مرکز سنجش آموزش مدارس برتر

دوازدهم
ریاضی

آزمون شماره ۴
۱۵ آبان ۱۴۰۵

پاسخنامه ریاضی ـ فیزیک

ردیف	نام درس	سرگروه	گروه طراحی و بازنگری (به‌ترتیب حروف الفبا)	ویراستاران (به‌ترتیب حروف الفبا)
۱	حسابان	حسین شفیع‌زاده	حسین شفیع‌زاده ـ مهرداد کیوان	سینا پرهیزکار ـ معید سوری ـ ابوالفضل فروغی
۲	هندسه	مهریار راشدی	امیرحسین ابومحبوب ـ مهریار راشدی ـ احمدرضا فلاح ـ حسن محمدبیگی	داریوش امیری ـ سینا پرهیزکار ـ معید سوری
۳	گسسته	رسول حاجی‌زاده	رسول حاجی‌زاده ـ نیما مهندس	سینا پرهیزکار ـ معید سوری ـ مهدیار شریف
۴	فیزیک	علی نعیمی	علی پیمانی ـ محمدرضا خادمی ـ علی نعیمی	محمدرضا خادمی ـ مهدیار شریف ـ ایمان قیومی
۵	شیمی	مسعود جعفری	محمد عظیمیان زواره ـ هادی مهدی‌زاده	پرهام امیری ـ نیما خویی ـ ایمان قیومی

واحد فنی (به‌ترتیب حروف الفبا)
زهرا احدی ـ احسان اسدی ـ امیرعلی الماسی ـ مبینا بهرامی ـ زهرا عربی زنجانی ـ مهرداد شمسی ـ راضیه صالحی ـ نگار کاتبی

برای اطلاع از اخبار مرکز سنجش آموزش مدارس برتر، به کانال تلگرام @taraaznet مراجعه نمایید.

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

حسابان

۱. گزینه ۱ صحیح است.

ماکزیمم، مینیمم و دورهٔ تناوب تابع $y = c + a\sin bx$ به‌ترتیب برابر $c+|a|$، $c-|a|$ و $\frac{2\pi}{|b|}$ است.

$$\begin{cases}\max = a+2|b| = 7\\ \min = a-2|b| = -1\end{cases} \Rightarrow \begin{cases}a = 3\\ |b| = 2\end{cases}$$

$$T = \frac{2\pi}{|\frac{a}{b}|} = \frac{2|b|\pi}{|a|} = \frac{2\times 2\pi}{3} = \frac{4\pi}{3}$$

(حسابان دوازدهم، صفحهٔ ۲۷)

۲. گزینه ۳ صحیح است.

نکته

$$\begin{cases}\sin(\frac{\pi}{2}+\alpha) = \cos\alpha\\ \cos(\pi-\alpha) = -\cos\alpha\end{cases} \qquad \begin{cases}\cos(\pi+\alpha) = -\cos\alpha\\ \sin(\frac{3\pi}{2}+\alpha) = -\cos\alpha\end{cases}$$

با توجه به روابط بالا داریم:

$$\frac{\sin(90^\circ+17^\circ)+m\cos(180^\circ-17^\circ)}{\cos(180^\circ+17^\circ)-2\sin(270^\circ+17^\circ)} = \frac{3}{5}$$

$$\Rightarrow \frac{\cos 17^\circ - m\cos 17^\circ}{-\cos 17^\circ - 2(-\cos 17^\circ)} = \frac{3}{5} \Rightarrow \frac{1-m}{-1+2} = \frac{3}{5}$$

$$\Rightarrow m = \frac{2}{5} = 0/4$$

(حسابان یازدهم، صفحه‌های ۹۸ تا ۱۰۰)

۳. گزینه ۲ صحیح است.

دو طرف تساوی را به توان ۲ می‌رسانیم:

$$\tan x + \cot x + 2\sqrt{\underbrace{\tan x \cot x}_{1}} = 12$$

$$\Rightarrow \tan x + \cot x = 10$$

$$\Rightarrow \frac{\sin x}{\cos x} + \frac{\cos x}{\sin x} = 10 \Rightarrow \frac{1}{\sin x \cos x} = 10 \Rightarrow \sin x\cos x = 0/1$$

(ریاضی دهم، صفحهٔ ۴۳)

۴. گزینه ۳ صحیح است.

اتحاد زیر را در نظر بگیرید:

$$\frac{\sin\theta}{1+\cos\theta} = \frac{1-\cos\theta}{\sin\theta}$$

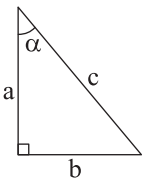
بنابراین عبارت خواسته شده مضربی از تساوی داده شده است:

$$\Rightarrow \frac{1-\cos\theta}{2\sin\theta} = \frac{1}{2}\frac{\sin\theta}{1+\cos\theta} = \frac{1}{2}\times\frac{2}{3} = \frac{1}{3}$$

(ریاضی دهم، صفحهٔ ۴۶)

۵. گزینه ۲ صحیح است.

نسبت‌های مثلثاتی در مثلث:



$$\sin\alpha = \frac{b}{c} \qquad \cos\alpha = \frac{a}{c}$$

$$\tan\alpha = \frac{b}{a} \qquad \cot\alpha = \frac{a}{b}$$

$$\begin{cases}HD = DC.\sin\hat{C} = 2\times\frac{\sqrt{3}}{2} = \sqrt{3}\\ HB = AB.\sin\hat{A} = 2\times\frac{\sqrt{2}}{2} = \sqrt{2}\end{cases}$$

$$BD = HD - HB = \sqrt{3} - \sqrt{2}$$

(ریاضی دهم، صفحه‌های ۳۰ و ۳۱)

۶. گزینه ۴ صحیح است.

چون α و β متمم یکدیگرند، پس:

$$\alpha+\beta = \frac{\pi}{2} \Rightarrow \cos\beta = \sin\alpha$$

$$\sin\alpha + \cos\beta = \frac{\sqrt{6}}{2} \Rightarrow \sin\alpha + \sin\alpha = \frac{\sqrt{6}}{2} \Rightarrow \sin\alpha = \frac{\sqrt{6}}{4}$$

$$\cos 2\alpha = 1 - 2\sin^2\alpha = 1 - 2\times\frac{6}{16} = \frac{1}{4} = 0/25$$

(حسابان یازدهم، صفحه‌های ۹۸ و ۱۱۲)

۷. گزینه ۲ صحیح است.

نکته

$$2\cos^2\alpha = 1 + \cos 2\alpha$$

$$f(x) = \frac{a}{2}(1+\cos(2bx+\frac{\pi}{2})) = \frac{a}{2}(1-\sin 2bx)$$

$$= \frac{a}{2} - \frac{a}{2}\sin 2bx$$

مقدار $f(0) = \frac{a}{2}$ مثبت است و چون در $x = 0$ نمودار f نزولی است، پس $b > 0$ است.

$$5\times\frac{T}{4} = \frac{5\pi}{4} \Rightarrow T = \pi \Rightarrow \frac{2\pi}{2b} = \pi \Rightarrow b = 1$$

$$\max = \frac{a}{2} + |\frac{a}{2}| = \frac{a}{2} + \frac{a}{2} = a \Rightarrow a = 4 \Rightarrow a+b = 5$$

(حسابان دوازدهم، صفحهٔ ۳۳)

۸. گزینه ۱ صحیح است.

از جدول زیر مقادیر نسبت‌های مثلثاتی زوایای معروف به‌دست می‌آید:

α	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{3}$
$\sin\alpha$	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$
$\cos\alpha$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$
$\tan\alpha$	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	1	$\sqrt{3}$
$\cot\alpha$	$\sqrt{3}$	1	$\frac{\sqrt{3}}{3}$

زوایا را به زاویه‌های معروف تبدیل می‌کنیم:

$$\frac{(-\tan\frac{\pi}{3})(\sin\frac{\pi}{3})}{m+1} = \frac{(\cot\frac{\pi}{4})(\cos\frac{\pi}{3})}{m} \Rightarrow \frac{-\sqrt{3}\times\frac{\sqrt{3}}{2}}{m+1} = \frac{1\times\frac{1}{2}}{m}$$

$$\Rightarrow -3m = m+1 \Rightarrow -4m = 1 \Rightarrow m = -\frac{1}{4}$$

(حسابان یازدهم، صفحهٔ ۱۰۴)

۹. گزینه ۲ صحیح است.

در دایرهٔ مثلثاتی شعاع برابر واحد است.

$$\overset{\Delta}{OCD}: \sin\alpha = \frac{CD}{OC} = \frac{CD}{1} = CD$$

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

$$\cos\alpha = \frac{OD}{OC} = \frac{OD}{1} = OD$$

$$\overset{\Delta}{OAB} : \tan\alpha = \frac{AB}{OA} = \frac{AB}{1} = AB$$

حال مساحت ذوزنقه را به‌دست می‌آوریم:

$$S = \frac{CD + AB}{2} \times AD = \frac{\sin\alpha + \tan\alpha}{2}(1 - \cos\alpha)$$

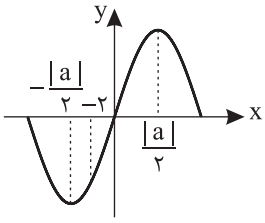
$$= \frac{\sin\alpha + \frac{\sin\alpha}{\cos\alpha}}{2}(1-\cos\alpha) = \frac{\sin\alpha(1-\cos^2\alpha)}{2\cos\alpha} = \frac{\sin^3\alpha}{2\cos\alpha}$$

$$\Rightarrow 2\sin^3\alpha = \frac{\sin^3\alpha}{2\cos\alpha} \Rightarrow \cos\alpha = \frac{1}{4} \Rightarrow OD = \frac{1}{4}$$

(حسابان دوازدهم، صفحهٔ ۲۹)

۱۰. گزینه ۴ صحیح است.

در تابع $y = a\sin bx$ با فرض $ab > 0$ نمودار تابع در $x = 0$ صعودی است. دورهٔ تناوب تابع f برابر $|a|$ است. پس $T = \frac{2\pi}{|\frac{\pi}{a}|} = 2|a|$ نمودار f به‌صورت زیر است:



$$\Rightarrow \frac{-|a|}{2} \le -2 \Rightarrow |a| \ge 4$$

حداقل $|a|$ برابر ۴ است.

(حسابان دوازدهم، صفحهٔ ۲۵)

۱۱. گزینه ۳ صحیح است.

در تابع $y = c + a\sin bx$ روابط زیر برقرار است:

$$\max = c + |a|$$
$$\min = c - |a|$$
$$T = \frac{2\pi}{|b|}$$

$$\begin{cases} \max = c + |a| = 5 \\ \min = c - |a| = 1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} c = 3 \\ |a| = 2 \end{cases}$$

در $x = 0$ نمودار f صعودی است، پس $ab > 0$ است. فرض کنید $a > 0$ و $b > 0$ باشد، پس $a = 2$ است.

$$\frac{3}{2}T = 6 \Rightarrow T = 4 \Rightarrow \frac{2\pi}{b\pi} = 4 \Rightarrow b = \frac{1}{2}$$

$$\frac{ab}{c} = \frac{2\times\frac{1}{2}}{3} = \frac{1}{3}$$

(حسابان دوازدهم، صفحهٔ ۲۸)

۱۲. گزینه ۱ صحیح است.

نکته

دامنهٔ تابع $y = \tan f(x)$ برابر است با:

$$\{x \in D_f \mid f(x) \neq k\pi + \frac{\pi}{2}\}$$

در این سؤال فقط کافی است رابطهٔ زیر بررسی شود:

$$\frac{3\pi}{x^2+1} = k\pi + \frac{\pi}{2} \Rightarrow x^2 + 1 = \frac{6}{2k+1}$$

با توجه به اینکه $k \in \mathbb{Z}$، پس مقادیر قابل قبول برای k را به‌دست می‌آوریم. دقت کنید که $x^2 + 1 \ge 1$ است.

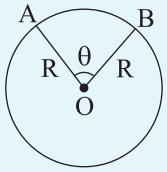
$$k = 0, 1, 2 \Rightarrow x = \pm\sqrt{5}, \pm 1, \pm\frac{\sqrt{5}}{5}$$

(حسابان دوازدهم، صفحهٔ ۳۲)

۱۳. گزینه ۴ صحیح است.

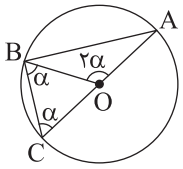
نکته

اگر θ برحسب رادیان باشد، آنگاه:



$$\overset{\frown}{AB} = R\theta$$

چون $OB = OC$، پس مثلث $\overset{\Delta}{OBC}$ متساوی‌الساقین است، پس زاویهٔ خارجی O برابر 2α است.



$$\overset{\frown}{AB} = R.2\alpha = 6\times 2\times\frac{50}{180}\times\pi = \frac{10\pi}{3}$$

(حسابان یازدهم، صفحهٔ ۹۴)

۱۴. گزینه ۲ صحیح است.

