

A

دفترچه پاسخ تشریحی

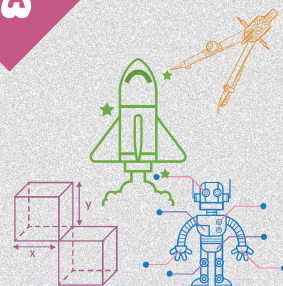
گروه آزمایشی علوم ریاضی

آزمون آزمایشی ۲۳ اردیبهشت ۱۴۰۴

ویژه داوطلبان آزمون سراسری ۱۴۰۴

پایه
دوازدهم

مرحله
۲۵



۱۴۰۳-۱۴۰۴

تذکرات مهم ↓

👉 آزمون آزمایشی مرحله ۲۶ گزینه دو، در روز جمعه ۲۶ اردیبهشت ۱۴۰۴ برگزار می گردد.

👉 داوطلب گرامی، جهت استفاده از خدمات طلایی خود مانند کارنامه های هوشمند بعد از آزمون، آزمونک ها، بانک سؤال گزینه دو، رفع اشکال هوشمند، جزوه های کمک آموزشی، آرشیو آزمون های گزینه دو و ...، با استفاده از شماره داوطلبی (به عنوان نام کاربری) و کد ملی خود (به عنوان رمز عبور) وارد وب سایت گزینه دو به آدرس www.gozine2.ir شوید.

👉👉 در صورتی که اینترنتی ثبت نام کرده اید، رمز عبور شما همان رمزی است که خودتان انتخاب نموده اید.

👉 کارنامه های آزمون آزمایشی مرحله ۲۵ به صورت کامل، با فاصله زمانی کوتاهی پس از آزمون مطابق اطلاعیه اعلام شده، بر روی پایگاه اینترنتی گزینه دو به آدرس www.gozine2.ir قرار می گیرد. در صورت بروز اشکال در دریافت کارنامه، موضوع را از طریق نمایندگی شهر خود پیگیری نمایید.



داوطلب گرامی، شما می توانید با اسکن تصویر بالا به وسیله گوشی هوشمند ویاتبلت خود، به صفحه اینستاگرام مؤسسه گزینه دو وارد شوید.

gozine2.ir

● معاون تولید محتوا: علی الفتی

● مدیر واحد آموزش تخصصی: محمدرضا محمدهاشمی

گروه ریاضی
مجموعه اساتید تدریس کننده
۱۴۰۳ تا ۱۴۰۴

کارشناسان	طراحان	موضوعات
علی صادقی • نیکو دهقان	حسین شفیع زاده • ایمان اردستانی	مسئول درس: علی افضل زاده دستیاران: عباس سعیدی - امین کبیری
محمد امین خدابنده • امیروردی	سید محسن میراسلامی • علی نعمت	مسئول درس: سعید اکبرزاده دستیار: هادی کاظم نژاد
محمد امین خدابنده • امیروردی	علیرضا شریف خطیبی • امیررضا پورحسینی	مسئول درس: سعید اکبرزاده دستیار: فرهاد فرزانی
پوپک مقدم	مهرداد کیوان • علی افضل زاده	مسئول درس: ایمان اردستانی دستیاران: وحید جعفری - مهدی پوررضایی
	وحید رباعی	مسئول درس: حسین افسری دستیاران: حسین اسدزاده - مهدی پوررضایی

گروه علوم
مجموعه اساتید تدریس کننده
۱۴۰۳ تا ۱۴۰۴

کارشناسان	طراحان	موضوعات
بتول خواجه پور • حسین ایمانی پور مرتضی فرهمند	محمد بازوگی • امیر کبیری راد علی پناهی شایق • علیرضا اکبرپور بهرام میرحبیبی • مسعود حدادی منصور کهن دل • فرزاد صادقیان	مسئول درس: امیر کبیری راد دستیار: پارسا کامکار
سید علیرضا کشفیان • نرگس سادات حسینی مریم گلی حسنلو	علی نعیمی • بهمن شاهمرادی احمد رضوانی • احمد مصلاهی جمال خم حاجی	مسئول درس: منصور داودوندی دستیار: ساناز دریکوندی
محمد احمدی • حسین ایمانی پور	ماشاءالله سلیمانی • بهنام ابراهیم پور مهرداد ملاصالحی • شهرام شاه پرویزی محمدعلی توسلی فر • محمد احمدی	مسئول درس: شهرام شاه پرویزی
فرزانه سعیدی • روزبه اسحاقیان آیتا هرطونیان	فرزانه رجایی • حسن علیمحمدی فرزانه صاعدی	مسئول درس: شکبیا کریمی

گروه انسانی
مجموعه اساتید تدریس کننده
۱۴۰۳ تا ۱۴۰۴

کارشناسان	طراحان	موضوعات
سپهر سالار کیا • سید محمد صادق حسام زاده محمدحسن مزروعی • عرشیا شریفیان	محمدرضا لمسه چی • ابوالفضل قاضی عماد فیض آبادی • علی عطری	مسئول درس: محمدرضا پیرو دستیار: حسنا محمدی
نیایش غریبی • هستی ناصح مهتاب شیرازی	فروغ تیموریان • آریتا بیدقی محمد زمان کبیر • علیرضا مختاری	مسئول درس: الهام رضایی دستیار: فاطمه صفری
فاطمه انوری • ثنا کاشیان	سیده ضحی سکاکی • سمین زاهدی مهدی جاهدی	مسئول درس: سیده ضحی سکاکی دستیار: حسین اصفهانی
فاطمه نظری • سارا حمزه یکتا فضل الهی • مهتاب شیرازی صبا پهلوان	اسرافیل قربانیپور • کاظم غلامی پدرام علیمرادی • حمید جوهری مجد عرفان جالیزی • پویا رضاداد	مسئول درس: پویا رضاداد
مهتاب شیرازی • علی سلوکی	بهرز یحیی • شهرام امامی فاطمه نبی • نگار مروتی	مسئول درس: مهسا اصغری دستیار: ثنا کاشیان
مهتاب شیرازی • علی سلوکی	شهرام امامی • بهروز یحیی نگار مروتی	مسئول درس: الناز گنج کار دستیار: الهه ریاحی نسب
مهدی مشایخی • مهتاب بیشه محمدعلی مهرآبادی • فرار مختاری نژاد	احمد خداداد حسینی • حمید سودیان طهرانی سعید رحیمیان • علی اکبر آخوندی مهدی لاچوردی	مسئول درس: سعید رحیمیان دستیاران: منصور کاظم بیگی - محمد حسین خدام
کوثر رعدی	میترا چینی ساز • حسین خاکساری محمدرضا مبارکی • طاهره کریمی آرش بدری • علی محسنی	مسئول درس: امیر محمد بیگی دستیار: محمدرضا مبارکی

ریاضیات

۱- پاسخ: گزینه ۴

▲ مشخصات سؤال: ساده * حسابان ۱ (فصل ۵، درس ۵)

نکته: تابع $f(x)$ در $x = a$ پیوسته است اگر و فقط اگر $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = f(a)$.

کافی است حد چپ و راست و مقدار تابع را در $x = 2$ به دست آورده و با هم برابر قرار دهیم:

$$\begin{cases} \lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{x^2 + 3x + b}{1 + [x]} = \frac{1+b}{3} \\ \lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{x^2 + 3x + b}{1 + [x]} = \frac{1+b}{2} \Rightarrow \frac{1+b}{3} = \frac{1+b}{2} \Rightarrow 2 \cdot 0 + 2b = 3 \cdot 0 + 3b \Rightarrow b = -1 \\ f(2) = \frac{1+b}{3} \end{cases}$$

بنابراین:

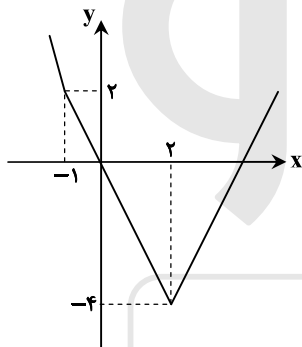
$$f(1) = \frac{1+3-1}{2} = -3$$

۲- پاسخ: گزینه ۳

▲ مشخصات سؤال: متوسط * حسابان ۱ (فصل ۱، درس ۴)

ابتدا به کمک بازه بندی، تابع $f(x)$ را رسم می کنیم و سپس برد آن را به دست می آوریم:

$$f(x) = \begin{cases} y = -x - 1 - 2x + 4 - x - 5 = -4x - 2; & x < -1 \\ y = x + 1 - 2x + 4 - x - 5 = -2x; & -1 \leq x \leq 2 \\ y = x + 1 + 2x - 4 - x - 5 = 2x - 8; & x > 2 \end{cases}$$



تصویر نمودار بر محور عرض ها، برد تابع است. پس: $R_f = [-4, +\infty)$

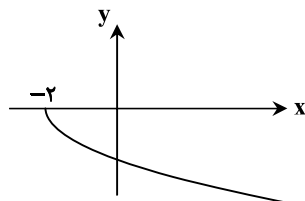
۳- پاسخ: گزینه ۱

▲ مشخصات سؤال: متوسط * حسابان ۱ (فصل ۲، درس ۳)

نکته: اگر f تابعی وارون پذیر باشد، داریم:

$$\begin{cases} (f^{-1} \circ f)(x) = x, & x \in D_f \\ (f \circ f^{-1})(x) = x, & x \in R_f \end{cases}$$

نمودار تابع $y = -\sqrt{x+2}$ به صورت مقابل است:

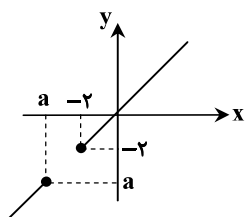


پس دامنه و برد تابع $f(x) = a - \sqrt{x+2}$ به صورت $D_f = [-2, +\infty)$ و $R_f = (-\infty, a]$ است.

مطابق نکته دامنه تابع $(f \circ f^{-1})(x)$ برابر برد تابع f یعنی $(-\infty, a]$ و دامنه تابع $(f^{-1} \circ f)(x)$

برابر دامنه تابع f یعنی $[-2, +\infty)$ است. اگر این دو تابع تقاطع نداشته باشند؛ باید دامنه هایشان

اشتراک نداشته باشد. به عبارت دیگر $a < -2$.



▲ مشخصات سؤال: متوسط * حسابان ۱ (فصل ۳، درس ۱)

۴- پاسخ: گزینه ۲

کافی است دو تابع را با هم برابر قرار دهیم:

$$2^x + \frac{3}{2} = \left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^{2x} \Rightarrow 2^x + \frac{3}{2} = \left(\frac{1}{2}\right)^x \Rightarrow 2^x + \frac{3}{2} = \frac{1}{2^x}$$

اگر $A = 2^x$ را به عنوان تغییر متغیر انتخاب کنیم داریم:

$$A^2 + \frac{3}{2}A - 1 = 0 \Rightarrow 2A^2 + 3A - 2 = 0 \Rightarrow \begin{cases} A = -2 \Rightarrow 2^x = -2 \\ A = \frac{1}{2} \Rightarrow 2^x = \frac{1}{2} \Rightarrow x = -1 \end{cases}$$

کافی است $x = -1$ را در یکی از ضابطه‌ها قرار دهیم:

$$y = 2^{-1} + \frac{3}{2} = \frac{1}{2} + \frac{3}{2} = 2 \Rightarrow A(-1, 2) \Rightarrow \beta = 2$$

▲ مشخصات سؤال: متوسط * حسابان ۱ (فصل ۳، درس ۳)

۵- پاسخ: گزینه ۱

نکته: به خواص لگاریتم که در این مسئله استفاده شده است، دقت کنید:

$$\log A - \log B = \log \frac{A}{B}$$

$$m \log A = \log A^m$$

نکته: برای حل معادله لگاریتمی ابتدا به کمک ویژگی‌های لگاریتم و با عملیات ریاضی مناسب متغیر را به دست می‌آوریم. سپس با آزمایش جواب در اصل معادله، قابل قبول بودن آن را بررسی می‌کنیم. باید توجه کرد که از تساوی $\log x_1 = \log x_2$ می‌توان نتیجه گرفت که $x_1 = x_2$. طبق نکات معادله را ساده می‌کنیم:

$$\log \frac{x^2 - 1}{x^2 - 1} = \log 2^{-1} \Rightarrow \frac{x^2 - 1}{x^2 - 1} = \frac{1}{2} \Rightarrow \frac{(x+1)(x-1)}{(x-1)(x^2 + x + 1)} = \frac{1}{2} \Rightarrow 2x + 2 = x^2 + x + 1 \Rightarrow x^2 - x - 1 = 0$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x_1 = \frac{1 + \sqrt{5}}{2} \\ x_2 = \frac{1 - \sqrt{5}}{2} \end{cases} \Rightarrow 2x = 1 + \sqrt{5} \Rightarrow 2x - 1 = \sqrt{5} \Rightarrow \log_5(2x - 1) = \log_5 \sqrt{5} = \frac{1}{2}$$

▲ مشخصات سؤال: متوسط * حسابان ۱ (فصل ۴، درس ۴)

۶- پاسخ: گزینه ۴

نکته: $\sin 2\alpha = 2 \sin \alpha \cos \alpha$, $\sin(\alpha + \beta) = \sin \alpha \cos \beta + \sin \beta \cos \alpha$, $\tan \alpha = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha}$

