



گروه آزمایشی علوم ریاضی و فنی

آزمون ماز | پایه دوازدهم



مرور و تثبیت مباحث پایه



دفترچه پاسخ

ویژه کنکوری های ۱۴۰۶

جمعه ۲۷ شهریورماه ۱۴۰۵

- ✓ پاسخنامه سریع؛ برای بررسی فوری بعد از آزمون
- ✓ تحلیل تمام گزینه های هر سؤال؛ برای بررسی سؤالاتی که پاسخ نادرست داده اید
- ✓ نکات و درسنامه های آموزشی؛ برای یادگیری کامل مباحث هر سؤال
- ✓ مشاوره تستی؛ برای یادگیری انواع روش های حل تست
- ✓ استراتژی آزمون؛ برای یادگیری مدیریت زمان و مدیریت جلسه آزمون

حق چاپ و تکثیر سؤالات به هر روش (الکترونیکی و...) پس از برگزاری آزمون برای تمامی اشخاص حقیقی و حقوقی تنها با مجوز «گروه ماز» مجاز می باشد و با متخلفین برابر مقررات رفتار می شود.

دِرس	مَسْئولِ دِرس	طِراحان	وِیرا سِتانان
ریاضیات	مهرداد کیوان حسین شفیع زاده سید جواد نظری	حسین شفیع زاده - مهرداد کیوان حسن محمد بیگی - علیرضا شریف خطیبی	ندا فرهختی - مائده بادان فیروز یزدان نیک قدم - حمیدرضا ولی پور ارسلان حسنونند - علی اسدی
فیزیک	سجاد صادقی زاده سعید احمدی	سجاد صادقی زاده - سعید احمدی مجید رجبی وندچالی - مهران تاکي امیررضا خوينی ها - محمد جواد سورچی مجید میرزائی - مهدی پارسا حسین زین العابدین زاده - حسین عبدوی نژاد	داود پاشا حنا خلعتبری
شیمی	فرشاد هادیان فرد	فرشاد هادیان فرد - فرهنگ امیری عالیه میرزایی - طاهّا حق بین فاطمه محمودی - علی ترابی مهسا بایمانی نژاد	محمد رضا جمشیدی امیر حسین مخانی طاهّا حق بین - مهدی معظمی محمد داود آبادی فراهانی محمد دارابی جم



یک تیم با بیش از ۵۰۰ نفر در حال کار هستن تا آزمون های ماز با حداکثر کیفیت حاضر بشن و به شما کمک کنن و مسیر موفقیت رو براتون ساده تر کنن. همیشه از نظرات و کامنت های خوبتون انرژی می گیریم. مرسی که همراهمون هستین. راستی! حتماً در نظر سنجی آزمون شرکت کنین و نظرات و پیشنهاداتتون رو برامون بنویسین.

پاسخنامه کلیدی

ریاضیات

۱	☒	☐	☐	☐	☐
۲	☐	☐	☒	☐	☐
۳	☐	☐	☐	☒	☐
۴	☒	☐	☐	☐	☐
۵	☐	☒	☐	☐	☐
۶	☐	☐	☒	☐	☐
۷	☐	☐	☐	☒	☐
۸	☐	☒	☐	☐	☐
۹	☐	☐	☐	☒	☐
۱۰	☐	☐	☒	☐	☐
۲۱	☐	☐	☐	☒	☐
۲۲	☐	☒	☐	☐	☐
۲۳	☐	☐	☒	☐	☐
۲۴	☐	☒	☐	☐	☐
۲۵	☐	☒	☐	☐	☐
۲۶	☒	☐	☐	☐	☐
۲۷	☒	☐	☐	☐	☐
۲۸	☐	☐	☐	☒	☐
۲۹	☐	☐	☐	☒	☐
۳۰	☐	☒	☐	☐	☐
۱۱	☐	☐	☐	☒	☐
۱۲	☐	☒	☐	☐	☐
۱۳	☐	☒	☐	☐	☐
۱۴	☐	☐	☐	☒	☐
۱۵	☐	☐	☒	☐	☐
۱۶	☐	☐	☐	☒	☐
۱۷	☒	☐	☐	☐	☐
۱۸	☐	☐	☒	☐	☐
۱۹	☐	☐	☐	☒	☐
۲۰	☐	☒	☐	☐	☐
۳۱	☐	☒	☐	☐	☐
۳۲	☐	☒	☐	☐	☐
۳۳	☐	☒	☐	☐	☐
۳۴	☐	☐	☐	☒	☐
۳۵	☐	☐	☒	☐	☐
۳۶	☐	☒	☐	☐	☐
۳۷	☐	☐	☒	☐	☐
۳۸	☐	☐	☐	☒	☐
۳۹	☐	☐	☐	☒	☐
۴۰	☐	☐	☒	☐	☐

فیزیک دهم

۴۱	☐	☐	☒	☐	☐
۴۲	☒	☐	☐	☐	☐
۴۳	☐	☒	☐	☐	☐
۴۴	☒	☐	☐	☐	☐
۴۵	☐	☐	☐	☒	☐
۴۶	☐	☒	☐	☐	☐
۴۷	☐	☐	☒	☐	☐
۴۸	☒	☐	☐	☐	☐
۴۹	☐	☒	☐	☐	☐
۵۰	☐	☐	☒	☐	☐
۵۱	☐	☒	☐	☐	☐
۵۲	☒	☐	☐	☐	☐
۵۳	☐	☐	☐	☒	☐
۵۴	☐	☐	☒	☐	☐
۵۵	☐	☐	☒	☐	☐
۵۶	☒	☐	☐	☐	☐
۵۷	☐	☒	☐	☐	☐
۵۸	☐	☐	☒	☐	☐
۵۹	☐	☐	☒	☐	☐
۶۰	☐	☐	☐	☒	☐
۶۱	☒	☐	☐	☐	☐
۶۲	☐	☒	☐	☐	☐
۶۳	☐	☐	☒	☐	☐
۶۴	☐	☐	☒	☐	☐
۶۵	☒	☐	☐	☐	☐
۶۶	☒	☐	☐	☐	☐
۶۷	☒	☐	☐	☐	☐
۶۸	☐	☒	☐	☐	☐
۶۹	☐	☒	☐	☐	☐
۷۰	☒	☐	☐	☐	☐
۷۱	☐	☐	☐	☒	☐
۷۲	☒	☐	☐	☐	☐
۷۳	☐	☐	☒	☐	☐
۷۴	☐	☐	☐	☒	☐
۷۵	☐	☒	☐	☐	☐
۷۶	☐	☒	☐	☐	☐
۷۷	☐	☐	☐	☒	☐
۷۸	☒	☐	☐	☐	☐
۷۹	☐	☐	☐	☒	☐
۸۰	☒	☐	☐	☐	☐

فیزیک یازدهم

پاسخنامه کلیدی

شیمی دهم

۸۱	۱	۲	۳	۴	۹۱	۱	۲	۳	۴
۸۲	۱	۲	۳	۴	۹۲	۱	۲	۳	۴
۸۳	۱	۲	۳	۴	۹۳	۱	۲	۳	۴
۸۴	۱	۲	۳	۴	۹۴	۱	۲	۳	۴
۸۵	۱	۲	۳	۴	۹۵	۱	۲	۳	۴
۸۶	۱	۲	۳	۴	۹۶	۱	۲	۳	۴
۸۷	۱	۲	۳	۴	۹۷	۱	۲	۳	۴
۸۸	۱	۲	۳	۴	۹۸	۱	۲	۳	۴
۸۹	۱	۲	۳	۴	۹۹	۱	۲	۳	۴
۹۰	۱	۲	۳	۴	۱۰۰	۱	۲	۳	۴
۱۰۱	۱	۲	۳	۴	۱۱۱	۱	۲	۳	۴
۱۰۲	۱	۲	۳	۴	۱۱۲	۱	۲	۳	۴
۱۰۳	۱	۲	۳	۴	۱۱۳	۱	۲	۳	۴
۱۰۴	۱	۲	۳	۴	۱۱۴	۱	۲	۳	۴
۱۰۵	۱	۲	۳	۴	۱۱۵	۱	۲	۳	۴
۱۰۶	۱	۲	۳	۴	۱۱۶	۱	۲	۳	۴
۱۰۷	۱	۲	۳	۴	۱۱۷	۱	۲	۳	۴
۱۰۸	۱	۲	۳	۴	۱۱۸	۱	۲	۳	۴
۱۰۹	۱	۲	۳	۴	۱۱۹	۱	۲	۳	۴
۱۱۰	۱	۲	۳	۴	۱۲۰	۱	۲	۳	۴

شیمی یازدهم

تابستون؛ سکوی پرتاب به سمت کنکور!

عبور از خط پایان تابستان؛ حالا وقت «جمع‌بندی» و نمایش قدرته!

خسته نباشی قهرمان! تبریک می‌گم؛

آزمون ۲۷ شهریور رو هم پشت سر گذاشتی و این یعنی پرونده یادگیریِ مباحث پایه قبلی عملاً بسته شد. وقتی به مسیر این چند هفته نگاه می‌کنی، متوجه میشی که خیلی فراتر از «درس خوندن ساده» عمل کردی. تو الآن صاحب یک مهارت کلیدی روان‌شناختی شدی: «پیوستگی در شرایط متغیر». در حالی که خیلی از رقبای تو، هنوز درگیرِ رُخوتِ روزهای آخر تابستون هستن یا تازه دارن فکر می‌کنن که «کی باید استارت بزnm؟»، تو همین الآن با خیالی راحت و دانشی که در حافظه بلندمدت تثبیت شده، این دوره رو با موفقیت به پایان رسوندی. این یعنی تو نه فقط درس، بلکه «نظم شخصی» رو هم یاد گرفتی.

اما صبر کن! هنوز یه قدم آخر و سرنوشت‌ساز باقی مونده: **آزمون ۱۰ مهر**. این «آزمون جامع بزرگ»، حکم مراسم اختتامیه تابستان تو رو داره. فرقی با آزمون‌های قبلی اینه که قراره تمام اون قطعات پازلی که توی تابستون شخم زدی و ساختی رو یک‌جا کنار هم بذاری و تصویر کلی رو ببینی. این آزمون، در واقع «سند تأیید زحمات توئه». تا الآن داشتی روی بخش‌های مجزا کار می‌کردی، اما ۱۰ مهر قراره بفهمی چطور می‌تونی اطلاعات پراکنده رو از توی ذهنت فراخوانی کنی و به کار بگیری. این یک «شبه‌سازی ذهنی» از **کنکور اصلیه**؛ فرصتی برای اینکه ببینی چقدر از آموخته‌های مرداد و شهریور، هنوز توی ذهنت زنده و در دسترسه.

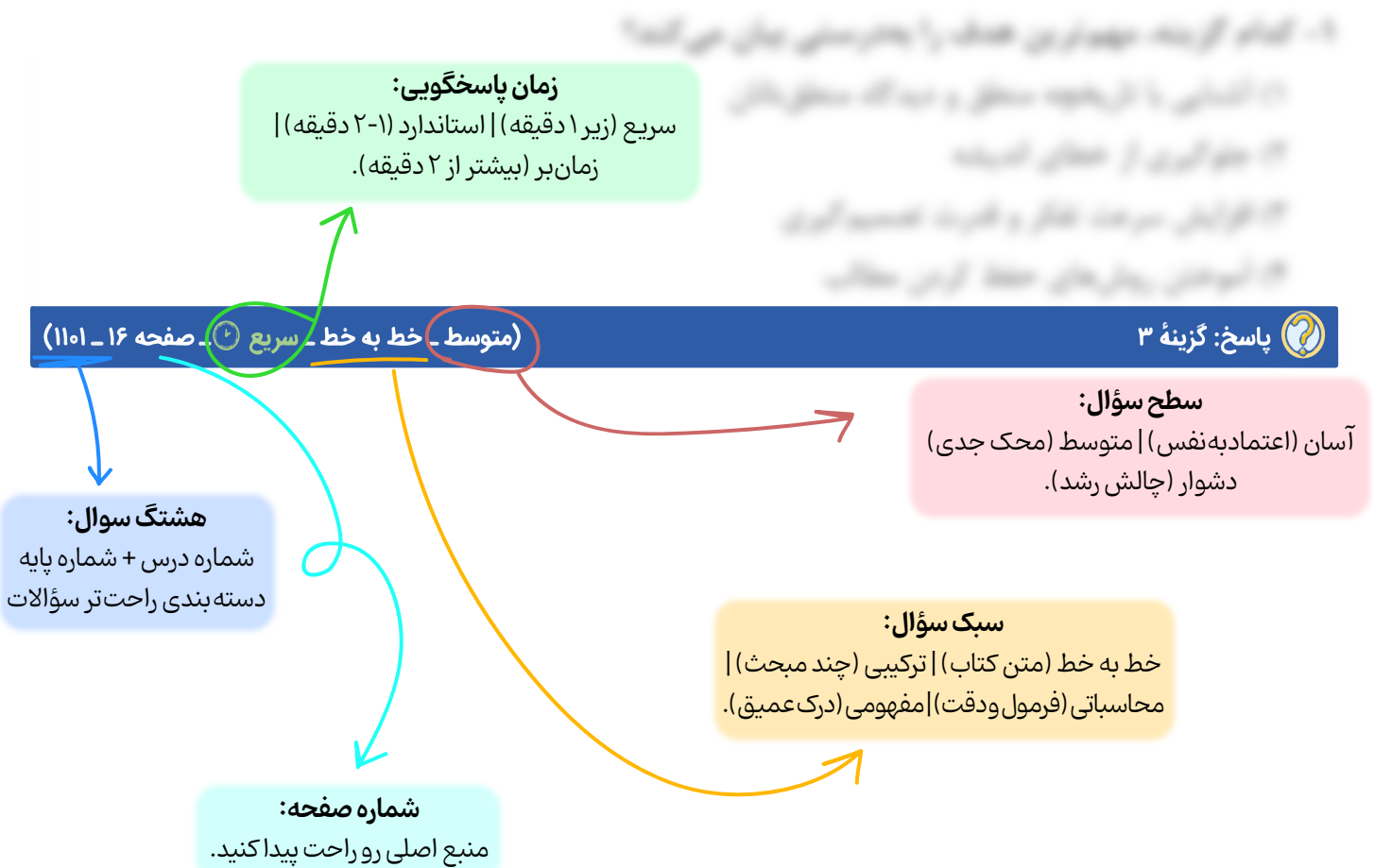
می‌دونم که الآن همزمان با مدرسه رفتن و شروع کلاس‌های سال جدید، سراسیمه‌ای و شاید نگران فشارِ درس‌های جدید باشی. اما بذار یه واقعیت علمی جذاب رو بهت بگم: اون «پیش‌خوانی‌هایی» که توی تابستون انجام دادی، الآن دارن به دات می‌رسن. وقتی سر کلاس پایه جدید می‌شینی و می‌بینی معلم داره مفهومی رو توضیح میده که تو قبلاً یه بار با آزمون‌های تابستون تمرینش کردی، همون لحظه‌ست که «سند یادگیری» می‌شکنه. اون حس «من قبلاً اینو دیدم»، همون چیزیه که بهت آرامش میده؛ در حالی که بقیه بچه‌ها دارن با استرس «تازگی مطالب» دست و پنجه نرم می‌کنن، تو داری «تحلیل» می‌کنی. این همون اعتمادبه‌نفس واقعی و ریشه‌داریه که تو رو چند پله از بقیه جلو می‌ندازه.

حالا استراتژی برای این چند روز باقی‌مانده تا آزمون جامع چیه؟ خیلی ساده‌ست: «**مرور هوشمندانه و لکه‌گیری**». مطالبی که قبلاً یاد گرفتی رو با بررسی تست‌های آزمون‌های قبلی مرور کن و تا جایی که برنامه‌ات جواب میده مطالبی که نرسیدی توی آزمون‌های قبلی بخونی جبران کن.

رفیق، ۱۰ مهر قرار نیست فقط امتحان بدی؛ قراره با قدرت تمام، پرونده تابستون رو ببندی و مهر رو با برنده‌بودن و اعتمادبه‌نفس حداکثری آغاز کنی. این آزمون، یعنی پایانِ دورانِ آماتوری و شروعِ دورانِ حرفه‌ای تو. تو حالا دیگه یک کنکوری آماده‌ای که می‌دونه چطور باید از پسِ حجم بالای مطالب بریاد. برو که با یه نتیجه‌ی درخشان در آزمون جامع، به خودت ثابت کنی که این تابستون، همون «سکو و جهش بزرگی» بوده که از قبل قولش رو داده بودیم. پرچم بالاست،

ما منتظر گزارشِ درخششِ تو در آزمون جامع هستیم؛ این آخرین ضربه برای محکم‌کاریِ موفقیتته! ♥

راهنمای پاسخنامه آزمون‌ها



یادتون باشه:

- ✓ هر سؤال یک فرصت یادگیری، نه یک مانع.
- ✓ پاسخنامه فقط جواب نیست؛ یک کارگاه آموزشی کامله.
- ✓ با هر آزمون و مرور این پاسخنامه، یک پله بالاتر می‌رید و یک قدم به رؤیایون نزدیک‌تر می‌شید.
- ✓ موفقیت فقط برای کسانی که با برنامه و انگیزه حرکت می‌کنن. شما همون آدمید.



برای دیدن پاسخنامه ویدئویی آزمون
QRcode بالا را اسکن کنید!
یا بر روی لینک زیر کلیک کنید!
پاسخنامه ویدئویی آزمون

ریاضی پایه: مجموعه، الگو و دنباله یادگیری عمیق

مرور و جمع‌بندی

مرور و جمع‌بندی

ریاضی ۱ صفحه‌های ۱ تا ۲۷، حسابان ۱ صفحه‌های ۱ تا ۶
هندسه ۲: روابط طولی در مثلث (فصل ۳)، صفحه‌های ۵۹ تا ۷۴
آمار و احتمال: آمار توصیفی + آمار استنباطی (فصل ۳ و ۴)، صفحه‌های ۶۹ تا ۱۲۱

بودجه‌بندی
این آزمون

ریاضی پایه: این مباحث در مجموع ۱ تست از ۱۴ تست کنکور را پوشش داده است.
هندسه ۲: این مباحث در مجموع ۲ تست از ۵ تست کنکور را پوشش داده است.
آمار و احتمال: این مباحث در مجموع ۱ تست از ۴ تست کنکور را پوشش داده است.

سهم در
کنکور

۱- مجموعه $A = \left\{ n^2 \mid n \in \mathbb{Z}, \frac{12}{n} \in \mathbb{Z} \right\}$ چند عضو دارد؟

۳ (۴)

۴ (۳)

۵ (۲)

۶ (۱)

(آسان - مفهومی - سریع ۵) - ریاضی ۱ صفحه ۲ و ۳ - ۱۰۰۱

پاسخ: گزینه ۱

از شرط $\frac{12}{n} \in \mathbb{Z}$ نتیجه می‌گیریم که n یکی از مقسوم‌علیه‌های ۱۲ است.

$$n = \pm 1, \pm 2, \pm 3, \pm 4, \pm 6, \pm 12$$

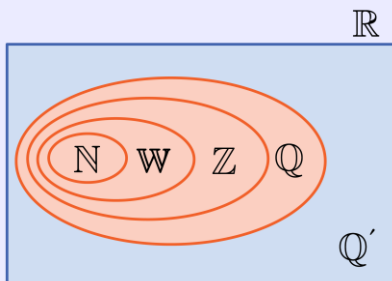
$$\Rightarrow n^2 = 1, 4, 9, 16, 36, 144$$

پس A دارای ۶ عضو است:

$$A = \{1, 4, 9, 16, 36, 144\}$$

مجموعه‌های معروف اعداد

برای این که راحت‌تر رابطه بین مجموعه اعداد را متوجه شویم می‌توانیم آن‌ها را طبق شکل زیر نشان دهیم.



$$N \subseteq W \subseteq Z \subseteq Q \subseteq R$$

$$N = \{1, 2, 3, 4, \dots\} \text{ مجموعه اعداد طبیعی}$$

$$W = \{0, 1, 2, 3, 4, \dots\} \text{ مجموعه اعداد حسابی}$$

$$Z = \{\dots, -2, -1, 0, 1, 2, 3, \dots\} \text{ مجموعه اعداد صحیح}$$

اعداد گویا اعدادی (کسرهایی) هستند که از تقسیم دو عدد صحیح مانند m و n برهم به وجود می‌آیند، که البته **مخرج** باید مخالف صفر باشد.

$$Q = \left\{ \frac{m}{n} \mid m, n \in \mathbb{Z}, n \neq 0 \right\} \text{ مجموعه اعداد گویا}$$

$$Q' = \mathbb{R} - Q \text{ مجموعه اعداد گنگ}$$

در واقع مجموعه اعداد حقیقی از اجتماع اعداد گویا و اعداد گنگ به وجود آمده است.

یادآوری مقسوم‌علیه‌های یک عدد

اگر عدد a بر عدد b بخش‌پذیر باشد، می‌گوییم b یک **شمارنده** (مقسوم‌علیه) a است. مثلاً ۲ شمارنده ۴ است.



۲- به ازای چند مقدار طبیعی m ، اشتراک دو بازه $[2m-2, +\infty)$ و $(-\infty, 4m-15]$ تهی است؟

۷ (۴)

۶ (۳)

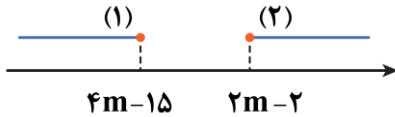
۵ (۲)

۴ (۱)

(آسان - ترکیبی - سریع) - ریاضی ۱ صفحه ۳ و ۴ - ۱۰۰۱

پاسخ: گزینه ۳

برای این که اشتراک این دو مجموعه تهی باشد، باید وضعیت دو بازه روی محور به صورت زیر باشد:



یعنی باید ابتدای دومی از انتهای اولی بزرگ تر باشد تا هیچ اشتراکی نداشته باشند:

$$\Rightarrow 4m-15 < 2m-2$$

$$\Rightarrow 4m-2m < -2+15 \Rightarrow 2m < 13$$

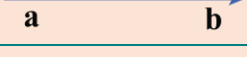
$$\Rightarrow m < \frac{13}{2} = 6.5$$

$$m \in \mathbb{N} \rightarrow m = 1, 2, 3, 4, 5, 6$$

پس برای m مقدار طبیعی وجود دارد.

بازه‌ها

زیرمجموعه‌ای از اعداد حقیقی که مشخص کننده یک قطعه از محور اعداد حقیقی باشد را «بازه» می‌گویند. گاهی به جای واژه «بازه» از واژه «فاصله» استفاده می‌کنیم. بازه‌ها نوعی مجموعه از نوع نامتناهی محسوب می‌شوند. (به شرط این که سر و ته بازه یکی نباشد). بازه‌ها، حالت‌های مختلفی دارند که تمامی این حالت‌ها را در جدول زیر برایتان آورده‌ایم.

بازه	نمایش مجموعه‌ای	نمایش هندسی
$[a, b]$	$\{x \in \mathbb{R} \mid a \leq x \leq b\}$	
(a, b)	$\{x \in \mathbb{R} \mid a < x < b\}$	
$[a, b)$	$\{x \in \mathbb{R} \mid a \leq x < b\}$	
$(a, b]$	$\{x \in \mathbb{R} \mid a < x \leq b\}$	
$[a, +\infty)$	$\{x \in \mathbb{R} \mid a \leq x\}$	
$(a, +\infty)$	$\{x \in \mathbb{R} \mid a < x\}$	
$(-\infty, b]$	$\{x \in \mathbb{R} \mid x \leq b\}$	
$(-\infty, b)$	$\{x \in \mathbb{R} \mid x < b\}$	

توجه!

در تمامی حالت‌های فوق فرض را بر آن گرفته بودیم که a کوچک‌تر از b باشد. (a و b عددهایی حقیقی هستند!)

اجتماع و اشتراک بازه‌ها

برای به دست آوردن اجتماع، اشتراک یا تفاضل بازه‌ها بهترین راه استفاده از محور اعداد حقیقی و نمایش هر کدام از بازه‌ها روی آن است.



۳- تعداد اعضای مجموعه A ، سه برابر تعداد اعضای مجموعه B است. اگر $n(A \cup B) = 40$ و $n(A - B') = 8$ باشد، تعداد اعضای مجموعه $A' \cap B$ کدام است؟

۴ (۴)

۶ (۳)

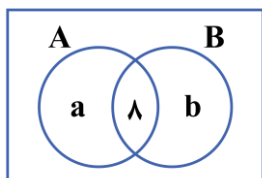
۵ (۲)

۳ (۱)

(متوسط - محاسباتی - استاندارد) - ریاضی ۱ صفحه ۱۳ - ۱۰۰۱

پاسخ: گزینه ۴

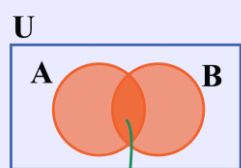
چون $A - B' = A \cap B$ پس $n(A \cap B) = 8$ است. با توجه به نمودار داریم:



$$\begin{cases} a + b + 8 = 40 \\ a + 8 = 3(8 + b) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a + b = 32 \\ a - 3b = 16 \end{cases} \xrightarrow{\text{حل دستگاه}} \begin{cases} b = 4 \\ a = 28 \end{cases}$$

تعداد اعضای $A' \cap B = B - A$ برابر $b = 4$ است.

تعداد اعضای اجتماع دو مجموعه



تعداد اعضای مجموعه متناهی A را با نماد $n(A)$ نشان می‌دهیم.

تعداد عضوهای اجتماع دو مجموعه A و B از رابطه زیر به دست می‌آید:

$$n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B)$$

دوبار هاشور زده شده

می‌دونید چرا اینجوری شد؟ شکل فوق را ببینید:

برای شمارش تعداد اعضای اجتماع، تعداد اعضای $(A \cap B)$ را دوبار شمارش کردیم! پس یکبارش رو حذف می‌کنیم.

••• iko •••

۴- برای چند عدد طبیعی k ، بازه $(\frac{4-k}{3}, \frac{k+4}{k})$ شامل دقیقاً یک عدد صحیح است؟

۴ (۴)

۳ (۳)

۲ (۲)

۱ (۱)

(سخت - محاسباتی - زمان‌بر) - ریاضی ۱ صفحه ۵ - ۱۰۰۱

پاسخ: گزینه ۱

به ازای $k \geq 5$ ، ابتدای بازه منفی و انتهای بازه بزرگ‌تر از یک است. پس حتماً شامل ۲ عدد صفر و یک است که خلاف خواسته مسئله است. حال اعداد طبیعی $k < 5$ را آزمایش می‌کنیم:

$k = 4 \Rightarrow A(0, 2) \Rightarrow$ تنها شامل عدد صحیح ۱ است. (✓)

$k = 3 \Rightarrow A(\frac{1}{3}, \frac{7}{3}) \Rightarrow$ شامل اعداد صحیح ۱ و ۲ است. (✗)

$k = 2 \Rightarrow A(\frac{2}{3}, 3) \Rightarrow$ شامل اعداد صحیح ۱ و ۲ است. (✗)

$k = 1 \Rightarrow A(1, 5) \Rightarrow$ شامل اعداد صحیح ۲، ۳ و ۴ است. (✗)

پس تنها جواب مسئله $k = 4$ است.

قلقش رو یاد بگیر!

در سؤال‌هایی که بازه با یک پارامتر تعریف شده است، معمولاً باید با عدد گذاری به جای متغیر تا چند مرحله پیش برویم تا خاصیت مورد نظر را مشاهده کنیم.

••• iko •••

۵- متمم مجموعه $(A \cup (A \cap B)) \cup B'$ همواره زیرمجموعه کدام مجموعه زیر است؟

(۴) B'

(۳) $A - B$

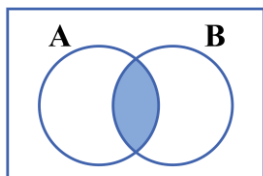
(۲) B

(۱) A

(آسان - ترکیبی - سریع) - ریاضی ۱ صفحه ۹ - ۱۰۰۱

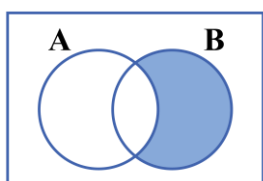
پاسخ: گزینه ۲

چون $A \cap B \subseteq A$ ، با توجه به نمودار ون زیر حاصل $A \cup (A \cap B)$ همان A است. پس مجموعه خواسته شده، همان متمم $A \cup B'$ است. بنابراین:



$A \cap B$

$$(A \cup B')' = A' \cap B = B \cap A' = B - A$$



$B - A$

مطابق نمودار ون روبه رو $B - A$ زیرمجموعه B است.

اعمال روی مجموعه ها و قوانین آنها

اگر U مجموعه مرجع و A, B و C زیرمجموعه های آن باشند؛ داریم:

$$\overbrace{A - B}^{A - (A \cap B)} = A \cap B' \quad \text{تبدیل تفاضل به اشتراک:}$$

$$\begin{cases} A \cup B = B \cup A \\ A \cap B = B \cap A \end{cases} \quad \text{جابجایی:}$$

$$\begin{cases} A \cup (B \cap C) = (A \cup B) \cap (A \cup C) \\ A \cap (B \cup C) = (A \cap B) \cup (A \cap C) \end{cases} \quad \text{توزیع پذیری:}$$

$$\begin{cases} A' \cap B' = (A \cup B)' \\ A' \cup B' = (A \cap B)' \end{cases} \quad \text{قوانین دمورگان:}$$

$$\begin{cases} A \cap (A \cup B) = A \\ A \cup (A \cap B) = A \end{cases} \quad \text{قانون جذب:}$$

$$\begin{cases} (A \cup B) \cup C = A \cup (B \cup C) \\ (A \cap B) \cap C = A \cap (B \cap C) \end{cases} \quad \text{شرکت پذیری:}$$



۶- دنباله حسابی $... -164, -168, -172$ چند جمله منفی دارد؟

(۴) ۴۴

(۳) ۴۳

(۲) ۴۲

(۱) ۴۱

(آسان - محاسباتی - سریع) - ریاضی ۱ صفحه ۲۲ - ۱۰۰۱

پاسخ: گزینه ۳

جمله اول برابر -172 و قدرنسبت برابر $d = -168 - (-172) = 4$ است، پس جمله n ام دنباله برابر است با:

$$a_n = a_1 + (n-1)d = -172 + (n-1) \times 4 \Rightarrow a_n = 4n - 176$$

حال تعداد جملات منفی را می یابیم:

$$a_n = 4n - 176 < 0 \Rightarrow n < \frac{176}{4} = 44 \Rightarrow n \leq 43$$

پس ۴۳ جمله منفی دارد.

 دنباله حسابی

دنباله‌ای است که هر جمله غیر از جمله اول آن از اضافه کردن یک مقدار ثابت به جمله قبلی به دست می‌آید. این مقدار ثابت را قدرنسبت دنباله حسابی می‌نامیم و آن را با d نشان می‌دهیم. در دنباله حسابی اختلاف جملات متوالی مقداری ثابت است.

$$3, 7, 11, 15, 19, 23, \dots \Rightarrow d = 4$$

$$\begin{array}{ccccccc} 3 & 7 & 11 & 15 & 19 & 23 & \dots \\ +4 & +4 & +4 & +4 & +4 & & \end{array}$$

 جمله عمومی در دنباله حسابی

$$a_1, a_1 + d, a_1 + 2d, a_1 + 3d, \dots \Rightarrow a_n = a_1 + (n - 1)d$$

$$\begin{array}{ccccccc} a_1 & a_1 + d & a_1 + 2d & a_1 + 3d & \dots & a_n & = a_1 + (n - 1)d \\ \downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow & & \downarrow & \\ a_1 & a_2 & a_3 & a_4 & & a_n & \end{array}$$

 به نمونه باحال بین!

در دنباله حسابی زیر، جمله عمومی و جمله صدم را به دست آورید.

$$2, 5, 8, 11, 14, 17, \dots$$

$$\begin{array}{l} a_1 = 2 \\ d = 3 \end{array} \Rightarrow a_n = a_1 + (n - 1)d \Rightarrow a_n = 2 + (n - 1) \times 3 \Rightarrow a_n = 3n - 1 \Rightarrow a_{30} = 299$$



۷- واسطه حسابی a و $5a$ برابر b و واسطه هندسی a و $2b + 6$ نیز برابر b است. مقدار ab کدام است؟ ($a \neq 0$)

۱۲ (۴)

۱۸ (۳)

۱۵ (۲)

۹ (۱)

(متوسط - محاسباتی - استاندارد) - ریاضی ۱ صفحه ۲۳ و ۲۴ - ۱۰۰۱

پاسخ: گزینه ۴

با توجه به شرط واسطه حسابی و واسطه هندسی داریم:

$$\begin{cases} a, b, 5a : \text{دنباله حسابی} \\ a, b, 2b + 6 : \text{دنباله هندسی} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 2b = a + 5a \Rightarrow 2b = 6a \Rightarrow b = 3a (*) \\ b^2 = a(2b + 6) \xrightarrow{(*)} 9a^2 = a(6a + 6) \Rightarrow 9a^2 = 6a^2 + 6a \Rightarrow 3a^2 - 6a = 0 \end{cases}$$

$$\Rightarrow 3a(a - 2) = 0 \xrightarrow{a \neq 0} a = 2 \xrightarrow{(*)} b = 6 \Rightarrow ab = 12$$

 واسطه حسابی

b را واسطه حسابی بین دو عدد a و c می‌گوییم، هرگاه:

$$2b = a + c$$

 به نمونه باحال بین!

واسطه حسابی بین دو عدد ۲ و ۱۸ چند است؟

$$2b = 2 + 18 \Rightarrow b = 10$$

 واسطه هندسی

b را واسطه هندسی بین دو عدد هم‌علامت a و c می‌گوییم، هرگاه:

$$b^2 = a \times c$$

 به نمونه باحال بین!

واسطه هندسی بین دو عدد ۲ و ۱۸ کدام است؟

$$b^2 = 2 \times 18 \Rightarrow b^2 = 36 \Rightarrow b = \pm 6$$



۸- جمله هشتم یک الگوی خطی، از دو برابر جمله دهم، سه واحد کمتر و از سه برابر جمله پنجم، یازده واحد بیشتر است. جمله اول این الگو کدام است؟

۷ (۴)

۵ (۳)

-۸ (۲)

-۶ (۱)

(آسان - محاسباتی - استاندارد) - ریاضی ۱ صفحه ۱۶ و ۲۲ - ۱۰۰۱

پاسخ: گزینه ۲

ترجمه صورت سؤال

«جمله هشتم یک الگوی خطی، از دو برابر جمله دهم، سه واحد کمتر و از سه برابر جمله پنجم، یازده واحد بیشتر است.» یعنی:

$$\begin{cases} a_8 = 2a_{10} - 3 \\ a_8 = 3a_5 + 11 \end{cases}$$

الگوی خطی همان دنباله حسابی است، پس بنا بر فرض داریم:

$$\begin{cases} a_8 = 2a_{10} - 3 \\ a_8 = 3a_5 + 11 \end{cases} \xrightarrow{a_n = a_1 + (n-1)d} \begin{cases} a_1 + 7d = 2(a_1 + 9d) - 3 \\ a_1 + 7d = 3(a_1 + 4d) + 11 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a_1 + 11d = 3 \\ 2a_1 + 5d = -11 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 5a_1 + 55d = 15 \\ 22a_1 + 55d = -121 \end{cases}$$

$$\xrightarrow{\text{کم می کنیم}} 17a_1 = -136 \Rightarrow a_1 = -8$$

الگو و دنباله خطی

به الگوها و دنباله‌هایی که اختلاف هر دو جمله متوالی در آن‌ها عددی ثابت باشد، الگو یا دنباله خطی می‌گوییم و جمله عمومی آن‌ها به صورت $t_n = an + b$; $\{a, b \in \mathbb{R}, n \in \mathbb{N}\}$ است.

توجه کنید که در جمله عمومی دنباله خطی، ضریب n (همان a) اختلاف بین جملات متوالی در دنباله خطی است که به آن **قدرنسبت دنباله خطی** می‌گوییم.

$$\begin{matrix} t_1 & t_2 & t_3 & t_4 & \dots \\ & \swarrow & \downarrow & \searrow & \\ & +a & +a & +a & \end{matrix}$$

توجه!

الگوی خطی همان دنباله حسابی است.

••• Bio •••

۹- میانگین جملات پنجم و دهم دنباله حسابی با جملات $a, b, -6, \dots$ برابر $7/5$ شده است. جمله بیستم دنباله چه عددی است؟

۴۵ (۴)

۶۰ (۳)

۴۸ (۲)

۵۷ (۱)

(متوسط - محاسباتی - استاندارد) - ریاضی ۱ صفحه ۲۲ - ۱۰۰۱

پاسخ: گزینه ۴

چون میانگین جملات پنجم و دهم برابر $7/5$ شده است، پس:

$$\frac{a_5 + a_{10}}{2} = 7/5 \Rightarrow a_5 + a_{10} = 15$$

$$a_n = a_1 + (n-1)d$$

از طرفی طبق جمله عمومی دنباله حسابی داریم:

پس:

$$\begin{cases} a_3 = -6 \\ a_5 + a_{10} = 15 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a_1 + 2d = -6 \\ 2a_1 + 4d + 9d = 15 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a_1 + 2d = -6 \\ 2a_1 + 13d = 15 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a_1 + 2d = -6 \\ 9d = 27 \end{cases} \Rightarrow d = 3, a_1 = -12$$

پس:

$$a_n = -12 + 3(n-1) = 3n - 15 \Rightarrow a_{20} = 60 - 15 = 45$$

••• Bio •••

۱۰- در دنباله هندسی $a, a+3, a+8, \dots$ جمله نهم چند برابر جمله هفتم است؟

$$\frac{9}{4} \quad (4)$$

$$\frac{25}{9} \quad (3)$$

$$\frac{16}{9} \quad (2)$$

$$\frac{25}{16} \quad (1)$$

پاسخ: گزینه ۳

(آسان - مفهومی - سریع) ریاضی ۱ صفحه ۲۶ - ۱۰۰۱

$$(a+3)^2 = a(a+8) \quad a+3 \text{ واسطه هندسی } a \text{ و } a+8 \text{ است.}$$

$$\Rightarrow \cancel{a^2} + 6a + 9 = \cancel{a^2} + 8a \Rightarrow 2a = 9 \Rightarrow a = \frac{9}{2}$$

در دنباله هندسی نسبت هر دو جمله متوالی برابر مقداری ثابت می باشد که همان قدرنسبت است:

$$\Rightarrow q = \frac{a+3}{a} = \frac{\frac{9}{2}+3}{\frac{9}{2}} = \frac{\frac{15}{2}}{\frac{9}{2}} = \frac{15}{9} = \frac{5}{3}$$

$$\frac{a_9}{a_7} = \frac{a_1 q^8}{a_1 q^6} = q^{8-6} = q^2 = \frac{25}{9}$$

دنباله هندسی

دنباله ای است که هر جمله آن غیر از جمله اول از ضرب یک مقدار ثابت در جمله قبل به دست می آید. این مقدار ثابت را **قدرنسبت دنباله هندسی** می نامیم و آن را با q یا r نشان می دهیم. در دنباله هندسی حاصل تقسیم هر جمله بر جمله قبل، مقداری ثابت است. جمله اول در دنباله هندسی باید عددی غیر صفر باشد.

$$3, 6, 12, 24, 48, 96, \dots$$

$\times 2 \quad \times 2 \quad \times 2 \quad \times 2 \quad \times 2$

یه نمونه باحال ببین!

کدام یک از دنباله های زیر هندسی می باشد؟

الف) $2, -6, 18, -54, 162, \dots$ ✓ $q = -3$

ب) $2, \sqrt{2}, 4, \sqrt{32}, 8, \dots$ ✓ $q = \sqrt{2}$

ج) $\frac{-1}{3}, \frac{-2}{3}, \frac{-4}{3}, \frac{-8}{3}, \frac{-16}{3}, \dots$ ✓ $q = 2$

د) $3, 6, 24, 192, 3072, \dots$ ✗

ه) $3, 0/3, 0/03, 0/003, \dots$ ✓ $q = 0/1$

جمله عمومی در دنباله هندسی

$$a_1, a_1 \times q, a_1 \times q^2, a_1 \times q^3, \dots \Rightarrow a_n = a_1 \times q^{n-1}$$

$\downarrow \quad \downarrow \quad \downarrow \quad \downarrow$
 $a_1 \quad a_2 \quad a_3 \quad a_4$

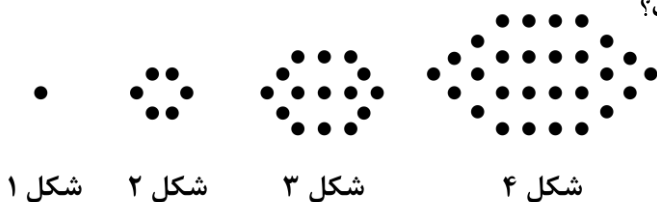
یه نمونه باحال ببین!

در دنباله هندسی زیر، جمله عمومی و جمله ششم را به دست آورید.

$$5, 15, 45, \dots$$

$$\frac{a_1=5}{q=3} \Rightarrow a_n = a_1 \times q^{n-1} \Rightarrow a_n = 5 \times 3^{n-1} \Rightarrow a_6 = 5 \times 3^5 = 5 \times 243 = 1215$$

۱۱- در شکل n ام الگوی زیر، تعداد دایره‌ها برابر ۳۲۵ است. n کدام است؟



۱۴ (۱)

۱۵ (۲)

۱۲ (۳)

۱۳ (۴)

(متوسط - خطبه‌خط - استاندارد ۶) - ریاضی ۱ صفحه ۲۰ - ۱۰۰۱

پاسخ: گزینه ۴

در شکل n ام، یک مربع $n \times n$ و دو مثلث در دو گوشه داریم، پس:

$$a_n = n^2 + 2(1 + 2 + 3 + \dots + n - 1)$$

$$= n^2 + 2\left(\frac{(n-1)(n-1+1)}{2}\right) = n^2 + n(n-1) \Rightarrow a_n = 2n^2 - n$$

حال می‌دانیم $a_n = 325$ است و n را می‌یابیم:

$$a_n = 325 \Rightarrow 2n^2 - n = 325 \Rightarrow 2n^2 - n - 325 = 0$$

$$\frac{325}{2} = 162.5 \Rightarrow (n-13)(2n+25) = 0 \xrightarrow{n>0, n \in \mathbb{N}} n = 13$$

دو الگوی معروف، مثلثی و مربعی

دو نوع خاص از الگوی درجه دوم وجود دارند که در جدول زیر آن‌ها را به شما معرفی می‌کنیم:

نوع	الگوی هندسی	دنباله	توضیح	جمله عمومی
مربعی	۱	۱	تعداد دایره‌ها در هر شکل، با مربع شماره آن شکل برابر است.	$t_n = n^2$
	۲	۴		
	۳	۹		
مثلثی	۴	۱۶	تعداد دایره‌های اضافه شده در هر شکل (به جز شکل اول) نسبت به شکل قبل، با شماره آن شکل برابر است.	$t_n = \frac{n(n+1)}{2}$
	۱	۱		
	۲	۳		



۱۲- در الگوی درجه دوم $1, -1, m, 5, \dots$ مقدار جمله دهم کدام است؟

۱۰۹ (۴)

۸۹ (۳)

۷۱ (۲)

۵۵ (۱)

(متوسط - محاسباتی - زمان‌بر ۵) - ریاضی ۱ صفحه ۱۹ و ۲۰ - ۱۰۰۱

پاسخ: گزینه ۲

دنباله درجه دوم را به صورت $a_n = an^2 + bn + c$ در نظر بگیرید:

$$\begin{cases} a_1 = -1 \Rightarrow a + b + c = -1 \\ a_2 = -1 \Rightarrow 4a + 2b + c = -1 \\ a_4 = 5 \Rightarrow 16a + 4b + c = 5 \end{cases}$$

$$3a + b = 0 \Rightarrow b = -3a (*)$$

$$12a + 2b = 6 \xrightarrow{(*)} 12a - 6a = 6 \Rightarrow \begin{cases} a = 1 \\ b = -3 \end{cases} \xrightarrow{\text{رابطه اول}} c = 1$$

$$\Rightarrow a_n = n^2 - 3n + 1 \Rightarrow a_1 = 71$$

الگو و دنباله درجه دوم

به الگوها و دنباله‌هایی که میزان اختلاف جملات متوالی در آن‌ها ثابت نبوده و **اختلاف جملات متوالی**، خودشان تشکیل یک **دنباله خطی** بدهند، الگو یا دنباله درجه دوم می‌گوییم که جمله عمومی آن به صورت $t_n = an^2 + bn + c$; $(a \neq 0)$ است. به عبارت دیگر، اگر t_n دنباله درجه دوم و a_n دنباله اختلاف جملات متوالی آن باشد، در این صورت a_n دنباله‌ای خطی با قدرنسبت d است.

$$\begin{array}{ccccccc} t_1 & & t_2 & & t_3 & & t_4 \dots \\ & \nearrow & & \nearrow & & \nearrow & \\ & +a_1 & & +a_2 & & +a_3 & \\ & & \nearrow & & \nearrow & & \\ & & +d & & +d & & \end{array}$$

یه نمونه باحال ببین!

اگر $t_n = 2n^2 - n + 1$ ، جمله عمومی یک دنباله درجه دوم باشد، جملات آن به صورت $2, 7, 16, 29, \dots$ است و داریم:

$$\begin{array}{ccccccc} 2 & & 7 & & 16 & & 29 \dots \\ & \nearrow & & \nearrow & & \nearrow & \\ & +5 & & +9 & & +13 & \\ & & \nearrow & & \nearrow & & \\ & & +4 & & +4 & & \end{array}$$

همان‌طور که می‌بینید اختلاف جملات متوالی این دنباله به صورت $5, 9, 13, \dots$ هستند که خودشان تشکیل یک دنباله خطی (حسابی) با قدرنسبت ۴ می‌دهند.

نحوه به‌دست آوردن جمله عمومی یک دنباله درجه دوم

می‌دانیم که جمله عمومی یک دنباله درجه دوم به صورت $t_n = an^2 + bn + c$; $(a \neq 0)$ است، حال برای به‌دست آوردن ضرایب مجهول a, b و c به روش زیر عمل می‌کنیم:

برای به‌دست آوردن ضریب a ، اختلاف اختلاف جملات متوالی (همان قدرنسبت دنباله خطی a_n) را به‌دست آورده و آن را نصف می‌کنیم.

برای به‌دست آوردن ضریب c ، از رابطه $c = t_1 - (a_1 - d)$ استفاده می‌کنیم.

در نهایت، برای به‌دست آوردن ضریب b ، یکی از جملات دنباله (معمولاً جمله اول) را در جمله عمومی t_n جای‌گذاری می‌کنیم.



۱۳- اگر اعداد ناصفر a, b و c سه جمله ابتدایی یک دنباله حسابی باشند، مجموع اعداد $2a+b, 3c-a, b+c, 3a+b$ چند برابر b است؟

۹ (۴)

۱۲ (۳)

۱۱ (۲)

۱۰ (۱)

(آسان - محاسباتی - سریع) - ریاضی ۱ صفحه ۲۳ - ۱۰۰۱

پاسخ: گزینه ۲

b واسطه حسابی a و c است پس $2b = a + c$ و مجموع ۴ جمله داده‌شده برابر است با:

$$S = (2a + b) + (3c - a) + (b + c) + (3a + b) = 4a + 4c + 3b = 4(2b) + 3b = 11b$$



۱۴- اگر سه جمله متوالی یک دنباله هندسی را به ترتیب در ۲، ۴ و ۸ ضرب کنیم، یک دنباله حسابی به دست می آید. مجموع مربعات این سه جمله هندسی، ۲۱ برابر مجموع جملات دنباله حسابی است. جمله اول دنباله هندسی کدام است؟

(۱) ۱۲۸ (۲) ۶۴ (۳) ۳۲ (۴) ۹۶

(متوسط - ترکیبی - استاندارد) - ریاضی ۱ صفحه ۲۲ و ۲۶ - ۱۰۰۱

پاسخ: گزینه ۴

جملات دنباله هندسی را a, aq, aq^2 فرض می کنیم. بنابراین دنباله $2a, 4aq, 8aq^2$ حسابی است، پس داریم:

$$4aq = \frac{2a + 8aq^2}{2} \xrightarrow[\substack{\div a \\ a \neq 0}]{\div a} 4q = 1 + 4q^2$$

$$\Rightarrow 4q^2 - 4q + 1 = 0 \Rightarrow (2q - 1)^2 = 0 \Rightarrow q = \frac{1}{2}$$

از طرفی داریم:

$$\frac{a^2 + a^2q^2 + a^2q^4}{2a + 4aq + 8aq^2} = 21 \xrightarrow{q=\frac{1}{2}} \frac{(1 + \frac{1}{4} + \frac{1}{16})a}{2 + 2 + 2} = 21$$

$$\Rightarrow \frac{21}{16}a = 21 \times 6 \Rightarrow a = \frac{21 \times 6 \times 16}{21} \Rightarrow a = 96$$



۱۵- اگر $2 - 2a, 2a - 2, 9a - 12, 10a + 12$ به ترتیب جملات دوم، سوم، پنجم و ششم یک دنباله هندسی باشند، جمله دهم آن کدام است؟

(۱) ۵۰۰ (۲) ۴۸۰ (۳) ۵۱۲ (۴) ۴۴۱

(متوسط - مفهومی - استاندارد) - ریاضی ۱ صفحه ۲۶ - ۱۰۰۱

پاسخ: گزینه ۳

نسبت هر جمله به جمله قبل از آن برابر با قدرنسبت است:

$$\frac{a_3}{a_2} = q \Rightarrow \frac{2a}{2a-2} = \frac{10a+12}{9a-2} \Rightarrow \frac{a}{a-1} = \frac{10a+12}{9a-2} \Rightarrow 9a^2 - 2a = 10a^2 + 2a - 12 \Rightarrow a^2 + 4a - 12 = 0 \Rightarrow \begin{cases} a = 2 \\ a = -6 \end{cases}$$

غ ق ق

$$a = -6: a_1, -14, -12, a_4, -56, -48$$

$a = -6$ غیرقابل قبول است، زیرا در این صورت دنباله تشکیل نمی شود:

$$\frac{t_5}{t_3} = \frac{-56}{-12} \neq q^2$$

$$\text{پس } q = \frac{6}{2}$$

$$a = 2: a_1, 2, 4, a_4, 16, 32 \Rightarrow q = 2, a_1 = 1$$

بنابراین جمله عمومی دنباله به صورت زیر خواهد بود:

$$a_n = a_1 q^{n-1} = 1 \times 2^{n-1} \Rightarrow a_{10} = 512$$

قلقش رو یاد بگیر!

در سؤال هایی که با برابر قرار دادن نسبت دو جفت جمله متوالی قدرنسبت دنباله هندسی را می یابیم، باید حتما در انتها جملات دنباله را

تشکیل داده و **برقراری شرط** $\frac{a_m}{a_n} = q^{m-n}$ را بررسی کنیم.



۱۶- در یک دنباله هندسی با قدرنسبت بزرگتر از یک، جمله چهارم برابر ۸ است. اگر مجموع جملات دوم و ششم برابر ۳۴ باشد، جمله سوم دنباله کدام است؟

(۱) ۲ (۲) $\frac{4}{3}$ (۳) $\frac{8}{3}$ (۴) ۴

پاسخ: گزینه ۴

(متوسط - محاسباتی - استاندارد) - ریاضی ۱ صفحه ۲۵ و ۲۶ - ۱۰۰۱

با توجه به فرمول جمله عمومی دنباله هندسی داریم:

$$\begin{cases} a_4 = a_1 q^3 = 8 \quad (*) \\ a_2 + a_6 = 34 \Rightarrow a_1 q + a_1 q^5 = 34 \end{cases}$$

$$\xrightarrow{\text{تقسیم}} \frac{a_1 q + a_1 q^5}{a_1 q^3} = \frac{34}{8} \xrightarrow{\div a_1 q} \frac{1 + q^4}{q^2} = \frac{17}{4} \Rightarrow 4 + 4q^4 = 17q^2 \Rightarrow 4q^4 - 17q^2 + 4 = 0$$

$$\Rightarrow (q^2 - 4)(4q^2 - 1) = 0 \Rightarrow \begin{cases} q^2 = 4 \\ q^2 = \frac{1}{4} \end{cases}$$

$$\xrightarrow{q > 1} q = 2 \xrightarrow{(*)} a_1 = 1 \Rightarrow a_3 = a_1 q^2 = 4$$



۱۷- مجموع همه عددهای طبیعی سه رقمی کوچکتر از ۵۰۰ و مضرب ۶ کدام است؟

(۱) ۲۰۱۰۰ (۲) ۲۰۰۴۰ (۳) ۱۹۸۰۰ (۴) ۱۹۲۰۰

پاسخ: گزینه ۱

(آسان - محاسباتی - سریع) - حسابان ۱ صفحه ۴ - ۱۱۰۱

این اعداد به صورت زیر هستند و یک دنباله حسابی تشکیل می دهند:

$$\begin{array}{c} +6 \\ \curvearrowright \\ 102, 108, \dots, 498 \end{array}$$

$$\text{تعداد: } n = \frac{498 - 102}{6} + 1 = 67$$

$$S_{67} = \frac{67}{2} (102 + 498) = \frac{67}{2} \times 600 = 67 \times 300 = 20100$$

مجموع جملات دنباله حسابی با داشتن جمله اول و آخر

زمانی که جمله اول و آخر را داریم، مجموع n جمله اول برابر است با:

$$S_n = \frac{n}{2} (a_1 + a_n)$$

تعداد جملات دنباله حسابی

اگر در یک دنباله حسابی با قدرنسبت d، جمله اول a_1 و جمله آخر a_n باشد، تعداد جملات دنباله از فرمول زیر به دست می آید:

$$n = \frac{a_n - a_1}{d} + 1$$



۱۸- در یک دنباله، $a_1 = 2$ و $a_{n+1} - a_n = 4$ است. مجموع بیست جمله اول این دنباله کدام است؟

۷۲۰ (۴)

۸۰۰ (۳)

۹۰۰ (۲)

۷۸۰ (۱)

(آسان - مفهومی - سریع) - حسابان ۱ صفحه ۳ - ۱۱۰۱

پاسخ: گزینه ۳

از آن جا که $a_{n+1} = a_n + 4$ ، این دنباله یک دنباله حسابی با قدرنسبت ۴ است.

$$S_{20} = \frac{20}{2}(2a_1 + 19d) = 10(4 + 19 \times 4) = 800$$

جرقه ذهنی!

