



مرکز سنجش آموزش مدارس برتر

پیش آزمون شماره ۳
مهرماه ۱۴۰۵



پاسخنامه ریاضی - فیزیک

ردیف	نام درس	سرگروه	گروه طراحی و بازنگری (به ترتیب حروف الفبا)	ویراستاران (به ترتیب حروف الفبا)
۱	حسابان	حسین شفیع زاده	حسین شفیع زاده - مهرداد کیوان	مهديار شريف - ابوالفضل فروغی
۲	هندسه	مهريار راشدی	امير حسين ابومحبوب - مهريار راشدی - احمد رضا فلاح - حسن محمدیبيگی	داریوش امیری - مهديار شريف
۳	گسسته	رسول حاجی زاده	رسول حاجی زاده - محمد جمال صادقی	سینا پرهیزکار - مهديار شريف
۴	فیزیک	علی نعیمی	احمد رضوانی - امیر علی میری - علی نعیمی	محمد رضا خادمی - مهديار شريف
۵	شیمی	مسعود جعفری	محبوبه بيگ محمدی - حسن عیسی زاده	پرهام امیری - امیر سپهر مسلمی

واحد فنی (به ترتیب حروف الفبا)
زهرا احدی - احسان اسدی - امیر علی الماسی - مبینا بهرامی - زهرا عربی زنجانی - مهرداد شمسی - راضیه صالحی - نگار کاتبی

برای اطلاع از اخبار مرکز سنجش آموزش مدارس برتر، به کانال تلگرام @taraaznet مراجعه نمایید.



حسابان

۱. گزینه ۳ صحیح است.

ابتدا براساس x ها، زوج مرتبها را مرتب می کنیم.

$$\begin{array}{c|cccc} x & -5 & -3 & -2 & 7 \\ \hline y & -10 & 2-m & 3-2m & m+4 \end{array}$$

$$\Rightarrow -10 \leq 2-m \leq 3-2m \leq m+4$$

$$\begin{cases} -10 \leq 2-m \Rightarrow m \leq 12 \\ 2-m \leq 3-2m \Rightarrow m \leq 1 \Rightarrow -\frac{1}{3} \leq m \leq 1 \\ 3-2m \leq m+4 \Rightarrow m \geq -\frac{1}{3} \end{cases}$$

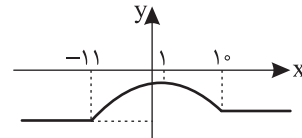
پس m دارای دو جواب صحیح است.

(حسابان دوازدهم، صفحه ۱۶)

۲. گزینه ۴ صحیح است.

راه حل اول:

نمودار تابع خواسته شده به صورت زیر است:



در بازه $[1, 10]$ تابع جدید، اکیداً نزولی است. طول این بازه برابر ۹ است. راه حل دوم: تابع جدید در بازه ای اکیداً نزولی است که تابع f در بازه متناظر آن نزولی است. فقط طول بازه ۳ برابر است. تابع f در بازه $[-3, 0]$ نزولی است که طول آن ۳ واحد است، پس تابع جدید در بازه ای به طول ۹ اکیداً نزولی است.

(حسابان دوازدهم، صفحه ۱۷)

۳. گزینه ۱ صحیح است.

عبارت درجه چهارم یکنوا نیست، پس $a = 2$ است.

$$f(x) = (b-2)x^3 + 2b$$

f اکیداً نزولی است، پس $b-2$ منفی است و چون b طبیعی است، بنابراین $b = 1$ است.

$$\Rightarrow f(x) = -x^3 + 2 \Rightarrow f(b) = f(1) = 1$$

(حسابان دوازدهم، صفحه ۱۷)

۴. گزینه ۳ صحیح است.

باقی مانده تقسیم چند جمله ای $f(x)$ بر $x-a$ برابر $f(a)$ است.

$$f(2) = 0 \Rightarrow 8 - 12 + 4 + a = 0 \Rightarrow a = 0$$

$$R = f(-1) = -1 - 3 - 2 + a = -6$$

(حسابان دوازدهم، صفحه ۱۹)

۵. گزینه ۲ صحیح است.

نمودار kx^3 ، یک واحد به چپ و ۲ واحد به بالا منتقل شده است، پس $\alpha = 1$ و $\beta = 2$ است.

$$f(x) = k(x+1)^3 + 2$$

$$f(0) = 0 \Rightarrow k + 2 = 0 \Rightarrow k = -2$$

باقی مانده تقسیم $f(x-\alpha)$ بر $x-\beta$ برابر $f(\beta-\alpha)$ است.

$$R = f(\beta-\alpha) = f(1) = 8k + 2 = -14$$

(حسابان دوازدهم، صفحه ۱۴)

۶. گزینه ۲ صحیح است.

باید رأس سهمی در بازه $[-1, -\infty)$ یا $(2, +\infty)$ باشد.

$$x = -\frac{b}{2a} = -\frac{-2}{2a} = \frac{1}{a}$$

$$\Rightarrow \frac{1}{a} \geq 2 \text{ یا } \frac{1}{a} \leq -1$$

$$\Rightarrow 0 < a \leq \frac{1}{2} \text{ یا } -1 \leq a < 0$$

دقت کنید $a = 0$ هم جواب است، پس $a = 0$ و $a = -1$ قابل قبول است.

(حسابان یازدهم، صفحه ۵۵)

۷. گزینه ۲ صحیح است.

اگر نمودار f را با خط $y = x$ تقاطع دهیم، نقاط برخورد f و f^{-1} به دست می آید:

$$\frac{1}{2x+m} = x \Rightarrow 2x^2 + mx - 1 = 0$$

$$|x_1 - x_2| = \frac{\sqrt{\Delta}}{2} = \frac{\sqrt{m^2 + 8}}{2} = \sqrt{11}$$

$$\Rightarrow m^2 + 8 = 44 \Rightarrow m = 6$$

(حسابان یازدهم، صفحه ۶۱)

۸. گزینه ۴ صحیح است.

$$f(-1) = f^{-1}(-1) \Rightarrow f(f(-1)) = f(f^{-1}(-1))$$

$$\Rightarrow f(1 - \frac{2}{a}) = -1 \Rightarrow 1 + \frac{2}{a}(1 - \frac{2}{a}) = -1$$

$$\Rightarrow \frac{2}{a} - \frac{4}{a^2} = -2 \Rightarrow 2a - 4 = -2a^2$$

$$\Rightarrow a^2 + a - 2 = 0 \Rightarrow a_1 + a_2 = -1$$

(حسابان یازدهم، صفحه ۵۸)

۹. گزینه ۱ صحیح است.

تابع f اکیداً صعودی و دامنه آن بازه $[1, +\infty)$ و در نتیجه برد آن بازه $[f(1), +\infty)$ و یا $[2, +\infty)$ است، پس:

$$\begin{cases} (2x-3) \in [2, +\infty) \Rightarrow 2x-3 \geq 2 \Rightarrow x \geq \frac{5}{2} \\ (6-x) \in [2, +\infty) \Rightarrow 6-x \geq 2 \Rightarrow x \leq 4 \end{cases}$$

پس $\frac{5}{2} \leq x \leq 4$ است. از طرفی f^{-1} اکیداً صعودی است، پس:

$$f^{-1}(2x-3) \leq f^{-1}(6-x) \Rightarrow 2x-3 \leq 6-x \Rightarrow x \leq 3$$

پس $\frac{5}{2} \leq x \leq 3$ و x دارای یک مقدار صحیح است.

(حسابان دوازدهم، صفحه ۱۸)



$$m_{AB} \times m_{BC} = -1$$

$$\frac{a-4}{a-0} \times \frac{4-0}{0-2} = -1$$

$$\Rightarrow \frac{a-4}{a} = \frac{1}{2} \Rightarrow 2a - 8 = a \Rightarrow a = 8$$

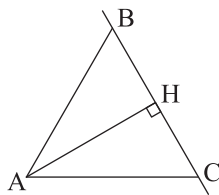
معادله خطی که از نقاط $A(8, 8)$ و $C(2, 0)$ عبور می‌کند، به صورت زیر است:

$$y = \frac{8-0}{8-2}(x-2) \Rightarrow 3y - 4x + 8 = 0$$

(حسابان یازدهم، صفحه ۳۴)

۱۵. گزینه ۴ صحیح است.

فاصله A از خط داده شده برابر ارتفاع مثلث است.



$$AH = \frac{|3(3) + 4(-2) - 11|}{\sqrt{9+16}} = \frac{10}{5} = 2$$

$$\begin{cases} x=0 \Rightarrow y=\frac{11}{4} \\ y=0 \Rightarrow x=\frac{11}{3} \end{cases}$$

$$\Rightarrow BC = \sqrt{\left(\frac{11}{3}\right)^2 + \left(\frac{11}{4}\right)^2} = \frac{11 \times 5}{12} = \frac{55}{12}$$

$$S = \frac{1}{2} AH \cdot BC = \frac{1}{2} \times 2 \times \frac{55}{12} = \frac{55}{12}$$

(حسابان یازدهم، صفحه ۳۳)

۱۶. گزینه ۱ صحیح است.

رادیكال‌ها را به صورت توانی می‌نویسیم:

$$A = 3^{\frac{2}{6}} \times 3^{\frac{1}{12}} \times 3^{\frac{1}{12}} \times 3^{\frac{1}{6}} \times 3^{\frac{1}{6}}$$

$$= 3^{\frac{1}{3}} \times 3^{\frac{1}{12}} \times 3^{\frac{1}{12}} \times 3^{\frac{1}{6}} \times 3^{\frac{1}{6}} = 3 \times 3^{\left(\frac{1}{3} + \frac{1}{12} + \frac{1}{12} + \frac{1}{6} + \frac{1}{6}\right)} = 2 \times 3^2$$

$$\Rightarrow \frac{A}{2\sqrt{3}} = \frac{9}{\sqrt{3}} = 3\sqrt{3}$$

(ریاضی دهم، صفحه ۶۱)

۱۷. گزینه ۲ صحیح است.

$$2A = 2\sqrt{1+\frac{\sqrt{3}}{2}} + 2\sqrt{1-\frac{\sqrt{3}}{2}} = \sqrt{4+2\sqrt{3}} + \sqrt{4-2\sqrt{3}}$$

$$= \sqrt{(\sqrt{3}+1)^2} + \sqrt{(\sqrt{3}-1)^2} = \sqrt{3}+1 + \sqrt{3}-1 = 2\sqrt{3}$$

$$\Rightarrow A = \sqrt{3} \Rightarrow A^6 + A^2 = 9 + 3 = 12$$

راه دوم:

$$A = \sqrt{1+\frac{\sqrt{3}}{2}} + \sqrt{1-\frac{\sqrt{3}}{2}}$$

۱۰. گزینه ۴ صحیح است.

وارون تابع f به صورت $f^{-1}(x) = \frac{3x}{x-2}$ است.

$$g \circ f^{-1}(a) = 3 \Rightarrow f^{-1}(a) = g^{-1}(3)$$

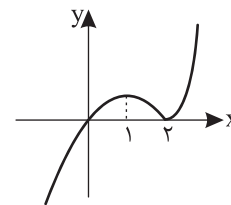
$$\Rightarrow f^{-1}(a) = 3 + f^{-1}(3)$$

$$\Rightarrow \frac{3a}{a-2} = 3 + 9 = 12 \Rightarrow 3a = 12a - 24 \Rightarrow a = \frac{24}{9} = \frac{8}{3}$$

(حسابان یازدهم، صفحه ۵۷)

۱۱. گزینه ۳ صحیح است.

نمودار تابع f به صورت زیر است:



$$f(x) = \begin{cases} x^2 - 2x & x \geq 2 \\ 2x - x^2 & x < 2 \end{cases}$$

در بازه $[1, 2]$ ضابطه f به صورت $y = 2x - x^2$ است.

$$y = 2x - x^2 = -(x-1)^2 + 1 \Rightarrow (x-1)^2 = 1-y$$

$$x \geq 1 \Rightarrow x-1 = \sqrt{1-y} \Rightarrow x = 1 + \sqrt{1-y}$$

$$\Rightarrow \text{وارون: } y = 1 + \sqrt{1-x}$$

(حسابان یازدهم، صفحه ۶۱)

۱۲. گزینه ۲ صحیح است.

شیب خط $1 = 2x + 3y$ برابر $-\frac{2}{3}$ است، پس شیب خط d برابر $\frac{3}{2}$ است.

$$d: y + 3 = \frac{3}{2}(x - 2)$$

$$x = 0 \Rightarrow y = -6$$

(حسابان یازدهم، صفحه ۳۱)

۱۳. گزینه ۱ صحیح است.

$$m = \frac{\Delta y}{\Delta x} \Rightarrow -2 = \frac{a-b}{2-(-3)} \Rightarrow a-b = -10$$

$$AB = \sqrt{(\Delta x)^2 + (\Delta y)^2} = \sqrt{(2+3)^2 + (a-b)^2}$$

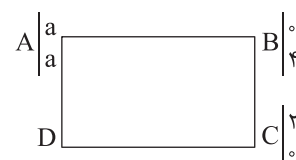
$$= \sqrt{25 + 100} = 5\sqrt{5}$$

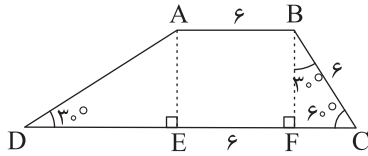
$$S = AB^2 = 125$$

(حسابان یازدهم، صفحه ۳۰)

۱۴. گزینه ۱ صحیح است.

شرط عمود بودن AB و BC را می‌نویسیم:



 Δ داریم BFC

$$FC = \frac{1}{2} BC = \frac{1}{2} \times 6 = 3$$

$$BF = \frac{\sqrt{3}}{2} BC = \frac{\sqrt{3}}{2} \times 6 = 3\sqrt{3}$$

از طرفی در مثلث قائم الزاویه AED می توان نوشت:

$$\tan 30^\circ = \frac{AE}{DE} \quad \frac{AE}{DE} = \frac{BF}{DE} = \frac{3\sqrt{3}}{3} \Rightarrow \frac{\sqrt{3}}{3} = \frac{3\sqrt{3}}{DE} \Rightarrow DE = 9$$

همچنین چهارضلعی ABFE مستطیل است، پس داریم:

$$EF = AB = 6 \Rightarrow DC = DE + EF + FC = 9 + 6 + 3 = 18$$

مساحت ذوزنقه ABCD برابر است با:

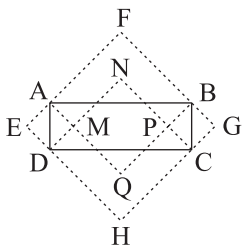
$$S_{ABCD} = \frac{1}{2} AE (AB + DC) = \frac{1}{2} \times 3\sqrt{3} (6 + 18) = 36\sqrt{3}$$

(هندسه دهم، صفحه ۶۵)

۲۲. گزینه ۲ صحیح است.

شکل حاصل از برخورد نیمسازهای زوایای داخلی مستطیلی به طول a و عرض b ، مربعی (MNPQ) با طول ضلع $\frac{a-b}{\sqrt{2}}$ و شکل حاصل از برخورد نیمسازهای زوایای خارجی این مستطیل، مربعی (EFGH) با طول ضلع $\frac{a+b}{\sqrt{2}}$ است.

دقت کنید! که قطرهای مربع های حاصل از برخورد نیمساز زوایای داخلی و خارجی، موازی اضلاع مستطیل هستند.



با توجه به اینکه طول ضلع مربع حاصل از برخورد نیمسازهای زوایای داخلی مستطیلی با طول a و عرض b برابر با $\frac{a-b}{\sqrt{2}}$ است، پس طول قطر مربع برابر با $a-b$ است.

از طرفی محیط مستطیل $2(a+b)$ است. پس:

$$\begin{cases} a-b=4 \\ 2(a+b)=28 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a-b=4 \\ a+b=14 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a=9 \\ b=5 \end{cases}$$

محیط چهارضلعی حاصل از برخورد نیمسازهای زوایای خارجی این مستطیل برابر است با:

$$4 \times \frac{a+b}{\sqrt{2}} = 4 \times \frac{9+5}{\sqrt{2}} = 2\sqrt{2}(14) = 28\sqrt{2}$$

$$\Rightarrow A^2 = 1 + \frac{\sqrt{3}}{2} + 1 - \frac{\sqrt{3}}{2} + 2\sqrt{1-\frac{3}{4}} = 3$$

$$\Rightarrow A^4 + A^2 = 12$$

(ریاضی دهم، صفحه ۶۲)

۱۸. گزینه ۳ صحیح است.

فرض کنید $\sqrt{2+\sqrt{a}} - \sqrt{c} = A$ ، پس:

$$\begin{cases} \sqrt{2+\sqrt{a}} + \sqrt{c} = 6 \\ \sqrt{2+\sqrt{a}} - \sqrt{c} = A \end{cases} \xrightarrow{\text{ضرب}} \begin{cases} 2+\sqrt{a}-c=6A \\ 6A=12 \Rightarrow A=2 \end{cases}$$

حال دو رابطه دستگاه را با هم جمع می کنیم:

$$2\sqrt{2+\sqrt{a}} = 6+A=8 \Rightarrow \sqrt{2+\sqrt{a}} = 4 \Rightarrow \sqrt{a} = 14$$

(ریاضی دهم، صفحه ۶۷)

هندسه

۱۹. گزینه ۱ صحیح است.

می دانیم:

$$S_{\Delta} = \frac{1}{2} ah_a = \frac{1}{2} bh_b = \frac{1}{2} ch_c$$

بنابراین:

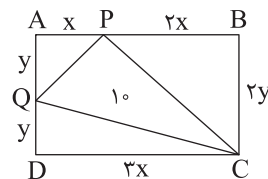
$$\frac{1}{h_a} + \frac{1}{h_b} + \frac{1}{h_c} = \frac{1}{\frac{2s}{a}} + \frac{1}{\frac{2s}{b}} + \frac{1}{\frac{2s}{c}} = \frac{a+b+c}{2s} = \frac{\text{محیط}}{2(\text{مساحت})} = \frac{1}{10} \Rightarrow \text{مساحت} = 5$$

(هندسه دهم، صفحه ۶۵)

۲۰. گزینه ۲ صحیح است.

$$\frac{AP}{AB} = \frac{1}{3} \Rightarrow \begin{cases} AP = x \\ PB = 2x \end{cases}$$

$$AD \text{ وسط } Q \Rightarrow AQ = QD = y$$



$$S_{\text{کل}} = \frac{1}{2} xy + \frac{1}{2} (2x)(2y) + \frac{1}{2} (3x) \times y + 10$$

$$\Rightarrow 6xy = 4xy + 10 \Rightarrow xy = 5$$

بنابراین:

$$\text{مساحت مستطیل} = 6xy = 30$$

(هندسه دهم، صفحه ۶۵)

۲۱. گزینه ۴ صحیح است.

از دو رأس A و B، عمودهای AE و BF را بر قاعده CD رسم می کنیم. می دانیم در مثلث قائم الزاویه، اندازه اضلاع روبه رو به زوایای 30° و 60° به ترتیب $\frac{1}{2}$ و $\frac{\sqrt{3}}{2}$ اندازه وتر است، بنابراین در مثلث



$$GM = MG', BM = MC, \hat{M}_1 = \hat{M}_r \Rightarrow$$

$$\Rightarrow BG' = CG = 8 \quad \text{دو مثلث } \triangle CMG \text{ و } \triangle BMG' \text{ هم‌نهشت‌اند}$$

طول اضلاع مثلث $\triangle BGG'$ در فیثاغورس صدق می‌کند و در رأس G' قائم‌الزاویه است. بنابراین:

$$S_{\triangle BGG'} = \frac{1}{2} \times 6 \times 8 = 24$$

$$S_{\triangle BMG} = 12 \quad \text{پس:}$$

همچنین می‌دانیم با رسم میانه‌ها مثلث اولیه به ۶ مثلث هم مساحت تقسیم می‌شود.

پس:

$$S_{\triangle ACG} = 2S_{\triangle BMG} = 2 \times 12 = 24$$

(هندسه دهم، صفحه ۶۷)

۲۵. گزینه ۳ صحیح است.

در یک مستطیل شبکه‌ای با اضلاع افقی و قائم که طول و عرض آن به ترتیب m و n واحد باشد، تعداد نقاط مرزی برابر $2(m+n)$ یعنی دقیقاً برابر محیط مستطیل است. بنابراین محیط این مستطیل برابر 20 و جمع طول و عرض آن برابر 10 است. چون طبق فرض طول و عرض این مستطیل برابر نیستند، پس مساحت آن در صورتی ماکزیمم خواهد بود که طول برابر 6 و عرض برابر 4 باشد. حال اگر تعداد نقاط مرزی و درونی این مستطیل به ترتیب برابر b و i باشد، آنگاه طبق فرمول پیک داریم:

$$S = \frac{b}{2} + i - 1 \Rightarrow 6 \times 4 = \frac{20}{2} + i - 1 \Rightarrow i = 15$$

دقت کنید! که با توجه به ثابت بودن تعداد نقاط مرزی، تعداد نقاط درونی در صورتی حداکثر خواهد بود که مساحت این مستطیل بیشترین مقدار ممکن را داشته باشد.

(هندسه دهم، صفحه‌های ۶۹ تا ۷۳)

۲۶. گزینه ۳ صحیح است.

طبق فرض مسئله چون $C = A \times B$ ماتریس مربعی مرتبه ۳ است، پس $P = 3$ می‌باشد.

$$A = \begin{bmatrix} a \\ b \\ c \end{bmatrix}, \sum_{i=1}^P a_{i1} = \sum_{i=1}^3 a_{i1} = a_{11} + a_{21} + a_{31} = a + b + c = 4$$

$$B = \begin{bmatrix} x & y & z \end{bmatrix}, \sum_{j=1}^P b_{1j} = \sum_{j=1}^3 b_{1j} = b_{11} + b_{12} + b_{13} = x + y + z = 5$$

$$A \times B = \begin{bmatrix} a \\ b \\ c \end{bmatrix}_{3 \times 1} \begin{bmatrix} x & y & z \end{bmatrix}_{1 \times 3} = \begin{bmatrix} ax & ay & az \\ bx & by & bz \\ cx & cy & cz \end{bmatrix}_{3 \times 3}$$

$$C \text{ مجموع درایه‌های } = a(x+y+z) + b(x+y+z) + c(x+y+z) = (a+b+c)(x+y+z) = 4 \times 5 = 20$$

(هندسه دوازدهم، صفحه ۱۷)

دقت کنید! راحت‌تر هم می‌شد پاسخ را پیدا کرد.

$$4 \times \frac{a+b}{\sqrt{2}} = \sqrt{2}(2a+2b) = \sqrt{2} \times 28 = 28\sqrt{2}$$

(هندسه دهم، صفحه ۶۳)

۲۳. گزینه ۳ صحیح است.

نقطه G نقطه هم‌رسی میانه‌های مثلث $\triangle ABC$ است، پس AM میانه نظیر ضلع BC بوده و در نتیجه این مثلث را به دو مثلث هم مساحت تقسیم می‌کند. یعنی:

$$\frac{S_{\triangle AMB}}{S_{\triangle ABC}} = \frac{1}{2} \quad (1)$$

از طرفی می‌دانیم نقطه هم‌رسی میانه‌ها، هر میانه را به نسبت 2 به 1 تقسیم می‌کند؛ یعنی $\frac{AG}{GM} = 2$. پس طبق تعمیم قضیه تالس در

مثلث $\triangle AMB$ داریم:

$$NG \parallel BM \Rightarrow \frac{AN}{AB} = \frac{AG}{AM} = \frac{2}{3}$$

دو مثلث $\triangle AMN$ و $\triangle AMB$ در ارتفاع رسم شده از رأس M مشترک‌اند، پس می‌توان نوشت:

$$\frac{S_{\triangle AMN}}{S_{\triangle AMB}} = \frac{AN}{AB} = \frac{2}{3} \quad (2)$$

به‌طور مشابه دو مثلث $\triangle GMN$ و $\triangle AMN$ در ارتفاع رسم شده از رأس N مشترک‌اند، پس نسبت مساحت‌های این دو مثلث برابر است با:

$$\frac{S_{\triangle GMN}}{S_{\triangle AMN}} = \frac{GM}{AM} = \frac{1}{3} \quad (3)$$

از ضرب کردن طرفین روابط (۱)، (۲) و (۳) داریم:

$$\frac{S_{\triangle AMB}}{S_{\triangle ABC}} \times \frac{S_{\triangle AMN}}{S_{\triangle AMB}} \times \frac{S_{\triangle GMN}}{S_{\triangle AMN}} = \frac{1}{2} \times \frac{2}{3} \times \frac{1}{3} \Rightarrow \frac{S_{\triangle GMN}}{S_{\triangle ABC}} = \frac{1}{9}$$

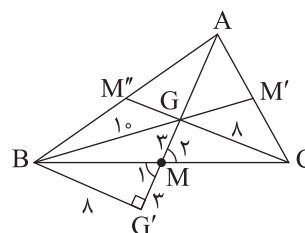
(هندسه دهم، صفحه‌های ۶۵ تا ۶۷)

۲۴. گزینه ۴ صحیح است.

GM را به اندازه خودش تا G' امتداد می‌دهیم.

$$GM = \frac{1}{3} m_a = 3 \Rightarrow G'M = 3$$

$$BG = \frac{2}{3} m_b = 10$$





۲۷. گزینه ۳ صحیح است.

دترمینان ماتریس را با استفاده از دستور ساروس محاسبه کرده و برابر صفر قرار می دهیم.

$$\begin{vmatrix} x+1 & 0 & a \\ 2 & x & 0 \\ -2 & 0 & x-2 \end{vmatrix} = 0 \Rightarrow x(x+1)(x-2) + 2ax = 0$$

$$\Rightarrow x[(x+1)(x-2) + 2a] = 0$$

$$\Rightarrow x(x^2 - x - 2 + 2a) = 0$$

یک ریشه این معادله $x=0$ است، بنابراین معادله در صورتی دارای دو ریشه متمایز است که معادله درجه دوم داخل پرانتز دارای ریشه مضاعف بوده و یا یکی از دو ریشه آن حتماً برابر صفر باشد.

حالت اول: معادله درجه دوم دارای ریشه مضاعف باشد.

$$\Delta = 0 \Rightarrow (-1)^2 - 4(-2 + 2a) = 0 \Rightarrow 1 + 8 - 8a = 0 \Rightarrow a = \frac{9}{8}$$

حالت دوم: یکی از دو ریشه معادله درجه دوم برابر صفر باشد.

$$x^2 - x - 2 + 2a = 0 \xrightarrow{x=0} -2 + 2a = 0 \Rightarrow a = 1$$

پس به ازای دو مقدار حقیقی a ، معادله صورت سؤال دارای دو ریشه متمایز است.

(هندسه دوازدهم، صفحه های ۲۷ تا ۲۹)

۲۸. گزینه ۲ صحیح است.

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \Rightarrow A^3 = \bar{O}$$

$$\xrightarrow{+ \lambda I} A^3 + \lambda I = \lambda I \Rightarrow (A + 2I)(A^2 - 2A + 4I) = \lambda I$$

$$\xrightarrow{\det \text{ طرفین}} |A + 2I| |A^2 - 2A + 4I| = |\lambda I| \quad (1)$$

$$A + 2I = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 1 & 2 & 0 \\ 1 & 0 & 2 \end{bmatrix} \xrightarrow{\text{ماتریس مثلثی}} |A + 2I| = 2 \times 2 \times 2 = 8$$

$$(1) : \lambda \times |A^2 - 2A + 4I| = 8^3 \Rightarrow |A^2 - 2A + 4I| = 64$$

(هندسه دوازدهم، صفحه ۲۷)

۲۹. گزینه ۴ صحیح است.

$$2A^{-1} + B^{-1} = -I \xrightarrow{\times} 2I + AB^{-1} = -A$$

$$\xrightarrow{\times B} 2B + A = -AB$$

$$\Rightarrow 2B + A + AB = \bar{O} \xrightarrow{+2I} 2B + A + AB + 2I = 2I$$

$$\Rightarrow (2I + A)B + (A + 2I) = 2I \Rightarrow (A + 2I)(B + I) = 2I$$

$$\xrightarrow{\det} |A + 2I| |B + I| = |2I| \Rightarrow 4 \times |B + I| = 4 \times 1$$

$$\Rightarrow |B + I| = 1$$

(هندسه دوازدهم، صفحه ۲۴)

۳۰. گزینه ۲ صحیح است.

ابتدا دترمینان A را پیدا می کنیم.

$$A = \begin{bmatrix} |A| & 2|A|^2 \\ -2 & 3 \end{bmatrix} \Rightarrow |A| = \begin{vmatrix} |A| & 2|A|^2 \\ -2 & 3 \end{vmatrix}$$

$$\Rightarrow |A| = 3|A| + 4|A|^2 \Rightarrow 4|A|^2 + 2|A| = 0$$

$$\Rightarrow 2|A|(2|A| + 1) = 0 \Rightarrow \begin{cases} |A| = 0 \\ |A| = -\frac{1}{2} \end{cases}$$

اکنون دترمینان B را بر حسب سطر دوم محاسبه می کنیم.

$$|B| = \begin{vmatrix} -1 & 2 & 1 \\ 0 & 1 & -1 \\ 1 & 1 & 2 \end{vmatrix} = 1(-1) \begin{vmatrix} -1 & 1 \\ 1 & 2 \end{vmatrix} + (-1)(-1) \begin{vmatrix} -1 & 2 \\ 1 & 1 \end{vmatrix}$$

$$= -3 - 3 = -6$$

بنابراین:

$$|2|A||B| = |2(-\frac{1}{2})B| = |-B| = (-1)^3 |B| = 6$$

(هندسه دوازدهم، صفحه ۳۰)

ریاضیات گسسته

۳۱. گزینه ۳ صحیح است.

بنابر قضیه تقسیم داریم:

$$a = 12q + 2 \xrightarrow{\times 13} 13a = 156q + 26$$

$$a = 13q' + 5 \xrightarrow{\times 12} 12a = 156q' + 60$$

$$a = 156(q - q') - 34 \Rightarrow \text{باقی مانده} = -34 + 156 = 122$$

(ریاضیات گسسته، صفحه ۱۶)

۳۲. گزینه ۱ صحیح است.

$$a = 13q + \frac{q^2}{2}$$

$$\frac{q^2}{2} < 13 \Rightarrow q^2 < 26 \xrightarrow{\text{روز}} q = 2, 4$$

(ریاضیات گسسته، صفحه ۱۴)

۳۳. گزینه ۴ صحیح است.

$$24a \equiv 36b + 450 \Rightarrow 24a \equiv 36b \xrightarrow{(\div 12, 90)=6} 4a \equiv 6b$$

$$\xrightarrow{3|15} 2a \equiv 3b \Rightarrow 2a \equiv 0 \Rightarrow 3|a$$

$$\xrightarrow{5|15} 2a \equiv 3b$$

(ریاضیات گسسته، صفحه ۲۲)

۳۴. گزینه ۲ صحیح است.

$$\text{فاصله} = 4 + 31 + 31 + 31 + 31 + 31 + 30 + 30 + 30 + 30 + 25 = 304$$

$$304 \equiv 3 \Rightarrow \text{۳ روز قبل از یکشنبه، پنجشنبه است}$$

(ریاضیات گسسته، صفحه ۲۴)



۴۰. گزینه ۴ صحیح است.

می دانیم $5^4 = 625$ است. بنابراین داریم:

$$\begin{aligned} 2^{1301} &= 2 \times 2^{1300} = 2 \times 4^{650} = 2 \times (5-1)^{650} \\ &= 2 \left[\binom{650}{1} 5^{649} - \binom{650}{2} 5^{648} + \binom{650}{3} 5^{647} - \dots - \binom{650}{650} 5^0 \right] \\ &+ \left[\binom{650}{2} 5^2 - \binom{650}{1} 5 + 1 \right] \\ 5^4, 5^5, \dots, 5^{702}, 5^{703}, \dots, 5^{650} &\text{ مضرب } 5^4 \text{ هستند پس:} \\ \left(\binom{650}{3} \right) \times 5^3 &= \frac{650 \times 649 \times 648}{6} \times 5^3 = 130 \times 649 \times 108 \times 5^4 \equiv 4 \\ \left(\binom{650}{2} \right) \times 5^2 &= \frac{650 \times 649}{2} \times 5^2 = 13 \times 649 \times 5^4 \equiv 4 \\ \Rightarrow 2^{1301} &\equiv 2(-650 \times 5 + 1) \equiv 2(-25 \times 5 + 1) \\ &= 2(-124) \equiv 377 \end{aligned}$$

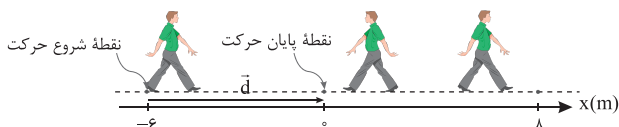
(ریاضیات گسسته، صفحه ۲۹)

فیزیک

۴۱. گزینه ۱ صحیح است.

در یک بازه زمانی t_1 تا t_2 جابه جایی برداری است که مکان در لحظه t_1 را به مکان در لحظه t_2 وصل می کند. بردار جابه جایی در شکل زیر رسم شده است. این بردار در جهت محور X است با اندازه $6m$ که برابر است با $\vec{d} = (6m)\vec{i}$. مسافت طی شده، طول کل مسیری است که شخص طی نموده است. مسافت از نقطه ۱ تا ۲ روی خط راست برابر $14m = 6 + 8$ از نقطه ۲ تا نقطه ۳، $8m$ که جمعاً برابر است با:

$$L = 14 + 8 = 22m$$



(فیزیک دوازدهم، صفحه ۲)

۴۲. گزینه ۱ صحیح است.

شیب خط مماس بر نمودار مکان - زمان برابر سرعت متحرک در لحظه ای است که خط مماس با نمودار تماس دارد.

$$\text{شیب خط مماس} = \frac{0-4}{10-0} = -\frac{4}{10} \frac{m}{s}$$

$$\vec{v}_{t=4} = \left(-\frac{4}{10} \frac{m}{s}\right) \vec{i}$$

کمی پس از لحظه $t = 6s$ بزرگی شیب نمودار افزایش می یابد، از این رو تندی متحرک افزایش می یابد.

(فیزیک دوازدهم، صفحه ۷)

۳۵. گزینه ۳ صحیح است.

$6k + 3$ عددی فرد است، پس a عددی فرد است. بنابراین $a + 18$ نیز فرد است. پس b نیز فرد است. می دانیم اگر a عددی فرد باشد، $a^2 \equiv 1$ یا $a^2 \equiv 9$ پس داریم:

$$\begin{aligned} 17a^2 + 12b^2 + 1365^{1405} &\equiv 17 + 12 + 1365^{1405} \times 1365 \\ &\equiv 1 + 4 + 1 \times 1365 \equiv 1 + 4 + 5 \equiv 2 \end{aligned}$$

(ریاضیات گسسته، صفحه های ۱۵ و ۲۱)

۳۶. گزینه ۲ صحیح است.

از آنجایی که ۴ مجموعه داریم، $m = 4$ است.

$$1405 \equiv 1, -156 \equiv 0, 6 \equiv 2$$

بنابراین گزینه ای درست است که در تقسیم بر ۴ باقی مانده ۳ دهد.

$$-1365 \equiv 3, -27 \equiv 1, 2026 \equiv 2, 13! \equiv 0$$

(ریاضیات گسسته، صفحه های ۱۵ و ۱۸)

۳۷. گزینه ۴ صحیح است.

با توجه به تمرین ۴ صفحه ۲۹ کتاب درسی داریم:

$$\begin{aligned} a^{42} &\equiv b^{56} \Rightarrow a^{42} \equiv a^{14} \Rightarrow a = 14k + 5 \\ b^{56} &\equiv 5 \end{aligned}$$

$$100 \leq 14k + 5 < 1000 \Rightarrow 95 \leq 14k < 995$$

$$\frac{95}{14} \leq k < \frac{995}{14} \Rightarrow 6.78 \leq k < 71.07 \Rightarrow k = 7, 8, \dots, 71$$

$$\Rightarrow \text{تعداد} = 71 - 7 + 1 = 65$$

(ریاضیات گسسته، صفحه ۲۹)

۳۸. گزینه ۱ صحیح است.

$$2 + a + 3 + b + 6 \equiv 0 \Rightarrow 11 + a + b \equiv 0$$

$$\Rightarrow a + b \equiv 9$$

برای اینکه دو عدد وجود داشته باشد b باید ۷ باشد که a هم بتواند صفر و هم ۹ باشد.

$$20375111 \equiv 1 - 5 + 7 - 3 + 0 - 2 \equiv 1 - 2 \equiv 9 \Rightarrow 9 + 7 = 16$$

$$29375111 \equiv 1 - 5 + 7 - 3 + 9 - 2 \equiv 1 - 2 \equiv 9$$

(ریاضیات گسسته، صفحه ۲۳)

۳۹. گزینه ۴ صحیح است.

$$A = (9^{100} - 4^{100}) \times 7 + 27! \equiv (1^{100} - 0) \times 7 + 0 \equiv 7 \equiv 3$$

$$A = (9^{100} - 4^{100}) \times 7 + 27! \equiv (0 - 4 \times (4^3)^{23}) \times 7 + 0$$

$$\equiv (-4 \times 1) \times 7 \equiv -28 \equiv 8$$

$$A \equiv 3 \equiv -1 \Rightarrow A^{[4,9]} \equiv -1 \Rightarrow A^{26} \equiv 35$$

$$A \equiv 8 \equiv -1$$

(ریاضیات گسسته، صفحه ۲۱)



مکان‌های اولیه 200 m و 250 m به حرکت درمی‌آیند، پس تا زمانی که به هم برسند، فاصله آنها کم می‌شود و پس از آن فاصله‌شان زیاد می‌شود.

$$x_1 = x_2 \Rightarrow 25t - 200 = -20t + 250 \Rightarrow 45t = 450 \Rightarrow t = 10\text{ s}$$

پس گزینه ۱ نادرست و گزینه ۲ درست است. در مورد گزینه‌های ۳ و

۴ توجه کنید که جهت بردار مکان را علامت x تعیین می‌کند.

$$t = 12\text{ s} \Rightarrow x_1 > 0, x_2 > 0 \Rightarrow \text{بردار مکان‌ها هم‌جهت است.}$$

$$t = 7\text{ s} \Rightarrow x_1 < 0, x_2 > 0 \Rightarrow \text{بردار مکان‌ها در خلاف جهت یکدیگر است.}$$

(فیزیک دوازدهم، صفحه‌های ۱۳ تا ۱۵)

۴۷. گزینه ۴ صحیح است.

با انتخاب نقطه رها شدن در $y_0 = 0$ و با جهت مثبت محور y رو به بالا

$$v^2 = -2gy \quad \text{داریم:}$$

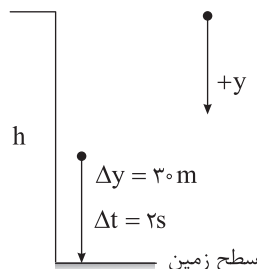
$$(-7)^2 = -2 \times 9.8 \times y \Rightarrow y = -2.45\text{ m} \Rightarrow h = |y| = 2.45\text{ m} = 25\text{ cm}$$

بهتر است در سقوط آزاد جهت مثبت محور y را رو به سطح زمین بگیریم و روابط را مانند روابط حرکت با شتاب ثابت به کار بگیریم تا خیلی گرفتار علامت‌های منفی برای سرعت و ارتفاع سقوط نشویم. البته اختیاری است و چنانچه روابط را مانند کتاب به خاطر سپرده‌اید، به راه خود ادامه دهید. این تست را هم به‌شیوه کتاب درسی حل کردیم.

(فیزیک دوازدهم، صفحه‌های ۲۱ و ۲۲)

۴۸. گزینه ۲ صحیح است.

با توجه به شکل، فرض می‌کنیم جسم کل ارتفاع h را در مدت t طی کند، پس ارتفاع $h - 30$ را در مدت $(t - 2)\text{ s}$ طی خواهد نمود، داریم:



$$\Delta y = \frac{1}{2}gt^2$$

$$\begin{cases} h = \frac{1}{2} \times 10 \times t^2 \\ h - 30 = \frac{1}{2} \times 10 \times (t - 2)^2 \end{cases} \Rightarrow \Delta t^2 - 30 = 5(t^2 - 4t + 4)$$

$$-30 = -20t + 20 \Rightarrow t = 2.5\text{ s}$$

$$v = gt \Rightarrow v = 10 \times 2.5 = 25 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

(فیزیک دوازدهم، صفحه‌های ۲۱ و ۲۲)

۴۹. گزینه ۲ صحیح است.

$$\Delta v = a \cdot \Delta t \Rightarrow v - 20 = 10 \times 1.5 \Rightarrow v = 35 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

گلوله با تندی $35 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ به زمین می‌رسد.

۴۳. گزینه ۲ صحیح است.

ابتدا سرعت هر متحرک را حساب می‌کنیم و سپس مکان اولیه آنها را پیدا می‌کنیم.

برای متحرک A از بازه زمانی 6 s تا 7.5 s کمک می‌گیریم:

$$v_A = \frac{x_2 - x_1}{t_2 - t_1} \Rightarrow v_A = \frac{4/8 - 0}{7.5 - 6} = 4 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$x = vt + x_0 \Rightarrow x_A = 4t + x_{0A} \quad \frac{t=6\text{ s}}{x_A=0}$$

$$0 = 4 \times 6 + x_{0A} \Rightarrow x_{0A} = -24\text{ m}$$

برای متحرک B از بازه زمانی 7.5 s تا 8 s کمک می‌گیریم:

$$v_B = \frac{x_2 - x_1}{t_2 - t_1} \Rightarrow v_B = \frac{0 - 4/8}{8 - 7.5} = -6 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$x = vt + x_0 \Rightarrow x_B = -6t + x_{0B} \quad \frac{t=8\text{ s}}{x_B=0}$$

$$0 = -6 \times 8 + x_{0B} \Rightarrow x_{0B} = 48\text{ m}$$

فاصله دو متحرک در $t = 0$: $|x_{0B} - x_{0A}| = 48 - (-24) = 72\text{ m}$: راه حل دوم: برای سرعت عمل می‌توان از تشابه مثلث‌ها هم کمک گرفت.

(فیزیک دوازدهم، صفحه ۱۵)

۴۴. گزینه ۲ صحیح است.

اگر طول قطار ℓ_1 و طول تونل ℓ_2 باشد:

$$\Delta t = \frac{\ell_2 - \ell_1}{v} = \text{مدت زمانی که همه طول قطار داخل تونل است}$$

$$\Rightarrow 30 \times 25 = 900 - \ell_1 \Rightarrow \ell_1 = 150\text{ m}$$

$$\Delta t' = \frac{\ell_2 + \ell_1}{v} = \frac{900 + 150}{30} = 35\text{ s}$$

(فیزیک دوازدهم، صفحه ۱۳)

۴۵. گزینه ۴ صحیح است.

فرض می‌کنیم هواپیما در جهت مثبت محور x حرکت می‌کند.

اکنون سرعت اولیه بازه زمانی ۴ ثانیه‌ای را پیدا می‌کنیم:

$$\Delta x = \frac{1}{2}at^2 + v_0t$$

$$136 = \frac{1}{2}(-2) \times 4^2 + v_0 \times 4 \Rightarrow v_0 = 38 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

اکنون سرعت پایان این ۴ ثانیه را پیدا می‌کنیم:

در این ۴ ثانیه سرعت هواپیما با شتاب $-2 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$ کم می‌شود.

$$v = at + v_0 \Rightarrow v = -2 \times 4 + 38 \Rightarrow v = 30 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

این سرعت، سرعت اولیه بخش پایانی تا توقف است، داریم:

$$v^2 - v_0^2 = 2a\Delta x \Rightarrow 0 - 30^2 = 2 \times (-2) \Delta x \Rightarrow \Delta x = 225\text{ m}$$

(فیزیک دوازدهم، صفحه‌های ۱۵ تا ۱۷)

۴۶. گزینه ۲ صحیح است.

$$x_1 = 25t - 200, x_2 = -20t + 250$$

سرعت متحرک اول مثبت و سرعت دومی منفی است، پس حرکت اولی هم‌جهت با محور x و دومی در خلاف جهت آن است و دو متحرک از



$$v_{av} = \frac{S_1 - S_2}{t} = 4 \Rightarrow S_1 - S_2 = 12$$

با توجه به تشابه مثلث ها $S_1 = 4S_2$ است، بنابراین:

$$S_1 - \frac{S_1}{4} = 12 \Rightarrow \frac{3S_1}{4} = 12 \Rightarrow S_1 = 16$$

حالا به تشابه مثلث مربوط به ($t = 0$ تا $t = 5$) و مثلث مربوط به ($t = 3$ تا $t = 5$) توجه کنید. از اینجا معلوم می شود که مساحت زیر نمودار از $t = 0$ تا $t = 5$ برابر است با:

$$\left(\frac{5}{3}\right)^2 \times 16 = 25 \times 4 = 100$$

بنابراین مسافت طی شده از $t = 0$ تا $t = 5$ برابر ۱۰۰ متر است.

$$S_{av}(0 \rightarrow 10) = \frac{\ell(0 \rightarrow 10)}{10} = \frac{2\ell(0 \rightarrow 5)}{10} = \frac{2 \times 100}{10} = 20 \frac{m}{s}$$

(فیزیک دوازدهم، صفحه های ۱۶ و ۱۷)

۵۳. گزینه ۴ صحیح است.

$$a = \frac{\Delta v}{\Delta t} \Rightarrow a_B = \frac{10}{2} = 5 \frac{m}{s^2}$$

$$v = at + v_0 \Rightarrow \begin{cases} v_A = a_A t + 10 \\ v_B = 5t - 10 \end{cases} \xrightarrow[t = 5s]{v_A = v_B} 25 - 10 = 5a_A + 10$$

$$\Rightarrow a_A = 1 \frac{m}{s^2}$$

$$x = \frac{1}{2}at^2 + v_0 t + x_0 \Rightarrow \begin{cases} x_A = \frac{1}{2}t^2 + 10t + 15 \\ x_B = \frac{5}{2}t^2 - 10t - 33 \end{cases}$$

$$x_A = x_B \Rightarrow 2t^2 - 20t - 48 = 0 \Rightarrow t^2 - 10t - 24 = 0$$

$$\Rightarrow t = 12s, t = -2s \Rightarrow t = 12s$$

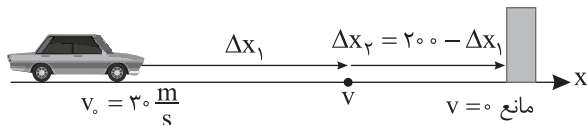
$$\Rightarrow v_B = 5 \times 12 - 10 = 50 \frac{m}{s}$$

(فیزیک دوازدهم، صفحه های ۱۳ تا ۱۷)

۵۴. گزینه ۳ صحیح است.

$$v = 108 \frac{km}{h} = \frac{108}{3.6} \frac{m}{s} = 30 \frac{m}{s}$$

جهت حرکت خودرو را در جهت مثبت محور X فرض می کنیم.



$$v^2 - v_0^2 = 2a_1 \Delta x_1$$

$$v^2 - 30^2 = 2(-2)\Delta x_1 \Rightarrow v^2 = 900 - 4\Delta x_1$$

سرعت ثانویه قسمت اول، سرعت اولیه قسمت دوم خواهد بود، از طرفی طول قسمت دوم برابر با $\Delta x_2 = 200 - \Delta x_1$ است و سرعت نهایی این مرحله صفر است.

$$v^2 - v_0^2 = 2a_2 \Delta x_2$$

$$0^2 - (900 - 4\Delta x_1) = 2(-3)(200 - \Delta x_1)$$

$$\Delta x_1 = 150 m$$

(فیزیک دوازدهم، صفحه های ۲۰ و ۲۱)

$$v_f^2 - v_i^2 = 2a \Delta x \Rightarrow 35^2 - 0 = 2 \times 10 \times H$$

$$\Rightarrow H = \frac{35 \times 35}{20} = \frac{1225}{20} = 61.25 m \simeq 61 m$$

(فیزیک دوازدهم، صفحه های ۲۱ تا ۲۳)

۵۰. گزینه ۳ صحیح است.

$$\begin{cases} a = -4 \frac{m}{s^2} \\ x = -2t^2 + 16t + 18 \\ v_0 = 16 \frac{m}{s} \\ x_0 = 18 m \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = -4 \frac{m}{s^2} \\ v_0 = 16 \frac{m}{s} \\ x_0 = 18 m \end{cases}$$

$$20 \frac{m}{s} \Rightarrow |v| = 20 \frac{m}{s}$$

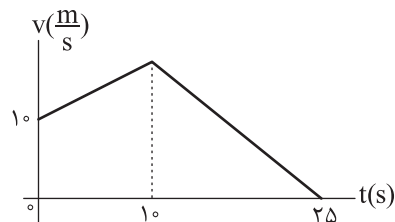
$$v^2 - v_0^2 = 2a(x - x_0) \Rightarrow 20^2 - 16^2 = -8(x - 18)$$

$$\Rightarrow x - 18 = \frac{(20 - 16)(20 + 16)}{-8} \Rightarrow x - 18 = -18 \Rightarrow x = 0$$

(فیزیک دوازدهم، صفحه های ۱۵ و ۱۶)

۵۱. گزینه ۲ صحیح است.

بیشترین سرعت متحرک را V فرض می کنیم. می دانیم مساحت زیر نمودار سرعت - زمان برابر با جابه جایی متحرک (Δx) است.



$$\Delta x = \frac{10 + 25}{2} \times 10 + \frac{25 \times (25 - 10)}{2} = 50 + 125 = 175 m$$

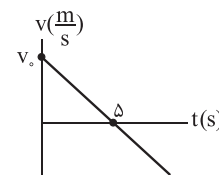
$$v_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t} \Rightarrow 18 = \frac{\Delta x}{25} \Rightarrow \Delta x = 450 m$$

$$50 + 125 = 450 \Rightarrow 125 = 400 \Rightarrow v = 32 \frac{m}{s}$$

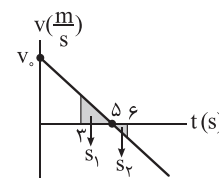
(فیزیک دوازدهم، صفحه ۱۹)

۵۲. گزینه ۲ صحیح است.

نمودار مکان - زمان یک سهمی است، پس شتاب حرکت ثابت است و نمودار سرعت - زمان این حرکت یک خط راست است. (در $t = 5s$ جهت حرکت عوض می شود).



سرعت متوسط در مدت $t_1 = 3s$ تا $t_2 = 6s$ به صورت زیر حساب می شود:





۵۵. گزینه ۳ صحیح است.

$$\Delta x = \frac{v_1 + v_2}{2} \Delta t = \frac{0 + 30}{2} \times 5 = 75 \text{ m}$$

اتومبیل A در مدت ۵ ثانیه حرکت شتابدار، ۷۵ متر پیش می‌رود و از آن به بعد، با سرعت $30 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ ادامه می‌دهد. اگر $t = 0$ را زمان شروع حرکت A در نظر بگیریم، معادله مکان - زمان A به صورت زیر می‌شود: ($x = 0$ را محل ایستگاه در نظر گرفته‌ایم.)

$$x_A = \begin{cases} 30(t-5) + 75 & t \geq 5 \\ \frac{1}{2} \times 6 \times t^2 = 3t^2 & t \leq 5 \end{cases}$$

اتومبیل B از $t = 4 \text{ s}$ به بعد در حرکت است و با سرعت ثابت حرکت می‌کند، پس: $x_B = 35(t-4)$
برای آنکه دو اتومبیل به هم برسند، می‌بایست x_A و x_B مساوی شوند. این معادله در $t \leq 5$ ریشه‌ای ندارد و برای $t \geq 5$ به صورت زیر است:

$$30(t-5) + 75 = 35(t-4) \Rightarrow 5t = 65 \Rightarrow t = 13 \text{ s}$$

$$\Rightarrow x_A = x_B = 35(13-4) = 9 \times 35 = 315 \text{ m}$$

(فیزیک دوازدهم، صفحه‌های ۱۳ تا ۱۷)

۵۶. گزینه ۱ صحیح است.

لحظه تغییر جهت، لحظه‌ای است که سرعت متحرک صفر شود و در حرکت با شتاب ثابت پس از آن متحرک برخواهد گشت.

$$v = at + v_0, \begin{cases} x = \frac{1}{2}at^2 + v_0t + x_0 \\ x_A = 2t^2 - 20t + 90 \\ x_B = -2t^2 + v_{0B} + x_{0B} \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} a_A = 4 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}, v_{0A} = -20 \frac{\text{m}}{\text{s}}, x_{0A} = 90 \\ a_B = -4 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}, v_{0B} = ?, x_{0B} = ? \end{cases}$$

لحظه تغییر جهت $t = 5 \text{ s}$ جهت $v_A = 4t - 20 \Rightarrow v = 0 \Rightarrow 0 = 4t - 20 \Rightarrow t = 5 \text{ s}$

$$v_B = -4t + v_{0B} \Rightarrow 0 = -4 \times 5 + v_{0B} \Rightarrow v_{0B} = 20 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$x_A = 2 \times 5^2 - 20 \times 5 + 90 \Rightarrow x_A = 40 \text{ m}$$

در لحظه به هم رسیدن هر دو متحرک در یک مکان‌اند، پس $x_B = x_A = 40 \text{ m}$ است.

$$40 = -2 \times 5^2 + 20 \times 5 + x_{0B} \Rightarrow x_{0B} = -10 \text{ m}$$

فاصله دو متحرک در مبدأ زمان $t = 0$ تفاضل مکان‌های اولیه است.

$$x_{0A} - x_{0B} = 90 - (-10) = 100 \text{ m}$$

(فیزیک دوازدهم، صفحه‌های ۱۵ تا ۱۹)

۵۷. گزینه ۲ صحیح است.

$$\begin{cases} v^2 - v_0^2 = 2a \Delta x \\ v = at + v_0 \\ \Delta x = \frac{1}{2}at^2 + v_0t \end{cases} \xrightarrow[v_0=0, a=g]{\Delta x=H} \begin{cases} v = gT = \sqrt{2gH} \\ T = \sqrt{\frac{2H}{g}} \end{cases}$$

در سقوط آزاد بدون سرعت اولیه، تندی گلوله در هر نقطه از مسیر تناسب مستقیم با زمان سپری شده از ابتدای حرکت دارد و مسافت طی شده هم تناسب مستقیم با مربع زمان سپری شده دارد، پس می‌توان گفت که تندی با جذر مسافت طی شده، تناسب مستقیم دارد. گلوله دوم مسافت ۴H سقوط می‌کند، پس تندی آن دو برابر تندی گلوله اول در هنگام رسیدن به زمین می‌شود.

$$v' = 2v = 2gT$$

(فیزیک دوازدهم، صفحه‌های ۲۱ و ۲۲ و تمرین ۲۳ و ۲۴ تمرینات دوره‌ای)

۵۸. گزینه ۱ صحیح است.

$$v_2^2 - v_1^2 = 2a \Delta x \Rightarrow (30)^2 - 0 = 2 \times 10 \times \Delta x \Rightarrow \Delta x = 45 \text{ m}$$

یعنی از لحظه رها شدن تا زمانی که تندی گلوله ۳۰ متر بر ثانیه شود، مسافت ۴۵ متر را طی می‌کند.

$$H = 45 + 15 = 60 \text{ m}$$

(فیزیک دوازدهم، صفحه‌های ۲۱ تا ۲۳)

۵۹. گزینه ۴ صحیح است.

$$P = \frac{Q_{\text{کل}}}{t} \Rightarrow Q_{\text{کل}} = 8400 \times 42 \text{ J} \rightarrow \text{مقدار گرمای گرفته‌شده از آب و یخ}$$

وقتی از مخلوط آب و یخ گرما می‌گیریم تا وقتی تمام آب منجمد شود دما همان 0°C می‌ماند و بعد از آنکه تمام آب منجمد شود اگر باز هم از آن گرما بگیریم دما کاهش می‌یابد.

$$Q_{\text{کل}} = Q_1 + Q_2 \Rightarrow -8400 \times 42 = -m_w L_F - (m_w + m_i) c_{\text{یخ}} \Delta \theta$$

$$\frac{L_F = 336000 = 80 \times 4200}{c_{\text{یخ}} = \frac{4200}{2}} \rightarrow$$

$$-84 \times 4200 = -1 \times 80 \times 4200 - 2 \times \frac{4200}{2} \Delta \theta$$

$$\Rightarrow \Delta \theta = -4^\circ \text{C}$$

دما 4°C کاهش یافته و به -4°C می‌رسد.

(فیزیک دهم، صفحه ۱۱۰)

۶۰. گزینه ۲ صحیح است.

$$Q = mc \Delta \theta$$

$$\Rightarrow \frac{Q_A}{Q_B} = \frac{m_A c_A \Delta \theta_A}{m_B c_B \Delta \theta_B} \Rightarrow \frac{Q_A}{Q_B} = \frac{m c_A \theta}{2 m c_B 2 \theta} \Rightarrow 1 = \frac{1}{4} \times \frac{c_A}{c_B}$$

$$\Rightarrow c_A = 4 c_B$$

حال دمای تعادل را حساب می‌کنیم:

$$Q_A + Q_B = 0 \Rightarrow m_A c_A (\theta_e - \theta_A) + m_B c_B (\theta_e - \theta_B) = 0$$

$$m c_A (\theta_e - \theta) = 2 m c_B (2\theta - \theta_e) \Rightarrow 2\theta_e - 2\theta = 2\theta - \theta_e$$

$$\Rightarrow 3\theta_e = 4\theta \Rightarrow \theta_e = \frac{4}{3}\theta$$

(فیزیک دهم، صفحه ۱۰۲)



۶۱. گزینه ۳ صحیح است.
در مدت $t = 0$ تا $t = 1 \text{ min}$ ، دمای آب از 60°C به 0°C می‌رسد.

گرمایی که در این مدت از آب گرفته می‌شود، به ترتیب زیر حساب می‌شود:

$$Q_1 = mc\Delta T = 5 \times 4200 \times (-60) = -300 \times 4200$$

(300×4200) ژول گرما از آب گرفته شده است.

$$Q = P \cdot \Delta t \Rightarrow \frac{Q_2}{Q_1} = \frac{P_2 \Delta t_2}{P_1 \Delta t_1} = \frac{\frac{1}{3} P_1 (35 - 10)}{P_1 \times 10} = \frac{5}{6}$$

پس در مدت $t = 1 \text{ min}$ تا $t = 35 \text{ min}$ ، گرمایی به اندازه $\frac{5}{6} Q_1$ از آب گرفته می‌شود.

$$Q = mL_f \Rightarrow \frac{5}{6} \times (300 \times 4200) = m \times 336000 \Rightarrow m = \frac{250}{8} = 3125 \text{ kg}$$

(فیزیک دهم، صفحه‌های ۹۷ تا ۱۰۵)

۶۲. گزینه ۳ صحیح است.

$$\ell_2 = \ell_1 (1 + \alpha \Delta T) \Rightarrow 4700 \text{ m} = \ell_1 (1 + 2 \times 10^{-5} \times 1000)$$

$$\Rightarrow 4700 \text{ m} = 1000 \ell_1 \Rightarrow \ell_1 = 47 \text{ m}$$

جمع طول میله‌ها در ابتدا ۴ متر بوده است.

$$\Rightarrow \ell_{1B} + (\ell_{1B} - 20) = 400 \Rightarrow \ell_{1B} = 210 \text{ cm}$$

(فیزیک دهم، صفحه ۱۸۱)

۶۳. گزینه ۱ صحیح است.

دمای 212°F و 273K را بر حسب درجه سلسیوس به دست می‌آوریم:

$$F = \frac{9}{5}\theta + 32 \Rightarrow \theta = 100^\circ\text{C}$$

$$T = \theta + 273 \Rightarrow \theta = 0^\circ\text{C}$$

پس یخ در دمای ذوب و آب در دمای جوش است و گرمای داده شده فقط صرف تغییر حالت می‌شود.

$$Q = m_1 L_v \Rightarrow Q = m_1 \times 2268$$

$$Q = m_2 L_f \Rightarrow \frac{Q}{4} = m_2 \times 336$$

دو رابطه را برهم تقسیم می‌کنیم:

$$4 = \frac{m_1}{m_2} \times \frac{27}{4} \Rightarrow \frac{m_1}{m_2} = \frac{16}{27}$$

(فیزیک دهم، صفحه‌های ۱۰۵ و ۱۰۸)

۶۴. گزینه ۴ صحیح است.

$$Q = mc\Delta T, \Delta V = V_1 \beta \Delta T, m = \rho V$$

چون دو کره هم جنس و هم دما هستند، چگالی آنها برابر است، پس:

$$\frac{V_{1A}}{V_{1B}} = \frac{m_A}{m_B}$$

$$Q_A = Q_B \Rightarrow \frac{\Delta T_A}{\Delta T_B} = \frac{m_B}{m_A} = \frac{V_{1B}}{V_{1A}}$$

$$\Rightarrow \frac{\Delta V_A}{\Delta V_B} = 1$$

پس بدون هیچ شرطی اگر به دو کره گرمای مساوی بدهیم، افزایش حجم کره A با افزایش حجم قسمت پر کره B مساوی می‌شود.

(فیزیک دهم، صفحه ۹۸)

۶۵. گزینه ۴ صحیح است.

در ترموکوپل یک محل اتصال سیم‌های با جنس متفاوت در دمای معین و دیگری در دمای مورد اندازه‌گیری است پس جنس A و B یکسان است و جنس C با آنها متفاوت است.

(فیزیک دهم، صفحه ۱۸۶)

۶۶. گزینه ۴ صحیح است.

$$m = m_1 + m_2 \Rightarrow 3 = 2 + m_2 \Rightarrow m_2 = 1 \text{ kg}$$

با توجه به رابطه تعادل گرمایی:

$$Q_1 + Q_2 = Q_{\text{اتلافی}} \Rightarrow 2 \times 4200 \times (50 - 80) + 1 \times 4200 \times (50 - \theta) = -168000 \text{ J}$$

$$= -168000 \text{ J} \xrightarrow{\text{دو طرف تساوی بر } 4200 \text{ تقسیم شده است.}} -60 + (50 - \theta) = -40$$

$$-252000 + 210000 - 4200\theta = -168000 \Rightarrow -4200\theta = -126000$$

$$\Rightarrow \theta = 30^\circ\text{C}$$

(فیزیک دهم، صفحه ۱۰۰)

۶۷. گزینه ۳ صحیح است.

برای آنکه ۵ کیلوگرم آب در ظرف داشته باشیم، سه حالت ممکن است. حالت اول: جرم آب 50°C برابر ۵ کیلوگرم بوده و اصلاً یخ ذوب نشده که این حالت، ناممکن است، چون وقتی ۵ کیلوگرم آب از 50°C تا 0°C برسد، گرمایی که از دست می‌دهد، بیشتر از گرمایی است که ۳ کیلوگرم یخ دریافت می‌کند تا از 0°C به 10°C می‌رسد و حتماً یخ (مقداری از یخ) ذوب می‌شود.

حالت دوم: مقدار اولیه جرم آب کمتر از ۵ کیلوگرم بوده و یخ هم ذوب شده و مجموع جرم آب و یخ برابر ۵ کیلوگرم شده است و دمای تعادل صفر درجه است.

$$Q_1 + Q_2 = 0$$

$$\Rightarrow m \times 4200 \times (0 - 50) + 3 \times 2100 \times 10 + (5 - m) \times 336000 = 0$$

$$\Rightarrow -50m + 15 + 80(5 - m) = 0 \Rightarrow 415 = 130m \Rightarrow m = \frac{415}{13}$$

$$= \frac{83}{26} \approx 3.2 \text{ kg}$$

حالت سوم: جرم آب 50°C برابر ۲ kg بوده و تمام یخ ذوب شده باشد که این حالت هم با توجه به محاسبه حالت دوم، ناممکن است، زیرا وقتی جرم آب 50°C برابر $3/2$ کیلوگرم بود، تمام یخ ذوب نشده بود، پس قطعاً ۲ kg آب 50°C نمی‌تواند همه یخ را ذوب کند.

دقت کنید که با توجه به گزینه‌ها، اصلاً لازم نبود به حالت‌های اول و سوم بحث فوق فکر کنیم و محاسبه قسمت دوم کافی بود.

(فیزیک دهم، صفحه‌های ۹۷ تا ۱۰۵)



۶۸. گزینه ۲ صحیح است.

$$\begin{aligned} \begin{cases} m = \rho V \\ Q = mc\Delta T \end{cases} &\Rightarrow \rho_2 - \rho_1 \approx \frac{-Q}{\rho_1 V_1 c} \times \alpha \times \rho_1 \\ \rho_2 &\approx \rho_1 (1 - \alpha \Delta T) \\ &= \frac{-3\alpha Q}{c V_1} = \frac{-6 \times 10^{-4} \times 4 \times 10^{-5} \times 3}{300 \times 10^{-6} \times 300} = -8 \times 10^{-3} \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} = -8 \times 10^{-3} \frac{\text{g}}{\text{cm}^3} \\ \Rightarrow \rho_2 &= 8 - 8 \times 10^{-3} = 7.92 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3} \end{aligned}$$

(فیزیک دهم، صفحه‌های ۹۴ و ۹۸)

۶۹. گزینه ۲ صحیح است.

ابتدا تغییر دما را برحسب درجه سلسیوس به دست می آوریم:

$$\Delta F = \frac{9}{5} \Delta \theta \Rightarrow -45 = \frac{9}{5} \Delta \theta \Rightarrow \Delta \theta = -25^\circ \text{C}$$

حال کاهش حجم را حساب می کنیم:

$$V_1 = 30 \text{ m}^3 = 30000 \text{ L}$$

$$\Delta V = V_1 \beta \Delta \theta \Rightarrow \Delta V = 30000 \times 10^{-3} \times (-25) = -750 \text{ L}$$

(فیزیک دهم، صفحه ۹۳)

۷۰. گزینه ۴ صحیح است.

برای ثابت ماندن سطح جیوه در نقطه M باید حجم گاز ثابت بماند.

$$\begin{cases} P_1 = P_0 \Rightarrow P_1 = 75 \text{ cm Hg} \\ P_2 = P_0 + h \Rightarrow P_2 = 75 + h \text{ cm Hg} \end{cases}$$

$$\frac{P_1}{T_1} = \frac{P_2}{T_2} \Rightarrow \frac{75}{300} = \frac{75+h}{320} \Rightarrow 75+h = 80 \Rightarrow h = 5 \text{ cm}$$

(فیزیک دهم، صفحه ۱۱۹)

شیمی

۷۱. گزینه ۳ صحیح است.

نسبت تعداد آنیون به کاتیون در $\text{Cr}_2(\text{PO}_4)_3$ برابر $\frac{2}{3}$ و نسبت تعداد

کاتیون به آنیون در $\text{Mg}_3(\text{PO}_4)_2$ برابر $\frac{3}{2}$ است.

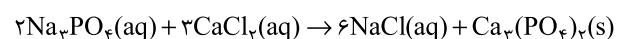
بررسی گزینه ۴:

$$\text{ppm} = 10^{-4} \times 100 \times 4 = 400 \text{ ppm}$$

(شیمی دهم، صفحه‌های ۸۶، ۸۷ و ۹۲)

۷۲. گزینه ۳ صحیح است.

معادله واکنش انجام شده به صورت زیر است:



بررسی سایر گزینه‌ها:

(۱) یون Al^{3+} تک‌انمی و SO_4^{2-} و OH^- چندانمی هستند.

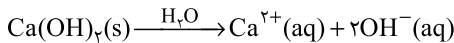
(۲) برای شناسایی یون Ba^{2+} از یون سولفات SO_4^{2-} استفاده می‌شود.

(۴) در هر ۱۰۰ گرم از آب دریای مرده، حدود ۲۷ گرم انواع نمک وجود دارد، نه فقط NaCl.

(شیمی دهم، صفحه‌های ۹۰ و ۹۱)

۷۳. گزینه ۲ صحیح است.

در ۱۰۰ گرم از این محلول، ۱۰ گرم کلسیم هیدروکسید وجود دارد.



$$\frac{10 \text{ g Ca}(\text{OH})_2}{100 \text{ g محلول}} \Rightarrow C_m = \frac{n \text{ مواد حل‌شونده}}{V \text{ (لیتر) محلول}}$$

$$? \text{ mol OH}^- = 10 \text{ g Ca}(\text{OH})_2 \times \frac{1 \text{ mol Ca}(\text{OH})_2}{74 \text{ g Ca}(\text{OH})_2}$$

$$\times \frac{2 \text{ mol OH}^-}{1 \text{ mol Ca}(\text{OH})_2} = \frac{20}{74} \text{ mol OH}^-$$

$$C_m = \frac{\frac{20}{74} \text{ mol}}{\frac{100 \text{ g}}{148 \text{ g.mL}^{-1}} \times 10^{-3}} = \frac{148 \times 20 \text{ mol}}{74 \text{ L}} = 4 \text{ mol.L}^{-1}$$

(شیمی دهم، صفحه‌های ۹۶ تا ۹۸)

۷۴. گزینه ۲ صحیح است.

خواص محلول‌ها به خواص حلال، حل‌شونده و مقدار هریک از آنها بستگی دارد.

بررسی گزینه ۳: محلول دهان شوی ۰/۹ درصد جرمی است، یعنی ۰/۹ گرم NaCl در ۹۹/۱ گرم آب حل شده است.

(شیمی دهم، صفحه‌های ۹۶، ۹۸ و ۹۹)

۷۵. گزینه ۲ صحیح است.

کافی است در رابطه محلول رقیق و غلیظ، داده‌های سؤال را قرار دهیم تا حجم محلول غلیظ لازم به دست آید.

$$C_{m1} \times V_1 = C_{m2} \times V_2$$

$$12 \text{ mol.L}^{-1} \times V_1 = 3 \text{ mol.L}^{-1} \times 500 \text{ mL} \Rightarrow V_1 = 125 \text{ mL}$$

یعنی ۱۲۵ mL از محلول غلیظ را وارد بالن حجمی ۵۰۰ میلی‌لیتری می‌کنیم و بر روی آن (۳۷۵ mL - ۱۲۵ mL = ۲۵۰ mL) آب اضافه می‌کنیم.

(شیمی دهم، صفحه ۹۹)

۷۶. گزینه ۱ صحیح است.

از یون‌های موجود در آب آشامیدنی، برخی به‌طور طبیعی در آب حل می‌شوند و برخی دیگر در مراکز تأمین آب آشامیدنی سالم به آن افزوده می‌شوند.

بررسی سایر گزینه‌ها:

(۳) هر واحد $(\text{NH}_4)_2\text{CO}_3$ شامل ۲ یون NH_4^+ و یک یون CO_3^{2-} است که هر دو یون چندانمی هستند.

(۴) در یک یون چندانمی مانند کربنات، بین کربن و اتم‌های اکسیژن پیوند کووالانسی وجود دارد.

(شیمی دهم، صفحه‌های ۹۰ و ۹۱)

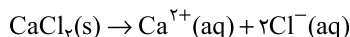
۷۷. گزینه ۱ صحیح است.

با توجه به فرمول Na_2SO_4 از انحلال یک مول از این ترکیب، ۲ مول یون Na^+ ایجاد می‌شود.



۸۲. گزینه ۳ صحیح است.

(ا) از انحلال هر مول CaCl_2 ، ۲ مول یون Cl^- تولید می شود.



$$\begin{aligned} ? \text{Cl}^{-} &= 55.5 \text{ g CaCl}_2 \times \frac{4}{100} \times \frac{1 \text{ mol CaCl}_2}{111 \text{ g CaCl}_2} \times \frac{2 \text{ mol Cl}^{-}}{1 \text{ mol CaCl}_2} \\ &\times \frac{6.02 \times 10^{23}}{1 \text{ mol Cl}^{-}} = 24.08 \times 10^{21} \end{aligned}$$

(ب) ابتدا جرم کل حل شونده در محلول نهایی را به دست می آوریم.

$$5/25 = \frac{\text{حل شونده}}{600 \text{ g}} \times 100 \Rightarrow$$

$$\text{m} = 600 \text{ g} \times \frac{5/25}{100} = 31/5 \text{ g}$$

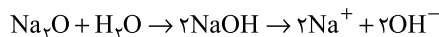
$$31/5 \text{ g} = (150 \text{ g} \times \frac{5}{100}) + (200 \text{ g} \times \frac{2}{100}) + (250 \text{ g} \times \frac{a}{100})$$

$$31/5 \text{ g} = 7/5 \text{ g} + 4 \text{ g} + 2/5 a \Rightarrow a = 7/8$$

(شیمی دهم، صفحه های ۹۶ تا ۹۸)

۸۳. گزینه ۴ صحیح است.

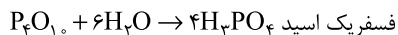
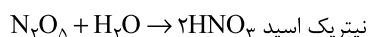
رسانایی الکتریکی اسید به غلظت یون های موجود در محلول آن وابسته است و در شرایط یکسان از دما و غلظت، تعداد یون های موجود در محلول نیز به K_a و α اسید بستگی دارد، بنابراین این عبارت در شرایط مختلف برای تمامی اسیدها درست نیست.
بررسی گزینه ۳:



(شیمی دوازدهم، صفحه های ۱۴ تا ۱۶)

۸۴. گزینه ۳ صحیح است.

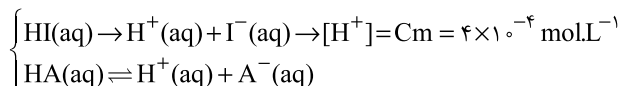
اکسیدهای نافلز، اسید آرنیوس به حساب می آیند، زیرا به هنگام حل شدن در آب یون H^{+} تولید می کنند.



(شیمی دوازدهم، صفحه های ۱۵ و ۱۶)

۸۵. گزینه ۳ صحیح است.

HI یک اسید قوی و HA یک اسید ضعیف است.

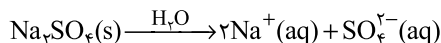


$$[\text{H}^{+}]_{\text{HA}} = [\text{A}^{-}] = 4 \times 10^{-4} \text{ mol.L}^{-1}$$

$$K_a = \frac{[\text{H}^{+}][\text{A}^{-}]}{[\text{HA}]} \Rightarrow 16 \times 10^{-6} = \frac{16 \times 10^{-8}}{[\text{HA}]}$$

$$\Rightarrow [\text{HA}] = \frac{16 \times 10^{-8}}{16 \times 10^{-6}} = 10^{-2} \text{ mol.L}^{-1}$$

(شیمی دوازدهم، صفحه های ۱۹ تا ۲۳)



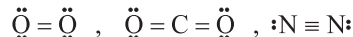
$$? \text{ g Na}_2\text{SO}_4 = 0.5 \text{ L} \times \frac{0.4 \text{ mol Na}^{+}}{1 \text{ L}} \times \frac{1 \text{ mol Na}_2\text{SO}_4}{2 \text{ mol Na}^{+}}$$

$$\times \frac{142 \text{ g Na}_2\text{SO}_4}{1 \text{ mol Na}_2\text{SO}_4} = 14/2 \text{ g Na}_2\text{SO}_4$$

(شیمی دهم، صفحه ۹۸)

۷۸. گزینه ۳ صحیح است.

اغلب گازهای موجود در هوای پاک، ناقطبی هستند، گازهایی مانند:

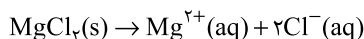


(شیمی دهم، صفحه های ۸۶، ۸۷ و ۹۳)

۷۹. گزینه ۴ صحیح است.

ابتدا جرم یون Cl^{-} حاصل از انحلال MgCl_2 را به دست می آوریم.

$$710 \text{ ppm} = \frac{? \text{ g Cl}^{-}}{2 \times 10^6 \text{ g}} \times 10^6 \rightarrow ? \text{ g Cl}^{-} = 142000 \text{ g}$$



$$? \text{ g MgCl}_2 = 142 \times 10^3 \text{ g Cl}^{-} \times \frac{1 \text{ mol Cl}^{-}}{35/5 \text{ g Cl}^{-}} \times \frac{1 \text{ mol MgCl}_2}{2 \text{ mol Cl}^{-}}$$

$$\times \frac{95 \text{ g MgCl}_2}{1 \text{ mol MgCl}_2} = 19 \times 10^4 \text{ g MgCl}_2$$

(شیمی دهم، صفحه های ۹۴ و ۹۵)

۸۰. گزینه ۴ صحیح است.

غلظت محلول نیتریک اسید در صنعت ۷۰ درصد جرمی است.

بررسی سایر گزینه ها:

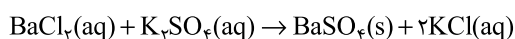
(۱) در یون های چنداتمی، بار یون، برابند بار اتم های تشکیل دهنده یون است.

(۳) ضدیخ $\left(\begin{array}{c} \text{CH}_3 - \text{CH}_3 \\ | \quad \quad | \\ \text{OH} \quad \text{OH} \end{array} \right)$ با تشکیل پیوند هیدروژنی و به صورت مولکولی در آب حل می شود.

(شیمی دهم، صفحه های ۹۱ تا ۹۳)

۸۱. گزینه ۱ صحیح است.

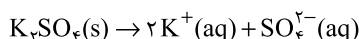
برای موازنه به KCl ضریب ۲ می دهیم و منظور از رسوب ماده باریم سولفات (BaSO_4) است.



$$? \text{ g BaSO}_4 = 0.5 \text{ L} \times \frac{0.8 \text{ mol K}^{+}}{1 \text{ L}} \times \frac{1 \text{ mol K}_2\text{SO}_4}{2 \text{ mol K}^{+}}$$

$$\times \frac{1 \text{ mol BaSO}_4}{1 \text{ mol K}_2\text{SO}_4} \times \frac{233 \text{ g BaSO}_4}{1 \text{ mol BaSO}_4} = 4/66 \text{ g BaSO}_4$$

توجه: با توجه به معادله انحلال K_2SO_4 از هر مول آن، ۲ مول یون K^{+} تولید می شود.

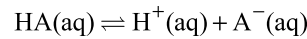
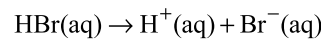


(شیمی دهم، صفحه های ۹۰ و ۹۸)



۸۶. گزینه ۲ صحیح است.

HBr به طور کامل و HA به صورت تعادلی یونیده می شوند.



$$\begin{cases} [\text{H}^+]_{\text{HBr}} = M_1 \times 1 = M_1 \\ [\text{H}^+]_{\text{HA}} = M_2 \times 0.05 = 0.05 M_2 \end{cases}$$

$$M_1 = 0.05 M_2 \rightarrow \frac{M_2}{M_1} = \frac{1}{0.05} = 20$$

(شیمی دوازدهم، صفحه های ۱۸، ۱۹ و ۲۳)

۸۷. گزینه ۲ صحیح است.

موارد (آ) و (ت) درست هستند.

(آ) در هنگام تعادل سرعت واکنش های رفت و برگشت برابرند.

(ب) به ازای مصرف ۲ مول A، ۱ مول از ماده B تولید شده است، پس

معادله واکنش به صورت $2A(g) \rightleftharpoons B(g)$ خواهد بود.

(پ) واکنش از ماده A شروع شده است، پس قبل از برقراری تعادل

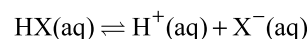
رفت $\bar{R}$ از برگشت $\bar{R}$ بیشتر است.

(ت) مقدار K برابر است با:

$$K = \frac{[\text{B}]}{[\text{A}]^2} = \frac{\frac{2 \times 10^{-2}}{0.5}}{\left(\frac{6 \times 10^{-2}}{0.5}\right)^2} = \frac{4 \times 10^{-2}}{144 \times 10^{-4}} = 2.77 \approx 2.8$$

(شیمی دوازدهم، صفحه های ۲۰ و ۲۱)

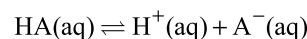
۸۸. گزینه ۴ صحیح است.

مطابق معادله یونش HX، غلظت X^- با غلظت H^+ برابر است با:

$$[\text{H}^+] + [\text{X}^-] = 0.4 \rightarrow [\text{H}^+] = [\text{X}^-] = 0.2 \text{ mol.L}^{-1}$$

$$\begin{aligned} ? g \text{ HX} &= 0.2 \text{ mol.L}^{-1} \times 0.1 \text{ L} \times \frac{1 \text{ mol HX}}{1 \text{ mol X}^-} \times \frac{63 g \text{ HX}}{1 \text{ mol HX}} \\ &= 1.26 g \text{ HX} \end{aligned}$$

بررسی گزینه ۳:



$$64 \times 10^{-6} = \frac{(4 \times 10^{-3})^2}{[\text{HA}]} \rightarrow [\text{HA}] = \frac{16 \times 10^{-6}}{64 \times 10^{-6}} = 0.25 \text{ mol.L}^{-1}$$

(شیمی دوازدهم، صفحه ۱۸)

۸۹. گزینه ۱ صحیح است.

(آ) هرچه K کوچکتر باشد، یونش اسید کمتر بوده و الکترولیت ضعیفی است.

(ب) در یک اسید ضعیف، مقدار یونیده نشده آن از مقدار یونیده شده

بیشتر است.

(پ) چون HBr یک اسید قوی است و به طور کامل یونیده می شود.
(ت) چون غلظت یون های موجود در محلول HA بیشتر است، پس در شرایط یکسان از نظر دما و غلظت، مقدار K برای HB کوچک تر خواهد بود.

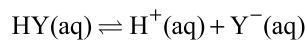
(شیمی دوازدهم، صفحه های ۲۲ و ۲۳)

۹۰. گزینه ۳ صحیح است.

چون K_a ، HX ، بزرگتری دارد پس اسید قوی تری محسوب می شود،
در نتیجه سرعت واکنش منیزیم با آن بیشتر است.

بررسی سایر گزینه ها:

(۱)



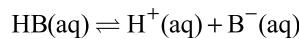
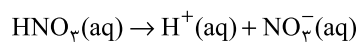
$$49 \times 10^{-11} = \frac{[\text{H}^+]^2}{0.1} \rightarrow [\text{H}^+] = [\text{Y}^-] = \sqrt{49 \times 10^{-12}} = 7 \times 10^{-6}$$

۲ و ۴) اسید HX، بیشتر یونیده می شود، بنابراین غلظت یون ها در آن
بیشتر بوده و رسانایی بیشتری دارد.

(شیمی دوازدهم، صفحه های ۲۱، تا ۲۳)

۹۱. گزینه ۴ صحیح است.

HNO_3 یک اسید قوی و HB یک اسید ضعیف است، بنابراین

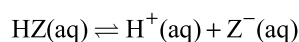
غلظت یون NO_3^- برابر 0.2 مولار خواهد بود.

$$\frac{[\text{B}^-]}{0.2} = 3 \times 10^{-3} \rightarrow [\text{B}^-] = 6 \times 10^{-4} \text{ mol.L}^{-1} = [\text{H}^+]$$

$$K_a = \frac{(6 \times 10^{-4})^2}{0.2} = \frac{36 \times 10^{-8}}{2 \times 10^{-2}} = 18 \times 10^{-6}$$

(شیمی دوازدهم، صفحه های ۱۸، ۲۳ و ۲۴)

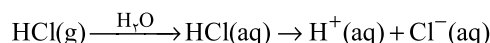
۹۲. گزینه ۱ صحیح است.

ابتدا غلظت یون های H^+ ، Z^- و Cl^- را به دست می آوریم.

$$K_a = \frac{[\text{H}^+][\text{Z}^-]}{[\text{HZ}]} \Rightarrow 2.5 \times 10^{-4} = \frac{[\text{H}^+]^2}{0.1} \rightarrow [\text{H}^+]$$

$$= 5 \times 10^{-3} \text{ mol.L}^{-1}$$

$$[\text{Cl}^-] = 2 \times [\text{H}^+]_{\text{HZ}} = 2 \times 5 \times 10^{-3} = 10^{-2} \text{ mol.L}^{-1}$$

غلظت Cl^- و HCl با هم برابر است.

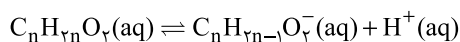
$$? \text{ ml HCl(g)} = 0.2 \text{ L} \times \frac{10^{-2} \text{ mol HCl}}{1 \text{ L}} \times \frac{22400 \text{ mL(aq)}}{1 \text{ mol}}$$

$$= 44/8 \text{ mL}$$

(شیمی دوازدهم، صفحه های ۱۹ تا ۲۳)



۹۳. گزینه ۲ صحیح است.



$$6,25 \times 10^{-5} = \frac{(5 \times 10^{-3})^2}{M} \Rightarrow \begin{cases} M = \frac{25 \times 10^{-6}}{6,25 \times 10^{-5}} = 0,4 \text{ mol.L} \\ \text{mol اسید} = 0,4 \times 0,1 = 0,04 \text{ mol} \end{cases}$$

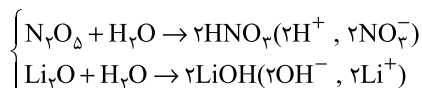
$$n = \frac{m}{\text{جرم مولی اسید}} \Rightarrow \text{جرم مولی اسید} = \frac{2,96 \text{ g}}{0,04 \text{ mol}} = 74 \text{ g.mol}^{-1}$$

$$C_nH_{2n}O_r = 14n + 32 = 74 \Rightarrow \begin{cases} n = \frac{74 - 32}{14} = 3 \\ C_3H_6O_2 \end{cases}$$

(شیمی دوازدهم، صفحه‌های ۱۹، ۲۲ و ۲۳)

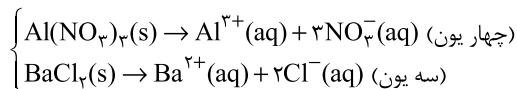
۹۴. گزینه ۱ صحیح است.

(۱)



ب) کربن در حالت گرافیت تنها نافلز رسانای جدول تناوبی است که از طریق الکترون جریان الکتریسیته را منتقل می‌کند.

پ) از انحلال آلومینیم نیترات، یون‌های بیشتری در محلول تولید می‌شود.



(شیمی دوازدهم، صفحه‌های ۱۶، ۱۷ و ۲۱)

۹۵. گزینه ۲ صحیح است.



$$? \text{ mol } CH_3CO_2^- = 5,9 \times 10^{-3} \text{ g} \times \frac{1 \text{ mol}}{59 \text{ g}} = 10^{-4} \text{ mol}$$

$$[CH_3CO_2^-] = [H^+] = \frac{n}{V} = \frac{10^{-4} \text{ mol}}{0,5 \text{ L}} = 2 \times 10^{-3} \text{ mol.L}^{-1}$$

$$K_a = \frac{[CH_3CO_2^-][H^+]}{[CH_3CO_2H]} = \frac{(2 \times 10^{-3})^2}{5 \times 10^{-2}} = \frac{4 \times 10^{-6}}{5 \times 10^{-2}} = 8 \times 10^{-5}$$

(شیمی دوازدهم، صفحه ۲۳)

کد آزمون:

◦	◦	◦	◦	◦	◦	◦	◦	◦
◦	◦	◦	◦	◦	◦	◦	◦	◦
1	1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6	6
7	7	7	7	7	7	7	7	7
8	8	8	8	8	8	8	8	8
9	9	9	9	9	9	9	9	9

صحیح:



اگر در مستطیل زیر علامتی بزنید پاسخنامه شما تصحیح نخواهد شد.

[illegible]

1	1	2	3	4	51	1	2	3	4	101	1	2	3	4	151	1	2	3	4	201	1	2	3	4	251	1	2	3	4
2	1	2	3	4	52	1	2	3	4	102	1	2	3	4	152	1	2	3	4	202	1	2	3	4	252	1	2	3	4
3	1	2	3	4	53	1	2	3	4	103	1	2	3	4	153	1	2	3	4	203	1	2	3	4	253	1	2	3	4
4	1	2	3	4	54	1	2	3	4	104	1	2	3	4	154	1	2	3	4	204	1	2	3	4	254	1	2	3	4
5	1	2	3	4	55	1	2	3	4	105	1	2	3	4	155	1	2	3	4	205	1	2	3	4	255	1	2	3	4
6	1	2	3	4	56	1	2	3	4	106	1	2	3	4	156	1	2	3	4	206	1	2	3	4	256	1	2	3	4
7	1	2	3	4	57	1	2	3	4	107	1	2	3	4	157	1	2	3	4	207	1	2	3	4	257	1	2	3	4
8	1	2	3	4	58	1	2	3	4	108	1	2	3	4	158	1	2	3	4	208	1	2	3	4	258	1	2	3	4
9	1	2	3	4	59	1	2	3	4	109	1	2	3	4	159	1	2	3	4	209	1	2	3	4	259	1	2	3	4
10	1	2	3	4	60	1	2	3	4	110	1	2	3	4	160	1	2	3	4	210	1	2	3	4	260	1	2	3	4
11	1	2	3	4	61	1	2	3	4	111	1	2	3	4	161	1	2	3	4	211	1	2	3	4	261	1	2	3	4
12	1	2	3	4	62	1	2	3	4	112	1	2	3	4	162	1	2	3	4	212	1	2	3	4	262	1	2	3	4
13	1	2	3	4	63	1	2	3	4	113	1	2	3	4	163	1	2	3	4	213	1	2	3	4	263	1	2	3	4
14	1	2	3	4	64	1	2	3	4	114	1	2	3	4	164	1	2	3	4	214	1	2	3	4	264	1	2	3	4
15	1	2	3	4	65	1	2	3	4	115	1	2	3	4	165	1	2	3	4	215	1	2	3	4	265	1	2	3	4
16	1	2	3	4	66	1	2	3	4	116	1	2	3	4	166	1	2	3	4	216	1	2	3	4	266	1	2	3	4
17	1	2	3	4	67	1	2	3	4	117	1	2	3	4	167	1	2	3	4	217	1	2	3	4	267	1	2	3	4
18	1	2	3	4	68	1	2	3	4	118	1	2	3	4	168	1	2	3	4	218	1	2	3	4	268	1	2	3	4
19	1	2	3	4	69	1	2	3	4	119	1	2	3	4	169	1	2	3	4	219	1	2	3	4	269	1	2	3	4
20	1	2	3	4	70	1	2	3	4	120	1	2	3	4	170	1	2	3	4	220	1	2	3	4	270	1	2	3	4
21	1	2	3	4	71	1	2	3	4	121	1	2	3	4	171	1	2	3	4	221	1	2	3	4	271	1	2	3	4
22	1	2	3																										