از رابطهٔ سادهٔ $\sin^2\alpha + \cos^2\alpha = 1$ استفاده می‌کنیم.

$$\sin^2\alpha + 3\cos^2\alpha = 2 \Rightarrow 1 - \cos^2\alpha + 3\cos^2\alpha = 2$$

$$\Rightarrow \cos^2\alpha = \frac{1}{2} \Rightarrow \cos\alpha = \pm\frac{\sqrt{2}}{2}$$

چون α در ناحیهٔ دوم است، پس $\alpha = \frac{3\pi}{4}$ است.

$$\tan(2\alpha + \frac{\pi}{3}) = \tan(\frac{3\pi}{2} + \frac{\pi}{3}) = -\cot\frac{\pi}{3} = -\frac{\sqrt{3}}{3}$$

(ریاضی دهم، صفحهٔ ۴۳)

(حسابان یازدهم، صفحهٔ ۱۰۳)

۱۵. گزینه ۴ صحیح است.

از اتحاد $\sin 2\alpha = 2\sin\alpha\cos\alpha$ استفاده می‌کنیم:

$$f(x) = a + \frac{3}{2}\sin 2bx$$

حال به‌کمک فرمول دورهٔ تناوب، b را به‌دست می‌آوریم:

$$T = \frac{2\pi}{|2b|} = \frac{3\pi}{2} \Rightarrow |b| = \frac{2}{3}$$

تابع f در $x = 0$ نزولی است، پس $b < 0$ و $b = -\frac{2}{3}$ است. از طرفی:

$$\max = a + \frac{3}{2} = 2 \Rightarrow a = \frac{1}{2}$$

$$\Rightarrow f(x) = \frac{1}{2} + \frac{3}{2}\sin(-\frac{4}{3}x)$$

$$\Rightarrow f(\frac{\pi}{8}) = \frac{1}{2} + \frac{3}{2}\sin(-\frac{\pi}{6}) = \frac{1}{2} - \frac{3}{4} = -\frac{1}{4}$$

(حسابان دوازدهم، صفحهٔ ۲۸)

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۱۶. گزینه ۳ صحیح است.

نکته

روابط $\alpha+\frac{k\pi}{2}$:

$$\begin{cases}\sin(\frac{\pi}{2}-\alpha)=\cos\alpha\\ \cos(\frac{3\pi}{2}+\alpha)=\sin\alpha\end{cases}\qquad\begin{cases}\sin(\pi+\alpha)=-\sin\alpha\\ \cos(\pi-\alpha)=-\cos\alpha\end{cases}$$

با توجه به روابط بالا داریم:

$$\sin(\alpha-\frac{\pi}{2})\cos(\alpha+\frac{3\pi}{2})=۰/۳\Rightarrow(-\cos\alpha)\sin\alpha=۰/۳$$

$$\Rightarrow\sin\alpha\cos\alpha=-۰/۳$$

$$A=\sin(\alpha+\pi)+\cos(\pi-\alpha)=-\sin\alpha-\cos\alpha$$

$$A^۲=\sin^۲\alpha+\cos^۲\alpha+۲\sin\alpha\cos\alpha=۱-۰/۶=۰/۴$$

$$\frac{\pi}{2}<\alpha<\frac{3\pi}{4}\Rightarrow A<۰\Rightarrow A=-\frac{۲}{\sqrt{۱۰}}$$

(حسابان یازدهم، صفحه‌های ۹۸ تا ۱۰۰)

۱۷. گزینه ۱ صحیح است.

نکته

روابط مثلثاتی مجموع یا تفاضل دو زاویه:

$$\cos(\alpha\pm\beta)=\cos\alpha\cos\beta\mp\sin\alpha\sin\beta$$

$$\sin(\alpha\pm\beta)=\sin\alpha\cos\beta\pm\cos\alpha\sin\beta$$

چون α و β در ناحیهٔ اول قرار دارند، پس $\sin(\alpha+\beta)$ مثبت است.

$$\begin{cases}\sin\alpha=\frac{۱۲}{۱۳}\Rightarrow\cos\alpha=\sqrt{۱-\sin^۲\alpha}=\sqrt{۱-\frac{۱۴۴}{۱۶۹}}=\frac{۵}{۱۳}\\ \cos(\alpha+\beta)=-\frac{۳}{۵}\Rightarrow\sin(\alpha+\beta)=\sqrt{۱-\frac{۹}{۲۵}}=\frac{۴}{۵}\end{cases}$$

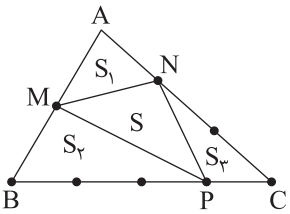
$$\sin\beta=\sin(\alpha+\beta-\alpha)=\sin(\alpha+\beta)\cos\alpha-\cos(\alpha+\beta)\sin\alpha$$

$$=\frac{۴}{۵}(\frac{۵}{۱۳})+\frac{۳}{۵}(\frac{۱۲}{۱۳})=\frac{۵۶}{۶۵}$$

(حسابان یازدهم، صفحهٔ ۱۱۲)

۱۸. گزینه ۲ صحیح است.

مساحت مثلث دلخواه ABC برابر است با: $\frac{۱}{۲}AB.AC.\sin\hat{A}$



$$S_۱=\frac{۱}{۲}AM.AN\sin\hat{A}=\frac{۱}{۲}\times\frac{۱}{۲}AB\times\frac{۱}{۳}AC\times\sin\hat{A}=\frac{۱}{۶}S_{\Delta ABC}$$

به‌طور مشابه، $S_۲=\frac{۳}{۸}S_{\Delta ABC}$ و $S_۳=\frac{۱}{۶}S_{\Delta ABC}$ است. پس:

$$S_۱+S_۲+S_۳=(\frac{۱}{۶}+\frac{۳}{۸}+\frac{۱}{۶})S_{\Delta ABC}=\frac{۱۷}{۲۴}S_{\Delta ABC}\Rightarrow S=\frac{۷}{۲۴}S_{\Delta ABC}$$

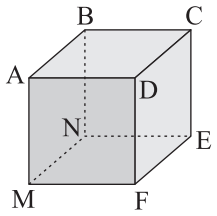
(ریاضی دهم، صفحهٔ ۳۳)

هندسه

۱۹. گزینه ۳ صحیح است.

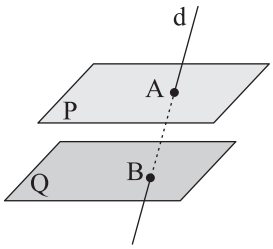
بررسی گزینه‌ها:

۱) نادرست، در مکعب مقابل دو یال DC و AB موازی‌اند و یال CE یال DC را قطع کرده ولی با AB متنافر است و آن را قطع نمی‌کند.



۲) نادرست، دو یال AD و DC متقاطع‌اند و یال CE یال DC را قطع کرده ولی با AD متنافر است و آن را قطع نمی‌کند.

۳) درست، اگر خطی یکی از دو صفحهٔ موازی را قطع کند دیگری را هم قطع می‌کند. در شکل زیر دو صفحهٔ P و Q موازی‌اند و خط d در نقطهٔ A صفحهٔ P را قطع کرده است و d حتماً صفحهٔ Q را هم قطع می‌کند. زیرا اگر d صفحهٔ P را قطع نکند آنگاه d با P موازی می‌شود، که خلاف فرض متقاطع بودن d با P است.



۴) نادرست، یال DC صفحهٔ ADFM را قطع کرده ولی با صفحهٔ ABNM که با صفحهٔ ADFM متقاطع است، موازی است. پس لزومی ندارد خطی که یکی از دو صفحهٔ متقاطع را قطع می‌کند دیگری را هم قطع کند.

(هندسه دهم، صفحهٔ ۸۶)

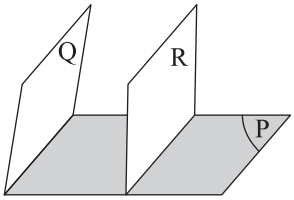
۲۰. گزینه ۳ صحیح است.

بررسی گزینه‌ها:

۱) درست، دو خط عمود بر یک صفحه موازی‌اند و از دو خط موازی فقط یک صفحه عبور می‌کند.

۲) درست، دو خط متنافر می‌توانند موازی با یک صفحه باشند.

۳) نادرست، در شکل دو صفحهٔ P و Q متقاطع هستند و صفحهٔ R بر P عمود است ولی بر Q عمود نیست.



۴) درست، صفحه‌ای که بر دو خط متنافر عمود باشد وجود ندارد زیرا دو خط عمود بر یک صفحه موازی‌اند، پس نمی‌توانند متنافر باشند.

(هندسه دهم، صفحهٔ ۸۶)

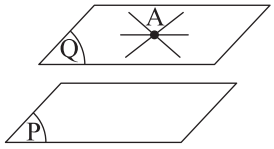
۲۱. گزینه ۳ صحیح است.

بررسی عبارت‌ها:

الف) نادرست، زیرا از نقطهٔ خارج دو صفحهٔ متقاطع فقط یک خط موازی فصل مشترک دو صفحهٔ متقاطع می‌توان رسم کرد و از این خط بی‌شمار صفحه می‌گذرند که دو صفحهٔ متقاطع را قطع می‌کنند.

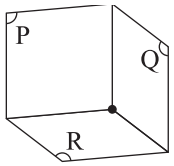
SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

ب) درست



ج) درست

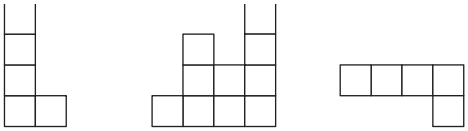
د) نادرست، زیرا فصل مشترک‌های سه صفحهٔ دوبه‌دو متقاطع می‌توانند در یک نقطه همرس باشند.



(هندسه دهم، صفحه‌های ۸۲ تا ۸۵)

۲۲. گزینه ۳ صحیح است.

نماهای بالا، روبه‌رو و چپ را برای این شکل رسم می‌کنیم.



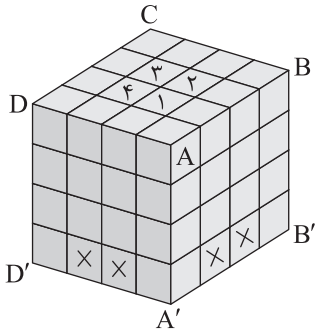
نمای چپ　　نمای روبه‌رو　　نمای بالا

بنابراین مجموع تعداد مکعب‌های کوچک دیده شده در این سه نما برابر است با:

$$۵+۱۰+۵=۲۰$$

(هندسه دهم، صفحه‌های ۸۷ تا ۹۱)

۲۳. گزینه ۲ صحیح است.



روی وجه ABCD مکعب‌های ۱ تا ۴ یعنی چهار مکعب دارای یک وجه رنگی هستند. به همین ترتیب روی چهار وجه جانبی علاوه بر ۴ مکعب تعداد ۴×۲ مکعب روی یال‌های $A'B'$ و $B'C'$ و $C'D'$ و $A'D'$ با یک وجه رنگی وجود دارد؛ زیرا کف شکل رنگ نشده است. (در شکل با علامت × مشخص شده‌اند.) درنتیجه:

$$a=۴+۴\times۴+۴\times۲=۲۸$$

از طرف دیگر روی یال‌های AB، BC، CD و AD هرکدام دو مکعب با دو وجه رنگی وجود دارد و روی یال‌های AA'، BB'، CC' و DD' هرکدام سه مکعب با دو وجه رنگی وجود دارد.

درنتیجه: $b=۴\times۲+۴\times۳=۲۰$

و مکعب‌های دارای سه وجه رنگی در رأس‌های بالای این مکعب یعنی A، B، C و D قرار دارند. (توجه کنید! کف مکعب بزرگ رنگ نشده است.)، پس: $c=۴$

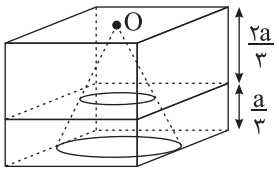
بنابراین:

$$\frac{a}{۲}+۲b-۳c=۱۴+۴۰-۱۲=۴۲$$

(هندسه دهم، صفحهٔ ۹۱)

۲۴. گزینه ۳ صحیح است.

از مکعب به طول ضلع a بزرگ‌ترین مخروط قائم به رأس O با طول ارتفاع a و شعاع قاعدهٔ $R=\frac{a}{۲}$ را جدا کرده‌ایم. اگر با صفحه‌ای موازی قاعدهٔ این مخروط به فاصلهٔ $\frac{a}{۳}$ از آن این شکل را قطع کنیم، آنگاه مکعب در یک مربع به ضلع a و مخروط در یک دایره به شعاع r قطع می‌شود. با استفاده از قضیهٔ تالس می‌نویسیم.



$$\frac{r}{R}=\frac{\frac{۲a}{۳}}{a}\Rightarrow\frac{r}{\frac{a}{۲}}=\frac{۲a}{۳a}\Rightarrow r=\frac{a}{۳}$$

بنابراین:

مساحت دایره − مساحت مربع = مساحت مقطع

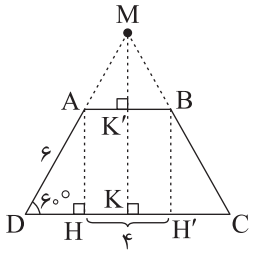
$$=a^۲-\pi(\frac{a}{۳})^۲=a^۲-\frac{\pi a^۲}{۹}$$

$$\xrightarrow{\pi\approx۳}\text{مساحت مقطع}=a^۲-\frac{a^۲}{۳}=\frac{۲a^۲}{۳}$$

(هندسه دهم، صفحهٔ ۹۳)

۲۵. گزینه ۲ صحیح است.

