www.SanjeshCloud.ir
T.me/SanjeshClouds

A

دفترچه پاسخ تشریحی

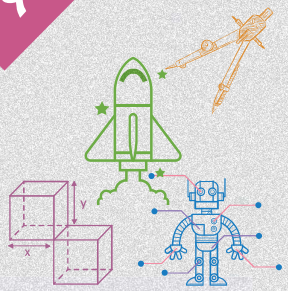
گروه آزمایشی علوم ریاضی

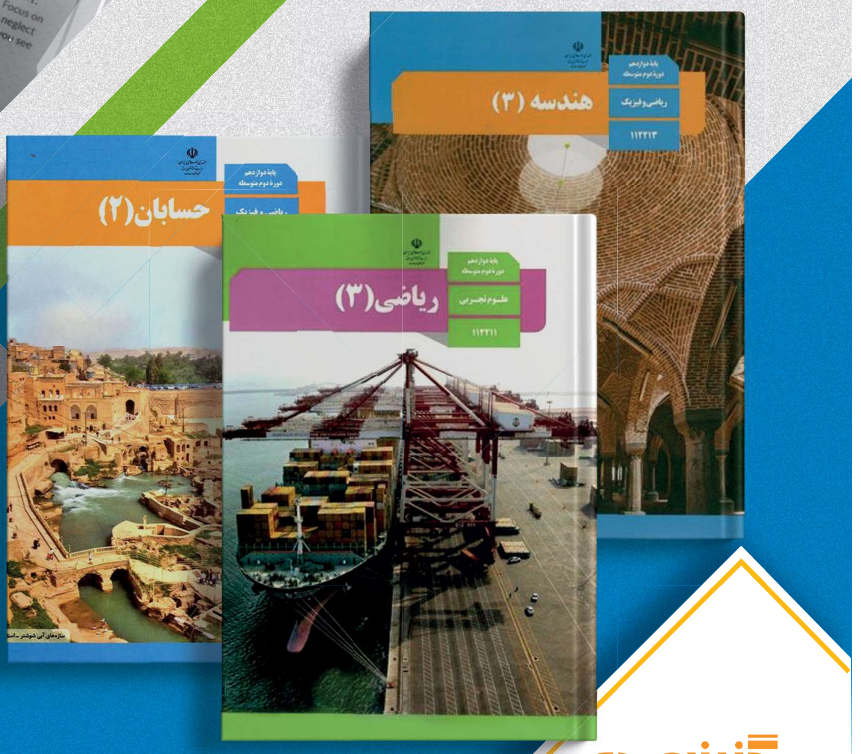
آزمون آزمایشی ۱۹ فروردین ۱۴۰۴

ویژه داوطلبان آزمون سراسری ۱۴۰۴

پایه دوازدهم

مرحله ۱۹





گزینه دو
مؤسسه آموزشی فرهنگی

۱۴۰۳-۱۴۰۴

www.SanjeshCloud.ir
T.me/SanjeshClouds

بنادر

داوطلبان آزمون سراسری سال ۱۴۰۴
سال تحصیلی ۰۴-۰۳

پاسخ تشریحی آزمون مرحلهٔ ۱۹

تذکرهای مهم

- آزمون آزمایشی مرحلهٔ ۲۰ گزینه‌دو، در روز جمعه ۲۲ فروردین ۱۴۰۴ برگزار می‌گردد.
- داوطلب گرامی، جهت استفاده از خدمات طلایی خود مانند کارنامه‌های هوشمند بعد از آزمون، آزمونک‌ها، بانک سؤال گزینه‌دو، رفع اشکال هوشمند، جزوه‌های کمک آموزشی، آرشیو آزمون‌های گزینه‌دو و... ، با استفاده از شمارهٔ داوطلبی (به‌عنوان نام کاربری) و کد ملی خود (به‌عنوان رمز عبور) وارد وب‌سایت گزینه‌دو به آدرس www.gozine2.ir شوید.
- **در صورتی که اینترنتی ثبت‌نام کرده‌اید، رمز عبور شما همان رمزی است که خودتان انتخاب نموده‌اید.**
- کارنامه‌های آزمون آزمایشی مرحلهٔ ۱۹ به‌صورت کامل، با فاصلهٔ زمانی کوتاهی پس از آزمون مطابق اطلاعیهٔ اعلام‌شده، بر روی پایگاه اینترنتی گزینه‌دو به آدرس www.gozine2.ir قرار می‌گیرد. در صورت بروز اشکال در دریافت کارنامه، موضوع را از طریق نمایندگی شهر خود پیگیری نمایید.

داوطلب گرامی، شما می‌توانید با اسکن تصویر بالا به‌وسیلهٔ گوشی هوشمند و یا تبلت خود، به صفحهٔ اینستاگرام مؤسسه گزینه‌دو وارد شوید.
gozine2.ir

سنجش کلاد
www.SanjeshCloud.ir
T.me/SanjeshClouds

اسامی هیئت‌علمی آزمون‌های ادواری ویژه داوطلبان کنکور مؤسسه گزینه‌دو
در سال تحصیلی ۱۴۰۴_۱۴۰۳

گزینه‌دو
مؤسسه آموزشی فرهنگی

معاون تولید محتوا: **علی الفتی**

مدیر واحد آموزش تخصصی: **محمدرضا محمدهاشمی**

گروه ریاضی
مدیر گروه: سید امیرمحمد سید شاکری

	مسئول درس / دستیاران	طراحان	کارشناسان
حسابان و ریاضی پایه	مسئول درس: علی افضل‌زاده دستیاران: عباس سعیدی - امین کبیری	حسین شفیع‌زاده ایمان اردستانی	علی صادقی نیکو دهقان
هندسه	مسئول درس: سعید اکبرزاده دستیار: هادی کاظم‌نژاد	سیدمحسن میراسلامی علی نعمت	محمدامین خدابنده امیر ورودی
ریاضیات گسسته	مسئول درس: سعید اکبرزاده دستیار: فرهاد فرزامی	علیرضا شریف‌خطیبی امیدرضا پورحسینی	محمدامین خدابنده امیر ورودی
ریاضی تجربی	مسئول درس: ایمان اردستانی دستیاران: وحید جعفری - مهدی پوررضایی	مهرداد کیوان علی افضل‌زاده	پوپک مقدم
ریاضی انسانی	مسئول درس: حسین افسری دستیاران: حسین اسدزاده - مهدی پوررضایی	وحید رباعی	

گروه علوم
مدیر گروه: محمدحسین کشانی

	مسئول درس / دستیار	طراحان	کارشناسان
زیست شناسی	مسئول درس: امیر کبیری راد دستیار: پرسا کامکار	محمد یازوکی علی پناهی شایق بهرام میرحبیبی منصور کهن دل امیر کبیری راد علیرضا اکبرپور مسعود حدادی فرزاد صادقیان	بتول خواجه پور مرتضی فرهمند حسین ایمانی پور
فیزیک	مسئول درس: منصور داودوندی دستیار: ساناز دریکوندی	علی نعیمی احمد رضوانی جمال خم‌خاجی بهمن شاهمرادی احمد مصلایی	سید علیرضا کشفیان مریم گلی حسنلو نرگس سادات حسینی
شیمی	مسئول درس: شهرام شاه‌پرویزی	ماشاءالله سلیمانی مهداد ملاصالحی محمدعلی توسلی‌فر بهنام ابراهیم‌پور شهرام شاه‌پرویزی محمد احمدی	محمد احمدی حسین ایمانی پور
زمین شناسی	مسئول درس: شکیبا کریمی	فرزانه رجایی فرزانه صاعدی حسن علیمحمدی	فرزانه صاعدی آنیتا هرطونیان روزبه اسحاقیان

گروه انسانی
مدیر گروه: علی اکبر آخوندی

	مسئول درس / دستیاران	طراحان	کارشناسان
علوم و فنون ادبی	مسئول درس: محمدرضا پیرو دستیار: حسنا محمدی	ابوالفضل قاضی علی عطری محمدرضا لمسه‌چی عماد فیض‌آبادی	سپهر سالار کیا محمدحسن مزروعی سید محمد صادق حسام زاده عرشیا شریفیان
جامعه شناسی	مسئول درس: الهام رضایی دستیار: فاطمه صفری	آزیتا بیدقی علیرضا مختاری فروغ تیموریان محمدزمان کبیر	هستی ناصح مهتاب شیرازی نیایش غریبی
روان شناسی	مسئول درس: سیده‌ضحی سکاکی دستیار: حسین اصفهانی	سیمین زاهدی مهدی جاهدی سیده‌ضحی سکاکی	ثنا کاشیان فاطمه انوری
زبان عربی	مسئول درس: پویا رضاداد	کاظم غلامی حمید جوهری مجد پویا رضاداد اسرافیل قربانپور پدرام علیمرادی عرفان جالیزی	سارا حمزه مهتاب شیرازی صبا پهلوان فاطمه نظری یکتا فضل اللهی
تاریخ	مسئول درس: مهسا اصغری دستیار: ثنا کاشیان	شهرام امامی نگار مروتی بهروز یحیی فاطمه نیتی	علی سلوکی مهتاب شیرازی
جغرافیا	مسئول درس: الناز گنج‌کار دستیار: الهه ریاحی نسب	بهروز یحیی نگار مروتی شهرام امامی	علی سلوکی مهتاب شیرازی
فلسفه و منطق	مسئول درس: سعید رحیمیان دستیاران: منصور کاظم بیگی - محمدحسین خدام	حمید سودیان‌طهرانی علی اکبر آخوندی مهدی لاجوردی احمد خداداد حسینی سعید رحیمیان	مهدی مشایخی محمدعلی مهرآبادی مهتاب بیشه فراز مختاری نژاد
اقتصاد	مسئول درس: امیر محمدبیگی دستیار: محمدرضا مبارکی	حسین خاکساری طاهره کریمی علی محسنی میترا چینی‌ساز محمدرضا مبارکی آرش بدری	کوثر رعدی

www.SanjeshCloud.ir
T.me/SanjeshClouds

ریاضـــــــیات

۱- پاسخ: گزینهٔ ۴ ▲ مشخصات سؤال: ساده * حسابان ۲ (فصل ۴، درس ۱)

خوبه اینو بدونی

– مقدار مشتق تابع در a برابر با شیب خط مماس بر نمودار در نقطه‌ای به‌طول a است.

جوابش اینه

می‌دانیم شیب خط مماس بر تابع برابر مقدار مشتق در نقطهٔ تماس است:

$$f'(۱)=-۴ \Rightarrow m_{AM}=-۴ \Rightarrow -۴=\frac{۴a+۱۰-۲}{a-۱} \Rightarrow \frac{۴a+۸}{a-۱}=-۴ \Rightarrow -۴a+۴=۴a+۸ \Rightarrow a=-\frac{۱}{۲}$$

۲- پاسخ: گزینهٔ ۴ ▲ مشخصات سؤال: ساده * حسابان ۲ (فصل ۴، درس ۲)

خوبه اینو بدونی

– اگر تابع f در $x=a$ مشتق‌پذیر باشد، آنگاه f در a پیوسته است.

جوابش اینه

ابتدا دقت کنید که هریک از ضابطه‌ها، در محدودهٔ داده‌شده مشتق‌پذیرند. بنابراین کافی است؛ مشتق‌پذیری f را در $x=۱$ بررسی کنیم.

اولاً شرط پیوستگی را بررسی می‌کنیم:

$$\lim_{x\to ۱^-} f(x)=\lim_{x\to ۱^+} f(x)=f(۱) \Rightarrow a+b=c \quad (۱)$$

ثانیاً برابری مشتق چپ و راست را بررسی می‌کنیم:

$$f'(x)=\begin{cases} a & x<۱ \\ -\frac{c}{x^۲} & x\geq ۱ \end{cases}$$

$$f'_-(۱)=f'_+(۱) \Rightarrow a=-c \xrightarrow{(۱)} a=-(a+b) \Rightarrow ۲a=-b \Rightarrow \frac{b}{a}=-۲$$

۳- پاسخ: گزینهٔ ۳ ▲ مشخصات سؤال: ساده * حسابان ۲ (فصل ۴، درس ۳)

خوبه اینو بدونی

– آهنگ متوسط تغییر یک تابع را در بازه‌ای مانند $[a,a+h]$ به شکل زیر تعریف می‌کنیم:

$$\text{آهنگ متوسط تغییر تابع } f \text{ در بازهٔ } [a,a+h]=\frac{f(a+h)-f(a)}{h}$$

– آهنگ تغییر لحظه‌ای تابع f را به‌صورت زیر تعریف می‌کنیم:

$$\text{آهنگ لحظه‌ای تغییر تابع } f \text{ در نقطهٔ } x=a=\lim_{h\to ۰}\frac{f(a+h)-f(a)}{h}=f'(a)$$

جوابش اینه

آهنگ تغییر متوسط تابع f در بازهٔ $[۰,۱]$ برابر ۲ است، پس:

$$\frac{f(۱)-f(۰)}{۱-۰}=۲ \Rightarrow \frac{a+۱}{۲}-۱=۲ \Rightarrow a=۵ \Rightarrow f(x)=\frac{۵x+۱}{x^۲+۱}$$

اکنون آهنگ تغییر لحظه‌ای تابع f را در $x=-۱$، که همان $f'(-۱)$ است، پیدا می‌کنیم:

$$f'(x)=\frac{۵(x^۲+۱)-۲x(۵x+۱)}{(x^۲+۱)^۲} \Rightarrow f'(x)=\frac{-۵x^۲-۲x+۵}{(x^۲+۱)^۲} \Rightarrow f'(-۱)=\frac{۲}{۴} \Rightarrow f'(-۱)=\frac{۱}{۲}$$

www.SanjeshCloud.ir
T.me/SanjeshClouds

۴- پاسخ: گزینهٔ ۳ ▲ **مشخصات سؤال: متوسط * حسابان ۲ (فصل ۵، درس ۱)**

خوبه اینو بدونی

- فرض کنیم $c \in D_f$. نقطهٔ به طول c را یک نقطهٔ بحرانی برای تابع f می‌نامیم، هرگاه $f'(c)$ برابر صفر باشد و یا $f'(c)$ موجود نباشد.

جوابش اینه

ابتدا ضابطهٔ تابع را بدون قدرمطلق و با استفاده از توان کسری بازنویسی می‌کنیم:

$$y = |x-2|\sqrt[3]{x} \Rightarrow y = \begin{cases} (x-2)x^{\frac{1}{3}} & x \geq 2 \\ (-x+2)x^{\frac{1}{3}} & x < 2 \end{cases} \Rightarrow y = \begin{cases} x^{\frac{4}{3}} - 2x^{\frac{1}{3}} & x \geq 2 \\ -x^{\frac{4}{3}} + 2x^{\frac{1}{3}} & x < 2 \end{cases}$$

بنابراین تابع مشتق به‌صورت زیر است:

$$y' = \begin{cases} \frac{4}{3}x^{\frac{1}{3}} - \frac{2}{3}x^{-\frac{2}{3}} & x > 2 \\ -\frac{4}{3}x^{\frac{1}{3}} + \frac{2}{3}x^{-\frac{2}{3}} & x < 2 \end{cases} \Rightarrow y' = \begin{cases} \frac{4}{3}\sqrt[3]{x} - \frac{2}{3\sqrt[3]{x^2}} & x > 2 \\ -\frac{4}{3}\sqrt[3]{x} + \frac{2}{3\sqrt[3]{x^2}} & x < 2 \end{cases} \Rightarrow y' = \begin{cases} \frac{4x-2}{3\sqrt[3]{x^2}} & x > 2 \\ \frac{-4x+2}{3\sqrt[3]{x^2}} & x < 2 \end{cases}$$

مشخص است که در $x = 2$ مشتق راست و چپ نابرابر است، همچنین در $x = 0$ مشتق نامتناهی است، پس مشتق در $x = 0$ و $x = 2$ تعریف نشده است. همچنین در $x = \frac{1}{2}$ مقدار مشتق برابر صفر است. بنابراین تابع موردنظر، سه نقطهٔ بحرانی با طول‌های صفر، ۲ و $\frac{1}{2}$ دارد.

اینجوری هم میشه

ریشهٔ عبارت داخل قدرمطلق و ریشهٔ عبارت زیر رادیکال طول نقاط بحرانی است. یعنی $x = 0$ و $x = 2$ طول دو نقطهٔ بحرانی است. برای یافتن سایر نقاط بحرانی داریم:

$$y = \pm(x-2)\sqrt[3]{x}$$

$$y' = \pm(\sqrt[3]{x} + \frac{x-2}{3\sqrt[3]{x^2}}) = \pm\frac{4x-2}{3\sqrt[3]{x^2}}$$

$$y' = 0 \Rightarrow x = \frac{1}{2}$$

پس تابع دارای سه نقطهٔ بحرانی است.

۵- پاسخ: گزینهٔ ۱ ▲ **مشخصات سؤال: متوسط * حسابان ۲ (فصل ۴، درس ۲)**

خوبه اینو بدونی

- اگر $f(x) = \sqrt[3]{x}$، آنگاه $f'(x) = \frac{1}{3\sqrt[3]{x^2}}$

- اگر توابع f و g در $x = a$ مشتق‌پذیر باشند، آنگاه توابع fg و $\frac{f}{g}$ $(g(a) \neq 0)$ در $x = a$ مشتق‌پذیرند و داریم:

$$(fg)'(a) = f'(a)g(a) + f(a)g'(a)$$

$$(\frac{f}{g})'(a) = \frac{f'(a)g(a) - g'(a)f(a)}{(g(a))^2}$$

- اگر f تابعی برحسب u و u تابعی از x باشد:

$$y = f(u) \Rightarrow y' = u'f'(u)$$

www.SanjeshCloud.ir
T.me/SanjeshClouds

جوابش اینه

ابتدا $f'(x)$ را محاسبه کرده و با استفاده از آن $f'(0)$ و $f'(3)$ را به‌دست می‌آوریم:

$$f'(x)=\sqrt[3]{\frac{2x+2}{x-2}}+x\times\frac{\frac{-6}{(x-2)^2}}{3\sqrt[3]{(\frac{2x+2}{x-2})^2}}\Rightarrow\begin{cases}f'(0)=-1\\ f'(3)=2+\frac{-18}{3\times4}=\frac{1}{2}\end{cases}$$

مشتق تابع $f(kx)$ برابر با $kf'(kx)$ است؛ که به‌ازای $x=0$ برابر $kf'(0)$ است:

$$kf'(0)=f'(3)\Rightarrow -k=\frac{1}{2}\Rightarrow k=-\frac{1}{2}$$

۶- پاسخ: گزینهٔ ۱ ▲ **مشخصات سؤال: متوسط * حسابان ۲ (فصل ۴، درس ۲)**

خوبه اینو بدونی

- تعریف مشتق تابع:

$$f'(a)=\lim_{x\to a}\frac{f(x)-f(a)}{x-a}$$

- اگر توابع f و g در $x=a$ مشتق‌پذیر باشند، آنگاه تابع fg در $x=a$ مشتق‌پذیر است و داریم:

$$(fg)'(a)=f'(a)g(a)+f(a)g'(a)$$

- اگر f تابعی برحسب u و u تابعی از x باشد:

$$y=f(u)\Rightarrow y'=u'f'(u)$$

جوابش اینه

در حد داده‌شده، مخرج کسر برابر صفر است. $(\lim_{x\to4}(x^2-4x)=0)$ پس حد صورت کسر نیز باید برابر صفر باشد تا حد موردنظر متناهی شود، یعنی $\lim_{x\to4}(f(x)-3)=0$ و ازآنجاکه f در $x=4$ پیوسته است، پس $f(4)=3$؛ همچنین مقدار حد داده‌شده برابر با $\frac{3}{2}$ است، پس:

$$\lim_{x\to4}\frac{f(x)-3}{x(x-4)}=\frac{3}{2}\Rightarrow\lim_{x\to4}(\frac{1}{x})\times\lim_{x\to4}(\frac{f(x)-f(4)}{x-4})=\frac{3}{2}\Rightarrow\frac{1}{4}f'(4)=\frac{3}{2}\Rightarrow f'(4)=6$$

اکنون به محاسبهٔ مشتق تابع خواسته شده می‌پردازیم:

$$y=\frac{1}{x}f(x^2)\Rightarrow y'=-\frac{1}{x^2}f(x^2)+\frac{2x}{x}f'(x^2)$$

مقدار این مشتق به‌ازای $x=2$ برابر است با:

$$y'=-\frac{1}{4}f(4)+2f'(4)=-\frac{3}{4}+12=\frac{45}{4}$$

۷- پاسخ: گزینهٔ ۲ ▲ **مشخصات سؤال: متوسط * حسابان ۲ (فصل ۴، درس ۲)**

خوبه اینو بدونی

- اگر توابع f و g در $x=a$ مشتق‌پذیر باشند، آنگاه توابع $f\pm g$ و $\frac{f}{g}$ $(g(a)\neq0)$ در $x=a$ مشتق‌پذیرند و داریم:

$$(\frac{f}{g})'(a)=\frac{f'(a)g(a)-g'(a)f(a)}{(g(a))^2}$$

$$(f\pm g)'(a)=f'(a)\pm g'(a)$$

- اگر f و g دو تابع مشتق‌پذیر باشند، در این صورت تابع مرکب fog مشتق‌پذیر است و داریم:

$$(fog)'(x)=g'(x)f'(g(x))$$

www.SanjeshCloud.ir
T.me/SanjeshClouds

جوابش اینه

ابتدا مشتق صورت کسر را جداگانه محاسبه می‌کنیم:

$$h=(fo(g^{۲}))(x) \Rightarrow h'=۲g(x)g'(x)\times f'(g^{۲}(x)) \Rightarrow h'(۱)=۲g(۱)g'(۱)\times f'(۱) \Rightarrow h'(۱)=۲\times ۱\times(-۳)\times ۲ \Rightarrow h'(۱)=-۱۲$$

حال مشتق کل تابع را محاسبه می‌کنیم:

$$y=\frac{h}{f+g} \Rightarrow y'=\frac{h'\cdot(f+g)-(f'+g')\cdot h}{(f+g)^{۲}} \xrightarrow{x=۱} y'=\frac{h'(۱)\times ۲-(۲-۳)\times h(۱)}{۴}$$

$$=\frac{-۲۴+h(۱)}{۴}=-\frac{۲۳}{۴}=-۵/۷۵$$

در محاسبهٔ مقدار $h(۱)$ توجه کنید که:

$$h(۱)=fog^{۲}(۱)=f(۱)=۱$$

۸- پاسخ: گزینهٔ ۴ ▲ **مشخصات سؤال: متوسط * حسابان ۲ (فصل ۴، درس ۲)**

خوبه اینو بدونی

- اگر توابع f و g در $x=a$ مشتق‌پذیر باشند، آنگاه تابع fg در $x=a$ مشتق‌پذیر است و داریم:

$$(fg)'(a)=f'(a)g(a)+f(a)g'(a)$$

- اگر f تابعی برحسب u و u تابعی از x باشد:

$$y=f(u) \Rightarrow y'=u'f'(u)$$

- مشتق تابع $y=f(x)$ با نماد $y'=f'(x)$ نمایش داده شد. به همین ترتیب اگر تابع مشتق، مشتق‌پذیر باشد، مشتق مرتبهٔ دوم $y=f(x)$ را به $y''=f''(x)$ نمایش می‌دهیم و برای محاسبه آن را از تابع $y'=f'(x)$ نسبت به x مشتق می‌گیریم.

جوابش اینه

مشتق دوم تابع g را محاسبه می‌کنیم:

$$g(x)=xf(x^{۲}) \Rightarrow g'(x)=f(x^{۲})+۲x^{۲}f'(x^{۲}) \Rightarrow g''(x)=۲xf'(x^{۲})+۴xf'(x^{۲})+۴x^{۳}f''(x^{۲})$$

با جای‌گذاری $x=-۱$ در رابطه به‌دست آمده، داریم:

$$g''(-۱)=-۲f'(۱)-۴f'(۱)-۴f''(۱)=-۶f'(۱)-۴f''(۱)=-۶\times ۲-۴\times ۳=-۱۲-۱۲=-۲۴$$

۹- پاسخ: گزینهٔ ۳ ▲ **مشخصات سؤال: متوسط * حسابان ۲ (فصل ۵، درس ۱)**

خوبه اینو بدونی

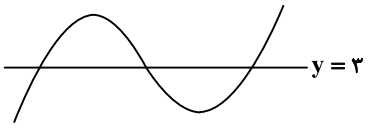
- (آزمون مشتق اول): فرض کنیم تابع f بر بازه‌ای باز مانند I $(I\subseteq D_f)$ پیوسته باشد و $c\in I$ یک نقطهٔ بحرانی تابع f باشد، هرگاه f بر این بازه به‌جز احتمالاً در نقطهٔ c، مشتق‌پذیر باشد، در این صورت:

الف) اگر به‌ازای تمام مقادیر x در بازه‌ای مانند (a,c)، $f'(x)>۰$ و به‌ازای تمام مقادیر x در بازه‌ای مانند (c,b)، $f'(x)<۰$، در این صورت $f(c)$ یک مقدار ماکزیمم نسبی f است.

ب) اگر به‌ازای تمام مقادیر x در بازه‌ای مانند (a,c)، $f'(x)<۰$، و به‌ازای تمام مقادیر x در بازه‌ای مانند (c,b)، $f'(x)>۰$، آنگاه $f(c)$ یک مقدار مینیمم نسبی f است.

جوابش اینه

برای اینکه خط $y=۳$ تابع را در سه نقطه قطع کند، باید بین ماکزیمم نسبی و مینیمم نسبی تابع f باشد. بنابراین به محاسبه اکسترمم‌های نسبی تابع f می‌پردازیم:



$$f'(x)=۳x^{۲}-۶x-۹ \xrightarrow{f'=۰} \begin{cases} x=-۱ \Rightarrow y=k+۵ \\ x=۳ \Rightarrow y=k-۲۷ \end{cases}$$

$$\Rightarrow k-۲۷<۳<k+۵ \Rightarrow -۲<k<۳۰$$

اگر k عددی صحیح باشد، پس $k\in\{-۱,۰,۱,\cdots,۲۹\}$، بنابراین برای k، ۳۱ عدد صحیح قابل‌قبول وجود دارد.

www.SanjeshCloud.ir
T.me/SanjeshClouds

۱۰- پاسخ: گزینهٔ ۳ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * حسابان ۲ (فصل ۵، درس ۱)

خوبه اینو بدونی

- فرض کنیم تابع f بر بازهٔ $[a,b]$ پیوسته و بر بازهٔ (a,b) مشتق‌پذیر باشد. در این صورت:
اگر به‌ازای هر x در بازهٔ (a,b)، $f'(x)<0$، آنگاه تابع f بر $[a,b]$ نزولی اکید است.

جوابش اینه

مشتق تابع را محاسبه کرده و جدول تغییرات تابع را رسم می‌کنیم:

$$f'(x)=\frac{(2x+3)(x-2)-(x^2+3x-1)}{(x-2)^2}=\frac{x^2-4x-5}{(x-2)^2}$$

$$f'(x)=0 \Rightarrow x=-1,5$$

x		-1		2		5	
f'	$+$	0	$-$	$\|$	$-$	0	$+$
f	↗		↘		↘		↗

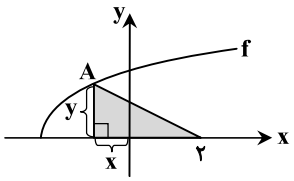
بزرگ‌ترین بازه‌ای که تابع f در آن اکیداً نزولی است، بازهٔ $(2,5)$ است، پس $a=5$ و مقدار خواسته شده برابر است با:

$$f(a)=f(5)=\frac{25+15-1}{3}=13$$

۱۱- پاسخ: گزینهٔ ۳ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * حسابان ۲ (فصل ۵، درس ۱)

جوابش اینه

نقطهٔ $A(x,y)$ را در ناحیهٔ دوم روی f در نظر بگیرید، مساحت مثلث سایه‌زده شده از رابطهٔ زیر به‌دست می‌آید:



$$S=\frac{1}{2}\times(2-x)\times y=\frac{1}{2}(2-x)\sqrt{4+x}$$

مشتق تابع $S(x)$ به‌صورت زیر است:

$$S'=\frac{1}{2}\left(-\sqrt{4+x}+\frac{2-x}{2\sqrt{4+x}}\right)=\frac{-2(4+x)+2-x}{2\times2\times\sqrt{4+x}}=\frac{-6-3x}{4\sqrt{4+x}}$$

نقطهٔ بحرانی تابع S را پیدا کرده و ماکزیمم آن را محاسبه می‌کنیم:

$$S'=0 \Rightarrow x=-2 \Rightarrow \max(S)=2\sqrt{2}$$

۱۲- پاسخ: گزینهٔ ۴ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * حسابان ۲ (فصل ۵، درس ۲)

خوبه اینو بدونی

- فرض کنیم تابع f در نقطهٔ $x=c$ پیوسته است. در این صورت نقطهٔ $(c,f(c))$ نقطهٔ عطف تابع f است، هرگاه هر دو شرط زیر برقرار باشند:
الف) نمودار f در نقطهٔ $(c,f(c))$ خط مماس داشته باشد.
ب) جهت تقعر f در نقطهٔ $(c,f(c))$ تغییر کند.
- (آزمون مشتق اول): فرض کنیم تابع f بر بازه‌ای باز مانند I $(I\subseteq D_f)$ پیوسته باشد و $c\in I$ یک نقطهٔ بحرانی تابع f باشد، هرگاه f بر این بازه به‌جز احتمالاً در نقطهٔ c، مشتق‌پذیر باشد، در این صورت:
الف) اگر به‌ازای تمام مقادیر x در بازه‌ای مانند (a,c)، $f'(x)>0$ و به‌ازای تمام مقادیر x در بازه‌ای مانند (c,b)، $f'(x)<0$، در این صورت $f(c)$ یک مقدار ماکزیمم نسبی f است.
ب) اگر به‌ازای تمام مقادیر x در بازه‌ای مانند (a,c)، $f'(x)<0$، و به‌ازای تمام مقادیر x در بازه‌ای مانند (c,b)، $f'(x)>0$، آنگاه $f(c)$ یک مقدار مینیمم نسبی f است.

www.SanjeshCloud.ir
T.me/SanjeshClouds

جوابش اینه

تابع موردنظر را f می‌نامیم و مشتق دوم تابع را محاسبه می‌کنیم:

$$f(x)=-x^3-ax^2-bx$$
$$f'(x)=-3x^2-2ax-b$$
$$f''(x)=-6x-2a$$

طبق فرض $A(1,3)$ نقطهٔ عطف تابع f است؛ بنابراین:

$$\begin{cases} f(1)=3 \\ f''(1)=0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} -1-a-b=3 \\ -6-2a=0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a+b=-4 \\ 2a=-6 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a=-3 \\ b=-1 \end{cases} \Rightarrow f'(x)=-3x^2+6x+1$$

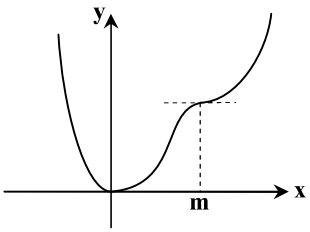
طول نقاط اکسترمم نسبی تابع f از حل معادلهٔ $f'(x)=0$ به‌دست می‌آید؛ بنابراین حاصل‌ضرب طول نقاط اکسترمم برابر با حاصل‌ضرب ریشه‌های معادلهٔ $-3x^2+6x+1=0$ است؛ بنابراین اگر طول نقاط اکسترمم را α و β بنامیم، داریم:

$$\alpha\beta=\frac{-1}{3}$$

۱۳- پاسخ: گزینهٔ ۱ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * حسابان ۲ (فصل ۵، درس ۳)

جوابش اینه

با توجه به نمودار تابع نقطه‌ای به طول m، نقطهٔ عطف افقی تابع f است. بنابراین معادلهٔ $f'(x)=0$ در $x=m$ ریشهٔ مضاعف دارد؛ زیرا شیب خط مماس در این نقطه برابر صفر است ولی مشتق تغییر علامت نمی‌دهد.



$$f(x)=x^4-16x^3+ax^2$$
$$f'(x)=4x^3-48x^2+2ax=2x(\underbrace{2x^2-24x+a}_{\text{ریشهٔ مضاعف دارد.}})$$

برای اینکه معادلهٔ $2x^2-24x+a=0$ ریشهٔ مضاعف داشته باشد، داریم:

$$\Delta=0 \Rightarrow 24^2-8a=0 \Rightarrow 8a=24\times 24 \Rightarrow a=3\times 24 \Rightarrow a=72$$

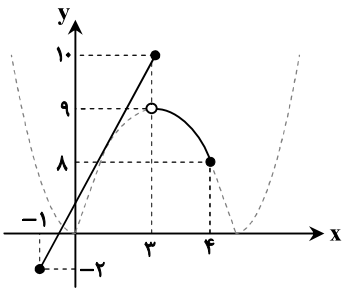
۱۴- پاسخ: گزینهٔ ۲ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * حسابان ۲ (فصل ۵، درس ۱)

خوبه اینو بدونی

- به بزرگ‌ترین مقدار تابع f در مجموعهٔ A «ماکزیمم مطلق» این تابع در این مجموعه می‌گوییم. همچنین به کوچک‌ترین مقدار تابع f در مجموعهٔ A «مینیمم مطلق» این تابع در این مجموعه می‌گوییم. بنابراین نقاط ماکزیمم مطلق و مینیمم مطلق تابع f در مجموعهٔ A به‌ترتیب «بالاترین» و «پایین‌ترین» نقطهٔ نمودار تابع در آن مجموعه هستند و زمانی که می‌گوییم ماکزیمم مطلق تابع f در نقطهٔ $x=a$ اتفاق افتاده است یعنی $f(a)$ مقدار ماکزیمم مطلق و $(a,f(a))$ نقطهٔ ماکزیمم مطلق تابع بر مجموعهٔ موردنظر است. به عبارتی برای هر $x\in A$ داریم $f(x)\le f(a)$. همچنین وقتی می‌گوییم مینیمم مطلق تابع f در نقطهٔ $x=a$ اتفاق افتاده است یعنی $f(a)$ مقدار مینیمم مطلق و $(a,f(a))$ نقطهٔ مینیمم مطلق تابع بر مجموعهٔ موردنظر است.

جوابش اینه

نمودار تابع f را رسم می‌کنیم:



$$3<x\le 4 \Rightarrow f(x)=-x^2+6x \Rightarrow \text{رأس سهمی}: A(3,9)$$

مطابق نمودار رسم شده و با استفاده از تعریف اکسترمم مطلق، مقدار ماکزیمم مطلق برابر ۱۰ و مقدار مینیمم مطلق برابر -2 است:

$$\begin{cases} \max=10 \\ \min=-2 \end{cases} \Rightarrow \max-\min=12$$

سنجش کلاد
www.SanjeshCloud.ir
T.me/SanjeshClouds

۱۵- پاسخ: گزینهٔ ۳ ▲ مشخصات سؤال: دشوار * حسابان ۲ (فصل ۴، درس ۲)

خوبه اینو بدونی

- اگر توابع f و g در $x=a$ مشتق‌پذیر باشند، آنگاه تابع $\frac{f}{g}$ $(g(a)\neq 0)$ در $x=a$ مشتق‌پذیر است و داریم:

$$(\frac{f}{g})'(a)=\frac{f'(a)g(a)-g'(a)f(a)}{(g(a))^2}$$

- به‌طور کلی اگر n یک عدد صحیح باشد و $f(x)=x^n$، آنگاه: $f'(x)=nx^{n-1}$.
- مقدار مشتق تابع در a برابر با شیب خط مماس بر نمودار در نقطه‌ای به‌طول a است.

جوابش اینه

معادلهٔ خط گذرنده از نقاط A و B به‌صورت زیر است:

$$y-3a=\frac{3a-0}{0+4a}(x-0)\Rightarrow y=\frac{3}{4}x+3a$$

خط مماس به‌دست آمده با تابع f در نقطه‌ای به طول -1 مشترک هستند، پس:

$$f(-1)=\frac{3}{4}(-1)+3a\Rightarrow\frac{2-b}{-4}=-\frac{3}{4}+3a\Rightarrow 2-b=3-12a\Rightarrow b=-1+12a\quad(1)$$

از طرفی شیب خط مماس بر تابع f برابر مشتق تابع f در آن نقطه است؛ بنابراین $f'(-1)=\frac{3}{4}$ و داریم:

$$f'(x)=\frac{(2x+b)(x-3)-(x^2+bx+1)}{(x-3)^2}$$

$$f'(-1)=\frac{3}{4}\Rightarrow\frac{-4(b-2)-(2-b)}{16}=\frac{3}{4}\Rightarrow\frac{-3b+6}{16}=\frac{3}{4}\Rightarrow -3b+6=12\Rightarrow b=-2$$

بنابراین با توجه به رابطهٔ (۱)، داریم:

$$b=-1+12a\xrightarrow{b=-2}12a=-1\Rightarrow a=\frac{-1}{12}\Rightarrow ab=\frac{1}{6}$$

۱۶- پاسخ: گزینهٔ ۴ ▲ مشخصات سؤال: دشوار * حسابان ۲ (فصل ۵، درس ۱)

خوبه اینو بدونی

- (آزمون مشتق اول): فرض کنیم تابع f بر بازه‌ای باز مانند I $(I\subseteq D_f)$ پیوسته باشد و $c\in I$ یک نقطهٔ بحرانی تابع f باشد، هرگاه f بر این بازه به‌جز احتمالاً در نقطهٔ c، مشتق‌پذیر باشد، در این صورت:
  الف) اگر به‌ازای تمام مقادیر x در بازه‌ای مانند (a,c)، $f'(x)>0$ و به‌ازای تمام مقادیر x در بازه‌ای مانند (c,b)، $f'(x)<0$، در این صورت $f(c)$ یک مقدار ماکزیمم نسبی f است.
  ب) اگر به‌ازای تمام مقادیر x در بازه‌ای مانند (a,c)، $f'(x)<0$، و به‌ازای تمام مقادیر x در بازه‌ای مانند (c,b)، $f'(x)>0$، آنگاه $f(c)$ یک مقدار مینیمم نسبی f است.

جوابش اینه

ابتدا اکسترمم‌های نسبی تابع f را پیدا می‌کنیم:

$$f(x)=x^3-3x^2+a$$

$$f'(x)=3x^2-6x\xrightarrow{f'=0}\begin{cases}x=0\Rightarrow y=a\\ x=2\Rightarrow y=a-4\end{cases}$$

در توابع درجه سوم مقدار مینیمم نسبی کمتر از ماکزیمم نسبی است؛ پس ازآنجاکه $a-4<a$، نقطهٔ $(2,a-4)$ نقطهٔ مینیمم نسبی تابع f است.
اکنون به محاسبهٔ ضابطهٔ تابع g می‌پردازیم:

$$g(x)=-f'(x-b)=-(3(x-b)^2-6(x-b))=-3x^2+(6+6b)x-3b^2-6b$$

با توجه به فرض سؤال، طول نقطهٔ ماکزیمم g برابر ۲ است. ازآنجاکه g یک تابع درجه دوم است، طول رأس سهمی (نقطهٔ ماکزیمم) برابر ۲ است:

$$\text{طول رأس سهمی}:2=-(\frac{6+6b}{-6})\Rightarrow\frac{b+1}{1}=2\Rightarrow b=1$$

عرض نقطهٔ مینیمم نسبی تابع f و نقطهٔ ماکزیمم نسبی تابع g نیز با یکدیگر برابر است، پس:

$$g(2)=f(2)\Rightarrow -12+24-9=a-4\Rightarrow a=7$$

www.SanjeshCloud.ir
T.me/SanjeshClouds

۱۷- پاسخ: گزینهٔ ۲ ▲ **مشخصات سؤال: دشوار * حسابان ۲ (فصل ۵، درس ۳)**

خوبه اینو بدونی

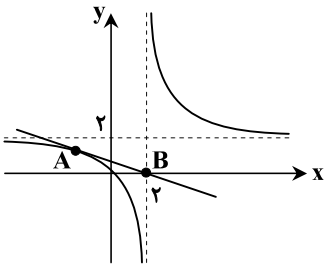
- اگر توابع f و g در $x=a$ مشتق‌پذیر باشند، آنگاه تابع $\frac{f}{g}$ $(g(a)\neq ۰)$ نیز در $x=a$ مشتق‌پذیر است و داریم:

$$(\frac{f}{g})'(a)=\frac{f'(a)g(a)-g'(a)f(a)}{(g(a))^{۲}}$$

- مقدار مشتق تابع در a برابر با شیب خط مماس بر نمودار تابع در نقطه‌ای به‌طول a است.

جوابش اینه

مجانب‌های قائم و افقی تابع $f(x)=\frac{۲x}{x-۲}$، به‌ترتیب خط‌های $x=۲$ و $y=۲$ است.



نقطهٔ تماس را $A(a,\frac{۲a}{a-۲})$ فرض می‌کنیم. خط مماس بر تابع در نقطهٔ A، از نقطهٔ $B(۲,۰)$ عبور کرده است، پس شیب خط مماس برابر است با:

$$m=\frac{\frac{۲a}{a-۲}-۰}{a-۲}=\frac{۲a}{(a-۲)^{۲}}$$

از طرفی شیب خط مماس در نقطهٔ A برابر $f'(a)$ است:

$$f'(x)=\frac{۲(x-۲)-۲x}{(x-۲)^{۲}}=\frac{-۴}{(x-۲)^{۲}}$$

$$f'(a)=\frac{-۴}{(a-۲)^{۲}}\xrightarrow{m=f'(a)}\frac{۲a}{(a-۲)^{۲}}=\frac{-۴}{(a-۲)^{۲}}\Rightarrow ۲a=-۴\Rightarrow a=-۲$$

۱۸- پاسخ: گزینهٔ ۴ ▲ **مشخصات سؤال: متوسط * حسابان ۲ (فصل ۴، درس ۲)**

خوبه اینو بدونی

- اگر x عضوی از دامنهٔ تابع f باشد، تابع مشتق f در x را با $f'(x)$ نمایش می‌دهیم و آن را به‌صورت زیر تعریف می‌کنیم:

$$f'(x)=\lim_{h\to ۰}\frac{f(x+h)-f(x)}{h}$$

مشروط بر آنکه حد فوق موجود باشد. مجموعه تمام نقاطی از دامنهٔ f که برای آن‌ها f' موجود باشد را دامنهٔ f' می‌نامیم.

- تابع $f(x)=\sin(ax)$ مشتق‌پذیر است و داریم:

$$f'(x)=a\cos(ax)$$

جوابش اینه

برای محاسبه حد موردنظر از تغییر متغیر $x=\frac{۱}{h}$ استفاده می‌کنیم، ازآنجاکه $x\to-\infty$ پس $h\to ۰^{-}$ و با استفاده از تعریف مشتق، داریم:

$$\lim_{x\to-\infty} x f(۱+\frac{۲}{x})=\lim_{h\to ۰^{-}}\frac{f(۱+۲h)}{h}=\lim_{h\to ۰^{-}} ۲\times\frac{f(۱+۲h)-۰}{۲h}=۲\lim_{h\to ۰^{-}}\frac{f(۱+۲h)-f(۱)}{۲h}=۲f'_{-}(۱)$$

صورت کسر تابع f به‌ازای $x=۱$ برابر صفر است، پس برای محاسبهٔ $f'_{-}(۱)$، کافی است فقط از صورت کسر مشتق بگیریم:

$$f'_{-}(۱)=\lim_{x\to ۱^{-}}\frac{\pi\cos\pi x}{x+[-۲x]}=\frac{-\pi}{۱-۲}=\pi$$

پس حاصل حد خواسته شده برابر $۲f'_{-}(۱)=۲\pi$ است.

www.SanjeshCloud.ir
T.me/SanjeshClouds

اینجوری هم میشه

با توجه به ضابطهٔ f حد موردنظر (A) را تشکیل می‌دهیم:

$$A=\lim_{x\to-\infty} x f(1+\frac{2}{x})=\lim_{x\to-\infty} x\frac{\sin\pi(1+\frac{2}{x})}{1+\frac{2}{x}+\left[-2(1+\frac{2}{x})\right]}=\lim_{x\to-\infty}\frac{x\sin(\pi+\frac{2\pi}{x})}{1+\frac{2}{x}-2+\left[\frac{-4}{x}\right]}$$

اکنون از تغییر متغیر $\frac{1}{x}=t$ استفاده می‌کنیم. واضح است که وقتی $x\to-\infty$ آنگاه $t\to 0^-$

$$A=\lim_{x\to-\infty}\frac{-x\sin(\frac{2\pi}{x})}{\frac{2}{x}+\left[\frac{-4}{x}\right]-1}=\lim_{t\to 0^-}\frac{-\frac{1}{t}\sin(2\pi t)}{2t+[-4t]-1}=\frac{-2\pi}{0+0-1}=2\pi$$

۱۹- پاسخ: گزینهٔ ۲ ▲ مشخصات سؤال: ساده * هندسه ۳ (فصل ۲، درس ۳)

خوبه اینو بدونی

- معادلهٔ سهمی افقی یا قائم با رأس $S(h,k)$ به‌صورت زیر است.

دهانهٔ سهمی	محور سهمی	خط هادی	کانون	معادلهٔ سهمی
روبه راست	خط $y=k$	$x=-a+h$	$(a+h,k)$	$(y-k)^2=4a(x-h)$
روبه چپ	خط $y=k$	$x=a+h$	$(-a+h,k)$	$(y-k)^2=-4a(x-h)$
روبه بالا	خط $x=h$	$y=-a+k$	$(h,a+k)$	$(x-h)^2=4a(y-k)$
روبه پایین	خط $x=h$	$y=a+k$	$(h,-a+k)$	$(x-h)^2=-4a(y-k)$

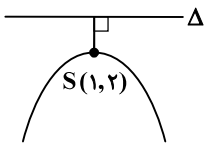
جوابش اینه

معادلهٔ سهمی را به‌صورت متعارف می‌نویسیم و معادلهٔ خط هادی آن را مشخص می‌کنیم:

$$2x^2-4x+3y-4=0\Rightarrow 2(x^2-2x)+3y-4=0\Rightarrow 2(x-1)^2-2+3y-4=0$$

$$\Rightarrow 2(x-1)^2=-3(y-2)$$

$$(x-1)^2=\frac{-3}{2}(y-2)\Rightarrow \text{رأس}: S(1,2)\ ,\ 4a=\frac{3}{2}\Rightarrow a=\frac{3}{8}$$



سهمی، قائم روبه پایین است. پس معادلهٔ خط هادی به‌صورت زیر است:

$$\Delta: y=2+\frac{3}{8}=\frac{19}{8}$$

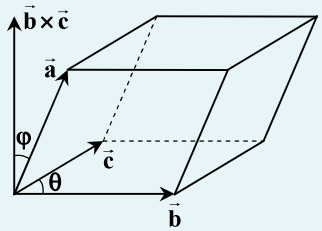
نقطهٔ $(3,\frac{19}{8})$ روی این خط قرار دارد.

۲۰- پاسخ: گزینهٔ ۳ ▲ مشخصات سؤال: ساده * هندسه ۳ (فصل ۳، درس ۲)

خوبه اینو بدونی

- حجم متوازی‌السطوح ساخته شده بر روی سه بردار $\vec{a}$، $\vec{b}$ و $\vec{c}$ به‌صورت زیر به‌دست می‌آید:

$$\text{حجم متوازی‌السطوح}=\left|\vec{a}\cdot(\vec{b}\times\vec{c})\right|$$



www.SanjeshCloud.ir
T.me/SanjeshClouds

جوابش اینه

با استفاده از نکتهٔ بالا، داریم:

$$\vec{a}\cdot(\vec{b}\times\vec{c})=\begin{vmatrix}1&0&0\\0&0&3\\2&2&2\end{vmatrix}=1\times(0-6)=-6$$

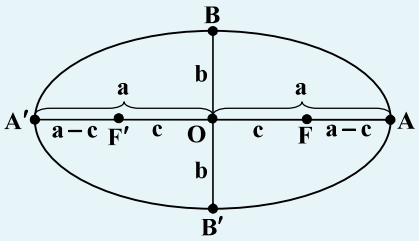
$$\begin{cases}\vec{a}=\vec{i}=(1,0,0)\\ \vec{b}=3\vec{k}=(0,0,3)\\ \vec{c}=2\vec{i}+2\vec{j}+2\vec{k}=(2,2,2)\end{cases}$$

حجم متوازی‌السطوح $=|-6|=6$

۲۱- پاسخ: گزینهٔ ۳ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * هندسه ۳ (فصل ۲، درس ۳)

خوبه اینو بدونی

- در بیضی شکل زیر داریم:

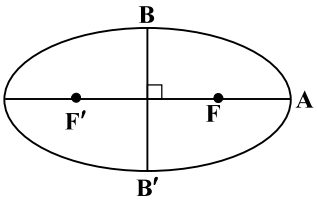


۱) $AA'=2a=$ طول قطر بزرگ
۲) $BB'=2b=$ طول قطر کوچک
۳) $FF'=2c$ فاصلهٔ کانونی
۴) $a^2=b^2+c^2$

- خروج از مرکز هر بیضی با طول قطر بزرگ $2a$ و اندازهٔ فاصلهٔ کانونی $2c$ برابر $\frac{c}{a}$ است.

جوابش اینه

کوچک‌ترین وتر گذرنده از مرکز بیضی، همان قطر کوچک بیضی است، پس داریم:



$$\begin{cases}BB'=8=2b\Rightarrow b=4\\ FA=2=a-c\end{cases}$$

از رابطهٔ $a^2=b^2+c^2$، داریم:

$$b^2=a^2-c^2=16\Rightarrow(a-c)(a+c)=16\Rightarrow 2(a+c)=16\Rightarrow a+c=8$$

$$\Rightarrow\begin{cases}a+c=8\\ a-c=2\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}2a=10\Rightarrow a=5\\ 2c=6\Rightarrow c=3\end{cases}\Rightarrow\frac{c}{a}=\frac{3}{5}$$

۲۲- پاسخ: گزینهٔ ۲ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * هندسه ۳ (فصل ۳، درس ۱)

خوبه اینو بدونی

- طول هر بردار مانند $\vec{a}=(a_1,a_2,a_3)$ در $\mathbb{R}^3$ از رابطهٔ زیر به‌دست می‌آید.

$$|\vec{a}|=\sqrt{a_1^2+a_2^2+a_3^2}$$

جوابش اینه

اندازهٔ تصویر بردار $\vec{a}=(x,y,z)$ روی صفحات xOy و yOz به‌ترتیب برابر است با: $\sqrt{x^2+y^2}$ و $\sqrt{y^2+z^2}$؛ بنابراین در این سؤال، داریم:

$$\begin{cases}|\vec{a}|=\sqrt{x^2+y^2+z^2}=4\\ \sqrt{x^2+y^2}=\sqrt{12}\\ \sqrt{y^2+z^2}=\sqrt{13}\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}x^2+y^2+z^2=16\\ x^2+y^2=12\\ y^2+z^2=13\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}z^2=16-12=4\\ x^2=16-13=3\end{cases}$$

اندازهٔ تصویر بردار $\vec{a}$ روی صفحهٔ $xOz=\sqrt{x^2+z^2}=\sqrt{3+4}=\sqrt{7}$

www.SanjeshCloud.ir
T.me/SanjeshClouds

اینجوری هم میشه

از رابطهٔ $\sqrt{x^2+y^2+z^2}=4$، داریم:

$$x^2+y^2+z^2=16 \xrightarrow{\times 2} 2x^2+2y^2+2z^2=32 \Rightarrow x^2+y^2+y^2+z^2+x^2+z^2=32$$
$$\Rightarrow 12+13+x^2+z^2=32 \Rightarrow x^2+z^2=7 \Rightarrow \sqrt{x^2+z^2}=\sqrt{7}$$

۲۳- پاسخ: گزینهٔ ۱ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * هندسه ۳ (فصل ۲، درس ۳)

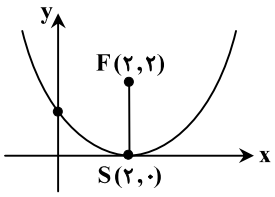
خوبه اینو بدونی

- معادلهٔ سهمی افقی یا قائم با رأس $S(h,k)$ به‌صورت زیر است.

دهانهٔ سهمی	محور سهمی	خط هادی	کانون	معادلهٔ سهمی
روبه راست	خط $y=k$	$x=-a+h$	$(a+h,k)$	$(y-k)^2=4a(x-h)$
روبه چپ	خط $y=k$	$x=a+h$	$(-a+h,k)$	$(y-k)^2=-4a(x-h)$
روبه بالا	خط $x=h$	$y=-a+k$	$(h,a+k)$	$(x-h)^2=4a(y-k)$
روبه پایین	خط $x=h$	$y=a+k$	$(h,-a+k)$	$(x-h)^2=-4a(y-k)$

جوابش اینه

نمودار سهمی با توجه به اطلاعات سؤال به‌صورت زیر است و داریم:



$$a=FS=2$$
معادلهٔ سهمی : $(x-2)^2=8y$
$$x=0 \Rightarrow (0-2)^2=8y$$
$$4=8y \Rightarrow y=\frac{4}{8}=0/5$$

۲۴- پاسخ: گزینهٔ ۳ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * هندسه ۳ (فصل ۲، درس ۳)

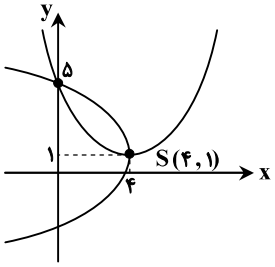
خوبه اینو بدونی

- معادلهٔ سهمی افقی یا قائم با رأس $S(h,k)$ به‌صورت زیر است.

دهانهٔ سهمی	محور سهمی	خط هادی	کانون	معادلهٔ سهمی
روبه راست	خط $y=k$	$x=-a+h$	$(a+h,k)$	$(y-k)^2=4a(x-h)$
روبه چپ	خط $y=k$	$x=a+h$	$(-a+h,k)$	$(y-k)^2=-4a(x-h)$
روبه بالا	خط $x=h$	$y=-a+k$	$(h,a+k)$	$(x-h)^2=4a(y-k)$
روبه پایین	خط $x=h$	$y=a+k$	$(h,-a+k)$	$(x-h)^2=-4a(y-k)$

جوابش اینه

معادلهٔ دو سهمی را می‌نویسیم. نقطهٔ $(0,5)$ باید در معادلهٔ دو سهمی صدق کند.



$$\begin{cases} \text{سهمی افقی}: (y-1)^2=4a(x-4) \\ \text{سهمی قائم}: (x-4)^2=4a'(y-1) \end{cases}$$
$$\begin{cases} (5-1)^2=4a(0-4) \Rightarrow 16=4a(-4) \Rightarrow a=-1 \\ (0-4)^2=4a'(5-1) \Rightarrow 16=4a'(4) \Rightarrow a'=1 \end{cases}$$

خط هادی سهمی قائم، خط $y=0-1=-1$ و خط هادی سهمی افقی، خط $x=4+1=5$ است. پس محل تلاقی خطوط $y=0$ و $x=5$ نقطهٔ $(5,0)$ می‌باشد.

www.SanjeshCloud.ir
T.me/SanjeshClouds

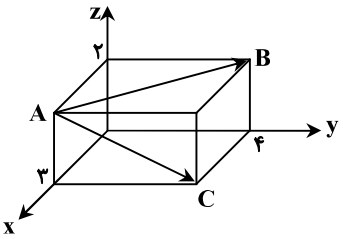
۲۵- پاسخ: گزینهٔ ۱ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * هندسه ۳ (فصل ۳، درس ۲)

خوبه اینو بدونی

- اگر $\vec{a}=(a_1,a_2,a_3)$ و $\vec{b}=(b_1,b_2,b_3)$ دو بردار در $\mathbb{R}^3$ باشند، در این صورت ضرب داخلی $\vec{a}$ و $\vec{b}$ را که با نماد $\vec{a}\cdot\vec{b}$ نمایش می‌دهیم به‌صورت زیر تعریف می‌کنیم:

$$\vec{a}\cdot\vec{b}=a_1b_1+a_2b_2+a_3b_3$$

جوابش اینه



مختصات نقاط A، B و C را مشخص می‌کنیم:

$$B=(0,4,2)\ ,\ A=(3,0,2)\ ,\ C=(3,4,0)$$

بردارهای $\overrightarrow{AB}$ و $\overrightarrow{AC}$ را یافته و داریم:

$$\overrightarrow{AB}=B-A=(-3,4,0)\ ,\ \overrightarrow{AC}=C-A=(0,4,-2)$$

$$\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AC}=(-3)\times0+4\times4+0\times(-2)=16$$

۲۶- پاسخ: گزینهٔ ۳ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * هندسه ۳ (فصل ۳، درس ۲)

خوبه اینو بدونی

- اگر $0\le\theta\le\pi$ زاویهٔ بین دو بردار ناصفر $\vec{a}$ و $\vec{b}$ در $\mathbb{R}^3$ باشند، آنگاه:

$$\vec{a}\cdot\vec{b}=|\vec{a}||\vec{b}|\cos\theta$$

جوابش اینه

$$\vec{a}=(m^2+1,m,m^4+1)\ ,\ \vec{i}=(1,0,0)\ ,\ \vec{j}=(0,1,0)\ ,\ \vec{k}=(0,0,1)$$

طبق نکتهٔ بالا، اگر θ زاویهٔ بین دو بردار $\vec{a}$ و $\vec{b}$ باشد، داریم:

$$\cos\theta=\frac{\vec{a}\cdot\vec{b}}{|\vec{a}||\vec{b}|}$$

پس اگر ضرب داخلی دو بردار صفر باشد، دو بردار بر هم عمودند. از طرفی زاویهٔ بین بردار $\vec{a}$ و هر محور، زاویهٔ بین $\vec{a}$ با بردار یکّه آن محور است؛ بنابراین با توجه به مؤلفه‌های بردار $\vec{a}$، مقدار m^2+1 و m^4+1 نمی‌تواند صفر باشد و فقط m می‌تواند صفر باشد و لذا اگر $m=0$ باشد، زاویهٔ بین $\vec{a}$ و محور yها برابر 90° است:

$$\cos\theta=\frac{\vec{a}\cdot\vec{j}}{|\vec{a}||\vec{j}|}=\frac{m}{|\vec{a}||\vec{j}|}=0$$

پس بردار $\vec{a}$ بر محور yها عمود است و $m=0$ می‌باشد:

$$\vec{a}=(1,0,1)$$

زاویهٔ بین $\vec{a}$ و محورهای x و z را به‌دست می‌آوریم:

$$\cos\alpha=\frac{\vec{a}\cdot\vec{i}}{|\vec{a}||\vec{i}|}=\frac{1}{\sqrt{2}\times1}=\frac{\sqrt{2}}{2}\Rightarrow\hat{\alpha}=45^\circ$$

$$\cos\beta=\frac{\vec{a}\cdot\vec{k}}{|\vec{a}||\vec{k}|}=\frac{1}{\sqrt{2}\times1}=\frac{\sqrt{2}}{2}\Rightarrow\hat{\beta}=45^\circ$$

۲۷- پاسخ: گزینهٔ ۲ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * هندسه ۳ (فصل ۳، درس ۲)

خوبه اینو بدونی

- (خواص ضرب خارجی):

خاصیت ۱: $\vec{a}\times\vec{b}=-\vec{b}\times\vec{a}$

خاصیت ۲: $\vec{a}\times\vec{a}=\vec{0}$

خاصیت ۳: اگر r عددی حقیقی باشد، آن‌گاه: $r\vec{a}\times\vec{b}=r(\vec{a}\times\vec{b})=\vec{a}\times r\vec{b}$

خاصیت ۴: برای سه بردار $\vec{a},\vec{b},\vec{c}$ داریم:

$$\vec{a}\times(\vec{b}+\vec{c})=\vec{a}\times\vec{b}+\vec{a}\times\vec{c}$$

$$(\vec{a}+\vec{b})\times\vec{c}=(\vec{a}\times\vec{c})+(\vec{b}\times\vec{c})$$

www.SanjeshCloud.ir
T.me/SanjeshClouds

خوبه اینو بدونی

- (خواص ضرب داخلی):

۱) $\vec{a}\cdot\vec{b}=\vec{b}\cdot\vec{a}$: خاصیت جابه‌جایی

۲) $\vec{a}\cdot\vec{a}=|\vec{a}|^{۲}$

۳) $\vec{a}\cdot(\vec{b}+\vec{c})=\vec{a}\cdot\vec{b}+\vec{a}\cdot\vec{c}$: خاصیت توزیع‌پذیری

۴) برای دو بردار غیرصفر $\vec{a}$ و $\vec{b}$، داریم:

$\vec{a}\cdot\vec{b}=۰ \Leftrightarrow$ $\vec{a}$ و $\vec{b}$ بر هم‌عمود هستند.

۵) $\vec{a}\cdot\vec{o}=۰\ ,\ \vec{o}\cdot\vec{a}=۰$

- مساحت مثلث ساخته شده بر روی دو بردار $\vec{a}$ و $\vec{b}$ برابر با $\frac{۱}{۲}|\vec{a}\times\vec{b}|$ است.

جوابش اینه

اگر θ زاویهٔ بین دو بردار $\vec{a}$ و $\vec{b}$ باشد، طبق مفروضات سؤال، داریم:

$$|\vec{a}|=|\vec{b}|=۱\ ,\ \hat{\theta}=۹۰^\circ$$

$$S=\frac{۱}{۲}|(\vec{a}+۲\vec{b})\times(۳\vec{a}-۲\vec{b})|=\frac{۱}{۲}|\underbrace{۳\vec{a}\times\vec{a}}_{\vec{O}}+۶\vec{b}\times\vec{a}-\underbrace{۴\vec{b}\times\vec{b}}_{\vec{O}}-۲\vec{a}\times\vec{b}|$$

$$\Rightarrow S=\frac{۱}{۲}|۶\vec{b}\times\vec{a}+۲\vec{b}\times\vec{a}|=\frac{۱}{۲}|۸\vec{b}\times\vec{a}|=۴|\vec{b}||\vec{a}|\sin۹۰^\circ=۴\times۱\times۱\times۱=۴$$

دو بردار یکّهٔ $\vec{a}$ و $\vec{b}$ بر هم عمودند، پس $\vec{a}\cdot\vec{b}=۰$؛ بنابراین خواستهٔ سؤال برابر است با:

$$(۳\vec{a}+۲\vec{b})\cdot(۲\vec{a}+\vec{b})=۶|\vec{a}|^{۲}+۲|\vec{b}|^{۲}+۳\vec{a}\cdot\vec{b}+۴\vec{a}\cdot\vec{b}=۶+۲+۰=۸$$

$$۸=۲\times۴=۲S$$

۲۸- پاسخ: گزینهٔ ۲ ▲ **مشخصات سؤال: دشوار * هندسه ۳ (فصل ۳، درس ۲)**

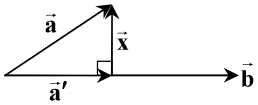
خوبه اینو بدونی

- بردار تصویر قائم $\vec{a}$ بر امتداد بردار $\vec{b}$ به‌صورت زیر به‌دست می‌آید:

$$\vec{a}'=r\vec{b}=\frac{\vec{a}\cdot\vec{b}}{|\vec{b}|^{۲}}\vec{b}$$

جوابش اینه

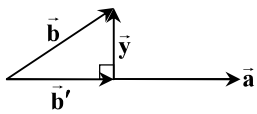
بردار $\frac{\vec{a}\cdot\vec{b}}{|\vec{b}|^{۲}}\vec{b}$، همان تصویر بردار $\vec{a}$ بر روی $\vec{b}$ است، پس طبق شکل داریم:



$$\vec{a}'=\frac{\vec{a}\cdot\vec{b}}{|\vec{b}|^{۲}}\vec{b}\Rightarrow\vec{a}-\frac{\vec{a}\cdot\vec{b}}{|\vec{b}|^{۲}}\vec{b}=\vec{a}-\vec{a}'$$

با فرض $\vec{x}=\vec{a}-\vec{a}'$، مطابق شکل، مشخص است که بردار $\vec{x}$ بر بردار $\vec{b}$ عمود است، پس $\hat{\beta}=۹۰^\circ$.

همچنین بردار $\frac{\vec{a}\cdot\vec{b}}{|\vec{a}|^{۲}}\vec{a}$ همان تصویر بردار $\vec{b}$ بر روی $\vec{a}$ است، پس:



$$\vec{b}'=\frac{\vec{a}\cdot\vec{b}}{|\vec{a}|^{۲}}\vec{a}\Rightarrow\vec{b}-\frac{\vec{a}\cdot\vec{b}}{|\vec{a}|^{۲}}\vec{a}=\vec{b}-\vec{b}'$$

با فرض $\vec{y}=\vec{b}-\vec{b}'$، مطابق شکل، مشخص است که بردار $\vec{y}$ بر بردار $\vec{a}$ عمود است.

پس $\hat{\alpha}=۹۰^\circ$

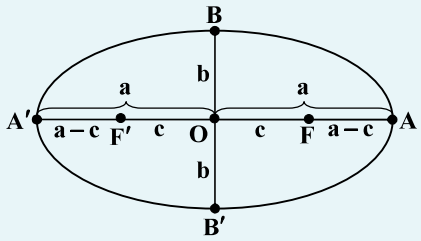
بنابراین: $\hat{\alpha}=\hat{\beta}=۹۰^\circ$

www.SanjeshCloud.ir
T.me/SanjeshClouds

۲۹- پاسخ: گزینهٔ ۳ ▲ مشخصات سؤال: دشوار * هندسه ۳ (فصل ۲، درس ۳)

خوبه اینو بدونی

- در بیضی شکل زیر داریم:



۱) $AA' = ۲a =$ طول قطر بزرگ

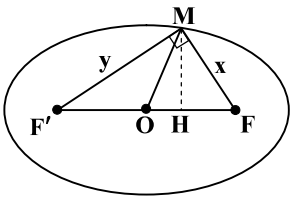
۲) $BB' = ۲b =$ طول قطر کوچک

۳) $FF' = ۲c =$ فاصلهٔ کانونی

۴) $a^۲ = b^۲ + c^۲$

جوابش اینه

با توجه به شکل مقابل و مفروضات سؤال، داریم:



$$\begin{cases} ۲a = ۱۰ \Rightarrow a = ۵ \\ ۲b = ۸ \Rightarrow b = ۴ \end{cases}$$

$$c = \sqrt{a^۲ - b^۲} = \sqrt{۲۵ - ۱۶} = ۳ \Rightarrow OF = OF' = ۳ \ , \ FF' = ۲ \times ۳ = ۶$$

در مثلث MFF'، $OM = OF = OF' = ۳$ پس در این مثلث، میانهٔ وارد بر FF'، نصف FF' است و لذا این مثلث در رأس M قائم‌الزاویه است.

$$\begin{cases} MF = x \\ MF' = y \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x + y = ۲a \\ x^۲ + y^۲ = FF'^۲ = ۴c^۲ \end{cases} \Rightarrow (x+y)^۲ = (۲a)^۲ \Rightarrow \underbrace{x^۲ + y^۲}_{۴c^۲} + ۲xy = ۴a^۲ \Rightarrow ۲xy = ۴(a^۲ - c^۲)$$

$$۲xy = ۴b^۲ \Rightarrow xy = ۲b^۲$$

$$S_{\overset{\triangle}{MFF'}} = \frac{۱}{۲}xy = \frac{۱}{۲} \times ۲b^۲ = b^۲ = ۴^۲ = ۱۶$$

$$S_{\overset{\triangle}{MFF'}} = \frac{۱}{۲}MH \times FF' \Rightarrow ۱۶ = \frac{۱}{۲}MH \times ۶ \Rightarrow MH = \frac{۱۶}{۳}$$

۳۰- پاسخ: گزینهٔ ۱ ▲ مشخصات سؤال: ساده * ریاضیات گسسته (فصل ۳، درس ۱)

خوبه اینو بدونی

- یک جدول مربعی از اعداد ۱، ۲، ... و n به‌شکل یک مربع $n \times n$ را که سطرها و ستون‌های آن با اعداد ۱، ۲، ... و n پر شده باشد و در هیچ سطر آن و نیز در هیچ ستون آن عدد تکراری وجود نداشته باشد، «مربع لاتین» می‌نامیم. (به هر یک از اعداد درون مربع لاتین یک درایه می‌گوییم.)
- دو مربع لاتین متعامد: فرض کنید A و B دو مربع لاتین هم‌مرتبه باشند به‌طوری که از کنار هم قرار دادن درایه‌های نظیر از این دو مربع، مربع جدیدی از همان مرتبه حاصل شود که هر خانهٔ آن حاوی یک عدد دورقمی است که تمام رقم‌های سمت چپ مربوط به مربع A و تمام رقم‌های سمت راست مربوط به مربع B (و یا برعکس) است. در این صورت گوییم دو مربع لاتین A و B «متعامدند» هرگاه هیچ‌یک از اعداد دورقمی موجود در خانه‌های مربع جدید تکرار نشده باشند.

جوابش اینه

چون B یک مربع لاتین است پس به شکل زیر می‌توان ستون‌های اول و دوم را به شکل منحصربه‌فرد پر کرد.

با کنار هم قرار دادن درایه‌های ستون‌های اول و دوم مربع‌های لاتین A و B ملاحظه می‌شود که مربع‌های A و B هیچ‌گاه متعامد نیستند چون در آن‌ها عدد دورقمی تکراری داریم.

$$A = \begin{array}{|c|c|c|c|} \hline ۱ & ۲ & ۳ & ۴ \\ \hline ۴ & ۱ & ۲ & ۳ \\ \hline ۳ & ۴ & ۱ & ۲ \\ \hline ۲ & ۳ & ۴ & ۱ \\ \hline \end{array} \quad B = \begin{array}{|c|c|c|c|} \hline ۲ & ۱ & & \\ \hline ۴ & ۲ & & \\ \hline ۳ & ۴ & & \\ \hline ۱ & ۳ & & \\ \hline \end{array} \Rightarrow AB = \begin{array}{|c|c|c|c|} \hline ۱۲ & ۲۱ & & \\ \hline ۴۴ & ۱۲ & & \\ \hline \boxed{۳۳} & ۴۴ & & \\ \hline ۲۱ & \boxed{۳۳} & & \\ \hline \end{array}$$

www.SanjeshCloud.ir
T.me/SanjeshClouds

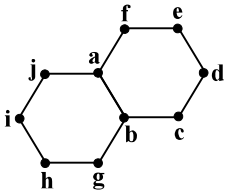
۳۱- پاسخ: گزینهٔ ۲ ▲ مشخصات سؤال: ساده * ریاضیات گسسته (فصل ۲، درس ۲)

خوبه اینو بدونی

- در بین تمام مجموعه‌های احاطه‌گر گراف G، مجموعه یا مجموعه‌های احاطه‌گری که کمترین تعداد عضو را دارند مجموعهٔ احاطه‌گر مینیمم و تعداد اعضای چنین مجموعه‌ای را عدد احاطه‌گری گراف G می‌نامیم و آن را با $\gamma(G)$ نمایش می‌دهیم.
- اگر G یک گراف n رأسی با ماکزیمم درجهٔ Δ باشد و D یک مجموعهٔ احاطه‌گر در آن باشد، آنگاه $|D| \geq \left\lceil \frac{n}{\Delta+1} \right\rceil$ و از آنجا که $\gamma(G)$ نیز اندازهٔ یک مجموعهٔ احاطه‌گر است همواره داریم $\gamma(G) \geq \left\lceil \frac{n}{\Delta+1} \right\rceil$ (اصطلاحاً گفته می‌شود در گراف G عدد $\left\lceil \frac{n}{\Delta+1} \right\rceil$ یک کران پایین است برای $\gamma(G)$؛ یعنی $\gamma(G)$ نمی‌تواند از آن کمتر شود).

جوابش اینه

با توجه به نکتهٔ بالا، داریم:



$$n = ۱۰ \ , \ \Delta = ۳ \Rightarrow \gamma \geq \left\lceil \frac{۱۰}{۳+۱} \right\rceil \Rightarrow \gamma \geq \left\lceil \frac{۱۰}{۴} \right\rceil \Rightarrow \gamma \geq ۳$$

این گراف یک مجموعهٔ احاطه‌گر ۳ عضوی به‌صورت $\{a,d,h\}$ دارد. پس $\gamma \leq ۳$ و داریم: $\gamma = ۳$

۳۲- پاسخ: گزینهٔ ۳ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * ریاضیات گسسته (فصل ۲، درس ۲)

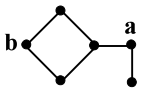
خوبه اینو بدونی

- در بین تمام مجموعه‌های احاطه‌گر گراف G، مجموعه یا مجموعه‌های احاطه‌گری که کمترین تعداد عضو را دارند مجموعهٔ احاطه‌گر مینیمم و تعداد اعضای چنین مجموعه‌ای را عدد احاطه‌گری گراف G می‌نامیم و آن را با $\gamma(G)$ نمایش می‌دهیم.

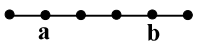
جوابش اینه

با توجه به نکته، گزینه‌ها را بررسی می‌کنیم.

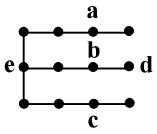
در گزینهٔ ۱ تنها مجموعهٔ احاطه‌گر مینیمم مجموعهٔ $\{a,b\}$ است.



در گزینهٔ ۲ تنها مجموعهٔ احاطه‌گر مینیمم مجموعهٔ $\{a,b\}$ است.

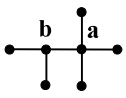


در گزینهٔ ۳ دو مجموعهٔ احاطه‌گر مینیمم به‌صورت زیر دارد.



$\{b,a,c,e\}$, $\{e,a,c,d\}$

در گزینهٔ ۴ تنها مجموعهٔ احاطه‌گر مینیمم مجموعهٔ $\{a,b\}$ است.



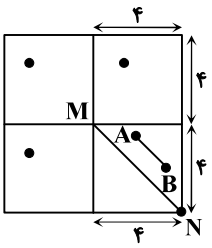
۳۳- پاسخ: گزینهٔ ۲ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * ریاضیات گسسته (فصل ۳، درس ۲)

خوبه اینو بدونی

- اصل لانه‌کبوتری: اگر m کبوتر و n لانه داشته باشیم و $m > n$ و همهٔ کبوترها درون لانه‌ها قرار بگیرند، در این صورت لانه‌ای وجود دارد که حداقل ۲ کبوتر در آن قرار گرفته است.

www.SanjeshCloud.ir
T.me/SanjeshClouds

جوابش اینه



مربع به ضلع ۸ را طبق شکل، به ۴ مربع به ضلع ۴ تقسیم می‌کنیم. اگر ۵ نقطه درون این مربع انتخاب کنیم چون $(۴ < ۵)$، طبق اصل لانه‌کبوتری حداقل ۲ تا از این نقاط داخل یک مربع کوچک‌تر به ضلع ۴ قرار می‌گیرند و داریم:

$$AB < MN \Rightarrow AB < \sqrt{۱۶+۱۶} \Rightarrow AB < ۴\sqrt{۲}$$

۳۴- پاسخ: گزینهٔ ۲ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * ریاضیات گسسته (فصل ۳، درس ۱)

خوبه اینو بدونی

- تعداد حالت‌های توزیع n شیء یکسان بین k نفر با تعداد جواب‌های صحیح و نامنفی معادلهٔ $x_۱+x_۲+\cdots+x_k=n$ برابر است و از رابطهٔ $\binom{n+k-۱}{k-۱}$ محاسبه می‌شود.

جوابش اینه

هر جملهٔ بسط $(a+b+c)^{۱۲}$ شامل عبارت $a^{x_۱}.b^{x_۲}.c^{x_۳}$ با شرط $x_۱+x_۲+x_۳=۱۲$ است. چون توان a مساوی ۵ است، $x_۱=۵$ و داریم:

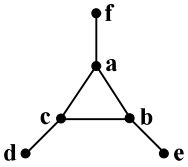
$$۵+x_۲+x_۳=۱۲ \Rightarrow x_۲+x_۳=۷ \ , \ n=۷ \ , \ k=۲ \qquad \text{تعداد جواب‌ها} = \binom{n+k-۱}{k-۱}=\binom{۸}{۱}=۸$$

۳۵- پاسخ: گزینهٔ ۳ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * ریاضیات گسسته (فصل ۲، درس ۲)

خوبه اینو بدونی

- در بین تمام مجموعه‌های احاطه‌گر گراف G، مجموعه یا مجموعه‌های احاطه‌گری که کمترین تعداد عضو را دارند مجموعهٔ احاطه‌گر مینیمم و تعداد اعضای چنین مجموعه‌ای را عدد احاطه‌گری گراف G می‌نامیم و آن را با $\gamma(G)$ نمایش می‌دهیم.

جوابش اینه



عدد احاطه‌گری این گراف برابر $\gamma=۳$ است. برای تعیین γ- مجموعه، باید از بین دو رأس a و f یک رأس، از بین b و e یک رأس و از بین c و d یک رأس را انتخاب کنیم، پس طبق اصل ضرب داریم:

$$\text{تعداد حالات} = ۲\times۲\times۲=۸$$

۳۶- پاسخ: گزینهٔ ۳ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * ریاضیات گسسته (فصل ۳، درس ۲)

خوبه اینو بدونی

- در حالت کلی اگر $|A|=m$ و $|B|=k$ در این صورت با شرط $m \le k$ تعداد توابع یک‌به‌یک از مجموعهٔ A به مجموعهٔ B برابر است با:

$$(k)_m = \frac{k!}{(k-m)!}$$

جوابش اینه

ابتدا یک جایزه از بین ۵ جایزهٔ مختلف را انتخاب کرده و به نفر اول می‌دهیم. تعداد حالات این کار برابر است با: $\binom{۵}{۱}=۵$

حال ۴ جایزه را بین ۶ نفر دیگر چنان توزیع می‌کنیم که به هر نفر حداکثر یک جایزه برسد که تعداد حالات این کار به‌صورت زیر است:

جایزهٔ ۱ ↓ ۶ × جایزهٔ ۲ ↓ ۵ × جایزهٔ ۳ ↓ ۴ × جایزهٔ ۴ ↓ ۳ = ۳۶۰

تذکر: توجه کنید که تعداد حالات توزیع ۴ جایزهٔ متفاوت بین ۶ نفر، معادل با تعداد توابع یک‌به‌یک از مجموعهٔ ۴ عضوی بر روی مجموعهٔ ۶ عضوی است که داریم: $(۶)_۴ = \frac{۶!}{۲!}=۶\times۵\times۴\times۳=۳۶۰$

بنابراین تعداد کل حالات برابر است با: $۵\times۳۶۰=۱۸۰۰$

www.SanjeshCloud.ir
T.me/SanjeshClouds

۳۷- پاسخ: گزینهٔ ۲ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * ریاضیات گسسته (فصل ۳، درس ۲)

خوبه اینو بدونی

- تعداد ترکیب‌های rتایی از n شیء متمایز با $C(n,r)$ یا $\binom{n}{r}$ نشان داده می‌شود. $\binom{n}{r}=\frac{n!}{(n-r)!\,r!}$

جوابش اینه

ابتدا تعداد کل حالات انتخاب ۳ نفر از بین ۱۱ = ۴ + ۷ را محاسبه می‌کنیم.

$$|S|=\binom{11}{3}=\frac{11\times10\times9}{3\times2\times1}=11\times3\times5=165$$

حال از روش متمم استفاده کرده و تعداد حالاتی که هر ۳ نفر ریاضی یا هر ۳ نفر تجربی باشند را محاسبه می‌کنیم و از کل حالات کم می‌کنیم.

تعداد حالاتی که هر ۳ نفر ریاضی هستند $=\binom{4}{3}=4$

تعداد حالاتی که هر ۳ نفر تجربی هستند $=\binom{7}{3}=\frac{7\times6\times5}{3\times2\times1}=35$

خواستهٔ سؤال برابر است با: ۱۲۶ = ۳۵ − ۴ − ۱۶۵

۳۸- پاسخ: گزینهٔ ۲ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * ریاضیات گسسته (فصل ۳، درس ۲)

خوبه اینو بدونی

- در اعداد طبیعی $1,2,\ldots,n$، تعداد اعداد بخش‌پذیر بر k برابر $\left[\frac{n}{k}\right]$ است.
- برای دو مجموعهٔ A و B، اعضایی که در A یا در B هستند ولی در $A\cap B$ نیستند، به‌صورت زیر محاسبه می‌شود.

$$|A-B|+|B-A|=|A|+|B|-2|A\cap B|$$

جوابش اینه

مجموعهٔ اعضایی از $S=\{1,2,3,\ldots,100\}$ که مضرب ۳ هستند را A و مجموعهٔ اعضایی که مضرب ۵ هستند را B در نظر گرفته و داریم:

$$|A|=\left[\frac{100}{3}\right]=33\quad,\quad |B|=\left[\frac{100}{5}\right]=20$$

$A\cap B$ اعضایی از S هستند که بر ۱۵ بخش‌پذیرند، پس:

$$|A\cap B|=\left[\frac{100}{15}\right]=6$$

خواستهٔ سؤال برابر است با:

$$|A-B|+|B-A|=|A|+|B|-2|A\cap B|=33+20-2\times6=41$$

۳۹- پاسخ: گزینهٔ ۱ ▲ مشخصات سؤال: دشوار * ریاضیات گسسته (فصل ۳، درس ۲)

خوبه اینو بدونی

- اصل شمول و عدم شمول برای سه مجموعه: اگر A، B و C زیرمجموعه‌هایی از مجموعهٔ مرجع S باشند، در این صورت همواره تساوی‌های زیر برقرار است:

۱) $|A\cup B\cup C|=|A|+|B|+|C|-|A\cap B|-|A\cap C|-|B\cap C|+|A\cap B\cap C|$

۲) $|\bar{A}\cap\bar{B}\cap\bar{C}|=|\overline{A\cup B\cup C}|=|S|-|A\cup B\cup C|$

جوابش اینه

ابتدا تعداد کل توابع از مجموعهٔ $A=\{1,2,3,4\}$ به روی مجموعهٔ $B=\{7,8,9,10\}$ که شامل زوج مرتب $(1,7)$ باشند را محاسبه می‌کنیم.

$$A=\{1,2,3,4\}\ \Rightarrow\ 1\times4\times4\times4\ \Rightarrow\ |S|=64$$

www.SanjeshCloud.ir
T.me/SanjeshClouds

تعداد توابع از A به B شامل زوج مرتب (۱,۷) که ۸ را نمی‌پوشانند، $|A_1|$، ۹ را نمی‌پوشانند، $|A_2|$ و ۱۰ را نمی‌پوشانند، $|A_3|$ در نظر گرفته و داریم:

$$|A_1| = |A_2| = |A_3| = ۳^۳ = ۲۷$$
$$|A_1 \cap A_2| = |A_1 \cap A_3| = |A_2 \cap A_3| = ۲^۳ = ۸$$
$$|A_1 \cap A_2 \cap A_3| = ۱$$

حال $|A_1 \cup A_2 \cup A_3|$ را محاسبه می‌کنیم.

$$|A_1 \cup A_2 \cup A_3| = |A_1| + |A_2| + |A_3| - |A_1 \cap A_2| - |A_1 \cap A_3| - |A_2 \cap A_3| + |A_1 \cap A_2 \cap A_3|$$
$$\Rightarrow |A_1 \cup A_2 \cup A_3| = ۲۷ + ۲۷ + ۲۷ - ۸ - ۸ - ۸ + ۱ = ۵۸$$

خواستهٔ سؤال برابر است با:

$$|\overline{A_1 \cup A_2 \cup A_3}| = |S| - |A_1 \cup A_2 \cup A_3| = ۶۴ - ۵۸ = ۶$$

۴۰- پاسخ: گزینهٔ ۲ ▲ **مشخصات سؤال: دشوار * ریاضیات گسسته (فصل ۳، درس ۲)**

خوبه اینو بدونی

- تعداد حالت‌های توزیع n شیء یکسان بین k نفر با تعداد جواب‌های صحیح و نامنفی معادلهٔ $x_1 + x_2 + \cdots + x_k = n$ برابر است و از رابطهٔ $\binom{n+k-1}{k-1}$ محاسبه می‌شود.

- برای دو مجموعهٔ A و B از مجموعهٔ مرجع S داریم:

۱) $|A \cup B| = |A| + |B| - |A \cap B|$ ۲) $|A - B| = |A| - |A \cap B|$ ۳) $|\bar{A} \cap \bar{B}| = |\overline{A \cup B}| = |S| - |A \cup B|$

جوابش اینه

تعداد توپ‌های سبدهای ۱ تا ۴ را با x_1، x_2، x_3 و x_4 نشان داده و داریم:

$$x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = ۹ \quad , \quad x_1 \le ۲ \quad , \quad x_2 \le ۲$$

ابتدا تعداد جواب‌های معادلهٔ بالا را با شرط $x_i \ge ۰$، محاسبه می‌کنیم:

$$n = ۹ \quad , \quad k = ۴$$
$$|S| = \binom{n+k-1}{k-1} = \binom{۱۲}{۳} = \frac{۱۲ \times ۱۱ \times ۱۰}{۳ \times ۲ \times ۱} = ۲۲۰$$

تعداد جواب‌های معادله با شرط $x_1 \ge ۳$ را با $|A|$ نشان داده و داریم:

$$x_1 - ۳ \ge ۰ \quad , \quad y_1 = x_1 - ۳ \Rightarrow x_1 = y_1 + ۳$$
$$y_1 + ۳ + x_2 + x_3 + x_4 = ۹ \Rightarrow y_1 + x_2 + x_3 + x_4 = ۶ \quad , \quad n = ۶ \quad , \quad k = ۴$$
$$|A| = \binom{۹}{۳} = \frac{۹ \times ۸ \times ۷}{۳ \times ۲ \times ۱} = ۸۴$$

همچنین تعداد جواب‌های معادله با شرط $x_2 \ge ۳$ را با $|B|$ نشان داده و داریم:

$$x_2 - ۳ \ge ۰ \quad , \quad y_2 = x_2 - ۳ \Rightarrow x_2 = y_2 + ۳$$
$$x_1 + y_2 + ۳ + x_3 + x_4 = ۹ \Rightarrow x_1 + y_2 + x_3 + x_4 = ۶ \quad , \quad n = ۶ \quad , \quad k = ۴$$
$$|B| = \binom{۹}{۳} = ۸۴$$
$$A \cap B : \begin{cases} x_1 \ge ۳ \Rightarrow x_1 - ۳ \ge ۰ \Rightarrow y_1 = x_1 - ۳ \Rightarrow x_1 = y_1 + ۳ \\ x_2 \ge ۳ \Rightarrow x_2 - ۳ \ge ۰ \Rightarrow y_2 = x_2 - ۳ \Rightarrow x_2 = y_2 + ۳ \end{cases}$$
$$y_1 + ۳ + y_2 + ۳ + x_3 + x_4 = ۹ \Rightarrow y_1 + y_2 + x_3 + x_4 = ۳$$
$$n = ۳ \quad , \quad k = ۴ \Rightarrow |A \cap B| = \binom{۶}{۳} = \frac{۶ \times ۵ \times ۴}{۳ \times ۲ \times ۱} = ۲۰$$

خواستهٔ سؤال $|\bar{A} \cap \bar{B}|$ است که داریم:

$$|\overline{A \cup B}| = |S| - |A \cup B| = |S| - |A| - |B| + |A \cap B| = ۲۲۰ - ۸۴ - ۸۴ + ۲۰ = ۷۲$$

www.SanjeshCloud.ir
T.me/SanjeshClouds

فیـــزیک

۴۱- پاسخ: گزینهٔ ۲ ▲ مشخصات سؤال: ساده * فیزیک ۳ (فصل ۵)

جواب این

جمله‌های «الف» و «ب» درست هستند و جمله‌های «پ» و «ت» نادرست هستند.

علت نادرستی جملهٔ «پ»:

اساس کار لیزر، گسیل القایی و اساس کار یک لامپ معمولی، گسیل خودبه‌خودی است؛ درحالی‌که در جملهٔ «پ» برعکس گفته شده است.

علت نادرستی جملهٔ «ت»:

نسبت بار به جرم الکترون را تامسون اندازه‌گیری کرد.

۴۲- پاسخ: گزینهٔ ۳ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * فیزیک ۳ (فصل ۵)

جواب این

تمام خطوط مرئی مربوط به رشتهٔ بالمر است و اولین خط مربوط به جهش $n=3$ به $n'=2$ و آخرین خط (خط چهارم) مربوط به $n=6$ و $n'=2$ است.

$$\frac{1}{\lambda'}=0/01\left(\frac{1}{2^2}-\frac{1}{6^2}\right) \Rightarrow \lambda'=450nm$$

$$\frac{1}{\lambda}=0/01\left(\frac{1}{2^2}-\frac{1}{3^2}\right) \Rightarrow \lambda=720nm$$

$$\lambda-\lambda'=720-450 \Rightarrow \lambda-\lambda'=270nm$$

۴۳- پاسخ: گزینهٔ ۳ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * فیزیک ۳ (فصل ۵)

جواب این

انرژی فوتون جذب‌شده برابر اختلاف انرژی دو تراز است. پس بیشتر شدن λ به معنی این است که ΔE بین دو تراز کمتر است.

$$E_{n_2}-E_{n_1}=hf=\frac{hc}{\lambda}$$

در الگوی اتمی بور هرچه به nهای بالاتر برویم، ΔE بین ترازهای متوالی کمتر می‌شود؛ برای مثال $E_2-E_1>E_3-E_2$.

پس بین دو گزینهٔ ۱ و ۲ که با اطمینان می‌توانیم بگوییم $E_4-E_3<E_5-E_4$ و بین دو گزینهٔ ۳ و ۴ هم می‌توان گفت $E_6-E_4>E_7-E_5$

پس تنها کافی است مقایسه‌ای بین گزینه‌های ۲ و ۳ داشته باشیم:

$$E_n=-\frac{E_R}{n^2} \Rightarrow \begin{cases} E_7-E_5=E_R\left(\frac{1}{25}-\frac{1}{49}\right)=E_R\left(\frac{24}{25\times49}\right) \\ E_5-E_4=E_R\left(\frac{1}{16}-\frac{1}{25}\right)=E_R\left(\frac{9}{25\times16}\right) \end{cases}$$

برای مقایسهٔ دو عبارت فوق کافی است $\frac{9}{16}$ و $\frac{24}{49}$ را مقایسه کنیم:

$$\frac{24}{49}<\frac{9}{16}$$

یعنی گزینهٔ ۳ پاسخ درست است.

۴۴- پاسخ: گزینهٔ ۴ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * فیزیک ۳ (فصل ۵)

جواب این

$$r_n=n^2a_0 \Rightarrow \frac{r_6}{r_{n_1}}=\left(\frac{6}{n_1}\right)^2 \Rightarrow 4=\left(\frac{6}{n_1}\right)^2 \Rightarrow \frac{6}{n_1}=2 \Rightarrow n_1=3$$

$$\begin{cases} \frac{hc}{\lambda}=E_6-E_3 \Rightarrow \lambda=\frac{hc}{E_6-E_3} \\ E_6-E_3=E_R\left(\frac{1}{9}-\frac{1}{36}\right)=\frac{E_R}{12} \end{cases} \Rightarrow \lambda=\frac{12hc}{E_R}=\frac{12\times1240}{13/6}\simeq1094nm$$

www.SanjeshCloud.ir
T.me/SanjeshClouds

۴۵- پاسخ: گزینهٔ ۳ ▲ مشخصات سؤال: ساده * فیزیک ۳ (فصل ۵)

جوابش اینه

علاوه بر اتم هیدروژن، یون‌های تک‌الکترون هم بر مبنای محاسبات مبتنی بر مدل بور قابل توضیح هستند. موارد «الف»، «ب» و «پ» یون تک‌الکترون هستند.

۴۶- پاسخ: گزینهٔ ۱ ▲ مشخصات سؤال: دشوار * فیزیک ۳ (فصل ۵)

جوابش اینه

حالت اول:

$$K_{max} = hf - W_{\circ} = hf - hf_{\circ} \Rightarrow K_{max_1} = h(\frac{3}{2}f_{\circ}) - hf_{\circ} = \frac{1}{2}hf_{\circ} = \frac{1}{2}W_{\circ} \quad \text{رابطهٔ (۱)}$$

حالت دوم: اینکه K_{max} کم شده است، یعنی بسامد پرتو فرودی هم کم شده است $(f_2 = \frac{80}{100}f_1)$:

$$K_{max_2} = h(0/8 \times \frac{3}{2}f_{\circ}) - hf_{\circ} = \frac{1}{5}hf_{\circ} = \frac{1}{5}W_{\circ} \quad \text{رابطهٔ (۲)}$$

با استفاده از روابط (۱) و (۲) داریم:

$$K_{max_1} - K_{max_2} = \frac{1}{2}hf_{\circ} - \frac{1}{5}hf_{\circ} = 1/5 \Rightarrow 0/3hf_{\circ} = 1/5 \Rightarrow hf_{\circ} = 5\,eV$$

$$\lambda_{\circ} = \frac{c}{f_{\circ}} = \frac{c}{\frac{5}{h}} = \frac{hc}{5} = \frac{4 \times 10^{-15} \times 3 \times 10^{8}}{5} = \frac{12}{5} \times 10^{-7}\,m = 240\,nm$$

۴۷- پاسخ: گزینهٔ ۱ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * فیزیک ۳ (فصل ۵)

جوابش اینه

در فرایند گسیل فوتون، الکترون از تراز بالاتر n_1 به تراز پایین‌تر n_2 می‌رود و انرژی فوتون گسیل‌شده برابر $E_{n_1} - E_{n_2}$ است.

$$\Delta E(n_1 \to 1) = \Delta E(n_1 \to 2) + \Delta E(2 \to 1)$$

$$hf = h \times 7/14 \times 10^{14} + 13/6(\frac{1}{1} - \frac{1}{4}) \Rightarrow 4 \times 10^{-15}(f - 7/14 \times 10^{14}) = \frac{3}{4} \times 13/6 \Rightarrow f - 7/14 \times 10^{14} = \frac{3}{16} \times 13/6 \times 10^{15}$$

$$\Rightarrow f = (0/714 + 2/55) \times 10^{15} = 3/264 \times 10^{15}\,Hz$$

۴۸- پاسخ: گزینهٔ ۴ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * فیزیک ۳ (فصل ۵)

جوابش اینه

اگر طول موج پرتو از طول موج آستانهٔ فلز بیشتر باشد، الکترونی از فلز خارج نمی‌شود.

$$\lambda_{\circ} = \frac{hc}{W_{\circ}} = \frac{1242}{6} = 207\,nm$$

پس با $\lambda = 225\,nm$ و $\lambda = 212\,nm$ الکترونی از فلز خارج نمی‌شود و با $\lambda = 180\,nm$ و $\lambda = 192\,nm$ الکترون‌ها از فلز خارج می‌شوند.

$$K_{max} = \frac{hc}{\lambda} - W_{\circ}$$

$$\lambda = 180\,nm : K_{max} = \frac{1242}{180} - 6 = 6/9 - 6 = 0/9\,eV$$

$$\lambda = 192\,nm : K_{max} = \frac{1242}{192} - 6 \neq 1/2\,eV$$

دقت کنید پس از بررسی گزینهٔ ۳ دیگر نیازی به کنترل کردن گزینهٔ ۴ نیست، زیرا مسلم است که با $\lambda = 192\,nm$ مقدار K_{max} کمتر از چیزی می‌شود که با $\lambda = 180\,nm$ بوده است و قطعاً گزینهٔ ۴ نادرست بیان شده است.

سنجش کلاد
www.SanjeshCloud.ir
T.me/SanjeshClouds

۴۹- پاسخ: گزینهٔ ۲ ▲ مشخصات سؤال: دشوار * فیزیک ۳ (فصل ۵)

خوبه اینو بدونی

- می‌دانیم که اگر الکترون اتم هیدروژن از تراز بالاتر n_1 به تراز پایین‌تر n_2 گذاری انجام دهد، طول موج فوتون گسیل‌شده از رابطهٔ ریدبرگ و با $n = n_1$ و $n' = n_2$ به‌دست می‌آید. مثلاً اگر از تراز $n = 5$ به تراز $n' = 4$ برود، طول موج فوتون گسیلی به‌ترتیب زیر حساب می‌شود:

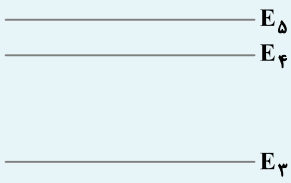
$$\frac{1}{\lambda} = R(\frac{1}{4^2} - \frac{1}{5^2})$$

ضمناً می‌دانیم که برای $n' = 2$ و $n' = 1$ طول موج‌های طیف هیدروژن فرابنفش و مرئی هستند و از آنجا که ۱۸۰۰ نانومتر یک طول موج فروسرخ است، در اینجا فقط $n' = 3$ و $n' = 4$ را باید بررسی نماییم.

نکتهٔ دیگر اینکه در رابطهٔ ریدبرگ با یک n معین هرچه n' کمتر شود، طول موج کوتاه‌تر می‌شود و با یک n' معین هرچه n بیشتر شود، طول موج کوتاه‌تر می‌شود.

$$\lambda_{(5\to3)} < \lambda_{(4\to3)} < \lambda_{(5\to4)}$$

این مقایسه را با توجه به نمودار ترازهای انرژی و توجه به اینکه در nهای بالاتر ΔE بین ترازهای متوالی کم می‌شود نیز می‌توان بیان کرد.



$$E_5 - E_4 < E_4 - E_3 < E_5 - E_3$$

و هرچه ΔE بین دو تراز کوچک‌تر باشد، λ بیشتر می‌شود. $(\frac{hc}{\lambda} = \Delta E)$

جوابش اینه

برای حل سؤال، ابتدا طول موج مربوط به گذار $n = 5$ به $n' = 3$ را حساب می‌کنیم:

$$\frac{1}{\lambda} = R(\frac{1}{n'^2} - \frac{1}{n^2}) \Rightarrow \frac{1}{\lambda} = R(\frac{1}{9} - \frac{1}{25}) = R(\frac{16}{9\times25}) \Rightarrow \lambda = \frac{25\times9}{16}\times100nm$$

این مقدار را باید با ۱۸۰۰ مقایسه کنیم یعنی $\frac{25}{16}$ را باید با ۲ مقایسه کنیم که قطعاً $\frac{25}{16} < 2$ یعنی $\lambda_{(5\to3)} < 1800$ است.

حالا طول موج مربوط به گذار $n = 4$ به $n' = 3$ را حساب می‌کنیم:

$$\frac{1}{\lambda} = R(\frac{1}{9} - \frac{1}{16}) = R(\frac{7}{9\times16}) \Rightarrow \lambda = \frac{16}{7}\times9\times100nm$$

این مقدار از $1800nm$ بیشتر است. بنابراین طول موج گذار $n = 5$ به $n' = 4$ نیز بزرگ‌تر از $1800nm$ می‌شود.

۵۰- پاسخ: گزینهٔ ۴ ▲ مشخصات سؤال: ساده * فیزیک ۳ (فصل ۶)

جوابش اینه

هر سه جمله درست هستند.

۵۱- پاسخ: گزینهٔ ۱ ▲ مشخصات سؤال: ساده * فیزیک ۳ (فصل ۶)

جوابش اینه

نیروی هسته‌ای بسیار قوی است ولی کوتاه‌برد که بین نوکلئون‌هایی که در مجاورت هم هستند، ایجاد می‌شود.

۵۲- پاسخ: گزینهٔ ۴ ▲ مشخصات سؤال: ساده * فیزیک ۳ (فصل ۶)

جوابش اینه

هر سه جمله نادرست هستند.

جرم هسته از مجموع جرم پروتون‌ها و نوترون‌های تشکیل‌دهندهٔ آن کمتر است. این اختلاف را کاستی جرم هسته می‌نامیم و انرژی بستگی هسته‌ای طبق رابطهٔ $E = mc^2$ با این مقدار تناسب مستقیم دارد. اختلاف ترازهای انرژی هسته در محدودهٔ keV تا MeV است و فوتونی با این مرتبه از انرژی بسیار پرانرژی‌تر از فوتون‌های مرئی و فرابنفش است.

www.SanjeshCloud.ir
T.me/SanjeshClouds

۵۳- پاسخ: گزینهٔ ۱ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * فیزیک ۳ (فصل ۶)

جوابش اینه

$$^{۲۳۴}_{۹۰}Th_{۱۴۴} \longrightarrow {}^{۴}_{۲}He + {}^{۰}_{-۱}e^{-} + {}^{A}_{Z}X_{N}$$

در فرایند واپاشی:

۱) حاصل‌جمع Z دو طرف برابر است.

۲) حاصل‌جمع A دو طرف برابر است.

$$۲۳۴ = ۸ + ۰ + A \Rightarrow A = ۲۲۶$$
$$۹۰ = ۴ - ۱ + Z \Rightarrow Z = ۸۷$$

هستهٔ دختر ۸۷ پروتون و ۱۳۹ نوترون دارد.

$$N = ۲۲۶ - ۸۷ = ۱۳۹$$

۵۴- پاسخ: گزینهٔ ۴ ▲ مشخصات سؤال: ساده * فیزیک ۳ (فصل ۶)

جوابش اینه

گزینهٔ ۴ درست است.

نباید سراغ اینا بری

گزینهٔ ۱: نادرست است؛ در غنی‌سازی درصد ^{۲۳۵}U که ایزوتوپ سبک‌تر است، افزایش داده می‌شود.

گزینهٔ ۲: نادرست است؛ نوترون کند باعث شکافت ^{۲۳۵}U می‌شود.

گزینهٔ ۳: نادرست است؛ کندساز نوترون، احتمال جذب نوترون در ^{۲۳۵}U را زیاد می‌کند و میله‌های کنترل برای جلوگیری از بالارفتن آهنگ رشد واکنش زنجیری هستند.

۵۵- پاسخ: گزینهٔ ۳ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * فیزیک ۳ (فصل ۶)

جوابش اینه

اینکه $\frac{۷}{۸}$ هسته‌های موجود در یک نمونه واپاشیده شده باشد، یعنی $\frac{۱}{۸}$ آن‌ها باقی مانده است.

$$\frac{۱}{۸} = (\frac{۱}{۲})^{۳} \Rightarrow$$ (۳ نیمه‌عمر سپری شده است) $\Rightarrow$ روز $T_{\frac{۱}{۲}} = ۳۰ \Rightarrow$ (۹۰ روز سه نیمه‌عمر است.)

برای آنکه تعداد هسته‌هایی که در مدت $t = ۶۰d$ تا $t = ۱۲۰d$ واپاشیده می‌شود را حساب کنیم، کافی است تعداد هسته‌های باقی‌مانده در $t = ۶۰d$ و تعداد هسته‌های باقی‌مانده در $t = ۱۲۰d$ را حساب کنیم؛ سپس اختلاف این دو مقدار می‌شود تعداد هسته‌هایی که در مدت موردنظر واپاشیده شده است:

$$\begin{cases} N(۶۰) = \frac{N_۰}{۲^{۲}} = \frac{N_۰}{۴} \\ N(۱۲۰) = \frac{N_۰}{۲^{۴}} = \frac{N_۰}{۱۶} \end{cases} \Rightarrow \frac{N_۰}{۴} - \frac{N_۰}{۱۶} = \frac{۳N_۰}{۱۶}$$

۵۶- پاسخ: گزینهٔ ۲ ▲ مشخصات سؤال: دشوار * فیزیک ۳ (فصل ۶)

جوابش اینه

در این سنگ هسته‌های X به Y تبدیل می‌شوند و جمع تعداد هسته‌های X و Y ثابت می‌ماند. فرض کنید مجموع تعداد X و Y را N بنامیم.

$$\begin{cases} X_۱ = ۴Y_۱ \Rightarrow X_۱ = \frac{۴}{۵}N \\ Y_۲ = ۳۹X_۲ \Rightarrow X_۲ = \frac{۱}{۴۰}N \end{cases} \Rightarrow \frac{X_۲}{X_۱} = \frac{\frac{N}{۴۰}}{\frac{۴}{۵}N} = \frac{۱}{۳۲} = \frac{۱}{۲^{۵}} \Rightarrow$$ ۵ نیمه‌عمر سپری شده است.

$$\Delta t = ۵ \times T_{\frac{۱}{۲}} = ۵ \times ۲ = ۱۰$$ میلیون سال

www.SanjeshCloud.ir
T.me/SanjeshClouds

۵۷- پاسخ: گزینهٔ ۳ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * فیزیک ۳ (فصل ۳)

جوابش اینه

چون ذرهٔ B رو به بالا می‌رود، لذا از ذرهٔ سمت راست خود تبعیت می‌کند، پس موج در خلاف جهت محور x منتشر می‌شود:

$$\frac{\lambda}{۴}=۵۰cm=۰/۵m \Rightarrow \lambda=۲m$$

$$v_B=A\omega \Rightarrow ۴\pi=۰/۴\omega \Rightarrow \omega=۱۰\pi=۲\pi f \Rightarrow f=۵Hz$$

$$\lambda=\frac{v}{f} \Rightarrow v=f\lambda=۵\times۲=۱۰\frac{m}{s}$$

۵۸- پاسخ: گزینهٔ ۱ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * فیزیک ۳ (فصل ۳)

جوابش اینه

$$d=v_P\times t_P \Rightarrow t_P=\frac{d}{v_P}$$

$$d=v_S\times t_S \Rightarrow t_S=\frac{d}{v_S}$$

$$t_S-t_P=\frac{d}{v_S}-\frac{d}{v_P}=d(\frac{۱}{v_S}-\frac{۱}{v_P}) \Rightarrow (۱\times۶۰+۱۰)=d(\frac{۱}{۴/۵}-\frac{۱}{۸})=d(\frac{۳/۵}{۳۶}) \Rightarrow d=\frac{۷۰\times۳۶}{۳/۵}=۷۲۰km$$

۵۹- پاسخ: گزینهٔ ۲ ▲ مشخصات سؤال: ساده * فیزیک ۳ (فصل ۳)

جوابش اینه

آهنگ انتقال انرژی در موج مکانیکی سینوسی با مربع دامنه و مربع بسامد موج نسبت مستقیم دارد؛ بنابراین با مربع دورهٔ موج نسبت وارون دارد.

۶۰- پاسخ: گزینهٔ ۴ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * فیزیک ۳ (فصل ۳)

جوابش اینه

$$v=\sqrt{\frac{F}{\mu}}=\sqrt{\frac{F}{\rho A}}=\sqrt{\frac{۱۲۰}{۶\times۱۰^{۳}\times۵\times۱۰^{-۵}}}=۲۰\frac{m}{s}$$

پیشروی موج در هر دوره، برابر یک طول موج و در مدت ۲/۵ دوره، برابر ۲/۵ طول موج است.

$$۲/۵\lambda=\frac{۱۰}{۳} \Rightarrow \lambda=\frac{۴}{۳}m$$

$$\lambda=\frac{v}{f} \Rightarrow \frac{۴}{۳}=\frac{۲۰}{f} \Rightarrow f=۱۵Hz$$

هر ذره از تار در هر دوره، مسافتی به‌اندازهٔ ۴A طی می‌کند.

$$\ell=۱۵\times۴A=۶۰A$$

۶۱- پاسخ: گزینهٔ ۲ ▲ مشخصات سؤال: ساده * فیزیک ۳ (فصل ۳)

جوابش اینه

الف) نادرست است؛ در آب‌های کم‌عمق، با افزایش عمق آب، تندی انتشار موج سطحی بیشتر می‌شود.

ب) درست است.

پ) نادرست است؛ طول موج یعنی مسافتی که موج در یک دوره طی می‌کند، برابر است با فاصلهٔ دو ستیغ (برآمدگی) یا دو پاستیغ (فرورفتگی) متوالی موج.

ت) درست است؛ امواج میکروموج نسبت به امواج فروسرخ طول موج بیشتر و بسامد کمتر دارند ولی تندی انتشارشان در خلأ یکسان است.

۶۲- پاسخ: گزینهٔ ۲ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * فیزیک ۳ (فصل ۳)

جوابش اینه

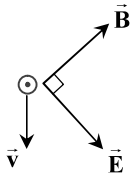
طبق قاعدهٔ دست راست، در ابتدا میدان مغناطیسی برون‌سو و اندازهٔ آن در حال افزایش است. پس از ربع دوره میدان الکتریکی همچنان رو به بالا ولی اندازهٔ آن در حال کاهش است و چون میدان الکتریکی و مغناطیسی همگام بوده و بسامد تغییراتشان یکسان است، جهت میدان مغناطیسی همچنان برون‌سو و اندازهٔ آن در حال کاهش خواهد بود.

www.SanjeshCloud.ir
T.me/SanjeshClouds

۶۳- پاسخ: گزینهٔ ۳ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * فیزیک ۳ (فصل ۳)

جوابش اینه

با توجه به قاعدهٔ دست راست، جهت میدان الکتریکی موج $(\vec{E})$ به‌صورت ↘ است.



$$\lambda = \frac{v}{f} \Rightarrow v = f\lambda = ۲۰۰۰ \times ۱۰^{۱۲} \times ۱۳۰ \times ۱۰^{-۹} \Rightarrow v = ۲/۶ \times ۱۰^{۸} \frac{m}{s} < ۳ \times ۱۰^{۸} \frac{m}{s}$$

محیط غیرخلأ است که موج با تندی کمتر از $c = ۳ \times ۱۰^{۸} \frac{m}{s}$ منتشر می‌شود.

۶۴- پاسخ: گزینهٔ ۱ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * فیزیک ۳ (فصل ۳)

جوابش اینه

مدت انتشار صوت در هوا:

$$\ell = v_۱ \times t_۱ \Rightarrow t_۱ = \frac{۷۲}{v_۱}$$

مدت انتشار صوت در فلز:

$$\ell = v_۲ t_۲ \Rightarrow t_۲ = \frac{۷۲}{v_۲} = \frac{۷۲}{۱۲ v_۱} = \frac{۶}{v_۱}$$

$$t_۱ - t_۲ = \frac{۷۲}{v_۱} - \frac{۶}{v_۱} = \frac{۶۶}{v_۱} = ۰/۲ \Rightarrow v_۱ = ۳۳۰ \frac{m}{s}$$

$$v_۲ = ۱۲ \times ۳۳۰ = ۳۹۶۰ \frac{m}{s}$$

۶۵- پاسخ: گزینهٔ ۴ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * فیزیک ۳ (فصل ۳)

جوابش اینه

$$\beta_۲ - \beta_۱ = ۱۰ \log \frac{I_۲}{I_۰} - ۱۰ \log \frac{I_۱}{I_۰} = ۱۰ \log \frac{I_۲}{I_۱} \Rightarrow ۱۴ = ۱۰ \log \frac{I_۲}{I_۱} \Rightarrow ۱/۴ = \log \frac{I_۲}{I_۱} = ۲ - ۲ \times ۰/۳$$

$$\Rightarrow \log \frac{I_۲}{I_۱} = \log ۱۰۰ - ۲ \log ۲ = \log ۱۰۰ - \log ۴ \Rightarrow \log \frac{I_۲}{I_۱} = \log \frac{۱۰۰}{۴} \Rightarrow \frac{I_۲}{I_۱} = ۲۵$$

$$\frac{I_۲}{I_۱} = \left(\frac{d_۱}{d_۲}\right)^۲ \Rightarrow ۲۵ = \left(\frac{d_۱}{d_۲}\right)^۲ \Rightarrow \frac{d_۱}{d_۲} = ۵ \Rightarrow \frac{۲۰}{d_۲} = ۵ \Rightarrow d_۲ = ۴ m$$

مقدار کاهش فاصله: $|d_۱ - d_۲| = ۲۰ - ۴ = ۱۶ m$

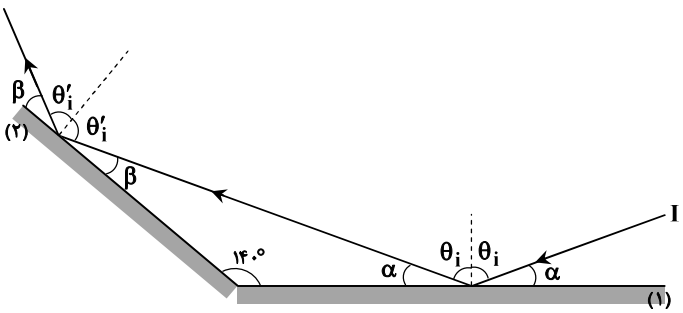
۶۶- پاسخ: گزینهٔ ۲ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * فیزیک ۳ (فصل ۳)

جوابش اینه

در اثر دوپلر وقتی ناظر یا چشمه (یا هردو) به‌هم نزدیک شوند، بسامدی که ناظر می‌شنود، در مقایسه با وقتی که هر دو ساکن بوده‌اند (حالت «الف») بیشتر است. ولی طول موج چنانچه چشمه ساکن باشد، (خواه ناظر ساکن یا متحرک) تغییر نمی‌کند.

۶۷- پاسخ: گزینهٔ ۳ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * فیزیک ۳ (فصل ۴)

جوابش اینه



$$۱۴۰ + \alpha + \beta = ۱۸۰ \Rightarrow \alpha + \beta = ۴۰$$
$$\Rightarrow \beta = ۴۰ - \alpha$$
$$\theta'_i = ۹۰ - \beta = ۹۰ - (۴۰ - \alpha) = ۵۰ + \alpha$$

www.SanjeshCloud.ir
T.me/SanjeshClouds

۶۸- پاسخ: گزینهٔ ۳ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * فیزیک ۳ (فصل‌های ۳ و ۴)

جوابش اینه

الف) نادرست است؛ زیرا بیشترین حساسیت گوش انسان برای فرکانس‌های ۲۰۰۰ تا ۵۰۰۰ هرتز است.

ب) درست است؛ وقتی منبع نور به بیننده نزدیک شود، بسامد نور دیده‌شده بیشتر از بسامد واقعی است، همان‌طور که بسامد نور سبز بیشتر از نور زرد است.

پ) درست است.

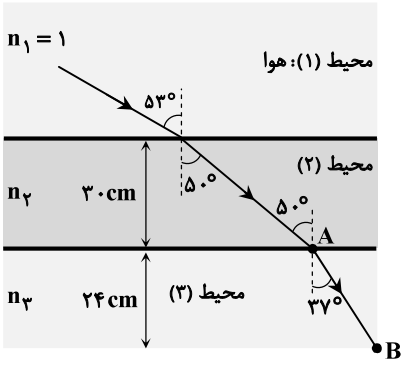
ت) درست است.

ث) درست است.

$$\lambda = \frac{v}{f} \Rightarrow ۱/۵\times۱۰^{-۲} = \frac{۱/۵\times۱۰^{۳}}{f} \Rightarrow f = ۱۰^{۵}\ Hz > ۲۰۰۰۰\ Hz$$

۶۹- پاسخ: گزینهٔ ۱ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * فیزیک ۳ (فصل ۴)

جوابش اینه



$$\frac{\sin ۵۳^\circ}{\sin ۳۷^\circ} = \frac{n_۳}{n_۱} = \frac{v_۱}{v_۳}$$

$$\Rightarrow \frac{۰/۸}{۰/۶} = \frac{۳\times۱۰^{۸}}{v_۳} \Rightarrow v_۳ = \frac{۹}{۴}\times۱۰^{۸}\ \frac{m}{s}$$

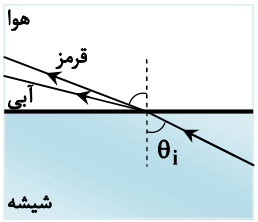
$$\cos ۳۷^\circ = \frac{۲۴}{AB} = \frac{۸}{۱۰} \Rightarrow AB = ۳۰cm$$

$$AB = v_۳ t \Rightarrow ۳\times۱۰^{-۱} = \frac{۹}{۴}\times۱۰^{۸}\times t \Rightarrow t = \frac{۴}{۳}\times۱۰^{-۹}\ s = \frac{۴}{۳}ns$$

۷۰- پاسخ: گزینهٔ ۲ ▲ مشخصات سؤال: ساده * فیزیک ۳ (فصل ۴)

جوابش اینه

ضریب شکست شیشه برای نور آبی بیشتر از نور قرمز است، چون تندی نور آبی در شیشه کمتر از تندی نور قرمز است؛ بنابراین داریم:



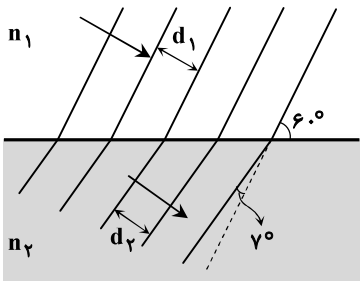
$$n_{\text{آبی}} > n_{\text{قرمز}}$$

$$\frac{\sin\theta_i}{\sin\theta_r} = \frac{n_{\text{هوا}}=۱}{n_{\text{شیشه}}} \xrightarrow{\theta_i \text{ برای نور آبی و قرمز یکسان است.}} \sin\theta_{r\text{ در هوا برای آبی}} > \sin\theta_{r\text{ در هوا برای شیشه}}$$

۷۱- پاسخ: گزینهٔ ۱ ▲ مشخصات سؤال: دشوار * فیزیک ۳ (فصل ۴)

جوابش اینه

زاویهٔ تابش (θ_i) زاویهٔ پرتو تابش با خط عمود است؛ یا به‌صورتی دیگر، زاویهٔ جبههٔ موج تابش با سطح جداکنندهٔ دو محیط از هم است؛ پس $\theta_i = ۶۰^\circ$ و زاویهٔ شکست (θ_r)، زاویهٔ پرتو شکست با خط عمود است؛ یا به‌صورت دیگر، زاویهٔ جبههٔ موج شکست با سطح جداکننـــدهٔ دو محیط است؛ بنابراین داریم:



$$\theta_r = ۶۰ - ۷ = ۵۳^\circ$$

$$\sin ۵۳^\circ = \cos ۳۷^\circ = ۰/۸$$

$$\frac{\sin\theta_i}{\sin\theta_r} = \frac{\lambda_۱}{\lambda_۲} = \frac{d_۱}{d_۲} \Rightarrow \frac{\sin ۶۰^\circ}{\sin ۵۳^\circ} = \frac{\frac{\sqrt{۳}}{۲}}{۰/۸} = \frac{\sqrt{۳}}{۱/۶} = \frac{d_۱}{d_۲}$$

$$\Rightarrow \frac{d_۲}{d_۱} = \frac{۱/۶}{\sqrt{۳}} = \frac{۱/۶\sqrt{۳}}{۳} = \frac{۱۶}{۳۰}\sqrt{۳} = \frac{۸\sqrt{۳}}{۱۵}$$

www.SanjeshCloud.ir
T.me/SanjeshClouds

۷۲- پاسخ: گزینهٔ ۴ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * فیزیک ۳ (فصل ۴)

جوابش اینه

با توجه به اینکه راستای پرتو فرودی و خروجی یکسان است، باید ضریب شکست محیط‌های n_1 و n_4 برابر باشند. از طرفی این دو محیط هوا (خلأ) نمی‌توانند باشند (چرا؟) از این رو گزینه‌های ۱ و ۲ نادرست‌اند. با توجه به مسیر نور ضریب شکست n_2 از n_1 کمتر است، چرا که زاویهٔ شکست از زاویهٔ تابش بزرگ‌تر شده است. ضریب شکست n_3 از n_2 بزرگ‌تر است و با توجه به اینکه نور به مسیر اولیهٔ خود بازگشته است، باید ضریب شکست n_3 از n_4 (یا n_1) هم بیشتر باشد. به این ترتیب فقط گزینهٔ ۴ می‌تواند پاسخ درست باشد.

۷۳- پاسخ: گزینهٔ ۱ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * فیزیک ۳ (فصل ۴)

جوابش اینه

گزارهٔ «الف» درست است.

ب) درست است؛ چون پهنای نوارهای تاریک و روشن متناسب با طول موج است و طول موج نور قرمز بیشتر از سبز است.

پ) نادرست است؛ فاصلهٔ دو شکم متوالی در موج ایستاده نصف طول موج است.

ت) نادرست است؛ در نقاط شکم در امواج ایستاده، دو موج هم‌فازند و تداخل سازنده است.

ث) نادرست است؛ تشکیل امواج ایستاده علاوه بر موج مکانیکی، در امواج الکترومغناطیسی نیز رخ می‌دهد.

۷۴- پاسخ: گزینهٔ ۴ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * فیزیک ۳ (فصل ۴)

جوابش اینه

$$L=\frac{n\lambda}{2}\Rightarrow\lambda=\frac{2L}{n}\Rightarrow\begin{cases}\lambda_2=\frac{2L}{2}=L\\ \lambda_5=\frac{2L}{5}=0/4L\end{cases}\Rightarrow L-0/4L=0/6L=48\Rightarrow L=80\,cm=0/8\,m$$

$$f_n=\frac{nv}{2L}\Rightarrow\begin{cases}f_2=\frac{2v}{2L}\\ f_5=\frac{5v}{2L}\end{cases}\Rightarrow f_5-f_2=\frac{3v}{2L}=375\,Hz\qquad v=\frac{(2\times375)\times0/8}{3}=200\,\frac{m}{s}$$

۷۵- پاسخ: گزینهٔ ۲ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * فیزیک ۳ (فصل ۴)

جوابش اینه

در نقاط P و R دو موج هم‌فازند و تداخل سازنده است و در نقطهٔ Q دو موج در فاز متقابل‌اند و تداخل ویرانگر است.

شیـــــــمی

۷۶- پاسخ: گزینهٔ ۱ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * شیمی ۳ (فصل ۳)

جوابش اینه

تنها مورد «پ» درست است. هر سه ترکیب از نوع جامد یونی هستند و ساختار ذره‌ای مشابهی دارند.

نباید سراغ اینا بری

الف) قسمت عمدهٔ خاک رس را سیلیس تشکیل می‌دهد که جامد کووالانسی بوده و حتی در حالت مذاب رسانای جریان برق نیست.

ب) سرخ فام بودن خاک رس به وجود آهن (III) اکسید (Fe_2O_3) مربوط است که نسبت شمار کاتیون به آنیون در آن برابر $\frac{2}{3}$ است.

ت) درصد جرمی سیلیسیم در ساختار فراوان‌ترین اکسید تشکیل‌دهندهٔ خاک رس (SiO_2)، با درصد جرمی آن در یون سیلیکات (SiO_4^{4-}) متفاوت است.

www.SanjeshCloud.ir
T.me/SanjeshClouds

۷۷- پاسخ: گزینهٔ ۱ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * شیمی ۳ (فصل ۳)

جوابش اینه

درصد جرمی کربن در هیدروکربنی بیشتر است که به‌ازای شمار اتم‌های H برابر دارای شمار اتم‌های کربن بیشتری باشد. ازاین‌رو با توجه به فرمول مولکولی چهار ترکیب شمار اتم‌های H در هر چهار ترکیب را به عدد یکسانی مانند ۸ می‌رسانیم.

گزینهٔ ۱: $C_6H_6 \xrightarrow{\times\frac{8}{6}} C_8H_8$

گزینهٔ ۲: $C_2H_4 \xrightarrow{\times 2} C_4H_8$

گزینهٔ ۳: $C_8H_{10} \xrightarrow{\times\frac{8}{10}} C_{6/4}H_8$

گزینهٔ ۴: $C_3H_8 \rightarrow C_3H_8$

پس درصد جرمی اتم کربن در C_6H_6 از سه ترکیب دیگر بیشتر است.

۷۸- پاسخ: گزینهٔ ۲ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * شیمی ۳ (فصل ۳)

نباید سراغ اینا بری

گزینهٔ ۱: در ساختار جامدهای کووالانسی، شمار زیادی اتم با پیوندهای اشتراکی به یکدیگر متصل هستند.

گزینهٔ ۳: جرم یک مول اتم کربن در ساختار الماس با جرم یک مول اتم کربن در ساختار گرافیت برابر است.

گزینهٔ ۴: جرم نمونه‌ای از سیلیس (SiO_2) شامل یک مول اتم ($\frac{2}{3}$ مول اکسیژن و $\frac{1}{3}$ مول سیلیسیم، معادل ۲۰ گرم) بیشتر از جرم نمونه‌ای از الماس شامل یک مول اتم (معادل ۱۲ گرم) است.

۷۹- پاسخ: گزینهٔ ۴ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * شیمی ۳ (فصل ۳)

نباید سراغ اینا بری

گزینهٔ ۱: توزیع الکترون‌ها در مولکول متان و مولکول کربن تتراکلرید، متقارن است و هر دو ناقطبی هستند.

گزینهٔ ۲: در پیوند اشتراکی کربن- هیدروژن، احتمال حضور الکترون‌های اشتراکی پیرامون هستهٔ اتم کربن بیشتر است ولی در پیوند اشتراکی کربن- کلر، احتمال حضور الکترون‌های اشتراکی پیرامون هستهٔ اتم کلر بیشتر است.

گزینهٔ ۳: در نقشهٔ پتانسیل الکتروستاتیکی متان تراکم بار الکتریکی روی اتم مرکزی (اتم کربن) ولی در کربن تتراکلرید تراکم بار الکتریکی روی اتم‌های جانبی (اتم‌های کلر) بیشتر است.

۸۰- پاسخ: گزینهٔ ۲ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * شیمی ۳ (فصل ۳)

جوابش اینه

الف) درست؛ جاذبه بین مولکول‌ها در HF از نوع پیوند هیدروژنی ولی در N_2 از نوع جاذبه ضعیف واندروالسی است.

پ) درست؛ گسترهٔ دمایی برای مواد مولکولی چندان بزرگ نیست؛ زیرا نیروهای بین مولکولی در مقایسه با جاذبه یون- یون به مراتب ضعیف‌تر هستند.

نباید سراغ اینا بری

ب) NaCl یک جامد یونی است و نیروهای جاذبه بین یون‌ها از نوع یون- یون است. همچنین پیوند هیدروژنی میان مولکول‌های HF قوی‌تر از پیوند هیدروژنی میان مولکول‌های H_2O است.

ت) وجود ترکیب‌های یونی در طبیعت نشان می‌دهد، در ساختار ترکیب‌های یونی، جاذبه‌های میان یون‌های ناهمنام بر دافعه‌های یون‌های همنام غلبه دارد.

۸۱- پاسخ: گزینهٔ ۱ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * شیمی ۳ (فصل ۳)

جوابش اینه

در یون‌های هم الکترون هرچه بار یون منفی‌تر باشد، شعاع یون بزرگ‌تر است؛ از سویی هرچه بار یون مثبت بیشتر باشد، شعاع آن کوچک‌تر است.

مقایسهٔ درست شعاع در سه گزینهٔ دیگر چنین است:

گزینهٔ ۲: $Na^+ > Mg^{2+} > Li^+$

گزینهٔ ۳: $O^{2-} > Mg^{2+} > Al^{3+}$

گزینهٔ ۴: $S^{2-} > O^{2-} > F^-$

www.SanjeshCloud.ir
T.me/SanjeshClouds

۸۲- پاسخ: گزینهٔ ۲ ▲ مشخصات سؤال: دشوار * شیمی ۳ (فصل ۳)

جوابش اینه

عنصر M کلسیم و عنصر X گوگرد است.

گزینهٔ ۲: درست؛ در یون‌های هم‌الکترون شعاع کاتیون کوچک‌تر از شعاع آنیون است.

نباید سراغ اینا بری

گزینهٔ ۱: نیروی جاذبه میان یون‌ها در ترکیب MCl_2 کمتر از نیروی جاذبه میان یون‌ها در ترکیب $MgCl_2$ است؛ زیرا شعاع Ca^{2+} بزرگ‌تر از شعاع Mg^{2+} است.

گزینهٔ ۳: ترکیب عنصر M و عنصر اکسیژن (کلسیم اکسید، مادهٔ یونی) از نظر ساختار ذره‌ای با ترکیب عنصر X و عنصر اکسیژن (گوگرد تری‌اکسید یا گوگرد دی‌اکسید، مواد مولکولی) متفاوت است.

گزینهٔ ۴: مقایسهٔ $MO > MX > MCl_2 > MBr_2$ را می‌توان برای مقایسه آنتالپی فروپاشی شبکهٔ بلور این ترکیب‌ها در نظر گرفت.

۸۳- پاسخ: گزینهٔ ۴ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * شیمی ۳ (فصل ۳)

جوابش اینه

مولکول AB_2 شکل خمیده دارد و اتم A به یقین دارای الکترون ناپیوندی است.

نباید سراغ اینا بری

گزینهٔ ۱: در میدان الکتریکی، اتم A به‌سمت صفحه با بار منفی (SO_2) یا صفحه با بار مثبت (H_2O) جهت‌گیری می‌کند.

گزینهٔ ۲: اتم‌ها در مولکول AB_2 برخلاف اتم‌ها در مولکول CO_2 در یک راستا قرار ندارند؛ زیرا AB_2 یک ماده قطبی است، پس ساختاری خمیده دارد؛ در نتیجه اتم مرکزی A به یقین الکترون ناپیوندی دارد.

گزینهٔ ۳: در نقشهٔ پتانسیل الکتروستاتیکی آن، ممکن است تراکم بار الکتریکی روی اتم‌های B بیشتر از اتم A باشد و در این صورت اتم‌های B به رنگ سرخ نشان داده خواهند شد و یا ممکن است تراکم بار روی اتم‌های B کمتر باشد و به رنگ آبی نشان داده شوند.

۸۴- پاسخ: گزینهٔ ۱ ▲ مشخصات سؤال: ساده * شیمی ۳ (فصل ۳)

جوابش اینه

براساس الگوی دریای الکترونی ساختار فلزها، آرایش منظمی از کاتیون‌ها در سه‌بعد است که در فضای بین آن‌ها الکترون‌های ظرفیتی دریایی را ساخته‌اند که عامل پایداری این ساختار است.

۸۵- پاسخ: گزینهٔ ۳ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * شیمی ۳ (فصل ۳)

جوابش اینه

اگر در مولکول کربونیل سولفید (SCO) به جای اتم گوگرد، اتم اکسیژن قرار دهیم، مولکول CO_2 حاصل می‌شود.

الف) جرم مولی و نقطهٔ جوش کاهش می‌یابد.

ب) گشتاور دوقطبی مولکول و تراکم الکترون‌ها اطراف هسته اتم کربن کاهش می‌یابند.

پ) تقارن توزیع بار الکتریکی اطراف اتم مرکزی افزایش می‌یابد.

نباید سراغ اینا بری

ت) ساختار خطی مولکول تغییری نمی‌کند.

www.SanjeshCloud.ir
T.me/SanjeshClouds

۸۶- پاسخ: گزینهٔ ۱ ▲ مشخصات سؤال: ساده * شیمی ۳ (فصل ۱۳)

جوابش اینه

بررسی گزینه‌ها:

گزینهٔ ۱: سدیم سیلیکات: Na_4SiO_4 ؛ ۴ گزینهٔ ۲: کلسیم سولفات: $CaSO_4$ ؛ ۱

گزینهٔ ۳: لیتیم فسفات: Li_3PO_4 ؛ ۳ گزینهٔ ۴: روی کربنات: $ZnCO_3$ ؛ ۱

خوبه اینو بدونی

- $\frac{\text{بارآنیون}}{\text{بارکاتیون}} = \frac{\text{شمارکاتیون}}{\text{شمارآنیون}}$

۸۷- پاسخ: گزینهٔ ۴ ▲ مشخصات سؤال: دشوار * شیمی ۳ (فصل ۳)

جوابش اینه

روی می‌تواند محلولی از وانادیم (V) را تا رسیدن به محلولی از وانادیم (III) کاهش دهد و در صورت وجود مقدار بیشتری روی، محلول وانادیم (III) نیز می‌تواند به محلولی از وانادیم (II) کاهش یابد و رنگ محلول نیز تغییر کند.

نباید سراغ اینا بری

گزینهٔ ۱: در محلول نهایی، نمکی از وانادیم در محلول وجود دارد که عدد اکسایش وانادیم در آن ۳+ است.

گزینهٔ ۲: روی به‌عنوان کاهنده باعث کاهش یافتن وانادیم موجود در محلول اولیه شده است.

گزینهٔ ۳: آرایش الکترونی وانادیم موجود در ساختار نمک حل شده در محلول نهایی (با عدد اکسایش ۳+) مربوط به این واکنش، $[Ar]3d^2$ است.

۸۸- پاسخ: گزینهٔ ۳ ▲ مشخصات سؤال: دشوار * شیمی ۳ (فصل ۳)

جوابش اینه

آلیاژ نیتینول از دو فلز نیکل ($_{28}Ni$) و تیتانیم ($_{22}Ti$) ساخته شده است.

مورد اول: درست؛ هر دو فلز در دورهٔ چهارم جدول تناوبی قرار دارند، پس دارای ۴ لایهٔ الکترونی هستند.

مورد دوم: درست؛ مجموع عدد اتمی این دو فلز برابر ۵۰ است که عدد اتمی فلز قلع (Sn) از گروه ۱۴ نیز برابر ۵۰ است.

مورد سوم: درست

مورد چهارم: درست

نباید سراغ اینا بری

مورد پنجم: نادرست؛ براساس مدل دریای الکترونی شبکه بلور فلزها شامل کاتیون‌هایی است که در سه بعد قرار گرفته‌اند و دریای الکترونی میان آن‌ها شناور است.

۸۹- پاسخ: گزینهٔ ۱ ▲ مشخصات سؤال: دشوار * شیمی ۳ (فصل ۳)

جوابش اینه

فرمول مولکولی دی متیل اتر، C_2H_6O است.

ب) نادرست؛ نیروی بین مولکولی در دی متیل اتر و اتانول به‌ترتیب از نوع وان‌دروالس و پیوند هیدروژنی است.

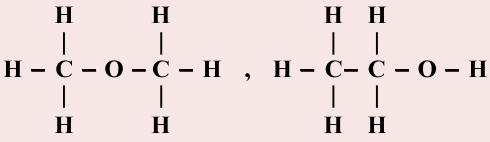
ت) نادرست؛ طیف‌سنجی فروسرخ می‌تواند گروه‌های عاملی متفاوت را حتی در دو ایزومر نشان دهد.

www.SanjeshCloud.ir
T.me/SanjeshClouds

نباید سراغ اینا بری

الف) درست؛ دی متیل اتر ماده‌ای قطبی ولی پروپان (C_3H_8) ناقطبی است؛ ازاین‌رو نقطه جوش دی متیل اتر بالاتر است. (البته جرم مولی دو ترکیب به‌تقریب برابر است.)

پ) درست



۹۰- پاسخ: گزینهٔ ۴ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * شیمی ۳ (فصل ۳)

جوابش اینه

اغلب جامدهای مولکولی سخت نیستند و به راحتی در حالت جامد خرد می‌شوند. ماده‌ای سخت و نارسانا در حالت مذاب می‌تواند جامد کووالانسی باشد.

۹۱- پاسخ: گزینهٔ ۴ ▲ مشخصات سؤال: ساده * شیمی ۳ (فصل ۴)

جوابش اینه

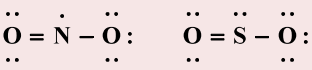
کربن مونوکسید گازی بی‌رنگ و بی‌بو است که از سوختن ناقص هیدروکربن‌ها به‌وجود می‌آید.

نباید سراغ اینا بری

گزینهٔ ۱: هیدروکربن‌های سوخته نشده (C_xH_y) می‌توانند به‌صورت بخار از اگزوز خودروها خارج شوند و آلودگی هوا را ایجاد کنند.

گزینهٔ ۲: اکسید بی‌رنگ نیتروژن تولید شده توسط خودروها NO است که در ساختار لوویس آن اتم N از قاعدهٔ هشت‌تایی پیروی نمی‌کند:

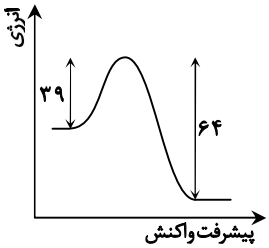
گزینهٔ ۳: با توجه به ساختار لوویس NO_2 (گاز قهوه‌ای رنگ) و SO_2 مشخص است که هر دو گاز دارای ۳ پیوند اشتراکی هستند:



۹۲- پاسخ: گزینهٔ ۱ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * شیمی ۳ (فصل ۴)

جوابش اینه

با توجه به اطلاعات داده‌شده در سؤال، نمودار انرژی- پیشرفت این واکنش به‌صورت زیر خواهد شد:



به این ترتیب ΔH این واکنش برابر است با:

$$\Delta H = ۳۹ - ۶۴ = -۲۵\ kJ$$

این مقدار گرما به‌ازای تولید ۲ مول فراورده به‌دست می‌آید؛ بنابراین گرمای حاصل از تولید ۲۶/۲ گرم NOCl به‌صورت زیر محاسبه می‌شود:

$$۲۶/۲\ g\ NOCl \times \frac{۱\ mol\ NOCl}{۶۵/۵\ g\ NOCl} \times \frac{۲۵\ kJ}{۲\ mol\ NOCl} = ۵\ kJ$$

www.SanjeshCloud.ir
T.me/SanjeshClouds

۹۳- پاسخ: گزینهٔ ۴ ▲ مشخصات سؤال: دشوار * شیمی ۳ (فصل ۴)

جوابش اینه

الف) نادرست؛ مبدل کاتالیستی نمی‌تواند آلایندهٔ SO_2 را حذف کند و یا کاهش دهد.

ب) نادرست؛ هیچ‌کدام از سه فلز Pt ، Pd و Rh به دورهٔ چهارم جدول تناوبی تعلق ندارند.

پ) نادرست؛ ابعاد توده‌های فلزی در مبدل کاتالیستی ۲ تا ۱۰ نانومتر است.

نباید سراغ اینا بری

ت) این مورد درست است.

۹۴- پاسخ: گزینهٔ ۳ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * شیمی ۳ (فصل ۴)

جوابش اینه

حذف اکسیدهای نیتروژنی حاصل از خودروهای دیزلی مطابق با واکنش زیر صورت می‌گیرد:

$$NO + NO_2 + 2NH_3 \rightarrow 2N_2 + 3H_2O$$

با توجه به حجم مخلوط گازهای تولیدشده، برای تعیین جرم آمونیاک ناخالص موردنیاز خواهید داشت:

$$17/92\,L(NO_2,NO)_{\text{مخلوط}} \times \frac{1\,mol(NO_2,NO)_{\text{مخلوط}}}{22/4\,L(NO_2,NO)_{\text{مخلوط}}} \times \frac{2\,mol\,NH_3}{2\,mol(NO_2,NO)_{\text{مخلوط}}} \times \frac{17\,g\,NH_3}{1\,mol\,NH_3} \times \frac{100\,g\,NH_3\,\text{ناخالص}}{68\,g\,NH_3\,\text{خالص}}$$

$$= 20\,g\,NH_3\,\text{ناخالص}$$

۹۵- پاسخ: گزینهٔ ۴ ▲ مشخصات سؤال: دشوار * شیمی ۳ (فصل ۴)

جوابش اینه

با گذشت زمان غلظت واکنش‌دهنده‌ها کاهش می‌یابد (منحنی نزولی) و غلظت فراورده‌ها افزایش پیدا می‌کند (منحنی صعودی)، پس می‌توان فهمید که غلظت اتانول در حالت تعادل برابر ۰/۴ مولار بوده است. اگر غلظت اولیه این گاز را M مولار در نظر بگیریم. با توجه به واکنش انجام شده خواهیم داشت:

	$C_2H_5OH(g)$	$\rightleftharpoons$	$C_2H_4(g)$	+	$H_2O(g)$
غلظت ابتدایی :	M		۰		۰
تغییر غلظت :	−x		+x		+x
غلظت تعادلی :	M − x		x		x

به این ترتیب برای تعیین مقدار M می‌توان گفت:

$$K = \frac{[C_2H_4][H_2O]}{[C_2H_5OH]} \Rightarrow 40 = \frac{x \times x}{0/4} \Rightarrow x^2 = 16 \Rightarrow x = 4$$

$$[C_2H_5OH]_{\text{تعادلی}} = M - x = 0/4 \Rightarrow M - 4 = 0/4 \Rightarrow M = 4/4\,mol \cdot L^{-1}$$

ازآنجاکه در صورت سؤال مقدار مول اولیه اتانول (و نه غلظت آن) خواسته شده است؛ بنابراین:

$$\text{مقدار مول اتانول} = \text{غلظت} \times \text{حجم} = 4/4\,\frac{mol}{L} \times 5\,L = 22\,mol$$

۹۶- پاسخ: گزینهٔ ۳ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * شیمی ۳ (فصل ۴)

جوابش اینه

با افزودن پتاسیم هیدروکسید جامد به محلول موجود در ظرف‌ها، غلظت یون‌های $K^+(aq)$ و $OH^-(aq)$ در هر دو ظرف افزایش می‌یابد. افزایش غلظت $K^+(aq)$ در ظرف محلول KNO_3 موجب جابه‌جایی تعادل آن در جهت برگشت شده و در نتیجه انحلال‌پذیری نمک کاهش خواهد یافت.

اما در ظرف محلول $Fe(NO_3)_3$ بین یون‌های OH^- اضافه شده به ظرف و یون‌های Fe^{3+} واکنش رخ می‌دهد و رسوب $Fe(OH)_3$ تولید می‌شود؛ به این ترتیب غلظت یون Fe^{3+} کاهش یافته و تعادل موجود در جهت رفت پیشرفت می‌کند. به این ترتیب مقدار بیشتری از $Fe(NO_3)_3$ در آب حل خواهد شد.

www.SanjeshCloud.ir
T.me/SanjeshClouds

۹۷- پاسخ: گزینهٔ ۳ ▲ مشخصات سؤال: دشوار * شیمی ۳ (فصل ۴)

جوابش اینه

ابتدا باید برای هر نمودار، با توجه به میزان تغییر غلظت مواد موجود در واکنش، معادلهٔ آن را تعیین کنیم:

واکنش (الف): $\Delta[A]=-۰/۲\ ,\ \Delta[B]=-۰/۴\ ,\ \Delta[C]=+۰/۲ \Rightarrow A+۲B \rightleftharpoons C$

واکنش (ب): $\Delta[A]=-۰/۳\ ,\ \Delta[B]=-۰/۱\ ,\ \Delta[C]=+۰/۴ \Rightarrow ۳A+B \rightleftharpoons ۴C$

واکنش (پ): $\Delta[A]=-۰/۳\ ,\ D[B]=+۰/۱\ ,\ \Delta[C]=+۰/۲ \Rightarrow ۳A \rightleftharpoons B+۲C$

واکنش (ت): $\Delta[A]=-۰/۴\ ,\ \Delta[B]=+۰/۴\ ,\ \Delta[C]=+۰/۲ \Rightarrow ۲A \rightleftharpoons ۲B+C$

اگر مجموع ضرایب استوکیومتری واکنش‌دهنده‌ها در یک تعادل گازی با مجموع ضرایب استوکیومتری فراورده‌ها یکسان نباشد، تغییر فشار (در دمای ثابت) موجب بر هم خوردن تعادل می‌شود. به این ترتیب واکنش‌های «الف» و «ت» چنین شرایطی دارند.

۹۸- پاسخ: گزینهٔ ۴ ▲ مشخصات سؤال: دشوار * شیمی ۳ (فصل ۴)

جوابش اینه

در ابتدا لازم است با توجه به نمودار غلظت- زمان داده‌شده و تغییر غلظت مواد موجود در واکنش، معادلهٔ واکنش انجام شده را به‌دست آوریم. برای این منظور از میزان تغییر غلظت مواد از لحظهٔ شروع واکنش تا رسیدن به تعادل استفاده می‌کنیم:

$\Delta[A]=۰/۲-۰/۵=-۰/۳\ ,\ \Delta[B]=۰/۴-۰=+۰/۴\ ,\ \Delta[C]=۰/۲-۰=+۰/۲$

به این ترتیب معادلهٔ واکنش صورت گرفته به شکل $۳A+B \rightleftharpoons ۴B+۲C$ گرما خواهد بود.

ازآنجاکه این واکنش گرماگیر است، افزایش دما موجب جابه‌جایی آن در جهت رفت می‌شود. به این ترتیب غلظت A کاهش می‌یابد و غلظت B و C افزایش خواهد یافت که در تمام نمودارها مشاهده می‌شود. اما باید توجه داشت که در تعادل اولیه غلظت A و C با هم برابر بوده و نصف غلظت B می‌باشد (بنابراین گزینه‌های ۱ و ۳ نادرست هستند). از طرفی میزان تغییرات غلظت گونه‌ها نیز مطابق با ضریب استوکیومتری آن‌ها در معادلهٔ واکنش خواهد بود. به این ترتیب میزان تغییر غلظت C نصف B بوده و تغییر غلظت A نیز بیشتر از C و کمتر از B می‌باشد (در گزینهٔ ۲، تغییر غلظت A و B یکسان در نظر گرفته شده است).

۹۹- پاسخ: گزینهٔ ۲ ▲ مشخصات سؤال: دشوار * شیمی ۳ (فصل ۴)

جوابش اینه

از آنجا که تعداد مول C و D تولیدشده تا رسیدن به حالت تعادل با یکدیگر برابر است، در طی این فرایند ۲ مول D نیز تولید شده است. به این ترتیب برای محاسبه مقدار K این واکنش می‌توان گفت:

$$K=\frac{[C][D]}{[A][B]}=\frac{(\frac{۲mol}{۱L})(\frac{۲mol}{۱L})}{(\frac{۳mol}{۱L})(\frac{۳mol}{۱L})}=\frac{۴}{۹}$$

حال ازآنجاکه با افزودن x مول B به این تعادل مقدار D به اندازهٔ ۱/۲ مول افزایش یافته است، می‌توان نتیجه گرفت که مقدار C نیز ۱/۲ مول بیشتر شده و A و B به همین میزان کاهش یافته‌اند:

	A	+	B	⇌	C	+	D
تعادل اولیه :	۳		۳		۲		۲
میزان تغییرات :	−۱/۲		+x − ۱/۲		+۱/۲		+۱/۲
تعادل جدید :	۳ − ۱/۲		۳ + x − ۱/۲		۲ + ۱/۲		۲ + ۱/۲

در نتیجه با توجه به عدم تغییر مقدار K در تعادل جدید خواهیم داشت:

$$K=\frac{۴}{۹}=\frac{۳/۲\times۳/۲}{۱/۸\times(۱/۸+x)} \Rightarrow \frac{۴}{۹}=\frac{۱۰/۲۴}{۳/۲۴+۱/۸x} \Rightarrow ۱۲/۹۶+۷/۲x=۹۲/۱۶ \Rightarrow x=۱۱mol$$

۱۰۰- پاسخ: گزینهٔ ۴ ▲ مشخصات سؤال: ساده * شیمی ۳ (فصل ۴)

جوابش اینه

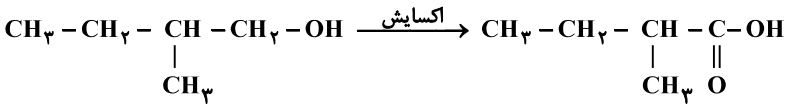
امروزه بسیاری از کشورهای جهان منبع خود را به شکل خام می‌فروشند.

www.SanjeshCloud.ir
T.me/SanjeshClouds

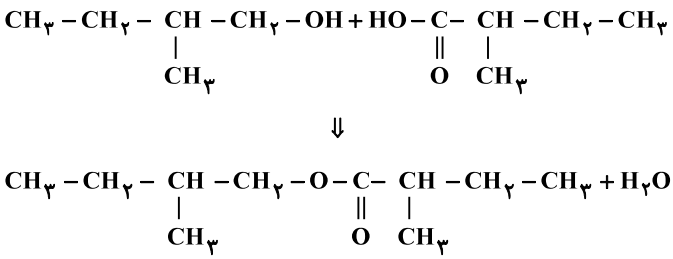
۱۰۱- پاسخ: گزینهٔ ۳ ▲ مشخصات سؤال: دشوار * شیمی ۳ (فصل ۴)

جوابش اینه

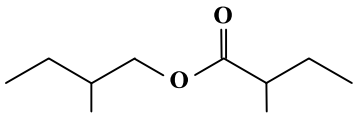
اگر الکل داده‌شده را با استفاده از اکسنده‌های مناسب اکسید کنیم، یک کربوکسیلیک اسید تولید می‌شود:



حال از واکنش الکل اولیه با کربوکسیلیک اسید تولیدشده، یک استر حاصل خواهد شد:



ساختار پیوند- خط استر به‌دست آمده نیز به‌صورت زیر است:



۱۰۲- پاسخ: گزینهٔ ۴ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * شیمی ۳ (فصل ۴)

جوابش اینه

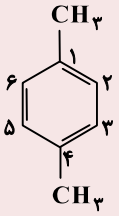
گزینهٔ ۴: برای ساختن PET از اتیلن گلیکول (به‌عنوان دی الکل) استفاده می‌شود که در رادیاتور خودروها به‌عنوان ضدیخ به‌کار می‌رود.

نباید سراغ اینا بری

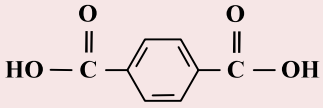
گزینهٔ ۱: برای تعیین مجموع عدد اکسایش اتم‌های کربن در پارازایلن می‌توان به‌صورت زیر عمل کرد:

$C_8H_{10}: 8C + 10(+1) = 0 \Rightarrow 8C = -10$

گزینهٔ ۲: با توجه به ساختار پارازایلن نام آن را می‌توان به‌صورت ۱، ۴- دی متیل بنزن نیز نوشت:



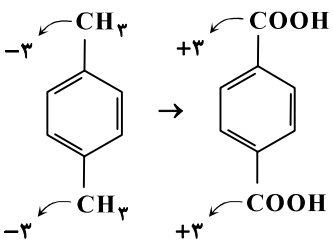
گزینهٔ ۳: ترفتالیک اسید یک کربوکسیلیک اسید دو عاملی با ساختار زیر است؛ بنابراین ساده‌ترین دی اسید آروماتیک خواهد بود که هر مول از آن با ۱ مول $Ba(OH)_2$ خنثی می‌شود.



۱۰۳- پاسخ: گزینهٔ ۳ ▲ مشخصات سؤال: دشوار * شیمی ۳ (فصل ۴)

جوابش اینه

با توجه به عدد اکسایش محاسبه شده تبدیل هر مول پارازایلن به ترفتالیک اسید با از دست دادن ۱۲ مول الکترون همراه است. عدد اکسایش اتم Mn در $KMnO_4$ برابر ۷+ و در فراورده MnO_2 برابر ۴+ است، پس تغییر عدد اکسایش اتم Mn برابر ۳+ است؛ بنابراین برای گرفتن ۱۲ مول الکترون به ۴ مول $KMnO_4$ نیاز است.



www.SanjeshCloud.ir
T.me/SanjeshClouds

۱۰۴- پاسخ: گزینهٔ ۳ ▲ **مشخصات سؤال: متوسط * شیمی ۳ (فصل ۴)**

جوابش اینه

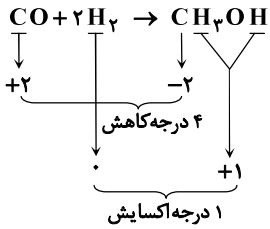
واکنش تولید استر از اسید و الکل از نوع اکسایش- کاهش نیست؛ زیرا عدد اکسایش اتم‌های کربن بدون تغییر می‌ماند.

۱۰۵- پاسخ: گزینهٔ ۱ ▲ **مشخصات سؤال: ساده * شیمی ۳ (فصل ۴)**

جوابش اینه

الف) درست؛ پلاستیک‌های ساخته‌شده از PET امکان بازیافت را دارند.

پ) درست؛ با توجه به معادلهٔ واکنش تولید متانول از CO و H_2، این مولکول‌ها به‌ترتیب اکسنده و کاهنده به‌شمار می‌روند:



نباید سراغ اینا بری

ب) نادرست؛ در روش مستقیم (و نه غیرمستقیم) تولید متانول از متان، باید از گاز O_2 در مجاورت کاتالیزگر استفاده شود.

ت) نادرست؛ در میدان‌های نفتی ، برای افزایش ایمنی، بخش قابل‌توجهی از گاز متان (و نه متانول) را می‌سوزانند.