نکته: $\cos\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right) = \sin \alpha$, $\sin\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right) = \cos \alpha$

$$\begin{aligned} \cos 5^\circ (\tan 7^\circ + \tan 1^\circ) &= \cos 5^\circ \left(\frac{\sin 7^\circ}{\cos 7^\circ} + \frac{\sin 1^\circ}{\cos 1^\circ} \right) = \cos 5^\circ \left(\frac{\sin 7^\circ \cos 1^\circ + \sin 1^\circ \cos 7^\circ}{\cos 7^\circ \cos 1^\circ} \right) \\ &= \cos 5^\circ \left(\frac{\sin(7^\circ + 1^\circ)}{\cos 7^\circ \cos 1^\circ} \right) = \cos 5^\circ \times \frac{\sin 8^\circ}{\cos 7^\circ \times \cos 1^\circ} = \frac{\sin 8^\circ = \cos 1^\circ}{\cos 5^\circ = \sin 4^\circ} \times \frac{\sin 4^\circ}{\cos 7^\circ} = \frac{2 \sin 2^\circ \cos 2^\circ}{\sin 2^\circ} = 2 \cos 2^\circ \end{aligned}$$

▲ مشخصات سؤال: متوسط * حسابان ۱ (فصل ۵، درس ۴)

۷- پاسخ: گزینه ۳

نکته: برا رفع ابهام کسرهایی که صورت و مخرج آن‌ها به سمت صفر میل می‌کند باید با تجزیه صورت و مخرج عامل ابهام صفر گردد. ابتدا علامت عبارت داخل قدرمطلق را مشخص می‌کنیم:

$$x \rightarrow 2^- \Rightarrow x^2 - 2x = x(x-2) < 0 \Rightarrow |x^2 - 2x| = 2x - x^2 \Rightarrow \lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{x - (2x - x^2) - 2}{\sqrt{x+2} - x} = \lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{x^2 - x - 2}{\sqrt{x+2} - x}$$

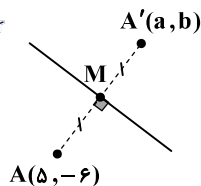
$$\xrightarrow[\text{مخرج}]{\text{ضرب در مزدوج}} \lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{x^2 - x - 2}{\sqrt{x+2} - x} \times \frac{\sqrt{x+2} + x}{\sqrt{x+2} + x} = \lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{x^2 - x - 2}{x + 2 - x^2} (\sqrt{x+2} + x) = \lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{(-1)(\sqrt{x+2} + x)}{x + 2 - x^2} = -4$$

▲ مشخصات سؤال: دشوار * حسابان ۱ (فصل ۱، درس ۵)

۸- پاسخ: گزینه ۴

نکته ۱: اگر خطوط d و d' به ترتیب با شیب‌های m و m' بر هم عمود باشند، آن‌گاه $mm' = -1$ و بر عکس. نکته ۲: اگر A و B دو نقطه در صفحه مختصات و M وسط پاره خط AB باشد، مختصات نقطه M برابر است با:

$$x_M = \frac{x_A + x_B}{2} , y_M = \frac{y_A + y_B}{2}$$



فرض کنیم M نقطه‌ای وسط پاره خط AA' باشد، مطابق شکل زیر ابتدا معادله خط قائم AM را نوشته و سپس نقطه تلاقی آن را با خط $d: \Delta y + x = 1$ به دست می آوریم و در نهایت فریبه نقطه $A(5, -6)$ را نسبت به M می نویسیم.

$$d: y = -\frac{1}{\Delta}x + \frac{1}{\Delta} \Rightarrow m_d = -\frac{1}{\Delta} \Rightarrow m_{AM} = \Delta$$

معادله خط به صورت $y = mx + h$ است که در اینجا $m = \Delta$ به دست آمده پس:

$$y = \Delta x + h \xrightarrow{A(5, -6) \text{ روی خط قرار دارد.}} -6 = \Delta(5) + h \Rightarrow h = -31 \Rightarrow y = \Delta x - 31$$

حال نقطه تلاقی دو خط را پیدا می کنیم:

$$\begin{cases} y - \Delta x = -31 \\ \Delta y + x = 1 \end{cases} \xrightarrow{\Delta \times} \begin{cases} \Delta y - \Delta^2 x = -31\Delta \\ \Delta y + x = 1 \end{cases} \xrightarrow{+} 2\Delta y = -2\Delta \Rightarrow y = -1, x = 6 \Rightarrow M(6, -1)$$

M وسط پاره خط AA' است.

$$\begin{cases} \frac{x_A + a}{2} = x_M \\ \frac{y_A + b}{2} = y_M \end{cases}$$

$$\begin{cases} \Delta + a = 12 \\ -6 + b = -2 \end{cases} \Rightarrow A'(7, 4) \Rightarrow a + b = 11$$

▲ مشخصات سؤال: دشوار * حسابان ۱ (فصل ۴، درس ۴)

۹- پاسخ: گزینه ۲

نکته:
$$\begin{cases} \sin(\alpha \pm \beta) = \sin \alpha \cos \beta \pm \cos \alpha \sin \beta \\ \cos(\alpha \pm \beta) = \cos \alpha \cos \beta \mp \sin \alpha \sin \beta \end{cases}$$

با استفاده از نکته داریم:

$$\frac{\sin(\alpha + \beta) - \sin(\alpha - \beta)}{\cos(\alpha + \beta) + \cos(\alpha - \beta)} = \frac{(\sin \alpha \cos \beta + \cos \alpha \sin \beta) - (\sin \alpha \cos \beta - \cos \alpha \sin \beta)}{(\cos \alpha \cos \beta - \sin \alpha \sin \beta) + (\cos \alpha \cos \beta + \sin \alpha \sin \beta)} = \frac{2 \cos \alpha \sin \beta}{2 \cos \alpha \cos \beta} = \frac{\sin \beta}{\cos \beta} = \tan \beta$$

حال مقدار خواسته شده را به دست می آوریم:

$$\tan\left(\frac{\pi}{4} + \beta\right) = \frac{\sin\left(\frac{\pi}{4} + \beta\right)}{\cos\left(\frac{\pi}{4} + \beta\right)} = \frac{\frac{\sqrt{2}}{2} \cos \beta + \frac{\sqrt{2}}{2} \sin \beta}{\frac{\sqrt{2}}{2} \cos \beta - \frac{\sqrt{2}}{2} \sin \beta} = \frac{\cos \beta + \sin \beta}{\cos \beta - \sin \beta}$$

صورت و مخرج را بر $\cos \beta$ تقسیم می کنیم.

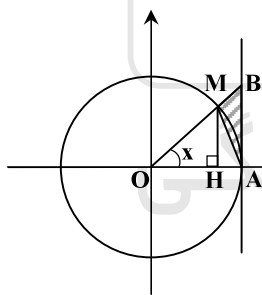
$$1 + \frac{\sin \beta}{\cos \beta} = \frac{1 + \tan \beta}{1 - \tan \beta} = -3$$

▲ مشخصات سؤال: دشوار * حسابان ۱ (فصل ۵، درس ۴)

۱۰- پاسخ: گزینه ۳

نکته: $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x} = 1$

ابتدا مساحت قسمت هاشور خورده را به عنوان یک تابع بر حسب زاویه x که بر حسب رادیان باشد، معرفی می کنیم. ($MH = \sin x$, $AB = \tan x$)



$$S(x) = S_{\triangle OAB} - S_{\triangle OMA} = \frac{1}{2} \times OA \times AB - \frac{1}{2} \times OA \times MH = \frac{1}{2} (\tan x - \sin x)$$

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow 0} \frac{S(x)}{x^3} &= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\frac{1}{2} (\tan x - \sin x)}{x^3} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\frac{\sin x}{\cos x} - \sin x}{2x^3} \\ &= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x - \sin x \cos x}{2 \cos x x^3} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x (1 - \cos x)}{2 \cos x x^3} \\ &= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x} \times \frac{1 - \cos x}{\cos x x^2} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos x}{x^2} \end{aligned}$$

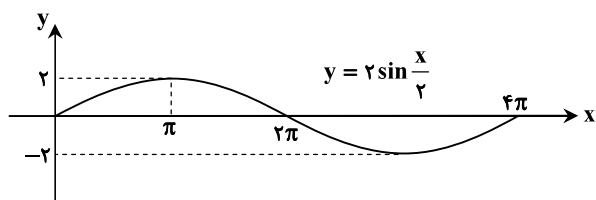
$$\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{1 - \cos x}{x^2} \times \frac{1 + \cos x}{1 + \cos x} \right) = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos^2 x}{x^2 (1 + \cos x)} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin^2 x}{x^2 (1 + \cos x)} = \frac{1}{2}$$

با ضرب صورت و مخرج در مزدوج عبارت صورت داریم:

▲ مشخصات سؤال: ساده * حسابان ۲ (فصل ۴، درس ۱)

۱۱- پاسخ: گزینه ۱

شیب خط مماس در نقطه a و مشتق تابع در نقطه a با هم برابر هستند، پس اگر نمودار f رسم شود، می توانیم با به دست آوردن مقدار تقریبی و علامت شیب، وضعیت آن را معلوم کنیم.



$$\begin{aligned} f'\left(\frac{\pi}{2}\right) &> 0 \\ f'(\pi) &= 0 \\ f'(2\pi) &< 0 \\ f'(3\pi) &= 0 \end{aligned}$$

بنابراین شیب خط مماس در $x = \frac{\pi}{2}$ از بقیه بیشتر است.

۱۲- پاسخ: گزینه ۲

▲ مشخصات سؤال: ساده * حسابان ۲ (فصل ۴، درس ۳)

نکته: آهنگ متوسط تغییر یک تابع را در بازه‌ای مانند $[a, a+h]$ به شکل زیر تعریف می‌کنیم:

$$\text{آهنگ متوسط تغییر تابع } f \text{ در بازه } [a, a+h] = \frac{f(a+h) - f(a)}{h}$$

راه حل اول:

ابتدا نقاط تلاقی خط و منحنی را به دست می‌آوریم:

$$\sqrt{x+3} = \frac{1}{4}(x+6) \Rightarrow (\sqrt{x+3})^2 = \left(\frac{1}{4}(x+6)\right)^2 \Rightarrow 4(x+3) = (x+6)^2 \Rightarrow x^2 + 12x + 36 = 4x + 48$$

$$\Rightarrow x^2 - 4x - 12 = 0 \Rightarrow (x-6)(x+2) = 0 \Rightarrow x = 6, -2$$

$$\frac{f(6) - f(-2)}{6 - (-2)} = \frac{3 - 1}{8} = \frac{1}{4}$$

پس آهنگ تغییر متوسط تابع f در بازه $[-2, 6]$ برابر است با:

راه حل دوم:

دقت کنید که چون هر دو نقطه برخورد روی خط هستند و ما دقیقاً در بازه $[a, b]$ می‌خواهیم آهنگ تغییر متوسط را حساب کنیم، شیب خط همان آهنگ متوسط تغییر است:

$$4y = x + 6 \Rightarrow y = \frac{1}{4}x + \frac{6}{4} \Rightarrow \text{شیب} = \frac{1}{4}$$

۱۳- پاسخ: گزینه ۳

▲ مشخصات سؤال: ساده * حسابان ۲ (فصل ۵، درس ۱)

نکته: فرض کنیم تابع f بر بازه $[a, b]$ پیوسته و بر بازه (a, b) مشتق پذیر باشد، در این صورت:(الف) اگر به ازای هر x در بازه (a, b) ، $f'(x) > 0$ ، آن‌گاه تابع f بر $[a, b]$ صعودی اکید است.(ب) اگر به ازای هر x در بازه (a, b) ، $f'(x) < 0$ ، آن‌گاه تابع f بر $[a, b]$ نزولی اکید است.(ج) اگر به ازای هر x در بازه (a, b) ، $f'(x) = 0$ ، آن‌گاه تابع f بر $[a, b]$ یک تابع ثابت است.

با توجه به نکته داریم:

$$f(x) = 2x^3 - 3x^2 - 12x + 7$$

$$f'(x) = 6x^2 - 6x - 12 = 6(x+1)(x-2)$$

 f' را تعیین علامت می‌کنیم:

x		-1		2	
f'	+	0	-	0	+
f		↗		↘	

تابع f در بازه $(-1, 2)$ نزولی اکید است. البته در هر زیرمجموعه از آن نیز نزولی اکید است. اما حداکثر مقدار $b - a$ برابر ۳ است.

۱۴- پاسخ: گزینه ۳

▲ مشخصات سؤال: متوسط * حسابان ۲ (درس ۱، فصل ۴)

نکته: شیب خط مماس بر منحنی f در نقطه $A(a, f(a))$ را به صورت زیر تعریف می‌کنیم: (به شرطی که این حد موجود و متناهی باشد)

$$\text{شیب خط مماس بر منحنی در نقطه } A = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(a+h) - f(a)}{h}$$

باتوجه به نکته می‌توان نوشت:

$$\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(1+2h) - f(1)}{h^2 + h} = \lim_{h \rightarrow 0} \left(\frac{f(1+2h) - f(1)}{2h} \times \frac{1}{\frac{1}{2}(h+1)} \right) = 2f'(1)$$

مطابق فرض سؤال این مقدار برابر ۴- است. بنابراین (*) $f'(1) = -2$

از طرفی داریم:

$$f'(1) = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x) - f(1)}{x - 1} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{ax^2 - 2 - a + 2}{x - 1} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{a(x^2 - 1)}{x - 1} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{a(x-1)(x+1)}{x-1} = \lim_{x \rightarrow 1} a(x+1) = 2a \xrightarrow{(*)} a = -1$$

▲ مشخصات سؤال: متوسط * حسابان ۲ (فصل ۴، درس ۲)

۱۵- پاسخ: گزینه ۱

$$\text{نکته: } y = (f \circ g)(x) \Rightarrow y' = g'(x) \cdot f'(g(x))$$

با توجه به نکته و خواسته سؤال، ابتدا تابع $f \circ g$ را پیدا می‌کنیم و مشتق آن را در نقطه $x = 2$ به دست می‌آوریم.

$$(f \circ g)(x) = \frac{2g^3(x) - 1}{g^3(x) + 2} = \frac{2(x-2) - 1}{x - 2 + 2} = \frac{2x - 5}{x} = 2 - \frac{5}{x}$$

بنابراین:

$$(f \circ g)'(x) = \frac{5}{x^2} \Rightarrow (f \circ g)'(2) = g'(2) \cdot f'(g(2)) = \frac{5}{4}$$



۱۶- پاسخ: گزینه ۴

▲ مشخصات سؤال: متوسط * حسابان ۲ (فصل ۵، درس ۱)

نکته: اگر f یک تابع و $I \subseteq D_f$ یک همسایگی از نقطه c (بازه باز شامل نقطه c) باشد که:
 الف) به ازای هر x متعلق به I داشته باشیم $f(x) \leq f(c)$ ، در این صورت $f(c)$ را یک ماکزیمم نسبی تابع f می‌نامیم.
 ب) به ازای هر x متعلق به I داشته باشیم $f(x) \geq f(c)$ ، در این صورت $f(c)$ را یک مینیمم نسبی تابع f می‌نامیم.
 نقطه $A(1, 2)$ اکسترمم نسبی تابع مشتق پذیر f در بازه $(0, +\infty)$ است. پس $f(1) = 2$ و $f'(1) = 0$ است:

$$\begin{cases} f(1) = 2 \Rightarrow a - b = 2 \\ f'(1) = 0 \Rightarrow a - \frac{b}{2\sqrt{1}} = 0 \Rightarrow a - \frac{b}{2} = 0 \Rightarrow a = -2, b = -4 \end{cases}$$

برای تشخیص نوع اکسترمم از آزمون مشتق اول کمک می‌گیریم. به عبارتی جدول تعیین علامت f' را می‌نویسیم:

$$f(x) = -2x + 4\sqrt{x}$$

$$f'(x) = -2 + \frac{2}{\sqrt{x}} \Rightarrow f'(x) = 0 \Rightarrow -2 + \frac{2}{\sqrt{x}} = 0 \Rightarrow \frac{2}{\sqrt{x}} = 2 \Rightarrow x = 1$$

x		1	
f'		$+$	$-$
f		\nearrow	\searrow

بنابراین $b = -4$ و نوع اکسترمم نسبی، ماکزیمم نسبی است.

۱۷- پاسخ: گزینه ۳ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * حسابان ۲ (فصل ۵، درس ۲)

نکته: اگر $A(\alpha, \beta)$ نقطه عطف تابع وارون پذیر f باشد، آن گاه $A'(\beta, \alpha)$ نقطه عطف $f^{-1}(x)$ است. ابتدا نقطه عطف تابع f را به دست می‌آوریم:

$$f'(x) = 3x^2 + 6x + 5$$

$$f''(x) = 6x + 6 = 0$$

بنابراین نقطه $(-1, 2)$ نقطه عطف تابع f و مطابق نکته $(2, -1)$ نقطه عطف تابع f^{-1} است؛ بنابراین فاصله این دو نقطه از هم برابر است با:

$$AA' = \sqrt{(-1-2)^2 + (2+1)^2} = \sqrt{18} = 3\sqrt{2}$$

۱۸- پاسخ: گزینه ۳ ▲ مشخصات سؤال: دشوار * حسابان ۲ (فصل ۵، درس ۱)

ابتدا تابع را به صورت یک تابع چند ضابطه‌ای می‌نویسیم و مشتق آن را حساب می‌کنیم:

$$f(x) = \begin{cases} 4x^2 - a & x > \frac{\sqrt{a}}{2} \cup x < -\frac{\sqrt{a}}{2} \\ -4x^2 + a & -\frac{\sqrt{a}}{2} \leq x \leq \frac{\sqrt{a}}{2} \end{cases} \Rightarrow f'(x) = \begin{cases} 8x & x > \frac{\sqrt{a}}{2} \cup x < -\frac{\sqrt{a}}{2} \\ -8x & -\frac{\sqrt{a}}{2} < x < \frac{\sqrt{a}}{2} \end{cases}$$

$$f'_+\left(\frac{\sqrt{a}}{2}\right) = 4\sqrt{a}, \quad f'_+\left(-\frac{\sqrt{a}}{2}\right) = 4\sqrt{a}$$

$$f'_-\left(\frac{\sqrt{a}}{2}\right) = -4\sqrt{a}, \quad f'_-\left(-\frac{\sqrt{a}}{2}\right) = -4\sqrt{a}$$

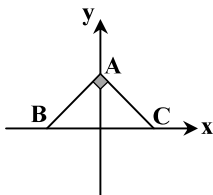
این تابع در نقاط $x = \pm \frac{\sqrt{a}}{2}$ مشتق ندارد و در نقطه $x = 0$ مشتق تابع برابر صفر است، پس مجموعه نقاط بحرانی به صورت

$$f\left(\frac{\sqrt{a}}{2}\right) = 0, \quad f\left(-\frac{\sqrt{a}}{2}\right) = 0, \quad f(0) = a \quad \left\{ \frac{\sqrt{a}}{2}, -\frac{\sqrt{a}}{2}, 0 \right\} \text{ است. داریم:}$$

سه نقطه $A(0, a)$ ، $B\left(-\frac{\sqrt{a}}{2}, 0\right)$ و $C\left(\frac{\sqrt{a}}{2}, 0\right)$ سه رأس مثلث قائم الزاویه هستند.

مطابق شکل حاصل ضرب شیب دو پاره خط AB و AC باید -1 شود، پس داریم:

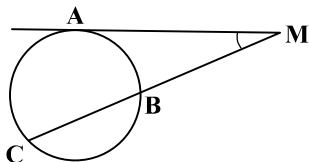
$$\begin{cases} m_{AC} = \frac{-a}{\frac{\sqrt{a}}{2}} = \frac{-2a}{\sqrt{a}} = -2\sqrt{a} \\ m_{AB} = \frac{-a}{-\frac{\sqrt{a}}{2}} = \frac{2a}{\sqrt{a}} = 2\sqrt{a} \end{cases} \Rightarrow -2\sqrt{a} \times 2\sqrt{a} = -1 \Rightarrow 4a = 1 \Rightarrow a = \frac{1}{4}$$



۱۹- پاسخ: گزینه ۱

▲ مشخصات سؤال: ساده * هندسه ۲ (فصل ۱، درس ۱)

نکته: در شکل روبه‌رو داریم:



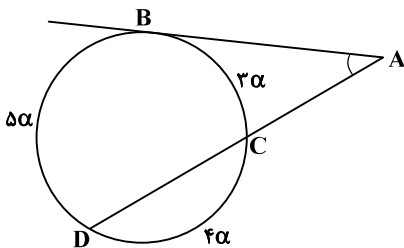
$$\hat{M} = \frac{\widehat{AC} - \widehat{AB}}{2}$$

مجموع کمان‌های دایره کامل برابر با 360° است، پس:

$$3\alpha + 4\alpha + 5\alpha = 360^\circ \Rightarrow 12\alpha = 360^\circ \Rightarrow \alpha = 30^\circ$$

اکنون با استفاده از نکته بالا داریم:

$$\hat{A} = \frac{\widehat{BD} - \widehat{BC}}{2} = \frac{5\alpha - 3\alpha}{2} = \alpha = 30^\circ$$



▲ مشخصات سؤال: متوسط * هندسه ۲ (فصل ۱، درس ۳)

۲۰- پاسخ: گزینه ۳

نکته: در مثلثی با مساحت S و محیط ۲P، شعاع دایره محاطی داخلی برابر است با: $r = \frac{S}{P}$

نکته: در مثلث متساوی‌الساقین، نیمساز، میانه و ارتفاع وارد بر قاعده، برهم منطبق‌اند.

ابتدا داریم:

$$2P = AB + AC + BC = 10 + 10 + 12 = 32 \Rightarrow P = 16$$

اکنون با استفاده از قضیه فیثاغورس در مثلث قائم‌الزاویه ACH داریم:

$$AH = \sqrt{AC^2 - CH^2} = \sqrt{10^2 - 3^2} = \sqrt{64} = 8$$

پس مساحت مثلث ABC برابر است با:

$$S = \frac{1}{2} \times 12 \times 8 = 48$$

بنابراین شعاع دایره محاطی داخلی مثلث برابر است با:

$$r = \frac{S}{P} = \frac{48}{16} = 3$$

▲ مشخصات سؤال: متوسط * هندسه ۲ (فصل ۲، درس ۱)

۲۱- پاسخ: گزینه ۴

نکته: در هر انتقال، اندازه هر پاره خط و اندازه تصویر آن با هم برابرند.

نکته: انتقال یافته هر خط، خطی موازی با آن است.

نکته: در مربعی به ضلع a و قطر d داریم: $d = a\sqrt{2}$

در مربع ABCD اندازه قطر BD را می‌یابیم.

$$AB = 4\sqrt{2} \Rightarrow DB = AB\sqrt{2} = 4\sqrt{2} \times \sqrt{2} = 8$$

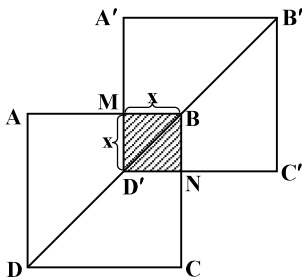
DD' برابر بردار انتقال است، پس:

$$DD' = 5 \Rightarrow D'B = DB - DD' = 8 - 5 = 3$$

حال در مربع MBND' اگر طول ضلع را x در نظر بگیریم، داریم:

$$D'B = x\sqrt{2} \Rightarrow 3 = x\sqrt{2} \Rightarrow x = \frac{3}{\sqrt{2}}$$

$$S_{MBND'} = x^2 = \frac{9}{2} = 4.5$$



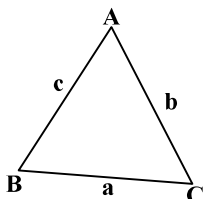
▲ مشخصات سؤال: متوسط * هندسه ۲ (فصل ۳، درس‌های ۲ و ۳)

۲۲- پاسخ: گزینه ۲

نکته (قضیه کسینوس‌ها): در هر مثلث، مربع اندازه هر ضلع برابر است با مجموع مربع‌های اندازه‌های

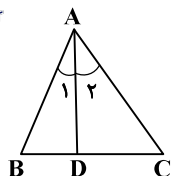
دو ضلع دیگر، منهای دو برابر حاصل ضرب اندازه آن دو ضلع در کسینوس زاویه بین آن‌ها:

$$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cdot \cos \hat{A}, \quad b^2 = a^2 + c^2 - 2ac \cdot \cos \hat{B}, \quad c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cdot \cos \hat{C}$$

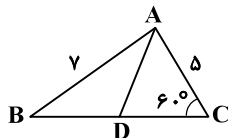


نکته: در هر مثلث، نیمساز هر زاویه داخلی، ضلع روبرو به آن زاویه را به نسبت اندازه‌های ضلع‌های آن زاویه تقسیم می‌کند.

$$\frac{AB}{AC} = \frac{BD}{CD}$$



با استفاده از نکته فوق داریم:



$$AD \text{ نیمساز: } \frac{BD}{DC} = \frac{AB}{AC} \Rightarrow \frac{BD}{DC} = \frac{7}{5}$$

فرض می‌کنیم: $BD = 7k$ و $DC = 5k$, پس:

$$BC = BD + DC = 7k + 5k = 12k$$

حال قضیه کسینوس‌ها را در مثلث ABC می‌نویسیم:

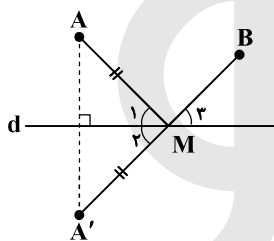
$$AB^2 = AC^2 + BC^2 - 2AC \cdot BC \cdot \cos \hat{C}$$

$$7^2 = 5^2 + (12k)^2 - 2 \times 5 \times 12k \cos 60^\circ \Rightarrow 49 = 25 + 144k^2 - 10 \times 12k \times \frac{1}{2}$$

$$\Rightarrow 144k^2 - 6 \cdot k + 25 - 49 = 0 \Rightarrow 144k^2 - 6 \cdot k - 24 = 0 \xrightarrow{+12} 12k^2 - 5k - 2 = 0 \Rightarrow \Delta = 25 - 4 \times 12 \times (-2) = 121$$

$$k = \frac{5 \pm 11}{24} \xrightarrow{k > 0} k = \frac{16}{24} = \frac{2}{3} \Rightarrow DC = 5k = 5 \times \frac{2}{3} = \frac{10}{3}$$

۲۳- پاسخ: گزینه ۳ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * هندسه ۲ (فصل ۲، درس ۲)



نکته: طبق مسئله هرون برای یافتن مکان نقطه M روی خط d، به طوری که $AM + MB$ کوتاه‌ترین مسیر باشد، مطابق شکل ابتدا بازتاب A نسبت به d را A' نامیده و از A' به B وصل می‌کنیم تا d را در نقطه M قطع کند. در این صورت داریم:

$$AM = A'M \Rightarrow AM + MB = A'M + MB = A'B$$

با توجه به نکته و مطابق شکل، بازتاب نقطه E را نسبت به قطر BD، E' می‌نامیم. (واضح است که E' روی ضلع AD قرار داشته و $DE' = DE = 5$) اینک از E' به C وصل می‌کنیم تا قطر BD را در M قطع کند. از آنجایی که طبق ویژگی بازتاب، داریم $ME' = ME$ ، پس خواهیم داشت:

$$EM + CM = E'M + CM = E'C \xrightarrow{\Delta DE'C} E'C = \sqrt{DE'^2 + DC^2} = \sqrt{25 + 144} = \sqrt{169} = 13$$

۲۴- پاسخ: گزینه ۱ ▲ مشخصات سؤال: دشوار * هندسه ۲ (فصل ۳، درس ۱)

نکته: در مثلثی با اضلاع a, b و c داریم:

$$|a-b| < c < a+b, |a-c| < b < a+c, |b-c| < a < b+c$$

$$\frac{a}{\sin \hat{A}} = \frac{b}{\sin \hat{B}} = \frac{c}{\sin \hat{C}} = 2R$$

نکته (قضیه سینوس‌ها): در مثلث ABC با اضلاع $BC = a$ ، $AC = b$ و $AB = c$ داریم:

که شعاع دایره محیطی مثلث است.

با استفاده از نکته بالا داریم:

$$\frac{a}{\sin \hat{A}} = \frac{b}{\sin \hat{B}} \Rightarrow \frac{a^2}{\sin^2 \hat{A}} = \frac{b^2}{\sin^2 \hat{B}} \Rightarrow \frac{a^2}{1 - \cos^2 \hat{A}} = \frac{b^2}{1 - \cos^2 \hat{B}}$$

$$\Rightarrow a^2 - a^2 \cos^2 \hat{B} = b^2 - b^2 \cos^2 \hat{A} \Rightarrow a^2 \cos^2 \hat{B} - b^2 \cos^2 \hat{A} = a^2 - b^2$$

$$a^2 - b^2 = \gamma \Rightarrow (a-b)(a+b) = \gamma$$

طبق فرض داریم $a^2 \cos^2 \hat{B} - b^2 \cos^2 \hat{A} = \gamma$ ، پس:

$$\begin{cases} a-b=1 \\ a+b=7 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a=4 \\ b=3 \end{cases}$$

چون a و b اعدادی طبیعی‌اند، داریم:

$$|a-b| < c < a+b \Rightarrow 1 < c < 7$$

طبق نامساوی مثلث داریم:

پس بزرگ‌ترین مقدار طبیعی c برابر ۶ است.

۲۵- پاسخ: گزینه ۴

▲ مشخصات سؤال: ساده * هندسه ۳ (فصل ۳، درس ۱)

نکته: اگر نقاط $A(x_1, y_1, z_1)$ و $B(x_2, y_2, z_2)$ مفروض باشند، بردار \overline{BA} و \overline{AB} به صورت $\overline{BA} = (x_1 - x_2, y_1 - y_2, z_1 - z_2)$ و $\overline{AB} = (x_2 - x_1, y_2 - y_1, z_2 - z_1)$ تعریف می‌شوند. ابتدا با استفاده از نکته بالا داریم:

$$\begin{cases} M(4, 0, 4) \\ N(0, 4, 3) \end{cases} \Rightarrow \overline{MN} = (-4, 4, -1)$$

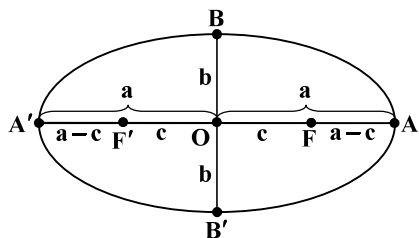
$$\vec{a} = (-8, 8, -2) = 2 \times (-4, 4, -1) \Rightarrow \vec{a} = 2\overline{MN}$$

چون \vec{a} مضرب مثبت \overline{MN} است، پس موازی و هم‌جهت آن است و گزینه ۴ پاسخ است.

▲ مشخصات سؤال: متوسط * هندسه ۳ (فصل ۲، درس ۳)

۲۶- پاسخ: گزینه ۱

نکته: در بیضی شکل زیر داریم:



۱) $AA' = 2a$ = طول قطر بزرگ

۲) $BB' = 2b$ = طول قطر کوچک

۳) $FF' = 2c$ = فاصله کانونی

۴) $a^2 = b^2 + c^2$

نکته: در بیضی نسبت $\frac{c}{a}$ را خروج از مرکز بیضی می‌گویند و با نماد e نشان می‌دهند.

$$e = \frac{c}{a}$$

فاصله کانون تا نزدیک‌ترین رأس کانونی بیضی، برابر $a - c$ است و داریم:

$$a - c = 2, 2b = 8, b = 4 \Rightarrow b^2 = a^2 - c^2 \Rightarrow (a - c)(a + c) = 16 \Rightarrow 2(a + c) = 16 \Rightarrow \begin{cases} a + c = 8 \\ a - c = 2 \end{cases} \Rightarrow a = 5, c = 3$$

$$\Rightarrow e = \frac{c}{a} = \frac{3}{5}$$

▲ مشخصات سؤال: متوسط * هندسه ۳ (فصل ۳، درس ۲)

۲۷- پاسخ: گزینه ۴

نکته: فرض کنیم $\vec{a} = (a_1, a_2, a_3)$ و $\vec{b} = (b_1, b_2, b_3)$ دو بردار باشند. ضرب خارجی \vec{a} و \vec{b} را که با نماد $\vec{a} \times \vec{b}$ نمایش می‌دهیم به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$\vec{a} \times \vec{b} = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ a_1 & a_2 & a_3 \\ b_1 & b_2 & b_3 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} a_2 & a_3 \\ b_2 & b_3 \end{vmatrix} \vec{i} - \begin{vmatrix} a_1 & a_3 \\ b_1 & b_3 \end{vmatrix} \vec{j} + \begin{vmatrix} a_1 & a_2 \\ b_1 & b_2 \end{vmatrix} \vec{k}$$

نکته: حجم متوازی‌السطوح پدید آمده توسط سه بردار $\vec{a} = (a_1, a_2, a_3)$ ، $\vec{b} = (b_1, b_2, b_3)$ و $\vec{c} = (c_1, c_2, c_3)$ با استفاده از

$$k = \begin{vmatrix} a_1 & a_2 & a_3 \\ b_1 & b_2 & b_3 \\ c_1 & c_2 & c_3 \end{vmatrix} \Rightarrow \text{حجم} = V = |k|$$

نکته: مساحت متوازی‌الاضلاعی که بر روی دو بردار \vec{a} و \vec{b} ساخته می‌شود، برابر با اندازه بردار حاصل از ضرب خارجی \vec{a} و \vec{b} می‌باشد، یعنی:

$$S = |\vec{a} \times \vec{b}|$$

ابتدا حجم متوازی‌السطوح را می‌یابیم:

$$\left. \begin{matrix} \vec{a} = (1, -2, 0) \\ \vec{b} = (0, 1, 3) \\ \vec{c} = (2, 0, -1) \end{matrix} \right\} \Rightarrow k = \begin{vmatrix} 1 & -2 & 0 \\ 0 & 1 & 3 \\ 2 & 0 & -1 \end{vmatrix} = 1(-1-0) - (-2)(0-6) + 0 = -1-12 = -13 \Rightarrow (\text{حجم}) V = 13$$

چون قاعده این متوازی‌السطوح بر روی بردارهای \vec{a} و \vec{b} تشکیل شده است، داریم:

$$\vec{a} \times \vec{b} = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ 1 & -2 & 0 \\ 0 & 1 & 3 \end{vmatrix} = \vec{i}(-6-0) - \vec{j}(3-0) + \vec{k}(1-0) = -6\vec{i} - 3\vec{j} + \vec{k}$$

$$\text{مساحت قاعده} : S = |\vec{a} \times \vec{b}| = \sqrt{36 + 9 + 1} = \sqrt{46}$$

$$\text{حجم متوازی‌السطوح} = \text{مساحت قاعده} \times \text{ارتفاع} \Rightarrow 13 = h \times \sqrt{46} \Rightarrow h = \frac{13}{\sqrt{46}} = \frac{13\sqrt{46}}{46}$$



۲۸- پاسخ: گزینه ۳

▲ مشخصات سؤال: متوسط * هندسه ۳ (فصل ۳، درس ۲)

نکته: طول هر بردار مانند $\vec{a} = (a_1, a_2, a_3)$ در \mathbb{R}^3 از رابطه زیر به دست می آید.

$$|\vec{a}| = \sqrt{a_1^2 + a_2^2 + a_3^2}$$

$$\vec{a}' = \frac{\vec{a} \cdot \vec{b}}{|\vec{b}|^2} \vec{b}$$

نکته: بردار تصویر قائم \vec{a} بر امتداد بردار \vec{b} به صورت زیر است:

با توجه به مفروضات مسئله، داریم:

$$\vec{a} - \vec{b} = (4, 2, -5) \Rightarrow |\vec{a} - \vec{b}| = \sqrt{16 + 4 + 25} = \sqrt{45}$$

$$|\vec{a} - \vec{b}|^2 = |\vec{a}|^2 + |\vec{b}|^2 - 2\vec{a} \cdot \vec{b} \Rightarrow 45 = 25 + 16 - 2\vec{a} \cdot \vec{b} \Rightarrow 2\vec{a} \cdot \vec{b} = 41 - 45 = -4 \Rightarrow \vec{a} \cdot \vec{b} = -2$$

$$\vec{a}' = \frac{\vec{a} \cdot \vec{b}}{|\vec{b}|^2} \vec{b} = \frac{-2}{16} \vec{b} = -\frac{1}{8} \vec{b}$$

▲ مشخصات سؤال: متوسط * هندسه ۳ (فصل ۲، درس ۳)

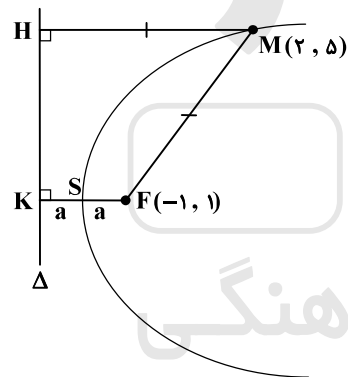
۲۹- پاسخ: گزینه ۱

نکته: سهمی، مکان هندسی نقاطی از یک صفحه است که از یک خط ثابت در آن صفحه و از یک نقطه ثابت غیرواقع بر آن خط در آن صفحه به یک فاصله باشند.

نکته: معادله سهمی افقی یا قائم با رأس $S(h, k)$ به صورت زیر است.

معادله سهمی	کانون	خط هادی	محور سهمی	دهانه سهمی
$(y - k)^2 = 4a(x - h)$	$(a + h, k)$	$x = -a + h$	خط $y = k$	روبه راست
$(y - k)^2 = -4a(x - h)$	$(-a + h, k)$	$x = a + h$	خط $y = k$	روبه چپ
$(x - h)^2 = 4a(y - k)$	$(h, a + k)$	$y = -a + k$	خط $x = h$	روبه بالا
$(x - h)^2 = -4a(y - k)$	$(h, -a + k)$	$y = a + k$	خط $x = h$	روبه پایین

طبق تعریف سهمی باید داشته باشیم:



$$MF = MH$$

$$MF = \sqrt{x^2 + y^2} = \Delta \Rightarrow MH = MF = \Delta$$

پس معادله خط هادی عبارت است از:

$$x = 2 - \Delta = -3$$

$$FK = 2a = -1 - (-3) = 2 \Rightarrow a = 1 \Rightarrow S(-2, 1)$$

بنابراین معادله سهمی به صورت زیر است.

$$(y - 1)^2 = 4(x + 2) \Rightarrow y^2 - 2y + 1 = 4x + 8 \Rightarrow y^2 - 4x - 2y = 7$$

▲ مشخصات سؤال: ساده * آمار و احتمال (فصل ۱، درس ۲)

۳۰- پاسخ: گزینه ۳

نکته ۱: فرض کنید A یک مجموعه n عضوی باشد، تعداد زیرمجموعه‌های A برابر با 2^n است.

نکته ۲: اگر $A \subseteq B$ به طوری که $A \neq B$ ، آنگاه A زیرمجموعه محض یا سره B نامیده می شود.

$$A - \{B\} = \{a, b, \{a\}\} - \{\{a, b\}\} = \{a, b, \{a\}\} = A$$

تعداد زیرمجموعه‌های سره و غیر تهی مجموعه A برابر است با: $2^3 - 2 = 6$

▲ مشخصات سؤال: متوسط * آمار و احتمال (فصل ۱، درس ۱)

۳۱- پاسخ: گزینه ۲

نکته ۱: ترکیب عطفی، فصلی و شرطی دو گزاره به صورت روبه‌رو است:

p	q	$p \wedge q$	$p \vee q$	$p \Rightarrow q$
د	د	د	د	د
د	ن	ن	د	ن
ن	د	ن	د	د
ن	ن	ن	ن	د

$$\text{نکته ۲: } p \Rightarrow q \equiv \sim p \vee q$$

$$\text{نکته ۳ (توزیع پذیری): } p \vee (q \wedge r) \equiv (p \vee q) \wedge (p \vee r)$$

$$\text{نکته ۴ (قانون جذب): } p \vee (p \wedge q) \equiv p$$

را حل اول:

جدول ارزش گزاره داده شده را می نویسیم:

p	q	p ∧ q	p ⇒ (p ∧ q)	(p ⇒ (p ∧ q)) ∧ q
د	د	د	د	د
د	ن	ن	ن	ن
ن	د	ن	د	د
ن	ن	ن	د	ن

با توجه به جدول، گزاره داده شده با گزاره q هم ارزش است.

را حل دوم:

به کمک قوانین جبر گزاره ها، داریم:

$$[p \Rightarrow (p \wedge q)] \wedge q \equiv [\sim p \vee (p \wedge q)] \wedge q \equiv [\underbrace{(\sim p \vee p)}_T \wedge (\sim p \vee q)] \wedge q \equiv \underbrace{(\sim p \vee q)}_{\text{جذب}} \wedge q \equiv q$$

۳۲- پاسخ: گزینه ۲ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * آمار و احتمال (فصل ۲، درس های ۱ و ۳)

۱ نکته: $P(A - B) = P(A) - P(A \cap B)$

۲ نکته: $P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)}$

۳ نکته: $P(A' \cap B') = 1 - P(A \cup B)$

۴ نکته: $P(A') = 1 - P(A)$

۵ نکته: $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$

با توجه به نکته ۱، داریم:

$$P(A - B) = 0/4 \Rightarrow P(A) - P(A \cap B) = 0/4$$

و اینک با توجه به نکات ۲ تا ۵، خواهیم داشت:

$$P(A'|B') = \frac{P(A' \cap B')}{P(B')} = \frac{1 - P(A \cup B)}{1 - P(B)} = \frac{1 - (P(B) + P(A) - P(A \cap B))}{1 - P(B)} = \frac{1 - (0/5 + 0/4)}{1 - 0/5} = \frac{0/1}{0/5} = \frac{1}{5}$$

۳۳- پاسخ: گزینه ۴ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * آمار و احتمال (فصل ۳، درس ۳)

نکته ۱ (میانگین یا متوسط داده ها): میانگین یا متوسط n داده x_1, x_2, \dots, x_n را با نماد \bar{x} نشان می دهیم و آن را به صورت زیر تعریف می کنیم:

$$\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^n x_i}{n} = \frac{x_1 + x_2 + \dots + x_n}{n}$$

نکته ۲ (انحراف معیار داده ها): اگر n داده از جامعه به صورت x_1, x_2, \dots, x_n داشته باشیم، انحراف معیار آن ها را با نماد σ نشان می دهیم، که به صورت زیر محاسبه می شود:

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}{n}} = \sqrt{\frac{(x_1 - \bar{x})^2 + (x_2 - \bar{x})^2 + \dots + (x_n - \bar{x})^2}{n}}$$

که در آن $x_i - \bar{x}$ را انحراف داده i ام از میانگین داده ها می گویند.

نکته ۳ (واریانس داده ها): توان دوم انحراف معیار داده ها را واریانس داده ها گویند و آن را با نماد σ^2 نشان می دهیم.

ابتدا میانگین داده ها را می یابیم.

$$\bar{x} = \frac{2a + 4a + 6a + 8a}{4} = \frac{20a}{4} = 5a$$

واریانس داده ها برابر ۱۰ است، پس:

$$\sigma^2 = \frac{(2a - 5a)^2 + (4a - 5a)^2 + (6a - 5a)^2 + (8a - 5a)^2}{4}$$

$$\sigma^2 = \frac{9a^2 + a^2 + a^2 + 9a^2}{4} = \frac{20a^2}{4} = 5a^2 \Rightarrow 5a^2 = 10 \Rightarrow a^2 = 2$$

۳۴- پاسخ: گزینه ۱ ▲ مشخصات سؤال: دشوار * آمار و احتمال (فصل ۲، درس ۳)

نکته ۱: فرض کنید B_1, B_2, \dots, B_n پیشامدهایی با احتمال ناصفر باشند که فضای نمونه را افراز می کنند. در این صورت، برای هر پیشامد دلخواه A، داریم:

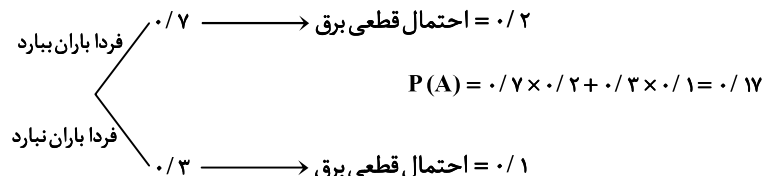
$$P(A) = P(B_1)P(A|B_1) + P(B_2)P(A|B_2) + \dots + P(B_n)P(A|B_n) = \sum_{k=1}^n P(B_k)P(A|B_k)$$

نکته ۲: فرض کنید B_1, B_2, \dots, B_n پیشامدهایی با احتمال ناصفر باشند که فضای نمونه را افزاز می‌کنند. در این صورت، برای هر پیشامد

$$P(B_i | A) = \frac{P(B_i)P(A | B_i)}{P(A)}$$

دلخواه A و هر $i \leq n$ داریم:

ابتدا به کمک قانون احتمال کل، احتمال اینکه فردا برق قطع شود را حساب می‌کنیم. A را پیشامد اینکه فردا برق قطع شود و B را پیشامد اینکه فردا باران ببارد در نظر می‌گیریم:



حال به کمک قانون بیز احتمال آنکه فردا باران ببارد به شرط آنکه برق قطع شود را حساب می‌کنیم:

$$P(B | A) = \frac{P(B) \cdot P(A | B)}{P(A)} = \frac{0.7 \times 0.2}{0.17} = \frac{14}{17}$$

بنابراین گزینه ۱ پاسخ است.

۳۵- پاسخ: گزینه ۲ \blacktriangle مشخصات سؤال: دشوار * آمار و احتمال (فصل ۴، درس ۲)

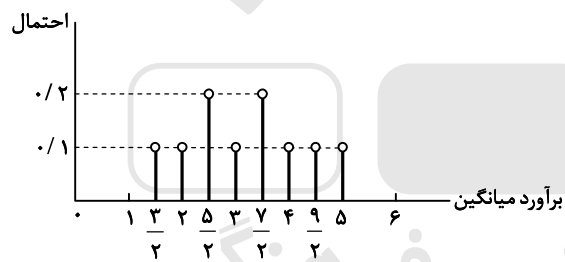
نکته: برآورد نقطه‌ای پارامتر جامعه برابر است با مقدار عددی حاصل از جای‌گذاری اعداد نمونه تصادفی در آماره نظیر آن پارامتر به بیان دیگر مقدار عدد آماره را برآورد یا برآورد نقطه‌ای می‌نامند.

در جامعه $\{1, 2, 3, 4, 6\}$ تعداد نمونه‌های ۲ عضوی و برآورد میانگین آن‌ها به صورت زیر است:

$$\binom{5}{2} = 10 \text{ : تعداد نمونه‌های ۲ عضوی}$$

نمونه	$\{1, 2\}$	$\{1, 3\}$	$\{1, 4\}, \{2, 3\}$	$\{2, 4\}$	$\{1, 6\}, \{3, 4\}$	$\{2, 6\}$	$\{3, 6\}$	$\{4, 6\}$
\bar{x}	$\frac{3}{2}$	$\frac{4}{2}$	$\frac{5}{2}$	$\frac{6}{2}$	$\frac{7}{2}$	$\frac{8}{2}$	$\frac{9}{2}$	$\frac{10}{2}$
احتمال	$\frac{1}{10}$	$\frac{1}{10}$	$\frac{2}{10}$	$\frac{1}{10}$	$\frac{2}{10}$	$\frac{1}{10}$	$\frac{1}{10}$	$\frac{1}{10}$

اطلاعات جدول بالا را در نمودار زیر خلاصه می‌کنیم.



همان‌طور که ملاحظه می‌کنید ۲ میله با اندازه متفاوت وجود دارد.

۳۶- پاسخ: گزینه ۲ \blacktriangle مشخصات سؤال: متوسط * ریاضیات گسسته (فصل ۲، درس ۲)

نکته ۱: زیرمجموعه D از مجموعه رئوس گراف G را مجموعه احاطه‌گر می‌نامیم، هرگاه هر رأس از گراف یا در D باشد و یا حداقل با یکی از رئوس D مجاور باشد.

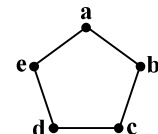
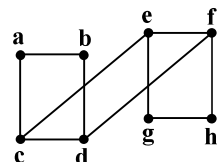
نکته ۲: اگر G یک گراف n رأسی با ماکزیمم درجه Δ باشد و D یک مجموعه احاطه‌گر در آن باشد، آنگاه $|D| \leq \left\lceil \frac{n}{\Delta+1} \right\rceil$ و از آنجا که

$\gamma(G)$ نیز اندازه یک مجموعه احاطه‌گر است همواره داریم $\left\lceil \frac{n}{\Delta+1} \right\rceil \leq \gamma(G)$ (اصطلاحاً گفته می‌شود در گراف G عدد $\left\lceil \frac{n}{\Delta+1} \right\rceil$ یک کران

پایین است برای $\gamma(G)$ ؛ یعنی $\gamma(G)$ نمی‌تواند از آن کمتر شود).

مطابق نکته ۲ برای گراف داده‌شده (G)، داریم:

$$\gamma(G) \geq \left\lceil \frac{n}{\Delta+1} \right\rceil \Rightarrow \gamma(G) \geq \left\lceil \frac{8}{3+1} \right\rceil \Rightarrow \gamma(G) \geq 2$$



توجه کنید که گراف با ۲ رأس احاطه نمی‌شود. با انتخاب رأس‌های $\{c, d, h\}$ واضح است که $\gamma(G) = 3$ می‌شود. از طرفی عدد احاطه‌گری گراف C_5 برابر ۲ است. کفایت مجموعه احاطه‌گر را مثلاً $\{a, d\}$

انتخاب کنیم، پس اختلاف عدد احاطه‌گری این دو گراف برابر است با: $3 - 2 = 1$

۳۷- پاسخ: گزینه ۱

▲ مشخصات سؤال: متوسط * ریاضیات گسسته (فصل ۳، درس ۱)

نکته: جایگشت n شیء متمایز برابر $n!$ است.کاراکتر اول یکی از سه حرف x, y, z است، پس ۳ حالت دارد.

کاراکتر آخر یکی از سه رقم ۲، ۴ و ۶ است، پس ۳ حالت دارد.

در هشت کاراکتر وسط، اشکال هندسی در یک دسته هستند که خودشان ۳! جایگشت دارند و بسته اشکال هندسی با دو حرف و دو رقم باقی مانده مجموعاً ۵ کاراکتر هستند که با هم ۵! جایگشت دارند، پس:

$$2 \times 3 \times 3! \times 5! = 6480$$

بنابراین گزینه ۱ پاسخ است.

۳۸- پاسخ: گزینه ۱

▲ مشخصات سؤال: متوسط * ریاضیات گسسته (فصل ۳، درس ۲)

نکته: برای دو مجموعه A و B از مجموعه مرجع S داریم:

$$۱) |A \cup B| = |A| + |B| - |A \cap B|$$

$$۲) |A - B| = |A| - |A \cap B|$$

$$۳) |\overline{A \cap B}| = |\overline{A \cup B}| = |S| - |A \cup B|$$

اعدادی نسبت به $2^2 \times 5^2 = 100$ اول اند که نه بر ۲ و نه بر ۵ بخش پذیر باشند. اگر A را مجموعه اعداد طبیعی کوچک تر از ۱۰۱ که بر ۲ بخش پذیرند و B را مجموعه اعداد طبیعی کوچک تر از ۱۰۱ که بر ۵ بخش پذیرند در نظر بگیریم، باید $|\overline{A \cup B}|$ را محاسبه کنیم که داریم:

$$|\overline{A \cup B}| = |S| - |A \cup B| = 100 - \left(\left[\frac{100}{2} \right] + \left[\frac{100}{5} \right] - \left[\frac{100}{10} \right] \right) = 100 - (50 + 20 - 10) = 40$$

۳۹- پاسخ: گزینه ۳

▲ مشخصات سؤال: متوسط * ریاضیات گسسته (فصل ۳، درس ۲)

نکته (تعمیم اصل لانه کبوتری): هرگاه $kn + 1$ کبوتر یا بیشتر در n لانه قرار گیرند در این صورت لانه‌ای وجود دارد که در آن حداقل $k + 1$ کبوتر قرار گرفته است.

در تقسیم بر ۱۳ برای باقی مانده، ۱۳ حالت وجود دارد که این ۱۳ حالت را لانه‌ها در نظر می‌گیریم.

$$\text{تعداد لانه‌ها: } n = 13$$

چون می‌خواهیم حداقل یکی از این لانه‌ها شامل حداقل ۸ کبوتر باشد، داریم:

$$k + 1 = 8 \Rightarrow k = 7$$

و در نهایت با توجه به نکته خواهیم داشت:

$$\text{حداقل کبوترها} = kn + 1 = (7 \times 13) + 1 = 92$$

بنابراین حداقل ۹۲ عدد طبیعی باید انتخاب کنیم و گزینه ۳ پاسخ است.

۴۰- پاسخ: گزینه ۲

▲ مشخصات سؤال: دشوار * ریاضیات گسسته (فصل ۳، درس ۱)

نکته: تعداد جواب‌های صحیح و نامنفی معادله $x_1 + x_2 + \dots + x_k = n$ برابر است با: $\binom{n+k-1}{k-1}$

با توجه به شرط $x_1 \geq 4$ ، داریم:

$$x_1 \geq 4 \Rightarrow x_1 - 4 \geq 0 \Rightarrow y_1 = x_1 - 4 \Rightarrow x_1 = 4 + y_1$$

در معادله جای گذاری می‌کنیم:

$$x_1 + x_2 + x_3 = 8 \xrightarrow{x_1=4+y_1} 4 + y_1 + x_2 + x_3 = 8 \Rightarrow y_1 + x_2 + x_3 = 4 \quad (1)$$

$$\Rightarrow \text{تعداد کل جواب‌های (۱)} = \binom{3+4-1}{3-1} = \binom{6}{2} = 15$$

با توجه به شرط $x_2 \leq 2$ ، از متمم استفاده می‌کنیم، یعنی تعداد کل جواب‌ها را منهای تعداد جواب‌هایی که معادله دارای شرط $x_2 \geq 3$ باشد، می‌کنیم:

$$x_2 \geq 3 \Rightarrow x_2 - 3 \geq 0 \Rightarrow y_2 = x_2 - 3 \Rightarrow x_2 = y_2 + 3$$

$$\Rightarrow y_1 + x_2 + x_3 = 4 \xrightarrow{x_2=y_2+3} y_1 + y_2 + 3 + x_3 = 4 \Rightarrow y_1 + y_2 + x_3 = 1 \quad (2)$$

$$\Rightarrow \text{تعداد کل جواب‌های (۲)} = \binom{3+1-1}{3-1} = \binom{3}{2} = 3$$

پس تعداد جواب‌های مسئله برابر است با:

$$12 = 15 - 3 = \text{تعداد جواب‌های معادله (۲)} - \text{تعداد جواب‌های معادله (۱)}$$

فیزیک

۴۱- پاسخ: گزینه ۲ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * فیزیک ۲ (فصل ۱)

$$\Delta V = \frac{\Delta U_E}{q} \Rightarrow V_N - V_M = \frac{\Delta U_E}{q} \Rightarrow V_N - (-200) = \frac{-2 \times 10^{-3}}{-8 \times 10^{-6}} \Rightarrow V_N + 200 = 250 \Rightarrow V_N = 50V$$

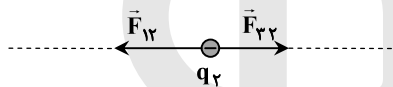
۴۲- پاسخ: گزینه ۲ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * فیزیک ۲ (فصل ۱)

$$V_1 = \frac{Q_1}{C_1} = \frac{35-20}{3} = 5V \quad V_2 = V_1 = 5V \Rightarrow \frac{Q_2}{C_2} = \frac{20}{C_2} = 5 \Rightarrow C_2 = 4\mu F$$

۴۳- پاسخ: گزینه ۳ ▲ مشخصات سؤال: دشوار * فیزیک ۲ (فصل ۱)

نیروی الکتریکی بین q_1 و q_2 جاذبه است، پس نیروی الکتریکی وارد بر q_2 از طرف q_1 به سمت چپ (خلاف محور x) است؛ در نتیجه، در بردار $\vec{F}_{12} = b\vec{i}$ ، b منفی است.

$$\frac{F_{32}}{F_{12}} = \frac{k \frac{|q_3||q_2|}{r_{32}^2}}{k \frac{|q_1||q_2|}{r_{12}^2}} = \frac{|q_3|}{|q_1|} \times \left(\frac{r_{12}}{r_{32}}\right)^2 = 3 \times \left(\frac{a}{2a}\right)^2 = \frac{3}{4} \Rightarrow F_{32} = \frac{3}{4} F_{12}$$



با توجه به اینکه نیروی الکتریکی بین ذره‌های q_2 و q_3 جاذبه است، جهت نیروی \vec{F}_{32} به سمت راست (جهت مثبت محور x) است و داریم:

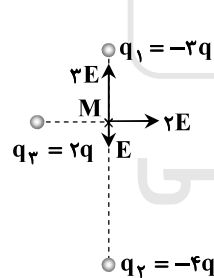
$$\vec{F}_T = \vec{F}_{12} + \vec{F}_{32} = \vec{F}_{12} + \left(-\frac{3}{4}\vec{F}_{12}\right) = \frac{1}{4}\vec{F}_{12}$$

۴۴- پاسخ: گزینه ۴ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * فیزیک ۲ (فصل ۱)

میدان الکتریکی درون رساناهایی که در تعادل الکتروستاتیکی هستند، صفر بوده و پتانسیل تمام نقاط آن‌ها یکسان است، لذا دو سر لامپ هم پتانسیل بوده و در نتیجه روشن نمی‌شود و خاموش باقی می‌ماند.

۴۵- پاسخ: گزینه ۴ ▲ مشخصات سؤال: دشوار * فیزیک ۲ (فصل ۱)

اینکه q را مثبت فرض کنیم یا منفی اثری در اندازه جواب ندارد. در شکل مقابل، با فرض آنکه q بار مثبت باشد عمل کرده‌ایم.



$$E = \frac{k|q|}{r^2} \Rightarrow \begin{cases} E_1 = \frac{3k|q|}{d^2} = 3E \\ E_2 = \frac{4k|q|}{4d^2} = E \\ E_3 = \frac{2k|q|}{d^2} = 2E \end{cases}$$

$$E_M = \sqrt{(2E)^2 + (3E - E)^2} = 2\sqrt{2}E$$

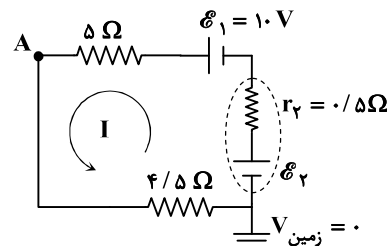
۴۶- پاسخ: گزینه ۴ ▲ مشخصات سؤال: ساده * فیزیک ۲ (فصل‌های ۱ و ۲)

$$\Delta q = ne = 12 \times 10^{18} \times 1/6 \times 10^{-19} = 12 \times 1/6 \times 10^{-1} C$$

$$I = \frac{\Delta q}{\Delta t} = \frac{12 \times 1/6 \times 10^{-1}}{60} = 3/2 \times 10^{-2} A = 32 mA$$

۴۷- پاسخ: گزینه ۲ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * فیزیک ۲ (فصل ۲)

با توجه به جهت پایانه‌های باتری‌ها، جهت جریان در مدار، پادساعتگرد است. در مورد مقاومت ۴/۵ اهمی می‌توان نوشت:



$$V_A - 4/5 I = V_{\text{زمین}} \Rightarrow 5/4 - 4/5 I = 0 \Rightarrow I = 1/2 A$$

$$I = \frac{\mathcal{E}_1 + \mathcal{E}_2}{5 + 4/5 + 0.5} \Rightarrow 1/2 = \frac{10 + \mathcal{E}_2}{10} \Rightarrow \mathcal{E}_2 = 2V$$

۴۸- پاسخ: گزینه ۲

▲ مشخصات سؤال: ساده * فیزیک ۲ (فصل ۲)

در نیم رساناها، با افزایش دما بر تعداد حامل‌های بار افزوده می‌شود. گرچه با افزایش دما، تعداد برخوردهای کاتوره‌ای حامل‌های بار با شبکه اتمی افزایش می‌یابد، اما تأثیر افزایش تعداد حامل‌های بار بیشتر از افزایش این برخوردهای کاتوره‌ای است. به این ترتیب، مقاومت ویژه نیم رساناها با افزایش دما کاهش می‌یابد.

۴۹- پاسخ: گزینه ۱

▲ مشخصات سؤال: متوسط * فیزیک ۲ (فصل ۲)

وقتی کلید وصل است:

$$I = \frac{\mathcal{E}}{R_{eq} + r} = \frac{\mathcal{E}}{R_2 + R_3 + r} = \frac{27}{9+1} = 2.7 \text{ A} \quad V_1 = \mathcal{E} - Ir = 27 - 2.7 \times 1 = 24.3 \text{ V}$$

وقتی کلید قطع شود، جریان قطع می‌گردد. (شاخه پایین به علت وجود دیود در هر دو حالت جریان عبور نمی‌دهد).

$$V_2 = \mathcal{E} = 27 \text{ V} \Rightarrow \text{تغییر عدد ولت‌سنج} = 27 - 24.3 = 2.7 \text{ V}$$

۵۰- پاسخ: گزینه ۲

▲ مشخصات سؤال: دشوار * فیزیک ۲ (فصل ۲)

از ولت‌سنج آرمانی جریان الکتریکی نمی‌گذرد؛ یعنی از مقاومت R_1 جریانی عبور نمی‌کند و دو سر R_1 هم‌پتانسیل هستند، پس در اینجا مقداری که ولت‌سنج نشان می‌دهد همان اختلاف پتانسیل دو سر باتری است.

$$P = \mathcal{E}I = 30 \text{ W}$$

$$V_2 = \frac{R_2}{R_2 + R_3} \times V = \frac{20}{20+10} \times 25 = \frac{50}{3} \text{ V}$$

$$P_2 = V_2 I = \frac{50}{3} I$$

$$\frac{\mathcal{E}I}{P_2} = \frac{30 \cdot I}{\frac{50}{3} I} = \frac{9}{5}$$

۵۱- پاسخ: گزینه ۱

▲ مشخصات سؤال: متوسط * فیزیک ۲ (فصل ۳)

مطابق شکل روبه‌رو، نیروی مغناطیسی وارد به ذره در امتداد قائم و رو به آسمان است.

اندازه نیروی مغناطیسی وارد به ذره برابر است با:

$$F = |q| v B \sin \theta = 5 \times 10^{-12} \times 40 \times 10^{-2} \times \sin 90^\circ = 4 \times 10^{-12} \text{ N}$$

$$\theta = 90^\circ \text{ (زاویه } \vec{v} \text{ با } \vec{B} \text{)}$$

۵۲- پاسخ: گزینه ۴

▲ مشخصات سؤال: متوسط * فیزیک ۲ (فصل ۳)

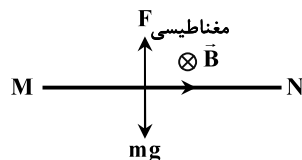
$$N = \frac{\text{طول سیم}}{\text{محیط پیچ}} = \frac{L}{2\pi R} = \frac{72}{2 \times \pi \times 0.06} = \frac{600}{\pi} \text{ دور}$$

$$B = \frac{\mu_0 NI}{2R} \Rightarrow 24 \times 10^{-4} = \frac{4\pi \times 10^{-7} \times \frac{600}{\pi} \times I}{2 \times 6 \times 10^{-2}} \Rightarrow I = 1/2 \text{ A}$$

۵۳- پاسخ: گزینه ۲

▲ مشخصات سؤال: دشوار * فیزیک ۲ (فصل ۳)

با توجه به پایانه‌های باتری، جریان از M به N بوده و با استفاده از قاعده دست راست، نیروی مغناطیسی به سمت بالا به دست می‌آید. حالت اول:



$$F_{\text{مغناطیسی}} = mg \Rightarrow I \ell B \sin \theta = mg \Rightarrow 20 \times \ell \times 0.05 \times 1 = mg$$

$$\Rightarrow 1 \times \ell = mg \quad \text{رابطه (۱)}$$

حالت دوم:

با کاهش جریان، نیروی مغناطیسی نیز کاهش می‌یابد، بنابراین با توجه به تعادل میله، نیرویی که نیروسنج‌ها به میله وارد می‌کنند، به سمت بالا خواهد بود.

$$F'_{\text{مغناطیسی}} + 0.5 + 0.5 = mg \Rightarrow 10 \times \ell \times 0.05 \times 1 + 0.5 + 0.5 = mg$$

$$\Rightarrow 0.5\ell + 1 = mg \quad \text{رابطه (۲)}$$

$$\xrightarrow{\text{(۱) و (۲)}} 0.5\ell + 1 = 1 \times \ell \Rightarrow \ell = 2 \text{ m}$$

۵۴- پاسخ: گزینه ۲

▲ مشخصات سؤال: متوسط * فیزیک ۲ (فصل ۳)

$$U = \frac{1}{2} LI^2 \Rightarrow 0.4 = \frac{1}{2} \times 0.2 \times I^2 \Rightarrow I^2 = 4 \Rightarrow I = 2 \text{ A}$$

$$V = RI = 5 \times 2 = 10 \text{ V}$$



▲ مشخصات سؤال: متوسط * فیزیک ۲ (فصل ۴)

۵۵- پاسخ: گزینه ۴

$$\frac{V_1}{V_2} = \frac{N_1}{N_2}$$

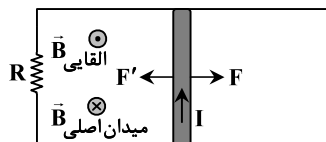
اگر ولتاژ مولد \mathcal{E} باشد، خواهیم داشت:

$$\left. \begin{aligned} \frac{\mathcal{E}}{V} = \frac{50}{150} = \frac{1}{3} &\Rightarrow V = 3\mathcal{E} \\ \frac{\mathcal{E}}{V'} = \frac{150}{50} = 3 &\Rightarrow V' = \frac{\mathcal{E}}{3} \end{aligned} \right\} \Rightarrow \frac{V'}{V} = \frac{\frac{\mathcal{E}}{3}}{3\mathcal{E}} = \frac{1}{9}$$

▲ مشخصات سؤال: دشوار * فیزیک ۲ (فصل ۴)

۵۶- پاسخ: گزینه ۱

چون میله به سمت راست حرکت می کند، به علت افزایش مساحت قباب شار مغناطیسی درون سوا افزایش می یابد؛ بنابراین جریان در میله روبه بالا ایجاد می شود تا طبق قانون لنز میدان القایی برون سوا ایجاد کند. حال بر میله حامل جریان روبه بالا، از طرف میدان مغناطیسی طبق قاعده دست راست نیرویی به سمت چپ وارد می شود (F') و چون میله با تندی ثابت حرکت می کند، طبق قانون اول نیوتون برآیند نیروهای وارد بر آن صفر است.



$$F' = F = 0.3N$$

$$F' = I\ell B = \frac{|\mathcal{E}|}{R} \ell B = \frac{Bv\ell}{R} \ell B = \frac{B^2 v \ell^2}{R} \Rightarrow 0.3 = \frac{0.2^2 \times v \times \frac{1}{4}}{1.0} \Rightarrow v = 4 \frac{m}{s}$$

▲ مشخصات سؤال: ساده * فیزیک ۲ (فصل ۴)

۵۷- پاسخ: گزینه ۱

$$L = \mu_0 \frac{N^2 A}{\ell} \Rightarrow \frac{L_A}{L_B} = \left(\frac{N_A}{N_B}\right)^2 \times \frac{\ell_B}{\ell_A} = (3)^2 \times \frac{1}{2} = \frac{9}{2}$$

▲ مشخصات سؤال: ساده * فیزیک ۳ (فصل ۳)

۵۸- پاسخ: گزینه ۱

تندی انتشار موج طولی در یک محیط جامد بیشتر از موج عرضی در همان محیط است. برای همین موج طولی زودتر می رسد (P: Primary) و موج عرضی دیرتر می رسد. (S: Secondary)

$$\Delta x = v \cdot \Delta t \Rightarrow \begin{cases} \Delta t_P = \frac{720}{8} = 90s \\ \Delta t_S = \frac{720}{4/5} = 160s \end{cases}$$

پس موج S که یک موج عرضی است، ۷۰ ثانیه نسبت به موج P دیرتر می رسد.

▲ مشخصات سؤال: دشوار * فیزیک ۳ (فصل ۳)

۵۹- پاسخ: گزینه ۳

$$\frac{\lambda}{2} = 80cm \Rightarrow \lambda = 160cm = 1/6m$$

$$\lambda = \frac{v}{f} \Rightarrow f = \frac{v}{\lambda} = \frac{160}{1/6} = 100Hz \Rightarrow T = \frac{1}{100} = 10ms$$

پس $\Delta t = 7/5ms$ برابر $\frac{3T}{4}$ است. نقطه P ابتدا در وضعیت $y = 0$ است و با توجه به جهت حرکت موج، در حال حرکت به سمت بالا است:

پس در مدت $\frac{3T}{4}$ حرکت های زیر را انجام می دهد.

$$y = 0 \xrightarrow{\frac{T}{4}} y = A \xrightarrow{\frac{T}{4}} y = 0 \xrightarrow{\frac{T}{4}} y = -A = -4mm$$

▲ مشخصات سؤال: متوسط * فیزیک ۳ (فصل ۳)

۶۰- پاسخ: گزینه ۲

تندی انتشار موج به بسامد موج بستگی ندارد.

$$v = \sqrt{\frac{F}{\mu}} = \sqrt{\frac{F}{\rho A}} \text{ و } A = \pi r^2 \text{ و } \rho = 5 \frac{g}{cm^3} = 5 \times 10^3 \frac{kg}{m^3}$$

$$40 = \sqrt{\frac{F}{5000 \times \pi \times (10^{-3})^2}} \Rightarrow F = 16 \times 10^2 \times 5 \times 10^3 \times \pi \times 10^{-6} = 8\pi N$$

۶۱- پاسخ: گزینه ۱

▲ مشخصات سؤال: ساده * فیزیک ۳ (فصل ۳)

هنگامی که منبع صوت و شنونده به یکدیگر نزدیک می‌شوند، بسامد صوت دریافتی توسط شنونده بیشتر از حالتی می‌شود که هر دو ساکن هستند.

۶۲- پاسخ: گزینه ۴

▲ مشخصات سؤال: متوسط * فیزیک ۳ (فصل ۳)

$$\beta = 10 \log \frac{I}{I_0} \Rightarrow 10 \log \frac{I}{10^{-12}} = 70 \Rightarrow \frac{I}{10^{-12}} = 10^7 \Rightarrow I = 10^{-5} \frac{W}{m^2}$$

$$E = P_{av} \cdot \Delta t = I \cdot A \cdot \Delta t = 10^{-5} \times 150 \times 10^{-4} \times 60 = 9 \times 10^{-6} J = 9 \mu J$$

▲ مشخصات سؤال: متوسط * فیزیک ۳ (فصل ۴)

۶۳- پاسخ: گزینه ۳

در تغییر محیط، بسامد موج عوض نمی‌شود و طول موج متناسب با تندی انتشار تغییر می‌کند.

$$\frac{v_2}{v_1} = \frac{\lambda_2}{\lambda_1} = \frac{400}{600} = \frac{2}{3}$$

▲ مشخصات سؤال: متوسط * فیزیک ۳ (فصل ۴)

۶۴- پاسخ: گزینه ۳

بسامد صوت حاصل از دو منبع صوت هم‌بسامد، برابر بسامد هریک از دو منبع است، پس ارتفاع (بسامد) صوت ثابت است، اما به‌علت تداخل‌های سازنده و ویرانگر، بلندی صدا در برخی نقاط زیاد (L) و در برخی نقاط کم (S) (تقریباً صفر) است.

▲ مشخصات سؤال: متوسط * فیزیک ۳ (فصل ۴)

۶۵- پاسخ: گزینه ۱

در حالت اول، تار در هماهنگ چهارم است.

$$f_4 = 600 \text{ Hz} \Rightarrow 4f_1 = 600 \Rightarrow f_1 = 150 \text{ Hz}$$

در حالت دوم، ۴ گره و ۳ شکم تشکیل می‌شود (تعداد گره‌ها در تار دو سر بسته، یکی بیشتر از تعداد شکم‌ها است)؛ یعنی هماهنگ سوم.

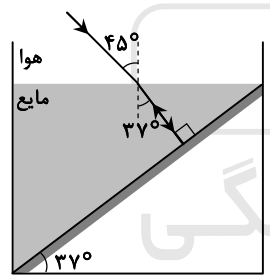
$$f_3 = 360 \text{ Hz} \Rightarrow 3f_1 = 360 \Rightarrow f_1 = 120 \text{ Hz}$$

$$f_1 = \frac{v}{2L} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} f_1 = \frac{v}{2L} \\ v = \sqrt{\frac{F}{\mu}} \end{array} \right\} \Rightarrow \frac{f_1 \text{ جدید}}{f_1 \text{ اولیه}} = \frac{v \text{ جدید}}{v \text{ اولیه}} = \sqrt{\frac{F \text{ جدید}}{F \text{ اولیه}}} \Rightarrow \frac{120}{150} = \sqrt{\frac{F \text{ جدید}}{F \text{ اولیه}}} \Rightarrow \frac{F \text{ جدید}}{F \text{ اولیه}} = \left(\frac{4}{5}\right)^2 = \frac{16}{25}$$

▲ مشخصات سؤال: متوسط * فیزیک ۳ (فصل ۴)

۶۶- پاسخ: گزینه ۲

وقتی پرتو نور پس از بازتاب از آینه روی خودش بازمی‌گردد، یعنی عمود بر آینه تابیده و زاویه شکست ۳۷° است:



$$\frac{\sin 45^\circ}{\sin 37^\circ} = \frac{n_{\text{مایع}}}{n_{\text{هوا}} = 1} \Rightarrow \frac{\sqrt{2}}{2 \times 0.6} = n_{\text{مایع}} \Rightarrow n_{\text{مایع}} = \frac{5\sqrt{2}}{6}$$

▲ مشخصات سؤال: ساده * فیزیک ۳ (فصل ۵)

۶۷- پاسخ: گزینه ۳

تابش گرمایی یک جسم جامد در محدوده فرسرخ تا فرابنفش است. در دمای معمولی بیشتر تابش گرمایی از سطح اجسام در ناحیه فرسرخ قرار دارد و در دماهای بالا علاوه بر نور مرئی، امواج فرسرخ و فرابنفش نیز تابش می‌شود.

▲ مشخصات سؤال: متوسط * فیزیک ۳ (فصل ۵)

۶۸- پاسخ: گزینه ۴

مساحت موردنظر: A

فاصله از منبع: r

انرژی تولیدشده توسط منبع: E

انرژی که به سطح موردنظر می‌رسد: E_۱

انرژی منبع روی یک سطح کروی بخش می‌شود و بخشی از آن به سطح موردنظر می‌رسد:

$$E_1 = \frac{E}{4\pi r^2} \times A = \frac{P_{av} \cdot \Delta t}{4\pi r^2} \times A = \frac{1800 \times 10^{-3} \times 150 \times 10^{-4}}{4 \times 3 \times 2^2} = \frac{3 \times 10^{-3}}{16} J$$

$$E_1 = nhf \Rightarrow \frac{3 \times 10^{-3}}{16} = n \times 6 \times 10^{-34} \times 500 \times 10^{12} \Rightarrow n = \frac{3 \times 10^{-3}}{16 \times 6 \times 5 \times 10^{-20}} = \frac{10^{16}}{16} = 6.25 \times 10^{14}$$



▲ مشخصات سؤال: متوسط * فیزیک ۳ (فصل ۵)

۶۹- پاسخ: گزینه ۳

$$r_n = a_0 n^2 \Rightarrow r_1 = a_0, r_2 = 4a_0, r_3 = 9a_0, \dots$$

$$E_n = -\frac{E_R}{n^2} \Rightarrow E_1 = -E_R, E_2 = -\frac{1}{4}E_R, E_3 = -\frac{1}{9}E_R, \dots$$

▲ مشخصات سؤال: متوسط * فیزیک ۳ (فصل ۵)

۷۰- پاسخ: گزینه ۱

$$f_0 = 20/8 \times 10^{14} \text{ Hz}$$

$$f = \frac{c}{\lambda} = \frac{3 \times 10^8}{125 \times 10^{-9}} = 24 \times 10^{14} \text{ Hz}$$

$$K_{\max} = hf - hf_0 = h(f - f_0) = 6/6 \times 10^{-34} \times (24 - 20/8) \times 10^{14} = 6/6 \times 3/2 \times 10^{-20} \text{ J}$$

$$K_{\max} = \frac{6/6 \times 3/2 \times 10^{-20}}{1/6 \times 10^{-19}} = 1/32 \text{ eV}$$

▲ مشخصات سؤال: متوسط * فیزیک ۳ (فصل ۵)

۷۱- پاسخ: گزینه ۱

بیشترین طول موج یعنی کمترین بسامد و در نتیجه کم انرژی ترین فوتون، بنابراین باید الکترون به نزدیک ترین مدار خود جابه جا شود:

$$n' = 2, n = 3 \Rightarrow \frac{1}{\lambda_{\max} \text{ بالمر}} = R \left(\frac{1}{n'^2} - \frac{1}{n^2} \right) = R \left(\frac{1}{2^2} - \frac{1}{3^2} \right) = \frac{5}{36} R$$

کمترین طول موج یعنی بیشترین بسامد و در نتیجه فوتونی با بیشترین انرژی؛ بنابراین الکترون باید به دورترین مدار جابه جا شود:

$$n' = 5, n = \infty \Rightarrow \frac{1}{\lambda_{\min} \text{ بfond}} = R \left(\frac{1}{n'^2} - \frac{1}{n^2} \right) = R \left(\frac{1}{5^2} - \frac{1}{\infty^2} \right) = \frac{1}{25} R$$

$$\frac{\lambda_{\max} \text{ بالمر}}{\lambda_{\min} \text{ بfond}} = \frac{\frac{36}{5R}}{\frac{25}{R}} = \frac{36}{125}$$

▲ مشخصات سؤال: ساده * فیزیک ۳ (فصل ۶)

۷۲- پاسخ: گزینه ۳

گزینه ۳ صحیح است.

بررسی نادرستی سایر گزینه‌ها:

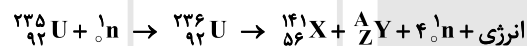
گزینه ۱: انرژی لازم برای جدا کردن نوکلئون‌های یک هسته، انرژی بستگی هسته‌ای نام دارد.

گزینه ۲: جرم هسته از مجموع جرم پروتون‌ها و نوترون‌های تشکیل‌دهنده‌اش اندکی کمتر است.

گزینه ۴: در هسته‌های پایدار سنگین، نیروی جاذبه هسته‌ای بین نوکلئون‌ها با نیروی الکتریکی بین آن‌ها متوازن است.

▲ مشخصات سؤال: متوسط * فیزیک ۳ (فصل ۶)

۷۳- پاسخ: گزینه ۱



$$\begin{cases} 236 = 141 + A + (4 \times 1) \Rightarrow A = 91 \\ \Rightarrow N = A - Z = 91 - 36 = 55 \\ 92 = 56 + Z + (4 \times 0) \Rightarrow Z = 36 \end{cases}$$

▲ مشخصات سؤال: متوسط * فیزیک ۳ (فصل ۶)

۷۴- پاسخ: گزینه ۳

$$\frac{N}{N_0} = \left(\frac{1}{2}\right)^n \Rightarrow \frac{1/25 \times 10^{35}}{10^{36}} = \frac{1}{8} = \frac{1}{2^n} \Rightarrow n = 3$$

$$t = nT_{1/2} \Rightarrow 120 = 3T_{1/2} \Rightarrow T_{1/2} = 40 \text{ روز}$$

$$\frac{N'}{N_0} = \left(\frac{1}{2}\right)^{n'} \Rightarrow \frac{3/9 \times 10^{33}}{10^{36}} = 3/9 \times 10^{-3} = \frac{1}{256} = \left(\frac{1}{2}\right)^8 = \left(\frac{1}{2}\right)^{n'} \Rightarrow n' = 8$$

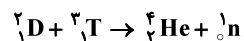
$$t' = n'T_{1/2} \Rightarrow t' = 8 \times 40 = 320 \text{ روز}$$

▲ مشخصات سؤال: متوسط * فیزیک ۳ (فصل ۶)

۷۵- پاسخ: گزینه ۲

گزینه ۲ صحیح است.

بررسی نادرستی سایر گزینه‌ها:



گزینه ۱: در واکنش گداخت دوتریم با تریتیم، ۱ نوترون تولید می‌شود:

گزینه ۳: در واکنش گداخت، مجموع جرم محصولات فرایند از مجموع جرم هسته‌های اولیه کمتر است و این کاستی جرم به انرژی تبدیل شده است.

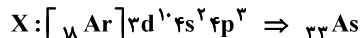
گزینه ۴: در نیروگاه‌های تولید برق معمولاً از واکنش شکافت هسته‌ای استفاده می‌شود.

شیمی

۷۶- پاسخ: گزینه ۴

▲ مشخصات سؤال: دشوار * شیمی ۲ (فصل ۱)

آرایش الکترونی عنصری که در لایه الکترونی چهارم خود، پنج الکترون دارد، به زیر لایه $4p^3$ ختم می‌شود و در گروه ۱۵ جای دارد.



گزینه ۱: عنصر قبل از آن ژرمانیم است، ۹۰ که خاصیت شبه فلزی دارد و عنصر بعد از آن Se بوده که نافلز است.

گزینه ۲: تنها یک زیر لایه $4p^3$ نیمه پر دارد.

گزینه ۳: در جدول دوره‌ای، عنصر مورد نظر نسبت به عنصر اکسیژن در سمت چپ و پایین قرار دارد، پس به یقین شعاع اتمی بیشتری دارد.

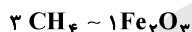
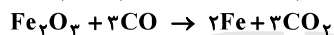
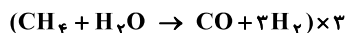
گزینه ۴: لایه الکترونی اشغال شده ماقبل آخر این عنصر، لایه سوم است که دارای ۱۸ الکترون می‌باشد، پس کاملاً پر است.

۷۷- پاسخ: گزینه ۳ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * شیمی ۲ (فصل ۱)

واکنش پذیری Fe از Cu بیشتر است؛ بنابراین واکنش گزینه ۳ در جهت معکوس انجام پذیر است.

۷۸- پاسخ: گزینه ۲ ▲ مشخصات سؤال: دشوار * شیمی ۲ (فصل ۱)

واکنش اول را در ۳ ضرب می‌کنیم تا ضریب ماده مشترک در دو واکنش (CO) برابر شود.



$$? m^3 CH_4 = \frac{6/4 \text{ ton } Fe_2O_3 \times \frac{75 \text{ ton خالص}}{100 \text{ ton ناخالص}} \times \frac{1000 \text{ kg}}{1 \text{ ton}} \times \frac{1000 \text{ g}}{1 \text{ kg}} \times \frac{1 \text{ mol } Fe_2O_3}{160 \text{ g } Fe_2O_3} \times \frac{3 \text{ mol } CH_4}{1 \text{ mol } Fe_2O_3} \times \frac{22/4 \text{ L}}{1 \text{ mol } CH_4} \times \frac{1 m^3}{1000 \text{ L}} = 2016 m^3$$

▲ مشخصات سؤال: متوسط * شیمی ۲ (فصل ۱)

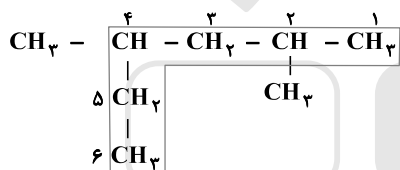
۷۹- پاسخ: گزینه ۳



$$\frac{50 \times \frac{80}{100} \times \frac{80}{100}}{1 \times 80} = \frac{x \text{ L}}{1 \times 22/4} \Rightarrow x = 8/96 \text{ L}$$

▲ مشخصات سؤال: متوسط * شیمی ۲ (فصل ۱)

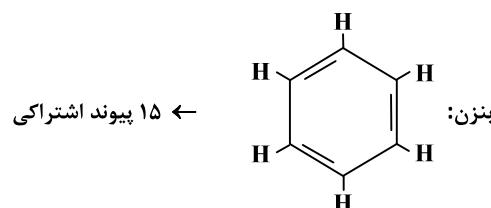
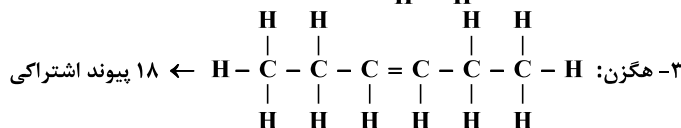
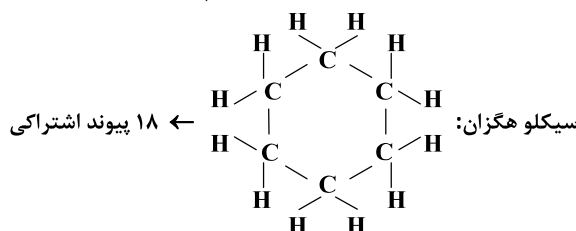
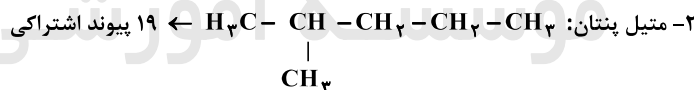
۸۰- پاسخ: گزینه ۱



۲، ۴- دی متیل هگزان

۸۱- پاسخ: گزینه ۱

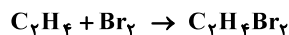
▲ مشخصات سؤال: متوسط * شیمی ۲ (فصل ۱)





۸۲- پاسخ: گزینه ۳ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * شیمی ۲ (فصل ۱)

فقط گاز اتن که سیرنشده است، با برم مایع واکنش می‌دهد:



$$32g Br_2 \times \frac{1mol Br_2}{160g Br_2} \times \frac{1mol C_2H_4}{1mol Br_2} = 0.2mol C_2H_4$$

$$11/2L gas \times \frac{1mol gas}{22/4L gas} = 0.5mol gas$$

$$\text{مول گاز اتان در مخلوط اولیه} = 0.5 - 0.2 = 0.3mol C_2H_4$$

$$C_2H_4 \text{ درصد مولی} = \frac{0.3}{0.5} \times 100 = 60\%$$

۸۳- پاسخ: گزینه ۴ ▲ مشخصات سؤال: دشوار * شیمی ۲ (فصل ۲)

گرمای آزادشده در واکنش، صرف افزایش دمای آب می‌شود؛ بنابراین:

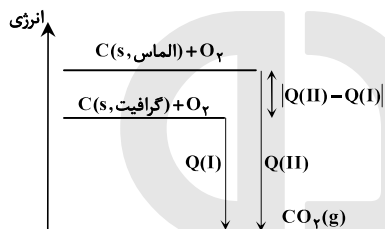
$$\text{به‌ازای تولید هر } 4 \text{ مول گاز هیدروژن، } 150 \text{ کیلوژول گرما آزاد می‌شود؛ بنابراین}$$

$$150 \text{ kJ} \times \frac{4mol H_2}{1mol H_2} \times \frac{2g H_2}{1mol H_2} = 0.896g$$

$$\text{جرم گاز هیدروژن تولیدشده} = 16/8 \text{ kJ} \times \frac{4mol H_2}{150 \text{ kJ}} \times \frac{2g H_2}{1mol H_2} = 0.896g$$

۸۴- پاسخ: گزینه ۳ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * شیمی ۲ (فصل ۲)

تفاوت مقدار گرمای آزادشده در واکنش سوختن الماس و گرافیت، به‌اندازه گرمای لازم برای تبدیل ۱ مول (۱۲ گرم) گرافیت به الماس است.



$$12g \text{ گرافیت} \times \frac{1140J}{7/2g \text{ گرافیت}} \times \frac{1kJ}{1000J} = 1/9kJ$$

$$|Q(II) - Q(I)| = 1/9 \Rightarrow Q(II) = 1/9 + 293/5 = 395/4kJ$$

۸۵- پاسخ: گزینه ۲ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * شیمی ۲ (فصل ۲)

عبارت‌های «الف»، «ب» و «ت» درست هستند.

(پ) فرمول مولکولی این دو ترکیب یکسان نیست؛ بنابراین ایزومر یکدیگر به‌شمار نمی‌روند.

۸۶- پاسخ: گزینه ۲ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * شیمی ۲ (فصل ۲)

واکنش (I) را در $\frac{1}{3}$ ضرب می‌کنیم، واکنش (III) را برعکس کرده و در $\frac{1}{3}$ ضرب می‌کنیم. واکنش (II) را نیز جهت حذف O_2 از طرفین، برعکس کرده و در $\frac{1}{3}$ ضرب می‌کنیم:

$$\Rightarrow \Delta H = \frac{1}{3}(-317/5 + 242 + 149) = +24/5kJ$$

۸۷- پاسخ: گزینه ۳ ▲ مشخصات سؤال: دشوار * شیمی ۲ (فصل ۲)

با توجه به غلظت مولی دو ماده داده شده، متوجه می‌شویم غلظت مولی این دو ماده در زمانی بین دقیقه ۳ تا ۴ که غلظت مولی HCl بین ۰/۲۳ تا ۰/۲۵ و غلظت مولی ZnCl_۲ بین ۰/۲۵ تا ۰/۳۱ است، با هم برابر می‌شود. بررسی گزینه‌های نادرست:

$$\text{گزینه ۱: } \begin{cases} \bar{R}(ZnCl_2) = \frac{0.18}{2} = 0.09 \\ \bar{R}(HCl) = -\frac{0.23 - 0.49}{2} = 0.13 \end{cases}$$

$$\text{گزینه ۲: } \begin{cases} \text{دقیقه ۰ تا ۲: } \bar{R}(ZnCl_2) = \frac{0.18}{2} = 0.09 \\ \text{دقیقه ۲ تا ۳: } \bar{R}(ZnCl_2) = \frac{0.25 - 0.18}{1} = 0.07 \end{cases}$$

$$\text{گزینه ۴: } \begin{cases} \bar{R}(HCl) = -\frac{0.23 - 0.15}{4} = 0.02 \\ \bar{R}(ZnCl_2) = \frac{0.31}{4} = 0.0775 \end{cases} \Rightarrow \frac{\bar{R}(HCl)}{\bar{R}(ZnCl_2)} = \frac{0.02}{0.0775} = 2$$

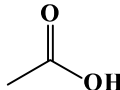
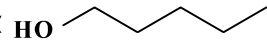
۸۸- پاسخ: گزینه ۳

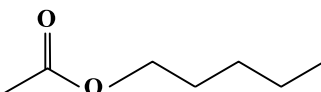
▲ مشخصات سؤال: متوسط * شیمی ۲ (فصل ۲)

$$\frac{\bar{R}_{(A)} (t = 15 - 20 \text{ min})}{\bar{R}_{(B)} (t = 0 - 10 \text{ min})} = \frac{\frac{|\Delta n(A)|}{\Delta t}}{\frac{|\Delta n(B)|}{\Delta t}} = \frac{\frac{1}{5}}{\frac{12}{5 \times 12}} = \frac{1}{6}$$

۸۹- پاسخ: گزینه ۳

▲ مشخصات سؤال: ساده * شیمی ۲ (فصل ۳)

اسید سازنده این استر، ۲ کربنه () و الکل سازنده آن، ۵ کربنه است ()؛ در نتیجه ساختار

پیوند - خط این استر به صورت  است.

۹۰- پاسخ: گزینه ۳

▲ مشخصات سؤال: ساده * شیمی ۲ (فصل ۳)

واحدهای سازنده یک پلی آمید، کربوکسیلیک اسید دو عاملی و آمین دو عاملی است.

۹۱- پاسخ: گزینه ۳

▲ مشخصات سؤال: ساده * شیمی ۲ (فصل ۳)

بررسی گزینه‌های نادرست:

(۱) پلیمرهای سبز به مولکول‌های ساده‌تر همچون آب و کربن‌دی‌اکسید تبدیل می‌شوند.

(۲) از فراورده‌های کشاورزی مانند ذرت، سیب‌زمینی و نیشکر تهیه می‌شوند.

(۴) به مولکول‌های ساده‌تر تجزیه می‌شوند.

۹۲- پاسخ: گزینه ۱

▲ مشخصات سؤال: متوسط * شیمی ۳ (فصل ۳)

A_nS_r

$$S = \frac{\text{تعداد } S \times \text{جرم مولی } S}{\text{جرم مولی ترکیب}} \times 100 \Rightarrow 48 = \frac{32 \times 3}{\text{جرم مولی ترکیب}} \times 100 \Rightarrow \text{جرم مولی ترکیب} = 200 \text{ g} \cdot \text{mol}^{-1}$$

۹۳- پاسخ: گزینه ۲

▲ مشخصات سؤال: ساده * شیمی ۳ (فصل ۳)

دو مورد «الف» و «ت» درست است.

در جامدات کووالانسی نقطه ذوب متناسب با آنتالپی پیوند است و آنتالپی پیوند نیز با طول پیوند رابطه عکس دارد.

C-C > Si-Si : مقایسه آنتالپی پیوند

SiO_۲ > C (الماس) : مقایسه نقطه ذوب

۹۴- پاسخ: گزینه ۳

▲ مشخصات سؤال: ساده * شیمی ۳ (فصل ۳)

در بین مولکول‌های داده شده H_۲S، NO_۲، SO_۲، HF و N_۲O قطبی هستند و در میدان الکتریکی جهت‌گیری می‌کنند.

۹۵- پاسخ: گزینه ۳

▲ مشخصات سؤال: متوسط * شیمی ۳ (فصل ۳)

۹۶- پاسخ: گزینه ۳

▲ مشخصات سؤال: متوسط * شیمی ۳ (فصل ۳)

عبارت‌های «ب»، «پ» و «ت» درست هستند.

الف) با قرار گرفتن اتم گوگرد به جای یکی از اتم‌های اکسیژن در مولکول CO_۲، گشتاور دوقطبی افزایش می‌یابد.

۹۷- پاسخ: گزینه ۳

▲ مشخصات سؤال: متوسط * شیمی ۳ (فصل ۳)

۹۸- پاسخ: گزینه ۴

▲ مشخصات سؤال: متوسط * شیمی ۳ (فصل ۳)

بررسی گزینه‌های نادرست:

گزینه ۱: فلزات واسطه‌ای نظیر Zn و Ag ترکیب‌های رنگی تشکیل نمی‌دهند.

گزینه ۲: Fe_۲O_۳ رنگ قرمز ایجاد می‌کند.

گزینه ۳: ماده‌ای که همه طول موج‌های مرئی را بازتاب می‌کند، به رنگ سفید دیده می‌شود.

۹۹- پاسخ: گزینه ۳

▲ مشخصات سؤال: ساده * شیمی ۳ (فصل ۴)

بررسی گزینه‌های نادرست:

گزینه ۱: هیدروکربن‌ها (C_xH_y) مولکول‌هایی ناقطبی دارند.

گزینه ۲: هوای آلوده، حاوی آلاینده‌هایی است که اغلب بی‌رنگ هستند.

گزینه ۴: هوای آلوده، فرسودگی ساختمان‌ها و پوسیدگی خودروها را سرعت می‌بخشد.