مطابق شکل از دو رأس A و B، عمودهای AH و BH' را بر قاعدهٔ CD رسم می‌کنیم. دو مثلث $\overset{\Delta}{AHD}$ و $\overset{\Delta}{BH'C}$ هم‌نهشت هستند. در مثلث قائم‌الزاویهٔ $\overset{\Delta}{AHD}$ داریم:



$$\sin۶۰^\circ=\frac{AH}{AD}\Rightarrow\frac{\sqrt{۳}}{۲}=\frac{AH}{۶}\Rightarrow AH=۳\sqrt{۳}$$

$$\cos۶۰^\circ=\frac{DH}{AD}\Rightarrow\frac{۱}{۲}=\frac{DH}{۶}\Rightarrow DH=۳\Rightarrow CH'=۳$$

$$CD=۳+۴+۳=۱۰$$

دو پاره‌خط AB و CD موازی یکدیگرند، پس طبق قضیهٔ اساسی تشابه، دو مثلث $\overset{\Delta}{MAB}$ و $\overset{\Delta}{MCD}$ متشابه‌اند و نسبت ارتفاع‌ها در این دو مثلث برابر نسبت تشابه دو مثلث است، یعنی:

$$\frac{MK'}{MK}=\frac{AB}{CD}\Rightarrow\frac{MK'}{MK'+۳\sqrt{۳}}=\frac{۴}{۱۰}\Rightarrow MK'=۲\sqrt{۳}$$

حاصل دوران این ذوزنقه حول پاره‌خط KK' (عمودمنصف دو قاعده)، یک مخروط ناقص است که حجم آن از رابطهٔ زیر به‌دست می‌آید:

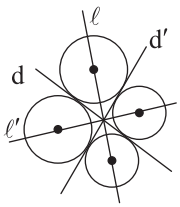
$$V=\frac{۱}{۳}\pi\times۵^۲\times۵\sqrt{۳}-\frac{۱}{۳}\pi\times۲^۲\times۲\sqrt{۳}=\frac{۱۲۵\sqrt{۳}}{۳}\pi-\frac{۸\sqrt{۳}}{۳}\pi$$

$$=۳۹\sqrt{۳}\pi$$

(هندسه دهم، صفحه‌های ۹۵ و ۹۶)

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۲۶. گزینه ۲ صحیح است.



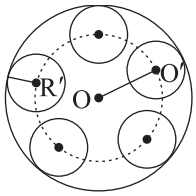
بررسی عبارت‌ها:

الف) درست

ب) درست، مرکز دایره‌هایی که بر دو خط d و d' مماس‌اند روی ℓ و ℓ' (نیمسازهای زوایای بین دو خط d و d') قرار دارند.

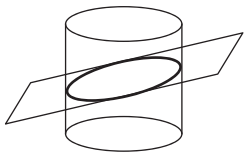
ج) نادرست، نقطهٔ همرسی نیمسازهای زوایای داخلی هر مثلث، مکان هندسی نقاطی (داخل مثلث) است که از سه ضلع آن به یک فاصله است.

د) درست، به شکل دقت کنید!

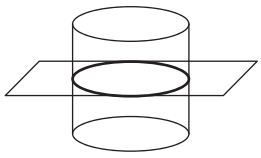


(هندسه دوازدهم، صفحه‌های ۳۵، ۳۸ و ۳۹)

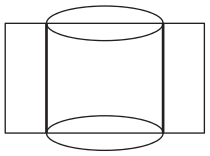
۲۷. گزینه ۴ صحیح است.



فصل مشترک بیضی است.



فصل مشترک دایره است.



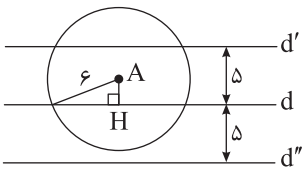
فصل مشترک دو خط موازی است.

اگر صفحه‌ای به موازات محور سطح استوانه‌ای بر سطح استوانه‌ای مماس باشد، فصل مشترک یک خط است.

(هندسه دوازدهم، صفحهٔ ۳۹)

۲۸. گزینه ۴ صحیح است.

مکان هندسی نقاطی از صفحه که از نقطهٔ A به فاصلهٔ ۶ هستند، دایره‌ای به مرکز A و شعاع ۶ و مکان هندسی نقاطی از صفحه که از خط d به فاصلهٔ ۵ هستند، دو خط d' و d'' به فاصلهٔ ۵ از d و در طرفین d هستند.



$$۶-۵<AH<۶+۵\Rightarrow ۱<AH<۱۱$$

درصورتی‌که فاصلهٔ A تا خط d کمتر از ۱ واحد باشد، دایره در ۴ نقطه خطوط d و d' را قطع می‌کند و درصورتی‌که فاصلهٔ A تا خط d برابر ۱۱ باشد دایره در یک نقطه بر خط d' یا d'' مماس و درصورتی‌که فاصلهٔ A تا خط d بیشتر از ۱۱ باشد مسئله جواب ندارد.

(هندسه دوازدهم، صفحهٔ ۳۶)

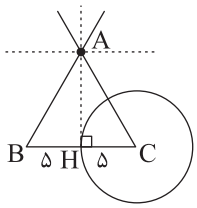
۲۹. گزینه ۲ صحیح است.

مکان هندسی نقاطی که از A و B به یک فاصله‌اند عمودمنصف AB و مکان هندسی نقاطی که از خط d به فاصلهٔ $۲\sqrt{۳}$ باشد دو خط موازی با d به فاصلهٔ $۲\sqrt{۳}$ از آن هستند. نقاط برخورد این مکان‌ها جواب مسئله است. اگر عمودمنصف AB یکی از دو خط موازی را قطع کند دیگری را هم قطع می‌کند، پس مسئله دو جواب دارد. اگر عمودمنصف AB با دو خط موازی با d موازی باشد مسئله جواب ندارد. و اگر عمودمنصف AB بر یکی از دو خط موازی با d منطبق باشد مسئله بی‌شمار جواب دارد، پس حالتی که مسئله یک جواب داشته باشد ایجاد نمی‌شود.

(هندسه دوازدهم، صفحهٔ ۳۸)

۳۰. گزینه ۱ صحیح است.

ابتدا طول پاره‌خط CH را به‌دست می‌آوریم. طبق قضیهٔ فیثاغورس در مثلث $\overset{\Delta}{ACH}$ داریم:



$$CH^۲=AC^۲-AH^۲=۱۳^۲-۱۲^۲=۱۶۹-۱۴۴=۲۵\Rightarrow CH=۵$$

در مثلث متساوی‌الساقین، ارتفاع وارد بر قاعده، نیمساز زاویهٔ رأس روبه‌رو به قاعده است، پس AH همان نیمساز داخلی A می‌باشد. مکان هندسی نقاطی از صفحه که از دو ضلع AB و AC به یک فاصله هستند، نیمساز زوایای داخلی و خارجی رأس A است. از طرفی مکان هندسی نقاطی از صفحه که از نقطهٔ C به فاصلهٔ ۵ واحد هستند، دایره‌ای به مرکز C و شعاع ۵ است.

مطابق شکل، AH در نقطهٔ H بر این دایره مماس است، یعنی تنها یک نقطه در صفحه با ویژگی مورد نظر سؤال وجود دارد. اما نقطهٔ H روی مثلث واقع شده و درنتیجه هیچ نقطه‌ای درون مثلث $\overset{\Delta}{ABC}$ وجود ندارد که از AB و AC به یک فاصله بوده و از رأس C، ۵ واحد فاصله داشته باشد.

(هندسه دوازدهم، صفحه‌های ۳۶ تا ۳۹)

ریاضیات گسسته

۳۱. گزینه ۲ صحیح است.

تعداد کل اعداد سه‌رقمی که کوچک‌تر از ۵۰۰ باشد، برابر ۴۰۰ است.

4	10	10

$$|U|=۴\times۱۰\times۱۰=۴۰۰$$

تعداد اعداد سه‌رقمی که کوچک‌تر از ۵۰۰ بوده و فاقد رقم تکراری باشند، برابر ۲۸۸ است.

4	9	8

$$|T'|=۴\times۹\times۸$$

بنابراین:

$$|T|=|U|-|T'|=۴۰۰-۲۸۸=۱۱۲$$

(ریاضی دهم، صفحهٔ ۱۴۰)

۳۲. گزینه ۴ صحیح است.

راه‌حل اول:

یکی از دو حالت زیر پیش می‌آید:

I) ۳ نفر از یک ملیت و ۱ نفر از ملیتی دیگر باشد:

$$?_۱=\binom{۳}{۱}\times\binom{۴}{۳}\times\binom{۲}{۱}\times\binom{۴}{۱}=۹۶$$

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

II) ۲ نفر از یک ملیت و ۲ نفر از ملیتی دیگر باشد:

$$?_{۲}=\binom{۳}{۲}\times\binom{۴}{۲}\times\binom{۴}{۲}=۳\times۶\times۶=۱۰۸$$

بنابراین جواب مورد نظر ۱۰۸+۹۶ یعنی ۲۰۴ است که مجموع ارقامشان ۶ می‌شود.

راه‌حل دوم: دو ملیت از سه ملیت را انتخاب کرده و ۴ نفر از بین آنها انتخاب می‌کنیم. فقط حالاتی نامطلوب‌اند که هر ۴ نفر منتخب از یک ملیت باشند. پس:

$$?=\binom{۳}{۲}\times\left[\binom{۸}{۴}-\binom{۴}{۴}-\binom{۴}{۴}\right]=۲۰۴$$

(ریاضی دهم، صفحهٔ ۱۴۰)

۳۳. گزینه ۱ صحیح است.

ـ تعداد دنباله‌های چهاررقمی با شرایط مسئله برابر $\binom{۳}{۲}\times\binom{۳}{۲}\times۴!$ یعنی ۲۱۶ است. (در دنباله رقم سمت چپ نیز می‌تواند صفر باشد.)

ـ بنا به تقارن در $\frac{۱}{۶}$ از کل دنباله‌های ساخته شده رقم سمت چپ صفر بوده و عدد چهاررقمی محسوب نمی‌شود.

بنابراین:

$$?=۲۱۶-\frac{۱}{۶}\times۲۱۶=۲۱۶-۳۶=۱۸۰$$

(ریاضی دهم، صفحهٔ ۱۴۰)

۳۴. گزینه ۱ صحیح است.

ابتدا دو پاکت مورد نظر را انتخاب می‌کنیم:

تعداد حالات نامطلوب − تعداد کل حالات = تعداد حالات مطلوب

$$=\binom{۵}{۲}-|\{AB\ ,\ BC\ ,\ CD\ ,\ DE\}|=۱۰-۴=۶$$

حال سه نامهٔ x، y و z را به یکی از دو طریق زیر در سه پاکت X، Y و Z چنان قرار می‌دهیم که هیچ‌یک در پاکت هم‌نام خود نباشند:

	X	Y	Z
(۱) →	y	z	x
(۲) →	z	x	y

بنابراین جواب مورد نظر ۲×۶ یعنی ۱۲ خواهد شد.

(ریاضی دهم، صفحهٔ ۱۴۰)

۳۵. گزینه ۱ صحیح است.

نکته

مهم این است که بدون قلم و کاغذ باقی‌ماندهٔ عدد داده شده بر ۱۰، ۱۱ و ۵ را به‌ترتیب ۶، ۵ و ۱ پیدا کرده و بدانید که گزینه‌های ۲، ۳ و ۴ نادرست هستند.

پیدا کردن باقی‌مانده بر ۷:

$$۵\overset{۷}{\equiv}-۲\Rightarrow۵^{۳}\overset{۷}{\equiv}-۸\overset{۷}{\equiv}-۱\Rightarrow۵^{۹}\overset{۷}{\equiv}-۱\Rightarrow۵^{۱۱}\overset{۷}{\equiv}-۲۵\overset{۷}{\equiv}۳$$

$$۱۱\overset{۷}{\equiv}-۳\Rightarrow۱۱^{۳}\overset{۷}{\equiv}-۲۷\overset{۷}{\equiv}۱\Rightarrow۱۱^{۵}\overset{۷}{\equiv}۱۲۱\overset{۷}{\equiv}۲$$

$$\Rightarrow۵^{۱۱}+۱۱^{۵}\overset{۷}{\equiv}۳+۲=۵$$

(ریاضیات گسسته، صفحهٔ ۲۲)

۳۶. گزینه ۳ صحیح است.

$$۲۰۹\overset{m}{\equiv}۳۴\Rightarrow m\mid۲۰۹-۳۴\Rightarrow m\mid۱۷۵$$
$$\Rightarrow m\in\{۱\ ,\ ۵\ ,\ ۷\ ,\ ۲۵\ ,\ ۳۵\ ,\ ۱۷۵\}$$

در بین اعداد فوق فقط $۳\overset{۱۰}{\equiv}۷^{۲۷}$، بنابراین $m=۷$ و رقم یکان $۷+۷^{۲}$ برابر ۶ است.

نکته

لازم به یادآوری است که حاصل هر عددی به پیمانهٔ ۱۰ همان رقم یکان آن است و رقم یکان اعداد $۱۷۵^{۲۷}$، $۳۵^{۲۷}$، $۲۵^{۲۷}$، $۵^{۲۷}$ همگی ۵ و رقم یکان $۱^{۲۷}$ برابر ۱ است.

(ریاضیات گسسته، صفحهٔ ۲۱)

۳۷. گزینه ۴ صحیح است.

۱۲ اردیبهشت چهل و سومین روز سال و ۱۲ دی دویست و هشتاد و هشتمین روز سال است $(۱۲+۳\times۳۰+۳\times۳۱+۶)$، که اختلاف آن دو روز برابر ۲۴۵ شده و رابطهٔ $۲۴۵\overset{۷}{\equiv}۰$ برقرار است.

(ریاضیات گسسته، صفحهٔ ۲۴)

۳۸. گزینه ۳ صحیح است.

بررسی گزینه‌ها:

۱) درست

$$۷۸a\overset{۱۵}{\equiv}۴۲b\xrightarrow{\div۶}۱۳a\overset{۵}{\equiv}۷b\Rightarrow۳a\overset{۵}{\equiv}۲b$$

۲) درست

$$۳a\overset{۵}{\equiv}۲b\overset{۵}{\equiv}-۳b\Rightarrow a\overset{۵}{\equiv}-b\Rightarrow a+b\overset{۵}{\equiv}۰\Rightarrow۳a+۳b\overset{۱۵}{\equiv}۰$$

۳) برای رد درستی این گزینه مثال نقض $a=۱$ و $b=۴$ وجود دارد.

۴) درست

$$a\overset{۵}{\equiv}-b\Rightarrow-۴a\overset{۵}{\equiv}-b\Rightarrow۴a-b\overset{۵}{\equiv}۰\xrightarrow{\times۴}۱۶a-۴b\overset{۲۰}{\equiv}۰$$

(ریاضیات گسسته، صفحهٔ ۳۰)

۳۹. گزینه ۴ صحیح است.

توجه کنید که نیازی به محاسبات آنچنانی ندارید.

بررسی گزینه‌ها:

۱) چون $۱=(۹\ ,\ ۱۷)$، پس معادله به‌ازای هر nای از جمله $n=۱۴۰۵$ جواب دارد.

۲) چون $۲=(۸\ ,\ ۲۶)$، پس معادله به‌ازای هر n فردی از جملهٔ $n=۱۴۰۵$ جواب دارد.

۳) چون $۳=(۲۷\ ,\ ۱۵)$، پس کافی است $۵n+۱$ مضرب ۳ باشد که به‌ازای $n=۱۴۰۵$ حاصل $۵n+۱$ مضرب ۳ می‌شود. (توجه کنید که $۱۴۰۵=۳k+۱$).

۴) چون $۳=(۵۱\ ,\ ۳۰)$، پس کافی است $۷n+۱$ مضرب ۳ باشد که به‌ازای $n=۱۴۰۵$ حاصل $۷n+۱$ به‌فرم $۳q+۲$ شده و مضرب ۳ نمی‌شود.

(ریاضیات گسسته، صفحهٔ ۳۰)

۴۰. گزینه ۱ صحیح است.

$$۲۱x^{۲}-x-۲\overset{۱۳}{\equiv}۰\Rightarrow(۳x-۱)(۷x+۲)\overset{۱۳}{\equiv}۰$$

$$\Rightarrow\begin{cases}۳x-۱\overset{۱۳}{\equiv}۰\Rightarrow۳x\overset{۱۳}{\equiv}۱\overset{۱۳}{\equiv}۲۷\Rightarrow x\overset{۱۳}{\equiv}۹\\ \text{یا}\\ ۷x+۲\overset{۱۳}{\equiv}۰\Rightarrow۷x\overset{۱۳}{\equiv}-۲\overset{۱۳}{\equiv}-۲۸\Rightarrow x\overset{۱۳}{\equiv}-۴\overset{۱۳}{\equiv}۹\end{cases}$$

$$\Rightarrow\begin{cases}x=۱۳k+۹\\ x=۱۳k+۹\end{cases}$$

بنابراین عدد x باید $۱۳k+۹$ باشد که در بین اعداد دورقمی بزرگ‌ترین عدد ممکن به فرم فوق عدد ۸۷ است.

(ریاضیات گسسته، صفحهٔ ۳۰)

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

فیزیک

۴۱. گزینه ۱ صحیح است.

الف) نادرست، ممکن است نیروهای کنش و واکنش اثرهای متفاوتی بر دو جسم داشته باشند.

ب) درست، واکنش هر نیرو هم‌اندازهٔ آن نیرو است. برای تشخیص واکنش هر نیرو، جای نام‌های دو جسم را عوض کنید. (وزن: زمین بر سیب، واکنش وزن: سیب بر زمین)

ج) نادرست، همواره شتابِ حرکت جسم، همسو با نیرویِ خالص وارد بر جسم است.

د) نادرست، برای آنکه نیروی خالص وارد بر جسم صفر باشد، می‌بایست بردار سرعت آن ثابت باشد. ممکن است تندی جسم ثابت باشد، اما سرعت ثابت نباشد.

ه) نادرست، پرتاب رو به جلوی مسافر به‌دلیل این است که نیرویی بر او وارد نشده، بنابراین به حرکت خود ادامه داده است.

(فیزیک دوازدهم، صفحه‌های ۲۸ تا ۳۲)

۴۲. گزینه ۴ صحیح است.

وقتی فنر از دو سر با نیروی F_1 کشیده می‌شود، نیروی کشش فنر F_1 است.

$$F_e = kx \Rightarrow ۱۲۰ = ۳۰۰۰x \Rightarrow x = \frac{۴}{۱۰۰}m = ۴cm$$

$$\Rightarrow \ell = ۶۰ + ۴ = ۶۴cm$$

(فیزیک دوازدهم، صفحهٔ ۴۳)

۴۳. گزینه ۴ صحیح است.

$$F_N - W = ۰ \Rightarrow F_N = mg = ۶۰N$$

$$f_{s\max} = \mu_s F_N = ۳۶N$$

$$f_k = \mu_k F_N = ۲۴N$$

تا زمانی‌که F از $۳۶N$ کمتر باشد، جسم ساکن است و $f_s = F$، پس در مدت $t = ۰$ تا $t = ۹s$ بزرگی نیروی اصطکاک برابر F است.

از آن به بعد، جسم حرکت می‌کند و بزرگی نیروی اصطکاک برابر ۲۴ نیوتون ثابت می‌ماند.

(فیزیک دوازدهم، صفحه‌های ۴۱ و ۴۲)

۴۴. گزینه ۱ صحیح است.

$$F_{net\,y} = ۰ \Rightarrow F_N - W + F_y = ۰$$

$$\Rightarrow F_N - ۱۰۰ - ۸۰ = ۰ \Rightarrow F_N = ۱۸۰N$$

$$f_{s\max} = \mu_s F_N = ۰/۵ \times ۱۸۰ = ۹۰N$$

$۱۲۰ > ۹۰ \Rightarrow$ جسم حرکت می‌کند

$$f_k = \mu_k F_N = ۰/۴ \times ۱۸۰ = ۷۲$$

$$F_{net_x} = ma \Rightarrow ۱۲۰ - ۷۲ = ۱۰a \Rightarrow a = ۴/۸\frac{m}{s^۲}$$

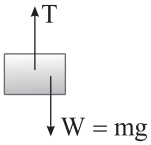
(فیزیک دوازدهم، صفحهٔ ۴۲ و تمرینات دوره‌ای فصل ۲)

۴۵. گزینه ۳ صحیح است.

هر دو گلوله به تندی حدی رسیده‌اند، پس برای هر دو $f_D = mg$. بنابراین $f_{D_B} < f_{D_A}$ و می‌دانیم که با افزایش تندی، f_D زیاد می‌شود و برای هر دو گلوله f_D به‌صورت یکسانی تابع V است، پس $V_A > V_B$.

(فیزیک دوازدهم، صفحهٔ ۳۷)

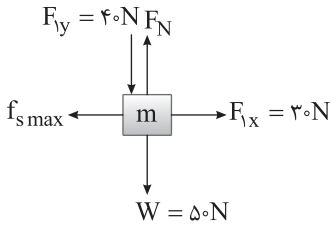
۴۶. گزینه ۳ صحیح است.



وقتی T از mg کمتر باشد، جهت نیروی خالص وارد بر وزنه به طرف پایین می‌شود، پس شتاب آسانسور (شتاب وزنه) به طرف پایین است، یعنی حرکت تندشونده رو به پایین یا حرکت کندشونده رو به بالا.

(فیزیک دوازدهم، صفحه‌های ۳۸، ۳۹ و ۴۴)

۴۷. گزینه ۴ صحیح است.

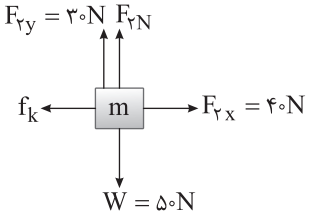


$$F_{۱N} - F_{۱y} - mg = ۰ \Rightarrow F_{۱N} = ۴۰ + ۵۰ = ۹۰N$$

$$F_{۱x} = f_{s\max} \Rightarrow ۳۰ = \mu_s \times F_{۱N} = \mu_s \times ۹۰ \Rightarrow \mu_s = \frac{۱}{۳}$$

$$\mu_k = \frac{۳}{۴}\mu_s = \frac{۳}{۴} \times \frac{۱}{۳} = \frac{۱}{۴}$$

در حالت دوم:



$$F_{۲N} = ۵۰ - ۳۰ = ۲۰N$$

$$F_{۲x} - f_k = ma \Rightarrow ۴۰ - \mu_k \times F_{۲N} = ۵a \Rightarrow ۴۰ - \frac{۱}{۴} \times ۲۰ = ۵a$$

$$\Rightarrow a = ۷\frac{m}{s^۲}$$

(فیزیک دوازدهم، صفحهٔ ۴۰)

۴۸. گزینه ۱ صحیح است.

نیروی خالص وارد بر جعبه، برابر اصطکاک جنبشی و درخلاف جهت حرکت است:

$$-f_k = ۲ma \Rightarrow -\mu_k ۲mg = ۲ma$$

$$\Rightarrow a = -\mu_k g = ۰/۴ \times ۱۰ = -۴\frac{m}{s^۲}$$

توجه کنید که جرم جعبه هرچه باشد، از دو طرف حذف می‌شود، پس این شتاب به جرم جعبه بستگی ندارد.

$$v^۲ - v_۰^۲ = ۲a\Delta x \Rightarrow ۰ - v_۰^۲ = ۲(-۴)(۸) \Rightarrow v_۰ = ۸\frac{m}{s}$$

$$v_۰' = v_۰ - ۲ = ۶\frac{m}{s}$$

$$v^۲ - v_۰'^۲ = ۲ad \Rightarrow ۰ - ۶^۲ = ۲(-۴)d \Rightarrow d = \frac{۳۶}{۸} = ۴/۵m$$

(فیزیک دوازدهم، تمرین ۱۱ صفحهٔ ۵۸)

۴۹. گزینه ۴ صحیح است.

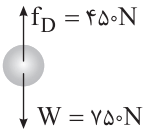
با توجه به نمودار از لحظهٔ $t = ۱۲s$ به بعد، نیروی مقاومت هوا به‌مقدار ثابت $۷۵۰N$ می‌رسد. می‌دانیم بزرگی نیروی مقاومت هوا با افزایش تندی زیاد می‌شود، پس درصورتی ثابت می‌ماند که چترباز به

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

تندی حدی رسیده باشد و مقاومت هوا با وزن او متوازن شده باشد.

$$f_D = mg \Rightarrow ۷۵۰ = m \times ۱۰ \Rightarrow m = ۷۵\,kg$$
$$t = ۴s \Rightarrow f_D = ۴۵۰N$$

با توجه به اینکه وزن چترباز از نیروی مقاومت هوا بیشتر است، جهت نیروی خالص (جهت شتاب) رو به پایین است و:



$$W - f_D = ma$$
$$\Rightarrow ۷۵۰ - ۴۵۰ = ۷۵a \Rightarrow a = ۴\frac{m}{s^۲}$$

(فیزیک دوازدهم، مثال ۲-۴ صفحهٔ ۳۴)

۵۰. گزینه ۴ صحیح است.

$$F_e = kx = ۵۰۰ \times \frac{۴}{۱۰۰} = ۲۰N$$

قبل از جداشدن فنر:



$$F_{net} = ۰ \Rightarrow T - W - F_e = ۰ \Rightarrow T = ۱۰۰ + ۲۰ = ۱۲۰N$$

بعد از جداشدن فنر:

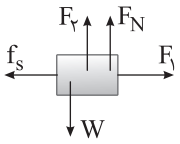
$$F_{net} = ma \Rightarrow T - W = ma \Rightarrow ۱۲۰ - ۱۰۰ = ۱۰a \Rightarrow a = ۲\frac{m}{s^۲}$$

(فیزیک دوازدهم، صفحه‌های ۴۳ و ۴۴)

۵۱. گزینه ۳ صحیح است.

$$\text{در آستانهٔ لغزیدن} \Rightarrow \begin{cases} f_s = f_{s\max} = F_N.\mu_s = ۰/۸F_N \\ F_۱ - f_{s\max} = ۰ \Rightarrow f_{s\max} = ۱۰۰N \end{cases}$$

$$۰/۸F_N = ۱۰۰ \Rightarrow F_N = ۱۲۵\,N$$
$$F_{net_y} = ۰ \Rightarrow F_۲ + F_N - W = ۰$$
$$\Rightarrow F_۲ + ۱۲۵ - ۲۰۰ = ۰ \Rightarrow F_۲ = ۷۵\,N$$



(فیزیک دوازدهم، صفحه‌های ۴۰ و ۴۱)

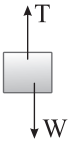
۵۲. گزینه ۱ صحیح است.

$$F - f_k = ma \Rightarrow \begin{cases} ۵۲ - f_k = ۴m \\ ۶۸ - f_k = ۶m \end{cases}$$
$$\Rightarrow ۶۸ - ۵۲ = ۲m \Rightarrow m = ۸kg$$
$$f_k = \mu_k F_N = \mu_k mg = ۸۰\mu_k \Rightarrow ۵۲ - ۸۰\mu_k = ۴ \times ۸$$
$$\Rightarrow ۲۰ = ۸۰\mu_k \Rightarrow \mu_k = \frac{۱}{۴}$$

(فیزیک دوازدهم، صفحه‌های ۳۳ و ۴۲)

۵۳. گزینه ۲ صحیح است.

حرکت از حال سکون و با شتاب ثابت است، پس حرکت تندشونده است و جهت شتاب جسم همان جهت حرکت است، یعنی رو به بالا. بنابراین جهت نیروی خالص وارد بر جسم هم به طرف بالا است.

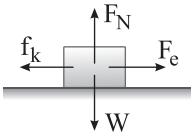


$$T - W = ma \Rightarrow T - mg = ma$$
$$\Rightarrow T - ۱۵ \times ۱۰ = ۱۵ \times ۴$$
$$\Rightarrow T = ۲۱۰N$$

طناب بر وزنه ۲۱۰ نیوتون، نیرو وارد می‌کند پس وزنه هم بر طناب ۲۱۰ نیوتون وارد می‌کند.

(فیزیک دوازدهم، صفحه‌های ۳۳، ۳۵ و ۴۴)

۵۴. گزینه ۴ صحیح است.

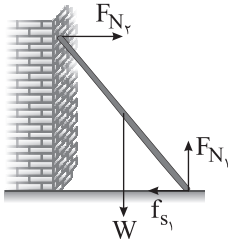


$$F_e = kx = \frac{۳۰۰}{۰/۶ - ۰/۵} \times (۰/۵۲ - ۰/۵) = ۶۰N$$
$$F_{net} = ma \Rightarrow F_e - f_k = ۰$$
$$\Rightarrow F_e = f_k = \mu_k F_N = \mu_k mg$$
$$\Rightarrow ۶۰ = \mu_k \times ۱۲۰ \Rightarrow \mu_k = ۰/۵$$

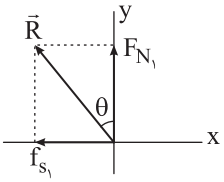
(فیزیک دوازدهم، صفحه‌های ۴۲ و ۴۳)

۵۵. گزینه ۱ صحیح است.

$$W = mg \Rightarrow W = ۲۰۰N$$
$$F_{net_x} = ۰ \Rightarrow f_{s_۱} = F_{N_۲} = ۱۵۰N$$
$$F_{net_y} = ۰ \Rightarrow F_{N_۱} - W = ۰ \Rightarrow F_{N_۱} = ۲۰۰N$$



نیرویی که کف اتاق بر وزنه وارد می‌کند، $\vec{R}$ است که:



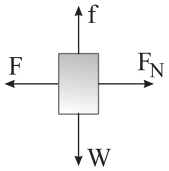
$$\vec{R} = F_{N_۱}\vec{j} - f_{s_۱}\vec{i}$$
$$R = \sqrt{F_{N_۱}^۲ + f_{s_۱}^۲} = ۲۵۰N$$
$$\tan\theta = \frac{f_{s_۱}}{F_{N_۱}} = \frac{۱۵۰}{۲۰۰} = \frac{۳}{۴}$$
$$\cos\theta = \frac{F_{N_۱}}{R} = \frac{۲۰۰}{۲۵۰} = \frac{۴}{۵}$$
$$\sin\theta = \frac{f_{s_۱}}{R} = \frac{۱۵۰}{۲۵۰} = \frac{۳}{۵}$$

(فیزیک دوازدهم، صفحهٔ ۴۵)

۵۶. گزینه ۲ صحیح است.

$$W = mg = ۲۰N$$
$$F_{net_x} = ۰ \Rightarrow F_N = F$$

در حالت اول:



$$\begin{cases} F = ۸۰N \Rightarrow F_N = ۸۰N \\ F_{net_y} = ۰ \Rightarrow f_s - W = ۰ \Rightarrow f_s = W = ۲۰N \Rightarrow ۸۰\mu_s = ۲۰ \\ \text{آستانهٔ لغزیدن} \Rightarrow f_s = f_{s\max} = \mu_s F_N \Rightarrow \mu_s = \frac{۱}{۴} \end{cases}$$

در حالت دوم وزنه به‌طرف پایین می‌لغزد و اصطکاک وارد بر آن f_k است، ضمناً $F_N = F = ۶۰N$

$$f_k = \mu_k F_N = \frac{۴}{۵}\mu_s \times ۶۰ = \frac{۴}{۵} \times \frac{۱}{۴} \times ۶۰ = ۱۲N$$
$$W - f_k = ma \Rightarrow ۲۰ - ۱۲ = ۲a \Rightarrow a = ۴\frac{m}{s^۲}$$

(فیزیک دوازدهم، صفحه‌های ۴۱، ۴۲ و ۵۹)

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۵۷. گزینه ۴ صحیح است.

$$۱۴۴\frac{km}{h}=۴۰\frac{m}{s}$$
$$۳۶\frac{km}{h}=۱۰\frac{m}{s}$$
$$\Delta v=a.\Delta t\Rightarrow ۱۰-۴۰=۱/۵a\Rightarrow a=-۲۰\frac{m}{s^۲}$$
$$F_{net}=ma\Rightarrow|F_{net}|=۱۲۰\times۲۰=۲۴۰۰N$$

(فیزیک دوازدهم، صفحهٔ ۳۳)

۵۸. گزینه ۱ صحیح است.

کار کل انجام شده روی جسم برابر کار نیروی خالص وارد بر آن است و طبق قضیهٔ کار و انرژی جنبشی برابر است با تغییر انرژی جنبشی جسم:

$$W_{F_{net}}=W_t=\Delta K=\frac{۱}{۲}m(V_۲^۲-V_۱^۲)$$

پس ابتدا باید بزرگی سرعت جسم (تندی) را به‌دست آوریم:

$$\vec{V}_۱=-۴\vec{i}+۳\vec{j}\Rightarrow|V_۱|=\sqrt{(-۴)^۲+(۳)^۲}=۵\frac{m}{s}$$
$$\vec{V}_۲=۲\vec{i}+۱۱\vec{j}\Rightarrow|V_۲|=\sqrt{(۲)^۲+(۱۱)^۲}=\sqrt{۱۲۵}\frac{m}{s}$$
$$\Rightarrow W_{F_{net}}=W_t=\frac{۱}{۲}\times۰/۲\times(۱۲۵-۲۵)=۱۰J$$

(فیزیک دهم، صفحه‌های ۶۱ تا ۶۴)

۵۹. گزینه ۲ صحیح است.

از قضیهٔ کار و انرژی جنبشی استفاده می‌کنیم.

$$W_t=\Delta K\Rightarrow W_{mg}+W_{F_{(ورزشکار)}}+W_{f_D}=K_۲-\cancel{K_۱^{۰}}$$
$$\Rightarrow -۰/۱۵\times۱۰\times۱/۸+۱۰+W_{f_D}=\frac{۱}{۲}\times۰/۱۵\times(۸)^۲=۳۲\times۰/۱۵$$
$$\Rightarrow W_{f_D}=-۱۰+۷/۵=-۲/۵J$$

(فیزیک دهم، صفحه‌های ۶۲ تا ۶۴)

۶۰. گزینه ۲صحیح است.

نیروهای وارد بر جسم عبارت‌اند وزن و نیروی F و نیرویی که سطح بر جسم وارد می‌کند (نیروی سطح برایند F_N و f_k است).

اگر نیرویی را که سطح بر جسم وارد می‌کند، R بنامیم، از قضیهٔ کار ـ انرژی جنبشی داریم:

$$W_t=\Delta K\Rightarrow W_F+W_R+\cancel{W_{mg}^{۰}}=\Delta K$$
$$\Rightarrow W_F+W_R=K_۲-K_۱$$
$$\Rightarrow F\times d\times\cos\theta+W_R=\frac{۱}{۲}m(v_۲^۲-v_۱^۲)$$
$$\Rightarrow ۲۰\times۲۵\times\cancel{\cos۳۷^{\circ}}^{۰/۸}+W_R=\frac{۱}{۲}\times۲\times\cancel{(۴۹-۹)}^{۴۰}$$
$$\Rightarrow W_R=۴۰-۴۰۰=-۳۶۰J$$

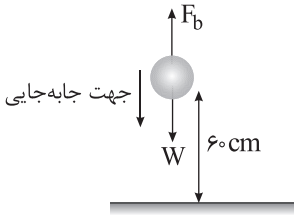
(فیزیک دهم، صفحه‌های ۶۱ تا ۶۴)

۶۱. گزینه ۱ صحیح است.

نیروهایی که روی گلوله کار انجام می‌دهند، وزن گلوله و نیروی شناوری هستند.

$$W_t=\Delta K\Rightarrow W_{F_b}+W_{mg}=K_۲-\cancel{K_۱^{۰}}$$

جهت نیروی شناوری همواره رو به بالا می‌باشد، پس در اینجا کار آن منفی خواهد بود.



$$\Rightarrow F_b\times d\times\cos(۱۸۰^{\circ})+mg\times d\times\cos(۰^{\circ})=\frac{۱}{۲}mv_۲^۲$$
$$\Rightarrow ۰/۶(-F_b+W)=\frac{۱}{۲}\times۰/۴\times\cancel{(۳)^۲}^{۹}$$
$$\Rightarrow -F_b+۰/۴\times۱۰=۳\Rightarrow F_b=۱N$$

(فیزیک دهم، صفحه‌های ۶۱ تا ۶۴)

۶۲. گزینه ۳ صحیح است.

انرژی پتانسیل گرانشی هر دو وزنه صفر است، پس انرژی مکانیکی آنها برابر انرژی جنبشی است.

در حالت اول:

$$K_۲=۰\ ,\ K_۱=\frac{۱}{۲}m_۱v_۱^۲=\frac{۱}{۲}\times۰/۸\times۴۰۰=۱۶۰J\Rightarrow E=۱۶۰J$$

سپس انرژی جنبشی مجموعه دو وزنه در حالت دوم را محاسبه می‌کنیم.

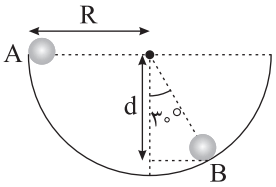
$$K=\frac{۱}{۲}(m_۱+m_۲)v_۲^۲=\frac{۱}{۲}\times۴\times۰/۸\times۲۵=۴۰J\Rightarrow E'=۴۰J$$
$$\frac{E'}{E}=\frac{۴۰}{۱۶۰}=\frac{۱}{۴}=\frac{۲۵}{۱۰۰}\Rightarrow$$

انرژی مکانیکی مجموعه ۷۵ درصد کم شده است.

(فیزیک دهم، صفحهٔ ۶۹)

۶۳. گزینه ۳ صحیح است.

برای محاسبهٔ کار نیروی وزن جابه‌جایی در راستای عمودی اهمیت دارد و مسیر حرکت جسم اثری در کار نیروی وزن ندارد.



$$d=R\cos۳۰^{\circ}=\frac{\sqrt{۳}}{۲}R$$

(کار نیروی وزن) $W=mgd\cos\theta=mg(\frac{\sqrt{۳}}{۲}R)\cos۰^{\circ}$

$$\Rightarrow W_{mg}=\frac{\sqrt{۳}}{۲}mgR$$

وقتی جسم پایین رفته باشد، کار وزن مثبت است و اگر بالا رفته باشد، کار وزن منفی است.

(فیزیک دهم، صفحه‌های ۶۵ تا ۶۸)

۶۴. گزینه ۱ صحیح است.

با توجه به اینکه از نیروی مقاومت هوا صرف‌نظر شده است، انرژی مکانیکی بسته پایسته خواهد بود، بنابراین داریم:

$$E_۱=E_۲$$
$$K_۱+U_۱=K_۲+\cancel{U_۲^{۰}}$$
$$\Rightarrow\frac{۱}{۲}mv_۱^۲+mgh_۱=\frac{۱}{۲}mv_۲^۲\Rightarrow\frac{۱}{۲}v_۱^۲+gh_۱=\frac{۱}{۲}v_۲^۲$$
$$\Rightarrow\frac{۱}{۲}\times\cancel{(۵۰)^۲}^{۲۵۰۰}+\cancel{۱۰\times۵۰۰}^{۵۰۰۰}=\frac{۱}{۲}v_۲^۲\Rightarrow v_۲^۲=۱۲۵۰۰$$
$$\Rightarrow v_۲=۵۰\sqrt{۵}\frac{m}{s}$$

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

تذکر: ۱ـ یکای تندی که در سؤال $\frac{km}{h}$ مطرح شده است، باید برحسب $\frac{m}{s}$ در رابطه قرار داده شود.

$$۱۰۸\frac{km}{h} \div ۳/۶ = ۵۰\frac{m}{s}$$

۲ـ چون بسته از یک جسم متحرک در حال حرکت رها شده، بنابراین دارای تندی اولیه است که اگر به این موضوع دقت نمی‌کردیم به گزینهٔ ۴ می‌رسیدیم.

(فیزیک دهم، صفحه‌های ۶۸ تا ۷۰)

۶۵. گزینه ۴ صحیح است.

ابتدا به‌کمک قضیهٔ کار ـ انرژی جنبشی، مقدار کار انجام شده توسط موتور اتومبیل را پیدا می‌کنیم.

$$W_t = \Delta K$$
$$\Rightarrow W_{موتور} + W_{وزن} = K_۲ - K_۱ \Rightarrow W_{موتور} = K_۲ - W_{وزن}$$
$$\xrightarrow[h = ۱۲۰m]{h = \ell \sin ۳۷^\circ} W_{موتور} = \frac{۱}{۲}mv_۲^۲ + mgh$$
$$= \frac{۱}{۲}\times ۱۰^۳ \times (۳۰)^۲ + ۱۰^۳ \times ۱۰ \times ۱۲۰ = ۱۶۵۰ \times ۱۰^۳ J$$

اکنون به‌کمک رابطهٔ $P_{av} = \frac{W_{موتور}}{\Delta t}$، توان متوسط موتور اتومبیل را به‌دست می‌آوریم و به اسب بخار تبدیل می‌کنیم.

$$P_{av} = \frac{W_{موتور}}{\Delta t} = \frac{۱۶۵۰ \times ۱۰^۳}{۴۰} = ۴۱/۲۵ \times ۱۰^۳ W$$
$$= \frac{۴۱/۲۵ \times ۱۰^۳}{۷۵۰} = ۵۵hp$$

(فیزیک دهم، صفحه‌های ۷۳ تا ۷۶)

۶۶. گزینه ۳ صحیح است.

بررسی سایر گزینه‌ها:

۱) بر اثر نیروی خالص و کاهش تندی، کار منفی روی جسم صورت می‌گیرد.

۲) هنگامی که تندی جسم ثابت باشد، کار نیروی خالص وارد بر آن صفر است.

۴) انرژی مکانیکی یک جسم در اثر نیروهای اتلافی کم می‌شود، اما کار نیروهای دیگر می‌تواند باعث زیاد شدن آن شود.

(فیزیک دهم، صفحه‌های ۶۱، ۷۱ و ۷۲)

۶۷. گزینه ۳ صحیح است.

کار کل انجام شده روی وزنه، کار همین نیرویی است که آن را به طرف راست می‌کشد.

$$\Delta K = W_t \Rightarrow \frac{۱}{۲}mv^۲ - ۰ = W$$
$$\begin{cases} \text{شکل الف}: \frac{۱}{۲}mv^۲ = F.d \\ \text{شکل ب}: \frac{۱}{۲}\times ۴m \times (۳v)^۲ = F' \times ۱۲d \end{cases}$$
$$\xrightarrow{\text{تقسیم دو رابطه}} ۴\times ۹ = ۱۲ \times \frac{F'}{F} \Rightarrow \frac{F'}{F} = ۳$$

(فیزیک دهم، صفحهٔ ۶۱ و تمرین ۳ صفحهٔ ۷۸)

۶۸. گزینه ۱ صحیح است.

پمپ انرژی الکتریکی را با بازدهٔ ۶۰ درصد به انرژی مکانیکی تبدیل می‌کند و به آب می‌دهد و ۱۰ درصد این انرژی در لوله تلف می‌شود. پس انرژی مکانیکی آب هنگام خروج از لوله برابر است با: (سطح صفر انرژی پتانسیل گرانشی را همان محل مخزن زیر زمینی در نظر گرفته‌ایم.)

$$\text{انرژی الکتریکی مصرفی} \times \frac{۶۰}{۱۰۰} \times \frac{۹۰}{۱۰۰} = ۰/۵۴ \times E_e$$

انرژی الکتریکی مصرفی هم از رابطهٔ زیر حساب می‌شود:

$$E = P.\Delta t = ۲\times ۱۰^۳ \times ۶۰ = ۱۲ \times ۱۰^۴ J$$
$$\Rightarrow ۱۲\times ۱۰^۴ \times ۰/۵۴ = \frac{۱}{۲}mv^۲ + mgh = m(\frac{۱}{۲}\times ۴ + ۱۰ \times ۳/۴) = ۳۶m$$
$$\Rightarrow m = \frac{۱۲\times ۱۰^۴ \times ۰/۵۴}{۳۶} = ۱۸۰۰kg$$
$$\Rightarrow \rho.V = ۱۸۰۰ \Rightarrow ۱۰۰۰V = ۱۸۰۰ \Rightarrow V = ۱/۸ m^۳ = ۱۸۰۰L$$

(فیزیک دهم، مثال ۳ ـ ۱۶ و فعالیت ۳ ـ ۱، صفحه‌های ۷۵ و ۷۶)

۶۹. گزینه ۲ صحیح است.

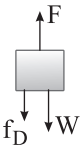
$$\Delta K = W_t = W_{وزن} + W_{اصطکاک} = -mg\Delta h + W_f$$
$$\Rightarrow ۰ - \frac{۱}{۲}\times ۲\times ۱۰^۲ = -۲۰\times ۴ + W_f \Rightarrow W_f = -۲۰J$$

در بازگشت W_f همان مقدار است و کار نیروی وزن $+۸۰J$ است (وقتی جسم بالا می‌رود کار وزن منفی است و وقتی جسم پایین می‌آید کار وزن مثبت است.)

$$\Delta K = W_t \Rightarrow \frac{۱}{۲}\times ۲\times v^۲ - ۰ = +۸۰ - ۲۰ = ۶۰ \Rightarrow v = \sqrt{۶۰}\frac{m}{s}$$
$$= ۲\sqrt{۱۵}\frac{m}{s}$$

(فیزیک دهم، صفحه‌های ۵۹ و ۶۱)

۷۰. گزینه ۴ صحیح است.



$$\Delta K = W_t \Rightarrow \Delta K = W_F + W_W + W_{f_D}$$
$$\Rightarrow \frac{۱}{۲}\times ۱۰\times (۲^۲ - ۰) = W_F - ۱۰\times ۱۰\times ۴ - ۱۵\times ۴$$
$$\Rightarrow ۲۰ = W_F - ۴۰۰ - ۶۰ \Rightarrow W_F = ۴۸۰J$$

در هنگام بالا رفتن جسم، کار نیروی وزن منفی است.

(فیزیک دهم، صفحه‌های ۶۱ و ۶۵)

شیمی

۷۱. گزینه ۳ صحیح است.

با توجه به نمودار ۲ صفحهٔ ۱۰۲، در بازهٔ دمایی صفر تا ۱۰۰ درجهٔ سلسیوس، انحلال‌پذیری سدیم کلرید همواره کمتر از سدیم نیترات است.

بررسی سایر گزینه‌ها:

۱) نقره کلرید $(AgCl)$ یک ترکیب نامحلول در آب است. انحلال‌پذیری مواد نامحلول در آب از ۰/۰۱ گرم در ۱۰۰ گرم آب، کمتر است.

۲) در ادرار افرادی که به سنگ کلیه مبتلا می‌شوند، مقدار این نمک‌ها از انحلال‌پذیری آنها بیشتر است.

۴) با تغییر دما، انحلال‌پذیری KCl برخلاف $KNO_۳$ تغییر چندانی نمی‌کند.

(شیمی دهم، صفحه‌های ۱۰۰ تا ۱۰۲)

۷۲. گزینه ۲ صحیح است.

انحلال‌پذیری لیتیم سولفات $(Li_۲SO_۴)$ با افزایش دما کاهش می‌یابد. بنابراین چگالی محلول سیر شدهٔ آن در دمای $۶۰^\circ C$ از $۳۰^\circ C$ کمتر است.

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

شیب نمودار انحلال‌پذیری NaCl در مقایسه با KCl کمتر است و انحلال‌پذیری NaCl در آب چندان به دما وابسته نیست. بنابراین تفاوت چگالی محلول سیر شدهٔ آن در دو دمای متفاوت، اختلاف اندکی دارد.

(شیمی دهم، صفحهٔ ۱۰۲)

۷۳. گزینه ۱ صحیح است.

$$\text{درصد جرمی} = \frac{\text{جرم حل‌شونده}}{\text{جرم محلول}} \times ۱۰۰ \Rightarrow ۵۰ = \frac{x}{۱۰۰+x} \times ۱۰۰$$

$$\Rightarrow x = ۱۰۰\,g$$

پس انحلال‌پذیری این نمک در دمای $۱۵^\circ C$ برابر $۱۰۰\,g$ حل‌شونده (در ۱۰۰ گرم آب) است:

$$S = a\theta + ۹۱ \Rightarrow ۱۰۰ = (a \times ۱۵) + ۹۱ \Rightarrow a = ۰/۶ \Rightarrow S = ۰/۶\theta + ۹۱$$

$$\begin{cases} \text{در دمای } ۲۵^\circ C : S = (۰/۶ \times ۲۵) + ۹۱ = ۱۰۶\,g \\ \text{در دمای } ۱۰^\circ C : S = (۰/۶ \times ۱۰) + ۹۱ = ۹۷\,g \end{cases} \Rightarrow ۱۰۶ - ۹۷ = ۹\,g$$

نکته

جرم محلول سیر شده در دمای $۲۵^\circ C$ برابر است با:

$$۱۰۰ + ۱۰۶ = ۲۰۶\,g$$

پس با سرد کردن ۲۰۶ گرم محلول سیرشدهٔ این نمک از دمای $۲۵^\circ C$ به دمای $۱۰^\circ C$ مقدار ۹ گرم نمک رسوب می‌کند:

$$?\,g\,AB = ۱۰۳۰\,g\,\text{محلول} \times \frac{۹\,g\,AB}{۲۰۶\,g\,\text{محلول}} = ۴۵\,g\,AB$$

(شیمی دهم، صفحه‌های ۱۰۲ و ۱۰۳)

۷۴. گزینه ۳ صحیح است.

با توجه به جدول داده شده، افزایش هر $۵^\circ C$ دما، انحلال‌پذیری را ۲۰ گرم افزایش می‌دهد. بنابراین انحلال‌پذیری این نمک در دمای $۰^\circ C$ برابر ۴۰ گرم (در ۱۰۰ گرم آب) می‌باشد:

$$S = ۴\theta + ۴۰\ ,\ \theta = ۵۱/۵^\circ C \Rightarrow S = ۲۴۶\,g$$

محلول $۳۴۶\,g$ = آب $۱۰۰\,g$ + نمک $۲۴۶\,g$ = جرم محلول سیر شده در این دما

پس می‌توان نوشت:

$$M(NO_۳)_۲ = ۱۶۴\,g.mol^{-۱} \Rightarrow M + (۱۴ + ۴۸) \times ۲ = ۱۶۴$$

$$\Rightarrow M = ۴۰\,g.mol^{-۱}$$

$$?\,g\,M^{۲+} = ۲۴۶\,g\,M(NO_۳)_۲ \times \frac{۱\,mol\,M(NO_۳)_۲}{۱۶۴\,g\,M(NO_۳)_۲}$$

$$\times \frac{۱\,mol\,M^{۲+}}{۱\,mol\,M(NO_۳)_۲} \times \frac{۴۰\,g\,M^{۲+}}{۱\,mol\,M^{۲+}} = ۶۰\,g\,M^{۲+}$$

(شیمی دهم، صفحه‌های ۱۰۲ و ۱۰۳)

۷۵. گزینه ۳ صحیح است.

بررسی عبارت‌ها:

آ) نادرست، مولکول متان ($CH_۴$) برخلاف مولکول آب ($H_۲O$) ناقطبی بوده و در میدان الکتریکی جهت‌گیری نمی‌کند.

ب) درست، زیرا مولکول $XO_۲$ باید ناقطبی باشد. بنابراین اتم مرکزی در آن فاقد جفت‌الکترون ناپیوندی است. مثال: مولکول $CO_۲$

$$\ddot{O}=C=\ddot{O}$$

پ) درست، مولکول‌های CO و $N_۲$ جرم مولی یکسانی دارند. مولکول CO برخلاف $N_۲$ قطبی و نیروی جاذبهٔ بین مولکول‌های آن بیشتر است و نقطهٔ جوش آن بالاتر خواهد بود. با توجه به ساختار لوویس این دو مولکول نسبت شمار جفت‌الکترون‌های پیوندی به ناپیوندی در هر دو یکسان است:

$$:N \equiv N: \qquad :C \equiv O:$$

ت) نادرست، گشتاور دوقطبی مولکول آب کمتر از به دو برابر گشتاور دوقطبی مولکول هیدروژن سولفید است.

(شیمی دهم، صفحه‌های ۱۰۴ تا ۱۰۶)

۷۶. گزینه ۴ صحیح است.

بررسی عبارت‌ها:

آ) مقایسهٔ نقطهٔ جوش به‌صورت $HF > HBr > HCl$ است، زیرا بین مولکول‌های HF امکان تشکیل پیوند هیدروژنی وجود دارد. مولکول‌های HCl و HBr هر دو قطبی‌اند اما HBr جرم مولی بیشتری داشته و نقطهٔ جوش آن بیشتر است.

ب) هرچند جرم مولی استون ($C_۳H_۶O = ۵۸\,g.mol^{-۱}$) از جرم مولی اتانول ($C_۲H_۵OH = ۴۶\,g.mol^{-۱}$) بیشتر است، اما نقطهٔ جوش استون پایین‌تر از اتانول است، زیرا بین مولکول‌های اتانول امکان تشکیل پیوند هیدروژنی وجود دارد.

پ) از هگزان ($C_۶H_{۱۴}$) برای این منظور استفاده می‌شود.

(شیمی دهم، صفحه‌های ۱۰۷ و ۱۰۹)

۷۷. گزینه ۳ صحیح است.

فاصلهٔ بین مولکول‌های آب در یخ بیشتر از آب مایع بوده و چگالی یخ از آب کمتر است. بنابراین در جرم‌های برابر از آب و یخ، حجم آب اندکی از حجم یخ کمتر است.

بررسی سایر گزینه‌ها:

۱) با توجه به اینکه ترتیب نقطهٔ جوش به‌صورت $H_۲O > HF > NH_۳$ می‌باشد، تفاوت نقطهٔ جوش $H_۲O$ و HF از $H_۲O$ و $NH_۳$ کمتر است.

۲) زیرا در این صورت آن مولکول دواتمی ناجور هسته بوده و قطبی است و اتم فاقد جفت‌الکترون ناپیوندی در آن H می‌باشد. مثال:

$$H-\ddot{F}:$$

۴) و البته همهٔ محلول‌ها آبی نیستند، زیرا افزون بر آب، حلال‌های دیگری نیز وجود دارند.

(شیمی دهم، صفحه‌های ۱۰۴، ۱۰۵، ۱۰۷ و ۱۰۹)

۷۸. گزینه ۲ صحیح است.

در انحلال ترکیب‌های یونی، پس از جدا شدن یون‌ها توسط مولکول‌های آب، یون‌ها آب‌پوشیده می‌شوند. در محلول آبی سدیم کلرید، یون‌های آب‌پوشیده $Na^+(aq)$ و $Cl^-(aq)$ وجود دارند.

بررسی سایر گزینه‌ها:

۱) زیرا این نوع انحلال، انحلالی مولکولی است و در آن مولکول‌های حل‌شونده ماهیت خود را در محلول حفظ می‌کنند. گویی ساختار مولکول‌های حل‌شونده در محلول دچار تغییر نشده است.

۳) پتاسیم برمید (KBr) یک ترکیب یونی است و نیروی جاذبهٔ یون ـ دوقطبی باعث جدا شدن یون‌ها از شبکه شده تا با لایه‌ای از مولکول‌های آب، پوشیده شوند.

۴) مثلاً در انحلال سدیم کلرید در آب، مولکول‌های آب از طریق سر منفی با یون‌های Na^+ و از طریق سر مثبت با یون‌های Cl^- بیرونی بلور جاذبهٔ یون ـ دوقطبی برقرار کرده و پس از جدا شدن یون‌ها از شبکهٔ بلور (تفکیک یونی) این یون‌ها آب‌پوشیده می‌شوند.

(شیمی دهم، صفحهٔ ۱۱۲)

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۷۹. گزینه ۴ صحیح است.

گازهای A، B و D به‌ترتیب گازهای NO، O_2 و N_2 می‌باشند، زیرا در شرایط یکسان ترتیب انحلال‌پذیری گازها در آب به‌صورت $NO > O_2 > N_2$ می‌باشد.

$$\text{در فشار } 4/5\,atm \begin{cases} S_{N_2} = 0/01 \\ S_{O_2} = 0/02 \end{cases} \Rightarrow 0/01 + 0/02 = 0/03$$

انحلال‌پذیری گاز NO در فشار ۹atm برابر ۰/۰۶ گرم در ۱۰۰ گرم آب است.

$$\frac{0/03}{0/06} = 0/5$$

(شیمی دهم، صفحهٔ ۱۱۵)

۸۰. گزینه ۱ صحیح است.

کاتیون‌های M^+ و A^+ به‌ترتیب Na^+ و K^+ می‌باشند. فراوان‌ترین کاتیون و آنیون در آب دریا به‌ترتیب Na^+ و Cl^- می‌باشند. یون‌های $_{19}K^+$ و $_{17}Cl^-$ شمار الکترون‌های یکسانی دارند.

نیاز روزانهٔ بدن هر فرد بالغ به یون پتاسیم دو برابر یون سدیم است.

بررسی سایر گزینه‌ها:

۲) بیشتر مواد غذایی حاوی یون K^+ بوده و کمبود آن به‌ندرت احساس می‌شود.

۳) وجود یون K^+ برای تنظیم و عملکرد مناسب دستگاه عصبی بسیار ضروری است. به‌طوری‌که انتقال پیام‌های عصبی بدون وجود این یون، امکان‌پذیر نیست. در واقع اختلال در حرکت این یون مانع از انتقال پیام‌های عصبی و گاهی در موارد شدید منجر به مرگ می‌شود.

۴) ۸ یون نسبتاً فراوان در آب دریا به‌ترتیب عبارت‌اند از:

$$Cl^- > Na^+ > SO_4^{2-} > Mg^{2+} > Ca^{2+} > K^+ > CO_3^{2-} > Br^-$$

(شیمی دهم، صفحه‌های ۱۱۵ و ۱۱۶)

۸۱. گزینه ۲ صحیح است.

علت این پدیده «اسمز» می‌باشد. (نه اسمز وارونه!)

در پدیدهٔ اسمز مولکول‌های آب از محیط رقیق به محیط غلیظ می‌روند.

در واقع آب موجود در خیار (محیط رقیق) به آب شور (محیط غلیظ) راه یافته و خیار چروکیده می‌شود.

(شیمی دهم، صفحه‌های ۱۱۶ و ۱۱۷)

۸۲. گزینه ۲ صحیح است.

در روش تقطیر برخلاف روش صافی کربن، ترکیب‌های آلی فرار از آب جدا نمی‌شوند.

بررسی سایر گزینه‌ها:

۱) در فرایند اسمز معکوس، هرچه اختلاف غلظت حل‌شونده‌ها در دو طرف غشا بیشتر باشد، نیروی بیشتری برای جابه‌جایی مولکول‌های آب لازم است.

۳) جهت حرکت مولکول‌های آب در فرایند اسمز و اسمز معکوس برعکس هم و غیرهمسو است.

۴) در روش تقطیر برای تهیهٔ آب شیرین، فرایندهای تبخیر و میعان رخ می‌دهد.

(شیمی دهم، صفحه‌های ۱۱۷ تا ۱۱۹)

۸۳. گزینه ۳ صحیح است.

بررسی عبارت‌ها:

آ) درست، رنگ کاغذ pH در محلول‌های اسیدی و بازی به‌ترتیب قرمز و آبی بوده و pH تقریبی محلول را نشان می‌دهد.

ب) درست، زیرا از انحلال استون در آب یون هیدرونیوم یا یون هیدروکسید تولید نشده و محلول حاصل خنثی خواهد بود.

پ) نادرست، گسترهٔ pH محلول‌های آبی در دمای اتاق (۲۵°C) از صفر تا ۱۴ می‌باشد.

ت) نادرست، آب و همهٔ محلول‌های آبی محتوی یون‌های هیدرونیوم و هیدروکسید هستند.

(شیمی دوازدهم، صفحه‌های ۲۴ و ۲۶)

۸۴. گزینه ۴ صحیح است.

$$?\,mol\,Cl^- = 0/142\,g\,Cl^- \times \frac{1\,mol\,Cl^-}{35/5\,g\,Cl^-} = 0/004\,mol\,Cl^-$$

چون هیدروکلریک اسید، یک اسید قوی است:

$$[H^+] = [Cl^-] = M = \frac{n}{V} \Rightarrow M = \frac{0/004\,mol}{4\,L}$$

$$\Rightarrow [H^+] = 1\times10^{-3}\,mol.L^{-1}$$

$$pH = -\log[H^+] \Rightarrow pH = 3$$

(شیمی دوازدهم، صفحه‌های ۲۵ و ۲۸)

۸۵. گزینه ۴ صحیح است.

چون pH هر دو محلول یکسان است خاصیت اسیدی آنها با هم برابر است. با توجه به آنکه HA یک اسید ضعیف است، با توجه به رابطهٔ $[H^+] = M.\alpha$ برای یکسان بودن غلظت H^+ در هر دو محلول، لازم است مولاریتهٔ HA از ۰/۰۰۴ مول بر لیتر بیشتر باشد.

بررسی سایر گزینه‌ها:

۱) سرعت واکنش فلز Mg در محلول هر دو اسید یکسان است، زیرا غلظت یون هیدرونیوم در محلول این دو اسید با هم برابر است.

۲) چون pH هر دو محلول یکسان است، نسبت $\frac{A^-}{Br^-} = \frac{H^+_{HA}}{H^+_{HBr}} = \frac{OH^-_{HA}}{OH^-_{HBr}}$ یکسان و برابر یک می‌باشد.

۳) شمار مول‌های اسید HA در ۱۰۰mL از محلول در مقایسه با HBr بیشتر است و برای واکنش کامل آن با سدیم هیدروکسید مقدار بیشتری سدیم هیدروکسید لازم است.

(شیمی دوازدهم، صفحه‌های ۲۵، ۲۶ و ۲۸)

۸۶. گزینه ۱ صحیح است.

عنصر M، عنصر لیتیم ($_3Li$) می‌باشد. لیتیم اکسید یک باز آرنیوس است:

$$Li_2O(s) + H_2O(l) \rightarrow 2Li^+(aq) + 2OH^-(aq)$$

مطابق رابطهٔ $[H_3O^+] = \frac{10^{-14}}{[OH^-]}$ با افزایش غلظت یون هیدروکسید، این نسبت که معادل غلظت یون هیدرونیوم است، کاهش می‌یابد، زیرا حاصل‌ضرب آنها باید ثابت بماند.

بررسی سایر گزینه‌ها:

۱) سولفوریک اسید (H_2SO_4) یک اسید دوپروتون‌دار قوی است و pH محلول ۰/۰۱ مولار آن با اسیدهای قوی تک‌پروتون‌دار متفاوت و کمتر است.

۳) بسته به غلظت مولی (یا pH) و حجم این دو محلول می‌توان محاسبه نمود که pH جدید چه عددی خواهد بود و این pH برابر مجموع pH محلول‌های اولیه نیست.

۴) ممکن است این محلول، مخلوطی از حل‌شونده‌های KOH و KCl باشد، بنابراین X^- می‌تواند OH^- بوده و این محلول بازی خواهد بود.

(شیمی دوازدهم، صفحه‌های ۲۵ تا ۲۷)

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۸۷. گزینه ۳ صحیح است.

$$Zn(s)+2HI(aq)\rightarrow ZnI_2(aq)+H_2(g)$$

$$?\,mol\,HI\ \text{مصرف‌شده}=448\,mL\,H_2\times\frac{1\,mol\,H_2}{22400\,mL\,H_2}\times\frac{2\,mol\,HI}{1\,mol\,H_2}$$

$$=0/04\,mol\,HI$$

$$pH=1/4\ ,\ [H^+]_{\text{اولیه}}=M=10^{-1/4}=4\times10^{-2}\,mol.L^{-1}$$

$$n=M.V\Rightarrow n=4\times10^{-2}\times2=0/08\,mol\ (\text{مول اولیهٔ HI در محلول})$$

$$\text{مول باقی‌ماندهٔ HI در محلول نهایی}=0/08-0/04=0/04\,mol\,HI$$

$$[H^+]_{\text{جدید}}=M=\frac{0/04\,mol}{2\,L}=2\times10^{-2}\,mol.L^{-1}\Rightarrow pH_{\text{جدید}}=1/7$$

نکته

به‌تقریب حجم محلول اولیه با محلول نهایی را یکسان در نظر می‌گیریم.

(شیمی دوازدهم، صفحه‌های ۲۵ و ۲۸)

۸۸. گزینه ۲ صحیح است.

$$\text{محلول HBr}:\frac{[H_3O^+]}{[OH^-]}=1/6\times10^{11}\Rightarrow\frac{[H_3O^+]}{\frac{10^{-14}}{[H_3O^+]}}=1/6\times10^{11}$$

$$\Rightarrow[H_3O^+]=4\times10^{-2}\,mol.L^{-1}$$

$$pH=-\log(4\times10^{-2})=1/4$$

چون pH محلول نیتریک اسید ۵۰٪ از pH این محلول بیشتر است:

$$\text{برای محلول }HNO_3:\ pH=1/4+0/7=2/1$$

$$[H^+]=M=10^{-pH}=10^{-2/1}=8\times10^{-3}\,mol.L^{-1}$$

$$N_2O_5(s)+H_2O(l)\rightarrow 2H^+(aq)+2NO_3^-(aq)$$

$$[H^+]=M=\frac{n}{V}\Rightarrow8\times10^{-3}=\frac{n}{0/5\,L}\Rightarrow n=0/004\,mol\,H^+$$

$$mg\,N_2O_5=0/004\,mol\,H^+\times\frac{1\,mol\,N_2O_5}{2\,mol\,H^+}\times\frac{108\,g\,N_2O_5}{1\,mol\,N_2O_5}$$

$$\Rightarrow m=0/216\,g\,N_2O_5$$

(شیمی دوازدهم، صفحه‌های ۲۵، ۲۶ و ۲۸)

۸۹. گزینه ۴ صحیح است.

آب یک مادهٔ مولکولی است و از یون ساخته نشده است.

بررسی سایر گزینه‌ها:

۱) رسانایی الکتریکی ناچیز آب خالص بیانگر وجود مقدار بسیار کمی از این یون‌ها در آب است.

۲) زیرا در هر دمایی غلظت یون‌های هیدروکسید و هیدرونیوم در آب خالص با هم یکسان است.

۳) عنصر M، عنصر کلسیم ($_{20}Ca$) است. کلسیم اکسید (CaO) یک اکسید بازی است و در محلول حاصل از آن $[OH^-]>[H_3O^+]$ می‌باشد. با توجه به آنکه جرم مولی OH^- و H_3O^+ به‌ترتیب برابر ۱۷ و ۱۹ گرم بر مول می‌باشد و حاصل‌ضرب غلظت این دو یون در دمای اتاق برابر 10^{-14} است، به‌دلیل بیشتر بودن غلظت یون هیدروکسید در این محلول نسبت مجموع جرم $\frac{OH^-}{H_3O^+}>1$ خواهد بود.

(شیمی دوازدهم، صفحه‌های ۲۶ و ۲۷)

۹۰. گزینه ۱ صحیح است.

زیرا در کنار یون‌های هیدرونیوم و هیدروکسید، آنیون یا کاتیون‌هایی از اسید یا باز نیز در محلول موجود است و بار الکتریکی محلول همواره خنثی خواهد بود. مثلاً در محلول هیدروکلریک اسید (HCl) گرچه $[H_3O^+]>[OH^-]$ است اما وجود یون‌های Cl^- حاصل از یونش HCl باعث می‌شود محلول از نظر بار الکتریکی خنثی باشد.

بررسی سایر گزینه‌ها:

۱) محلول سدیم کلرید در آب خنثی می‌باشد، بنابراین غلظت یون‌های H_3O^+ و OH^- در آن با هم یکسان است. هر مول NaCl در آب تولید یک مول $Na^+(aq)$ و یک مول $Cl^-(aq)$ می‌نماید، پس می‌توان گفت: مجموع یون‌های Na^+ و H_3O^+ = مجموع یون‌های Cl^- و OH^-.

۲) با توجه به آنکه حاصل‌ضرب $[H_3O^+][OH^-]$ باید ثابت بماند (در دمای ثابت) با کاهش غلظت یکی، غلظت دیگری باید به همان نسبت افزایش یابد.

۴) بین غلظت یون هیدرونیوم و pH یک محلول رابطهٔ وارونه و بین غلظت یون هیدروکسید و pH محلول رابطهٔ مستقیم وجود دارد.

(شیمی دوازدهم، صفحه‌های ۲۶ و ۲۷)

۹۱. گزینه ۳ صحیح است.

سدیم هیدروکسید (NaOH) یک باز بسیار قوی است. صابون‌های جامد نمک سدیم اسیدهای چرب ($RCOO^-\,Na^+$) می‌باشند. پتاسیم هیدروکسید (KOH) نیز بازی بسیار قوی است. $RCOO^-\,K^+$ یک صابون مایع است.

بررسی سایر گزینه‌ها:

۱) pH محلول‌های ۱ مولار بازهای قوی یک‌عاملی (گروه قلیایی) برابر ۱۴ است. برای بازهای قوی گروه قلیایی خاکی مانند $Ba(OH)_2$ و ... این‌گونه نیست.

۲) همانند اسیدها، هرچه ثابت یونش بازها (K_b) بزرگ‌تر باشد، قدرت بازی بیشتر است.

۴) آمونیاک یک باز ضعیف است و در محلول آن افزون بر مقدار کمی از یون‌های آب‌پوشیده شمار زیادی از مولکول‌های آمونیاک یافت می‌شود.

(شیمی دوازدهم، صفحه‌های ۲۸ و ۲۹)

۹۲. گزینه ۲ صحیح است.

ابتدا تعداد مول H^+ و OH^- را حساب می‌کنیم:

$$\text{مول }H^+\text{ در HCl}:0/2\,L\,HCl\times\frac{0/2\,mol\,HCl}{1\,L\,HCl}\times\frac{1\,mol\,H^+}{1\,mol\,HCl}$$

$$=4\times10^{-2}\,mol\,H^+$$

$$\text{مول }OH^-\text{ در KOH}:100\,mL\,\text{محلول}\times\frac{1\,L\,\text{محلول}}{1000\,mL\,\text{محلول}}$$

$$\times\frac{2/24\,g\,KOH}{1\,L\,\text{محلول}}\times\frac{1\,mol\,KOH}{56\,g\,KOH}\times\frac{1\,mol\,OH^-}{1\,mol\,KOH}=4\times10^{-3}\,mol\,OH^-$$

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

مشاهده می‌شود که تعداد مول H^+ بیشتر بوده، پس محلول نهایی اسیدی است و داریم:

$$[H^+]=\frac{\text{تعداد مول } H^+ - \text{تعداد مول } OH^-}{\text{حجم نهایی محلول}}$$

$$\Rightarrow [H^+]=\frac{(۴\times ۱۰^{-۲}-۴\times ۱۰^{-۳})\,mol}{(۰/۱+۰/۲+۰/۲)\,L}$$

$$\Rightarrow [H^+]=\frac{۰/۰۳۶}{۰/۵}=۷۲\times ۱۰^{-۳}$$

$$\Rightarrow pH=-\log ۷۲\times ۱۰^{-۳} \Rightarrow pH=۳-\log ۷۲$$

$$\Rightarrow pH=۳-\log(۳^۲\times ۲^۳) \Rightarrow pH=۳-۲\underbrace{\log ۳}_{۰/۵}-۳\underbrace{\log ۲}_{۰/۳}$$

$$\Rightarrow pH=۱/۱$$

(شیمی دوازدهم، صفحه‌های ۲۴ تا ۲۷)

۹۳. گزینه ۲ صحیح است.

یون‌های Na^+ و Cl^- در واکنش شرکت نکرده و مقدار آنها ثابت می‌ماند. به‌دلیل افزایش حجم محلول پایانی، غلظت این دو یون کاهش می‌یابد.

بررسی سایر گزینه‌ها:

۱) در این واکنش‌ها یون‌های هیدرونیوم در واکنش با یون‌های هیدروکسید به مولکول‌های آب تبدیل می‌شوند.

$$H^+(aq)+OH^-(aq)\rightarrow H_۲O(l)$$

۳) برای این منظور باید از محلول غلیظ سدیم هیدروکسید استفاده شود. فراوردهٔ چنین واکنش‌هایی خود نوعی پاک‌کننده $(RCOONa)$ بوده و می‌تواند چربی‌های اضافی را بزداید.

$$RCOOH(s)+NaOH(aq)\rightarrow RCOONa(aq)+H_۲O(l)$$

۴) هیدروکلریک اسید، یک اسید قوی است. غلظت یون هیدرونیوم در شیرهٔ معده حدود ۰/۰۳ مول بر لیتر است و محیط درون معده بسیار اسیدی بوده، به‌طوری‌که می‌تواند فلزهایی مانند روی، منیزیم و ... را در خود حل کند.

(شیمی دوازدهم، صفحه‌های ۳۰ و ۳۱)

۹۴. گزینه ۱ صحیح است.

سدیم هیدروژن کربنات یا جوش شیرین $(NaHCO_۳)$ یکی از مواد مؤثر در داروهای ضداسید است. نوع عنصرهای آن با نوع عنصرهای صابون جامد $(RCOO^-\,Na^+)$ یکسان است.

بررسی سایر گزینه‌ها:

۱) pH معده در زمان فعالیت عدد کوچک‌تری در مقایسه با زمان استراحت است، پس نسبت $\frac{a}{b}$ عددی کوچک‌تر از ۱ است.

۲) این ماده آلومینیم هیدروکسید، $(Al(OH)_۳)$ می‌باشد. آرایش الکترون ـ نقطه‌ای Al به‌صورت $\cdot\dot{A}l\cdot$ است.

۴) شیر منیزی محتوی منیزیم هیدروکسید است.

(شیمی دوازدهم، صفحه‌های ۳۱ و ۳۲)

۹۵. گزینه ۳ صحیح است.

بررسی عبارت‌ها:

آ) گل ادریسی در خاک‌های اسیدی و بازی به‌ترتیب به رنگ آبی و سرخ شکوفا می‌شود.

ب) چون با تغییر حجم محلول، حاصل‌ضرب غلظت یون‌های هیدرونیوم و هیدروکسید ثابت می‌ماند، نمودار b پاسخ درست می‌باشد.

پ) در شرایط یکسان دما و غلظت، هرچه غلظت یون هیدرونیوم در محلول اسیدی بیشتر باشد، آن اسید قوی‌تر است. غلظت یون هیدرونیوم در محلول اسید HX کمتر از HA می‌باشد، پس قدرت اسیدی HX کمتر است.

(شیمی دوازدهم، صفحه‌های ۳۳ و ۳۴)

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

مرکز سنجش آموزش مدارس برتر

آزمون: ۴ پایه ۱۲ ـ رشته **ریاضی**

مرکز:

نام خانوادگی: نام:

نام کاربری: کد آزمون:

کد داوطلب

توجه: اگر این پاسخنامه متعلق به شما نیست مسئول جلسه را آگاه سازید.
پاسخ سؤالات باید با مداد مشکی نرم در مقابل سؤال مربوطه علامت‌گذاری شود.
از تا کردن و کثیف نمودن پاسخنامه خودداری فرمایید.

صحیح:

غلط:

اگر در مستطیل زیر علامتی بزنید پاسخنامه شما تصحیح نخواهد شد.

سؤال	گزینه	سؤال	گزینه	سؤال	گزینه	سؤال	گزینه	سؤال	گزینه
۱	۱	۲۱	۳	۴۱	۱	۶۱	۱	۸۱	۲
۲	۳	۲۲	۳	۴۲	۴	۶۲	۳	۸۲	۲
۳	۲	۲۳	۲	۴۳	۴	۶۳	۳	۸۳	۳
۴	۳	۲۴	۳	۴۴	۱	۶۴	۱	۸۴	۴
۵	۲	۲۵	۲	۴۵	۳	۶۵	۴	۸۵	۴
۶	۴	۲۶	۲	۴۶	۳	۶۶	۳	۸۶	۱
۷	۲	۲۷	۴	۴۷	۴	۶۷	۳	۸۷	۳
۸	۱	۲۸	۴	۴۸	۱	۶۸	۱	۸۸	۲
۹	۲	۲۹	۲	۴۹	۴	۶۹	۲	۸۹	۴
۱۰	۴	۳۰	۱	۵۰	۴	۷۰	۴	۹۰	۱
۱۱	۳	۳۱	۲	۵۱	۳	۷۱	۳	۹۱	۳
۱۲	۱	۳۲	۴	۵۲	۱	۷۲	۲	۹۲	۲
۱۳	۴	۳۳	۱	۵۳	۲	۷۳	۱	۹۳	۲
۱۴	۲	۳۴	۱	۵۴	۴	۷۴	۳	۹۴	۱
۱۵	۴	۳۵	۱	۵۵	۱	۷۵	۳	۹۵	۳
۱۶	۳	۳۶	۳	۵۶	۲	۷۶	۴	۹۶	
۱۷	۱	۳۷	۴	۵۷	۴	۷۷	۳	۹۷	
۱۸	۲	۳۸	۳	۵۸	۱	۷۸	۲	۹۸	
۱۹	۳	۳۹	۴	۵۹	۲	۷۹	۴	۹۹	
۲۰	۳	۴۰	۱	۶۰	۲	۸۰	۱	۱۰۰	

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir