrow{FE} = 2\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BF} + \overrightarrow{FE} = \overrightarrow{AB} + (\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BF} + \overrightarrow{FE}) = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AE} = \overrightarrow{AF}$$
$$\overrightarrow{DF} + \overrightarrow{GD} - \overrightarrow{AD} = (\overrightarrow{GD} + \overrightarrow{DF}) + \overrightarrow{DA} = \overrightarrow{GF} + \overrightarrow{DA} = \overrightarrow{DA} + \overrightarrow{DA} = 2\overrightarrow{DA}$$

حال با فرض اینکه اندازهٔ یال مکعب برابر a باشد، داریم:




$$\frac{|2\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CG} + \overrightarrow{FE}|}{|\overrightarrow{DF} + \overrightarrow{GD} - \overrightarrow{AD}|} = \frac{|\overrightarrow{AF}|}{|2\overrightarrow{DA}|} = \frac{a\sqrt{2}}{2a} = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

**۲۸- پاسخ: گزینهٔ ۲** ▲ مشخصات سؤال: دشوار * هندسه ۳ (فصل ۱، درس ۲)

**خوبه اینو بدونی**

- برای ماتریس مربعی A و عدد حقیقی k، داریم: $|kA_{n\times n}| = k^n |A_{n\times n}| \ , \ |A^n| = |A|^n$

- برای هر ماتریس مربعی مانند A، وارون ماتریس A (در صورت وجود) ماتریسی است چون B به طوری که $A \times B = B \times A = I$. در این صورت B را وارون A می‌نامیم و با $A^{-1}$ نشان می‌دهیم: $A \times B = B \times A = I \Rightarrow A^{-1} = B$

www.SanjeshCloud.ir
T.me/SanjeshClouds

جوابش اینه

$A$ ماتریسی $3\times 3$ است و مطابق فرض سؤال داریم:

$$A^3+2I=\bar{O}\Rightarrow A^3=-2I\Rightarrow |A^3|=|-2I|\Rightarrow |A^3|=(-2)^3|I|\Rightarrow |A|^3=(-2)^3\Rightarrow |A|=-2$$

$$A^3+2I=\bar{O}\Rightarrow A^3+I+I=\bar{O}\Rightarrow A^3+I^3=-I\Rightarrow (A+I)(A^2-A+I)=-I$$

$$\Rightarrow (A+I)^{-1}=-(A^2-A+I)=-A^2+A-I$$

حال، حاصل عبارت خواسته‌شده را به‌دست می‌آوریم:

$$\left|(A+I)^{-1}+A^2+I\right|=\left|-A^2+A-I+A^2+I\right|=|A|=-2$$

**۲۹- پاسخ: گزینهٔ ۱** ▲ **مشخصات سؤال: دشوار * هندسه ۳ (فصل ۳، درس ۲)**

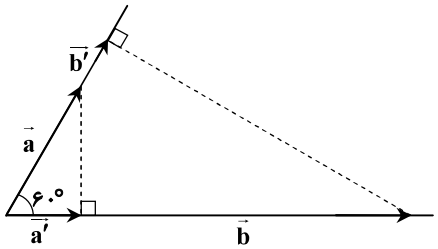
خوبه اینو بدونی

- اگر $0\le\theta\le\pi$ زاویهٔ بین دو بردار ناصفر $\vec{a}$ و $\vec{b}$ در $\mathbb{R}^3$ باشند، آنگاه:

$$\vec{a}\cdot\vec{b}=|\vec{a}||\vec{b}|\cos\theta$$

جوابش اینه

مطابق شکل، زاویهٔ بین بردارهای $\vec{a}'$ و $\vec{b}'$ همان زاویهٔ بین دو بردار $\vec{a}$ و $\vec{b}$ و برابر $60^\circ$ است و داریم:




$$\begin{cases}|\vec{a}'|=|\vec{a}|\cos 60^\circ=\frac{1}{2}|\vec{a}|\\ |\vec{b}'|=|\vec{b}|\cos 60^\circ=\frac{1}{2}|\vec{b}|\end{cases}$$

و در نتیجه، خواهیم داشت:

$$\vec{a}'\cdot\vec{b}'=|\vec{a}'||\vec{b}'|\cos 60^\circ=\frac{1}{2}|\vec{a}|\times\frac{1}{2}|\vec{b}|\cos 60^\circ=\frac{1}{4}(\underbrace{|\vec{a}||\vec{b}|\cos 60^\circ}_{\vec{a}\cdot\vec{b}\ \text{(نکته)}})=\frac{1}{4}\vec{a}\cdot\vec{b}=\frac{1}{4}\times 4=1$$

**۳۰- پاسخ: گزینهٔ ۲** ▲ **مشخصات سؤال: ساده * ریاضیات گسسته (فصل ۳، درس ۱)**

خوبه اینو بدونی

- تعداد جواب‌های صحیح و نامنفی معادلهٔ $x_1+x_2+x_3+\cdots+x_k=n$ برابر است با: $\binom{n+k-1}{k-1}$

جوابش اینه

ابتدا شرایط داده‌شده برای متغیرها را در معادله جای‌گذاری می‌کنیم:

$$\begin{cases}x_1\ge 2\Rightarrow x_1-2\ge 0\Rightarrow y_1=x_1-2\Rightarrow x_1=2+y_1 & (1)\\ x_2>3\Rightarrow x_2\ge 4\Rightarrow x_2-4\ge 0\Rightarrow y_2=x_2-4\Rightarrow x_2=4+y_2 & (2)\end{cases}$$

$$\xrightarrow[(2)]{(1)} 2+y_1+4+y_2+x_3=10\Rightarrow y_1+y_2+x_3=4$$

بنابراین مطابق نکته داریم:

$$\text{تعداد جواب‌ها}=\binom{4+3-1}{3-1}=\binom{6}{2}=15$$

سنجش کلاد
www.SanjeshCloud.ir
T.me/SanjeshClouds

**۳۱- پاسخ: گزینهٔ ۱** ▲ مشخصات سؤال: متوسط * ریاضیات گسسته (فصل ۱، درس ۱)

**خوبه اینو بدونی**

- هرگاه مجموع چند عبارت همواره نامنفی صفر باشد، آنگاه هرکدام از آن‌ها باید صفر باشند.
- دو گزارهٔ $P$ و $Q$ را هم‌ارز گوییم هرگاه ارزش آن‌ها یکی باشد. در این صورت از هریک می‌توان به دیگری رسید.

**جوابش اینه**

عبارت داده شده را ساده می‌کنیم تا به گزارهٔ هم‌ارز آن برسیم:

$$\frac{۱}{a}+\frac{۱}{b}=\frac{۱}{a+b} \Leftrightarrow \frac{a+b}{ab}=\frac{۱}{a+b} \Leftrightarrow (a+b)^۲=ab \Leftrightarrow a^۲+b^۲+۲ab=ab \Leftrightarrow a^۲+b^۲+ab=۰$$

$$\overset{\times ۲}{\Leftrightarrow} ۲a^۲+۲b^۲+۲ab=۰ \Leftrightarrow a^۲+b^۲+۲ab+a^۲+b^۲=۰ \Leftrightarrow (a+b)^۲+a^۲+b^۲=۰$$

با توجه به نکتهٔ بالا باید $a=۰$، $b=۰$ و $a+b=۰$ باشد که با دورقمی بودن $a$ و $b$ در تناقض است، پس هیچ جوابی وجود ندارد.

**۳۲- پاسخ: گزینهٔ ۲** ▲ مشخصات سؤال: متوسط * ریاضیات گسسته (فصل ۱، درس ۲)

**خوبه اینو بدونی**

- اگر عدد $a$ عدد $b$ را بشمارد، آنگاه هر مضرب صحیحِ عدد $b$ را نیز می‌شمارد؛ یعنی:

$$\boxed{a\mid b \Rightarrow a\mid mb}$$

- هرگاه عددی دو عدد را بشمارد، آنگاه مجموع و تفاضل آن دو عدد را نیز می‌شمارد.

$$\boxed{a\mid b \wedge a\mid c \Rightarrow a\mid b\pm c}$$

**جوابش اینه**

با استفاده از نکات بالا، داریم:

$$n+۳\mid n+۳ \Rightarrow n+۳\mid (n+۳)(n-۳) \Rightarrow n+۳\mid n^۲-۹$$

$$\begin{cases} n+۳\mid n^۲+۷ \\ n+۳\mid n^۲-۹ \end{cases} \Rightarrow n+۳\mid (n^۲+۷)-(n^۲-۹) \Rightarrow n+۳\mid ۱۶ \Rightarrow \begin{cases} n+۳=\pm ۱ \xrightarrow{n\in\mathbb{N}} \varnothing \\ n+۳=\pm ۲ \xrightarrow{n\in\mathbb{N}} \varnothing \\ n+۳=\pm ۴ \xrightarrow{n\in\mathbb{N}} n=۱: & ۴\mid ۸ \ \checkmark \\ n+۳=\pm ۸ \xrightarrow{n\in\mathbb{N}} n=۵: & ۸\mid ۳۲ \ \checkmark \\ n+۳=\pm ۱۶ \xrightarrow{n\in\mathbb{N}} n=۱۳: & ۱۶\mid ۱۷۶ \ \checkmark \end{cases}$$

بنابراین به‌ازای ۳ عدد طبیعی $n$، رابطهٔ داده شده برقرار است.

**۳۳- پاسخ: گزینهٔ ۴** ▲ مشخصات سؤال: متوسط * ریاضیات گسسته (فصل ۱، درس ۳)

**خوبه اینو بدونی**

- می‌توان به دو طرف یا یک طرفِ یک رابطهٔ هم‌نهشتی هر مضربی از پیمانه را اضافه یا از آن کم کرد.

$$a \overset{m}{\equiv} b \Rightarrow \begin{cases} a+mt \overset{m}{\equiv} b+mk \\ a-mt \overset{m}{\equiv} b-mk \end{cases}$$

- اگر بخواهیم دو طرف یک رابطهٔ هم‌نهشتی را بر عددی تقسیم کنیم، باید پیمانهٔ آن هم‌نهشتی را بر ب.م.م آن عدد و پیمانه تقسیم کنیم.

$$ac \overset{m}{\equiv} bc, (c,m)=d \Rightarrow a \overset{\frac{m}{d}}{\equiv} b$$

www.SanjeshCloud.ir
T.me/SanjeshClouds

**جوابش اینه**

با استفاده از نکات بالا، داریم:

$$۱۹a \overset{۱۳}{\equiv} ۲۸ \Rightarrow ۱۹a-۱۳a \overset{۱۳}{\equiv} ۲۸-۲\times ۱۳ \Rightarrow ۶a \overset{۱۳}{\equiv} ۲ \xrightarrow[(۲,۱۳)=۱]{\div ۲} ۳a \overset{۱۳}{\equiv} ۱ \Rightarrow ۳a \overset{۱۳}{\equiv} ۱-۱۳ \Rightarrow ۳a \overset{۱۳}{\equiv} -۱۲$$

$$\xrightarrow[(۳,۱۳)=۱]{\div ۳} a \overset{۱۳}{\equiv} -۴ \Rightarrow a \overset{۱۳}{\equiv} -۴+۱۳ \Rightarrow a \overset{۱۳}{\equiv} ۹ \xrightarrow[\text{هم‌نهشت}]{\text{طبق تعریف}} a = ۱۳k+۹ \xrightarrow{k=۷} a = ۱۰۰$$

رقم یکان $a = ۱۰۰$ برابر صفر است.

**۳۴- پاسخ: گزینهٔ ۳** ▲ مشخصات سؤال: متوسط * ریاضیات گسسته (فصل ۲، درس ۱)

**خوبه اینو بدونی**

- اگر $G$ یک گراف $n$ رأسی باشد، مقدار $q(G)+q(\bar{G})$ برابر است با:

$$q(G)+q(\bar{G}) = \binom{n}{۲} = \frac{n(n-۱)}{۲}$$

- در گراف $k$- منتظم مرتبهٔ $p$ با اندازهٔ $q$ داریم: $kp = ۲q$

**جوابش اینه**

مطابق نکات، می‌توان نوشت:

$$q(G)+q(\bar{G}) = q(K_p) \Rightarrow q(G)+۵q(G) = q(K_p) \Rightarrow ۶q(G) = \frac{p(p-۱)}{۲} \Rightarrow ۱۲q(G) = p(p-۱)$$

گراف $G$، ۴- منتظم است، یعنی درجهٔ تمام رأس‌های آن ۴ می‌باشد و رابطهٔ روبه‌رو برقرار است:

$$kp = ۲q(G) \Rightarrow ۴p = ۲q(G) \Rightarrow q(G) = ۲p$$

بنابراین:

$$۱۲q(G) = p(p-۱) \Rightarrow ۱۲\times ۲p = p(p-۱) \Rightarrow ۲۴p = p(p-۱) \Rightarrow ۲۴ = p-۱ \Rightarrow p = ۲۵ \Rightarrow q(G) = ۲\times ۲۵ = ۵۰$$

**۳۵- پاسخ: گزینهٔ ۴** ▲ مشخصات سؤال: متوسط * ریاضیات گسسته (فصل ۱، درس ۳)

**خوبه اینو بدونی**

- می‌توان به دو طرف یا یک طرفِ یک رابطهٔ هم‌نهشتی هر مضربی از پیمانه را اضافه یا از آن کم کرد.

$$a \overset{m}{\equiv} b \Rightarrow \begin{cases} a+mt \overset{m}{\equiv} b+mk \\ a-mt \overset{m}{\equiv} b-mk \end{cases}$$

- دو طرف یک رابطهٔ هم‌نهشتی را می‌توان به توان $n$ رساند. $(n \in \mathbb{N})$

$$a \overset{m}{\equiv} b \Rightarrow a^n \overset{m}{\equiv} b^n$$

**جوابش اینه**

برای اینکه عدد $۵^n-۱$ بر ۷ بخش‌پذیر باشد، باید داشته باشیم: $۵^n-۱ \overset{۷}{\equiv} ۰$ یعنی؛ $۵^n \overset{۷}{\equiv} ۱$

$$۵^۲ \overset{۷}{\equiv} ۲۵ \overset{۷}{\equiv} ۲۵-۳\times ۷ \overset{۷}{\equiv} ۴ \xrightarrow{\times ۵} ۵^۳ \overset{۷}{\equiv} ۲۰ \overset{۷}{\equiv} ۲۰-۳\times ۷ \overset{۷}{\equiv} -۱ \xrightarrow{\text{توان ۲}} ۵^۶ \overset{۷}{\equiv} ۱ \Rightarrow (۵^۶)^k \overset{۷}{\equiv} ۱^k \Rightarrow ۵^{۶k} \overset{۷}{\equiv} ۱$$

پس برای برقراری رابطهٔ $۵^n \overset{۷}{\equiv} ۱$ باید داشته باشیم $n = ۶k$. حال تعداد اعداد سه‌رقمی $n$ را به‌دست می‌آوریم.

$$۱۰۰ \le n \le ۹۹۹ \xrightarrow{n=۶k} ۱۰۰ \le ۶k \le ۹۹۹ \Rightarrow ۱۷ \le k \le ۱۶۶$$

بنابراین تعداد اعداد سه‌رقمی $n$ که در رابطهٔ مورد نظر صدق می‌کنند، برابر است با:

$$۱۶۶-۱۷+۱ = ۱۵۰$$

www.SanjeshCloud.ir
T.me/SanjeshClouds

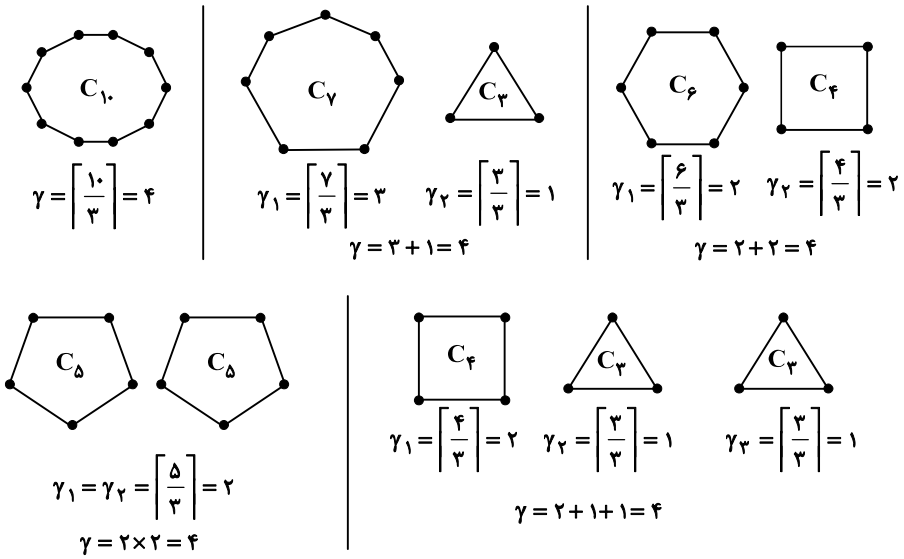
**۳۶- پاسخ: گزینهٔ ۱** ▲ مشخصات سؤال: متوسط * ریاضیات گسسته (فصل ۲، درس ۲)

**خوبه اینو بدونی**

- زیرمجموعهٔ $D$ از مجموعه رئوس گراف $G$ را مجموعهٔ احاطه‌گر می‌نامیم هرگاه هر رأس از گراف یا در $D$ باشد و یا حداقل با یکی از رئوس $D$ مجاور باشد.
- در بین تمام مجموعه‌های احاطه‌گر $G$، مجموعه یا مجموعه‌هایی که کمترین تعداد عضو را داشته باشند، مجموعهٔ احاطه‌گر مینیمم (γ – مجموعه) می‌نامیم و تعداد اعضای آن‌ها را عدد احاطه‌گری گراف $G$ گویند و آن را با $\gamma(G)$ نمایش می‌دهند.
- عدد احاطه‌گری گراف‌های $C_n$ و $P_n$ برابر $\left\lceil \frac{n}{3} \right\rceil$ است و عدد احاطه‌گری گراف مکمل آن‌ها همواره برابر ۲ است.
- گراف‌های ۲– منتظم را می‌توان به کمک اجتماع گراف‌های $C_n$ به‌صورت ناهمبند رسم کرد.

**جوابش اینه**

با توجه به نکتهٔ ۴، گراف ۲– منتظم مرتبهٔ ۱۰ را می‌توان به شکل‌های زیر رسم نمود که با توجه به نکتهٔ ۳، عدد احاطه‌گری هریک قابل محاسبه است.




بنابراین اختلاف عدد احاطه‌گری گراف ۲– منتظم مرتبهٔ ۱۰ در حالت همبند با ناهمبند برابر صفر است و گزینهٔ ۱ پاسخ است.

**۳۷- پاسخ: گزینهٔ ۱** ▲ مشخصات سؤال: متوسط * ریاضیات گسسته (فصل ۳، درس ۲)

**خوبه اینو بدونی**

- برای دو مجموعهٔ دلخواه $A$ و $B$ داریم:

$$|A \cup B| = |A| + |B| - |A \cap B|$$

**جوابش اینه**

اگر مجموعهٔ $A$ را کلمات چهارحرفی شامل $a$ در نظر بگیریم، داریم:

$$|A| = \binom{۵}{۳} \times ۴! = ۱۰ \times ۲۴ = ۲۴۰$$

و همچنین اگر مجموعهٔ $B$ را کلمات چهارحرفی شامل $b$ درنظر بگیریم، داریم:

$$|B| = |A| = ۲۴۰$$

$A \cap B$ مجموعهٔ کلمات چهارحرفی شامل $a$ و $b$ هستند و تعدادشان برابر است با:

$$|A \cap B| = \binom{۴}{۲} \times ۴! = ۶ \times ۲۴ = ۱۴۴$$

و در نتیجه با توجه به نکته، خواهیم داشت:

$$|A \cup B| = ۲۴۰ + ۲۴۰ - ۱۴۴ = ۳۳۶$$

www.SanjeshCloud.ir
T.me/SanjeshClouds

**۳۸- پاسخ: گزینهٔ ۴** ▲ مشخصات سؤال: متوسط * ریاضیات گسسته (فصل ۳، درس ۱)

**خوبه اینو بدونی**

- یک جدول مربعی از اعداد ۱، ۲، ... و $n$ به‌شکل یک مربع $n \times n$ را که سطرها و ستون‌های آن با اعداد ۱، ۲، ... و $n$ پر شده باشد و در هیچ سطر آن و نیز در هیچ ستون آن عدد تکراری وجود نداشته باشد، «مربع لاتین» می‌نامیم. (به هر یک از اعداد درون مربع لاتین یک درایه می‌گوییم.)
- دو مربع لاتین متعامد: فرض کنید $A$ و $B$ دو مربع لاتین هم‌مرتبه باشند به‌طوری که از کنار هم قرار دادن درایه‌های نظیر از این دو مربع، مربع جدیدی از همان مرتبه حاصل شود که هر خانهٔ آن حاوی یک عدد دورقمی است که تمام رقم‌های سمت چپ مربوط به مربع $A$ و تمام رقم‌های سمت راست مربوط به مربع $B$ (و یا برعکس) است. در این صورت گوییم دو مربع لاتین $A$ و $B$ «متعامدند» هرگاه هیچ‌یک از اعداد دورقمی موجود در خانه‌های مربع جدید تکرار نشده باشند.

**جوابش اینه**

ابتدا مربع صورت سؤال را کامل می‌کنیم:

| | | |
|---|---|---|
| ۳ | ۱ | ۲ |
| ۲ | ۳ | ۱ |
| ۱ | ۲ | ۳ |

با کامل کردن مربع‌های لاتین گزینه‌ها، هریک از آن‌ها را برای متعامد بودن با مربع داده شده در صورت سؤال مقایسه می‌کنیم:

(گزینهٔ ۱)

| | | |
|---|---|---|
| ۱ | ۲ | ۳ |
| ۲ | ۳ | ۱ |
| ۳ | ۱ | ۲ |

| | | |
|---|---|---|
| ۳ | ۱ | ۲ |
| ۲ | ۳ | ۱ |
| ۱ | ۲ | ۳ |

$\Rightarrow$

| | | |
|---|---|---|
| ۱۳ | ۲۱ | ۳۲ |
| ۲۲ | ۳۳ | ۱۱ |
| ۳۱ | ۱۲ | ۲۳ |

✓

(گزینهٔ ۲)

| | | |
|---|---|---|
| ۲ | ۱ | ۳ |
| ۱ | ۳ | ۲ |
| ۳ | ۲ | ۱ |

| | | |
|---|---|---|
| ۳ | ۱ | ۲ |
| ۲ | ۳ | ۱ |
| ۱ | ۲ | ۳ |

$\Rightarrow$

| | | |
|---|---|---|
| ۲۳ | ۱۱ | ۳۲ |
| ۱۲ | ۳۳ | ۲۱ |
| ۳۱ | ۲۲ | ۱۳ |

✓

(گزینهٔ ۳)

| | | |
|---|---|---|
| ۳ | ۲ | ۱ |
| ۲ | ۱ | ۳ |
| ۱ | ۳ | ۲ |

| | | |
|---|---|---|
| ۳ | ۱ | ۲ |
| ۲ | ۳ | ۱ |
| ۱ | ۲ | ۳ |

$\Rightarrow$

| | | |
|---|---|---|
| ۳۳ | ۲۱ | ۱۲ |
| ۲۲ | ۱۳ | ۳۱ |
| ۱۱ | ۳۲ | ۲۳ |

✓

(گزینهٔ ۴)

| | | |
|---|---|---|
| ۱ | ۲ | ۳ |
| ۳ | ۱ | ۲ |
| ۲ | ۳ | ۱ |

| | | |
|---|---|---|
| ۳ | ۱ | ۲ |
| ۲ | ۳ | ۱ |
| ۱ | ۲ | ۳ |

$\Rightarrow$

| | | |
|---|---|---|
| ۱۳ | ۲۱ | ۳۲ |
| ۳۲ | ۱۳ | ۲۱ |
| ۲۱ | ۳۲ | ۱۳ |

✗

بنابراین گزینهٔ ۴ پاسخ است.

**۳۹- پاسخ: گزینهٔ ۳** ▲ مشخصات سؤال: دشوار * ریاضیات گسسته (فصل ۱، درس ۲)

**خوبه اینو بدونی**

- اگر $a$ عددی صحیح و $b$ عددی طبیعی باشد، اعداد صحیح $q$ و $r$ یافت می‌شوند به‌طوری که $a = bq + r$ و $0 \le r < b$ که در آن $a$ مقسوم، $b$ مقسوم‌علیه، $q$ خارج‌قسمت و $r$ باقی‌مانده می‌باشد.
- $$\forall a, b \in \mathbb{Z} \; ; \; a \mid b \xleftrightarrow{q \in \mathbb{Z}} \begin{cases} b = aq \\ \text{.} a \text{ مقسوم‌علیه } b \text{ است} \end{cases}$$

**جوابش اینه**

با توجه به نکتهٔ ۱، داریم:

$$۴a + ۱۲ = aq + ۲r$$

$$۲a + ۳ = aq' + r \xrightarrow{\times ۲} ۴a + ۶ = ۲aq' + ۲r$$

www.SanjeshCloud.ir
T.me/SanjeshClouds

طرفین دو رابطهٔ بالا را از هم کم می‌کنیم:

$$(۴a+۱۲)-(۴a+۶)=aq+۲r-۲aq'-۲r \Rightarrow ۶=a(\underbrace{q-۲q'}_{q''})$$

$$\Rightarrow ۶=aq'' \xrightarrow{\text{نکتهٔ ۲}} a\mid ۶ \xrightarrow{\text{نکتهٔ ۲}} a\in\{۱,۲,۳,۶\}$$

برحسب مقادیر a، داریم:

$$a=۱ \Rightarrow \begin{cases} ۴a+۱۲=۱۶ \Rightarrow \text{باقی‌مانده بر ۱}=۰ \\ ۲a+۳=۵ \Rightarrow \text{باقی‌مانده بر ۱}=۰ \end{cases} \checkmark$$

$$a=۲ \Rightarrow \begin{cases} ۴a+۱۲=۲۰ \Rightarrow \text{باقی‌مانده بر ۲}=۰ \\ ۲a+۳=۷ \Rightarrow \text{باقی‌مانده بر ۲}=۱ \end{cases} \times$$

$$a=۳ \Rightarrow \begin{cases} ۴a+۱۲=۲۴ \Rightarrow \text{باقی‌مانده بر ۳}=۰ \\ ۲a+۳=۹ \Rightarrow \text{باقی‌مانده بر ۳}=۰ \end{cases} \checkmark$$

$$a=۶ \Rightarrow \begin{cases} ۴a+۱۲=۳۶ \Rightarrow \text{باقی‌مانده بر ۶}=۰ \\ ۲a+۳=۱۵ \Rightarrow \text{باقی‌مانده بر ۶}=۳ \end{cases} \times$$

پس برای a، ۲ مقدار طبیعی ۱ و ۳ یافت می‌شود و گزینهٔ ۳ پاسخ است.

**۴۰- پاسخ: گزینهٔ ۲** ▲ **مشخصات سؤال: دشوار * ریاضیات گسسته (فصل ۲، درس ۱)**

**خوبه اینو بدونی**

- گراف G را همبند گوییم هرگاه بین هر دو رأس آن حداقل یک مسیر موجود باشد. اگر G همبند نباشد، ناهمبند است.
- دنبالهٔ $v_۱v_۲v_۳\dots v_nv_۱$ $(n\geq ۳)$ از رئوس دوبه‌دو متمایز که در آن هر رأس به رأس بعدی مجاور است را یک دور به طول n می‌نامیم.

**جوابش اینه**

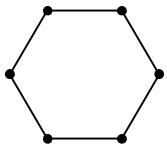
حالت‌های مختلف گراف را بررسی می‌کنیم:

$p+q=۱۲ \Rightarrow$

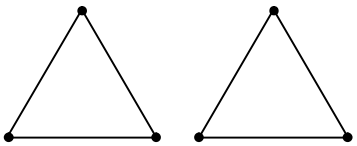
| p | ۱ | ۲ | ۳ | ۴ | ۵ | ۶ | ۷ | ۸ | ۹ | ۱۰ | ۱۱ | ۱۲ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| q | ۱۱ | ۱۰ | ۹ | ۸ | ۷ | ۶ | ۵ | ۴ | ۳ | ۲ | ۱ | ۰ |

گراف تشکیل نمی‌شوند ↓ نامنتظم

گراف منتظم از مرتبهٔ ۶ و اندازهٔ ۶ یک گراف ۲- منتظم مرتبهٔ ۶ است که به دو نوع قابل‌رسم است:



همبند
×
غیرقابل‌قبول



ناهمبند
✓
۲ دور

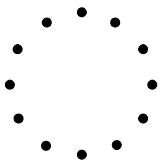
و اینک ادامهٔ حالت‌های گراف:

$p=۱۲$, $q=۰$ ✓ ناهمبند و منتظم

$p=۱۱$, $q=۱$ × ؛ $p=۱۰$, $q=۲$ × ؛ $p=۹$, $q=۳$ × نامنتظم

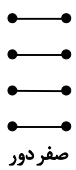
$p=۸$, $q=۴$ ✓ ناهمبند و منتظم

$p=۷$, $q=۵$ × نامنتظم



صفردور

۰- منتظم مرتبهٔ ۱۲



صفردور

۱- منتظم مرتبهٔ ۸

بنابراین گراف G حداکثر ۲ دور دارد و گزینهٔ ۲ پاسخ است.

www.SanjeshCloud.ir
T.me/SanjeshClouds

# فیـــزیک

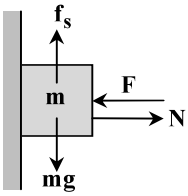
**۴۱- پاسخ: گزینهٔ ۲** ▲ مشخصات سؤال: ساده * فیزیک ۳ (فصل ۴)

جواب اینه

وقتی نور تکفام از لبه‌ها و شکاف یک تیغ تیز عبور می‌کند و سپس بر یک پرده می‌تابد، نقشی روی پرده ایجاد می‌شود که حاصل پدیده‌هـای پراش و تداخل است.

**۴۲- پاسخ: گزینهٔ ۱** ▲ مشخصات سؤال: ساده * فیزیک ۳ (فصل ۲)

جواب اینه




جسم در هر دو حالت ساکن است و در این صورت $f_s = mg$ خواهد بود. بنابراین افزایش نیروی F تأثیری در نیروی اصطکاک ندارد.

**۴۳- پاسخ: گزینهٔ ۱** ▲ مشخصات سؤال: متوسط * فیزیک ۳ (فصل ۲)

جواب اینه

$$p = mv \quad و \quad T = \frac{۲\pi r}{v}$$

$$T = \frac{\Delta t}{N} = \frac{۶۰}{۲۰} = ۳\,s$$

$$\Rightarrow F_{net} = \frac{mv^۲}{r} = mv \cdot \frac{v}{r} = p \times \frac{۲\pi}{T} \simeq ۵۰ \times \frac{۲ \times ۳}{۳} = ۱۰۰\,N$$

**۴۴- پاسخ: گزینهٔ ۲** ▲ مشخصات سؤال: ساده * فیزیک ۳ (فصل ۶)

جواب اینه

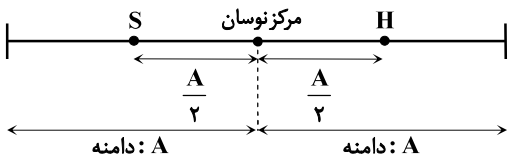
یک هستهٔ برانگیخته با تابش پرتوهای گاما می‌تواند به حالت پایه برسد.

**۴۵- پاسخ: گزینهٔ ۴** ▲ مشخصات سؤال: متوسط * فیزیک ۳ (فصل ۳)

جواب اینه

در هر دوره مسافت $۴A$ طی می‌شود؛ بنابراین دامنهٔ نوسان $۲۰cm$ است.

برای اینکه نوسانگر در کمترین زمان ممکن، مسافت A را طی کنـد، بایـد بیشترین تندی را داشته باشد. در واقع نوسانگر باید از فاصلهٔ $\frac{A}{۲}$ در یک طرف مرکز به فاصلهٔ $\frac{A}{۲}$ از مرکز در طرف مخالف برسد.

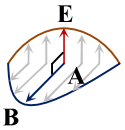



زمان لازم برای طی کردن مسافت $\frac{A}{۲}$ تا مرکز به‌اندازهٔ $\frac{T}{۱۲}$ اسـت. بنـابراین زمـان لازم بـرای اینکـه نوسـانگر از S بـه H برسـد، معـادل $\frac{T}{۱۲} + \frac{T}{۱۲} = \frac{T}{۶}$ است.

www.SanjeshCloud.ir
T.me/SanjeshClouds

**۴۶- پاسخ: گزینهٔ ۱** ▲ مشخصات سؤال: متوسط * فیزیک ۳ (فصل ۳)

جوابش اینه



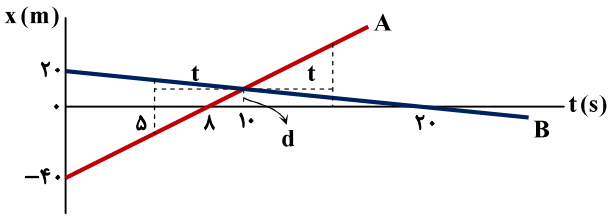

با توجه به جهت بردارهای $\vec{E}$ و $\vec{B}$ و استفاده از قاعدهٔ دست راست، جهت انتشار موج، جهت مثبت محور x است و در نقطهٔ A میدان الکتریکی و مغناطیسی به تبعیت از ذرهٔ قبلی (سمت چپی) در حال کاهش هستند. ثانیاً بسامد تغییرات میدان الکتریکی و مغناطیسی در موج الکترومغناطیسی یکسان است.

**۴۷- پاسخ: گزینهٔ ۳** ▲ مشخصات سؤال: دشوار * فیزیک ۳ (فصل ۱)

جوابش اینه

با توجه به اینکه نمودارها به‌صورت خط راست می‌باشند یعنی حرکت اجسام با سرعت ثابت انجام می‌شود.

با استفاده از شیب نمودار مکان- زمان ابتدا سرعت متحرک‌های A و B را حساب می‌کنیم:




$$v_A = \frac{۰-(-۴۰)}{۸} = ۵\frac{m}{s} \Rightarrow \frac{d}{۱۰-۸} = \frac{d}{۲} = ۵$$

$$\Rightarrow d = ۱۰m$$

$$v_B = \frac{۰-d}{۲۰-۱۰} = -\frac{d}{۱۰} = -۱\frac{m}{s}$$

با استفاده از معادلهٔ مکان- زمان در حرکت با سرعت ثابت، مکان اولیهٔ جسم B را مشخص می‌کنیم:

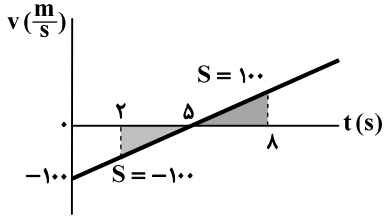
$$x_B = v_B t + x_{۰B} \xrightarrow{t=۲۰s} ۰ = (-۱\times ۲۰) + x_{۰B} \Rightarrow x_{۰B} = ۲۰m$$

در این صورت مدت‌زمان خواسته‌شده برابر است با:

$$\frac{t}{۱۰} = \frac{۱۵}{۶۰} \Rightarrow t = ۲/۵s \Rightarrow ۲t = ۲/۵\times ۲ = ۵s$$

**۴۸- پاسخ: گزینهٔ ۱** ▲ مشخصات سؤال: متوسط * فیزیک ۳ (فصل ۱)

جوابش اینه




نمودار مکان- زمان به‌صورت سهمی است. پس حرکت با شتاب ثابت انجام شده است. یعنی نمودار سرعت- زمان به‌صورت خطی می‌باشد. با استفاده از مقایسهٔ سطح زیر نمودار در مدت‌زمان‌های مشخص‌شده داریم: (در لحظهٔ $t = \frac{۲+۸}{۲} = ۵s$ سرعت برابر صفر است.)

$$\Rightarrow (\frac{۵-۲}{۵})^۲ = \frac{۱۰۰}{|S_{۰,۵}|} = \frac{۹}{۲۵} \Rightarrow |S_{۰,۵}| = \frac{۲۵۰۰}{۹}m$$

در این صورت جابه‌جایی انجام‌شده در مدت‌زمان ۸ ثانیه برابر است با:

$$۰ \le t < ۸s \Rightarrow \Delta x = -\frac{۲۵۰۰}{۹} + ۱۰۰ = -\frac{۱۶۰۰}{۹}m$$

پس سرعت متوسط برابر است با:

$$v_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{-\frac{۱۶۰۰}{۹}}{۸} = -\frac{۱۶۰۰}{۸\times ۹} = -\frac{۲۰۰}{۹} \Rightarrow |v_{av}| = \frac{۲۰۰}{۹}\frac{m}{s}$$

**۴۹- پاسخ: گزینهٔ ۴** ▲ مشخصات سؤال: ساده * فیزیک ۳ (فصل ۱)

جوابش اینه

با توجه به شکلِ مسیر حرکت نسبت تندی متوسط به سرعت متوسط را حساب می‌کنیم:

$$\begin{cases} \ell = AC + CD + DB = ۷BC \\ \Delta x = AB = ۳BC \end{cases} \Rightarrow \frac{\ell}{\Delta x} = \frac{۷}{۳} \Rightarrow \frac{s_{av}}{|v_{av}|} = \frac{۷}{۳}$$

$$s_{av} = |v_{av}| + ۸ \Rightarrow \frac{۴}{۳}|v_{av}| = ۸ \Rightarrow |v_{av}| = ۶\frac{m}{s}$$

$$|v_{av}| = \frac{AB}{۱۰} \Rightarrow ۶ = \frac{AB}{۱۰} \Rightarrow AB = ۶۰m \Rightarrow AC = ۸۰m$$

www.SanjeshCloud.ir
T.me/SanjeshClouds

**۵۰- پاسخ: گزینهٔ ۲** ▲ مشخصات سؤال: متوسط * فیزیک ۳ (فصل ۱)

جملات «ب» و «پ» درست و جملات «الف» و «ت» نادرست هستند.

الف) عوض شدن جهت حرکت در $x-t$ هستند که در مدت $t=0$ تا $t=t_3$ یک مرتبه است. maxها و minهای منحنی

ب) شیب مماس بر نمودار $x-t$ سرعت لحظه‌ای است، $v(0)=0$ و $v(t_2)<0$، پس $\Delta v$ منفی و $a_{av}$ هم منفی است.

پ و ت) به‌اندازهٔ شیب خط مماس بر نمودار $x-t$ توجه کنید. اگر شیب در حال افزایش باشد حرکت تندشونده است و اگر در حال کاهش باشد حرکت کندشونده است.

از $t=0$ تا $t=t_1$ حرکت همواره تندشونده است.

**۵۱- پاسخ: گزینهٔ ۱** ▲ مشخصات سؤال: متوسط * فیزیک ۳ (فصل ۱)

$$x=\frac{1}{2}at^2+v_0t+x_0 \xrightarrow{x(7s)=0} 0=\frac{49}{2}a+7v_0+28 \Rightarrow 3/5a+v_0=-4$$

طبق تقارن سهمی، در $t=\frac{0+6}{2}=3s$ (رأس سهمی)، سرعت صفر است.

$$v=at+v_0 \Rightarrow 0=3a+v_0 \Rightarrow \begin{cases}3a+v_0=0\\3/5a+v_0=-4\end{cases} \Rightarrow \begin{cases}a=-8\frac{m}{s^2}\\v_0=+24\frac{m}{s}\end{cases}$$

$$x(3s)=\frac{1}{2}\times(-8)\times3^2+3\times24+28=-36+72+28=36+28=64\,m$$

$$\ell=|\Delta x_{(0,3s)}|+|\Delta x_{(3s,7s)}|=(64-28)+|0-64|=36+64=100\,m$$

**۵۲- پاسخ: گزینهٔ ۱** ▲ مشخصات سؤال: متوسط * فیزیک ۳ (فصل ۱)

فاصله محل رها شدن سنگ تا موقعیتی که فاصله تا زمین ۳۰ متر است.

$$v^2-v_0^2=2g\Delta y \Rightarrow 10^2-0=20\Delta y \Rightarrow \Delta y=5\,m$$

مسافت کل : $h=5+30=35\,m$

$$\Delta y=\frac{1}{2}gt^2 \Rightarrow 35=5t^2 \Rightarrow t=\sqrt{7}\,s$$

**۵۳- پاسخ: گزینهٔ ۳** ▲ مشخصات سؤال: دشوار * فیزیک ۳ (فصل ۱)

اگر عمق چاه را $h$ در نظر بگیریم، مدت‌زمان رسیدن سنگ به ته چاه $(\Delta t_1)$ و مدت‌زمان رسیدن صوت برخورد سنگ به ته چاه تا گوش شخص $(\Delta t_2)$ برابر است با:

$$\Delta y_1=-\frac{1}{2}gt^2 \Rightarrow -h=-5(\Delta t_1)^2 \Rightarrow \Delta t_1=\sqrt{\frac{h}{5}}$$

$$\Delta y_2=v\Delta t_2 \Rightarrow h=320\Delta t_2 \Rightarrow \Delta t_2=\frac{h}{320}$$

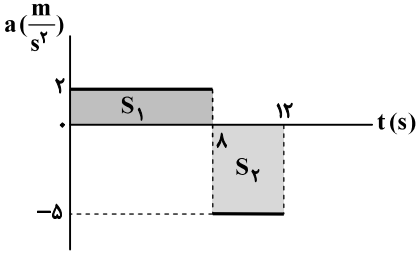
با توجه به صورت تست $\Delta t_1+\Delta t_2=4/25\,s$ است، بنابراین:

$$\sqrt{\frac{h}{5}}+\frac{h}{320}=4/25 \Rightarrow h=80\,m$$

www.SanjeshCloud.ir
T.me/SanjeshClouds

**۵۴- پاسخ: گزینهٔ ۱** ▲ مشخصات سؤال: متوسط * فیزیک ۳ (فصل ۱)

جوابش اینه




مساحتِ سطح زیر نمودار شتاب- زمان با تغییرات سرعت برابر است. در این صورت سرعت متحرک در دو لحظهٔ $t_1 = 8s$ و $t_2 = 12s$ را حساب می‌کنیم.

$$S_1 = 2\times 8 = 16 = v_8 - v_0 \Rightarrow v_8 = 20\frac{m}{s}$$

$$S_2 = 4\times -5 = -20 = v_{12} - v_8 \Rightarrow v_{12} = 0$$

$$a_{av} = \frac{v_{12} - v_0}{12 - 0} = \frac{0 - 4}{12} = -\frac{1}{3}\frac{m}{s^2}$$

اکنون جابه‌جایی انجام‌شده توسط متحرک را در دو بازهٔ زمانی $(0 - 8\,s)$ و $(8\,s - 12\,s)$ می‌یابیم:

$$\Delta x_1 = \frac{v_0 + v_8}{2}\times t = \frac{4 + 20}{2}\times 8 = 96\,m$$

$$\Delta x_2 = \frac{v_8 + v_{12}}{2}\times t' = \frac{20 + 0}{2}\times 4 = 40\,m$$

سرعت متوسط در کلِ مدت‌زمان حرکت برابر است با:

$$v_{av} = \frac{\Delta x_T}{\Delta t} = \frac{\Delta x_1 + \Delta x_2}{12} = \frac{96 + 40}{12} = \frac{68}{6} = \frac{34}{3}\frac{m}{s}$$

**۵۵- پاسخ: گزینهٔ ۲** ▲ مشخصات سؤال: دشوار * فیزیک ۳ (فصل ۱)

جوابش اینه

$$\Delta x = \frac{v_1 + v_2}{2}\cdot \Delta t$$

$$\left.\begin{aligned}\Delta x_{(0,5s)} &= \frac{v(0) + v(5)}{2}\times 5\\ \Delta x_{(5s,10s)} &= \frac{v(5) + v(10)}{2}\times 5\end{aligned}\right\} \Rightarrow 12/5 = \frac{v(10) - v(0)}{2}\times 5 \Rightarrow v(10) - v(0) = 5 \xrightarrow{\Delta v = a\cdot \Delta t} 10a = 5 \Rightarrow a = \frac{1}{2}\frac{m}{s^2}$$

$$v = at + v_0 \Rightarrow 24 = \frac{1}{2}\times 20 + v_0 \Rightarrow v_0 = 14\frac{m}{s}$$

$$\Delta x = \frac{1}{2}at^2 + v_0 t = \frac{1}{2}\times\frac{1}{2}\times 100 + 14\times 10 = 165\,m$$

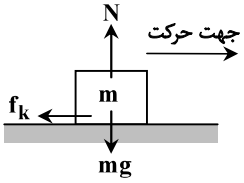
خوبه اینو بدونی

- در حرکت با شتاب ثابت a، جابه‌جایی در هر t ثانیه از جابه‌جایی در t ثانیهٔ قبلی به مقدار $at^2$ بیشتر است، پس می‌توان گفت:

$$a\times 5^2 = 12/5 \Rightarrow a = \frac{1}{2}\frac{m}{s^2}$$

**۵۶- پاسخ: گزینهٔ ۲** ▲ مشخصات سؤال: متوسط * فیزیک ۳ (فصل ۲)

جوابش اینه




$$v^2 - v_0^2 = 2a\Delta x \Rightarrow 0 - 16 = 2a\times 5 \Rightarrow a = -1/6\frac{m}{s^2}$$

$$0 - f_k = ma \Rightarrow -\mu_k mg = m\times(-1/6) \Rightarrow \mu_k = 0/16$$

www.SanjeshCloud.ir
T.me/SanjeshClouds

**۵۷- پاسخ: گزینهٔ ۳** ▲ مشخصات سؤال: ساده * فیزیک ۳ (فصل ۲)

جوابش اینه

$$W=G\frac{M_e m}{(R_e+h)^2}\Rightarrow\begin{cases}W_1=G\dfrac{M_e m}{R_e^2}\\ W_2=G\dfrac{M_e m}{(\frac{3}{2}R_e)^2}=\dfrac{4}{9}W_1\Rightarrow\dfrac{W_3}{W_2}=\dfrac{9}{16}\ ,\ \dfrac{W_2}{W_1}=\dfrac{4}{9}\ ,\ W_1-W_2=\dfrac{5}{9}W_1\ ,\ W_2-W_3=\dfrac{7}{36}W_1\\ W_3=G\dfrac{M_e m}{(2R_e)^2}=\dfrac{W_1}{4}\end{cases}$$

**۵۸- پاسخ: گزینهٔ ۲** ▲ مشخصات سؤال: متوسط * فیزیک ۳ (فصل ۲)

جوابش اینه

$$a=\frac{\Delta v}{\Delta t}=\frac{10-0}{5}=2\frac{m}{s^2}$$

$$F-f_k=ma\Rightarrow 30-f_k=10\times 2\Rightarrow f_k=10N$$

در حالت دوم $f_k$ دو برابر حالت اول می‌شود:

$$f'_k=\mu_k\cdot F'_N=\mu_k m'g\Rightarrow f'_k=20N$$

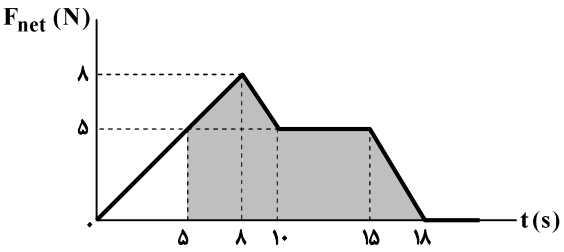
$$a'=\frac{F_{net}}{m}=\frac{30-20}{10+10}=0/5\frac{m}{s^2}$$

$$a'=\frac{\Delta v}{\Delta t}\Rightarrow 0/5=\frac{10-0}{\Delta t}\Rightarrow\Delta t=20s$$

**۵۹- پاسخ: گزینهٔ ۲** ▲ مشخصات سؤال: متوسط * فیزیک ۳ (فصل ۲)

جوابش اینه

مساحت محصور به منحنی $F_{net}-t$ و محور افقی در هر بـازهٔ زمانی برابر $\Delta P$ در آن بازهٔ زمانی است.




$$S=\frac{5\times 3}{2}+10\times 5+\frac{3\times 5}{2}=65Ns$$

$$\Delta p=m(v_2-v_1)\Rightarrow 65=5(v-(-6))\Rightarrow v=7\frac{m}{s}$$

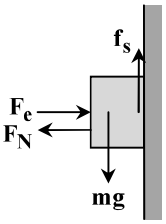
از $t=18s$ به بعد، سرعت جسم $+7\frac{m}{s}$ است.

**۶۰- پاسخ: گزینهٔ ۴** ▲ مشخصات سؤال: متوسط * فیزیک ۳ (فصل ۲)

جوابش اینه

طول عادی فنر $60cm$ و طول آن در این حالت $40cm$ است، یعنی فنر $20cm$ فشرده شده است.

نیروی عمود بر سطح که هر وزنه را بر دیوار می‌فشارد، همان نیروی فنر است $(F_e=kx)$:




$$F_{net}=0\Rightarrow\begin{cases}F_N=F_e\\ f_s=mg=40N\end{cases}$$

چون وزنه در آستانهٔ لغزیدن است، $f_s=f_{s,max}=\mu_s F_N$ می‌شود و داریم:

$$f_{s,max}=\mu_s F_N\Rightarrow 40=0/8\times F_e=0/8\times k\times 0/2\Rightarrow k=\frac{40}{0/8\times 0/2}=250\frac{N}{m}$$

www.SanjeshCloud.ir
T.me/SanjeshClouds

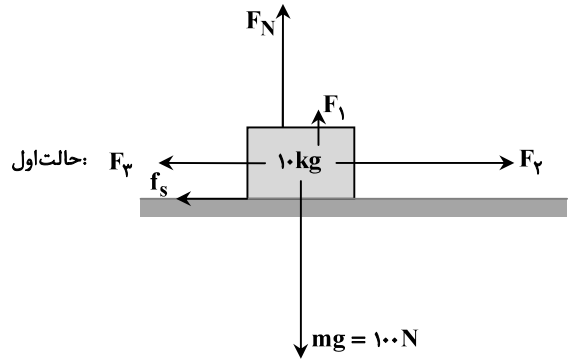
**خوبه اینو بدونی**

– نیروی کشسانی فنر در هر دو سر آن هم‌اندازه است؛ یعنی هر دو وزنه با نیروی $F_e = kx$ بر سطح دیوار فشرده می‌شوند.

**۶۱- پاسخ: گزینهٔ ۱** ▲ مشخصات سؤال: دشوار * فیزیک ۳ (فصل ۲)

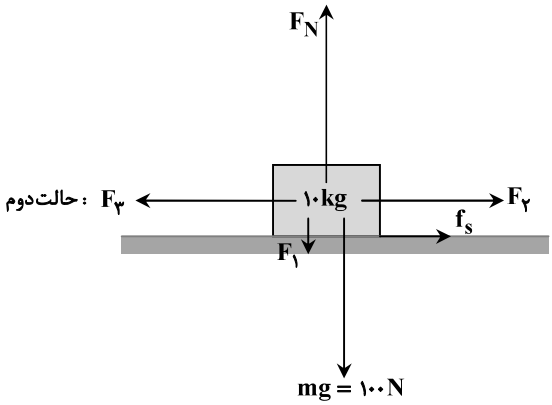
**جوابش اینه**

حالت اول:




$$(F_{net})_y = ۰ \Rightarrow F_۱ + F_N - mg = ۰ \Rightarrow ۲۰ + F_N - ۱۰۰ = ۰$$
$$\Rightarrow F_N = ۸۰N$$
$$(F_{net})_x = ۰ \Rightarrow F_۲ - F_۳ - f_s = ۰ \Rightarrow ۱۰۰ - ۶۰ - f_s = ۰$$
$$\Rightarrow f_s = ۴۰N$$
$$f_s \le \mu_s F_N \Rightarrow \frac{۴۰}{۸۰} \le \mu_s \Rightarrow ۰/۵ \le \mu_s$$

حالت دوم:




$$(F_{net})_y = ۰ \Rightarrow F_N - ۲۰ - ۱۰۰ = ۰ \Rightarrow F_N = ۱۲۰N$$
$$(F_{net})_x = ۰ \Rightarrow ۱۰۰ - ۶۰ - f_s = ۰ \Rightarrow f_s = ۴۰N$$

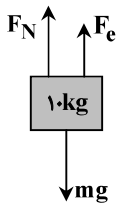
سؤال: آیا $f_s$ می‌تواند $۴۰N$ باشد؟

پاسخ: بله، می‌تواند؛ چون:

$$۴۰ < ۱۲۰\mu_s \quad (\mu_s \ge ۰/۵)$$
$$R = \sqrt{f_s^۲ + F_N^۲} = \sqrt{۴۰^۲ + ۱۲۰^۲} = ۴۰\sqrt{۱+۳^۲} = ۴۰\sqrt{۱۰}N$$

**۶۲- پاسخ: گزینهٔ ۲** ▲ مشخصات سؤال: متوسط * فیزیک ۳ (فصل ۲)

**جوابش اینه**




$$v = at + v_۰ \Rightarrow ۸ = ۴a + ۰ \Rightarrow a = ۲\frac{m}{s^۲}$$
$$F_{net} = ma \Rightarrow F_e + F_N - mg = ma \Rightarrow ۳۰ + F_N - ۱۰۰ = ۱۰ \times ۲ \Rightarrow F_N = ۹۰N$$
$$F' = F_N = ۹۰N$$

**۶۳- پاسخ: گزینهٔ ۲** ▲ مشخصات سؤال: متوسط * فیزیک ۳ (فصل ۳)

**جوابش اینه**

علت نادرستی گزینهٔ ۲: در لحظهٔ $t = ۸s$ شنونده در حال دور شدن از چشمه است. بنابراین طبق $f_{دریافتی} = \frac{v_{دریافتی}}{\lambda_{دریافتی}}$ با کاهش سرعت دریافتی، بسامد دریافتی کمتر از $۸۰۰Hz$ خواهد بود.

**نباید سراغ اینا بری**

گزینهٔ ۱: در لحظهٔ $t = ۱۰s$ شنونده به فاصلهٔ ۱۰۰ متری از چشمه می‌رسد: $\frac{I_۲}{I_۱} = (\frac{d_۱}{d_۲})^۲ \Rightarrow \frac{I_۲}{I_۱} = (\frac{۱۰۰}{۱۰۰})^۲ = ۱$

گزینهٔ ۳: طول موج دریافتی، با حرکت چشمهٔ صوت تغییر می‌کند، چون چشمه ساکن است بنابراین طول موج دریافتی ثابت باقی می‌ماند.

گزینهٔ ۴: در لحظهٔ $t = ۴s$ شنونده به فاصلهٔ ۲۰ متری از چشمه می‌رسد.

$$\beta_۲ - \beta_۱ = ۱۰\log\frac{I_۲}{I_۱} = ۱۰\log(\frac{d_۱}{d_۲})^۲ \Rightarrow \Delta\beta = ۱۰\log(\frac{۱۰۰}{۲۰})^۲ = ۲۰\log۵ = ۱۴dB$$

www.SanjeshCloud.ir
T.me/SanjeshClouds

**۶۴- پاسخ: گزینهٔ ۱** ▲ مشخصات سؤال: متوسط * فیزیک ۳ (فصل ۳)

جوابش اینه

دورهٔ نوسان برابر با $T=\frac{۱}{f}=\frac{۱}{۲۵}s$ است و مدت‌زمان $\frac{۱}{۱۰۰}s$ برابر با $\frac{۱}{۴}$ دوره است $(\Delta t=\frac{T}{۴})$. در مدت $\frac{T}{۴}$ نقاط قله‌ها و دره‌ها به وضع تعادل $(y=۰)$ می‌رسند و نقاطی که در وضع تعادل بوده‌اند با توجه به جهت حرکت موج به قلهٔ یا دره می‌رسند. در این شکل موج، نقطه‌ای که دقیقاً روی محور $y$ نوسان می‌کند به‌سمت پایین در حرکت است. بنابراین این نقطه پس از $\frac{T}{۴}$ به $y=-A$ می‌رسد. بنابراین گزینهٔ ۱ شکل درست را نشان می‌دهد.

**۶۵- پاسخ: گزینهٔ ۱** ▲ مشخصات سؤال: متوسط * فیزیک ۳ (فصل ۳)

جوابش اینه

اگر $T$ دورهٔ تناوب نوسان‌کنندهٔ وزنه- فنر باشد، وزنه پس از مدت‌زمان $\frac{T}{۴}$ از شروع حرکت برای اولین بار از نقطهٔ تعادل عبور می‌کند، بنابراین:

$$\frac{T}{۴}=۷۵\times۱۰^{-۳}s \Rightarrow T=۰/۳s$$

$$T=۲\pi\sqrt{\frac{m}{k}} \Rightarrow ۰/۳=۲\times۳\sqrt{\frac{۰/۱}{k}} \Rightarrow \frac{۱}{۲۰}=\sqrt{\frac{۰/۱}{k}} \Rightarrow \frac{۱}{۴۰۰}=\frac{۰/۱}{k} \Rightarrow k=۴۰\frac{N}{m}$$

تندی وزنه در لحظهٔ عبور از نقطهٔ تعادل، بیشینه است، پس داریم:

$$v_{max}=A\omega \Rightarrow ۱/۲=A\times\frac{۲\pi}{۰/۳} \Rightarrow ۱/۲=A\times\frac{۲\times۳}{۰/۳} \Rightarrow A=\frac{۱/۲}{۲۰}=۰/۰۶m$$

**۶۶- پاسخ: گزینهٔ ۳** ▲ مشخصات سؤال: متوسط * فیزیک ۳ (فصل ۴)

جوابش اینه

گزینهٔ ۳ درست است.

گزینهٔ ۳: در عبور موج از بخش ضخیم طناب به بخش نازک آن تندی موج افزایش می‌یابد ولی بسامد موج که وابسته به منبع است، ثابت می‌ماند و با توجه به رابطهٔ $\lambda=\frac{v}{f}$، طول موج افزایش می‌یابد.

نباید سراغ اینا بری

گزینهٔ ۱: امواج تخت پس از بازتاب از یک سطح کاو در کانون سطح کاو جمع می‌شوند. مانند آنتن‌های بشقابی.
گزینهٔ ۲: برای بازتاب پخشنده باید طول موج کوچک‌تر از ابعاد ناهمواری‌های سطح باشد.
گزینهٔ ۴: دیده‌شدن صفحهٔ کاغذ ناشی از بازتاب پخشنده است. در بازتاب پخشنده نیز قانون عمومی بازتاب برقرار است و زاویهٔ تابش با زاویهٔ بازتابش برابر است.

**۶۷- پاسخ: گزینهٔ ۴** ▲ مشخصات سؤال: متوسط * فیزیک ۳ (فصل ۴)

جوابش اینه

$$v=\sqrt{\frac{F}{\mu}}=\sqrt{\frac{۲۵۰}{۲/۵\times۱۰^{-۲}}}=۱۰۰\frac{m}{s} \qquad \mu=\frac{m}{L}=\frac{۰/۰۲}{۰/۸}=\frac{۱}{۴۰}=۲/۵\times۱۰^{-۲}\frac{kg}{m}$$

فاصلهٔ شکم از یک سر تار $۳۰cm$ و از سر دیگر آن $۵۰cm$ است و هر دوی این‌ها مضارب فرد $\frac{\lambda}{۴}$ هستند. بزرگ‌ترین عددی که ۳۰ و ۵۰ مضرب فرد آن باشند ۱۰ است؛ بنابراین:

$$\lambda=\frac{v}{f} \Rightarrow ۰/۴=\frac{۱۰۰}{f} \Rightarrow f_{min}=۲۵۰Hz \qquad \frac{\lambda}{۴}=۱۰ \Rightarrow \lambda_{max}=۴۰cm$$

سنجش کلاد
www.SanjeshCloud.ir
T.me/SanjeshClouds

**۶۸- پاسخ: گزینهٔ ۲** ▲ مشخصات سؤال: متوسط * فیزیک ۳ (فصل ۴)

جوابش اینه

زاویهٔ تابش، زاویهٔ میان پرتوی تابش و خط عمود بر مرز جداکننده دو محیط است، بنابراین:

$$\theta_1 = 53^\circ \ , \ \theta_2 = 30^\circ$$

$$\frac{n_2}{n_1} = \frac{\sin\theta_1}{\sin\theta_2} \Rightarrow \frac{n_2}{n_1} = \frac{\sin 53^\circ}{\sin 30^\circ} = \frac{0/8}{0/5} = \frac{8}{5} \Rightarrow \frac{n_2}{\frac{5}{4}} = \frac{8}{5} \Rightarrow n_2 = 2 \Rightarrow n = \frac{c}{v} \Rightarrow 2 = \frac{3\times10^8}{v} \Rightarrow v = 1/5\times10^8 \frac{m}{s}$$

**۶۹- پاسخ: گزینهٔ ۴** ▲ مشخصات سؤال: دشوار * فیزیک ۳ (فصل ۵)

جوابش اینه

$$K_{max_1} = \frac{hc}{\lambda} - W_0$$

$$K_{max_2} = \frac{hc}{\frac{\lambda}{2}} - W_0 = \frac{2hc}{\lambda} - W_0 = \frac{2hc}{\lambda} - 2W_0 + W_0$$

$$K_{max_2} = 2(\frac{hc}{\lambda} - W_0) + W_0 = 2K_{max_1} + W_0 > 2K_{max_1}$$

**۷۰- پاسخ: گزینهٔ ۴** ▲ مشخصات سؤال: ساده * فیزیک ۳ (فصل ۵)

جوابش اینه

انرژی هر فوتون : $E = hf = \frac{hc}{\lambda} \Rightarrow \frac{E_2}{E_1} = \frac{\lambda_1}{\lambda_2} = 0/8 \Rightarrow \frac{\lambda_1}{\lambda_1 + 100} = 0/8 \Rightarrow \lambda_1 = 0/8\lambda_1 + 80 \Rightarrow 80 = 0/2\lambda_1 \Rightarrow \lambda_1 = 400\,nm$

**۷۱- پاسخ: گزینهٔ ۱** ▲ مشخصات سؤال: دشوار * فیزیک ۳ (فصل ۵)

جوابش اینه

خط سوم رشتهٔ بالمر، به‌ازای $n = 5$ ایجاد می‌شود (چرا؟) و داریم:

انرژی فوتون تابشی : $E = E_U - E_L = E_R(\frac{1}{n_L^2} - \frac{1}{n_U^2}) = E_R(\frac{1}{2^2} - \frac{1}{5^2}) = E_R(\frac{1}{4} - \frac{1}{25}) = 0/21E_R$

در ناحیهٔ امواج مرئی قرار دارد. معادلهٔ ریدبرگ : $\frac{1}{\lambda} = R(\frac{1}{n'^2} - \frac{1}{n^2}) \Rightarrow \frac{1}{\lambda} = R(\frac{1}{4} - \frac{1}{25}) = \frac{21}{10000} \Rightarrow \lambda = \frac{10000}{21} \simeq 475\,nm$

**۷۲- پاسخ: گزینهٔ ۲** ▲ مشخصات سؤال: متوسط * فیزیک ۳ (فصل ۶)

جوابش اینه

گزینهٔ ۲ درست است.

نباید سراغ اینا بری

گزینهٔ ۱: نوترون‌های سریع (تند) با احتمال بسیار بیشتری توسط $^{238}U$ جذب می‌شوند اما باعث شکافت نمی‌شوند.
گزینه‌های ۳ و ۴ در مورد میله‌های کنترل درست هستند.

**۷۳- پاسخ: گزینهٔ ۲** ▲ مشخصات سؤال: ساده * فیزیک ۳ (فصل ۵)

جوابش اینه

اولین حالت برانگیخته، $n = 2$ و سومین حالت برانگیخته $n = 4$ است.

$$hf = E_4 - E_2 = \frac{-E_R}{16} - \frac{-E_R}{4} = \frac{3E_R}{16} = \frac{3\times13/6}{16} = 2/55\,eV$$

www.SanjeshCloud.ir
T.me/SanjeshClouds

**۷۴- پاسخ: گزینهٔ ۳** ▲ مشخصات سؤال: متوسط * فیزیک ۳ (فصل ۶)

جوابش اینه

$\frac{۳}{۴}N_{\circ}$ واپاشیده شده است؛ بنابراین $N=\frac{N_{\circ}}{۴}$ باقی مانده است.

$$N=\frac{N_{\circ}}{۴}=\frac{N_{\circ}}{۲^{۲}} \Rightarrow ۱۲۰=۲T_{\frac{۱}{۲}} \Rightarrow T_{\frac{۱}{۲}}=۶۰ \text{ سال}$$

$$t=۳۰۰year=۵T_{\frac{۱}{۲}} \Rightarrow N=\frac{N_{\circ}}{۲^{n}}=\frac{N_{\circ}}{۲^{۵}}=\frac{N_{\circ}}{۳۲}$$

**۷۵- پاسخ: گزینهٔ ۲** ▲ مشخصات سؤال: ساده * فیزیک ۳ (فصل ۶)

جوابش اینه

ذرهٔ $\alpha$، دو بار مثبت و ذرهٔ $\beta^{-}$ یک بار منفی است، پس عدد اتمی ۳ واحد کمتر خواهد شد.

$$^{A}_{Z}X \rightarrow {}^{۴}_{۲}\alpha + {}^{\circ}_{-۱}\beta^{-} + {}^{A'}_{Z'}Y$$

$$Z=Z'+۲\times۲+۱\times(-۱)=Z'+۳ \Rightarrow Z'=Z-۳$$

## شیـــــــــمی

**۷۶- پاسخ: گزینهٔ ۱** ▲ مشخصات سؤال: متوسط * شیمی ۳ (فصل ۱)

جوابش اینه

فقط عبارت «دوم» درست است.

ساختار **A**، مولکول یک اسید آلی با زنجیر کربنی کوچک را نشان می‌دهد (پروپانوئیک اسید) و ساختار **B** مربوط به مولکول یک اسید آلی با زنجیر کربنی بزرگ (اسید چرب) است. ترکیب **B** در مجموع ناقطبی است و در هگزان حل می‌شود.

نباید سراغ اینا بری

عبارت «اول»: با افزایش شمار اتم‌های کربن در کربوکسیلیک اسیدها، قدرت اسیدی (ثابت یونش) آن‌ها کاهش می‌یابد.

عبارت «سوم»: از اسیدهای چرب (برای مثال ترکیب **B**) می‌توان برای تهیهٔ صابون جامد استفاده کرد. زنجیر کربنی ترکیب **A** کوچک است و نمک سدیم آن، صابون به حساب نمی‌آید.

عبارت «چهارم»: فرمول ترکیب **B** به‌صورت $C_{۱۷}H_{۳۴}O_{۲}$ است؛ بنابراین خواهیم داشت:

$$۳C_{۱۷}H_{۳۴}O_{۲}+C_{۳}H_{۸}O_{۳} \rightarrow C_{۵۴}H_{۱۰۴}O_{۶}+۳H_{۲}O$$

**۷۷- پاسخ: گزینهٔ ۱** ▲ مشخصات سؤال: ساده * شیمی ۳ (فصل ۱)

جوابش اینه

سوسپانسیون همانند کلوئید، نور را پخش می‌کند.

**۷۸- پاسخ: گزینهٔ ۴** ▲ مشخصات سؤال: ساده * شیمی ۳ (فصل ۱)

جوابش اینه

پاک‌کننده‌های صابونی و غیرصابونی خاصیت بازی دارند.

www.SanjeshCloud.ir
T.me/SanjeshClouds

**۷۹- پاسخ: گزینهٔ ۱** ▲ مشخصات سؤال: دشوار * شیمی ۳ (فصل ۱)

جوابش اینه

$$\begin{array}{lccc} & HA & \rightleftharpoons & H^+ + A^- \\ \text{غلظت اولیه :} & M & & ۰ \quad ۰ \\ \text{غلظت در لحظهٔ تعادل :} & M-x & & x \quad x \end{array}$$

$$M+x=۳(M-x) \Rightarrow M+x=۳M-۳x \Rightarrow ۲M=۴x \Rightarrow M=۲x \Rightarrow \left[H^+\right]=x=\frac{M}{۲}=\frac{۰/۱}{۲}=\frac{۱}{۲۰}=۰/۰۵\,mol\cdot L^{-۱}$$

$$pH=-\log ۵\times ۱۰^{-۲}=۲-\log ۵=۲-۰/۷=۱/۳$$

**۸۰- پاسخ: گزینهٔ ۲** ▲ مشخصات سؤال: دشوار * شیمی ۳ (فصل ۱)

جوابش اینه

فرمول R یا همان زنجیر کربنی سیرشده، $C_nH_{۲n+۱}$ است.

$$RCOOH+NaOH \rightarrow RCOONa+H_۲O$$

$$C_nH_{۲n+۱}COOH+NaOH \rightarrow C_nH_{۲n+۱}COONa+H_۲O$$

$$NaOH\begin{cases} V=۲۰۰mL=۰/۲L \\ pH=۱۴ \Rightarrow \left[H^+\right]=۱۰^{-۱۴} \Rightarrow \left[OH^-\right]=M=۱mol\cdot L^{-۱} \end{cases} \Rightarrow \text{mol سود} = ۰/۲L\times ۱mol\cdot L^{-۱}=۰/۲$$

$$\Rightarrow \text{اسید چرب mol} ۰/۲ = \text{سود mol} ۰/۲$$

$$\text{مول}=\frac{\text{جرم}}{\text{جرم مولی}} \Rightarrow ۰/۲=\frac{۵۶/۸}{۱۴n+۴۶} \Rightarrow ۱۴n+۴۶=۲۸۴ \Rightarrow ۱۴n=۲۳۸ \Rightarrow n=۱۷ \Rightarrow \text{شمار کل اتم‌های کربن}=۱۷+۱=۱۸$$

**۸۱- پاسخ: گزینهٔ ۲** ▲ مشخصات سؤال: متوسط * شیمی ۳ (فصل ۲)

جوابش اینه

واکنش‌های «ب» و «ت» از نوع اکسایش- کاهش نیستند.

طبق صفحهٔ ۲۴ کتاب درسی، باران اسیدی شامل سولفوریک اسید و نیتریک اسید است.

اکسید نافلزی + آب → باران اسیدی

$$\underset{\downarrow +۶}{SO_۳}+H_۲O \rightarrow \underset{\downarrow +۶}{H_۲SO_۴}$$

$$\underset{\downarrow +۲}{Mg(OH)_۲}+\underset{\downarrow -۱}{۲HCl} \rightarrow \underset{\downarrow +۲}{MgCl_۲}+۲H_۲O \quad (\downarrow -۱)$$

**۸۲- پاسخ: گزینهٔ ۴** ▲ مشخصات سؤال: متوسط * شیمی ۳ (فصل ۲)

جوابش اینه

در سلول گالوانی حاصل، به‌دلیل قدرت کاهندگی بیشتر آلومینیم در مقایسه با مس، الکترود آلومینیم نقش آند را دارد. در نیم‌سلول آلومینیم اکسایش رخ داده و جرم الکترود کاهش می‌یابد. معادلهٔ نیم‌واکنش اکسایش انجام شده به‌صورت زیر است:

$$Al(s) \rightarrow Al^{۳+}(aq)+۳e^-$$

$$\text{کاهش جرم الکترود Al} = ۳/۰۱\times ۱۰^{۲۲}e^-\times\frac{۱mole^-}{۶/۰۲\times ۱۰^{۲۳}e^-}\times\frac{۱mol\,Al}{۳mole^-}\times\frac{۲۷g\,Al}{۱mol\,Al}=۰/۴۵\ g\ Al$$

**۸۳- پاسخ: گزینهٔ ۲** ▲ مشخصات سؤال: ساده * شیمی ۳ (فصل ۲)

جوابش اینه

در برخی سلول‌های الکترولیتی مانند آبکاری و فرآیند هال، الکترودها در واکنش اکسایش- کاهش شرکت می‌کنند.

www.SanjeshCloud.ir
T.me/SanjeshClouds

**۸۴- پاسخ: گزینهٔ ۱** ▲ مشخصات سؤال: متوسط * شیمی ۳ (فصل ۲)

**جوابش اینه**

عبارت‌های «الف» و «ت» درست هستند.

الف) در سری الکتروشیمیایی، نمک فلز بالاتر را نمی‌توان در ظرفی از جنس فلز پایین‌تر نگهداری کرد؛ زیرا با آن واکنش می‌دهد.

ت) ولتاژ سلول $Ni-Cu$ بیشتر از ۰/۵۵ ولت است.

$$emf = E^{\circ}_{Cu} - E^{\circ}_{Ni} = ۰/۳۴ - (-۰/۲۵) = ۰/۵۹\,V$$

**نباید سراغ اینا بری**

ب) $Zn^{۲+}$ اکسنده است و کاهنده نیست. در اصل گونهٔ $Zn$ کاهنده‌تر از سایر گونه‌هاست.

پ) بیشترین ولتاژ در بین سلول‌های ممکن مربوط به $Zn-Cu$ است.

**۸۵- پاسخ: گزینهٔ ۱** ▲ مشخصات سؤال: دشوار * شیمی ۳ (فصل ۲)

**جوابش اینه**

معادلهٔ کلی موازنه‌شده در فرآیند برقکافت سدیم کلرید مذاب چنین است:

$$۲NaCl(l) \rightarrow ۲Na(l) + Cl_۲(g) \sim ۲e^-$$

$$?\,mol\,e^- : ۰/۵۶\,L\,Cl_۲ \times \frac{۱\,mol\,Cl_۲}{۲۲/۴\,L\,Cl_۲} \times \frac{۲\,mol\,e^-}{۱\,mol\,Cl_۲} = ۰/۰۵\,mol\,e^-$$

معادلهٔ کلی موازنه شده در فرآیند هال چنین است:

$$۲Al_۲O_۳(l) + ۳C(s) \rightarrow ۴Al(l) + ۳CO_۲(g) \sim ۱۲e^-$$

$$?\,mol\,CO_۲ : ۰/۰۵\,mol\,e^- \times \frac{۳\,mol\,CO_۲}{۱۲\,mol\,e^-} = ۰/۰۱۲۵\,mol\,CO_۲$$

**۸۶- پاسخ: گزینهٔ ۲** ▲ مشخصات سؤال: دشوار * شیمی ۳ (فصل ۲)

**جوابش اینه**

$$Fe + CuSO_۴ \rightarrow FeSO_۴ + Cu$$

اگر ۱ مول $CuSO_۴$ مصرف شود، تغییر جرم مواد جامد ۸ گرم خواهد بود $(۸ = ۵۶ - ۶۴)$ و با توجه به افزایش جرم ۴ گرمی مواد جامد $(۴ = ۵۴ - ۵۰)$ می‌توان گفت که ۰/۵ مول $CuSO_۴$ مصرف شده است.

$$\text{مول } CuSO_۴ \text{ باقی‌مانده} = \text{مول } CuSO_۴ \text{ اولیه} - \text{مقدار مول } CuSO_۴ \text{ مصرف‌شده} = (۲/۵\,mol\cdot L^{-۱} \times ۰/۴L) - ۰/۵$$
$$= ۱ - ۰/۵ = ۰/۵\,mol$$

$$\text{غلظت } CuSO_۴ \text{ در محلول} = \frac{۰/۵\,mol}{۰/۴\,L} = ۱/۲۵\,M$$

**۸۷- پاسخ: گزینهٔ ۱** ▲ مشخصات سؤال: متوسط * شیمی ۳ (فصل‌های ۱ و ۲)

**جوابش اینه**

غلظت یون هیدرونیوم در نیم‌سلول استاندارد هیدروژن برابر با ۱ مولار و pH آن برابر صفر است. با گذشت زمان، غلظت یون هیدرونیوم در محلول الکترولیت کاهش یافته است (pH افزایش یافته)، یعنی در نیم‌سلول هیدروژن یون‌های هیدروژن با دریافت الکترون کاهش یافته و به گاز هیدروژن تبدیل شده‌اند $(۲H^+(aq) + ۲e^- \rightarrow H_۲(g))$؛ بنابراین نیم‌سلول هیدروژن، کاتد و قطب مثبت سلول گالوانی است.

$$\left[H^+\right]_{\text{ثانویه}} = ۱۰^{-۰/۳} = ۱۰^{-۱} \times ۱۰^{+۰/۷} = ۱۰^{-۱} \times ۵ = ۰/۵\,M$$

$$\Delta\left[H^+\right] = ۱ - ۰/۵ = ۰/۵\,M$$

$$\Delta\,mol\,H^+ = ۰/۵\,M \times ۰/۰۵\,L = ۰/۰۲۵$$

$$\text{تعداد الکترون‌های مبادله‌شده} = ۰/۰۲۵\,mol\,H^+ \times \frac{۲\,mol\,e^-}{۲\,mol\,H^+} \times \frac{۶/۰۲ \times ۱۰^{۲۳}\,e^-}{۱\,mol\,e^-} = ۱/۵۰۵ \times ۱۰^{۲۲}\,e^-$$

www.SanjeshCloud.ir
T.me/SanjeshClouds

**۸۸- پاسخ: گزینهٔ ۴** ▲ مشخصات سؤال: متوسط * شیمی ۳ (فصل ۲)

جوابش اینه

گزینهٔ ۱: $۲- = ۶ - ۴$
گزینهٔ ۲: $۱+ = ۳ - ۴$
گزینهٔ ۳: $۱- = ۵ - ۴$
گزینهٔ ۴: $۳+ = ۱ - ۴$

**۸۹- پاسخ: گزینهٔ ۴** ▲ مشخصات سؤال: متوسط * شیمی ۳ (فصل ۳)

جوابش اینه

الف) $CH_3-CH_2-\underset{\underset{OH}{|}}{CH_2}$ $\Rightarrow$ درصد جرمی کربن $= \frac{۳\times ۱۲}{۶۰}\times ۱۰۰ = ٪۶۰$

ب) $CH_2=CH-CH_3$ $\Rightarrow$ درصد جرمی کربن $= \frac{۳\times ۱۲}{۴۲}\times ۱۰۰ = ٪۸۵/۷$

پ) $CH_3-\underset{\underset{OH}{|}}{CH_2}$ $\Rightarrow$ درصد جرمی کربن $= \frac{۲\times ۱۲}{۴۶}\times ۱۰۰ = ٪۵۲/۱$

ت) $CH_3-CH_3$ $\Rightarrow$ درصد جرمی کربن $= \frac{۲\times ۱۲}{۳۰}\times ۱۰۰ = ٪۸۰$

$\Rightarrow$ (پ) < (الف) < (ت) < (ب) : درصد کربن

**۹۰- پاسخ: گزینهٔ ۳** ▲ مشخصات سؤال: ساده * شیمی ۳ (فصل ۳)

جوابش اینه

جامدهای کووالانسی، ساختاری به هم پیوسته و غول‌آسا دارند و دیرگدازند.

**۹۱- پاسخ: گزینهٔ ۱** ▲ مشخصات سؤال: متوسط * شیمی ۳ (فصل ۳)

جوابش اینه

فقط عبارت «اول» درست است.

نباید سراغ اینا بری

عبارت «دوم»: استحکام سازه‌های سنگی را می‌توان به وجود سیلیس ($SiO_2$) در آن‌ها مربوط دانست.
عبارت «سوم»: هنگام پختن خاک رس، آب تبخیر می‌شود و درصد جرمی آن کاهش می‌یابد.
عبارت «چهارم»: اکسیدهای $SiO_2$ (مادهٔ کووالانسی) و $H_2O$ (مادهٔ مولکولی) ساختار ذره‌ای متفاوت با یکدیگر داشته و هر دو از نظر ساختار ذره‌ای با $Na_2O$ (مادهٔ یونی) متفاوت هستند.

**۹۲- پاسخ: گزینهٔ ۴** ▲ مشخصات سؤال: متوسط * شیمی ۳ (فصل ۳)

جوابش اینه

تراکم بار الکتریکی برروی اتم مرکزی (N) در مولکول آمونیاک بیشتر است و در نقشهٔ پتانسیل الکتروستاتیکی به رنگ قرمز نشان داده می‌شود ولی در نقشهٔ پتانسیل الکتروستاتیکی سه مادهٔ دیگر، اتم مرکزی به رنگ آبی نشان داده می‌شود.

**۹۳- پاسخ: گزینهٔ ۲** ▲ مشخصات سؤال: ساده * شیمی ۳ (فصل ۳)

جوابش اینه

در ساختار یخ علاوه‌بر پیوندهای کووالانسی، پیوندهای هیدروژنی نیز در ایجاد شبکهٔ منظم و سه‌بعدی نقش دارند و همهٔ اتصالات از نوع کووالانسی نیستند.

www.SanjeshCloud.ir
T.me/SanjeshClouds

**۹۴- پاسخ: گزینهٔ ۲** ▲ مشخصات سؤال: ساده * شیمی ۳ (فصل ۳)

**جوابش اینه**

$HCl$ و $CO_2$ مواد مولکولی هستند.

$C$ (گرافیت)، $Si$ و $SiC$ مواد کووالانسی هستند.

$NH_4Cl$ و $KNO_3$ ترکیب یونی هستند.

$Fe$ فلز است.

**۹۵- پاسخ: گزینهٔ ۴** ▲ مشخصات سؤال: متوسط * شیمی ۳ (فصل ۳)

**جوابش اینه**

عنصر $M$ با اکسیژن، ترکیب یونی و عنصر $X$ با اکسیژن، ترکیب مولکولی تشکیل می‌دهد.

**نباید سراغ اینا بری**

گزینهٔ ۱: آنتالپی فروپاشی شبکهٔ ترکیب یونی $MCl_2$ کمتر از ترکیب یونی $MX$ است.

گزینهٔ ۲: شعاع یونی $M^{2+}$ کوچک‌تر ولی چگالی بار آن بزرگ‌تر از یون $X^{2-}$ است.

گزینهٔ ۳: در بین هالیدهای فلز $M$، بیشترین نقطهٔ ذوب را فلوئورید این فلز دارد.

**۹۶- پاسخ: گزینهٔ ۲** ▲ مشخصات سؤال: دشوار * شیمی ۳ (فصل ۳)

**جوابش اینه**

باید $V^{5+}$ به $V^{2+}$ تبدیل می‌شود تا شمار الکترون‌های مبادله شده برابر ۶ باشد.

$$2V^{5+} + 3Zn \rightarrow 2V^{2+} + 3Zn^{2+} \quad e^- = 2\times 3 = 6$$

$$1/2\,mol\,Zn \times \frac{2\,mol\,V^{2+}}{3\,mol\,Zn} = 0/8\,mol\,V^{2+}$$

**۹۷- پاسخ: گزینهٔ ۴** ▲ مشخصات سؤال: ساده * شیمی ۳ (فصل ۴)

**جوابش اینه**

گزینهٔ ۴: نادرست؛ پرتوهای فرابنفش، نور مرئی، امواج رادیویی و... نیز با ماده برهم‌کنش دارند.

**نباید سراغ اینا بری**

گزینهٔ ۱: درست

گزینهٔ ۲: درست

گزینهٔ ۳: درست؛ فرمول مولکولی $C_2H_6O$ را می‌توان به اتانول (با گروه عاملی هیدروکسیل) و به دی‌متیل اتر (با گروه عاملی اتری) نسبت داد.

**۹۸- پاسخ: گزینهٔ ۴** ▲ مشخصات سؤال: متوسط * شیمی ۳ (فصل ۴)

**جوابش اینه**

گزینهٔ ۴: درست است.

**نباید سراغ اینا بری**

گزینهٔ ۱: نادرست؛ واکنش $N_2(g) + O_2(g) \rightarrow 2NO(g)$ به‌دلیل زیاد بودن انرژی فعال‌سازی در دمای اتاق انجام نمی‌شود و شرایط سینتیکی مانع انجام آن می‌شود و ارتباطی با $\Delta H$ واکنش ندارد.

گزینهٔ ۲: نادرست؛ در مبدل کاتالیستی $NO$ به عناصر سازنده‌اش تجزیه می‌شود ولی $CO$ با گاز اکسیژن ترکیب می‌شود و سپس به هواکره وارد می‌شوند.

$$2NO \rightarrow O_2 + N_2$$

$$2CO + O_2 \rightarrow 2CO_2$$

گزینهٔ ۳: نادرست؛ کاتالیزگرها در واکنش شرکت می‌کنند و با کاهش انرژی فعال‌سازی واکنش، سرعت آن را افزایش می‌دهند.

www.SanjeshCloud.ir
T.me/SanjeshClouds

**۹۹- پاسخ: گزینهٔ ۲** ▲ مشخصات سؤال: متوسط * شیمی ۳ (فصل ۴)

**جوابش اینه**

براساس واکنش حذف $NO$ و $NO_2$، اتم $N$ در $NH_3$ از عدد اکسایش $-3$ به صفر اکسید می‌شود و کاهنده است و تعداد الکترون‌های مبادله‌شده براساس تغییر عدد اکسایش $N$ در $NH_3$ و با توجه به معادلهٔ موازنه‌شده برابر با ۶ است.

$$NO(g)+NO_2(g)+2NH_3(g) \rightarrow 2N_2(g)+3H_2O(g) \sim 6e^-$$

**۱۰۰- پاسخ: گزینهٔ ۲** ▲ مشخصات سؤال: متوسط * شیمی ۳ (فصل ۴)

**جوابش اینه**

در سامانهٔ تعادلی که مقدار مول مواد گازی سمت فرآورده‌ها بیشتر از واکنش‌دهنده‌ها باشد، با افزایش حجم ظرف، واکنش در جهت تولید فرآورده بیشتر پیشرفت می‌کند.

در تعادل‌های «الف» و «ب»، سمت واکنش‌دهنده‌ها گازی وجود ندارد، ولی در سمت راست معادله (فرآورده) مادهٔ گازی وجود دارد.

**۱۰۱- پاسخ: گزینهٔ ۴** ▲ مشخصات سؤال: دشوار * شیمی ۳ (فصل ۴)

**جوابش اینه**

$$A(s) \rightleftharpoons B(g) + C(g)$$

$۲۵^\circ C$ $\quad x \quad x \quad \Rightarrow 4=x^2 \Rightarrow x=2$

$۷۰^\circ C$ $\quad y \quad y \quad \Rightarrow 25=y^2 \Rightarrow y=5$

اختلاف غلظت $= 3$

(نیازی به محاسبات تعادلی نیست و مقدار اولیهٔ $A$ در محاسبه بی‌تأثیر است و تنها باید از ۵ مول بیشتر باشد؛ زیرا اگر کمتر باشد، تعادل در $۷۰^\circ C$ برقرار نمی‌شود.)

**۱۰۲- پاسخ: گزینهٔ ۴** ▲ مشخصات سؤال: متوسط * شیمی ۳ (فصل ۴)

**جوابش اینه**

گزینهٔ ۴: نادرست؛ از الکل‌ها می‌توان آلدهید، کتون، آمین و کربوکسیلیک اسید تهیه کرد.

**نباید سراغ اینا بری**

گزینهٔ ۱: درست

گزینهٔ ۲: درست؛ کاتالیزگر واکنش تبدیل اتن به اتان، فلز نیکل است.

$$_{28}Ni : [_{18}Ar]3d^8 4s^2$$

گزینهٔ ۳: درست؛ ساختار اتیل استات به‌صورت $CH_3-\overset{\overset{O}{\|}}{C}-O-CH_2-CH_3$ است که کربن‌های گروه متیل آن دارای عدد اکسایش $-3$ هستند.

**۱۰۳- پاسخ: گزینهٔ ۳** ▲ مشخصات سؤال: دشوار * شیمی ۳ (فصل ۴)

**جوابش اینه**

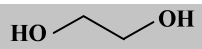
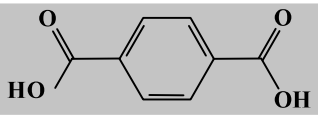
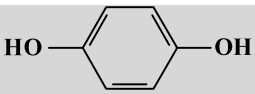
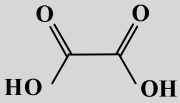
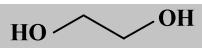
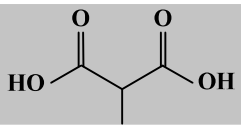
براساس روند نمایش داده شده $A$ آب، $B$ اتانول و $C$ اتانوئیک اسید (استیک اسید) است و از واکنش $B$ با $C$ استر ($D$ : اتیل استات) و آب ($E$) تولید می‌شود.

www.SanjeshCloud.ir
T.me/SanjeshClouds

**۱۰۴- پاسخ: گزینهٔ ۲** ▲ مشخصات سؤال: متوسط * شیمی ۳ (فصل ۴)

جوابش اینه

در جدول زیر مونومرهای مربوط به پلیمرها نشان داده شده‌اند.

| پلیمر | مونومر الکل دو عاملی | مونومر اسید دو عاملی |
|---|---|---|
| (الف) |  |  |
| (ب) |  |  |
| (پ) |  |  |

**۱۰۵- پاسخ: گزینهٔ ۳** ▲ مشخصات سؤال: ساده * شیمی ۳ (فصل ۴)

جوابش اینه

مواد اولیهٔ تولید متانول، $CO$ و $H_2$ هستند که می‌توان از واکنش گازهای متان و بخار آب، آن‌ها را تهیه کرد.

$$CH_4 + H_2O \rightarrow CO + 3H_2$$