در واقع $a_{n+1} - a_n = 4$ داره **اختلاف هر دو جمله متوالی** رو بهمون می‌گه که می‌شه همون **قدرنسبت**.

مجموع جملات دنباله حسابی با داشتن جمله اول و قدرنسبت

زمانی که جمله اول و قدرنسبت را داریم، مجموع n جمله اول برابر است با:

$$S_n = \frac{n}{2}(2a_1 + (n-1)d)$$

دنباله حسابی و هندسی به صورت بازگشتی

دنباله‌های حسابی و هندسی می‌توانند با فرمول بازگشتی نیز نمایش داده شوند. به این صورت که:

(۱) دنباله حسابی با فرمول بازگشتی:

$$a_{n+1} = a_n + d$$

به‌وضوح قدرنسبت دنباله d است.

(۲) دنباله هندسی با فرمول بازگشتی:

$$a_{n+1} = qa_n$$

به‌وضوح قدرنسبت دنباله q است.



۱۹- در یک دنباله، $a_1 = 1$ و $a_{n+1} = 2a_n + 1$ است. حاصل جمع ده جمله اول دنباله $a_2 - a_1, a_3 - a_2, a_4 - a_3, \dots$ کدام است؟

۲۰۴۶ (۴)

۱۰۲۲ (۳)

۲۰۴۸ (۲)

۱۰۲۴ (۱)

(متوسط - ترکیبی - استاندارد) - حسابان ۱ صفحه ۵ - ۱۱۰۱

پاسخ: گزینه ۴

جملات دنباله a_n به‌صورت زیر است:

۱, ۳, ۷, ۱۵, ۳۱, ...

جملات دنباله $b_n = a_{n+1} - a_n$ به‌صورت زیر است:

۲, ۴, ۸, ۱۶, ...

دنباله جدید، هندسی با قدرنسبت $q = 2$ است و مجموع ۱۰ جمله اول آن برابر است با:

$$S_{10} = \frac{b_1(q^{10} - 1)}{q - 1} \xrightarrow{b_1=2, q=2} \frac{2(2^{10} - 1)}{2 - 1} = 2(1024 - 1) = 2 \times 1023 = 2046$$

اگر a_1 جمله اول و $r \neq 1$ قدرنسبت دنباله هندسی باشد، مجموع n جمله اول دنباله برابر است با:

$$S_n = a_1 + a_2 + \dots + a_n = \frac{a_1(r^n - 1)}{r - 1}$$



۲۰- در یک دنباله هندسی غیرثابت، مجموع دوازده جمله اول، ۲۱ برابر مجموع چهار جمله اول آن است. جمله پنجم این دنباله، چند برابر جمله اول آن است؟

۲۷ (۴)

۹ (۳)

۴ (۲)

۱۶ (۱)

(متوسط - محاسباتی - استاندارد) - حسابان ۱ صفحه ۵ - ۱۱۰۱

پاسخ: گزینه ۲

ترجمه صورت سؤال

$$S_{12} = 21 S_4$$

«مجموع دوازده جمله اول، ۲۱ برابر مجموع چهار جمله اول آن است.» یعنی:

با توجه به فرمول مجموع جملات دنباله هندسی داریم:

$$\begin{aligned} S_{12} = 21 S_4 &\Rightarrow \frac{a_1(q^{12} - 1)}{q - 1} = 21 \times \frac{a_1(q^4 - 1)}{q - 1} \xrightarrow{\div \frac{a_1}{q-1}} q^{12} - 1 = 21(q^4 - 1) \\ &\xrightarrow{\text{اتحاد چاق و لاغر}} (q^8 + q^4 + 1)(q^4 - 1) = 21(q^4 - 1) \xrightarrow{\div (q^4 - 1)} q^8 + q^4 + 1 = 21 \Rightarrow q^8 + q^4 - 20 = 0 \\ &\Rightarrow (q^4 + 5)(q^4 - 4) = 0 \xrightarrow{q^4 > 0} q^4 = 4 \\ &\Rightarrow \frac{a_5}{a_1} = q^4 = 4 \end{aligned}$$



۲۱- در مثلث قائم الزاویه ABC ، اگر $\hat{A} = 90^\circ$ ، $AB = x + 1$ ، $AC = x + 3$ و $BC = 2x$ باشد، طول کوتاه ترین ارتفاع این مثلث کدام است؟

۴ / ۸ (۴)

۴ / ۶ (۳)

۴ / ۵ (۲)

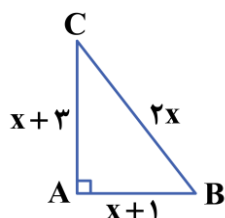
۴ / ۲ (۱)

(متوسط - محاسباتی - استاندارد) - هندسه ۲ صفحه ۶۰ - ۱۱۰۳

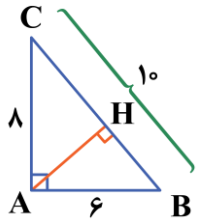
پاسخ: گزینه ۴

ابتدا به کمک قضیه فیثاغورس، مقدار x را پیدا می کنیم:

$$\begin{aligned} BC^2 &= AB^2 + AC^2 \Rightarrow (2x)^2 = (x+1)^2 + (x+3)^2 \\ &\Rightarrow 4x^2 = x^2 + 1 + 2x + x^2 + 9 + 6x \Rightarrow 2x^2 - 8x - 10 = 0 \xrightarrow{\div 2} x^2 - 4x - 5 = 0 \\ &\Rightarrow (x+1)(x-5) = 0 \Rightarrow x = 5 \Rightarrow \begin{cases} AB = x+1 = 6 \\ AC = x+3 = 8 \\ BC = 2x = 10 \end{cases} \end{aligned}$$



از طرف دیگر، در هر مثلث ارتفاع متناظر با بزرگ‌ترین ضلع، کوتاه‌ترین ارتفاع است. پس ارتفاع وارد بر وتر، خواسته مسئله است. از طرفی می‌دانیم که در هر مثلث قائم‌الزاویه، رابطه زیر برقرار است:



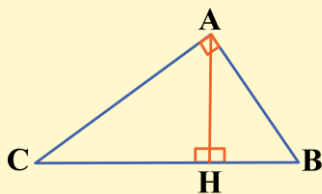
$$AC \times AB = AH \times BC \Rightarrow 8 \times 6 = AH \times 10 \Rightarrow AH = \frac{6 \times 8}{10} = 4.8$$

بزرگ‌ترین/کوچک‌ترین ارتفاع

همواره بزرگ‌ترین ارتفاع، بر کوچک‌ترین ضلع وارد می‌شود و کوچک‌ترین ارتفاع، بر بزرگ‌ترین ضلع وارد می‌شود.

روابط طولی در مثلث قائم‌الزاویه

در مثلث قائم‌الزاویه ABC روابط مهم زیر برقرارند. این رابطه‌ها را روابط طولی می‌نامیم، زیرا با اندازه اضلاع سروکار دارند.



$$1) AB^2 + AC^2 = BC^2$$

$$2) AH \times BC = AB \times AC$$

$$3) AH^2 = BH \times HC$$

$$4) AB^2 = BH \times BC$$

$$5) AC^2 = CH \times BC$$

توجه!

توجه کنید عکس روابط طولی هم درست هستند، یعنی اگر در مثلث ABC با رسم ارتفاع AH هر یک از روابط بالا برقرار باشد، مثلث ABC قائم‌الزاویه است، یعنی $\hat{A} = 90^\circ$ می‌باشد.



۲۲- در مثلث ABC، با فرض $AB = AC$ و $\hat{A} = 120^\circ$ ، اگر شعاع دایره محیطی برابر ۴ باشد، مساحت مثلث ABC کدام است؟

$$8\sqrt{3} \quad (4)$$

$$8 \quad (3)$$

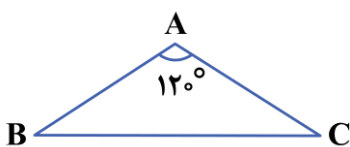
$$4\sqrt{3} \quad (2)$$

$$4 \quad (1)$$

(متوسط - ترکیبی - استاندارد) - هندسه ۲ صفحه ۶۲ و ۷۲ - ۱۱۰۳

پاسخ: گزینه ۲

مثلث ABC مثلث متساوی‌الساقین است، پس:



$$AB = AC \Rightarrow \hat{B} = \hat{C}$$

$$\hat{A} + \hat{B} + \hat{C} = 180^\circ \Rightarrow 120^\circ + 2\hat{B} = 180^\circ \Rightarrow \hat{B} = 30^\circ$$

از طرفی:

روش اول

حال به کمک قضیه سینوس‌ها، داریم:

$$\frac{AC}{\sin \hat{B}} = 2R \Rightarrow \frac{AC}{\sin 30^\circ} = 8 \Rightarrow \frac{AC}{\frac{1}{2}} = 8 \Rightarrow AC = 4 \xrightarrow{AB=AC} AB = 4$$

بنابراین:

$$S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2} AB \times AC \times \sin 120^\circ = \frac{1}{2} (4)(4)\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right) = 4\sqrt{3}$$

می‌توانیم ثابت کنیم که اگر R شعاع دایره محیطی مثلث ABC باشد، آن‌گاه مساحت این مثلث را می‌توان از رابطه زیر محاسبه کرد:

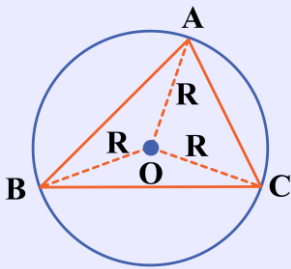
$$S_{\triangle ABC} = 2R^2 \sin \hat{A} \cdot \sin \hat{B} \cdot \sin \hat{C}$$

می‌دانیم که $R = 4$ ، $\hat{A} = 120^\circ$ و $\hat{B} = \hat{C} = 30^\circ$ است، پس:

$$S_{\triangle ABC} = 2(4)^2 \times \sin 120^\circ \times \sin 30^\circ \times \sin 30^\circ \Rightarrow S_{\triangle ABC} = 32 \times \frac{\sqrt{3}}{2} \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} = 4\sqrt{3}$$

قضیه سینوس‌ها

قضیه سینوس‌ها: در هر مثلث نسبت طول هر ضلع به سینوس زاویه مقابل به آن، مقداری ثابت است و این مقدار ثابت با قطر دایره محیطی مثلث برابر است.



$$\frac{a}{\sin \hat{A}} = \frac{b}{\sin \hat{B}} = \frac{c}{\sin \hat{C}} = 2R$$

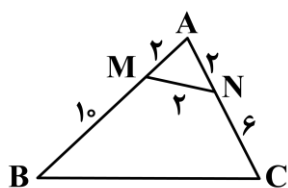
یکی از نتایج قضیه سینوس‌ها این است که در هر مثلث نسبت اضلاع با نسبت سینوس زاویه مقابل به آن‌ها برابر است.

$$\frac{a}{b} = \frac{\sin \hat{A}}{\sin \hat{B}}$$

فرمول برای فرمول‌دوست‌ها! (محاسبه سریع مساحت مثلث)

اگر R شعاع دایره محیطی مثلث ABC باشد، آن‌گاه مساحت این مثلث را می‌توان از رابطه زیر محاسبه کرد:

$$S_{\triangle ABC} = 2R^2 \sin \hat{A} \cdot \sin \hat{B} \cdot \sin \hat{C}$$



۲۲- در مثلث ABC شکل مقابل، اندازه ضلع BC چند برابر $\sqrt{7}$ است؟

- (۱) ۲
- (۲) ۳
- (۳) ۴
- (۴) ۵

(آسان - محاسباتی - سریع) - هندسه ۲ صفحه ۶۵ - ۱۱۰۳

پاسخ: گزینه ۳

مثلث AMN متساوی‌الاضلاع است، پس $\hat{A} = 60^\circ$.

اکنون با استفاده از قضیه کسینوس‌ها در مثلث $\triangle ABC$ داریم:

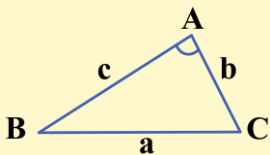
$$BC^2 = AB^2 + AC^2 - 2AB \times AC \cos 60^\circ \Rightarrow BC^2 = 12^2 + 8^2 - 2(12)(8)\left(\frac{1}{2}\right)$$

$$\Rightarrow BC^2 = 144 + 64 - 96 \Rightarrow BC^2 = 112 \Rightarrow BC = \sqrt{112} = \sqrt{7 \times 16} = 4\sqrt{7}$$

پس اندازه BC برابر $4\sqrt{7}$ است.

قضیه کسینوس‌ها

در هر مثلث طبق قضیه کسینوس‌ها، مربع اندازه هر ضلع برابر است با مجموع مربعات دو ضلع دیگر منهای دو برابر حاصل ضرب آن‌ها در کسینوس زاویه بین آن‌ها.



$$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cdot \cos \hat{A}$$

به کمک قضیه کسینوس‌ها می‌توان با معلوم بودن دو ضلع و زاویه بین آن‌ها، طول ضلع سوم را به دست آورد. اگر اندازه سه ضلع از مثلثی معلوم باشد، کسینوس هر زاویه مثلث با توجه به قضیه کسینوس‌ها، به صورت زیر به دست می‌آید:

$$\cos \hat{A} = \frac{b^2 + c^2 - a^2}{2bc}$$



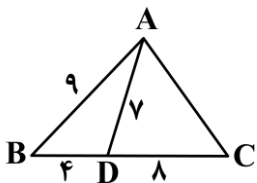
۲۴- با توجه به شکل مقابل، محیط مثلث ADC کدام است؟

(۱) ۲۲

(۲) ۲۴

(۳) ۲۵

(۴) ۲۶



(آسان - محاسباتی - استاندارد) - هندسه ۲ صفحه ۶۷ - ۱۱۰۳

پاسخ: گزینه ۲

ابتدا به کمک قضیه استوارت، طول ضلع AC را محاسبه می‌کنیم:

$$AB^2 \times DC + AC^2 \times BD = AD^2 \times BC + BD \times DC \times BC \quad \xrightarrow{\div 4} \quad 9^2 \times 8 + 4AC^2 = 7^2 \times 12 + 4 \times 8 \times 12 \Rightarrow 81 \times 2 + AC^2 = 49 \times 3 + 8 \times 12$$

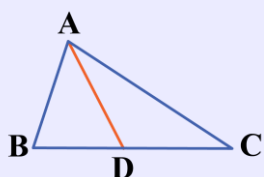
$$\Rightarrow 162 + AC^2 = 147 + 96 \Rightarrow AC^2 = 81 \Rightarrow AC = 9$$

بنابراین محیط مثلث ADC برابر است با:

$$AD + DC + AC = 7 + 8 + 9 = 24$$

قضیه استوارت

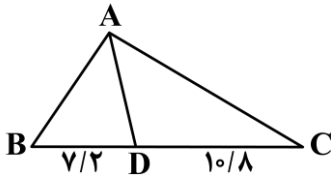
اگر در مثلث ABC یک نقطه دلخواه مانند D روی ضلع BC در نظر گرفته شود و از رأس A به آن وصل شود، طول پاره‌خط AD از رابطه زیر محاسبه می‌شود:



$$AB^2 \times DC + AC^2 \times BD = AD^2 \times BC + BD \times DC \times BC$$



۲۵- در مثلث ABC شکل مقابل، AD نیمساز زاویه A است. اگر محیط این مثلث برابر ۴۳ باشد، اندازه کوچک ترین ضلع مثلث ABC کدام است؟



- (۱) ۸
(۲) ۱۰
(۳) ۱۲
(۴) ۱۵

(متوسط - محاسباتی - استاندارد) - هندسه ۲ صفحه ۶۸ - ۱۱۰۳

پاسخ: گزینه ۲

چون AD نیمساز زاویه A است، بنابر قضیه نیمسازها داریم:

$$\frac{AB}{AC} = \frac{BD}{DC} \Rightarrow \frac{AB}{AC} = \frac{7/2}{10/8} \Rightarrow \frac{AB}{AC} = \frac{2}{3} \Rightarrow \begin{cases} AB = 2x \\ AC = 3x \end{cases}$$

از طرفی می دانیم که محیط مثلث ABC برابر ۴۳ است، پس:

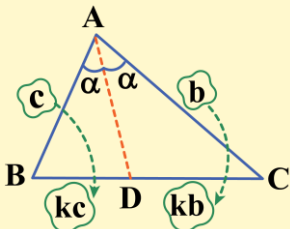
$$AB + AC + BC = 43 \xrightarrow{BC=7/2+10/8=18} 2x + 3x + 18 = 43$$

$$\Rightarrow 5x = 25 \Rightarrow x = 5 \Rightarrow \begin{cases} AB = 2x = 10 \\ AC = 3x = 15 \\ BC = 18 \end{cases}$$

پس اندازه کوچک ترین ضلع این مثلث برابر ۱۰ می باشد.

قضیه نیمسازها

در هر مثلث، نیمساز یک زاویه داخلی، ضلع مقابل به آن زاویه را به نسبت اضلاع مجاورش تقسیم می کند.



$$\frac{DB}{DC} = \frac{AB}{AC}$$

۲۶- در مثلث ABC، اگر AB=۶، AC=۸ و طول نیمساز داخلی زاویه A برابر ۶ باشد، آنگاه اندازه ضلع BC کدام است؟

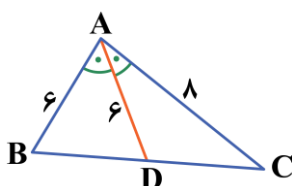
- (۱) ۷ (۲) ۹ (۳) ۱۱ (۴) ۱۲

(متوسط - ترکیبی - استاندارد) - هندسه ۲ صفحه ۶۸ و ۶۹ - ۱۱۰۳

پاسخ: گزینه ۱

روش اول

در مثلث ABC شکل مقابل، پاره خط AD نیمساز داخلی زاویه A است، بنابراین:



$$AD \text{ نیمساز} \Rightarrow \frac{BD}{DC} = \frac{AB}{AC} = \frac{6}{8} = \frac{3}{4} \Rightarrow BD = \frac{3}{4} DC$$

به کمک قضیه نیمسازها و طول نیمساز داریم:

$$AD^2 = AB \times AC - BD \times DC \Rightarrow 6^2 = 6 \times 8 - BD \times DC \Rightarrow BD \times DC = 12$$

حال خواهیم داشت:

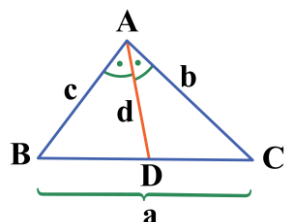
$$BD \times DC = 12 \xrightarrow{BD = \frac{3}{4}DC} \frac{3}{4}DC \times DC = 12 \Rightarrow DC^2 = \frac{12 \times 4}{3} = 16 \Rightarrow DC = 4 \Rightarrow BD = \frac{3}{4} \times 4 = 3$$

بنابراین اندازه BC برابر است با:

$$BC = BD + DC = 3 + 4 = 7$$

روش دوم

اگر در مثلث ABC، اندازه نیمساز زاویه A را برابر d فرض کنیم می توان ثابت کرد که:



$$d^2 = bc \left(1 - \frac{a^2}{(b+c)^2} \right)$$

$$6^2 = 6 \times 8 \left(1 - \frac{a^2}{(8+6)^2} \right) \Rightarrow 1 - \frac{a^2}{14^2} = \frac{36}{48}$$

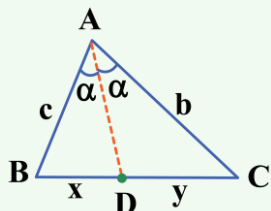
در این سوال، $d = 6$ ، $c = 6$ و $b = 8$ است، بنابراین:

$$\Rightarrow \frac{a^2}{14^2} = 1 - \frac{3}{4} \Rightarrow \left(\frac{a}{14} \right)^2 = \frac{1}{4} \Rightarrow \frac{a}{14} = \frac{1}{2} \Rightarrow a = 7$$

بنابراین طول BC برابر ۷ است.

طول نیمساز زاویه داخلی

در هر مثلث، مربع اندازه هر نیمساز داخلی، برابر است با حاصل ضرب اندازه‌های دو ضلع مجاور منهای حاصل ضرب اندازه‌های دو پاره‌خط که روی ضلع سوم ایجاد شده است، به عبارت دیگر، اگر در شکل زیر، AD نیمساز زاویه A باشد، آنگاه رابطه طول نیمساز به صورت زیر خواهد بود:

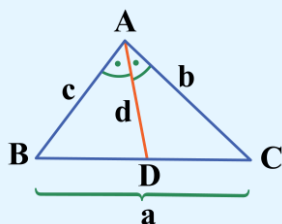


$$AD^2 = bc - xy$$

اگر سه ضلع مثلث را داشته باشیم، برای استفاده از رابطه ذکر شده، ابتدا به کمک قضیه نیمساز، طول پاره‌خط‌ها (یعنی x و y) را به دست می‌آوریم، سپس به سراغ طول نیمساز می‌رویم.

فرمول برای فرمول دوست‌ها! (محاسبه سریع طول نیمساز)

اگر در مثلث ABC، اندازه نیمساز زاویه A را برابر d فرض کنیم ثابت می‌شود که:



$$d^2 = bc \left(1 - \frac{a^2}{(b+c)^2} \right)$$

۲۷- در مثلث ABC به اضلاع $AB=7$ ، $AC=8$ و $BC=12$ ، نیمساز داخلی زاویه A، ضلع BC را در D قطع می‌کند. اگر M وسط ضلع BC باشد، نسبت $\frac{DM}{BC}$ کدام است؟

$$\frac{5}{32} \quad (4)$$

$$\frac{5}{28} \quad (3)$$

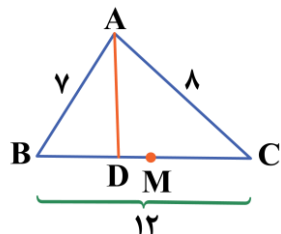
$$\frac{1}{25} \quad (2)$$

$$\frac{1}{30} \quad (1)$$

(متوسط - ترکیبی - استاندارد) - هندسه ۲ صفحه ۶۸ - ۱۱۰۳

پاسخ: گزینه ۱

در مثلث ABC، AD نیمساز زاویه A و M وسط BC است، حال با استفاده از قضیه نیمسازها، داریم:



$$\text{AD نیمساز} \Rightarrow \frac{BD}{DC} = \frac{AB}{AC} = \frac{7}{8}$$

$$\xrightarrow{\text{ترکیب درمخرج}} \frac{BD}{BD+DC} = \frac{7}{7+8} \Rightarrow \frac{BD}{12} = \frac{7}{15} \Rightarrow BD = \frac{28}{5}$$

$$BM = MC = \frac{12}{2} = 6$$

$$DM = BM - BD = 6 - \frac{28}{5} = \frac{2}{5}$$

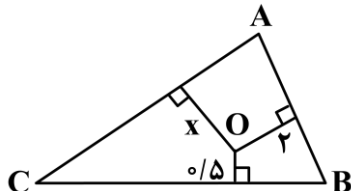
$$\frac{DM}{BC} = \frac{\frac{2}{5}}{12} = \frac{2}{60} = \frac{1}{30}$$

از طرفی می‌دانیم که M وسط BC است، پس:

در نتیجه نسبت خواسته شده برابر است با:



۲۸- در مثلث ABC با طول اضلاع $AB=7$ ، $AC=15$ و $BC=20$ ، فاصله‌های نقطه O درون مثلث از اضلاع مشخص شده است. مقدار x کدام است؟



$$\frac{7}{2} \quad (2)$$

$$4 \quad (4)$$

$$2 \quad (1)$$

$$\frac{9}{2} \quad (3)$$

(متوسط - مفهومی/محاسباتی - استاندارد) - هندسه ۲ صفحه ۷۴ - ۱۱۰۳

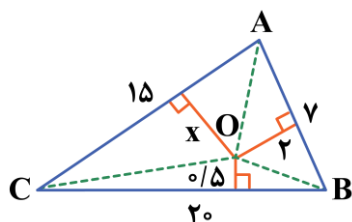
پاسخ: گزینه ۴

ابتدا مساحت مثلث ABC را به کمک قضیه هرون به دست می‌آوریم:

$$P = \frac{7+20+15}{2} = \frac{42}{2} = 21$$

$$S_{\triangle ABC} = \sqrt{P(P-a)(P-b)(P-c)} = \sqrt{21(21-20)(21-15)(21-7)} = \sqrt{21 \times 1 \times 6 \times 14} = \sqrt{21 \times 21 \times 4} = 21 \times 2 = 42$$

اکنون با وصل کردن نقطه O به سه رأس مثلث ABC داریم:

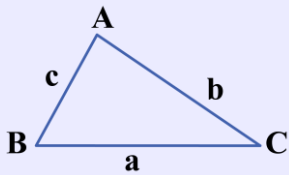


$$S_{\triangle ABC} = S_{\triangle OAB} + S_{\triangle OBC} + S_{\triangle OAC} \Rightarrow 42 = \frac{1}{2}(2)(7) + \frac{1}{2}\left(\frac{5}{2}\right)(20) + \frac{1}{2}(x)(15)$$

$$\Rightarrow 42 = 7 + 5 + \frac{15x}{2} \Rightarrow \frac{15x}{2} = 30 \Rightarrow x = 4$$

قضیه هرون برای مساحت

مساحت مثلث به اضلاع a, b, c برابر است با:



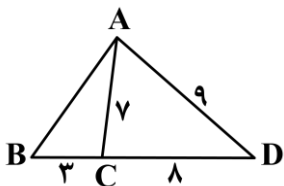
$$S = \sqrt{P(P-a)(P-b)(P-c)}$$

که در آن P نصف محیط مثلث است:

$$P = \frac{a+b+c}{2}$$



۲۹- در شکل مقابل، مساحت مثلث ABC کدام است؟



$$\frac{7\sqrt{5}}{2} \quad (2)$$

$$4\sqrt{5} \quad (1)$$

$$3\sqrt{5} \quad (3)$$

$$\frac{9\sqrt{5}}{2} \quad (4)$$

(متوسط - مفهومی/ترکیبی - استاندارد) - هندسه ۲ صفحه ۷۳ - ۱۱۰۳

پاسخ: گزینه ۴

ابتدا با استفاده از قضیه هرون مساحت مثلث ACD را به دست می آوریم:

$$P = \frac{7+9+8}{2} = \frac{24}{2} = 12$$

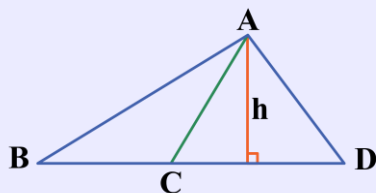
$$S_{\triangle ACD} = \sqrt{P(P-a)(P-b)(P-c)} = \sqrt{12(12-7)(12-8)(12-9)} = \sqrt{12 \times 5 \times 4 \times 3} = 12\sqrt{5}$$

از طرف دیگر دو مثلث ABC و ADC دارای ارتفاع مشترک از رأس A هستند، پس نسبت مساحت های این دو مثلث برابر نسبت قاعده های نظیرشان است.

$$\frac{S_{\triangle ABC}}{S_{\triangle ACD}} = \frac{BC}{CD} \Rightarrow \frac{S_{\triangle ABC}}{12\sqrt{5}} = \frac{3}{8} \Rightarrow S_{\triangle ABC} = \frac{3}{8} \times 12\sqrt{5} = \frac{9\sqrt{5}}{2}$$

مساحت دو مثلث دارای ارتفاع مشترک

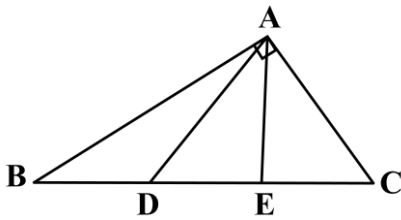
اگر دو مثلث دارای ارتفاع برابر باشند، نسبت مساحت آن ها برابر نسبت قاعده دو مثلث است.



$$\frac{S_{\triangle ABC}}{S_{\triangle ACD}} = \frac{BC}{CD}$$



۳۰- در مثلث قائم الزاویه ABC شکل مقابل ($\hat{A} = 90^\circ$)، اگر $BD = DE = EC = 2$ باشد، حاصل $AD^2 + AE^2$ کدام است؟



(۱) ۱۰

(۲) ۲۰

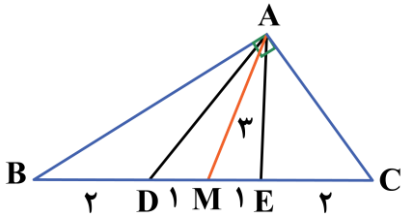
(۳) ۲۴

(۴) ۴۰

(متوسط - ترکیبی - استاندارد) - هندسه ۲ صفحه ۶۷ - ۱۱۰۳

پاسخ: گزینه ۲

در مثلث قائم الزاویه ABC، میانه وارد بر وتر را رسم می کنیم. می دانیم که در مثلث قائم الزاویه، میانه وارد بر وتر، نصف وتر است، پس:

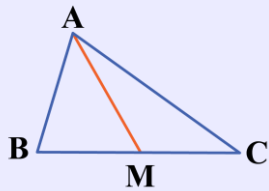


$$AM = \frac{BC}{2} = \frac{6}{2} = 3$$

$$AD^2 + AE^2 = 2AM^2 + \frac{DE^2}{2} = 2(3)^2 + \frac{2^2}{2} = 18 + 2 = 20$$

حال به کمک قضیه میانه ها در مثلث ADE خواهیم داشت:

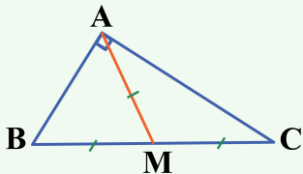
قضیه میانه ها در مثلث



$$2AM^2 + \frac{BC^2}{4} = AC^2 + AB^2$$

میانه وارد بر وتر

اگر در یک مثلث میانه وارد بر یک ضلع، برابر نصف طول آن ضلع باشد، آن مثلث قائم الزاویه بوده و آن ضلع نیز وتر است.



$$AM = BM = MC = \frac{BC}{2} \Leftrightarrow \hat{A} = 90^\circ$$



۳۱- برای نمایش «مقدار بارندگی سالانه استان ها» و «تعداد اعضای خانواده دانش آموزان یک مدرسه» به ترتیب کدام نمودار مناسب تر است؟

(۱) نمودار بافت نگاشت - نمودار دایره ای

(۲) نمودار بافت نگاشت - نمودار میله ای

(۳) نمودار میله ای - نمودار بافت نگاشت

(۴) نمودار دایره ای - نمودار بافت نگاشت

(آسان - خطبه خط - سریع) - آمار و احتمال صفحه ۷۷ - ۱۱۰۳

پاسخ: گزینه ۲

متغیر اول: مقدار بارندگی سالانه استان ها

این متغیر، کمی پیوسته است و برای نمایش توزیع یک متغیر کمی پیوسته، نمودار بافت نگاشت مناسب است.

متغیر دوم: تعداد اعضای خانواده دانش آموزان یک مدرسه

این متغیر کمی گسسته است و برای نمایش توزیع چنین داده ای نمودار میله ای مناسب است.

هر ویژگی از اشیا یا اشخاص، که در اعضای جامعه یکسان نیست و معمولاً از یک عضو به عضو دیگر **تغییر** می‌کند را **متغیر** می‌گویند و عددی که به آن ویژگی یک عضو نسبت داده می‌شود را **مقدار متغیر**، یا **مشاهده** می‌گویند.

انواع متغیرهای تصادفی

کمی: قابل اندازه‌گیری هستند و می‌توان آن‌ها را با عدد بیان کرد.

پیوسته: متغیری عددی که بتواند هر عددی مانند a و b و تمام اعداد بین a و b را اختیار کند. مانند قد، وزن و...

گسسته: متغیری عددی که بتواند اعدادی مانند a و b را اختیار کند ولی همه اعداد بین آن‌ها را **نپذیرد**. مانند تعداد افراد یک کلاس، تعداد تماس‌های تلفنی و...

کیفی: قابل اندازه‌گیری نیستند و **نمی‌توان** عددی به آن‌ها نسبت داد.

ترتیبی: متغیرهای کیفی که در آن‌ها نوعی **ترتیب طبیعی** وجود دارد. مانند مراحل زندگی انسان (خردسالی، کودکی، نوجوانی)، میزان تحصیلات (بی‌سوادی، ابتدایی، متوسطه اول و...)

اسمی: متغیرهای کیفی که در آن‌ها **ترتیب** وجود **ندارد**. مانند رنگ چشم افراد، گروه خونی افراد، تفریح موردعلاقه و...

نمودارها و تحلیل داده‌ها

برای نمایش بهتر داده‌ها آن‌ها را روی نمودار رسم می‌کنیم. در ادامه ۳ نمودار را معرفی می‌کنیم.

۱) نمودار میله‌ای: این نمودار بیشتر برای متغیرهای **کیفی** و **کمی گسسته** استفاده می‌شود. در این نمودار **محور افقی داده‌ها** یا **شماره داده‌ها** و **محور عمودی** برحسب **فراوانی** یا **فراوانی نسبی داده‌ها** است.

یه نمونه باحال ببین!

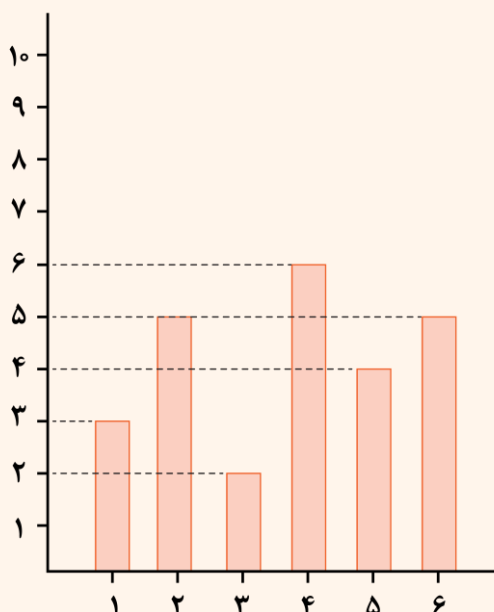
جدول زیر داده‌های ۲۵ بار پرتاب یک تاس است.

الف) نمودار میله‌ای را برای فراوانی داده‌ها رسم کنید.

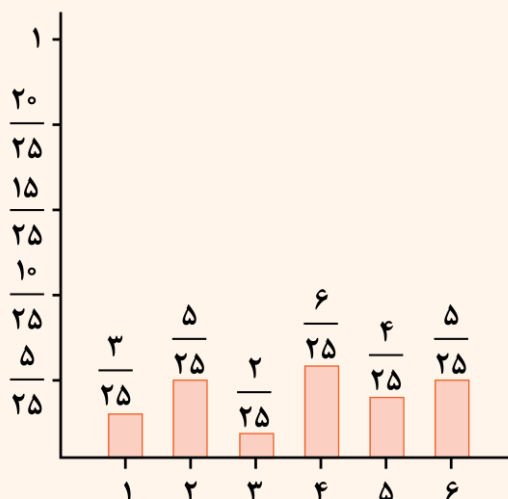
ب) نمودار میله‌ای را برای فراوانی نسبی داده‌ها رسم کنید.

عدد روبرو شده	۱	۲	۳	۴	۵	۶
فراوانی	۳	۵	۲	۶	۴	۵
فراوانی نسبی	$\frac{۳}{۲۵}$	$\frac{۵}{۲۵}$	$\frac{۲}{۲۵}$	$\frac{۶}{۲۵}$	$\frac{۴}{۲۵}$	$\frac{۵}{۲۵}$

نمودار فراوانی داده‌ها:



نمودار فراوانی نسبی داده‌ها:



۲) نمودار دایره‌ای: این نمودار بیشتر برای متغیرهای کمی گسسته و کیفی استفاده می‌شود. برای رسم نمودار دایره‌ای ابتدا زاویه قطاع مربوط به هر داده را طبق دستور زیر محاسبه می‌کنیم.

$$\alpha_i = \frac{F_i}{n} \times 360^\circ = \text{نسبی فراوانی} \times 360^\circ$$

سپس دایره‌ای به شعاع دلخواه رسم کرده قطاع‌های روی آن را چنان جدا می‌کنیم که اندازه زاویه مرکزی هر قطاع مربوط به یکی از داده‌ها باشد.

یه نمونه باحال ببین!

در یک شرکت دارویی جدول تقسیم کارمندان به صورت زیر است.

مدیر	دپلم	کاردانی	کارشناسی	ارشد	دکتری
فراوانی	۳۰	۶۰	۹۰	۱۲۰	۶۰

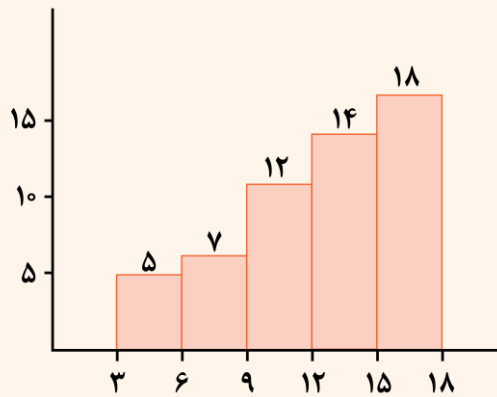
پاسخ تشریحی:



نوع مدیر	فراوانی	نسبی فراوانی	زاویه قطاع
دکتری	۶۰	$\frac{60}{360}$	$\frac{60}{360} \times 360^\circ = 60^\circ$
ارشد	۱۲۰	$\frac{120}{360}$	120°
کارشناسی	۹۰	$\frac{90}{360}$	90°
کاردانی	۶۰	$\frac{60}{360}$	60°
دپلم	۳۰	$\frac{30}{360}$	30°

۳) نمودار بافت‌نگاشت (نمودار مستطیلی): این نمودار برای متغیرهای کمی پیوسته مناسب است. در این نمودار مستطیل‌هایی رسم می‌کنیم که قاعده آن روی محور افقی به اندازه طول دسته‌هاست و ارتفاع آن به موازات محور عمودی و متناسب با فراوانی یا فراوانی نسبی هر یک از دسته‌هاست.

یه نمونه باحال ببین!



درصد فراوانی نسبی	$\frac{f_i}{n}$	f_i	داده‌ها (دسته‌بندی)
$\frac{5}{56} \times 100$	$\frac{5}{56}$	۵	[۳-۶)
$\frac{7}{56} \times 100$	$\frac{7}{56}$	۷	[۶-۹)
$\frac{12}{56} \times 100$	$\frac{12}{56}$	۱۲	[۹-۱۲)
$\frac{14}{56} \times 100$	$\frac{14}{56}$	۱۴	[۱۲-۱۵)
$\frac{18}{56} \times 100$	$\frac{18}{56}$	۱۸	[۱۵-۱۸]



۳۲- در جدول فراوانی دسته‌بندی شده زیر، اگر درصد فراوانی نسبی دسته وسط ۲۵ باشد، فراوانی دسته چهارم کدام است؟

دسته	[۴-۸)	[۸-۱۲)	[۱۲-۱۶)	[۱۶-۲۰)	[۲۰-۲۴)
فراوانی	۱۱	۳	a	۱۷-a	۹

۱۷ (۴)

۱۰ (۳)

۷ (۲)

۶ (۱)

(متوسط - ترکیبی - استاندارد) - آمار و احتمال صفحه ۷۲ - ۱۱۰۳

پاسخ: گزینه ۲

بررسی سریع:

$$11 + 3 + a + (17 - a) + 9 = 40$$

مجموع فراوانی‌ها برابر است با:

از طرفی می‌دانیم که درصد فراوانی نسبی دسته وسط برابر ۲۵ است پس فراوانی دسته وسط برابر است با: $\frac{a}{40} \times 100 = 25 \Rightarrow a = 10$

$$f_4 = 17 - a = 17 - 10 = 7$$

بنابراین فراوانی دسته چهارم برابر است با:

می‌دانیم که درصد فراوانی نسبی دسته i ام از رابطه زیر به دست می‌آید:

$$\text{درصد فراوانی نسبی دسته } i \text{ ام} = \frac{f_i}{n} \times 100$$

از طرفی فراوانی دسته وسط یعنی دسته [۱۲، ۱۶)، برابر a و درصد فراوانی نسبی این دسته برابر ۲۵ است، پس:

$$\text{درصد فراوانی دسته وسط} = \frac{a}{11 + 3 + a + 17 - a + 9} \times 100$$

$$\frac{a}{40} \times 100 = 25 \Rightarrow a = \frac{25 \times 40}{100} = 10$$

فراوانی دسته چهارم جدول برابر $(17 - a)$ داده شده است، بنابراین فراوانی دسته چهارم برابر است با:

$$f_4 = 17 - 10 = 7$$

فراوانی

به تعداد دفعات تکرار یک نوع داده در بین کل اعضای نمونه فراوانی می‌گویند.

اگر k نوع داده متفاوت داشته باشیم، فراوانی آن‌ها را به ترتیب با $f_1, f_2, \dots, f_k$ نشان می‌دهند. توجه داریم که هر کدام از آن‌ها حتماً عددی بین صفر تا n (تعداد اعضای کل نمونه) است.

توجه!

$$f_1 + f_2 + \dots + f_k = n$$

جمع کل فراوانی‌ها برابر است با n .

فراوانی نسبی

به نسبتی که از تقسیم فراوانی یک داده بر تعداد کل اعضای نمونه به دست می‌آید، فراوانی نسبی داده می‌گویند.

در نمونه‌ای به تعداد اعضای n و فراوانی‌های $f_1, f_2, \dots, f_k$ ، فراوانی‌های نسبی برابرند با:

$$\frac{f_1}{n}, \frac{f_2}{n}, \dots, \frac{f_k}{n}$$

توجه!

$$\frac{f_1}{n} + \frac{f_2}{n} + \dots + \frac{f_k}{n} = \frac{n}{n} = 1$$

جمع کل فراوانی نسبی‌ها برابر است با ۱.

درصد فراوانی نسبی

اگر فراوانی نسبی را در ۱۰۰ ضرب کنیم، درصد فراوانی نسبی به دست می‌آید.

در نمونه‌ای به تعداد اعضای n و فراوانی‌های نسبی $\frac{f_1}{n}, \frac{f_2}{n}, \dots, \frac{f_k}{n}$ ، درصدهای فراوانی نسبی برابرند با:

$$\frac{f_1}{n} \times 100, \frac{f_2}{n} \times 100, \dots, \frac{f_k}{n} \times 100$$

توجه!

$$\left(\frac{f_1}{n} + \frac{f_2}{n} + \dots + \frac{f_k}{n} \right) \times 100 = \frac{n}{n} \times 100 = 100$$

جمع کل درصدهای فراوانی نسبی برابر با ۱۰۰ درصد است.

جدول فراوانی داده‌ها

بسیاری از اوقات به جای خود داده‌ها حدود داده‌ها را داریم. یعنی می‌دانیم که اگر داده‌ای در دسته i ام باشد حدود آن در چه بازه‌ای است اما مقدار دقیق هر داده را نمی‌دانیم. در این شرایط وسط هر بازه را به عنوان نماینده داده‌های آن دسته حساب می‌کنیم. همچنین با استفاده از جدولی به شکل زیر وضعیت داده‌ها را نمایش می‌دهیم:

حدود دسته‌ها	$a_1 - b_1$	$a_2 - b_2$	$a_3 - b_3$	$\dots$	$a_k - b_k$
فراوانی مطلق	x_1	x_2	x_3	$\dots$	x_k

با داشتن جدول بالا مشخص است که **مرکز هر دسته (نماینده هر دسته)** برابر است با:

$$\frac{a_i + b_i}{2} \quad 1 \leq i \leq k$$

یه نمونه باحال ببین!

میانگین داده‌ها در جدول زیر ۴ است. درصد فراوانی نسبی دسته آخر را به دست آورید.

حدود دسته‌ها	۰-۲	۲-۴	۴-۶	۶-۸
فراوانی مطلق	۵	۷	۴	x

پاسخ تشریحی:

ابتدا مرکز هر دسته را محاسبه می‌کنیم و با اضافه کردن یک سطر به انتهای جدول آن‌ها را در جای خود قرار می‌دهیم:

حدود دسته‌ها	۰-۲	۲-۴	۴-۶	۶-۸
فراوانی مطلق	۵	۷	۴	x
مراکز دسته‌ها	$\frac{0+2}{2}=1$	$\frac{2+4}{2}=3$	$\frac{4+6}{2}=5$	$\frac{6+8}{2}=7$

حال برای محاسبه میانگین از مراکز دسته‌ها استفاده می‌کنیم:

$$\bar{X} = \frac{5(1) + 7(3) + 4(5) + x(7)}{5 + 7 + 4 + x} \Rightarrow 4 = \frac{46 + 7x}{16 + x} \Rightarrow 46 + 7x = 64 + 4x \Rightarrow 3x = 18 \Rightarrow x = 6$$

$$\text{درصد فراوانی نسبی دسته آخر} = \frac{6}{22} \times 100 \approx 27.27\%$$



۳۲- اگر میانگین داده‌های $2 + 3x_1 + 2, 3x_2 + 2, \dots, 3x_5 + 2$ برابر ۵ باشد، میانگین داده‌های $3 - x_1, 3 - x_2, \dots, 3 - x_5$ کدام است؟

۱ (۴)

۲ (۳)

۳ (۲)

۴ (۱)

آسان - مفهومی - سریع - آمار و احتمال صفحه ۸۱ - ۱۱۰۳

پاسخ: گزینه ۲

روش اول

میانگین داده‌های سری اول برابر ۵ است، پس:

$$\bar{X}_1 = \frac{\sum f_i x_i}{n} = \frac{(3x_1 + 2) + (3x_2 + 2) + \dots + (3x_5 + 2)}{5} = 5$$

$$\Rightarrow \frac{3(x_1 + \dots + x_5) + 5(2)}{5} = 5 \Rightarrow 3(x_1 + \dots + x_5) = 25 - 10 \Rightarrow x_1 + x_2 + \dots + x_5 = 5$$

بنابراین میانگین داده‌های سری دوم برابر است با:

$$\bar{X}_2 = \frac{(x_1 - 3) + \dots + (x_5 - 3)}{5}$$

$$\bar{X}_2 = \frac{(x_1 + x_2 + \dots + x_5) + 5(-3)}{5} = \frac{5 - 15}{5} = \frac{-10}{5} = -2$$

روش دوم

فرض می‌کنیم که میانگین داده‌های $x_1, x_2, \dots, x_5$ برابر $\bar{X}$ باشد، از طرفی می‌دانیم که اگر هر کدام از داده‌ها در عددی ضرب (یا تقسیم) و با عددی جمع (یا تفریق) شوند، میانگین آن‌ها نیز به همان صورت تغییر می‌کند:

$$3\bar{X} + 2$$

می‌دانیم که میانگین داده‌های اولیه برابر ۵ است، پس:

$$3\bar{X} + 2 = 5 \Rightarrow 3\bar{X} = 3 \Rightarrow \bar{X} = 1$$

بنابراین میانگین داده‌های $3 - x_1, 3 - x_2, \dots, 3 - x_5$ برابر است با:

$$1 - 3 = -2 \quad \xrightarrow{\bar{X}=1} \quad \bar{X} - 3$$



میانگین ($\bar{x}$): اگر مجموع تمام داده‌ها را به تعدادشان تقسیم کنیم، میانگین به دست می‌آید. به میانگین **مرکز ثقل** هم گفته می‌شود.

$$\bar{x} = \frac{x_1 + x_2 + \dots + x_n}{n}$$

تأثیر تغییر داده‌ها بر میانگین، واریانس و انحراف معیار

(۱) اگر همه داده‌ها با مقداری ثابت جمع شوند یا مقداری ثابت از تمام داده‌ها کم شود واریانس و انحراف معیار تغییری نمی‌کنند.

(۲) اگر داده‌ها k برابر شوند، واریانس k^2 برابر می‌شود.

(۳) اگر داده‌ها k برابر شوند، انحراف معیار $|k|$ برابر می‌شود.

(۴) اگر داده‌ها با عددی جمع شوند یا عددی از آن‌ها کم شود، یا در عددی ضرب یا بر آن تقسیم شوند، روی میانگین هم اعمال می‌شود:

$$\forall 1 \leq i \leq n, k \in \mathbb{R}, b \in \mathbb{R} ; x'_i = kx_i + b \Rightarrow \bar{x}_{\text{جدید}} = k\bar{x} + b$$



۳۴- انحراف ۶ داده آماری از میانگین آن‌ها به ترتیب برابر ۵، ۴، ۲، ۱، -۵ و a است، واریانس این داده‌ها کدام است؟

۱۶ (۴)

۱۴ (۳)

۱۲ (۲)

۱۰ (۱)

(متوسط - مفهومی - استاندارد) - آمار و احتمال صفحه ۸۸ - ۱۱۰۳

پاسخ: گزینه ۴

مجموع ۶ تا انحراف از میانگین داده شده باید برابر صفر باشد:

$$a + (-5) + (-1) + 2 + 4 + 5 = 0 \Rightarrow a + 5 = 0 \Rightarrow a = -5$$

در نتیجه واریانس این ۶ داده آماری برابر است با:

$$\sigma^2 = \frac{\sum (x_i - \bar{x})^2}{n} = \frac{(-5)^2 + (-5)^2 + (-1)^2 + 2^2 + 4^2 + 5^2}{6} = \frac{25 + 25 + 1 + 4 + 16 + 25}{6}$$

$$\sigma^2 = \frac{96}{6} = 16$$

مجموع انحراف از میانگین‌ها

مجموع انحراف تمامی داده‌ها از میانگین همواره برابر صفر است، یعنی:

$$\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x}) = 0$$



۳۵- میانگین و واریانس ۳۰ داده آماری به ترتیب ۱۵ و ۵ می‌باشد، اگر داده‌های ۱۹، ۱۷، ۱۴، ۱۰ را از بین آن‌ها حذف کنیم، انحراف معیار داده‌های باقی‌مانده کدام است؟

۴ (۴)

۲ (۳)

$\sqrt{2}$ (۲)

$\sqrt{3}$ (۱)

(متوسط - مفهومی - استاندارد) - آمار و احتمال صفحه ۸۸ - ۱۱۰۳

پاسخ: گزینه ۳

برای محاسبه انحراف معیار داده‌های باقی‌مانده ابتدا باید بدانیم که میانگین آن‌ها چقدر است؟

$$\bar{x} = \frac{19 + 17 + 14 + 10}{4} = \frac{60}{4} = 15$$

میانگین ۴ داده حذف شده برابر است با:

از آنجایی که میانگین داده‌های حذف شده با میانگین کل داده‌ها برابر است نتیجه می‌گیریم که میانگین داده‌های باقی‌مانده نیز تغییری نمی‌کند و همان ۱۵ باقی می‌ماند.

از طرفی می‌دانیم که واریانس ۳۰ داده آماری برابر ۵ است، یعنی:

$$\sigma_1^2 = 5 \Rightarrow \frac{\sum (x_i - \bar{x})^2}{n} = 5 \Rightarrow \frac{\overbrace{\sum (x_i - \bar{x})^2}^A}{30} = 5 \Rightarrow A = 30 \times 5 = 150$$

بنابراین واریانس ۲۶ داده باقی‌مانده با میانگین ۱۵ برابر است با:

$$\sigma_2^2 = \frac{A - [(19 - 15)^2 + (17 - 15)^2 + (14 - 15)^2 + (10 - 15)^2]}{26} = \frac{150 - [16 + 4 + 1 + 25]}{26}$$

$$\sigma_2^2 = \frac{150 - 46}{26} = \frac{104}{26} = 4$$

$$\sigma_2 = \sqrt{4} = 2$$

در نتیجه انحراف معیار داده‌های باقی‌مانده برابر است با:

معیارهای پراکندگی

(۱) واریانس:

$$\sigma^2 = \frac{(x_1 - \bar{x})^2 + (x_2 - \bar{x})^2 + \dots + (x_n - \bar{x})^2}{n} \quad \text{یا} \quad \sigma^2 = \frac{x_1^2 + x_2^2 + \dots + x_n^2}{n} - \bar{x}^2$$

(۲) انحراف معیار:

$$\sigma = \sqrt{\text{واریانس}}$$

(۳) ضریب تغییرات:

$$CV = \frac{\sigma}{\bar{x}}$$

(۴) دامنه تغییرات:

$$R = x_{\max} - x_{\min}$$



۳۶- اگر ۵۶ داده آماری غیریکسان را چهار برابر کرده و سپس سه واحد از هر کدام کم کنیم، ضریب تغییرات داده‌های جدید، ۱/۵ برابر

ضریب تغییرات داده‌های قبلی می‌شود، مجموع داده‌های قبلی کدام است؟

۱۰۰ (۴)

۱۲۰ (۳)

۱۲۶ (۲)

۱۵۰ (۱)

(سخت - مفهومی - استاندارد) - آمار و احتمال صفحه ۹۰ - ۱۱۰۳

پاسخ: گزینه ۲

اگر داده‌های آماری را ۴ برابر کرده و سپس ۳ واحد از هر کدام کم کنیم، خواهیم داشت:

$$\begin{cases} \bar{x}_2 = 4\bar{x}_1 - 3 \\ \sigma_2 = 4\sigma_1 \end{cases} \Rightarrow \frac{CV_2}{CV_1} = \frac{3}{2} \Rightarrow \frac{\frac{\sigma_2}{\bar{x}_2}}{\frac{\sigma_1}{\bar{x}_1}} = \frac{3}{2} \Rightarrow \frac{\sigma_2 \bar{x}_1}{\sigma_1 \bar{x}_2} = \frac{3}{2}$$

$$\Rightarrow \frac{4\sigma_1 \bar{x}_1}{\sigma_1 (4\bar{x}_1 - 3)} = \frac{3}{2} \Rightarrow \frac{4\bar{x}_1}{4\bar{x}_1 - 3} = \frac{3}{2} \Rightarrow 8\bar{x}_1 = 12\bar{x}_1 - 9$$

$$\Rightarrow 4\bar{x}_1 = 9 \Rightarrow \bar{x}_1 = \frac{9}{4}$$

بنابراین مجموع داده‌های اولیه (قبلی) برابر است با:

$$\bar{x}_1 = \frac{\text{مجموع داده‌ها}}{\text{تعداد داده‌ها}} \Rightarrow \text{مجموع داده‌ها} = \frac{9}{4} \times 56 = 126$$



۳۷- مدیر منابع انسانی یک شرکت، برای نظرسنجی درباره برنامه رفاهی، کارکنان را براساس واحد سازمانی به ۲۰ دسته ۵ نفری تقسیم کرد. سپس از هر دسته، ۲ نفر را به طور تصادفی انتخاب و با آن‌ها گفت‌وگو کرد. او از کدام روش نمونه‌گیری استفاده کرده است؟

(۱) خوشه‌ای (۲) سامانمند (۳) طبقه‌ای (۴) تصادفی ساده

(آسان - خط‌به‌خط - سریع) - آمار و احتمال صفحه ۱۰۰ - ۱۱۰۴

پاسخ: گزینه ۳

باید توجه داشته باشیم که:

- جامعه به زیرگروه‌های مجزا طبقه‌بندی شده است (کارکنان سازمان، به ۲۰ دسته یا طبقه، تقسیم‌بندی شده‌اند).
- مدیر از هر طبقه، تعدادی را به صورت تصادفی انتخاب کرده است.

بنابراین نمونه‌گیری به صورت **طبقه‌ای** انجام شده است.

در نمونه‌گیری طبقه‌ای، جامعه به زیرجامعه‌های مجزا طبقه‌بندی می‌شود و از همه آن طبقات، نمونه‌گیری صورت می‌گیرد تا اطمینان حاصل شود که تمام اقشار جامعه، در نمونه حضور دارند.

روش‌های نمونه‌گیری

روش‌های **نمونه‌گیری تصادفی (احتمالی)** عبارتند از:

۱) **نمونه‌گیری تصادفی ساده:** در این روش از الگوی خاصی استفاده نمی‌شود و هر کدام از اعضای جامعه، با **احتمال برابر** ممکن است در نمونه انتخاب شوند.

یه نمونه باحال ببین!

قرعه‌کشی بین افراد شرکت‌کننده در یک مسابقه

۲) **نمونه‌گیری خوشه‌ای:** طبق ویژگی‌های اعضای جامعه، جامعه دارای خوشه‌هایی مجزا است که خود این خوشه‌ها از نظر تعداد لزوماً با هم برابر **نیستند**. ابتدا از بین خوشه‌ها **تعدادی خوشه انتخاب می‌شود** و **تمام اعضای خوشه‌های انتخاب شده** اعضای نمونه را تشکیل می‌دهند.

یه نمونه باحال ببین!

برای انتخاب یک نمونه از شهروندان تهران، مناطق مختلف شهر را به منزله خوشه‌ها در نظر می‌گیریم. سپس تعدادی از مناطق شهرداری از بین ۲۲ منطقه را انتخاب کرده و در نهایت تمام شهروندان مناطق انتخاب‌شده را به عنوان نمونه معرفی می‌کنیم.

۳) **نمونه‌گیری طبقه‌ای:** در این روش ابتدا بر اساس یک معیار، جامعه به طبقاتی مجزا تقسیم می‌شود. سپس از هر طبقه یک نمونه تصادفی ساده انتخاب می‌شود. (پس احتمال انتخاب اعضای هم طبقه با هم مساوی است).

یه نمونه باحال ببین!

در یک شرکت ۵ مدیر، ۱۵ کارمند و ۳۰ کارگر وجود دارد. طبقات را مدیران، کارمندان و کارگران در نظر می‌گیریم. حال برای انتخاب یک نمونه ۱۰ تایی از این شرکت از طبقه مدیران ۱، از طبقه کارمندان ۳ و از طبقه کارگران ۶ نفر به تصادف انتخاب می‌کنیم.



توجه! نسبت نمونه‌گیری در کلیه طبقات با نسبت نمونه‌گیری در کل جامعه **یکسان** و برابر است. بنابراین **تعداد نمونه در هر طبقه متناسب با بزرگی آن طبقه است**.

۴) **نمونه‌گیری سامانمند (سیستماتیک):** این روش نوعی نمونه‌گیری طبقه‌ای است که در آن **تعداد اعضای تمام طبقات با هم برابر** است. از **طبقه اول به تصادف** واحد آماری انتخاب می‌شود و دقیقاً **با همان روند** از **باقی طبقات** نیز نمونه‌گیری انجام می‌شود تا نمونه کامل شود.

 به نمونه باحال بین!

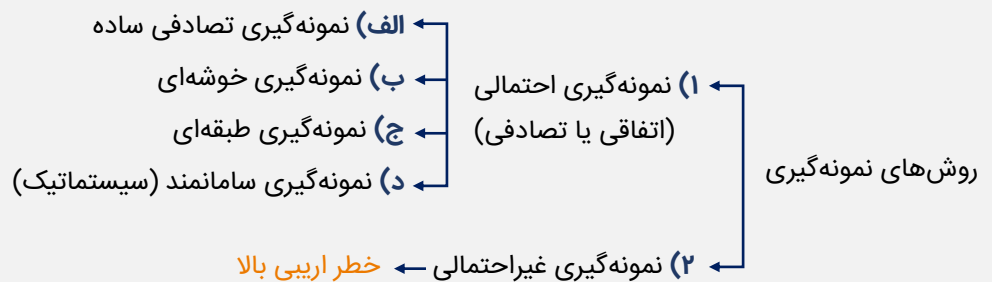
فرض کنید در یک کارخانه ۱۰۰۰ نفر مشغول به کار هستند و یک نمونه ۱۰۰ عضوی از این کارخانه می‌خواهیم. اسامی افراد به صورت لیستی و بر اساس الفبا مرتب شده‌اند. برای اجرای نمونه‌گیری سیستماتیک از ۱۰ شماره اول یک نقطه را برای شروع در نظر می‌گیریم. به عنوان مثال ۶. از شماره ۶ به بعد هر ۱۰ نفر را به ترتیب از لیست انتخاب می‌کنیم، که لیست به صورت انتخاب نفرات ۶، ۱۶، ۲۶، ۳۶، ۴۶ و ... می‌شود و تا زمانی که ۱۰۰ نمونه را جمع‌آوری نماییم نمونه‌گیری را ادامه می‌دهیم.

 توجه!

در نمونه‌گیری سیستماتیک اعضای هر طبقه لزوماً از نظر ویژگی شبیه به هم نیستند و احتمال آریبی وجود دارد.

 نمونه‌گیری غیرتصادفی (نمونه‌گیری غیراحتمالی)

در یک نمونه‌گیری غیر تصادفی، افراد بر اساس معیارهای غیرتصادفی انتخاب می‌شوند و هر فرد شانس یکسان و معین انتخاب شدن در نمونه را ندارد. این نوع از نمونه‌گیری از نظر هزینه و دسترسی آسان‌تر است. اما در آن‌ها **خطر آریبی** بالاتر می‌باشد. از این روش نمونه‌گیری نمی‌توانید استنباط آماری معتبری را درباره کل جامعه داشته باشید. استفاده از نمونه‌گیری غیرتصادفی چه در مرحله طراحی و چه در مرحله اجرا ساده‌تر از نمونه‌گیری تصادفی است و به زمان و سرمایه کمتری نیاز دارد.

 جمع‌بندی روش‌های نمونه‌گیری


۳۸- در روش نمونه‌گیری سامانمند از میان ۲۷۰۰ مشتری یک فروشگاه که در یک ماه اخیر خرید کرده‌اند، یک نمونه ۱۵ نفری انتخاب می‌شود. اگر شماره اولین نفر انتخاب‌شده ۱۰۵ باشد، شماره نفر هفتم نمونه کدام است؟

۱۱۸۵ (۴)

۱۱۸۰ (۳)

۱۹۸۵ (۲)

۱۹۰۰ (۱)

(متوسط - مفهومی - استاندارد) - آمار و احتمال صفحه ۱۰۱ - ۱۱۰۴

پاسخ: گزینه ۴

در نمونه‌گیری سامانمند از فرمول عمومی دنباله حسابی استفاده می‌کنیم و قدرنسبت آن برابر است با:

$$d = \left[\frac{N}{n} \right] = \left[\frac{2700}{15} \right] = 180$$

N : اندازه جامعه
 n : اندازه نمونه

می‌دانیم که شماره اولین نفر انتخاب‌شده ۱۰۵ است، پس:

$$\begin{cases} a_1 = 105 \\ d = 180 \end{cases} \xrightarrow{n=7} a_7 = a_1 + 6d \Rightarrow a_7 = 105 + 6(180) = 105 + 1080 \Rightarrow a_7 = 1185$$

$$a_n = a_1 + (n-1)d$$

 روش نمونه‌گیری سامانمند

در نمونه‌گیری سامانمند یا سیستماتیک اگر بخواهیم از بین n داده، k داده را انتخاب و مطالعه کنیم، کافی است داده‌ها را به k دسته با اندازه

$d = \left[\frac{n}{k} \right]$ تقسیم کنیم (اندازه طبقات برابر است) حال اگر از طبقه اول مثلاً داده a_m انتخاب شود، از همه طبقات نیز داده a_m انتخاب می‌شود

یعنی داده‌های انتخابی تشکیل یک دنباله حسابی با قدرنسبت d (اندازه دسته‌ها یا طبقات) می‌دهند.

توجه!

تعداد جملات یک دنباله فقط می‌تواند عددی طبیعی باشد.



۳۹- واریانس یک جامعه برابر ۲۲۵ است. برای آن که انحراف معیار برآورد میانگین جامعه از طریق نمونه، بیشتر از ۳ نباشد، حداقل اندازه نمونه کدام است؟

۲۵ (۴)

۲۴ (۳)

۱۷ (۲)

۱۵ (۱)

(متوسط - مفهومی - استاندارد) - آمار و احتمال صفحه ۱۱۵ - ۱۱۴

پاسخ: گزینه ۴

$$\sigma^2 = 225 \Rightarrow \text{انحراف معیار} = \sqrt{225} = 15$$

با توجه به شرط سؤال، باید $\sigma_{\bar{x}} \leq 3$ باشد، به عبارت دیگر:

$$\frac{\sigma}{\sqrt{n}} \leq 3 \Rightarrow \frac{15}{\sqrt{n}} \leq 3 \Rightarrow \frac{225}{n} \leq 9 \Rightarrow n \geq \frac{225}{9} \Rightarrow n \geq 25$$

بنابراین حداقل اندازه نمونه باید ۲۵ باشد.

برآورد میانگین جامعه

زمانی که بررسی تمام جامعه با دشواری یا عدم امکان همراه باشد، سعی داریم که با انتخاب نمونه‌ای از جامعه و بررسی نمونه به جای کل جامعه برآوردی از اطلاعات جامعه داشته باشیم. از آنجا که برآورد ما دقیق نیست می‌توان میزان انحراف معیار برآورد مشخصه جامعه (معمولا میانگین) را به صورت کمی محاسبه کرد. اگر انحراف معیار جامعه برابر σ باشد، و نمونه‌ای n عضوی انتخاب کرده باشیم، انحراف معیار برآورد میانگین برابر است با:

$$\sigma_{\bar{x}} = \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$$

بنابراین هرچه نمونه بزرگ‌تری را انتخاب کنیم، انحراف معیار برآورد میانگین آن کوچک‌تر است.



۴۰- از میان بازی‌های یک تیم بسکتبال، ۱۰۰ بازی به طور تصادفی انتخاب شده است. میانگین امتیازهای کسب‌شده تیم در این بازی‌ها ۵۶ و انحراف معیار آن‌ها ۸/۲ برآورد شده است. بازه اطمینان ۹۵ درصد برای میانگین واقعی امتیازهای کسب‌شده این تیم در هر بازی کدام است؟

[۵۵ / ۸۳۶, ۵۶ / ۱۶۴] (۴)

[۵۴ / ۳۶, ۵۷ / ۶۴] (۳)

[۵۴ / ۷, ۵۵ / ۲] (۲)

[۵۵ / ۱۸, ۵۶ / ۸۲] (۱)

(آسان - محاسباتی - سریع) - آمار و احتمال صفحه ۱۱۶ - ۱۱۴

پاسخ: گزینه ۳

می‌دانیم که اگر نمونه‌ای تصادفی به اندازه n در اختیار داشته باشیم بازه اطمینان ۹۵ درصدی به شکل زیر محاسبه می‌شود:

$$\bar{x} - \frac{2\sigma}{\sqrt{n}} \leq \mu \leq \bar{x} + \frac{2\sigma}{\sqrt{n}}$$

که $\bar{x}$ میانگین نمونه، μ میانگین جامعه و σ انحراف معیار جامعه است.
حال با توجه به اطلاعات سؤال، خواهیم داشت:

$$56 - \frac{2(8/2)}{\sqrt{100}} \leq \mu \leq 56 + \frac{2(8/2)}{\sqrt{100}} \Rightarrow 56 - \frac{16/4}{10} \leq \mu \leq 56 + \frac{16/4}{10}$$

$$\Rightarrow 56 - 1/64 \leq \mu \leq 56 + 1/64 \Rightarrow 54/36 \leq \mu \leq 57/64$$

🎯 بازه برآورد میانگین با اطمینان بیش از ۹۵ درصد

بازه برآورد میانگین با اطمینان بیش از ۹۵٪ به فرم زیر است:

$$\left[\bar{x} - \frac{2\sigma}{\sqrt{n}}, \bar{x} + \frac{2\sigma}{\sqrt{n}} \right]$$

که n حجم نمونه و σ انحراف معیار جامعه و $\bar{x}$ میانگین نمونه می باشد.

نتیجه) طول بازه برآورد میانگین برابر است با:

$$\frac{4\sigma}{\sqrt{n}}$$





برای دیدن پاسخنامه ویدئویی آزمون
QR Code بالا را اسکن یا روی آن کلیک کنید!

یادگیری عمیق

فیزیک ۱: فصل ۲ - ویژگی‌های فیزیکی مواد (صفحه‌های ۲۳ تا ۵۱) + مغناطیس + القای الکترومغناطیسی و جریان متناوب (صفحه‌های ۸۳ تا ۱۳۰)
فیزیک ۲: فصل‌های ۳ و ۴ - مغناطیس + القای الکترومغناطیسی و جریان متناوب (صفحه‌های ۸۳ تا ۱۳۰)

مرور و جمع‌بندی

بودجه‌بندی
این آزمون

سهم در
کنکور

پایه دهم: درمجموع ۲ تست از ۳۵ تست کنکور را پوشش داده است.
پایه یازدهم: درمجموع ۴ تست از ۳۵ تست کنکور را پوشش داده است.

فیزیک دهم (بخش انتخابی)

۴۱- چه تعداد از گزاره‌های زیر صحیح است؟

- الف: جامدهای بلورین می‌توانند از سرد شدن آهسته ماده مذابشان ایجاد شوند.
ب: سطح جیوه در لوله موئین به صورت برآمده است.
ج: تندی پدیده پخش در مایعات بیش‌تر از گازها است.
د: با افزایش دما، نیروی هم‌چسبی مایعات کاهش می‌یابد.

(۴) صفر

(۳) ۳

(۲) ۲

(۱) ۱

(آسان - خط‌به‌خط - سریع) - صفحه ۳۱ - ۱۰۰۲

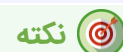
پاسخ: گزینه ۳

بررسی موارد نادرست:

تندی پدیده پخش در گازها بیش‌تر از تندی پدیده پخش در مایعات است؛ زیرا حرکت مولکول‌های گاز سریع‌تر از حرکت مولکول‌های مایع است.

راهنمای مسیرت

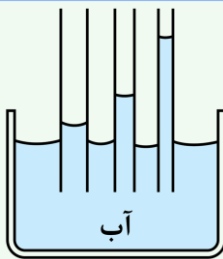
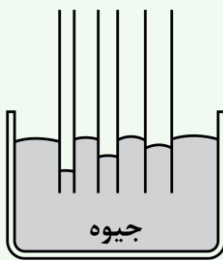
در سؤالاتی که تعداد گزاره‌های صحیح را از شما می‌خواهند، حتی اگر روی صحیح بودن یک گزاره هم شک دارید، تست را رد کنید! از مفاهیم و حفظیات این فصل هم اصلاً غافل نشید.



برای موارد صحیح به نکات زیر توجه کنید:

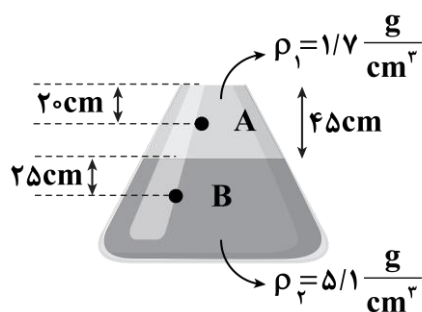
الف)

جدول مربوط به مقایسه انواع جامدات		
انواع جامد	جامد بلورین	جامد بی‌شکل (آمورف)
شکل	یون منفی کلرید یون مثبت سدیم	سیلیسیم اکسیژن
نحوه تشکیل	از فرایند سردسازی آرام مایعات به وجود می‌آیند.	وقتی مایع به سرعت سرد می‌شود، جامد بی‌شکل به وجود می‌آید.
ویژگی	در یک الگوی سه‌بعدی تکرارشونده از واحدهای منظم ساخته می‌شوند.	در طرح نامنظمی که در حالت مایع داشتند باقی می‌مانند.
مثال	فلزها، نمک‌ها، الماس، یخ و بیش‌تر مواد معدنی	قیر، شیشه و اکثر پلاستیک‌ها

شکل	ویژگی‌ها	
	سطح آب درون لوله بالاتر از سطح آب درون ظرف است. سطح آب درون لوله دارای فرورفتگی است. نیروی هم‌چسبی آب کوچک‌تر از نیروی دگرچسبی آب و شیشه است. هرچه قطر لوله کمتر باشد، سطح آب درون لوله بالاتر می‌آید. آب، سطح شیشه را تر می‌کند.	آب در لوله شیشه‌ای مویین تمیز
	سطح جیوه درون لوله پایین‌تر از سطح جیوه درون ظرف است. سطح جیوه درون لوله دارای برآمدگی است. نیروی هم‌چسبی جیوه بزرگ‌تر از نیروی دگرچسبی جیوه و شیشه است. هرچه قطر لوله کمتر باشد، سطح جیوه درون لوله پایین‌تر می‌آید. جیوه سطح شیشه را تر نمی‌کند.	جیوه در لوله شیشه‌ای مویین یا آب در لوله شیشه‌ای مویین چرب



۴۲- با توجه به شکل زیر، فشار در نقطه B، چند سانتی‌متر جیوه بیش‌تر از فشار در نقطه A است؟ $(\rho_{\text{جیوه}} = 13.6 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}, g = 10 \frac{\text{N}}{\text{kg}})$



(۱) ۱۲/۵

(۲) ۱۷۰۰۰

(۳) ۶/۲۵

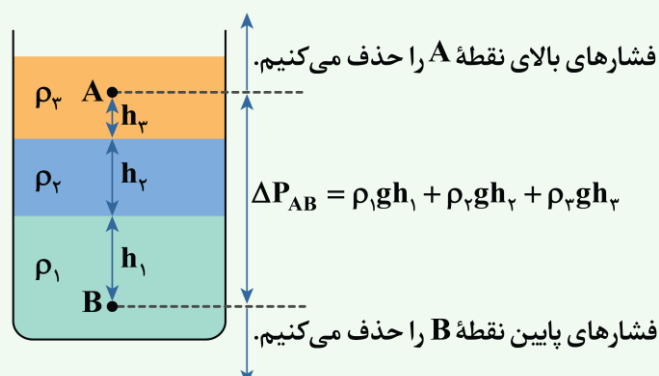
(۴) ۸۵۰۰

(متوسط - محاسباتی - استاندارد) - صفحه ۳۴ - ۱۰۰۲

پاسخ: گزینه ۱



۱- اگر بین دو نقطه A و B، بیش از یک مایع باشد، مانند شکل زیر، دیگر نمی‌توان اختلاف فشار بین دو نقطه را از رابطه گفته شده به دست آورد. در این حالت باید فشار ناشی از مایعاتی که بین دو نقطه A و B قرار دارند با یکدیگر جمع شوند تا اختلاف فشار به دست آید، یعنی:

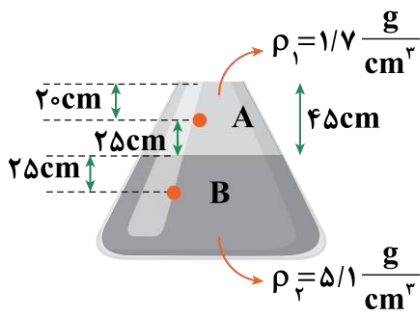


پس برای محاسبه اختلاف فشار دو نقطه، کاری به محتویات بالا و پایین آن دو نقطه نداریم و فقط فشارهای بین آن دو نقطه را محاسبه می‌کنیم.

محاسبه فشار برحسب cmHg

۲- اگر فشار یک مایع را برحسب cmHg بخواهیم، باید از رابطه زیر، ارتفاع جیوه را به دست آوریم:

$$\rho_{\text{مایع}} h_{\text{مایع}} = \rho_{\text{جیوه}} h_{\text{جیوه}} \Rightarrow h_{\text{جیوه}} = \frac{\rho_{\text{مایع}} h_{\text{مایع}}}{\rho_{\text{جیوه}}}$$



با توجه به مطالب بیان شده در نکات، معادله زیر را می‌نویسیم:

$$P_B - P_A = P_1 + P_2 = \frac{\rho_1 h_1}{\rho_{\text{جیوه}}} + \frac{\rho_2 h_2}{\rho_{\text{جیوه}}}$$

$$= \frac{1/7 \times 25}{13/6} + \frac{5/1 \times 25}{13/6} = \frac{25}{8} + \frac{3 \times 25}{8} = \frac{4 \times 25}{8} = \frac{25}{2} = 12.5 \text{ cmHg}$$

راهنمای مسیرت

روی یکای سانتی‌متر جیوه (cmHg) تسلط زیادی پیدا کنید، برای هر سؤالی که در نهایت از شما فشار را خواسته باشند، سر و کله این یکا ممکنه پیدا بشه. گول شکل ظاهری ظرف را هم نخورید، فشار در عمق مایعی تنها به چگالی مایع (ρ)، عمق (h) و شتاب گرانش (g) وابسته است.

سوتی‌های پرتکرار

خدایی نکرده تبدیل یکای سانتی‌متر جیوه را فراموش کنید، به گزینه اشتباه (۲) می‌رسید.

راهنمای زنگ‌بازی

می‌خواهیم مجموع فشار دو مایع (۱) و (۲) به ترتیب با چگالی‌های $1/7 \frac{g}{cm^3}$ و $5/1 \frac{g}{cm^3}$ را حساب کنیم. چگالی مایع (۱) $\frac{1}{8}$ برابر چگالی جیوه است؛ پس ۲۵ cm از این مایع باید فشاری برابر با $\frac{1}{8} \times 25 \text{ cm}$ جیوه ایجاد کند. چگالی مایع (۲)، $\frac{3}{8}$ برابر چگالی جیوه است؛ بنابراین ۲۵ cm از این مایع، فشاری برابر با $\frac{3}{8} \times 25 \text{ cm}$ ایجاد می‌کند.



۴۳- دانش‌آموزی برای اندازه‌گیری فشار در کف استخر آبی به عمق ۲ m، از یک صفحه دیافراگم مربعی شکل حساس به نیرو به ابعاد $5 \text{ cm} \times 5 \text{ cm}$ استفاده می‌کند. نیرویی که از طرف آب و هوای بالای آن به این صفحه وارد می‌شود، چند نیوتون است؟

$$(P_0 = 100 \text{ kPa}, g = 10 \frac{N}{kg}, \rho_{\text{آب}} = 1 \frac{g}{cm^3})$$

۱۵ (۴)

۵۰ (۳)

۳۰۰ (۲)

۲۵۰ (۱)

(آسان - محاسباتی - استاندارد) - صفحه ۳۴ - ۱۰۰۲

پاسخ: گزینه ۲

راه نجات سریع

فشار حاصل از آب استخر و هوا را در عمق ۲ متری حساب می‌کنیم، با محاسبه مساحت صفحه دیافراگم و جایگذاری این دو کمیت در رابطه $F = PA$ به جواب می‌رسیم.

گام اول

فشار کل را در کف استخر به دست می‌آوریم:

$$P = P_0 + \rho gh = 100 \times 10^3 + 10 \times 10 \times 2 = 120000 \text{ Pa}$$

گام دوم

مساحت صفحه دیافراگم برابر است با:

$$A = a^2 = (0.05)^2 = 25 \times 10^{-4} \text{ m}^2$$

نیروی وارد بر صفحه را محاسبه می‌کنیم:

$$F = PA = 120000 \times 25 \times 10^{-4} = 300 \text{ N}$$

راهنمای مسیرت

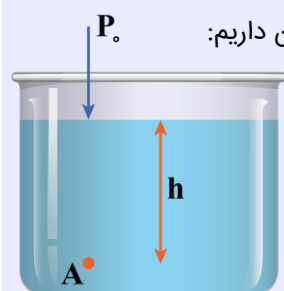
این سؤال برگرفته از کتاب درسی است. حتماً سؤالاتی که در کتاب درسی مطرح شده‌اند را بررسی کنید که عیناً از آن‌ها در کنکور سؤال می‌آید.

سوتی‌های پرتکرار

اگر فقط نیرویی که آب استخر به صفحه دیافراگم وارد می‌کرد را حساب می‌کردید، گرفتار گزینه (۳) می‌شدید.

فشار کل

۱- فشار کل در عمق h از یک مایع برابر مجموع فشار هوای محیط و فشار حاصل از مایع در آن عمق است؛ بنابراین داریم:



$$P_{\text{کل}} = P_0 + P_{\text{مایع}} \Rightarrow P_{\text{کل}} = P_0 + \rho gh$$

۲- برای محاسبه نیروی وارد بر سطحی که داخل شاره‌ای قرار دارد از رابطه زیر استفاده می‌کنیم:

$$F = PA$$

F : نیروی وارد بر سطح (N) P : فشار وارد بر سطح A (Pa) A : اندازه مساحت سطح (m^2)
در رابطه بالا حتماً کمیت‌ها را با یکای SI جایگذاری کنید.



۴۴- اختلاف بین فشار هوای بالا و پایین برج آزادی، با ارتفاع ۴۴/۲ متر، چند torr (میلی‌متر جیوه) است؟ (چگالی هوا و جیوه را



به ترتیب $1 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$ و $13600 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$ در نظر بگیرید.)

(۱) ۳/۲۵

(۲) ۰/۳۲۵

(۳) ۳/۵

(۴) ۰/۳۵

(آسان - محاسباتی - استاندارد) - صفحه ۳۵ - ۱۰۰۲

پاسخ: گزینه ۱

با توجه به رابطه $\Delta P = \rho g \Delta h$ ، کافی است مقدار $\rho g \Delta h$ برای هوا و جیوه را باهم برابر قرار دهیم تا اختلاف فشار بر حسب torr یا همان میلی‌متر جیوه به دست بیاید.

$$\rho_{\text{جیوه}} g \Delta h_{\text{جیوه}} = \rho_{\text{هوا}} g \Delta h_{\text{هوا}} \Rightarrow 13600 \times h_{\text{جیوه}} = 1 \times 44200$$

$$\Rightarrow h_{\text{جیوه}} = \frac{44200}{13600} = 3/25 \text{ mm}$$

بنابراین اختلاف فشار برابر $\Delta P = 3/25 \text{ mmHg} = 3/25 \text{ torr}$ است.

سوتی‌های پرتکرار

اگر اختلاف فشار مطرح شده در مسئله را با یکای cmHg به دست آورید و تبدیل یکا کردن به torr را فراموش کنید، گزینه اشتباه (۲) منتظر شماست!



۱- در رابطه $\rho_1 g h_1 = \rho_2 g h_2$ ، نیازی به SI جایگذاری کردن کمیت‌ها نیست و تنها کافی است یکای کمیت‌های مشابه را یکسان جایگذاری کنیم. مثلاً اگر کمیت h_1 را برحسب cm جایگذاری کردیم، یکای h_2 هم باید cm جایگذاری شود و اگر h_2 مجهول رابطه بود، با یکای cm به دست می‌آید.

۲- $1 \text{ torr} = 1 \text{ mmHg}$



۱- 1 bar دقیقاً برابر 10^5 Pa است، اما 1 atm دقیقاً برابر 10^5 Pa نیست.

۲- 1 atm برابر با فشار حاصل از ستون جیوه به ارتفاع ۷۶ cm است؛ یعنی $1 \text{ atm} = 76 \text{ cmHg}$ است.

۳- هر torr برابر 1 mmHg است، پس:

$$760 \text{ torr} = 76 \text{ cmHg} = 1 \text{ atm} \approx 1 \text{ bar} = 10^5 \text{ Pa}$$

۴- اختلاف فشار بین دو نقطه در هوا (ΔP):

$$\begin{array}{c} \text{Pa} \\ \uparrow \\ \Delta P = \rho g \Delta h \end{array}$$

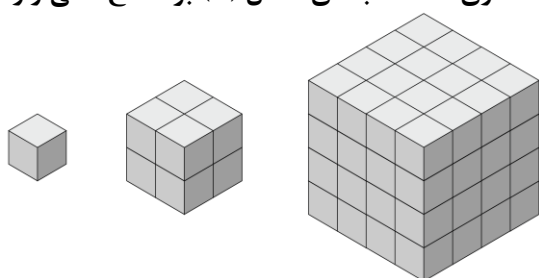
Δh : اختلاف ارتفاع دو نقطه (m)

g: شتاب گرانش ($\frac{\text{m}}{\text{s}^2}$)

ρ : چگالی هوا ($\frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$)



۴۵- در شکل زیر، مکعب شکل (۱) مشابه هر یک از مکعب‌های شکل‌های (۲) و (۳) است. اگر فشاری که مکعب‌های شکل (۲) بر سطح افقی وارد می‌کنند، 6000 Pa بیش‌تر از فشار حاصل از مکعب شکل (۱) باشد، فشاری که مکعب‌های شکل (۳) بر سطح افقی وارد می‌کنند چند پاسکال است؟



(۱) (۲) (۳)

(۱) ۱۶۰۰۰

(۲) ۳۲۰۰۰

(۳) ۱۸۰۰۰

(۴) ۲۴۰۰۰

(متوسط - محاسباتی - استاندارد) - صفحه ۳۳ - ۱۰۰۲

پاسخ: گزینه ۴

روش اول

گام اول

با توجه به این‌که شکل‌های (۲) و (۳) از مکعب‌های مشابه شکل (۱) ساخته شده‌اند، جرم و مساحت سطح مقطع شکل‌های (۲) و (۳) را برحسب جرم و مساحت سطح مقطع شکل (۱) می‌نویسیم:

$$\begin{array}{l} \text{جرم:} \begin{cases} m_1 = m \\ m_2 = 8m \\ m_3 = 64m \end{cases} \quad \text{سطح مقطع:} \begin{cases} A_1 = A \\ A_2 = 4A \\ A_3 = 16A \end{cases} \end{array}$$

گام دوم

از رابطه $P = \frac{F}{A}$ فشار حاصل از هر شکل بر سطح افقی را می‌نویسیم:

$$P_1 = \frac{m_1 g}{A_1} = \frac{mg}{A} \quad P_2 = \frac{m_2 g}{A_2} = \frac{8mg}{4A} = 2 \frac{mg}{A}$$

$$P_3 = \frac{m_3 g}{A_3} = \frac{64mg}{16A} = 4 \frac{mg}{A}$$

$$\Rightarrow P_1 = P, P_2 = 2P, P_3 = 4P$$

کلام آخر

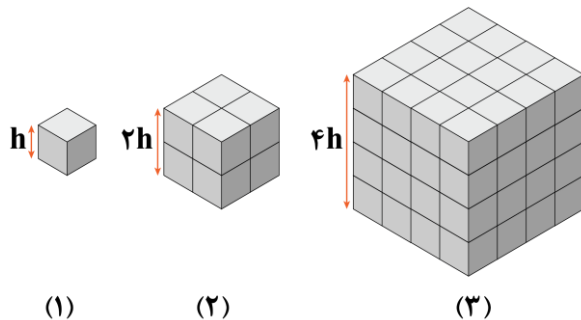
طبق فرض سؤال، اختلاف فشار در شکل‌های (۱) و (۲) برابر با 6000 Pa است؛ بنابراین:

$$P_2 - P_1 = 6000 \Rightarrow 2P - P = 6000 \Rightarrow P = 6000 \text{ Pa}$$

$$(3) \text{ فشار مکعب‌های شکل: } P_3 = 4P = 4 \times 6000 = 24000 \text{ Pa}$$

روش دوم

با توجه به این که هر سه شکل به صورت مکعب هستند و سطح مقطع آن‌ها در ارتفاع‌های مختلف یکسان است، برای محاسبه فشار آن‌ها می‌توانیم از رابطه $P = \rho gh$ کمک بگیریم.



$$P = \rho gh \xrightarrow{g \text{ و } \rho \text{ یکسان}} P \propto h \Rightarrow \begin{cases} P_1 = P \\ P_2 = 2P \\ P_3 = 4P \end{cases}$$

طبق فرض سؤال، اختلاف فشار در شکل‌های (۱) و (۲) برابر 6000 Pa است؛ بنابراین:

$$P_2 - P_1 = 6000 \Rightarrow 2P - P = 6000 \Rightarrow P = 6000 \text{ Pa}$$

$$(3) \text{ فشار مکعب‌های شکل: } P_3 = 4P = 4 \times 6000 = 24000 \text{ Pa}$$

توجه!

دیدیم که در روش دوم بسیار سریع‌تر از روش اول به جواب رسیدیم. پس هر زمان شکل جامد به صورت مکعبی یا استوانه‌ای بود، رابطه ρgh فراموش نشود.

راهنمای مسیرت

این تست از یکی از تست‌های کنکور ایده گرفته شده. در تست کنکور، نسبت بین فشار مکعب‌ها مطرح بود که ما اختلاف فشار را مطرح کردیم. به هر دو روش حل مسئله و تفاوت‌های آن دقت کنید.

فشار ناشی از جامدات

فشار ناشی از جسم جامد بر سطح زیرین خود از رابطه زیر به دست می‌آید:

$$P = \frac{F_N}{A}$$

در این رابطه، F_N اندازه نیروی عمودی تکیه‌گاه است و اگر بر روی سطح افقی نیروی عمودی دیگری به جسم وارد نشود، طبق قانون اول نیوتون، نیروی عمودی تکیه‌گاه و نیروی وزن برابر خواهند بود:

$$F_N = mg \Rightarrow P = \frac{mg}{A}$$

در مورد اشکال هندسی مانند مکعب و استوانه که سطح مقطع جسم از پایین به بالا یکسان است، می‌توان نوشت:

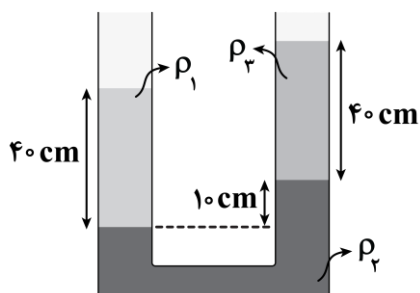
$$m = \rho V = \rho Ah$$

در رابطه بالا، A مساحت قاعده، h ارتفاع جسم و $F_N = mg$ است.

$$\Rightarrow P = \frac{\rho Ahg}{A} = \rho gh \rightarrow \text{از این رابطه به شرط توپر و همگن بودن جسم جامد می‌توان استفاده کرد.}$$



۴۶- در شکل زیر، سه مایع مخلوط‌نشدنی مطابق شکل به حالت تعادل قرار دارند. اگر $\rho_1 = 2/4 \frac{g}{cm^3}$ و $\rho_3 = 1/2 \frac{g}{cm^3}$ باشد،



چگالی ρ_2 چند گرم بر سانتی‌متر مکعب است؟

(۱) ۲/۴

(۲) ۴/۸

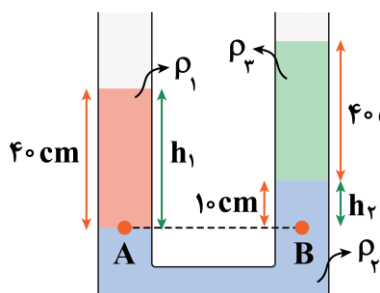
(۳) ۷/۲

(۴) ۹/۶

(متوسط - محاسباتی - استاندارد) - صفحه ۳۵ - ۱۰۰۲

پاسخ: گزینه ۲

با توجه به شکل، فشار در نقاط هم‌تراز A و B باهم برابرند؛ بنابراین داریم:



$$P_A = P_B \rightarrow \rho_1 h_1 = \rho_2 h_2 + \rho_3 h_3$$

$$40 \rho_1 = 40 \rho_3 + 10 \rho_2 \Rightarrow 4 \rho_1 = 4 \rho_3 + \rho_2$$

$$\Rightarrow 4 \times 2/4 = 4 \times 1/2 + \rho_2 \Rightarrow \rho_2 = 4/8 \frac{g}{cm^3}$$

راهنمای مسیرت

کنکوری‌های عزیز، مسائل لوله U شکل، از تست خیزترین مباحث این فصل در کنکور به حساب می‌آید. همچنین در بحث فشارسنج‌های مانومتر هم قواعد و نکات حل مسئله‌های U شکل، باز به کارتان خواهد آمد. پس برای تسلط در مسائل لوله U شکل، سؤال زیاد حل کنید.

جرعه ذهنی

ارتفاع یکسان از دو مایع (۱) و (۳) در اختیار داریم و چون چگالی مایع (۱)، دو برابر چگالی مایع (۳) است، فشار حاصل از مایع (۱)، دو برابر فشار حاصل از مایع (۳) است. در نتیجه برای این‌که در نقاط A و B فشار دو شاخه لوله U شکل برابر شود، باید فشار حاصل از مایع (۲) با فشار حاصل از ۴۰ cm مایع (۳) برابر شود.

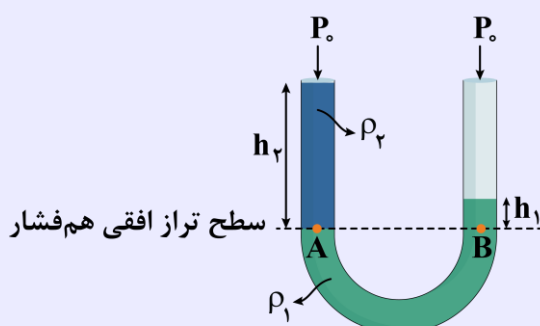
$$\rho_2 g h_2 = \rho_3 g h_3 \Rightarrow \rho_2 \times 10 = 1/2 \times 40 \Rightarrow \rho_2 = 4/8 \frac{g}{cm^3}$$

نکته

در رابطه $\rho_1 h_1 = \rho_2 h_2$ ، نیازی به SI جایگذاری کردن کمیت‌ها نیست و کافی است یکای کمیت‌های مشابه، یکسان جایگذاری شود.

لوله‌های U شکل

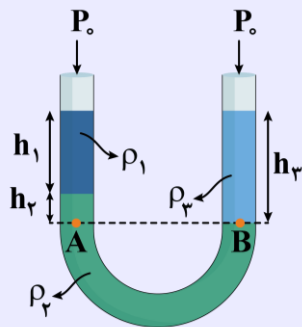
برای حل مسائل لوله‌های U شکل، در سطح هر دو شاخه آن‌قدر به سمت پایین حرکت کنید تا به نقطه‌ای برسید که در هر دو شاخه یک مایع قرار داشته باشد. از مساوی قراردادن فشار این دو نقطه، خواسته مسئله به دست می‌آید:



$$P_A = P_B$$

$$\Rightarrow \rho_2 g h_2 + P_0 = \rho_1 g h_1 + P_0$$

$$\Rightarrow \rho_2 h_2 = \rho_1 h_1$$



$$P_A = P_B$$

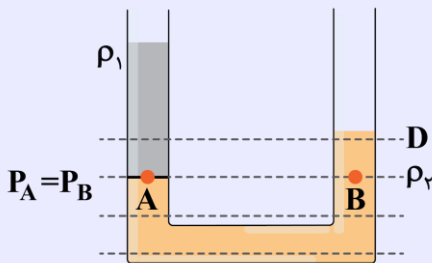
$$\Rightarrow P_0 + \rho_1 g h_1 + \rho_2 g h_2 = P_0 + \rho_2 g h_2$$

$$\Rightarrow \rho_1 h_1 + \rho_2 h_2 = \rho_3 h_3$$

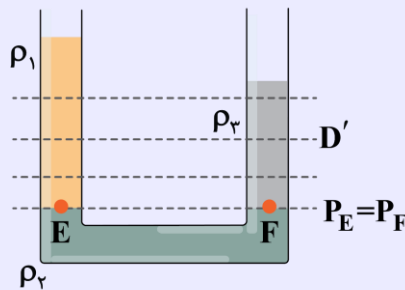
خط تراز

در حل مسئله‌های لوله‌های U شکل از خطی موسوم به خط تراز استفاده می‌کنیم. خط تراز، خطی افقی است. اگر این خط افقی در یک مایع باشد، تمام نقاط واقع بر این خط فشار برابر دارند. اگر این خط فرضی را از ته لوله U شکل رسم کنیم و سپس این خط را بالا ببریم تا به اولین مرز مشترک با مایع بعدی برسیم، همچنان فشار در تمام نقاط روی این خط باهم برابر است. به شکل‌های «الف» و «ب» و خط تراز (یا سطح هم‌تراز) دقت کنید.

خط D در شکل «الف» و خط D' در شکل «ب» تراز نیستند و فشار روی این خط‌ها یکسان نیست. دقت کنید که این خط‌ها از درون دو مایع مختلف می‌گذرند.



«الف»

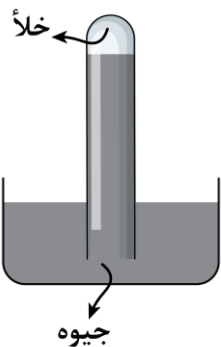


«ب»



۴۷- جوسنج جیوه‌ای زیر را از جایی که فشار هوا ۱۰۲/۶ kPa است به جایی که فشار هوا ۱۰۰/۵۶ kPa است، منتقل می‌کنیم. سطح

جیوه درون لوله جوسنج چگونه تغییر می‌کند؟ ($\rho_{\text{جیوه}} = 13.6 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}$, $g = 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$)



(۱) ۱ cm پایین می‌رود.

(۲) ۱/۵ cm بالا می‌رود.

(۳) ۱/۵ cm پایین می‌رود.

(۴) ۱ cm بالا می‌رود.

(متوسط - محاسباتی - استاندارد) - صفحه ۳۷ - ۱۰۰۲

پاسخ: گزینه ۳

با توجه به این که فشار هوا کاهش یافته است؛ بنابراین سطح جیوه درون لوله پایین می‌رود (رد گزینه (۲) و (۴)).

با توجه به اختلاف فشار بین دو محل داریم:

$$\Delta P = \rho g \Delta h \Rightarrow (100.56 - 102.6) \times 10^3 = 13600 \times 10 \times \Delta h$$

$$\Rightarrow \Delta h = \frac{-204}{136} = -0.15 \text{ m} = -1.5 \text{ cm}$$

علامت منفی به معنی کاهش ارتفاع جیوه درون لوله است؛ بنابراین سطح جیوه درون لوله ۱/۵ cm پایین می‌رود.

تذکر!

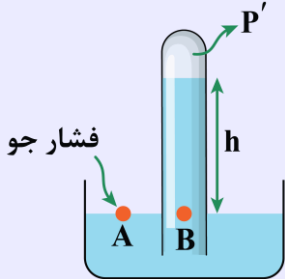
در رابطه $P = \rho g h$ باید تمام کمیت‌ها با یکای SI جایگذاری شوند.

فشارسنج هوا

۱- فشارسنج هوا (بارومتر) وسیله‌ای است که با آن می‌توان فشار هوا را به‌دست آورد.

۲- ارتفاع ستون مایع، فشار هوا را نشان می‌دهد.

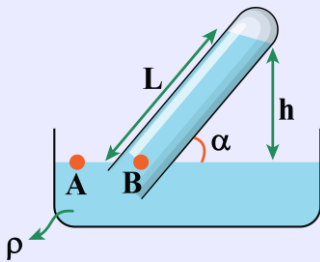
برای مثال، اگر در شکل زیر $h = 75\text{cm}$ باشد، مایع جیوه و فضای بالای لوله خلأ باشد ($P' = 0$)، فشار هوا 75 سانتی‌متر جیوه است. اگر بالای لوله خلأ نبود، ارتفاع ستون جیوه کمتر از 75cm می‌شد.



$$P_A = P_B \Rightarrow P_0 = P' + \rho gh \xrightarrow{P'=0} P_0 = \rho gh \xrightarrow{P'>0} h < 75\text{cm}$$

یعنی بالای ستون مایع (جیوه) خلأ نیست و یک فشاری وجود دارد.

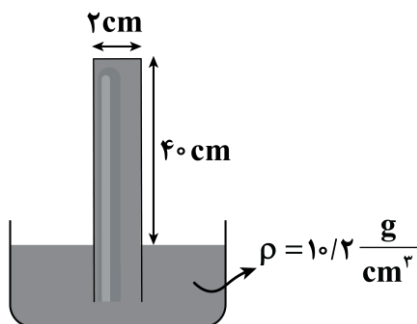
۳- اگر لوله به‌طور قائم در ظرف قرار نگیرد، در محاسبه فشار باید ارتفاع قائم مایع را لحاظ کنیم.



$$P_A = P_B \Rightarrow P_0 = \rho gh \xrightarrow{h=L\sin\alpha} P_0 = \rho gL \sin\alpha$$



۴۸- مایعی تمام لوله استوانه‌ای را مطابق شکل زیر پر کرده است. نیروی وارد بر انتهای لوله از طرف مایع چند نیوتون است؟



$$(\rho_{\text{جیوه}} = 13/6 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}, P_0 = 75\text{cmHg}, \pi \approx 3, g = 10 \frac{\text{N}}{\text{kg}})$$

۱۸/۳۶ (۱)

۲۰ (۲)

۲۲/۲۴ (۳)

۲۴ (۴)

(متوسط - محاسباتی - استاندارد ۱ - صفحه ۳۷ - ۱۰۰۲)

پاسخ: گزینه ۱

راه نجات سریع

با محاسبه فشار وارد بر انتهای لوله و مساحت انتهای لوله به جواب می‌رسیم.

کلم اول

فشار انتهای لوله برابر است با اختلاف فشار هوا و فشار مایع؛ بنابراین داریم:

$$P_{\text{مایع}} = \frac{\rho h}{\rho_{\text{جیوه}}} = \frac{10/2 \times 40}{13/6} = 30\text{cmHg}$$

$$P_{\text{انتهای لوله}} = P_0 - P_{\text{مایع}} = 75 - 30 = 45\text{cmHg} \xrightarrow{\times 1360} P_{\text{انتهای لوله}} = 6120\text{Pa}$$

کلم آخر

حال نیروی وارد بر انتهای لوله را به‌دست می‌آوریم:

$$F = P \times A = P \times \left(\frac{\pi D^2}{4}\right) = 6120 \times \left(\frac{3 \times (0/02)^2}{4}\right) = 18/36\text{N}$$

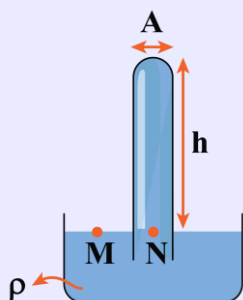
هرجایی در این فصل خواستید نیرو را محاسبه کنید، می‌تونید از رابطه $F = PA$ کمک بگیرید.



تبدیل سانتی‌متر جیوه به پاسکال در شرایطی که چگالی جیوه $\frac{13}{6} \frac{g}{cm^3}$ داده شود:

$$P_{cmHg} \times 1360 = P_{Pa}$$

گاهی طول لولهٔ بارومتر کوتاه است و مایع به سقف لوله می‌رسد. در این حالت، مایع به سقف لوله نیرو و فشار وارد می‌کند. فشار وارد بر سقف لوله برابر اختلاف فشار هوا و فشار ستون مایع است.



$$P_M = P_N \Rightarrow P_0 = P_{\text{مایع}} + P_{\text{سقف}}$$

$$\Rightarrow P_0 = \rho gh + P_{\text{سقف}}$$

$$\Rightarrow P_{\text{سقف}} = P_0 - \rho gh$$

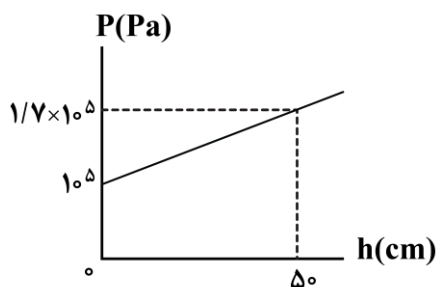
با ضرب کردن فشار وارد بر سقف لوله در مساحت آن، نیروی وارد بر سقف لوله به دست می‌آید:

$$F_{\text{سقف}} = P_{\text{سقف}} A$$



۴۹- شکل زیر، نمودار فشار درون یک مایع را بر حسب h نشان می‌دهد و h فاصله تا سطح آزاد مایع است. فشار پیمانه‌ای در عمق چند

سانتی‌متری این مایع، برابر $28kPa$ است؟ ($g = 10 \frac{N}{kg}$ و چگالی مایع ثابت فرض شود).



۱۰ (۱)

۲۰ (۲)

۱۰۰ (۳)

۲۰۰ (۴)

(آسان - محاسباتی - استاندارد) - صفحه ۳۴ - ۱۰۰۲

پاسخ: گزینه ۲

گام اول

با توجه به نمودار، فشار هوا برابر $P_0 = 10^5 Pa$ است و فشار در عمق 50 سانتی‌متری برابر $P = 1/7 \times 10^5 Pa$ می‌باشد؛ بنابراین:

$$P = P_0 + \rho gh \Rightarrow 1/7 \times 10^5 = 10^5 + \rho \times 10 \times 50 \Rightarrow \rho = 14000 \frac{kg}{m^3}$$

گام آخر

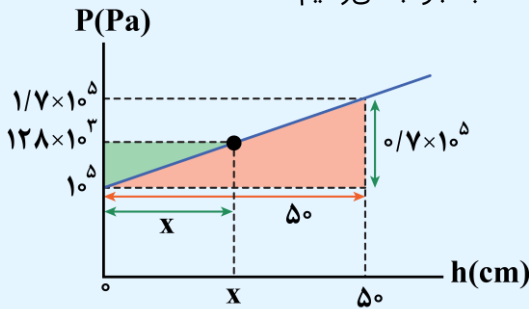
می‌خواهیم عمقی را پیدا کنیم که در آن فشار پیمانه‌ای، یعنی فشار حاصل از مایع $28000 Pa$ شود.

$$P = \rho gh \Rightarrow 28000 = 14000 \times 10 \times h \Rightarrow h = 0.2 m = 20 cm$$

مشابه این سؤال دو مرتبه در کنکور رشتهٔ ریاضی سال‌های ۱۴۰۲ و ۱۴۰۳ تکرار شده و از اهمیت بالایی برخوردار است. در تمامی سؤالات نموداری، مراقب یکای محورها باشید.

راهنمای زنگ‌بازی

شیب نمودار ثابت و برابر ρg است، پس با یک تناسب ساده و استفاده از مفهوم شیب خط به جواب می‌رسیم:



$$\frac{0/7 \times 10^5}{50} = \frac{28 \times 10^3}{x} \Rightarrow x = \frac{28 \times 10^3 \times 50}{70 \times 10^3} = 20 \text{ cm}$$

در ضمن تا عمق ۵۰ سانتی‌متری، فشار پیمانه‌ای برابر $1/7 \times 10^5 - 10^5 = 70000 \text{ Pa}$ است؛ پس فشار پیمانه‌ای در عمق کمتر از ۵۰ cm برابر با ۲۸۰۰۰ Pa می‌شود (رد گزینه‌های (۳) و (۴)).

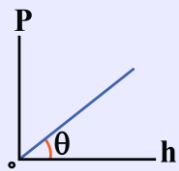


به اختلاف فشار کل و فشار هوای بیرون، فشار پیمانه‌ای می‌گویند:

$$P_{\text{پیمانه‌ای}} = P_{\text{کل}} - P_0$$

نمودارهای فشار

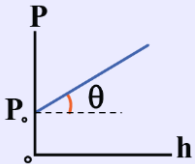
۱- نمودار فشار حاصل از مایع برحسب ارتفاع از سطح آزاد مایع:



$$P = \rho g h \Rightarrow \text{شیب} = \tan \theta = \rho g$$

↓
شیب

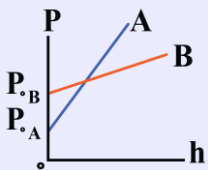
۲- نمودار فشار برحسب ارتفاع از سطح آزاد مایع:



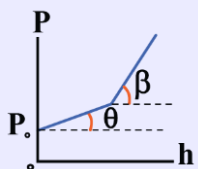
$$P = \rho g h + P_0 \Rightarrow \text{شیب} = \tan \theta = \rho g$$

↓ ↓
شیب عرض از مبدأ

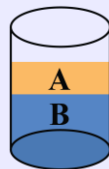
۳- مقایسه دو نمودار فشار برحسب ارتفاع از سطح آزاد مایع:



$$\Rightarrow \begin{cases} P_B > P_A \\ \rho_A > \rho_B \end{cases}$$



$$\tan \beta > \tan \theta$$



۴- نمودار فشار برحسب ارتفاع از سطح آزاد مایع دو مایع متفاوت:

مایع B زیر مایع A قرار دارد؛ پس چگالی آن بیشتر است؛ در نتیجه باید شیب نمودار در قسمت B از قسمت A بیشتر باشد.



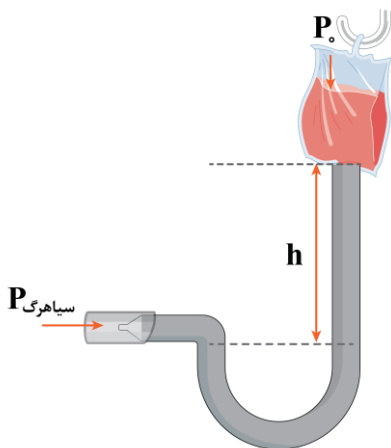
۵- در تزریق سرم، برای بیماری که فشار سیاهرگ او 102 kPa است، کیسه پلاستیکی حاوی محلول باید دستکم در ارتفاع ۱۰ سانتی‌متری و برای بیماری که فشار سیاهرگ او $102/25 \text{ kPa}$ است، کیسه باید دستکم در ارتفاع $12/5$ سانتی‌متری قرار گیرد. فشار هوای محیط چند کیلوپاسکال است؟

۱۰۲ (۴)

۱۰۱ (۳)

۱۰۰ (۲)

۹۹ (۱)



مطابق شکل، در تزریق سرم، فشار هوای محیط و فشار ستون محلول باید دست کم برابر با فشار سیاهرگ باشد؛ بنابراین:

$$P_{\text{سیاهرگ}} = P_0 + \rho gh \Rightarrow \begin{cases} P_1 = P_0 + \rho gh_1 \\ P_2 = P_0 + \rho gh_2 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \frac{P_1 - P_0}{P_2 - P_0} = \frac{\rho gh_1}{\rho gh_2} \Rightarrow \frac{102 - P_0}{102/25 - P_0} = \frac{4}{12/5}$$

$$\Rightarrow 5 \times 102 - 5P_0 = 4 \times 102/25 - 4P_0 \Rightarrow P_0 = 101 \text{ kPa}$$

اختلاف فشار در هر دو حالت را می نویسیم:

$$P_2 - P_1 = (\rho gh_2 + P_0) - (\rho gh_1 + P_0) = \rho g(h_2 - h_1)$$

$$102/25 \times 10^{-3} - 102 \times 10^{-3} = \rho g(12/5 - 10) \times 10^{-2}$$

$$\Rightarrow \rho g = 10^4$$

جایگذاری ρg در حالت اول:

$$P_1 = \rho gh_1 + P_0 \Rightarrow 102 \times 10^{-3} = (10^4 \times 10 \times 10^{-2}) + P_0$$

$$\Rightarrow P_0 = 102 \times 10^{-3} - 10^3 = 101 \times 10^{-3} = 101 \text{ kPa}$$

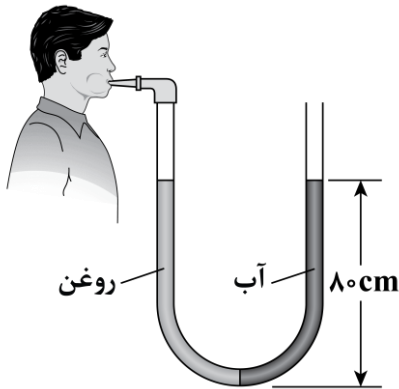
فشار سیاهرگ، برابر با مجموع فشار هوا و فشار مایع داخل کیسه است. با توجه به حالت اول که فشار سیاهرگ 102 kPa می باشد، می توان نتیجه گرفت فشار هوا قطعاً از 102 kPa کمتر است و گزینه (۴) در همان ابتدا رد می شود.

در روش اول و در کسر $\frac{\rho gh_1}{\rho gh_2}$ ، چون دو عبارت کاملاً یکسان بدون جمع و تفریق در صورت و مخرج کسر وجود دارد، نیازی به SI جایگذاری کردن کمیت ها نیست و کافایت کمیت های مشابه با یکای یکسان در صورت و مخرج کسر جایگذاری شوند.

ایده این سؤال از تمرین های کتاب درسی است. متأسفانه بین بچه های کنکوری این موضوع که کتاب درسی اهمیت ندارد خیلی باب شده که کاملاً موضوع اشتباهی است و مسائلی که در کتاب درسی مطرح شده از مهم ترین سؤالاتی هستند که باید بررسی شوند.

۵۱- مطابق شکل، لوله U شکلی را در نظر بگیرید که محتوی حجم مساوی از آب و روغن است. فشار پیمانه‌ای هوای درون ریه شخصی

که از شاخه سمت چپ لوله، درون آن دمیده چند پاسکال است؟ $(\rho_{\text{آب}} = 1 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}, \rho_{\text{روغن}} = 0.83 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}, g = 10 \frac{\text{N}}{\text{kg}})$



- (۱) ۱۳۶۰
- (۲) ۱۳۶۰
- (۳) ۵۶۰
- (۴) ۵۶۰

(آسان - محاسباتی - استاندارد) - صفحه ۳۸ - ۱۰۰۲

پاسخ: گزینه ۲

در مرز بین دو مایع، فشار از سمت چپ برابر با فشار از سمت راست است و همین نقطه را به عنوان نقطه هم تراز این مسئله در نظر می گیریم؛ بنابراین:

$$\begin{aligned} & \text{فشار پیمانه‌ای هوای درون ریه} \\ P_{\text{ریه}} + P_{\text{روغن}} &= P_0 + P_{\text{آب}} \Rightarrow P_{\text{ریه}} - P_0 = P_{\text{آب}} - P_{\text{روغن}} \\ \Rightarrow (P_g)_{\text{ریه}} &= \rho_{\text{آب}} gh_{\text{آب}} - \rho_{\text{روغن}} gh_{\text{روغن}} = 10^3 \times 10 \times 0.08 - 830 \times 10 \times 0.08 = 170 \times 8 = 1360 \text{ Pa} \end{aligned}$$

راهنمای مسیرت

این سؤال هم عیناً از سؤالات پایان فصل کتاب درسی است که مشابه آن در کنکور رشته ریاضی سال ۹۹ آمده بود. ممکن است پیدا کردن نقطه هم تراز در این مسئله کمی سخت به نظر بیاد، اما ساده تر از چیزی است که فکرش را بکنید.

راهنمای زنگ بازی

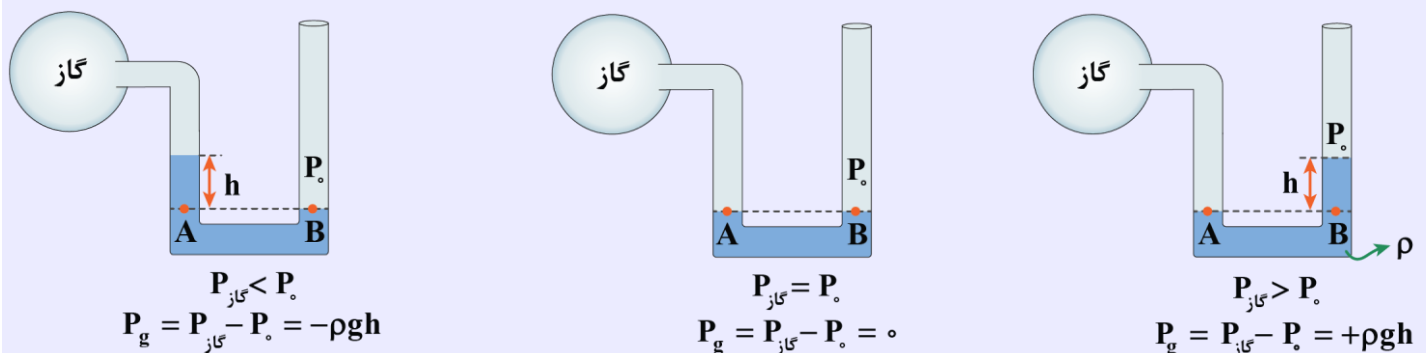
اگر ارتفاع یکسانی از آب و روغن داشته باشیم، فشار حاصل از ستون آب به دلیل این که چگالی بیشتری دارد از فشار حاصل از ستون روغن بیشتر است؛ پس فشار پیمانه‌ای هوای ریه باید مثبت باشد تا فشار در دو شاخه لوله U شکل برابر شود. پس گزینه‌های (۱) و (۳) رد می شوند.

فشار پیمانه‌ای

به اختلاف فشار مطلق (فشار یک نقطه از گاز یا مایع) با فشار هوا، فشار پیمانه‌ای گفته می شود و آن را با نماد P_g نمایش می دهند:

$$P_g = P_{\text{مطلق}} - P_0$$

با توجه به تعریف بالا، فشار پیمانه‌ای می تواند مثبت، منفی یا صفر باشد که در ادامه هر سه حالت را برای فشار پیمانه‌ای گاز در مانومتر بررسی می کنیم:



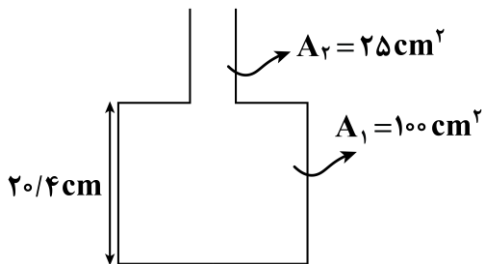
در تمام این سه شکل، از برابری فشار در نقاط A و B استفاده شده و فشار پیمانه‌ای گاز محبوس در مخزن به دست آمده است.



عددی که فشارسنج‌ها نشان می‌دهند، فشار پیمانه‌ای است، یعنی فشارسنج‌ها اختلاف فشار مطلق با فشار هوا را نشان می‌دهند، پس فشارسنج‌های پزشکی و صنعتی (مانومتر، بوردون و ...) فشار پیمانه‌ای را نشان می‌دهند (نه فشار مطلق را).



۵۲- در ظرف شکل زیر که مساحت مقطع قسمت‌های ضخیم و باریک آن به ترتیب $A_1 = 100 \text{ cm}^2$ و $A_2 = 25 \text{ cm}^2$ است، ابتدا 1700 cc آب می‌ریزیم. فشار در ته ظرف P_1 می‌شود. سپس، 680 cc جیوه به آن اضافه می‌کنیم. فشار در ته ظرف P_2 می‌شود. مقادیر P_1 و P_2 به ترتیب، از راست به چپ بر حسب سانتی‌متر جیوه مطابق با کدام گزینه هستند؟



$$(P_{\text{آب}} = 1 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}, \rho_{\text{جیوه}} = 13/6 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}, P_0 = 75 \text{ cmHg})$$

$$(1) \quad 83/8 \text{ و } 76/25$$

$$(2) \quad 83/7 \text{ و } 77/25$$

$$(3) \quad 93/25 \text{ و } 77/25$$

$$(4) \quad 93/25 \text{ و } 76/25$$

(سخت - استدلالی - زمان‌بر - صفحه ۳۴ - ۱۰۰۲)

پاسخ: گزینه ۱

گام اول

ارتفاع ستون آب برابر است با:

$$V = Ah \Rightarrow 1700 = 100 \times h_{\text{آب}} \Rightarrow h_{\text{آب}} = 17 \text{ cm}$$

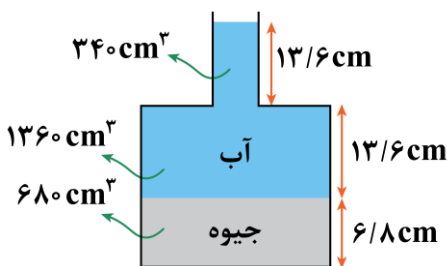
بنابراین فشار آب بر حسب cmHg برابر است با:

$$\rho_{\text{آب}} h_{\text{آب}} = \rho_{\text{جیوه}} h_{\text{جیوه}} \Rightarrow 17 \times 1 = 13/6 \times h_{\text{جیوه}} \Rightarrow h_{\text{جیوه}} = 1/25 \text{ cm}$$

$$\Rightarrow P_1 = P_0 + 17 \text{ cm (آب)} = 75 \text{ cmHg} + 1/25 \text{ cmHg} = 76/25 \text{ cmHg}$$

گام دوم

از آنجا که چگالی جیوه بیش‌تر از چگالی آب است؛ بنابراین با اضافه کردن جیوه، آب در بالا و جیوه در زیر قرار می‌گیرد. ستون جیوه و آب مطابق شکل زیر است.



$$\text{ارتفاع ستون جیوه} = \frac{680}{100} = 6/8 \text{ cm}$$

$$\text{حجم آب در ظرف پایین} = (20/4 - 6/8) \times 100 = 1360 \text{ cm}^3$$

$$\text{حجم آب در ظرف بالا} = 1700 - 1360 = 340 \text{ cm}^3$$

$$\text{ارتفاع ستون آب در ظرف بالا} = \frac{340}{25} = 13/6 \text{ cm}$$

$$\text{کل ارتفاع ستون آب} = 13/6 + 13/6 = 27/2 \text{ cm}$$

گام آخر

فشار ستون آب بر حسب cmHg برابر است با:

$$\rho_{\text{آب}} h_{\text{آب}} = \rho_{\text{جیوه}} h_{\text{جیوه}} \Rightarrow 1 \times 27/2 = 13/6 \times h_{\text{جیوه}} \Rightarrow h_{\text{جیوه}} = 2 \text{ cm}$$

$$\Rightarrow 27/2 \text{ cm (آب)} = 2 \text{ cmHg}$$

در نتیجه:

$$P_2 = P_0 + 27/2 \text{ cm (آب)} + 6/8 \text{ cmHg} = 75 \text{ cmHg} + 2 \text{ cmHg} + 6/8 \text{ cmHg}$$

$$\Rightarrow P_2 = 83/8 \text{ cmHg}$$

راهنمای مسیرت

محاسبه فشار در کف ظرف، پس از اضافه کردن مایع به ظرف از تیپ تست‌های معروف این فصل به حساب می‌آیند. حواستان به قسمت باریک‌تر ظرف باشد. هرچه سطح مقطع باریک‌تر باشد، با افزودن مایع، افزایش ارتفاع بیش‌تری مشاهده می‌شود.

سوتی‌های پرتکرار

اگر در نحوه قرارگیری مایع‌ها در ظرف بی‌دقتی کنید و در نظر بگیرید که جیوه روی آب قرار می‌گیرد به گزینه (۴) می‌رسید.

راهنمای زنگ‌بازی

با حجم مایع‌ها سر و کار داریم، پس با محاسبه حجم قسمت پهن‌تر ظرف و اختلاف آن با مجموع حجم مایع‌ها می‌توان حجم مایعی که در قسمت باریک‌تر ظرف قرار دارد را محاسبه کنیم:

$$\text{حجم قسمت پهن ظرف: } V_{\text{پهن}} = A_{\text{پهن}} \times h = 100 \times 20 / 4 = 2040 \text{ cm}^3$$

$$\text{مجموع حجم مایع‌ها: } V_{\text{آب}} + V_{\text{جیوه}} = 1700 + 680 = 2380 \text{ cc} = 2380 \text{ cm}^3$$

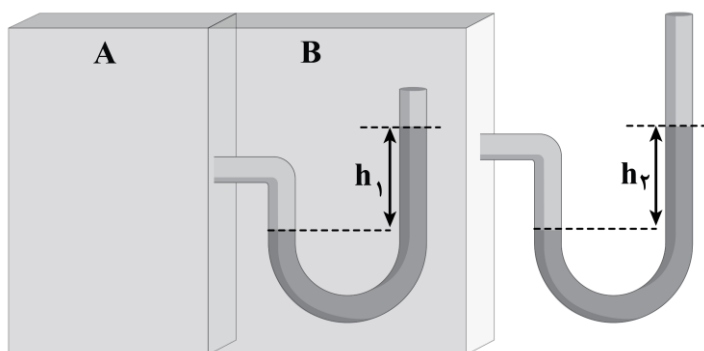
$$\text{حجم مایع در قسمت باریک: } 2380 - 2040 = 340 \text{ cm}^3$$

آب روی جیوه قرار می‌گیرد؛ پس 340 cm^3 آب در قسمت باریک لوله قرار دارد.



۵۳- در شکل زیر، در هر دو لوله مایع یکسانی وجود دارد. اگر فشار مخزن B، ۲۰ درصد کم‌تر از فشار مخزن A و ۲۰ درصد بیش‌تر از

فشار هوای محیط باشد، $\frac{h_1}{h_2}$ کدام است؟



(۱) ۱

(۲) ۱/۲

(۳) ۱/۴

(۴) ۱/۵

(متوسط - استدلالی - استاندارد) (صفحه ۳۸ - ۱۰۰۲)

پاسخ: گزینه ۴

با توجه به داده‌های سؤال داریم:

$$\begin{cases} P_B = 0.8 P_A \\ P_B = 1.2 P_0 \end{cases} \Rightarrow 0.8 P_A = 1.2 P_0 \Rightarrow P_A = 1.5 P_0 \quad (I)$$

طبق نقاط هم‌تراز داریم:

$$\begin{cases} P_A = P_B + \rho g h_1 \\ P_B = P_0 + \rho g h_2 \end{cases} \xrightarrow{(I)} \begin{cases} 1.5 P_0 = 1.2 P_0 + \rho g h_1 \\ 1.2 P_0 = P_0 + \rho g h_2 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 0.3 P_0 = \rho g h_1 \\ 0.2 P_0 = \rho g h_2 \end{cases} \Rightarrow \frac{h_1}{h_2} = \frac{0.3}{0.2} = 1.5$$

راهنمای مسیرت

ما به این مسئله می‌گوییم، مانومترهای تو در تو و باز هم از مسائل جذاب پایان فصل کتاب درسی. هر سال احتمال حضور سؤال از مانومترهای تو در تو در کنکور می‌رود.

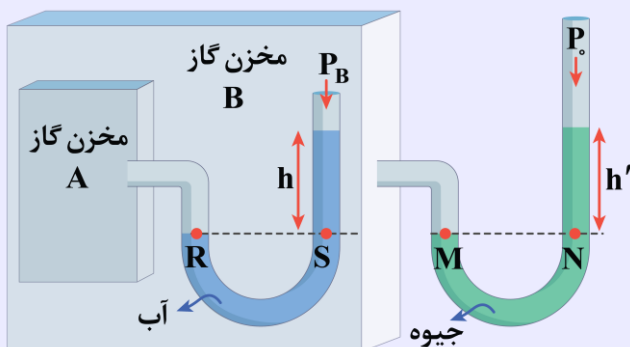
جرقه ذهنی

با توجه به نسبت درصدی بیان شده درباره فشار مخزن‌ها، می‌توانیم فشار مخزن A را برابر با ۳۷۵، مخزن B را برابر با ۳۰۰ و فشار هوای بیرون را برابر با ۲۵۰ در نظر بگیریم. در این صورت برای لوله U شکل خارجی، فشار ارتفاع h_2 از مایع برابر با ۵۰ و برای لوله U شکل داخلی فشار h_1 از مایع برابر با ۷۵ می‌شود. چگالی مایع‌ها با هم برابر است؛ پس:

$$\frac{P_1}{P_2} = \frac{h_1}{h_2} \Rightarrow \frac{75}{50} = \frac{3}{2}$$

مانومترهای تودرتو

برای حل سؤالات مربوط به مانومترهای تودرتو، کافی است به‌طور جداگانه برای هر کدام از لوله‌های U شکل، دو نقطه هم‌تراز پیدا کرده و فشار آن‌ها را برابر هم قرار دهیم. حال با حل دو معادله حاصل از نقاط هم‌تراز، مجهول مسئله را به‌دست می‌آوریم.



معادله مربوط به لوله U شکل خارجی: $P_M = P_N \Rightarrow P_B = \rho_{\text{جیوه}} g h' + P_0$ (۱)

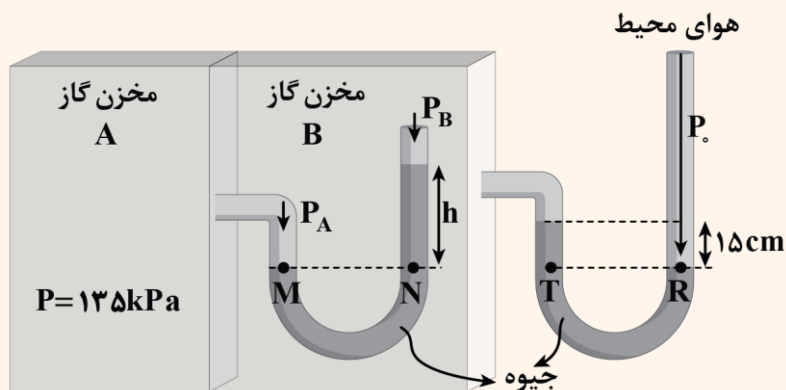
معادله مربوط به لوله U شکل داخلی: $P_R = P_S \Rightarrow P_A = \rho_{\text{آب}} g h + P_B$ (۲)

حال کافی است P_B را از معادله (۱) به‌دست آورده و در معادله (۲) قرار دهیم تا مجهول مسئله محاسبه شود.

یه نمونه باحال

در شکل زیر، جیوه در هر دو لوله در حال تعادل است. ارتفاع h چند سانتی‌متر است؟

$$(P_0 = 101 \text{ kPa}, \rho_{\text{جیوه}} = 13600 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}, g = 10 \frac{\text{N}}{\text{kg}})$$



$$P_M = P_N \Rightarrow P_A = P_B + \rho_{\text{جیوه}} gh \quad (۱)$$

$$P_T = P_R \Rightarrow P_B + \rho_{\text{جیوه}} g \times \frac{۱۵}{۱۰۰} = P_0 \quad (۲)$$

$$\xrightarrow{(۱)-(۲)} P_A - P_0 = \rho_{\text{جیوه}} gh - \rho_{\text{جیوه}} g \times \frac{۱۵}{۱۰۰}$$

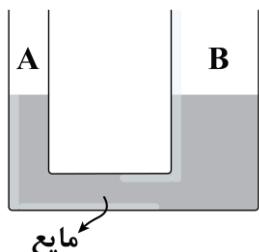
$$\Rightarrow ۱۳۵۰۰۰ - ۱۰۱۰۰۰ = ۱۳۶۰۰ \times ۱۰ \times (h - \frac{۱۵}{۱۰۰})$$

$$\Rightarrow h - \frac{۱۵}{۱۰۰} = \frac{۱}{۴} = \frac{۲۵}{۱۰۰} \Rightarrow h = \frac{۴۰}{۱۰۰} \text{ m} \Rightarrow h = ۴۰ \text{ cm}$$



۵۴- در شکل زیر، قطر شاخه A نصف قطر شاخه B است. اگر شاخه A را به یک مخزن گاز وصل کنیم، مایع در شاخه A به اندازه ۸cm

پایین می‌رود. فشار مخزن گاز چند کیلوپاسکال است؟ ($P_0 = ۱۰۰ \text{ kPa}$, $\rho_{\text{مایع}} = ۲ \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}$, $g = ۱۰ \frac{\text{N}}{\text{kg}}$)



۹۸ (۱)

۹۹ (۲)

۱۰۲ (۳)

۱۰۱ (۴)

(سخت - استدلالی - زمان‌بر) - صفحه ۳۵ - ۱۰۰۲

پاسخ: گزینه ۳

کام‌اول

از آنجایی که حجم مایع جابه‌جاشده در دو لوله یکسان است، ارتفاع مایع بالاآمده در لوله B را می‌یابیم:

$$V_A = V_B \xrightarrow{V=A\Delta h} A_A \Delta h_A = A_B \Delta h_B \xrightarrow{A=\frac{\pi D^2}{4}} D_A^2 \Delta h_A = D_B^2 \Delta h_B$$

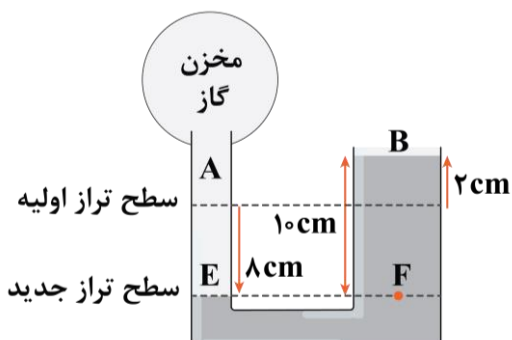
$$\xrightarrow{D_A = \frac{1}{2} D_B} \frac{1}{4} D_B^2 \Delta h_A = D_B^2 \Delta h_B \Rightarrow \Delta h_B = \frac{1}{4} \Delta h_A \xrightarrow{\Delta h_A = ۸ \text{ cm}} \Delta h_B = \frac{1}{4} \times ۸ = ۲ \text{ cm}$$

آنچه گذشت...

^{2} (نسبت قطر یا شعاع) = نسبت مساحت

کام‌آفر

شکلی از وضعیت نهایی مسئله ترسیم می‌کنیم:



طبق اصل برابری فشار در نقاط هم‌تراز یک مایع داریم:

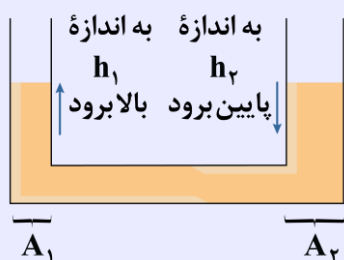
$$P_E = P_F \Rightarrow P_{\text{مخزن گاز}} = P_{\text{مایع}} + P_0 = \rho gh + P_0$$

$$\Rightarrow P_{\text{مخزن گاز}} = ۲۰۰۰ \times ۱۰ \times ۰/۱ + ۱۰۰۰۰۰ = ۱۰۲۰۰۰ \text{ Pa} = ۱۰۲ \text{ kPa}$$

در مسائلی که قاره وضعیت مایع در لوله U شکل تغییر بکند، مهم‌ترین اصل، رسم شکلی صحیح از وضعیت جدید مایع‌ها در لوله U شکل است.

جابه‌جایی مایع در لوله U شکل

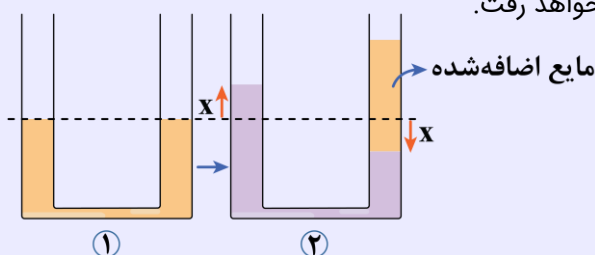
اگر در یکی از شاخه‌های یک لوله U شکل، مقداری از یک مایع اضافه کنیم، مایع زیرین در آن شاخه مقداری پایین‌تر رفته و در شاخه مقابل مقداری به بالا جابه‌جا خواهد شد. در این شرایط در حالت کلی، حجمی از مایع زیرین که در یک شاخه به پایین جابه‌جا می‌شود با حجمی از آن که در شاخه مقابل به بالا جابه‌جا می‌شود، برابر است.



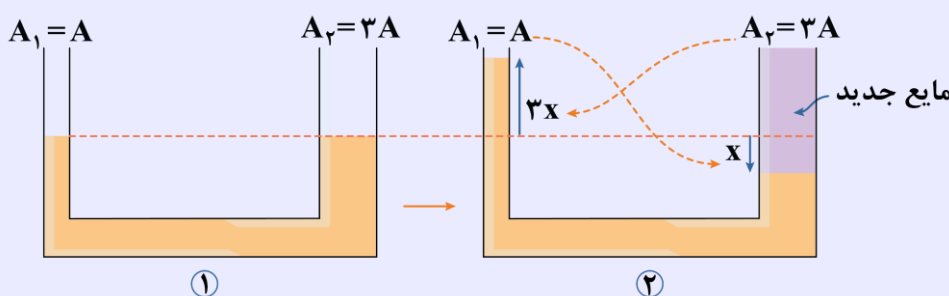
$$\Delta V_1 = \Delta V_2 \Rightarrow A_1 h_1 = A_2 h_2 \Rightarrow \frac{h_2}{h_1} = \frac{A_1}{A_2}$$

اکنون دو حالت می‌توان در نظر گرفت:

۱- اگر سطح مقطع دو شاخه برابر باشد، ارتفاع مایع جابه‌جاشده در دو شاخه نیز برابر خواهد شد؛ بنابراین در این شرایط اگر مایع زیرین در یک شاخه به‌عنوان مثال ۵cm به پایین حرکت کند، در شاخه مقابل، ۵cm به بالا خواهد رفت.

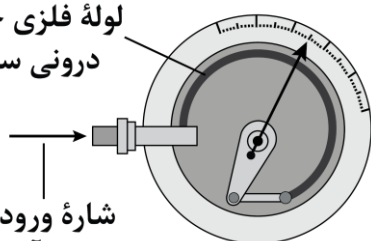


۲- اگر سطح مقطع دو شاخه برابر نباشد، ارتفاع مایع جابه‌جاشده در دو شاخه نیز برابر نخواهد بود. در این حالت، با توجه به ثابت بودن حجم مایع جابه‌جاشده، می‌توان نشان داد که ارتفاع مایع جابه‌جاشده به نسبت معکوس سطح مقطع‌ها خواهد بود. به مثال زیر دقت کنید:



۵۵- شکل زیر، یک را نشان می‌دهد که فشار را اندازه می‌گیرد.

لوله فلزی خمیده که با افزایش فشار درونی سعی به باز شدن می‌کند.



شماره ورودی که می‌خواهیم فشار آن را اندازه بگیریم.

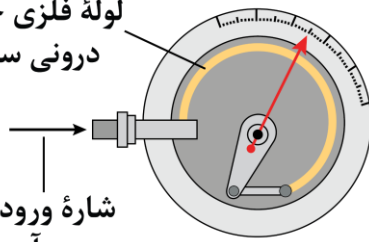
(۱) بارومتر - پیمانه‌ای

(۲) بارومتر - مطلق

(۳) فشارسنج بوردون - پیمانه‌ای

(۴) فشارسنج بوردون - مطلق

لوله فلزی خمیده که با افزایش فشار درونی سعی به باز شدن می‌کند.



شماره ورودی که می‌خواهیم فشار آن را اندازه بگیریم.

بسیاری از فشارسنج‌ها برای اندازه‌گیری فشار یک شاره، از یک لوله خمیده یک سر بسته و قابل انعطاف استفاده می‌کنند (شکل مقابل). انتهای این لوله به عقربه‌ای متصل است که فشار را روی صفحه‌ای مدرج نشان می‌دهد. تغییر فشار پیمانه‌ای شماره درون لوله سبب تغییر شکل لوله و در نتیجه حرکت عقربه روی صفحه مدرج می‌شود. این فشارسنج‌ها که به فشارسنج **بوردون** شناخته می‌شوند معمولاً برای اندازه‌گیری فشار در مخزن‌های گاز و همچنین اندازه‌گیری فشار باد لاستیک وسیله‌های نقلیه به کار می‌روند.



۵۶- مطابق شکل زیر، توپی بادی بر روی آب شناور و در حال تعادل است. کدامیک از عبارات‌های زیر صحیح است؟



- (۱) نیروی شناوری هم‌اندازه با وزن توپ است و به سمت بالا به آن وارد می‌شود.
- (۲) نیروی شناوری هم‌اندازه با وزن توپ است و به سمت پایین به آن وارد می‌شود.
- (۳) نیروی شناوری بزرگ‌تر از وزن توپ است و به سمت بالا به آن وارد می‌شود.
- (۴) نیروی شناوری بزرگ‌تر از وزن توپ است و به سمت پایین به آن وارد می‌شود.

نیروی شناوری به سمت بالا به توپ وارد می‌شود (رد گزینه‌های (۲) و (۴)). با توجه به تعادل توپ در سطح آب، نیروی شناوری باید هم‌اندازه وزن توپ باشد تا نیروی خالص وارد بر توپ صفر شود و توپ ساکن بماند (رد گزینه (۳)).

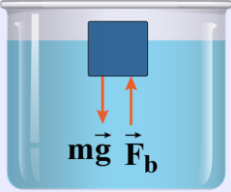
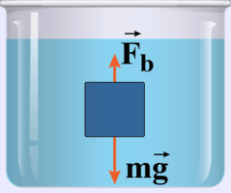
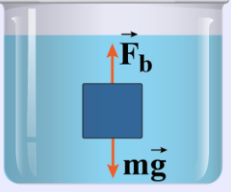
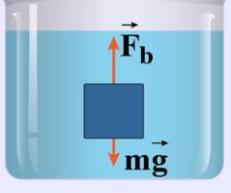
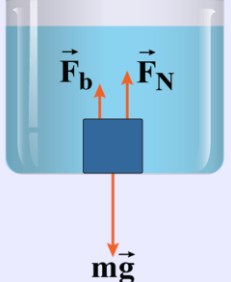


نکته

نیروی شناوری همواره به سمت بالا به اجسام وارد می‌شود.

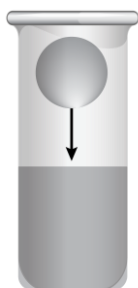
در بحث شناوری جسم درون شاره (مایع یا گاز) دو موضوع مهم است

- ۱- تشخیص نحوه قرارگرفتن جسم توسط مقایسه چگالی جسم و شاره.
- ۲- مقایسه نیروی شناوری و وزن مایع در هر حالت. این دو موضوع را در ۵ حالت می‌توانید در جدول زیر ببینید:

وضعیت جسم	توضیح نحوه قرارگیری جسم	مقایسه نیروی وزن و نیروی شناوری	مقایسه چگالی‌ها	شکل
شناوری	بخشی از جسم درون مایع و بخشی بیرون مایع است.	$F_b = mg$	$\rho_{\text{شاره}} < \rho_{\text{جسم}}$	
پایین رفتن	تمام جسم درون مایع است و جسم در حال پایین رفتن است.	$F_b < mg$	$\rho_{\text{شاره}} > \rho_{\text{جسم}}$	
غوطه‌وری	تمام جسم درون مایع است و جسم در میان مایع ساکن است.	$F_b = mg$	$\rho_{\text{شاره}} = \rho_{\text{جسم}}$	
بالا رفتن	تمام جسم درون مایع است و جسم در حال حرکت به سمت بالا است.	$F_b > mg$	$\rho_{\text{شاره}} < \rho_{\text{جسم}}$	
ته‌نشینی	جسم در تماس با کف ظرف است.	$F_b = mg - F_N \Rightarrow F_b < mg$	$\rho_{\text{شاره}} > \rho_{\text{جسم}}$	



- ۵۷- مطابق شکل زیر، یک گوی یک کیلوگرمی به شعاع ۵cm را به آرامی درون یک ظرف آب استوانه‌ای می‌اندازیم. اگر گوی به‌طور کامل در آب فرو رود و به تعادل برسد، نیرویی که از طرف آب بر کف ظرف وارد می‌شود چند نیوتون افزایش می‌یابد؟



$$(g = 10 \frac{m}{s^2}, \rho_{\text{آب}} = 1 \frac{g}{cm^3}, \pi \approx 3)$$

۱) صفر

۲) ۵

۳) ۱۰

۴) ۵۰۰۰

راه نجات سریع

افزایش حجم پس از غوطه‌وری گوی در آب را به دست می‌آوریم و با رابطه $\Delta F = \rho g \Delta h \cdot A$ به جواب می‌رسیم.

گام اول

محاسبه تغییر ارتفاع ستون آب:

تغییر حجم آب برابر با حجم گوی است؛ بنابراین:

$$\Delta V = \frac{4}{3} \pi r^3 = \frac{4}{3} \times 3 \times 5^3 = 500 \text{ cm}^3 = 500 \times 10^{-6} \text{ m}^3$$

$$\Delta V = A \cdot \Delta h \Rightarrow 500 \times 10^{-6} = A \cdot \Delta h \Rightarrow \Delta h = \frac{500}{A} \times 10^{-6}$$

گام آخر

نیروی مایع بر کف ظرف برابر است با:

$$F = P \cdot A \Rightarrow \Delta F = \Delta P \cdot A = \rho g \Delta h \cdot A$$

$$\Rightarrow \Delta F = 1000 \times 10 \times \frac{500 \times 10^{-6}}{A} \times A = 5 \text{ N}$$

توجه!

کسی بود که به گزینه (۱) شک کنه؟!

راهنمای مسیرت

در سؤالات قبلی هم گفتیم اما به دلیل اهمیت بالای موضوع دوباره تکرار می‌کنیم که هرگاه در سؤالات، مقدار نیرو را خواستید به دست بیاورید، از رابطه $F = PA$ کمک بگیرید.

جرعه ذهنی

گوی در آب غوطه‌ور شده است؛ پس چگالی گوی برابر با چگالی آب است.

$$\rho_{\text{گوی}} = \rho_{\text{آب}} = 1 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}$$

حجم گوی را محاسبه کنید تا جرم گوی به دست آید:

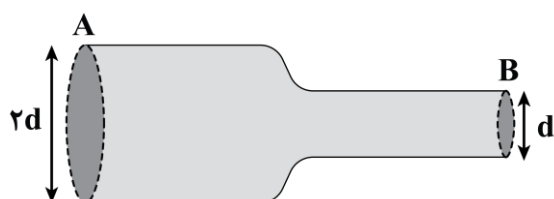
$$m = \rho V = \rho \times \frac{4}{3} \pi r^3 = 1 \times \frac{4}{3} \times 3 \times 5^3 = 500 \text{ g}$$

می‌توان در نظر گرفت به جای گوی، ۵۰۰ g آب به ظرف اضافه شده؛ پس برابر با وزن گوی به نیروی کف ظرف اضافه می‌شود:

$$W = mg \xrightarrow{m=500/1000 \text{ kg}} 5 \times 10 = 5 \text{ N}$$



۵۸- با توجه به شکل زیر، شاره در لوله در حال حرکت است. اگر تندی شاره در مقطع A، $2 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ باشد، کدام گزینه صحیح است؟



$$v_B = 4 \frac{\text{m}}{\text{s}}, P_A > P_B \quad (1)$$

$$v_B = 8 \frac{\text{m}}{\text{s}}, P_A < P_B \quad (2)$$

$$v_B = 8 \frac{\text{m}}{\text{s}}, P_A > P_B \quad (3)$$

$$v_B = 4 \frac{\text{m}}{\text{s}}, P_A < P_B \quad (4)$$

گام اول

با توجه به اصل برنولی، هرگاه تندی شاره افزایش یابد، فشار شاره کاهش می‌یابد. مساحت مقطع A ، بزرگ‌تر از مساحت مقطع B است، در نتیجه تندی شاره در مقطع B بیش‌تر از تندی شاره در مقطع A است؛ بنابراین فشار شاره در مقطع A ، بیش‌تر از فشار شاره در مقطع B است.

$$P_A > P_B$$

گام آخر

حال به کمک معادله پیوستگی می‌توانیم تندی شاره در مقطع B را به دست بیاوریم:

$$A_A v_A = A_B v_B \xrightarrow[A=\frac{\pi D^2}{4}]{D=\text{قطر}} D_A^2 \times v_A = D_B^2 \times v_B$$

$$\Rightarrow (2d)^2 \times v = d^2 \times v_B \Rightarrow 4d^2 \times v = d^2 \times v_B \Rightarrow v_B = 4 \frac{m}{s}$$

سوتی‌های پرتکرار

اصل برنولی اشاره به تغییر فشار با تغییر تندی شاره دارد و معادله پیوستگی رابطه بین تندی شاره و مساحت مقطع لوله را بیان می‌کند. این دو موضوع را به اشتباه جابه‌جا در نظر نگیرید.

سوتی‌های پرتکرار

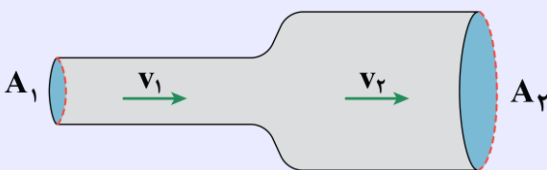
اگر حواستان نبود که طبق معادله پیوستگی، مساحت مقطع لوله‌ها با سرعت شاره رابطه عکس دارد و همان نسبت قطر‌ها که در شکل آمده بود را در نظر می‌گرفتید به گزینه غلط (۱) می‌رسیدید.

نکته

در معادله پیوستگی نیز به SI جایگذاری کردن کمیت‌ها نیازی نیست و کافی است یکای کمیت‌های مشابه یکسان باشند.

معادله پیوستگی و اصل برنولی

فرض کنید درون یک لوله، جریانی پایا از آب وجود دارد. نکات زیر در مورد این جریان را به خاطر بسپارید.



۱- آهنگ شارش حجمی جریان آب در لوله همواره ثابت است.

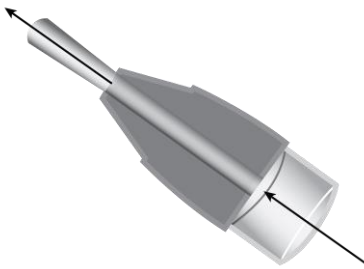
معادله پیوستگی $A_1 v_1 = A_2 v_2 \Rightarrow$ ثابت: $Av =$ آهنگ شارش حجمی

۲- مطابق رابطه فوق، تندی حرکت آب در لوله با سطح مقطع لوله رابطه عکس دارد؛ بنابراین در شکل بالا $v_1 > v_2$ است.

۳- مطابق اصل برنولی، در یک شاره در حال حرکت، افزایش تندی حرکت شاره باعث کاهش فشار در آن می‌شود؛ بنابراین در قسمت‌هایی از لوله که سطح مقطع کم‌تر است، تندی جریان زیاد و فشار کم خواهد بود.



۵۹- شکل زیر، نمایی از یک شیر بسته شده به انتهای یک لوله آتش نشانی را نشان می دهد. شعاع قسمت ورودی شیر $8/5 \text{ cm}$ و شعاع قسمت خروجی شیر $2/5 \text{ cm}$ است. با استفاده از این شیر، تندی خروج آب و آهنگ شارش حجمی خروج آب از لوله آتش نشانی به ترتیب از راست به چپ چند برابر می شود؟



- (۱) $3/4$ و ۱
- (۲) $3/4$ و $3/4$
- (۳) $11/56$ و ۱
- (۴) $11/56$ و $11/56$

(متوسط - محاسباتی - استاندارد) (صفحه ۴۵ - ۱۰۰۲)

پاسخ: گزینه ۳

طبق معادله پیوستگی داریم:

$$A_1 v_1 = A_2 v_2 \Rightarrow \pi r_1^2 v_1 = \pi r_2^2 v_2 \Rightarrow \frac{v_2}{v_1} = \left(\frac{r_1}{r_2}\right)^2 = \left(\frac{8/5}{2/5}\right)^2 = 11/56$$

از طرفی، آهنگ شارش حجمی یک شاره برابر Av است؛ بنابراین طبق معادله پیوستگی، آهنگ شارش حجمی ورودی و خروجی شیر باهم برابر است (رد گزینه های (۲) و (۴)).

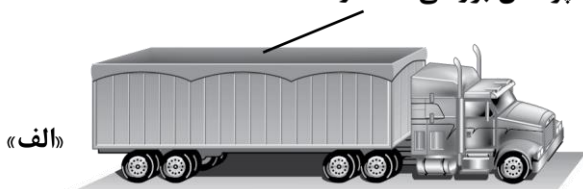
راهنمای زنگ بازی

گزینه های (۲) و (۴) پُر، چون آهنگ شارش حجمی شاره در قسمت های مختلف لوله تغییر نمی کند. برویم سر وقت تندی خروج آب. می توان تقریبی به جواب رسید. شعاع خروجی لوله حدوداً کمی کمتر از $\frac{1}{3}$ برابر شعاع ورودی است، پس مساحت خروجی حدوداً $\frac{1}{9}$ برابر شده و تندی خروجی آب بیش از ۹ برابر می شود. پس امکان ندارد گزینه (۱) پاسخ مسئله باشد.



۶۰- در کدام یک از شکل های زیر کامیون در حال حرکت است و این موضوع با استفاده از چه اصلی توضیح داده می شود؟ (وزش باد رخ نمی دهد).

- (۱) «الف»، پیوستگی
- (۲) «الف»، برنولی
- (۳) «ب»، پیوستگی
- (۴) «ب»، برنولی



(آسان - مفهومی - سریع) (صفحه ۴۶ - ۱۰۰۲)

پاسخ: گزینه ۴

در شکل «ب» کامیون در حال حرکت است. با حرکت کامیون، هوای بالای آن با سرعت حرکت کرده و طبق اصل برنولی، فشار آن کاهش می یابد. این کاهش فشار باعث می شود فشار هوای داخل کامیون بیش تر از فشار هوای بیرون شود و پوشش برزنتی پف کند.

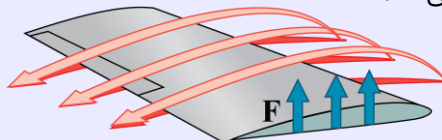
راهنمای مسیرت

در سؤالات قبلی گفتیم تفاوت معادله پیوستگی و اصل برنولی را بدانید و باهم قاطی نکنید! امیدواریم در این تست چوب این مورد را نخورده باشید. هرچند اینجا چوبش را بخورید بهتر از آن است که سر جلسه کنکور سوتی بدهید.

کاربردهایی از اصل برنولی

۱- ایجاد نیروی بالابری به بال‌های هواپیما

نحوه ساختن بال‌های هواپیما به نحوی است که تندی هوا در بالای بال، بیشتر از زیر آن است و در نتیجه فشار هوای بالای بال، کمتر از فشار هوای زیر آن است، به همین دلیل نیروی خالصی به بال هواپیما وارد می‌شود که البته این نیروی بالابر که براساس اصل برنولی ایجاد می‌شود بخش کوچکی از نیروی بالابر هواپیما را تأمین می‌کند.



۲- وقتی یک ورقه کاغذ را جلوی دهانتان می‌گیرید و در سطح بالایی آن می‌دمید، تندی جریان هوا در بالای کاغذ بیشتر از زیر آن خواهد شد و با توجه به اصل برنولی فشار هوا در بالای کاغذ، کمتر از زیر آن شده و یک نیرویی به سمت بالا به کاغذ وارد می‌شود و آن را به سمت بالا حرکت می‌دهد.



۳- وقتی کامیون در حال حرکت است، فشار هوای روی پوشش برزنتی کاهش می‌یابد و در نتیجه هوای زیر پوشش برزنتی که فشار بیشتری دارد سبب پف کردن پوشش برزنتی به طرف بالا می‌شود.

پوشش برزنتی، صاف و تخت است.



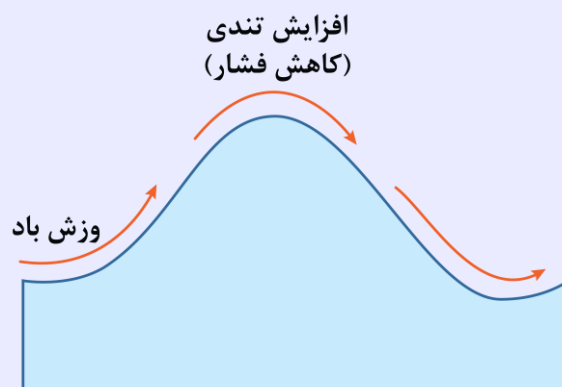
کامیون در حال توقف

پوشش برزنتی، پف کرده است.

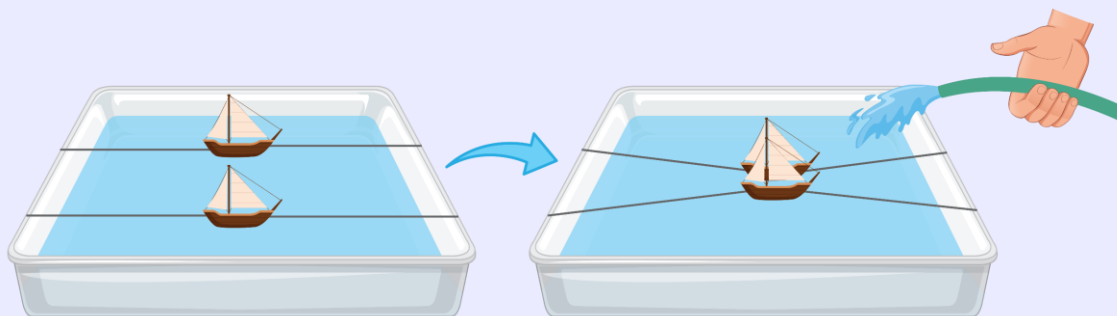


کامیون در حال حرکت

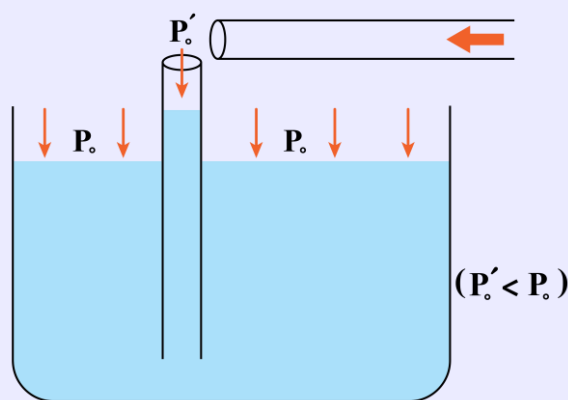
۴- در روزهایی که باد می‌وزد، به دلیل افزایش تندی جریان هوای سطح آب، فشار هوای سطح آب کاهش و در نتیجه ارتفاع موج‌های دریا یا اقیانوس بالاتر از ارتفاع میانگین می‌شود.



۵- مطابق شکل زیر، اگر جریان آبی را بین دو قایق اسباب‌بازی برقرار کنیم، فشار ناشی از آب در بین دو قایق کاهش یافته و فشار دو طرف قایق‌ها، سبب می‌شود که قایق‌ها به طرف هم کشیده شوند.



۶- مطابق شکل زیر، یک نی نوشابه را به طور عمودی درون ظرفی محتوی آب قرار داده‌ایم به طوری که ته نی با کف ظرف آب در تماس نباشد. اگر درون یک نی افقی به گونه‌ای بدمیم که جریان هوای خروجی درست از بالای سر نی عمودی بگذرد، تندی هوای بالای نی عمودی افزایش یافته و در نتیجه فشار هوای بالای نی عمودی کاهش می‌یابد و در نتیجه آب درون نی قائم بالا می‌رود.



فیزیک یازدهم (بخش انتخابی)

۶۱- کدام یک از عبارت‌های زیر، توصیف درستی از مواد پارامغناطیس است؟

- ۱) اتم‌های سازنده آن‌ها به طور ذاتی خاصیت مغناطیسی دارند و اورانیم نمونه‌ای از آن‌هاست.
- ۲) اتم‌های سازنده آن‌ها به طور ذاتی خاصیت مغناطیسی دارند و سرب نمونه‌ای از آن‌هاست.
- ۳) اتم‌های سازنده آن‌ها به طور ذاتی فاقد خاصیت مغناطیسی هستند و اورانیم نمونه‌ای از آن‌هاست.
- ۴) اتم‌های سازنده آن‌ها به طور ذاتی فاقد خاصیت مغناطیسی هستند و سرب نمونه‌ای از آن‌هاست.

(آسان - خط‌به‌خط - سریع) - صفحه ۱۰۲ - ۱۱۰۳

پاسخ: گزینه ۱

اتم‌های مواد پارامغناطیس خاصیت مغناطیسی ذاتی دارند، درحالی‌که اتم‌های مواد دیامغناطیس فاقد خاصیت مغناطیسی ذاتی هستند. اورانیم، آلومینیم و پلاتین نمونه‌هایی از مواد پارامغناطیس هستند.

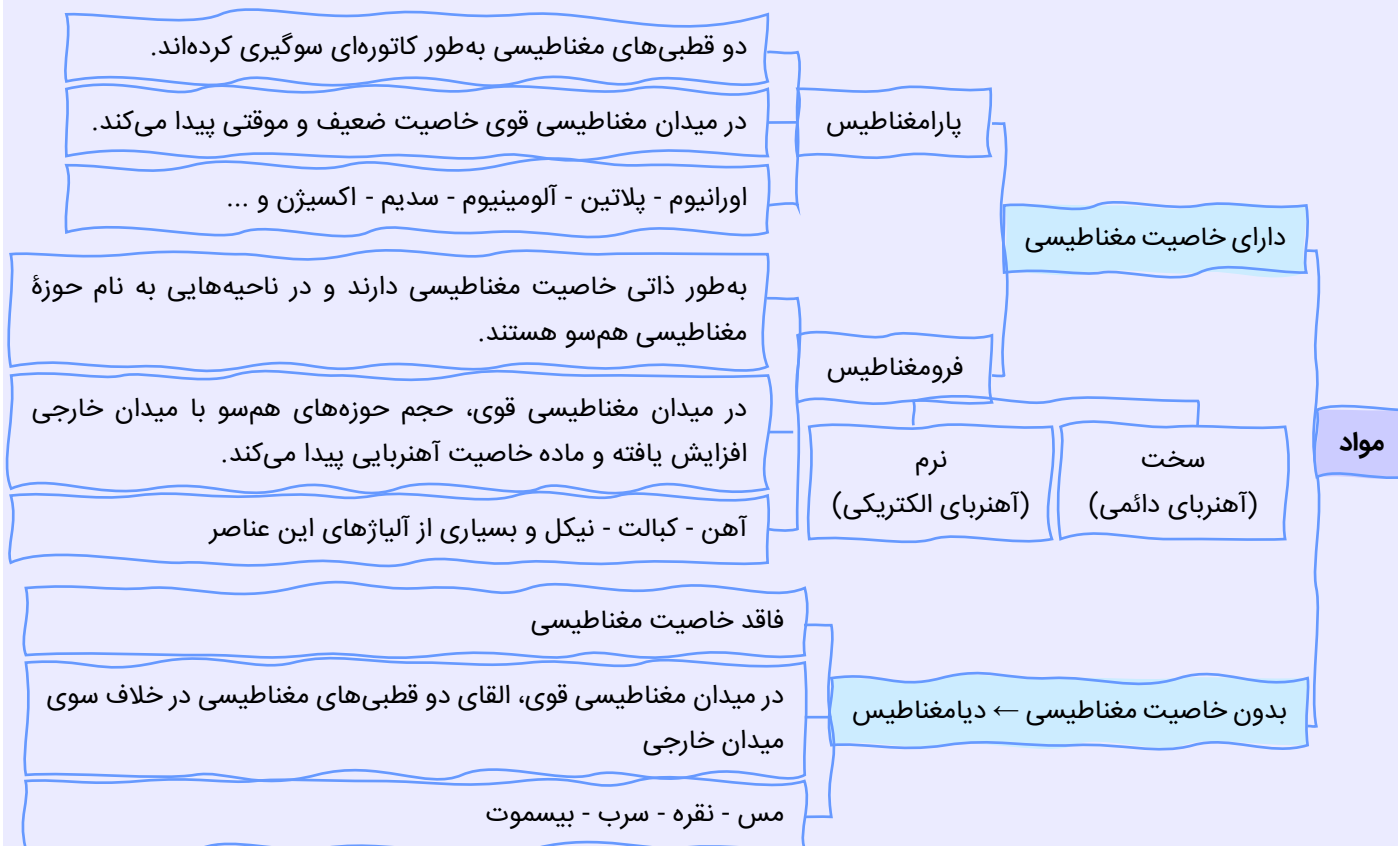
راهنمای مسیرت

مواد مغناطیسی از مهم‌ترین بخش‌های حفظی فیزیک یازدهم به حساب می‌آیند که برخلاف تصورات، طراح‌های کنکور هم حسابی بهش علاقه نشون دادن و اهمیت این مبحث برای امتحان نهایی نیز دوچندان می‌شود.



ویژگی‌های مغناطیسی مواد

مواد مغناطیسی: موادی که ذرات سازنده آن‌ها خاصیت مغناطیسی داشته باشند.



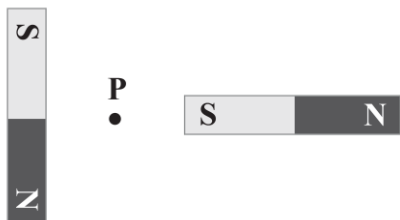
نکات

۱- برای خاصیت آهنربایی هر ماده فرومغناطیس، مقدار اشباع وجود دارد.

۲- در فرومغناطیس نرم برخلاف فرومغناطیس سخت، حوزه‌های مغناطیسی به سهولت تغییر می‌کنند (دراثر حضور و حذف میدان خارجی).



۶۲- مطابق شکل زیر، دو آهنربای کاملاً مشابه، یکی افقی و دیگری به صورت عمودی در کنار هم قرار دارند. جهت میدان مغناطیسی خالص، در نقطه P وسط فاصله بین این دو آهنربا به کدام سمت است؟



- (۱) →
- (۲) ↗
- (۳) ↘
- (۴) ↑

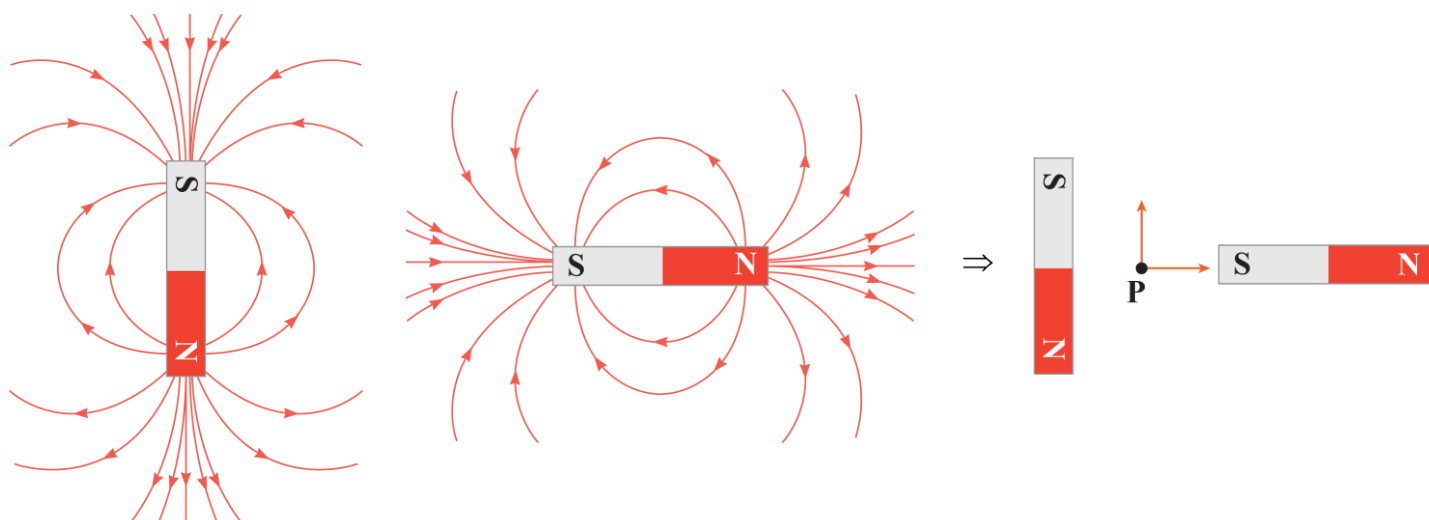
(آسان - مفهومی - سریع ۶ - صفحه ۸۶ - ۱۱۰۳)

پاسخ: گزینه ۲

راه نجات سریع

بردار میدان مغناطیسی هر آهنربا را به طور مجزا در نقطه P مشخص کرده و برابند این دو بردار را رسم می‌کنیم.

با توجه به خطوط میدان مغناطیسی اطراف یک آهنربای میله‌ای، همان‌طور که در شکل نشان داده شده، میدان مغناطیسی آهنربای افقی در نقطه P به سمت راست و میدان آهنربای عمودی به سمت بالا است. در نتیجه برآیند آن‌ها گزینۀ (۲) است.



راهنمای مسیرت

مشابه این سؤال با این‌که در کنکور تا حالا نیامده با این حال احتمال مطرح شدن این سبک سؤالات همیشه بالا بوده.

خطوط میدان مغناطیسی

میدان مغناطیسی را با خطوطی جهت‌دار نمایش می‌دهند که به آن‌ها خطوط میدان مغناطیسی می‌گویند.

در هر نقطه از فضا، بردار میدان مغناطیسی، برداری است مماس بر خطوط میدان در آن نقطه و هم‌جهت با خطوط میدان

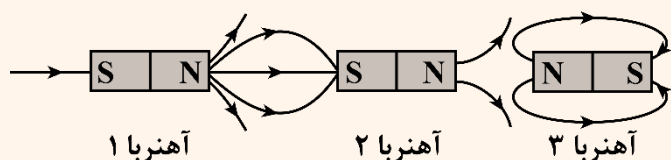
این خطوط بسته هستند. جهت خطوط خارج از آهنربا از قطب N به قطب S و در داخل آهنربا از قطب S به قطب N است.

این خطوط یکدیگر را قطع نمی‌کنند، بنابراین از هر نقطه از فضا حداکثر یک خط میدان مغناطیسی عبور می‌کند.

در نواحی که اندازه میدان، بزرگ‌تر است، خطوط میدان به هم نزدیک‌تر و متراکم‌تر هستند.

ویژگی‌های خطوط میدان مغناطیسی

یه نمونه باحال



با توجه به شکل مقابل، قدرت آهنرباها را باهم مقایسه کنید.

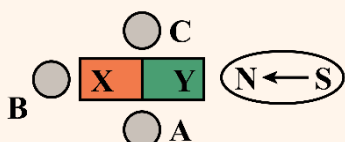
پاسخ تشریحی:

با توجه به خطوط میدان مغناطیسی هر آهنربا می‌توان دید که قدرت آن‌ها به صورت زیر است:

$$\text{آهنربا ۱} < \text{آهنربا ۲} < \text{آهنربا ۳}$$

یه نمونه باحال

شکل زیر یک آهنربای میله‌ای معمولی را نشان می‌دهد که در اطراف آن چهار عقربه مغناطیسی قرار دارند. جهت قرار گرفتن عقربه‌های A، B و C به ترتیب کدام است؟



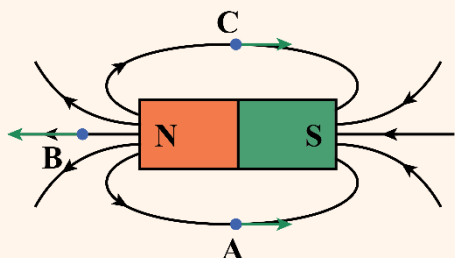
(۱) $\rightarrow$ و $\leftarrow$ (۲) $\leftarrow$ و $\rightarrow$ (۳) $\rightarrow$ و $\rightarrow$ (۴) $\leftarrow$ و $\leftarrow$

پاسخ تشریحی:

در این سؤال قطب‌های آهنربا به‌طور صریح مشخص نشده‌اند؛ بنابراین ابتدا قطب‌ها را تعیین می‌کنیم.

با توجه به این که جهت عقربه مغناطیسی (نوک N) به سمت قطب Y است؛ بنابراین قطب Y، قطب S است و در نتیجه قطب X، قطب N است.

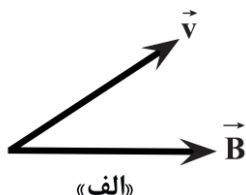
برای تعیین جهت عقربه در نقاط A، B و C؛ خط‌های میدان در اطراف آهنربا را رسم می‌کنیم. با توجه به این که بردار میدان مغناطیسی در هر نقطه از میدان مماس بر خط میدان و در جهت آن است، جهت میدان در نقاط A، B و C به صورت زیر خواهد شد.



پاسخ: گزینه ۱



۶۳- جهت نیروی مغناطیسی وارد بر بار مثبت در هر یک از حالت‌های «الف» و «ب» به ترتیب از راست به چپ کدام است؟

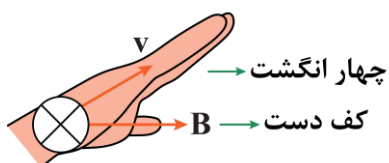
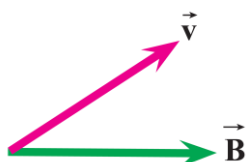


- (۱) $\leftarrow$ ، $\otimes$
- (۲) $\leftarrow$ ، $\odot$
- (۳) $\rightarrow$ ، $\otimes$
- (۴) $\rightarrow$ ، $\odot$

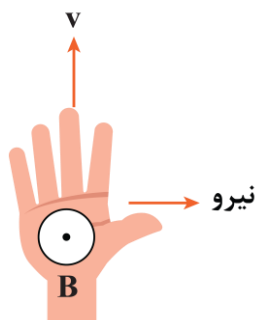
(آسان - مفهومی - سریع - صفحه ۸۹ - ۱۱۰۳)

پاسخ: گزینه ۳

در هر شکل از قاعده دست راست استفاده می‌کنیم:



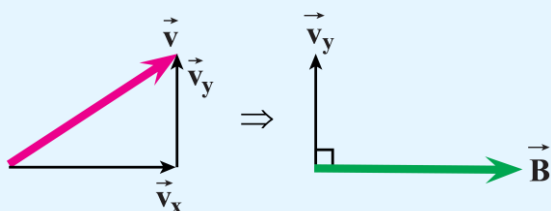
نیرو در جهت $\otimes$ است. $\Rightarrow$



نیرو به سمت راست است. $\Rightarrow$

راهنمای زنگ‌بازی

برای مورد «الف» می‌توان بردار سرعت را در راستای بردار $\vec{B}$ و عمود بر راستای بردار $\vec{B}$ تجزیه کرد و قانون دست راست را فقط برای مؤلفه عمود بر راستای بردار $\vec{B}$ در نظر گرفت:

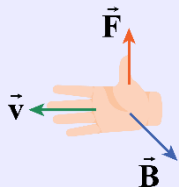




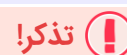
اگر بردار سرعت ذره باردار و بردار میدان مغناطیسی هم‌راستا باشند، به ذره باردار از طرف میدان مغناطیسی، نیرویی وارد نمی‌شود.

جهت نیروی مغناطیسی وارد بر ذره باردار متحرک

اگر ذره باردار q با سرعت $\vec{v}$ در میدان مغناطیسی $\vec{B}$ حرکت کند، میدان مغناطیسی می‌تواند به ذره نیروی $\vec{F}$ را وارد کند. جهت این نیرو مطابق قاعده دست راست تعیین می‌شود:

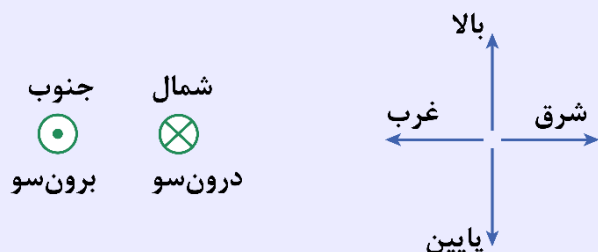


اگر دست راست را طوری نگه داریم که انگشتان باز شده ما در جهت $\vec{v}$ باشند، به گونه‌ای که وقتی چهار انگشت را در جهت چرخش طبیعی خم کنیم، در جهت $\vec{B}$ قرار گیرد، انگشت شست ما در جهت نیروی وارد بر ذره باردار مثبت خواهد بود.



نیروی وارد بر ذره باردار منفی، در خلاف جهت نیروی وارد بر ذره باردار مثبت است.

قرارداد تعیین جهت:



[با این قرارداد برو تا چپ و راستشو اشتباه نکنی]



بردار $\vec{F}$ همواره بر دو بردار $\vec{v}$ و $\vec{B}$ عمود است.



۶۴- الکترونی با سرعت $\vec{v} = (10^4 \frac{m}{s})\vec{i}$ وارد یک میدان مغناطیسی یکنواخت می‌شود. اگر جهت میدان مغناطیسی، عمود بر صفحه و

به سمت داخل آن باشد و تنها نیروی مغناطیسی بر ذره وارد شود، به ترتیب از راست به چپ جهت نیروی مغناطیسی وارد بر ذره در لحظه ورود به کدام سمت است و بردار سرعت الکترون هنگام خروج از میدان مغناطیسی بر حسب یکای SI کدام گزینه می‌تواند باشد؟

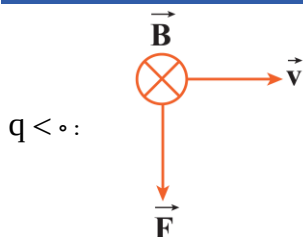
(محور مختصات را به صورت $\begin{matrix} y \\ \text{---} \\ x \end{matrix}$ فرض کنید.)

- (۱) در جهت محور y ، $(6\vec{i} + 8\vec{j}) \times 10^3$
- (۲) در جهت محور y ، $(8\vec{i} + 2\vec{j}) \times 10^3$
- (۳) در خلاف جهت محور y ، $(6\vec{i} - 8\vec{j}) \times 10^3$
- (۴) در خلاف جهت محور y ، $(8\vec{i} - 2\vec{j}) \times 10^3$

(متوسط - محاسباتی - استاندارد) - صفحه ۸۹ - ۱۱۰۳

پاسخ: گزینه ۳

جهت نیروی مغناطیسی وارد بر الکترون را در لحظه ورود به دست می‌آوریم:



پس با توجه به این که در هر لحظه نیروی مغناطیسی بر مسیر حرکت عمود است، درمی‌یابیم کار انجام‌شده توسط این نیرو صفر است؛ بنابراین با توجه به این که تنها این نیرو بر ذره اثر می‌کند، طبق قضیه کار - انرژی جنبشی، کار کل انجام‌شده و تغییر انرژی جنبشی ذره صفر می‌شود؛ در نتیجه تندی نهایی ذره با تندی اولیه آن باید برابر باشد؛ بنابراین داریم:

$$v_1 = v_2 = 10^4 \frac{\text{m}}{\text{s}} \Rightarrow \begin{cases} \text{گزینه (۳)}: \vec{v} = (6\vec{i} - 8\vec{j}) \times 10^3 \Rightarrow v = \sqrt{6^2 + 8^2} \times 10^3 = 10^4 \frac{\text{m}}{\text{s}} (\checkmark) \\ \text{گزینه (۴)}: \vec{v} = (8\vec{i} - 2\vec{j}) \times 10^3 \Rightarrow v = \sqrt{8^2 + 2^2} \times 10^3 = \sqrt{68} \times 10^3 \frac{\text{m}}{\text{s}} (\times) \end{cases}$$

راهنمای مسیرت

یادتان هست چه زمانی کار یک نیرو صفر می‌شد؟ از همین پرسش مشخص شد با یک سؤال ترکیبی روبه‌رو هستیم.

سوتی‌های پرتکرار

اگر به علامت بار ذره متحرک در میدان مغناطیسی توجه نمی‌کردید به گزینه اشتباه (۱) می‌رسیدید.

توجه!

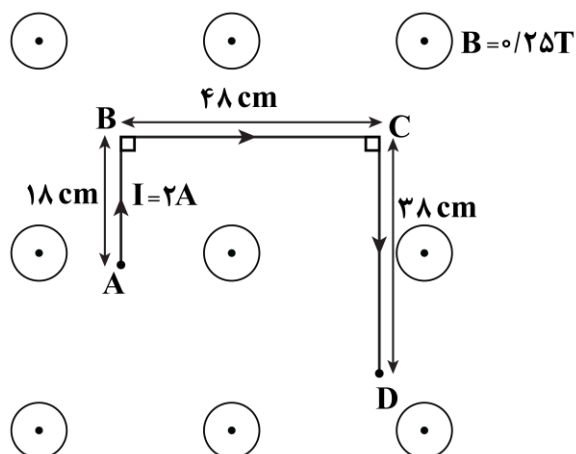
اندازه بردار سرعت خروجی برابر با $10^4 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ است؛ پس تمام بردارهای $\vec{v} = (\pm 6\vec{i} \pm 8\vec{j}) \times 10^3$ و $\vec{v} = (\pm 8\vec{i} \pm 6\vec{j}) \times 10^3$ می‌توانستند بردار سرعت خروجی باشند.

آنچه گذشت...

هرگاه نیروی وارد بر جسمی بر مسیر حرکت جسم عمود باشد، کار انجام‌شده توسط این نیرو بر جسم صفر است و این نیرو تنها جهت بردار سرعت را تغییر می‌دهد و تندی ثابت می‌ماند.

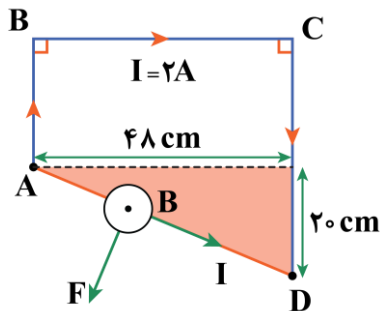


۶۵- مطابق شکل زیر، سیم ABCD حامل جریان ۲A درون یک میدان مغناطیسی یکنواخت با بزرگی $B = 0.25 \text{ T}$ قرار دارد. نیروی مغناطیسی خالص وارد بر این سیم چند نیوتون و در چه جهتی است؟



- ↙ (۱) ۰/۲۶
- ↗ (۲) ۰/۲۶
- ↙ (۳) ۰/۵۲
- ↗ (۴) ۰/۵۲

در میدان مغناطیسی یکنواخت، نیروی مغناطیسی وارد بر یک سیم چندقسمتی با نیروی مغناطیسی وارد بر سیم راستی که ابتدای سیم را به انتهای آن وصل می‌کند و حامل همان جریان الکتریکی است برابر می‌باشد؛ پس در این سؤال کافی است نیروی وارد بر سیم AD را به دست آوریم. اندازه نیروی مغناطیسی را از رابطه $F = ILB \sin \theta$ و جهت آن را با قاعده دست راست تعیین می‌کنیم:



$$L = AD = \sqrt{20^2 + 48^2} = 4\sqrt{5^2 + 12^2} = 4 \times 13 = 52 \text{ cm} = 0.52 \text{ m}$$

$$F = BIL \sin \theta = 0.25 \times 2 \times 0.52 \times \sin 90^\circ = 0.26 \text{ N}$$

می‌توانستیم نیروی وارد بر هر یک از قطعات سیم را به طور جداگانه حساب کرده و در نهایت برابری آن را به دست آوریم.

راهنمای مسیرت

محاسبه نیروی مغناطیسی وارد بر سیم چندقسمتی می‌تواند مسئله‌ای وقت‌گیر باشد. اگر می‌خواهید وقتتان در حل این تیپ مسائل هدر نرود، با دقت پاسخ‌نامه سؤال را بررسی کنید.

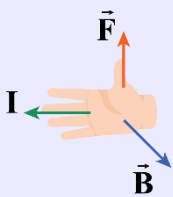
توجه!

با توجه به این سؤال می‌توان نتیجه گرفت اگر در حلقه‌ای بسته و بدون انشعاب جریان الکتریکی برقرار باشد، نیروی مغناطیسی وارد بر حلقه صفر می‌شود.

جهت نیروی مغناطیسی وارد بر سیم حامل جریان

اگر از سیمی به طول l که درون میدان مغناطیسی یکنواخت با اندازه B قرار دارد، جریان I عبور کند، به آن نیروی مغناطیسی F وارد می‌شود. جهت این نیرو مطابق قاعده دست راست تعیین می‌شود.

اگر دست راست را طوری نگه داریم که انگشتان باز شده ما در جهت I باشد، به گونه‌ای که وقتی چهار انگشت را در جهت چرخش طبیعی خم کنیم، در جهت $\vec{B}$ قرار گیرد، انگشت شست ما در جهت نیروی وارد بر سیم حامل جریان خواهد بود.



اندازه نیروی مغناطیسی وارد بر سیم حامل جریان

$$F = I l B \sin \theta$$

F : اندازه نیروی مغناطیسی (N) I : جریان الکتریکی (A)

B : میدان مغناطیسی (T) θ : زاویه بین سوی جریان و جهت میدان مغناطیسی

l : طول بخشی از سیم (برحسب m) که در میدان B است.

نکات

۱- شکل سیم هرگونه باشد، نیروی مغناطیسی وارد بر آن، عمود بر راستای میدان است.

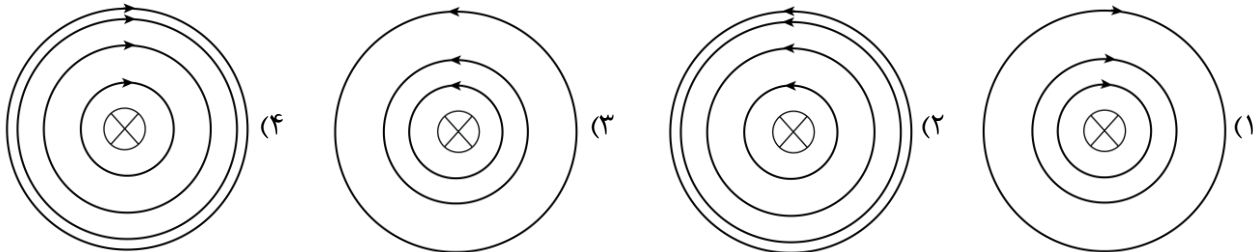
۲- اگر راستای سیم و میدان مغناطیسی یکسان باشد، نیروی وارد بر آن صفر و اگر سیم عمود بر میدان باشد، نیروی وارد بر آن بیشینه ($F_{\max} = I l B$) است.

عبور سیم از بین قطب‌های یک آهنربای U شکل که بر روی ترازو قرار دارد:

اگر $\vec{F}_B$ وارد بر سیم به سمت بالا باشد $\leftarrow$ عدد ترازو افزایش می‌یابد. $\leftarrow mg + F_B =$ عدد ترازو
اگر $\vec{F}_B$ وارد بر سیم به سمت پایین باشد $\leftarrow$ عدد ترازو کاهش می‌یابد. $\leftarrow mg - F_B =$ عدد ترازو



۶۶- از یک سیم راست بلند، جریان ثابت I می‌گذرد. سیم، عمود بر صفحه کاغذ و جریان آن به طرف داخل صفحه است. خطوط میدان مغناطیسی در کدام شکل، درست نمایش داده شده است؟



پاسخ: گزینه ۱

(آسان - مفهومی - سریع - صفحه ۹۶ - ۱۱۰۳)

با توجه به قاعده دست راست برای یک سیم با جریانی در جهت درون‌سو، خطوط میدان مغناطیسی در جهت ساعتگرد خواهد بود (رد گزینه‌های (۲) و (۳)). همچنین با دور شدن از سیم، میدان مغناطیسی کاهش می‌یابد و در نتیجه تراکم خطوط میدان کاهش می‌یابد و فاصله این خطوط از هم بیش‌تر می‌شود. با توجه به این توضیحات، گزینه (۱) صحیح است.

میدان مغناطیسی ناشی از سیم راست حامل جریان الکتریکی

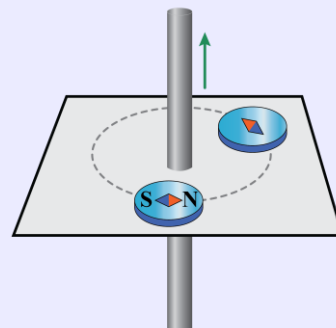
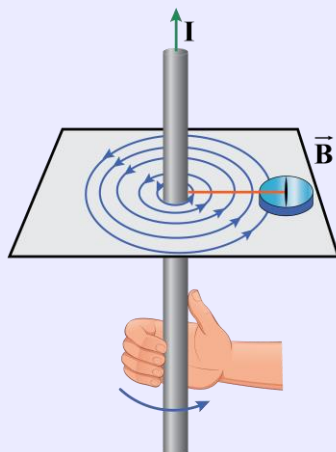
اطراف یک سیم دراز، مستقیم و نازک، میدان مغناطیسی، ایجاد می‌شود.

۱- خطوط میدان به صورت دایره‌های هم‌مرکز، به مرکزیت سیم هستند.

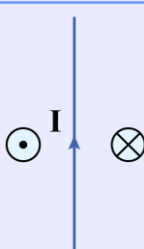
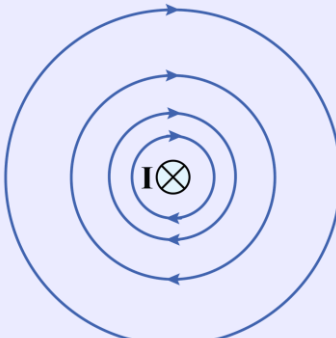
۲- جهت این خطوط با این قاعده به دست می‌آید که اگر شست دست راست را در جهت جریان قرار دهیم، جهت بسته شدن چهار انگشت دیگر دست راست، جهت میدان است.

۳- هرچه اندازه جریان الکتریکی بیش‌تر باشد، اندازه میدان مغناطیسی اطراف سیم نیز بیش‌تر می‌شود، اما جهت جریان اثری در اندازه میدان مغناطیسی ندارد.

۴- هرچه از سیم دورتر شویم، اندازه میدان ضعیف‌تر می‌شود؛ بنابراین فاصله خطوط میدان اطراف سیم بیش‌تر می‌شود. همین مورد، سؤال کنکور تجربی ۱۴۰۴ بود!

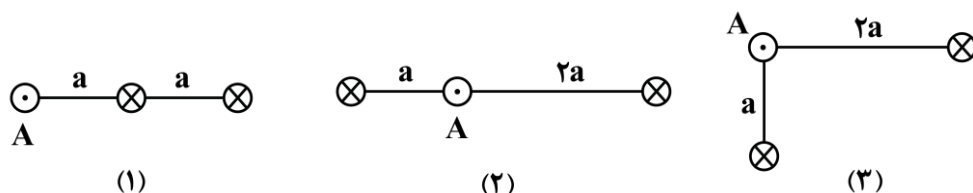


دو وضعیت متفاوت از نحوه قرارگیری سیم در صفحه

وضعیت سیم	نمونه	نکته خاص
روی صفحه کاغذ		در این حالت، همواره در یک طرف سیم میدان درون سو و در طرف دیگر میدان برون سو داریم.
عمود بر صفحه کاغذ		در این حالت، میدان به صورت دایره‌های هم‌مرکز، در صفحه کاغذ (به مرکزیت سیم) هستند که با دور شدن از سیم، فاصله دایره‌ها از یکدیگر زیاد می‌شود.



۶۷- در شکل‌های زیر، سه آرایش متفاوت از سه سیم مستقیم و بلند با جریان‌های الکتریکی برابر که به صورت موازی کنار هم قرار گرفته‌اند، نشان داده شده است. به ترتیب از راست به چپ، در کدام شکل نیروی برآیند وارد بر سیم A بیشینه و در کدام شکل کمینه است؟



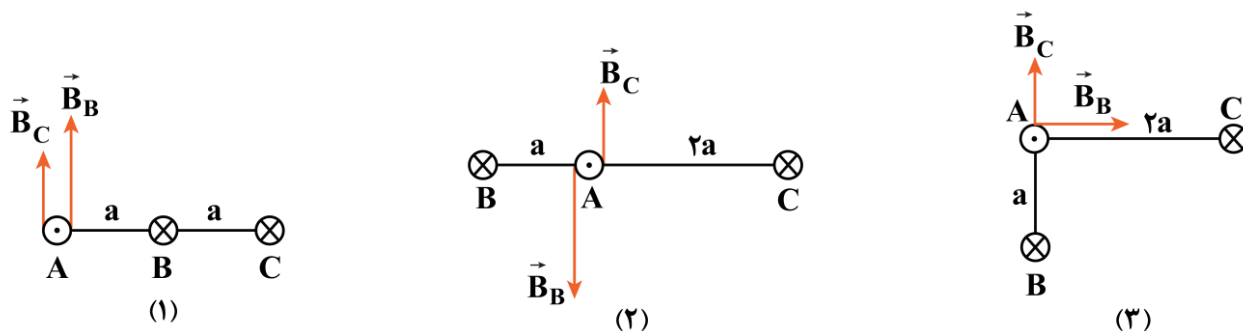
- (۱) و (۲)
(۲) و (۳)
(۳) و (۱)
(۳) و (۲)

(سخت - استدلالی - استاندارد) - صفحه ۹۶ - ۱۱۰۳

پاسخ: گزینه ۱

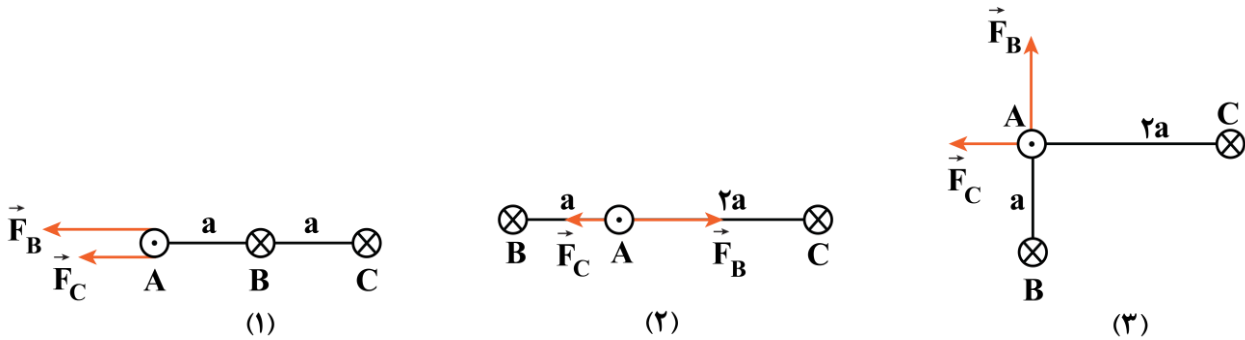
روش اول

با توجه به رابطه $F = BIL \sin \theta$ نیروی وارد بر سیم A وقتی بیشینه است که میدان برآیند دو سیم دیگر بر روی آن بیشینه باشد؛ بنابراین میدان دو سیم را در نقطه A رسم می‌کنیم:



واضح است که در شکل (۱) چون دو میدان هم‌جهت هستند یکدیگر را تقویت کرده و میدان برآیند بیشینه است. همچنین در شکل (۲) میدان‌ها خلاف جهت هم هستند و برآیند آن‌ها از دو شکل دیگر کم‌تر است؛ بنابراین گزینه (۱) صحیح است.

با توجه به این که اگر جریان‌های دو سیم، هم‌جهت باشند، یکدیگر را جذب می‌کنند و اگر جریان‌های دو سیم، در خلاف جهت یکدیگر باشند، یکدیگر را دفع می‌کنند، می‌توان جهت نیروی مغناطیسی وارد بر سیم A، از طرف دو سیم دیگر را رسم کرد:



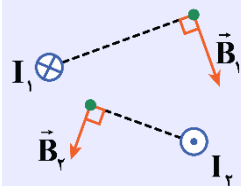
پس با توجه به شکل‌های بالا، مشخص است که در شکل (۱) که نیروها هم‌جهت است، برآیند نیروها بیشینه و در شکل (۲) که نیروها خلاف جهت هم هستند، برآیند نیروها کمینه است.

تعیین جهت میدان مغناطیسی ناشی از سیم عمود بر صفحه کاغذ

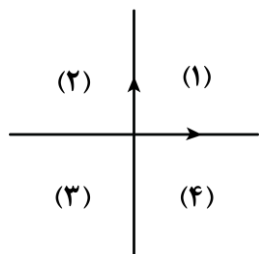
گام اول: از سیم به نقطه موردنظر خط‌چین می‌کنیم.

گام دوم: میدان بر خط‌چین عمود است.

گام سوم: با توجه به جهت جریان، جهت میدان مغناطیسی را تعیین می‌کنیم.



۶۸- مطابق شکل، دو سیم مستقیم و بلند حامل جریان‌های برابر به‌صورت عمود بر هم قرار گرفته‌اند. بزرگی میدان خالص و برون‌سو در کدام ناحیه از فضا بیش‌تر است؟



- ۱ (۱)
- ۲ (۲)
- ۳ (۳)
- ۴ (۴)

(متوسط - مفهومی - سریع ۵ - صفحه ۹۶ - ۱۱۰۳)

پاسخ: گزینه ۲

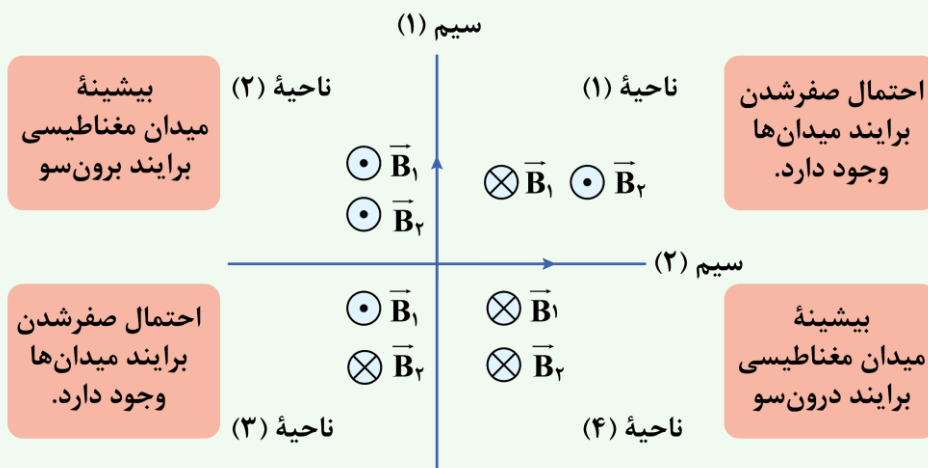
چون در سؤال قسمتی از فضا خواسته شده که در آن میدان خالص برون‌سو است، پس این فضا با استفاده از قاعده دست راست برای تعیین میدان اطراف یک سیم مستقیم، برای سیم افقی صورت سؤال، بالای آن و برای سیم عمودی صورت سؤال، سمت چپ آن است:



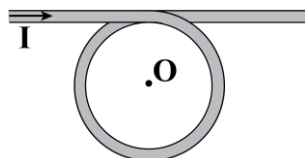
بنابراین اشتراک دو شکل بالا برای این که مقدار میدان برآیند بیش‌ترین و برون‌سو باشد، ناحیه (۲) است.

راهنمای مسیرت

فصل سوم یازدهم از آن دسته فصل‌هایی هست که حجم مفاهیم بسیار زیادی دارد و نباید تمام تمرکز را به مسائل محاسباتی فصل اختصاص داد.



۶۹- مطابق شکل زیر، بخشی از یک سیم مستقیم و بلند را به شکل یک حلقه دایره‌ای درآورده‌ایم. میدان مغناطیسی برآیند در نقطه O در مرکز حلقه به کدام سمت است؟



(۱) صفر است.

(۲) درون‌سو

(۳) برون‌سو

(۴) بالا

(متوسط - مفهومی - سریع) - صفحه ۹۸ - ۱۱۰۳

پاسخ: گزینه ۲

می‌توانیم جهت میدان سیم و حلقه را جداگانه مشخص کنیم و از آن‌ها برآیند بگیریم. با استفاده از قاعده دست راست، میدان سیم مستقیم در نقطه O درون‌سو است. همچنین با توجه به ساعتگرد بودن جریان حلقه، میدان حلقه نیز درون‌سو است. پس میدان برآیند نیز درون‌سو است.

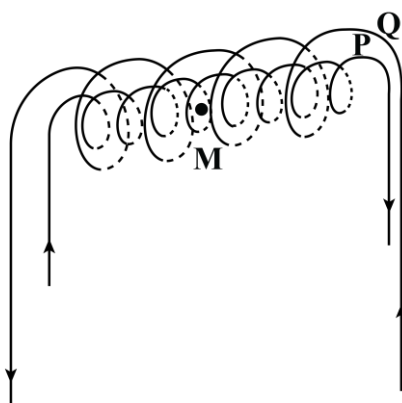


بررسی میدان مغناطیسی ناشی از حلقه در دو وضعیت خاص

حلقه، روی صفحه باشد.	حلقه عمود بر صفحه باشد.
میدان مغناطیسی بر صفحه‌ای که حلقه روی آن قرار دارد، عمود است و جهت میدان در داخل و بیرون حلقه خلاف یکدیگر می‌باشد.	میدان مغناطیسی برای حلقه‌ای که به صفحه عمود است، روی صفحه قرار می‌گیرد.
۱- جریان ساعتگرد	۱- میدان مغناطیسی درون حلقه به سمت چپ
۲- جریان پادساعتگرد	۲- میدان مغناطیسی درون حلقه به سمت راست



۷۰- در شکل زیر، دو سیم‌لوله P و Q هم‌محورند و طول برابر دارند. تعداد دور سیم‌لوله P برابر ۳۰۰ و تعداد دور سیم‌لوله Q برابر ۶۰۰ است. اگر جریان ۱A از سیم‌لوله Q عبور کند، از سیم‌لوله P چه جریانی باید عبور کند تا برابری میدان مغناطیسی ناشی از دو سیم‌لوله در نقطه M (روی محور دو سیم‌لوله) صفر شود؟



۱) ۲

۲) ۰/۵

۳) ۱

۴) ۴

(متوسط - محاسباتی - استاندارد) - صفحه ۱۰۰ - ۱۱۰۳

پاسخ: گزینه ۱

راه نجات سریع

اندازه میدان مغناطیسی حاصل از سیم‌لوله‌ها را باهم برابر قرار می‌دهیم.

برای آن که میدان خالص در نقطه M صفر شود، باید میدان سیم‌لوله‌ها هم‌اندازه و در خلاف جهت هم باشد؛ بنابراین:

$$B_P = B_Q \Rightarrow (\mu_0 \frac{NI}{\ell})_P = (\mu_0 \frac{NI}{\ell})_Q$$

$$\xrightarrow{\ell_P = \ell_Q} 300 \cdot I_P = 600 \times 1 \Rightarrow I_P = 2A$$



اگر محور دو سیملوله بر هم منطبق باشد، برای این که میدان مغناطیسی حاصل از سیملوله‌ها روی این محور صفر شود، باید جریان عبوری از سیملوله‌ها قرینه یکدیگر باشد.

میدان مغناطیسی حاصل از سیملوله حامل جریان

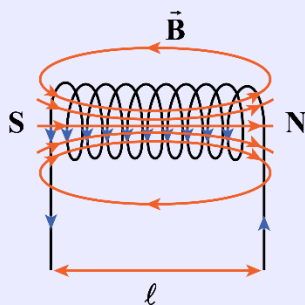
سیملوله: سیم بلندی که به صورت مارپیچی پیچیده شده است و با عبور جریان از آن، میدان مغناطیسی درون و اطراف آن تولید می‌شود.



خطوط میدان داخل سیملوله متراکم‌تر از اطراف آن است و میدان مغناطیسی درون سیملوله یکنواخت است.

جهت میدان مغناطیسی سیملوله

به کمک قاعده دست راست به دست می‌آید. این گونه که چرخش چهار انگشت دست راست در جهت جریان و شست، جهت میدان مغناطیسی داخل سیملوله را نشان می‌دهد.



سیملوله آرمانی: اگر قطر سیملوله در مقایسه با طول آن بسیار کوچک و حلقه‌های آن خیلی به هم نزدیک باشند سیملوله آرمانی خواهد بود. اندازه میدان مغناطیسی سیملوله و دور از لبه‌های آن:

$$B = \frac{\mu_0 NI}{l}$$

l : طول سیملوله (m)

N : تعداد حلقه

I : جریان الکتریکی (A)

$$\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7} \frac{T \cdot m}{A} \quad \text{تراوایی مغناطیسی خلأ}$$



۱- اگر سیمی به طول L را به صورت سیملوله آرمانی به شعاع R دریاوریم، تقریباً تعداد دورهای آن برابر با $N = \frac{L}{2\pi R}$ است.

۲- اگر قطر سیم به کاررفته در سیملوله آرمانی D بوده و سیم‌ها بدون فاصله کنار هم پیچیده شده باشند، میدان مغناطیسی درون سیملوله برابر با $B = \frac{\mu_0 I}{D}$ است.



۷۱- با سیمی به طول $18m$ ، 60 حلقه مشابه را ساخته و پشت سر هم قرار می‌دهیم تا یک پیچه مسطح ایجاد شود. اگر این پیچه را طوری در میدان مغناطیسی یکنواختی به بزرگی $0.1T$ قرار دهیم که سطح پیچه با خطوط میدان زاویه 30° بسازد، شار مغناطیسی گذرنده از آن چند میکرو وبر خواهد شد؟ ($\pi = 3$)

$$2/25\sqrt{3} \times 10^4 \quad (4)$$

$$2/25 \times 10^4 \quad (3)$$

$$375\sqrt{3} \quad (2)$$

$$375 \quad (1)$$

(متوسط - محاسباتی - استاندارد ۶ - صفحه ۱۱۱ - ۱۱۰۴)

پاسخ: گزینه ۱

راه نجات سریع

پس از محاسبه شعاع پیچه، مساحت پیچه را به دست می‌آوریم و با رابطه $\Phi = BA \cos \theta$ به جواب می‌رسیم.

شعاع هر حلقه را به دست می آوریم:

$$L = N \times 2\pi r \xrightarrow[N=60, \pi=3]{L=18m} 18 = 60 \times 2 \times 3 \times r \Rightarrow r = 0.05m$$

مساحت هر حلقه را به دست می آوریم:

$$A = \pi r^2 \Rightarrow A = 3 \times (0.05)^2 = 3 \times 25 \times 10^{-4} = 7.5 \times 10^{-3} m^2$$

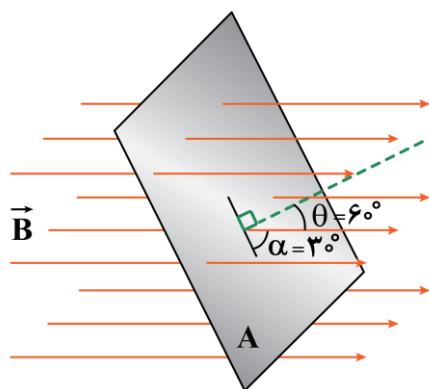
شار مغناطیسی گذرنده از پیچه مسطح را به دست می آوریم:

تذکر!

شار مغناطیسی گذرنده از پیچه ربطی به تعداد دور پیچه ندارد.

$$\Phi = AB \cos \theta \xrightarrow{\alpha=30^\circ, \theta=60^\circ}$$

$$\Rightarrow \Phi = 7.5 \times 10^{-3} \times 0.1 \times \frac{1}{2} = 3.75 \times 10^{-4} Wb = 375 \mu Wb$$



اگر در مسئله‌ای زاویه سطح پیچه (حلقه) با میدان مغناطیسی (α) را به ما داده باشند، می توان از رابطه $\Phi = BA \sin \alpha$ به جواب رسید:

$$\Phi = BA \sin \alpha = 0.1 \times 7.5 \times 10^{-3} \times \sin 30^\circ = 7.5 \times 10^{-4} \times \frac{1}{2} = 375 \mu Wb$$

α : زاویه بین سطح حلقه و میدان

بدانید و آگاه باشید در بیش‌تر تست‌های مبحث شار مغناطیسی با زاویه بین سطح پیچه (حلقه) و میدان مغناطیسی سر و کار دارید.

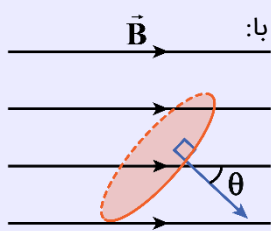
اگر سیمی به طول L را به صورت سیملوله آرمانی به شعاع R دریاوریم، تقریباً تعداد دورهای آن برابر با $N = \frac{L}{2\pi R}$ است.

۱- یکای وبر (Wb) معادل $T.m^2$ است.

۲- زاویه خطوط میدان مغناطیسی با سطح حلقه (α) متمم زاویه خطوط میدان مغناطیسی با نیم‌خط عمود بر سطح حلقه (θ) است. ($\theta = 90 - \alpha$)

۳- بیشینه شار مغناطیسی عبوری از یک پیچه هنگامی رخ می‌دهد که خطوط میدان مغناطیسی بر سطح پیچه عمود باشند ($\Phi_{max} = AB$) و هنگامی که سطح پیچه موازی خطوط میدان مغناطیسی است، شار مغناطیسی عبوری از پیچه صفر است.

۴- شار مغناطیسی عبوری از یک پیچه به تعداد حلقه‌های پیچه بستگی ندارد.



$$\Phi = AB \cos \theta$$

A: مساحت برحسب متر مربع (m^2)

θ : زاویه خطوط میدان با نیم خط عمود بر سطح حلقه

Φ : شار مغناطیسی برحسب وبر (Wb)

B: اندازه میدان مغناطیسی برحسب تسلا (T)



۷۲- کدام یک از یکاهای زیر معادل یکای وبر بر ثانیه ($\frac{Wb}{s}$) است؟

- (۱) ولت (۲) آمپر (۳) اهم (۴) وات

(آسان - مفهومی - استاندارد) - صفحه ۱۱۳ - ۱۱۰۴

پاسخ: گزینه ۱

مطابق رابطه $\varepsilon = -N \frac{\Delta \Phi}{\Delta t}$ ، یکای وبر بر ثانیه معادل یکای نیروی محرکه الکتریکی، یعنی **ولت** است.

نیروی محرکه القایی متوسط بنابر قانون فاراده برای پیچه یا سیملوله‌ای که از N حلقه مشابه تشکیل شده باشد از رابطه زیر به دست می‌آید:

$$\varepsilon_{av} = -N \frac{\Delta \Phi}{\Delta t}$$

N: تعداد حلقه

ε_{av} : نیروی محرکه القایی متوسط برحسب ولت (V)

Δt : مدت زمان تغییر شار مغناطیسی عبوری از حلقه برحسب ثانیه (s)

$\Delta \Phi$: تغییر شار مغناطیسی برحسب وبر (Wb)



در این رابطه نیروی محرکه القایی متوسط برحسب **ولت** است که یک ولت، معادل **وبر بر ثانیه** است.



۷۳- حلقه‌ای عمود بر میدان مغناطیسی $4 \times 10^2 G$ قرار دارد. اگر این حلقه در مدت $50 ms$ کشیده شود و مساحت آن ۲۵ درصد کاهش

یابد، اندازه نیروی محرکه القایی در آن $80 mV$ خواهد شد. مساحت اولیه حلقه چند میلی‌متر مربع بوده است؟

- (۱) 4×10^3 (۲) $\frac{4}{3} \times 10^3$ (۳) 4×10^5 (۴) $\frac{4}{3} \times 10^5$

(متوسط - محاسباتی - استاندارد) - صفحه ۱۱۳ - ۱۱۰۴

پاسخ: گزینه ۳

مساحت حلقه ۲۵ درصد کاهش یافته است؛ پس:

$$\Delta A = A_2 - A_1 = -0.25 A_1$$

نیروی متوسط محرکه القاشده برابر است با:

$$\varepsilon_{av} = \left| -N \frac{\Delta \Phi}{\Delta t} \right| = \frac{N=1}{\Delta \Phi = B(\Delta A) \cos \theta} \rightarrow 80 \times 10^{-3} = 1 \times \frac{4 \times 10^2 \times 10^{-4} \times (0.25 A_1) \times 1}{50 \times 10^{-3}}$$

$$4000 \times 10^{-6} = 4 \times 0.25 \times 10^{-2} A_1 \Rightarrow A_1 = 0.4 m^2 = 4 \times 10^5 mm^2$$

راهنمای مسیرت

سه عامل باعث ایجاد نیروی محرکه القایی در حلقه می‌شود: ۱- تغییر میدان مغناطیسی ۲- تغییر مساحت حلقه ۳- تغییر زاویه بین سطح حلقه و میدان مغناطیسی؛ که در این مسئله با عامل دوم روبه‌رو هستیم.

$$T \xrightarrow{\times 10^4} G$$

قانون القای الکترومغناطیس فاراده

با تغییر شار مغناطیسی عبوری از حلقه، نیروی محرکه‌ای در حلقه القا می‌شود (به وجود می‌آید)، که اندازه این نیروی محرکه با آهنگ تغییرات شار متناسب است.

$$\varepsilon_{av} = -N \frac{\Delta \Phi}{\Delta t}$$

ε_{av} : نیروی محرکه القایی متوسط (ولت: $V = \frac{Wb}{s}$) ← همین مورد سؤال کنکور تجربی خارج ۱۳۹۸ بود.

N : تعداد دور پیچه یا سیملوله
 $\frac{\Delta \Phi}{\Delta t}$: آهنگ تغییر شار مغناطیسی $(\frac{Wb}{s})$

یکابازی:

$$\varepsilon_{av} = -N \frac{\Delta \Phi}{\Delta t} \Rightarrow \text{ولت: } V = \frac{Wb}{s} \xrightarrow{Wb = \frac{kg \cdot m^2}{A \cdot s^2}} V = \frac{kg \cdot m^2}{A \cdot s^3}$$

با توجه به رابطه شار مغناطیسی، برای القای نیروی محرکه در حلقه، می‌توان مساحت (A)، میدان مغناطیسی (B) و زاویه بین نیم‌خط عمود بر حلقه و میدان مغناطیسی را تغییر داد ($\cos \theta$).

تغییر زاویه میدان با نیم‌خط عمود بر سطح ($\Delta \cos \theta$)	تغییر مساحت (ΔA)	تغییر میدان مغناطیسی (ΔB)
$\varepsilon_{av} = -NBA \times \frac{\Delta(\cos \theta)}{\Delta t}$	$\varepsilon_{av} = -NB \cos \theta \times \frac{\Delta A}{\Delta t}$	$\varepsilon_{av} = -NA \cos \theta \times \frac{\Delta B}{\Delta t}$



۷۴- آهنربای میله‌ای نشان داده شده در شکل به طور کامل از داخل حلقه عبور داده می‌شود. کدام یک از گزینه‌های زیر درباره جهت

جریان الکتریکی بین دو نقطه a و b در مدار، درست است؟

(۱) هنگام عبور آهنربا از حلقه، جریان از a به b برقرار می‌شود.

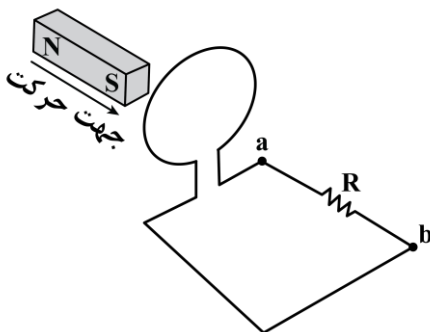
(۲) هنگام عبور آهنربا از حلقه، جریان از b به a برقرار می‌شود.

(۳) هنگام ورود آهنربا به حلقه، جریان از a به b برقرار می‌شود و هنگام خروج آهنربا از

حلقه، جریان از b به a برقرار می‌شود.

(۴) هنگام ورود آهنربا به حلقه، جریان از b به a برقرار می‌شود و هنگام خروج آهنربا از

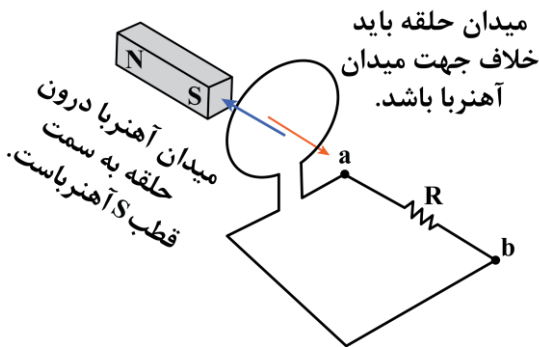
حلقه، جریان از a به b برقرار می‌شود.



در شکل یک آهنربای میله‌ای با قطب S در جلو و N در عقب، در حال حرکت به سمت داخل حلقه است. حرکت آهنربا باعث تغییر شار مغناطیسی در حلقه می‌شود و در نتیجه جریان القایی در مدار ایجاد می‌شود.

هنگام ورود آهنربا، شار مغناطیسی درون حلقه افزایش می‌یابد. براساس قانون لنز، جریان القایی باید میدان مخالف ایجاد کند. در نتیجه جهت جریان طوری خواهد بود که میدان القایی در جهت مخالف میدان آهنربا باشد. این دو میدان در شکل نشان داده شده‌اند. این باعث می‌شود جریان از b به a برقرار شود.

هنگام خروج آهنربا از درون حلقه نیز شار مغناطیسی درون حلقه کاهش می‌یابد و جریان القایی باید با کاهش شار مخالفت کند و جهت جریان برعکس می‌شود و جریان از a به b برقرار خواهد شد.



قانون لنز

برای تعیین جهت جریان القایی از قانون لنز مطابق زیر استفاده می‌کنیم:

«جریان القایی در مدار در جهتی است که آثار مغناطیسی ناشی از آن با عامل به وجود آورندهٔ جریان القایی (تغییر شار مغناطیسی) مخالفت می‌کند.»

برای استفاده از قانون لنز، ۳ گام اصلی را طی می‌کنیم:

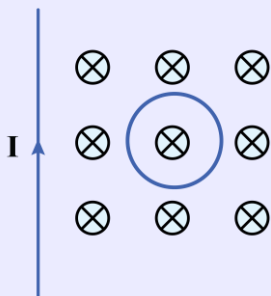
گام اول: تغییرات شار مغناطیسی عبوری از مدار یا حلقه را تعیین می‌کنیم. تغییرات شار مغناطیسی عمدتاً از دو طریق ایجاد می‌شود:

۱- دور یا نزدیک شدن یک آهنربا به مدار یا حلقه:

با دور شدن آهنربا، شار مغناطیسی کاهش می‌یابد و با نزدیک شدن آهنربا، شار مغناطیسی افزایش می‌یابد.

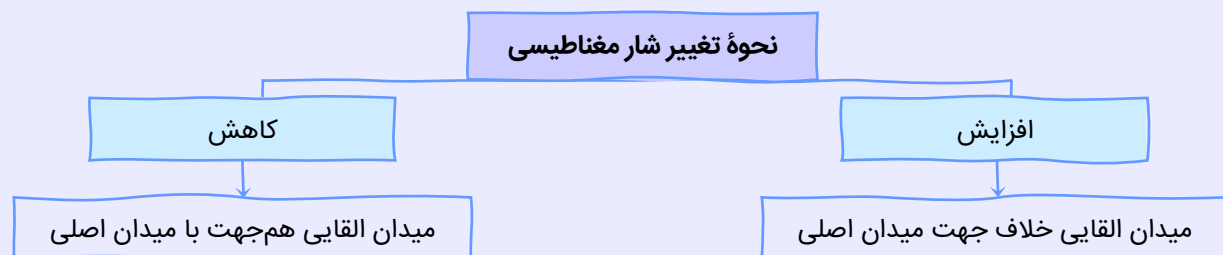
۲- شار مغناطیسی به وسیلهٔ تغییر در اندازهٔ میدان مغناطیسی، مساحت مدار یا حلقه، زاویه و ... تغییر می‌کند.

مثلاً در شکل زیر، با افزایش جریان الکتریکی عبوری از سیم راست، شار مغناطیسی عبوری از حلقه افزایش می‌یابد.



گام دوم: با تغییر شار مغناطیسی، میدان مغناطیسی القایی (B') در مدار یا حلقه ایجاد می‌شود و بایستی جهت این میدان القایی مشخص شود.

در القای الکتریکی و قانون لنز داریم:



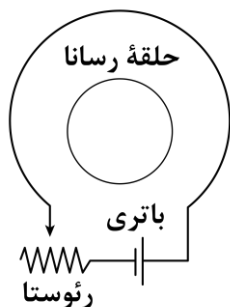
تذکره!

اگر شار ثابت باشد، میدان مغناطیسی و جریان در حلقه القا نمی‌شود.

گام سوم: پس از مشخص شدن جهت میدان مغناطیسی القایی (B')، با استفاده از قانون دست راست، جهت جریان القایی مشخص می‌شود.



۷۵- اگر در مدار شکل زیر، مقاومت رئوستا افزایش یابد، بزرگی شار مغناطیسی گذرنده از حلقهٔ رسانای داخلی می‌یابد و جریان القایی در حلقهٔ رسانای داخلی در جهت ایجاد می‌شود.



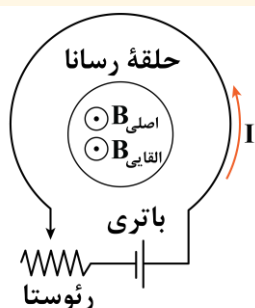
- (۱) کاهش - ساعتگرد
- (۲) کاهش - پادساعتگرد
- (۳) افزایش - ساعتگرد
- (۴) افزایش - پادساعتگرد

(متوسط - مفهومی - استاندارد) - صفحه ۱۱۷ - ۱۱۰۴

پاسخ: گزینه ۲

راه نجات سریع

از روی تغییر مقاومت رئوستا، تغییر جریان حلقه و در ادامه تغییر میدان مغناطیسی حاصل از حلقهٔ بزرگ را بررسی می‌کنیم تا به تغییر شار مغناطیسی عبوری در حلقهٔ کوچک دست یابیم. در نهایت با استفاده از قانون لنز، جهت جریان را تعیین می‌کنیم.



میدان حاصل از جریان حلقهٔ بزرگ‌تر برون‌سو است. با افزایش مقاومت رئوستا، جریان حلقه کاهش می‌یابد و میدان مغناطیسی آن نیز کم می‌شود؛ بنابراین شار مغناطیسی گذرنده از حلقهٔ رسانای داخلی کاهش می‌یابد. طبق قانون لنز، حلقهٔ داخلی میدانی هم‌جهت با میدان اصلی ایجاد می‌کند تا با کاهش شار مخالفت کند؛ بنابراین جریان القایی در آن طبق قاعدهٔ دست راست پادساعتگرد می‌شود.

راهنمای مسیرت

این تست عیناً از تمرین‌های پایان فصل کتاب درسی طرح شده و سوای اهمیت در کنکور برای امتحان‌های نهایی هم اهمیت ویژه‌ای دارد.

سوتی‌های پرتکرار

تغییر چندین کمیت به صورت پیوسته باعث تغییر شار مغناطیسی می‌شود که بی‌دقتی در بررسی تغییر هر کمیت شما را به پاسخ غلط می‌رساند.

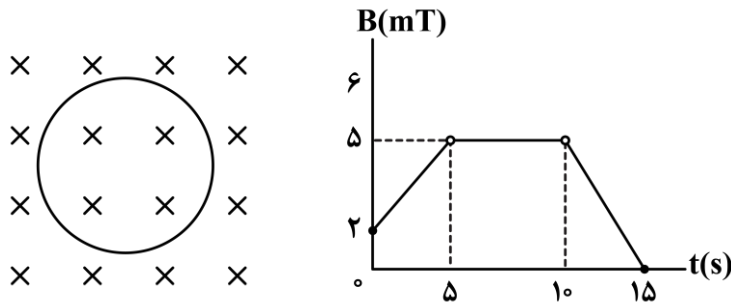
قانون لنز

جهت جریان القایی در یک مدار یا پیچ به گونه‌ای است که آثار ناشی از آن (میدان مغناطیسی القایی) با عامل به وجود آورندهٔ جریان القایی (تغییر شار مغناطیسی) مخالفت می‌کند. طبق الگوی زیر داریم:

$$\Delta\Phi: \begin{cases} \Delta\Phi > 0 \Rightarrow B \text{ القایی خلاف جهت خارجی } B \\ \Delta\Phi < 0 \Rightarrow B \text{ القایی هم‌جهت با خارجی } B \end{cases} \Rightarrow \text{استفاده از قاعدهٔ دست راست برای تعیین جهت جریان القایی}$$



۷۶- مطابق شکل زیر، یک حلقهٔ رسانا به مساحت 40cm^2 درون یک میدان مغناطیسی متغیر و درون سو قرار دارد. اگر شدت میدان مطابق نمودار تغییر کند، در مدتی که جریان پادساعتگرد در حلقه القا می‌شود، اندازهٔ نیروی محرکهٔ القایی در حلقه چند میکروولت است؟



- (۱) ۴
- (۲) $2/4$
- (۳) ۴۰۰۰
- (۴) ۲۴۰۰

(سخت - استدلالی - استاندارد ۶ - صفحه ۱۱۴ - ۱۱۰۴)

پاسخ: گزینه ۲

میدان در درون حلقه درون سو است، اگر میدان شروع به افزایش کند، جریان القایی باید به گونه‌ای در حلقه ایجاد شود تا این میدان را تضعیف کند. در این صورت میدان حلقه برون سو می‌شود که معادل یک جریان پادساعتگرد در حلقه است؛ بنابراین باید تغییرات میدان در بازهٔ صفر تا ۵ ثانیه که اندازهٔ میدان در حال افزایش است را بررسی کنیم و در داخل فرمول نیروی محرکه قرار دهیم:

$$|\varepsilon| = N \frac{\Delta\Phi}{\Delta t} = N \left(\frac{\Delta B}{\Delta t} \right) A \cos \theta = 1 \times \frac{5 \times 10^{-3} - 2 \times 10^{-3}}{5} \times 40 \times 10^{-4} \times \cos 0 = 2/4 \times 10^{-6} \text{ V} = 2/4 \mu\text{V}$$

راهنمای مسیرت

قانون لنز می‌تواند پای ثابت بسیاری از مسائل مباحث الکترومغناطیس باشد. تسلطتان را روی قانون لنز بالا ببرید.

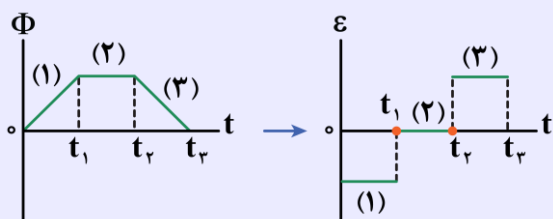
سوتی‌های پرتکرار

اگر به یکای میدان مغناطیسی در نمودار توجه نکرده باشید، به گزینهٔ اشتباه (۴) رسیده‌اید.

نمودار شار مغناطیسی - زمان و نیروی محرکهٔ القایی - زمان

اگر نمودار شار - زمان به صورت خطی با شیب ثابت باشد، سه حالت داریم:

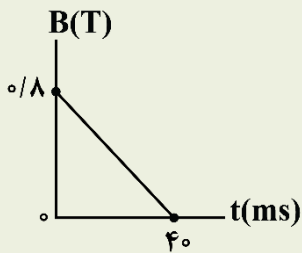
- ۱- اگر شیب خط نمودار $\Phi - t$ مثبت باشد، نیروی محرکهٔ القایی مقداری ثابت و منفی است.
- ۲- اگر شیب خط نمودار $\Phi - t$ صفر باشد، نیروی محرکهٔ القایی صفر است.
- ۳- اگر شیب خط نمودار $\Phi - t$ منفی باشد، نیروی محرکهٔ القایی مقداری ثابت و مثبت است.



نکته

از روی نمودار میدان مغناطیسی - زمان ($B - t$) هم می‌توان با به دست آوردن شیب نمودار به $(\frac{\Delta B}{\Delta t})$ و در نهایت به ε_{av} رسید.

پیچهای دارای ۵۰۰ حلقه و مساحت سطح هر حلقه آن 40 cm^2 است و طوری در یک میدان مغناطیسی قرار گرفته است که خطهای میدان عمود بر سطح حلقه‌های پیچه‌اند. اگر نمودار تغییرات میدان بر حسب زمان به صورت شکل زیر باشد، نیروی محرکه القایی متوسط در پیچه در بازه زمانی $t_1 = 0$ تا $t_2 = 30 \text{ ms}$ چند ولت است؟



- (۱) ۱۲۰
(۲) ۴۰
(۳) ۳۰
(۴) ۱۶

پاسخ تشریحی:

با توجه به ثابت بودن مساحت سطح حلقه و زاویه بین میدان و سطح داریم:

$$\varepsilon_{av} = -N \frac{\Delta \Phi}{\Delta t} = -NA \cos \theta \frac{\Delta B}{\Delta t} \xrightarrow{\cos \theta = 1} \varepsilon_{av} = -NA \frac{\Delta B}{\Delta t}$$

حالا از روی نمودار $B - t$ ، $\frac{\Delta B}{\Delta t}$ (شیب نمودار) را به دست می‌آوریم:

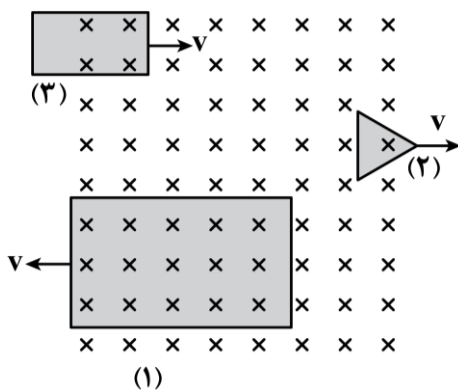
$$\text{شیب خط} = \frac{\Delta B}{\Delta t} = \frac{-0.8}{40 \times 10^{-3}} = -20 \frac{\text{T}}{\text{s}}$$

$$\varepsilon_{av} = -NA \frac{\Delta B}{\Delta t} \xrightarrow{N=500, A=40 \times 10^{-4} \text{ m}^2, \frac{\Delta B}{\Delta t} = -20 \frac{\text{T}}{\text{s}}} \varepsilon_{av} = -500 \times 40 \times 10^{-4} \times (-20) = 40 \text{ V}$$

پاسخ: گزینه ۲



۷۷- مطابق شکل زیر، سه حلقه سیم رسانا با تندی‌های ثابت و برابر در میدان مغناطیسی درون سو و ثابت در حال حرکت هستند. در مقایسه بین اندازه نیروی محرکه القاشده در این سه حلقه در یک بازه زمانی کوتاه و یکسان، کدام گزینه صحیح است؟



- (۱) $\varepsilon_1 = \varepsilon_2 = \varepsilon_3$
(۲) $\varepsilon_1 = \varepsilon_2 > \varepsilon_3$
(۳) $\varepsilon_1 < \varepsilon_3 < \varepsilon_2$
(۴) $\varepsilon_1 > \varepsilon_3 > \varepsilon_2$

(آسان - مفهومی - سریع - صفحه ۱۱۵ - ۱۱۰۴)

پاسخ: گزینه ۴

در این سؤال، عامل ایجاد نیروی محرکه القایی، تغییر مساحت است. واضح است که در سرعت‌های برابر، در یک زمان مشخص، حلقه بزرگ‌تر تغییرات مساحت بیشتری را تجربه می‌کند؛ بنابراین اندازه نیروی محرکه القایی در آن از همه بیش‌تر است.

راهنمای مسیрт

سه عامل باعث ایجاد نیروی محرکه القایی در حلقه می‌شود: ۱- تغییر میدان مغناطیسی ۲- تغییر مساحت حلقه ۳- تغییر زاویه بین سطح حلقه و میدان مغناطیسی که در این مسئله با عامل دوم روبه‌رو هستیم.



۷۸- از یک القاگر آرمانی به ضریب القاوری ۵۰ میکروهنری جریان الکتریکی پایای ۱۰۰ میلی آمپری می گذرد. انرژی الکتریکی مصرف شده در آن در هر ثانیه چند میکروژول است؟

(۴) ۰/۵

(۳) ۲/۵

(۲) ۰/۲۵

(۱) صفر

پاسخ: گزینه ۱

(آسان - مفهومی - سریع) - صفحه ۱۲۱ - ۱۱۰۴

با توجه به نکته زیر و با توجه به این که القاگر آرمانی و جریان عبوری از آن، پایا است، انرژی الکتریکی در آن مصرف نمی شود.



تفاوت رفتار مقاومت و القاگر به لحاظ انرژی:

هنگام عبور جریان از مقاومت، انرژی وارد آن می شود، جریان چه پایا باشد و چه تغییر کند، این انرژی در مقاومت، مصرف شده و به انرژی گرمایی تبدیل می شود؛ درحالی که در یک القاگر آرمانی (با مقاومت صفر)، تنها وقتی انرژی وارد القاگر می شود که جریان در آن افزایش یابد. این انرژی تلف نمی شود؛ بلکه در میدان مغناطیسی القاگر ذخیره شده و هنگام کاهش جریان، آزاد می شود. **هنگام عبور جریان پایا از یک القاگر آرمانی، انرژی به آن وارد یا از آن خارج نمی شود.**

راهنمای مسیرت

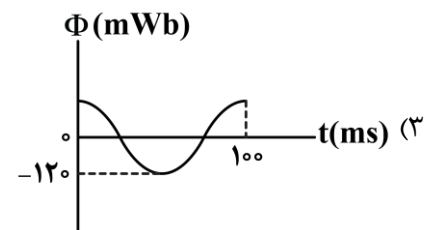
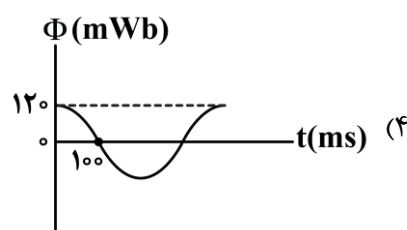
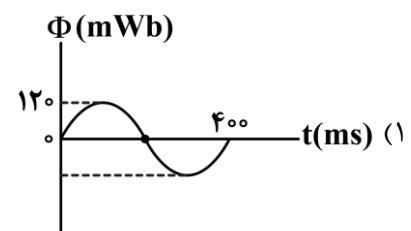
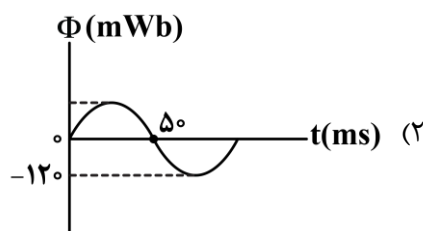
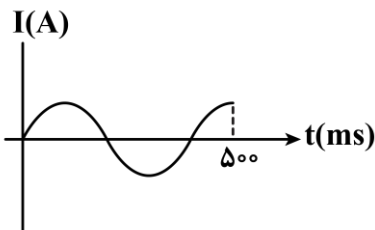
مهم ترین نکته ای که در مبحث القاوری باید به آن توجه کنید، پایا یا غیرپایا بودن جریان است.

سوتی های پرتکرار

اگر به پایا بودن جریان توجه نکرده باشید به گزینه اشتباه (۲) می رسید.



۷۹- در یک مولد جریان متناوب با یک حلقه، بیشینه شار عبوری ۱۲۰ mWb می باشد. با توجه به نمودار جریان القایی برحسب زمان، نمودار شار عبوری برحسب زمان به چه صورت است؟



پاسخ: گزینه ۴

(متوسط - محاسباتی - استاندارد) - صفحه ۱۲۴ - ۱۱۰۴

گام اول

دوره تناوب را با توجه به نمودار $I - t$ به دست می آوریم:

$$\Delta \times \frac{T}{4} = 50 \text{ ms} \Rightarrow T = 40 \text{ ms}$$

چون بیشینه شار برابر 120 mWb می باشد؛ پس:

$$\Phi = BA \cos \theta$$

$$\Phi_{\max} = BA = 120 \text{ mWb}$$

بنابراین بیشترین و کمترین مقدار روی نمودار باید $+120 \text{ mWb}$ و -120 mWb باشد.

همچنین دوره تناوب $T = 40 \text{ ms}$ و $\frac{T}{2} = 20 \text{ ms}$ و $\frac{T}{4} = 10 \text{ ms}$ می باشد (رد گزینه های (۲) و (۳)).

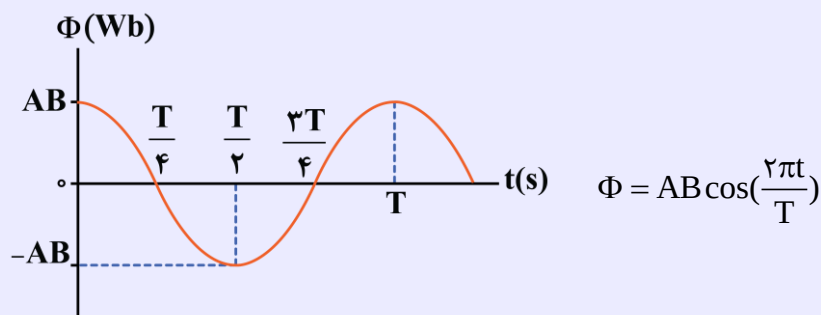
نمودار شار مغناطیسی به صورت کسینوسی است؛ پس جواب گزینه (۴) می باشد.

راهنمای زنگ بازی

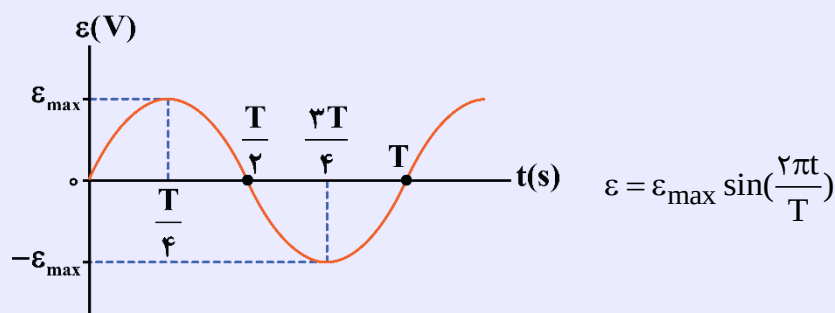
نمودار $\Phi - t$ یک نمودار کسینوسی است (رد گزینه های (۱) و (۲)) و با توجه به گام اول، $T = 40 \text{ ms}$ است که در گزینه (۳) $T = 10 \text{ ms}$ نشان داده شده، پس گزینه (۳) هم رد.

نمودارهای جریان متناوب

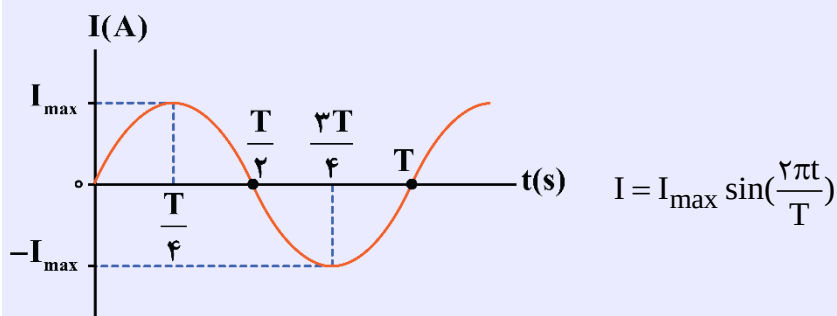
۱- نمودار شار مغناطیسی بر حسب زمان $(\Phi - t)$:



۲- نمودار نیروی محرکه القایی بر حسب زمان $(\varepsilon - t)$:



۳- نمودار جریان القایی بر حسب زمان $(I - t)$:



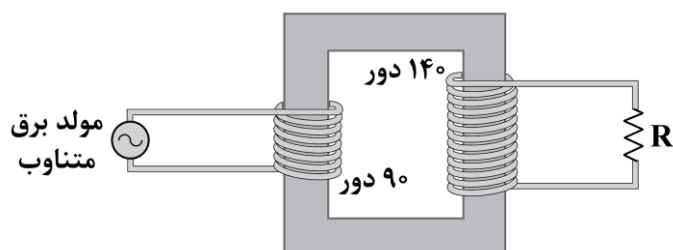


مقدار کمیت‌ها در لحظه‌های خاص:

کمیت \ زمان	T	$\frac{3T}{4}$	$\frac{T}{2}$	$\frac{T}{4}$	0
Φ	$+\Phi_m$	0	$-\Phi_m$	0	$+\Phi_m$
ε	0	$-\varepsilon_m$	0	$+\varepsilon_m$	0
I	0	$-I_m$	0	$+I_m$	0



۸۰- در مبدل آرمانی شکل زیر، اگر معادله ولتاژ دو سر مقاومت R در SI برابر $V = 70 \sin(14\pi t)$ باشد، معادله ولتاژ مولد در SI کدام است؟



(۱) $45 \sin(14\pi t)$

(۲) $45 \sin(9\pi t)$

(۳) $70 \sin(14\pi t)$

(۴) $70 \sin(9\pi t)$

(متوسط - محاسباتی - استاندارد) - صفحه ۱۲۷ - ۱۱۰۴

پاسخ: گزینه ۱

ابتدا دقت کنید مبدل‌ها بسامد و دوره برق متناوب را تغییر نمی‌دهند؛ بنابراین گزینه‌های (۲) و (۴) نادرست هستند.

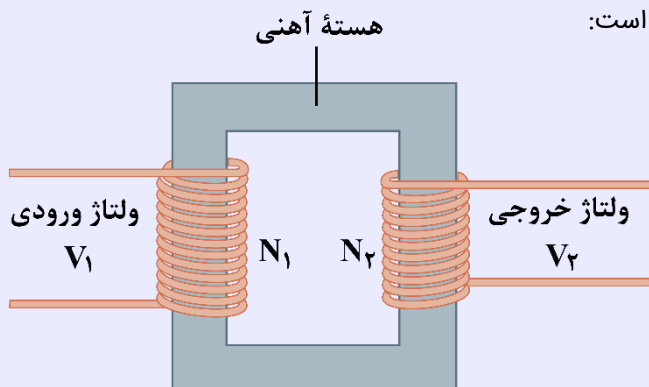
$$\frac{V_2}{V_1} = \frac{N_2}{N_1} \Rightarrow \frac{70}{V_1} = \frac{140}{90} \Rightarrow V_1 = 45V$$

$$\Rightarrow \text{معادله ولتاژ مولد: } V = 45 \sin(14\pi t)$$

راهنمای زنگ‌بازی

مبدل‌ها بسامد و دوره تناوب ولتاژ را تغییر نمی‌دهند (رد گزینه‌های (۲) و (۴)) و وقتی تعداد دور پیچه در دو سمت متفاوت است، حتماً ولتاژ تغییر خواهد کرد و ۷۰ ولت نخواهد ماند (رد گزینه (۳)).

برای یک مبدل آرمانی که مقاومت پیچه‌های آن ناچیز است، رابطه زیر برقرار است:



$$\frac{V_2}{V_1} = \frac{N_2}{N_1}$$

که در این رابطه N_1 پیچه اولیه است که به دور ولتاژ V_1 بسته شده و N_2 پیچه ثانویه است که به دور ولتاژ V_2 بسته شده است.





برای دیدن پاسخنامه ویدئویی آزمون
QRcode بالا را اسکن کنید!
یا بر روی لینک زیر کلیک کنید!
پاسخنامه ویدئویی آزمون

شیمی ۱: فصل ۲ و ۳ دهم / (صفحه‌های ۷۶ تا ۷۹ و ۸۰ تا ۸۹ و ۹۲ تا ۹۳ و ۱۰۰ تا ۱۰۱) یادگیری عمیق

شیمی ۲: فصل ۲ و ۳ یازدهم / (صفحه‌های ۷۷ تا ۱۲۳) مرور و جمع‌بندی

بودجه‌بندی
این آزمون

پایه دهم: در مجموع ۲ تست از ۳۰ تست کنکور را پوشش داده است.
پایه یازدهم: در مجموع ۳ تست از ۳۰ تست کنکور را پوشش داده است.

سهم در
کنکور

شیمی دهم (بخش انتخابی)

۸۱- در مخلوطی از گازهای دی‌نیتروژن مونوکسید و هلیوم، به ازای هر مولکول از اکسید نیتروژن، سه ذره هلیوم قرار گرفته است. چگالی این مخلوط گازی در شرایط استاندارد برابر با چند گرم بر لیتر است؟ ($O = 16, N = 14, He = 4 : g \cdot mol^{-1}$)

۱/۷۵ (۴)

۰/۸۷۵ (۳)

۱/۲۵ (۲)

۰/۶۲۵ (۱)

(متوسط - محاسباتی - استاندارد) - صفحه ۷۸ - ۱۰۰۲

پاسخ: گزینه ۱

فرمول شیمیایی دی‌نیتروژن مونوکسید به صورت N_2O است. می‌دانیم که بر اساس قانون آووگادرو، در دما و فشار مشخص، حجم ۱ مول از گازهای گوناگون با یکدیگر برابر است. به عبارت دیگر، در شرایط مشخص، حجم مولی گازها با یکدیگر برابر است. از طرف دیگر، به ازای هر مولکول N_2O ، تعداد ۳ ذره هلیوم در مخلوط وجود دارد، در نتیجه می‌توان گفت که در مخلوط گازی، به ازای a مول N_2O ، تعداد $3a$ مول گاز هلیوم وجود دارد. ابتدا جرم هر یک از گازهای موجود در مخلوط را محاسبه می‌کنیم:

$$g \text{ He} = 3a \text{ mol He} \times \frac{4 \text{ g He}}{1 \text{ mol He}} = 12a \text{ g}$$

$$g \text{ N}_2\text{O} = a \text{ mol N}_2\text{O} \times \frac{44 \text{ g N}_2\text{O}}{1 \text{ mol N}_2\text{O}} = 44a \text{ g}$$

با توجه به جرم هر یک از گازها، می‌توان نتیجه گرفت که جرم مخلوط برابر $56a$ گرم است. همچنین، مجموع شمار مول‌های گازی موجود در مخلوط برابر $4a$ مول است؛ بنابراین لازم است که حجم گازهای موجود در مخلوط را به دست بیاوریم:

$$L \text{ گاز} = 4a \text{ mol گاز} \times \frac{22.4 \text{ L گاز}}{1 \text{ mol گاز}} = 89.6a \text{ L گاز}$$

در نهایت با داشتن جرم و حجم مخلوط، می‌توانیم چگالی مخلوط را محاسبه کنیم:

$$\text{چگالی} = \frac{\text{جرم مخلوط}}{\text{حجم مخلوط}} = \frac{56a \text{ g}}{89.6a \text{ L}} = 0.625 \text{ g} \cdot \text{L}^{-1}$$

رفتار گازها

گازها موادی با جنب و جوش‌های نامنظم‌تر و بیشتر از مواد جامد و مایع هستند. این مواد برخلاف مواد جامد و مایع، تراکم‌پذیر هستند و حجم آن‌ها با حجم ظرفی که در آن قرار می‌گیرند، برابر است. به عبارت دیگر، گازها شکل و حجم مشخصی ندارند. برای توصیف یک نمونه گاز، لازم است که مقدار آن در دما و فشار مشخص بیان شود. حجم گازها به عوامل مختلفی بستگی دارد. این عوامل عبارت‌اند از:

(۱) مقدار ماده: هرچه مقدار مول یک گاز بیشتر باشد، حجم آن نیز بیشتر است.

(۲) دما: هر چه دمای گاز بیشتر شود، فاصله مولکول‌های گازی افزایش یافته و در نتیجه، حجم آن بیشتر می‌شود.

(۳) فشار: فشار یک گاز با حجم آن رابطه عکس دارد. هر چه فشار گازی بیشتر باشد، فاصله مولکول‌های گازی کمتر شده و حجم آن کاهش می‌یابد.

برای مقایسه فشار، حجم، مقدار ماده و دمای دو نمونه گازی می‌توان از رابطه زیر استفاده کرد:

$$\frac{P_1 V_1}{n_1 T_1} = \frac{P_2 V_2}{n_2 T_2}$$

توجه کنید که در این رابطه، دما باید بر حسب کلونین (K) قرار بگیرد. همچنین طبق قانون آووگادرو، حجم یک مول از گازهای گوناگون در دما و فشار یکسان با هم برابر است. شرایط استاندارد (STP)، دمای 0°C و فشار 1 atm است که حجم یک مول گاز در آن برابر 22.4 لیتر است.

۸۲- در شرایط یکسان، نسبت چگالی یک گاز به چگالی گاز هیدروژن برابر با ۳۲ است. حجم ۹۶ گرم از این گاز در فشار 1 atm و دمای ۲۷۳ کلوین، بر حسب لیتر کدام است؟ ($H = 1 : g \cdot mol^{-1}$)

۴۴/۸ (۴)

۳۳/۶ (۳)

۲۲/۴ (۲)

۱۱/۲ (۱)

(آسان - محاسباتی - سریع - صفحه ۷۸ - ۱۰۰۲)

پاسخ: گزینه ۳

در شرایط یکسان، چگالی هر گاز متناسب با جرم مولی آن گاز است. ابتدا جرم مولی گاز موردنظر را به دست می آوریم:

$$\frac{\text{چگالی گاز موردنظر}}{\text{چگالی گاز } H_2} = \frac{\text{جرم مولی گاز موردنظر}}{\text{جرم مولی } H_2} \Rightarrow \frac{x}{2} = 32 \Rightarrow x = 64 \text{ g} \cdot \text{mol}^{-1}$$

دمای ۲۷۳ کلوین، معادل با دمای صفر درجه سلسیوس است، پس شرایط داده شده در صورت سؤال، مطابق با شرایط استاندارد خواهد بود. در شرایط استاندارد (STP)، هر مول گاز ۲۲/۴ لیتر حجم دارد. حال حجم ۹۶ گرم از این گاز را در شرایط STP به دست می آوریم:

$$\text{گاز } 1 \text{ mol} \times \frac{22.4 \text{ L}}{1 \text{ mol}} \times \frac{\text{گاز } 96 \text{ g}}{64 \text{ g}} = 33.6 \text{ L} \text{ گاز}$$



۸۳- بر اثر تجزیه گرمایی یک مول $KClO_3$ مطابق واکنش زیر، چند مول گاز اکسیژن تولید شده و آرایش الکترونی یون های موجود در ساختار فراورده یونی حاصل از این واکنش، مشابه آرایش الکترونی کدام گاز نجیب است؟



(واکنش را موازنه کنید.)

۱/۵ - آرگون (۴)

۱/۵ - نئون (۳)

۲ - آرگون (۲)

۲ - نئون (۱)

(آسان - محاسباتی و مفهومی - سریع - صفحه ۸۰ - ۱۰۰۲)

پاسخ: گزینه ۴

واکنش موازنه شده تجزیه پتاسیم کلرات به صورت زیر است:



ابتدا حساب می کنیم از تجزیه پتاسیم کلرات چند مول اکسیژن آزاد می شود. بر این اساس، داریم:

$$? \text{ mol } O_2 = 1 \text{ mol } KClO_3 \times \frac{3 \text{ mol } O_2}{2 \text{ mol } KClO_3} = 1.5 \text{ mol}$$

اتم کلر، دارای ۱۷ الکترون است، پس یون کلرید دارای ۱۸ الکترون خواهد بود. اتم پتاسیم نیز دارای ۱۹ الکترون است، پس یون پتاسیم دارای ۱۸ الکترون خواهد بود. این یون ها، به آرایش الکترونی آرگون دست پیدا کرده اند.



۸۴- در رابطه با عنصری که آرایش الکترونی آن به $3d^2 4s^2$ ختم می شود، کدام مطلب زیر نادرست است؟

(۱) اگر در اتم آن ۲۸ نوترون وجود داشته باشد، جرم نیم مول از این ماده برابر با ۲۵ گرم می شود.

(۲) این عنصر، یک فلز بوده و در آرایش الکترونی آن ۶ زیرلایه الکترونی کاملاً پر قرار گرفته است.

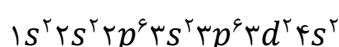
(۳) شمار الکترون های ظرفیتی موجود در این عنصر، با الکترون های ظرفیتی گوگرد برابر است.

(۴) این عنصر، در واکنش با یک نمونه از عنصر اکسیژن، الکترون از دست می دهد.

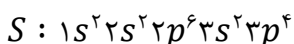
(متوسط - مفهومی و محاسباتی - زمان بر - صفحه ۱۰۰ - ۱۰۰۲)

پاسخ: گزینه ۳

در قدم اول، باید آرایش الکترونی کامل عنصری که آرایش آن به $3d^2 4s^2$ ختم می شود را رسم کنیم. آرایش الکترونی این عنصر به صورت زیر است:



با توجه به آرایش الکترونی نوشته شده، هر اتم از عنصر مورد نظر دارای ۲۲ الکترون است، پس این عنصر معادل با فلز تیتانیوم خواهد بود. در هر اتم تیتانیوم، ۴ الکترون ظرفیتی وجود دارد. آرایش الکترونی گوگرد نیز به صورت زیر است:



در ساختار هر اتم گوگرد نیز ۶ الکترون ظرفیتی قرار گرفته است.

بررسی سایر گزینه‌ها:

۱) عدد اتمی تیتانیوم برابر با ۲۲ است، پس در هسته هر اتم از این عنصر ۲۲ پروتون وجود دارد. اگر در هسته اتم تیتانیوم، ۲۸ نوترون وجود داشته باشد، عدد جرمی این ماده برابر با ۵۰ شده و بر این اساس، جرم مولی تیتانیوم برابر با ۵۰ گرم بر مول می‌شود. در رابطه با جرم نیم مول فلز تیتانیوم، داریم:

$$? g Ti = \frac{50 g Ti}{1 mol Ti} \times \frac{1}{2} mol Ti = 25 g$$

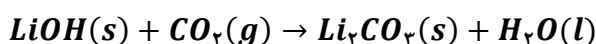
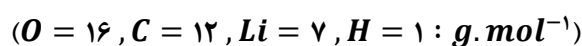
با توجه به محاسبات انجام شده، جرم نیم مول تیتانیوم برابر با ۲۵ گرم می‌شود.

۲) تیتانیوم، نوعی عنصر فلزی است که از آن در ساخت بدنه دوچرخه، قطعاتی از موتور جت و ... استفاده می‌شود. در هر اتم تیتانیوم، ۷ زیرلایه از الکترون اشغال شده که از این تعداد، ۶ زیرلایه کاملاً پر از الکترون است.

۳) فلزها در واکنش با عناصر نافلزی از جمله گاز اکسیژن، اغلب الکترون از دست داده و به کاتیون تبدیل می‌شوند.



۸۵- در واکنش زیر، تفاوت جرم واکنش‌دهنده‌های مصرف شده برابر با ۲ گرم است. طی این فرایند، چند گرم آب تولید شده و در ساختار یون چنداتیمی موجود در میان فراورده‌ها، چند پیوند اشتراکی بین اتم‌ها برقرار شده است؟



۴ - ۹ (۴)

۳ - ۱۸ (۳)

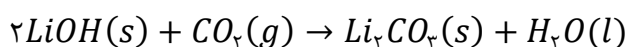
۳ - ۹ (۲)

۳ - ۱۸ (۱)

(دشوار - محاسباتی و مفهومی - زمان‌بر - صفحه ۸۰ - ۱۰۰۲)

پاسخ: گزینه ۴

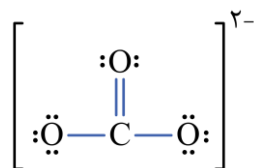
معادله واکنش انجام شده به صورت زیر است:



با توجه به معادله این واکنش، به ازای مصرف ۲ مول لیتیم هیدروکسید (معادل با ۴۸ گرم لیتیم هیدروکسید) و یک مول گاز کربن دی‌اکسید (معادل با ۴۴ گرم گاز کربن دی‌اکسید)، یک مول آب تولید می‌شود، پس می‌توان گفت به ازای تولید یک مول آب در این واکنش، تفاوت جرم واکنش‌دهنده‌های مصرف شده برابر با ۴ گرم می‌شود. بر این اساس، داریم:

$$? g H_2O = 2 g \text{ تفاوت جرم} \times \frac{1 mol H_2O}{4 g \text{ تفاوت جرم}} \times \frac{18 g H_2O}{1 mol H_2O} = 9 g$$

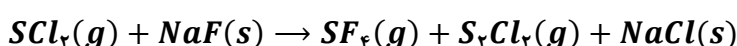
در ساختار لیتیم کربنات تولید شده در این واکنش، یون چنداتیمی کربنات دیده می‌شود. ساختار این یون به صورت زیر است:



همان‌طور که مشخص است، این یون در ساختار خود دارای ۴ پیوند اشتراکی است.



۸۶- با توجه به معادله موازنه‌نشده زیر، ۵/۴ گرم S_2Cl_2 در واکنش زیر تولید شده است. طی این فرایند، چند مول سدیم فلوئورید مصرف می‌شود؟ ($Cl = 35/5, S = 32 : g.mol^{-1}$)



۴ - ۰/۰۶

۳ - ۰/۱۶

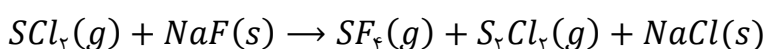
۲ - ۰/۱۲

۱ - ۰/۰۸

(دشوار - محاسباتی - استاندارد - صفحه ۸۰ - ۱۰۰۲)

پاسخ: گزینه ۳

معادله واکنش انجام شده به صورت زیر است:



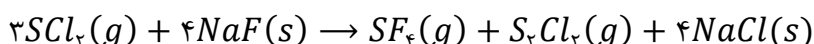
برای موازنه واکنش انجام شده، ابتدا به پیچیده‌ترین ماده یعنی SF_6 ضریب یک می‌دهیم. حال باید برای موازنه اتم فلوئور، به NaF ضریب ۴ بدهیم. در مرحله بعد، $NaCl$ برای موازنه شدن سدیم ضریب ۴ می‌گیرد. ادامه موازنه با روش وارسی امکان‌پذیر نبوده و بایستی به مواد باقی‌مانده ضرایب مجهول اختصاص دهیم. بنابراین ضریب ماده S_2Cl_2 را برابر x و ضریب ماده S_2Cl_2 را برابر y فرض می‌کنیم. حال داریم:

$$xS_2Cl_2(g) + 4NaF(s) \rightarrow 1SF_6(g) + yS_2Cl_2(g) + 4NaCl(s)$$

در مرحله بعد، پس از برابر قرار دادن شمار اتم‌های گوگرد و کلر در دو طرف معادله، ضرایب مجهول را پیدا می‌کنیم.

$$\begin{cases} S : x = 1 + 2y \\ Cl : 2x = 2y + 4 \end{cases} \Rightarrow x = 3, y = 1$$

طبق محاسبات انجام شده، معادله موازنه‌شده به صورت زیر است:



در قدم بعد، مقدار سدیم فلوئورید مصرف شده را محاسبه می‌کنیم:

$$? mol NaF = 5/4 g S_2Cl_2 \times \frac{1 mol S_2Cl_2}{135 g S_2Cl_2} \times \frac{4 mol NaF}{1 mol S_2Cl_2} = 0.16 mol$$



۸۷- در شرایطی که چگالی گاز نیتروژن برابر با ۱ گرم بر لیتر است، یک مخلوط ۶۷/۲ لیتری از گازهای گوگرد دی‌اکسید و اکسیژن، با هم واکنش داده و گاز گوگرد تری‌اکسید را ایجاد می‌کنند. طی این فرایند، چند گرم فراورده تولید شده است؟

$$(S = 32, O = 16, N = 14 : g.mol^{-1})$$

۱۲۸ (۴)

۶۴ (۳)

۹۶ (۲)

۴۸ (۱)

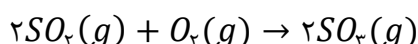
(آسان - محاسباتی - استاندارد - صفحه ۷۹ - ۱۰۰۲)

پاسخ: گزینه ۴

در قدم اول، باید حجم هر مول ماده گازی را در شرایط انجام واکنش به دست بیاوریم. در این رابطه، داریم:

$$\text{چگالی گاز} = \frac{\text{جرم مولی گاز}}{\text{حجم مولی گاز}} \Rightarrow 1 = \frac{28 g.mol^{-1}}{V} \Rightarrow V = 28 L.mol^{-1}$$

با توجه به محاسبات انجام شده، هر مول ماده گازی در شرایط آزمایش ۲۸ لیتر حجم دارد. طبق فرض سؤال، گازهای گوگرد دی‌اکسید و اکسیژن با هم واکنش داده و طی این فرایند، گاز گوگرد تری‌اکسید را ایجاد می‌کنند. معادله واکنش انجام شده به صورت زیر است:



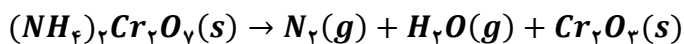
با توجه به معادله این واکنش، به ازای مصرف مجموعاً ۳ مول ماده گازی (دو مول گاز گوگرد دی‌اکسید و یک مول گاز اکسیژن)، ۲ مول فراورده تولید می‌شود. بر این اساس، می‌توان جرم گاز SO_3 تولید شده را محاسبه کرد. داریم:

$$? g SO_3 = 67/2 L \text{ گاز} \times \frac{1 mol \text{ گاز}}{28 L \text{ گاز}} \times \frac{2 mol SO_3}{3 mol \text{ گاز}} \times \frac{80 g SO_3}{1 mol SO_3} = 128 g$$

با توجه به محاسبات انجام‌شده، طی این فرایند ۱۲۸ گرم گاز SO_3 تولید شده است.



۸۸- پس از موازنه معادله زیر، کدام مطلب در رابطه با این واکنش درست است؟

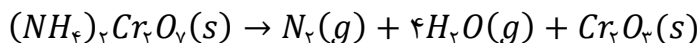


- (۱) همه فراورده‌های تولید شده در این واکنش، در دسته مواد مولکولی قرار می‌گیرند.
- (۲) با انجام این واکنش در ظرف سرباز، مجموع جرم مواد جامد به‌مرور کاهش می‌یابد.
- (۳) جرم بخار آب تولید شده در این واکنش شیمیایی، ۴ برابر جرم گاز نیتروژن تولید شده است.
- (۴) با مصرف ۰/۲ مول واکنش‌دهنده در این فرایند، ۰/۶ مول بخار آب به‌عنوان فراورده تولید می‌شود.

پاسخ: گزینه ۲

(آسان - محاسباتی و مفهومی - سریع - صفحه ۷۹ - ۱۰۰۲)

معادله موازنه‌شده واکنش، به‌صورت زیر است:



با انجام این واکنش در ظرف سرباز، مقداری بخار آب و مقداری گاز نیتروژن تولید شده و از ظرف مورد نظر خارج می‌شوند. با خروج گازها از ظرف واکنش مورد نظر، مجموع جرم مواد جامد به‌مرور کاهش می‌یابد.

بررسی سایر گزینه‌ها:

۱ یکی از فراورده‌های این واکنش، Cr_2O_3 است که در ساختار خود دارای اتم‌های فلزی کروم و اتم‌های نافلزی اکسیژن است. می‌دانیم که از واکنش میان یک فلز با یک نافلز، نوعی ماده یونی تولید می‌شود.

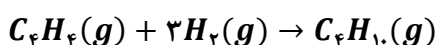
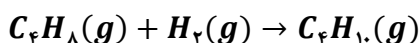
۲ با توجه معادله واکنش داده شده، ضریب بخار آب معادل با ۴ برابر ضریب گاز نیتروژن است، پس می‌توان گفت مقدار مول بخار آب تولید شده، معادل با ۴ برابر مقدار مول گاز نیتروژن تولید شده است. توجه داریم که جرم مولی این دو ماده، با هم برابر نیست، پس نمی‌توانیم در رابطه با مقایسه مقدار جرم تولید شده از آن‌ها اظهار نظر کنیم.

۳ در معادله این واکنش شیمیایی، ضریب بخار آب ۴ برابر ضریب واکنش‌دهنده مصرف شده است، پس می‌توان گفت با مصرف ۰/۲ مول واکنش‌دهنده در این فرایند، ۰/۸ مول بخار آب به‌عنوان فراورده تولید می‌شود. در این رابطه، داریم:

$$? \text{ mol } H_2O = 0.2 \text{ mol } (NH_4)_2Cr_2O_7 \times \frac{4 \text{ mol } H_2O}{1 \text{ mol } (NH_4)_2Cr_2O_7} = 0.8 \text{ mol}$$



۸۹- مخلوطی از گازهای C_4H_8 و C_4H_6 ، در شرایط مناسب با ۱/۶ گرم گاز هیدروژن واکنش داده و ۰/۴ مول بخار بوتان تولید می‌شود. چند درصد مولی از مخلوط گازی اولیه توسط گاز C_4H_8 تشکیل شده است؟ ($C = 12, H = 1 : g. \text{mol}^{-1}$)



۴۰ (۴)

۵۰ (۳)

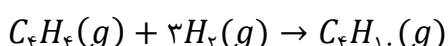
۲۰ (۲)

۲۵ (۱)

پاسخ: گزینه ۳

(دشوار - محاسباتی - زمان‌بر - صفحه ۸۰ - ۱۰۰۲)

معادله واکنش‌های انجام شده به‌صورت زیر است:



فرض می‌کنیم که در ابتدای این فرایند شیمیایی، مقدار x مول گاز C_4H_8 و مقدار y مول گاز C_4H_6 در اختیار داشته‌ایم. ابتدا مقدار مول گاز هیدروژن مصرف شده را محاسبه می‌کنیم:

$$? \text{ mol } H_2 = \frac{1}{6} g \text{ } H_2 \times \frac{1 \text{ mol } H_2}{2 g \text{ } H_2} = 0.8 \text{ mol}$$

هر مول C_4H_8 ، با یک مول گاز هیدروژن واکنش می‌دهد، پس می‌توان گفت x مول C_4H_8 نیز با x مول هیدروژن واکنش می‌دهد. هر مول C_4H_6 نیز با ۳ مول گاز هیدروژن واکنش می‌دهد، پس می‌توان گفت y مول C_4H_6 نیز با $3y$ مول هیدروژن واکنش می‌دهد.

بر این اساس، داریم:

$$0.8 \text{ mol } H_2 = x + 3y$$

هر مول C_4H_{10} ، یک مول بوتان تولید می‌کند، پس می‌توان گفت x مول بوتن نیز x مول بوتان تولید می‌کند. هر مول C_4H_{10} نیز یک مول بوتان تولید می‌کند، پس می‌توان گفت y مول C_4H_{10} ، مقدار y مول بوتان تولید می‌کند. در کل این فرایند، 0.4 مول بوتان تولید شده است، پس داریم:

$$0.4 \text{ mol } C_4H_{10} = x + y$$

تا به این جای کار، دو معادله و دو مجهول داریم. بر این اساس، مقدار هر مجهول را محاسبه می‌کنیم:

$$\begin{cases} 0.8 = x + 3y \\ 0.4 = x + y \end{cases} \implies x = 0.2 \text{ mol}, \quad y = 0.2 \text{ mol}$$

مقدار مول دو هیدروکربن در مخلوط اولیه برابر است، پس درصد مولی هریک از این دو ماده برابر با 50% می‌شود.



۹۰- در محلولی از منیزیم سولفات به جرم 800 گرم، مقدار 16 گرم یون منیزیم وجود دارد. برای به‌دست آوردن محلولی از منیزیم سولفات با غلظت $1/6$ مول بر لیتر و چگالی 1.2 g mL^{-1} ، باید چند گرم از آب موجود در محلول اولیه را تبخیر کنیم؟

$$(S = 32, Mg = 24, O = 16 : \text{g. mol}^{-1})$$

۳۲۰ (۴)

۴۰۰ (۳)

۲۴۰ (۲)

۳۰۰ (۱)

(دشوار - محاسباتی - زمان ۱۰ - صفحه ۱۰۰ - ۱۰۰۳)

پاسخ: گزینه ۱

طبق فرض سؤال، در محلول منیزیم سولفات، 16 گرم یون منیزیم وجود داشته است. هر مول منیزیم سولفات، یک مول یون منیزیم را وارد محلول می‌کند. در قدم اول، جرم منیزیم سولفات ($MgSO_4$) موجود در محلول 800 گرمی اولیه را محاسبه می‌کنیم.

$$? \text{ g } MgSO_4 = 16 \text{ g } Mg^{2+} \times \frac{1 \text{ mol } Mg^{2+}}{24 \text{ g } Mg^{2+}} \times \frac{1 \text{ mol } MgSO_4}{1 \text{ mol } Mg^{2+}} \times \frac{120 \text{ g } MgSO_4}{1 \text{ mol } MgSO_4} = 80 \text{ g}$$

در قدم بعد، محاسبه می‌کنیم که با استفاده از این 80 گرم منیزیم سولفات، چند گرم محلول $1/6$ مولار از این نمک قابل تهیه است. بر این اساس، داریم:

$$? \text{ g محلول} = 80 \text{ g } MgSO_4 \times \frac{1 \text{ mol } MgSO_4}{120 \text{ g } MgSO_4} \times \frac{1 \text{ L محلول}}{1/6 \text{ mol } MgSO_4} \times \frac{1000 \text{ mL محلول}}{1 \text{ L محلول}} \times \frac{1/2 \text{ g محلول}}{1 \text{ mL محلول}} = 500 \text{ g}$$

جرم محلول اولیه برابر با 800 گرم بوده است. جرم محلول $1/6$ مولار نهایی ایجاد شده طی این فرایند نیز برابر با 500 گرم است. بر این اساس، می‌توان گفت که اگر 300 گرم از آب موجود در محلول اولیه را تبخیر کنیم، محلول 500 گرمی نهایی ایجاد شده و غلظت منیزیم سولفات در محلول به $1/6$ مول بر لیتر می‌رسد.



۹۱- یک نمونه سدیم نیترات که حاوی 0.6 مول اتم نیتروژن می‌شود را در 199 گرم آب حل می‌کنیم. غلظت مولار نمک در این محلول، چقدر می‌شود؟ (چگالی محلول ایجاد شده 1.25 گرم بر میلی‌لیتر است. $(Na = 23, O = 16, N = 14 : \text{g. mol}^{-1})$)

۳ (۴)

۱/۵ (۳)

۲/۵ (۲)

۱/۲۵ (۱)

(متوسط - محاسباتی - استاندارد ۱۰ - صفحه ۹۹ - ۱۰۰۳)

پاسخ: گزینه ۴

سدیم نیترات، یک ترکیب یونی با فرمول شیمیایی $NaNO_3$ است. برای حل قسمت اول سؤال، لازم است که در ابتدا جرم سدیم نیترات حل شده در این محلول را محاسبه کنیم. با توجه به شمار اتم‌های نیتروژن موجود در محلول، جرم سدیم نیترات برابر خواهد بود با:

$$? \text{ g } NaNO_3 = 0.6 \text{ mol } N \times \frac{1 \text{ mol } NaNO_3}{1 \text{ mol } N} \times \frac{85 \text{ g } NaNO_3}{1 \text{ mol } NaNO_3} = 51 \text{ g } NaNO_3$$

در ۱۹۹ گرم آب، مقدار ۵۱ گرم سدیم نیترات حل شده است. جرم محلول که با مجموع جرم حلال و حل‌شونده مساوی است، برابر ۲۵۰ گرم خواهد بود. برای به‌دست آوردن غلظت مولی محلول لازم است که در ابتدا حجم محلول را به‌دست بیاوریم. حجم این محلول به‌صورت زیر محاسبه می‌شود:

$$? L = \frac{1 \text{ mL محلول}}{1/25 \text{ g محلول}} \times \frac{1 \text{ L محلول}}{1000 \text{ mL محلول}} = 0.25 \text{ L}$$

از طرف دیگر، لازم است تا مقدار مول سدیم نیترات حل شده در محلول را نیز محاسبه کنیم:

$$? \text{ mol NaNO}_3 = 0.25 \text{ mol N} \times \frac{1 \text{ mol NaNO}_3}{1 \text{ mol N}} = 0.25 \text{ mol}$$

در نهایت، غلظت مولی محلول مدنظر را به‌دست می‌آوریم:

$$\text{غلظت مولی} = \frac{\text{مقدار مول NaNO}_3}{V (L)} = \frac{0.25}{0.25} = 1 \text{ mol.L}^{-1}$$



۹۲- دستگاه گلوکومتر، غلظت قند خون یک فرد را ۹۰ میلی‌گرم بر دسی‌لیتر نشان داده است. اگر ۰/۰۱ مول گلوکز به بدن این فرد که دارای ۵ لیتر خون است، تزریق شود، عدد نشان داده شده توسط دستگاه گلوکومتر چقدر می‌شود؟

($O = 16, C = 12, H = 1 : g.mol^{-1}$)

۱۱۶ (۴)

۱۲۶ (۳)

۱۵۲ (۲)

۱۶۲ (۱)

(متوسط - محاسباتی - استاندارد - صفحه ۹۹ - ۱۰۰۳)

پاسخ: گزینه ۳ 

دستگاه گلوکومتر، مقدار میلی‌گرم گلوکز در یک دسی‌لیتر خون را نشان می‌دهد. با توجه به عدد گلوکومتر، در ابتدا باید مقدار گلوکز موجود در خون فرد را محاسبه کنیم:

$$? \text{ mg C}_6\text{H}_{12}\text{O}_6 = 5 \text{ L خون} \times \frac{10 \text{ dL خون}}{1 \text{ L خون}} \times \frac{90 \text{ mg C}_6\text{H}_{12}\text{O}_6}{1 \text{ dL خون}} = 4500 \text{ mg}$$

طی این فرایند، ۰/۰۱ مول گلوکز به بدن فرد تزریق شده است. با اضافه کردن مقداری گلوکز به خون فرد، غلظت گلوکز موجود در خون فرد تغییر می‌کند. مقدار گلوکز اضافه شده به خون این فرد برابر است با:

$$? \text{ mg C}_6\text{H}_{12}\text{O}_6 = 0.01 \text{ mol C}_6\text{H}_{12}\text{O}_6 \times \frac{180 \text{ g C}_6\text{H}_{12}\text{O}_6}{1 \text{ mol C}_6\text{H}_{12}\text{O}_6} \times \frac{1000 \text{ mg C}_6\text{H}_{12}\text{O}_6}{1 \text{ g C}_6\text{H}_{12}\text{O}_6} = 1800 \text{ mg}$$

داریم:

$$6300 \text{ mg} = 4500 + 1800 = \text{مقدار گلوکز اضافه شده} + \text{مقدار اولیه گلوکز} = \text{مقدار نهایی گلوکز}$$

در نهایت مقدار گلوکز در خون فرد برابر ۶۳۰۰ میلی‌گرم است. در نتیجه، عدد جدیدی که دستگاه نشان می‌دهد به‌صورت زیر خواهد بود:

$$\text{عدد گلوکومتر} = \frac{\text{میلی گرم گلوکز}}{\text{دسی لیتر خون}} \Rightarrow \frac{6300 \text{ mg}}{5 \text{ L} \times \frac{10 \text{ dL}}{1 \text{ L}}} = 126$$

گلوکومتر 

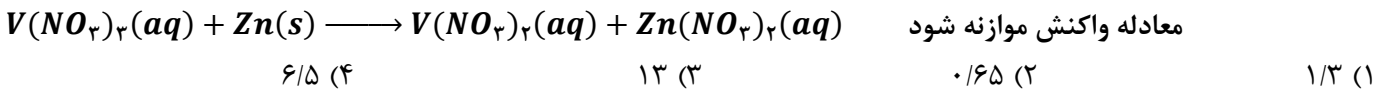
گلوکومتر، دستگاهی برای سنجش میزان گلوکز موجود در خون است. این دستگاه، غلظت گلوکز خون را در مقیاس میلی‌گرم گلوکز در هر دسی‌لیتر خون بیان می‌کند. هر دسی‌لیتر خون برابر ۰/۱ لیتر از آن است. برای تبدیل عدد گلوکومتر به غلظت مولی گلوکز در خون یا برعکس، می‌توان از رابطه زیر استفاده کرد:

$$\text{عدد گلوکومتر} = 18000 \times \text{غلظت مولی گلوکز} \quad \text{غلظت مولی گلوکز} = 18000 \div \text{عدد گلوکومتر}$$



۹۳- محلولی از وانادیم (III) نیترات با غلظت 2370 ppm ، با مقدار کافی فلز روی واکنش داده و به وانادیم (II) نیترات تبدیل می‌شود. اگر جرم محلول مصرف شده برابر با ۲۰ کیلوگرم باشد، طی این فرایند چند گرم فلز روی مصرف شده است؟

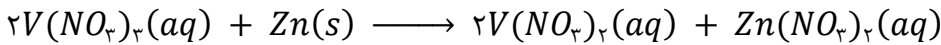
($Zn = 65, V = 51, O = 16, N = 14 : g.mol^{-1}$)



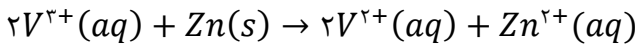
(متوسط - محاسباتی - استاندارد) - صفحه ۹۵ - ۱۰۰۳

پاسخ: گزینه ۴

واکنش مورد نظر مطابق معادله موازنه شده زیر انجام می‌شود:



توجه داریم که یون نیترات در این واکنش به عنوان یون تماشاگر است، به همین دلیل می‌توان این یون را از دو طرف معادله واکنش حذف کرد. در این حالت، معادله واکنش مورد نظر به صورت زیر می‌شود:



در گام اول، مول یون V^{3+} موجود در محلول اولیه را محاسبه می‌کنیم:

$$? \text{ mol } V^{3+} = 20 \text{ kg محلول} \times \frac{1000 \text{ g محلول}}{1 \text{ kg محلول}} \times \frac{2370 \text{ g } V(NO_3)_3}{10^6 \text{ g محلول}} \times \frac{1 \text{ mol } V(NO_3)_3}{237 \text{ g } V(NO_3)_3} \times \frac{1 \text{ mol } V^{3+}}{1 \text{ mol } V(NO_3)_3} = 0.2 \text{ mol}$$

طی این فرایند، ۰/۲ مول یون V^{3+} مصرف شده است. با توجه معادله واکنش، جرم روی به این صورت محاسبه می‌شود:

$$? \text{ g Zn} = 0.2 \text{ mol } V^{3+} \times \frac{1 \text{ mol Zn}}{2 \text{ mol } V^{3+}} \times \frac{65 \text{ g Zn}}{1 \text{ mol Zn}} = 6.5 \text{ g}$$



۹۴- در محلول ۶۴۰ میلی لیتری از پتاسیم سولفات با چگالی ۱/۲۵ گرم بر میلی لیتر، مجموع شمار آنیون ها و کاتیون ها $3/612 \times 10^{23}$ عدد است. درصد جرمی نمک حل شده در این محلول چقدر است؟ ($K = 39, S = 32, O = 16 : g.mol^{-1}$)

۴/۳۵ (۴) ۸/۷ (۳) ۰/۸۷ (۲) ۱/۷۴ (۱)

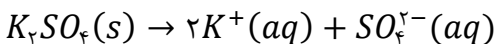
(متوسط - محاسباتی - استاندارد) - صفحه ۹۶ - ۱۰۰۳

پاسخ: گزینه ۴

در قدم اول، باید جرم محلول داده شده را محاسبه کنیم:

$$\text{چگالی} = \frac{\text{جرم محلول}}{\text{حجم محلول}} \implies 1/25 = \frac{x \text{ g محلول}}{640 \text{ mL محلول}} \implies x = 800 \text{ g}$$

پتاسیم سولفات، نوعی ترکیب یونی با فرمول K_2SO_4 بوده و بر اساس معادله زیر در محلول آبی خود تفکیک می‌شود:



هر واحد فرمولی از این ماده، ۲ یون پتاسیم و یک یون سولفات را وارد محلول می‌کند، پس می‌توان گفت هر مول از این ماده، در مجموع ۳ مول یون وارد محلول می‌کند. بر این اساس، جرم پتاسیم سولفات حل شده در محلول را محاسبه می‌کنیم:

$$? \text{ g } K_2SO_4 = 3/612 \times 10^{23} \text{ ion} \times \frac{1 \text{ mol ion}}{6.02 \times 10^{23} \text{ ion}} \times \frac{1 \text{ mol } K_2SO_4}{3 \text{ mol ion}} \times \frac{174 \text{ g } K_2SO_4}{1 \text{ mol } K_2SO_4} = 34/8 \text{ g}$$

طی این فرایند، ۳۴/۸ گرم K_2SO_4 در ۸۰۰ گرم محلول حل شده است. درصد جرمی هر محلول، با استفاده از رابطه زیر به دست می‌آید:

$$\text{درصد جرمی} = \frac{\text{جرم حل شونده}}{\text{جرم محلول}} \times 100$$

بر این اساس، درصد جرمی پتاسیم نیترات را در محلول محاسبه می‌کنیم:

$$\text{درصد جرمی} = \frac{\text{جرم } K_2SO_4}{\text{جرم محلول}} \times 100 = \frac{34/8 \text{ g } K_2SO_4}{800 \text{ g محلول}} \times 100 = 4/35 \text{ درصد}$$

۹۵- اگر ۰/۵ مول برم مایع در ۴۰۰ میلی لیتر بنزین حل شود، درصد جرمی حل شونده کدام است؟ (جرم هر میلی لیتر بنزین را برابر ۰/۸ گرم در نظر بگیرید. $Br = 80 : g.mol^{-1}$)

۶۰ (۴)

۵۰ (۳)

۴۰ (۲)

۲۰ (۱)

(آسان - محاسباتی - سریع - صفحه ۹۶ - ۱۰۰۳)

پاسخ: گزینه ۱

فرمول شیمیایی مولکول برم به صورت Br_2 بوده و این ماده تنها عنصر نافلزی است که در شرایط اتاق به حالت مایع یافت می شود. ابتدا جرم برم حل شده را محاسبه می کنیم:

$$? g Br_2 = 0.5 mol Br_2 \times \frac{160 g Br_2}{1 mol Br_2} = 80 g$$

بنزین، یک ماده ناقطبی بوده و طبق قاعده شبیه، شبیه را حل می کند، حلال مناسبی برای مواد ناقطبی از جمله برم به شمار می رود. در مرحله بعد جرم حلال یعنی بنزین را به دست می آوریم.

$$\frac{جرم}{حجم} = چگالی \Rightarrow جرم = حجم \times چگالی = 0.8 g.mL^{-1} \times 400 mL = 320 g$$

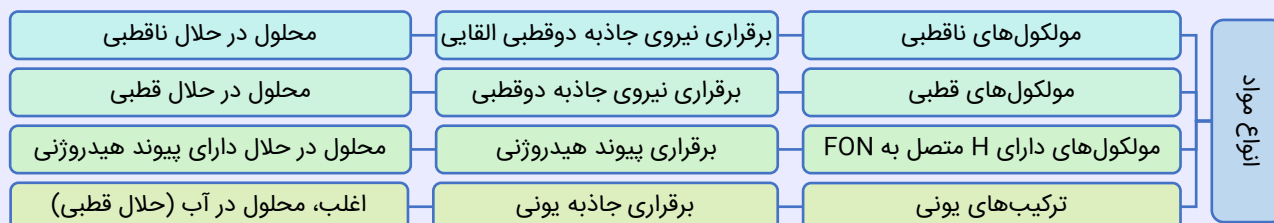
در پایان طبق فرمول درصد جرمی، درصد جرمی محلول را محاسبه می کنیم:

$$درصد جرمی = \frac{جرم حل شونده}{جرم حلال + جرم حل شونده} \times 100 = \frac{80}{80 + 320} \times 100 = 20\%$$



بنزین

بنزین با فرمول شیمیایی کلی C_6H_6 ، ترکیبی ناقطبی است و در آب که ماده ای قطبی است حل نمی شود. بر این اساس، می توان گفت که میانگین نیروی جاذبه میان مولکول های آب و بنزین، کمتر از نیروی جاذبه میان مولکول های آب خالص و بنزین به صورت مجزا از هم است. به عنوان یک قانون کلی، می توان گفت شبیه، شبیه را در خود حل می کند. بر این اساس می توان مواد را به چهار دسته تقسیم کرد:



۹۶- ۶۰۰ میلی لیتر محلول ۲ مولار لیتیم سولفات، ۸۰۰ میلی لیتر محلول لیتیم فلوئورید ($d = 1.04 g.mL^{-1}$) و مقداری آب، مخلوط شده و یک محلول ۲/۵ لیتری به دست می آید. اگر غلظت یون لیتیم در محلول ایجاد شده ۱/۶ مولار باشد، درصد جرمی لیتیم فلوئورید در محلول اولیه آن چقدر بوده است؟ ($S = 32, F = 19, O = 16, Li = 7 : g.mol^{-1}$)

۱۰ (۴)

۵ (۳)

۸ (۲)

۴ (۱)

(دشوار - محاسباتی - زمان بر - صفحه ۱۰۰ - ۱۰۰۳)

پاسخ: گزینه ۳

از تقسیم کردن مول یک ماده به حجم محلول، غلظت مولار حاصل می شود. برای حل این سؤال ابتدا با توجه به حجم محلول پایانی، مقدار مول یون لیتیم حل شده در آن را محاسبه می کنیم:

$$\frac{مول}{حجم} = غلظت \Rightarrow مول = حجم \times غلظت = 1/6 \times 2/5 = 4 mol$$

در مرحله بعد مقدار یون لیتیم موجود در محلول حاوی لیتیم سولفات (Li_2SO_4) را به دست می آوریم. توجه داریم که مقدار یون لیتیم موجود در محلول نهایی حاصل جمع مقدار یون لیتیم موجود در محلول های حاوی لیتیم سولفات و لیتیم فلوئورید است. داریم:

$$Li_2SO_4 : غلظت = \frac{مول}{حجم} \Rightarrow مول = حجم \times غلظت = 2 \times 0.6 = 1.2 mol$$

با توجه به محاسبات انجام شده، در محلول لیتیم سولفات، $1/2$ مول از این ترکیب یونی حضور دارد. هر واحد از نمک لیتیم سولفات (Li_2SO_4)، ۲ یون لیتیم در محلول آزاد می‌کند؛ بنابراین می‌توان گفت در این محلول $2/4$ مول یون لیتیم حضور دارد. در این حالت، داریم:

$\implies$ یون لیتیم موجود در محلول LiF + یون لیتیم موجود در محلول Li_2SO_4 = یون لیتیم موجود در محلول نهایی

$$4 = 2/4 + x \implies x = 4 - 2/4 = 1/6$$

تا به اینجا کار متوجه شدیم که محلول لیتیم فلوئورید حاوی $1/6$ مول یون لیتیم بوده است، پس در محلول مورد نظر مجموعاً $1/6$ مول نمک لیتیم فلوئورید وجود داشته است. بر این اساس، داریم:

$$LiF \text{ درصد جرمی} = \frac{\text{جرم } LiF}{\text{جرم محلول}} \times 100 = \frac{1/6 \text{ mol } LiF \times \frac{26 \text{ g } LiF}{1 \text{ mol } LiF}}{800 \text{ mL محلول} \times \frac{1/04 \text{ g محلول}}{1 \text{ mL محلول}}} \times 100 = 5 \text{ درصد}$$



۹۷- در ۵۰۰ میلی‌لیتر محلول ۲ درصد جرمی از ترکیب A با چگالی 0.95 g/mL ، چند گرم حل‌شونده وجود دارد و غلظت این محلول چند مولار است؟ (جرم مولی ترکیب A برابر با ۹۵ گرم بر مول است.)

$$0.12 - 9/5 \quad (4)$$

$$0.11 - 9/5 \quad (3)$$

$$0.12 - 4/75 \quad (2)$$

$$0.11 - 4/75 \quad (1)$$

(آسان - محاسباتی - سریع - صفحه ۱۰۰ - ۱۰۰۳)

پاسخ: گزینه ۴

$$\text{غلظت مولی} = \frac{10 \text{ ad}}{M} = \frac{10 \times 2 \times 0.95}{95} = 0.2 \text{ mol.L}^{-1}$$

در قدم بعد، جرم حل‌شونده موجود در محلول را به‌دست می‌آوریم:

$$? \text{ g A} = 500 \text{ mL محلول} \times \frac{1 \text{ L محلول}}{1000 \text{ mL محلول}} \times \frac{0.2 \text{ mol A}}{1 \text{ L محلول}} \times \frac{95 \text{ g A}}{1 \text{ mol A}} = 9.5 \text{ g}$$



۹۸- اگر فرمول شیمیایی کلسیم سیلیکات به‌صورت Ca_2SiO_4 باشد، نسبت شمار اتم‌های لیتیم به شمار اتم‌های اکسیژن در لیتیم سیلیکات، چند برابر نسبت شمار جفت الکترون‌های ناپیوندی به شمار جفت الکترون‌های پیوندی در ساختار مولکول NO_2Cl است؟ ($Si = 28, O = 16, Li = 7 : \text{g.mol}^{-1}$)

$$0.25 \quad (4)$$

$$0.5 \quad (3)$$

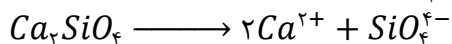
$$4 \quad (2)$$

$$2 \quad (1)$$

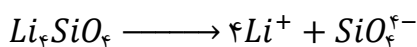
(آسان - مفهومی - سریع - صفحه ۹۲ - ۱۰۰۳)

پاسخ: گزینه ۳

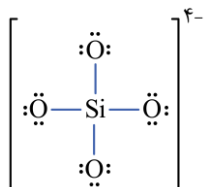
طبق فرض سؤال، فرمول شیمیایی کلسیم سیلیکات به‌صورت Ca_2SiO_4 است. چون هر ترکیب یونی به‌طور کلی باید خنثی باشد، پس می‌توان گفت مجموع بار آنیون‌ها و کاتیون‌ها در هر ماده یونی با هم برابر است. بر این اساس، داریم:



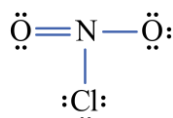
بر این اساس، فرمول شیمیایی یون سیلیکات به‌صورت SiO_4^{4-} خواهد بود. لیتیم سیلیکات، یک ترکیب یونی با فرمول شیمیایی Li_4SiO_4 است. برای به‌دست آوردن نسبت شمار اتم‌های لیتیم به شمار اتم‌های اکسیژن در ساختار این ماده، صرفاً باید به فرمول شیمیایی آن توجه کنیم. چون در هر واحد فرمول از این ماده، ۴ اتم لیتیم و ۴ اتم اکسیژن یافت می‌شود، پس می‌توان گفت نسبت شمار اتم‌های لیتیم به شمار اتم‌های اکسیژن در آن برابر با یک است. در رابطه با این ماده، داریم:



ساختار یون سیلیکات به‌صورت زیر است:



ساختار مولکول NO_2Cl نیز به صورت زیر است:



نسبت شمار جفت الکترون‌های ناپیوندی به شمار جفت الکترون‌های پیوندی در ساختار این مولکول نیز برابر با ۲ است. با توجه به توضیحات داده شده، مقدار نسبت خواسته شده در سؤال، برابر با ۰/۵ می‌شود.



۹۹- مقدار ۴۰۰ میلی لیتر محلول ۰/۲۵ مولار سدیم نیترات را با ۳/۱ لیتر محلول ۲ مولار آن مخلوط می‌کنیم. در ۲ لیتر از محلول حاصل، چند گرم یون سدیم حضور دارد؟ ($Na = 23 \text{ g} \cdot \text{mol}^{-1}$)

۵۷/۵ (۴)

۹۲ (۳)

۸۲/۸ (۲)

۶۹ (۱)

(آسان - محاسباتی - سریع - صفحه ۱۰۰ - ۱۰۰۳)

پاسخ: گزینه ۲

برای حل سؤال ابتدا مول سدیم نیترات حل شده در هر یک از محلول‌های اولیه را محاسبه می‌کنیم:

$$\text{مول} = \frac{\text{غلظت} \times \text{حجم}}{\text{حجم}} \Rightarrow \text{مول} = ۰/۲۵ \times ۰/۴ = ۰/۱ \text{ mol}$$

$$\text{مول} = \frac{\text{غلظت} \times \text{حجم}}{\text{حجم}} \Rightarrow \text{مول} = ۲ \times ۳/۱ = ۶/۲ \text{ mol}$$

در مرحله بعد، غلظت محلول حاصل از مخلوط شدن دو محلول اولیه را به دست می‌آوریم:

$$\text{غلظت} = \frac{\text{مول } NaNO_3}{\text{حجم}} = \frac{۶/۲ + ۰/۱}{۳/۱ + ۰/۴} = ۱/۸ \text{ mol} \cdot L^{-1}$$

سپس مول سدیم نیترات حل شده در ۲ لیتر از این محلول را محاسبه می‌کنیم:

$$\text{مول} = \text{غلظت} \times \text{حجم} = ۱/۸ \times ۲ = ۳/۶ \text{ mol}$$

هر واحد از سدیم نیترات با فرمول شیمیایی $NaNO_3$ ، در ساختار خود یک یون سدیم دارد. بنابراین ۳/۶ مول از این ترکیب یونی، ۳/۶ مول یون سدیم در ساختار خود دارد. در پایان جرم یون سدیم موجود در این محلول را به دست می‌آوریم:

$$\text{جرم} = \frac{\text{جرم مولی}}{\text{جرم مولی}} \Rightarrow \text{جرم} = \text{مول} \times \text{جرم مولی} = ۳/۶ \times ۲۳ = ۸۲/۸ \text{ g}$$

برای محاسبه جرم سدیم به صورت زیر نیز می‌توان عمل کرد:

$$? \text{ g Na} = ۳/۶ \text{ mol Na} \times \frac{۲۳ \text{ g Na}}{۱ \text{ mol Na}} = ۸۲/۸ \text{ g}$$

غلظت مولار

تجربه نشان می‌دهد که اندازه‌گیری حجم یک مایع به ویژه در آزمایشگاه آسان‌تر از جرم آن است. از سوی دیگر شیمی‌دان‌ها مقدار ماده را بر حسب مول بیان می‌کنند. بر این اساس، به نظر می‌رسد که بیان غلظتی از محلول پرکاربردتر خواهد بود که با مول‌های ماده حل‌شونده و حجم محلول ارتباط داشته باشد. چنین غلظتی را **غلظت مولی** (مولار) می‌نامند. غلظت مولی (M) یک محلول، با استفاده از رابطه زیر محاسبه می‌شود:

$$\text{غلظت مولی} = \frac{\text{مول حل‌شونده}}{\text{لیتر محلول}}$$

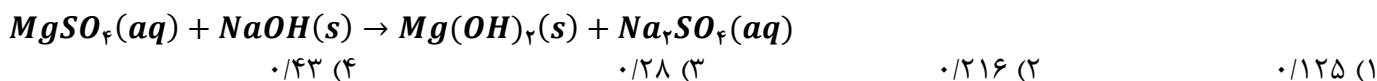
برای محاسبه مقدار حل‌شونده موجود در یک محلول، می‌توان از کسر تبدیل زیر استفاده کرد:

$$\begin{array}{ccc} \text{مول حل‌شونده} & \xrightarrow{\times M} & \text{حجم محلول} \\ & \xleftarrow{\div M} & \end{array}$$

نوعی دیگری از غلظت وجود دارد که گرم حل‌شونده در هر لیتر از محلول را نشان می‌دهد. داریم:

$$\text{غلظت گرم بر لیتر} = \frac{\text{جرم حل‌شونده}}{\text{لیتر محلول}}$$

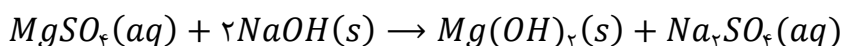
۱۰۰- به ۴ کیلوگرم محلول که حاوی ۲۲/۵ گرم منیزیم سولفات است، مقدار کافی پودر سدیم هیدروکسید جامد اضافه می‌کنیم تا واکنش موازنه نشده زیر به‌طور کامل انجام شود. درصد جرمی یون سدیم در محلول به‌دست آمده در پایان واکنش پس از جدا کردن رسوب تقریباً چقدر می‌شود؟ ($S = ۳۲, mg = ۲۴, Na = ۲۳, O = ۱۶ : g.mol^{-1}$)



(دشوار - محاسباتی - زمان‌بر - صفحه ۹۶ - ۱۰۰۳)

پاسخ: گزینه ۲

معادله موازنه‌شده واکنش به‌صورت زیر است:



با توجه به اطلاعات داده شده در صورت سؤال، جرم آب موجود در محلول ۴ کیلوگرمی اولیه برابر خواهد بود با:

$$g \text{ آب} = ۴۰۰۰ - ۲۲/۵ = ۳۹۷۷/۵$$

در قدم بعد، جرم سدیم سولفات و یون‌های سدیم تولید شده را حساب می‌کنیم:

$$g Na_2SO_4 = ۲۲/۵ g MgSO_4 \times \frac{1 mol MgSO_4}{120 g MgSO_4} \times \frac{1 mol Na_2SO_4}{1 mol MgSO_4} \times \frac{142 g Na_2SO_4}{1 mol Na_2SO_4} = ۲۶/۶۲۵ g$$

$$g Na^+ = ۲۲/۵ g MgSO_4 \times \frac{1 mol MgSO_4}{120 g MgSO_4} \times \frac{2 mol Na^+}{1 mol MgSO_4} \times \frac{23 g Na^+}{1 mol Na^+} = ۸/۶۲۵ g$$

طی این فرایند، عملاً مقداری منیزیم سولفات از محلول خارج شده و به‌جای آن، مقداری سدیم سولفات به محلول وارد شده است. به عبارت دیگر، جرم محلول به خاطر کم شدن منیزیم سولفات به اندازه ۲۲/۵ گرم کاهش یافته و به خاطر اضافه شدن سدیم سولفات، به اندازه ۲۶/۶۲۵ گرم افزایش یافته است. بر این اساس می‌توان گفت جرم محلول نهایی برابر با ۴۰۰۴/۱۲۵ گرم می‌شود. البته، چون مقادیر داده شده در گزینه‌ها خیلی به هم نزدیک نیستند، می‌توانیم از تقریب استفاده کنیم. در نهایت درصد جرمی یون‌های سدیم را در محلول نهایی به‌دست می‌آوریم:

$$\text{درصد جرمی یون‌های سدیم} = \frac{\text{جرم یون‌های سدیم}}{\text{جرم آب} + \text{جرم سدیم سولفات}} \times ۱۰۰ = \frac{۸/۶۲۵}{۴۰۰۴/۱۲۵} \times ۱۰۰ = \frac{۸۶۲/۵}{۴۰۰۴/۱۲۵} \simeq \frac{۸۶۲/۵}{۴۰۰۰} \simeq ۰/۲۱۶$$



شیمی یازدهم (بخش انتخابی)

۱۰۱- در ظرف ۲ لیتری، مقداری از بخار دومین عضو خانواده آلکن‌ها به همراه اکسیژن کافی وجود دارد. اگر در این واکنش طی مدت ۳۰ ثانیه، ۱/۸ مول بخار آب تولید شود، سرعت مصرف واکنش دهنده آلی چند مول بر لیتر بر ساعت است؟



۵۴ (۴)

۳۶ (۳)

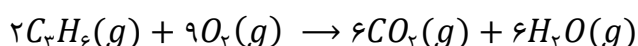
۳۰ (۲)

۱۸ (۱)

(متوسط - محاسباتی - استاندارد) - صفحه ۸۸ - ۱۱۰۲

پاسخ: گزینه ۳

پروپن با فرمول شیمیایی C_3H_6 ، دومین عضو خانواده آلکن‌ها بوده و طبق معادله موازنه شده زیر، با اکسیژن به سرعت واکنش داده و گاز کربن‌دی‌اکسید و بخار آب تولید می‌کند:



ابتدا با توجه به مقدار بخار آب تولید شده، مقدار پروپن مصرف شده را محاسبه می‌کنیم:

$$? mol C_3H_6 = \frac{1}{8} mol H_2O \times \frac{2 mol C_3H_6}{6 mol H_2O} = \frac{1}{6} mol$$

حال سرعت متوسط مصرف گاز پروپن را محاسبه می‌کنیم:

$$R_{C_3H_6} = \frac{\Delta n}{\Delta t} = \frac{\frac{1}{6} mol}{30 s \times \frac{1 min}{60 s} \times \frac{1 h}{60 min}} = \frac{1}{120} = 36 mol.L^{-1}.h^{-1}$$

سرعت متوسط واکنش

شیب نمودار مول - زمان برای هر یک از مواد شرکت‌کننده در واکنش، متناسب با ضریب استوکیومتری آن ماده در معادله موازنه شده واکنش است. به عبارت دیگر، اگر ضریب استوکیومتری شرکت‌کننده‌ها یکسان نباشد، سرعت متوسط آن‌ها متفاوت از یکدیگر خواهد بود. شیمی‌دان‌ها برای درک آسان‌تر روند پیشرفت واکنش‌ها در واحد زمان، از یک مفهوم کاربردی به نام سرعت واکنش استفاده می‌کنند. سرعت واکنش، از تقسیم سرعت متوسط مصرف یا تولید هر ماده شرکت‌کننده در واکنش بر ضریب استوکیومتری آن ماده به دست می‌آید. به عنوان مثال در واکنش $3A(g) + 2B(g) \rightarrow C(g) + 2D(g)$ برای محاسبه سرعت متوسط واکنش در بازه زمانی Δt به روش زیر عمل می‌کنیم:

$$R_{واکنش} = \frac{|\Delta n_A|}{3 \times \Delta t} = \frac{|\Delta n_B|}{2 \times \Delta t} = \frac{|\Delta n_C|}{1 \times \Delta t} = \frac{|\Delta n_D|}{2 \times \Delta t}$$

۱۰۲- بر اثر تجزیه گرمایی یک مول $KClO_3$ مطابق واکنش زیر، مقداری گاز اکسیژن تولید می‌شود. اگر این واکنش در طول مدت زمان ۱۵۰ ثانیه انجام شده باشد، سرعت متوسط تولید گاز اکسیژن برابر با چند مول بر دقیقه می‌باشد؟



(واکنش را موازنه کنید.)

۱/۲۵ (۴)

۲/۵ (۳)

۰/۱۵ (۲)

۰/۶ (۱)

(آسان - محاسباتی - سریع) - صفحه ۸۸ - ۱۱۰۲

پاسخ: گزینه ۱

واکنش موازنه شده تجزیه پتاسیم کلرات به صورت زیر است:



ابتدا حساب می‌کنیم از تجزیه پتاسیم کلرات چند مول اکسیژن آزاد می‌شود. بر این اساس، داریم:

$$? mol O_2 = 1 mol KClO_3 \times \frac{3 mol O_2}{2 mol KClO_3} = 1/2 mol$$

با توجه به مقدار مول اکسیژن تولید شده در این فرایند، سرعت متوسط تولید این ماده را محاسبه می‌کنیم:

$$\bar{R}_{O_2} = \frac{\Delta n(O_2)}{\Delta t} = \frac{1/2 mol O_2}{150 s \times \frac{1 min}{60 s}} = 1/6 mol.min^{-1}$$

۱۰۳- در رابطه با مواد شرکت کننده در یک واکنش فرضی در دمای معین، داده‌های جدول زیر به دست آمده است. سرعت متوسط واکنش در ۱۰۰ ثانیه سوم واکنش برابر با چند مول بر دقیقه است؟ (حجم ظرف واکنش برابر با ۱۰ لیتر است.)

غلظت ($mol.L^{-1}$)			زمان (ثانیه)
C	B	A	
۰	۰/۳	۰/۳	۰
۰/۰۲	۰/۲۶	۰/۲۴	۱۰۰
۰/۰۳۶	۰/۲۲۸	۰/۱۹۲	۲۰۰
۰/۰۴۸	۰/۲۰۴	۰/۱۵۶	۳۰۰

۰/۷۲ (۴)

۰/۳۶ (۳)

۰/۰۷۲ (۲)

۰/۰۳۶ (۱)

(دشوار - محاسباتی - استاندارد ۱ - صفحه ۹۳ - ۱۱۰۲)

پاسخ: گزینه ۲

ابتدا با محاسبه تغییر غلظت هر گونه در ۱۰۰ ثانیه ابتدایی واکنش، ضرایب استوکیومتری آن‌ها را در معادله واکنش پیدا می‌کنیم:

$$A \text{ تغییر غلظت} = 0.24 - 0.3 = -0.06 \text{ mol.L}^{-1}$$

$$B \text{ تغییر غلظت} = 0.26 - 0.3 = -0.04 \text{ mol.L}^{-1}$$

$$C \text{ تغییر غلظت} = 0.02 - 0 = 0.02 \text{ mol.L}^{-1}$$

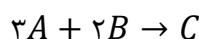
از تقسیم مقادیر بالا بر کمترین تغییر غلظت (تغییر غلظت C)، ضرایب استوکیومتری به دست می‌آیند:

$$A \text{ ضریب استوکیومتری} = \frac{0.06}{0.02} = 3$$

$$B \text{ ضریب استوکیومتری} = \frac{0.04}{0.02} = 2$$

$$C \text{ ضریب استوکیومتری} = \frac{0.02}{0.02} = 1$$

از آنجا که تغییر غلظت گونه‌های A و B در این بازه زمانی منفی و تغییر غلظت C مثبت است، پس می‌توان گفت مواد A و B واکنش‌دهنده و C فراورده هستند و معادله واکنش به صورت زیر است:



در ادامه، سرعت متوسط واکنش که با سرعت متوسط تولید C برابر است را در ۱۰۰ ثانیه سوم واکنش حساب می‌کنیم. در طول این بازه زمانی، غلظت این ماده از ۰/۰۳۶ به ۰/۰۴۸ مول بر لیتر رسیده و حجم ظرف نیز برابر با ۱۰ لیتر است، پس مقدار مول این ماده در بازه مورد نظر از ۰/۳۶ به ۰/۴۸ مول رسیده است. بر این اساس، داریم:

$$\text{سرعت متوسط واکنش در ۱۰۰ ثانیه سوم} = \frac{0.48 - 0.36}{100 \text{ s} \times \frac{1 \text{ min}}{60 \text{ s}}} = 0.072 \text{ mol.min}^{-1}$$



۱۰۴- کدام مطلب زیر در رابطه با بنزوئیک اسید درست است؟

(۱) در ساختار این ماده، ۳ پیوند اشتراکی دوگانه وجود دارد.

(۲) یک نمونه از این ماده آلی، برخلاف لیکوپن، سیرنشده است.

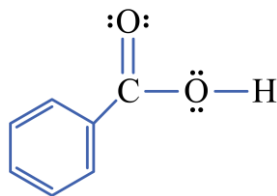
(۳) این ماده در شرایط مناسب، با اتانول واکنش داده و به استر تبدیل می‌شود.

(۴) فقط یک مورد از اتم‌های کربن موجود در این ماده به هیچ اتم هیدروژنی متصل نشده است.

(آسان - خطبه‌خط و مفهومی - سریع ۱ - صفحه ۹۱ - ۱۱۰۳)

پاسخ: گزینه ۳

ساختار بنزوئیک اسید به صورت زیر است:

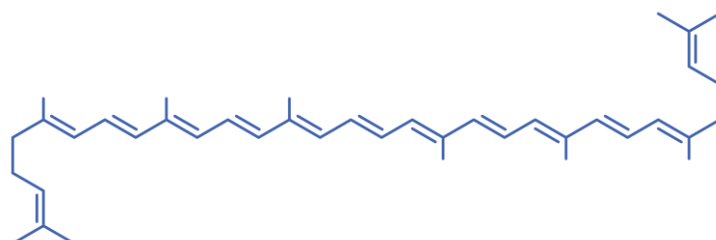


از ۷ پیوند کربن-کربن موجود در ساختار این ماده، ۳ پیوند دوگانه بوده و ۴ پیوند یگانه هستند. این ماده دارای گروه عاملی کربوکسیل بوده و به همین خاطر، با اتانول به عنوان نوعی الکل واکنش می‌دهد و نوعی استر را تولید می‌کند.

بررسی سایر گزینه‌ها:

۱) هر مولکول بنزوئیک اسید، دارای ۴ پیوند اشتراکی دوگانه در ساختار خود است. سه مورد از این پیوندها، بین اتم‌های کربن و یکی از این پیوندهای دوگانه، بین کربن و اکسیژن برقرار است.

۲) ساختار مولکولی لیکوپن به صورت زیر است:

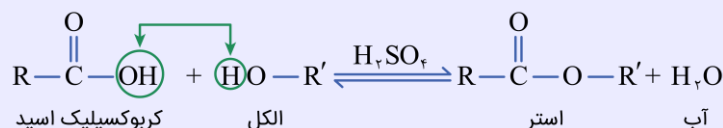


همان‌طور که مشخص است، در ساختار این ماده ۱۳ پیوند دوگانه وجود دارد. این ماده نیز همانند بنزوئیک اسید، نوعی ترکیب سیر نشده است.

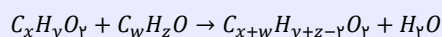
۴) دو مورد از اتم‌های کربن موجود در این ماده به هیچ اتم هیدروژنی متصل نشده است. یکی از این اتم‌های کربن، در ساختار عامل کربوکسیل و یکی از آن‌ها در ساختار حلقه قرار گرفته است.

استری شدن

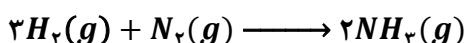
استرها را می‌توان از واکنش میان الکل‌ها ($R' - OH$) و کربوکسیلیک اسیدها ($R - COOH$) به دست آورد. فرایند انجام شده به صورت زیر است:



این واکنش، اصطلاحاً استری شدن نام دارد. با توجه به معادله نشان داده شده، کاتالیزگر واکنش مورد نظر سولفوریک اسید (H_2SO_4) است. استرها طی یک واکنش برگشت‌پذیر تولید شده و در شرایط مناسب می‌توانند به اسید و الکل سازنده خود تجزیه شوند. به واکنش استرها با مولکول‌های آب که منجر به تجزیه این مواد به الکل و اسید سازنده آن‌ها می‌شود، اصطلاحاً واکنش آب‌کافت گفته می‌شود. معادله کلی تولید یک ترکیب استری از یک اسید با فرمول شیمیایی $C_xH_yO_2$ و یک الکل با فرمول شیمیایی C_wH_zO به صورت زیر است:



۱۰۵- نمودار مقابل، روند تغییر مجموع غلظت مولی واکنش‌دهنده‌ها در ظرف مربوط به واکنش زیر را نشان می‌دهد:



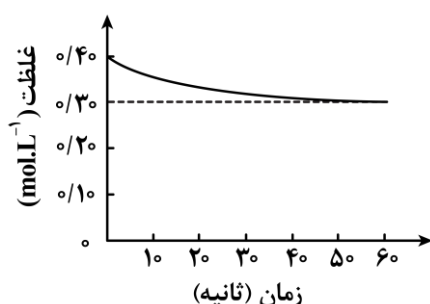
اگر حجم ظرف واکنش برابر با ۵ لیتر باشد، سرعت متوسط مصرف گاز نیتروژن در ۶۰ ثانیه اول این فرایند، برابر با چند مول بر دقیقه است؟

۰/۱۲۵ (۲)

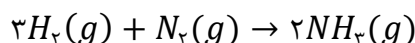
۰/۲۵ (۴)

۰/۷۵ (۱)

۰/۳۷۵ (۳)



واکنش تولید گاز آمونیاک از عناصر سازنده یا همان فرایند هابر، به صورت زیر است:



حجم ظرف واکنش برابر با ۵ لیتر بوده و طی این فرایند، مجموع غلظت مولی واکنش دهنده‌ها از ۰/۴ مول بر لیتر به ۰/۳ مول بر لیتر رسیده است. بر این اساس، می‌توان گفت در ابتدای این واکنش ۲ مول گاز واکنش دهنده (نیتروژن و هیدروژن) در ظرف وجود داشته و در انتهای آن، ۱/۵ مول گاز واکنش دهنده در ظرف وجود دارد. بر این اساس، داریم:

معادله واکنش	$3H_2(g) + N_2(g) \rightarrow 2NH_3(g)$	
مول ابتدایی	۲	۰
تغییر مول	$-4x$	$+2x$
مول انتهایی	$2 - 4x$	$2x$

طبق داده‌های سؤال، در انتهای کار ۱/۵ مول گاز واکنش دهنده در ظرف وجود دارد، پس داریم:

$$2 - 4x = 1/5 \implies x = 0.125 \text{ mol}$$

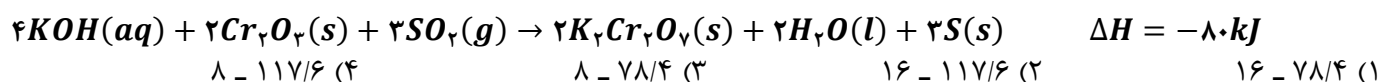
با توجه به مقدار مؤلفه x ، در طول این فرایند ۰/۱۲۵ مول گاز نیتروژن و ۰/۳۷۵ مول گاز هیدروژن مصرف شده و ۰/۲۵ مول گاز آمونیاک تولید شده است. بر این اساس، سرعت متوسط مصرف گاز نیتروژن را در طول ۶۰ ثانیه ابتدایی واکنش محاسبه می‌کنیم:

$$\bar{R} = \frac{\Delta \text{mol } N_2}{\Delta t} = \frac{0.125 \text{ mol } N_2}{60 \text{ s} \times \frac{1 \text{ min}}{60 \text{ s}}} = 0.125 \text{ mol} \cdot \text{min}^{-1}$$

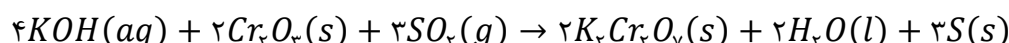


۱۰۶- در واکنش زیر، ۰/۴ مول پتاسیم هیدروکسید محلول در آب و در طول مدت ۴۵ ثانیه مصرف شده است. سرعت متوسط تولید $K_2Cr_2O_7$ برابر با چند گرم بر دقیقه بوده و در این بازه زمانی، چند کیلوژول گرما تولید شده است؟

$$(Cr = 52, K = 39, O = 16 : g \cdot \text{mol}^{-1})$$



معادله موازنه شده واکنش انجام شده به صورت زیر است:



ابتدا با توجه به معادله این واکنش شیمیایی، مقدار پتاسیم دی کرومات ($K_2Cr_2O_7$) تولید شده را محاسبه می‌کنیم:

$$? g K_2Cr_2O_7 = 0.4 \text{ mol } KOH \times \frac{2 \text{ mol } K_2Cr_2O_7}{4 \text{ mol } KOH} \times \frac{294 \text{ g } K_2Cr_2O_7}{1 \text{ mol } K_2Cr_2O_7} = 58.8 \text{ g}$$

در قدم بعد، سرعت متوسط تولید پتاسیم دی کرومات را محاسبه می‌کنیم:

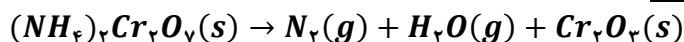
$$\bar{R} = \frac{\Delta m(K_2Cr_2O_7)}{\Delta t} = \frac{58.8 \text{ g } K_2Cr_2O_7}{45 \text{ s} \times \frac{1 \text{ min}}{60 \text{ s}}} = 78.4 \text{ g} \cdot \text{min}^{-1}$$

در قدم بعد، مقدار گرمای تولید شده در این واکنش شیمیایی را محاسبه می‌کنیم. طبق فرض سؤال، مقدار تغییر آنتالپی این واکنش برابر با ۸۰ کیلوژول است. در این رابطه، داریم:

$$? \text{ kJ گرما} = 0.4 \text{ mol } KOH \times \frac{80 \text{ kJ}}{4 \text{ mol } KOH} = 8 \text{ kJ}$$



۱۰۷- پس از موازنه معادله زیر، کدام مطلب در رابطه با این واکنش نادرست است؟

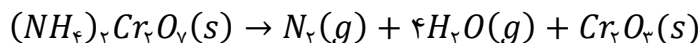


- (۱) در ساختار یکی از فراورده‌های این واکنش، آنیون و کاتیون وجود دارد.
- (۲) با انجام این واکنش در ظرف سرباز، مجموع جرم مواد جامد کاهش می‌یابد.
- (۳) سرعت متوسط تولید بخار آب در این واکنش، ۴ برابر سرعت متوسط تولید گاز نیتروژن است.
- (۴) با مصرف ۰/۲ مول واکنش‌دهنده در این فرایند، به شرط بازده ۵۰ درصد، مقدار ۰/۶ مول بخار آب تولید می‌شود.

پاسخ: گزینه ۴

(متوسط - مفهومی و محاسباتی - استاندارد ۱ - صفحه ۹۰ - ۱۱۰۲)

معادله موازنه‌شده واکنش، به صورت زیر است:



در معادله این واکنش شیمیایی، ضریب بخار آب ۴ برابر ضریب واکنش‌دهنده مصرف شده است، پس می‌توان گفت با مصرف ۰/۲ مول واکنش‌دهنده در این فرایند، ۰/۸ مول بخار آب، به صورت نظری و به عنوان فراورده تولید می‌شود. در این رابطه، داریم:

$$? \text{ mol } H_2O = 0.2 \text{ mol } (NH_4)_2Cr_2O_7 \times \frac{4 \text{ mol } H_2O}{1 \text{ mol } (NH_4)_2Cr_2O_7} = 0.8 \text{ mol}$$

بازده واکنش برابر با ۵۰٪ است، پس مقدار بخار آب تولید شده به صورت عملی، نصف مقدار نظری آن است و بر این اساس، مقدار بخار آب عملی تولید شده برابر با ۰/۴ مول می‌شود.

بررسی سایر گزینه‌ها:

۱) یکی از فراورده‌های این واکنش، Cr_2O_3 است که در ساختار خود دارای اتم‌های فلزی کروم و اتم‌های نافلزی اکسیژن است. می‌دانیم که از واکنش میان یک فلز با یک نافلز، نوعی ماده یونی تولید می‌شود.

۲) با انجام این واکنش در ظرف سرباز، مقداری بخار آب و مقداری گاز نیتروژن تولید شده و از ظرف مورد نظر خارج می‌شوند. با خروج گازها از ظرف واکنش مورد نظر، مجموع جرم مواد جامد به مرور کاهش می‌یابد.

۳) با توجه معادله واکنش داده شده، ضریب بخار آب معادل با ۴ برابر ضریب گاز نیتروژن است، پس می‌توان گفت مقدار مول بخار آب تولید شده، معادل با ۴ برابر مقدار مول گاز نیتروژن تولید شده است. در این شرایط، سرعت متوسط تولید بخار آب در این واکنش، ۴ برابر سرعت متوسط تولید گاز نیتروژن می‌شود.



۱۰۸- جدول زیر، تغییر تعداد ذرات گاز A در واکنش $A(g) \rightarrow 2B(g)$ را در طول زمان نشان می‌دهد:

زمان (ثانیه)	۰	۱۰ s	۲۰ s	۳۰ s
تعداد ذرات	$1/204 \times 10^{24}$	$6/02 \times 10^{23}$	$3/01 \times 10^{23}$	$1/806 \times 10^{23}$

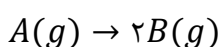
اگر پس از گذشتن ۲۰ ثانیه، این واکنش شیمیایی با سرعت ثابت انجام شود، کل طول مدت زمان انجام شدن واکنش برابر با چند ثانیه خواهد شد؟

- (۱) ۴۵ (۲) ۵۰ (۳) ۵۵ (۴) ۶۰

پاسخ: گزینه ۱

(متوسط - محاسباتی - سریع ۱ - صفحه ۸۸ - ۱۱۰۲)

معادله واکنش به صورت زیر است:



مقدار مول واکنش‌دهنده باقی‌مانده در ثانیه ۲۰ واکنش را محاسبه می‌کنیم.

$$? \text{ mol } A = 3/01 \times 10^{23} A \times \frac{1 \text{ mol } A}{6/02 \times 10^{23} A} = 0.5 \text{ mol}$$

از ثانیه بیستم به بعد، واکنش با سرعتی ثابت پیش می‌رود. در ثانیه ۳۰، مقدار گاز A برابر است با:

$$? \text{ mol } A = \frac{1}{8.06} \times 10^{23} A \times \frac{1 \text{ mol } A}{6.02 \times 10^{23} A} = 0.3 \text{ mol}$$

در بازه زمانی ۲۰ تا ۳۰ ثانیه، مقدار گاز A، به اندازه ۰/۲ مول کاهش یافته است. همچنین در ثانیه سی‌ام، ۰/۳ مول از این گاز باقی‌مانده است. از آنجا که واکنش با سرعت متوسط انجام می‌شود و در هر ۱۰ ثانیه، ۰/۲ مول از گاز A مصرف می‌شود، مقدار زمان لازم برای مصرف شدن این مقدار از گاز برابر ۱۵ ثانیه خواهد بود. در این رابطه، داریم:

$$? \text{ زمان } s = 0.3 \text{ mol } A \times \frac{10 \text{ s}}{0.2 \text{ mol } A} = 15 \text{ s}$$

طبق داده‌های جدول، ۳۰ ثانیه از ابتدای واکنش گذشته و ۱۵ ثانیه دیگر نیز این واکنش ادامه پیدا می‌کند، در نتیجه کل زمان انجام واکنش برابر ۴۵ ثانیه خواهد بود. فرض کنید که می‌خواستیم این سؤال را به یک سؤال دوقسمتی تبدیل کنیم. اگر می‌پرسیدیم «سرعت متوسط تولید فراورده در طول بازه ۱۰ تا ۲۰ ثانیه، برابر با چند مول بر دقیقه است؟» می‌توانستیم با استفاده از جدول داده شده، سرعت واکنش را نیز محاسبه کنیم. طی انجام واکنش گازی مورد نظر، ۱ مول گاز A مصرف شده و ۲ مول گاز B تولید می‌شود. برای حل این مسئله، باید در ابتدا مقدار گاز A مصرف شده طی بازه زمانی ۱۰ تا ۲۰ ثانیه را محاسبه کنیم:

$$t = 10 \text{ s} : ? \text{ mol } A = \frac{1}{8.06} \times 10^{23} A \times \frac{1 \text{ mol } A}{6.02 \times 10^{23} A} = 1 \text{ mol}$$

$$t = 20 \text{ s} : ? \text{ mol } A = \frac{3}{0.1} \times 10^{23} A \times \frac{1 \text{ mol } A}{6.02 \times 10^{23} A} = 0.5 \text{ mol}$$

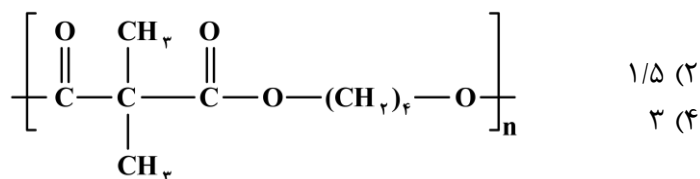
طی این مدت زمان، مقدار گاز A از ۱ مول به ۰/۵ مول می‌رسد. همچنین همان‌طور که گفتیم، با مصرف شدن ۱ مول از واکنش‌دهنده، ۲ مول فراورده تولید می‌شود. بنابراین با مصرف ۰/۵ مول از گاز A، مقدار ۱ مول گاز B تولید می‌شود. برای محاسبه سرعت متوسط تولید فراورده در این بازه زمانی به صورت زیر عمل می‌کنیم:

$$\bar{R}_B = \frac{1 \text{ mol}}{10 \text{ s} \times \frac{1 \text{ min}}{60 \text{ s}}} = 6 \text{ mol} \cdot \text{min}^{-1}$$



۱۰۹- پلیمری با ساختار مقابل را در نظر بگیرید. جرم مولی دی‌الکل مصرف شده در واکنش تولید این ماده، چند برابر جرم مولی اتان

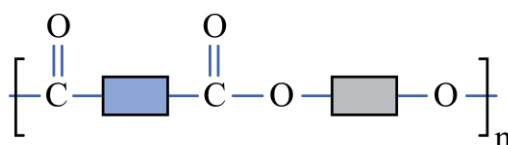
است؟ ($O = 16, C = 12, H = 1 : g \cdot \text{mol}^{-1}$)



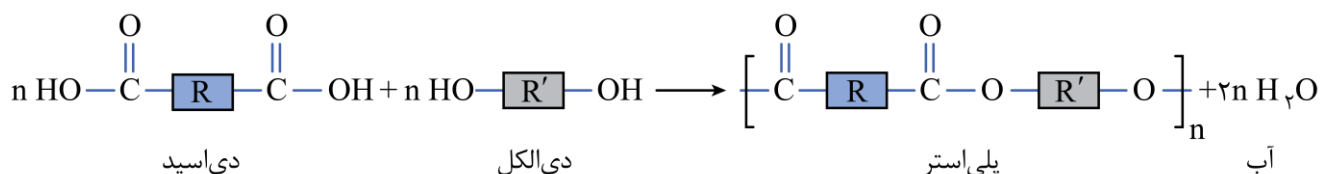
(متوسط - محاسباتی و مفهومی - استاندارد) - صفحه ۱۱۵ - ۱۱۳

پاسخ: گزینه ۴

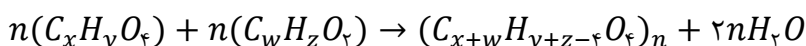
پلی‌استرها گروهی از پلیمرهای تراکمی هستند که در ساختار آن‌ها اتم‌های C، H و O وجود دارد. در این گروه از مواد، گروه عاملی استری به صورت پشت سر هم در طول مولکول‌های سازنده پلیمر تکرار شده و مولکول‌هایی با ساختار زیر را پدید می‌آورد:



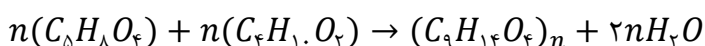
در واکنش تولید پلی استرها از الکل‌های دو عاملی (دی‌الکرها) و اسیدهای دو عاملی (دی‌اسیدها) به‌عنوان مونومر استفاده می‌شود. فرض کنید مقدار زیادی از یک اسید دو عاملی با فرمول $HOOC - R - COOH$ در مجاورت با مقدار زیادی از یک الکل دو عاملی با فرمول $HO - R' - OH$ قرار گرفته است. مولکول‌های این مواد مطابق با معادله زیر در واکنش استری شدن شرکت می‌کنند:



معادله کلی تولید یک پلی استر از یک دی اسید با فرمول شیمیایی $C_xH_yO_4$ و یک دی الکل با فرمول شیمیایی $C_wH_zO_2$ به صورت زیر است:



از آنجا که در واکنش تولید پلی استرها علاوه بر مولکول های پلیمر، آب نیز تولید می شود، جرم پلیمر حاصل از این واکنش کمتر از مجموع جرم مونومرهای مصرف شده در آن خواهد بود. با توجه به ساختار داده شده از پلی استر مورد نظر، واکنش تولید این ماده به صورت زیر خواهد بود:



ساختار دی‌الکل سازنده این ترکیب، به‌صورت زیر می‌شود:

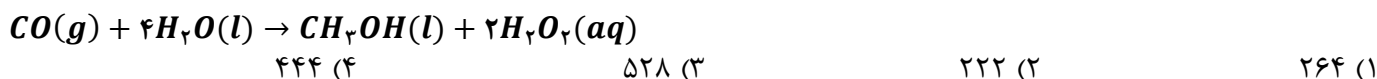


جرم مولی این ترکیب الکلی برابر با ۹۰ گرم بر مول است، درحالی‌که جرم مولی اتان (C_2H_6) برابر با ۳۰ گرم بر مول است. با توجه به معادله این واکنش، مقدار نسبت خواسته‌شده را محاسبه می‌کنیم:

$$\frac{C_6H_{10}O_2 \text{ جرم مولی}}{C_2H_6 \text{ جرم مولی}} = \frac{90}{30} = 3 \text{ برابر}$$



۱۱۰- نمونه‌ای از گاز کربن مونوکسید به جرم ۲۰۰ گرم و خلوص ۸۴٪ را بر اساس معادله زیر، با مقدار کافی آب وارد واکنش کرده و نیمی از الکل تولید شده را با اتانویک اسید وارد واکنش می‌کنیم. جرم استر تولید شده طی این فرایند، برابر با چند گرم می‌شود؟
($O = ۱۶, C = ۱۲, H = ۱ : g.mol^{-1}$)



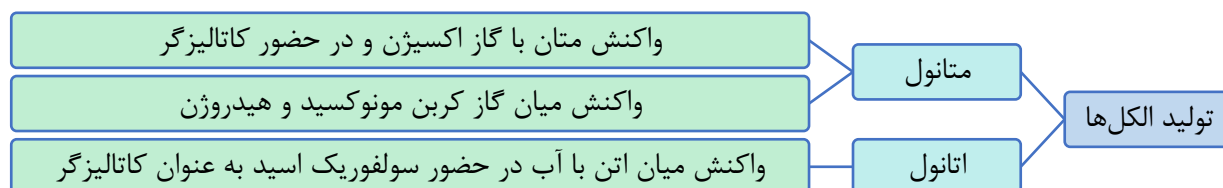
(دشوار - محاسباتی - زمان بر ۵ - صفحہ ۱۱۴ - ۱۱۵)

پاسخ: گزینه ۲

متانول، مطابق واکنش $CO(g) + 4H_2O(l) \rightarrow CH_3OH(l) + 2H_2O_2(aq)$ تولید شده است. با توجه به درصد خلوص داده شده از گاز کربن مونوکسید، مقدار مول متانول تولید شده را محاسبه می‌کنیم:

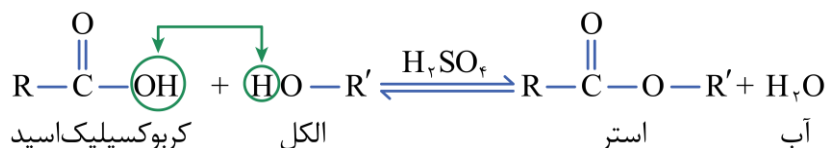
$$? \text{ mol } CH_3OH = 200 \text{ g CO} \times \frac{14 \text{ g CO}}{100 \text{ g CO}} \times \frac{1 \text{ mol CO}}{28 \text{ g CO}} \times \frac{1 \text{ mol } CH_3OH}{1 \text{ mol CO}} = 6 \text{ mol}$$

نمودار زیر، روش تولید دو عضو اول از خانواده کلها را نشان می‌دهد:

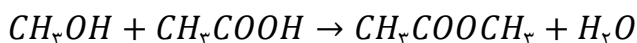


استرها دسته‌ای از مواد آلی هستند که در ساختار آن‌ها گروه استری ($-COO-$) وجود دارد. فرمول شیمیایی کلی استرها به‌صورت $R-COO-R'$ می‌باشد که در آن R معادل با اتم هیدروژن یا یک زنجیره هیدروکربنی بوده و R' معادل با یک زنجیره هیدروکربنی است. استرها را می‌توان از واکنشی میان الکل‌ها ($R'-OH$) و کربوکسیلیک اسیدها ($R-COOH$) به‌دست آورد.

فرایند انجام شده به صورت زیر است:



متانول، در شرایط مناسب با **اتانویک اسید** (CH_3COOH) واکنش داده و **متیل اتانوات** را ایجاد می کند. معادله این واکنش به صورت زیر است:



طبق فرض سؤال، فقط نیمی از متانول، معادل با ۳ مول از این ماده در واکنش استری شدن شرکت کرده است. بر این اساس، داریم:

$$? \text{ g CH}_3\text{COOCH}_3 = 3 \text{ mol CH}_3\text{OH} \times \frac{1 \text{ mol CH}_3\text{COOCH}_3}{1 \text{ mol CH}_3\text{OH}} \times \frac{74 \text{ g CH}_3\text{COOCH}_3}{1 \text{ mol CH}_3\text{COOCH}_3} = 222 \text{ g}$$



۱۱۱- کدام مورد نادرست است؟

- (۱) اجزای پلاستیکی سازنده سرنگ، برخلاف کیسه خون، فقط حاوی اتم های کربن و هیدروژن در ساختار خود می شوند.
- (۲) با سوختن هر مول از نخستین الکلی که انحلال پذیری کمتر از $1 \text{ g}/100 \text{ g H}_2\text{O}$ دارد، ۷ مول بخار آب تولید می شود.
- (۳) کربوکسیلیک اسید سازنده استر موجود در موز، تعداد کربن برابری با اسید سازنده استر موجود در آناناس دارد.
- (۴) شمار گروه های عاملی استری موجود در ویتامین (ث)، با شمار گروه عاملی الکلی در ویتامین (دی) برابر است.

(متوسط - مفهومی - استاندارد) - صفحه ۱۱۵ - ۱۱۰۳

پاسخ: گزینه ۳

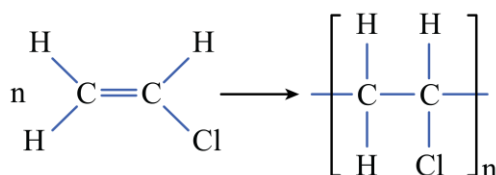
استر موجود در **موز**، **پنتیل اتانوات** است. این استر از واکنش الکلی به نام **پنتانول** و **کربوکسیلیک اسیدی** به نام **اتانویک اسید** حاصل می شود. استر موجود در **آناناس**، **اتیل بوتانوات** است. این استر از واکنش الکلی به نام **اتانول** و **کربوکسیلیک اسیدی** به نام **بوتانویک اسید** حاصل می شود. در ساختار **بوتانویک اسید**، برخلاف **اتانویک اسید**، ۴ اتم کربن حضور دارد.

بررسی سایر گزینه ها:

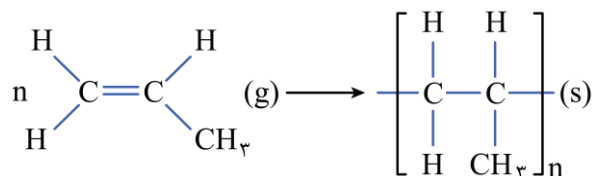
پروپن و وینیل کلرید، به ترتیب مونومر شرکت کننده در واکنش تولید **پلی پروپن** و **پلی وینیل کلرید** هستند. جدول زیر نام مونومر و کاربرد تعدادی از پلیمرهای افزایشی را نمایش می دهد:

نام پلیمر	نام مونومر	کاربرد
پلی اتن	اتن	کیسه های پلاستیکی - بطری پلاستیکی - لوله پلاستیکی
پلی سیانواتن	سیانواتن	پتو و پارچه
پلی پروپن	پروپن	تهیه و تولید سرنگ
پلی استیرن	استیرن	تولید ظرف یکبار مصرف
تفلون	تترافلوروواتن	نخ دندان - کفی اتو - تولید ظروف نچسب
پلی وینیل کلرید	وینیل کلرید (کلرواتن)	کیسه های خون

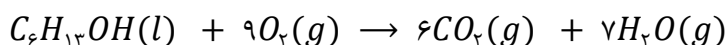
در ساختار **پلی پروپن**، فقط اتم های کربن و هیدروژن وجود دارند درحالی که در ساختار **پلی وینیل کلرید**، به جز اتم های کربن و هیدروژن، اتم های کلر نیز یافت می شوند. ساختار **پلی وینیل کلرید** به صورت زیر است:



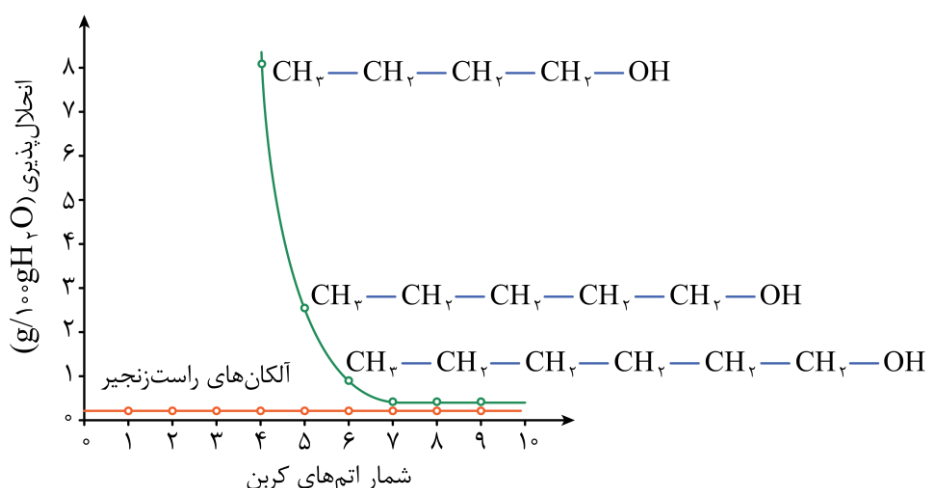
ساختار پلی پروپین نیز به صورت زیر است:



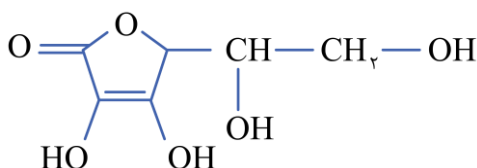
الکل‌های یک تا سه کربنه یعنی متانول، اتانول و پروپانول، به هر نسبتی در آب حل شده و نمی‌توان محلول سیرشده‌ای از آن‌ها تهیه کرد. الکل‌های ۴ و ۵ کربنه نیز انحلال پذیری مناسبی در آب داشته و با مخلوط کردن یک نمونه از آن‌ها با آب، محلول تشکیل می‌شود. الکل‌هایی که بیشتر از ۵ کربن در ساختار خود دارند، نمی‌توانند به خوبی در آب حل شده و محلول تشکیل دهند. پس ساده‌ترین الکلی که در آب محلول نیست و انحلال‌پذیری کمتر از $1 \text{ g}/100 \text{ gH}_2\text{O}$ دارد، هگزانول با فرمول مولکولی $\text{C}_6\text{H}_{13}\text{OH}$ است. معادله موازنه‌شده سوختن این الکل به صورت زیر است:



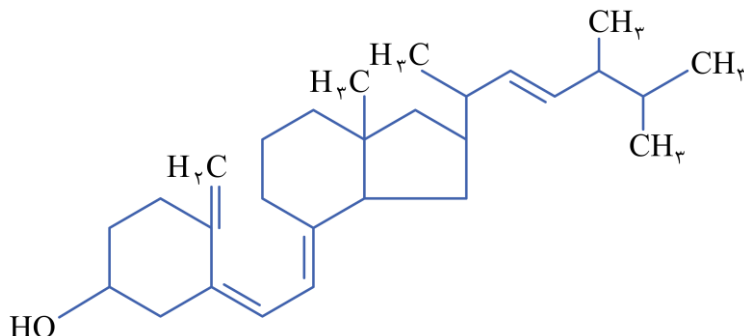
همان‌طور که مشخص است، از سوختن هر مول هگزانول، ۷ مول بخار آب تولید می‌شود. نمودار زیر انحلال‌پذیری الکل‌ها و آلکان‌ها را مقایسه می‌کند:



توجه داریم که به‌طور کلی، الکل‌ها به دلیل داشتن گروه **هیدروکسیل** و در نتیجه توانایی برقراری پیوند هیدروژنی با مولکول‌های آب، **انحلال‌پذیری بیشتری** نسبت به آلکان‌ها دارند. فرمول ساختاری ویتامین (ث) به صورت زیر است:



در ساختار ویتامین (ث)، فقط یک گروه استری و ۴ گروه الکلی وجود دارد. فرمول ساختاری ویتامین دی نیز به صورت زیر است:



همان‌طور که مشخص است، در ساختار ویتامین دی نیز تنها یک گروه عاملی **هیدروکسیل** وجود دارد.

انواع واکنش پلیمری شدن

اگر در زنجیر هیدروکربنی یک ترکیب آلی، پیوند دوگانه وجود داشته باشد، آن ترکیب می‌تواند در واکنش پلیمری شدن شرکت کند. به این نوع واکنش، پلیمری شدن افزایشی گفته می‌شود؛ چراکه تمامی اتم‌های موجود در واکنش‌دهنده، به فراورده هدف منتقل شده و فراورده جانبی تولید نمی‌شود. پلیمرهای افزایشی اغلب تحت فشار و گرما تشکیل می‌شوند. تولید پلیمرهایی مانند پلی‌اتن، پلی‌پروپن، پلی‌استیرن، تفلون و ... از جمله این واکنش‌ها است. واکنش تولید شدن انواعی از پلیمرها (پلی‌استرها و پلی‌آمیدها) نیز با تولید فراورده جانبی مثل آب همراه بوده و شماری از اتم‌های مواد واکنش‌دهنده‌ها، در ساختار فراورده جانبی قرار می‌گیرند.



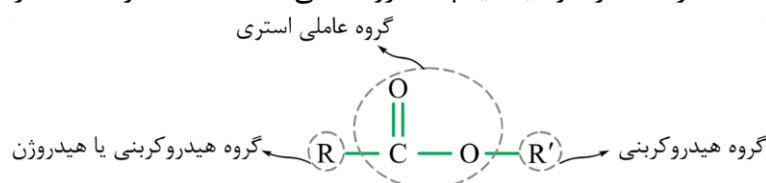
۱۱۲- کدام مورد نادرست است؟

- (۱) در ساختار یک ترکیب استری حاوی حلقه آروماتیک، حداقل ۶ اتم کربن دیده می‌شود.
- (۲) در ساختار الکل‌ها، برخلاف اترها، اتم اکسیژن به اتم‌هایی از عناصر متفاوت متصل شده است.
- (۳) کتون‌ها، همانند استرها و آلدهیدها، توانایی برقراری پیوند هیدروژنی با مولکول‌های خود را ندارند.
- (۴) در استرها و کربوکسیلیک اسیدهای یک عاملی، مجموع شمار الکترون‌های ناپیوندی اتم‌های اکسیژن یکسان است.

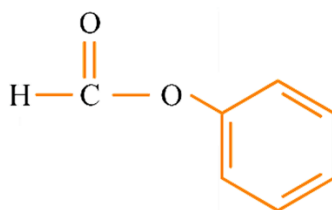
(متوسط - مفهومی - استاندارد) - صفحه ۱۱۱ - ۱۱۰۳

پاسخ: گزینه ۱

استرها دسته‌ای از مواد آلی هستند که در ساختار خود یک یا چند گروه عاملی $RCOOR'$ دارند. ساختار این مواد به صورت زیر است:



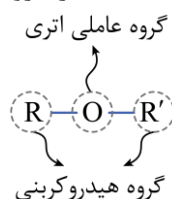
در گروه عاملی استری، یک پیوند دوگانه بین اتم کربن و یکی از اتم‌های اکسیژن برقرار شده است. ساده‌ترین ترکیب استری که یک حلقه آروماتیک در ساختار خود دارد، به صورت زیر است:



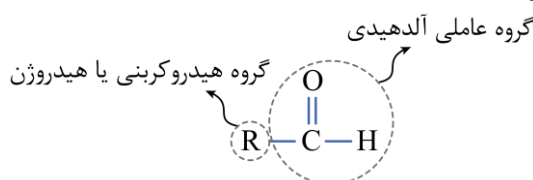
همانطور که مشخص است، این ماده دارای ۷ اتم کربن است.

بررسی سایر گزینه‌ها:

(۲) در الکل‌ها، اتم اکسیژن از یک سو به اتم کربن و از سوی دیگر به اتم هیدروژن متصل شده است. این در حالی است که در اترها، اتم اکسیژن از هر دو سمت به اتم‌های کربن متصل شده است. ساختار گروه عاملی اتری به صورت زیر است:



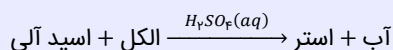
(۳) در آلدهیدها، همانند کتون‌ها و ترکیب‌های استری، اتم اکسیژن با یک پیوند دوگانه به یک اتم کربن متصل شده است. در این مولکول‌ها هیدروژن متصل به اکسیژن دیده نشده و در نتیجه این مولکول‌ها نمی‌توانند با مولکول‌های خود پیوند هیدروژنی تشکیل دهند. ساختار کلی گروه عاملی آلدهیدی در مواد آلی به صورت زیر است:



اتم‌های اکسیژن موجود در ساختار کربوکسیلیک اسیدها و استرها، ۲ الکترون ظرفیتی خود را با سایر اتم‌ها به اشتراک گذاشته و ۴ الکترون ظرفیتی خود را به صورت ۲ جفت الکترون ناپیوندی بر روی خود نگه می‌دارند.

استرها

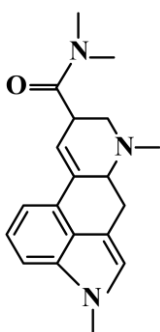
استرها دسته‌ای از ترکیب‌های آلی هستند که در ساختار خود یک یا چند گروه استری ($-COO-$) دارند. استرها را اغلب به‌عنوان عامل طعم و بوی میوه‌ها، گل‌ها، شکوفه‌ها و عطرها می‌شناسند. این مواد آلی از واکنش اسیدهای آلی (کربوکسیلیک اسیدها) و الکل‌ها حاصل می‌شوند. برای تهیه استرها، نیاز به محیط اسیدی قوی (معمولاً سولفوریک اسید) است. معادله این واکنش به صورت زیر است:



از استرهای معروف می‌توان به اتیل بوتانوات (عامل طعم و بوی آناناس)، اتیل اتانوات (حلال چسب)، متیل بوتانوات (عامل طعم و بوی سیب)، پنتیل اتانوات (عامل طعم و بوی موز) و اتیل هپتانوات (عامل طعم و بوی انگور) اشاره کرد.



- ۱۱۳- با توجه به ساختار داده شده، کدام موارد زیر درست هستند؟
- الف - یک ترکیب آلی آروماتیک با گروه‌های عاملی آمینی و آمیدی است.
- ب - شمار جفت الکترون ناپیوندی آن نصف شمار اتم‌های هیدروژن در بوتان است.
- ج - شمار پیوندهای $C-N$ آن، برابر با شمار اتم‌های کربن در یک مولکول بنزن است.
- د - تفاوت شمار اتم‌های هیدروژن و کربن در آن برابر با شمار اتم‌های نیتروژن در آن است.
- (۱) «الف» و «ب»
(۲) «الف» و «د»
(۳) «ب» و «ج»
(۴) «ج» و «د»



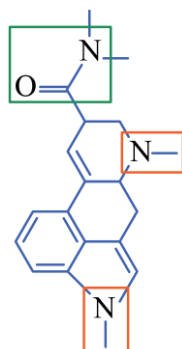
(متوسط - مفهومی - زمان‌بر) - صفحه ۱۱۶ - ۱۱۰۳

پاسخ: گزینه ۱

عبارت‌های (الف) و (ب) درست هستند.

بررسی موارد:

الف) ترکیب مورد نظر دارای دو گروه عاملی آمینی و یک گروه عاملی آمیدی است که به ترتیب با رنگ‌های نارنجی و سبز در شکل زیر نمایش داده شده‌اند:



این ماده دارای یک حلقه بنزنی بوده و نوعی ترکیب آروماتیک است.

پ) در ترکیب‌های آلی، به ازای هر اتم نیتروژن ۱ جفت الکترون، به ازای هر اتم اکسیژن ۲ جفت الکترون و به ازای هر هالوژن ۳ جفت الکترون ناپیوندی حضور دارد. ترکیب مورد نظر در ساختار خود دارای ۱ اتم اکسیژن و ۳ اتم نیتروژن است؛ بنابراین شمار جفت الکترون ناپیوندی آن برابر ۵ است. از طرفی بوتان نوعی آلکان با فرمول مولکولی C_4H_{10} است. در پایان نسبت خواسته شده را محاسبه می‌کنیم:

$$A = \frac{5}{10} = 0.5$$

ج) در ترکیب مورد نظر، ۹ پیوند یگانه کربن-نیتروژن وجود دارد. از طرفی بنزن با فرمول شیمیایی C_6H_6 در ساختار خود ۶ اتم کربن دارد.

برای شمارش تعداد هیدروژن از فرمول زیر استفاده می‌کنیم:

$$(4 \times \text{تعداد پیوند سه گانه}) - (2 \times \text{تعداد پیوند دو گانه}) - (2 \times \text{تعداد حلقه}) + 2 = (2 \times \text{تعداد کربن}) = \text{تعداد اتم هیدروژن} \\ - (\text{تعداد نیتروژن}) + (\text{تعداد هالوژن})$$

فرمول مولکولی ترکیب مورد نظر به صورت $C_{19}H_{23}N_7O$ است. همان طور که مشخص است، تفاوت شمار اتم‌های کربن و هیدروژن، برخلاف شمار اتم‌های نیتروژن، برابر ۴ است.

شمارش جفت الکترون پیوندی و ناپیوندی در مواد آلی

در ترکیب‌های آلی، اتم‌های کربن و هیدروژن از همه الکترون‌های ظرفیتی خود برای تشکیل پیوند استفاده می‌کنند. اتم‌های اکسیژن و عناصر هم‌گروه آن مانند گوگرد، ۶ الکترون ظرفیتی دارند که ۲ تای آن‌ها را برای تشکیل پیوند استفاده می‌کنند و ۴ الکترون ظرفیتی دیگر، به صورت ۲ جفت الکترون ناپیوندی روی اتم آن‌ها قرار می‌گیرد. اتم‌های نیتروژن و عناصر هم‌گروه آن نیز، ۵ الکترون ظرفیتی دارند که ۳ تای آن‌ها را برای تشکیل پیوند استفاده می‌کنند و ۲ الکترون ظرفیتی دیگر نیز به صورت ۱ جفت الکترون ناپیوندی روی اتم آن‌ها قرار می‌گیرد. هالوژن‌ها نیز ۷ الکترون ظرفیتی دارند که ۱ الکترون برای تشکیل پیوند استفاده می‌کنند و ۶ الکترون ظرفیتی باقی‌مانده به صورت ۳ جفت الکترون ناپیوندی روی اتم آن‌ها قرار می‌گیرد. با توجه به نکات گفته‌شده، برای شمارش جفت الکترون پیوندی (تعداد پیوند) و جفت الکترون‌های ناپیوندی در ترکیب‌های آلی، از روابط زیر استفاده می‌کنیم:

$$(\times 1 \text{ اتم‌های هالوژن}) + (\times 3 \text{ اتم‌های نیتروژن}) + (\times 2 \text{ اتم‌های اکسیژن}) + (\times 1 \text{ اتم‌های هیدروژن}) + (\times 4 \text{ اتم‌های کربن}) = \text{تعداد پیوند}$$

$$(\times 3 \text{ اتم‌های هالوژن}) + (\times 1 \text{ اتم‌های گروه ۱۵}) + (\times 2 \text{ اتم‌های گروه ۱۶}) = \text{تعداد جفت الکترون ناپیوندی}$$



۱۱۴- مجموع شمار جفت الکترون‌های پیوندی در ساختار یون NO_3^- و مولکول SO_2Cl_2 ، چند برابر مجموع شمار پیوندهای اشتراکی دو گانه در ساختار مولکول استیرین است؟

۲ (۴)

۱/۵ (۳)

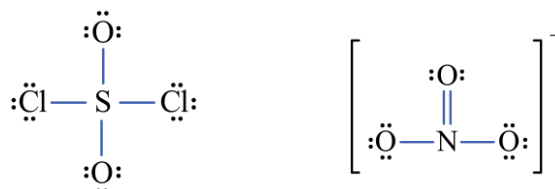
۱/۲۵ (۲)

۱/۳۳ (۱)

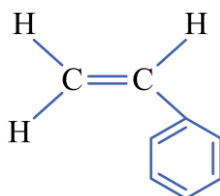
(آسان - مفهومی - سریع - صفحه ۱۰۶ - ۱۱۰۳)

پاسخ: گزینه ۴

ساختار یون NO_3^- و مولکول SO_2Cl_2 به صورت زیر است:



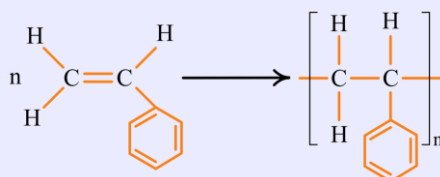
در ساختار این دو گونه، مجموعاً ۸ جفت الکترون پیوندی بین اتم‌ها قرار گرفته است. ساختار مولکول استیرین نیز به صورت زیر است:



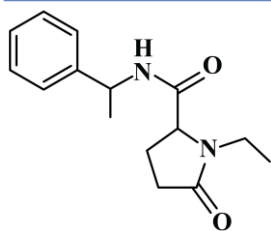
در ساختار این گونه نیز ۴ پیوند اشتراکی دو گانه وجود دارد. بر این اساس، مقدار نسبت خواسته‌شده برابر با $\frac{8}{4} = 2$ می‌شود.

پلی‌استیرین

با شرکت مولکول‌های استیرین (C_8H_8) در واکنش پلیمری شدن، پلی‌استیرین تولید می‌شود. واکنش تولید این پلیمر به صورت زیر است:



پلی‌استیرین یک پلیمر ساختمانی است و از آن در تهیه و تولید انواع ظروف یکبار مصرف استفاده می‌شود. استیرین یک ترکیب هیدروکربنی و آروماتیک (دارای یک حلقه بنزنی) بوده و در هر مولکول آن ۴ پیوند دو گانه $C=C$ وجود دارد؛ در حالی که در ساختار واحد تکرارشونده پلی‌استیرین، ۳ پیوند دو گانه $C=C$ قالب یک حلقه بنزنی دیده می‌شود.



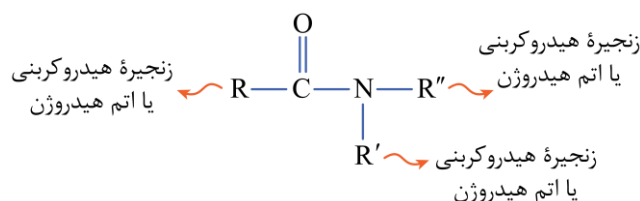
۱۱۵- در رابطه با ترکیب مقابل، کدام مطلب زیر درست است؟

- (۱) شمار اتم‌های هیدروژن در آن، ۵ برابر شمار پیوندهای دوگانه است.
- (۲) ۲ گروه آمیدی داشته و با آبکافت آن، یک آمین آروماتیک تولید می‌شود.
- (۳) ذرات سازنده این ماده آلی، توانایی ایجاد پیوند هیدروژنی با آب را ندارند.
- (۴) شمار گروه‌های CH در ساختار این ماده، ۲ برابر شمار گروه‌های CH_2 است.

(متوسط - مفهومی - استاندارد) - صفحه ۱۱۷ - ۱۱۰۳

پاسخ: گزینه ۲

ساختار کلی ترکیب‌های آمیدی به صورت زیر است:



در ساختار این ماده، ۲ گروه آمیدی وجود دارد. با آبکافت این ترکیب، نوعی ماده آمینی به دست می‌آید که یک حلقه بنزنی در ساختار خود دارد؛ از این رو، یک آمین آروماتیک تولید می‌شود.

بررسی سایر گزینه‌ها:

در ترکیب مورد نظر، شمار اتم‌های کربن برابر ۱۵ است. برای به دست آوردن تعداد اتم‌های هیدروژن موجود در این ماده آلی به صورت زیر عمل می‌کنیم:

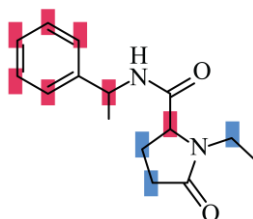
$$\Rightarrow \text{شمار اتم‌های } N + (\text{مجموع تعداد پیوندهای دوگانه و حلقه}) - (2 \times 2) = \text{شمار اتم‌های } H$$

$$H \text{ شمار اتم‌های } = (2 \times 15 + 2) - (2 \times 2) = 20$$

بنابراین در ساختار این ماده، مجموعاً ۲۰ اتم هیدروژن مشاهده می‌شود. همچنین شمار پیوندهای دوگانه آن برابر ۵ است؛ از این رو، نسبت خواسته شده برابر با $\frac{20}{5} = 4$ است.

ذرات سازنده این ماده آلی، دارای اتم هیدروژن متصل به اتم نیتروژن هستند، پس این ماده توانایی ایجاد پیوند هیدروژنی با آب را دارد.

گروه‌های CH و CH_2 به ترتیب با رنگ‌های قرمز و آبی در شکل زیر مشخص شده‌اند:



در این ترکیب، شمار گروه‌های CH و CH_2 به ترتیب برابر ۷ و ۳ است. پس، شمار گروه‌های CH ، معادل با $\frac{2}{3} \times 3 = 2$ برابر شمار گروه‌های CH_2 موجود در این ترکیب است.



۱۱۶- کدام گزینه نادرست است؟

- (۱) ریز مغذی‌ها، سیر نشده بوده و برخی از آن‌ها، در دسته هیدروکربن‌ها قرار می‌گیرند.
- (۲) گاز حاصل از واکنش آهن با هیدروکلریک اسید، از مولکول‌های ناقطبی ساخته شده است.
- (۳) از میان فلزهای قلیایی، عنصر منیزیم در مقایسه با کلسیم با سرعت کمتری با گاز فلوئور واکنش می‌دهد.
- (۴) با افزایش دمای محلول در واکنش هیدروکلریک اسید با کلسیم کربنات، سرعت خروج گاز از ظرف افزایش می‌یابد.

(آسان - مفهومی و خطبه‌خط - سریع) - صفحه ۹۱ - ۱۱۰۲

پاسخ: گزینه ۳

هرچند که منیزیم در مقایسه با کلسیم واکنش‌پذیری کمتری داشته و با سرعت کمتری با گاز فلوئور واکنش می‌دهد، اما توجه داریم که این فلزها، از دسته فلزهای قلیایی خاکی بوده و نوعی فلز قلیایی نیستند.

بررسی سایر گزینه‌ها:

- ۱ ریزمغذی‌ها، گروهی از مواد آلی موجود در سبزیجات و میوه‌ها بوده و همگی از جمله ترکیب‌های سیرنشده‌اند. برخی از انواع ریزمغذی‌ها، به‌عنوان بازدارنده از انجام واکنش نامطلوب و ناخواسته به دلیل حضور رادیکال‌ها جلوگیری می‌کنند. لیکوپن یکی از این بازدارنده‌ها است که در هندوانه و گوجه‌فرنگی وجود دارد. این ماده یک هیدروکربن سیرنشده با فرمول شیمیایی $C_{40}H_{56}$ است.
- ۲ معادله واکنش فلز آهن با محلول هیدروکلریک اسید به‌صورت $Fe(s) + 2HCl(aq) \rightarrow FeCl_2(aq) + H_2(g)$ است. گاز هیدروژن تولید شده در این فرایند، از مولکول‌های ناقطبی ساخته شده است.
- ۳ زمان انجام واکنش‌ها به عوامل مختلفی مثل دما، غلظت، نوع مواد واکنش‌دهنده، کاتالیزگر و سطح تماس واکنش‌دهنده‌ها وابسته است؛ به گونه‌ای که برای کاهش یا افزایش سرعت انجام واکنش‌ها می‌توان این عوامل را تغییر داد. با افزایش دمای سامانه، مواد اولیه با سرعت بیشتری با یکدیگر واکنش داده و بر این اساس، سرعت تولید فراورده‌ها افزایش پیدا می‌کند. معادله واکنش هیدروکلریک اسید با کلسیم کربنات به‌صورت زیر است:



در این واکنش نیز افزایش دما، منجر به افزایش سرعت تولید فراورده می‌شود.



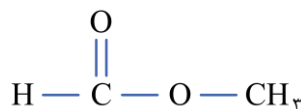
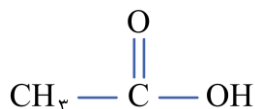
۱۱۷- کدام گزینه نادرست است؟

- ۱) شمار اتم‌های هیدروژن موجود در مولکول اتانول، ۲ برابر شمار اتم‌های هیدروژن در مولکول سیانواتن است.
- ۲) یک نمونه از استیرن، برخلاف هگزان، می‌تواند در واکنش بسپارش شرکت کرده و نوعی پلیمر را تولید کند.
- ۳) هر ترکیب آلی با فرمول شیمیایی $C_2H_4O_2$ ، به‌یقین با نوعی الکل واکنش داده و استرها را تولید می‌کند.
- ۴) اگر عامل هیدروکسیل ویتامین (آ) را با گروه متیل جایگزین کنیم، انحلال‌پذیری آن در آب کمتر می‌شود.

(متوسط - مفهومی و خط‌به‌خط - استاندارد) - صفحه ۱۱۴ - ۱۱۳

پاسخ: گزینه ۳

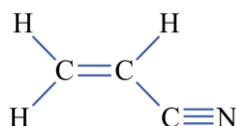
فرمول شیمیایی $C_2H_4O_2$ می‌تواند مربوط به استیک اسید و یا متیل متانوات باشد. ساختار این دو ترکیب آلی به‌صورت زیر است:



استیک اسید، نوعی کربوکسیلیک اسید بوده و می‌تواند در واکنش استری شدن شرکت کند. این در حالی است که متیل متانوات، توانایی شرکت در واکنش استری شدن را ندارد.

بررسی سایر گزینه‌ها:

- ۱) سیانواتن، نوعی ترکیب سیرنشده است که در واکنش پلیمری شدن کاربرد دارد. ساختار این ماده به‌صورت زیر است:

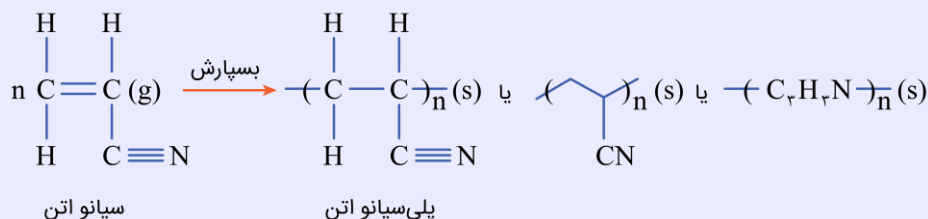


در ساختار این ماده، ۳ اتم هیدروژن وجود دارد. این در حالی است که در ساختار مولکول اتانول، ۶ اتم هیدروژن وجود دارد.

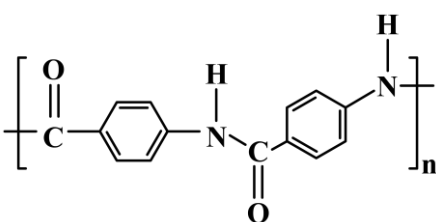
- ۲) هر ترکیب آلی که در ساختار خود پیوند دوگانه کربن-کربن در زنجیر (نه در حلقه) کربنی داشته باشد، می‌تواند در واکنش پلیمری شدن افزایشی شرکت کند. بر همین اساس، ترکیب‌های سیرنشده و حاوی چنین پیوندی در زنجیر کربنی، می‌توانند در صنایع پتروشیمی با تأمین شرایط مناسب واکنش داده و پلیمرهای گوناگونی تولید کنند. استیرن، دارای یک پیوند $C = C$ در زنجیر کربنی خود است، اما هگزان فاقد چنین پیوندی است.

- ۳) اگر عامل هیدروکسیل ویتامین (آ) را با گروه متیل جایگزین کنیم، این ماده ناقطبی‌تر شده و بر این اساس، طی این فرایند مقدار انحلال‌پذیری ویتامین مورد نظر در آب کمتر می‌شود.

پلیمر حاصل از بسپارش مولکول‌های سیانواتن (C_2H_3N)، پلی سیانواتن نام دارد. از این پلیمر برای تهیه پتو استفاده می‌شود. واکنش تولید این ترکیب به صورت زیر است:



همان‌طور که مشخص است، در ساختار این پلیمر به ازای هر واحد تکرارشونده یک پیوند $C \equiv N$ وجود دارد. سیانواتن مصرف شده در این واکنش در دمای اتاق به حالت گاز دیده می‌شود اما پلیمر تولید شده از آن در دمای اتاق به حالت جامد است.



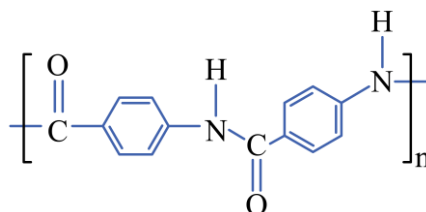
۱۱۸- در رابطه با پلیمر مقابل، کدام یک از مطالب زیر درست است؟

- (۱) نوع نیروی بین مولکولی در این ماده از نوع پیوند هیدروژنی است.
- (۲) سیر نشده بوده و تعیین شمار واحدهای تکرارشونده آن ممکن است.
- (۳) در ساختار هریک از مونومرهای سازنده این پلیمر، ۶ اتم کربن وجود دارد.
- (۴) یک نمونه از آن، همانند تفلون، در حلال‌های آلی مثل روغن‌ها حل می‌شود.

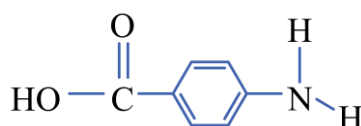
(آسان - مفهومی - سریع - صفحه ۱۱۷ - ۱۱۰۳)

پاسخ: گزینه ۱

ساختار پلیمر داده شده به صورت زیر است:



در ساختار این پلیمر، گروه‌های عاملی آمیدی به صورت مداوم تکرار شده‌اند. مونومر سازنده این ترکیب، مولکولی است که در ساختار خود به صورت هم‌زمان، گروه‌های عاملی آمینی و اسیدی دارد. ساختار این مونومر به صورت زیر است:



در ساختار پلیمر مورد نظر، اتم‌های هیدروژن متصل به نیتروژن وجود دارد. بر این اساس، بین ذرات سازنده این پلیمر، پیوند هیدروژنی تشکیل می‌شود.

بررسی سایر گزینه‌ها:

(۲) تعیین شمار دقیق مونومرهای شرکت کننده در واکنش بسپارش یک ماده امکان پذیر نیست و تا به حال هیچ قاعده‌ای برای اتصال شمار مونومرها به یکدیگر ارائه نشده است. به همین دلیل، برای پلیمرها نمی‌توان فرمول مولکولی دقیقی نوشت و شیمی دان‌ها نیز برای نمایش فرمول شیمیایی این مواد، نماد واحد تکرارشونده را درون کمانک نوشته و زیروند n را در مقابل آن قرار می‌دهند.

(۳) مونومر سازنده این ماده، در ساختار مولکولی خود دارای ۷ اتم کربن است.

(۴) پلیمرها از مولکول‌های غول‌آسا تشکیل شده و ذرات سازنده آن‌ها، با قدرت زیادی در کنار یکدیگر قرار گرفته‌اند. به همین خاطر، پلیمرها به طور معمول نامحلول در آب و یا حتی حلال‌های آلی بوده و پس از ورود به یک نمونه از انواع روغن‌ها، ذرات آن‌ها در کنار یکدیگر باقی می‌مانند.



۱۱۹- کدام یک از عبارات‌های زیر نادرست است؟

- (۱) شمار پیوندهای اشتراکی موجود در ساختار مولکول متانول، $0/۶۲۵$ برابر ساده‌ترین استر است.
- (۲) در مونومر استفاده شده برای تولید پلیمر سازنده نوار آب‌بندی لوله، ۳ جفت الکترون ناپیوندی وجود دارد.
- (۳) نشاسته، در ساختار خود دارای حلقه‌های شش‌ضلعی بوده و برخلاف سلولز، ساختار مولکولی مارپیچی دارد.
- (۴) در ساختار یک استر، نسبت شمار اتم‌های هیدروژن به کربن می‌تواند مشابه مقدار این نسبت در بوتین باشد.

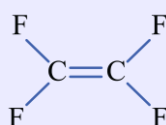
پاسخ: گزینه ۲

(متوسط - مفهومی - استاندارد ۱ - صفحه ۱۱۱ - ۱۱۰۳)

پلیمر سازنده نوار آب‌بندی لوله‌ها و کفی اتو، تفلون است که مونومر آن، **تترا فلئورواتن** است. در ساختار این ماده، ۴ اتم فلئور وجود دارد که هر کدام از آن‌ها دارای ۳ جفت الکترون ناپیوندی است. بنابراین در مونومر این ترکیب، ۱۲ جفت الکترون ناپیوندی وجود دارد.

تفلون

پلی‌تترافلئورواتن با نام تجاری تفلون، پلیمر افزایشی است که از اتصال شمار زیادی از مولکول‌های تترافلئورواتن تولید می‌شود. تترا فلئورواتن با فرمول مولکولی C_2F_4 دارای ساختار زیر است:



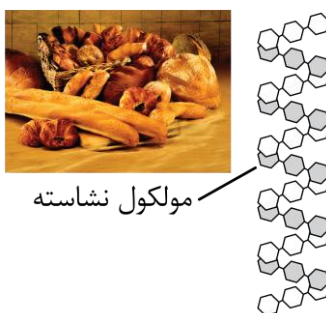
این پلیمر به دلیل داشتن ویژگی‌هایی مانند نقطه ذوب بالا، مقاومت در برابر گرما، بی‌اثر بودن از نظر شیمیایی، واکنش ندادن با مواد شیمیایی گوناگون، حل نشدن در حلال‌های آلی و نجسب بودن، در تهیه کفی اتو، خمیر دندان، ظروف نجسب و چسب لوله و ... کاربرد دارد.

بررسی سایر گزینه‌ها:

فرمول مولکولی متانول به صورت CH_3OH است. تعداد پیوند اشتراکی موجود در ساختار این ماده برابر ۵ است. همچنین ساده‌ترین استر، معادل با متیل متانوات با فرمول مولکولی $C_2H_4O_2$ است. شمار پیوندهای اشتراکی موجود در این ماده برابر ۸ است. نسبت تعداد پیوندهای اشتراکی در این دو ماده برابر است با:

$$A = \frac{5}{8} = 0/۶۲۵$$

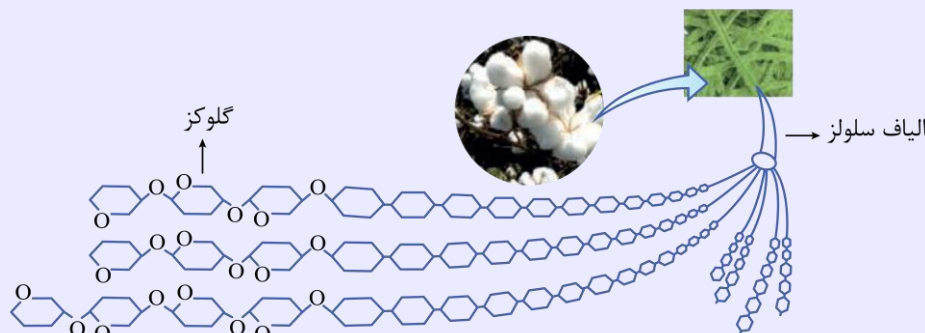
نشاسته، پلیمری است که از اتصال گلوکزها به یکدیگر به دست می‌آید. ساختار این ماده به صورت زیر است:



مولکول نشاسته

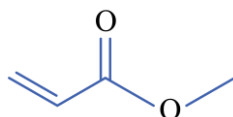
همان‌طور که در ساختار این درشت مولکول پیداست، اتصال مولکول‌های گلوکز به صورت **مارپیچی** است. سلولز نیز پلیمری از گلوکز است که در آن گلوکزها برخلاف نشاسته، به صورت **خطی** و بدون شاخه به یکدیگر متصل می‌شوند.

پنبه و پشم انواعی از الیاف طبیعی هستند که در طبیعت یافت می‌شوند. آمارها نشان می‌دهد که حدود نیمی از لباس‌های تولیدی در جهان از پنبه تهیه می‌شود. از پنبه افزون بر تولید پوشاک، در تولید رویهٔ مبلی، پرده، تور ماهیگیری و گاز استریل نیز استفاده می‌شود. پنبه از الیاف سلولزی تشکیل شده است و هر رشتهٔ سلولزی نیز زنجیر بسیار بلندی است که از اتصال شمار بسیار زیادی مولکول گلوکز به یکدیگر ساخته می‌شود. تصویر زیر، نمایی از الیاف سلولزی موجود در پنبه را نشان می‌دهد:

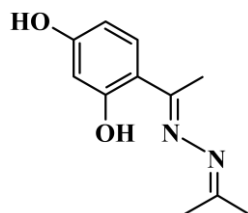


همان‌طور که مشخص است، واحد تکرارشونده این پلیمر توسط گروه عاملی اتتری به واحد کناری متصل شده است.

۴ در ساختار یک استر، به شرطی که این ماده سیرشده نباشد، نسبت شمار اتم‌های هیدروژن به کربن می‌تواند مشابه مقدار این نسبت در بوتین با فرمول شیمیایی C_4H_6 باشد. برای مثال، در استر زیر نسبت شمار اتم‌های هیدروژن به کربن برابر با ۱/۵ است:



•• iho ••



۱۲۰- در رابطه با ترکیب مقابل، کدام یک از عبارت‌های زیر نادرست است؟

- ۱) شمار اتم‌های هیدروژن در ساختار آن، ۸ برابر نیتروژن است.
- ۲) ترکیبی آروماتیک بوده و با ذرات آب پیوند هیدروژنی می‌دهد.
- ۳) عناصر موجود در ساختار این ماده، در ساختار کولار نیز وجود دارند.
- ۴) شمار جفت الکترون ناپیوندی در آن، ۱/۲ برابر شمار پیوندهای دوگانه است.

(متوسط - مفهومی - استاندارد ۱ - صفحه ۱۱۷ - ۱۱۰۳)

پاسخ: گزینه ۱

ترکیب مورد نظر، در ساختار خود دارای ۱۱ اتم کربن، یک حلقه کربنی، ۲ اتم نیتروژن و ۵ پیوند اشتراکی دوگانه است. فرمول شیمیایی این ترکیب، به صورت $C_{11}H_{14}N_2O_2$ است. این ماده، دارای یک حلقهٔ بنزنی است، پس یک ترکیب آروماتیک به شمار می‌رود. در ساختار هر مولکول از ترکیب داده شده، ۲ اتم نیتروژن و ۱۴ اتم هیدروژن وجود دارد.

بررسی سایر گزینه‌ها:

۲) هر ترکیب آلی که در ساختار خود دارای اتم هیدروژن متصل به یکی از اتم‌های اکسیژن، فلوئور و نیتروژن باشد، می‌تواند پیوند هیدروژنی تشکیل بدهد. مولکول داده شده نیز دارای اتم‌های هیدروژن متصل به اکسیژن است، پس می‌تواند پیوند هیدروژنی بدهد.

۳) ترکیب مورد نظر، همانند آمیدها و پلی‌آمیدها، در ساختار خود دارای اتم‌های کربن، هیدروژن، نیتروژن و اکسیژن است. پلی‌آمیدهای ساختگی را در صنایع پتروشیمی از واکنش میان دی‌آمین‌ها و دی‌اسیدها تولید می‌کنند. کولار یکی از معروف‌ترین پلی‌آمیدهای مصنوعی است. کولار از فولاد هم جرم خود ۵ برابر مقاوم‌تر بوده و از آن در تهیهٔ تایر اتومبیل‌ها، قایق بادبانی، لباس‌های مخصوص مسابقهٔ موتورسواری و جلیقه‌های ضدگلوله استفاده می‌شود. پوشاک دوخته شده از کولار سبک و بسیار محکم بوده و در برابر ضربه، خراش و بریدگی مقاوم هستند.

۴) هر اتم اکسیژن، دارای ۲ جفت و هر اتم نیتروژن نیز دارای یک جفت الکترون ناپیوندی است. بر این اساس، در ساختار این ترکیب مجموعاً ۶ جفت الکترون ناپیوندی وجود دارد. این ماده، ۵ پیوند اشتراکی دوگانه نیز در ساختار خود دارد.

•• iho ••

میخواهی خواندن پاسخنامه رو راحت تر کنی!
پس بیا پاسخ ویدیویی اش رو ببین!



● پس از پایان آزمون، می‌تونین
پاسخنامه ویدیویی و تشریحی این
آزمون رو با کلیک یا اسکن کردن این
QRcode، از صفحه آپارات آزمون ماز
مشاهده کنید.

