مرکز سنجش آموزش مدارس برتر

دوازدهم
ریاضی

پیش‌آزمون شماره ۴
آبان‌ماه ۱۴۰۵

پاسخنامه ریاضی ـ فیزیک

ردیف	نام درس	سرگروه	گروه طراحی و بازنگری (به‌ترتیب حروف الفبا)	ویراستاران (به‌ترتیب حروف الفبا)
۱	حسابان	حسین شفیع‌زاده	حسین شفیع‌زاده ـ مهرداد کیوان	سینا پرهیزکار ـ معید سوری ـ ابوالفضل فروغی
۲	هندسه	مهریار راشدی	امیرحسین ابومحبوب ـ مهریار راشدی ـ احمدرضا فلاح ـ حسن محمدبیگی	داریوش امیری ـ سینا پرهیزکار ـ معید سوری
۳	گسسته	رسول حاجی‌زاده	رسول حاجی‌زاده ـ نیما مهندس	سینا پرهیزکار ـ معید سوری ـ مهدیار شریف
۴	فیزیک	علی نعیمی	علی پیمانی ـ محمدرضا خادمی ـ علی نعیمی	محمدرضا خادمی ـ مهدیار شریف ـ ایمان قیومی
۵	شیمی	مسعود جعفری	محمد عظیمیان زواره ـ هادی مهدی‌زاده	پرهام امیری ـ نیما خویی ـ ایمان قیومی

واحد فنی (به‌ترتیب حروف الفبا)
زهرا احدی ـ احسان اسدی ـ امیرعلی الماسی ـ مبینا بهرامی ـ زهرا عربی زنجانی ـ مهرداد شمسی ـ راضیه صالحی ـ نگار کاتبی

برای اطلاع از اخبار مرکز سنجش آموزش مدارس برتر، به کانال تلگرام @taraaznet مراجعه نمایید.

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

حسابان

۱. گزینه ۲ صحیح است.

$$A=\frac{۱}{\sqrt{\tan\alpha}}-\frac{۱}{\sqrt{\cot\alpha}}$$

$$\Rightarrow A^۲=\frac{۱}{\tan\alpha}+\frac{۱}{\cot\alpha}-\frac{۲}{\sqrt{\tan\alpha\cot\alpha}}$$

$$\Rightarrow A^۲=\cot\alpha+\tan\alpha-۲\Rightarrow A^۲=\frac{۱}{\sin\alpha\cos\alpha}-۲$$

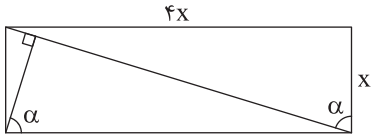
$$A^۲=\frac{۱}{\frac{۴}{\sqrt{۱۷}}\times\frac{۱}{\sqrt{۱۷}}}-۲=\frac{۱۷}{۴}-۲=\frac{۹}{۴}\Rightarrow A=\pm\frac{۳}{۲}$$

با توجه به آنکه $\sin\alpha=\frac{۴}{\sqrt{۱۷}}$ و انتهای کمان α در ناحیهٔ اول است، پس $\tan\alpha>\cot\alpha$ زیرا $\sin\alpha>\cos\alpha$، پس $A>۰$، لذا $A=-\frac{۳}{۲}$.

(ریاضی دهم، صفحهٔ ۴۳)

۲. گزینه ۴ صحیح است.

با توجه به شکل زیر:



$$\tan\alpha=۴\Rightarrow ۱+\tan^۲\alpha=\frac{۱}{\cos^۲\alpha}\Rightarrow\cos\alpha=\frac{۱}{\sqrt{۱۷}}$$

$$\cos۲\alpha=۲\cos^۲\alpha-۱=\frac{۲}{۱۷}-۱=\frac{-۱۵}{۱۷}$$

(حسابان یازدهم، صفحهٔ ۱۱۲)

۳. گزینه ۳ صحیح است.

می‌دانیم هر نقطه که در انتهای کمان α واقع شود با مختصات $M\begin{vmatrix}\cos\alpha\\ \sin\alpha\end{vmatrix}$ خواهد بود، پس:

$$\sin\alpha=\frac{۱}{۳}\tan\alpha\Rightarrow\sin\alpha=\frac{\sin\alpha}{۳\cos\alpha}\Rightarrow\cos\alpha=\frac{۱}{۳}$$

$$M\begin{vmatrix}\frac{۱}{۳}=\cos\alpha\\ \frac{۲\sqrt{۲}}{۳}=\sin\alpha\end{vmatrix}$$

$$N\begin{vmatrix}\cos(\alpha+\frac{۲\pi}{۳})\\ \sin(\alpha+\frac{۲\pi}{۳})\end{vmatrix}$$

$$x_N=\cos\alpha\cos\frac{۲\pi}{۳}-\sin\alpha\sin\frac{۲\pi}{۳}=\frac{۱}{۳}\times\frac{-۱}{۲}-\frac{\sqrt{۳}}{۲}\times\frac{۲\sqrt{۲}}{۳}$$

$$x_N=\frac{-۱}{۶}-\frac{\sqrt{۶}}{۳}=-\frac{۱+۲\sqrt{۶}}{۶}$$

(حسابان یازدهم، صفحهٔ ۱۱۱)

۴. گزینه ۲ صحیح است.

روش اول: اگر $ab=۱$ آنگاه $\frac{۱}{۱+a}+\frac{۱}{۱+b}=۱$، پس:

$$\tan\alpha.\tan\beta=۱\Rightarrow\tan\alpha=\frac{۱}{\tan\beta}=\cot\beta\Rightarrow\alpha+\beta=\frac{\pi}{۲}$$

روش دوم:

$$\frac{۱}{۱+\tan\alpha}=۱-\frac{۱}{۱+\tan\beta}=\frac{\tan\beta}{۱+\tan\beta}$$

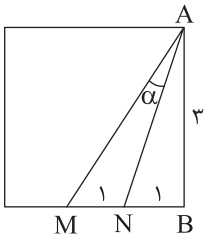
$$۱+\tan\alpha=۱+\cot\beta\Rightarrow\tan\alpha=\cot\beta\Rightarrow\tan\alpha=\tan(\frac{\pi}{۲}-\beta)$$

$$\Rightarrow\alpha=\frac{\pi}{۲}-\beta\Rightarrow\alpha+\beta=\frac{\pi}{۲}$$

(ریاضی دهم، صفحهٔ ۴۳)

۵. گزینه ۱ صحیح است.

اگر ضلع مربع را ۳ واحد فرض کنیم:



$$AN=\sqrt{۱۰}$$

$$AM=\sqrt{۱۳}$$

$$S_{\Delta AMN}=\frac{۱}{۲}\times۱\times۳=\frac{۳}{۲}$$

از طرفی:

$$S_{\Delta AMN}=\frac{۱}{۲}AM.AN\sin\alpha$$

$$\frac{۳}{۲}=\frac{۱}{۲}\times\sqrt{۱۰}\times\sqrt{۱۳}.\sin\alpha\Rightarrow\sin\alpha=\frac{۳}{\sqrt{۱۳۰}}$$

$$\cos۲\alpha=۱-۲\sin^۲\alpha=۱-۲\times\frac{۹}{۱۳۰}=\frac{۱۳۰-۱۸}{۱۳۰}=\frac{۱۱۲}{۱۳۰}=\frac{۵۶}{۶۵}$$

(حسابان یازدهم، صفحهٔ ۱۱۲)

۶. گزینه ۳ صحیح است.

$$\tan(\alpha-\beta)=\frac{\sqrt{۳}}{۲}\Rightarrow\cos(\alpha-\beta)=\frac{۲}{\sqrt{۷}}$$

$$\frac{\sqrt{۷}(\cos(\alpha+\beta)-\frac{۲}{\sqrt{۷}})}{\sin\alpha\sin\beta}=\frac{\sqrt{۷}(\cos(\alpha+\beta)-\cos(\alpha-\beta))}{\sin\alpha\sin\beta}$$

$$=\frac{\sqrt{۷}(-۲\sin\alpha\sin\beta)}{\sin\alpha\sin\beta}=-۲\sqrt{۷}$$

(حسابان یازدهم، صفحهٔ ۱۱۱)

۷. گزینه ۳ صحیح است.

انتهای کمان α در ناحیهٔ دوم واقع شده و $\sin\alpha=\frac{۳}{۵}$.

$$\cos\alpha=-\frac{۴}{۵}\Rightarrow\begin{cases}\sin۲\alpha=-\frac{۲۴}{۲۵}\\ \cos۲\alpha=\frac{۷}{۲۵}\end{cases}$$

زیرا $\sin۲\alpha=۲\sin\alpha\cos\alpha$ و $\cos۲\alpha=۲\cos^۲\alpha-۱$، پس:

$$\sin(۲\alpha+\beta)=\sin۲\alpha\cos\beta+\sin\beta\cos۲\alpha$$

$$=-\frac{۲۴}{۲۵}\times\frac{-۱۲}{۱۳}+\frac{-۵}{۱۳}\times\frac{۷}{۲۵}=\frac{۲۴\times۱۲-۳۵}{۲۵\times۱۳}=\frac{۲۸۸-۳۵}{۲۵\times۱۳}=\frac{۲۵۳}{۳۲۵}$$

(حسابان یازدهم، صفحهٔ ۱۱۲)

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۸. گزینه ۳ صحیح است.

$$۳\sin\theta = ۱+\cos\theta \Rightarrow ۳(۲\sin\frac{\theta}{۲}\cos\frac{\theta}{۲}) = ۲\cos^۲\frac{\theta}{۲}$$

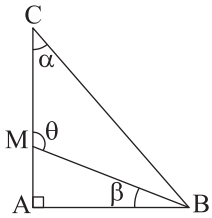
$$\Rightarrow ۶\sin\frac{\theta}{۲}\cos\frac{\theta}{۲} = ۲\cos^۲\frac{\theta}{۲}$$

$$\Rightarrow ۳\sin\frac{\theta}{۲} = \cos\frac{\theta}{۲} \Rightarrow \tan\frac{\theta}{۲} = \frac{۱}{۳}$$

(حسابان یازدهم، صفحهٔ ۱۱۲)

۹. گزینه ۴ صحیح است.

با توجه به آنکه $\theta = \beta + ۹۰^\circ$ و $۲AM = MC$، فرض می‌کنیم $AM = ۱$ و $MC = ۲$ و $\tan\alpha = \frac{۲}{۳}$. پس $AB = ۲$، لذا:



$$\tan\beta = \frac{AM}{AB} \Rightarrow \tan\beta = \frac{۱}{۲}$$

$$\tan\theta = \tan(۹۰+\beta) = -\cot\beta = -۲$$

$$\Rightarrow \cos۲\theta = \frac{۱-\tan^۲\theta}{۱+\tan^۲\theta} = \frac{۱-۴}{۱+۴} = -\frac{۳}{۵}$$

(حسابان یازدهم، صفحهٔ ۱۱۲)

۱۰. گزینه ۱ صحیح است.

$$\sin\frac{۱۶\pi}{۳} = \sin(۵\pi+\frac{\pi}{۳}) = -\sin\frac{\pi}{۳} = -\frac{\sqrt{۳}}{۲}$$

$$\cos\frac{۱۷\pi}{۶} = \cos(۳\pi-\frac{\pi}{۶}) = -\cos\frac{\pi}{۶} = -\frac{\sqrt{۳}}{۲}$$

$$\tan\frac{۱۱\pi}{۴} = \tan(۳\pi-\frac{\pi}{۴}) = -\tan\frac{\pi}{۴} = -۱$$

$$A = (-\frac{\sqrt{۳}}{۲})(-\frac{\sqrt{۳}}{۲}) - (-۱) = \frac{۳}{۴}+۱ = \frac{۷}{۴}$$

(حسابان یازدهم، صفحه‌های ۹۹ تا ۱۰۳)

۱۱. گزینه ۳ صحیح است.

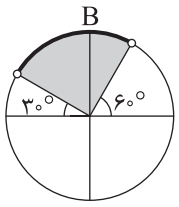
$$۳۰^\circ < \theta < ۱۲۰^\circ \Rightarrow ۶۰^\circ < \theta+۳۰^\circ < ۱۵۰^\circ$$

$$\Rightarrow \frac{۱}{۲} < \sin(\theta+۳۰^\circ) \le ۱$$

$$\Rightarrow \frac{۱}{۴} < \sin^۲(\theta+۳۰^\circ) \le ۱$$

$$\Rightarrow \frac{۱}{۴} < \frac{۱-۳m}{۴} \le ۱ \Rightarrow ۱ < ۱-۳m \le ۴$$

$$\Rightarrow -۴ \le ۳m-۱ < -۱ \Rightarrow -۱ \le m < ۰$$



حداقل $m = -۱$ است.

(ریاضی دهم، صفحه‌های ۳۸ و ۳۹)

۱۲. گزینه ۴ صحیح است.

می‌دانیم طول کمان روبه‌رو در یک دایره به شعاع r و زاویهٔ θ از رابطهٔ $\ell = r\theta$ به‌دست می‌آید. پس:

$$AB = \frac{۱}{۲}r \Rightarrow \frac{۱}{۲}r = r\theta \Rightarrow \theta = \frac{۱}{۲}\text{rad}$$

$$\frac{S}{S_{\text{دایره}}} = \frac{\frac{۱}{۲}r^۲\theta}{\pi r^۲} = \frac{\frac{۱}{۲}r^۲\times\frac{۱}{۲}}{\pi r^۲} = \frac{۱}{۴\pi}$$

(حسابان یازدهم، صفحهٔ ۹۴)

۱۳. گزینه ۴ صحیح است.

$$\tan\alpha = ۶\cot\beta \Rightarrow \frac{\sin\alpha}{\cos\alpha} = ۶\frac{\cos\beta}{\sin\beta}$$

$$\Rightarrow \sin\alpha\sin\beta = ۶\cos\alpha\cos\beta \Rightarrow \cos(\alpha+\beta) = k\cos(\alpha-\beta)$$

$$\Rightarrow \cos\alpha\cos\beta - \sin\alpha\sin\beta = k\cos\alpha\cos\beta + k\sin\alpha\sin\beta$$

$$\Rightarrow (k-۱)\cos\alpha\cos\beta = -(۱+k)\sin\alpha\sin\beta$$

$$\Rightarrow \frac{-۱-k}{k-۱} = \frac{۱}{۶} \Rightarrow -۶-۶k = k-۱$$

$$\Rightarrow ۷k = -۵ \Rightarrow k = -\frac{۵}{۷}$$

(حسابان یازدهم، صفحهٔ ۱۱۱)

۱۴. گزینه ۱ صحیح است.

$$f(x) = \sin^۶x + \cos^۶x = (\sin^۲x+\cos^۲x)^۳ - ۳\sin^۲x\cos^۲x$$

$$= ۱-۳\sin^۲x\cos^۲x = ۱-\frac{۳}{۴}\sin^۲۲x$$

$$= ۱-\frac{۳}{۴}(\frac{۱-\cos۴x}{۲}) = \frac{۵}{۸}+\frac{۳}{۸}\cos۴x$$

$$\min = \frac{۵}{۸}-\frac{۳}{۸} = \frac{۱}{۴} \qquad \max = \frac{۵}{۸}+\frac{۳}{۸} = ۱$$

$$T = \frac{۲\pi}{۴} = \frac{\pi}{۲}$$

$$A\left|\begin{matrix}\frac{\pi}{۴}\\ \frac{۱}{۴}\end{matrix}\right., B\left|\begin{matrix}\pi\\ ۱\end{matrix}\right.$$

$$m_{AB} = \frac{۱-\frac{۱}{۴}}{\pi-\frac{\pi}{۴}} = \frac{\frac{۳}{۴}}{\frac{۳\pi}{۴}} = \frac{۱}{\pi}$$

(حسابان دوازدهم، صفحه‌های ۲۷ و ۲۸)

۱۵. گزینه ۲ صحیح است.

در واقع دو خطی که افقی باشند و بر نمودار تابع f مماس باشند، همان دو خطی هستند که $\max$ و $\min$ تابع را نمایش می‌دهند. پس:

$$f(x) = ۱-\sin^۲\frac{\pi}{۳}x - ۲\sin^۲\frac{\pi}{۳}x = ۱-۳\sin^۲\frac{\pi}{۳}x$$

از طرفی می‌دانیم:

$$۰ \le \sin^۲\frac{\pi}{۳}x \le ۱ \Rightarrow -۳ \le -۳\sin^۲\frac{\pi}{۳}x \le ۰$$

$$-۲ \le y \le ۱ \Rightarrow \begin{cases} y = -۲ = \min \\ y = ۱ = \max \end{cases}$$

دو خطی که تابع بر آنها مماس است، خطوط $y = -۲$ و $y = ۱$ هستند. پس فاصلهٔ آنها ۳ واحد است.

(حسابان دوازدهم، صفحهٔ ۲۷)

۱۶. گزینه ۴ صحیح است.

با توجه به نمودار $-b > ۰$، پس $b < ۰$، البته دورهٔ تناوب تابع $-b$ است. پس:

$$\frac{۲\pi}{|\frac{۴\pi a}{۹}|} = -b \Rightarrow \frac{۹}{|۲a|} = -b \Rightarrow |۲a| = -\frac{۹}{b}$$

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

از طرفی:

$$\min f = 0 \Rightarrow a - |b| = 0 \Rightarrow a + b = 0$$

$$|2a| = \frac{9}{a} \Rightarrow a > 0 \,,\; 2a^2 = 9 \Rightarrow a = \frac{3}{\sqrt{2}} \,,\; b = \frac{-3}{\sqrt{2}}$$

(حسابان دوازدهم، صفحهٔ ۳۸)

۱۷. گزینه ۲ صحیح است.

در ابتدا می‌دانیم:

$$f(x + \frac{1}{3}) = 2\sin(\frac{\pi x}{2} + \frac{\pi}{6})$$

$$g(x) = 2 + 3 \times 2\sin(\frac{\pi x}{2} + \frac{\pi}{6}) = 2 + 6\sin(\frac{\pi x}{2} + \frac{\pi}{6})$$

$$\begin{cases} \min = 2 - 6 = -4 \\ T = \dfrac{2\pi}{\frac{\pi}{2}} = 4 \end{cases} \Rightarrow \text{اختلاف} = 8$$

(حسابان دوازدهم، صفحهٔ ۲۷)

۱۸. گزینه ۱ صحیح است.

$$\max = 6 \,,\; \min = 2 - 4 = -2$$

$$T = \frac{2\pi}{\frac{\pi}{3}} = 6 \Rightarrow AB = 2T = 12$$

$$S_{\Delta ABC} = \frac{1}{2} \times 8 \times 12 = 48$$

(حسابان دوازدهم، صفحهٔ ۳۴)

هندسه

۱۹. گزینه ۴ صحیح است.

یال BC با سه یال AB، CD و AD در وجه ABCD و دو یال BF و CG در وجه BCGF متقاطع است (دقت کنید! که دو یال BC و AD در یک صفحه قرار دارند و امتداد آنها یکدیگر را قطع می‌کند). همچنین یال BC با سه یال EF، GH و EH از وجه EFGH و دو یال AE و DH از وجه ADHE متنافر است، پس یال BC با ۵ یال این منشور متقاطع بوده و با ۵ یال دیگر منشور متنافر است.

(هندسه دهم، صفحه‌های ۷۹ تا ۸۲)

۲۰. گزینه ۱ صحیح است.

بررسی عبارت‌ها:

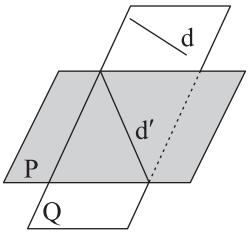
الف) این نکته در صفحه برقرار است ولی در فضا برقرار نیست.

ب) اگر خطی با یکی از دو خط متنافر موازی باشد با دیگری متقاطع یا متنافر است.

ج) از هر نقطه خارج خط، بی‌شمار خط متنافر با آن می‌توان رسم کرد.

(هندسه دهم، صفحهٔ ۸۰)

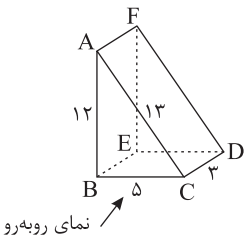
۲۱. گزینه ۱ صحیح است.



فرض کنید خط d' فصل مشترک دو صفحهٔ P و Q باشد. چون d و d' هر دو به صفحهٔ Q تعلق دارند، پس نمی‌توانند متنافر باشند. از طرفی دو خط d و d' متقاطع نیستند، چون اگر خط d، خط d' را قطع کند، بدین معناست که صفحهٔ P را نیز قطع کرده است (d' درون صفحهٔ P قرار دارد.) و این مخالف فرض موازی بودن d و P است، پس تنها حالت ممکن آن است که خط d با فصل مشترک دو صفحهٔ P و Q (خط d') موازی باشد.

(هندسه دهم، صفحه‌های ۷۹ تا ۸۲)

۲۲. گزینه ۳ صحیح است.



مثلث ΔABC قائم‌الزاویه است، زیرا $۱۳^2 = ۱۲^2 + ۵^2$ و فیثاغورس برقرار است. در ضمن نمای روبه‌روی این منشور مثلث ΔABC است و نمای بالای آن مستطیل BEDC است.

بنابراین:

$$\text{مساحت نمای روبه‌رو} = S_{\Delta ABC} = \frac{1}{2}(5)(12) = 30$$

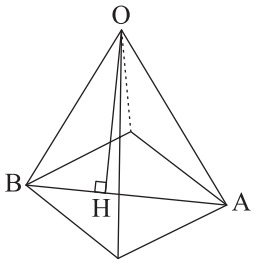
$$\text{مساحت نمای بالا} = S_{BEDC} = 3 \times 5 = 15$$

پس مجموع مساحت‌های نمای بالا و نمای روبه‌رو برابر $30 + 15 = 45$ است.

(هندسه دهم، صفحهٔ ۹۱)

۲۳. گزینه ۳ صحیح است.

بی‌شمار صفحهٔ گذرا از نقطهٔ O و ارتفاع OH وجود دارد. در میان این صفحات، صفحه‌ای که فصل مشترک آن با هرم، مثلثی با حداکثر اندازهٔ قاعده (AB) باشد، حداکثر مقدار مساحت را دارد.



$$OA = 4 \,,\; AB = 4\sqrt{2} \Rightarrow AH = 2\sqrt{2}$$

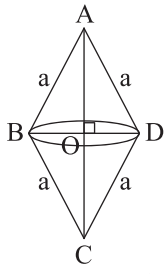
$$OH = \sqrt{OA^2 - AH^2} = \sqrt{16 - 8} = 2\sqrt{2}$$

بنابراین:

$$S_{\Delta OAB} = \frac{1}{2} AB \times OH = \frac{1}{2} \times 4\sqrt{2} \times 2\sqrt{2} = 8$$

(هندسه دهم، صفحهٔ ۹۲)

۲۴. گزینه ۳ صحیح است.

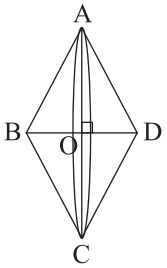


لوزی ABCD به طول ضلع a را حول قطر بزرگ AC دوران می‌دهیم. شکل ایجاد شده دو مخروط هم‌حجم با شعاع قاعدهٔ OB و ارتفاع OA است. چون در لوزی قطرها عمودمنصف یکدیگرند، پس $OA = \frac{AC}{2}$ و $OB = \frac{BD}{2}$ است و داریم:

$$\text{حجم شکل ۱} = 2(\frac{1}{3}\pi OB^2) OA$$

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

و از دوران لوزی ABCD حول قطر کوچک BD دو مخروط هم‌حجم با شعاع قاعدهٔ OA و ارتفاع OB ایجاد می‌شود، پس:



$$\text{حجم شکل ۲} = ۲(\frac{۱}{۳}\pi OA^۲)OB$$

بنابر فرض داریم:

$$\frac{\text{حجم شکل (۱)}}{\text{حجم شکل (۲)}} = \frac{\sqrt{۳}}{۳} \Rightarrow \frac{\frac{۲}{۳}\pi OB^۲ \times OA}{\frac{۲}{۳}\pi OA^۲ \times OB} = \frac{\sqrt{۳}}{۳}$$

$$\Rightarrow \frac{OB}{OA} = \frac{\sqrt{۳}}{۳} \Rightarrow OB = \frac{\sqrt{۳}}{۳}OA \ (۱)$$

از طرف دیگر:

$$\overset{\Delta}{OAB} : AB^۲ = OA^۲ + OB^۲ \xrightarrow{\text{از (۱)}}$$

$$a^۲ = OA^۲ + (\frac{\sqrt{۳}}{۳}OA)^۲ = \frac{۴}{۳}OA^۲ \Rightarrow a = \frac{۲}{\sqrt{۳}}OA$$

$$\Rightarrow OA = \frac{\sqrt{۳}}{۲}a \Rightarrow OB = \frac{۱}{۲}a$$

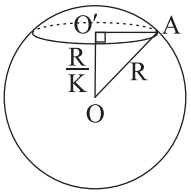
بنابراین:

$$\frac{\text{محیط لوزی}}{\text{قطر کوچک}} = \frac{۴a}{۲OB} = \frac{۴a}{a} = ۴$$

(هندسه دهم، صفحهٔ ۹۶)

۲۵. گزینه ۱ صحیح است.

مطابق شکل فرض کنید مرکز کره به‌اندازهٔ $\frac{R}{K}$ از صفحهٔ برش و مرکز سطح مقطع ایجاد شده (نقطهٔ O') فاصله داشته باشد. در این صورت طبق قضیهٔ فیثاغورس و با فرض $R' = O'A$ داریم:



$$O'A^۲ = OA^۲ - OO'^۲ = R^۲ - \frac{R^۲}{K^۲} \Rightarrow R'^۲ = R^۲(۱ - \frac{۱}{K^۲})$$

به‌طور مشابه اگر فاصلهٔ مرکز کره از صفحهٔ برش برابر $\frac{R}{۲K}$ و اندازهٔ شعاع سطح مقطع برابر R'' باشد، آنگاه:

$$R''^۲ = R^۲ - (\frac{R}{۲K})^۲ = R^۲(۱ - \frac{۱}{۴K^۲})$$

طبق فرض نسبت مساحت‌های دو سطح مقطع برابر $\frac{۴}{۷}$ است، بنابراین:

$$\frac{S'}{S''} = \frac{\pi R'^۲}{\pi R''^۲} \Rightarrow \frac{۴}{۷} = \frac{R^۲(۱ - \frac{۱}{K^۲})}{R^۲(۱ - \frac{۱}{۴K^۲})} \Rightarrow \frac{۴}{۷} = \frac{۴(K^۲ - ۱)}{۴K^۲ - ۱}$$

$$\Rightarrow \frac{K^۲ - ۱}{۴K^۲ - ۱} = \frac{۱}{۷} \Rightarrow ۷K^۲ - ۷ = ۴K^۲ - ۱ \Rightarrow ۳K^۲ = ۶ \Rightarrow K^۲ = ۲$$

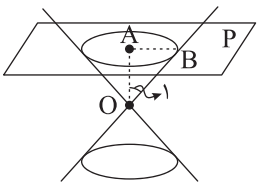
در این صورت اندازهٔ شعاع سطح مقطع کوچک‌تر برابر است با:

$$R'^۲ = R^۲(۱ - \frac{۱}{۲}) = \frac{R^۲}{۲} \Rightarrow R' = \frac{R}{\sqrt{۲}} = \frac{\sqrt{۲}}{۲}R$$

(هندسه دهم، صفحهٔ ۹۴)

۲۶. گزینه ۳ صحیح است.

فصل مشترک صفحهٔ عمود بر محور سطح مخروطی یک دایره است. بنابر فرض سؤال داریم:



$$\frac{\text{محیط دایره}}{\text{فاصلهٔ صفحه تا راس سطح مخروطی}} = ۲\sqrt{۳}\pi \Rightarrow \frac{۲\pi AB}{OA} = ۲\sqrt{۳}\pi$$

$$\Rightarrow \frac{AB}{OA} = \sqrt{۳}$$

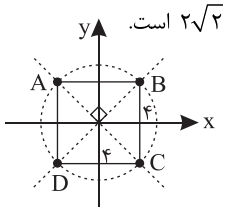
اکنون در مثلث قائم‌الزاویهٔ $\overset{\Delta}{OAB}$ زاویهٔ $\hat{O}_۱$ را پیدا می‌کنیم.

$$\tan \hat{O}_۱ = \frac{AB}{OA} = \sqrt{۳} \Rightarrow \hat{O}_۱ = ۶۰^\circ$$

(هندسه دوازدهم، صفحهٔ ۳۵)

۲۷. گزینه ۱ صحیح است.

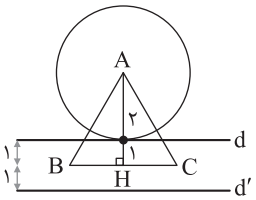
مکان هندسی نقاطی که از دو خط متقاطع به یک فاصله هستند، دو نیم‌ساز عمود بر هم می‌باشند و نقاطی که از مبدأ مختصات به فاصلهٔ $۲\sqrt{۲}$ باشد، دایره‌ای به مرکز مبدأ و شعاع $۲\sqrt{۲}$ است. ۴ رأس A، B، C و D هم از محور xها و yها به یک فاصله هستند و هم از مبدأ به فاصلهٔ $۲\sqrt{۲}$ می‌باشند. این ۴ رأس، ۴ رأس مربعی به طول ضلع ۴ می‌باشند.



(هندسه دوازدهم، صفحه‌های ۳۷ و ۳۸)

۲۸. گزینه ۲ صحیح است.

مکان هندسی نقاطی از صفحه که از رأس A به فاصلهٔ ۲ هستند دایره به مرکز A و شعاع ۲ است. مکان هندسی نقاطی از صفحه که از BC به فاصلهٔ یک است دو خط موازی BC در طرفین آن است. (در شکل دو خط d و d′).



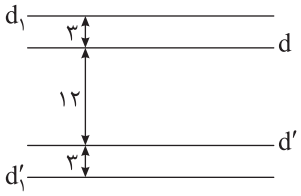
ارتفاع AH در مثلث متساوی‌الاضلاع $\overset{\Delta}{ABC}$ برابر $\frac{\sqrt{۳}}{۲}AB = \frac{\sqrt{۳}}{۲}(۲\sqrt{۳}) = ۳$ است.

با توجه به اینکه $AH = ۳$ است، نتیجه می‌گیریم خط d بر دایره به مرکز A مماس است. پس مکان هندسی مورد نظر یک مجموعه یک عضوی است.

(هندسه دوازدهم، صفحهٔ ۳۷)

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۲۹. گزینه ۲ صحیح است.

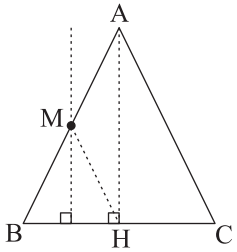


مطابق شکل مکان هندسی نقاطی از صفحه که مجموع فاصله‌های آنها از دو خط موازی d و d' برابر ۱۸ باشد، دو خط d_1 و d'_1 در دو طرف d و d' است (ناحیهٔ خارج دو خط)، به‌طوری‌که فاصلهٔ d_1 از خط d برابر ۳ و به‌طور مشابه فاصلهٔ d'_1 از خط d' نیز برابر ۳ بوده و درنتیجه فاصلهٔ d_1 از d' برابر ۱۵ و فاصلهٔ d'_1 از d نیز برابر ۱۵ است.

(هندسه دوازدهم، صفحهٔ ۳۷)

۳۰. گزینه ۳ صحیح است.

می‌دانیم در مثلث متساوی‌الساقین، ارتفاع و میانهٔ وارد بر قاعده بر هم منطبق‌اند، بنابراین اگر H وسط قاعدهٔ BC باشد، آنگاه $\overset{\Delta}{AHB}$ قائم‌الزاویه است. در مثلث قائم‌الزاویه اندازهٔ میانهٔ وارد بر وتر، نصف اندازهٔ وتر است، پس در صورتی که M وسط وتر AB در مثلث قائم‌الزاویهٔ $\overset{\Delta}{AHB}$ باشد، آنگاه داریم:



$$HM = BM = \frac{AB}{۲}$$

یعنی نقطهٔ M از دو نقطهٔ B و H به یک فاصله است و درنتیجه روی عمودمنصف پاره‌خط BH قرار دارد.

(هندسه دوازدهم، صفحه‌های ۳۶ تا ۳۹)

ریاضیات گسسته

۳۱. گزینه ۴ صحیح است.

باید باقی‌ماندهٔ عدد $A = ۴a^۲ + (a+۲)^۲ + (a+۱۰)^۲$ را بر ۳ و ۴ به‌طور جداگانه محاسبه کنیم:

$$\begin{cases} A = ۶a^۲ + ۲۴a + ۱۰۴ \Rightarrow A \overset{۳}{\equiv} ۱۰۴ \overset{۳}{\equiv} ۲ \\ A = ۶a^۲ + ۲۴a + ۱۰۴ \xrightarrow{a^۲ \overset{۴}{\equiv} ۱} A \overset{۴}{\equiv} ۶ \overset{۴}{\equiv} ۲ \end{cases}$$

$$\xrightarrow{[۳,۴]=۱۲} A \overset{۱۲}{\equiv} ۲$$ فقط یک حالت

(ریاضیات گسسته، صفحه‌های ۱۸ تا ۲۲)

۳۲. گزینه ۳ صحیح است.

بسته به اینکه در قفسه‌های اول و سوم چند کتاب قرار بگیرد، می‌توان نوشت:

۱) ۱ کتاب در قفسهٔ اول و ۱ کتاب در قفسهٔ سوم:

$$\binom{۸}{۱} \times \binom{۷}{۱} \times \underbrace{(۲^۶ - ۲)}_{\text{هر یک از ۶ کتاب باقی‌مانده دو انتخاب دارند به‌جز حالتی که همه در یک قفسه قرار بگیرند}} = ۳۴۷۲$$

۲) ۳ کتاب در قفسهٔ اول و ۳ کتاب در قفسهٔ سوم:

$$\binom{۸}{۳} \times \binom{۵}{۳} \times ۲ = ۱۱۲۰$$

بنابراین ۴۵۹۲ حالت برای توزیع کتاب‌ها وجود دارد.

(ریاضی دهم، صفحهٔ ۱۴۰)

۳۳. گزینه ۳ صحیح است.

چون ۴ حرف نقطه‌دار داریم، دو حالت زیر را در نظر می‌گیریم:

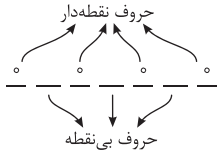
۱ـ کلمه سه حرف نقطه‌دار داشته باشد.

در این حالت ابتدا سه حرف نقطه‌دار را از میان حروف {ز ، ش ، ن ، ج} انتخاب و سپس آنها را بین حروف بدون نقطه قرار می‌دهیم:

○س○ر○م○ک○

$$\binom{۴}{۳} \times ۴! \times \binom{۵}{۳} \times ۳! = ۲۴۰ \times ۴!$$

۲ـ کلمه چهار حرف نقطه‌دار داشته باشد.



در این حالت الگوی چینش به‌صورت

خواهد بود.

بنابراین:

$$\underbrace{\binom{۴}{۳}}_{\text{انتخاب سه حرف بی‌نقطه}} \times \underbrace{۴!}_{\text{جایگشت حروف نقطه‌دار}} \times \underbrace{۳!}_{\text{جایگشت حروف بی‌نقطه}} = ۲۴ \times ۴!$$

درنتیجه طبق اصل جمع $\overbrace{۲۶۴}^{۴۴\times۶} \times ۴! = ۴۴ \times \frac{۶!}{۵}$ کلمه با شرایط گفته شده وجود دارد.

(ریاضی دهم، صفحهٔ ۱۴۰)

۳۴. گزینه ۲ صحیح است.

باید از میان k نوع، دو یا $k-۱$ مدل مختلف را انتخاب کنیم. بنابراین:

$$\underbrace{\binom{k}{۲}}_{\frac{k(k+۱)}{۲}} + \underbrace{\binom{k}{k-۱}}_{\binom{k}{۱}} = ۱۰۵ \xrightarrow{\text{اتحاد پاسکال}} \underbrace{\binom{k+۱}{۲}}_{\frac{۱۴\times۱۵}{۲}} = \underbrace{۱۰۵}_{\frac{۱۴\times۱۵}{۲}}$$

$$\Rightarrow k+۱ = ۱۵ \Rightarrow k = ۱۴$$

برای محاسبات بخش آخر می‌توانستیم علاوه‌بر چک کردن گزینه‌ها از روش زیر نیز استفاده کنیم:

$$k + \frac{k(k-۱)}{۲} = ۱۰۵ \Rightarrow \underbrace{k^۲ + k - ۲۱۰}_{(k-۱۴)(k+۱۵)} = ۰ \xrightarrow{k>۰} k = ۱۴$$

(ریاضی دهم، صفحهٔ ۱۳۴)

۳۵. گزینه ۱ صحیح است.

رقم سمت چپ فقط می‌تواند ۷ یا ۸ باشد.

$$\left.\begin{array}{l} \underbrace{①}_{۷} \times \underbrace{④ \times ③ \times ② \times ①}_{\text{جایگشت ۴ رقم استفاده نشده}} \times \underbrace{③}_{\text{۰ یا ۲ یا ۸}} = ۷۲ \\ \underbrace{①}_{۸} \times \underbrace{④ \times ③ \times ② \times ①}_{\text{جایگشت ۴ رقم استفاده نشده}} \times \underbrace{②}_{\text{۰ یا ۲}} = ۴۸ \end{array}\right\} \xrightarrow{\text{اصل جمع}} ۷۲ + ۴۸ = ۱۲۰$$

(ریاضی دهم، صفحهٔ ۱۲۴)

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۳۶. گزینه ۱ صحیح است.

اگر تعداد مدادها، خودنویس‌ها و پاک‌کن‌ها را به‌ترتیب برابر x، y و z باشد، دو تساوی زیر را داریم:

$$x+y+z=۱۰۵$$

$$۲x+۴y+\frac{z}{۳}=۱۲۰ \xrightarrow[\text{حذف یک متغیر}]{z=۱۰۵-x-y} \frac{۵x}{۳}+\frac{۱۱y}{۳}=۸۵$$

$$\xrightarrow{\times(۳)} ۵x+۱۱y=۲۵۵$$

حالا معادلهٔ سیالهٔ به‌دست آمده را حل می‌کنیم:

$$\begin{cases} ۵x+۱۱y \overset{۵}{\equiv} ۲۵۵ \Rightarrow ۱۱y \overset{۵}{\equiv} ۰ \Rightarrow y=۵k \\ \xrightarrow[\text{جایگذاری در معادلهٔ اولیه}]{} ۵x+۵۵k=۲۵۵ \Rightarrow x=۵۱-۱۱k \end{cases}$$

$$\Rightarrow z=۵۴+۶k$$

درنهایت کافی است سه شرط $x \geq ۰$، $y \geq ۰$ و $z \geq ۰$ را بررسی نماییم:

$$\begin{cases} x \geq ۰ \Rightarrow ۵۱-۱۱k \geq ۰ \Rightarrow k \leq \frac{۵۱}{۱۱} \\ y \geq ۰ \Rightarrow ۵k \geq ۰ \Rightarrow k \geq ۰ \\ z \geq ۰ \Rightarrow ۵۴+۶k \geq ۰ \Rightarrow k \geq -۹ \end{cases}$$

$$\xrightarrow[k \in \mathbb{Z}]{\text{اشتراک سه شرط}} k \in \{۰, ۱, ۲, ۳, ۴\}$$

(ریاضیات گسسته، صفحه‌های ۲۶ تا ۲۸)

۳۷. گزینه ۴ صحیح است.

می‌دانیم برای هر $n \in \mathbb{N}$ و $a, b \in \mathbb{Z}$، رابطهٔ $(a+b)^n \overset{ab}{\equiv} a^n+b^n$ برقرار است. بنابراین:

$$۷۶^n=(۶۵+۱۱)^n \overset{۱۱\times۶۵}{\equiv} ۶۵^n+۱۱^n \Rightarrow ۷۶^n-۶۵^n-۱۱^n \overset{۱۱\times۶۵}{\equiv} ۰$$

$$\xrightarrow{۵۵\mid ۱۱\times۶۵} ۷۶^n-۶۵^n-۱۱^n \overset{۵۵}{\equiv} ۰$$

از طرفی چون n فرد است، $(۹!)^n+(۱۰!)^n \mid ۹!+۱۰!$.

حال چون $۵۵q=(۱۰+۱)$ است، $A \overset{۵۵}{\equiv} \underbrace{۱۰!}_{۱۰\times۹!}+۹!=\underbrace{۹!}_{\text{عامل ۵ دارد}}$

خواهد بود.

(ریاضیات گسسته، صفحه‌های ۱۸ و ۲۹)

۳۸. گزینه ۲ صحیح است.

فاصلهٔ بین این دو روز را به‌دست می‌آوریم. یعنی محاسبه می‌کنیم از تاریخ ۱۰ اسفند تا ۸ اردیبهشت چند روز است.

$$(۲۳+\underbrace{۴\times۳۱}_{\text{خرداد تا شهریور}}+\underbrace{۵\times۳۰}_{\text{مهر تا بهمن}}+\underbrace{۱۰}_{\text{چون به عقب برمی‌گردیم}})$$

$$\overset{۷}{\equiv} -(۳+۵\times۲+۴\times۳+۲) \overset{۷}{\equiv} ۱$$

حالا اگر مبدأ (باقی‌مانده صفر) را روز دوشنبه فرض کنیم، یک روز جلوتر (باقی‌مانده ۱) روز سه‌شنبه است.

(ریاضیات گسسته، صفحهٔ ۲۴)

۳۹. گزینه ۴ صحیح است.

چون (مجموع ارقام A) $\overset{۹}{\equiv} A$ است، داریم:

$$A \overset{۹}{\equiv} ۳ \Rightarrow \text{مجموع ارقام } A \overset{۹}{\equiv} ۳ \Rightarrow a+b+۱۲ \overset{۹}{\equiv} ۳ \Rightarrow a+b \overset{۹}{\equiv} ۰$$

حالا درستی هر یک از گزینه‌ها را با استفاده از خواص هم‌نهشتی بررسی می‌کنیم:

(۱)

$$a \overset{۹}{\equiv} -b \xrightarrow{\text{طرفین به توان ۲}} a^۲ \overset{۹}{\equiv} b^۲$$

(۲)

$$a \overset{۹}{\equiv} -b \xrightarrow{\text{طرفین}\times(-۶)} -۶a \overset{۹}{\equiv} ۶b \xrightarrow{(۹,۳)=۳}$$

$$-۲a \overset{۳}{\equiv} ۲b \xrightarrow{-۲\equiv ۱} a \overset{۳}{\equiv} ۲b \quad \text{یا}$$

$$a \overset{۹}{\equiv} -b \xrightarrow{۳\mid ۹} a \overset{۳}{\equiv} -b \xrightarrow{-۱\equiv ۲} a \overset{۳}{\equiv} ۲b$$

(۳)

$$\begin{cases} a \overset{۹}{\equiv} -b \xrightarrow{\text{طرفین ضرب در هم}} ۴۷a \overset{۹}{\equiv} -۲b \Rightarrow ۴۷a \overset{۹}{\equiv} ۷b \\ ۴۷ \overset{۹}{\equiv} ۲ \end{cases}$$

(۴)

$$a \overset{۹}{\equiv} -b \Rightarrow a+b=۹k \Rightarrow \begin{cases} \xrightarrow{k=۲k'} a+b=۱۸k' \\ \xrightarrow{k=۲k'+۱} a+b=۱۸k'+۹ \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} a+b \overset{۱۸}{\equiv} ۰ \Rightarrow a \overset{۱۸}{\equiv} ۱۷b \\ a+b \overset{۱۸}{\equiv} ۹ \Rightarrow a \overset{۱۸}{\equiv} ۱۷b-۹ \end{cases}$$

پس گزینهٔ ۴ الزاماً درست نیست. (در تمامی حالات برقرار نیست.)

(ریاضیات گسسته، صفحهٔ ۲۴)

۴۰. گزینه ۱ صحیح است.

ابتدا از $۲ \overset{۱۵}{\equiv} ۱۷ \overset{۱۵}{\equiv} ۲(a^۲+۱۴)x$ چون $(۲, ۱۵)=۱$ است، نتیجه می‌شود $(a^۲+۱۴)x \overset{۱۵}{\equiv} ۱$.

پس اگر $(a^۲+۱۴, ۱۵)=۱$ باشد، معادلهٔ هم‌نهشتی داده شده جواب خواهد داشت. یعنی:

$$a^۲+۱۴ \overset{۳}{\not\equiv} ۰ \Rightarrow a \overset{۳}{\equiv} ۰ \Rightarrow \begin{cases} ۳ \mid a \text{ همواره } \checkmark \\ a \overset{۶}{\equiv} ۰ \text{ یا } ۳ \Rightarrow \text{گزینهٔ ۳ همواره درست نیست.} \end{cases}$$

$$a^۲+۱۴ \overset{۵}{\not\equiv} ۰ \Rightarrow a \overset{۵}{\equiv} ۰ \text{ یا } ۲ \text{ یا } -۲ \xrightarrow{a \overset{۳}{\equiv} ۰} a \overset{۱۵}{\equiv} ۰ \text{ یا } \pm ۲$$

$\downarrow$ همواره $۵=(۵, a)$ نیست

درنتیجه a و ۱۵ همواره نسبت به یکدیگر اول نیستند.

(ریاضیات گسسته، صفحهٔ ۲۴)

فیزیک

۴۱. گزینه ۳ صحیح است.

توجه داشته باشید که نیروهای کنش و واکنش بر دو جسم وارد می‌شوند و نمی‌توانیم بگوییم یکدیگر را خنثی می‌کنند. ضمناً برای جسمی که بر مسیر دایره‌ای حرکت می‌کند، بردار سرعت ثابت نیست، یعنی حرکت شتاب‌دار است حتی اگر تندی ثابت باشد. در مورد گزینهٔ ۲ هم دقت کنید که در نقطهٔ اوج، شتاب صفر نیست و فقط یک لحظه سرعت صفر می‌شود.

(فیزیک دوازدهم، صفحه‌های ۲۸ تا ۳۳)

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۴۲. گزینه ۱ صحیح است.

اگر W و W' به ترتیب وزن جسم در سطح زمین و مریخ باشد:

$$\frac{W'}{W}=\frac{mg'}{mg}=\frac{g'}{g}\Rightarrow\frac{W'}{۶۷۵}=\frac{۱}{۲/۷}\Rightarrow W'=\frac{۶۷۵}{۲/۷}\Rightarrow W'=۲۵۰\text{N}$$

(فیزیک دوازدهم، صفحه‌های ۳۳ و ۳۴)

۴۳. گزینه ۳ صحیح است.

عددی که ترازو نمایش می‌دهد متناسب با F_N است، مثلاً وقتی ترازو ۵۰ کیلوگرم نشان بدهد، یعنی F_N برابر ۵۰۰ نیوتون بوده است $(۵۰\times۱۰=۵۰۰)$.

در آسانسور اگر بزرگی شتاب a و جهت شتاب رو به بالا باشد:

$$F_N-mg=ma\ ,\ F_N>mg\quad(F_N\text{ بیشترین})$$

و اگر جهت شتاب به‌طرف پایین باشد:

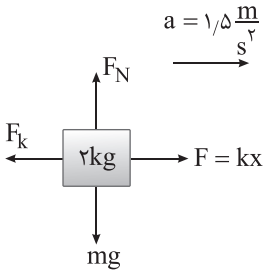
$$mg-F_N=ma\ ,\ F_N<mg\quad(F_N\text{ کمترین})$$

با توجه به هم‌اندازه بودن a در دو حالت، اگر این دو رابطه را از هم کم کنیم، خواهیم داشت:

$$F_{N\max}+F_{N\min}=۲mg\Rightarrow۹۲۰+۶۸۰=۲۰m\Rightarrow m=۸۰\text{kg}$$

(فیزیک دوازدهم، صفحهٔ ۳۶)

۴۴. گزینه ۴ صحیح است.

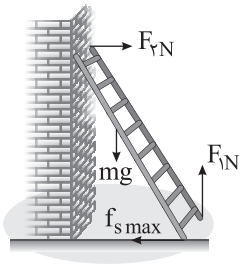


$$F_N-mg=۰$$
$$F_N=mg=۲۰\text{N}$$
$$F_{net}=kx-f_k=ma\Rightarrow۲۵۰x-\mu_kmg=ma$$
$$\Rightarrow۲۵۰x-۰/۲۵\times۲۰=۲\times۱/۵\Rightarrow۲۵۰x=۸$$
$$\Rightarrow x=\frac{۸}{۲۵۰}=\frac{۳۲}{۱۰۰۰}\text{m}\Rightarrow x=۳/۲\text{cm}$$

(فیزیک دوازدهم، صفحه‌های ۴۲ تا ۴۴)

۴۵. گزینه ۳ صحیح است.

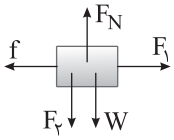
در آستانهٔ حرکت، نیروهای وارد بر نردبان متوازن‌اند:



$$F_{۲N}=f_{s\max}$$
$$F_{۱N}=mg$$
$$R=\sqrt{f_{s\max}^{۲}+F_{۱N}^{۲}}\Rightarrow۴۰\sqrt{۵}=\sqrt{(\mu_sF_{۱N})^{۲}+F_{۱N}^{۲}}$$
$$\Rightarrow۴۰\sqrt{۵}=\sqrt{(۰/۵\times mg)^{۲}+(mg)^{۲}}\Rightarrow۱۶۰۰\times۵=(mg)^{۲}\times۱/۲۵$$
$$\Rightarrow(mg)^{۲}\times\frac{۵}{۴}=۱۶۰۰\times۵\Rightarrow(mg)^{۲}=۱۶۰۰\times۴\Rightarrow mg=۴۰\times۲$$
$$\Rightarrow m=۸\text{kg}$$

(فیزیک دوازدهم، صفحهٔ ۴۴)

۴۶. گزینه ۳ صحیح است.



$$F_N-W-F_۲=۰\Rightarrow F_N=۱۰۰+۵۰=۱۵۰\text{N}$$
$$f_{s\max}=\mu_sF_N=۰/۶\times۱۵۰=۹۰\text{N}$$
$$F_۱<f_{s\max}\Rightarrow\text{وزنه حرکت نمی‌کند.}$$

چون وزنه ساکن است، $F_۱$ و f (اصطکاک ایستایی) متوازن هستند.

$$f=f_s=F_۱=۶۰\text{N}$$

(فیزیک دوازدهم، صفحه‌های ۴۰ و ۴۱)

۴۷. گزینه ۳ صحیح است.

در حالت اول نیروهای وارد بر وزنه، متوازن هستند.

$$(\vec{F}_۱+\vec{F}_۲+\vec{F}_۳=۰)$$

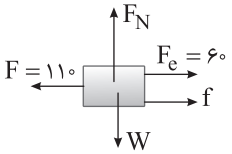
در حالت دوم $\vec{F}_۱$ و $\vec{F}_۲$ تغییر نکرده‌اند اما $\vec{F}_۳$ تغییر کرده است، پس $\vec{F}_{net}$ حالت دوم برابر همان مقدار تغییر $\vec{F}_۳$ است.

$$(\vec{F}_{net}=\vec{F}_۱+\vec{F}_۲+\vec{F}'_۳=\vec{F}_۱+\vec{F}_۲+\vec{F}_۳+\overrightarrow{\Delta F_۳}=O+\overrightarrow{\Delta F_۳}=\overrightarrow{\Delta F_۳})$$
$$F_{net}=ma\Rightarrow۳۰=۱۰a\Rightarrow a=۳\frac{\text{m}}{\text{s}^{۲}}$$

(فیزیک دوازدهم، صفحه‌های ۳۱ و ۳۳)

۴۸. گزینه ۳ صحیح است.

$$F_N-W=۰\Rightarrow F_N=mg=۱۰۰\text{N}$$
$$F_e=kx=۶۰۰\times۰/۱=۶۰\text{N}$$



$$f_{s\max}=\mu_sF_N=۱۰۰\times۰/۸=۸۰\text{N}$$
$$۱۱۰-۶۰<f_{s\max}\Rightarrow\text{وزنه ساکن می‌ماند.}$$
$$f_s=۱۱۰-۶۰=۵۰\text{N}$$
$$F=\sqrt{F_N^{۲}+f_s^{۲}}=\sqrt{۱۰۰^{۲}+۵۰^{۲}}=۵۰\sqrt{۵}\text{N}$$

(فیزیک دوازدهم، صفحه‌های ۴۱ و ۴۳)

۴۹. گزینه ۳ صحیح است.

$$F-f_k=ma\Rightarrow\begin{cases}۶۰-f_k=۱۰a\\(۶۰+۱۰)-f_k=۱۰\times۲a\end{cases}$$

شتاب حرکت وزنه در حالت اول: $\xrightarrow{\text{تفریق دو رابطه}}۱۰=۱۰a\Rightarrow a=۱\frac{\text{m}}{\text{s}^{۲}}$

$$\Rightarrow۶۰-f_k=۱۰\times۱\Rightarrow f_k=۵۰\text{N}$$
$$f_k=\mu_kF_N=\mu_kmg\Rightarrow۵۰=\mu_k\times۱۰۰\Rightarrow\mu_k=۰/۵$$

(فیزیک دوازدهم، صفحهٔ ۴۲)

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۵۰. گزینه ۱ صحیح است.

$$۱۰۸\frac{km}{h}=۳۰\frac{m}{s}$$

$$\Delta x=\Delta x_{\text{ترمز}}+\Delta x_{\text{واکنش}}$$

$$۱۰۰-۱۰=\Delta x_{\text{ترمز}}+(۳۰\times۱)\Rightarrow \Delta x_{\text{ترمز}}=۶۰\,m$$

$$V_۲^۲-V_۱^۲=۲a\Delta x\Rightarrow ۰-۹۰۰=۲a\times۶۰$$

$$\Rightarrow a=-۷/۵\frac{m}{s^۲}$$

$$|F_{net}|=m|a|=۸۰\times۷/۵=۶۰۰\,N$$

(فیزیک دوازدهم، تمرین ۱۲ صفحهٔ ۵۸ و تمرینات دوره‌ای فصل ۲)

۵۱. گزینه ۳ صحیح است.

وقتی وزنه ساکن و یا در آستانهٔ لغزیدن است، $f_s=mg$ و زیاد کردن مقدار F اگرچه F_N را زیاد می‌کند بر مقدار f_s اثر ندارد.

(فیزیک دوازدهم، تمرین ۱۵ صفحهٔ ۵۹ تمرینات دوره‌ای فصل ۲)

۵۲. گزینه ۲ صحیح است.

در قسمت اول با شتاب $a_۱$ حرکت می‌کند و با طی مسافت d تندی به v می‌رسد.

$$\text{حالت اول}:\begin{cases}F-f_k=ma_۱\\ v^۲-۰=۲a_۱d\end{cases}$$

در قسمت دوم با طی مسافت $\frac{d}{۹}$ تندی از V به صفر می‌رسد و شتاب $a_۲$ است.

$$\text{حالت دوم}:\begin{cases}-f_k=ma_۲\\ ۰-v^۲=۲a_۲\frac{d}{۹}\end{cases}$$

$$\Rightarrow a_۲=-۹a_۱\Rightarrow\frac{F-f_k}{f_k}=\frac{۱}{۹}\Rightarrow ۱۰f_k=۹F$$

$$\Rightarrow F=\frac{۱۰}{۹}f_k$$

(فیزیک دوازدهم، صفحهٔ ۴۲)

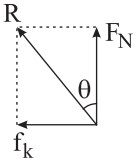
۵۳. گزینه ۲ صحیح است.

$$F_N+F_۲-mg=۰\Rightarrow F_N=mg-F_۲$$

با افزایش $F_۲$ مقدار F_N کم می‌شود و مقدار f_k هم کم می‌شود.

$$f_k=\mu_kF_N\Rightarrow\tan\theta=\frac{f_k}{F_N}=\mu_k\Rightarrow$$ زاویهٔ θ تغییر نمی‌کند.

$$|\vec{R}|=\sqrt{f_k^۲+F_N^۲}\Rightarrow$$ کم می‌شود. $|\vec{R}|$



(فیزیک دوازدهم، صفحه‌های ۴۲ و ۴۶)

۵۴. گزینه ۱ صحیح است.

نیروی مقاومت هوا در خلاف جهت حرکت بر توپ وارد می‌شود، پس در بالاترین نقطهٔ مسیر $\vec{f}_D$ افقی است.

$$|\vec{a}|=\frac{|\vec{F}_{net}|}{m}=\frac{\sqrt{(mg)^۲+(f_D)^۲}}{m}=\frac{\sqrt{(mg)^۲+(\frac{۱}{۲}mg)^۲}}{m}$$

$$=g\sqrt{۱+\frac{۱}{۴}}=g\frac{\sqrt{۵}}{۲}=۵\sqrt{۵}\frac{m}{s^۲}$$

(فیزیک دوازدهم، مثال ۲ -۲)

۵۵. گزینه ۲ صحیح است.

در حالت اول $F_e=W$ و در حالت دوم $F_e=W-F$ است.

$$F_e=kx\Rightarrow\frac{F_{e_۲}}{F_{e_۱}}=\frac{x_۲}{x_۱}\Rightarrow\frac{۹۰-F}{۹۰}=\frac{۵}{۶}$$

$$\Rightarrow F=\frac{۹۰}{۶}=۱۵\,N$$

(فیزیک دوازدهم، صفحهٔ ۴۳)

۵۶. گزینه ۴ صحیح است.

$$F_N=F=۳۰۰\,N$$

$$f_s=f_{s\,max}=mg\Rightarrow ۳۰۰\mu_s=mg$$

$$\Rightarrow ۱۵۰=mg\Rightarrow m=۱۵\,kg$$

در حالت دوم، وزنه با شتاب ثابت ۵/۲ متر بر مجذور ثانیه پایین می‌رود:

$$W-f_k=ma\Rightarrow ۱۵۰-f_k=۱۵\times۵/۲\Rightarrow f_k=۷۲\,N$$

$$f_k=\mu_kF_N\Rightarrow ۰/۴F_N=۷۲\Rightarrow F_N=۱۸۰N\Rightarrow F=۱۸۰N$$

پس مقدار نیروی F از ۳۰۰ به ۱۸۰ نیوتون رسیده، یعنی ۱۲۰ نیوتون کم شده است.

(فیزیک دوازدهم، صفحهٔ ۴۲ و تمرین ۱۵ تمرینات دوره‌ای فصل ۲)

۵۷. گزینه ۴ صحیح است.

$$K=\frac{۱}{۲}mv^۲\Rightarrow\frac{K_۲}{K_۱}=(\frac{v+۱۰}{v-۱۰})^۲=۹\Rightarrow\frac{v+۱۰}{v-۱۰}=۳$$

$$\Rightarrow v=۲۰\frac{m}{s}$$

انرژی جنبشی به تندی جسم بستگی دارد و جهت حرکت اثری بر آن ندارد.

(فیزیک دهم، صفحه‌های ۵۴ و ۵۵)

۵۸. گزینه ۳ صحیح است.

از قضیهٔ کار ـ انرژی جنبشی داریم:

حالت اول: $W_t=\Delta K\Rightarrow W_F=\frac{۱}{۲}mv^۲\Rightarrow F.d=\frac{۱}{۲}mv^۲$ (۱)

حالت دوم: $W'_t=\Delta K'\Rightarrow W_{F'}=\frac{۱}{۲}\frac{m}{۲}(۴v)^۲$

$$\Rightarrow F'\times\frac{d}{۲}=\frac{۱}{۲}\frac{m}{۲}(۱۶v^۲)\ (۲)$$

اکنون عبارت شمارهٔ (۲) را بر عبارت شمارهٔ (۱) تقسیم می‌کنیم.

$$\frac{F'.\frac{d}{۲}}{F.d}=\frac{\frac{۱}{۲}\frac{m}{۲}(۱۶v^۲)}{\frac{۱}{۲}mv^۲}\Rightarrow\frac{F'}{F}=۱۶$$

(فیزیک دهم، صفحه‌های ۶۱ تا ۶۴)

۵۹. گزینه ۴ صحیح است.

قضیهٔ کار ـ انرژی جنبشی: $W_t=\Delta K$

$$\Rightarrow W_{mg}+W_{f_k}+W_{f_D}=K_B-\cancel{K_A}^{۰}$$

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

W_{f_k} و W_{f_D} هر دو منفی هستند و با توجه به اینکه B پایین‌تر از A است، کار وزن مثبت است. جابه‌جایی گلوله در راستای قائم برابر شعاع کره است، پس $(W_{mg} = mgR)$ و $W_{f_k} = ۵W_{f_D}$ است.

$$\Rightarrow +mgR + ۶W_{f_D} = \frac{۱}{۲}mv_B^۲$$

$$\Rightarrow ۶W_{f_D} = \frac{۱}{۲}\times ۸\times ۲۵ - ۸\times ۱۰\times ۲ \Rightarrow ۶W_{f_D} = -۶۰$$

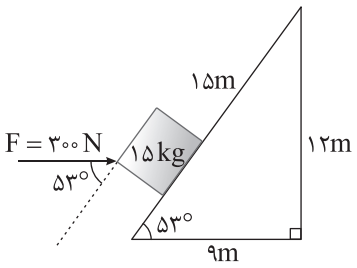
$$\Rightarrow W_{f_D} = -۱۰\,J$$

(فیزیک دهم، صفحه‌های ۶۱ تا ۶۴)

۶۰. گزینه ۳ صحیح است.

نیروی F با راستای سطح شیب‌دار زاویهٔ ۵۳° می‌سازد:

$$W_F = F.d.\cos\theta = ۳۰۰\times ۱۵\times \cos ۵۳^\circ = ۲۷۰۰\,J$$



وقتی جسم بالا می‌رود، کار نیروی وزن منفی است.

$$\Delta h = ۱۵\sin ۵۳^\circ = ۱۵\times ۰/۸ = ۱۲m$$

$$W_{mg} = -mg\Delta h = -۱۵۰\times ۱۲ = -۱۸۰۰\,J$$

از قضیهٔ کار ـ انرژی جنبشی داریم:

$$W_t = \Delta K$$

$$\Rightarrow W_F + W_{mg} + W_{f_k} = ۰ \Rightarrow ۲۷۰۰ + (-۱۸۰۰) - f_k.d = ۰$$

$$\Rightarrow -f_k\times ۱۵ = -۹۰۰ \Rightarrow f_k = ۶۰N$$

دقت کنید مقدار مسافت ۱۵ متر در جواب تأثیری ندارد. یعنی اگر به‌جای ۱۵ متر هر عدد دیگری هم باشد، جواب فرقی نمی‌کند.

(فیزیک دهم، صفحه‌های ۶۱ تا ۶۴)

۶۱. گزینه ۱ صحیح است.

ابتدا جرم کرهٔ فلزی را به‌دست می‌آوریم:

$$m = \rho\times v \Rightarrow m = ۸۰۰۰\times \frac{۴}{۳}\times ۳\times ۱۲۵\times ۱۰^{-۶} = ۴kg$$

سپس تغییرات انرژی پتانسیل را با توجه به اینکه کره ۱۲۰cm پایین آمده است، به‌دست می‌آوریم.

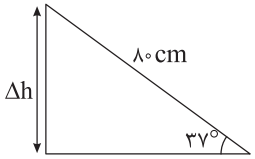
$$\Delta U = mg\Delta h \Rightarrow \Delta U = ۴\times ۱۰\times (-۱/۲) = -۴۸J$$

$$W_{mg} = -\Delta U_g \Rightarrow W_{mg} = ۴۸J$$

(فیزیک دهم، صفحه‌های ۶۵ تا ۶۸)

۶۲. گزینه ۳ صحیح است.

کار نیروی وزن به نیروی F و اصطکاک و... بستگی ندارد و فقط به جابه‌جایی عمودی و وزن جسم بستگی دارد.



$$\Delta h = ۸۰\times \sin ۳۷^\circ = ۴۸\,cm$$

کار نیروی وزن جسمی که بالا می‌رود، منفی است.

$$W_{mg} = -۳۰\times ۱۰\times ۰/۴۸ = -۱۴۴J$$

(فیزیک دهم، صفحه‌های ۶۵ تا ۶۸)

۶۳. گزینه ۲ صحیح است.

$$E_۱ = E_۲ \Rightarrow K_۱ + U_۱ = K_۲ + U_۲$$

$$\frac{۱}{۲}mv_۲^۲ - \frac{۱}{۲}mv_۱^۲ = -mg(h_۲ - h_۱) \Rightarrow v_۲^۲ - v_۱^۲ = -۲g\Delta h$$

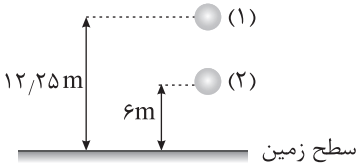
این رابطه، مستقل از جرم جسم و مسیر آن در هر آزمایشی که تنها وزن روی جسم کار انجام می‌دهد، برقرار است.

$$۸^۲ - ۲۰^۲ = -۲۰H \Rightarrow H = \frac{۴۰۰ - ۶۴}{۲۰} = ۱۶/۸\,m$$

(فیزیک دهم، صفحه‌های ۶۸ تا ۷۰)

۶۴. گزینه ۳ صحیح است.

مبدأ انرژی پتانسیل گرانشی را سطح زمین فرض می‌کنیم.



$$W_t = \Delta K$$

$$W_{mg} + W_{f_D} = \Delta K$$

$$\Rightarrow ۱\times ۱۰\times ۶/۲۵ + W_{f_D} = \frac{۱}{۲}\times ۱(۱۲^۲ - ۱۰^۲)$$

$$\Rightarrow W_{f_D} = ۲۲ - ۶۲/۵ = -۴۰/۵\,J$$

کار نیروی مقاومت هوا $-۴۰/۵$ ژول است، پس به‌اندازهٔ ۴۰/۵ ژول از انرژی مکانیکی این جسم تلف شده است.

(فیزیک دهم، صفحه‌های ۷۱ و ۷۲)

۶۵. گزینه ۲ صحیح است.

$E_۱ = U_۱ + K_۱ = ۰ + \frac{۱}{۲}mv_۱^۲$: انرژی مکانیکی توپ در شروع حرکت

$$= \frac{۱}{۲}\times m\times ۴۰^۲ = ۸۰۰m$$

$E_۲ = U_۲ + K_۲$: انرژی مکانیکی توپ در انتهای مسیر

$$= mgh_۲ + \frac{۱}{۲}mv_۲^۲ = ۴۰۰m + ۲۰۰m = ۶۰۰m$$

$\frac{E_۲}{E_۱} = \frac{۶۰۰}{۸۰۰} = ۰/۷۵ \Rightarrow$ ۲۵ درصد انرژی مکانیکی توپ تلف شده است.

(فیزیک دهم، صفحه‌های ۷۱ تا ۷۳)

۶۶. گزینه ۳ صحیح است.

در هر دقیقه ۱۲۰۰ کیلوگرم آب از چاه خارج شده، یعنی به‌طور متوسط در هر ثانیه ۲۰ کیلوگرم آب از عمق ۵ متری تا ارتفاع ۸۰ سانتی‌متری برده شده، یعنی $\Delta h = ۵/۸\,m$. ضمناً آب از حال سکون به تندی $۲\frac{m}{s}$ رسیده است.

$$W_t = \Delta K \Rightarrow W_{وزن} + W_{پمپ} = \Delta K$$

$$\Rightarrow -۲۰\times ۱۰\times ۵/۸ + W = \frac{۱}{۲}\times ۲۰\times (۲^۲ - ۰)$$

$$\Rightarrow W = ۲۰\times ۲ + ۲۰\times ۵۸ = ۱۲۰۰\,J$$

کار مفید خروجی پمپ در هر ثانیه

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

انرژی تلف شده در پمپ در هر ثانیه $W_{\text{تلف}} = \frac{۲}{۳}W_{\text{مفید}} = \frac{۲}{۳}\times ۱۲۰۰ = ۸۰۰\,J$

$W_{\text{ورودی}} = ۱۲۰۰ + ۸۰۰ = ۲۰۰۰$ ژول $\Rightarrow P = \frac{W}{\Delta t} = ۲۰۰۰W = ۲kW$

(فیزیک دهم، صفحه‌های ۷۳ تا ۷۶)

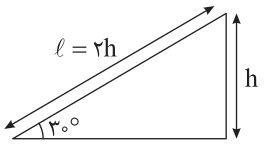
۶۷. گزینه ۲ صحیح است.

جمله‌های (الف) و (ج) درست هستند، یعنی در محاسبهٔ انرژی جنبشی جسم $(K = \frac{۱}{۲}mv^۲)$ تندی اهمیت دارد و جهت حرکت مهم نیست. ضمناً کار نیروی وزن که از رابطهٔ $(W = -mg\Delta h)$ حساب می‌شود، به مسیر حرکت بستگی ندارد و فقط جابه‌جایی عمودی مهم است.

علت نادرستی جملهٔ (ب) این است که نیروهایی غیر از اصطکاک هم می‌توانند سبب افزایش یا کاهش انرژی مکانیکی جسم شوند، برای مثال وقتی یک توپ را روی سطح افقی از حال سکون پرتاب می‌کنیم، انرژی مکانیکی آن زیاد می‌شود. (U ثابت است و K زیاد شده است.)

(فیزیک دهم، صفحه‌های ۵۴، ۶۴ و ۶۵)

۶۸. گزینه ۱ صحیح است.



قضیهٔ کار ـ انرژی جنبشی برای کل مسیر رفت و برگشت:

$\Delta K = W_t \Rightarrow \frac{۱}{۲}m(v_۲^۲ - v_۱^۲) = W_F + W_{\text{وزن}} + W_{\text{اصطکاک}}$

$\frac{۱}{۲}\times ۲(۵^۲ - ۰) = ۲۰\times ۳ + ۰ + W_{f_k} \Rightarrow W_{f_k} = -۳۵\,J$

کار اصطکاک در کل رفت و برگشت ۳۵− ژول است پس در هر مسیر ۱۷/۵− ژول است.

قضیهٔ کار ـ انرژی جنبشی را برای مسیر بالا رفتن: (کار وزن در بالا رفتن منفی است.)

$\Delta K = W_t \Rightarrow ۰ - ۰ = -mgh - ۱۷/۵ + \underbrace{۲۰\times ۳}_{\text{کار نیروی F}}$

$۰ = -۲۰h - ۱۷/۵ + ۶۰ \Rightarrow ۴۲/۵ = ۲۰h \Rightarrow h = \frac{۱۷}{۸}m$

$\Rightarrow \ell = ۲h = \frac{۱۷}{۴}m$

(فیزیک دهم، صفحه‌های ۶۱ و ۶۵)

۶۹. گزینه ۴ صحیح است.

کار نیروی وزن به مسیر حرکت بستگی ندارد.

$K_۲ - K_۱ = W_t = W_{\text{وزن}} \Rightarrow \frac{۱}{۲}m(v^۲ - v_۰^۲) = mgh$

h: ارتفاع محل پرتاب تا زمین است.

$\Rightarrow v^۲ - v_۰^۲ = ۲gh \xrightarrow{v_{۰A} = v_{۰B}} v_B = v_A$

m از محاسبه حذف شده، پس جرم گلوله‌ها اثری در نتیجه ندارد.

(فیزیک دهم، صفحه‌های ۶۱ و ۶۵)

۷۰. گزینه ۲ صحیح است.

$\Delta K = W_t = W_W + W_{f_D}$

$\Rightarrow \frac{۱}{۲}m(۲۲^۲ - ۱۰^۲) = m\times ۱۰\times ۲۰ + W_{f_D}$

$\Rightarrow ۱۹۲m = ۲۰۰m + W_{f_D} \Rightarrow W_{f_D} = -۸m$

کار نیروی مقاومت هوا در مسافت ۲۰ متر

آزمایش دوم:

$\frac{۱}{۲}m(۱^۲ - v_۰^۲) = -m\times ۱۰\times ۳۰ + (-۸m\times \frac{۳۰}{۲۰})$

توجه کنید که در آزمایش دوم کار نیروی مقاومت هوا در مسافت ۳۰ متر حساب می‌شود پس $\frac{۳}{۲}$ برابر آزمایش اول است.

$\frac{۱}{۲}(۱ - v_۰^۲) = -۳۰۰ - ۱۲ \Rightarrow ۱ - v_۰^۲ = -۶۲۴ \Rightarrow v_۰^۲ = ۶۲۵$

$\Rightarrow v_۰ = ۲۵\frac{m}{s}$

(فیزیک دهم، صفحه‌های ۶۱ و ۶۵)

شیمی

۷۱. گزینه ۴ صحیح است.

ابتدا میزان انحلال‌پذیری این نمک را در هریک از دماهای داده شده به‌دست می‌آوریم:

$\begin{cases} ۵۰^\circ C \Rightarrow S = ۰/۲\times ۵۰ + ۸۶ \Rightarrow S = ۹۶\frac{g}{۱۰۰g\,H_۲O} \\ ۲۰^\circ C \Rightarrow S = ۰/۲\times ۲۰ + ۸۶ \Rightarrow S = ۹۰\frac{g}{۱۰۰g\,H_۲O} \end{cases}$

$\Rightarrow$ اختلاف انحلال‌پذیری $= ۶g$

در دمای $۵۰^\circ C$، انحلال‌پذیری این نمک برابر ۹۶ گرم در ۱۰۰ گرم آب است. بنابراین ۱۹۶ گرم از محلول آن را در دمای $۵۰^\circ C$ در اختیار داریم که با سرد کردن تا دمای $۲۰^\circ C$، ۶ گرم رسوب حاصل می‌شود.

حال داریم:

$\frac{\text{۱۹۶ گرم محلول} \mid \text{۶ گرم رسوب}}{\text{۴۹ گرم محلول} \mid \text{x گرم رسوب}} \Rightarrow x = ۱/۵\,g$ رسوب

بنابراین ۱/۵ گرم رسوب را در اختیار داریم. حال با توجه به رابطهٔ درصد جرمی خواهیم داشت:

$\text{درصد جرمی} = \frac{\text{جرم حل‌شونده}}{\text{جرم محلول}}\times ۱۰۰ \Rightarrow ۲۰ = \frac{۱/۵}{۱/۵ + x}\times ۱۰۰$

$\Rightarrow x = ۶g$ آب

(شیمی دهم، صفحه‌های ۱۰۱ تا ۱۰۳)

۷۲. گزینه ۲ صحیح است.

ابتدا درصد جرمی محلول حاصل از نمک آمونیوم نیترات را در دمای $۹۰^\circ C$ محاسبه می‌کنیم:

$۹۰^\circ C \Rightarrow S = ۶۰g \Rightarrow \text{درصد جرمی} = \frac{۶۰}{۱۰۰ + ۶۰}\times ۱۰۰ = ٪۳۷/۵$

حال با توجه به اینکه درصد جرمی محلول در دمای $۹۰^\circ C$، ۱۷/۵ درصد بیشتر از درصد جرمی آن در دمای $۳۵^\circ C$ است، درصد جرمی آن را در دمای $۳۵^\circ C$ می‌یابیم:

درصد جرمی در دمای $۳۵^\circ C = ۳۷/۵ - ۱۷/۵ = ٪۲۰$

حال با توجه به درصد جرمی آن در دمای $۳۵^\circ C$، انحلال‌پذیری آن را می‌یابیم:

$S = \frac{\text{درصد جرمی}\times ۱۰۰}{۱۰۰ - \text{درصد جرمی}} \Rightarrow S = \frac{۲۰۰۰}{۸۰} = ۲۵g$

حال با توجه به اینکه در هر دو دما میزان انحلال‌پذیری را داریم جرم رسوب و سپس جرم محلول باقی‌مانده را می‌یابیم:

$\text{جرم رسوب} = ۲۰۰g\,\text{محلول}\times \frac{\text{رسوب } ۳۵g}{\text{محلول } ۱۶۰g} = ۴۳/۷۵\,g$ رسوب

$\text{جرم محلول باقی‌مانده} = ۲۰۰g - ۴۳/۷۵\,g = ۱۵۶/۲۵\,g$ محلول

(شیمی دهم، صفحه‌های ۱۰۱ تا ۱۰۳)

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۷۳. گزینه ۴ صحیح است.

ابتدا مقدار KOH را پس از مخلوط شدن به‌دست می‌آوریم:

$$?\,mol\,KOH = 92g\ \text{محلول سیرشده}\ KOH \times \frac{84g\,KOH}{184g\ \text{محلول سیرشده}\ KOH} \times \frac{1\,mol\,KOH}{56g\,KOH} = 0/75\,mol\,KOH$$

$$\text{پس از مخلوط شدن KOH مجموع مول} = 0/75\,mol + 0/08\,mol = 0/83\,mol$$

$$?\,mL\,H_2SO_4 = 0/83\,mol\,KOH \times \frac{1\,mol\,H_2SO_4}{2\,mol\,KOH} \times \frac{1\,L\,H_2SO_4}{2\,mol\,H_2SO_4}$$

$$\times \frac{1000\,mL\,H_2SO_4}{1\,L\,H_2SO_4} = 207/5\,mL\,H_2SO_4$$

(شیمی دهم، صفحه‌های ۱۰۱ تا ۱۰۳)

۷۴. گزینه ۴ صحیح است.

با توجه به داده‌های جدول داریم:

فشار (atm) / $S(\frac{g}{100g\,H_2O})$	۰	۲/۲	۴/۴	۶/۶
AB	۰	۰/۰۳	۰/۰۶	۰/۰۹
B_2	۰	۰/۰۲	۰/۰۴	۰/۰۶
A_2	۰	۰/۰۱	۰/۰۲	۰/۰۳

$$B_2\ \text{مولار} = \frac{10 \times S \times 1}{30} \Rightarrow 0/02 = \frac{\text{چگالی} \times \text{انحلال‌پذیری} \times 10}{\text{جرم مولی}}$$

$$\Rightarrow 10S = 0/6 \Rightarrow S = 0/06g$$

بنابراین در فشار ۶/۶ اتسمفر میزان انحلال‌پذیری گاز B_2 برابر ۰/۰۶ گرم و غلظت مولار آن برابر ۰/۰۲ مولار است. با توجه به خطی بودن انحلال این گازها، در فشار ۳/۳ اتمسفر داریم:

$$\frac{P_2}{P_1} = \frac{S_2}{S_1} \Rightarrow \frac{3/3}{4/4} = \frac{S_2}{0/06} \Rightarrow S_2 = 0/045g$$

بنابراین در فشار ۳/۳ اتمسفر میزان انحلال‌پذیری گاز AB برابر ۰/۰۴۵ گرم است. حال داریم:

$$\text{مولار} = \frac{\text{چگالی} \times \text{انحلال‌پذیری} \times 10}{\text{جرم مولی}} \Rightarrow AB\ \text{مولار} = \frac{10 \times 0/045 \times 1}{25}$$

$$= 18 \times 10^{-3}\,mol.L^{-1}$$

(شیمی دهم، صفحه‌های ۱۰۱ تا ۱۰۳ و ۱۱۵)

۷۵. گزینه ۳ صحیح است.

چون انحلال نمک‌های KNO_3 و KCl در آب گرماگیر است، افزودن آنها به آب سبب می‌شود تا دمای آب کاهش می‌یابد.

بررسی سایر گزینه‌ها:

۱) نحوهٔ جهت‌گیری مولکول‌های آب در میدان الکتریکی نشان می‌دهد که اتم اکسیژن سر منفی مولکول آب را تشکیل می‌دهد.

۲) استون به هر نسبتی در آب حل می‌شود، اما توانایی تشکیل پیوند هیدروژنی بین مولکول‌های خود را ندارد.

۴) گشتاور دوقطبی اغلب هیدروکربن‌ها (نه ترکیبات آلی) در حدود صفر بوده و ناچیز است.

(شیمی دهم، صفحه‌های ۱۰۳ تا ۱۰۵)

۷۶. گزینه ۳ صحیح است.

نقطهٔ جوش استون از اتانول کمتر است، زیرا اتانول می‌تواند پیوند هیدروژنی تشکیل دهد و نقطهٔ جوش بیشتری خواهد داشت.

بررسی سایر گزینه‌ها:

۱) لیتیم سولفات: بار الکتریکی آنیون آن همانند یون کربنات بوده و انحلال‌پذیری آن در آب گرماده است.

۲) هیدروژن سولفید: تفاوت نقطهٔ جوش آن با آب برابر ۱۶۰°C است و حالت فیزیکی آن گاز است. (نقطهٔ جوش هیدروژن سولفید ۶۰°C− و نقطهٔ جوش آب ۱۰۰°C است.)

۴) نیروهای بین مولکولی: به برهم‌کنش‌های میان مولکول‌های سازندهٔ یک ماده گفته می‌شود که در شرایط یکسان، قدرت نیروهای بین مولکولی در حالت جامد بیشتر از حالت گاز است.

(شیمی دهم، صفحه‌های ۱۰۲ تا ۱۰۷)

۷۷. گزینه ۱ صحیح است.

CO قطبی و N_2 ناقطبی است و مولکول CO زودتر به مایع تبدیل می‌شود.

بررسی سایر گزینه‌ها:

۲) ویژگی‌های شیمیایی و فیزیکی در H_2S و H_2O متفاوت بوده و گشتاور دوقطبی هر دو همانند PH_3 بزرگ‌تر از صفر است.

۳) در منیزیم کلرید میانگین قدرت پیوند یونی در ترکیب و پیوندهای هیدروژنی در آب کمتر از نیروی جاذبهٔ یون ـ دوقطبی در محلول است.

۴) تفاوت قطبیت CS_2 و CO_2 همانند تفاوت قطبیت N_2 و O_2 حدوداً برابر صفر است، زیرا همهٔ مولکول‌های ذکر شده ناقطبی بوده و گشتاور دوقطبی آنها حدوداً صفر است.

(شیمی دهم، صفحه‌های ۱۰۵ تا ۱۱۲)

۷۸. گزینه ۳ صحیح است.

آلوتروپ ناپایدارتر اکسیژن (اوزون) برخلاف SiF_4 در میدان الکتریکی جهت‌گیری می‌کند و همانند SO_2 دارای ۶ جفت‌الکترون ناپیوندی است.



بررسی سایر گزینه‌ها:

۱) متانول به‌صورت مولکولی در آب حل شده و می‌تواند پیوند هیدروژنی تشکیل دهد.

$$\frac{mg\ \text{آب}}{18g\ \text{آب}} < \frac{(m + 1/6m)\,g\ \text{متانول}}{32g\ \text{متانول}}$$

تعیین‌کنندهٔ حلال، تعداد مول است. پس در حالت اولیه، آب حلال است:

$$\frac{mg\ \text{آب}}{18g\ \text{آب}} > \frac{mg\ \text{متانول}}{32g\ \text{متانول}}$$

حال اگر ۱/۶ گرم متانول به محلول اولیه افزوده شود، خواهیم داشت: بنابراین مقدار مول متانول بیشتر از مقدار مول آب است و حال متانول حلال است و نوع حلال تغییر کرده است.

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۲) میلهٔ شیشه‌ای از لحاظ بار الکتریکی خنثی است اما بر اثر مالش به موی خشک دارای بار منفی خواهد شد.

۴) مبنای اندازه‌گیری گشتاور دوقطبی، جهت‌گیری مولکول‌های قطبی در میدان الکتریکی است.

(شیمی دهم، صفحه‌های ۱۰۳ تا ۱۰۷)

۷۹. گزینه ۳ صحیح است.

عبارت‌های (آ) و (ت) نادرست هستند.

بررسی عبارت‌ها:

آ) نمودار تغییرات نقطهٔ جوش ترکیبات هیدروژن‌دار گروه ۱۷ جدول مؤلفهٔ xها را قطع می‌کند.

ب) مقایسهٔ نقطهٔ جوش ترکیبات هیدروژن‌دار گروه ۱۵ به‌صورت $NH_3 > AsH_3 > PH_3$ است که در PH_3، اتم مرکزی در لایهٔ ظرفیت خود دارای ۳ الکترون با $l = 1$ است.

$$_{15}P : 1s^2\,2s^2\,2p^6\,\underline{3s^2\,3p^3}$$

پ) در ساختار ترکیبی که بیشترین نقطهٔ جوش را در بین عناصر هیدروژن‌دار گروه ۱۵ جدول دارد (NH_3)، یک جفت‌الکترون ناپیوندی وجود دارد.



ت) مقایسهٔ نقطهٔ جوش عناصر هیدروژن‌دار گروه ۱۷ به‌صورت $HF > HBr > HCl$ است که شعاع اتمی Br بزرگ‌تر از شعاع اتمی Cl است.

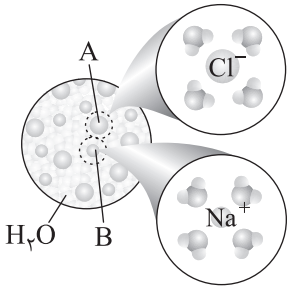
(شیمی دهم، صفحهٔ ۱۰۷)

۸۰. گزینه ۳ صحیح است.

با انحلال سدیم کلرید در آب، ساختار شبکهٔ بلور در هم می‌ریزد و تمامی یون‌های موجود با لایه‌ای از مولکول‌های آب پوشیده می‌شوند.

بررسی سایر گزینه‌ها:

۱) انحلال آن در آب همانند $NaNO_3$ و برخلاف C_2H_5OH به‌صورت یونی است.



۲) A و B به‌ترتیب می‌توانند مربوط به Cl^- و Na^+ باشند.

۴) انحلال سدیم کلرید همانند انحلال آمونیوم نیترات در آب، با تولید یون همراه است.

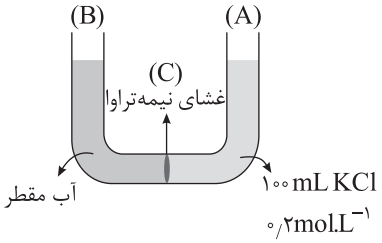
$$NaCl(s) \xrightarrow{\text{در آب}} Na^+(aq) + Cl^-(aq)$$

$$NH_4NO_3(s) \xrightarrow{\text{در آب}} NH_4^+(aq) + NO_3^-(aq)$$

(شیمی دهم، صفحهٔ ۱۱۲)

۸۱. گزینه ۱ صحیح است.

شکل بیانگر فرایند اسمز است که در آن مولکول‌های آب از محیط رقیق به محیط غلیظ می‌روند، بنابراین پس از گذشت مدتی، ارتفاع محلول در بازوی A بیشتر از ارتفاع محلول در بازوی B خواهد بود.



بررسی سایر گزینه‌ها:

۲) مولکول‌های آب می‌توانند از طریق دیوارهٔ C به هر دو سمت حرکت کنند.

۳) سرعت حرکت مولکول‌های آب از محلول B به A بیشتر از سرعت حرکت آن از محلول A به B است، زیرا تعداد مولکول‌های آب در آب مقطر بیشتر است.

۴) C، غشای نیمه‌تراوا است که دارای روزنه‌هایی بر روی سطح خود می‌باشد.

(شیمی دهم، صفحه‌های ۱۱۷ و ۱۱۸)

۸۲. گزینه ۴ صحیح است.

بررسی عبارت‌ها:

آ) از سه روش تصفیهٔ آب (تقطیر ـ اسمز وارونه ـ صافی کربن) در روش تقطیر، ترکیب‌های آلی فرار از آب جدا نمی‌شوند.

ب) با انحلال نمک در آب، انحلال‌پذیری گازها در آب کاهش می‌یابد. در شرایط یکسان، غلظت گاز اکسیژن حل شده در آب دریا در مقایسه با آب آشامیدنی کمتر است، زیرا مقدار نمک‌های حل شده در آب دریا در مقایسه با آب آشامیدنی بیشتر است.

پ) در دمای ۲۰°C، انحلال‌پذیری آمونیوم نیترات در آب در مقایسه با کلسیم سولفات بسیار بیشتر است.

(شیمی دهم، صفحه‌های ۱۱۹، ۱۲۱ و ۱۲۲)

۸۳. گزینه ۳ صحیح است.

برای پرهیز از بیان غلظت‌های کم و بسیار کم یون هیدرونیوم می‌توان از pH استفاده کرد.

بررسی سایر گزینه‌ها:

۱) شیرهٔ معده برخلاف رودهٔ کوچک دارای $pH < 7$ است.

۲) رنگی که کاغذ pH درون یک محلول به خود می‌گیرد، نشان‌دهندهٔ pH تقریبی آن است.

۴) آب و همهٔ محلول‌های آبی، محتوی یون‌های هیدرونیوم و هیدروکسید هستند.

(شیمی دوازدهم، صفحه‌های ۲۴ تا ۲۶)

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۸۴. گزینه ۴ صحیح است.

با توجه به رابطهٔ $[H^+] = M\alpha$ و با توجه به داده‌های سؤال داریم:

$$\begin{cases}[H^+]_1 = [A]\times ۳\times ۱۰^{-۳} \\ [H^+]_2 = [B]\times ۱۲\times ۱۰^{-۲}\end{cases} \xrightarrow{\frac{[H^+]_1 = ۱۰^{-۵}}{[H^+]_2 = ۱۰^{-۳}}} \frac{۱۰^{-۵}}{۱۰^{-۳}} = \frac{۳\times ۱۰^{-۳}\times [A]}{۱۲\times ۱۰^{-۲}\times [B]}$$

$$\Rightarrow ۱۰^{-۲} = \frac{۰/۱}{۴}\times\frac{[A]}{[B]} \Rightarrow \frac{[A]}{[B]} = ۰/۴$$

(شیمی دوازدهم، صفحه‌های ۲۴ تا ۲۷)

۸۵. گزینه ۲ صحیح است.

با توجه به داده‌های سؤال، داریم:

$$pH = ۲/۷ \Rightarrow [H^+] = ۱۰^{-۲/۷} \Rightarrow [H^+] = ۱۰^{-۳+۰/۳}$$

$$\Rightarrow [H^+] = ۲\times ۱۰^{-۳}$$

$$[H^+] = [HA]\times\alpha \Rightarrow ۲\times ۱۰^{-۳} = [HA]\times ۲\times ۱۰^{-۲}$$

$$\Rightarrow [HA] = ۱\times ۱۰^{-۱} mol.L^{-۱}$$

$$[HA] = \frac{\text{HA مول}}{\text{حجم}} \Rightarrow ۱۰^{-۱} = \frac{x}{۱/۲} \Rightarrow x = ۱۲\times ۱۰^{-۲} mol\,HA$$

حال با توجه به اینکه جرم مولی HA برابر ۳۶ گرم بر مول است، داریم:

$$\text{HA مول} = \frac{\text{HA جرم}}{\text{HA جرم مولی}} \Rightarrow ۱۲\times ۱۰^{-۲} = \frac{m}{۳۶} \Rightarrow m = ۴/۳۲g\,HA$$

(شیمی دوازدهم، صفحه‌های ۲۴ تا ۲۷)

۸۶. گزینه ۱ صحیح است.

با توجه به داده‌های سؤال، باید بیابیم که چند گرم KOH و چند گرم $HNO_۳$ به ۲۰۰ لیتر آب افزوده شود تا pH محلول به‌ترتیب به ۱۱ و ۳/۷ برسد:

$$[HNO_۳] = [H^+] = ۱۰^{-pH} = ۱۰^{-۳/۷} = ۱۰^{-۴+۰/۳}$$

$$= ۲\times ۱۰^{-۴} mol.L^{-۱}$$

$$[HNO_۳] = \frac{\text{HNO}_۳\text{ مول}}{\text{حجم محلول}} \Rightarrow ۲\times ۱۰^{-۴} = \frac{x}{۲۰۰}$$

$$\Rightarrow x = ۴\times ۱۰^{-۲} mol\,HNO_۳$$

$$?g\ HNO_۳ = ۴\times ۱۰^{-۲} mol\,HNO_۳ \times \frac{۶۳g\,HNO_۳}{۱mol\,HNO_۳}$$

$$= ۲/۵۲g\,HNO_۳$$

حال برای KOH داریم:

$$pH = ۱۱ \Rightarrow [H^+] = ۱۰^{-۱۱} \Rightarrow [OH^-] = ۱۰^{-۳} mol.L^{-۱}$$

$$[KOH] = [OH^-] = ۱۰^{-۳} mol.L^{-۱} \Rightarrow [KOH] = \frac{\text{KOH مول}}{\text{حجم محلول}}$$

$$\Rightarrow ۱۰^{-۳} = \frac{y}{۲۰۰} \Rightarrow y = ۰/۲ mol\,KOH$$

$$?g\,KOH = ۰/۲ mol\,KOH \times \frac{۵۶g\,KOH}{۱mol\,KOH} = ۱۱/۲g\,KOH$$

(شیمی دوازدهم، صفحه‌های ۲۴ تا ۲۷ و ۳۵)

۸۷. گزینه ۱ صحیح است.

واکنش موازنه شده به‌صورت زیر است و داریم:

$$NaCO_۳(s) + ۲HCl(aq) \rightarrow ۲NaCl(aq) + H_۲O(l) + CO_۲(g)$$

$$pH = ۲ \Rightarrow [H^+] = ۱۰^{-۲} \Rightarrow [HCl] = [H^+] = ۱۰^{-۲} mol.L^{-۱}$$

$$?g\,Na_۲CO_۳ = ۴L\,HCl \times \frac{۱۰^{-۲} mol\,HCl}{۱L\,HCl} \times \frac{۱mol\,Na_۲CO_۳}{۲mol\,HCl}$$

$$\times \frac{۱۰۶g\,Na_۲CO_۳\ \text{خالص}}{۱mol\,Na_۲CO_۳} \times \frac{۱۰۰g\,Na_۲CO_۳\ \text{ناخالص}}{۵۰g\,Na_۲CO_۳\ \text{خالص}}$$

$$= ۴/۲۴g\,Na_۲CO_۳\ \text{ناخالص}$$

(شیمی دوازدهم، صفحه‌های ۲۴ تا ۲۷)

۸۸. گزینه ۳ صحیح است.

غلظت یون Y^- بیشتر از یون X^- است و HY قدرت اسیدی بیشتری نسبت به HX دارد.

بررسی سایر گزینه‌ها:

۱) pH اسید HX بیشتر از pH اسید HY است و غلظت یون هیدرونیوم در محلول حاوی HY بیشتر است.

۲) $mol\,K^+ = mol\,OH^- = ۰/۲\times ۰/۲ \Rightarrow ۰/۰۴ + ۰/۰۴ = ۰/۰۸ mol$ یون

۴) pH الکترولیت حاصل از ترکیب محلول (I) و (II) برابر ۷ است.

(شیمی دوازدهم، صفحه‌های ۲۴ تا ۲۷)

۸۹. گزینه ۲ صحیح است.

در محلول NaOH همانند KOH، به‌یقین نسبت $\frac{[OH^-]}{[H^+]}$ بزرگ‌تر از ۱ است، زیرا NaOH و KOH هر دو باز قوی هستند.

بررسی سایر گزینه‌ها:

۱) در دما و غلظت یکسان، غلظت یون هیدرونیوم در محلول $CH_۳COOH$ کمتر از HCl است.

۳) با رقیق کردن محلول غلیظ یک باز قوی با آب مقطر، pH تغییر می‌کند اما K_b ثابت می‌ماند زیرا K_b فقط تابع دما است.

۴) در دما و غلظت یکسان، با انحلال $NH_۳(g)$ در آب، غلظت یون هیدروکسید افزایش می‌یابد، زیرا از انحلال $NH_۳(g)$ در آب، باز حاصل می‌شود.

(شیمی دوازدهم، صفحه‌های ۲۴ تا ۳۰)

۹۰. گزینه ۳ صحیح است.

آمونیاک از جمله بازهای ضعیف است که در محلول آن افزون بر مقدار کمی از یون‌های آب‌پوشیده، شمار بسیاری از مولکول‌های آمونیاک نیز یافت می‌شود.

بررسی سایر گزینه‌ها:

۱) $pH = ۱۰/۷ \Rightarrow [H^+] = ۱۰^{-۱۰/۷} \Rightarrow [H^+] = ۱۰^{-۱۱+۰/۳}$

$$\Rightarrow [H^+] = ۲\times ۱۰^{-۱۱}$$

$$۲\times ۱۰^{-۱۱}\times [OH^-] = ۱۰^{-۱۴} \Rightarrow [OH^-] = ۵\times ۱۰^{-۴} mol.L^{-۱}$$

۲) در واکنش $HCl(aq)$ و $NaOH(aq)$، یون‌های $Na^+(aq)$ و $Cl^-(aq)$ نقش مؤثری در واکنش ندارند، زیرا یون ناظر هستند و دست‌نخورده باقی می‌مانند.

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۴) مدل گلوله ـ میله برای آمونیاک به‌صورت  بوده و در محلول شیشه‌پاک‌کن کاربرد دارد.

(شیمی دوازدهم، صفحه‌های ۲۴ تا ۳۰)

۹۱. گزینه ۱ صحیح است.

پس از خنثی شدن، غلظت یون‌های هیدرونیوم و هیدروکسید برابر $۱۰^{-۷}$ مول بر لیتر است که حاصل‌ضرب آنها برابر $۱۰^{-۱۴}$ خواهد بود.

بررسی سایر گزینه‌ها:

۲) رسانایی الکتریکی به غلظت یون‌ها نیز وابسته است.

۳) رسانایی الکتریکی علاوه‌بر K_b به غلظت اولیه و غلظت یون‌ها نیز بستگی دارد.

۴) اگر محلول یک اسید قوی را ۱۰۰ مرتبه رقیق کنیم، pH دو واحد افزایش می‌یابد.

(شیمی دوازدهم، صفحه‌های ۲۴ تا ۳۰)

۹۲. گزینه ۴ صحیح است.

عبارت‌های (ب) و (پ) نادرست هستند.

بررسی عبارت‌های نادرست:

ب) در محلول‌های اسیدی همانند محلول‌های بازی، یون هیدروکسید وجود دارد اما غلظت آن کمتر از یون هیدرونیوم است.

پ) همواره نمی‌توان گفت pH اسید قوی‌تر کمتر است زیرا ممکن است غلظت اسید ضعیف بیشتر باشد و pH آن از pH اسید قوی کمتر باشد.

(شیمی دوازدهم، صفحه‌های ۲۴ تا ۳۴)

۹۳. گزینه ۴ صحیح است.

محیط معده بسیار اسیدی است و اسید معده می‌تواند فلز روی را در خود حل کند.

بررسی سایر گزینه‌ها:

۱) واکنش خنثی شدن اسید و باز می‌تواند مبنایی برای واکنش هیدروکلریک اسید غلیظ و رسوب موجود در لوله‌ها باشد.

۲) واکنش خنثی شدن اسید و باز، یک واکنش برگشت‌ناپذیر و یک‌طرفه است.

$$H^+(aq) + OH^-(aq) \rightarrow H_۲O(l)$$

۳) در بدن انسان بالغ، روزانه بین ۲ تا ۳ لیتر شیرهٔ معده تولید می‌شود.

(شیمی دوازدهم، صفحه‌های ۳۰ تا ۳۲)

۹۴. گزینه ۴ صحیح است.

مادهٔ مؤثر موجود در ضداسیدها می‌تواند شامل $NaHCO_۳$، $Mg(OH)_۲$ و یا $Al(OH)_۳$ باشد.

بررسی سایر گزینه‌ها:

۱) pH شیرهٔ معده در زمان استراحت برابر ۳/۷ و غلظت یون هیدرونیوم آن برابر ۲×۱۰^{-۴} مول بر لیتر است.

۲) اگر مقدار اسید معده بیش از اندازه باشد، سبب درد، التهاب و گاهی خونریزی معده می‌شود.

۳) معده برای گوارش غذا به اسید نیاز دارد و خوردن غذا سبب می‌شود تا غده‌های موجود در دیوارهٔ معده، هیدروکلریک اسید ترشح کنند.

(شیمی دوازدهم، صفحه‌های ۳۰ تا ۳۲)

۹۵. گزینه ۲ صحیح است.

شیر منیزی یکی از رایج‌ترین ضداسیدها است که شامل منیزیم هیدروکسید می‌باشد.

دقت شود که شیر منیزی ضداسید است که به‌شکل سوسپانسیون مصرف می‌شود و در واکنش آن با اسید معده مجموع ضرایب استوکیومتری برابر ۶ است.

$$۲HCl(aq) + Mg(OH)_۲(s) \rightarrow MgCl_۲(aq) + ۲H_۲O(l)$$

(شیمی دوازدهم، صفحه‌های ۳۰ تا ۳۲)

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

مرکز سنجش آموزش مدارس برتر

پیش‌آزمون: **۴** پایه **۱۲** ـ رشته **ریاضی**

مرکز:

نام خانوادگی: نام:

نام کاربری: کد آزمون:

کد داوطلب

توجه: اگر این پاسخنامه متعلق به شما نیست مسئول جلسه را آگاه سازید.
پاسخ سؤالات باید با مداد مشکی نرم در مقابل سؤال مربوطه علامت‌گذاری شود.
از تا کردن و کثیف نمودن پاسخنامه خودداری فرمایید.

صحیح:

غلط:

اگر در مستطیل زیر علامتی بزنید پاسخنامه شما تصحیح نخواهد شد.

سؤال	پاسخ	سؤال	پاسخ
۱	۲	۵۱	۳
۲	۴	۵۲	۲
۳	۳	۵۳	۲
۴	۲	۵۴	۱
۵	۱	۵۵	۲
۶	۳	۵۶	۴
۷	۳	۵۷	۴
۸	۳	۵۸	۳
۹	۴	۵۹	۴
۱۰	۱	۶۰	۳
۱۱	۳	۶۱	۱
۱۲	۴	۶۲	۳
۱۳	۴	۶۳	۲
۱۴	۱	۶۴	۳
۱۵	۲	۶۵	۲
۱۶	۴	۶۶	۳
۱۷	۲	۶۷	۲
۱۸	۱	۶۸	۱
۱۹	۴	۶۹	۴
۲۰	۱	۷۰	۲
۲۱	۱	۷۱	۴
۲۲	۳	۷۲	۲
۲۳	۳	۷۳	۴
۲۴	۳	۷۴	۴
۲۵	۱	۷۵	۳
۲۶	۳	۷۶	۳
۲۷	۱	۷۷	۱
۲۸	۲	۷۸	۳
۲۹	۲	۷۹	۳
۳۰	۳	۸۰	۳
۳۱	۴	۸۱	۱
۳۲	۳	۸۲	۴
۳۳	۳	۸۳	۳
۳۴	۲	۸۴	۴
۳۵	۱	۸۵	۲
۳۶	۱	۸۶	۱
۳۷	۴	۸۷	۱
۳۸	۲	۸۸	۳
۳۹	۴	۸۹	۲
۴۰	۱	۹۰	۳
۴۱	۳	۹۱	۱
۴۲	۱	۹۲	۴
۴۳	۳	۹۳	۴
۴۴	۴	۹۴	۴
۴۵	۳	۹۵	۲
۴۶	۳	۹۶	
۴۷	۳	۹۷	
۴۸	۳	۹۸	
۴۹	۳	۹۹	
۵۰	۱	۱۰۰	

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir