گروه آزمایشی علوم ریاضی و فنی

آزمون ماز | پایهٔ دوازدهم



تابستان ۱۴۰۵

دفتـــــرچه شمـــــاره ۱

جمعه ۱۶ مردادماه ۱۴۰۵

جمع‌بندی و تعیین سطح پایهٔ یازدهم

ویژهٔ کنکـــوری‌های ۱۴۰۶

ردیف	ماده امتحانی	تعداد سؤال	شماره سؤال		مدت زمان پاسخ‌گویی	ملاحظات
			از	تا		
۱	ریاضیات	۴۰	۱	۴۰	۷۰ دقیقه	۴۰ سؤال ۷۰ دقیقه

برای شباهت حداکثری به کنکور، صفحه‌آرایی، فونت و حتی اندازهٔ متن در تمامی آزمون‌های ماز، کاملاً یکسان با استاندارد دفترچه‌های کنکور در نظر گرفته می‌شود.

SanjeshCloud

بودجه‌بندی دروس این آزمون

حسابان ۱	هندسه ۲	آمار و احتمال
کل کتاب	کل کتاب	کل کتاب
سهم در کنکور: ۱۰ سؤال	سهم در کنکور: ۵ سؤال	سهم در کنکور: ۴ سؤال

فیزیک ۲	شیمی ۲
کل کتاب	کل کتاب
سهم در کنکور: ۱۰ سؤال	سهم در کنکور: ۱۲ سؤال

استراتژی و هدف گذاری با ماز در سال تحصیلی ۰۶-۱۴۰۵

مسیر ماز برای تابستان ۱۴۰۵

از جمعه ۱۶ مردادماه: آزمون جامع تعیین سطح/جمع بندی پایهٔ یازدهم

اینجا با یک آزمون جامع از پایهٔ یازدهم، وضعیتت رو می فهمی و برای برنامه ریزی تابستونت تصمیم گیری می کنی!

از ۲ شهریورماه تا ۲۷ شهریورماه

اعتماد بنفس و انگیزه رشدی که هر دو هفته یک بار بیشتر میشه.

هر دو هفته یک بار، برای هر درس می تونی انتخاب کنی که ۳۳ درصد از مباحث پایهٔ یازدهمش رو جمع بندی کنی یا با یک برنامهٔ آهسته‌تر، یادگیری عمیق پایهٔ دهمش رو شروع کنی.

در همان روز به صورت آزمون آنلاین: می تونی پیش خوانی پایهٔ دوازدهم رو هم انجام بدی و در طول تابستان تا ۲۰ درصد پایهٔ دوازدهم رو جلو بیفتی.

۳ و ۱۰ مهرماه: آزمون‌های جامع پایان تابستان

دو آزمون جامع استاندارد از مباحثی که در تابستان مطالعه کردی، تا ببینی در دو ماه طلایی تابستان چه چیزی ساختی و چه پیشرفتی کردی!

در هر آزمون، پاسخ‌گویی به سؤالات ریاضی پایه، هندسه ۲ و آمار و احتمال **الزامی**، و پاسخ‌گویی به سؤالات هر یک از دروس فیزیک و شیمی، به‌صورت **انتخاب دلخواه بین پایهٔ دهم یا یازدهم** است.

همچنین پاسخ‌گویی به سؤالات پایهٔ دوازدهم (دفترچهٔ ۳) **به صورت اختیاری** است. این دفترچه به صورت یک آزمون جدا در سایت ماز **(به صورت آزمون آنلاین)** تعریف شده و شرکت در آن به صورت اختیاری است و تراز و کارنامهٔ جدا برای پایهٔ دوازدهم دریافت می کنید.

SanjeshCloud

۱- در ۲۰ جملهٔ اول یک دنبالهٔ حسابی، مجموع جملات ردیف فرد، برابر ۲۶۰ و مجموع جملات ردیف زوج، برابر ۲۹۰ است. جملهٔ اول دنباله کدام است؟

۱) -1 ۲) -2 ۳) -3 ۴) -4

۲- اگر α و β ریشه‌های معادلهٔ $x^2-(3m+1)x+m+2=0$ باشند، به‌ازای کدام مقدار m، رابطهٔ $\frac{3}{\alpha}+\frac{3}{\beta}=4$ بین ریشه‌ها برقرار است؟

۱) ۱ ۲) ۲ ۳) ۳ ۴) ۴

۳- اگر $x=\alpha$ جواب معادلهٔ $\sqrt{2x+1}+2x=5$ باشد، مقدار $2\alpha+\frac{3}{\alpha}$ چقدر است؟

۱) ۷ ۲) ۴ ۳) ۶ ۴) ۵

۴- معادلهٔ $|2x-1|=x^2-x+\frac{1}{4}$ چند جواب دارد؟

۱) ۱ ۲) ۲ ۳) ۳ ۴) ۴

۵- نقطهٔ M روی خط $2x+y=0$ قرار دارد. فاصلهٔ M از خط $3x+4y=0$ چند برابر فاصلهٔ آن از محور y هاست؟

۱) ۱ ۲) $\frac{3}{5}$ ۳) $\frac{2}{5}$ ۴) ۲

۶- با فرض $f=\{(1,2),(2,-3),(3,1),(-3,2)\}$ و $g=\{(1,3),(2,-3),(3,2),(-3,1)\}$، مجموع اعضای برد تابع fog^{-1} کدام است؟

۱) -1 ۲) -2 ۳) ۲ ۴) صفر

۷- تابع $f(x)=x^2-4x\ ;\ x\le 2$ مفروض است. اگر $f^{-1}(x)=a+b\sqrt{x+4}$ باشد، مقدار ab کدام است؟

۱) ۴ ۲) ۲ ۳) -2 ۴) -4

۸- اگر $f(x)=3x+\left[\frac{x}{2}\right]$ و $af\left(f(\frac{-2}{3})\right)=10$ باشد، مقدار a کدام است؟ ([ ] نماد جزءصحیح است.)

۱) -1 ۲) -2 ۳) -3 ۴) -4

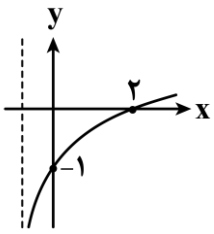
محل انجام محاسبات



۹- با فرض $۲۷ = ۴^{x}$، حاصل $\log_{۹}^{۸}$ چند برابر $\frac{۱}{x}$ است؟

۱) $\frac{۲}{۳}$ ۲) $\frac{۴}{۹}$ ۳) $\frac{۹}{۴}$ ۴) $\frac{۳}{۲}$

۱۰- نمودار تابع $f(x)=a+\log_{۲}^{(bx+۴)}$ به‌صورت مقابل است. مقدار $f(۱۴)$ کدام است؟



۱) ۲
۲) ۳
۳) ۴
۴) ۵

۱۱- حاصل‌ضرب ریشه‌های معادلهٔ $\log(۳x-۱)+\log(۶-x)=۱$ برابر k است. حاصل $\log_{۲}^{(۳k)}$ کدام است؟

۱) ۲ ۲) ۳ ۳) ۴ ۴) ۵

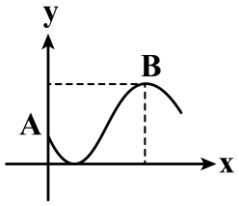
۱۲- اگر $(\log ۲)^{۲}-(\log ۵)^{۲}=\log(۲a+۱)$ باشد، مقدار a کدام است؟

۱) ۱/۷۵ ۲) ۱/۲۵ ۳) ۰/۲۵ ۴) ۰/۷۵

۱۳- حاصل $P=\frac{۲\cos ۱۰۲^{\circ}+\sin ۱۹۲^{\circ}}{۳\sin ۱۶۸^{\circ}-\cos ۷۸^{\circ}}$ کدام است؟

۱) -۱ ۲) $-\frac{۳}{۲}$ ۳) $-\frac{۱}{۲}$ ۴) $-\frac{۳}{۴}$

۱۴- قسمتی از نمودار تابع $y=۱-\cos(x-\frac{\pi}{۳})$ به‌صورت مقابل است. شیب پاره‌خط AB کدام است؟



۱) $\frac{۹}{۸\pi}$ ۲) $\frac{۳}{۴\pi}$
۳) $\frac{۹}{۴\pi}$ ۴) $\frac{۳}{۸\pi}$

محل انجام محاسبات

۱۵- فرض کنید $\cos\alpha=\frac{۳}{۵}$، $\cos\beta=\frac{-۴}{۵}$، انتهای کمان α در ربع اول و انتهای کمان β در ربع دوم باشد، مقدار $\sin(\alpha+\beta)$ کدام است؟

۱) -۱ ۲) ۱ ۳) $۰/۲۸$ ۴) $-۰/۲۸$

۱۶- اگر $\tan\alpha+\cot\alpha=۳$ باشد، مقدار $\cos ۴\alpha$ کدام است؟

۱) $\frac{۲}{۹}$ ۲) $\frac{۱}{۹}$ ۳) $\frac{۴}{۹}$ ۴) $\frac{۵}{۹}$

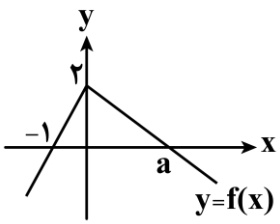
۱۷- اگر f تابعی خطی و $\lim\limits_{x\to ۲}\frac{f(x)}{x^۲-۴}=\frac{۳}{۲}$ باشد، مقدار $f(۰)$ کدام است؟

۱) ۱۲ ۲) ۶ ۳) -۶ ۴) -۱۲

۱۸- حاصل $\lim\limits_{x\to\frac{\pi}{۴}^+}\frac{\cos(x+\frac{\pi}{۴})}{|\cos ۲x|}$ کدام است؟

۱) $\frac{۱}{۲}$ ۲) $-\frac{۱}{۲}$ ۳) ۲ ۴) -۲

۱۹- نمودار تابع f به‌صورت زیر است. اگر اختلاف حد چپ و حد راست تابع $g(x)=\frac{f(x)-۲}{x}$ در نقطهٔ $x=۰$ برابر $\frac{۱۱}{۴}$ باشد، مقدار a کدام است؟



۱) $\frac{۱۰}{۳}$ ۲) $\frac{۱۱}{۴}$
۳) $\frac{۸}{۳}$ ۴) $\frac{۹}{۴}$

۲۰- تابع $f(x)=\begin{cases}\frac{\sqrt{ax^۲+bx+۴}}{|x-۱|} & x\neq ۱\\ ax+c & x=۱\end{cases}$ روی $\mathbb{R}$ پیوسته است. مقدار c کدام است؟

۱) ۲ ۲) -۲ ۳) ۳ ۴) -۳

محل انجام محاسبات

آزمون ماز
SanjeshCloud

۲۱- چه تعداد از گزاره‌های زیر همواره درست است؟

الف) در هر دایره، طول یک کمان برابر اندازهٔ زاویهٔ مرکزی مقابل به آن کمان است.

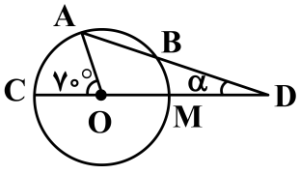
ب) در هر مثلث، نقطهٔ همرسی نیمسازهای زوایای داخلی مثلث، مرکز دایرهٔ محاطی آن است.

ج) تبدیلی که نتیجهٔ دو بازتاب متوالی با محورهای متقاطع باشد یک انتقال است.

د) در مثلث ABC، اگر $\hat{A} > ۹۰^\circ$ باشد، آن‌گاه $a^۲ > b^۲ + c^۲$ و برعکس.

۱) صفر ۲) ۱ ۳) ۲ ۴) ۳

۲۲- در دایرهٔ مقابل به مرکز O، وتر AB با شعاع دایره برابر است. اندازهٔ زاویهٔ α چند درجه است؟



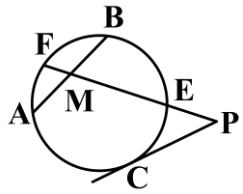
۱) ۵°

۲) ۱۰°

۳) ۱۲°

۴) ۲۰°

۲۳- در دایرهٔ شکل مقابل، طول مماس PC برابر $۳\sqrt{۲}$ است. اگر M وسط وتر AB و $ME = ۲MF = ۲$ باشد، آن‌گاه مقدار $AM^۲ + ۲PE$ برابر کدام است؟



۱) ۵

۲) ۱۰

۳) ۷

۴) ۸

۲۴- مساحت کوچک‌ترین دایرهٔ محاطی مثلثی با اضلاع ۱۵، ۱۷ و ۸ برابر کدام است؟

۱) ۳π ۲) ۶π ۳) ۹π ۴) ۱۲π

۲۵- دو خط $۳x - y = ۳$ و $۲y - ۴x = ۹$ را در نظر بگیرید. در مورد این دو خط کدام گزینه همواره درست است؟

۱) این دو خط می‌توانند انتقال‌یافتهٔ یکدیگر باشند.

۲) این دو خط دوران‌یافتهٔ یکدیگر با زاویهٔ ۱۸۰° هستند.

۳) این دو خط می‌توانند مجانس همدیگر باشند.

۴) این دو خط بازتاب یکدیگر هستند.

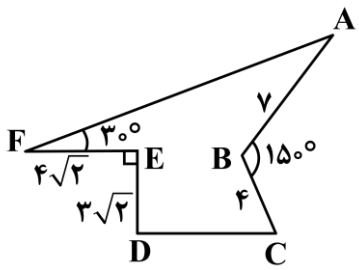
محل انجام محاسبات

آزمون ماز
SanjeshCloud

۲۶- یک مربع را در تجانسی با نسبت $-\frac{۴}{۵}$ و به مرکز محل تلاقی قطرها تصویر کرده‌ایم. اگر مساحت بین مربع و تصویرش ۱۸ باشد، محیط مربع اولیه برابر کدام است؟

۱) ۲۰ ۲) ۲۵ ۳) $۲۰\sqrt{۲}$ ۴) $۲۵\sqrt{۲}$

۲۷- شکل مقابل، نقشهٔ زمینی را نشان می‌دهد که قصد دیوارکشی دور آن را داریم. اگر بخواهیم بدون آن‌که طول دیوارهای دور زمین و همچنین تعداد اضلاع شکل تغییر کند، مساحت زمین را افزایش دهیم، میزان افزایش مساحت زمین چقدر است؟



۱) $۴۲\sqrt{۳}$
۲) $۳۸\sqrt{۳}$
۳) ۴۲
۴) ۳۸

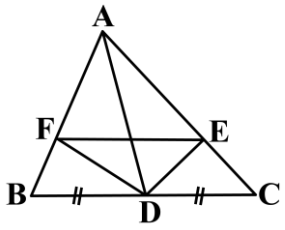
۲۸- در مثلث $\overset{\triangle}{ABC}$، اگر $\hat{C}=۶۰^\circ$، $\hat{A}=۷۵^\circ$ و $AC=۶$ باشد، مساحت دایرهٔ محیطی این مثلث برابر کدام است؟

۱) ۹π ۲) ۱۸π ۳) ۷۲π ۴) ۳۶π

۲۹- در مثلثی با اضلاع ۱۳، ۱۴ و ۱۵، طول ارتفاع متوسط کدام است؟

۱) ۱۱/۲ ۲) ۱۲ ۳) ۱۲/۹ ۴) ۱۱

۳۰- در مثلث $\overset{\triangle}{ABC}$، AD میانه و DE و DF به ترتیب نیمساز زوایای $A\hat{D}C$ و $A\hat{D}B$ هستند. اگر $BC=۱۰$، $AF=۱۲\sqrt{۲}$ و $BF=۳\sqrt{۲}$ باشد، طول نیمساز DE کدام است؟



۱) ۶
۲) ۴
۳) $۲\sqrt{۷}$
۴) $\sqrt{۷}$

محل انجام محاسبات

t.em/konkurbanks

۳۱- اگر ارزش گزارهٔ $(p\wedge q)\Rightarrow(p\wedge r)$ نادرست باشد، ارزش گزارهٔ $(p\Leftrightarrow q)\Rightarrow\sim r$ کدام است؟

۱) T ۲) F ۳) $p\wedge r$ ۴) r

۳۲- متمم مجموعهٔ $[A'\cup(B'-A)]-[(A-B)\cup B']$ کدام است؟

۱) A' ۲) $A'-B$ ۳) B' ۴) $A\cup B'$

۳۳- در یک نظرسنجی از دانش‌آموزان، ۶۵ درصد به کلاس حضوری و ۴۰ درصد به کلاس آنلاین و ۲۵ درصد به هر دو نوع کلاس علاقه‌مند هستند. احتمال آن‌که دانش‌آموزی فقط به یکی از این دو نوع کلاس تمایل داشته باشد کدام است؟

۱) ۰/۵ ۲) ۰/۵۵ ۳) ۰/۶ ۴) ۰/۶۵

۳۴- تاسی به گونه‌ای ساخته شده است که احتمال مشاهدهٔ هر عدد اول k برابر احتمال مشاهدهٔ هر عدد غیراول است. اگر در پرتاب این تاس احتمال رو شدن عدد کمتر از ۴، $\frac{5}{12}$ باشد، k کدام است؟

۱) ۳ ۲) $\frac{1}{3}$ ۳) ۲ ۴) $\frac{1}{2}$

۳۵- تیم ملی فوتبال فرانسه برای مسابقات جام جهانی آماده می‌شود. احتمال این‌که این تیم در یک بازی حساس بتواند رقیب اصلی خود را ببرد برابر $\frac{1}{2}$ است. همچنین احتمال این‌که تیم فرانسه در پایان مسابقات به مقام قهرمانی برسد، برابر $\frac{2}{5}$ برآورد شده است. می‌دانیم که اگر تیم فرانسه رقیب اصلی خود را شکست دهد، احتمال قهرمانی آن‌ها در جام جهانی به $\frac{3}{5}$ افزایش می‌یابد. با کدام احتمال، تیم فرانسه رقیب اصلی خود را شکست می‌دهد یا به مقام قهرمانی می‌رسد؟

۱) ۰/۲ ۲) ۰/۳ ۳) ۰/۶ ۴) ۰/۹

محل انجام محاسبات

@konkurbanks/@Tahlilazemoon
rubik... ...moon
SanjeshCloud

t.em/konkurbanks

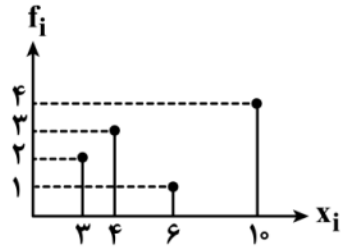
۳۶- دو ظرف داریم. ظرف اول شامل ۳ مهرهٔ سفید و ۲ مهرهٔ مشکی و ظرف دوم شامل ۴ مهرهٔ سفید و ۲ مهرهٔ مشکی است. ابتدا یک مهره به‌تصادف از ظرف اول خارج کرده و در ظرف دوم می‌اندازیم. سپس مهره‌ای از ظرف دوم خارج می‌کنیم. اگر این مهره سفید باشد، با کدام احتمال مهرهٔ منتقل‌شده نیز سفید بوده است؟

۱) $\frac{۱۹}{۲۳}$ ۲) $\frac{۱۷}{۲۵}$ ۳) $\frac{۱۹}{۲۵}$ ۴) $\frac{۱۵}{۲۳}$

۳۷- جعبه‌ای شامل ۴ لامپ سالم و ۲ لامپ معیوب است. دو لامپ پی‌درپی و با جای‌گذاری از جعبه خارج می‌کنیم. احتمال آن‌که حداقل یکی از لامپ‌ها معیوب باشد، کدام است؟

۱) $\frac{۴}{۹}$ ۲) $\frac{۲}{۳}$ ۳) $\frac{۵}{۹}$ ۴) $\frac{۱}{۳}$

۳۸- با توجه به نمودار مقابل، مجموع میانه و میانگین و مد داده‌ها کدام است؟



۱) ۲۰/۵
۲) ۲۱
۳) ۲۱/۴
۴) ۲۲/۵

۳۹- اگر تمام داده‌های یک مجموعهٔ آماری را ۵ برابر کرده و سپس به هر یک از آن‌ها ۳ واحد اضافه کنیم، واریانس داده‌های جدید نسبت به داده‌های اولیه چه تغییری می‌کند؟

۱) ۵ برابر شده و با عدد ۳ جمع می‌شود.
۲) فقط با عدد ۳ جمع می‌شود.
۳) ۹ برابر می‌شود.
۴) ۲۵ برابر می‌شود.

۴۰- در یک بررسی آماری، اندازهٔ نمونه برابر با ۲۵ انتخاب شده است. اگر انحراف معیار برآورد میانگین نمونه برابر با ۱/۲ باشد، واریانس جامعه‌ای که نمونه از آن استخراج شده، کدام است؟

۱) ۶ ۲) ۲۵ ۳) ۵ ۴) ۳۶

محل انجام محاسبات

@konkurbanks/@Tahlilazemoon
SanjeshCloud
rubik

گروه آزمایشی علوم ریاضی و فنی

آزمون ماز | پایهٔ دوازدهم



تابستان ۱۴۰۵

دفتـــــرچه شمـــــاره ۲

جمعه ۱۶ مردادماه ۱۴۰۵

جمع‌بندی و تعیین سطح پایهٔ یازدهم

ویژهٔ کنکـــوری های ۱۴۰۶

ردیف	ماده امتحانی	تعداد سؤال	شماره سؤال		مدت زمان پاسخ گویی	ملاحظات
			از	تا		
۱	فیزیک	۳۵	۴۱	۷۵	۴۵ دقیقه	۶۵ سؤال ۷۵ دقیقه
۲	شیمی	۳۰	۷۶	۱۰۵	۳۰ دقیقه	

برای شباهت حداکثری به کنکور، صفحه‌آرایی، فونت و حتی اندازهٔ متن در تمامی آزمون‌های ماز، کاملاً یکسان با استاندارد دفترچه‌های کنکور در نظر گرفته می‌شود.

SanjeshCloud

بودجه‌بندی دروس این آزمون

حسابان ۱	هندسه ۲	آمار و احتمال
کل کتاب	کل کتاب	کل کتاب
سهم در کنکور: ۱۰ سؤال	سهم در کنکور: ۵ سؤال	سهم در کنکور: ۴ سؤال

فیزیک ۲	شیمی ۲
کل کتاب	کل کتاب
سهم در کنکور: ۱۰ سؤال	سهم در کنکور: ۱۲ سؤال

استراتژی و هدف گذاری با ماز در سال تحصیلی ۰۶-۱۴۰۵

مسیر ماز برای تابستان ۱۴۰۵

از جمعه ۱۶ مردادماه: آزمون جامع تعیین سطح/جمع بندی پایهٔ یازدهم

اینجا با یک آزمون جامع از پایهٔ یازدهم، وضعیتت رو می فهمی و برای برنامه ریزی تابستونت تصمیم گیری می کنی!

از ۲ شهریورماه تا ۲۷ شهریورماه

اعتماد بنفس و انگیزه رشدی که هر دو هفته یک بار بیشتر میشه.

هر دو هفته یک بار، برای هر درس می تونی انتخاب کنی که ۳۳ درصد از مباحث پایهٔ یازدهمش رو جمع بندی کنی یا با یک برنامهٔ آهسته‌تر، یادگیری عمیق پایهٔ دهمش رو شروع کنی.

در همان روز به صورت آزمون آنلاین: می تونی پیش خوانی پایهٔ دوازدهم رو هم انجام بدی و در طول تابستان تا ۲۰ درصد پایهٔ دوازدهم رو جلو بیفتی.

۳ و ۱۰ مهرماه: آزمون‌های جامع پایان تابستان

دو آزمون جامع استاندارد از مباحثی که در تابستان مطالعه کردی، تا ببینی در دو ماه طلایی تابستان چه چیزی ساختی و چه پیشرفتی کردی!

در هر آزمون، پاسخ‌گویی به سؤالات ریاضی پایه، هندسه ۲ و آمار و احتمال **الزامی**، و پاسخ‌گویی به سؤالات هر یک از دروس فیزیک و شیمی، به‌صورت **انتخاب دلخواه بین پایهٔ دهم یا یازدهم** است.

همچنین پاسخ‌گویی به سؤالات پایهٔ دوازدهم (دفترچهٔ ۳) **به صورت اختیاری** است. این دفترچه به صورت یک آزمون جدا در سایت ماز **(به صورت آزمون آنلاین)** تعریف شده و شرکت در آن به صورت اختیاری است و تراز و کارنامهٔ جدا برای پایهٔ دوازدهم دریافت می کنید.

SanjeshCloud

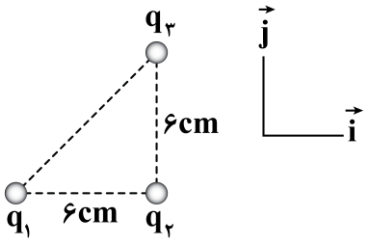
۴۱- بار الکتریکی هستهٔ اتم کلسیم دو بار یونیده ($^{۴۲}_{۲۰}Ca^{۲+}$) چند برابر بار الکتریکی اتم سدیم یک بار یونیده ($^{۲۳}_{۱۱}Na^{+}$) است؟

۱) $\frac{۱۱}{۲۰}$ ۲) $\frac{۲۰}{۱۱}$ ۳) ۲۲ ۴) ۲۰

۴۲- دو بار الکتریکی نقطه‌ای در فاصلهٔ r از یکدیگر قرار دارند و بار $q_۱$ به بار $q_۲$ نیروی الکتریکی به بزرگی F را وارد می‌کند. فاصلهٔ بین دو بار را چند درصد افزایش دهیم تا بار $q_۲$ بر بار $q_۱$ نیروی الکتریکی به بزرگی $\frac{۴}{۹}F$ را وارد کند؟

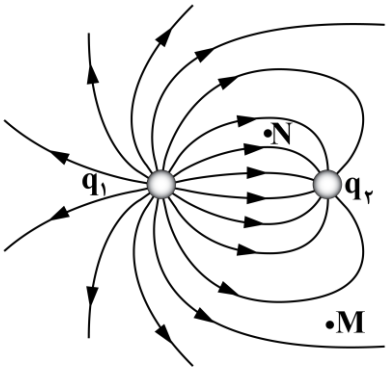
۱) ۲۵ ۲) ۳۳ ۳) ۵۰ ۴) ۷۵

۴۳- سه بار الکتریکی نقطه‌ای مطابق شکل زیر، در سه رأس مثلث قائم‌الزاویه‌ای ثابت شده‌اند. اگر بردار نیروی الکتریکی خالص وارد بر بار $q_۲ = ۲\mu C$ از طرف دو بار دیگر در SI برابر با $\vec{F}_T = ۸\vec{i} + ۶\vec{j}$ باشد، بارهای $q_۱$ و $q_۳$ برحسب میکروکولن به‌ترتیب از راست به چپ در کدام گزینه به‌درستی آمده‌اند؟ ($k = ۹\times۱۰^۹ \frac{N.m^۲}{C^۲}$)



۱) ۱/۶ ، −۱/۲
۲) −۱/۶ ، ۱/۲
۳) ۳/۲ ، −۲/۴
۴) −۳/۲ ، ۲/۴

۴۴- شکل زیر، خطوط میدان الکتریکی را اطراف دو بار الکتریکی نقطه‌ای نشان می‌دهد. کدام گزینه صحیح است؟

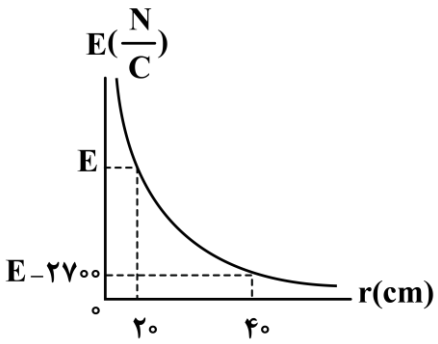


۱) بارهای $q_۱$ و $q_۲$ هم‌نام هستند.
۲) بارهای $q_۱$ و $q_۲$ هم‌اندازه هستند.
۳) اگر یک الکترون را در نقطهٔ N قرار دهیم، نیرویی به سمت راست به آن وارد می‌شود.
۴) میدان الکتریکی در نقطهٔ N، بزرگ‌تر از میدان الکتریکی در نقطهٔ M است.

محل انجام محاسبات

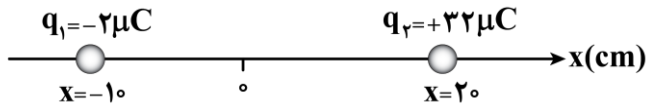
آزمون ماز
SanjeshCloud

۴۵- نمودار تغییرات بزرگی میدان الکتریکی حاصل از بار الکتریکی نقطه‌ای q برحسب فاصله از آن، مطابق شکل زیر است. E چند نیوتون بر کولن است؟



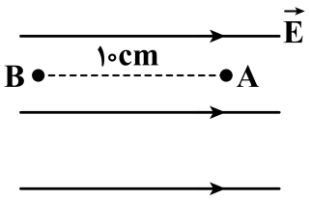
۱) ۹۰۰
۲) ۵۴۰۰
۳) ۳۶۰۰
۴) ۷۲۰۰

۴۶- در شکل زیر، دو بار الکتریکی نقطه‌ای روی محور x در مکان‌های خود ثابت شده‌اند. در چه مکانی برحسب سانتی‌متر، برایند میدان‌های الکتریکی حاصل از دو بار، صفر می‌شود؟



۱) صفر
۲) ۳۰
۳) ۱۰
۴) -۲۰

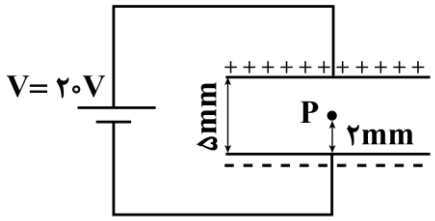
۴۷- در شکل زیر، یک پروتون را با تندی اولیهٔ v از نقطهٔ A درون میدان الکتریکی یکنواخت $\vec{E}$ به بزرگی $۵\times۱۰^{۶}\ \frac{N}{C}$ پرتاب می‌کنیم. اگر پروتون در نقطهٔ B متوقف شود، v چند متر بر ثانیه بوده است؟ ($e=۱/۶\times۱۰^{-۱۹}C$، $m_p=۱/۶\times۱۰^{-۲۷}kg$ و تنها نیروی وارد بر ذره، نیروی الکتریکی است.)



۱) ۵×۱۰^{۶}
۲) ۵×۱۰^{۵}
۳) $۱۰^{۷}$
۴) $۱۰^{۶}$

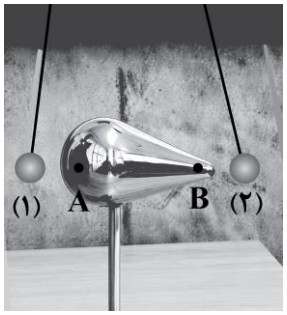
محل انجام محاسبات

۴۸- در شکل زیر، دو صفحهٔ رسانای موازی و هم‌اندازه که در فضای بین آن‌ها هوا است، به دو سر یک باتری آرمانی متصل شده‌اند. اگر یک ذرهٔ باردار در نقطهٔ P بین دو صفحه، معلق باقی بماند، کدام گزینه صحیح است؟ ($g=10\frac{N}{kg}$ و از نیروی شناوری وارد بر ذره صرف‌نظر کنید.)



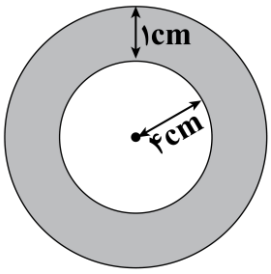
۱) نسبت بار به جرم ذره برابر ۰/۰۰۲۵ واحد SI است.
۲) نسبت بار به جرم ذره برابر ۰/۰۰۲۵− واحد SI است.
۳) نسبت بار به جرم ذره برابر ۴۰۰۰ واحد SI است.
۴) نسبت بار به جرم ذره برابر ۴۰۰۰− واحد SI است.

۴۹- در شکل زیر، دو گلولهٔ فلزی مشابه با بار برابر و منفی را با نخی عایق در نزدیکی یک جسم فلزی دوکی‌شکل آویخته‌ایم. اگر جسم دوکی‌شکل را با مولد وان‌دوگراف دارای بار منفی کنیم، کدام آونگ بیش‌تر منحرف می‌شود و در تعادل الکتروستاتیکی، پتانسیل الکتریکی کدام‌یک از نقاط A و B بیش‌تر است؟ (فاصلهٔ دو گلولهٔ فلزی تا جسم دوکی‌شکل، یکسان است.)



۱) آونگ (۱)، پتانسیل B بیش‌تر است.
۲) آونگ (۱)، A و B هم‌پتانسیل هستند.
۳) آونگ (۲)، پتانسیل B بیش‌تر است.
۴) آونگ (۲)، A و B هم‌پتانسیل هستند.

۵۰- مطابق شکل زیر، یک پوستهٔ کروی و فلزی خنثی داریم. اگر به کمک مولد وان‌دوگراف، $7/5\times10^{9}$ الکترون اضافه به این پوسته بدهیم، چگالی سطحی بار الکتریکی در سطح داخلی و خارجی آن به‌ترتیب چند واحد SI می‌شود؟ $(\pi=3\,,\,e=1/6\times10^{-19}C)$



۱) صفر، -4×10^{-8}
۲) صفر، -2×10^{-8}
۳) 4×10^{-8}، -4×10^{-8}
۴) 2×10^{-8}، -2×10^{-8}

محل انجام محاسبات

۵۱- مساحت هر یک از صفحه‌های خازن تختی، $1m^2$ و فاصلهٔ دو صفحه از هم $0/5mm$ است. عایقی با ثابت دی‌الکتریک ۴ بین دو صفحهٔ این خازن قرار داده شده است. اگر خازن را با اختلاف پتانسیل $10V$ شارژ کنیم، بار ذخیره‌شده در آن چند نانوکولن می‌شود؟ $(\varepsilon_0 = 9\times10^{-12}\frac{F}{m})$

۱) ۷۲ ۲) ۷۲۰ ۳) ۱۸ ۴) ۱۸۰

۵۲- چه تعداد از عبارات زیر نادرست است؟

الف ـ قانون اهم برای فلزات و بسیاری از رساناهای غیرفلزی در دمای ثابت، برقرار است.

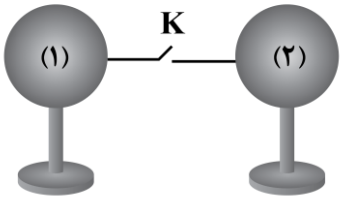
ب ـ برای ساخت رئوستا از سیمی با مقاومت ویژهٔ بسیار پایین استفاده می‌شود.

ج ـ کاهش طول رسانا، مقاومت ویژهٔ آن را کاهش می‌دهد.

د ـ مقاومت الکتریکی یک لامپ رشته‌ای، هنگامی که روشن است، بیش‌تر از حالتی است که خاموش است.

۱) ۴ ۲) ۳ ۳) ۲ ۴) ۱

۵۳- در شکل زیر، دو کرهٔ رسانای هم‌اندازه و مشابه که بر روی پایه‌های عایق قرار دارند، نشان داده شده است. کرهٔ (۱) خنثی و کرهٔ (۲) دارای بار q' است. اگر کلید K را ببندیم، بعد از $2s$ کره‌ها به تعادل الکتروستاتیکی می‌رسند. اگر جریان الکتریکی متوسط درون سیم در این مدت برابر $4mA$ و به سمت چپ باشد، q' چند میلی‌کولن است؟



۱) -8

۲) -16

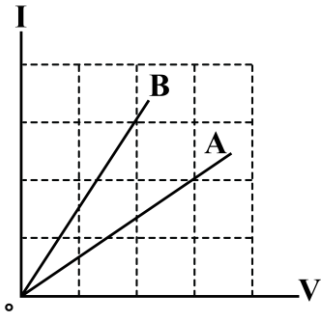
۳) $+8$

۴) $+16$

محل انجام محاسبات

آزمون ماز
SanjeshCloud

۵۴- نمودار زیر، رابطهٔ بین جریان الکتریکی عبوری از دو رسانای **A** و **B** و اختلاف پتانسیل الکتریکی دو سر آن رساناها را نشان می‌دهد. اگر مقاومت الکتریکی رسانای **A** برابر 18Ω باشد، مقاومت الکتریکی رسانای **B** چند اهم است؟



۱) ۸
۲) ۱۲
۳) ۴۰/۵
۴) ۱۸

۵۵- سیم‌کشی خانه‌ها معمولاً با سیم‌های مسی‌ای صورت می‌گیرد که قطری برابر با $2mm$ دارند. مقاومت الکتریکی $100m$ از این سیم‌ها در دمای اتاق چند اهم است؟ ($\pi = 3$ و مقاومت ویژهٔ مس در دمای اتاق برابر با $1/8\times10^{-8}\Omega.m$ است.)

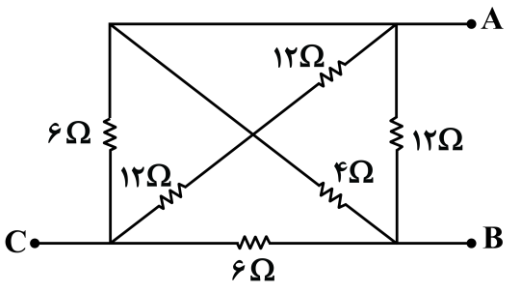
۱) ۰/۶ ۲) ۶ ۳) ۱/۸ ۴) ۱۸

۵۶- به‌ترتیب از راست به چپ، در چشم‌های الکترونیکی از ..... و در زنگ خطر آتش از ..... استفاده می‌شود.

۱) LED ـ ترمیستور ۲) LDR ـ LDR ۳) LDR ـ ترمیستور ۴) ترمیستور ـ LDR

محل انجام محاسبات

۵۷- در شکل زیر، مقاومت معادل بین نقاط A و C چند برابر مقاومت معادل بین نقاط A و B است؟



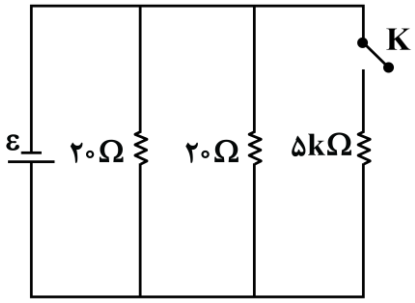
۱) $\frac{۵}{۶}$

۲) $\frac{۱۳}{۷}$

۳) $\frac{۱۳}{۱۵}$

۴) $\frac{۶}{۵}$

۵۸- در مدار شکل زیر، با بستن کلید K، جریان خروجی از باتری ایده‌آل، ۱۶mA تغییر می‌کند. اختلاف پتانسیل الکتریکی دو سر باتری چند ولت است؟



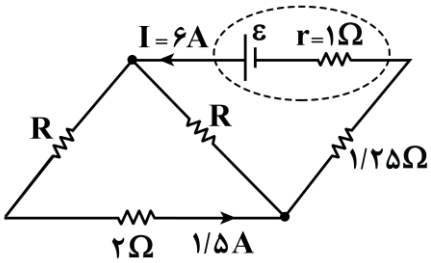
۱) ۶۴

۲) ۷۲

۳) ۸۰

۴) ۱۰۰

۵۹- نیروی محرکهٔ باتری در مدار شکل مقابل، چند ولت است؟



۱) ۱۸

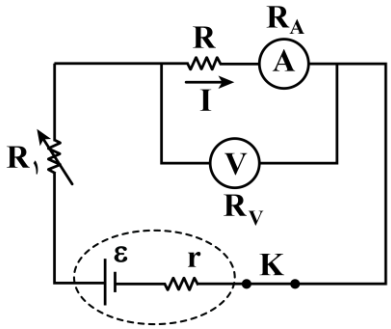
۲) ۳۶

۳) ۹

۴) ۴/۵

محل انجام محاسبات

۶۰- در مدار شکل زیر، ولت‌سنج $24V$ و آمپرسنج $0/2A$ را نشان می‌دهد و مقاومت ولت‌سنج برابر با $R_V = 1\times10^4\Omega$ و مقاومت آمپرسنج برابر با $R_A = 1\Omega$ است. مقاومت R چند اهم است؟



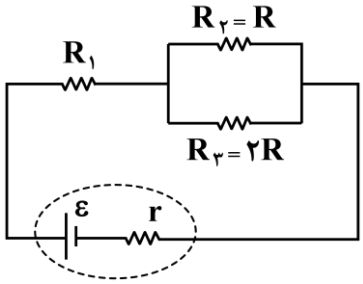
۱) ۱۱

۲) ۱۲

۳) ۱۱۹

۴) ۱۲۰

۶۱- در مدار شکل زیر، اگر توان مصرفی مقاومت‌های R_1 و R_2 به‌ترتیب $900W$ و $300W$ باشد، نسبت $\frac{R_1}{R_2}$ چقدر است؟



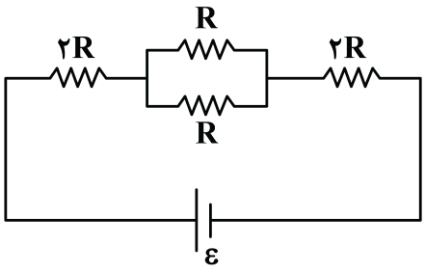
۱) $\frac{4}{3}$

۲) $\frac{4}{5}$

۳) $\frac{3}{2}$

۴) ۴

۶۲- در شکل زیر، توان خروجی باتری آرمانی $20W$ است. اگر این چهار مقاومت را به‌صورت موازی به دو سر همین باتری ببندیم، توان خروجی باتری چند وات می‌شود؟



۱) ۲۰۰

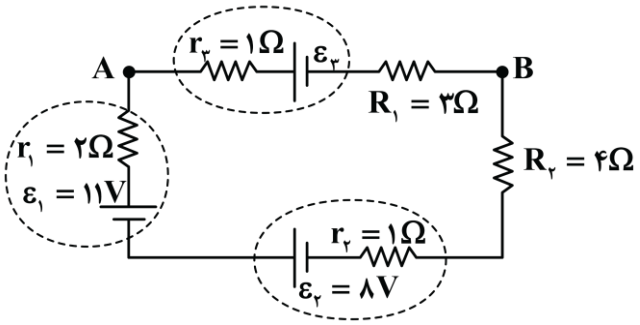
۲) ۲۷۰

۳) ۳۲۰

۴) ۳۵۰

محل انجام محاسبات

۶۳- در مدار شکل زیر، پتانسیل الکتریکی نقطهٔ A، ۲۶V بیش‌تر از پتانسیل الکتریکی نقطهٔ B است. نیروی محرکهٔ ε_3 چند ولت است؟



۱) ۳۰
۲) ۸
۳) ۱۲
۴) ۳۴

۶۴- کدام‌یک از عبارت‌های زیر در مورد خطوط میدان مغناطیسی درست هستند؟

الف ـ جهت خط‌های میدان مغناطیسی همواره از N به S است.

ب ـ خط‌های میدان مغناطیسی هرگز یکدیگر را قطع نمی‌کنند.

ج ـ هرجا تراکم خط‌های میدان مغناطیسی، بیش‌تر باشد، میدان در آن ناحیه بزرگ‌تر است.

د ـ هر یک از خط‌های میدان مغناطیسی، یک حلقهٔ بسته را تشکیل می‌دهند.

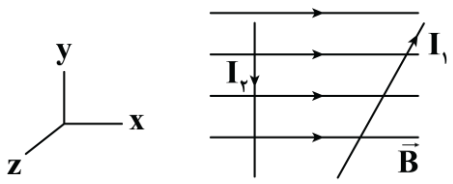
۱) «الف»، «ج» و «د» ۲) «ب»، «ج» و «د» ۳) «الف»، «ب» و «ج» ۴) فقط «ج» و «د»

۶۵- ذرهٔ بارداری با جرم ناچیز با سرعت $\vec{v}$ در امتداد افق (راستای شرق ـ غرب) وارد فضایی می‌شود که در آن میدان‌های الکتریکی و مغناطیسی یکنواخت $\vec{E}$ و $\vec{B}$ وجود دارند. میدان مغناطیسی $0/15T$ و به سمت جنوب و میدان الکتریکی $600\frac{N}{C}$ و به سمت پایین است. حداقل سرعت ذره چند متر بر ثانیه و در چه جهتی باشد تا بدون انحراف در همان مسیر به حرکت خود ادامه دهد؟ (از نیروی مقاومت هوا و اصطکاک صرف‌نظر کنید.)

۱) ۲۵۰۰، شرق ۲) ۲۵۰۰، غرب ۳) ۴۰۰۰، شرق ۴) ۴۰۰۰، غرب

محل انجام محاسبات

۶۶- مطابق شکل زیر، نیروی مغناطیسی که میدان $\vec{B}$ بر سیم (۱) وارد می‌کند در ..... و نیروی مغناطیسی که میدان $\vec{B}$ بر سیم (۲) وارد می‌کند در ..... است.



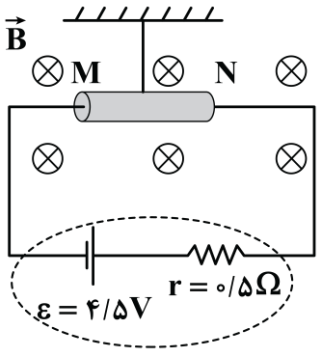
۱) جهت محور z ـ خلاف جهت محور z

۲) جهت محور z ـ جهت محور z

۳) خلاف جهت محور z ـ جهت محور z

۴) خلاف جهت محور z ـ خلاف جهت محور z

۶۷- مطابق شکل زیر، سیم رسانای MN به طول ۱۰۰cm، سطح مقطع $۱/۹\times۱۰^{-۲}mm^۲$ و مقاومت ویژهٔ $۱/۹\times۱۰^{-۸}\Omega.m$ در میدان مغناطیسی یکنواخت $\vec{B}$ به بزرگی ۲۵۰۰G توسط نخ سبکی به سقف آویزان و درحال تعادل است. اگر جرم هر سانتی‌متر از این سیم برابر با 4g باشد، نیروی کشش نخ چند نیوتون است؟ ($g=۱۰\frac{N}{kg}$ و از وزن سایر اجزای مدار صرف‌نظر کنید.)



۱) ۰/۷۵

۲) ۳/۲۵

۳) ۴/۷۵

۴) ۵

۶۸- سیملوله‌ای آرمانی چنان طراحی شده است که جریان بیشینه‌ای به شدت 1/2A می‌تواند از آن عبور کند. با عبور این جریان از سیملوله، اندازهٔ میدان مغناطیسی در درون آن و دور از لبه‌ها برابر با 270G می‌شود. در هر 40cm از طول این سیملوله، چند دور سیم قرار گرفته است؟ ($\mu_۰ = ۱۲\times۱۰^{-۷}\frac{T.m}{A}$)

۱) ۷۵۰ ۲) ۲۵۰۰ ۳) ۷۵۰۰ ۴) ۱۵۰۰۰

محل انجام محاسبات

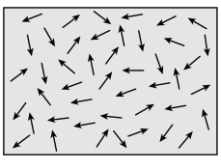
آزمون ماز
SanjeshCloud

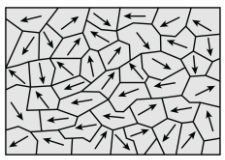
۶۹- با سیم روکش‌داری به طول ۴۰m، پیچهٔ مسطح دایره‌ای‌شکل به شعاع R ساخته‌ایم. R چند سانتی‌متر باشد تا اگر جریان ۲۵A را از پیچه عبور دهیم، اندازهٔ میدان مغناطیسی حاصل از پیچه در مرکز آن برابر $۴\times۱۰^{-۴}T$ باشد؟

$(\mu_۰ = ۴\pi\times۱۰^{-۷}\frac{T.m}{A})$

۱) ۵۰ ۲) ۰/۵ ۳) ۲۰۰ ۴) ۰/۲

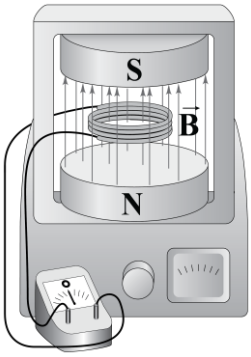
۷۰- شکل‌های زیر، دو مادهٔ مختلف در غیاب میدان مغناطیسی خارجی را نشان می‌دهند. به‌ترتیب از راست به چپ، شکل‌های «الف» و «ب» می‌توانند مربوط به ..... و ..... باشد.


«الف»


«ب»

۱) آلومینیم ـ نیکل
۲) مس ـ آهن
۳) آهن ـ آلومینیم
۴) آلومینیم ـ نقره

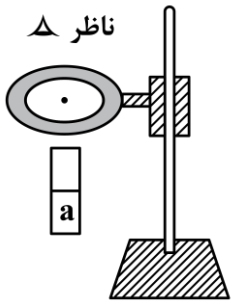
۷۱- پیچه‌ای شامل ۲۰۰ حلقه که مساحت هر حلقهٔ آن $۲۵cm^۲$ است، مطابق شکل زیر، بین قطب‌های یک آهنربای الکتریکی قرار گرفته است که میدان مغناطیسی یکنواخت تولید می‌کند. خط‌های میدان بر سطح پیچه عمودند. اگر اندازهٔ میدان مغناطیسی بدون تغییر جهت در مدت‌زمان ۲ms از ۰/۱۸T به ۰/۲۲T افزایش یابد، اندازهٔ نیروی محرکهٔ القایی متوسط ایجادشده در پیچه در این بازهٔ زمانی چند ولت است؟



۱) ۱۰
۲) ۱۰۰
۳) ۴۰۰
۴) ۴۰۰۰

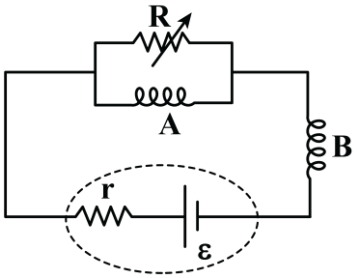
محل انجام محاسبات

۷۲- در شکل زیر، آهنربایی میله‌ای از ارتفاعی نسبت به سطح زمین سقوط کرده و در مسیر سقوط خود از حلقه‌ای رسانا عبور می‌کند. اگر در لحظهٔ خروج آهنربا از حلقه جریان القایی از نگاه ناظر، پادساعتگرد باشد، a نشان‌دهندهٔ قطب ..... آهنربا است و جهت جریان القایی در حلقه هنگام ورود آهنربا به حلقه از نگاه ناظر، ..... است.



۱) N ـ پادساعتگرد
۲) S ـ پادساعتگرد
۳) N ـ ساعتگرد
۴) S ـ ساعتگرد

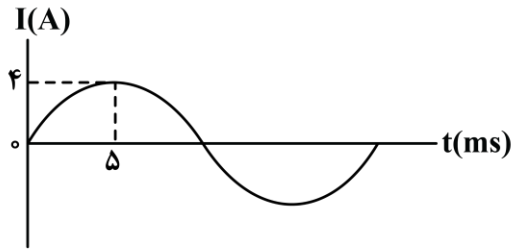
۷۳- در مدار شکل زیر، دو سیملولهٔ A و B با مقاومت‌های الکتریکی R_A و R_B قرار دارند. اگر مقاومت رئوستا کاهش پیدا کند، کدام گزینه صحیح است؟



۱) انرژی ذخیره‌شده در سیملولهٔ A کاهش و انرژی ذخیره‌شده در سیملولهٔ B افزایش می‌یابد.
۲) انرژی ذخیره‌شده در سیملولهٔ A افزایش و انرژی ذخیره‌شده در سیملولهٔ B کاهش می‌یابد.
۳) انرژی ذخیره‌شده در هر دو سیملوله افزایش می‌یابد.
۴) انرژی ذخیره‌شده در هر دو سیملوله کاهش می‌یابد.

محل انجام محاسبات

۷۴- شکل زیر، نمودار جریان متناوب سینوسی را نشان می‌دهد که یک مولد جریان متناوب تولید کرده است. معادلهٔ جریان برحسب زمان برای این مولد برحسب SI در کدام گزینه به‌درستی آمده است؟



۱) $I = ۴\sin(\frac{\pi}{۱۰}t)$

۲) $I = ۴\sin(۱۰۰\pi t)$

۳) $I = ۴\sin(\frac{\pi}{۵}t)$

۴) $I = ۴\sin(۲۰۰\pi t)$

۷۵- طول سیملولهٔ آرمانی A، نصف طول سیملولهٔ آرمانی B و تعداد حلقه‌های آن ۲ برابر تعداد حلقه‌های سیملولهٔ B است. اگر از آن‌ها جریان الکتریکی یکسان عبور کند و سطح حلقه‌های دو سیملوله برابر باشد، نسبت بزرگی میدان مغناطیسی حاصل از سیملوله‌ها در درون آن و به دور از لبه‌ها $(\frac{B_A}{B_B})$ و نسبت ضریب القاوری آن‌ها $(\frac{L_A}{L_B})$ به‌ترتیب از راست به چپ در کدام گزینه به‌درستی آمده‌اند؟

۱) ۴ و ۲ ۲) ۲ و ۴ ۳) ۸ و ۴ ۴) ۴ و ۸

محل انجام محاسبات

۷۶- پس از موازنه معادله واکنش $Ca_3(PO_4)_2(s) + SiO_2(s) \rightarrow CaSiO_4(s) + P(s)$، مجموع ضرایب مواد فراورده چند برابر مجموع ضرایب مواد واکنش‌دهنده می‌شود؟

۱) ۱/۲۵ ۲) ۱/۷۵ ۳) ۱/۸ ۴) ۲/۸

۷۷- شمار الکترون‌ها در دو یون A^{3+} و B^{2-} با یکدیگر برابر است. اگر شمار نوترون‌ها در یونی که نسبت شمار ذرات دارای بار مثبت به شمار ذرات دارای بار منفی در آن بزرگ‌تر است، ۵ واحد بیشتر از یون دیگر باشد، تفاوت عدد جرمی دو یون کدام است؟

۱) ۱۰ ۲) ۵ ۳) ۷ ۴) صفر

۷۸- کدام مورد درباره عناصر دوره‌های اول تا چهارم جدول تناوبی، نادرست است؟

۱) در این عناصر، بین زیرلایه‌ها با $n + l$ برابر، زیرلایه با عدد کوانتومی فرعی بزرگ‌تر، دیرتر الکترون می‌گیرد.

۲) کروم تنها عنصری است که دو زیرلایه الکترونی اشغال شده در ساختار آن، به‌طور کامل از الکترون پر نشده‌اند.

۳) مجموع اعداد کوانتومی اصلی و فرعی الکترون‌های لایه ظرفیت نخستین عنصر واسطه جدول تناوبی برابر ۱۳ است.

۴) شمار الکترون‌های ظرفیت روی، ۲ برابر شمار الکترون ظرفیتی عنصری است که ۱۰ الکترون در زیرلایه‌های با $l = ۱$ دارد.

۷۹- در آرایش الکترونی کاتیون پایدار حاصل از عناصر موجود در کدام گزینه، تعداد الکترون موجود در زیرلایه‌ها با $l = ۱$ در یک عنصر، می‌تواند معادل با ۲ برابر تعداد الکترون‌ها در زیرلایه با $l = ۲$ در عنصر دیگر باشد؟

۱) اسکاندیم و وانادیم ۲) سدیم و روی ۳) پتاسیم و آهن ۴) کلسیم و مس

۸۰- کدام‌یک از گزینه‌های زیر نادرست است؟

۱) کاتیون سازنده برخی از ترکیب‌های یونی، به آرایش یک گاز نجیب دست پیدا نمی‌کند.

۲) آرایش الکترونی هر عنصر موجود در جدول دوره‌ای، موقعیت مکانی آن عنصر را تعیین می‌کند.

۳) همه اتم‌های نافلزی با مبادله الکترون و رسیدن به آرایش گاز نجیب، در ساختار مولکول‌ها شرکت می‌کنند.

۴) در دوره سوم، برخلاف دوره چهارم جدول تناوبی، هر عنصر با لایه ظرفیت ۸ الکترونی، میل به انجام واکنش شیمیایی ندارد.

۸۱- اگر در واکنش ۲۰۴ گرم از فلوئورید فلز A با خلوص ۵۰٪ با مقدار کافی سدیم هیدروکسید، ۱۲۶ گرم ماده محلول در آب تولید شود، عنصر A معادل کدام‌یک از فلزهای زیر می‌تواند باشد؟

$(Fe = ۵۶ , Sc = ۴۵ , Ca = ۴۰ , Mg = ۲۴ , Na = ۲۳ , F = ۱۹ , O = ۱۶ , H = ۱ : g.mol^{-1})$

$AF_n(s) + NaOH(aq) \longrightarrow A(OH)_n(s) + NaF(aq)$ معادله واکنش موازنه شود .

۱) آهن ۲) منیزیم ۳) کلسیم ۴) اسکاندیم

محل انجام محاسبات

۸۲- مخلوطی به جرم ۷۵ گرم از گازهای نیتروژن مونوکسید و نیتروژن دی‌اکسید در اختیار داریم. اگر با وارد کردن مقدار کافی اکسیژن به ظرف حاوی این مخلوط و انجام کامل واکنش زیر، جرم مخلوط به ۹۱ گرم برسد، چند درصد جرمی از مخلوط اولیه توسط اکسید قهوه‌ای رنگ نیتروژن تشکیل شده است؟ ($O = ۱۶ , N = ۱۴ : g.mol^{-۱}$)

$NO(g) + O_۲(g) \longrightarrow NO_۲(g)$ **معادله واکنش موازنه شود .**

۱) ۵۰ ۲) ۴۰ ۳) ۶۰ ۴) ۷۰

۸۳- جرم برابر از نخستین و دومین عضو خانواده آلکان‌ها را در دمای ۷۵°C در اختیار داریم. اگر با سوزاندن کامل آن‌ها اختلاف مقدار $CO_۲$ تولید شده در دو واکنش برابر یک مول باشد، مجموع جرم آب تولید شده در این دو واکنش، برابر چند گرم بوده است؟

($O = ۱۶ , C = ۱۲ , H = ۱ : g.mol^{-۱}$)

۱) ۸۲۸ ۲) ۸۶۴ ۳) ۹۷۲ ۴) ۹۳۶

۸۴- کدام‌یک از عبارت‌های زیر درست است؟ ($Na = ۲۳ , O = ۱۶ , C = ۱۲ : g.mol^{-۱}$)

۱) شمار اتم‌ها در واحد فرمولی هیدروکسید فلزهای قلیایی خاکی، برابر با شمار اتم‌ها در کربنات آن فلز است.

۲) اگر آنیون لیتیم فسفات را با یون سیلیکات جایگزین کنیم، نسبت کاتیون به آنیون در آن ۱ واحد کاهش می‌یابد.

۳) اگر فرمول شیمیایی کلسیم اگزالات به‌صورت $CaC_۲O_۴$ باشد، جرم مولی سدیم اگزالات برابر ۱۱۱ گرم خواهد بود.

۴) اگر فرمول شیمیایی سدیم پراکسید به‌صورت $Na_۲O_۲$ باشد، فرمول منیزیم پراکسید به‌صورت $Mg_۲O$ خواهد بود.

۸۵- کدام گزینه در رابطه با عناصر موجود در جدول تناوبی درست است؟

۱) در بین عناصر متوالی دوره سوم، بیشترین تفاوت شعاع اتمی بین دو فلز اصلی جدول تناوبی وجود دارد.

۲) در دوره سوم جدول تناوبی، شعاع اتمی عناصر با تمایل آن‌ها به گرفتن الکترون رابطه عکس دارد.

۳) در عناصر موجود در یک گروه، برخلاف عناصر یک دوره، خاصیت فلزی با شعاع اتمی رابطه عکس دارد.

۴) با توجه به روند اتمی، عناصری با بیشترین خاصیت فلزی و نافلزی، در یک دوره از جدول تناوبی قرار گرفته‌اند.

۸۶- از واکنش ۳۰ گرم آلومینیم در واکنش ترمیت، ۴۰/۸ گرم ترکیب یونی تولید شده است. اگر بازده واکنش برابر با ۸۰ درصد باشد، درصد خلوص آلومینیم استفاده شده چقدر بوده و با استفاده از آهن تولید شده، چند گرم آلیاژ فلزی که درصد جرمی آهن در آن برابر با ۷٪ باشد را می‌توان تهیه کرد؟ ($Fe = ۵۶ , Al = ۲۷ , O = ۱۶ : g.mol^{-۱}$)

۱) ۹۰ ـ ۴۸۰ ۲) ۸۰ ـ ۴۸۰ ۳) ۹۰ ـ ۶۴۰ ۴) ۸۰ ـ ۶۴۰

محل انجام محاسبات

۸۷- کدام موارد از عبارت‌های زیر درست هستند؟ $(H = ۱ : g.mol^{-۱})$

الف ـ تفاوت شمار پیوندهای اشتراکی در ساختار سومین عضو آلکان‌ها و سومین عضو آلکن‌ها برابر ۱ است.

ب ـ با افزایش شمار اتم‌های کربن در ساختار مولکول آلکان‌ها، مقدار گران‌روی آن‌ها افزایش پیدا می‌کند.

ج ـ تفاوت شمار اتم‌های H در دکان و مولکول حاصل از واکنش نفتالن با مقدار کافی $H_۲$، برابر ۴ است.

د ـ نخستین آلکانی که در دمای اتاق حالت مایع دارد، در ساختار خود ۱۰ پیوند کربن ـ هیدروژن دارد.

۱) «الف» و «ج» ۲) «الف» و «د» ۳) «ب» و «ج» ۴) «ب» و «د»

۸۸- یک نمونه پروپن، با ۴۸ گرم گاز هیدروژن مخلوط شده است. اگر در اثر سوختن کامل این مخلوط، مقدار مول بخار آب تولید شده ۵ برابر مقدار مول گاز کربن دی‌اکسید تولید شده باشد، درصد خلوص پروپن در نمونه به‌تقریب چقدر بوده است؟

$(C = ۱۲ , H = ۱ : g.mol^{-۱})$

۱) ۶۳/۶ ۲) ۷۴/۸ ۳) ۴۵/۹ ۴) ۵۴/۵

۸۹- تفاوت عدد اتمی عناصر A و B از دوره سوم برابر ۳ بوده و بین این دو عنصر، یک عنصر فلزی و یک عنصر شبه‌فلزی حضور دارد. در رابطه با این عناصر، کدام عبارت زیر درست است؟ (عدد اتمی عنصر B بزرگ‌تر از عنصر A است.)

۱) شعاع اتمی عنصر A در مقایسه با شعاع اتمی سدیم بیشتر است.

۲) عنصر B در بین نافلزهای دوره سوم، کمترین واکنش‌پذیری را دارد.

۳) فرمول شیمیایی ترکیب حاصل از یون پایدار عنصر A و یون فسفات به‌صورت $A_۳(PO_۴)_۲$ است.

۴) یکی از عناصر قرار گرفته بین A و B، می‌تواند در واکنش‌های شیمیایی الکترون گرفته یا به اشتراک بگذارد.

۹۰- مقدار ۲۰ گرم FeO ناخالص را با یک نمونه ۱۵ گرمی از سدیم مخلوط می‌کنیم. اگر با انجام کامل واکنش و مصرف کل FeO، جرم نمونه فلزی ایجاد شده به ۱۶ گرم برسد، درصد خلوص نمونه اولیه از FeO چقدر بوده است؟ (ناخالصی، در واکنش شیمیایی شرکت نمی‌کند. $Fe = ۵۶, Na = ۲۳ , O = ۱۶ : g.mol^{-۱}$)

۱) ۳۴ ۲) ۳۶ ۳) ۱۸ ۴) ۲۷

۹۱- کدام‌یک از موارد زیر درست است؟ $(H = ۱\ g.mol^{-۱})$

الف ـ میزان فراریت آلکان‌های راست‌زنجیر، با قدرت نیروی بین مولکولی آن‌ها رابطه عکس دارد.

ب ـ هر مول از ترکیب با فرمول $C_۸H_{۱۴}$، برای سیرشدن به‌یقین با ۲ مول گاز $H_۲$ واکنش می‌دهد.

ج ـ سیکلوهگزان و ۲-هگزن، از نظر چگالی، درصد جرمی کربن و واکنش‌پذیری، مشابه یکدیگر هستند.

د ـ با افزایش جرم مولی اجزای سازنده نفت خام، ارتفاع خروج آن‌ها در برج تقطیر در پالایشگاه کاهش می‌یابد.

۱) «الف» و «ج» ۲) «الف» و «د» ۳) «ب» و «ج» ۴) «ب» و «د»

محل انجام محاسبات

۹۲- مخلوطی ۱۰۰ گرمی از گازهای بوتان و ۱-بوتن در اختیار داریم. اگر این مخلوط را با مقدار کافی گاز هیدروژن وارد واکنش کنیم، جرم بوتان موجود در مخلوط نهایی به ۹۴/۸ گرم می‌رسد. اگر بازده واکنش برابر ۸۴ درصد باشد، جرم بوتان موجود در مخلوط اولیه چند برابر جرم ۱-بوتن موجود در آن بوده است؟ $(C = ۱۲ , H = ۱ : g.mol^{-۱})$

۱) ۱/۵ ۲) ۱/۲۵ ۳) ۰/۷۵ ۴) ۲

۹۳- کدام‌یک از گزینه‌های زیر درست است؟

۱) با داشتن ظرفیت گرمایی دو نمونه، می‌توان انرژی گرمایی آن‌ها را مقایسه کرد.

۲) اگر انرژی گرمایی دو نمونه آب برابر باشد، میانگین انرژی جنبشی ذرات آن‌ها به‌یقین برابر است.

۳) با مخلوط کردن دو نمونه مختلف، دمای مخلوط پایانی، به مخلوطی با ظرفیت گرمایی بالاتر، نزدیک‌تر می‌شود.

۴) با انتقال انرژی برابر به دو نمونه آب و اتانول با جرم برابر، میانگین انرژی جنبشی ذرات آب بیشتر افزایش می‌یابد.

۹۴- با توجه به معادله واکنش‌های زیر، انرژی لازم برای تولید ۱/۸ مول جیوه مذاب، از تجزیه کامل چند گرم $KClO_۳$ به‌دست می‌آید؟ (فقط نیمی از گرمای حاصل از واکنش اول، به واکنش دوم می‌رسد.

$(K = ۳۹ , Cl = ۳۵/۵ , O = ۱۶ : g.mol^{-۱})$

$$۲KClO_۳(s) \longrightarrow ۲KCl(s) + ۳O_۲(g) \quad , \quad \Delta H = -۹۰kJ$$
$$۲HgO(s) \longrightarrow ۲Hg(l) + O_۲(g) \quad , \quad \Delta H = +۱۸۰kJ$$

۱) ۷۳۵ ۲) ۴۹۰ ۳) ۹۸۰ ۴) ۸۸۲

۹۵- کدام‌یک از گزینه‌های زیر نادرست است؟

۱) با افزایش دمای جوش آلکان‌های راست‌زنجیر، ارزش سوختی آن‌ها کاهش پیدا می‌کند.

۲) گرمای حاصل از سوختن یک گرم H، بیشتر از گرمای حاصل از سوختن یک گرم $H_۲$ است.

۳) در واکنش سوختن دو نمونه اتانول و اتان با جرم برابر، مقدار انرژی آزاد شده اتان، کمتر است.

۴) اگر در واکنش سوختن متان، بجای بخار آب، آب مایع تولید شود، مقدار انرژی آزاد شده تغییر پیدا می‌کند.

۹۶- سرعت متوسط فرایند تخمیر گلوکز برابر با $۲mol.L^{-۱}.h^{-۱}$ و بازده این واکنش برابر با ۷۵٪ است. اگر با گذشت ۹۰ دقیقه از شروع واکنش، ۳۹۶ گرم $CO_۲$ در این واکنش تولید شود، حجم ظرف برابر چند لیتر بوده است؟

$(O = ۱۶ , C = ۱۲ : g.mol^{-۱})$

$$C_۶H_{۱۲}O_۶(aq) \longrightarrow ۲CO_۲(g) + ۲C_۲H_۵OH(aq)$$

۱) ۵ ۲) ۲ ۳) ۴ ۴) ۳

محل انجام محاسبات

۹۷- کدام‌یک از گزینه‌های زیر نادرست است؟

۱) گرما دادن به مواد همواره باعث افزایش میانگین انرژی جنبشی ذرات می‌شود.

۲) گرما در توصیف یک فرایند به کار رفته و برابر با انرژی مبادله شده میان دو جسم، به‌دلیل تفاوت دما است.

۳) دما، برای توصیف یک نمونه به کار رفته و نشان‌دهنده میانگین تندی و میانگین انرژی جنبشی ذرات یک ماده است.

۴) برای افزایش دمای نمونه‌هایی به جرم برابر از روغن زیتون و آب به مقدار برابر، نمونه روغن انرژی کمتری مصرف می‌کند.

۹۸- کدام‌یک از گزینه‌های زیر درست است؟

۱) آنتالپی سوختن اتان معادل با تغییر آنتالپی واکنش موازنه شده سوختن آن است.

۲) در بین آلکان‌ها، بزرگ‌ترین ارزش سوختی مربوط به ماده سازنده اصلی گاز طبیعی است.

۳) با تبدیل ۴ گرم گاز H_2 به ۴ گرم اتم مجزای هیدروژن، میزان پایداری این ماده افزایش می‌یابد.

۴) بین دو ترکیب آلی مختلف، اندازه آنتالپی سوختن ترکیبی با جرم مولی بیشتر، به‌یقین بزرگ‌تر از ترکیب دیگر است.

۹۹- مقداری گاز هیدروژن و نیتروژن، در یک مخزن ۲ لیتری در واکنش زیر شرکت می‌کنند. اگر در مدت زمان ۳۰ ثانیه، ۸/۴ گرم گاز هیدروژن مصرف شود، سرعت متوسط واکنش چند $mol.L^{-1}.min^{-1}$ می‌شود؟

$(N = 14 , H = 1 : g.mol^{-1})$

$$N_2(g) + 3H_2(g) \longrightarrow 2NH_3(g)$$

۱) ۲/۸ ۲) ۱/۴ ۳) ۴/۲ ۴) ۲/۱

۱۰۰- کدام‌یک از عبارت‌های زیر درست است؟ $(C = 12 , H = 1 : g.mol^{-1})$

۱) درصد جرمی عنصر کربن در پلی‌اتن سنگین بیشتر از این مقدار در پلی‌اتن سبک است.

۲) واکنش پلیمری شدن اتن در دما و فشار بالا انجام شده و چگالی فراورده تولید شده، بیشتر از واکنش‌دهنده است.

۳) دومین عضو خانواده آلکن‌ها، به‌عنوان گاز عمل‌آورنده کاربرد داشته و می‌تواند در واکنش پلیمری شدن شرکت کند.

۴) شیمی‌دان‌ها با تعیین جرم مولی پلیمرها، شمار دقیق مونومرهای شرکت‌کننده در واکنش بسپارش را محاسبه می‌کنند.

۱۰۱- کدام‌یک از عبارت‌های زیر درست است؟ $(O = 16 , C = 12 : g.mol^{-1})$

۱) در حجم برابر از پلی‌اتن شفاف و کدر، شمار اتم‌ها کربن در پلی‌اتن شفاف بیشتر است.

۲) مونومر به‌کار رفته در تولید پلی‌لاکتیک اسید، خاصیت اسیدی داشته و فاقد پیوند دوگانه است.

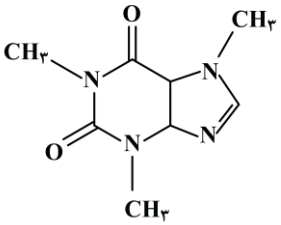
۳) در ساختار پلی‌پروپن، برخلاف پلی‌سیانواتن، برخی از اتم‌های کربن به ۳ اتم هیدروژن متصل شده‌اند.

۴) به‌دلیل بیشتر بودن جرم مولی پروپن در مقایسه با اتن، جرم مولی پلی‌پروپن نیز به‌یقین بیشتر از پلی‌اتن است.

محل انجام محاسبات

آزمون ماز
SanjeshCloud

۱۰۲- کدام‌یک از عبارت‌های زیر درباره ترکیب داده‌شده درست است؟



$(C = ۱۲ , H = ۱ : g.mol^{-۱})$

۱) این مولکول با مولکول‌های خود و مولکول‌های آب پیوند هیدروژنی برقرار می‌کند.

۲) در واکنش این ترکیب و مقدار کافی از یک دی‌اسید، نوعی پلی‌آمید تشکیل خواهد شد.

۳) هر اتم کربن موجود در آن، حداقل به یک اتم نیتروژن توسط پیوند اشتراکی متصل شده است.

۴) درصد جرمی اتم‌های کربن در این ترکیب آلی، ۱۲ برابر درصد جرمی اتم‌های هیدروژن آن است.

۱۰۳- مقدار ۱۸۴ گرم اتانول در واکنش با مقدار کافی از یک اسید، نوعی استر با فرمول شیمیایی $C_۴H_۸O_۲$ تولید می‌کند. نام اسید مصرف شده در این واکنش و جرم آب تولید شده کدام است؟ $(O = ۱۶ , C = ۱۲ , H = ۱ : g.mol^{-۱})$

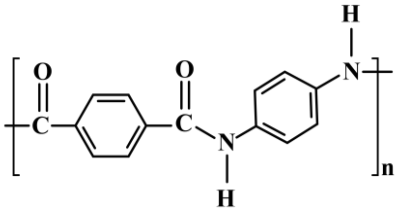
۱) استیک اسید ـ ۷۲

۲) پروپانوئیک اسید ـ ۱۴۴

۳) استیک اسید ـ ۱۴۴

۴) پروپانوئیک اسید ـ ۷۲

۱۰۴- جرم مولی دی‌آمین سازنده پلیمر مقابل، به اندازه چند گرم بیشتر از جرم مولی استیک اسید است؟



$(O = ۱۶ , N = ۱۴ , C = ۱۲ , H = ۱ : g.mol^{-۱})$

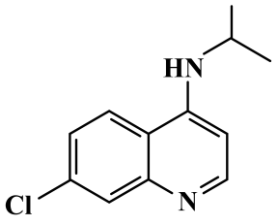
۱) ۳۲

۲) ۴۸

۳) ۵۲

۴) ۲۸

۱۰۵- در ساختار ترکیب مقابل، چند پیوند اشتراکی کربن-هیدروژن بین اتم‌ها برقرار شده است؟



۱) ۱۲

۲) ۱۰

۳) ۱۴

۴) ۸

محل انجام محاسبات

نظرات، پیشنهادات، انتقادات و شکایات خود را درباره هر بخش از آزمون حضوری (از جمله شرایط حوزه، نحوه برگزاری، برخورد عوامل اجرایی و مراقبان و سایر موارد) از طریق راه‌های ارتباطی زیر با ما در میان بگذارید.

@mazesupp در پیام‌رسان بله
@Biomazesupp در تلگرام
۱۴۰۲ شماره تماس

آزمون ماز
SanjeshCloud

بودجه بندی دروس آزمون بعد...

تاریخ برگزاری: ۲ شهریورماه

مرور و تثبیت پایهٔ دهم یا یازدهم

ریاضی پایه

یادگیری عمیق

تعیین علامت
+ معادلات گویا و گنگ
ریاضی ۱:
صفحه های ۸۳ تا ۹۳
حسابان ۱:
صفحه های ۱۷ تا ۲۲

آمار و احتمال

مرور و جمع بندی

آشنایی با مبانی ریاضیات
(فصل ۱)
صفحه‌های ۱ تا ۳۴

فیزیک ۱

یادگیری عمیق

فصل ۱ دهم
فیزیک و اندازه گیری
صفحه‌های ۱ تا ۲۲

شیمی ۱

یادگیری عمیق

فصل ۱ دهم :
پیدایش عناصر و ایزوتوپ‌ها
صفحه‌های ۲ تا ۶
طبقه‌بندی عنصرها
صفحه‌های ۹ تا ۱۳
مفهوم مول
صفحه‌های ۱۳ تا ۱۹
آرایش الکترونی اتم‌ها
صفحه‌های ۲۷ تا ۳۴

هندسه ۲

مرور و جمع بندی

دایره
(فصل ۱)
صفحه‌های ۹ تا ۳۰

فیزیک ۲

مرور و جمع بندی

فصل ۱ یازدهم
الکتریسیتهٔ ساکن
صفحه‌های ۱ تا ۴۴

شیمی ۲

مرور و جمع بندی

فصل ۱ یازدهم
(تا سر آلکن‌ها)
صفحه‌های ۱ تا ۴۰

در هر آزمون، پاسخ گویی به سؤالات ریاضی پایه، هندسه ۲ و آمار و احتمال الزامی، و پاسخ گویی به سؤالات هر یک از دروس فیزیک و شیمی، به صورت انتخاب دلخواه بین پایهٔ دهم یا یازدهم است.

Maze Educational Group
Maze Educational Group
Maze Educational Group
ilo

SanjeshCloud

گروه آزمایشی علوم ریاضی و فنی

آزمون ماز | پایهٔ دوازدهم



تابستان ۱۴۰۵

دفترچه پاسخ

جمعه ۱۶ مردادماه ۱۴۰۵

جمع‌بندی و تعیین سطح پایهٔ یازدهم

ویژهٔ کنکـــوری‌های ۱۴۰۶

- پاسخنامه سریع؛ برای بررسی فوری بعد از آزمون
- تحلیل تمام گزینه‌های هر سؤال؛ برای بررسی سؤالاتی که پاسخ نادرست داده‌اید
- نکات و درسنامه‌های آموزشی؛ برای یادگیری کامل مباحث هر سؤال
- مشاورهٔ تستی؛ برای یادگیری انواع روش‌های حل تست
- استراتژی آزمون؛ برای یادگیری مدیریت زمان و مدیریت جلسهٔ آزمون

حق چاپ و تکثیر سؤالات به هر روش (الکترونیکی و...) پس از برگزاری آزمون برای تمامی اشخاص حقیقی و حقوقی تنها با مجوز «گروه ماز» مجاز می‌باشد و با متخلفین برابر مقررات رفتار می‌شود.

SanjeshCloud

درس	مسئول درس	طراحان	ویراستاران
ریاضیات	مهرداد کیوان حسین شفیع‌زاده سیدجواد نظری	حسین شفیع‌زاده ـ مهرداد کیوان حسن محمدبیگی ـ علیرضا شریف‌خطیبی	ندا فرهختی ـ مائده بادان فیروز یزدان نیک‌قدم ـ فؤاد خیرآبادی
فیزیک	سجاد صادقی‌زاده سعید احمدی	سعید احمدی ـ سجاد صادقی‌زاده حسین زین‌العابدین‌زاده ـ محسن قندچلر امیررضا خوینی‌ها ـ محمدجواد سورچی ـ سارا قانع علیرضا سامان ـ کامران ابراهیمی ـ مهدی پارسا حسین عبدوی‌نژاد	مروارید شاه‌حسینی حنا خلعتبری
شیمی	فرشاد هادیان‌فرد	فرشاد هادیان‌فرد ـ فرهنگ امیری عالیه میرزایی ـ طاها حق‌بین فاطمه محمودی ـ علی ترابی مهسا بایمانی‌نژاد	طاها حق‌بین ـ محمد دارابی‌جم امیرعلی حسینی‌فرد محمدمهدی معظمی

یک تیم با بیش از ۵۰۰ نفر در حال کار هستن تا آزمون‌های ماز با حداکثر کیفیت حاضر بشن و به شما کمک کنن و مسیر موفقیت رو براتون ساده‌تر کنن. همیشه از نظرات و کامنت‌های خوب‌تون انرژی می‌گیریم. مرسی که همراهمون هستین.

راستی! حتماً در نظرسنجی آزمون شرکت کنین و نظرات و پیشنهادات‌تون رو برامون بنویسین.

آموزش استراتژی آزمون و مدیریت جلسه کنکور- قسمت ۱

تابستون؛ سکوی پرتابت به سمت کنکور!

چرا آزمون‌های تابستانه بازی رو عوض می‌کنن؟

سلام رفیق!

اول از همه دمت گرم. همین که الان داری این متن رو می‌خونی و توی آزمون‌های شش‌گانه تابستون موسسه ماز شرکت کردی، یعنی یه قدم بزرگ از خیلی از رقیب‌هات جلوتری. راستش رو بخوای، تابستون برای یه کنکوری، حکم اون تایم‌اوت طلایی رو داره که می‌تونه سرنوشت بازی رو کلاً عوض کنه.

احتمالاً می‌پرسی چطور؟ بذار برات بازش کنم.

آزمون‌های برنامه‌ای تابستون قراره سه تا کار بزرگ و حیاتی روبرات انجام بدن:

۱ تثبیتِ داغ‌داغِ یازدهم

فرصت طلایی تست‌زنی

تو همین تیرماه کلی سختی کشیدی و امتحانات نهایی یازدهم رو پشت سر گذاشتی. یعنی مطالب سال یازدهم هنوز توی ذهنت تازه‌ست. اما یادت باشه خوندن تشریحی برای نهایی با تست‌زنی کنکور فرق داره.

تابستون بهترین فرصته که تا تنور داغه، نون رو بچسبونی! حالا با تست‌زنی و تحلیل آزمون‌ها، مطالب یازدهم رو توی ذهنت تثبیت کن تا با خیال راحت پرونده این پایه رو ببندی و برای ادامه مسیر آماده بشی.

۲ شخم‌زدن و عمیق‌سازی سال دهم

پایه محکم، نتیجه بهتر

شاید بگی «سال دهم رو اون‌طور که باید عمیق نخوندم» یا «خیلی از مطالبش یادم رفته». اصلاً نگران نباش! بخش دوم برنامه دقیقاً برای همینه. توی تابستون برمی‌گردیم و پایه دهم رو عمیق مرور می‌کنیم تا هر نقطه‌ضعف یا حفره علمی برطرف بشه. این‌طوری مهرماه، سال دوازدهم رو با یه پایه محکم و اعتمادبه‌نفس بیشتر شروع می‌کنی.

۳ پیش‌خوانی دوازدهم؛ برگ برندهٔ تو!

اختیاری اما شگفت‌انگیز

توی برنامه آزمون‌ها، یه بخش اختیاری هم برات گذاشتیم: پیش‌خوانی یه بخش کم‌حجم از سال دوازدهم.

شاید بگی «حالا چه کاریه؟ از مهر می‌خونم!» اما وقتی مدرسه شروع میشه، حجم درس‌ها و تکالیف دوازدهم یهو زیاد میشه و ممکنه استرس بگیری. اگه تابستون فقط یه آشنایی اولیه با این مباحث پیدا کرده باشی، مهرماه درس‌ها برات ناآشنا نیستن و با اعتمادبه‌نفس بیشتری سر کلاس حاضر می‌شی. همین حسِ «من یه قدم جلوترم»، انگیزه خوبی برای ادامه مسیرت میشه.

حرف آخر...

رفیق، کنکور یه مسیر پیوسته و علمیه. آزمون‌های برنامه‌ای تابستون مثل یه نقشه راهنما و جی‌پی‌اس عمل می‌کنن که نمیذارن توی مسیر گم بشی. پس قدم‌هات رو محکم بردار، تحلیل آزمون‌ها رو جدی بگیر و مطمئن باش این تلاش‌های تابستونه، پاییز و زمستون خیلی راحتی رو برات می‌سازه.

منتظر درخششت توی آزمون بعدی هستیم!

SanjeshCloud

برنامهٔ آزمون های تابستونِ کنکوری های ۱۴۰۶

منتشر شد!

ماز تکلیف تابستونت رو مشخص کرده!

- آزمون های **زوج درس** (انتخاب بین دهم یا یازدهم)
- پیش خوانی **اختیاری** دوازدهم
- شرکت در آزمون: به صورت **حضوری** یا **آنلاین**؟ انتخاب با خودته!



از دهم شروع کنم یا یازدهم؟
دوازدهم رو از تابستون بخونم یا نه؟

آزمون های ماز حضوری شد!

۶ مرحله آزمون استاندارد:

هر دو هفته یک بار تا ۱۰ مهر

شروع از ۱۶ مرداد



اگه می خوای تابستون رو جدی و با برنامه شروع کنی، این برنامه برای توئه.

راهنمای شرکت در آزمون حضوری و انتخاب حوزه

اسکن کن!

برای دریافت کلیک کن!

دانلود برنامه آزمون های تابستان ماز

اسکن کن!

برای دریافت کلیک کن!

BIOMAZE.IR
SanjeshCloud

پاسخنامه کلیدی

ریاضی

۱	۱	۲	۳	۴	۱۱	۱	۲	۳	۴
۲	۱	۲	۳	۴	۱۲	۱	۲	۳	۴
۳	۱	۲	۳	۴	۱۳	۱	۲	۳	۴
۴	۱	۲	۳	۴	۱۴	۱	۲	۳	۴
۵	۱	۲	۳	۴	۱۵	۱	۲	۳	۴
۶	۱	۲	۳	۴	۱۶	۱	۲	۳	۴
۷	۱	۲	۳	۴	۱۷	۱	۲	۳	۴
۸	۱	۲	۳	۴	۱۸	۱	۲	۳	۴
۹	۱	۲	۳	۴	۱۹	۱	۲	۳	۴
۱۰	۱	۲	۳	۴	۲۰	۱	۲	۳	۴
۲۱	۱	۲	۳	۴	۳۱	۱	۲	۳	۴
۲۲	۱	۲	۳	۴	۳۲	۱	۲	۳	۴
۲۳	۱	۲	۳	۴	۳۳	۱	۲	۳	۴
۲۴	۱	۲	۳	۴	۳۴	۱	۲	۳	۴
۲۵	۱	۲	۳	۴	۳۵	۱	۲	۳	۴
۲۶	۱	۲	۳	۴	۳۶	۱	۲	۳	۴
۲۷	۱	۲	۳	۴	۳۷	۱	۲	۳	۴
۲۸	۱	۲	۳	۴	۳۸	۱	۲	۳	۴
۲۹	۱	۲	۳	۴	۳۹	۱	۲	۳	۴
۳۰	۱	۲	۳	۴	۴۰	۱	۲	۳	۴

فیزیک

۴۱	۱	۲	۳	۴	۵۱	۱	۲	۳	۴	۶۱	۱	۲	۳	۴	۷۱	۱	۲	۳	۴
۴۲	۱	۲	۳	۴	۵۲	۱	۲	۳	۴	۶۲	۱	۲	۳	۴	۷۲	۱	۲	۳	۴
۴۳	۱	۲	۳	۴	۵۳	۱	۲	۳	۴	۶۳	۱	۲	۳	۴	۷۳	۱	۲	۳	۴
۴۴	۱	۲	۳	۴	۵۴	۱	۲	۳	۴	۶۴	۱	۲	۳	۴	۷۴	۱	۲	۳	۴
۴۵	۱	۲	۳	۴	۵۵	۱	۲	۳	۴	۶۵	۱	۲	۳	۴	۷۵	۱	۲	۳	۴
۴۶	۱	۲	۳	۴	۵۶	۱	۲	۳	۴	۶۶	۱	۲	۳	۴					
۴۷	۱	۲	۳	۴	۵۷	۱	۲	۳	۴	۶۷	۱	۲	۳	۴					
۴۸	۱	۲	۳	۴	۵۸	۱	۲	۳	۴	۶۸	۱	۲	۳	۴					
۴۹	۱	۲	۳	۴	۵۹	۱	۲	۳	۴	۶۹	۱	۲	۳	۴					
۵۰	۱	۲	۳	۴	۶۰	۱	۲	۳	۴	۷۰	۱	۲	۳	۴					

شیمی

۷۶	۱	۲	۳	۴	۸۶	۱	۲	۳	۴	۹۶	۱	۲	۳	۴					
۷۷	۱	۲	۳	۴	۸۷	۱	۲	۳	۴	۹۷	۱	۲	۳	۴					
۷۸	۱	۲	۳	۴	۸۸	۱	۲	۳	۴	۹۸	۱	۲	۳	۴					
۷۹	۱	۲	۳	۴	۸۹	۱	۲	۳	۴	۹۹	۱	۲	۳	۴					
۸۰	۱	۲	۳	۴	۹۰	۱	۲	۳	۴	۱۰۰	۱	۲	۳	۴					
۸۱	۱	۲	۳	۴	۹۱	۱	۲	۳	۴	۱۰۱	۱	۲	۳	۴					
۸۲	۱	۲	۳	۴	۹۲	۱	۲	۳	۴	۱۰۲	۱	۲	۳	۴					
۸۳	۱	۲	۳	۴	۹۳	۱	۲	۳	۴	۱۰۳	۱	۲	۳	۴					
۸۴	۱	۲	۳	۴	۹۴	۱	۲	۳	۴	۱۰۴	۱	۲	۳	۴					
۸۵	۱	۲	۳	۴	۹۵	۱	۲	۳	۴	۱۰۵	۱	۲	۳	۴					

SanjeshCloud

راهنمای پاسخنامه آزمون ها

زمان پاسخگویی:
سریع (زیر ۱ دقیقه) | استاندارد (۱-۲ دقیقه) | زمان‌بر (بیشتر از ۲ دقیقه).

پاسخ: گزینهٔ ۳ (متوسط ـ خط به خط ـ سریع ـ صفحه ۱۶ ـ ۱۱۰۱)

سطح سؤال:
آسان (اعتمادبه‌نفس) | متوسط (محک جدی) دشوار (چالش رشد).

هشتگ سوال:
شماره درس + شماره پایه دسته‌بندی راحت‌تر سؤالات

سبک سؤال:
خط به خط (متن کتاب) | ترکیبی (چند مبحث) | محاسباتی (فرمول و دقت) | مفهومی (درک عمیق).

شماره صفحه:
منبع اصلی رو راحت پیدا کنید.

یادتون باشه:

- ✓ هر سؤال یک فرصت یادگیریه، نه یک مانع.
- ✓ پاسخ‌نامه فقط جواب نیست؛ یک کارگاه آموزشی کامله.
- ✓ با هر آزمون و مرور این پاسخ‌نامه، یک پله بالاتر می‌رید و یک قدم به رؤیاتون نزدیک‌تر می‌شید.
- ✓ موفقیت فقط برای کسایی‌یه که با برنامه و انگیزه حرکت می‌کنن. شما همون آدمید.

SanjeshCloud

بودجه‌بندی این آزمون

حسابان ۱: کل کتاب
هندسه ۲: کل کتاب
آمار و احتمال: کل کتاب

سهم در کنکور

حسابان ۱: این مباحث در مجموع ۱۰ تست از ۴۰ تستِ کنکور را پوشش داده است.
هندسه ۲: این مباحث در مجموع ۵ تست از ۴۰ تستِ کنکور را پوشش داده است.
آمار و احتمال: این مباحث در مجموع ۴ تست از ۴۰ تستِ کنکور را پوشش داده است.

برای دیدن پاسخنامهٔ ویدئویی آزمون QRcode بالا را اسکن کنید!
یا بر روی لینک زیر کلیک کنید!
پاسخنامهٔ ویدئویی

۱- در ۲۰ جملهٔ اول یک دنبالهٔ حسابی، مجموع جملات ردیف فرد، برابر ۲۶۰ و مجموع جملات ردیف زوج، برابر ۲۹۰ است. جملهٔ اول دنباله کدام است؟

۱) ۱- ۲) ۲- ۳) ۳- ۴) ۴-

پاسخ: گزینهٔ ۱ (آسان ـ محاسباتی ـ استاندارد ـ حسابان ۱ صفحهٔ ۶ ـ ۱۱۰۱)

دنباله را به صورت زیر در نظر می‌گیریم:

$$a_1, a_1+d, a_1+2d, a_1+3d, \ldots$$

در جملات ردیف فرد و ردیف زوج، **قدرنسبت** برابر $2d$ و **تعداد** برابر ۱۰ است. توجه داریم که در جملات **ردیف زوج جملهٔ اول** a_2 است:

$$S_n = \frac{n}{2}\left(2a_1 + (n-1)d\right)$$

ردیف فرد: $S = \frac{10}{2}\left(2a_1 + 9(2d)\right) = 10a_1 + 90d = 260$ (۱)

ردیف زوج: $S' = \frac{10}{2}\left(2a_2 + 9(2d)\right) = 10a_2 + 90d = 290$ (۲)

دو رابطه را **از هم کم** می‌کنیم:

$$10(a_2 - a_1) = 30 \Rightarrow 10a_1 + 10d - 10a_1 = 30 \Rightarrow 10d = 30 \Rightarrow d = 3$$

$$\xrightarrow{(1)} a_1 = \frac{260 - 270}{10} = -1$$

مجموع جملات در دنبالهٔ حسابی

در یک دنبالهٔ حسابی با جملهٔ اول a_1 و قدرنسبت d مجموع n جملهٔ اول دنباله از رابطهٔ زیر محاسبه می‌شود:

$$S_n = a_1 + a_2 + \ldots + a_n = \underbrace{\frac{n}{2}(a_1 + a_n)}_{(I)} = \underbrace{\frac{n}{2}\left(2a_1 + (n-1)d\right)}_{(II)}$$

اگر در محاسبهٔ مجموع جملات، **جملهٔ اول و آخر** معلوم باشد از فرمول (I) و اگر **جملهٔ اول و قدرنسبت** مشخص باشد از فرمول (II) استفاده می‌کنیم.

SanjeshCloud

۲- اگر α و β ریشه‌های معادلهٔ $x^۲-(۳m+۱)x+m+۲=۰$ باشند، به‌ازای کدام مقدار m، رابطهٔ $\frac{۳}{\alpha}+\frac{۳}{\beta}=۴$ بین ریشه‌ها برقرار است؟

۱) ۱ ۲) ۲ ۳) ۳ ۴) ۴

پاسخ: گزینهٔ ۱ (آسان ـ ترکیبی ـ سریع ـ حسابان ۱ صفحهٔ ۸ ـ ۱۱۰۱)

با استفاده از فرمول **مجموع و تفاضل ریشه‌ها** داریم:

$$\begin{cases} S=\alpha+\beta=-\frac{b}{a}=۳m+۱ \\ P=\alpha\beta=\frac{c}{a}=m+۲ \end{cases}$$

$$\frac{۳}{\alpha}+\frac{۳}{\beta}=۴\Rightarrow\frac{۳(\alpha+\beta)}{\alpha\beta}=۴$$

$$\Rightarrow ۳S=۴P\Rightarrow ۳(۳m+۱)=۴(m+۲)\Rightarrow ۹m+۳=۴m+۸\Rightarrow m=۱$$

مجموع و حاصل‌ضرب ریشه‌های معادلهٔ درجه ۲

در معادلهٔ درجه دوم $ax^۲+bx+c=۰$ با شرط **وجود جواب‌های** α و β، بدون حل معادله می‌توان مجموع و حاصل‌ضرب ریشه‌ها را به‌دست آورد:

حاصل‌ضرب ریشه‌ها: $P=\alpha\beta=\frac{c}{a}$

مجموع ریشه‌ها: $S=\alpha+\beta=\frac{-b}{a}$

۳- اگر $x=\alpha$ جواب معادلهٔ $\sqrt{۲x+۱}+۲x=۵$ باشد، مقدار $\frac{۳}{\alpha}+۲\alpha$ چقدر است؟

۱) ۷ ۲) ۴ ۳) ۶ ۴) ۵

پاسخ: گزینهٔ ۴ (آسان ـ خط‌به‌خط ـ استاندارد ـ حسابان ۱ صفحهٔ ۲۱ ـ ۱۱۰۱)

برای حل معادلهٔ رادیکالی، عبارت **رادیکالی** را **تنها** کرده، سپس دو طرف را **به توان ۲** می‌رسانیم:

$$\sqrt{۲x+۱}=۵-۲x$$

با شرط $۵-۲x\geq ۰$، دو طرف را به توان ۲ می‌رسانیم:

$$\xrightarrow{\text{به توان ۲}} ۲x+۱=۲۵-۲۰x+۴x^۲$$

$$\Rightarrow ۴x^۲-۲۲x+۲۴=۰\Rightarrow (۲x)^۲-۱۱(۲x)+۲۴=۰\Rightarrow (۲x-۳)(۲x-۸)=۰\Rightarrow x=\frac{۳}{۲}\text{ یا }x=\frac{۸}{۲}$$

با توجه به این‌که باید $۵-۲x\geq ۰$ باشد، پس $x=\frac{۳}{۲}$ **قابل قبول** است.

$$\alpha=\frac{۳}{۲}\Rightarrow ۲\alpha+\frac{۳}{\alpha}=۲(\frac{۳}{۲})+\frac{۳}{\frac{۳}{۲}}=۳+۲=۵$$

حل معادلات گنگ

برای حل معادلات رادیکالی، **رادیکال** را **در یک طرف تساوی** نگه می‌داریم و **بقیه عبارت‌ها** را به **طرف دیگر تساوی** می‌بریم، سپس دو طرف را به توان فرجهٔ رادیکال می‌رسانیم تا رادیکال از بین برود. با حل معادلهٔ حاصل جواب‌ها را می‌یابیم.

دقت کنید که حتماً جواب‌ها را در معادلهٔ اولیه امتحان کنید.

۴- معادلهٔ $|۲x-۱|=x^۲-x+\frac{۱}{۴}$ چند جواب دارد؟

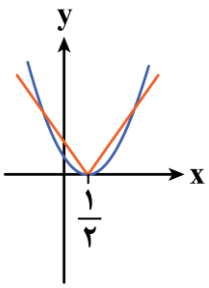
۱) ۱ ۲) ۲ ۳) ۳ ۴) ۴

پاسخ: گزینهٔ ۳ (متوسط ـ خط‌به‌خط ـ استاندارد ـ حسابان ۱ صفحهٔ ۱۶ ـ ۱۱۰۱)

معادله را به روش هندسی حل می‌کنیم. برای این کار **نمودار توابع** دو طرف تساوی را **رسم** می‌کنیم:

$$f(x)=x^۲-x+\frac{۱}{۴}=(x-\frac{۱}{۲})^۲$$

$$g(x)=|۲x-۱|$$



این دو تابع در **سه نقطه** یکدیگر را **قطع** می‌کنند، پس معادله سه جواب دارد.

روش هندسی حل معادله

برای حل معادلهٔ $f(x)=g(x)$ به کمک رسم کافی است نمودار توابع f و g را در یک دستگاه مختصات رسم کنیم. **طول نقاط تلاقی دو نمودار** جواب‌های معادلهٔ $f(x)=g(x)$ است.

توجه!

از این روش بیشتر در محاسبهٔ تعداد جواب‌های معادلهٔ $f(x)=g(x)$ کمک می‌گیریم.

۵- نقطهٔ M روی خط $۲x+y=۰$ قرار دارد. فاصلهٔ M از خط $۳x+۴y=۰$ چند برابر فاصلهٔ آن از محور y هاست؟

۱) ۱ ۲) $\frac{۳}{۵}$ ۳) $\frac{۲}{۵}$ ۴) ۲

پاسخ: گزینهٔ ۱ (متوسط ـ محاسباتی ـ استاندارد ـ حسابان ۱ صفحهٔ ۳۳ ـ ۱۱۰۱)

نقطهٔ $M(\alpha,-۲\alpha)$ را روی خط $۲x+y=۰$ در نظر می‌گیریم.

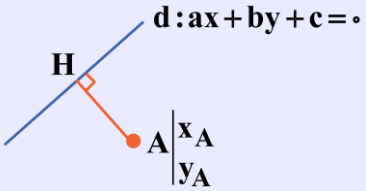
$$\text{فاصلهٔ } M \text{ از خط } ۳x+۴y=۰ = \frac{|۳\alpha+۴(-۲\alpha)|}{\sqrt{۹+۱۶}}=\frac{۵|\alpha|}{۵}=|\alpha|$$

$$\text{فاصلهٔ } M \text{ از محور } y\text{ها} = |x_M|=|\alpha|$$

بنابراین فاصلهٔ M از خط $۳x+۴y=۰$ و محور yها یکسان است، درنتیجه نسبتشان برابر ۱ است.

فاصلهٔ نقطه از خط

فاصلهٔ نقطهٔ A از خط d، طول پاره‌خطی است که از A بر d عمود می‌شود.



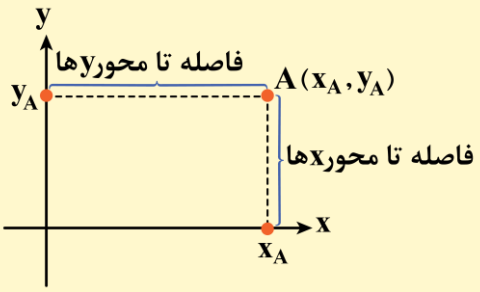
$$AH=\frac{|ax_A+by_A+c|}{\sqrt{a^۲+b^۲}}$$

تذکر!

برای محاسبهٔ فاصلهٔ نقطه از خط باید حتماً فرم خط به‌صورت $ax+by+c=0$ باشد. یعنی حتما توجه داشته باشید که عدد ثابت c را نیز به سمت چپ معادلهٔ خط برده و سپس در فرمول فاصله جای‌گذاری کنید.

فاصلهٔ یک نقطه تا محورهای مختصات

فاصلهٔ نقطهٔ $A(x_A,y_A)$ از **محور yها** برابر است با **قدرمطلق طول** نقطهٔ A یعنی $|x_A|$ و فاصلهٔ آن از **محور xها** برابر با **قدرمطلق عرض** آن یعنی $|y_A|$ است.



ماز

۶- با فرض $f=\{(1,2),(2,-3),(3,1),(-3,2)\}$ و $g=\{(1,3),(2,-3),(3,2),(-3,1)\}$، مجموع اعضای برد تابع fog^{-1} کدام است؟

۱) ۱− ۲) ۲− ۳) ۲ ۴) صفر

پاسخ: گزینهٔ ۴ (آسان ـ مفهومی ـ سریع ـ حسابان ۱ صفحهٔ ۶۹ ـ ۱۱۰۲)

ابتدا تابع g^{-1} را یافته، سپس fog^{-1} را تشکیل می‌دهیم. تابع g^{-1} از **جابه‌جایی مؤلفه‌های اول و دوم** تابع g به‌دست می‌آید:

$$g^{-1}=\{(3,1),(-3,2),(2,3),(1,-3)\}$$

$$D_{fog^{-1}}=\{x\in D_{g^{-1}}\mid g^{-1}(x)\in D_f\}=\{3,-3,2,1\}$$

پس برای محاسبهٔ ترکیب دو تابع داریم:

$$fog^{-1}(3)=f(g^{-1}(3))=f(1)=2$$
$$fog^{-1}(-3)=f(g^{-1}(-3))=f(2)=-3$$
$$fog^{-1}(2)=f(g^{-1}(2))=f(3)=1$$
$$fog^{-1}(1)=f(g^{-1}(1))=f(-3)=2$$

درنتیجه:

$$\Rightarrow fog^{-1}=\{(3,2),(-3,-3),(2,1),(1,2)\}$$

بنابراین برد تابع fog^{-1} برابر $\{1,2,-3\}$ است، که مجموع اعضای آن برابر صفر است.

طریقهٔ محاسبهٔ تابع وارون در نمایش زوج مرتبی

برای وارون کردن توابع (با شرط **یک‌به‌یک** بودن) در نمایش زوج مرتبی کافی است زوج‌مرتب (a,b) در تابع اصلی تبدیل به (b,a) در تابع وارون آن شود. یعنی کافی است در هر زوج مرتب **جای مؤلفهٔ اول و دوم عوض** شود.

ترکیب توابع

اگر دو تابع f و g به‌گونه‌ای باشند که خروجی‌های $g(x)$ بتوانند ورودی‌های $f(x)$ باشند تابع ترکیبی $fog(x)$ به وجود می‌آید و داریم:

$$(fog)(x)=f(g(x))$$

SanjeshCloud

$$x \text{ ورودی} \longrightarrow \boxed{g} \rightarrow g(x) \rightarrow \boxed{f} \longrightarrow fog(x)$$

ترکیب توابع در حالت زوج مرتبی

اگر $(a,b)\in f$ و $(b,c)\in g$، آن‌گاه $(a,c)\in gof$.

ماز

۷- تابع $f(x)=x^۲-۴x\ ;\ x\le ۲$ مفروض است. اگر $f^{-۱}(x)=a+b\sqrt{x+۴}$ باشد، مقدار ab کدام است؟

۱) ۴ ۲) ۲ ۳) -۲ ۴) -۴

پاسخ: گزینهٔ ۳ (متوسط ـ مفهومی ـ استاندارد ـ حسابان ۱ صفحهٔ ۶۱ ـ ۱۱۰۲)

برای یافتن ضابطهٔ $f^{-۱}$، ابتدا ضابطهٔ f را به صورت **مربع کامل** می‌نویسیم:

$$y=x^۲-۴x=(x^۲-۴x+۴)-۴=(x-۲)^۲-۴$$

$$\Rightarrow y+۴=(x-۲)^۲ \xrightarrow[\text{جذر}]{x\le ۲} |\underbrace{x-۲}_{-}|=\sqrt{y+۴} \Rightarrow -x+۲=\sqrt{y+۴} \Rightarrow x=۲-\sqrt{y+۴}$$

جای x و y را عوض می‌کنیم:

$$\Rightarrow f^{-۱}(x)=y=۲-\sqrt{x+۴}$$

پس $a=۲$ و $b=-۱$ است، در نتیجه $ab=-۲$ است.

محاسبهٔ ضابطهٔ وارون تابع

۱) به جای $f(x)$، می‌نویسیم y و بعد سعی می‌کنیم که **x را برحسب y** به‌دست آوریم (x رو در یک طرف تنها می‌کنیم.).

۲) وقتی که x تنها شد به جای y می‌گذاریم x و به جای x می‌نویسیم $f^{-۱}(x)$.

ماز

۸- اگر $f(x)=۳x+\left[\frac{x}{۲}\right]$ و $f\left(af(\frac{-۲}{۳})\right)=۱۰$ باشد، مقدار a کدام است؟ ([ ] نماد جزءصحیح است.)

۱) -۱ ۲) -۲ ۳) -۳ ۴) -۴

پاسخ: گزینهٔ ۱ (متوسط ـ ترکیبی ـ استاندارد ـ حسابان ۱ صفحهٔ ۵۱ و ۶۷ ـ ۱۱۰۲)

$$f(-\frac{۲}{۳})=-۲+\left[\frac{-۱}{۳}\right]=-۲-۱=-۳$$

$$f(af(-\frac{۲}{۳}))=۱۰ \Rightarrow f(-۳a)=۱۰$$

$$\Rightarrow -۹a+\left[\frac{-۳a}{۲}\right]=۱۰$$

با آزمایش اعداد گزینه‌ها $a=-۱$ به‌دست می‌آید.

$$-۹(-۱)+\left[\frac{-۳}{۲}(-۱)\right]=۹+۱=۱۰ \checkmark$$

جزءصحیح

اگر x عددی **بین دو عدد صحیح** n و $n+۱$ باشد یا $x=n$ باشد، آن‌گاه: $[x]=n$

به عبارت دیگر: $n\le x<n+۱ \Rightarrow [x]=n$

ماز

SanjeshCloud

۹- با فرض $۴^{x}=۲۷$، حاصل $\log_{۹}^{۸}$ چند برابر $\frac{۱}{x}$ است؟

۱) $\frac{۲}{۳}$ ۲) $\frac{۴}{۹}$ ۳) $\frac{۹}{۴}$ ۴) $\frac{۳}{۲}$

پاسخ: گزینهٔ ۳ (متوسط ـ محاسباتی ـ سریع ـ حسابان ۱ صفحهٔ ۸۵ و ۸۶ ـ ۱۱۰۳)

برای **حل معادلهٔ نمایی** باید از دو طرف **لگاریتم** در **مبنای پایهٔ عبارت نمایی** بگیریم. پس داریم:

$$۴^{x}=۲۷\Rightarrow x=\log_{۴}^{۲۷}=\log_{۲^{۲}}^{۳^{۳}}=\frac{۳}{۲}\log_{۲}^{۳}$$

$$\Rightarrow \log_{۲}^{۳}=\frac{۲}{۳}x$$

حال داریم:

$$\log_{۹}^{۸}=\log_{۳^{۲}}^{۲^{۳}}=\frac{۳}{۲}\log_{۳}^{۲}=\frac{۳}{۲}\times\frac{۱}{\log_{۲}^{۳}}=\frac{۳}{۲}\times\frac{۳}{۲x}=\frac{۹}{۴}(\frac{۱}{x})$$

ویژگی‌های لگاریتم

اولاً بنا به تعریف لگاریتم داریم:

$$\log_{b}^{a}=c\Leftrightarrow a=b^{c}$$

و از آن‌جا می‌توان نشان داد:

۱) $\log_{b}^{۱}=۰\ ,\log_{a}^{a}=۱$

۲) $\log a=\log_{۱۰}^{a}$ (لگاریتم اعشاری)

۳) $\log_{c}^{(ab)}=\log_{c}^{a}+\log_{c}^{b}$

۴) $\log_{c}^{(\frac{a}{b})}=\log_{c}^{a}-\log_{c}^{b}$

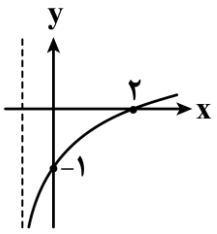
۵) $\log_{b}^{a^{n}}=n\log_{b}^{a}$

۶) $\log_{b^{n}}^{a}=\frac{۱}{n}\log_{b}^{a}$

۷) $\log_{b}^{a}=\frac{\log_{c}^{a}}{\log_{c}^{b}}\xrightarrow{\text{نتیجه}}\log_{b}^{a}=\frac{۱}{\log_{a}^{b}}$

۸) $a^{\log_{c}^{b}}=b^{\log_{c}^{a}}\xrightarrow{\text{نتیجه}}a^{\log_{a}^{b}}=b$

۱۰- نمودار تابع $f(x)=a+\log_{۲}^{(bx+۴)}$ به‌صورت مقابل است. مقدار $f(۱۴)$ کدام است؟



۱) ۲
۲) ۳
۳) ۴
۴) ۵

پاسخ: گزینهٔ ۱ (متوسط ـ محاسباتی ـ استاندارد ـ حسابان ۱ صفحهٔ ۸۴ ـ ۱۱۰۳)

نمودار تابع از نقاط $A(۰,-۱)$ و $B(۲,۰)$ عبور می‌کند.

$$\begin{cases} f(۰)=-۱\Rightarrow a+\log_{۲}^{۴}=-۱\Rightarrow a+۲=-۱\Rightarrow a=-۳ \\ f(۲)=۰\Rightarrow a+\log_{۲}^{(۲b+۴)}=۰\Rightarrow \log_{۲}^{(۲b+۴)}=-a=۳\Rightarrow ۲b+۴=۲^{۳}=۸\Rightarrow ۲b=۴\Rightarrow b=۲ \end{cases}$$

پس ضابطهٔ تابع به‌صورت زیر است:

$$f(x)=-۳+\log_{۲}^{(۲x+۴)}$$

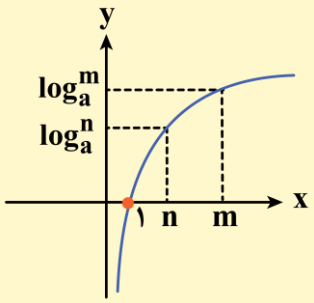
SanjeshCloud

$f(۱۴) = -۳ + \log_۲^{۳۲} = -۳ + \log_۲^{۲^۵} = -۳ + ۵ = ۲$

نمودار تابع لگاریتمی

برای تابع $y = \log_a^x$ دو حالت وجود دارد:

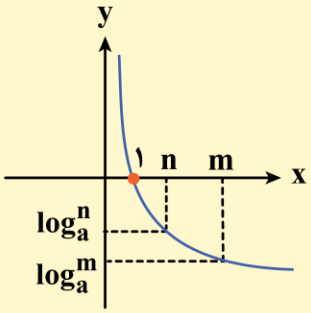
حالت ۱)



$y = \log_a^x (a > ۱)$

$n < m \Leftrightarrow \log_a^n < \log_a^m$

حالت ۲)



$y = \log_a^x (۰ < a < ۱)$

$n < m \Leftrightarrow \log_a^n > \log_a^m$

ماز

۱۱- حاصل‌ضرب ریشه‌های معادلهٔ $\log(۶-x) + \log(۳x-۱) = ۱$ برابر k است. حاصل $\log_۲^{(۳k)}$ کدام است؟

۱) ۲ ۲) ۳ ۳) ۴ ۴) ۵

پاسخ: گزینهٔ ۳ (متوسط ـ خط‌به‌خط ـ استاندارد ـ حسابان ۱ صفحهٔ ۸۸ ـ ۱۱۰۳)

$\log(۳x-۱) + \log(۶-x) = \log\big((۳x-۱)(۶-x)\big) = ۱ \Rightarrow (۳x-۱)(۶-x) = ۱۰$

$\Rightarrow ۳x^۲ - ۱۹x + ۱۶ = ۰ \xrightarrow{\text{جمع ضرایب = صفر}} \begin{cases} \alpha = ۱ \\ \beta = \frac{۱۶}{۳} \end{cases} \Rightarrow k = \alpha\beta = \frac{۱۶}{۳}$

$\log_۲^{(۳k)} = \log_۲^{۱۶} = \log_۲^{۲^۴} = ۴\log_۲^۲ = ۴$

حالت‌های خاص حل معادلهٔ درجه دوم

در حالت‌های خاص حل معادلهٔ درجه دوم $ax^۲ + bx + c = ۰$ داریم:

۱) $b = a + c \Rightarrow \begin{cases} x = -۱ \\ x = -\frac{c}{a} \end{cases}$

۲) $a + b + c = ۰ \Rightarrow \begin{cases} x = ۱ \\ x = \frac{c}{a} \end{cases}$

ماز

۱۲- اگر $(\log ۲)^۲ - (\log ۵)^۲ = \log(۲a+۱)$ باشد، مقدار a کدام است؟

۱) ۱/۷۵ ۲) ۱/۲۵ ۳) ۰/۲۵ ۴) ۰/۷۵

پاسخ: گزینهٔ ۴ (متوسط ـ محاسباتی ـ استاندارد ـ حسابان ۱ صفحهٔ ۸۶ و ۸۷ ـ ۱۱۰۳)

سمت راست را به کمک **اتحاد مزدوج تجزیه** می‌کنیم:

$\log(۲a+۱) = (\log ۵ + \log ۲)(\log ۵ - \log ۲)$

SanjeshCloud

$$\Rightarrow \log(۲a+۱)=\log ۱۰\times \log\frac{۵}{۲} \xrightarrow{\log ۱۰=۱} \log(۲a+۱)=\log\frac{۵}{۲}$$

$$\Rightarrow ۲a+۱=\frac{۵}{۲}\Rightarrow ۲a=\frac{۳}{۲}\Rightarrow a=\frac{۳}{۴}$$

اتحاد مزدوج

$$a^۲-b^۲=(a+b)(a-b)$$

ماز

۱۳- حاصل $P=\frac{۲\cos ۱۰۲^\circ+\sin ۱۹۲^\circ}{۳\sin ۱۶۸^\circ-\cos ۷۸^\circ}$ کدام است؟

۱) -۱ ۲) $-\frac{۳}{۲}$ ۳) $-\frac{۱}{۲}$ ۴) $-\frac{۳}{۴}$

پاسخ: گزینهٔ ۲ (متوسط ـ محاسباتی ـ استاندارد ـ حسابان ۱ صفحه‌های ۹۸، ۹۹ و ۱۰۰ ـ ۱۱۰۴)

همهٔ عبارت‌ها را برحسب زاویهٔ ۱۲° می‌نویسیم:

$$P=\frac{۲\cos(\overbrace{۹۰^\circ+۱۲^\circ}^{\text{ربع دوم}})+\sin(\overbrace{۱۸۰^\circ+۱۲^\circ}^{\text{ربع سوم}})}{۳\sin(\underbrace{۱۸۰^\circ-۱۲^\circ}_{\text{ربع دوم}})-\cos(\underbrace{۹۰^\circ-۱۲^\circ}_{\text{ربع اول}})}=\frac{-۲\sin ۱۲^\circ-\sin ۱۲^\circ}{۳\sin ۱۲^\circ-\sin ۱۲^\circ}=\frac{-۳\sin ۱۲^\circ}{۲\sin ۱۲^\circ}=-\frac{۳}{۲}$$

نسبت‌های مثلثاتی کمان‌های $\frac{k\pi}{۲}\pm\theta$

برای محاسبهٔ این نسبت‌ها، ابتدا مشخص می‌کنیم که انتهای کمان در کدام **ناحیه** است (فرض می‌کنیم θ زاویهٔ حاده است) و **علامت** آن نسبت را مشخص می‌کنیم. حال اگر **k زوج** باشد **همان نسبت مثلثاتی** را با زاویهٔ θ می‌نویسیم (عبارت $\frac{k\pi}{۲}\pm$ را حذف می‌کنیم) اما اگر **k فرد** باشد، نسبت‌های مثلثاتی به‌صورت زیر **تغییر** می‌کنند:

۱) $\sin\to\cos$ ۲) $\cos\to\sin$ ۳) $\tan\to\cot$ ۴) $\cot\to\tan$

و مجدداً پس از تعیین علامت و تغییر نسبت، آن را با کمان θ می‌نویسیم.

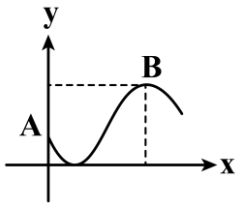
یه نمونه باحال ببین!

۱) $\sin(۱۲\pi+\alpha)\xrightarrow[\text{k زوج}]{\text{درناحیهٔ اول }\sin>۰}+\sin\alpha$

۲) $\tan(\frac{۱۳\pi}{۲}-\alpha)\xrightarrow[\text{k فرد}]{\text{درناحیهٔ اول }\tan>۰}+\cot\alpha$

ماز

۱۴- قسمتی از نمودار تابع $y=۱-\cos(x-\frac{\pi}{۳})$ به‌صورت مقابل است. شیب پاره‌خط **AB** کدام است؟



۱) $\frac{۹}{۸\pi}$ ۲) $\frac{۳}{۴\pi}$ ۳) $\frac{۹}{۴\pi}$ ۴) $\frac{۳}{۸\pi}$

پاسخ: گزینهٔ ۱ (آسان ـ ترکیبی ـ استاندارد ـ حسابان ۱ صفحهٔ ۱۰۹ ـ ۱۱۰۴)

در نقطهٔ A مقدار x برابر **صفر** است و در نتیجه:

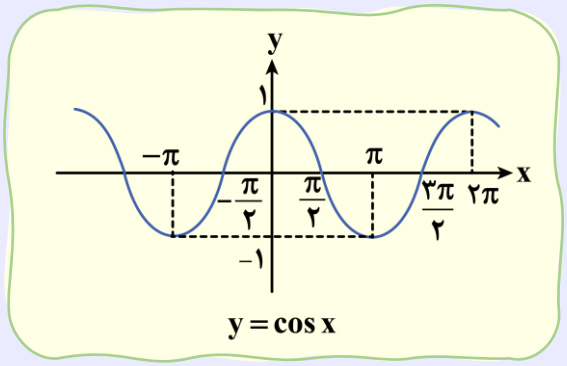
$$y_A=۱-\cos(-\frac{\pi}{۳})=۱-\frac{۱}{۲}=\frac{۱}{۲}$$

در نقطهٔ B مقدار تابع **ماکزیمم** است، از آن‌جا که یک منفی پشت کسینوس وجود دارد اولین نقطهٔ مینیمم برای تابع $\cos x$ می‌شود نقطهٔ ماکزیمم برای $-\cos x$ (انتقال افقی چون کمتر از $\frac{\pi}{2}$ است تأثیری ندارد.)، پس:

$$y_B = \max \Rightarrow \cos(x-\frac{\pi}{3}) = -1 \Rightarrow x-\frac{\pi}{3} = \pi \Rightarrow x_B = \frac{4\pi}{3}$$

$$\begin{cases} A(0,\frac{1}{2}) \\ B(\frac{4\pi}{3},2) \end{cases} \Rightarrow m = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{2-\frac{1}{2}}{\frac{4\pi}{3}-0} = \frac{9}{8\pi}$$

نمودار کسینوس



۱) مقدار تابع در نقاط $x = k\pi + \frac{\pi}{2}$ برابر با **صفر** است یعنی نقاط $x = k\pi + \frac{\pi}{2}$ محل تلاقی نمودار $y = \cos x$ با محور xها می‌باشند.

۲) مقدار تابع در نقاط $x = 2k\pi$ برابر با مقدار ماکزیمم (یعنی ۱) و در نقاط $x = (2k+1)\pi$ برابر با مقدار مینیمم (یعنی -1) است.

۳) $\cos(2k\pi + x) = \cos x$.

۴) نمودار نسبت به محور yها متقارن است. پس:

$$\cos(-x) = \cos x$$

۱۵- فرض کنید $\cos\alpha = \frac{3}{5}$، $\cos\beta = \frac{-4}{5}$، انتهای کمان α در ربع اول و انتهای کمان β در ربع دوم باشد، مقدار $\sin(\alpha+\beta)$ کدام است؟

۱) -1 ۲) ۱ ۳) ۰/۲۸ ۴) $-0/28$

پاسخ: گزینهٔ ۴ (متوسط ـ خط‌به‌خط ـ زمان‌بر ـ حسابان ۱ صفحهٔ ۱۱۲ ـ ۱۱۰۴)

$$\cos\alpha = \frac{3}{5} \xrightarrow{\text{ناحیهٔ اول}} \sin\alpha = \sqrt{1-\cos^2\alpha} = \sqrt{1-\frac{9}{25}} = \frac{4}{5}$$

$$\cos\beta = \frac{-4}{5} \xrightarrow{\text{ناحیهٔ دوم}} \sin\beta = \sqrt{1-\cos^2\beta} = \sqrt{1-\frac{16}{25}} = \frac{3}{5}$$

از طرفی می‌دانیم:

$$\sin(\alpha+\beta) = \sin\alpha\cos\beta + \cos\alpha\sin\beta = (\frac{4}{5})(-\frac{4}{5}) + (\frac{3}{5})(\frac{3}{5})$$

$$= \frac{-16}{25} + \frac{9}{25} = \frac{-7}{25} = -0/28$$

روابط سینوس و کسینوس مجموع و تفاضل دو کمان

۱) $\sin(\alpha+\beta)=\sin\alpha\cos\beta+\cos\alpha\sin\beta$

۲) $\sin(\alpha-\beta)=\sin\alpha\cos\beta-\cos\alpha\sin\beta$

۳) $\cos(\alpha-\beta)=\cos\alpha\cos\beta+\sin\alpha\sin\beta$

۴) $\cos(\alpha+\beta)=\cos\alpha\cos\beta-\sin\alpha\sin\beta$

ماز

۱۶- اگر $\tan\alpha+\cot\alpha=۳$ باشد، مقدار $\cos ۴\alpha$ کدام است؟

۱) $\frac{۲}{۹}$ ۲) $\frac{۱}{۹}$ ۳) $\frac{۴}{۹}$ ۴) $\frac{۵}{۹}$

پاسخ: گزینهٔ ۲ (متوسط ـ ترکیبی ـ استاندارد ـ حسابان ۱ صفحهٔ ۱۱۲ ـ ۱۱۰۴)

$$\frac{\sin\alpha}{\cos\alpha}+\frac{\cos\alpha}{\sin\alpha}=۳\Rightarrow\frac{\sin^۲\alpha+\cos^۲\alpha}{\sin\alpha\cos\alpha}=۳$$

$$\Rightarrow\frac{۱}{\sin\alpha\cos\alpha}=۳\Rightarrow\sin\alpha\cos\alpha=\frac{۱}{۳}\Rightarrow ۲\sin\alpha\cos\alpha=\frac{۲}{۳}\Rightarrow\sin ۲\alpha=\frac{۲}{۳}$$

$$\cos ۴\alpha=۱-۲\sin^۲ ۲\alpha=۱-\frac{۸}{۹}=\frac{۱}{۹}$$

نسبت‌های مثلثاتی دو برابر کمان

۱) $\sin ۲x=۲\sin x\cos x$

۲) $\cos ۲x=\cos^۲ x-\sin^۲ x=۲\cos^۲ x-۱=۱-۲\sin^۲ x$

ماز

۱۷- اگر f تابعی خطی و $\lim\limits_{x\to ۲}\frac{f(x)}{x^۲-۴}=\frac{۳}{۲}$ باشد، مقدار $f(۰)$ کدام است؟

۱) ۱۲ ۲) ۶ ۳) -۶ ۴) -۱۲

پاسخ: گزینهٔ ۴ (متوسط ـ ترکیبی ـ استاندارد ـ حسابان ۱ صفحهٔ ۱۴۱ ـ ۱۱۰۵)

فرض کنید $f(x)=ax+b$ باشد، به شرطی حد وجود دارد که $f(۲)=۰$ باشد، پس $۲a+b=۰$ و در نتیجه $f(x)=ax-۲a$ است.

$$\lim_{x\to ۲}\frac{f(x)}{x^۲-۴}=\lim_{x\to ۲}\frac{ax-۲a}{(x-۲)(x+۲)}=\lim_{x\to ۲}\frac{a\cancel{(x-۲)}}{\cancel{(x-۲)}(x+۲)}=\lim_{x\to ۲}\frac{a}{x+۲}=\frac{a}{۴}$$

پس $\frac{a}{۴}=\frac{۳}{۲}$ و در نتیجه $a=۶$. بنابراین:

$$f(۰)=-۲a=-۱۲$$

قِلِقِش رو یاد بگیر!

- اگر $\lim\limits_{x\to a}\frac{f(x)}{g(x)}=\ell$ و $\lim\limits_{x\to a}g(x)=۰$ باشد، باید **حالت مبهم** $\frac{۰}{۰}$ رخ داده باشد که پس از **رفع ابهام** حاصل حد تابع کسری ℓ شده باشد، پس $\lim\limits_{x\to a}f(x)=۰$ است.

SanjeshCloud

رفع ابهام حد $\frac{0}{0}$

اگر در محاسبهٔ حد تابع کسری f در $x=a$، حد صورت و حد مخرج برابر با صفر شوند به حالت مبهم $\frac{0}{0}$ می‌رسیم پس باید **عامل صفرکننده** را **در صورت و مخرج حذف** کنیم و دوباره عمل حدگیری را انجام دهیم.

۱۸- حاصل $\lim\limits_{x\to\frac{\pi}{4}^+}\frac{\cos(x+\frac{\pi}{4})}{|\cos 2x|}$ کدام است؟

۱) $\frac{1}{2}$ ۲) $-\frac{1}{2}$ ۳) ۲ ۴) -2

پاسخ: گزینهٔ ۲ (متوسط ـ محاسباتی ـ استاندارد ـ حسابان ۱ صفحهٔ ۱۴۴ ـ ۱۱۰۵)

ابتدا صورت و مخرج را با کمک **روابط مثلثاتی** تا حد امکان **ساده** می‌کنیم:

$$\lim_{x\to\frac{\pi}{4}^+}\frac{\cos(x+\frac{\pi}{4})}{|\underbrace{\cos 2x}_{-}|}=\lim_{x\to\frac{\pi}{4}^+}\frac{\cos x\cos\frac{\pi}{4}-\sin x\sin\frac{\pi}{4}}{-\cos 2x}=\lim_{x\to\frac{\pi}{4}^+}\frac{\frac{\sqrt{2}}{2}(\cos x-\sin x)}{-(\cos x-\sin x)(\cos x+\sin x)}$$

$$=\lim_{x\to\frac{\pi}{4}^+}\frac{\frac{\sqrt{2}}{2}}{-(\cos x+\sin x)}=\frac{\frac{\sqrt{2}}{2}}{-(\frac{\sqrt{2}}{2}+\frac{\sqrt{2}}{2})}=\frac{\frac{\sqrt{2}}{2}}{-\sqrt{2}}=-\frac{1}{2}$$

رفع ابهام مثلثاتی

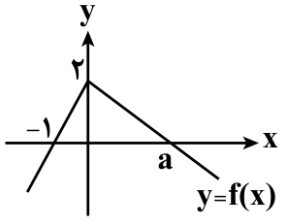
در توابع مثلثاتی، استفاده از روابط مثلثاتی زیر در **تجزیه** و **حذف عامل صفرکننده** مفید است:

۱) $\sin^2 x+\cos^2 x=1$

۲) $\sin 2x=2\sin x\cos x$

۳) $\cos 2x=\cos^2 x-\sin^2 x=2\cos^2 x-1=1-2\sin^2 x$

۱۹- نمودار تابع f به‌صورت زیر است. اگر اختلاف حد چپ و حد راست تابع $g(x)=\frac{f(x)-2}{x}$ در نقطهٔ $x=0$ برابر $\frac{11}{4}$ باشد، مقدار a کدام است؟



۱) $\frac{10}{3}$ ۲) $\frac{11}{4}$ ۳) $\frac{8}{3}$ ۴) $\frac{9}{4}$

پاسخ: گزینهٔ ۳ (سخت ـ محاسباتی ـ استاندارد ـ حسابان ۱ صفحهٔ ۱۲۴ و ۱۴۱ ـ ۱۱۰۵)

ضابطهٔ f در **سمت چپ** محور yها برابر $y=2x+2$ و در **سمت راست** محور yها برابر $y=-\frac{2}{a}x+2$ است.

$$f(x)=\begin{cases}2x+2 & x\le 0\\ -\frac{2}{a}x+2 & x>0\end{cases}$$

$$\text{حد چپ} = \lim_{x\to ۰^-} g(x) = \lim_{x\to ۰^-} \frac{۲x+۲-۲}{x} = ۲$$

$$\text{حد راست} = \lim_{x\to ۰^+} g(x) = \lim_{x\to ۰^+} \frac{-\frac{۲}{a}x+۲-۲}{x} = -\frac{۲}{a}$$

$$\text{اختلاف حد چپ و راست} = \frac{۱۱}{۴} \xrightarrow[-\frac{۲}{a}<۲]{a>۰} ۲-(-\frac{۲}{a}) = \frac{۱۱}{۴} \Rightarrow \frac{۲}{a} = \frac{۳}{۴} \Rightarrow a = \frac{۸}{۳}$$

حد راست و چپ

۱. حد راست: فرض کنید f در یک **همسایگی راست** از a تعریف شده باشد، اگر مقادیر x از **سمت راست** به a نزدیک شوند $(x > a)$ و مقادیر f به $\ell_۱$ نزدیک شوند، آن‌گاه می‌گوییم حد راست f در $x = a$ برابر با $\ell_۱$ است و می‌نویسیم:

$$\lim_{x\to a^+} f(x) = \ell_۱$$

۲. حد چپ: فرض کنید f در یک **همسایگی چپ** از a تعریف شده باشد، اگر مقادیر x از **سمت چپ** به a نزدیک شوند $(x < a)$ و مقادیر f به $\ell_۲$ نزدیک شوند، آن‌گاه می‌گوییم حد چپ f در $x = a$ برابر با $\ell_۲$ است و می‌نویسیم:

$$\lim_{x\to a^-} f(x) = \ell_۲$$

ماز

۲۰- تابع $f(x) = \begin{cases} \frac{\sqrt{ax^۲+bx+۴}}{|x-۱|} & x\neq ۱ \\ ax+c & x=۱ \end{cases}$ روی $\mathbb{R}$ پیوسته است. مقدار c کدام است؟

۱) ۲ ۲) -۲ ۳) ۳ ۴) -۳

پاسخ: گزینهٔ ۲ (سخت ـ محاسباتی ـ زمان‌بر ـ حسابان ۱ صفحهٔ ۱۵۱ ـ ۱۱۰۵)

ضابطهٔ اول به شرطی در $x = ۱$ حد دارد که **زیر رادیکال** عامل $(x-۱)^۲$ داشته باشد، تا با عامل $|x-۱|$ در مخرج **ساده** شود:

$$ax^۲+bx+۴ = a(x-۱)^۲ = ax^۲-۲ax+a \Rightarrow a = ۴$$

$$\begin{cases} \lim_{x\to ۱} f(x) = \lim_{x\to ۱} \frac{\sqrt{۴(x-۱)^۲}}{|x-۱|} = \lim_{x\to ۱} \frac{۲|x-۱|}{|x-۱|} = ۲ \\ f(۱) = a+c = ۴+c \end{cases}$$

شرط پیوستگی این است که **حد تابع** با **مقدار تابع** با هم برابر باشند:

f **پیوسته** است $\Rightarrow ۴+c = ۲ \Rightarrow c = -۲$

پیوستگی

وقتی تابع **پیوسته** باشد **نقاط نمودار به هم متصل** می‌باشند و اگر نمودار دارای **حفره** یا **پرش** (**بریدگی**) باشد نمودار تابع **ناپیوسته** است.



شرایط پیوستگی تابع در نقطهٔ a

۱) تابع در نقطهٔ a و همسایگی آن **تعریف شده** باشد.



۲) **حد** تابع در نقطهٔ a **موجود** باشد.

$$\lim_{x\to a^-} f(x) = \lim_{x\to a^+} f(x) = \text{عدد مشخص}$$

۳) **مقدار تابع** با **حد تابع** در نقطهٔ a **برابر** باشد.

$$\lim_{x\to a^-} f(x) = \lim_{x\to a^+} f(x) = f(a)$$

۲۱- چه تعداد از گزاره‌های زیر همواره درست است؟

الف) در هر دایره، طول یک کمان برابر اندازهٔ زاویهٔ مرکزی مقابل به آن کمان است.

ب) در هر مثلث، نقطهٔ همرسی نیمسازهای زوایای داخلی مثلث، مرکز دایرهٔ محاطی آن است.

ج) تبدیلی که نتیجهٔ دو بازتاب متوالی با محورهای متقاطع باشد یک انتقال است.

د) در مثلث ABC، اگر $\hat{A} > 90^\circ$ باشد، آن‌گاه $a^2 > b^2 + c^2$ و برعکس.

۱) صفر ۲) ۱ ۳) ۲ ۴) ۳

پاسخ: گزینهٔ ۳ (آسان ـ مفهومی/ترکیبی ـ سریع ـ هندسه ۲ صفحه‌های ۱۲، ۲۵، ۴۳ و ۷۴ ـ ۱۱۰۴)

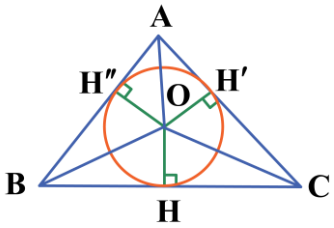
بررسی گزینه‌ها:

الف

توجه کنید **اندازهٔ** یک کمان دایره **برابر** زاویهٔ مرکزی مقابل به آن کمان است، ولی **طول** کمان برابر $\frac{\alpha}{360}2\pi R$ است، پس گزارهٔ «الف» نادرست است.

ب

نقطهٔ همرسی **نیمسازهای زاویه‌های داخلی** هر مثلث از **اضلاع** مثلث **به یک فاصله** است، پس **مرکز دایرهٔ محاطی** مثلث است. یعنی گزارهٔ «ب» درست است.



ج

نتیجهٔ دو بازتاب متوالی با **محورهای متقاطع** یک دوران به **مرکز نقطهٔ تلاقی دو خط** و **زاویه‌ای مساوی دو برابر زاویهٔ بین دو خط** است، پس گزارهٔ «ج» نادرست است.

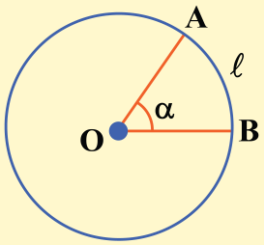
د

بنابر **قضیهٔ کسینوس‌ها** همواره $a^2 > b^2 + c^2 \Leftrightarrow \hat{A} > 90^\circ$ برقرار است، پس گزارهٔ «د» درست است.

بنابراین دو مورد همواره درست هستند.

طول کمان

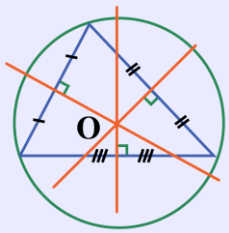
در شکل مقابل اگر α زاویه‌ای برحسب درجه باشد، طول کمان $\overset{\frown}{AB}$ برابر است با:



$$\ell = \frac{\alpha}{۳۶۰^\circ} \times ۲\pi R$$

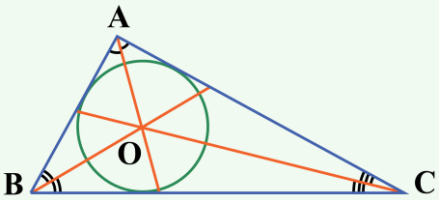
محل همرسی عمودمنصف‌ها

محل تلاقی عمودمنصف‌ها از **سه رأس** مثلث به یک فاصله است و **مرکز دایرهٔ محیطی** مثلث است.



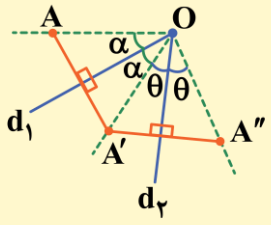
محل همرسی نیمسازها

محل تلاقی نیمسازهای داخلی یک مثلث از **سه ضلع** مثلث به یک فاصله است و **مرکز دایرهٔ محاطی** مثلث است.



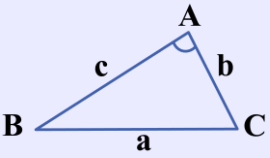
ترکیب دو بازتاب = یک دوران

اگر نقطهٔ A را یک‌بار نسبت به خط $d_۱$ بازتاب دهیم تا نقطهٔ A' به‌دست آید و A' را نسبت به خط $d_۲$ بازتاب دهیم تا نقطهٔ A'' به‌دست آید، می‌توان گفت A'' دوران یافتهٔ نقطهٔ A با زاویهٔ ۲ برابر زاویهٔ بین خط $d_۱$ و $d_۲$ می‌باشد. به شکل دقت کنید:

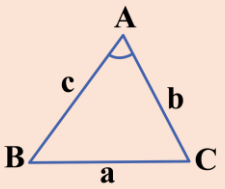
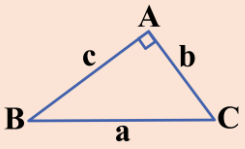
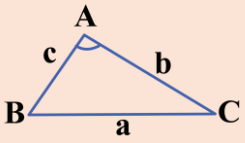


قضیهٔ کسینوس‌ها

در هر مثلث طبق قضیهٔ کسینوس‌ها، مربع اندازهٔ هر ضلع برابر است با مجموع مربعات دو ضلع دیگر منهای دو برابر حاصل‌ضرب آن‌ها در کسینوس زاویهٔ بین آن‌ها.

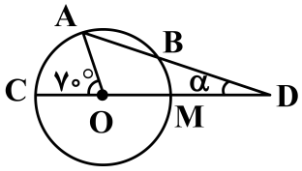


$$a^۲ = b^۲ + c^۲ - ۲bc.\cos\hat{A}$$

تشخیص نوع زاویه‌ها در مثلث		
$a^۲ < b^۲ + c^۲ \Leftrightarrow \hat{A} < ۹۰^\circ$	$a^۲ = b^۲ + c^۲ \Leftrightarrow \hat{A} = ۹۰^\circ$	$a^۲ > b^۲ + c^۲ \Leftrightarrow \hat{A} > ۹۰^\circ$
		

ماز

۲۲- در دایرهٔ مقابل به مرکز O، وتر AB با شعاع دایره برابر است. اندازهٔ زاویهٔ α چند درجه است؟



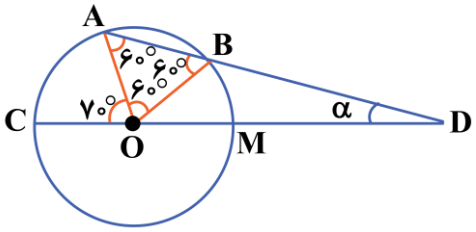
۱) ۵°
۲) ۱۰°
۳) ۱۲°
۴) ۲۰°

پاسخ: گزینهٔ ۲ (آسان ـ خط‌به‌خط ـ استاندارد ـ هندسه ۲ صفحهٔ ۱۵ ـ ۱۱۰۱)

از مرکز O به B وصل می‌کنیم، در این صورت مثلث $\overset{\triangle}{ABO}$ **متساوی‌الاضلاع** به طول ضلع شعاع دایره یعنی R است. پس زاویهٔ مرکزی $A\hat{O}B = ۶۰^\circ$، در نتیجه کمان $\overset{\frown}{AB}$ برابر ۶۰° است.

روش اول

چون CM **قطر دایره** است، نتیجه می‌گیریم:



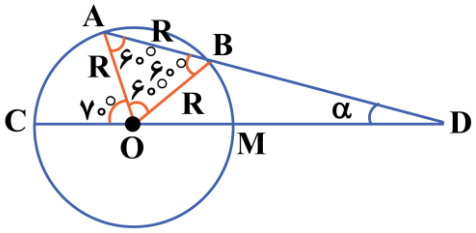
$$\overset{\frown}{AC} + \overset{\frown}{AB} + \overset{\frown}{BM} = ۱۸۰^\circ \xrightarrow[\overset{\frown}{AB}=۶۰^\circ]{\overset{\frown}{AC}=۷۰^\circ} ۷۰^\circ + ۶۰^\circ + \overset{\frown}{BM} = ۱۸۰^\circ \Rightarrow \overset{\frown}{BM} = ۵۰^\circ$$

بنابراین:

$$\hat{D} = \frac{\overset{\frown}{AC} - \overset{\frown}{BM}}{۲} \Rightarrow \alpha = \frac{۷۰^\circ - ۵۰^\circ}{۲} = ۱۰^\circ$$

روش دوم

با توجه به شکل مقابل، از آن‌جا که در مثلث $\overset{\triangle}{OBD}$ زاویهٔ $O\hat{B}A$ **زاویهٔ خارجی** است خواهیم داشت:



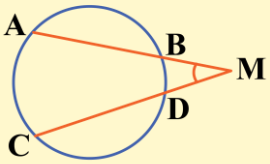
$$O\hat{B}A = B\hat{O}D + \alpha = ۶۰^\circ$$
$$B\hat{O}D = ۱۸۰^\circ - (۶۰^\circ + ۷۰^\circ) = ۵۰^\circ$$

در نتیجه:

$$\overset{\triangle}{OBD}: ۵۰^\circ + \alpha = ۶۰^\circ \Rightarrow \alpha = ۱۰^\circ$$

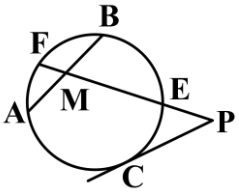
SanjeshCloud

زاویهٔ حاصل از برخورد امتداد دو وتر خارج دایره



$$\hat{M} = \frac{\overset{\frown}{AC} - \overset{\frown}{BD}}{۲}$$

۲۳- در دایرهٔ شکل مقابل، طول مماس PC برابر $۳\sqrt{۲}$ است. اگر M وسط وتر AB و $ME = ۲MF = ۲$ باشد، آن‌گاه مقدار $AM^۲ + ۲PE$ برابر کدام است؟



۱) ۵
۲) ۱۰
۳) ۷
۴) ۸

پاسخ: گزینهٔ ۴ (متوسط ـ ترکیبی ـ استاندارد ـ هندسه ۲ صفحهٔ ۱۹ ـ ۱۱۰۱)

بنابر فرض، $ME = ۲MF = ۲$ است، پس نتیجه می‌گیریم $ME = ۲$ و $MF = ۱$.

از طرف دیگر، M **وسط وتر** AB است، پس $AM = BM$.

اکنون با استفاده از **روابط طولی در دایره** می‌نویسیم:

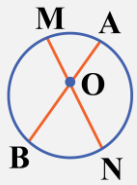
$$BM \times AM = MF \times ME \xrightarrow{MB=MA} AM \times AM = ۱ \times ۲ \Rightarrow AM^۲ = ۲$$

$$PC^۲ = PE \times PF \Rightarrow (۳\sqrt{۲})^۲ = PE(PE + ۲ + ۱) \Rightarrow ۱۸ = PE^۲ + ۳PE$$

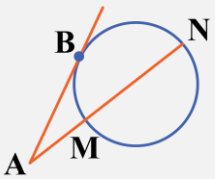
$$\Rightarrow PE^۲ + ۳PE - ۱۸ = ۰ \Rightarrow (PE + ۶)(PE - ۳) = ۰ \xrightarrow{PE>۰} PE = ۳$$

بنابراین: $AM^۲ + ۲PE = ۲ + ۲(۳) = ۸$

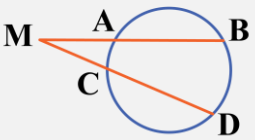
روابط طولی در دایره



$$OM \times ON = OA \times OB$$



$$AB^۲ = AM \times AN$$



$$MA \times MB = MC \times MD$$

۲۴- مساحت کوچک‌ترین دایرهٔ محاطی مثلثی با اضلاع ۱۵، ۱۷ و ۸ برابر کدام است؟

۱) ۳π ۲) ۶π ۳) ۹π ۴) ۱۲π

پاسخ: گزینهٔ ۳ (متوسط ـ مفهومی ـ استاندارد ـ هندسه ۲ صفحهٔ ۲۵ ـ ۱۱۰۱)

دایرهٔ محاطی **داخلی** هر مثلث، **کوچک‌ترین دایرهٔ محاطی** است و شعاع آن از رابطهٔ $r=\frac{S}{P}$ به دست می‌آید که S مساحت و P **نصف محیط** مثلث است. چون $۸^۲+۱۵^۲=۱۷^۲$، پس این مثلث **قائم‌الزاویه** است، بنابراین:

$$S=\frac{۱}{۲}(۸\times ۱۵)=۶۰\ ,\ P=\frac{۸+۱۷+۱۵}{۲}=۲۰$$

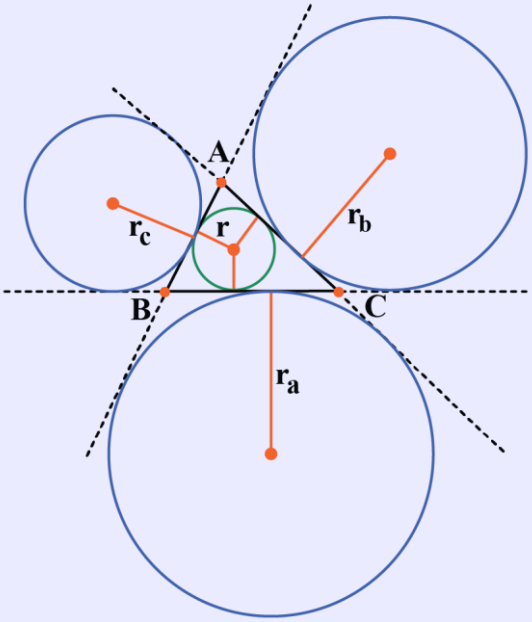
$$r=\frac{S}{P}=\frac{۶۰}{۲۰}=۳$$

$$\text{مساحت دایرهٔ محاطی داخلی}=\pi r^۲=۹\pi$$

دایره‌های محاطی مثلث

دایرهٔ محاطی داخلی: دایره‌ای است که درون مثلث بوده و بر سه ضلع آن مماس است.

شعاع دایرهٔ محاطی داخلی:



$$r=\frac{S}{P}$$

دایرهٔ محاطی خارجی: دایره‌ای است که بیرون مثلث بوده و بر یک ضلع مثلث و امتداد دو ضلع دیگر آن مماس است.

شعاع دایره‌های محاطی خارجی:

$$r_a=\frac{S}{P-a}$$

$$r_b=\frac{S}{P-b}$$

$$r_c=\frac{S}{P-c}$$

۲۵- دو خط $۳x-y=۳$ و $۲y-۴x=۹$ را در نظر بگیرید. در مورد این دو خط کدام گزینه همواره درست است؟

۱) این دو خط می‌توانند انتقال‌یافتهٔ یکدیگر باشند.
۲) این دو خط دوران‌یافتهٔ یکدیگر با زاویهٔ ۱۸۰° هستند.
۳) این دو خط می‌توانند مجانس همدیگر باشند.
۴) این دو خط بازتاب یکدیگر هستند.

پاسخ: گزینهٔ ۴ (آسان ـ مفهومی ـ سریع ـ هندسه ۲ صفحهٔ ۴۸ ـ ۱۱۰۲)

شیب‌های دو خط $۳x-y=۳$ و $۲y-۴x=۹$ برابر نیستند، پس این دو خط با هم **موازی نیستند**.

بررسی گزینه‌ها:

۱ و ۳

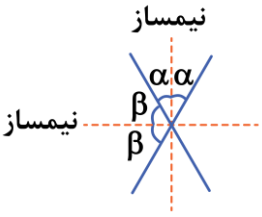
چون **انتقال** و **تجانس** هر دو شیب خط را **حفظ می‌کنند**، پس این دو خط **نمی‌توانند** **انتقال‌یافته** یا **مجانس** هم باشند.

۲

از طرف دیگر **دوران** 180° هم شیب خط را **حفظ می‌کند**، پس این دو خط متقاطع **نمی‌توانند** **دوران‌یافتهٔ** همدیگر باشند.

۴

هر دو خط متقاطع می‌توانند **بازتاب** هم نسبت به **نیمسازهای زاویه‌های بین دو خط** باشند. پس این دو خط بازتاب یکدیگر هستند.



تبدیل خطوط به یکدیگر

اگر خط d' تصویر خط d تحت اثر **بازتاب**، **انتقال**، **دوران** و... باشد، آن‌گاه خواهیم داشت:

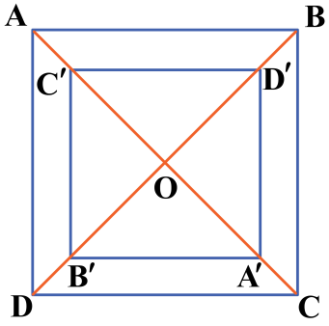
نوع تبدیل / وضعیت d و d'	موازی	متقاطع	منطبق
بازتاب	خط بازتاب بین d و d' موازی و متساوی‌الفاصله از آن‌ها است.	هر دو نیمساز d و d' می‌توانند محور بازتاب باشند.	خط بازتاب عمود بر d یا خود d است.
انتقال	دو سر بردار انتقال روی دو خط d و d' (بی‌شمار انتقال وجود دارد.)	امکان‌پذیر نیست.	بردار انتقال باید با خط d هم‌راستا باشد.
دوران با زاویهٔ 180°	مرکز دوران بین d و d' و به یک فاصله از هر دو	امکان‌پذیر نیست.	هر نقطه روی d می‌تواند مرکز دوران باشد.
دوران با زاویهٔ $0 < \theta < 180^\circ$	امکان‌پذیر نیست.	مرکز دوران، هر نقطه روی نیمساز d و d' و زاویهٔ دوران، زاویهٔ بین دو خط یا مکمل آن است.	امکان‌پذیر نیست.
تجانس	مرکز تجانس هر نقطه غیرواقع بر d و d' می‌تواند باشد.	امکان‌پذیر نیست.	مرکز تجانس هر نقطه روی d و نسبت تجانس هر عدد دلخواه

۲۶- یک مربع را در تجانسی با نسبت $-\frac{۴}{۵}$ و به مرکز محل تلاقی قطرها تصویر کرده‌ایم. اگر مساحت بین مربع و تصویرش ۱۸ باشد، محیط مربع اولیه برابر کدام است؟

۱) ۲۰ ۲) ۲۵ ۳) $۲۰\sqrt{۲}$ ۴) $۲۵\sqrt{۲}$

پاسخ: گزینهٔ ۳ (متوسط ـ محاسباتی ـ استاندارد ـ هندسه ۲ صفحهٔ ۴۹ ـ ۱۱۰۲)

در شکل زیر، مجانس مربع ABCD به مرکز O (محل تلاقی دو قطر این مربع) و با نسبت $-\frac{۴}{۵}$، مربع $A'B'C'D'$ است.



می‌دانیم **مجانس** هر شکل با خودش **متشابه** است، پس:

$$ABCD \sim A'B'C'D' \Rightarrow \frac{S_{A'B'C'D'}}{S_{ABCD}} = (\frac{-۴}{۵})^۲ = \frac{۱۶}{۲۵}$$

$$\xrightarrow{\text{تفضیل در صورت}} \frac{S_{ABCD} - S_{A'B'C'D'}}{S_{ABCD}} = \frac{۲۵-۱۶}{۲۵} \Rightarrow \frac{\text{مساحت بین مربع و تصویرش}}{S_{ABCD}} = \frac{۹}{۲۵}$$

$$\Rightarrow \frac{۱۸}{S_{ABCD}} = \frac{۹}{۲۵} \Rightarrow S_{ABCD} = \frac{\overset{۲}{\cancel{۱۸}} \times ۲۵}{\cancel{۹}} = ۵۰$$

$$\Rightarrow AB^۲ = ۵۰ \Rightarrow AB = \sqrt{۵۰} = ۵\sqrt{۲}$$

بنابراین: محیط مربع $ABCD = ۴AB = ۲۰\sqrt{۲}$

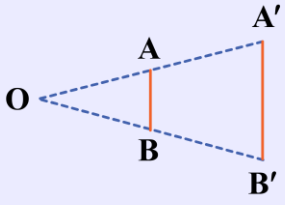
تبدیل تجانس

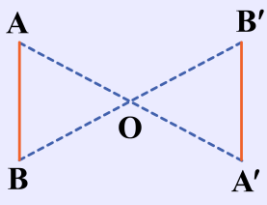
تجانس به مرکز ثابت O و نسبت k، تبدیلی است که در آن هر نقطهٔ M به نقطهٔ N چنان تصویر می‌شود که:

۱) سه نقطهٔ O، M و N روی یک خط راست قرار دارند.

۲) $ON = |k| OM$

۳) اگر $k > ۰$ باشد، نقاط M و N در یک طرف O قرار دارند (تجانس **مستقیم**) و اگر $k < ۰$ باشد، در دو طرف O واقع می‌شوند. (تجانس **معکوس**).





اگر N مجانس M به مرکز O و نسبت k باشد، آن‌گاه M نیز مجانس N به مرکز O و نسبت $\frac{۱}{k}$ است.

ویژگی‌های تجانس

۱) اگر $|k| > ۱$ باشد، تصویر مجانس بزرگ‌تر شده و تجانس را **انبساط** می‌نامیم و اگر $|k| < ۱$ باشد، تصویر مجانس کوچک‌تر شده و تجانس را **انقباض** می‌نامیم.

۲) در تجانس موقعیت شکل تغییر می‌کند مگر این‌که $k=1$ باشد.

۳) در تجانس، **مرکز تجانس** (O) نقطهٔ ثابت تبدیل محسوب می‌شود.

۴) تجانس در حالت کلی، **طول‌پا نیست**، مگر این‌که نسبت تجانس برابر با ۱ یا ۱− باشد.

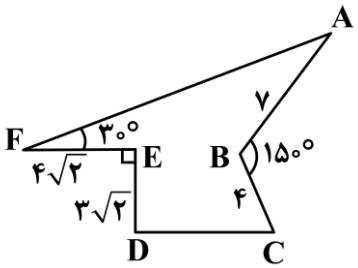
۵) تجانس، **زاویه‌ها را حفظ می‌کند**.

۶) در تجانس، **شیب‌ها و جهت‌ها حفظ می‌شوند**.

نسبت در تجانس

تجانس با نسبت k		
نسبت ضلع تصویر به ضلع اولیه	نسبت محیط تصویر به محیط اولیه	نسبت مساحت تصویر به مساحت اولیه
k	k	k^2

۲۷- شکل مقابل، نقشهٔ زمینی را نشان می‌دهد که قصد دیوارکشی دور آن را داریم. اگر بخواهیم بدون آن‌که طول دیوارهای دور زمین و همچنین تعداد اضلاع شکل تغییر کند، مساحت زمین را افزایش دهیم، میزان افزایش مساحت زمین چقدر است؟



۱) $۴۲\sqrt{۳}$

۲) $۳۸\sqrt{۳}$

۳) ۴۲

۴) ۳۸

پاسخ: گزینهٔ ۴ (آسان ـ محاسباتی ـ سریع ـ هندسه ۲ صفحهٔ ۵۱ ـ ۱۱۰۲)

اگر B' **بازتاب** B نسبت به AC و E' **بازتاب** E نسبت به DF باشد، آن‌گاه میزان افزایش مساحت بنابر مسائل **هم‌پیرامونی** برابر $۲S_{\triangle ABC}+۲S_{\triangle DEF}$ خواهد بود.

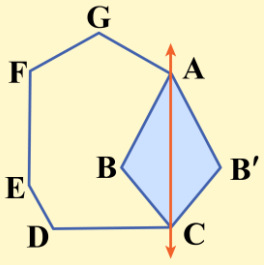
$$\text{میزان افزایش مساحت}=۲S_{\triangle ABC}+۲S_{\triangle DEF}=۲(\frac{۱}{۲}\times AB\times BC\times \sin ۱۵۰^\circ)+۲(\frac{۱}{۲}\times FE\times DE)$$

$$=(۷\times ۴\times \frac{۱}{۲})+(۴\sqrt{۲}\times ۳\sqrt{۲})=۱۴+۲۴=۳۸$$

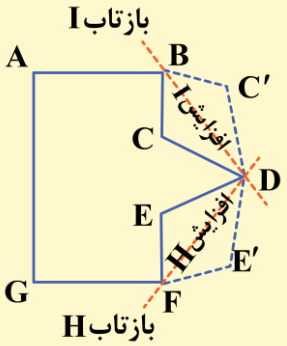
مسائل هم‌پیرامونی = افزایش مساحت بدون تغییر محیط

اگر بخواهیم مساحت شکل را بدون تغییر محیط آن افزایش دهیم از **بازتاب** استفاده می‌کنیم. این مسئله به مسئلهٔ هم‌پیرامونی مشهور است.

میزان افزایش مساحت مطابق شکل به اندازهٔ دو برابر مساحت مثلث ABC است.



اگر شکلی دارای چندین فرورفتگی باشد، با چند بار استفاده از بازتاب می‌توانیم با ثابت ماندن محیط، مساحت را افزایش دهیم.

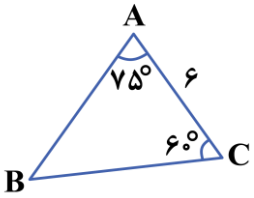


۲۸- در مثلث $\hat{ABC}$، اگر $\hat{C}=۶۰^\circ$، $\hat{A}=۷۵^\circ$ و $AC=۶$ باشد، مساحت دایرهٔ محیطی این مثلث برابر کدام است؟

۱) ۹π ۲) ۱۸π ۳) ۷۲π ۴) ۳۶π

پاسخ: گزینهٔ ۲ (متوسط ـ ترکیبی ـ استاندارد ـ هندسه ۲ صفحهٔ ۶۲ ـ ۱۱۰۳)

با استفاده از فرض سؤال می‌نویسیم:



$$\hat{B}=۱۸۰^\circ-(\hat{A}+\hat{C})=۱۸۰^\circ-(۷۵^\circ+۶۰^\circ)=۴۵^\circ$$

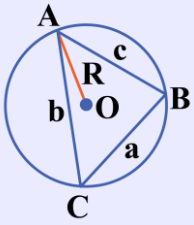
اکنون از **قضیهٔ سینوس‌ها** استفاده کرده تا **شعاع دایرهٔ محیطی** مثلث را پیدا کنیم:

$$\frac{AC}{\sin\hat{B}}=۲R\Rightarrow\frac{۶}{\sin ۴۵^\circ}=۲R\Rightarrow\frac{۶}{\frac{\sqrt{۲}}{۲}}=۲R\Rightarrow R=\frac{۶}{\sqrt{۲}}=\frac{۶\sqrt{۲}}{۲}=۳\sqrt{۲}$$

پس:

$$\text{مساحت دایرهٔ محیطی}=\pi R^۲=\pi(۳\sqrt{۲})^۲=۱۸\pi$$

قضیهٔ سینوس‌ها در مثلث و شعاع دایره محیطی



$$\frac{a}{\sin\hat{A}}=\frac{b}{\sin\hat{B}}=\frac{c}{\sin\hat{C}}=۲R$$

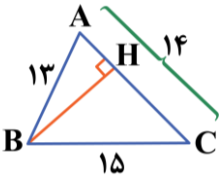
R شعاع دایره محیطی مثلث می‌باشد

۲۹- در مثلثی با اضلاع ۱۳، ۱۴ و ۱۵، طول ارتفاع متوسط کدام است؟

۱) $۱۱/۲$ ۲) ۱۲ ۳) $۱۲/۹$ ۴) ۱۱

پاسخ: گزینهٔ ۲ (متوسط ـ محاسباتی ـ استاندارد ـ هندسه ۲ صفحهٔ ۷۱ ـ ۱۱۰۳)

مثلث ABC به اضلاع $AB=۱۳$، $AC=۱۴$ و $BC=۱۵$ را در نظر می‌گیریم. **ارتفاع** BH **وارد بر ضلع متوسط** AC موردنظر این سؤال است.



اکنون برای پیدا کردن طول ارتفاع BH، ابتدا مساحت مثلث را به روش **هرون** به دست می‌آوریم.

$$P=\frac{۱۳+۱۴+۱۵}{۲}=۲۱$$

$$S_{\overset{\triangle}{ABC}}=\sqrt{P(P-a)(P-b)(P-c)}=\sqrt{۲۱(۲۱-۱۵)(۲۱-۱۴)(۲۱-۱۳)}$$

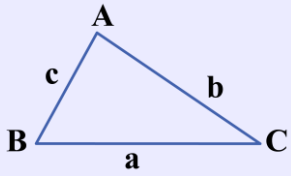
$$=\sqrt{۲۱\times۶\times۷\times۸}=\sqrt{۲۱\times۲۱\times۱۶}=۲۱\times۴=۸۴$$

بنابراین:

$$S_{\overset{\triangle}{ABC}}=\frac{۱}{۲}BH\times AC\Rightarrow ۸۴=\frac{۱}{۲}BH\times۱۴\Rightarrow BH=\frac{۸۴}{۷}=۱۲$$

قضیهٔ هرون برای مساحت

مساحت مثلث به اضلاع c, b, a برابر است با:

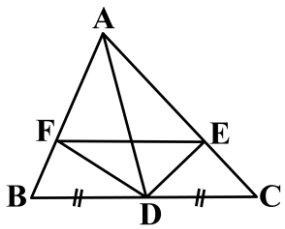


$$S=\sqrt{P(P-a)(P-b)(P-c)}$$

که در آن P **نصف محیط** مثلث است:

$$P=\frac{a+b+c}{۲}$$

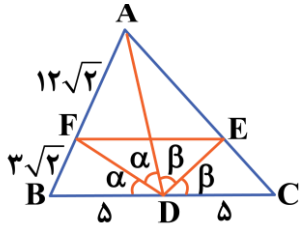
۳۰- در مثلث $\overset{\triangle}{ABC}$، AD میانه و DE و DF به ترتیب نیمساز زوایای $A\hat{D}C$ و $A\hat{D}B$ هستند. اگر $BC=۱۰$، $AF=۱۲\sqrt{۲}$ و $BF=۳\sqrt{۲}$ باشد، طول نیمساز DE کدام است؟



۱) ۶
۲) ۴
۳) $۲\sqrt{۷}$
۴) $\sqrt{۷}$

پاسخ: گزینهٔ ۱ (سخت ـ ترکیبی ـ زمان‌بر ـ هندسه ۲ صفحهٔ ۶۹ ـ ۱۱۰۳)

بنابر تمرین ۱ صفحهٔ ۷۰ کتاب درسی، EF **موازی** BC است، داریم:



$$EF\parallel BC\xrightarrow{\text{تالس}}\frac{EF}{BC}=\frac{AF}{AB}\Rightarrow\frac{EF}{۱۰}=\frac{۱۲\sqrt{۲}}{۱۵\sqrt{۲}}\Rightarrow EF=\frac{۱۰\times۱۲}{۱۵}\Rightarrow EF=۸$$

از طرف دیگر با استفاده از **قضیهٔ نیمسازها** در مثلث ABD می‌نویسیم:

$$\text{نیمساز }DF\Rightarrow\frac{AD}{BD}=\frac{AF}{BF}\Rightarrow\frac{AD}{۵}=\frac{۱۲\sqrt{۲}}{۳\sqrt{۲}}\Rightarrow AD=\frac{۵\times۱۲}{۳}=۲۰$$

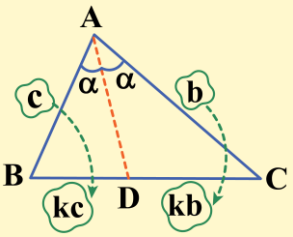
$$\text{نیمساز }DF\Rightarrow DF^{۲}=AD\times BD-AF\times BF=۲۰\times۵-(۱۲\sqrt{۲})(۳\sqrt{۲})=۱۰۰-۷۲=۲۸$$

در ضمن چون $۲\alpha+۲\beta=۱۸۰^\circ$، پس $\alpha+\beta=۹۰^\circ$، در نتیجه مثلث $\overset{\triangle}{DEF}$ **قائم‌الزاویه** است، بنابراین:

$$EF^{۲}=DF^{۲}+DE^{۲}\Rightarrow ۸^{۲}=۲۸+DE^{۲}\Rightarrow DE^{۲}=۶۴-۲۸=۳۶\Rightarrow DE=۶$$

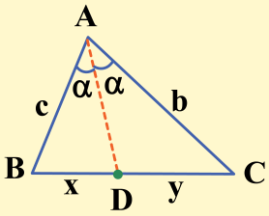
قضیه نیمسازها و طول نیمساز

قضیهٔ نیمسازها: در هر مثلث، **نیمساز** یک زاویهٔ داخلی، ضلع مقابل به آن زاویه را به **نسبت اضلاع مجاورش** تقسیم می‌کند.



$$\frac{DB}{DC}=\frac{AB}{AC}$$

در هر مثلث، **مربع اندازهٔ هر نیمساز داخلی**، برابر است با **حاصل‌ضرب اندازه‌های دو ضلع مجاور منهای حاصل‌ضرب اندازه‌های دو پاره‌خط که روی ضلع سوم** ایجاد شده است، به عبارت دیگر، اگر در شکل زیر، AD نیمساز زاویهٔ A باشد، آن‌گاه رابطهٔ طول نیمساز به صورت زیر خواهد بود:



$$AD^2=bc-xy$$

اگر سه ضلع مثلث را داشته باشیم، برای استفاده از رابطهٔ بالا، ابتدا به کمک قضیهٔ نیمساز، طول پاره‌خط‌ها (یعنی x و y) را به‌دست می‌آوریم، سپس به سراغ طول نیمساز می‌رویم.

ماز

۳۱- اگر ارزش گزارهٔ $(p\wedge r)\Rightarrow(p\wedge q)$ نادرست باشد، ارزش گزارهٔ $(p\Leftrightarrow q)\Rightarrow\sim r$ کدام است؟

۱) T　　۲) F　　۳) $p\wedge r$　　۴) r

پاسخ: گزینهٔ ۱ (متوسط ـ مفهومی ـ استاندارد ـ آمار و احتمال صفحهٔ ۱۰ ـ ۱۱۰۱)

می‌دانیم گزارهٔ شرطی به شرطی **نادرست** است که **مقدم درست** و **تالی نادرست** باشد، پس:

$$\begin{cases} p\wedge q\equiv T\longrightarrow(p\equiv T\wedge q\equiv T)\\ \text{و}\\ p\wedge r\equiv F\xrightarrow{p\equiv T} r\equiv F\end{cases}$$

در نتیجه:

$$\begin{cases} p\Leftrightarrow q\equiv T\Leftrightarrow T\equiv T\\ \sim r\equiv\sim F\equiv T\end{cases}\Rightarrow(p\Leftrightarrow q)\Rightarrow\sim r\equiv T\Rightarrow T\equiv T$$

یاد بگیر جدول ارزش رو حفظ نکنی!

۱) ارزش ترکیب **فصلی** دو گزاره تنها زمانی **نادرست** است که هر دو **نادرست** باشند.

$$p\vee q\equiv F\longrightarrow p\equiv q\equiv F$$

۲) ارزش ترکیب **عطفی** دو گزاره تنها زمانی درست است که هر دو درست باشند.

$$p\wedge q\equiv T\longrightarrow p\equiv q\equiv T$$

۳) اگر **حداقل یکی** از گزاره‌ها در ترکیب فصلی **درست** باشد ارزش کل ترکیب فصلی **درست** است.

۴) اگر **حداقل یکی** از گزاره‌ها در ترکیب عطفی **نادرست** باشد ارزش کل ترکیب عطفی **نادرست** است.

SanjeshCloud

۵) ارزش ترکیب **شرطی** تنها زمانی **نادرست** است که **مقدم درست** و **تالی نادرست** باشد.

$$p \Rightarrow q \equiv F \longrightarrow p \equiv T \ \text{و} \ q \equiv F$$

۶) ارزش ترکیب **دوشرطی** زمانی **نادرست** است که دو گزاره ارزش‌های **متفاوت** داشته باشند.

$$p \Leftrightarrow q \equiv F \longrightarrow \begin{cases} p \equiv T \ \text{و} \ q \equiv F \\ \text{یا} \\ p \equiv F \ \text{و} \ q \equiv T \end{cases}$$

۳۲- متمم مجموعهٔ $[A' \cup (B' - A)] - [(A - B) \cup B']$ کدام است؟

۱) A' ۲) $A' - B$ ۳) B' ۴) $A \cup B'$

پاسخ: گزینهٔ ۴ (آسان ـ مفهومی ـ استاندارد ـ آمار و احتمال صفحهٔ ۲۹ ـ ۱۱۰۱)

روش اول

به کمک **قوانین مجموعه‌ها** خواهیم داشت:

$$A' \cup (B' - A) = A' \cup (B' \cap A') \overset{\text{قانون جذب}}{=\!=} A'$$

(تبدیل تفاضل به اشتراک)

$$(A - B) \cup B' = (A \cap B') \cup B' \overset{\text{قانون جذب}}{=\!=} B'$$

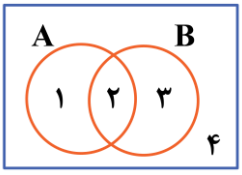
(تبدیل تفاضل به اشتراک)

$$\Rightarrow \text{حاصل عبارت} = A' - B' \equiv A' \cap B \xrightarrow{\text{متمم}} (A' \cap B)' \overset{\text{دمورگان}}{=\!=} A \cup B'$$

(تبدیل تفاضل به اشتراک)

روش دوم

به کمک **نمودار ون** خواهیم داشت:



$$[A' \cup (B' - A)] - [(A - B) \cup B']$$
$$= [\{۳,۴\} \cup (\{۱,۴\} - \{۱,۲\})] - [(\{۱,۲\} - \{۲,۳\}) \cup \{۱,۴\}]$$
$$= [\{۳,۴\} \cup \{۴\}] - [\{۱\} \cup \{۱,۴\}] = \{۳,۴\} - \{۱,۴\} = \{۳\}$$

خواستهٔ سوال متمم مجموعهٔ فوق است که برابر $\{۱,۲,۴\}$ است. حال به بررسی گزینه‌ها می‌پردازیم:

بررسی گزینه‌ها:

۱) $A' = \{۳,۴\}$

۲) $A' - B = \{۳,۴\} - \{۲,۳\} = \{۴\}$

۳) $B' = \{۱,۴\}$

۴) $A \cup B' = \{۱,۲\} \cup \{۱,۴\} = \{۱,۲,۴\}$

اعمال روی مجموعه‌ها

اگر U مجموعهٔ مرجع و A، B و C زیرمجموعه‌های آن باشند؛ داریم:

جابه‌جایی: $\begin{cases} A\cup B=B\cup A \\ A\cap B=B\cap A \end{cases}$

تبدیل تفاضل به اشتراک: $\underbrace{A-B}_{A-(A\cap B)}=A\cap B'$

قوانین دمورگان: $\begin{cases} A'\cap B'=(A\cup B)' \\ A'\cup B'=(A\cap B)' \end{cases}$

توزیع‌پذیری: $\begin{cases} A\cup(B\cap C)=(A\cup B)\cap(A\cup C) \\ A\cap(B\cup C)=(A\cap B)\cup(A\cap C) \end{cases}$

شرکت‌پذیری: $\begin{cases} (A\cup B)\cup C=A\cup(B\cup C) \\ (A\cap B)\cap C=A\cap(B\cap C) \end{cases}$

قانون جذب: $\begin{cases} A\cap(A\cup B)=A \\ A\cup(A\cap B)=A \end{cases}$

ماز

۳۳- در یک نظرسنجی از دانش‌آموزان، ۶۵ درصد به کلاس حضوری و ۴۰ درصد به کلاس آنلاین و ۲۵ درصد به هر دو نوع کلاس علاقه‌مند هستند. احتمال آن‌که دانش‌آموزی فقط به یکی از این دو نوع کلاس تمایل داشته باشد کدام است؟

۱) ۰/۵ ۲) ۰/۵۵ ۳) ۰/۶ ۴) ۰/۶۵

پاسخ: گزینهٔ ۲ (آسان ـ خط‌به‌خط ـ سریع ـ آمار و احتمال صفحهٔ ۴۲ ـ ۱۱۰۲)

اگر A پیشامد شرکت در کلاس حضوری و B پیشامد شرکت در کلاس آنلاین باشد، مطلوب سؤال حاصل $P(A-B)+P(B-A)$ است:

$$P(A-B)+P(B-A)=P(A)+P(B)-2P(A\cap B)=0/65+0/40-2(0/25)=1/05-0/5=0/55$$

معنی «فقط یکی» رو همیشه یادت باشه!

احتمال این‌که عضو انتخاب شده فقط به یکی از مجموعه‌های A یا B تعلق داشته باشد، یعنی این‌که **فقط پیشامد A** یا **فقط پیشامد B** رخ دهدو احتمال آن برابر است با:

$$P(A-B)+P(B-A)$$

یا به بیان دیگر برابر است با:

$$P(A\cup B)-P(A\cap B)$$

بسته به اطلاعاتی که از مسئله داریم، از فرمول اولی یا دومی استفاده می‌کنیم.

ماز

۳۴- تاسی به گونه‌ای ساخته شده است که احتمال مشاهدهٔ هر عدد اول k برابر احتمال مشاهدهٔ هر عدد غیراول است. اگر در پرتاب این تاس احتمال رو شدن عدد کمتر از ۴، $\frac{5}{12}$ باشد، k کدام است؟

۱) ۳ ۲) $\frac{1}{3}$ ۳) ۲ ۴) $\frac{1}{2}$

پاسخ: گزینهٔ ۲ (متوسط ـ مفهومی ـ زمان‌بر ـ آمار و احتمال صفحهٔ ۴۶ ـ ۱۱۰۲)

فرض کنیم احتمال اعداد غیراول x باشد:

$$P(1)=P(4)=P(6)=x$$
$$\Rightarrow P(2)=P(3)=P(5)=kx$$

بنا بر قوانین احتمال، **احتمال کل** فضای نمونه برابر **۱** است و داریم:

$$P(1)+P(2)+\ldots+P(6)=1$$

$$\Rightarrow ۳x+۳(kx)=۱\Rightarrow x=\frac{۱}{۳(k+۱)}$$

احتمال آن‌که تاس کم‌تر از ۴ بیاید برابر است با:

$$P(\text{عدد کمتر از }۴)=P(\{۱,۲,۳\})=\frac{۵}{۱۲}\Rightarrow x+kx+kx=(۲k+۱)x=\frac{۵}{۱۲}$$

$$\Rightarrow \frac{۲k+۱}{۳(k+۱)}=\frac{۵}{۱۲}\Rightarrow ۱۵k+۱۵=۲۴k+۱۲\Rightarrow ۹k=۳\Rightarrow k=\frac{۱}{۳}$$

احتمال غیرهم‌شانس

اگر $S=\{S_۱,S_۲,...,S_n\}$ فضای نمونه‌ای متناهی باشد و S_iها غیرهم‌شانس باشند (یعنی مثلاً احتمال وقوع $S_۱$ با احتمال وقوع $S_۲$ فرق داشته باشد) آن‌گاه S را فضای نمونه‌ای غیرهم‌شانس می‌گویند.

به زبون خودمون یعنی اعضای S **شانس برابر نداشته باشند** و شانس **حداقل یکی** با بقیه **متفاوت** باشه!

در فضاهای نمونه‌ای غیرهم‌شانس داریم:

۱) مجموع احتمال همهٔ برآمدهای ممکن برابر با ۱ است. $P(S)=۱$ یعنی:

$$\sum_{i=۱}^{n}P(S_i)=P(S_۱)+P(S_۲)+...+P(S_n)=۱$$

۲) احتمال هر پیشامد برابر با مجموع احتمال همهٔ اعضای آن است. یعنی اگر A پیشامدی از فضای نمونه‌ای S باشد، $A=\{a_۱,a_۲,...,a_m\}\subseteq S$، آن‌گاه:

$$P(A)=P(\{a_۱,...,a_m\})=P(a_۱)+P(a_۲)+...+P(a_m)$$

در این صورت، چون $A\subseteq S$ بنابراین همواره:

$$۰\le P(A)\le ۱$$

۳۵- تیم ملی فوتبال فرانسه برای مسابقات جام جهانی آماده می‌شود. احتمال این‌که این تیم در یک بازی حساس بتواند رقیب اصلی خود را ببرد برابر $\frac{۱}{۲}$ است. همچنین احتمال این‌که تیم فرانسه در پایان مسابقات به مقام قهرمانی برسد، برابر $\frac{۲}{۵}$ برآورد شده است. می‌دانیم که اگر تیم فرانسه رقیب اصلی خود را شکست دهد، احتمال قهرمانی آن‌ها در جام جهانی به $\frac{۳}{۵}$ افزایش می‌یابد. با کدام احتمال، تیم فرانسه رقیب اصلی خود را شکست می‌دهد یا به مقام قهرمانی می‌رسد؟

۱) ۰/۲ ۲) ۰/۳ ۳) ۰/۶ ۴) ۰/۹

پاسخ: گزینهٔ ۳ (متوسط ـ مفهومی ـ استاندارد ـ آمار و احتمال صفحهٔ ۵۳ ـ ۱۱۰۲)

A: پیشامد پیروزی بر رقیب اصلی $\leftarrow P(A)=\frac{۱}{۲}$

B: پیشامد قهرمانی در جام جهانی $\leftarrow P(B)=\frac{۲}{۵}$

می‌دانیم که احتمال قهرمانی به شرط پیروزی بر رقیب اصلی برابر $\frac{۳}{۵}$ است، به عبارت دیگر $P(B|A)=\frac{۳}{۵}$ است، بنابراین:

$$P(A\cap B)=P(A)\times P(B|A)=\frac{۱}{۲}\times\frac{۳}{۵}=\frac{۳}{۱۰}$$

در نتیجه احتمال خواسته شده برابر است با:

$$P(A\cup B)=P(A)+P(B)-P(A\cap B)=\frac{۱}{۲}+\frac{۲}{۵}-\frac{۳}{۱۰}=۰/۵+۰/۴-۰/۳=۰/۶$$

احتمال شرطی و قانون ضرب احتمال

اگر A و B دو پیشامد از فضای نمونه‌ای S باشند، $P(A|B)$ یعنی احتمال وقوع A به شرط وقوع B که برابر است با:

$$P(A|B)=\frac{n(A\cap B)}{n(B)}$$

و آن را **احتمال شرطی** می‌نامند.

در واقع این‌جا چون B رخ داده است، دیگر فضای نمونه‌ای همهٔ S نیست و به B محدود شده و انگار B فضای نمونه‌ای جدیدی است و می‌خواهیم در این فضای جدید احتمال وقوع پیشامد A را بیابیم.

بنابراین می‌توان نتیجه گرفت:

$$P(A|B)=\frac{P(A\cap B)}{P(B)}\Rightarrow P(A\cap B)=P(B)\times P(A|B)$$

$P(A\cap B)=P(B)\times P(A|B)$ به **قانون ضرب احتمال** معروف است.

۳۶- دو ظرف داریم. ظرف اول شامل ۳ مهرهٔ سفید و ۲ مهرهٔ مشکی و ظرف دوم شامل ۴ مهرهٔ سفید و ۲ مهرهٔ مشکی است. ابتدا یک مهره به‌تصادف از ظرف اول خارج کرده و در ظرف دوم می‌اندازیم. سپس مهره‌ای از ظرف دوم خارج می‌کنیم. اگر این مهره سفید باشد، با کدام احتمال مهرهٔ منتقل‌شده نیز سفید بوده است؟

۱) $\frac{۱۹}{۲۳}$ ۲) $\frac{۱۷}{۲۵}$ ۳) $\frac{۱۹}{۲۵}$ ۴) $\frac{۱۵}{۲۳}$

پاسخ: گزینهٔ ۴ (متوسط ـ مفهومی ـ استاندارد ـ آمار و احتمال صفحهٔ ۵۸ ـ ۱۱۰۲)

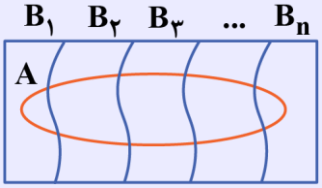
اگر B پیشامد سفید بودن مهرهٔ خارج شده از ظرف دوم و A پیشامد سفید بودن مهرهٔ خارج شده از ظرف اول به ظرف دوم باشد، داریم:

$$\begin{cases}P(A|B)=\frac{P(A\cap B)}{P(B)}=\frac{P(A)P(B|A)}{P(B)}\\ P(B)=P(B\cap A)+P(B\cap A')=P(B|A)P(A)+P(B|A')P(A')\end{cases}$$

$$\Rightarrow P(A|B)=\frac{\frac{۳}{۵}\times\frac{۵}{۷}}{(\frac{۳}{۵}\times\frac{۵}{۷})+(\frac{۲}{۵}\times\frac{۴}{۷})}=\frac{۱۵}{۱۵+۸}=\frac{۱۵}{۲۳}$$

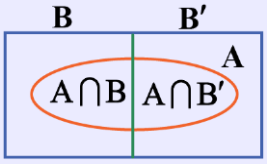
قانون احتمال کل

برخی مواقع وقوع یک رویداد پس از رویداد دیگری اتفاق می‌افتد و احتمال آن در هر حالت به این بستگی دارد که ابتدا کدام پیشامد در رویداد اول رخ داده است. در این صورت محاسبهٔ احتمال وقوع رویداد A به‌صورت زیر خواهد بود که به آن **قانون احتمال کل** می‌گویند.



$$P(A)=P(B_۱)P(A|B_۱)+P(B_۲)P(A|B_۲)+\ldots+P(B_n)P(A|B_n)$$

به خصوص اگر فضای نمونه با رویداد اول به یک پیشامد و متممش تقسیم شود، در این صورت:



$$P(A)=P(A\cap B)+P(A\cap B')=P(B)P(A|B)+P(B')P(A|B')$$

قانون بیز

قانون بیز در واقع فرم شرطی احتمال کل است، یعنی چند **تصادف پی‌درپی** رخ داده و نتیجه مشاهده شده است. حال می‌خواهیم بررسی کنیم **ریشهٔ** این اتفاق **به کدام‌یک از اتفاق‌های اولیه** برمی‌گردد و هر کدام چند درصد در اتفاقی که افتاده، تاثیرگذار بوده‌اند. فرمول این احتمال همان فرمول احتمال شرطی است ولی باید ابتدا مخرج کسر را به وسیلهٔ **احتمال کل** و نمودار درختی پیدا کنیم.

یعنی اگر $B_1, B_2, \ldots B_n$ پیشامدهایی با احتمال ناصفر باشند، که فضای نمونه را افراز می‌کنند، در این‌صورت برای هر پیشامد دلخواه A و هر $1\le i\le n$ داریم:

$$P(B_i|A)=\frac{P(B_i)P(A|B_i)}{\underbrace{P(B_1)P(A|B_1)+\ldots+P(B_n)P(A|B_n)}_{\text{احتمال کل } P(A)}}$$

توجه داریم که در قانون بیز، صورت کسر بخشی از همان محاسبه‌ای است که در مخرج کسر برای قانون احتمال کل انجام داده‌ایم.

۳۷- جعبه‌ای شامل ۴ لامپ سالم و ۲ لامپ معیوب است. دو لامپ پی‌درپی و با جای‌گذاری از جعبه خارج می‌کنیم. احتمال آن‌که حداقل یکی از لامپ‌ها معیوب باشد، کدام است؟

۱) $\frac{۴}{۹}$ ۲) $\frac{۲}{۳}$ ۳) $\frac{۵}{۹}$ ۴) $\frac{۱}{۳}$

پاسخ: گزینهٔ ۳ (آسان ـ مفهومی ـ سریع ـ آمار و احتمال صفحهٔ ۶۴ ـ ۱۱۰۲)

از قانون **احتمال متمم** کمک می‌گیریم و داریم:

$$P(\text{حداقل یک لامپ معیوب})=۱-P(\text{هر دو لامپ سالم})=۱-(\frac{۴}{۶}\times\frac{۴}{۶})=۱-\frac{۴}{۹}=\frac{۵}{۹}$$

توجه کنید که چون انتخاب لامپ‌ها **با جای‌گذاری** بوده است، پس هر مرحله از انتخاب‌ها **مستقل** از یکدیگر است.

پیشامدهای وابسته و مستقل

دو پیشامد وابسته پیشامدهایی هستند که **احتمال وقوع یکی بر احتمال وقوع یا عدم وقوع دیگری اثرگذار** است. مانند خارج‌کردن پی‌درپی و **بدون جای‌گذاری** اشیاء از یک کیسه. زیرا وقتی پس از خارج کردن یک شیء آن را به کیسه **برنگردانیم** دیگر فضای احتمال داخل کیسه مانند گذشته **نیست** و باید در فضای جدید، احتمال خارج‌شدن هر شیء از اشیاء باقی‌مانده را حساب کنیم. برای محاسبهٔ احتمال رخداد هر دو پیشامد وابسته از **قانون ضرب احتمال** استفاده می‌کنیم:

$$P(A\cap B)=P(B)\times P(A|B)$$

دو پیشامد مستقل، پیشامدهایی هستند که **احتمال وقوع یکی بر احتمال وقوع یا عدم وقوع دیگری اثرگذار نباشد**. مانند خارج‌کردن پی‌درپی و **با جای‌گذاری** اشیاء از یک کیسه. زیرا وقتی پس از خارج کردن یک شیء آن را به کیسه **برگردانیم** فضای احتمال همچنان **مانند گذشته** خواهد بود و هیچ فرقی بین احتمال یک پیشامد در پیش از برداشت و جای‌گذاری یا بعد از آن ایجاد نمی‌شود. برای محاسبهٔ احتمال رخداد دو پیشامد وابسته نیز از قانون ضرب احتمال استفاده می‌شود با این تفاوت که چون دو پیشامد تأثیری بر هم ندارند، داریم:

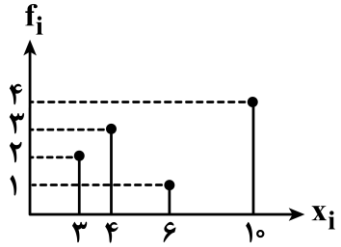
$$A \text{ و } B \text{ مستقل باشند.} \Rightarrow P(A|B)=P(A)$$

و **قانون ضرب احتمال** به‌صورت زیر **ساده‌تر** می‌شود:

$$P(A \cap B) = P(B) \times P(A)$$

ماز

۳۸- با توجه به نمودار مقابل، مجموع میانه و میانگین و مد داده‌ها کدام است؟



۱) ۲۰/۵
۲) ۲۱
۳) ۲۱/۴
۴) ۲۲/۵

پاسخ: گزینهٔ ۳ (متوسط ـ ترکیبی ـ استاندارد ـ آمار و احتمال صفحه‌های ۸۰ تا ۸۳ ـ ۱۱۰۳)

x_i	۳	۴	۶	۱۰
f_i	۲	۳	۱	۴

طبق جدول فراوانی **مد** داده‌ها ۱۰ است، زیرا **بیشترین فراوانی** را دارد.

$$\text{میانگین: } \bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^{4} f_i x_i}{n} = \frac{(2\times3)+(3\times4)+(1\times6)+(4\times10)}{1+2+3+4} = \frac{64}{10} = 6/4$$

از طرفی چون **تعداد داده‌ها** $n=10$ و **زوج** است، پس میانه برابر است با **میانگین دو دادهٔ وسط**:

$$\text{میانه} = \frac{\text{دادهٔ ششم} + \text{دادهٔ پنجم}}{2} = \frac{4+6}{2} = 5$$

$$\Rightarrow \text{مجموع میانگین، مد و میانه} = 10+6/4+5 = 21/4$$

شاخص‌های گرایش به مرکز

میانگین ($\bar{x}$): اگر مجموع تمام داده‌ها را به تعدادشان تقسیم کنیم، میانگین به‌دست می‌آید. به میانگین **مرکز ثقل** هم گفته می‌شود.

$$\bar{x} = \frac{x_1 + x_2 + \ldots + x_n}{n}$$

میانگین وزن‌دار: اگر فراوانی داده‌های $x_1, x_2, \ldots, x_k$ به‌ترتیب $f_1, f_2, \ldots, f_k$ باشند، فرمول محاسبهٔ میانگین به‌صورت زیر درمی‌آید:

$$\bar{x} = \frac{f_1x_1 + f_2x_2 + \cdots + f_kx_k}{f_1 + f_2 + \cdots + f_k} = \frac{\sum_{i=1}^{k} f_i x_i}{\sum_{i=1}^{k} f_i} = \frac{\sum_{i=1}^{k} f_i x_i}{n}$$

میانه (Q_2): ابتدا تمام داده‌ها را به ترتیب صعودی یا نزولی مرتب می‌کنیم:

اگر تعداد داده‌ها **فرد** بود $\Leftarrow$ **دادهٔ وسط** $= Q_2 =$ میانه
اگر تعداد داده‌ها **زوج** بود $\Leftarrow$ **میانگین دو دادهٔ وسط** $= Q_2 =$ میانه

مُد (نَما): داده‌ای که **بیش‌ترین فراوانی** را در بین داده‌ها دارد، مُد یا نمای داده‌ها نامیده می‌شود.

SanjeshCloud

نکات مهم مد!

۱) اگر تمام داده‌ها با هم برابر باشند، مد ندارند.

۲) اگر دو داده بیش‌ترین فراوانی را داشته باشند، داده‌ها دو مُد دارند.

ماز

۳۹- اگر تمام داده‌های یک مجموعهٔ آماری را ۵ برابر کرده و سپس به هر یک از آن‌ها ۳ واحد اضافه کنیم، واریانس داده‌های جدید نسبت به داده‌های اولیه چه تغییری می‌کند؟

۱) ۵ برابر شده و با عدد ۳ جمع می‌شود.
۲) فقط با عدد ۳ جمع می‌شود.
۳) ۹ برابر می‌شود.
۴) ۲۵ برابر می‌شود.

پاسخ: گزینهٔ ۴ (آسان ـ مفهومی ـ سریع ـ آمار و احتمال صفحهٔ ۸۸ ـ ۱۱۰۳)

اگر داده‌های آماری **k برابر** شود واریانس **k^2 برابر** می‌شود و چنانچه داده‌ها با عددی **جمع یا تفریق** شوند، **واریانس تغییری نمی‌کند**.

پس در این‌جا واریانس $۲۵ = ۵^۲$ برابر می‌شود.

معیارهای پراکندگی

۱) واریانس:

$$\sigma^۲ = \frac{(x_۱ - \bar{x})^۲ + (x_۲ - \bar{x})^۲ + \ldots + (x_n - \bar{x})^۲}{n} \quad \text{یا} \quad \sigma^۲ = \frac{x_۱^۲ + x_۲^۲ + \ldots + x_n^۲}{n} - \bar{x}^۲$$

۲) انحراف معیار:

$$\sigma = \sqrt{\text{واریانس}}$$

۳) ضریب تغییرات:

$$CV = \frac{\sigma}{\bar{x}}$$

۴) دامنهٔ تغییرات:

$$R = x_{max} - x_{min}$$

اگر داده‌ها در a ضرب و با b جمع (تفریق) شوند...

۱) **میانگین** نیز در a **ضرب** و با b **جمع (تفریق)** می‌شود.

۲) **واریانس** در $a^۲$ **ضرب** می‌شود. (جمع و تفریق شدن b با داده‌ها، تأثیری بر واریانس ندارد.)

۳) **انحراف معیار** در $|a|$ ضرب می‌شود. (جمع و تفریق شدن b با داده‌ها تأثیری بر انحراف معیار ندارد.)

۴) ضریب تغییرات باید بررسی شود. بعد از محاسبهٔ تغییر میانگین و انحراف معیار محاسبه شده و تغییر می‌کند.

ماز

۴۰- در یک بررسی آماری، اندازهٔ نمونه برابر با ۲۵ انتخاب شده است. اگر انحراف معیار برآورد میانگین نمونه برابر با ۱/۲ باشد، واریانس جامعه‌ای که نمونه از آن استخراج شده، کدام است؟

۱) ۶ ۲) ۲۵ ۳) ۵ ۴) ۳۶

پاسخ: گزینهٔ ۴ (آسان ـ خط‌به‌خط ـ سریع ـ آمار و احتمال صفحهٔ ۱۱۵ ـ ۱۱۰۴)

$$\sigma_{\bar{x}} = \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \Rightarrow ۱/۲ = \frac{\sigma}{\sqrt{۲۵}} \Rightarrow \sigma = ۱/۲ \times ۵ = ۶$$

$$\Rightarrow \text{واریانس} = \sigma^۲ = ۶^۲ = ۳۶$$

برآورد میانگین جامعه

زمانی که بررسی تمام جامعه با دشواری یا عدم امکان همراه باشد، سعی داریم که با انتخاب نمونه‌ای از جامعه و **بررسی نمونه به جای کل جامعه** **برآوردی از اطلاعات جامعه** داشته باشیم. از آن‌جا که برآورد ما دقیق نیست می‌توان میزان انحراف معیار برآورد مشخصهٔ جامعه (معمولا میانگین) را به‌صورت کمّی محاسبه کرد. اگر انحراف معیار جامعه برابر σ باشد، و نمونه‌ای n عضوی انتخاب کرده باشیم، **انحراف معیار برآورد میانگین نمونه** برابر است با:

$$\sigma_{\bar{x}} = \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$$

بنابراین هرچه **نمونهٔ بزرگ‌تری** را انتخاب کنیم، انحراف معیار برآورد میانگین آن **کوچک‌تر** است.

بودجه‌بندی این آزمون: فیزیک ۲: جمع‌بندی و تعیین سطح پایهٔ یازدهم

سهم در کنکور: پایهٔ یازدهم: درمجموع ۱۰ تست از ۳۵ تست کنکور را پوشش داده است.

برای دیدن پاسخ‌نامهٔ ویدئویی آزمون QR Code بالا را اسکن یا روی آن کلیک کنید!

۴۱- بار الکتریکی هستهٔ اتم کلسیم دو بار یونیده ($^{42}_{20}Ca^{2+}$) چند برابر بار الکتریکی اتم سدیم یک بار یونیده ($^{23}_{11}Na^{+}$) است؟

۱) $\frac{11}{20}$ ۲) $\frac{20}{11}$ ۳) ۲۲ ۴) ۲۰

پاسخ: گزینهٔ ۴ (آسان ـ محاسباتی ـ سریع ـ صفحهٔ ۴ ـ ۱۱۰۱)

گام اول

بار الکتریکی هستهٔ اتم کلسیم دو بار یونیده ($^{42}_{20}Ca^{2+}$) برابر است با:

$$q_1 = +Ze = +20e$$

گام دوم

بار الکتریکی اتم سدیم یک بار یونیده ($^{23}_{11}Na^{+}$) برابر است با:

$$q_2 = +1e = +e$$

گام آخر

بنابراین نسبت خواسته‌شده برابر است با:

$$\frac{q_1}{q_2} = \frac{+20e}{+e} = 20$$

سوتی‌های پرتکرار

اگر حواستان نباشد و در قسمت دوم سؤال، مانند قسمت اول سؤال، بار هسته را به‌دست آورید، در دام گزینهٔ (۲) می‌افتید!

نکته

اتم $^{A}_{Z}X$	یون $^{A}_{Z}X^{n+}$	یون $^{A}_{Z}X^{n-}$
$q_{\text{الکترون‌های اطراف هسته}} = -Ze$	$q_{\text{الکترون‌های اطراف هسته}} = -(Z-n)e$	$q_{\text{الکترون‌های اطراف هسته}} = -(Z+n)e$
$q_{\text{هسته}} = +Ze$	$q_{\text{هسته}} = +Ze$	$q_{\text{هسته}} = +Ze$
$q_{\text{اتم}} = 0$	$q_{\text{اتم (یون)}} = +ne$	$q_{\text{اتم (یون)}} = -ne$

بار الکتریکی اتم‌ها و یون‌ها

۱- در یک اتم خنثی مانند $^{A}_{Z}X$ می‌توان بار الکتریکی کل و بار هسته را به‌صورت زیر به‌دست آورد:

$q_{\text{کل}} = 0 \Rightarrow$ اتم خنثی است.

$q_{\text{هسته}} = +Ze \Rightarrow$ تعداد پروتون‌های هسته برابر Z است.

$q_{\text{الکترون‌ها}} = -Ze \Rightarrow$ تعداد الکترون‌های اتم برابر Z است.

توجه کنید که نوترون‌ها بار الکتریکی ندارند (خنثی هستند).

۲- در یک یون مثبت مانند $^{A}_{Z}X^{n+}$ می‌توان بار الکتریکی کل و بار هسته را به‌صورت زیر به‌دست آورد:

$q_{\text{کل}} = +ne$ ⇒ اتم $(n+)$ است.

$q_{\text{هسته}} = +Ze$ ⇒ تعداد پروتون‌های هسته برابر Z است.

$q_{\text{الکترون‌ها}} = -(Z-n)e$ ⇒ تعداد الکترون‌های اتم برابر $Z-n$ است.

به همین ترتیب و برای تمرین، بار الکتریکی یون منفی $^{A}_{Z}X^{n-}$ را خودتان بررسی کنید.

ماز

۴۲- دو بار الکتریکی نقطه‌ای در فاصلهٔ r از یکدیگر قرار دارند و بار q_1 به بار q_2 نیروی الکتریکی به بزرگی F را وارد می‌کند. فاصلهٔ بین دو بار را چند درصد افزایش دهیم تا بار q_2 بر بار q_1 نیروی الکتریکی به بزرگی $\frac{4}{9}F$ را وارد کند؟

۱) ۲۵ ۲) ۳۳ ۳) ۵۰ ۴) ۷۵

پاسخ: گزینهٔ ۳ (آسان ـ محاسباتی ـ استاندارد ـ صفحهٔ ۶ ـ ۱۱۰۱)

کام اول

طبق قانون سوم نیوتون، اندازهٔ نیروی الکتریکی که دو بار برهم وارد می‌کنند، یکسان است؛ پس بزرگی نیروی الکتریکی بین دو بار در حالت اول برابر F و در حالت دوم برابر $\frac{4}{9}F$ است؛ بنابراین از رابطهٔ مقایسه‌ای قانون کولن داریم:

$$\frac{F'}{F} = \frac{|q'_1|}{|q_1|} \times \frac{|q'_2|}{|q_2|} \times (\frac{r}{r'})^2 \xrightarrow[\text{باقی مانده است.}]{\text{اندازهٔ بارها ثابت}} \frac{F'}{F} = (\frac{r}{r'})^2$$

$$\xrightarrow{F'=\frac{4}{9}F} \frac{\frac{4}{9}F}{F} = (\frac{r}{r'})^2 \Rightarrow (\frac{r}{r'})^2 = \frac{4}{9} \xrightarrow{\text{جذر می‌گیریم.}} \frac{r}{r'} = \frac{2}{3} \Rightarrow \frac{r'}{r} = \frac{3}{2}$$

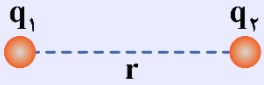
کام آخر

درنهایت برای یافتن درصد تغییر فاصله خواهیم داشت:

$$\text{درصد تغییرات فاصله} = (\frac{r'}{r} - 1) \times 100 = (\frac{3}{2} - 1) \times 100 = +\%50$$

نیروی الکتریکی

۱- مطابق قانون کولن، اگر بارهای q_1 و q_2 در فاصلهٔ r از هم قرار بگیرند، نیروی الکتریکی‌ای که به‌هم وارد می‌کنند برابر است با:



$$F = k\frac{|q_1||q_2|}{r^2}$$

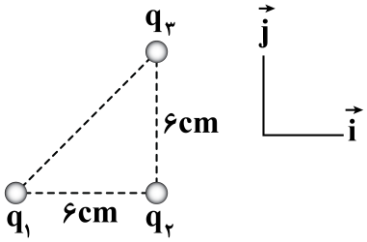
در رابطهٔ بالا، k ثابت کولن است که یکای آن $\frac{N.m^2}{C^2}$ است.

۲- برای مقایسهٔ نیروی الکتریکی بین بارها می‌توان نوشت:

$$F \propto \frac{|q_1||q_2|}{r^2} \Rightarrow \frac{F'}{F} = \left|\frac{q'_1 q'_2}{q_1 q_2}\right| \times \left(\frac{r}{r'}\right)^2 \xrightarrow{\text{اگر اندازهٔ بارها ثابت باشد.}} \frac{F'}{F} = (\frac{r}{r'})^2$$

ماز

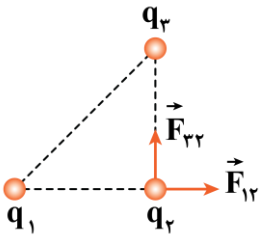
۴۳- سه بار الکتریکی نقطه‌ای مطابق شکل زیر، در سه رأس مثلث قائم‌الزاویه‌ای ثابت شده‌اند. اگر بردار نیروی الکتریکی خالص وارد بر بار $q_۲ = ۲\mu C$ از طرف دو بار دیگر در SI برابر با $\vec{F}_T = ۸\vec{i} + ۶\vec{j}$ باشد، بارهای $q_۱$ و $q_۳$ برحسب میکروکولن به‌ترتیب از راست به چپ در کدام گزینه به‌درستی آمده‌اند؟ $(k = ۹\times ۱۰^۹ \frac{N.m^۲}{C^۲})$



۱) $۱/۶ ،-۱/۲$
۲) $۱/۶ ،-۱/۲$
۳) $۳/۲ ،-۲/۴$
۴) $-۳/۲ ،۲/۴$

پاسخ: گزینهٔ ۱ (متوسط ـ محاسباتی ـ استاندارد ـ صفحهٔ ۸ ـ ۱۱۰۱)

با توجه به بردار نیروی الکتریکی خالص وارد بر بار $q_۲$ از طرف دو بار دیگر، متوجه می‌شویم که مؤلفهٔ افقی نیروی $\vec{F}_T$، حاصل از نیرویی است که بار $q_۱$ به بار $q_۲$ وارد می‌کند و مؤلفهٔ قائم نیروی $\vec{F}_T$، حاصل از نیرویی است که بار $q_۳$ به بار $q_۲$ وارد می‌کند؛ بنابراین با توجه به قانون کولن داریم:



$$F_{۱۲} = ۸N \Rightarrow \frac{۹۰|q_۱||q_۲|}{r_{۱۲}^۲} = ۸ \Rightarrow \frac{۹۰\times ۲\times |q_۱|}{۶^۲} = ۸$$

$$\Rightarrow |q_۱| = ۱/۶\mu C \xrightarrow{q_۱ > ۰} q_۱ = ۱/۶\mu C$$

$$F_{۳۲} = ۶N \Rightarrow \frac{۹۰|q_۳||q_۲|}{r_{۳۲}^۲} = ۶ \Rightarrow \frac{۹۰\times ۲\times |q_۳|}{۶^۲} = ۶$$

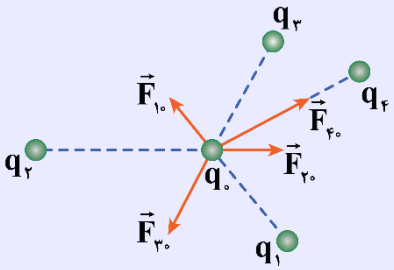
$$\Rightarrow |q_۳| = ۱/۲\mu C \xrightarrow{q_۳ < ۰} q_۳ = -۱/۲\mu C$$

تذکر!

با توجه به این‌که نیروی $\vec{F}_{۱۲}$ از نوع دافعه و $\vec{F}_{۳۲}$ از نوع جاذبه است و بار $q_۲$ مثبت است؛ بنابراین $q_۱ > ۰$ و $q_۳ < ۰$ است.

اصل برهم‌نهی نیروهای الکتریکی

هرگاه تعدادی بار الکتریکی در یک ناحیه از فضا قرار داشته باشند، نیروی الکتریکی وارد بر هر ذره، برایند نیروهایی است که سایر ذرات به‌طور مستقل بر آن ذره وارد می‌کنند.



$$\vec{F}_{T_۰} = \vec{F}_{۱۰} + \vec{F}_{۲۰} + \vec{F}_{۳۰} + \vec{F}_{۴۰}$$

محاسبهٔ نیروی الکتریکی در حضور چند بار

در سؤالاتی که چند بار الکتریکی وجود دارند و نیروی الکتریکی وارد بر یکی از آن‌ها را می‌خواهیم، گام‌های زیر را طی می‌کنیم.

گام اول: بردار نیروی الکتریکی که هر یک از بارها وارد می‌کنند را رسم می‌کنیم.

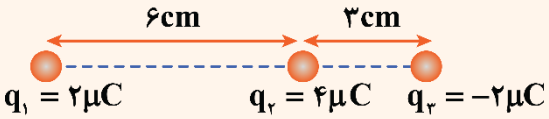
گام دوم: نیروهای الکتریکی را جداگانه محاسبه می‌کنیم.

گام سوم: بردارهای به‌دست‌آمده را به‌صورت برداری جمع می‌کنیم. اگر بردارها هم‌جهت باشند، اندازهٔ آن‌ها جمع می‌شود، اگر خلاف جهت هم باشند، اندازهٔ آن‌ها از هم کم می‌شود و اگر عمود بر هم باشند با کمک رابطهٔ فیثاغورس برایند آن‌ها محاسبه می‌شود.

در ادامه با حل یک مثال، مطالب فوق را مرور می‌کنیم.

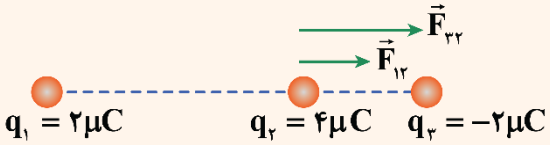
یه نمونهٔ باحال

مطابق شکل، سه بار الکتریکی روی یک خط قرار دارند. نیروی الکتریکی برایند وارد بر q_2 چند نیوتون است؟ $(k = 9\times10^9 \frac{N.m^2}{C^2})$



پاسخ تشریحی:

ابتدا دقت کنید که بار q_1، q_2 را دفع می‌کند و بار q_3، q_2 را جذب می‌کند؛ بنابراین جهت نیروهای وارد بر q_2 مطابق شکل زیر است.



در ادامه این دو نیرو را محاسبه می‌کنیم:

$$F_{12} = k\frac{|q_1 q_2|}{r_{12}^2} = 9\times10^9 \times \frac{2\times10^{-6}\times4\times10^{-6}}{(6\times10^{-2})^2} = 20N$$

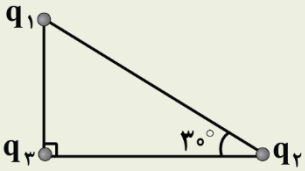
$$F_{32} = k\frac{|q_3 q_2|}{r_{32}^2} = 9\times10^9 \times \frac{2\times10^{-6}\times4\times10^{-6}}{(3\times10^{-2})^2} = 80N$$

در ادامه با توجه به این‌که دو نیرو هم‌جهت هستند، برایند آن‌ها برابر مجموع اندازهٔ آن‌هاست و نیروی کل برابر است با:

$$\vec{F}_{t_2} = \vec{F}_{12} + \vec{F}_{32} \Rightarrow |F_{t_2}| = F_{12} + F_{32} = 20 + 80 = 100N$$

آزمون سراسری تجربی خارج از کشور تیرماه ۱۴۰۳

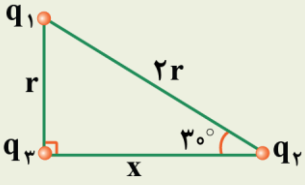
۶۳- در شکل زیر، بزرگی نیروی الکتریکی که q_1 به q_3 وارد می‌کند، ۲۵ درصد از بزرگی نیروی الکتریکی که q_2 به q_3 وارد می‌کند، کم‌تر است. $\left|\frac{q_1}{q_2}\right|$ کدام است؟



۱) ۳ ۲) ۴ ۳) $\frac{1}{3}$ ۴) $\frac{1}{4}$

پاسخ تشریحی:

گام اول: ابتدا فاصلهٔ بین بارها را مشخص می‌کنیم. فاصلهٔ بین q_1 و q_3 را r درنظر می‌گیریم. می‌دانیم در مثلث قائم‌الزاویه، ضلع روبه‌رو به زاویهٔ ۳۰° نصف وتر است؛ بنابراین فاصلهٔ بین q_1 و q_2 برابر $2r$ است.



$$x = \sqrt{(2r)^2 - r^2} = \sqrt{3}r$$

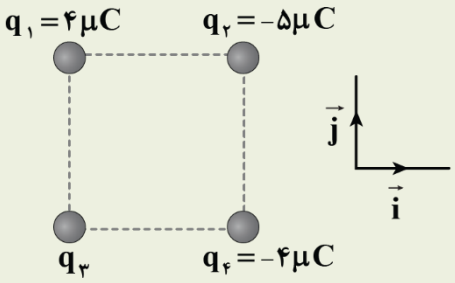
گام دوم:

$$F_{13} = 0/75F_{23} \Rightarrow \frac{k|q_1||q_3|}{r^2} = \frac{3}{4}\times\frac{k|q_2||q_3|}{3r^2} \Rightarrow \left|\frac{q_1}{q_2}\right| = \frac{1}{4}$$

پاسخ: گزینهٔ ۴

آزمون سراسری ریاضی ۱۳۹۸

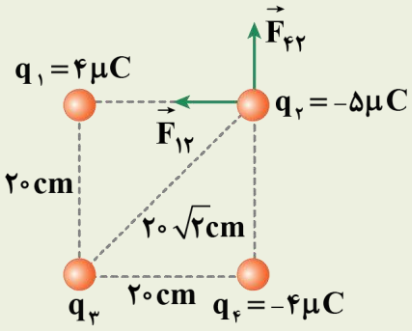
۶۲- چهار ذرهٔ باردار مطابق شکل زیر در رأس‌های یک مربع به ضلع $۲۰\,cm$ قرار دارند. اگر نیروی الکتریکی خالص وارد بر $q_۲$ در SI به‌صورت $\vec{F}=-۹\vec{i}$ باشد، $q_۳$ چند میکروکولن است؟ $(k=۹\times ۱۰^۹\ \frac{N.m^۲}{C^۲})$



۱) $-۸\sqrt{۲}$
۲) -۴
۳) ۴
۴) $۸\sqrt{۲}$

پاسخ تشریحی:

دو بار $q_۱$ و $q_۴$ هم‌اندازه‌اند و فاصلهٔ آن‌ها از بار $q_۲$ باهم برابر است؛ بنابراین نیروی واردشده از طرف این دو بار به $q_۲$ باهم برابر است:



$$F_{۱۲}=F_{۴۲}=\frac{۹۰\times ۴\times ۵}{۲۰^۲}=۴/۵\,N$$

$$\vec{F}=\vec{F}_{۱۲}+\vec{F}_{۳۲}+\vec{F}_{۴۲}\Rightarrow -۹\vec{i}=-۴/۵\vec{i}+\vec{F}_{۳۲}+۴/۵\vec{j}$$

$$\Rightarrow \vec{F}_{۳۲}=-۴/۵\vec{i}-۴/۵\vec{j}\Rightarrow F_{۳۲}=\sqrt{۴/۵^۲+۴/۵^۲}=۴/۵\sqrt{۲}\,N$$

$$\Rightarrow \frac{۹۰\times |q_۳|\times ۵}{(۲۰\sqrt{۲})^۲}=۴/۵\sqrt{۲}\Rightarrow |q_۳|=۸\sqrt{۲}\,\mu C$$

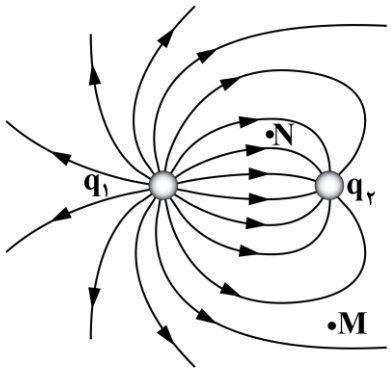
از طرفی، با توجه به مؤلفه‌های نیروی $\vec{F}_{۳۲}$ درمی‌یابیم که بار $q_۳$، بار $q_۲$ را جذب می‌کند؛ بنابراین $q_۳$ و $q_۲$ ناهم‌نام‌اند.

$$q_۲<۰\Rightarrow q_۳>۰\Rightarrow q_۳=۸\sqrt{۲}\,\mu C$$

پاسخ: گزینهٔ ۴

ماز

۴۴- **شکل زیر، خطوط میدان الکتریکی را اطراف دو بار الکتریکی نقطه‌ای نشان می‌دهد. کدام گزینه صحیح است؟**



۱) بارهای $q_۱$ و $q_۲$ هم‌نام هستند.
۲) بارهای $q_۱$ و $q_۲$ هم‌اندازه هستند.
۳) اگر یک الکترون را در نقطهٔ N قرار دهیم، نیرویی به سمت راست به آن وارد می‌شود.
۴) میدان الکتریکی در نقطهٔ N، بزرگ‌تر از میدان الکتریکی در نقطهٔ M است.

پاسخ: گزینهٔ ۴ (آسان ـ مفهومی ـ سریع ـ صفحهٔ ۱۸ ـ ۱۱۰۱)

بررسی گزینه‌ها:

۱) جهت خطوط میدان الکتریکی از بار مثبت به سمت بار منفی است. درنتیجه با توجه به شکل خطوط میدان، بار $q_۱$ مثبت $(q_۱>۰)$ و بار $q_۲$ منفی $(q_۲<۰)$ است؛ بنابراین **دو بار، ناهم‌نام هستند.** (✗)

۲) تراکم خطوط میدان در اطراف بار $q_۱$ بیش‌تر است، **درنتیجه اندازهٔ بار $q_۱$ از اندازهٔ بار $q_۲$ بزرگ‌تر است** $(|q_۲|<|q_۱|)$. (✗)

۳

میدان الکتریکی در نقطهٔ N به سمت راست است؛ بنابراین به الکترون که دارای بار منفی است، از طرف میدان الکتریکی، **نیرویی به سمت چپ وارد می‌شود.** (✗)

۴

تراکم خطوط در نقطهٔ N بیش‌تر از نقطهٔ M است؛ بنابراین میدان الکتریکی نیز در این نقطه بزرگ‌تر از نقطهٔ M است. (✓)

خطوط میدان الکتریکی

۱- برای مجسم‌کردن میدان الکتریکی در فضای اطراف اجسام باردار از خطوط میدان الکتریکی استفاده می‌کنیم. این خطوط ویژگی‌های زیر را دارا می‌باشند:

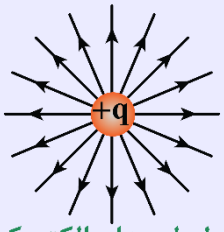
الف) از بار مثبت خارج می‌شوند و به بار منفی وارد می‌شوند.

ب) بردار میدان الکتریکی در هر نقطه هم‌جهت با خط مماس بر خطوط میدان الکتریکی در آن نقطه است.

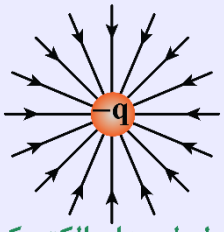
پ) هرچه تراکم خطوط میدان الکتریکی در ناحیه‌ای از فضا بیش‌تر باشد، اندازهٔ میدان الکتریکی در آن ناحیه بیش‌تر است.

ت) خطوط میدان الکتریکی یکدیگر را قطع نمی‌کنند و از هر نقطه فقط یک خط میدان عبور می‌کند.

۲- خطوط میدان الکتریکی در اطراف یک ذرهٔ باردار منزوی مطابق شکل‌های زیر است:

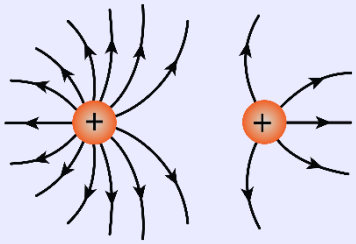


خطوط میدان الکتریکی
در اطراف بار مثبت

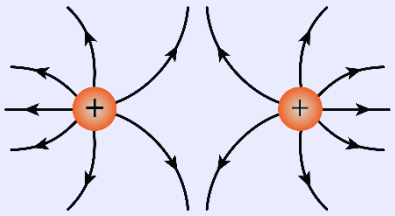


خطوط میدان الکتریکی
در اطراف بار منفی

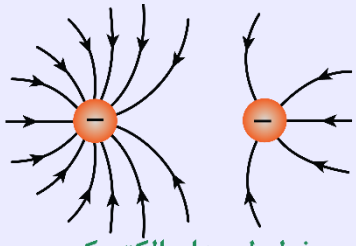
۳- خطوط میدان الکتریکی در اطراف دو ذرهٔ باردار مطابق شکل‌های زیر است:



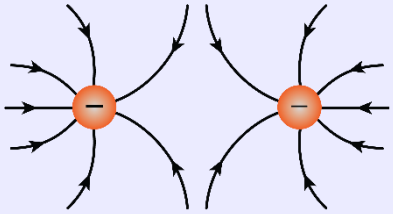
خطوط میدان الکتریکی
در اطراف دو بار مثبت غیرهم‌اندازه



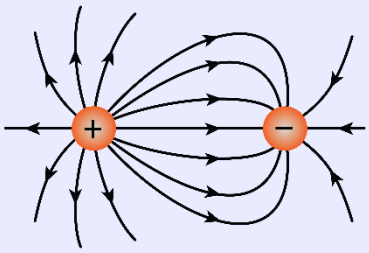
خطوط میدان الکتریکی
در اطراف دو بار مثبت هم‌اندازه



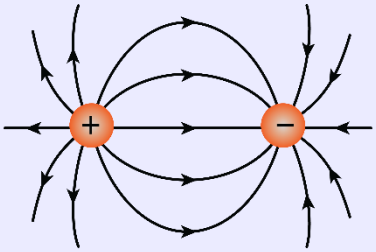
خطوط میدان الکتریکی
در اطراف دو بار منفی غیرهم‌اندازه



خطوط میدان الکتریکی
در اطراف دو بار منفی هم‌اندازه



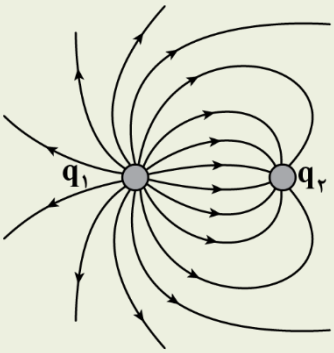
خطوط میدان بارهای
مثبت و منفی غیرهم‌اندازه



خطوط میدان بارهای
مثبت و منفی هم‌اندازه

آزمون سراسری ریاضی اردیبهشت‌ماه ۱۴۰۴

۴۲- در شکل زیر، با توجه به خطوط میدان الکتریکی، کدام رابطه‌ها در مورد بارهای الکتریکی درست است؟



۱) $|q_2|<|q_1|\ ,\ q_1<0$

۲) $|q_1|<|q_2|\ ,\ q_1<0$

۳) $|q_2|<|q_1|\ ,\ q_2<0$

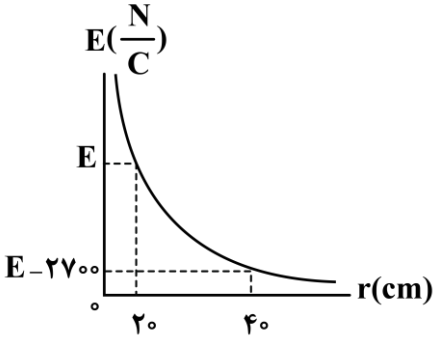
۴) $|q_1|<|q_2|\ ,\ q_2<0$

پاسخ تشریحی:

جهت خطوط میدان الکتریکی از بار مثبت به سمت بار منفی است. درنتیجه با توجه به شکل خطوط میدان، بار q_1 مثبت $(q_1>0)$ و بار q_2 منفی $(q_2<0)$ است. همچنین تراکم خطوط میدان در اطراف بار q_1 بیش‌تر است، درنتیجه اندازهٔ بار q_1 از اندازهٔ بار q_2 بزرگ‌تر است $(|q_2|<|q_1|)$.

پاسخ: گزینهٔ ۳

۴۵- **نمودار تغییرات بزرگی میدان الکتریکی حاصل از بار الکتریکی نقطه‌ای q برحسب فاصله از آن، مطابق شکل زیر است. E چند نیوتون بر کولن است؟**



۱) ۹۰۰

۲) ۵۴۰۰

۳) ۳۶۰۰

۴) ۷۲۰۰

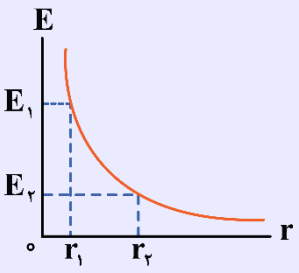
پاسخ: گزینهٔ ۳ (متوسط ـ محاسباتی ـ استاندارد ـ صفحهٔ ۱۲ ـ ۱۱۰۱)

می‌دانیم بزرگی میدان الکتریکی حاصل از بار الکتریکی نقطه‌ای q در فاصلهٔ r از آن مطابق رابطهٔ $E=\frac{k|q|}{r^2}$ به‌دست می‌آید. حال با توجه به ثابت بودن اندازهٔ بار q با استفاده از رابطهٔ مقایسه‌ای داریم:

$$\frac{E'}{E}=(\frac{r}{r'})^2 \xrightarrow[r=20cm\ ,\ r'=40cm]{E'=E-2700} \frac{E-2700}{E}=(\frac{20}{40})^2 \Rightarrow \frac{E-2700}{E}=\frac{1}{4}$$

$$\Rightarrow 4E-4\times 2700=E \Rightarrow 3E=4\times 2700 \Rightarrow E=3600\frac{N}{C}$$

نمودار بزرگی میدان الکتریکی برحسب فاصله از بار



نمودار تغییرات بزرگی میدان الکتریکی برحسب فاصله از بار، مطابق شکل مقابل است:
همان‌طور که واضح است با افزایش فاصله از بار، بزرگی میدان کاهش می‌یابد.

$$E=\frac{k|q|}{r^2}\xrightarrow{k|q|\text{ ثابت است.}}E\propto\frac{1}{r^2}$$

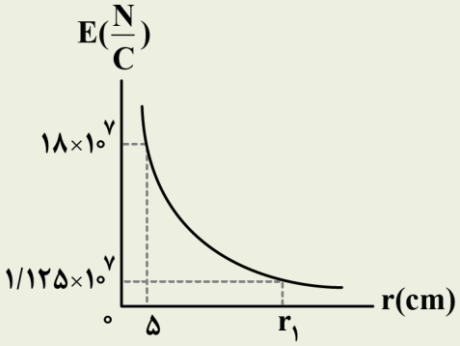
نکته

اگر بزرگی میدان الکتریکی بار q در فاصلهٔ r_1 برابر با E_1 و در فاصلهٔ r_2 برابر با E_2 باشد، داریم:

$$\frac{E_2}{E_1}=(\frac{r_1}{r_2})^2$$

آزمون سراسری ریاضی خارج از کشور ۱۳۹۹

۵۹- نمودار تغییرات میدان الکتریکی حاصل از بار نقطه‌ای q برحسب فاصله از آن به‌صورت شکل زیر است. اندازهٔ q چند میکروکولن و r_1 چند سانتی‌متر است؟ $(k=9\times10^9\frac{N.m^2}{C^2})$



۱) ۱۰، ۵۰
۲) ۲۰، ۵۰
۳) ۱۰، ۲۵
۴) ۲۰، ۲۵

پاسخ تشریحی:

با توجه به نمودار داده‌شده داریم:

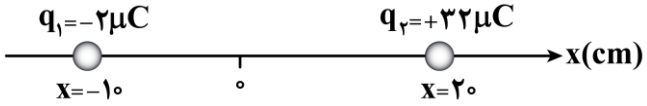
$$E=k\frac{|q|}{r^2}\Rightarrow\frac{E_2}{E_1}=(\frac{r_1}{r_2})^2\Rightarrow\frac{18\times10^7}{1/125\times10^7}=(\frac{r_1}{5})^2\Rightarrow r_1=20cm$$

و بار الکتریکی برابر است با:

$$E=\frac{k|q|}{r^2}\Rightarrow18\times10^7=\frac{9\times10^9\times|q|}{(5\times10^{-2})^2}\Rightarrow|q|=50\times10^{-6}C=50\mu C$$

پاسخ: گزینهٔ ۲

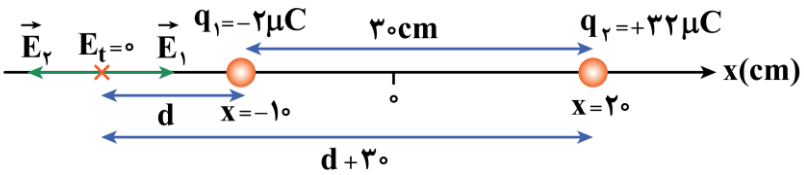
۴۶- در شکل زیر، دو بار الکتریکی نقطه‌ای روی محور x در مکان‌های خود ثابت شده‌اند. در چه مکانی برحسب سانتی‌متر، برایند میدان‌های الکتریکی حاصل از دو بار، صفر می‌شود؟



۱) صفر
۲) ۳۰
۳) ۱۰
۴) −۲۰

پاسخ: گزینهٔ ۴ (متوسط ـ محاسباتی ـ استاندارد ـ صفحهٔ ۱۴ ـ ۱۱۰۱)

میدان الکتریکی برایند در نقطه‌ای صفر می‌شود که میدان‌های الکتریکی حاصل از دو بار، هم‌اندازه و در خلاف جهت هم باشند. چون دو بار ناهم‌نام هستند؛ پس مکان موردنظر روی خط واصل دو بار و خارج از فاصلهٔ بین دو بار و نزدیک به بار کوچک‌تر (q_1) خواهد بود.



$$E_t=0 \Rightarrow E_1=E_2 \Rightarrow \frac{k|q_1|}{r_1^2}=\frac{k|q_2|}{r_2^2} \Rightarrow \frac{\cancel{1}}{d^2}=\frac{\cancel{16}}{(d+30)^2}$$

$$\xrightarrow{\text{جذر می‌گیریم}} \frac{1}{d}=\frac{4}{d+30} \Rightarrow 4d=d+30 \Rightarrow 3d=30 \Rightarrow d=10cm$$

پس مکان موردنظر برابر خواهد بود با:

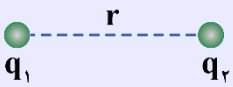
$$x=-10-10=-20cm$$

سوتی‌های پرتکرار

اگر حواستان نباشد که مکان نقطهٔ موردنظر از مبدأ مختصات موردنظر است، در دام گزینهٔ (۳) می‌افتید!

نقطهٔ تعادل در میدان الکتریکی برایند

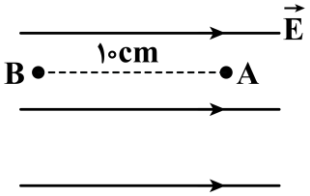
فرض کنید مطابق شکل، دو بار الکتریکی در نزدیکی هم قرار بگیرند و بخواهیم نقطه‌ای را پیدا کنیم که در آن میدان برایند صفر باشد. در نمودار زیر چند نکتهٔ مهم در این باره جمع‌آوری شده است.



$|q_1|<|q_2|$

- q_1 و q_2 **هم‌نام** باشند.
  - نقطهٔ موردنظر باید در فاصلهٔ بین دو بار و نزدیک به بار کوچک‌تر یعنی q_1 باشد.
  - فاصلهٔ نقطهٔ موردنظر تا بار کوچک‌تر باید برابر با $\frac{r}{\sqrt{\left|\frac{q_2}{q_1}\right|}+1}$ باشد.
- q_1 و q_2 **ناهم‌نام** باشند.
  - نقطهٔ موردنظر باید در خارج از فاصلهٔ بین دو بار و نزدیک به بار کوچک‌تر یعنی q_1 باشد.
  - فاصلهٔ نقطهٔ موردنظر تا بار کوچک‌تر باید برابر $\frac{r}{\sqrt{\left|\frac{q_2}{q_1}\right|}-1}$ باشد.

۴۷- در شکل زیر، یک پروتون را با تندی اولیهٔ v از نقطهٔ A درون میدان الکتریکی یکنواخت $\vec{E}$ به بزرگی $5\times10^6 \frac{N}{C}$ پرتاب می‌کنیم. اگر پروتون در نقطهٔ B متوقف شود، v چند متر بر ثانیه بوده است؟ ($e=1/6\times10^{-19}C$، $m_p=1/6\times10^{-27}kg$ و تنها نیروی وارد بر ذره، نیروی الکتریکی است.)



۱) 5×10^6
۲) 5×10^5
۳) 10^7
۴) 10^6

پاسخ: گزینهٔ ۳ (متوسط ـ محاسباتی ـ استاندارد ـ صفحهٔ ۲۲ ـ ۱۱۰۱)

نیروی الکتریکی وارد بر بار مثبت در جهت خطوط میدان الکتریکی است ولی مطابق شکل، جابه‌جایی بار در خلاف جهت خطوط میدان الکتریکی است، پس زاویهٔ بین نیرو و بردار جابه‌جایی ذره برابر $\theta = ۱۸۰^\circ$ خواهد بود.

از طرفی تنها نیرویی که بر روی بار، کار انجام می‌دهد، نیروی الکتریکی است؛ پس با استفاده از قضیهٔ کار ـ انرژی جنبشی خواهیم داشت:

$$W_t = \Delta K = K_۲ - K_۱ \xrightarrow[W_t = W_E]{(K_۲ = ۰)\ \text{بار در نقطهٔ B متوقف‌شده}} W_E = ۰ - K_۱ \xrightarrow[K_۱ = \frac{۱}{۲}mv^۲]{W_E = |q|Ed\cos\theta}$$

$$|q|Ed\cos\theta = -\frac{۱}{۲}mv^۲ \xrightarrow[d=۰/۱m\ ,\ \theta=۱۸۰^\circ\ ,\ m=۱/۶\times۱۰^{-۲۷}kg]{|q|=۱/۶\times۱۰^{-۱۹}C\ ,\ E=۵\times۱۰^۶\frac{N}{C}}$$

$$۱/۶\times۱۰^{-۱۹}\times۵\times۱۰^۶\times۰/۱\times\underbrace{\cos۱۸۰^\circ}_{-۱} = -\frac{۱}{۲}\times۱/۶\times۱۰^{-۲۷}\times v^۲$$

$$\Rightarrow v^۲ = ۱۰^{۱۴} \Rightarrow v = ۱۰^۷\frac{m}{s}$$

پایستگی انرژی و انرژی پتانسیل الکتریکی

در مسائلی که اتلاف انرژی نداریم و نیرویی جز نیروی الکتریکی روی ذره کار انجام نمی‌دهد، تغییرات انرژی پتانسیل الکتریکی و انرژی جنبشی، قرینهٔ هم هستند؛ بنابراین برای محاسبهٔ تغییرات انرژی جنبشی کافی است تغییرات انرژی پتانسیل را محاسبه کنیم و سپس آن را قرینه کنیم.

پایستگی انرژی: $\Delta U + \Delta K = ۰ \Rightarrow \Delta K = -\Delta U$

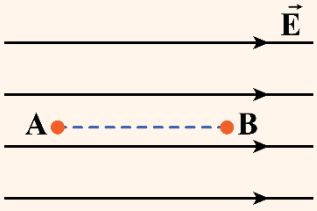
بنابراین با توجه به این‌که $|\Delta U| = |Eqd\cos\alpha|$ است، برای محاسبهٔ ΔK داریم:

$$|\Delta K| = |Eqd\cos\alpha|$$

در حالتی که روی ذره فقط نیروی الکتریکی کار انجام می‌دهد، هرگاه در جهت خودبه‌خودی حرکت کند، $\Delta K > ۰$ است و انرژی جنبشی زیاد می‌شود و هرگاه بار الکتریکی در خلاف جهت خودبه‌خودی حرکت کند، $\Delta K < ۰$ است و انرژی جنبشی کم می‌شود.

یه نمونهٔ باحال

در شکل زیر، در میدان الکتریکی یکنواخت $۱۰^۵\frac{N}{C}$، ذره‌ای با بار الکتریکی $q = -۵\mu C$ از نقطهٔ B بدون سرعت اولیه رها می‌شود. وقتی این ذره در مسیر مستقیم، ۲۰cm جابه‌جا شده و به نقطهٔ A می‌رسد، انرژی جنبشی آن چند ژول می‌شود؟ (از اثر گرانش و نیروهای مقاوم در مقابل حرکت ذره صرف‌نظر شود.)



پاسخ تشریحی:

گام اول: بار منفی در خلاف جهت میدان حرکت کرده و از نقطهٔ B به A می‌رسد؛ بنابراین انرژی پتانسیل الکتریکی آن کاهش و انرژی جنبشی آن افزایش می‌یابد، پس $\Delta K > ۰$ است.

گام دوم: برای محاسبهٔ انرژی جنبشی می‌توان نوشت:

$$|\Delta K| = |Eqd\cos\alpha| = |۱۰^۵\times۵\times۱۰^{-۶}\times۰/۲\times۱| = ۰/۱J$$

$$\xrightarrow{\Delta K > ۰} \Delta K = +۰/۱J \Rightarrow K_۲ - \overset{\text{صفر}}{\cancel{K_۱}} = ۰/۱J \Rightarrow K_۲ = ۰/۱J$$

نکته

۱- هنگامی که یک بار الکتریکی در جهت خودبه‌خودی، یعنی در جهت نیروی الکتریکی وارد بر آن حرکت کند، انرژی پتانسیل الکتریکی آن کاهش می‌یابد؛ بنابراین به نتیجهٔ زیر می‌رسیم:

الف) با حرکت بار مثبت در جهت میدان، انرژی پتانسیل الکتریکی آن کاهش می‌یابد.

ب) با حرکت بار منفی در خلاف جهت میدان، انرژی پتانسیل الکتریکی آن کاهش می‌یابد.

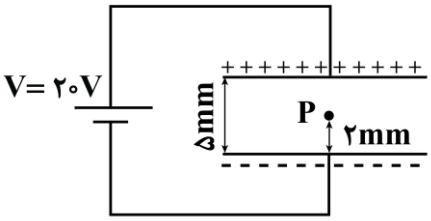
۲- هنگامی که یک بار الکتریکی در خلاف جهت خودبه‌خودی، یعنی در خلاف جهت نیروی الکتریکی وارد بر آن حرکت کند، انرژی پتانسیل الکتریکی آن افزایش می‌یابد؛ بنابراین به نتیجهٔ زیر می‌رسیم:

الف) با حرکت بار مثبت در خلاف جهت میدان، انرژی پتانسیل الکتریکی آن افزایش می‌یابد.

ب) با حرکت بار منفی در جهت میدان، انرژی پتانسیل الکتریکی آن افزایش می‌یابد.

۳- با حرکت هر نوع بار الکتریکی در جهت عمود بر میدان، انرژی پتانسیل الکتریکی آن تغییر نمی‌کند.

۴۸- در شکل زیر، دو صفحهٔ رسانای موازی و هم‌اندازه که در فضای بین آن‌ها هوا است، به دو سر یک باتری آرمانی متصل شده‌اند. اگر یک ذرهٔ باردار در نقطهٔ P بین دو صفحه، معلق باقی بماند، کدام گزینه صحیح است؟ ($g=۱۰\frac{N}{kg}$ و از نیروی شناوری وارد بر ذره صرف‌نظر کنید.)



۱) نسبت بار به جرم ذره برابر ۰/۰۰۲۵ واحد SI است.

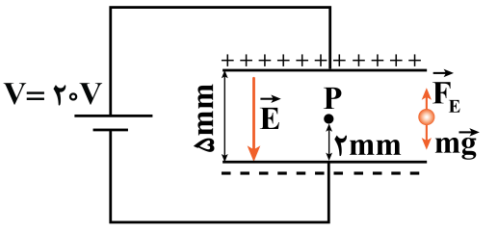
۲) نسبت بار به جرم ذره برابر ۰/۰۰۲۵− واحد SI است.

۳) نسبت بار به جرم ذره برابر ۴۰۰۰ واحد SI است.

۴) نسبت بار به جرم ذره برابر ۴۰۰۰− واحد SI است.

پاسخ: گزینهٔ ۲ (سخت ـ محاسباتی ـ استاندارد ـ صفحهٔ ۲۶ ـ ۱۱۰۱)

با توجه به معلق ماندن ذره، نتیجه می‌گیریم که برایند نیروهای وارد بر ذره صفر است؛ بنابراین نیروی الکتریکی، هم‌اندازه با نیروی وزن است و رو به بالا به ذره وارد می‌شود. با توجه به این‌که نیروی الکتریکی در خلاف جهت میدان الکتریکی به ذره وارد شده، بار ذره منفی است؛ بنابراین **حتماً نسبت بار به جرم آن نیز منفی می‌باشد.**



$$F_E = mg \xrightarrow{F_E=E|q|} E|q| = mg \xrightarrow{E=\frac{V}{d}} \frac{|q|V}{d} = mg$$

$$\xrightarrow[d=۵mm]{V=۲۰V} \frac{|q|\times ۲۰}{۵\times ۱۰^{-۳}} = m\times ۱۰$$

$$\Rightarrow \frac{|q|}{m} = ۲/۵\times ۱۰^{-۳} = ۰/۰۰۲۵ \xrightarrow{q<۰} \frac{q}{m} = -۰/۰۰۲۵$$

سوتی‌های پرتکرار

اگر حواستان به علامت بار ذره نباشد، در دام گزینهٔ (۱) می‌افتید!

نکته

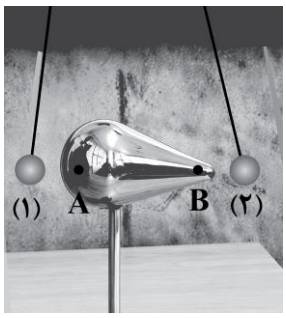
با تقسیم رابطهٔ $\Delta U = -E|q|d\cos\alpha$ بر q می‌توانیم تغییرات پتانسیل الکتریکی یعنی ΔV را محاسبه کنیم:

$$\Delta V = \frac{\Delta U}{q} = \frac{-E|q|d\cos\alpha}{q} = -Ed\cos\alpha$$

$$\Rightarrow \Delta V = -Ed\cos\alpha \Rightarrow |\Delta V| = Ed_{||}$$

منظور از $d_{||}$، جابه‌جایی در راستای موازی با میدان الکتریکی است.

۴۹- در شکل زیر، دو گلولهٔ فلزی مشابه با بار برابر و منفی را با نخی عایق در نزدیکی یک جسم فلزی دوکی‌شکل آویخته‌ایم. اگر جسم دوکی‌شکل را با مولد وان‌دوگراف دارای بار منفی کنیم، کدام آونگ بیش‌تر منحرف می‌شود و در تعادل الکتروستاتیکی، پتانسیل الکتریکی کدام‌یک از نقاط A و B بیش‌تر است؟ (فاصلهٔ دو گلولهٔ فلزی تا جسم دوکی‌شکل، یکسان است.)

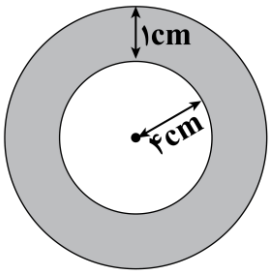


۱) آونگ (۱)، پتانسیل B بیش‌تر است.
۲) آونگ (۱)، A و B هم‌پتانسیل هستند.
۳) آونگ (۲)، پتانسیل B بیش‌تر است.
۴) آونگ (۲)، A و B هم‌پتانسیل هستند.

پاسخ: گزینهٔ ۴ (آسان ـ مفهومی ـ سریع ـ صفحهٔ ۲۸ ـ ۱۱۰۱)

آونگ (۲) بیش‌تر منحرف می‌شود، زیرا تجمع بار در قسمت نوک‌تیز جسم رسانای دوکی‌شکل، بیش‌تر است و درنتیجه نیروی دافعهٔ بیش‌تری به آونگ (۲) وارد می‌شود. در تعادل الکتروستاتیکی، پتانسیل الکتریکی همهٔ نقاط یک جسم رسانا برابر هستند؛ بنابراین **نقاط A و B هم‌پتانسیل هستند.**

۵۰- مطابق شکل زیر، یک پوستهٔ کروی و فلزی خنثی داریم. اگر به کمک مولد وان‌دوگراف، $۷/۵\times۱۰^{۹}$ الکترون اضافه به این پوسته بدهیم، چگالی سطحی بار الکتریکی در سطح داخلی و خارجی آن به‌ترتیب چند واحد SI می‌شود؟ $(\pi=۳\ ,\ e=۱/۶\times۱۰^{-۱۹}C)$



۱) صفر، -۴×۱۰^{-۸}
۲) صفر، -۲×۱۰^{-۸}
۳) ۴×۱۰^{-۸}، -۴×۱۰^{-۸}
۴) ۲×۱۰^{-۸}، -۲×۱۰^{-۸}

پاسخ: گزینهٔ ۱ (متوسط ـ محاسباتی ـ استاندارد ـ صفحهٔ ۲۹ ـ ۱۱۰۱)

کام اول

بار اضافی داده‌شده به یک رسانا در سطح خارجی آن پخش می‌شود؛ بنابراین **چگالی سطحی بار در سطح داخلی آن صفر خواهد بود.**

کام دوم

بار الکتریکی داده‌شده به پوسته برابر است با:

$$Q=-ne\Rightarrow Q=-۷/۵\times۱۰^{۹}\times۱/۶\times۱۰^{-۱۹}=-۱/۲\times۱۰^{-۹}C$$

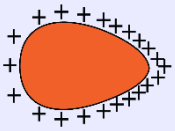
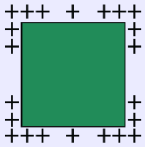
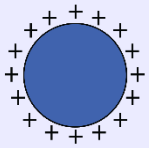
کام آخر

چگالی سطحی بار در سطح خارجی پوستهٔ رسانا برابر است با:

$$\sigma=\frac{Q}{A}=\frac{Q}{۴\pi r^{۲}}\Rightarrow\sigma=\frac{-۱/۲\times۱۰^{-۹}}{۴\times۳\times(۵\times۱۰^{-۲})^{۲}}=-۴\times۱۰^{-۸}\frac{C}{m^{۲}}$$

چگالی سطحی بار الکتریکی

چگالی سطحی بار الکتریکی رسانا: برای این‌که بتوانیم تراکم بار الکتریکی در بخش‌های مختلف سطح یک جسم را باهم مقایسه کنیم کمیتی به نام چگالی سطحی بار را تعریف می‌کنیم. درواقع چگالی سطحی، پارامتری است که تراکم بار در قسمت‌های مختلف یک جسم را نشان می‌دهد:

$$\sigma = \frac{q \to (C)\ \text{بار الکتریکی}}{A \to (m^2)\ \text{مساحت}} \uparrow \quad \left(\frac{C}{m^2}\right)\ \text{چگالی سطحی بار}$$

در رابطهٔ بالا، A مساحت سطحی است که بار در آن پخش شده است.

q، بار و σ (بخوانید سیگما)، چگالی سطحی بار است.

۵۱- **مساحت هر یک از صفحه‌های خازن تختی، $1m^2$ و فاصلهٔ دو صفحه از هم $0/5mm$ است. عایقی با ثابت دی‌الکتریک ۴ بین دو صفحهٔ این خازن قرار داده شده است. اگر خازن را با اختلاف پتانسیل $10V$ شارژ کنیم، بار ذخیره‌شده در آن چند نانوکولن می‌شود؟** $(\varepsilon_0 = 9\times10^{-12}\frac{F}{m})$

۱) ۷۲ ۲) ۷۲۰ ۳) ۱۸ ۴) ۱۸۰

پاسخ: گزینهٔ ۲ (متوسط ـ محاسباتی ـ استاندارد ـ صفحهٔ ۳۶ ـ ۱۱۰۱)

کام اول

ظرفیت خازن برابر است با:

$$C = \kappa\varepsilon_0\frac{A}{d} = 4\times9\times10^{-12}\times\frac{1}{0/5\times10^{-3}} = 72\times10^{-9}F = 72nF$$

کام آخر

بار ذخیره‌شده در خازن برابر است با:

$$Q = CV \Rightarrow Q = 72\times10 = 720nC$$

ظرفیت خازن

هرچه اختلاف پتانسیل الکتریکی بین دو صفحهٔ خازن، بیش‌تر باشد، بار ذخیره‌شده در آن بیش‌تر می‌شود. نسبت بار ذخیره‌شده در خازن به اختلاف پتانسیل الکتریکی بین دو صفحهٔ آن را ظرفیت خازن می‌نامند. ظرفیت خازن، عددی ثابت است و آن را با C نشان می‌دهند و واحد آن فاراد یا کولن بر ولت است:

$$C = \frac{Q}{V}$$

نکته

با تغییر بار ذخیره‌شده و یا اختلاف پتانسیل الکتریکی دو سر خازن، ظرفیت خازن تغییر نمی‌کند.

تذکر

اختلاف پتانسیل الکتریکی دو سر خازن با بار ذخیره‌شده در آن رابطهٔ مستقیم دارد، یعنی هرچه اختلاف پتانسیل الکتریکی دو سر خازن افزایش یابد به همان نسبت بار ذخیره‌شده در خازن افزایش می‌یابد تا ظرفیت خازن ثابت بماند.

SanjeshCloud

عوامل مؤثر بر ظرفیت خازن:

ظرفیت خازن به **ویژگی‌های هندسی** و **جنس عایق بین صفحه‌های خازن** بستگی دارد.

$$C = \underset{\text{ثابت دی‌الکتریک}}{\kappa}\ \varepsilon_{\circ}\ \frac{A\ \rightarrow (\text{مساحت صفحات})\ (m^2)}{d\ \rightarrow (\text{فاصلهٔ بین صفحات})\ (m)}$$

۱- ظرفیت خازن با فاصلهٔ بین صفحات خازن، رابطهٔ عکس دارد.

۲- ظرفیت خازن با مساحت مشترک صفحات خازن، رابطهٔ مستقیم دارد.

نکته

۱- ضریب دی‌الکتریک، ضریبی بدون یکا است.

۲- ضریب دی‌الکتریک خلأ برابر با یک است و ضریب دی‌الکتریک سایر رساناها از یک بیش‌تر است، بنابراین کمینه مقدار ممکن برای ضریب دی‌الکتریک برابر یک است.

ماز

۵۲- چه تعداد از عبارات زیر نادرست است؟

الف ـ قانون اهم برای فلزات و بسیاری از رساناهای غیرفلزی در دمای ثابت، برقرار است.

ب ـ برای ساخت رئوستا از سیمی با مقاومت ویژهٔ بسیار پایین استفاده می‌شود.

ج ـ کاهش طول رسانا، مقاومت ویژهٔ آن را کاهش می‌دهد.

د ـ مقاومت الکتریکی یک لامپ رشته‌ای، هنگامی که روشن است، بیش‌تر از حالتی است که خاموش است.

۱) ۴ ۲) ۳ ۳) ۲ ۴) ۱

پاسخ: گزینهٔ ۳ (آسان ـ خط‌به‌خط ـ سریع ـ صفحهٔ ۵۷ ـ ۱۱۰۲)

بررسی موارد:

الف) طبق متن کتاب، قانون اُهم برای فلزات و بسیاری از رساناهای غیرفلزی در دمای ثابت برقرار است. (✓)

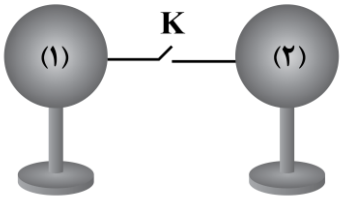
ب) برای ساخت رئوستا از سیمی با مقاومت ویژهٔ نسبتاً **زیاد** استفاده می‌شود. (✗)

ج) مقاومت ویژه به ساختار اتمی و دما بستگی دارد و **مستقل از ابعاد است**. (✗)

د) هنگامی که جریان از رسانا عبور می‌کند، دمای آن افزایش پیدا می‌کند و درنتیجه مقاومت الکتریکی آن نیز افزایش می‌یابد. (✓)

ماز

۵۳- در شکل زیر، دو کرهٔ رسانای هم‌اندازه و مشابه که بر روی پایه‌های عایق قرار دارند، نشان داده شده است. کرهٔ (۱) خنثی و کرهٔ (۲) دارای بار q' است. اگر کلید K را ببندیم، بعد از ۲s کره‌ها به تعادل الکتروستاتیکی می‌رسند. اگر جریان الکتریکی متوسط درون سیم در این مدت برابر ۴mA و به سمت چپ باشد، q' چند میلی‌کولن است؟



۱) ۸-

۲) ۱۶-

۳) ۸+

۴) ۱۶+

پاسخ: گزینهٔ ۴ (متوسط ـ محاسباتی ـ استاندارد ـ صفحهٔ ۴۷ ـ ۱۱۰۲)

دقت شود بار اولیهٔ کرهٔ (۲) مثبت است. چون با اتصال آن به کرهٔ خنثی، جریان درون سیم به سمت چپ بوده است، پس جهت حرکت الکترون درون سیم به سمت راست بوده است.

ابتدا بار عبوری از سیم را به‌دست می‌آوریم:

$$I_{av} = \frac{\Delta q}{\Delta t} \Rightarrow ۴\times ۱۰^{-۳} = \frac{\Delta q}{۲} \Rightarrow \Delta q = ۸\times ۱۰^{-۳}\,C = ۸mC$$

چون کرهٔ (۱) ابتدا خنثی بوده است و حین تماس دو کره، ۸mC بار جابه‌جا شده است، پس بار نهایی کرهٔ (۱)، همان ۸mC می‌شود. با توجه به این‌که کره‌ها مشابه هستند و بار نهایی دو کره، برابر با میانگین بار اولیهٔ کره‌ها است، خواهیم داشت:

$$q'_۱ = q'_۲ = \frac{q_۱ + q_۲}{۲} \Rightarrow ۸ = \frac{۰ + q_۲}{۲} \Rightarrow q_۲ = q' = ۱۶\text{mC}$$

جریان الکتریکی

آهنگ شارش بار الکتریکی در یک سیم معادل با جریان الکتریکی گذرنده از آن سیم است:

$$I_{av} = \frac{\Delta q}{\Delta t}$$

Δq : بار الکتریکی شارش‌شده با یکای کولن (C)

Δt : مدت‌زمان عبور بار الکتریکی با یکای ثانیه (s)

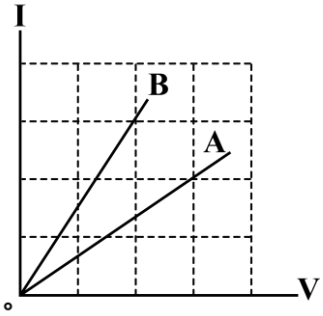
I_{av} : جریان الکتریکی متوسط با یکای آمپر (A)

در مورد جریان الکتریکی به نکات زیر توجه کنید:

۱- جریان الکتریکی یک کمیت نرده‌ای است.

۲- یکای جریان الکتریکی برابر با **آمپر** است که معادل با **کولن بر ثانیه** می‌باشد. دقت کنید که آمپر یکی از هفت یکای اصلی SI است.

۵۴- نمودار زیر، رابطهٔ بین جریان الکتریکی عبوری از دو رسانای A و B و اختلاف پتانسیل الکتریکی دو سر آن رساناها را نشان می‌دهد. اگر مقاومت الکتریکی رسانای A برابر ۱۸Ω باشد، مقاومت الکتریکی رسانای B چند اهم است؟



۱) ۸

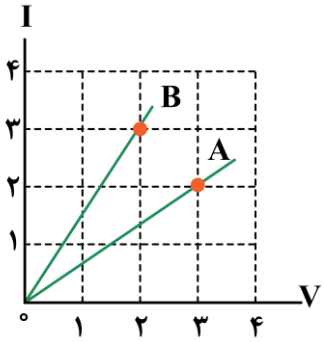
۲) ۱۲

۳) ۴۰/۵

۴) ۱۸

پاسخ: گزینهٔ ۱ (آسان ـ محاسباتی ـ استاندارد ـ صفحهٔ ۴۹ ـ ۱۱۰۲)

با توجه به نمودار و قانون اهم داریم:



$$R = \frac{V}{I} \Rightarrow \frac{R_B}{R_A} = \frac{V_B}{V_A} \times \frac{I_A}{I_B}$$

$$\Rightarrow \frac{R_B}{۱۸} = \frac{۲}{۳} \times \frac{۲}{۳} \Rightarrow R_B = ۸\Omega$$

قانون اُهم

۱- اگر اختلاف پتانسیل الکتریکی دو سر یک رسانا برابر با V و جریان عبوری از آن برابر با I باشد، در این صورت مقاومت الکتریکی رسانا برابر است با:

$V = RI \rightarrow$ قانون اُهم

V : اختلاف پتانسیل الکتریکی با یکای ولت (V) I : جریان الکتریکی با یکای آمپر (A) R : مقاومت الکتریکی با یکای اُهم

تذکر

قانون اُهم برای فلزات و بسیاری از رساناهای غیرفلزی در دمای ثابت برقرار است.

نکته

مقدار مقاومت الکتریکی به ساختمان و دمای رسانا وابسته است و با تغییر ولتاژ یا جریان تغییر نمی‌کند.

۲- رساناهای الکتریکی به دو دستهٔ اُهمی و غیراُهمی تقسیم می‌شوند. اگر مقاومت الکتریکی یک رسانا در ولتاژهای مختلف (در دمای ثابت)، مقدار ثابتی باشد، گفته می‌شود که آن وسیله از قانون اهم پیروی می‌کند و آن وسیله را مقاومت یا رسانای اُهمی می‌نامند.

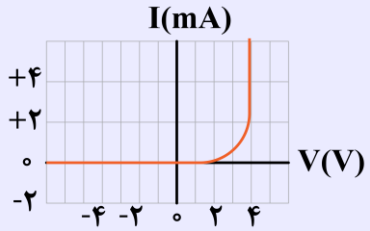
نکته

جریان عبوری از یک مقاومت اُهمی همواره با اختلاف پتانسیل الکتریکی اعمال‌شده به دو سر آن رابطهٔ مستقیم دارد.

۳- مطابق قانون اُهم، برای یک مقاومت الکتریکی، نمودار تغییرات ولتاژ برحسب جریان الکتریکی و نمودار تغییرات جریان الکتریکی برحسب ولتاژ، مطابق شکل زیر به‌صورت یک خط راست صعودی است.



۴- برخلاف مقاومت‌های اُهمی که در آن‌ها ولتاژ و جریان باهم رابطهٔ مستقیم و خطی دارند، ولتاژ و جریان مقاومت‌های غیراُهمی دارای رابطهٔ غیرخطی با یکدیگر هستند، مثلاً شکل زیر، نمودار جریان ـ ولتاژ برای یک دیود نورگسیل (LED) را نشان می‌دهد که یک مقاومت غیراُهمی است.



دقت کنید که در دمای ثابت، نسبت ولتاژ به جریان $(\frac{V}{I})$ در مقاومت‌های اُهمی همواره ثابت است، درحالی‌که این نسبت در مقاومت‌های غیراُهمی متغیر می‌باشد.

ماز

۵۵- سیم‌کشی خانه‌ها معمولاً با سیم‌های مسی‌ای صورت می‌گیرد که قطری برابر با ۲mm دارند. مقاومت الکتریکی ۱۰۰m از این سیم‌ها در دمای اتاق چند اهم است؟ ($\pi = ۳$ و مقاومت ویژهٔ مس در دمای اتاق برابر با $۱/۸\times۱۰^{-۸}\Omega.m$ است.)

۱) ۰/۶ ۲) ۶ ۳) ۱/۸ ۴) ۱۸

پاسخ: گزینهٔ ۱ (آسان ـ محاسباتی ـ سریع ـ صفحهٔ ۵۲ ـ ۱۱۰۲)

مقاومت الکتریکی این سیم برابر است با:

$$R = \rho\frac{L}{A} = \rho\frac{L}{\pi r^{۲}} = ۱/۸\times۱۰^{-۸}\times\frac{۱۰۰}{۳\times(۱۰^{-۳})^{۲}} = ۰/۶\Omega$$

عوامل مؤثر بر مقاومت الکتریکی

۱- مقدار مقاومت الکتریکی یک سیم به ویژگی‌های ساختمانی و دمای آن وابسته است و ربطی به ولتاژ و جریان آن ندارد. مقدار مقاومت یک سیم برحسب ویژگی‌های ساختمانی آن را می‌توانیم از رابطهٔ زیر به‌دست آوریم:

$$R = \rho\frac{L}{A}$$

R : مقدار مقاومت الکتریکی با یکای اُهم (Ω)

ρ : مقاومت ویژهٔ سیم با یکای اُهم × متر $(\Omega.m)$

L : طول سیم با یکای متر (m)

A : سطح مقطع سیم با یکای مترمربع $(m^{۲})$

۲- با توجه به رابطهٔ $R=\rho\frac{L}{A}$، برای مقایسهٔ مقاومت الکتریکی دو سیم به‌صورت زیر عمل می‌کنیم:

$$R=\rho\frac{L}{A}\Rightarrow\frac{R_۲}{R_۱}=\frac{\rho_۲}{\rho_۱}\times\frac{L_۲}{L_۱}\times\frac{A_۱}{A_۲}\xrightarrow[\text{D: قطر مقطع}]{A\propto D^۲}\frac{R_۲}{R_۱}=\frac{\rho_۲}{\rho_۱}\times\frac{L_۲}{L_۱}\times(\frac{D_۱}{D_۲})^۲$$

آزمون سراسری تجربی تیرماه ۱۴۰۳

۶۲- مساحت مقطع یک ریل فلزی $۵۱cm^۲$ است. مقاومت $۱۷km$ از این ریل چند اُهم است؟ (مقاومت ویژهٔ فلز $۳\times۱۰^{-۵}\Omega.cm$ است.)

۱) ۱ ۲) ۰/۰۱ ۳) ۱۰۰ ۴) ۱۰

پاسخ تشریحی:

اگر به یکاها دقت کنیم می‌بینیم که یکای مقاومت ویژه برحسب $\Omega.cm$ است، پس برای سازگاری یکاها، در رابطهٔ زیر می‌توان طول را به cm تبدیل کرد (می‌توان همهٔ یکاها را برحسب SI نیز نوشت).

$$\Omega\leftarrow R=\underset{\Omega.cm}{\rho}\ \frac{L}{A}\begin{matrix}\rightarrow cm\\ \rightarrow cm^۲\end{matrix}$$

$$R=\rho\frac{L}{A}\Rightarrow R=(۳\times۱۰^{-۵}\Omega.cm)\times\frac{۱۷\times۱۰^{۵}cm}{۵۱cm^۲}\Rightarrow R=۱\Omega$$

پاسخ: گزینهٔ ۱

۵۶- به‌ترتیب از راست به چپ، در چشم‌های الکترونیکی از ..... و در زنگ خطر آتش از ..... استفاده می‌شود.

۱) LED ـ ترمیستور ۲) LDR ـ LDR ۳) LDR ـ ترمیستور ۴) ترمیستور ـ LDR

پاسخ: گزینهٔ ۳ (آسان ـ خط‌به‌خط ـ سریع ـ صفحهٔ ۵۹ ـ ۱۱۰۲)

از LDRها در تجهیزات گوناگونی از جمله چشم‌های الکترونیکی، دزدگیرها، کنترل‌کننده‌های خودکار و چراغ‌های روشنایی خیابان‌ها استفاده می‌شود.

اغلب از ترمیستورها به‌عنوان حسگر دما در مدارهای حساس به دما مانند زنگ خطر آتش و دماپاها و نیز در دماسنج‌ها استفاده می‌شود.

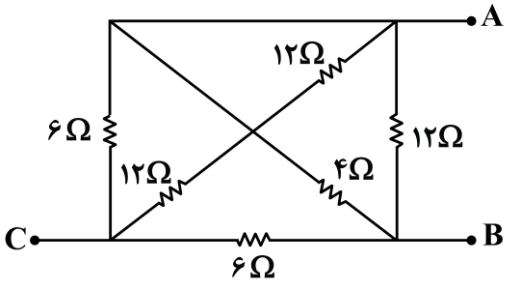
بنابراین گزینهٔ (۳) صحیح است.

دو مقاومت خاص

۱- ترمیستور: ترمیستور نوعی از مقاومت است که وابستگی مقاومت الکتریکی آن به دما با مقاومت‌های الکتریکی معمولی متفاوت است. اغلب از ترمیستورها به‌عنوان حسگر دما در مدارهای حساس به دما مانند زنگ خطر آتش و دماپاها و نیز در دماسنج‌ها استفاده می‌شود.

۲- مقاومت‌های نوری (LDR): مقاومت نوری نوعی مقاومت است که مقاومت الکتریکی آن به میزان نور تابیده‌شده به آن بستگی دارد، به‌طوری‌که با افزایش شدت نور، از مقاومت آن کاسته می‌شود. مثلاً یک نوع LDR در تاریکی، مقاومتی چند مگااُهمی دارد، درحالی‌که در یک نور مناسب، مقاومت آن به چند صد اُهم می‌رسد. نوعی از این مقاومت‌ها از جنس نیم‌رسانای خالص، مانند سیلیسیم هستند که با افزایش شدت نور تابیده‌شده، بر تعداد حامل‌های بار الکتریکی آن‌ها افزوده شده و درنتیجه از مقاومت آن‌ها کاسته می‌شود.

۵۷- در شکل زیر، مقاومت معادل بین نقاط A و C چند برابر مقاومت معادل بین نقاط A و B است؟

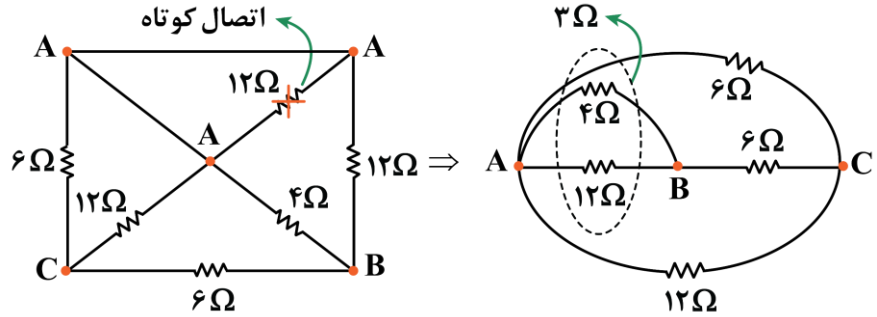


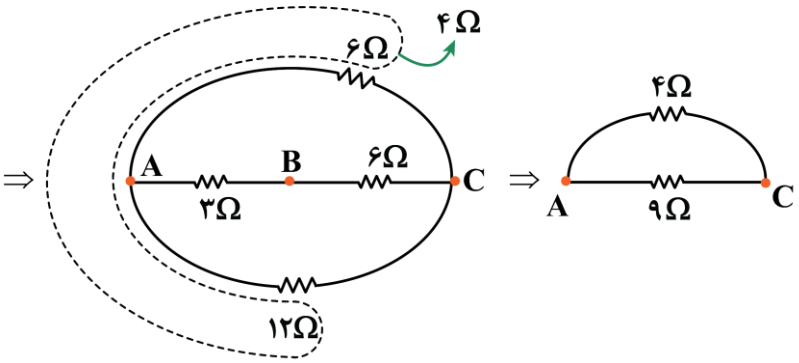
۱) $\frac{۵}{۶}$ ۲) $\frac{۱۳}{۷}$ ۳) $\frac{۱۳}{۱۵}$ ۴) $\frac{۶}{۵}$

پاسخ: گزینهٔ ۴ (سخت ـ محاسباتی ـ زمان‌بَر ـ صفحهٔ ۷۳ ـ ۱۱۰۲)

کام اول

با استفاده از روش نام‌گذاری گره‌ها مدار را ساده می‌کنیم و مقاومت معادل بین نقاط A و C را به‌دست می‌آوریم:

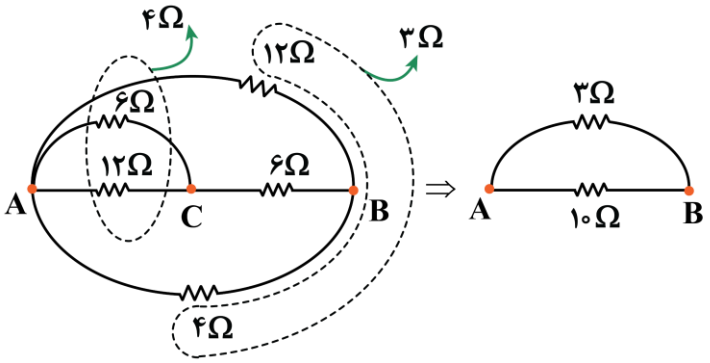




$$\Rightarrow R_{eq}=\frac{۹\times ۴}{۹+۴}=\frac{۳۶}{۱۳}\Omega=R_{AC}$$

کام دوم

با استفاده از روش نام‌گذاری گره‌ها، مدار را ساده کرده و مقاومت معادل بین نقطهٔ A و B را به‌دست می‌آوریم:



$$R'_{eq}=\frac{۳\times ۱۰}{۳+۱۰}=\frac{۳۰}{۱۳}\Omega=R_{AB}$$

کام آخر

بنابراین نسبت خواسته‌شده برابر است با:

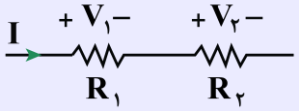
$$\frac{R_{AC}}{R_{AB}}=\frac{\frac{۳۶}{۱۳}}{\frac{۳۰}{۱۳}}=\frac{۳۶}{۳۰}=\frac{۶}{۵}$$

سوتی‌های پرتکرار

اگر نسبت خواسته‌شده را برعکس به‌دست آورید، در دام گزینهٔ (۱) می‌افتید!

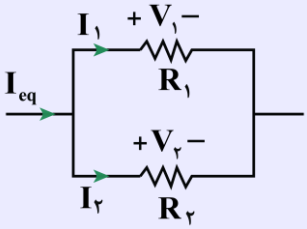
مقاومت معادل

۱- هنگامی‌که دو مقاومت بدون هیچ انشعابی با یک سیم به‌هم بسته شده باشند، به اتصال آن‌ها سری یا متوالی می‌گوییم. در مقاومت‌های متوالی روابط زیر برقرار است:



$$R_{eq} = R_۱ + R_۲$$
$$I_{eq} = I_۱ = I_۲ = I$$
$$V_{eq} = V_۱ + V_۲$$

۲- هنگامی‌که دو سر دو مقاومت با سیم رسانا به‌هم متصل باشد، این دو مقاومت به‌صورت موازی به‌هم متصل شده‌اند. در مقاومت‌های موازی روابط زیر برقرار است:

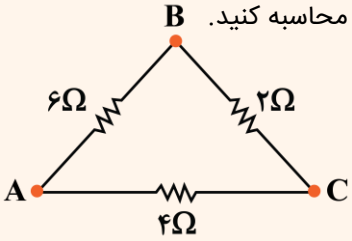


$$\frac{۱}{R_{eq}} = \frac{۱}{R_۱} + \frac{۱}{R_۲} \Rightarrow R_{eq} = \frac{R_۱ R_۲}{R_۱ + R_۲}$$
$$I_{eq} = I_۱ + I_۲$$
$$V_{eq} = V_۱ = V_۲$$

۳- مقاومت معادل بین دو نقطهٔ A و B به این معنی است که یک سیم به نقطهٔ A وارد شده است و یک سیم از نقطهٔ B خارج شده است. به مثال زیر توجه کنید.

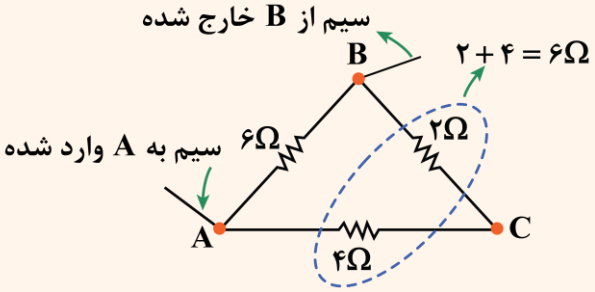
یه نمونهٔ باحال

در شکل مقابل، مقاومت معادل بین نقاط A و B و مقاومت معادل بین نقاط A و C را محاسبه کنید.



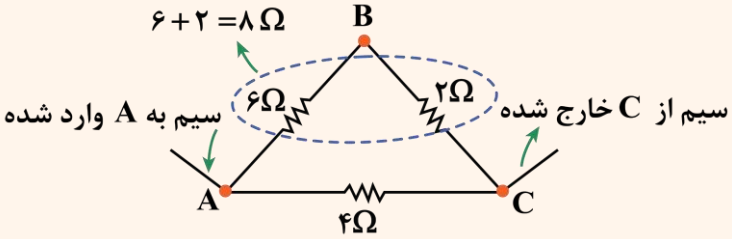
پاسخ تشریحی:

حالت اول: ابتدا مقاومت معادل بین نقاط A و B را محاسبه می‌کنیم. در این حالت مقاومت‌های ۲Ω و ۴Ω باهم متوالی هستند و مقاومت معادل آن‌ها با مقاومت ۶Ω موازی است؛ بنابراین داریم:



$$R_{AB} = \frac{۶ \times ۶}{۶ + ۶} = \frac{۳۶}{۱۲} = ۳\Omega$$

حالت دوم: مقاومت معادل بین نقاط A و C را محاسبه می‌کنیم. در این حالت مقاومت‌های ۲Ω و ۶Ω متوالی هستند و مقاومت معادل آن‌ها با مقاومت ۴Ω موازی است. درنتیجه:



$$R_{AC} = \frac{۸ \times ۴}{۸ + ۴} = \frac{۳۲}{۱۲} = \frac{۸}{۳}\Omega$$

یه نمونهٔ باحال

در مثال قبل، اگر یک باتری آرمانی ۲۴ ولتی را یک بار بین A و B و بار دیگر بین A و C ببندیم، جریان خروجی از آن در هر حالت چند آمپر می‌شود؟

پاسخ تشریحی:

اگر باتری بین A و B بسته شود، مقاومت معادل مدار ۳Ω است و داریم:

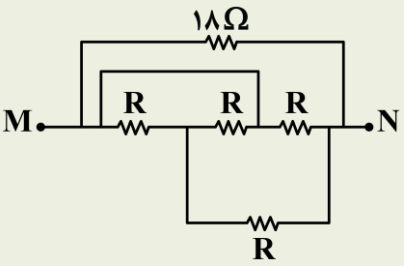
$$I_۱=\frac{\varepsilon}{R_{AB}+r}=\frac{۲۴}{۳+۰}=۸A$$

اگر باتری بین A و C بسته شود، مقاومت معادل مدار $\frac{۸}{۳}\Omega$ است و داریم:

$$I_۲=\frac{\varepsilon}{R_{AC}+r}=\frac{۲۴}{\frac{۸}{۳}+۰}=۹A$$

آزمون سراسری ریاضی ۱۳۹۸

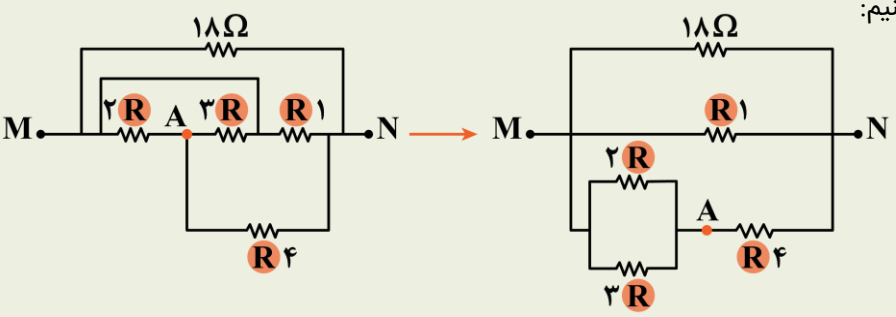
۶۵- در مدار مقابل، مقاومت معادل بین دو نقطهٔ M و N برابر $\frac{R}{۲}$ است. R چند اُهم است؟



۱) ۱۸ ۲) ۱۲
۳) ۶ ۴) ۳

پاسخ تشریحی:

ابتدا به روش نقاط هم‌پتانسیل، مدار را ساده‌تر می‌کنیم:



شاخهٔ پایینی: $R_{eq_۱}=\frac{R}{۲}\Rightarrow R_{eq_۲}=\frac{R}{۲}+R=\frac{۳}{۲}R$

و درنهایت $\Rightarrow \frac{۱}{R_{eq}}=\frac{۱}{۱۸}+\frac{۱}{R}+\frac{۱}{\frac{۳}{۲}R}\Rightarrow \frac{۲}{R}=\frac{۱}{۱۸}+\frac{۱}{R}+\frac{۲}{۳R}\Rightarrow \frac{۱}{۳R}=\frac{۱}{۱۸}\Rightarrow R=۶\Omega$

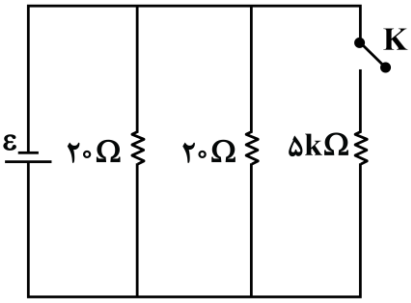
پاسخ: گزینهٔ ۳

نکتهٔ تستی

اگر دو مقاومت $R_۱$ و $R_۲$ باهم موازی و برابر باهم باشند داریم:

$$R_{eq}=\frac{R_۱R_۲}{R_۱+R_۲}\xrightarrow{R_۱=R_۲=R}\frac{R^۲}{۲R}=\frac{R}{۲}$$

۵۸- در مدار شکل زیر، با بستن کلید K، جریان خروجی از باتری ایده‌آل، ۱۶mA تغییر می‌کند. اختلاف پتانسیل الکتریکی دو سر باتری چند ولت است؟

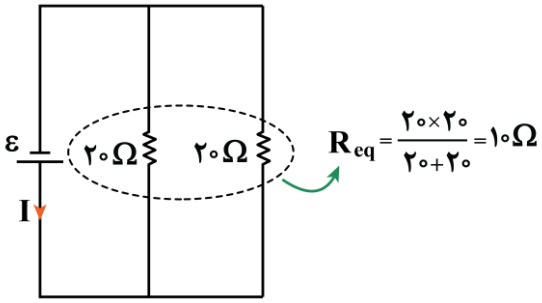


۱) ۶۴
۲) ۷۲
۳) ۸۰
۴) ۱۰۰

پاسخ: گزینهٔ ۳ (متوسط ـ محاسباتی ـ زمان‌بَر ـ صفحهٔ ۷۳ ـ ۱۱۰۲)

گام اول

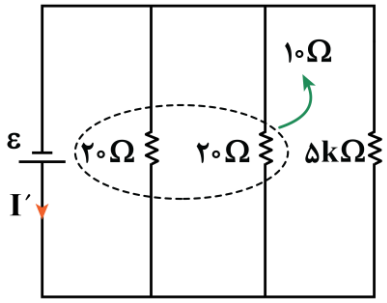
حالت اول کلید K باز است:



درنتیجه جریان خروجی از باتری برابر است با:

$$I=\frac{\varepsilon}{R_{eq}}=\frac{\varepsilon}{۱۰}$$

حالت دوم کلید K بسته است:



$$R'_{eq}=\frac{۱۰\times۵۰۰۰}{۱۰+۵۰۰۰}=\frac{۵۰۰۰۰}{۱۰+۵۰۰۰}\Omega$$

درنتیجه جریان خروجی از باتری برابر است با:

$$I'=\frac{\varepsilon}{R'_{eq}}=\frac{\varepsilon}{\frac{۵۰۰۰۰}{۱۰+۵۰۰۰}}=\frac{\varepsilon(۱۰+۵۰۰۰)}{۵۰۰۰۰}$$

گام آخر

اکنون اختلاف جریان‌های I و I' را برابر با ۱۶mA قرار می‌دهیم:

$$I'-I=\frac{\varepsilon(۱۰+۵۰۰۰)}{۵۰۰۰۰}-\frac{\varepsilon}{۱۰}=\frac{\varepsilon}{۵۰۰۰}+\frac{\varepsilon}{۱۰}-\frac{\varepsilon}{۱۰}=\frac{\varepsilon}{۵۰۰۰}$$

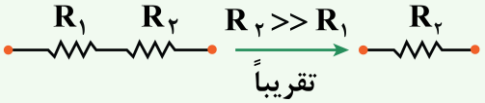
$$\Rightarrow ۱۶\times۱۰^{-۳}=\frac{\varepsilon}{۵۰۰۰}\Rightarrow\varepsilon=۸۰V$$

تذکر!

با توجه به این‌که باتری، ایده‌آل است؛ بنابراین اختلاف پتانسیل الکتریکی دو سر باتری برابر با نیروی محرکهٔ باتری است.

نکته

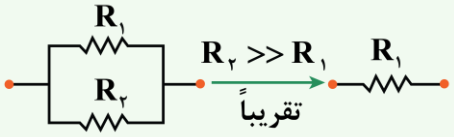
۱- اگر دو مقاومت $R_۱$ و $R_۲$ به‌طور متوالی به‌هم بسته شوند به‌طوری‌که $R_۲ >> R_۱$ باشد، مقاومت معادل آن‌ها تقریباً برابر $R_۲$ است، زیرا می‌توان از $R_۱$ در مقایسه با $R_۲$ صرف‌نظر کرد.



$$R_{eq}=R_۱+R_۲\Rightarrow R_{eq}=R_۲$$

چون $R_۱$ خیلی کوچک است، از این قسمت صرف نظر می‌کنیم.

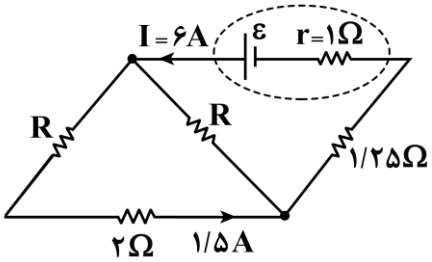
۲- اگر دو مقاومت R_1 و R_2 به‌طور موازی به‌هم بسته شوند به‌طوری‌که $R_2 >> R_1$ باشد، مقاومت معادل آن‌ها تقریباً برابر R_1 است، زیرا:



$$\frac{1}{R_{eq}}=\frac{1}{R_1}+\frac{1}{R_2}\Rightarrow R_{eq}=R_1$$

چون R_2 خیلی بزرگ است، از این قسمت صرف نظر می‌کنیم.

۵۹- نیروی محرکهٔ باتری در مدار شکل مقابل، چند ولت است؟



۱) ۱۸

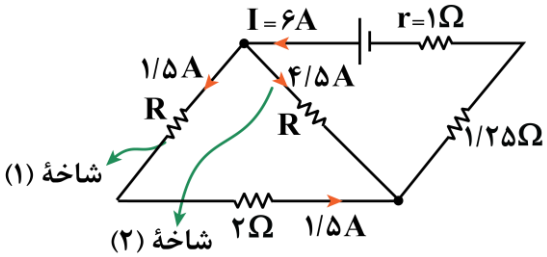
۲) ۳۶

۳) ۹

۴) ۴/۵

پاسخ: گزینهٔ ۱ (سخت ـ محاسباتی ـ زمان‌بَر ⏲ ـ صفحهٔ ۷۳ ـ ۱۱۰۲)

گام اول

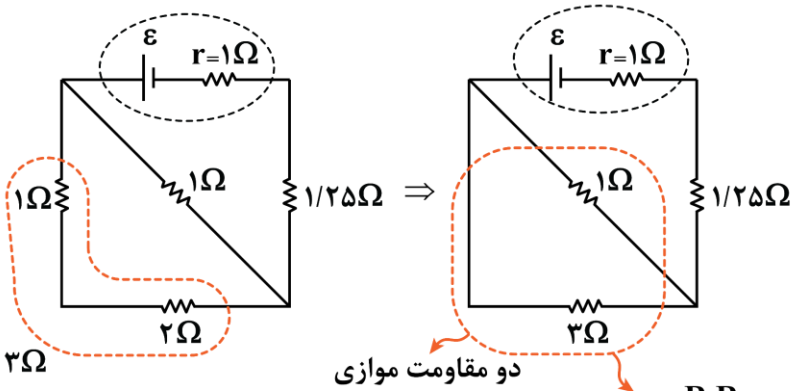


جریان خروجی از باتری برابر $6A$ و جریان عبوری از شاخهٔ (۱) برابر $1/5A$ است؛ بنابراین جریان عبوری از شاخهٔ (۲) برابر $6-1/5=4/5A$ می‌باشد. از طرفی می‌دانیم در مقاومت‌های موازی، جریان عبوری از هر شاخه با مقاومت آن شاخه رابطهٔ عکس دارد؛ بنابراین می‌توان نوشت:

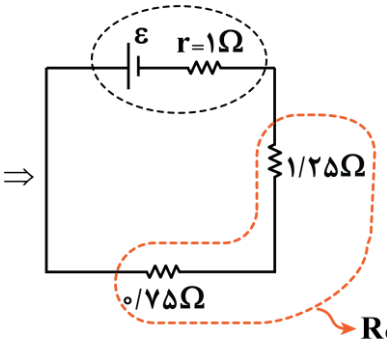
$$I\propto\frac{1}{R}\Rightarrow\frac{I_2}{I_1}=\frac{R_1}{R_2}\Rightarrow\frac{4/5}{1/5}=\frac{R+2}{R}\Rightarrow 4/5R=1/5R+3\Rightarrow 3R=3\Rightarrow R=1\Omega$$

گام دوم

مقاومت معادل مدار برابر است با:



$$R'=\frac{R_1R_2}{R_1+R_2}=\frac{3\times1}{3+1}=\frac{3}{4}=0/75\Omega$$



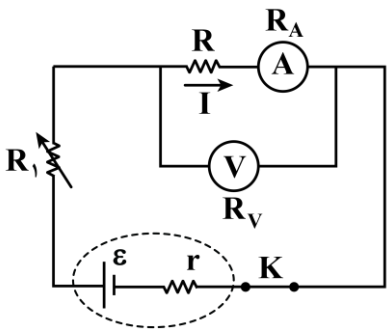
$$R_{eq}=0/75+1/25=2\Omega$$

گام آخر

حال با توجه به رابطهٔ جریان خروجی از باتری می‌توان نوشت:

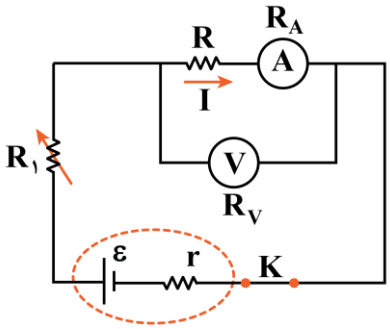
$$I=\frac{\varepsilon}{R_{eq}+r}\Rightarrow 6=\frac{\varepsilon}{2+1}\Rightarrow\varepsilon=18V$$

۶۰- در مدار شکل زیر، ولت‌سنج $24V$ و آمپرسنج $0/2A$ را نشان می‌دهد و مقاومت ولت‌سنج برابر با $R_V = 1\times10^4\Omega$ و مقاومت آمپرسنج برابر با $R_A = 1\Omega$ است. مقاومت R چند اهم است؟



۱) ۱۱
۲) ۱۲
۳) ۱۱۹
۴) ۱۲۰

پاسخ: گزینهٔ ۳ (متوسط ـ محاسباتی ـ استاندارد ـ صفحهٔ ۷۱ ـ ۱۱۰۲)

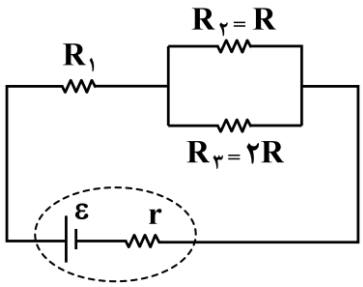


مقاومت‌های R و R_A به‌طور متوالی به‌هم بسته شده‌اند و اختلاف پتانسیل الکتریکی دو سر آن‌ها برابر با $24V$ است. با توجه به این‌که آمپرسنج جریان $0/2A$ را نشان می‌دهد و به‌طور متوالی به مقاومت R بسته شده است، جریان عبوری از این دو مقاومت نیز برابر $0/2A$ است؛ بنابراین می‌توان نوشت:

$$R_{eq} = \frac{V}{I} = \frac{24}{0/2} = 120\Omega$$

با توجه به این‌که $R_{eq} = R + R_A$ و $R_A = 1\Omega$ است، مقاومت مجهول برابر با $R = 119\Omega$ می‌شود.

۶۱- در مدار شکل زیر، اگر توان مصرفی مقاومت‌های R_1 و R_2 به‌ترتیب $900W$ و $300W$ باشد، نسبت $\frac{R_1}{R_2}$ چقدر است؟

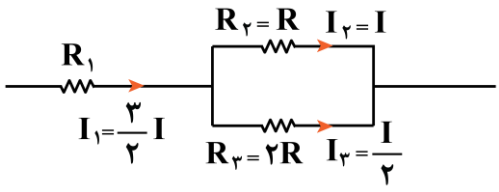


۱) $\frac{4}{3}$
۲) $\frac{4}{5}$
۳) $\frac{3}{2}$
۴) ۴

پاسخ: گزینهٔ ۱ (متوسط ـ محاسباتی ـ استاندارد ـ صفحهٔ ۷۴ ـ ۱۱۰۲)

گام اول

اگر جریان عبوری از مقاومت R_2 برابر I باشد، با توجه به قاعدهٔ تقسیم جریان در مقاومت‌های موازی می‌توان نوشت:



$$R_3 I_3 = R_2 I_2 \Rightarrow I_3 = \frac{I}{2}$$

از طرفی مجموع جریان‌های I_2 و I_3 برابر I_1 است؛ بنابراین:

$$I_1 = I_2 + I_3 = I + \frac{I}{2} = \frac{3}{2}I$$

گام دوم

حالا طبق رابطهٔ توان مصرفی مقاومت‌ها $(P = RI^2)$ می‌توانیم بنویسیم:

$$\begin{cases} P_1 = R_1 I_1^2 \Rightarrow 900 = R_1 \times \frac{9}{4} I^2 \\ P_2 = R_2 I_2^2 \Rightarrow 300 = R_2 \times I^2 \end{cases}$$

گام آخر

درنهایت با استفاده از نسبت توان‌ها، نسبت مقاومت‌ها را به‌دست می‌آوریم:

$$\frac{900}{300} = \frac{R_1}{R_2} \times \frac{9}{4} \Rightarrow \frac{R_1}{R_2} = \frac{4}{3}$$

مقایسهٔ توان مقاومت‌ها

۱- برای مقایسهٔ توان مصرفی در مقاومت‌های یک مدار، ابتدا جریان آن‌ها را باهم مقایسه می‌کنیم. در مقایسهٔ جریان‌ها به نکات زیر توجه می‌کنیم:

الف) جریان مقاومت‌های متوالی باهم برابر است.

ب) جریان مقاومت‌های موازی با اندازهٔ مقاومت رابطهٔ عکس دارد.

پ) برای مقایسهٔ جریان‌ها، جریان یکی از شاخه‌های مدار را برابر x درنظر می‌گیریم (بهتر است شاخه‌ای را انتخاب کنیم که بیش‌ترین مقاومت را دارد) و جریان سایر قسمت‌ها را برحسب x به‌دست می‌آوریم.

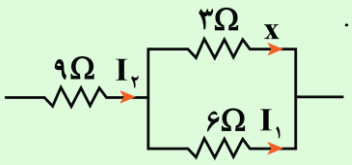
۲- پس از مقایسهٔ جریان‌ها، می‌توانیم به‌راحتی و با استفاده از رابطهٔ $P = RI^2$، توان مقاومت‌ها را با یکدیگر مقایسه کنیم.

$$P = RI^2 \Rightarrow \frac{P_2}{P_1} = \frac{R_2}{R_1} \times (\frac{I_2}{I_1})^2$$

برای آن‌که نکتهٔ بالا واضح‌تر شود، بهتر است قبل از این‌که به حل این تست بپردازیم، چند تمرین زیر را حل کنیم.

تمرین

در مدار مقابل، اگر جریان مقاومت 3Ω برابر x باشد، جریان سایر مقاومت‌ها را برحسب x به‌دست آورید.



پاسخ تشریحی:

همان‌طور که یاد گرفتید در مقاومت‌های موازی، جریان با اندازهٔ مقاومت رابطهٔ عکس دارد؛ بنابراین می‌توان نوشت:

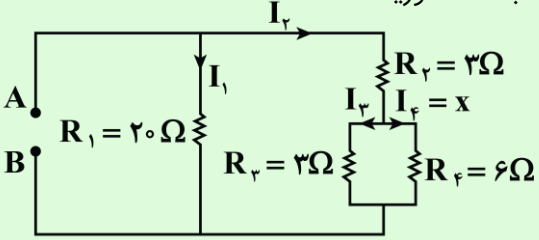
$$\frac{\text{جریان مقاومت } 6\Omega}{\text{جریان مقاومت } 3\Omega} = \frac{3}{6} \Rightarrow \frac{I_1}{x} = \frac{3}{6} \Rightarrow I_1 = \frac{x}{2}$$

همچنین جریان مقاومت 9Ω برابر مجموع جریان‌های مقاومت‌های 3Ω و 6Ω است؛ بنابراین داریم:

$$I_2 = x + \frac{x}{2} = \frac{3x}{2}$$

تمرین

در مدار زیر، اگر جریان مقاومت 6Ω برابر x باشد، جریان سایر مقاومت‌ها را برحسب x به‌دست آورید.



پاسخ تشریحی:

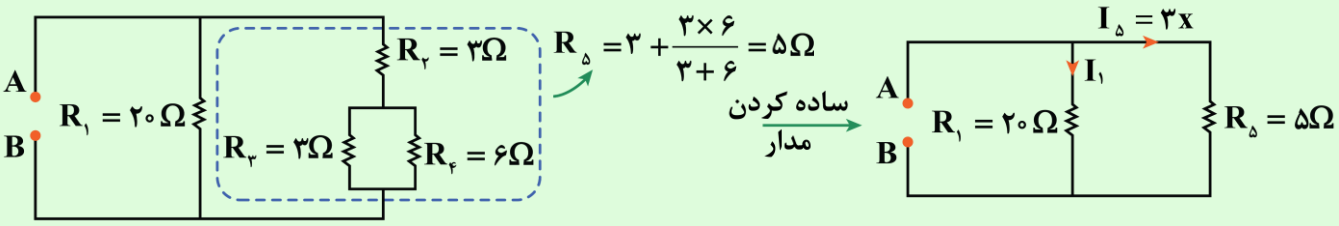
مقاومت‌های $R_۳$ و $R_۴$ باهم موازی هستند؛ بنابراین داریم:

$$\frac{I_۳}{I_۴}=\frac{R_۴}{R_۳}\Rightarrow\frac{I_۳}{x}=\frac{۶}{۳}\Rightarrow I_۳=۲x$$

جریان $I_۲$ برابر مجموع $I_۳$ و $I_۴$ است؛ بنابراین می‌توان نوشت:

$$I_۲=I_۳+I_۴=۲x+x=۳x$$

برای به‌دست آوردن جریان $I_۱$، ابتدا سمت راست مدار را ساده می‌کنیم. مقاومت‌های $R_۳$ و $R_۴$ موازی هستند و حاصل آن‌ها با $R_۲$ متوالی است؛ بنابراین داریم:

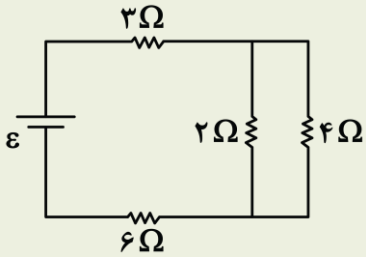


درنهایت چون مقاومت‌های $R_۱$ و $R_۵$ موازی هستند، می‌توانیم جریان $I_۱$ را هم برحسب x به‌دست آوریم.

$$\frac{I_۱}{I_۵}=\frac{R_۵}{R_۱}\Rightarrow\frac{I_۱}{۳x}=\frac{۵}{۲۰}\Rightarrow I_۱=\frac{۳}{۴}x$$

آزمون سراسری ریاضی دی‌ماه ۱۴۰۱

۶۴- در مدار مقابل، توان مصرفی مقاومت ۶ اُهمی، چند برابر توان مصرفی مقاومت ۴ اُهمی است؟



۱) ۱۳ / ۵

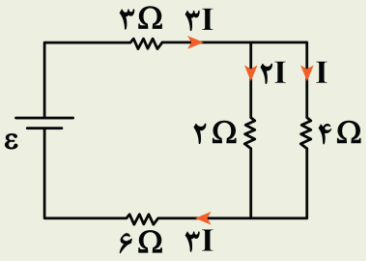
۲) ۱۲

۳) ۷ / ۵

۴) ۶

پاسخ تشریحی:

گام اول: با توجه به مقدار هر مقاومت و با توجه به این‌که در مقاومت‌های موازی، جریان با مقاومت، رابطهٔ عکس دارد، جریان را همانند شکل مقابل بین آن‌ها تقسیم می‌کنیم:



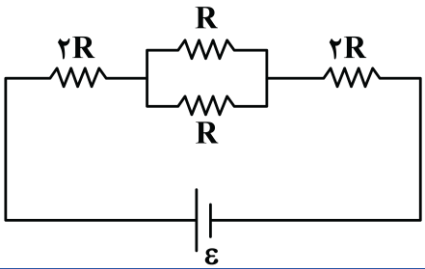
گام دوم: با داشتن جریان هر مقاومت، نسبت توان مصرفی را به‌دست می‌آوریم:

$$\frac{P_{\text{۶ اُهمی}}}{P_{\text{۴ اُهمی}}}=\frac{۶\times(۳I)^۲}{۴I^۲}=\frac{۵۴}{۴}=۱۳/۵$$

تذکر: توجه کنید که به‌دلیل خواستن نسبت توان‌های مصرفی، نیازی به دانستن دقیق جریان‌ها نبود.

پاسخ: گزینهٔ ۱

۶۲- در شکل زیر، توان خروجی باتری آرمانی ۲۰W است. اگر این چهار مقاومت را به‌صورت موازی به دو سر همین باتری ببندیم، توان خروجی باتری چند وات می‌شود؟



۱) ۲۰۰
۲) ۲۷۰
۳) ۳۲۰
۴) ۳۵۰

پاسخ: گزینهٔ ۲ (سخت ـ محاسباتی ـ زمان‌بَر ـ صفحهٔ ۷۴ ـ ۱۱۰۲)

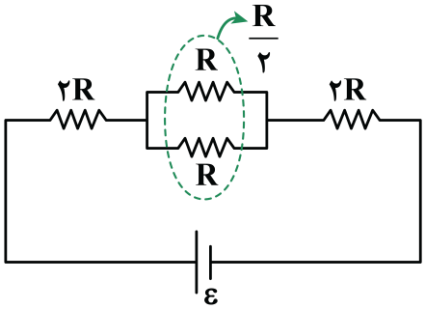
کلام اول

توان خروجی باتری از رابطهٔ $P=\frac{V_t^2}{R_{eq}}$ به‌دست می‌آید. (V_t اختلاف پتانسیل الکتریکی دو سر باتری است.)

با توجه به این‌که باتری، ایده‌آل است، ولتاژ دو سر باتری مقدار ثابتی است $(V=\varepsilon)$، درنتیجه در این حالت، توان خروجی باتری با مقاومت معادل مدار، رابطهٔ وارون دارد.

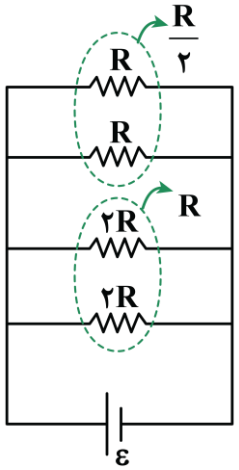
$$\frac{P'}{P}=\frac{R_{eq}}{R'_{eq}}$$

حالت اول مقاومت‌های R با یکدیگر موازی بسته شده‌اند و معادل آن‌ها با مقاومت‌های ۲R، متوالی قرار گرفته‌اند.



$$R_{eq}=۲R+\frac{R}{۲}+۲R=\frac{۹}{۲}R$$

حالت دوم همهٔ مقاومت‌ها موازی بسته شده‌اند:



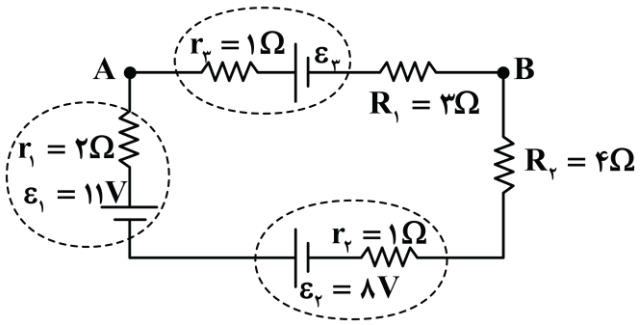
$$R'_{eq}=\frac{R\times\frac{R}{۲}}{R+\frac{R}{۲}}=\frac{R}{۳}$$

کلام آخر

اکنون توان خروجی باتری در حالت دوم را به‌دست می‌آوریم.

$$\frac{P'}{P}=\frac{R_{eq}}{R'_{eq}}\Rightarrow\frac{P'}{۲۰}=\frac{\frac{۹}{۲}R}{\frac{۱}{۳}R}\Rightarrow P'=۲۷۰W$$

۶۳- در مدار شکل زیر، پتانسیل الکتریکی نقطهٔ A، ۲۶V بیش‌تر از پتانسیل الکتریکی نقطهٔ B است. نیروی محرکهٔ ε_3 چند ولت است؟



۱) ۳۰
۲) ۸
۳) ۱۲
۴) ۳۴

پاسخ: گزینهٔ ۱ (سخت ـ محاسباتی ـ زمان‌بَر ـ صفحهٔ ۶۶ ـ ۱۱۰۲)

کام اول

ابتدا اختلاف پتانسیل الکتریکی بین نقاط A و B را نوشته و جریان را محاسبه می‌کنیم. جهت جریان را پادساعتگرد فرض کرده، در صورت منفی به‌دست آمدن جریان، جهت صحیح آن ساعتگرد خواهد بود.

$$V_A - \varepsilon_1 - Ir_1 - \varepsilon_2 - Ir_2 - IR_2 = V_B$$
$$\Rightarrow V_A - V_B = 11 + 2I + 8 + I + 4I = 19 + 7I$$
$$\Rightarrow 26 = 19 + 7I \Rightarrow I = 1A$$

بنابراین جهت جریان، پادساعتگرد است.

کام آخر

حال رابطهٔ جریان کل مدار را نوشته و ε_3 را محاسبه می‌کنیم:

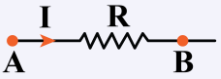
$$I = \frac{\varepsilon_3 - \varepsilon_2 - \varepsilon_1}{R_{eq} + r} \Rightarrow 1 = \frac{\varepsilon_3 - 8 - 11}{11} \Rightarrow \varepsilon_3 = 30V$$

پتانسیل‌نویسی

در مدارهای الکتریکی با حرکت از یک نقطهٔ مدار و محاسبهٔ اختلاف پتانسیل اجزای مختلف، می‌توانیم به نقاط دیگر مدار برسیم و اختلاف پتانسیل الکتریکی نقاط مختلف مدار را به‌دست آوریم. برای این کار از تکنیک پتانسیل‌نویسی استفاده می‌کنیم که به شرح زیر است:

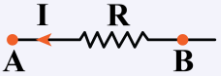
۱- هنگامی که به یک مقاومت الکتریکی (مقاومت داخلی باتری یا سایر مقاومت‌های مدار) رسیدیم به‌صورت زیر عمل می‌کنیم:

الف) اگر درحال حرکت **در جهت جریان** بودیم، پتانسیل الکتریکی به‌اندازهٔ RI **کاهش** می‌یابد و تغییرات ولتاژ برابر $(-RI)$ است.



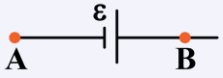
$$V_A - RI = V_B$$

ب) اگر درحال حرکت **در خلاف جهت جریان** بودیم، پتانسیل الکتریکی به‌اندازهٔ RI **افزایش** می‌یابد و تغییرات ولتاژ برابر $(+RI)$ است.



$$V_A + RI = V_B$$

۲- هنگامی که به باتری آرمانی رسیدیم، اگر **از سر مثبت باتری خارج** شویم، پتانسیل الکتریکی به‌اندازهٔ ε **افزایش** می‌یابد و تغییرات ولتاژ برابر $(+\varepsilon)$ است. همچنین اگر **از سر منفی باتری خارج** شویم، پتانسیل الکتریکی به‌اندازهٔ ε **کاهش** می‌یابد و تغییرات ولتاژ برابر $(-\varepsilon)$ است.



$$V_A + \varepsilon = V_B$$

۳- **پتانسیل الکتریکی زمین** که معمولاً با نماد ⏚ در مدار مشخص می‌شود، طبق قرارداد، برابر **صفر** است.

۶۴- کدام‌یک از عبارت‌های زیر در مورد خطوط میدان مغناطیسی درست هستند؟

الف ـ جهت خط‌های میدان مغناطیسی همواره از N به S است.

ب ـ خط‌های میدان مغناطیسی هرگز یکدیگر را قطع نمی‌کنند.

ج ـ هرجا تراکم خط‌های میدان مغناطیسی، بیش‌تر باشد، میدان در آن ناحیه بزرگ‌تر است.

د ـ هر یک از خط‌های میدان مغناطیسی، یک حلقهٔ بسته را تشکیل می‌دهند.

۱) «الف»، «ج» و «د» ۲) «ب»، «ج» و «د» ۳) «الف»، «ب» و «ج» ۴) فقط «ج» و «د»

پاسخ: گزینهٔ ۲ (آسان ـ خط‌به‌خط ـ سریع ـ صفحهٔ ۸۶ ـ ۱۱۰۳)

عبارت‌های «ب»، «ج» و «د» درست هستند.

بررسی موارد نادرست:

جهت میدان مغناطیسی در داخل آهنربا از S به N است.

میدان مغناطیسی

خاصیتی اطراف آهنربا که به واسطهٔ آن می‌تواند به آهن یا آهنرباهای اطراف خود نیرو وارد کند.

جهت میدان مغناطیسی را با استفاده از عقربهٔ مغناطیسی تعیین می‌کنند. قطب N عقربه جهت میدان مغناطیسی در آن نقطه را نشان می‌دهد.

میدان مغناطیسی یکنواخت

میدان مغناطیسی یکنواخت، میدانی می‌باشد که اندازه و جهت آن در تمام نقاط، ثابت و یکسان است. برای نمایش هر نوع میدان یکنواخت از خط‌های راست، موازی و هم‌فاصله استفاده می‌شود.

خطوط میدان مغناطیسی

میدان مغناطیسی را با خطوطی جهت‌دار نمایش می‌دهند که به آن‌ها خطوط میدان مغناطیسی می‌گویند.

ویژگی‌های خطوط میدان مغناطیسی

- در هر نقطه از فضا، بردار میدان مغناطیسی، برداری است مماس بر خطوط میدان در آن نقطه و هم‌جهت با خطوط میدان
- این خطوط بسته هستند. جهت خطوط خارج از آهنربا از قطب N به قطب S و در داخل آهنربا از قطب S به قطب N است.
- این خطوط یکدیگر را قطع نمی‌کنند، بنابراین از هر نقطه از فضا حداکثر یک خط میدان مغناطیسی عبور می‌کند.
- در نواحی که اندازهٔ میدان، بزرگ‌تر است، خطوط میدان به هم نزدیک‌تر و متراکم‌تر هستند.

۶۵- ذرهٔ بارداری با جرم ناچیز با سرعت $\vec{v}$ در امتداد افق (راستای شرق ـ غرب) وارد فضایی می‌شود که در آن میدان‌های الکتریکی و مغناطیسی یکنواخت $\vec{E}$ و $\vec{B}$ وجود دارند. میدان مغناطیسی $0/15\,T$ و به سمت جنوب و میدان الکتریکی $600\,\frac{N}{C}$ و به سمت پایین است. حداقل سرعت ذره چند متر بر ثانیه و در چه جهتی باشد تا بدون انحراف در همان مسیر به حرکت خود ادامه دهد؟ (از نیروی مقاومت هوا و اصطکاک صرف‌نظر کنید.)

۱) ۲۵۰۰، شرق ۲) ۲۵۰۰، غرب ۳) ۴۰۰۰، شرق ۴) ۴۰۰۰، غرب

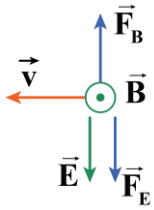
پاسخ: گزینهٔ ۴ (متوسط ـ استدلالی ـ استاندارد ـ صفحهٔ ۸۹ ـ ۱۱۰۳)

با توجه به جرم ناچیز ذره، بر ذره دو نیروی الکتریکی و مغناطیسی وارد می‌شوند. شرط این‌که ذره از مسیر خود منحرف نشود این است که برایند نیروهای وارد بر آن صفر باشد؛ پس:

$$F_B = F_E \Rightarrow |q|vB\sin\theta = |q|E \Rightarrow v = \frac{E}{B\sin\theta}$$

$$\xrightarrow[\sin\theta = 1]{\text{حداقل تندی} \Leftarrow \text{حداکثر } \sin\theta} v = \frac{E}{B} = \frac{۶۰۰}{۰/۱۵} = ۴۰۰۰\frac{m}{s}$$

در سؤال، نوع بار ذره مشخص نشده است. با توجه به این‌که اگر علامت بار قرینه شود هم‌زمان جهت $\vec{F}_E$ و $\vec{F}_B$ تغییر می‌کنند، پس علامت بار ذره هیچ تأثیری در حل سؤال ندارد. با فرض این‌که بار ذره مثبت است سؤال را حل می‌کنیم:

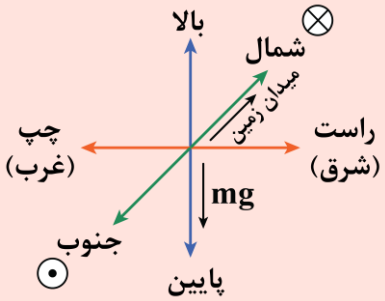


جهت میدان الکتریکی به سمت پایین است. با توجه به فرض مثبت بودن بار، جهت نیروی الکتریکی هم به سمت پایین می‌باشد. برای این‌که نیروهای الکتریکی و مغناطیسی بتوانند یکدیگر را خنثی کنند، جهت نیروی مغناطیسی باید به سمت بالا (خلاف جهت $\vec{F}_E$) باشد.

به کمک قاعدهٔ دست راست متوجه می‌شویم جهت سرعت ذره باید **به سمت غرب** باشد.

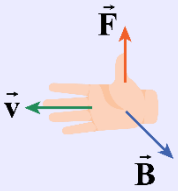
تذکر!

در حل این تست جهت‌های جغرافیایی مطابق شکل زیر انتخاب شده است.



جهت نیروی مغناطیسی وارد بر ذرهٔ باردار متحرک

اگر ذرهٔ باردار q با سرعت $\vec{v}$ در میدان مغناطیسی $\vec{B}$ حرکت کند، میدان مغناطیسی می‌تواند به ذره نیروی $\vec{F}$ را وارد کند. جهت این نیرو مطابق قاعدهٔ دست راست تعیین می‌شود:

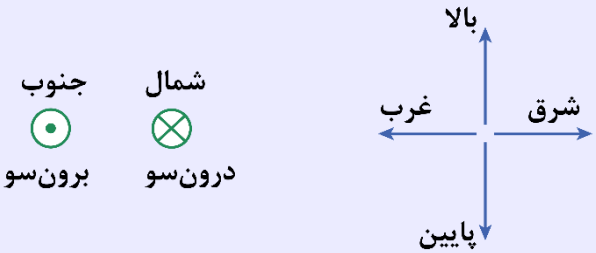


اگر دست راست را طوری نگه داریم که انگشتان بازشدهٔ ما در جهت $\vec{v}$ باشد، به‌گونه‌ای که وقتی چهار انگشت را در جهت چرخش طبیعی خم کنیم، در جهت $\vec{B}$ قرار گیرد، انگشت شست ما در جهت نیروی وارد بر ذرهٔ باردار مثبت خواهد بود.

تذکر!

نیروی وارد بر ذرهٔ باردار منفی، در خلاف جهت نیروی وارد بر ذرهٔ باردار مثبت است.

قرارداد تعیین جهت:



[با این قرارداد برو تا چپ و راستشو اشتباه نکنی]

نکته

بردار $\vec{F}$ همواره بر دو بردار $\vec{v}$ و $\vec{B}$ عمود است.

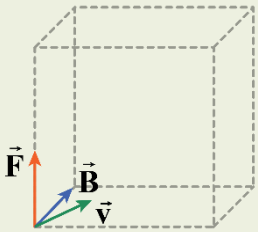
آزمون سراسری تجربی خارج از کشور ۱۳۹۹

در مکانی، میدان مغناطیسی یکنواخت و افقی و جهت آن به سمت شمال جغرافیایی است. اگر در این مکان یک ذرهٔ آلفا با سرعت $\vec{v}$ در راستای افقی به سمت شمال شرقی در حرکت باشد، نیروی مغناطیسی وارد بر ذره در آن لحظه به کدام جهت است؟

۱) راستای قائم به سمت بالا
۲) افقی به سمت شمال غربی
۳) راستای قائم به سمت پایین
۴) افقی به سمت جنوب شرقی

پاسخ تشریحی:

بار ذرهٔ آلفا مثبت بوده و برای تعیین جهت نیروی مغناطیسی وارد بر آن از قاعدهٔ دست راست استفاده می‌کنیم. [مراقب باش تو دام گزینهٔ ۲ نیفتی ☺]





پاسخ: گزینهٔ ۱

بزرگی نیروی مغناطیسی وارد بر ذرهٔ باردار متحرک

$$F = |q| vB\sin\theta$$

F: مقدار نیرو (N)
$|q|$: اندازهٔ بار الکتریکی (C)
v: تندی $(\frac{m}{s})$
B: میدان مغناطیسی (T)
θ: زاویهٔ بین بردار $\vec{v}$ و بردار $\vec{B}$

نکات

۱- یکای میدان مغناطیسی در SI، تسلا (T) است.

$$1T = 1\frac{N}{A.m}$$

۲- هر گاوس (G) برابر با $10^{-4}T$ است.

۳- درصورتی‌که بردار $\vec{v}$ عمود بر بردار $\vec{B}$ باشد، بزرگی نیروی مغناطیسی بیشینه $(F_{max} = |q| v.B)$ و درصورتی‌که بردار $\vec{v}$ و $\vec{B}$ هم‌راستا باشند، بزرگی نیروی مغناطیسی صفر است.

۴- اگر مسیر حرکت ذره قسمتی از یک دایره باشد، نیروی مغناطیسی وارد بر ذره به سمت مرکز دایره است و بردار سرعت بر مسیر حرکت مماس است.

۵- کار نیروی مغناطیسی بر روی ذرهٔ باردار متحرک صفر است و این نیرو تندی ذره را تغییر نمی‌دهد.

ذرهٔ باردار متحرک تحت تأثیر میدان الکتریکی و میدان مغناطیسی

اگر ذرهٔ باردار با سرعت $\vec{v}$ در دو میدان مغناطیسی $\vec{B}$ و الکتریکی $\vec{E}$ که بر هم عمود هستند، عمود بر $\vec{B}$ حرکت کند، سه حالت داریم:

۱- نیروی حاصل از میدان الکتریکی و نیروی حاصل از میدان مغناطیسی یکدیگر را خنثی کنند، ذره با تندی ثابت حرکت می‌کند و از مسیر منحرف نمی‌شود. در این صورت تندی حرکت ذره برابر است با:

$$v = \frac{E}{B}$$

۲- نیروی الکتریکی و نیروی مغناطیسی، هم‌جهت باشند، در این صورت داریم:

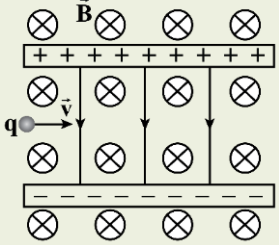
$$F_{net} = F_E + F_B$$

۳- نیروی الکتریکی و نیروی مغناطیسی، بر هم عمود باشند، در این صورت داریم:

$$F_{net} = \sqrt{F_E^{۲} + F_B^{۲}}$$

آزمون سراسری تجربی ۱۴۰۰

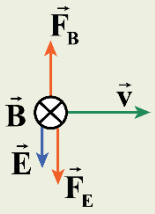
مطابق شکل زیر، ذره‌ای به بار $q = ۲\mu C$ با جرم ناچیز با تندی $v = ۲\times ۱۰^{۴}\ \frac{m}{s}$ در جهت نشان‌داده‌شده که عمود بر میدان‌های یکنواخت $B = ۰/۰۲T$ و $E = ۵۰۰\ \frac{N}{C}$ است، وارد فضای این میدان‌ها می‌شود. نیروی خالص وارد بر این ذره در لحظهٔ ورود به میدان‌ها چند نیوتون است؟



۱) صفر ۲) ۳×۱۰^{-۴} ۳) ۲×۱۰^{-۴} ۴) $۱/۸\times ۱۰^{-۳}$

پاسخ تشریحی:

جهت نیروی الکتریکی وارد بر بار مثبت در جهت میدان الکتریکی است و جهت نیروی مغناطیسی وارد بر بار مثبت را می‌توانیم به کمک قاعدهٔ دست راست مشخص کنیم.



$$F_E = E|q| \xrightarrow[q=۲\times ۱۰^{-۶}C]{E=۵۰۰\frac{N}{C}} F_E = ۵۰۰\times ۲\times ۱۰^{-۶} = ۱۰^{-۳}N$$

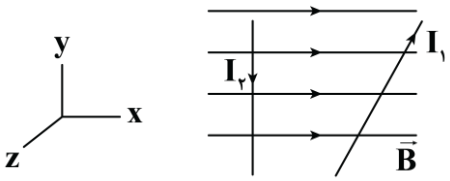
$$F_B = |q|vB\sin\theta \xrightarrow[B=۲\times ۱۰^{-۲}T\ ,\ \sin\theta=۱]{q=۲\times ۱۰^{-۶}C\ ,\ v=۲\times ۱۰^{۴}\frac{m}{s}} F_B = ۲\times ۱۰^{-۶}\times ۲\times ۱۰^{۴}\times ۲\times ۱۰^{-۲}\times ۱ = ۸\times ۱۰^{-۴}N$$

با توجه به این‌که $\vec{F}_E$ و $\vec{F}_B$ در خلاف جهت هم هستند، داریم:

$$F_{net} = F_E - F_B \xrightarrow[F_B=۸\times ۱۰^{-۴}N]{F_E=۱۰^{-۳}N} F_{net} = ۱۰^{-۳} - (۸\times ۱۰^{-۴}) = ۲\times ۱۰^{-۴}N$$

پاسخ: گزینهٔ ۳

۶۶- **مطابق شکل زیر، نیروی مغناطیسی که میدان $\vec{B}$ بر سیم (۱) وارد می‌کند در ..... و نیروی مغناطیسی که میدان $\vec{B}$ بر سیم (۲) وارد می‌کند در ..... است.**



۱) جهت محور z ـ خلاف جهت محور z

۲) جهت محور z ـ جهت محور z

۳) خلاف جهت محور z ـ جهت محور z

۴) خلاف جهت محور z ـ خلاف جهت محور z

پاسخ: گزینهٔ ۳ (آسان ـ مفهومی ـ سریع ـ صفحهٔ ۹۲ ـ ۱۱۰۳)

طبق قاعدهٔ دست راست داریم:

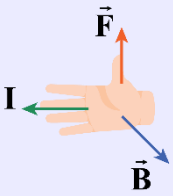


بنابراین نیروی مغناطیسی وارد بر سیم (۱) **در خلاف جهت محور z** و نیروی مغناطیسی وارد بر سیم (۲) **در جهت محور z** است.

جهت نیروی مغناطیسی وارد بر سیم حامل جریان

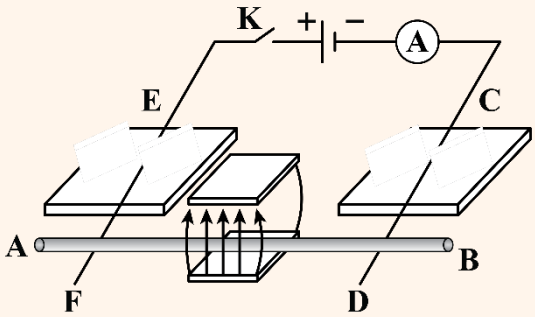
اگر از سیمی به طول ℓ که درون میدان مغناطیسی یکنواخت با اندازهٔ B قرار دارد، جریان I عبور کند، به آن نیروی مغناطیسی F وارد می‌شود. جهت این نیرو مطابق قاعدهٔ دست راست تعیین می‌شود.

اگر دست راست را طوری نگه داریم که انگشتان بازشدهٔ ما در جهت I باشد، به‌گونه‌ای که وقتی چهار انگشت را در جهت چرخش طبیعی خم کنیم، در جهت $\vec{B}$ قرار گیرد، انگشت شست ما در جهت نیروی وارد بر سیم حامل جریان خواهد بود.



یه نمونهٔ باحال

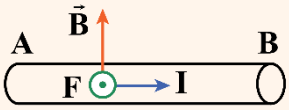
دو صفحهٔ رسانای CD و EF که در مداری شامل مولد، آمپرسنج و کلید است، توسط دو گیرندهٔ عایق به‌صورت افقی نگه داشته شده‌اند. میلهٔ رسانای AB که از بین قطب‌های یک آهنربای Uشکل عبور کرده، روی دو میلهٔ افقی CD و EF تکیه دارد. اگر کلید K را وصل کنیم، میلهٔ AB چگونه حرکت می‌کند؟



۱) به سمت بیرون آهنربا می‌لغزد.
۲) به سمت داخل آهنربا می‌لغزد.
۳) به سمت بالا پرتاب می‌شود.
۴) به تکیه‌گاه فشرده می‌شود.

پاسخ تشریحی:

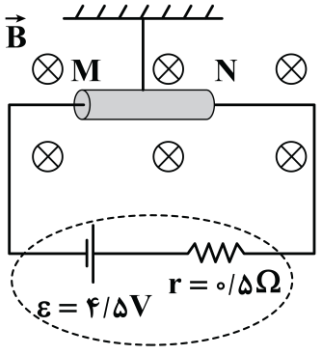
می‌دانیم جهت جریان در مدار از قطب (+) مولد به قطب (-) آن است (به‌صورت پادساعتگرد) بنابراین جهت جریان در میله از A به B است.
حال با توجه به جهت میدان مغناطیسی و جهت جریان در میله به کمک قاعدهٔ دست راست جهت نیرو را مشخص می‌کنیم.
چون جهت نیرو به‌صورت برون‌سو است، میله به سمت بیرون آهنربا می‌لغزد.



پاسخ: گزینهٔ ۱

ماز

۶۷- مطابق شکل زیر، سیم رسانای MN به طول ۱۰۰cm، سطح مقطع $۱/۹\times۱۰^{-۲}mm^۲$ و مقاومت ویژهٔ $۱/۹\times۱۰^{-۸}\Omega.m$ در میدان مغناطیسی یکنواخت $\vec{B}$ به بزرگی ۲۵۰۰G توسط نخ سبکی به سقف آویزان و درحال تعادل است. اگر جرم هر سانتی‌متر از این سیم برابر با 4g باشد، نیروی کشش نخ چند نیوتون است؟ ($g=۱۰\frac{N}{kg}$ و از وزن سایر اجزای مدار صرف‌نظر کنید.)



۱) ۰/۷۵
۲) ۳/۲۵
۳) ۴/۷۵
۴) ۵

SanjeshCloud

پاسخ: گزینهٔ ۳ (سخت ـ محاسباتی ـ استاندارد ـ صفحهٔ ۹۳ ـ ۱۱۰۳)

گام اول

ابتدا مقاومت الکتریکی سیم MN و جریان عبوری از آن را محاسبه می‌کنیم:

$$R=\rho\frac{L}{A}=۱/۹\times۱۰^{-۸}\times\frac{۱}{۱/۹\times۱۰^{-۲}\times۱۰^{-۶}}=۱\Omega$$

$$I=\frac{\varepsilon}{R+r}=\frac{۴/۵}{۱+۰/۵}=۳A$$

گام دوم

به کمک قاعدهٔ دست راست، جهت نیروی مغناطیسی وارد بر سیم رو به پایین است و اندازهٔ آن برابر با:

$$F=BI\ell\sin\theta\Rightarrow F=۰/۲۵\times۳\times۱\times\sin۹۰^\circ\Rightarrow F=۰/۷۵N$$

گام سوم

هر سانتی‌متر از این سیم، جرمی برابر با ۴g دارد؛ بنابراین ۱۰۰cm از این سیم، جرمی برابر با ۴۰۰g دارد، درنتیجه اندازهٔ نیروی وزن وارد بر این سیم برابر است با:

$$W=mg=۴۰۰\times۱۰^{-۳}\times۱۰=۴N$$

گام آخر

نیروی وزن هم رو به پایین است، پس بزرگی نیروی کشش طناب برابر خواهد بود با:

$$T=F_B+mg=۰/۷۵+۴=۴/۷۵N$$

اندازهٔ نیروی مغناطیسی وارد بر سیم حامل جریان

$$F=I\ell B\sin\theta$$

F: اندازهٔ نیروی مغناطیسی (N)　　I: جریان الکتریکی (A)

B: میدان مغناطیسی (T)　　θ: زاویهٔ بین سوی جریان و جهت میدان مغناطیسی

ℓ: طول بخشی از سیم (برحسب m) که در میدان B است.

نکات

۱- شکل سیم هرگونه باشد، نیروی مغناطیسی وارد بر آن، عمود بر راستای میدان است.

۲- اگر راستای سیم و میدان مغناطیسی یکسان باشد، نیروی وارد بر آن صفر و اگر سیم عمود بر میدان باشد، نیروی وارد بر آن بیشینه $(F_{max}=I\ell B)$ است.

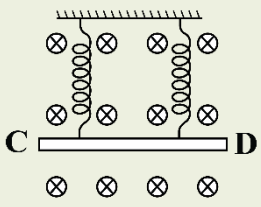
عبور سیم از بین قطب‌های یک آهنربای Uشکل که بر روی ترازو قرار دارد:

اگر $\vec{F}_B$ وارد بر سیم به سمت بالا باشد ← عدد ترازو افزایش می‌یابد. ← عدد ترازو $=mg+F_B$

اگر $\vec{F}_B$ وارد بر سیم به سمت پایین باشد ← عدد ترازو کاهش می‌یابد. ← عدد ترازو $=mg-F_B$

آزمون سراسری تجربی خارج از کشور ۱۳۹۸

۶۸- مطابق شکل زیر، میلهٔ CD به جرم ۱۶۰ گرم و طول ۸۰ سانتی‌متر به دو فنر مشابه آویخته شده و در یک میدان مغناطیسی یکنواخت که اندازهٔ آن ۰/۴ تسلا است، به‌صورت افقی قرار دارد. از میله جریان چند آمپر و در چه جهتی عبور کند تا از طرف میله بر فنرها نیرویی وارد نشود؟ $(g=۱۰\frac{m}{s^۲})$



۱) ۵ و از C به‌طرف D　　۲) ۵ و از D به‌طرف C

۳) ۲ و از C به‌طرف D　　۴) ۲ و از D به‌طرف C

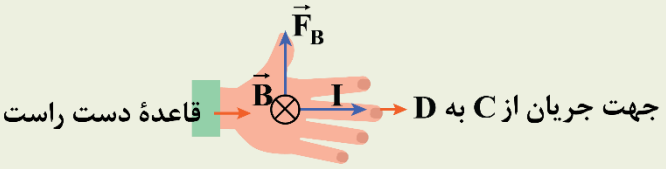
پاسخ تشریحی:

نیروی فنرها صفر است، پس نیروی مغناطیسی وارد بر سیم به سمت بالا و هم‌اندازهٔ نیروی وزن است:

$$F_B = mg \Rightarrow BIL\sin 90^\circ = mg$$

$$\Rightarrow 0/4 \times I \times 0/8 \times 1 = 160 \times 10^{-3} \times 10$$

$$\Rightarrow I = 5\,A$$



پاسخ: گزینهٔ ۱

ماز

۶۸- سیملوله‌ای آرمانی چنان طراحی شده است که جریان بیشینه‌ای به شدت $1/2\,A$ می‌تواند از آن عبور کند. با عبور این جریان از سیملوله، اندازهٔ میدان مغناطیسی در درون آن و دور از لبه‌ها برابر با $270\,G$ می‌شود. در هر $40\,cm$ از طول این سیملوله، چند دور سیم قرار گرفته است؟ $(\mu_0 = 12\times10^{-7}\,\frac{T.m}{A})$

۱) ۷۵۰ ۲) ۲۵۰۰ ۳) ۷۵۰۰ ۴) ۱۵۰۰۰

پاسخ: گزینهٔ ۳ (آسان ـ محاسباتی ـ استاندارد ـ صفحهٔ ۱۰۰ ـ ۱۱۰۳)

با توجه به رابطهٔ بزرگی میدان مغناطیسی داخل سیملولهٔ حامل جریان داریم:

$$B = \frac{\mu_0 NI}{\ell} \Rightarrow 270\times10^{-4} = \frac{12\times10^{-7}\times N\times 1/2}{40\times10^{-2}} \Rightarrow N = \frac{3}{4}\times10^4 = 7500$$

میدان مغناطیسی حاصل از سیملولهٔ حامل جریان

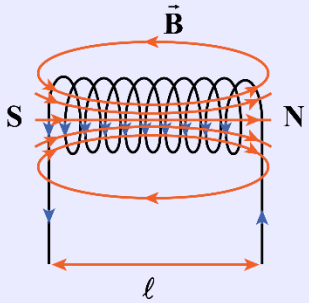
سیملوله: سیم بلندی که به‌صورت مارپیچی پیچیده شده است و با عبور جریان از آن، میدان مغناطیسی درون و اطراف آن تولید می‌شود.

نکته

خطوط میدان داخل سیملوله متراکم‌تر از اطراف آن است و میدان مغناطیسی درون سیملوله یکنواخت است.

جهت میدان مغناطیسی سیملوله

به کمک قاعدهٔ دست راست به‌دست می‌آید. این‌گونه که چرخش چهار انگشت دست راست در جهت جریان و شست، جهت میدان مغناطیسی داخل سیملوله را نشان می‌دهد.



سیملولهٔ آرمانی: اگر قطر سیملوله در مقایسه با طول آن بسیار کوچک و حلقه‌های آن خیلی به‌هم نزدیک باشند سیملولهٔ آرمانی خواهد بود.

اندازهٔ میدان مغناطیسی سیملوله و دور از لبه‌های آن:

$$B = \frac{\mu_0 NI}{\ell}$$

I: جریان الکتریکی (A) N: تعداد حلقه ℓ: طول سیملوله (m)

$\mu_0 = 4\pi\times10^{-7}\,\frac{T.m}{A}$: تراوایی مغناطیسی خلأ

ماز

۶۹- با سیم روکش‌داری به طول ۴۰m، پیچهٔ مسطح دایره‌ای‌شکل به شعاع R ساخته‌ایم. R چند سانتی‌متر باشد تا اگر جریان ۲۵A را از پیچه عبور دهیم، اندازهٔ میدان مغناطیسی حاصل از پیچه در مرکز آن برابر $4\times10^{-4}\,T$ باشد؟ $(\mu_0 = 4\pi\times10^{-7}\,\frac{T.m}{A})$

۱) ۵۰ ۲) ۰/۵ ۳) ۲۰۰ ۴) ۰/۲

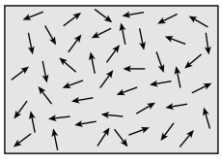
پاسخ: گزینهٔ ۱ (متوسط ـ محاسباتی ـ استاندارد ـ صفحهٔ ۹۸ ـ ۱۱۰۳)

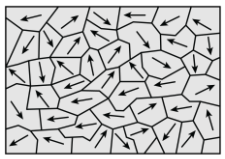
با استفاده از روابط میدان مغناطیسی پیچهٔ مسطح داریم:

$$\begin{cases} B=\dfrac{\mu_0 NI}{2R} \\ N=\dfrac{L}{2\pi R} \end{cases} \Rightarrow B=\dfrac{\mu_0 LI}{4\pi R^2} \Rightarrow R=\sqrt{\dfrac{\mu_0 LI}{4\pi B}}$$

$$\Rightarrow R=\sqrt{\dfrac{4\pi\times10^{-7}\times40\times25}{4\pi\times4\times10^{-4}}}=5\times10^{-1}\,m=50\,cm$$

۷۰- شکل‌های زیر، دو مادهٔ مختلف در غیاب میدان مغناطیسی خارجی را نشان می‌دهند. به‌ترتیب از راست به چپ، شکل‌های «الف» و «ب» می‌توانند مربوط به ..... و ..... باشد.


«الف»


«ب»

۱) آلومینیم ـ نیکل
۲) مس ـ آهن
۳) آهن ـ آلومینیم
۴) آلومینیم ـ نقره

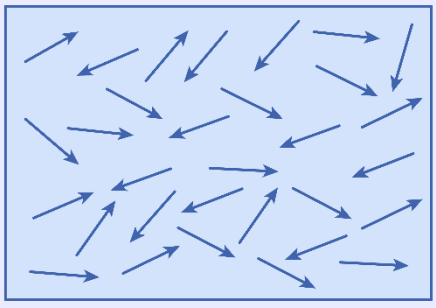
پاسخ: گزینهٔ ۱ (آسان ـ مفهومی ـ سریع ـ صفحهٔ ۱۰۳ ـ ۱۱۰۳)

شکل «الف» دارای دوقطبی‌های مغناطیسی بوده ولی حوزهٔ مغناطیسی ندارد؛ بنابراین مربوط به مواد پارامغناطیسی می‌باشد. از جمله مواد پارامغناطیسی می‌توان به اورانیم، پلاتین، آلومینیم، سدیم، اکسیژن و اکسید نیتروژن اشاره کرد.

شکل «ب» دارای دوقطبی‌های مغناطیسی بوده و همچنین حوزهٔ مغناطیسی نیز دارد؛ بنابراین مربوط به مواد فرومغناطیسی می‌باشد. از جمله مواد فرومغناطیسی می‌توان به آهن، نیکل، کبالت و بسیاری از آلیاژهای دارای این عنصرها اشاره کرد.

مواد پارامغناطیس

اتم‌های مواد پارامغناطیسی، خاصیت مغناطیسی دارند (ذاتی)؛ اما دوقطبی‌های مغناطیسی وابسته به آن‌ها، به‌طور کاتوره‌ای سوگیری کرده‌اند و میدان مغناطیسی خالصی ایجاد نمی‌کنند.

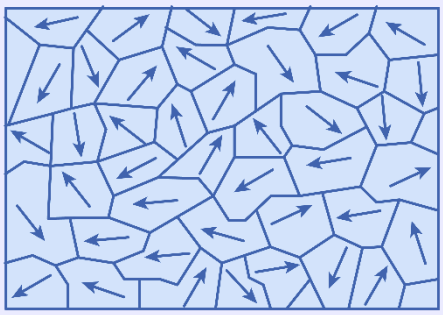

جسم پارامغناطیس
در غیاب میدان مغناطیسی

با قراردادن مواد پارامغناطیس درون میدان مغناطیسی خارجی قوی، دوقطبی‌های مغناطیسی آن‌ها، مانند عقربهٔ قطب‌نما در نزدیکی آهنربا رفتار می‌کنند و به مقدار مختصری در راستای خط‌های میدان مغناطیسی منظم می‌شوند. با دورکردن آهنربا از این مواد، دوقطبی‌های مغناطیسی آن‌ها، دوباره به‌طور کاتوره‌ای سوگیری می‌کنند.

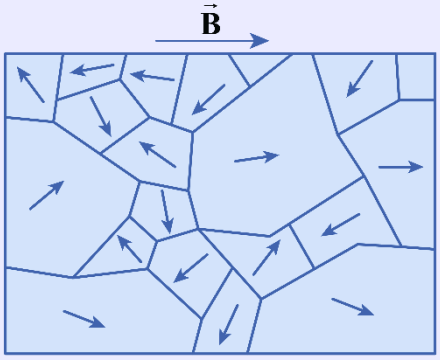
به این ترتیب، می‌توان گفت مواد پارامغناطیس در حضور میدان‌های مغناطیسی قوی، خاصیت مغناطیسی ضعیف و موقت پیدا می‌کنند. اورانیم، پلاتین، آلومینیم، سدیم، اکسیژن و اکسید نیتروژن ازجمله مواد پارامغناطیسی‌اند.

مواد فرومغناطیس

در این مواد، دوقطبی‌های مغناطیسی به‌صورت گروهی، حوزه‌های مغناطیسی تشکیل می‌دهند.



با قرارگرفتن این مواد در میدان مغناطیسی خارجی، حوزه‌هایی که دوقطبی‌های آن‌ها در جهت میدان مغناطیسی هستند، گسترش می‌یابند و ماده خاصیت مغناطیسی پیدا می‌کند. در حالت اشباع تمام دوقطبی‌ها در راستای میدان مغناطیسی قرار می‌گیرند.



مواد فرومغناطیس به دو دسته تقسیم می‌شوند:

فرومغناطیس

- **نرم**: در میدان مغناطیسی، سریعاً آهنربا می‌شوند و در غیاب آن سریعاً خاصیت آهنربایی خود را از دست می‌دهند.
- **سخت**: در میدان مغناطیسی، به‌سختی آهنربا می‌شوند و به‌سختی خاصیت آهنربایی خود را از دست می‌دهند.

موادی مانند آهن، کبالت و نیکل فرومغناطیس نرم هستند و در هستهٔ سیملوله‌ها و ساخت آهنرباهای الکتریکی کاربرد دارند و آلیاژ آن‌ها مانند فولاد و آلیاژهای آهن، کبالت و نیکل فرومغناطیس سخت هستند و در ساخت آهنرباهای دائمی کاربرد دارند.

مواد دیامغناطیس

اتم‌های مواد دیامغناطیس نظیر مس، نقره، سرب و بیسموت به‌طور ذاتی فاقد خاصیت مغناطیسی‌اند؛ به عبارت دیگر، هیچ‌یک از اتم‌های این مواد دارای دوقطبی مغناطیسی خالصی نیستند. با این وجود، حضور میدان مغناطیسی خارجی می‌تواند سبب القای دوقطبی‌های مغناطیسی در خلاف سوی میدان خارجی، در این مواد شود (توسط آهنربا دفع می‌شوند).

خاصیت القای مغناطیسی

وقتی که مواد پارامغناطیسی یا فرومغناطیسی در میدان مغناطیسی قرار بگیرند، دوقطبی‌های آن‌ها همانند عقربهٔ مغناطیسی عمل کرده و در جهت میدان قرار می‌گیرند. ازاین‌رو بر خاصیت مغناطیسی‌شان افزوده می‌شود و اثر آهنربایی از خود نشان می‌دهند.

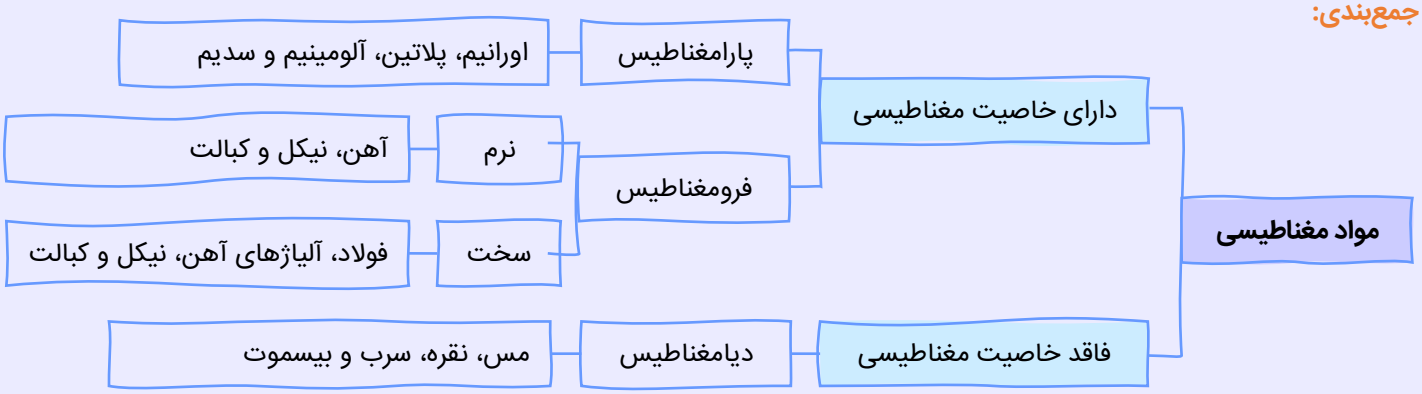
اگر این میدان مغناطیسی حذف شود:

در مواد پارامغناطیسی، دوقطبی‌ها به وضعیت اولیه‌شان برمی‌گردند.

در مواد فرومغناطیسی نرم، حوزه‌ها به حالت اولیه برمی‌گردند.

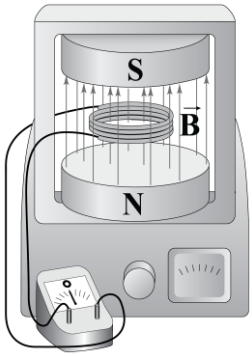
در مواد فرومغناطیسی سخت، حوزه‌ها تقریباً در همین وضعیت باقی می‌مانند و حالت آهنربای دائم تشکیل می‌دهند.

جمع‌بندی:



۷۱- پیچه‌ای شامل ۲۰۰ حلقه که مساحت هر حلقهٔ آن $25cm^2$ است، مطابق شکل زیر، بین قطب‌های یک آهنربای الکتریکی قرار گرفته است که میدان مغناطیسی یکنواخت تولید می‌کند. خط‌های میدان بر سطح پیچه عمودند. اگر اندازهٔ میدان مغناطیسی بدون تغییر جهت در مدت‌زمان $2ms$ از $0/18T$ به $0/22T$ افزایش یابد، اندازهٔ نیروی محرکهٔ القایی متوسط ایجادشده در پیچه در این بازهٔ زمانی چند ولت است؟

۱) ۱۰
۲) ۱۰۰
۳) ۴۰۰
۴) ۴۰۰۰



پاسخ: گزینهٔ ۱ (متوسط ـ محاسباتی ـ استاندارد ـ صفحهٔ ۱۱۳ ـ ۱۱۰۴)

با توجه به رابطهٔ قانون القای فاراده، می‌توان نوشت:

$$\varepsilon_{av}=-N\frac{\Delta\Phi}{\Delta t}\xrightarrow{\Phi=AB\cos\theta}\varepsilon_{av}=-NA\cos\theta\frac{\Delta B}{\Delta t}$$

$$\Rightarrow \varepsilon_{av}=-200\times25\times10^{-4}\times1\times\frac{0/22-0/18}{2\times10^{-3}}=-10V\Rightarrow|\varepsilon_{av}|=10V$$

قانون فاراده

هرگاه شار مغناطیسی عبوری از یک حلقهٔ رسانا تغییر کند، نیروی محرکه‌ای در حلقه القا می‌شود که بزرگی آن با آهنگ تغییر شار مغناطیسی عبوری از حلقه متناسب است.

تغییر شار مغناطیسی در یک حلقه ← ایجاد نیروی محرکهٔ القایی ← ایجاد جریان القایی

نیروی محرکهٔ القایی متوسط بنابر قانون فاراده برای پیچه یا سیملوله‌ای که از N حلقهٔ مشابه تشکیل شده باشد از رابطهٔ زیر به‌دست می‌آید:

$$\varepsilon_{av}=-N\frac{\Delta\Phi}{\Delta t}$$

ε_{av} : نیروی محرکهٔ القایی متوسط برحسب ولت (V)
N: تعداد حلقه
$\Delta\Phi$: تغییر شار مغناطیسی برحسب وبر (Wb)
Δt : مدت‌زمان تغییر شار مغناطیسی عبوری از حلقه برحسب ثانیه (s)

نکته

در این رابطه نیروی محرکهٔ القایی متوسط برحسب **ولت** است که یک ولت، معادل **وبر بر ثانیه** است.

تذکر

علامت منفی در این رابطه، مخالفت نیروی محرکهٔ القایی متوسط با تغییر شار مغناطیسی عبوری از پیچه را نشان می‌دهد.

جریان القایی در یک پیچه با تغییر شار مغناطیسی عبوری از آن

اگر نیروی محرکهٔ القایی متوسط در حلقه برابر با ε_{av} و مقاومت الکتریکی حلقه R باشد، اندازهٔ جریان القایی متوسط در حلقه از رابطهٔ زیر به‌دست می‌آید:

$$I_{av}=\frac{|\varepsilon_{av}|}{R}=\left|-\frac{N}{R}\frac{\Delta\Phi}{\Delta t}\right|$$

بار الکتریکی خالص شارش‌یافته در پیچهٔ رسانایی با مقاومت الکتریکی R دراثر تغییر شار مغناطیسی عبوری از آن از رابطهٔ زیر به‌دست می‌آید:

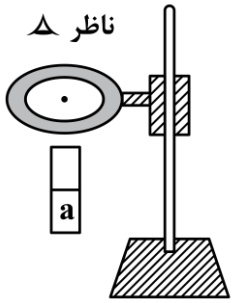
$$\Delta q=I_{av}\Delta t=\left|-\frac{N}{R}\Delta\Phi\right|$$

نکته

با توجه به روابط مربوط تغییرات شار مغناطیسی عبوری از پیچه‌ای رسانا، می‌توانیم روابط زیر را برای نیروی محرکهٔ القایی متوسط در پیچه بنویسیم:

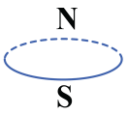
$$\varepsilon_{av}=-N\frac{\Delta\Phi}{\Delta t}\begin{cases}\text{تغییر کند } B \Rightarrow \varepsilon_{av}=-NA\cos\theta\dfrac{\Delta B}{\Delta t}=-NA\cos\theta\dfrac{(B_2-B_1)}{\Delta t}\\ \text{تغییر کند } A \Rightarrow \varepsilon_{av}=-NB\cos\theta\dfrac{\Delta A}{\Delta t}=-NB\cos\theta\dfrac{(A_2-A_1)}{\Delta t}\\ \text{تغییر کند } \theta \Rightarrow \varepsilon_{av}=-NBA\dfrac{\Delta\cos\theta}{\Delta t}=-NBA\dfrac{(\cos\theta_2-\cos\theta_1)}{\Delta t}\end{cases}$$

۷۲- در شکل زیر، آهنربایی میله‌ای از ارتفاعی نسبت به سطح زمین سقوط کرده و در مسیر سقوط خود از حلقه‌ای رسانا عبور می‌کند. اگر در لحظهٔ خروج آهنربا از حلقه جریان القایی از نگاه ناظر، پادساعتگرد باشد، a نشان‌دهندهٔ قطب ..... آهنربا است و جهت جریان القایی در حلقه هنگام ورود آهنربا به حلقه از نگاه ناظر، ..... است.



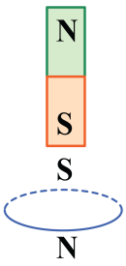
۱) N ـ پادساعتگرد
۲) S ـ پادساعتگرد
۳) N ـ ساعتگرد
۴) S ـ ساعتگرد

پاسخ: گزینهٔ ۴ (آسان ـ مفهومی ـ سریع ـ صفحهٔ ۱۱۷ ـ ۱۱۰۴)



هنگام خروج آهنربا از حلقه و دور شدن آن، شار مغناطیسی عبوری از حلقه کاهش می‌یابد؛ بنابراین قطب مغناطیسی ایجادشده در سطحی از حلقه که در نزدیکی آهنربا است، ناهم‌نام با قطب آهنربا است تا از کاهش شار مغناطیسی عبوری از حلقه جلوگیری کند. از آنجایی که جریان القایی در حلقه در هنگام خروج آهنربا از حلقه، پادساعتگرد است، پس طبق قاعدهٔ دست راست، a نشان‌دهندهٔ قطب S می‌باشد.





در هنگام ورود آهنربا به حلقه، شار مغناطیسی عبوری حلقه درحال افزایش است و قطب مغناطیسی ایجادشده در سطحی از حلقه که در نزدیکی آهنربا است، هم‌نام با قطب آهنربا است، تا از افزایش شار مغناطیسی عبوری از حلقه جلوگیری کند، پس جهت جریان القایی در حلقه، ساعتگرد خواهد بود.

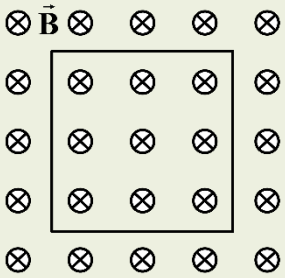
قانون لنز

جهت جریان القایی در یک مدار یا پیچه به‌گونه‌ای است که آثار ناشی از آن (میدان مغناطیسی القایی) با عامل به‌وجود آورندهٔ جریان القایی (تغییر شار مغناطیسی) مخالفت می‌کند. طبق الگوی زیر داریم:

$$\Delta\Phi:\begin{cases}\Delta\Phi>0\Rightarrow B_{\text{القایی}}\text{ خلاف جهت }B_{\text{خارجی}}\\ \Delta\Phi<0\Rightarrow B_{\text{القایی}}\text{ هم‌جهت با }B_{\text{خارجی}}\end{cases}\Rightarrow$$ استفاده از قاعدهٔ دست راست برای تعیین جهت جریان القایی

آزمون سراسری تجربی خارج از کشور ۱۴۰۰

در شکل زیر، حلقهٔ رسانایی به مساحت ۶۰۰cm^2 عمود بر میدان مغناطیسی قرار دارد و میدان مغناطیسی بدون تغییر جهت، در یک میلی‌ثانیه ۲۰۰ گاوس کاهش می‌یابد. در این مدت، نیروی محرکهٔ القایی متوسط در حلقه چند ولت است و جهت جریان القایی چگونه است؟



۱) ۱/۲، پادساعتگرد
۲) ۰/۶، پادساعتگرد
۳) ۰/۶، ساعتگرد
۴) ۱/۲، ساعتگرد

پاسخ تشریحی:

ابتدا بزرگی نیروی محرکه را به کمک قانون القای فاراده به‌دست می‌آوریم:

$$|\bar{\varepsilon}|=\left|-N\frac{\Delta\Phi}{\Delta t}\right|\xrightarrow[\Delta\Phi=A\cos\theta\Delta B]{N=1,\ \cos\theta=1}|\bar{\varepsilon}|=\left|-A\frac{\Delta B}{\Delta t}\right|$$

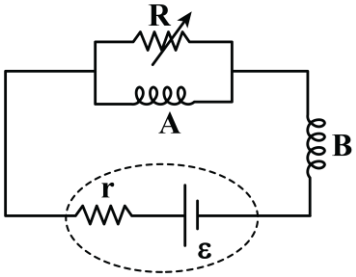
$$\Rightarrow|\bar{\varepsilon}|=۶۰۰\times۱۰^{-۴}\times\frac{۲۰۰\times۱۰^{-۴}}{۱۰^{-۳}}=۱/۲\text{V}$$

سپس به کمک قانون لنز جهت جریان القایی را به‌دست می‌آوریم:

$$\Delta B<0\Rightarrow\Delta\Phi<0\Rightarrow B_{\text{خارجی}}\text{ هم‌جهت با }B_{\text{القایی}}\xrightarrow{\text{به کمک قانون دست راست}}B_{\text{القایی}}\otimes\Rightarrow$$ جریان القایی ساعتگرد

پاسخ: گزینهٔ ۴

۷۳- **در مدار شکل زیر، دو سیملولهٔ A و B با مقاومت‌های الکتریکی R_A و R_B قرار دارند. اگر مقاومت رئوستا کاهش پیدا کند، کدام گزینه صحیح است؟**



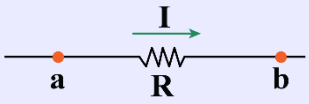
۱) انرژی ذخیره‌شده در سیملولهٔ A کاهش و انرژی ذخیره‌شده در سیملولهٔ B افزایش می‌یابد.
۲) انرژی ذخیره‌شده در سیملولهٔ A افزایش و انرژی ذخیره‌شده در سیملولهٔ B کاهش می‌یابد.
۳) انرژی ذخیره‌شده در هر دو سیملوله افزایش می‌یابد.
۴) انرژی ذخیره‌شده در هر دو سیملوله کاهش می‌یابد.

پاسخ: گزینهٔ ۱ (سخت ـ مفهومی ـ سریع ـ صفحهٔ ۱۲۱ ـ ۱۱۰۴)

با کاهش مقاومت رئوستا، جریان الکتریکی در کل مدار، افزایش می‌یابد. با افزایش جریان عبوری از سیملولهٔ B، **انرژی ذخیره‌شده در آن افزایش می‌یابد**. با افزایش جریان، اختلاف پتانسیل الکتریکی دو سر باتری طبق رابطهٔ $V=\varepsilon-Ir$ کاهش خواهد یافت. از طرفی $V=V_A+V_B$ است. با افزایش جریان، V کاهش و V_B افزایش می‌یابد؛ درنتیجه V_A کاهش می‌یابد؛ بنابراین طبق رابطهٔ $V=IR$ جریان در سیملولهٔ A کاهش پیدا می‌کند و **انرژی ذخیره‌شده در سیملولهٔ A کاهش می‌یابد**.

مقایسهٔ رفتارهای القاگر و مقاومت الکتریکی

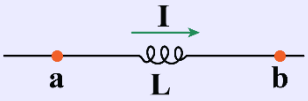
لازم است رفتار مقاومت و القاگر را به لحاظ انرژی اشتباه نگیرید. هنگام عبور جریان از مقاومت، انرژی وارد آن می‌شود، **جریان چه پایا باشد و چه تغییر کند**، این **انرژی در مقاومت به انرژی گرمایی تبدیل می‌شود**؛ درحالی‌که **در یک القاگر آرمانی (با مقاومت صفر) تنها وقتی انرژی وارد القاگر می‌شود که جریان در آن افزایش یابد**. این انرژی تلف نمی‌شود؛ بلکه در میدان مغناطیسی القاگر ذخیره شده و **هنگام کاهش جریان، آزاد می‌شود**. هنگام **عبور جریان پایا از یک القاگر آرمانی (سیم‌پیچ بدون مقاومت)، انرژی به آن وارد یا از آن خارج نمی‌شود**.



مقاومت با جریان I: انرژی تلف شده است.

تذکر

مقاومت، قطعه‌ای است که در آن انرژی به‌طور غیرقابل‌برگشت تلف می‌شود.

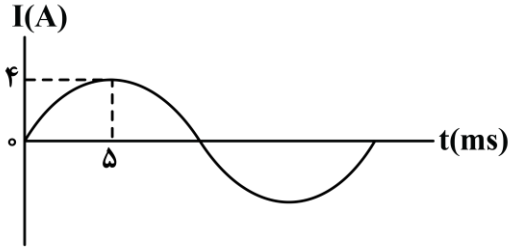


القاگر با جریان I: انرژی ذخیره شده است.

تذکر

انرژی ذخیره‌شده در القاگر حامل جریان را می‌توان هنگام کاهش جریان، بازیافت.

۷۴- شکل زیر، نمودار جریان متناوب سینوسی را نشان می‌دهد که یک مولد جریان متناوب تولید کرده است. معادلهٔ جریان برحسب زمان برای این مولد برحسب SI در کدام گزینه به‌درستی آمده است؟



۱) $I = ۴\sin(\frac{\pi}{۱۰}t)$

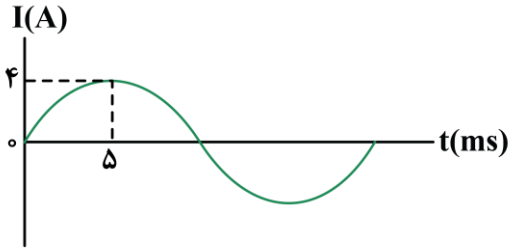
۲) $I = ۴\sin(۱۰۰\pi t)$

۳) $I = ۴\sin(\frac{\pi}{۵}t)$

۴) $I = ۴\sin(۲۰۰\pi t)$

پاسخ: گزینهٔ ۲ (آسان ـ استدلالی ـ استاندارد ـ صفحهٔ ۱۲۴ ـ ۱۱۰۴)

چون ربع چرخه در مدت‌زمان ۵ms طی شده است، دورهٔ تناوب برابر $T = ۲۰ms$ است. همچنین با توجه به نمودار، بیشینهٔ جریان برابر $I_m = ۴A$ است. درنتیجه با توجه به رابطهٔ مربوط به جریان متناوب، می‌توان نوشت:



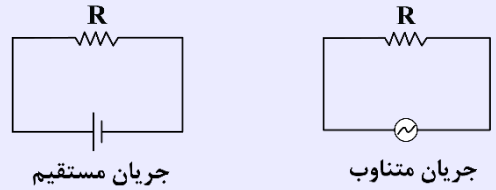
$$\frac{T}{۴} = ۵ \Rightarrow T = ۲۰ms = ۲۰\times۱۰^{-۳}s$$

$$I = I_m \sin(\frac{۲\pi}{T}t) = ۴\sin(\frac{۲\pi}{۲۰\times۱۰^{-۳}}t) = ۴\sin(۱۰۰\pi t)$$

نتیجهٔ نهایی برحسب یکاهای SI نوشته شده است.

جریان متناوب

نوعی جریان القایی است که اندازه و جهت آن با گذشت زمان تغییر می‌کند و تکرار می‌شود. جریان متناوب سینوسی، متداول‌ترین نوع جریان متناوب است.



با چرخش پیچه در میدان مغناطیسی، شار مغناطیسی تغییر می‌کند و درنتیجه جریان متناوب ایجاد می‌شود.

نکته

رایج‌ترین روش برای تغییر شار و درنتیجه تولید جریان القایی، تغییر زاویهٔ θ در رابطهٔ شار مغناطیسی است.

دورهٔ تناوب (T):

مدت‌زمانی که طول می‌کشد که پیچه به‌طور یکنواخت یک دور کامل بچرخد را دورهٔ تناوب گویند و واحد آن در SI برابر با ثانیه (s) است.

نکته

اگر دورهٔ تناوب یک پیچه برابر با T باشد، پیچه در مدت‌زمان t به تعداد n دور خواهد چرخید.

$$n = \frac{t}{T}$$

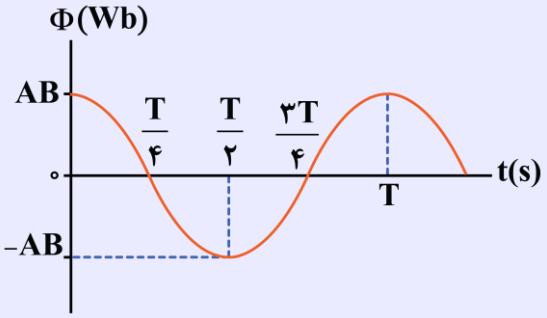
بسامد (f):

به تعداد چرخش پیچه در واحد زمان، بسامد گفته می‌شود و یکای آن در SI برابر با هرتز (Hz) یا یک بر روی ثانیه (s^{-1}) است.

$$\begin{cases} n = \frac{t}{T} \\ f = \frac{n}{t} \end{cases} \Rightarrow f = \frac{1}{T}$$

معادلهٔ شار متناوب

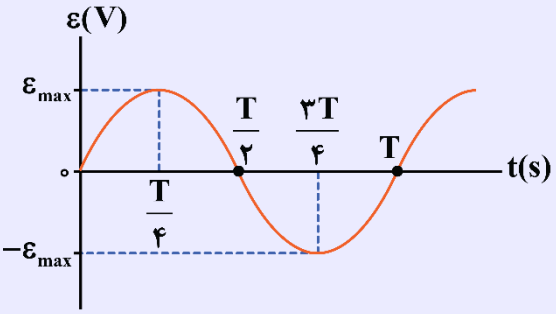
اگر پیچه‌ای با سطح مقطع A که عمود بر خطوط میدان مغناطیسی $\vec{B}$ قرار دارد، با دورهٔ تناوب T در میدان مغناطیسی بچرخد، شار مغناطیسی که در لحظهٔ t در پیچه القا می‌شود از رابطهٔ زیر به‌دست می‌آید:



$$\Phi = BA\cos(\frac{2\pi}{T}t) \Rightarrow \Phi = \Phi_{max}\cos(\frac{2\pi}{T}t)$$

معادلهٔ نیروی محرکهٔ متناوب

نیروی محرکه‌ای که در لحظهٔ t در پیچه القا می‌شود، از رابطهٔ زیر به‌دست می‌آید:



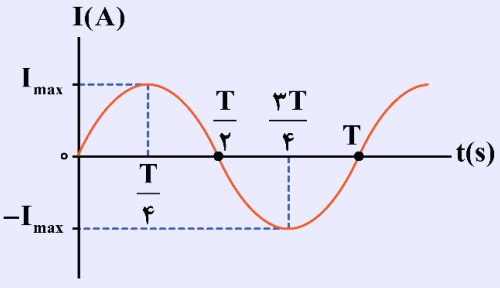
$$\varepsilon = \varepsilon_m \sin(\frac{2\pi}{T}t)$$

تذکر

در رابطهٔ بالا ε_m، بیشینهٔ مقدار نیروی محرکهٔ القایی در پیچه است.

معادلهٔ جریان متناوب

اگر مقاومت الکتریکی کل مدار پیچه برابر R باشد، با توجه به رابطهٔ $I = \frac{\varepsilon}{R}$، جریانی که در پیچه در لحظهٔ t القا می‌شود از رابطهٔ زیر به‌دست می‌آید:



$$I = I_m \sin(\frac{2\pi}{T}t)$$

تذکر

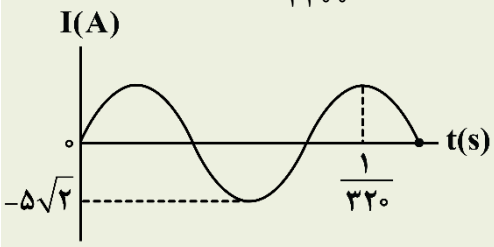
که در این رابطه I_m بیشینهٔ جریان القاشده در پیچه و برابر با $\frac{\varepsilon_m}{R}$ است.

نکته

در هر بار چرخش پیچه، شار مغناطیسی، جریان و نیروی محرکهٔ القایی، دو مرتبه بیشینه و دو مرتبه صفر می‌شوند.

آزمون سراسری ریاضی ۱۳۹۹

نمودار تغییرات یک جریان متناوب سینوسی برحسب زمان به‌صورت شکل زیر است. اندازهٔ جریان در لحظهٔ $\frac{۱}{۳۲۰۰}$ ثانیه چند آمپر است؟



۱) ۲/۵
۲) $۲/۵\sqrt{۲}$
۳) ۵
۴) $۵\sqrt{۲}$

پاسخ تشریحی:

با توجه به نمودار درمی‌یابیم که زمان داده‌شده روی نمودار برابر با $\frac{۵T}{۴}$ است، پس T برابر است با:

$$\frac{۵T}{۴}=\frac{۱}{۳۲۰}\Rightarrow T=\frac{۱}{۴۰۰}s$$

حال با داشتن T، معادلهٔ جریان متناوب را می‌نویسیم:

$$I=I_m\sin(\frac{۲\pi t}{T})\xrightarrow[T=\frac{۱}{۴۰۰}s]{I_m=۵\sqrt{۲}A}I=۵\sqrt{۲}\sin(\frac{۲\pi}{\frac{۱}{۴۰۰}}t)\Rightarrow I=۵\sqrt{۲}\sin(۸۰۰\pi t)$$

اکنون با داشتن معادلهٔ جریان متناوب، جریان را در لحظهٔ $t=\frac{۱}{۳۲۰۰}s$ به‌دست می‌آوریم:

$$I=۵\sqrt{۲}\sin(۸۰۰\pi t)\xrightarrow{t=\frac{۱}{۳۲۰۰}s}I=۵\sqrt{۲}\sin(۸۰۰\pi\times\frac{۱}{۳۲۰۰})\Rightarrow I=۵\sqrt{۲}\sin(\frac{\pi}{۴})=۵\sqrt{۲}\times\frac{\sqrt{۲}}{۲}=۵A$$

پاسخ: گزینهٔ ۳

۷۵- طول سیملولهٔ آرمانی A، نصف طول سیملولهٔ آرمانی B و تعداد حلقه‌های آن ۲ برابر تعداد حلقه‌های سیملولهٔ B است. اگر از آن‌ها جریان الکتریکی یکسان عبور کند و سطح حلقه‌های دو سیملوله برابر باشد، نسبت بزرگی میدان مغناطیسی حاصل از سیملوله‌ها در درون آن و به دور از لبه‌ها $(\frac{B_A}{B_B})$ و نسبت ضریب القاوری آن‌ها $(\frac{L_A}{L_B})$ به‌ترتیب از راست به چپ در کدام گزینه به‌درستی آمده‌اند؟

۱) ۴ و ۲
۲) ۲ و ۴
۳) ۸ و ۴
۴) ۴ و ۸

پاسخ: گزینهٔ ۴ (متوسط ـ محاسباتی ـ استاندارد ـ صفحهٔ ۱۱۹ ـ ۱۱۰۴)

گام اول

برای به‌دست آوردن نسبت بزرگی میدان‌های مغناطیسی از رابطهٔ $B=\frac{\mu_\circ NI}{\ell}$ استفاده می‌کنیم؛ بنابراین:

$$\frac{B_A}{B_B}=\frac{N_A}{N_B}\times\frac{\ell_B}{\ell_A}\times\frac{I_A}{I_B}=\frac{۲}{۱}\times\frac{۲}{۱}\times\frac{۱}{۱}=۴$$

برای محاسبهٔ نسبت ضریب القاوری سیملوله‌ها از رابطهٔ $L=\mu_{\circ}\frac{N^{۲}}{\ell}A$ استفاده می‌کنیم:

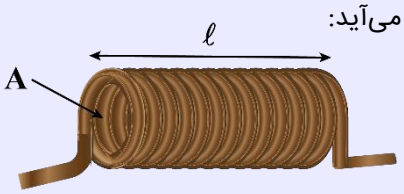
$$\frac{L_A}{L_B}=(\frac{N_A}{N_B})^{۲}\times\frac{\ell_B}{\ell_A}\times\frac{A_A}{A_B}\Rightarrow\frac{L_A}{L_B}=(\frac{۲}{۱})^{۲}\times(\frac{۲}{۱})\times(\frac{۱}{۱})=۸$$

سوتی‌های پرتکرار

اگر حواستان به ترتیب خواسته‌شده نباشد، در دام گزینهٔ (۳) می‌افتید!

ضریب القاوری

ویژگی‌های فیزیکی هر القاگر، توسط ضریب القاوری آن تعیین می‌شود. ضریب القاوری که با نماد L نمایش داده می‌شود به عواملی همچون **تعداد دور**، **طول** و **سطح مقطع القاگر** و **جنس هسته‌ای که داخل آن قرار می‌گیرد**، بستگی دارد. برای مثال، ضریب القاوری سیملوله‌ای آرمانی و بدون هسته، که دارای طول ℓ، سطح مقطع A و N حلقهٔ نزدیک به‌هم است، از رابطهٔ زیر به‌دست می‌آید:



$$L=\mu_{\circ}\frac{AN^{۲}}{\ell}$$

یکای SI ضریب القاوری، **اهم.ثانیه** $(\Omega.s)$ است که به احترام جوزف هانری، **هانری** نامیده و با نماد H نشان داده می‌شود.

یه نمونهٔ باحال

ضریب القاوری سیملولهٔ آرمانی بدون هسته‌ای به طول $۶۲/۸cm$ و سطح مقطع $۱۰cm^{۲}$ که شامل ۲۰۰۰ حلقهٔ نزدیک به‌هم است، چند هانری است؟ $(\mu_{\circ}=۱۲\times۱۰^{-۷}\frac{T.m}{A})$

پاسخ تشریحی:

با توجه به داده‌های مسئله داریم:

$$L=\mu_{\circ}\frac{AN^{۲}}{\ell}=(۱۲\times۱۰^{-۷}\frac{T.m}{A})\times\frac{(۱۰\times۱۰^{-۴}m^{۲})\times(۲۰۰۰)^{۲}}{۰/۶۲۸m}\simeq۸\times۱۰^{-۳}H\simeq۸mH$$

بودجه‌بندی این آزمون: جمع‌بندی و تعیین سطح پایهٔ یازدهم

سهم در کنکور: مباحث این آزمون در مجموع ۱۲ تست از ۳۰ تستِ کنکور را پوشش داده است.

برای دیدن پاسخنامهٔ ویدئویی آزمون QRcode بالا را اسکن کنید! یا بر روی لینک زیر کلیک کنید!
پاسخنامهٔ ویدئویی آزمون

سلام به همه بچه‌های عزیزم! ❤️

امیدوارم که حالتون عالی باشه و با یک روحیه خیلی خوب، سال تحصیلی آینده رو شروع کرده باشید. در طول یک سال اخیر، اتفاقات خیلی عجیبی در اطرافمون رخ داد و همین ماجراها، ممکنه خیلی از ماها رو کمی خسته کرده باشه. شاید خیلی‌هامون تصور کنیم که به واسطه این اتفاقات، از اهدافمون دور شدیم و دیگه توان تلاش کردن برای رسیدن به خواسته‌هامون رو نداریم. این حس‌ها، در خیلی از ماها وجود داره و طبیعی هم هست، پس نیاز نیست بابت این صداهایی که گاهاً توی ذهنت می‌پیچه، خودت رو سرزنش کنی. من فقط یک خواسته مهم ازت دارم و اون هم اینه که سال تحصیلی آینده رو مثل یه لوح سفید ببینی که قراره از همین امروز، شروع به پر کردنش بکنی. به هیچ چیزی از گذشته فکر نکن و هر چیزی از جنس (نشدن) هست رو از ذهنت پاک کن.

ممکنه تصور کنی که اگر پارسال خیلی درس نخوندی، اگر تا به الان خیلی تست نزدی، اگر تا اینجا توی انتخاب اهدافت مردد بودی، دیگه دیر شده و قرار نیست اتفاق خوبی رو رقم بزنی ولی این تصورات، واقعاً غلطه و در کنکور هر سال، افرادی زیادی هستن که دقیقاً از همین نقطه‌ای که تو الان توش هستی، خیلی جدی درس خوندن رو شروع می‌کنن و در نهایت هم وارد بهترین رشته‌ها در بزرگ‌ترین دانشگاه‌ها می‌شن. مهم‌تر از کمیت درس خوندن، قطعاً کیفیت درس خوندنه و تو الان کلی وقت داری برای خوب درس خوندن و پیشرفت کردن. توی چند سال اخیر، انقدر اتفاقات مختلف در اطراف ما رقم خورده که برای موفقیت در کنکور، مهم‌تر از هر چیزی، حفظ روحیه و پشتکار هست و موفق‌ترین بچه‌ها، اون‌هایی هستن که در طول سال کنکور، جا نمی‌زنن و همه جوره پای اهداف خودشون می‌ایستن. من بهت قول میدم که در تک‌تک روزهای سال پیش‌رو، ماز هم همراهت باشه و بهترین محتواها رو برات آماده کنه.

در طول تابستان، در بخش شیمی پایه دهم از آزمون‌های ماز، سعی کردیم مباحث پیش‌نیاز از شیمی دهم که در شیمی دوازدهم ردپای اون‌ها پیدا می‌شن رو براتون قرار بدیم تا شما بتونید خیلی خوب، از فرصت تابستان استفاده کنید. مباحث پیش‌نیاز از شیمی دهم و یازدهم که خوندن اون‌ها قبل از مطالعه شیمی دوازدهم رو بهتون توصیه می‌کنم، به شرح زیر هستن:

۱) آشنایی با ذرات زیراتمی در اتم
۲) روش رسم آرایش الکترونی
۳) روش تولید مواد یونی و مولکولی
۴) بررسی قطبیت مواد مختلف
۵) موازنه معادله واکنش‌ها و استوکیومتری
۶) مسائل غلظت محلول‌ها (مولاریته، درصد جرمی و ppm)
۷) هیدروکربن‌ها و قواعد مربوط به آن‌ها
۸) گروه‌های عاملی الکلی، اسیدی و استری

با داشتن تسلط روی این مطالب، شما می‌تونین شیمی دوازدهم رو به‌صورت مفهومی یاد بگیرید و دیگه نیاز به حفظ کردن همه مطالب نخواهید داشت. در این حالت، خیلی خوب در طول سال کنکورتون جلو می‌رید و اتفاقات خیلی خوبی رو رقم خواهید زد. باز هم بهتون یادآوری می‌کنم که اتفاقات گذشته، قرار نیست هیچ تأثیر بدی توی سال کنکورتون بذاره و اگر با پشتکار درس بخونید، قطعاً می‌تونید نتیجه خیلی خوبی بگیرید و باعث سربلندی خودتون و اطرافیانتون بشید!

دکتر فرشاد هادیان‌فرد
مسئول دپارتمان شیمی آزمون‌های ماز

SanjeshCloud

۷۶- پس از موازنه معادله واکنش $Ca_3(PO_4)_2(s) + SiO_2(s) \rightarrow CaSiO_4(s) + P(s)$، مجموع ضرایب مواد فراورده چند برابر مجموع ضرایب مواد واکنش‌دهنده می‌شود؟

۱) ۱/۲۵ ۲) ۱/۷۵ ۳) ۱/۸ ۴) ۲/۸

پاسخ: گزینهٔ ۱ (آسان ـ محاسباتی ـ سریع ـ صفحهٔ ۱۹ ـ ۱۱۰۱)

برای شروع موازنه معادله واکنش، ابتدا به پیچیده‌ترین ترکیب موجود در واکنش یعنی $Ca_3(PO_4)_2$ ضریب یک می‌دهیم. در سمت واکنش‌دهنده‌ها، ۳ اتم Ca و ۲ اتم P وجود دارد؛ پس، ضریب $CaSiO_4$ و P در فراورده‌ها به‌ترتیب باید ۳ و ۲ باشد. از طرف دیگر، در سمت فراورده‌ها، ۳ اتم Si وجود دارد. بنابراین ضریب SiO_2 در سمت چپ واکنش برابر ۳ است. واکنش موازنه‌شده به‌صورت زیر است:

$$Ca_3(PO_4)_2(s) + 3SiO_2(s) \rightarrow 3CaSiO_4(s) + 2P(s)$$

بر این اساس، مقدار نسبت خواسته‌شده برابر است با:

$$A = \frac{5}{4} = 1/25$$

۷۷- شمار الکترون‌ها در دو یون A^{3+} و B^{2-} با یکدیگر برابر است. اگر شمار نوترون‌ها در یونی که نسبت شمار ذرات دارای بار مثبت به شمار ذرات دارای بار منفی در آن بزرگ‌تر است، ۵ واحد بیشتر از یون دیگر باشد، تفاوت عدد جرمی دو یون کدام است؟

۱) ۱۰ ۲) ۵ ۳) ۷ ۴) صفر

پاسخ: گزینهٔ ۱ (متوسط ـ مفهومی ـ استاندارد ـ صفحهٔ ۵ ـ ۱۱۰۱)

طبق گفته سؤال، یون‌های ذکر شده **شمار الکترون برابری** دارند. الکترون موجود در هر یک از یون‌های داده شده را معادل x فرض می‌کنیم. اتم A با از دست دادن ۳ الکترون به **کاتیون** A^{3+} تبدیل شده و در ساختار خود x الکترون دارد؛ بنابراین می‌توان گفت، در ساختار اتم A، مجموعاً $x+3$ الکترون حضور داشته است. با همین استدلال می‌توان متوجه شد که در اتم B نیز تعداد $x-2$ الکترون حضور داشته است. توجه داریم که در اتم **خنثی**، شمار الکترون‌ها و پروتون‌ها **برابر** بوده و بنابراین می‌توان گفت شمار پروتون‌های A در مقایسه با B، به اندازه ۵ واحد بیشتر است. بر این اساس، داریم:

$$_{p}B \qquad\qquad _{p+5}A$$

همان‌طور که می‌دانیم، **الکترون** دارای بار **منفی** بوده و **پروتون** دارای بار **مثبت** است؛ بنابراین نسبت شمار ذرات دارای بار مثبت به شمار ذرات دارای بار منفی در اتم **خنثی** برابر یک است. در کاتیون‌ها، شمار الکترون‌ها **کم‌تر** از پروتون‌ها بوده و نسبت مورد نظر بالاتر از یک خواهد بود. همچنین در آنیون‌ها، شمار الکترون‌ها **بیشتر** از پروتون‌ها بوده و نسبت مورد نظر کمتر از یک خواهد بود. با توجه به نکات گفته‌شده، شمار نوترون‌های موجود در ساختار یون A^{3+}، به اندازه ۵ واحد بیشتر از یون B^{2-} است. عدد جرمی از جمع کردن شمار پروتون‌ها و نوترون‌های یک **اتم** یا **یون** محاسبه می‌شود. پس می‌توان گفت عدد جرمی A^{3+} در مقایسه با B^{2-}، به اندازه ۱۰ واحد **بیشتر** است.

رفتار شیمیایی اتم‌ها

عناصر مختلف با گرفتن، از دست دادن یا به اشتراک گذاشتن الکترون، به آرایش الکترونی پایدار می‌رسند. در بین عناصر جدول تناوبی، فلزها تنها توانایی از دست دادن الکترون و تبدیل شدن به کاتیون را دارند. نافلزها نیز می‌توانند با گرفتن الکترون و تبدیل شدن به آنیون و همچنین با به اشتراک گذاشتن الکترون به آرایش پایدار گاز نجیب برسند. شبه‌فلزها نیز تنها با به اشتراک گذاشتن الکترون، به آرایش پایدار گاز نجیب می‌رسند. توجه داریم که شبه‌فلزهایی مانند سیلیسیم می‌توانند با حضور در ساختار یون‌های چنداتمی، در تشکیل ترکیب‌های یونی نیز شرکت کنند.

۷۸- کدام مورد درباره عناصر دوره‌های اول تا چهارم جدول تناوبی، نادرست است؟

۱) در این عناصر، بین زیرلایه‌ها با $n+l$ برابر، زیرلایه با عدد کوانتومی فرعی بزرگ‌تر، دیرتر الکترون می‌گیرد.

۲) کروم تنها عنصری است که دو زیرلایه الکترونی اشغال شده در ساختار آن، به‌طور کامل از الکترون پر نشده‌اند.

۳) مجموع اعداد کوانتومی اصلی و فرعی الکترون‌های لایه ظرفیت نخستین عنصر واسطه جدول تناوبی برابر ۱۳ است.

۴) شمار الکترون‌های ظرفیت روی، ۲ برابر شمار الکترون ظرفیتی عنصری است که ۱۰ الکترون در زیرلایه‌های با $l=1$ دارد.

پاسخ: گزینهٔ ۱ (متوسط ـ مفهومی ـ استاندارد ـ صفحهٔ ۱۶ ـ ۱۱۰۱)

با توجه به قانون آفبا، در بین زیرلایه‌های یک اتم، نخست زیرلایه‌ای الکترون می‌گیرد که $n+l$ آن **کوچک‌تر** باشد. اگر $n+l$ برای دو زیرلایه **یکسان** باشد، نخست زیرلایه‌ای الکترون می‌گیرد که **عدد کوانتومی اصلی** آن (n) **کوچک‌تر** و **عدد کوانتومی فرعی** آن (l) **بزرگ‌تر** است.

بررسی سایر گزینه‌ها:

۲) آرایش الکترونی کروم به‌صورت زیر است:

$$_{24}Cr: 1s^2 2s^2 2p^6 3s^2 3p^6 3d^5 4s^1$$

همان‌طور که مشخص است، در بین زیرلایه‌های دارای الکترون در این عنصر، دو زیرلایه $3d$ و $4s$ می‌توانند الکترون دریافت کنند. در سایر عناصر چهار دوره نخست جدول دوره‌ای، حداکثر یکی از زیرلایه‌های دارای الکترون می‌تواند الکترون بیشتری دریافت کند.

استثنا از قاعده آفبا

قاعده آفبا، آرایش الکترونی اتم اغلب عنصرها را به درستی پیش‌بینی می‌کند؛ اما برای اتم برخی عنصرهای جدول دوره‌ای مثل کروم و مس، نارسایی دارد. امروزه به کمک روش‌های طیف‌سنجی پیشرفته، آرایش الکترونی چنین اتم‌هایی را با دقت تعیین می‌کنند. در واقع، روش طیف‌سنجی می‌تواند آرایش الکترونی دقیق همه عناصر از جمله کروم و مس را به‌دست بیاورد. آرایش الکترونی فشرده کروم و مس که با استفاده از روش‌های طیف‌سنجی به‌دست‌آمده، به‌صورت زیر است:

$$_{29}Cu : [_{18}Ar]\ 3d^{10}\ 4s^1 \qquad _{24}Cr : [_{18}Ar]\ 3d^5\ 4s^1$$

همان‌طور که مشخص است، در آرایش الکترونی این اتم‌ها یک الکترون از زیرلایه $4s$ به زیرلایهٔ $3d$ منتقل شده است؛ پس این اتم‌ها از قاعده آفبا پیروی نمی‌کنند. کاربردهای مختلف انواع طیف‌سنجی به‌صورت زیر است:

- انواع طیف‌سنجی
  - طیف‌سنج جرمی
    - محاسبهٔ دقیق جرم اتم‌ها و ذرات گوناگون
  - طیف‌سنجی در طیف نشری ـ خطی
    - به‌دست آوردن آرایش الکترونی دقیق عناصر
  - طیف‌سنجی فروسرخ
    - شناسایی انواع آلاینده‌های موجود در هواکره
    - شناسایی برخی از مولکول‌ها در فضای بین ستاره‌ای

۳) **نخستین** عنصر واسطه جدول تناوبی، **اسکاندیم** است. آرایش الکترونی این عنصر به‌صورت زیر است:

$$_{21}Sc: 1s^2 2s^2 2p^6 3s^2 3p^6 3d^1 4s^2$$

مجموع اعداد کوانتومی اصلی و فرعی الکترون‌های لایه ظرفیت این عنصر به‌صورت زیر است:

$$A = \underbrace{1\times(3+2)}_{3d} + \underbrace{2\times(4+0)}_{4s} = 13$$

۴) آرایش الکترونی روی به‌صورت زیر بوده و شمار الکترون‌های لایه ظرفیت آن برابر ۱۲ است:

$$_{30}Zn: 1s^2 2s^2 2p^6 3s^2 3p^6 3d^{10} 4s^2$$

از طرفی عنصر گوگرد با آرایش الکترونی زیر، دارای ۱۰ الکترون در زیرلایه‌های $l=1$ بوده و شمار الکترون‌های ظرفیتی آن برابر ۶ است:

$$_{16}S: 1s^2 2s^2 2p^6 3s^2 3p^4$$

۷۹- در آرایش الکترونی کاتیون پایدار حاصل از عناصر موجود در کدام گزینه، تعداد الکترون موجود در زیرلایه‌ها با $l = ۱$ در یک عنصر، می‌تواند معادل با ۲ برابر تعداد الکترون‌ها در زیرلایه با $l = ۲$ در عنصر دیگر باشد؟

۱) اسکاندیم و وانادیم ۲) سدیم و روی ۳) پتاسیم و آهن ۴) کلسیم و مس

پاسخ: گزینهٔ ۳ (متوسط ـ مفهومی ـ استاندارد ـ صفحهٔ ۱۶ ـ ۱۱۰۱)

برای نشان دادن موقعیت یک زیرلایه از اعداد کوانتومی اصلی (n) و فرعی (l) استفاده می‌کنیم. برای مثال نخستین زیرلایه‌ای که الکترون وارد آن می‌شود، $۱s$ با عدد کوانتومی اصلی ۱ و عدد کوانتومی فرعی صفر است. توجه داریم که زیرلایه‌های d با عدد کوانتومی فرعی ۲، از عنصر اسکاندیم با عدد اتمی ۲۱ شروع به پر شدن می‌کنند؛ بنابراین در عناصر **سدیم**، **پتاسیم** و **کلسیم**، الکترونی در این زیرلایه‌ها حضور ندارد. در رابطه با زیرلایه‌های گفته شده، داریم:

زیرلایه‌های d ← زیرلایه با $l = ۲$ زیرلایه‌های p ← زیرلایه با $l = ۱$

آرایش الکترونی کاتیون حاصل از فلزهای مطرح شده در سؤال به‌صورت زیر است:

$\begin{cases} {}_{۲۳}V^{۲+}: ۱s^۲۲s^۲۲p^۶۳s^۲۳p^۶۳d^۳ \\ {}_{۲۳}V^{۳+}: ۱s^۲۲s^۲۲p^۶۳s^۲۳p^۶۳d^۲ \end{cases}$

$_{۲۱}SC^{۳+}: ۱s^۲۲s^۲۲p^۶۳s^۲۳p^۶$

$_{۳۰}Zn^{۲+}: ۱s^۲۲s^۲۲p^۶۳s^۲۳p^۶۳d^{۱۰}$

$_{۱۱}Na^{+}: ۱s^۲۲s^۲۲p^۶$

$\begin{cases} {}_{۲۶}Fe^{۲+}: ۱s^۲۲s^۲۲p^۶۳s^۲۳p^۶۳d^۶ \\ {}_{۲۶}Fe^{۳+}: ۱s^۲۲s^۲۲p^۶۳s^۲۳p^۶۳d^۵ \end{cases}$

$_{۱۹}K^{+}: ۱s^۲۲s^۲۲p^۶۳s^۲۳p^۶$

$\begin{cases} {}_{۲۹}Cu^{+}: ۱s^۲۲s^۲۲p^۶۳s^۲۳p^۶۳d^{۱۰} \\ {}_{۲۹}Cu^{۲+}: ۱s^۲۲s^۲۲p^۶۳s^۲۳p^۶۳d^۹ \end{cases}$

$_{۲۰}Ca^{۲+}: ۱s^۲۲s^۲۲p^۶۳s^۲۳p^۶$

همانطور که مشخص است، شمار الکترون‌های موجود در زیرلایه‌هایی با $l = ۱$ در آرایش الکترونی یون پتاسیم، ۲ برابر شمار الکترون‌ها در زیرلایه $۳d$ یون آهن (II) است.

آفبا

پرشدن زیرلایه‌ها تنها به عدد کوانتومی اصلی وابسته نیست؛ بلکه از یک قاعده کلی به نام قاعده آفبا پیروی می‌کند. قاعده آفبا ترتیب پرشدن زیرلایه‌ها را در اتم‌های گوناگون نشان می‌دهد. مطابق این قاعده، هنگام افزودن الکترون به زیرلایه‌ها، نخست زیرلایه‌های نزدیک‌تر به هسته پر می‌شوند که دارای انرژی کمتر هستند و سپس زیرلایه‌های بالاتر پر خواهند شد. براساس قاعده آفبا، هر چه انرژی یک زیرلایه کمتر باشد، آن زیرلایه زودتر از الکترون پر می‌شود. هر چه یک زیرلایه $n + l$ پایین‌تری داشته باشد، انرژی آن زیرلایه نیز کمتر است. برای مثال زیرلایه $۴s$ زودتر از زیرلایه $۳d$ شروع به گرفتن الکترون می‌کند. هنگامی‌که مقدار $n + l$ برای دو زیرلایه برابر باشد، زیرلایه‌ای با عدد کوانتومی اصلی کوچک‌تر، انرژی کمتری داشته و زودتر از الکترون پر می‌شود. برای مثال، زیرلایه $۳p$ نسبت به زیرلایه $۴s$ زودتر الکترون می‌گیرد.

۸۰- کدام‌یک از گزینه‌های زیر نادرست است؟

۱) کاتیون سازنده برخی از ترکیب‌های یونی، به آرایش یک گاز نجیب دست پیدا نمی‌کند.
۲) آرایش الکترونی هر عنصر موجود در جدول دوره‌ای، موقعیت مکانی آن عنصر را تعیین می‌کند.
۳) همه اتم‌های نافلزی با مبادله الکترون و رسیدن به آرایش گاز نجیب، در ساختار مولکول‌ها شرکت می‌کنند.
۴) در دوره سوم، برخلاف دوره چهارم جدول تناوبی، هر عنصر با لایه ظرفیت ۸ الکترونی، میل به انجام واکنش شیمیایی ندارد.

پاسخ: گزینهٔ ۳ (آسان ـ خط به خط ـ سریع ـ صفحهٔ ۱۶ ـ ۱۱۰۱)

یکی از راه‌های رسیدن به آرایش الکترونی گازهای نجیب برای عناصر نافلزی، به اشتراک گذاشتن الکترون‌ها و حضور در ساختار مولکول است. توجه داریم که اتم‌های نافلزی برای شرکت در ساختار مولکول، برخی یا همه الکترون‌های ظرفیتی خود را به اشتراک می‌گذارند. در این فرایند، نمی‌توان از اصطلاح (مبادله الکترون) استفاده کرد.

بررسی سایر گزینه‌ها:

۱) آرایش الکترونی کاتیون برخی از عناصر فلزی به‌خصوص فلزهای واسطه، الزاماً به آرایش یک گاز نجیب مشابه نیست. برای مثال، در رابطه با **کاتیون‌های حاصل از فلز آهن**، داریم:

$_{۲۶}Fe^{۳+}: ۱s^۲۲s^۲۲p^۶۳s^۲۳p^۶۳d^۵$ $\qquad$ $_{۲۶}Fe^{۲+}: ۱s^۲۲s^۲۲p^۶۳s^۲۳p^۶۳d^۶$

۲) رفتار و ویژگی‌های هر اتم را می‌توان از روی آرایش الکترونی آن توضیح داد؛ بنابراین یافتن آرایش درست الکترون‌ها در هر اتم، از اهمیت بسیاری برخوردار است. مطابق مدل کوانتومی، برای به دست آوردن آرایش الکترونی اتم‌ها باید الکترون‌های اتم هر عنصر در زیرلایه‌ها با نظم و ترتیب معینی توزیع شوند. از آرایش الکترونی یک عنصر می‌توان برای تعیین موقعیت آن عنصر نیز استفاده کرد. برای مثال، همه عناصری که ۱۰ الکترون ظرفیتی دارند، مشابه نیکل بوده و در گروه شماره ۱۰ جدول تناوبی قرار می‌گیرند.

۴) در دوره سوم، آرایش الکترونی **گاز نجیب آرگون هشت‌تایی** است. در دوره چهارم نیز، در لایه ظرفیت عناصر **آهن** و **کریپتون**، تعداد ۸ الکترون حضور دارند. کریپتون نیز همانند آرگون از گازهای نجیب بوده و تمایلی به شرکت در واکنش‌های شیمیایی ندارد. درحالی‌که فلز آهن در واکنش‌های بسیاری از جمله خوردگی شرکت می‌کند.

الکترون‌های ظرفیتی

الکترون‌های ظرفیتی، الکترون‌هایی هستند که در سطحی‌ترین قسمت یک اتم قرار داشته و در واکنش‌های شیمیایی شرکت می‌کنند. این الکترون‌ها، در تعیین خواص شیمیایی یک عنصر نقش داشته و موجب تشکیل پیوندهای کووالانسی یا ایجاد یون تک اتمی می‌شوند. با توجه به اینکه یک عنصر در کدام دسته قرار می‌گیرد، می‌توان الکترون‌های ظرفیتی آن را پیدا کرد. در این رابطه، داریم:

- در عناصر دسته s، لایه ظرفیت معادل با الکترون یا الکترون‌های زیرلایهٔ ns است.
- در عناصر دسته p، لایه ظرفیت معادل با الکترون‌های زیرلایه‌های ns و np است.
- در عناصر دسته d، لایه ظرفیت معادل با الکترون‌های زیرلایه‌های ns و $(n-۱)d$ است.

ماز

۸۱- اگر در واکنش ۲۰۴ گرم از فلوئورید فلز A با خلوص ۵۰٪ با مقدار کافی سدیم هیدروکسید، ۱۲۶ گرم ماده محلول در آب تولید شود، عنصر A معادل کدام‌یک از فلزهای زیر می‌تواند باشد؟

$(Fe = ۵۶ , Sc = ۴۵ , Ca = ۴۰ , Mg = ۲۴ , Na = ۲۳ , F = ۱۹ , O = ۱۶ , H = ۱ : g.mol^{-۱})$

معادله واکنش موازنه شود. $\quad AF_n(s) + NaOH(aq) \longrightarrow A(OH)_n(s) + NaF(aq)$

۱) آهن ۲) منیزیم ۳) کلسیم ۴) اسکاندیم

پاسخ: گزینهٔ ۴ (سخت ـ محاسباتی ـ زمان‌بر ـ صفحهٔ ۱۹ ـ ۱۱۰۱)

فرمول شیمیایی فلوئورید فلز A را به‌صورت AF_n در نظر می‌گیریم. معادله موازنه شده واکنش انجام شده به‌صورت زیر است:

$$AF_n(s) + nNaOH(aq) \longrightarrow A(OH)_n(s) + nNaF(aq)$$

طبق فرض سؤال، در واکنش مورد نظر ۲۰۴ گرم از فلوئورید فلز A با خلوص ۵۰٪ استفاده شده است. بر این اساس، داریم:

$$?\,g\,AF_n = ۲۰۴\,g\,AF_n \text{ ناخالص} \times \frac{۵۰\,g\,AF_n}{۱۰۰\,g\,AF_n \text{ ناخالص}} = ۱۰۲\,g$$

برای حل سؤال، ابتدا جرم مولی عنصر مجهول را برابر a فرض کرده و با استفاده از روابط استوکیومتری، نسبت جرم مولی این فلز به ظرفیت آن (n) را محاسبه می‌کنیم. در این رابطه، داریم:

$$۱۲۶\,g\,NaF = ۱۰۲\,g\,AF_n \times \frac{۱\,mol\,AF_n}{(a+۱۹n)g\,AF_n} \times \frac{n\,mol\,NaF}{۱\,mol\,AF_n} \times \frac{۴۲\,g\,NaF}{۱\,mol\,NaF}$$

$$\Longrightarrow ۱۲۶ \times (a+۱۹n) = ۴۲۸۴n \Longrightarrow ۱۲۶a = ۱۸۹۰n \Longrightarrow a = ۱۵n$$

برای حل این سؤال از روش تناسب نیز داریم:

$$\frac{\underbrace{\text{جرم } AF_n}_{\text{ضریب} \times \text{جرم مولی}}}{AF_n} = \frac{\underbrace{\text{جرم } NaF}_{\text{ضریب} \times \text{جرم مولی}}}{NaF} \Longrightarrow \frac{۱۰۲}{(a+۱۹n) \times ۱} = \frac{۱۲۶}{۴۲ \times n} \Longrightarrow a = ۱۵n$$

SanjeshCloud

با توجه به محاسبات انجام شده، جرم مولی فلز موردنظر، ۱۵ برابر ظرفیت آن است. این ویژگی صرفاً برای اسکاندیم صدق می‌کند. **اسکاندیم** **نخستین** عنصر واسطه جدول تناوبی بوده و در ترکیب‌های شیمیایی به‌صورت یون Sc^{3+} حضور پیدا می‌کند. جرم مولی این عنصر نیز برابر با ۴۵ گرم بر مول است. توجه داریم که برای حل این سؤال می‌توان از روش امتحان کردن گزینه‌ها نیز استفاده کرد.

ماز

۸۲- مخلوطی به جرم ۷۵ گرم از گازهای نیتروژن مونوکسید و نیتروژن دی‌اکسید در اختیار داریم. اگر با وارد کردن مقدار کافی اکسیژن به ظرف حاوی این مخلوط و انجام کامل واکنش زیر، جرم مخلوط به ۹۱ گرم برسد، چند درصد جرمی از مخلوط اولیه توسط اکسید قهوه‌ای رنگ نیتروژن تشکیل شده است؟ ($O = ۱۶ , N = ۱۴ : g.mol^{-۱}$)

معادله واکنش موازنه شود. $NO(g) + O_۲(g) \longrightarrow NO_۲(g)$

۱) ۵۰ ۲) ۴۰ ۳) ۶۰ ۴) ۷۰

پاسخ: گزینهٔ ۳ (متوسط ـ محاسباتی ـ استاندارد ـ صفحهٔ ۲۳ ـ ۱۱۰۱)

طی این فرایند، جرم مخلوط از ۷۵ گرم به ۹۱ گرم رسیده و به اندازه ۱۶ گرم افزایش پیدا کرده است. معادله این واکنش به‌صورت زیر است:

$$۲NO(g) + O_۲(g) \longrightarrow ۲NO_۲(g)$$

عناصر نیتروژن و اکسیژن در واکنش با یکدیگر، مولکول‌های متفاوتی از جمله نیتروژن مونوکسید، نیتروژن دی‌اکسید، دی‌نیتروژن پنتاکسید و ... تولید می‌کنند. با توجه به واکنش انجام شده، افزایش جرم مخلوط به اندازه ۱۶ گرم، مربوط به مصرف شدن گاز اکسیژن است. این مقدار از گاز اکسیژن، با نیتروژن مونوکسید وارد واکنش شده است؛ بنابراین می‌توان گفت در این واکنش ۱۶ گرم گاز اکسیژن مصرف شده است. حال جرم گاز نیتروژن مونوکسید مصرف شده را محاسبه می‌کنیم:

$$?\,g\,NO = ۱۶\,g\,O_۲ \times \frac{۱\,mol\,O_۲}{۳۲\,g\,O_۲} \times \frac{۲\,mol\,NO}{۱\,mol\,O_۲} \times \frac{۳۰\,g\,NO}{۱\,mol\,NO} = ۳۰\,g$$

با توجه به محاسبات اولیه، مخلوط اولیه شامل ۳۰ گرم نیتروژن مونوکسید و ۴۵ گرم نیتروژن دی‌اکسید بوده است. توجه داریم که منظور از اکسید قهوه‌ای رنگ نیتروژن، گاز نیتروژن دی‌اکسید است. در پایان درصد جرمی این گاز را به دست می‌آوریم:

$$\text{درصد جرمی } NO_۲ = \frac{\text{جرم } NO_۲}{\text{جرم کل مخلوط}} \times ۱۰۰ = \frac{۴۵}{۷۵} \times ۱۰۰ = \text{درصد } ۶۰$$

ماز

۸۳- جرم برابر از نخستین و دومین عضو خانواده آلکان‌ها را در دمای ۷۵°C در اختیار داریم. اگر با سوزاندن کامل آن‌ها اختلاف مقدار $CO_۲$ تولید شده در دو واکنش برابر یک مول باشد، مجموع جرم آب تولید شده در این دو واکنش، برابر چند گرم بوده است؟

($O = ۱۶ , C = ۱۲ , H = ۱ : g.mol^{-۱}$)

۱) ۸۲۸ ۲) ۸۶۴ ۳) ۹۷۲ ۴) ۹۳۶

پاسخ: گزینهٔ ۳ (سخت ـ محاسباتی ـ زمان‌بر ـ صفحهٔ ۳۶ ـ ۱۱۰۱)

نخستین و **دومین** آلکان، به‌ترتیب معادل **متان** ($CH_۴$) و **اتان** ($C_۲H_۶$) هستند. معادله موازنه شده سوختن کامل این دو ترکیب مولکولی در شرایط استاندارد به‌صورت زیر است:

$$CH_۴(g) + ۲O_۲(g) \longrightarrow CO_۲(g) + ۲H_۲O(l)$$

$$۲C_۲H_۶(g) + ۷O_۲(g) \longrightarrow ۴CO_۲(g) + ۶H_۲O(l)$$

طبق فرض سؤال، اختلاف مول گاز کربن دی‌اکسید تولید شده در این دو واکنش برابر ۱ مول بوده است. حال جرم هر یک از گازهای متان و اتان مصرف شده را برابر x فرض کرده و مول گاز کربن دی‌اکسید تولید شده را محاسبه می‌کنیم:

$$CH_۴ : ?\,mol\,CO_۲ = x\,g\,CH_۴ \times \frac{۱\,mol\,CH_۴}{۱۶\,g\,CH_۴} \times \frac{۱\,mol\,CO_۲}{۱\,mol\,CH_۴} = \frac{x}{۱۶}\,mol$$

$$C_۲H_۶ : ?\,mol\,CO_۲ = x\,g\,C_۲H_۶ \times \frac{۱\,mol\,C_۲H_۶}{۳۰\,g\,C_۲H_۶} \times \frac{۴\,mol\,CO_۲}{۲\,mol\,C_۲H_۶} = \frac{x}{۱۵}\,mol$$

SanjeshCloud

در مرحله بعد با استفاده از اختلاف مول گازهای تولید شده، جرم متان و اتان را محاسبه می‌کنیم:

$$C_۲H_۶ \text{ حاصل از سوختن } CO_۲ \text{ گاز } - CH_۴ \text{ حاصل از سوختن } CO_۲ \text{ گاز} = \frac{x}{۱۵} - \frac{x}{۱۶} = ۱ \Rightarrow x = ۲۴۰\ g$$

در مرحله بعد جرم آب تولید شده در هر واکنش را محاسبه می‌کنیم:

$$CH_۴ : ?\ g\ H_۲O = ۲۴۰\ g\ CH_۴ \times \frac{۱\ mol\ CH_۴}{۱۶\ g\ CH_۴} \times \frac{۲\ mol\ H_۲O}{۱\ mol\ CH_۴} \times \frac{۱۸\ g\ H_۲O}{۱\ mol\ H_۲O} = ۵۴۰\ g$$

$$C_۲H_۶ : ?\ g\ H_۲O = ۲۴۰\ g\ C_۲H_۶ \times \frac{۱\ mol\ C_۲H_۶}{۳۰\ g\ C_۲H_۶} \times \frac{۶\ mol\ H_۲O}{۲\ mol\ C_۲H_۶} \times \frac{۱۸\ g\ H_۲O}{۱\ mol\ H_۲O} = ۴۳۲\ g$$

با توجه به محاسبات انجام شده، مجموع جرم آب تولید شده در دو واکنش برابر ۹۷۲ گرم است.

ویژگی‌های متان

- متان
  - ساده‌ترین آلکان بوده و در ساختار خود یک اتم کربن و چهار اتم هیدروژن دارد.
  - در دمای اتاق به حالت گاز یافت می‌شود.
  - مولکول آن ناقطبی بوده و در میدان الکتریکی جهت‌گیری نمی‌کند.
  - هرگاه غلظت آن در هوای معدن به بیش از ۵ درصد برسد، احتمال انفجار وجود دارد.
  - در برخی سلول‌های سوختی به‌عنوان سوخت مصرف می‌شود.
  - در صنعت پتروشیمی در تولید متانول نقش دارد.

ماز

۸۴- کدام‌یک از عبارت‌های زیر درست است؟ $(Na = ۲۳ , O = ۱۶ , C = ۱۲ : g.mol^{-۱})$

۱) شمار اتم‌ها در واحد فرمولی هیدروکسید فلزهای قلیایی خاکی، برابر با شمار اتم‌ها در کربنات آن فلز است.

۲) اگر آنیون لیتیم فسفات را با یون سیلیکات جایگزین کنیم، نسبت کاتیون به آنیون در آن ۱ واحد کاهش می‌یابد.

۳) اگر فرمول شیمیایی کلسیم اگزالات به‌صورت $CaC_۲O_۴$ باشد، جرم مولی سدیم اگزالات برابر ۱۱۱ گرم خواهد بود.

۴) اگر فرمول شیمیایی سدیم پراکسید به‌صورت $Na_۲O_۲$ باشد، فرمول منیزیم پراکسید به‌صورت $Mg_۲O$ خواهد بود.

پاسخ: گزینهٔ ۱ (متوسط ـ مفهومی ـ استاندارد ـ صفحهٔ ۱۹ ـ ۱۱۰۱)

به فلزهای موجود در گروه ۲ جدول تناوبی، فلزهای قلیایی خاکی گفته می‌شود. برای مثال، **کلسیم** و **منیزیم** از جمله **فلزهای قلیایی خاکی** هستند. این عناصر با تبدیل شدن به کاتیون $A^{۲+}$، در تشکیل ترکیب‌های یونی شرکت می‌کنند. بر این اساس، می‌توان گفت فرمول شیمیایی هیدروکسید و کربنات این فلزها به‌ترتیب به‌صورت $A(OH)_۲$ و $ACO_۳$ خواهد بود. همان‌طور که مشخص است، شمار اتم‌های موجود در این دو ترکیب یونی، برابر ۵ است.

بررسی سایر گزینه‌ها:

۲) اگر آنیون **لیتیم فسفات** ($Li_۳PO_۴$) یعنی یون فسفات را با **آنیون سیلیکات** ($SiO_۴^{۴-}$) جابه‌جا کنیم، ترکیب یونی لیتیم سیلیکات با فرمول شیمیایی $Li_۴SiO_۴$ حاصل می‌شود. همان‌طور که مشخص است، با ایجاد این تغییر نسبت **کاتیون** به **آنیون** در فرمول شیمیایی، ۱ واحد افزایش پیدا می‌کند.

۳) با توجه به فرمول **کلسیم اگزالات**، فرمول شیمیایی یون اگزالات به‌صورت $C_۲O_۴^{۲-}$ بوده و از ترکیب آن با یون سدیم، ترکیب سدیم اگزالات با فرمول شیمیایی $Na_۲C_۲O_۴$ حاصل می‌شود. جرم مولی این ترکیب برابر با ۱۳۴ گرم است.

۴) با توجه به فرمول شیمیایی **سدیم پراکسید**، فرمول شیمیایی یون پراکسید به‌صورت $O_۲^{۲-}$ بوده و در ترکیب با یون منیزیم، ترکیب یونی منیزیم پراکسید با فرمول شیمیایی $MgO_۲$ را تولید می‌کند.

SanjeshCloud

۸۵- کدام گزینه در رابطه با عناصر موجود در جدول تناوبی درست است؟

۱) در بین عناصر متوالی دوره سوم، بیشترین تفاوت شعاع اتمی بین دو فلز اصلی جدول تناوبی وجود دارد.

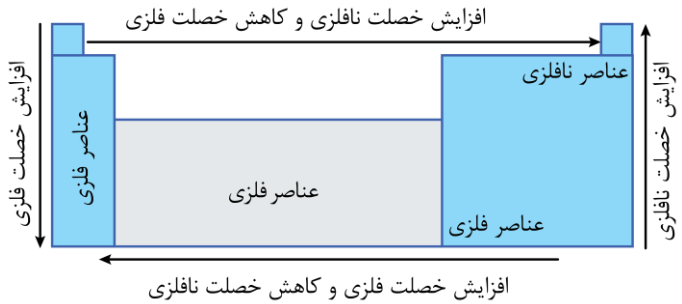
۲) در دوره سوم جدول تناوبی، شعاع اتمی عناصر با تمایل آن‌ها به گرفتن الکترون رابطه عکس دارد.

۳) در عناصر موجود در یک گروه، برخلاف عناصر یک دوره، خاصیت فلزی با شعاع اتمی رابطه عکس دارد.

۴) با توجه به روند اتمی، عناصری با بیشترین خاصیت فلزی و نافلزی، در یک دوره از جدول تناوبی قرار گرفته‌اند.

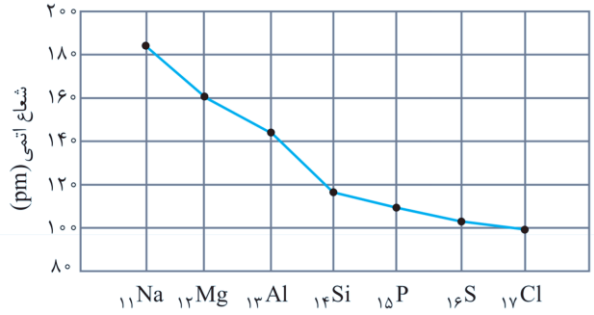
پاسخ: گزینهٔ ۲ (آسان ـ مفهومی ـ سریع ـ صفحهٔ ۱۳ ـ ۱۱۰۱)

با طی کردن یک دوره از چپ به راست، تعداد لایه‌های الکترونی **ثابت** بوده و با افزایش شمار پروتون‌های موجود در هسته اتم، جاذبه بر لایه آخر الکترونی **افزایش** پیدا می‌کند. با افزایش جاذبه بر لایهٔ آخر الکترونی، شعاع اتمی **کاهش** پیدا می‌کند. از طرفی با طی یک دوره از چپ به راست، خاصیت نافلزی عناصر یا همان تمایل به گرفتن الکترون **افزایش** پیدا می‌کند. در این رابطه، داریم:



بررسی سایر گزینه‌ها:

۱) در بین عناصر موجود در دوره سوم، بیشترین تفاوت شعاع اتمی بین عناصر متوالی **آلومینیم** و **سیلیسیم** است. سیلیسیم برخلاف آلومینیم از جمله عناصر شبه‌فلزی جدول تناوبی است. نمودار زیر، روند تغییر شعاع اتمی در این تناوب را نشان می‌دهد:



۳) در عناصر موجود در یک گروه از جدول تناوبی، همانند عناصر موجود در یک دوره از جدول تناوبی، خاصیت **فلزی** و **نافلزی** عناصر با **شعاع اتمی** به‌ترتیب رابطه **مستقیم** و **عکس** دارند.

۴) عنصری با بیشترین خاصیت نافلزی، **فلوئور** بوده و در دوره دوم جدول تناوبی قرار گرفته است. از طرفی عنصری که بیشترین خاصیت فلزی را دارد، در **دوره هفتم** از **گروه اول** قرار گرفته است.

مشابه این سؤال، در سؤال ۸۶ کنکور ریاضی تیرماه ۱۴۰۴ مطرح شده بود.

۸۶- از واکنش ۳۰ گرم آلومینیم در واکنش ترمیت، ۴۰/۸ گرم ترکیب یونی تولید شده است. اگر بازده واکنش برابر با ۸۰ درصد باشد، درصد خلوص آلومینیم استفاده شده چقدر بوده و با استفاده از آهن تولید شده، چند گرم آلیاژ فلزی که درصد جرمی آهن در آن برابر با ۷٪ باشد را می‌توان تهیه کرد؟ $(Fe = ۵۶ , Al = ۲۷ , O = ۱۶ : g.mol^{-۱})$

۱) ۹۰ ـ ۴۸۰ ۲) ۸۰ ـ ۴۸۰ ۳) ۹۰ ـ ۶۴۰ ۴) ۸۰ ـ ۶۴۰

پاسخ: گزینهٔ ۳ (متوسط ـ محاسباتی ـ استاندارد ـ صفحهٔ ۲۴ ـ ۱۱۰۱)

معادله موازنه شده واکنش ترمیت به‌صورت زیر است:

$$Fe_۲O_۳(s) + ۲Al(s) \longrightarrow Al_۲O_۳(s) + ۲Fe(l)$$

آلومینیم اکسید، ترکیب یونی تولید شده در این واکنش است. ابتدا مقدار نظری آلومینیم اکسید تولید شده را محاسبه می‌کنیم:

$$\text{بازده درصدی} = \frac{\text{مقدار عملی}}{\text{مقدار نظری}} \times ۱۰۰ \Longrightarrow \text{مقدار نظری} = \frac{\text{مقدار عملی}}{\text{بازده درصدی}} \times ۱۰۰ = \frac{۴۰/۸}{۸۰} \times ۱۰۰ = ۵۱\ g$$

در مرحله بعد، با توجه به معادله واکنش انجام شده، جرم آلومینیم مصرف شده را به‌دست می‌آوریم:

$$?\ g\ Al = ۵۱\ g\ Al_۲O_۳ \times \frac{۱\ mol\ Al_۲O_۳}{۱۰۲\ g\ Al_۲O_۳} \times \frac{۲\ mol\ Al}{۱\ mol\ Al_۲O_۳} \times \frac{۲۷\ g\ Al}{۱\ mol\ Al} = ۲۷\ g$$

در پایان درصد خلوص آلومینیم را محاسبه می‌کنیم:

$$\text{درصد خلوص} = \frac{\text{مقدار خالص}}{\text{مقدار کل}} \times ۱۰۰ = \frac{۲۷}{۳۰} \times ۱۰۰ = ۹۰ \text{ درصد}$$

برای حل قسمت دوم سؤال، باید جرم فلز آهن تولید شده در این واکنش را محاسبه کنیم. داریم:

$$?\ g\ Fe = ۴۰/۸\ g\ Al_۲O_۳ \times \frac{۱\ mol\ Al_۲O_۳}{۱۰۲\ g\ Al_۲O_۳} \times \frac{۲\ mol\ Fe}{۱\ mol\ Al_۲O_۳} \times \frac{۵۶\ g\ Fe}{۱\ mol\ Fe} = ۴۴/۸\ g$$

بر این اساس، جرم آلیاژی که درصد جرمی آهن در آن برابر با ۷٪ است را محاسبه می‌کنیم:

$$?\ g\ \text{آلیاژ} = ۴۴/۸\ g\ Fe \times \frac{۱۰۰\ g\ \text{آلیاژ}}{۷\ g\ Fe} = ۶۴۰\ g$$

۸۷- کدام موارد از عبارت‌های زیر درست هستند؟ $(H = ۱ : g.mol^{-۱})$

الف ـ تفاوت شمار پیوندهای اشتراکی در ساختار سومین عضو آلکان‌ها و سومین عضو آلکن‌ها برابر ۱ است.

ب ـ با افزایش شمار اتم‌های کربن در ساختار مولکول آلکان‌ها، مقدار گران‌روی آن‌ها افزایش پیدا می‌کند.

ج ـ تفاوت شمار اتم‌های H در دکان و مولکول حاصل از واکنش نفتالن با مقدار کافی $H_۲$، برابر ۴ است.

د ـ نخستین آلکانی که در دمای اتاق حالت مایع دارد، در ساختار خود ۱۰ پیوند کربن ـ هیدروژن دارد.

۱) «الف» و «ج» ۲) «الف» و «د» ۳) «ب» و «ج» ۴) «ب» و «د»

پاسخ: گزینهٔ ۳ (متوسط ـ مفهومی ـ استاندارد ـ صفحهٔ ۴۳ ـ ۱۱۰۱)

عبارت‌های (ب) و (ج) درست هستند.

بررسی موارد:

الف) سومین عضو خانواده **آلکان‌ها** و سومین عضو خانواده **آلکن‌ها** به‌ترتیب معادل با **پروپان** با فرمول شیمیایی $C_۳H_۸$ و **بوتن** با فرمول شیمیایی $C_۴H_۸$ هستند. شمار پیوندهای اشتراکی موجود در ساختار پروپان و بوتن به‌ترتیب برابر با **۱۰** و **۱۲** است. همانطور که مشخص است، تفاوت شمار پیوندهای اشتراکی این دو هیدروکربن برابر **۲** است.

SanjeshCloud

جدول زیر شمار پیوندهای موجود در ساختار سه خانواده اصلی هیدروکربن‌ها را نشان می‌دهد:

نوع هیدروکربن	فرمول مولکولی	پیوند $C-C$	پیوند $C=C$	پیوند $C\equiv C$	پیوند $C-H$	کل پیوندها
آلکان	C_nH_{2n+2}	$n-1$	-	-	$2n+2$	$3n+1$
آلکن	C_nH_{2n}	$n-2$	۱	-	$2n$	$3n$
آلکین	C_nH_{2n-2}	$n-2$	-	۱	$2n-2$	$3n-1$

ب) با افزایش شمار اتم‌های کربن در آلکان‌ها، نیروی بین مولکولی آن‌ها **افزایش** پیدا می‌کند. با افزایش نیروی بین مولکولی آلکان‌ها، نقطه جوش و گران‌روی آن‌ها **افزایش** پیدا کرده و فراریت آن‌ها **کاهش** می‌یابد.

ج) معادله واکنش هیدروژن‌دار شدن نفتالن به‌صورت زیر است:

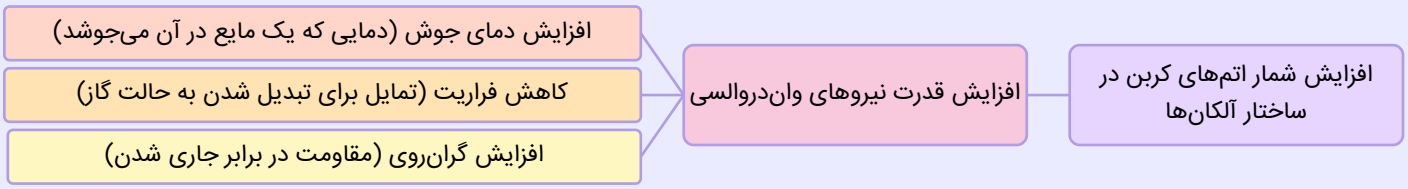
$$C_{10}H_8 + 5H_2 \longrightarrow C_{10}H_{18}$$

دکان نیز دهمین عضو خانواده آلکان‌ها با فرمول شیمیایی $C_{10}H_{22}$ است. همانطور که مشخص است، تفاوت شمار اتم‌های هیدروژن در ساختار این دو ترکیب برابر ۴ است.

د) آلکان‌هایی با ۱ تا ۴ اتم کربن، نقطه جوش پایین‌تر از دمای اتاق داشته و در این دما به حالت گاز یافت می‌شوند. از طرفی نقطه جوش پنجمین عضو خانواده آلکان‌ها یعنی پنتان (C_5H_{12})، کمی بالاتر از دمای اتاق بوده و در این دما به حالت مایع یافت می‌شود. توجه داریم که شمار پیوندهای کربن ـ هیدروژن در آلکان‌ها برابر با شمار اتم‌های هیدروژن آن‌ها است، پس می‌توان گفت پنتان دارای **۱۲** پیوند کربن ـ هیدروژن است.

خواص آلکان‌ها

به مقاومتی که یک مایع در برابر جاری شدن از خود نشان می‌دهد، گران‌روی گفته می‌شود. با افزایش شمار اتم‌های کربن موجود در آلکان‌ها (n)، مولکول‌های سازنده این مواد با نیروی بیشتری یکدیگر را جذب کرده و به همین خاطر، میزان گران‌روی آن‌ها افزایش پیدا می‌کند. در واقع، گران‌روی آلکان‌ها با شمار اتم‌های کربن موجود در ساختار آن‌ها رابطه مستقیم دارد. نمودار زیر، تغییر خواص کلی آلکان‌ها را بر اساس تغییر تعداد اتم‌های کربن آن‌ها نشان می‌دهد:



با توجه به مقدار گشتاور دوقطبی و نوع نیروهای بین مولکولی در آلکان‌ها، این مواد نامحلول در آب بوده و فقط در حلال‌های ناقطبی مثل هگزان و چربی‌ها (چربی‌ها از جمله مواد آلی ناقطبی با $\mu \simeq 0$ هستند) حل می‌شوند.

۸۸- یک نمونه پروپن، با ۴۸ گرم گاز هیدروژن مخلوط شده است. اگر در اثر سوختن کامل این مخلوط، مقدار مول بخار آب تولید شده ۵ برابر مقدار مول گاز کربن دی‌اکسید تولید شده باشد، درصد خلوص پروپن در نمونه به‌تقریب چقدر بوده است؟

($C=12, H=1 : g.mol^{-1}$)

۱) ۶۳/۶ ۲) ۷۴/۸ ۳) ۴۵/۹ ۴) ۵۴/۵

پاسخ: گزینهٔ ۱ (سخت ـ محاسباتی ـ زمان‌بر ـ صفحهٔ ۴۱ ـ ۱۱۰۱)

نمونه مورد نظر دارای گازهای پروپن و هیدروژن است. معادله موازنه شده واکنش سوختن این دو گاز به‌صورت زیر است:

$$2H_2(g) + O_2(g) \longrightarrow 2H_2O(g)$$
$$2C_3H_6(g) + 9O_2(g) \longrightarrow 6CO_2(g) + 6H_2O(g)$$

ابتدا مول بخار آب تولید شده از سوختن گاز هیدروژن را محاسبه می‌کنیم:

$$?\,mol\,H_2O = 48\,g\,H_2 \times \frac{1\,mol\,H_2}{2\,g\,H_2} \times \frac{2\,mol\,H_2O}{2\,mol\,H_2} = 24\,mol$$

در ادامه مول پروپن موجود در مخلوط اولیه را برابر با x فرض کرده و مول بخار آب و کربن دی‌اکسید تولید شده را به دست می‌آوریم:

$$?\,mol\ CO_2 = x\ mol\ C_3H_6 \times \frac{6\ mol\ CO_2}{2\ mol\ C_3H_6} = 3x\ mol$$

$$?\,mol\ H_2O = x\ mol\ C_3H_6 \times \frac{6\ mol\ H_2O}{2\ mol\ C_3H_6} = 3x\ mol$$

حال با استفاده از نسبت مول گازهای تولید شده، مقدار مؤلفه x را محاسبه می‌کنیم:

$$\frac{\text{مول } H_2O}{\text{مول } CO_2} = \frac{3x+24}{3x} = 5 \Longrightarrow x = 2$$

در پایان درصد خلوص پروپن را به دست می‌آوریم:

$$\text{درصد خلوص} = \frac{\text{جرم پروپن}}{\text{جرم کل}} \times 100 = \frac{2 \times 42}{\text{جرم } C_3H_6 + \text{جرم } H_2} \times 100 = \frac{2 \times 42}{(2 \times 42) + (24 \times 2)} \simeq 63/6 \text{ درصد}$$

مشابه این سؤال، در سؤال ۹۰ کنکور تجربی تیرماه ۱۴۰۴ مطرح شده بود.

ماز

۸۹- تفاوت عدد اتمی عناصر A و B از دوره سوم برابر ۳ بوده و بین این دو عنصر، یک عنصر فلزی و یک عنصر شبه‌فلزی حضور دارد. در رابطه با این عناصر، کدام عبارت زیر درست است؟ (عدد اتمی عنصر B بزرگ‌تر از عنصر A است.)

۱) شعاع اتمی عنصر A در مقایسه با شعاع اتمی سدیم بیشتر است.

۲) عنصر B در بین نافلزهای دوره سوم، کمترین واکنش‌پذیری را دارد.

۳) فرمول شیمیایی ترکیب حاصل از یون پایدار عنصر A و یون فسفات به‌صورت $A_3(PO_4)_2$ است.

۴) یکی از عناصر قرار گرفته بین A و B، می‌تواند در واکنش‌های شیمیایی الکترون گرفته یا به اشتراک بگذارد.

پاسخ: گزینهٔ ۳ (متوسط ـ مفهومی ـ استاندارد ـ صفحهٔ ۸ ـ ۱۱۰۱)

برای حل این سؤال، ابتدا باید عناصر A و B را پیدا کنیم. تنها عنصر شبه‌فلزی دوره سوم جدول تناوبی، سیلیسیم است. از طرفی طبق گفته سؤال، یک عنصر شبه‌فلزی و یک عنصر فلزی بین عناصر A و B قرار گرفته‌اند. عنصر قبل از سیلیسیم، آلومینیم بوده که نوعی فلز است. از طرفی عنصر بعد از سیلیسیم، فسفر بوده که نوعی نافلز است. تا به اینجای کار متوجه شدیم که عناصر آلومینیم و سیلیسیم بین دو عنصر A و B قرار گرفته‌اند. از طرفی طبق صورت سؤال، عدد اتمی B از A بزرگ‌تر است؛ بنابراین می‌توان گفت عنصر A معادل با عنصر قبل از آلومینیم، یعنی منیزیم بوده و عنصر B نیز معادل عنصر بعد از سیلیسیم یعنی فسفر است. منیزیم در ترکیب‌های شیمیایی خود به‌صورت یون Mg^{2+} حضور دارد. فرمول شیمیایی یون فسفات نیز به‌صورت PO_4^{3-} است؛ بنابراین فرمول شیمیایی ترکیب یونی منیزیم فسفات به‌صورت $Mg_3(PO_4)_2$ نمایش داده می‌شود.

بررسی سایر گزینه‌ها:

۱) به‌طور کلی با طی کردن یک دوره از **چپ** به **راست**، شعاع اتمی **کاهش** پیدا می‌کند. شیب کاهش شعاع اتمی در بین **فلزها بیشتر** از **نافلزها** است. بر این اساس، می‌توان گفت شعاع اتمی **منیزیم** در مقایسه با **سدیم کوچک‌تر** است.

۲) **کمترین** واکنش‌پذیری در بین عناصر یک دوره، مربوط به **گاز نجیب** آن دوره است. آرگون با عدد اتمی ۱۸، گاز نجیب موجود در **دوره سوم** است. پس از **آرگون**، **فسفر** معادل با نافلزی از تناوب سوم است که کمترین واکنش‌پذیری را دارد.

۴) عناصر فلزی در واکنش‌های شیمیایی تنها می‌توانند الکترون از دست بدهند. شبه‌فلزها نیز تنها با به اشتراک‌گذاشتن الکترون در واکنش‌های شیمیایی شرکت می‌کنند. **نافلزها** نیز می‌توانند با گرفتن یا به اشتراک‌گذاشتن الکترون‌های ظرفیتی خود، در واکنش‌های شیمیایی شرکت کنند. توجه داریم که بین این دو عنصر، هیچ نافلزی حضور ندارد.

SanjeshCloud

روند تغییر شعاع اتمی

در یک دوره با حرکت از چپ به راست، تعداد لایه‌های الکترونی ثابت بوده ولی تعداد پروتون‌های هسته افزایش پیدا می‌کند. با افزایش تعداد پروتون‌های موجود در هسته، جاذبه روی لایه‌های الکترونی افزایش پیدا کرده و شعاع اتمی کاهش پیدا می‌کند. در یک گروه نیز با حرکت از سمت بالا به پایین، تعداد لایه‌های الکترونی افزایش پیدا کرده و شعاع افزایش پیدا می‌کند. با افزایش شعاع اتمی و درنتیجه افزایش فاصله هسته از لایه آخر الکترونی، اتم راحت‌تر می‌تواند الکترون‌های ظرفیتی خود را از دست بدهد. پس می‌توان گفت در یک گروه از بالا به پایین خاصیت فلزی افزایش و خاصیت نافلزی کاهش پیدا می‌کند.

۹۰- مقدار ۲۰ گرم FeO ناخالص را با یک نمونه ۱۵ گرمی از سدیم مخلوط می‌کنیم. اگر با انجام کامل واکنش و مصرف کل FeO، جرم نمونه فلزی ایجاد شده به ۱۶ گرم برسد، درصد خلوص نمونه اولیه از FeO چقدر بوده است؟ (ناخالصی، در واکنش شیمیایی شرکت نمی‌کند. $Fe = ۵۶, Na = ۲۳, O = ۱۶ : g.mol^{-۱}$)

۱) ۳۴ ۲) ۳۶ ۳) ۱۸ ۴) ۲۷

پاسخ: گزینهٔ ۲ (سخت ـ محاسباتی ـ استاندارد ـ صفحهٔ ۲۴ ـ ۱۱۰۱)

به‌طور طبیعی فلزی با واکنش‌پذیری بیشتر، می‌تواند با ترکیب فلزی با واکنش‌پذیری کمتر واکنش داده و آن فلز را از ترکیبش جدا کند. مقایسه واکنش‌پذیری فلزهای آهن و سدیم به‌صورت زیر است:

واکنش‌پذیری : سدیم > آهن

بنابراین می‌توان گفت فلز سدیم موجود در مخلوط با نمونه FeO واکنش می‌دهد. معادله موازنه شده واکنش سدیم و FeO به‌صورت زیر است:

$$FeO + ۲Na \longrightarrow Na_۲O + Fe$$

با هر بار انجام واکنش، ۲ مول سدیم (معادل ۴۶ گرم سدیم) از مخلوط فلزی جدا شده و ۱ مول فلز آهن (معادل ۵۶ گرم آهن) به این مخلوط افزوده می‌شود؛ بنابراین به ازای مصرف هر مول FeO و تولید یک مول آهن در این واکنش، جرم مخلوط عناصر فلزی به اندازه ۱۰ گرم افزایش پیدا می‌کند. در مرحله بعد مقدار FeO مصرف شده را محاسبه می‌کنیم. توجه داریم که با انجام این واکنش، جرم عناصر فلزی به اندازه ۱ گرم افزایش پیدا کرده است. بر این اساس، داریم:

$$?\, g\, FeO = ۱\, g \text{ افزایش جرم عناصر فلزی} \times \frac{۱\, mol\, FeO}{۱۰\, g \text{ افزایش جرم عناصر فلزی}} \times \frac{۷۲\, g\, FeO}{۱\, mol\, FeO} = ۷/۲\, g$$

در پایان درصد خلوص FeO را محاسبه می‌کنیم:

$$\text{درصد خلوص} = \frac{\text{جرم خالص}}{\text{جرم ناخالص}} \times ۱۰۰ = \frac{۷/۲}{۲۰} \times ۱۰۰ = ۳۶ \text{ درصد}$$

واکنش‌پذیری فلزها

به‌طور کلی، در هر واکنش شیمیایی که به‌صورت طبیعی و خودبه‌خودی انجام می‌شود، واکنش‌پذیری فراورده‌ها از واکنش‌پذیری واکنش‌دهنده‌ها کمتر است. بر اساس این قاعده، با استفاده از عناصر فلزی واکنش‌پذیرتر می‌توانیم سایر عناصر فلزی را از ترکیبات حاوی آن‌ها خارج کنیم. به‌عنوان مثال، چون واکنش‌پذیری فلز سدیم در مقایسه با واکنش‌پذیری فلز آهن بیشتر است، با استفاده از فلز سدیم می‌توانیم فلز آهن را بر اساس واکنش خودبه‌خودی زیر از آهن (III) اکسید خارج کنیم. معادله این واکنش به‌صورت زیر است:

$$۶Na + Fe_۲O_۳ \longrightarrow ۳Na_۲O + ۲Fe$$

۹۱- کدام‌یک از موارد زیر درست است؟ ($H = ۱\ g.mol^{-۱}$)

الف ـ میزان فراریت آلکان‌های راست‌زنجیر، با قدرت نیروی بین مولکولی آن‌ها رابطه عکس دارد.

ب ـ هر مول از ترکیب با فرمول $C_۸H_{۱۴}$، برای سیرشدن به‌یقین با ۲ مول گاز $H_۲$ واکنش می‌دهد.

ج ـ سیکلوهگزان و ۲-هگزن، از نظر چگالی، درصد جرمی کربن و واکنش‌پذیری، مشابه یکدیگر هستند.

د ـ با افزایش جرم مولی اجزای سازنده نفت خام، ارتفاع خروج آن‌ها در برج تقطیر در پالایشگاه کاهش می‌یابد.

۱) «الف» و «ج»　　۲) «الف» و «د»　　۳) «ب» و «ج»　　۴) «ب» و «د»

پاسخ: گزینهٔ ۲　　(متوسط ـ مفهومی ـ استاندارد ـ صفحهٔ ۴۵ ـ ۱۱۰۱)

عبارت‌های (الف) و (د) درست هستند.

بررسی موارد:

الف) با افزایش شمار اتم‌های کربن در آلکان‌های راست‌زنجیر، جرم مولی آن‌ها افزایش پیدا می‌کند. با افزایش جرم مولی این ترکیب‌های مولکولی، نیروی بین مولکولی آن‌ها **قوی‌تر** شده و **گران‌روی** و **نقطه‌جوش** آن‌ها **افزایش** پیدا می‌کند. در نقطه مقابل، با افزایش شمار اتم‌های کربن، میزان فراریت آلکان‌های راست‌زنجیر **کاهش** پیدا می‌کند.

ب) برای سیر شدن یک مولکول هیدروکربن، به ازای هر پیوند دوگانه و سه‌گانه به‌ترتیب ۱ و ۲ مولکول گاز هیدروژن مصرف می‌شود. اگر ترکیبی با فرمول شیمیایی $C_۸H_{۱۴}$ دارای ۲ پیوند دوگانه و یا یک پیوند سه‌گانه باشد، هر مول از آن در واکنش با ۲ مول گاز هیدروژن، به ترکیبی سیرشده با فرمول شیمیایی $C_۸H_{۱۸}$ تبدیل می‌شود. معادله واکنش انجام شده به‌صورت زیر است:

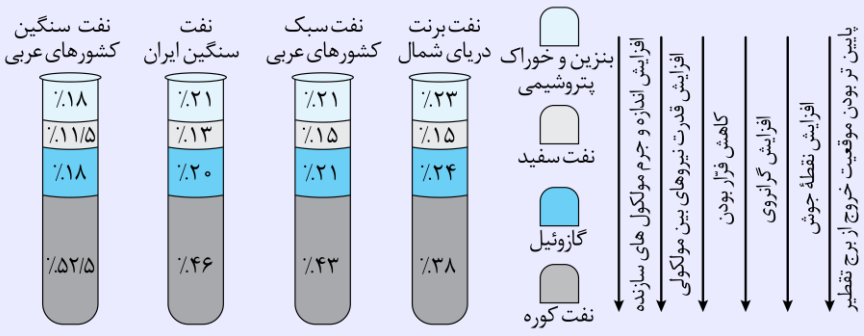
$$C_۸H_{۱۴} + ۲H_۲ \longrightarrow C_۸H_{۱۸}$$

توجه داریم که اگر هیدروکربن مورد نظر در ساختار خود دارای **یک حلقه** و **یک پیوند دوگانه** باشد، برای سیر شدن تنها به واکنش با ۱ مولکول گاز **هیدروژن** نیاز دارد. همچنین اگر این هیدروکربن در ساختار خود **۲ حلقه** داشته باشد، **سیر شده** بوده و **نمی‌تواند** با گاز **هیدروژن** وارد واکنش شود.

ج) سیکلوهگزان، نوعی ترکیب سیرشده بوده و واکنش‌پذیری ناچیزی دارد؛ درحالی‌که ۲-هگزن، نوعی آلکن است و واکنش‌پذیری بیشتری دارد. این دو ماده از نظر واکنش‌پذیری مشابه هم نیستند.

د) با افزایش جرم مولی اجزای نفت خام پالایش شده، نقطه جوش آن‌ها افزایش پیدا کرده و ارتفاع خروج آن‌ها در حین تقطیر جزءبه‌جزء کاهش پیدا می‌کند.

مقایسه اجزای تشکیل‌دهنده نفت خام



آلکان‌ها

هیدروکربن‌ها دسته‌ای از ترکیب‌های آلی هستند که در ساختار خود فقط هیدروژن و کربن دارند. این هیدروکربن‌ها به دو دسته حلقوی و زنجیری طبقه‌بندی می‌شوند. یک دسته از هیدروکربن‌های زنجیری، آلکان‌ها هستند. آلکان‌ها، هیدروکربن‌های سیرشده با فرمول عمومی $C_nH_{۲n+۲}$ هستند. این هیدروکربن‌ها به‌دلیل سیرشده بودن، تمایلی به انجام واکنش شیمیایی ندارند اما در صورت تنفس بیش از حد بخارهای آن‌ها، درصد اکسیژن ورودی به ریه‌ها کاهش می‌یابد. از این رو، باعث تنگی نفس و حتی مرگ می‌شوند. توجه داریم که آلکان‌ها ناقطبی بوده و در حلال‌های قطبی مانند آب حل نمی‌شوند؛ بنابراین می‌توان از آلکان‌های مایع به‌عنوان پوشش برای فلزات در معرض خوردگی استفاده کرد. آلکان‌ها در زندگی روزانه کاربردهای ویژه‌ای دارند. برای مثال، تینر همان هگزان ($C_۶H_{۱۴}$) است که نوعی آلکان بوده و به‌عنوان رقیق‌کننده رنگ‌ها از آن استفاده می‌شود.

SanjeshCloud

۹۲- مخلوطی ۱۰۰ گرمی از گازهای بوتان و ۱-بوتن در اختیار داریم. اگر این مخلوط را با مقدار کافی گاز هیدروژن وارد واکنش کنیم، جرم بوتان موجود در مخلوط نهایی به ۹۴/۸ گرم می‌رسد. اگر بازده واکنش برابر ۸۴ درصد باشد، جرم بوتان موجود در مخلوط اولیه چند برابر جرم ۱-بوتن موجود در آن بوده است؟ ($C = ۱۲ , H = ۱ : g.mol^{-۱}$)

۱) ۱/۵ ۲) ۱/۲۵ ۳) ۰/۷۵ ۴) ۲

پاسخ: گزینهٔ ۱ (سخت ـ محاسباتی ـ استاندارد ـ صفحهٔ ۵۰ ـ ۱۱۰۱)

آلکان‌ها از جمله هیدروکربن‌های سیرشده بوده و با گاز هیدروژن واکنش نمی‌دهند. از طرفی آلکن‌ها از جمله هیدروکربن‌های سیرنشده بوده و هر مولکول آن‌ها برای سیرشدن با یک مولکول گاز هیدروژن واکنش می‌دهد. معادله واکنش گاز ۱-بوتن با مولکول هیدروژن به‌صورت زیر است:

$$C_۴H_۸(g) + H_۲(g) \longrightarrow C_۴H_{۱۰}(g)$$

فرض می‌کنیم در مخلوط اولیه x گرم ۱-بوتن حضور دارد. در این صورت جرم بوتان موجود در این مخلوط برابر با $۱۰۰ - x$ گرم خواهد بود. در قدم اول، مقدار نظری بوتان تولید شده در این واکنش را محاسبه می‌کنیم:

$$?\, g\, C_۴H_{۱۰} = x\, g\, C_۴H_۸ \times \frac{۱\, mol\, C_۴H_۸}{۵۶\, g\, C_۴H_۸} \times \frac{۱\, mol\, C_۴H_{۱۰}}{۱\, mol\, C_۴H_۸} \times \frac{۵۸\, g\, C_۴H_{۱۰}}{۱\, mol\, C_۴H_{۱۰}} = \frac{۵۸}{۵۶} x\, g$$

در مرحله بعد، مقدار عملی بوتان تولید شده را به‌دست می‌آوریم:

$$\text{بازده درصدی} = \frac{\text{مقدار عملی}}{\text{مقدار نظری}} \times ۱۰۰ \Longrightarrow \text{مقدار عملی} = \frac{\text{بازده درصدی} \times \text{مقدار نظری}}{۱۰۰} = \frac{\frac{۵۸}{۵۶} x \times ۸۴}{۱۰۰} = ۰/۸۷x\, g$$

در ادامه با استفاده از جرم کل بوتان موجود در مخلوط نهایی، مقدار مجهول را پیدا می‌کنیم:

$$\text{جرم بوتان تولید شده} + \text{جرم اولیه بوتان} = (۱۰۰ - x) + ۰/۸۷x = ۱۰۰ - ۰/۱۳x = ۹۴/۸ \Longrightarrow x = ۴۰\, g$$

بر این اساس، می‌توان گفت در مخلوط اولیه ۶۰ گرم بوتان وجود داشته و طی این فرایند نیز ۳۴/۸ گرم بوتان تولید شده است. بر این اساس، می‌توان گفت جرم بوتان موجود در مخلوط اولیه ۱/۵ برابر جرم ۱-بوتن موجود در آن بوده است.

بازده شیمیایی

واکنش‌های شیمیایی همیشه مطابق آنچه انتظار می‌رود پیش نمی‌روند، زیرا ممکن است واکنش‌دهنده‌ها ناخالص باشند یا ممکن است واکنش به‌طور کامل انجام نشود، حتی گاهی نیز همزمان با آن واکنش‌های ناخواسته دیگری انجام می‌شوند. با این توصیف، مقدار واقعی فراورده از مقدار مورد انتظار کمتر است. در واقع بازده درصدی واکنش‌های شیمیایی از ۱۰۰ کمتر است. در مسائل مختلف از طریق فرمول زیر می‌توانیم بازده درصدی واکنش را محاسبه کنیم:

$$\text{بازده واکنش} = \frac{\text{مقدار عملی}}{\text{مقدار نظری}} \times ۱۰۰$$

توجه داریم برای تبدیل مول یک فراورده به فراورده دیگر و همچنین یک واکنش‌دهنده به واکنش‌دهنده دیگر، بازده تأثیری نخواهد داشت!

۹۳- کدام‌یک از گزینه‌های زیر درست است؟

۱) با داشتن ظرفیت گرمایی دو نمونه، می‌توان انرژی گرمایی آن‌ها را مقایسه کرد.
۲) اگر انرژی گرمایی دو نمونه آب برابر باشد، میانگین انرژی جنبشی ذرات آن‌ها به‌یقین برابر است.
۳) با مخلوط کردن دو نمونه مختلف، دمای مخلوط پایانی، به مخلوطی با ظرفیت گرمایی بالاتر، نزدیک‌تر می‌شود.
۴) با انتقال انرژی برابر به دو نمونه آب و اتانول با جرم برابر، میانگین انرژی جنبشی ذرات آب بیشتر افزایش می‌یابد.

پاسخ: گزینهٔ ۳ (متوسط ـ حفظی و مفهومی ـ سریع ـ صفحهٔ ۶۰ ـ ۱۱۰۲)

دمای یک نمونه، نشان‌دهنده میانگین انرژی جنبشی یا میانگین تندی ذرات سازنده آن نمونه است. برای محاسبه دمای تعادلی نمونه حاصل از مخلوط کردن دو ماده مختلف با یکدیگر، از رابطه زیر استفاده می‌کنیم:

$$\text{دمای تعادلی} = \frac{m_۱c_۱\theta_۱ + m_۲c_۲\theta_۲}{m_۱c_۱ + m_۲c_۲} = \frac{C_۱\theta_۱ + C_۲\theta_۲}{C_۱ + C_۲}$$

با توجه به قواعد میانگین‌گیری، دمای مخلوط نهایی یا همان دمای تعادل، به دمای اولیه مخلوطی با ظرفیت گرمایی (C) بزرگ‌تر، نزدیک‌تر خواهد بود.

بررسی سایر گزینه‌ها:

۱) برای مقایسه انرژی گرمایی (مجموع انرژی جنبشی ذرات) دو نمونه مختلف، باید **نوع** ذرات، **شمار** ذرات و **دمای نمونه‌ها** را با یکدیگر مقایسه کنیم. توجه داریم که ظرفیت گرمایی یک نمونه، مقدار انرژی لازم برای تغییر دمای آن نمونه به اندازه یک **درجه سلسیوس** را مشخص می‌کند و نمی‌توان با استفاده از آن، به مقدار انرژی کل آن نمونه پی برد.

۲) برای مقایسه انرژی گرمایی دو نمونه، نیاز به دانستن نوع ذرات، شمار ذرات و دمای نمونه داریم؛ بنابراین دو نمونه مشخص شده، می‌توانند شمار ذرات و دمای **متفاوت** داشته باشند اما انرژی گرمایی آن‌ها با یکدیگر **برابر** باشد.

۴) برای محاسبه انرژی مبادله شده در اثر تغییر دما، از رابطه زیر استفاده می‌کنیم:

$$Q = mc\Delta\theta = C\Delta\theta \Longrightarrow \Delta\theta = \frac{Q}{C}$$

همانطور که می‌دانیم، ظرفیت گرمایی ویژه آب از اتانول بیشتر است. با توجه به برابر بودن جرم دو نمونه، می‌توان گفت ظرفیت گرمایی نمونه آب نیز بیشتر از نمونه اتانول است. با توجه به رابطه ذکر شده، مقدار تغییر دمای نمونه، با ظرفیت گرمایی آن نمونه رابطه عکس دارد؛ بنابراین می‌توان گفت، با دادن انرژی برابر به نمونه‌هایی از آب و اتانول با جرم برابر، تغییر دمای نمونه آب، کمتر از تغییر دمای نمونه اتانول خواهد بود.

ظرفیت گرمایی (C) و ظرفیت گرمایی ویژه (c)

ظرفیت گرمایی (C)، مقدار گرمای لازم برای افزایش دمای یک ماده به اندازه ۱°C یا ۱K است. این کمیت به جرم و جنس جسم بستگی دارد. یکای این کمیت، معادل با $J.°C^{-1}$ یا $J.K^{-1}$ است. ظرفیت گرمایی از رابطه $C = m \times c$ محاسبه می‌شود. ظرفیت گرمایی ویژه(c)، مقدار گرمای لازم برای افزایش دمای یک گرم از ماده به اندازه ۱°C یا ۱K است. این کمیت فقط به جنس ماده وابسته است. همچنین یکای این کمیت، معادل با $J.g^{-1}.°C^{-1}$ یا $J.g^{-1}.K^{-1}$ است. با توجه به توضیحات داده شده، برای افزایش دمای یکسان دو نمونه ماده با ظرفیت گرمایی (C) برابر، انرژی یکسانی لازم است؛ اما برای افزایش دمای یکسان دو نمونه با جرم برابر، نمونه‌ای با گرمای ویژه (c) بالاتر، انرژی بیشتری نیز نیاز دارد.

ماز

۹۴- با توجه به معادله واکنش‌های زیر، انرژی لازم برای تولید ۱/۸ مول جیوه مذاب، از تجزیه کامل چند گرم $KClO_3$ به‌دست می‌آید؟ ($K = 39, Cl = 35/5, O = 16 : g.mol^{-1}$ (فقط نیمی از گرمای حاصل از واکنش اول، به واکنش دوم می‌رسد.

$$2KClO_3(s) \longrightarrow 2KCl(s) + 3O_2(g) \quad , \quad \Delta H = -90kJ$$
$$2HgO(s) \longrightarrow 2Hg(l) + O_2(g) \quad , \quad \Delta H = +180kJ$$

۱) ۷۳۵ ۲) ۴۹۰ ۳) ۹۸۰ ۴) ۸۸۲

پاسخ: گزینهٔ ۴ (متوسط ـ محاسباتی ـ استاندارد ـ صفحهٔ ۶۴ ـ ۱۱۰۲)

معادله‌های گرماشیمی واکنش‌های انجام شده به‌صورت زیر هستند:

$$2KClO_3(s) \longrightarrow 2KCl(s) + 3O_2(g) \quad \Delta H = -90kJ$$
$$2HgO(s) \longrightarrow 2Hg(l) + O_2(g) \quad \Delta H = 180kJ$$

در قدم اول، مقدار انرژی لازم برای تولید ۱/۸ مول جیوه را محاسبه می‌کنیم:

$$?\,kJ = 1/8\,mol\,Hg \times \frac{\text{انرژی } 180\,kJ}{2\,mol\,Hg} = 162\,kJ$$

نیمی از گرمای واکنش اول، به واکنش دوم می‌رسد. بر این اساس، باید ۳۲۴ کیلوژول انرژی در واکنش اول تولید شود. در ادامه با برابر قرار دادن انرژی مبادله شده در دو واکنش، مقدار پتاسیم کلرات مصرف شده را به‌دست می‌آوریم:

$$?\,g\,KClO_3 = 324\,kJ \text{ انرژی} \times \frac{2\,mol\,KClO_3}{90\,kJ \text{ انرژی}} \times \frac{122/5\,g\,KClO_3}{1\,mol\,KClO_3} = 882\,g$$

همانطور که مشخص است، واکنش تجزیه پتاسیم کلرات و جیوه (II) اکسید، به‌ترتیب از جمله واکنش‌های **گرماده** و **گرماگیر** هستند.

واکنش‌های گرماگیر و گرماده

مقایسه واکنش‌های گرماگیر و گرماده به‌صورت زیر است:



گرماشیمی (ترموشیمی)

هر واکنش شیمیایی می‌تواند با تغییر رنگ، تولید رسوب، آزاد شدن گاز و حتی ایجاد جرقه و گرما همراه باشد، اما یک ویژگی بنیادی و مشترک همه واکنش‌های شیمیایی دادوستد و تبادل انرژی با محیط اطراف است. بررسی و مطالعه گرمای مبادله شده در واکنش‌ها موجب پیدایش شاخه ترموشیمی (گرماشیمی) از علم شیمی شد. این شاخه از علم شیمی گرمای واکنش‌های شیمیایی از لحاظ کمی و کیفی، تغییر این گرما و تأثیر آن بر حالت فیزیکی مواد را بررسی می‌کند. همچنین به‌خاطر داشته باشید که اگر یک واکنش شیمیایی را با آنتالپی آن واکنش بیان کنند، به آن واکنش ترموشیمیایی گفته می‌شود.

ماز

۹۵- کدام‌یک از گزینه‌های زیر نادرست است؟

۱) با افزایش دمای جوش آلکان‌های راست‌زنجیر، ارزش سوختی آن‌ها کاهش پیدا می‌کند.

۲) گرمای حاصل از سوختن یک گرم H، بیشتر از گرمای حاصل از سوختن یک گرم H_2 است.

۳) در واکنش سوختن دو نمونه اتانول و اتان با جرم برابر، مقدار انرژی آزاد شده اتان، کمتر است.

۴) اگر در واکنش سوختن متان، بجای بخار آب، آب مایع تولید شود، مقدار انرژی آزاد شده تغییر پیدا می‌کند.

پاسخ: گزینهٔ ۳ (متوسط ـ حفظی و مفهومی ـ استاندارد ـ صفحهٔ ۷۳ ـ ۱۱۰۲)

ارزش سوختی یک ماده از رابطه زیر نیز محاسبه می‌شود:

$$\text{ارزش سوختی} = \frac{\left|\text{آنتالپی سوختن}\right|}{\text{جرم مولی}}$$

همانطور که مشخص است، ارزش سوختی با اندازه آنتالپی سوختن رابطه مستقیم و با جرم مولی نمونه رابطه عکس دارد. مقایسه بین اندازه آنتالپی سوختن مواد آلی مختلف (هم‌کربن) به‌صورت زیر است:

$$\left|\Delta H_{\text{سوختن}}\right| \ : \ \text{آلکین} > \text{الکل} > \text{آلکن} > \text{آلکان}$$

اندازه آنتالپی سوختن **اتان** در مقایسه با اتانول **بزرگ‌تر** بوده و جرم مولی آن نیز **کمتر** از **اتانول** است؛ بنابراین می‌توان گفت ارزش سوختی اتان **بیشتر** از اتانول است. با توجه به بیشتر بودن ارزش سوختی اتان در مقایسه با اتانول، می‌توان گفت در اثر سوختن جرم برابری از این دو ماده آلی، انرژی آزاد شده از سوختن اتان **بیشتر** خواهد بود.

بررسی سایر گزینه‌ها:

۱) با افزایش جرم مولی آلکان‌ها، نیروی بین مولکولی آن‌ها افزایش پیدا کرده و دمای جوش آن‌ها **بیشتر** می‌شود. با افزایش جرم مولی آلکان‌ها، ارزش سوختی آن‌ها **کاهش** پیدا می‌کند؛ بنابراین می‌توان گفت در بین آلکان‌ها، **متان** بیشترین ارزش سوختی را دارد.

۲) سوختن **هیدروژن** نوعی واکنش **گرماده** بوده و با از دست دادن انرژی همراه است. در واکنش‌های گرماده، با افزایش انرژی واکنش‌دهنده‌ها یا کاهش انرژی فراورده‌ها، مقدار انرژی آزاد شده **افزایش** پیدا می‌کند. توجه داریم که انرژی ۱ گرم H در مقایسه با ۱ گرم گاز هیدروژن بیشتر است.

واکنش‌های شیمیایی

در رابطه با انواع واکنش‌های شیمیایی، داریم:

- انواع واکنش‌ها
  - گرماگیر
    - با افزایش انرژی واکنش‌دهنده‌ها یا کاهش انرژی فراورده‌ها، اندازه آنتالپی آن کاهش پیدا می‌کند.
    - با کاهش انرژی واکنش‌دهنده‌ها یا افزایش انرژی فراورده‌ها، اندازه آنتالپی آن افزایش پیدا می‌کند.
  - گرماده
    - با کاهش انرژی واکنش‌دهنده‌ها یا افزایش انرژی فراورده‌ها، اندازه آنتالپی آن کاهش پیدا می‌کند.
    - با افزایش انرژی واکنش‌دهنده‌ها یا کاهش انرژی فراورده‌ها، اندازه آنتالپی آن افزایش پیدا می‌کند.

۴) سوختن **متان** نوعی واکنش **گرماده** بوده و با آزاد شدن انرژی همراه است. اگر در این واکنش، به‌جای بخار آب، آب مایع تولید شود، انرژی مواد فراورده **کاهش** پیدا می‌کند. با کاهش سطح انرژی مواد فراورده در واکنش‌های **گرماده**، مقدار انرژی تولید شده **افزایش** پیدا می‌کند.

ماز

۹۶- سرعت متوسط فرایند تخمیر گلوکز برابر با $۲mol.L^{-۱}.h^{-۱}$ و بازده این واکنش برابر با ۷۵٪ است. اگر با گذشت ۹۰ دقیقه از شروع واکنش، ۳۹۶ گرم $CO_۲$ در این واکنش تولید شود، حجم ظرف برابر چند لیتر بوده است؟ ($O=۱۶, C=۱۲ : g.mol^{-۱}$)

$$C_۶H_{۱۲}O_۶(aq) \longrightarrow ۲CO_۲(g) + ۲C_۲H_۵OH(aq)$$

۱) ۵ ۲) ۲ ۳) ۴ ۴) ۳

پاسخ: گزینهٔ ۲ (متوسط ـ محاسباتی ـ استاندارد ـ صفحهٔ ۹۲ ـ ۱۱۰۲)

معادله موازنه شده واکنش تخمیر گلوکز به‌صورت زیر است:

$$C_۶H_{۱۲}O_۶(aq) \longrightarrow ۲CO_۲(g) + ۲C_۲H_۵OH(aq)$$

ابتدا با توجه به بازده، مقدار نظری گاز کربن دی‌اکسید را محاسبه می‌کنیم:

$$\text{بازده درصدی} = \frac{\text{مقدار عملی}}{\text{مقدار نظری}} \times ۱۰۰ \Rightarrow \text{مقدار نظری} = \frac{\text{مقدار عملی} \times ۱۰۰}{\text{بازده درصدی}} = \frac{۳۹۶ \times ۱۰۰}{۷۵} = ۵۲۸\ g$$

در ادامه با استفاده از سرعت متوسط واکنش، سرعت تولید گاز کربن دی‌اکسید را به‌دست می‌آوریم:

$$\bar{R}_{\text{واکنش}} = \frac{R_{CO_۲}}{\text{ضریب استوکیومتری } CO_۲} \Rightarrow R_{CO_۲} = \bar{R}_{\text{واکنش}} \times \text{ضریب استوکیومتری } CO_۲ = ۲ \times ۲ = ۴\ mol.L^{-۱}.h^{-۱}$$

در پایان با استفاده از سرعت تولید گاز کربن دی‌اکسید، حجم ظرف را محاسبه می‌کنیم:

$$\bar{R}_{CO_۲} = \frac{\overbrace{|\Delta[CO_۲]|}^{\text{تغییرات غلظت مولار}}}{\underbrace{\Delta t}_{\text{زمان سپری شده}}} \Rightarrow ۴ = \frac{\frac{۵۲۸\ g}{۴۴\ g.mol^{-۱}}}{V} \Rightarrow ۹۰\ min \times \frac{۱\ h}{۶۰\ min} = \frac{\frac{۱۲\ mol}{V}}{۱/۵\ h} \Rightarrow V = ۲\ L$$

همانطور که مشخص است، حجم ظرف استفاده شده برای این واکنش، ۲ لیتر بوده است.

SanjeshCloud

سرعت متوسط واکنش

برای محاسبه سرعت متوسط مصرف یا تولید مواد شرکت‌کننده در یک واکنش شیمیایی، باید از کمیت‌های قابل اندازه‌گیری مواد شرکت‌کننده در آن واکنش مانند جرم، فشار، غلظت و یا حجم استفاده کنیم. رابطه سرعت متوسط مصرف یا تولید یک ماده در یک واکنش شیمیایی به‌صورت زیر است:

$$R = \frac{|n_۲ - n_۱|}{\Delta t} = \frac{|\Delta n|}{\Delta t}$$

در این رابطه، R معادل با سرعت متوسط مصرف یا تولید یک ماده، Δt بیانگر طول یک بازه زمانی و Δn معادل تغییر مقدار کمیت موردنظر در طول آن بازه زمانی است. به‌علاوه، می‌دانیم که سرعت متوسط مصرف یا تولید مواد شرکت‌کننده در یک واکنش، متناسب با ضرایب استوکیومتری آن‌ها خواهد بود. به عبارت دیگر، اگر ضرایب استوکیومتری مواد شرکت‌کننده در واکنش یکسان نباشد، سرعت متوسط مصرف یا تولید آن‌ها نیز متفاوت از یکدیگر خواهد بود. از این رو، شیمی‌دان‌ها برای درک آسان‌تر روند پیشرفت واکنش‌ها در واحد زمان، از یک مفهوم کاربردی به نام سرعت واکنش استفاده می‌کنند. سرعت واکنش، از تقسیم سرعت متوسط مصرف یا تولید هر یک از مواد شرکت‌کننده در واکنش بر ضریب استوکیومتری آن ماده در معادله واکنش به‌دست می‌آید. برای مثال معادله زیر را در نظر بگیرید:

$$۲A + B \longrightarrow ۳C + ۲D$$

برای محاسبه سرعت متوسط واکنش در بازه زمانی Δt به‌صورت زیر عمل می‌کنیم:

$$\bar{R}_{\text{واکنش}} = \frac{|\Delta n_A|}{۲\times\Delta t} = \frac{|\Delta n_B|}{۱\times\Delta t} = \frac{|\Delta n_C|}{۳\times\Delta t} = \frac{|\Delta n_D|}{۲\times\Delta t} \Longrightarrow \bar{R}_{\text{واکنش}} = \frac{\bar{R}_A}{۲} = \frac{\bar{R}_B}{۱} = \frac{\bar{R}_C}{۳} = \frac{\bar{R}_D}{۲}$$

۹۷- کدام‌یک از گزینه‌های زیر نادرست است؟

۱) گرما دادن به مواد همواره باعث افزایش میانگین انرژی جنبشی ذرات می‌شود.

۲) گرما در توصیف یک فرایند به کار رفته و برابر با انرژی مبادله شده میان دو جسم، به‌دلیل تفاوت دما است.

۳) دما، برای توصیف یک نمونه به کار رفته و نشان‌دهنده میانگین تندی و میانگین انرژی جنبشی ذرات یک ماده است.

۴) برای افزایش دمای نمونه‌هایی به جرم برابر از روغن زیتون و آب به مقدار برابر، نمونه روغن انرژی کمتری مصرف می‌کند.

پاسخ: گزینهٔ ۱ (آسان ـ حفظی و مفهومی ـ سریع ـ صفحهٔ ۵۹ ـ ۱۱۰۲)

به مقدار انرژی گرمایی که به‌دلیل تفاوت دمایی بین دو نمونه مبادله می‌شود، گرما گفته می‌شود. توجه داریم که گاهاً با دادن گرما به نمونه‌های مختلف، دما ثابت مانده و میانگین انرژی جنبشی افزایش پیدا نمی‌کند. یکی از این حالت‌ها زمانی است که آب در دمای $۱۰۰^\circ C$، در حال تغییر حالت از مایع به گاز است. در این حالت، دما ثابت مانده و گرمای مصرف شده صرفاً موجب تغییر حالت ماده می‌شود.

بررسی سایر گزینه‌ها:

۲) از گرما صرفاً برای بیان مقدار انرژی مبادله شده در یک فرایند استفاده می‌شود؛ بنابراین اصطلاحاتی مانند (گرمای نمونه)، از نظر علمی نادرست است.

۳) دمای یک نمونه ماده، نشان‌دهنده میانگین انرژی جنبشی یا میانگین تندی ذرات آن است. با دادن گرما به نمونه، مقدار دمای آن نمونه افزایش و با گرفتن گرما از آن، دمای نمونه کاهش پیدا می‌کند.

دما

دما کمیتی است که میزان گرمی و سردی یک نمونه ماده را نشان می‌دهد. از دیدگاه ذره‌ای، هر چه دمای یک نمونه از ماده بالاتر باشد، جنبش‌های نامنظم ذره‌های سازنده آن ماده نیز شدیدتر است؛ به عبارت دیگر، هر چه دمای یک ماده بالاتر باشد، میانگین سرعت (تندی) و میانگین انرژی جنبشی ذرات سازنده آن ماده نیز بیشتر است. در چنین شرایطی دمای یک ماده را می‌توان به‌عنوان معیاری برای توصیف میانگین تندی و میانگین انرژی جنبشی ذره‌های سازنده آن ماده در نظر گرفت؛ به عبارت دیگر، میانگین تندی حرکت ذرات یک ماده فقط به دمای آن ماده وابسته است. بر این اساس، می‌توان گفت میانگین تندی حرکت مولکول‌های $H_۲O$ در دو نمونه از آب با دمای یکسان، با هم برابر است. جدول زیر، مقایسه دما و انرژی گرمایی را برای یک نمونه از ماده نشان می‌دهد:

کمیت	تعریف	وابستگی به تعداد ذرات (جرم) ماده	وابستگی به تندی حرکت ذرات ماده
انرژی گرمایی	به مجموع انرژی جنبشی ذرات سازندهٔ یک نمونه از ماده، انرژی گرمایی گفته می‌شود.	دارد	دارد
دما	کمیتی است که میانگین انرژی جنبشی ذرات سازندهٔ یک نمونه از ماده را نشان می‌دهد.	ندارد	دارد

۴) ظرفیت گرمایی ویژه روغن زیتون کمتر از آب است. از طرفی جرم نمونه‌های آب و روغن زیتون برابر فرض شده است. پس می‌توان گفت انرژی لازم برای افزایش دمای نمونه روغن زیتون کمتر از انرژی لازم برای افزایش دمای نمونه آب است.

روغن و چربی

روغن و چربی از جمله ترکیب‌های آلی هستند که به‌دلیل تفاوت در ساختار، رفتارهای فیزیکی و شیمیایی متفاوتی دارند. روغن دارای حالت فیزیکی مایع (l) بوده و چربی دارای حالت فیزیکی جامد (s) است. از دیدگاه شیمیایی، در ساختار مولکول‌های روغن پیوندهای دوگانه بیشتری وجود داشته و به همین خاطر، روغن در مقایسه با چربی واکنش‌پذیری بیشتری دارد. هرچقدر که تعداد پیوندهای دوگانه در یک نمونه از روغن بیشتر باشد، آن نمونه از روغن با سرعت بالاتری با محلول برم واکنش داده و آن را بی‌رنگ می‌کند.

توجه داریم که روغن، از جمله مواد غذایی است که ما ایرانی‌ها در مقایسه با سایر مردم جهان از آن بیشتر استفاده می‌کنیم. بسته‌بندی انواع روغن‌های گیاهی در ظرف‌های کدر، موجب جلوگیری از برخورد نور با این مادهٔ غذایی و افزایش مدت زمان ماندگاری آن می‌شود.

۹۸- کدام‌یک از گزینه‌های زیر درست است؟

۱) آنتالپی سوختن اتان معادل با تغییر آنتالپی واکنش موازنه شده سوختن آن است.

۲) در بین آلکان‌ها، بزرگ‌ترین ارزش سوختی مربوط به ماده سازنده اصلی گاز طبیعی است.

۳) با تبدیل ۴ گرم گاز H_2 به ۴ گرم اتم مجزای هیدروژن، میزان پایداری این ماده افزایش می‌یابد.

۴) بین دو ترکیب آلی مختلف، اندازه آنتالپی سوختن ترکیبی با جرم مولی بیشتر، به‌یقین بزرگ‌تر از ترکیب دیگر است.

پاسخ: گزینهٔ ۲ (متوسط ـ حفظی و مفهومی ـ استاندارد ـ صفحهٔ ۷۳ ـ ۱۱۰۲)

متان نخستین عضو خانواده **آلکان‌ها** بوده و در بین اعضای این خانواده، **بزرگ‌ترین ارزش سوختی** را دارد. این **هیدروکربن** سازنده اصلی گازهای **طبیعی** بوده و به گاز **مرداب** نیز معروف است.

ارزش سوختی

به مقدار انرژی تولید شده در واکنش سوختن ۱ گرم از یک مادهٔ سوختنی، ارزش سوختی گفته می‌شود. به‌عنوان مثال، اگر به ازای سوختن کامل هر گرم گاز اتین ۵۰ کیلوژول انرژی تولید شود، ارزش سوختی این ماده معادل با ۵۰ کیلوژول بر گرم ($kJ \cdot g^{-1}$) است. برای محاسبه ارزش سوختی یک نمونه ماده، از رابطه زیر استفاده می‌شود:

$$\text{ارزش سوختی} = \frac{\text{مقدار انرژی آزاد شده بر حسب کیلوژول}}{\text{جرم نمونهٔ ماده بر حسب گرم}}$$

بین آنتالپی سوختن یک ماده و ارزش سوختی آن رابطه مقابل برقرار است:

$$\text{ارزش سوختی}(kJ.g^{-1}) = \frac{|\text{آنتالپی سوختن}(kJ \cdot mol^{-1})|}{\text{جرم مولی}(g \cdot mol^{-1})}$$

بررسی سایر گزینه‌ها:

۱) معادله موازنه شده سوختن اتان به‌صورت زیر است:

$$2C_2H_6(g) + 7O_2(g) \longrightarrow 4CO_2(g) + 6H_2O(g) + Q$$

به انرژی آزاد شده حین سوختن **یک مول** از ماده سوختنی، آنتالپی سوختن گفته می‌شود. توجه داریم که در این واکنش، ضریب گاز اتان برابر با ۲ بوده و بر این اساس، می‌توان گفت آنتالپی واکنش موازنه شده سوختن اتان، ۲ برابر آنتالپی سوختن این گاز است.

۳) اتم هیدروژن در مقایسه با مولکول هیدروژن، انرژی **بیشتری** دارد. بر این اساس، می‌توان گفت با انجام فرایند مورد نظر، میزان پایداری مواد کاهش پیدا کرده است.

۴) جرم مولی ترکیب آلی لزوماً با اندازه آنتالپی سوختن ارتباط مستقیمی ندارد. برای مثال در میان ترکیب‌های مختلف هم‌کربن، جرم مولی آلکان‌ها **کمتر** از جرم مولی الکل‌ها است. این در حالی است که گرمای حاصل از سوختن ۱ مول از آلکان، بیشتر از گرمای حاصل از سوختن ۱ مول الکل است.

مقایسه تغییر آنتالپی سوختن

برای مقایسه مقدار گرمای حاصل از سوختن دو نمونه از هیدروکربن‌ها ابتدا به تعداد اتم‌های کربن در هر نمونه نگاه می‌کنیم. هر ماده‌ای که تعداد اتم‌های کربن بیشتری داشت، گرمای حاصل از سوختن آن نمونه بیشتر است. همچنین اگر تعداد اتم‌های کربن در هر دو نمونه مساوی باشد، نمونه‌ای که اتم هیدروژن بیشتری خواهد داشت، گرمای حاصل از سوختن آن نمونه بیشتر است. برای مثال، داریم:

۱) مقایسه گرمای آزادشده از سوختن ۱/۵ مول بوتان و ۳/۵ مول اتن: مقدار کربن در نمونه بوتان و نمونه اتن به‌ترتیب برابر ۶ و ۷ مول است؛ پس گرمای آزادشده از سوختن نمونه اتن بیشتر از نمونه بوتان است.

۲) مقایسه گرمای آزادشده از سوختن ۱ مول پروپن و ۱/۵ مول اتان: مقدار کربن در این دو نمونه برابر ۳ مول است، پس تعداد اتم‌های هیدروژن را در این دو نمونه مقایسه می‌کنیم؛ مقدار هیدروژن در نمونه پروپن برابر ۶ مول و در نمونه اتان برابر ۹ مول است، پس، از سوختن نمونه اتان گرمای بیشتری آزاد می‌شود.

۹۹- مقداری گاز هیدروژن و نیتروژن، در یک مخزن ۲ لیتری در واکنش زیر شرکت می‌کنند. اگر در مدت زمان ۳۰ ثانیه، ۸/۴ گرم گاز هیدروژن مصرف شود، سرعت متوسط واکنش چند $mol.L^{-1}.min^{-1}$ می‌شود؟ $(N=14, H=1 : g.mol^{-1})$

$$N_2(g) + 3H_2(g) \longrightarrow 2NH_3(g)$$

۱) ۲/۸ ۲) ۱/۴ ۳) ۴/۲ ۴) ۲/۱

پاسخ: گزینهٔ ۲ (آسان ـ محاسباتی ـ سریع ـ صفحهٔ ۹۲ ـ ۱۱۰۲)

معادله موازنه شده واکنش گازهای هیدروژن و نیتروژن در فرایند هابر به‌صورت زیر است:

$$N_2(g) + 3H_2(g) \longrightarrow 2NH_3(g)$$

طی این فرایند، ۸/۴ گرم از گاز H_2 مصرف شده که معادل با ۴/۲ مول از آن است. حال تغییر غلظت این گاز را محاسبه می‌کنیم:

$$\text{تغییر غلظت} = \frac{\text{تغییر مول}}{\text{حجم}} = \frac{4/2\ mol}{2\ L} = 2/1\ mol.L^{-1}$$

در ادامه با توجه به مقدار تغییر غلظت گاز هیدروژن، سرعت متوسط واکنش را به‌دست می‌آوریم:

$$\bar{R}_{\text{واکنش}} = \frac{\bar{R}_{H_2}}{\text{ضریب گاز هیدروژن}} = \frac{\frac{2/1\ mol.L^{-1}}{30\ s \times \frac{1\ min}{60\ s}}}{3} = 1/4\ mol.L^{-1}.min^{-1}$$

۱۰۰- کدام‌یک از عبارت‌های زیر درست است؟ $(C=12, H=1 : g.mol^{-1})$

۱) درصد جرمی عنصر کربن در پلی‌اتن سنگین بیشتر از این مقدار در پلی‌اتن سبک است.

۲) واکنش پلیمری شدن اتن در دما و فشار بالا انجام شده و چگالی فراورده تولید شده، بیشتر از واکنش‌دهنده است.

۳) دومین عضو خانواده آلکن‌ها، به‌عنوان گاز عمل‌آورنده کاربرد داشته و می‌تواند در واکنش پلیمری شدن شرکت کند.

۴) شیمی‌دان‌ها با تعیین جرم مولی پلیمرها، شمار دقیق مونومرهای شرکت‌کننده در واکنش بسپارش را محاسبه می‌کنند.

پاسخ: گزینهٔ ۲ (متوسط ـ مفهومی ـ سریع ـ صفحهٔ ۱۰۶ ـ ۱۱۰۳)

واکنش پلیمری شدن اتن، در **فشار** و **دمای بسیار بالا** و با استفاده از کاتالیزگرهای مختلف انجام می‌شود. با انجام این واکنش، گاز اتن به پلیمر جامد پلی‌اتن تبدیل می‌شود. توجه داریم که چگالی پلی‌اتن **بسیار بیشتر** از گاز اتن است.

بررسی سایر گزینه‌ها:

۱) فرمول شیمیایی پلی‌اتن سنگین همانند پلی‌اتن سبک، به‌صورت $(C_2H_4)_n$ نمایش داده می‌شود. به‌طور کلی، فرمول شیمیایی این دو ماده یکسان است. برای محاسبه درصد جرمی کربن در هر یک از این نمونه‌ها داریم:

$$\text{درصد جرمی کربن} = \frac{\text{جرم کربن}}{\text{جرم کل}} \times ۱۰۰ = \frac{۲۴n}{۲۸n} \times ۱۰۰ \simeq ۸۵/۷ \text{ درصد}$$

۳) اتن در شرایط مناسب با مولکول‌های خود وارد واکنش شده و انواع پلی‌اتن با **جرم مولی‌های متفاوت** را تولید می‌کند. این گاز به‌عنوان عمل‌آورنده در **کشاورزی** کاربرد دارد. توجه داریم که اتن **نخستین** عضو خانواده آلکن‌ها است. معادله موازنه شده پلیمری شدن اتن به‌صورت زیر است:

$$nC_2H_4(g) \longrightarrow (C_2H_4)_n(s)$$

۴) تعیین تعداد دقیق مونومرهای شرکت‌کننده در واکنش پلیمری شدن امکان‌پذیر نیست؛ از این رو نمی‌توان فرمول مولکولی دقیقی برای این مواد نوشت.

انواع پلی‌اتن

پلی‌اتن یکی از مهم‌ترین پلیمرهای ساختگی است که سالانه میلیون‌ها تن از آن در شرکت‌های پتروشیمی تولید شده و از آن در ساخت وسایل گوناگون استفاده می‌شود. یافته‌های تجربی شیمی‌دان‌ها نشان می‌دهد که مولکول‌های اتن می‌توانند در شرایط گوناگون در واکنش پلیمری شدن شرکت کرده و پلی‌اتن‌هایی با ساختار و ویژگی‌های متفاوت را پدید بیاورند. دو نوع عمده از انواع پلی‌اتن تولید شده در شرکت‌های پتروشیمیایی به‌صورت زیر هستند:

۱) پلی‌اتن سنگین: در ساختار این نوع پلی‌اتن، واحدهای تکرارشونده موجود در ساختار پلیمر به‌صورت خطی در کنار یکدیگر قرار گرفته و زنجیره‌های هیدروکربنی بدون شاخه را ایجاد می‌کنند. این پلیمر به پلی‌اتن بدون شاخه نیز معروف است.

۲) پلی‌اتن سبک: اگر واکنش تولید پلی‌اتن در شرایط دیگری انجام شود، برخی از مولکول‌های اتن از کناره‌ها به یکدیگر افزوده شده و زنجیرهای هیدروکربنی شاخه‌دار به‌دست می‌آیند. با توجه به ساختار این پلیمر، به آن پلی‌اتن شاخه‌دار نیز گفته می‌شود.

۱۰۱- کدام‌یک از عبارت‌های زیر درست است؟ $(O = ۱۶ , C = ۱۲ : g.mol^{-1})$

۱) در حجم برابر از پلی‌اتن شفاف و کدر، شمار اتم‌ها کربن در پلی‌اتن شفاف بیشتر است.

۲) مونومر به‌کار رفته در تولید پلی‌لاکتیک اسید، خاصیت اسیدی داشته و فاقد پیوند دوگانه است.

۳) در ساختار پلی‌پروپن، برخلاف پلی‌سیانواتن، برخی از اتم‌های کربن به ۳ اتم هیدروژن متصل شده‌اند.

۴) به‌دلیل بیشتر بودن جرم مولی پروپن در مقایسه با اتن، جرم مولی پلی‌پروپن نیز به‌یقین بیشتر از پلی‌اتن است.

پاسخ: گزینهٔ ۳ (متوسط ـ مفهومی ـ استاندارد ـ صفحهٔ ۱۲۱ ـ ۱۱۰۳)

پلی‌پروپن نوعی **پلیمر افزایشی** است که از به هم پیوستن مولکول‌های پروپن با فرمول شیمیایی C_3H_6 به یکدیگر حاصل می‌شود. واکنش تولید **پلی‌پروپن** به‌صورت زیر است:

$$nC_3H_6(g) \longrightarrow (C_3H_6)_n(s)$$

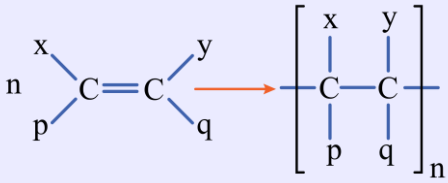
ساختار مولکولی پلی‌پروپن نیز به‌صورت زیر است:



همانطور که مشخص است، برخی از اتم‌های کربن موجود در پلی‌پروپن، در قالب گروه‌های متیل قرار داشته و بر این اساس، با ۳ اتم هیدروژن پیوند اشتراکی (کووالانسی) برقرار کرده‌اند. پلی‌سیانواتن نیز از متصل شدن مولکول‌های **سیانواتن** به یکدیگر تولید می‌شود. در ساختار پلی‌سیانواتن، هیچ اتم کربنی وجود ندارد که به **۳ اتم هیدروژن** متصل شده باشد.

انواع واکنش پلیمری شدن

اگر در زنجیر هیدروکربنی یک ترکیب آلی پیوند دوگانه وجود داشته باشد، آن ترکیب می‌تواند در واکنش پلیمری شدن شرکت کند. به این نوع واکنش، پلیمری شدن افزایشی گفته می‌شود؛ چراکه تمامی اتم‌های موجود در واکنش‌دهنده، به فراورده هدف منتقل شده و فراورده جانبی تولید نمی‌شود. پلیمرهای افزایشی اغلب تحت فشار و گرما تشکیل می‌شوند. تولید پلیمرهایی مانند پلی‌اتن، پلی‌پروپن، پلی‌استیرن، تفلون و ... از جمله این واکنش‌ها است. تصویر زیر، نمای کلی از این واکنش را نشان می‌دهد:



واکنش تولید شدن انواعی از پلیمرها (پلی‌استرها و پلی‌آمیدها) نیز با تولید فراورده جانبی همراه بوده و شماری از اتم‌های مواد واکنش‌دهنده‌ها، در ساختار فراورده جانبی (آب) قرار می‌گیرند.

بررسی سایر گزینه‌ها:

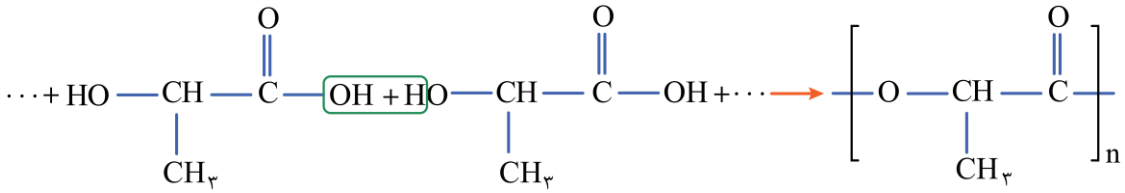
۱) فرمول شیمیایی پلی‌اتن **سنگین** و **سبک** به‌صورت $(C_2H_4)_n$ نمایش داده می‌شود. اگر حجم این دو نوع پلیمر با یکدیگر **برابر** باشد، جرم **پلی‌اتن کدر** (سنگین) **بیشتر** بوده و بر این اساس، شمار مونومرهای موجود در این ماده و درنتیجه شمار اتم‌های **کربن** و **هیدروژن** آن **بیشتر** خواهد بود.

پلی‌اتن سنگین و سبک

مقایسه ویژگی‌های پلی‌اتن سنگین و سبک به‌صورت زیر است:

ویژگی	پلی‌اتن سبک	پلی‌اتن سنگین
چگالی	کمتر	بیشتر
ساختار	شاخه‌دار	بدون شاخه
نیروی بین مولکولی	وان‌دروالسی ـ ضعیف‌تر	وان‌دروالسی ـ قوی‌تر
استحکام	کمتر	بیشتر
نقطه جوش	پایین‌تر	بالاتر
ظاهر	شفاف	کدر
کاربرد	تولید کیسه‌های پلاستیکی	لوله‌های پلاستیکی، دبه‌های آب و درب بطری

۲) لاکتیک اسید، در تهیه پلی‌لاکتیک اسید کاربرد دارد. این ماده در ساختار خود گروه‌های عاملی **کربوکسیل** و **الکلی** (هیدروکسیل) دارد و به وجود گروه عاملی کربوکسیل، از روی نام این ماده نیز می‌توانیم پی ببریم. ساختار این ماده و پلیمر حاصل از آن به‌صورت زیر است:



مولکول‌های لاکتیک اسید — پلی لاکتیک اسید

توجه داریم که در ساختار گروه عاملی کربوکسیل، پیوند دوگانه کربن ـ اکسیژن حضور دارد.

پلیمر سبز

شیمی‌دان‌ها با انجام پژوهش‌های گسترده، موفق به ساخت دسته‌ای از پلیمرها شدند که توسط جانداران ذره‌بینی تجزیه می‌شوند. هرگاه این پلیمرها و کالاهای ساخته‌شده از آن‌ها در طبیعت رها شوند، پس از چند ماه به مولکول‌های ساده مانند آب و کربن دی‌اکسید تبدیل می‌شوند. چنین پلیمرهایی دوستدار محیط زیست بوده و به پلیمرهای سبز معروف هستند. این پلیمرها را از فراورده‌های کشاورزی مانند سیب‌زمینی، ذرت و نیشکر تهیه می‌کنند، به‌طوری‌که نخست نشاسته موجود در این مواد را به لاکتیک اسید تبدیل کرده، سپس از واکنش پلیمری شدن آن در شرایط مناسب، پلی‌لاکتیک اسید تولید می‌کنند.

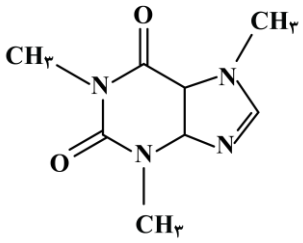
۴) برای مقایسه جرم دو پلیمر، باید شمار مونومرهای تشکیل‌دهنده و جرم مولی مونومرها را با یکدیگر مقایسه کنیم. مونومر پلی‌پروپن در مقایسه با مونومر پلی‌اتن، جرم مولی بیشتری دارد اما بدون داشتن شمار مونومرهای شرکت‌کننده در واکنش پلیمری شدن، نمی‌توان جرم مولی پلیمرهای حاصل را با یکدیگر مقایسه کرد.

مونومر و کاربردهای برخی پلیمرهای افزایشی

جدول زیر مونومر و کاربردهای برخی پلیمرهای افزایشی را نمایش می‌دهد:

نام پلیمر	نام مونومر	کاربرد
پلی‌اتن	اتن	کیسه‌های پلاستیکی ـ درب بطری پلاستیکی ـ لولهٔ پلاستیکی
پلی‌سیانواتن	سیانواتن	پتو و پارچه
پلی‌پروپن	پروپن	تهیه و تولید سرنگ
پلی‌استیرن	استیرن	تولید ظرف یک‌بار مصرف
تفلون	تترافلوئورواتن	نخ دندان ـ کفی اتو ـ تولید ظروف نچسب
پلی‌وینیل کلرید	وینیل کلرید (کلرواتن)	کیسه‌های خون

۱۰۲- کدام‌یک از عبارت‌های زیر درباره ترکیب داده‌شده درست است؟



$(C = ۱۲ , H = ۱ : g.mol^{-۱})$

۱) این مولکول با مولکول‌های خود و مولکول‌های آب پیوند هیدروژنی برقرار می‌کند.
۲) در واکنش این ترکیب و مقدار کافی از یک دی‌اسید، نوعی پلی‌آمید تشکیل خواهد شد.
۳) هر اتم کربن موجود در آن، حداقل به یک اتم نیتروژن توسط پیوند اشتراکی متصل شده است.
۴) درصد جرمی اتم‌های کربن در این ترکیب آلی، ۱۲ برابر درصد جرمی اتم‌های هیدروژن آن است.

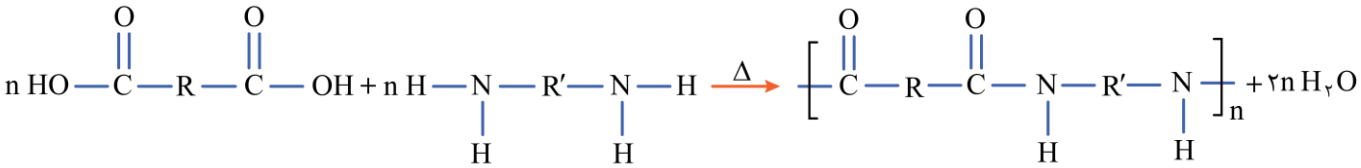
پاسخ: گزینهٔ ۳ (متوسط ـ مفهومی ـ استاندارد ـ صفحهٔ ۱۱۷ ـ ۱۱۰۳)

همانطور که در ساختار ترکیب آلی مشخص است، هر کدام از اتم‌های کربن موجود در ساختار این ترکیب آلی، با یک، دو یا سه پیوند اشتراکی به اتم‌های **نیتروژن** اطراف خود متصل شده‌اند. توجه داریم که هر پیوند دوگانه، دو پیوند شمرده می‌شود.

بررسی سایر گزینه‌ها:

۱) اگر یک مولکول، اتم **هیدروژن** متصل به اتم‌های **نیتروژن**، **اکسیژن** یا **فلوئور** داشته باشد، می‌تواند با مولکول‌های خود و مولکول‌های آب پیوند هیدروژنی تشکیل دهد. در ساختار ترکیب آلی نمایش داده‌شده، اتم هیدروژن متصل به FON حضور نداشته و به همین دلیل، ذرات این ماده نمی‌توانند با مولکول‌های خود پیوند هیدروژنی تشکیل دهند. توجه داریم که برای ایجاد پیوند هیدروژنی میان ترکیب‌های آلی با مولکول‌های آب، وجود داشتن اتم اکسیژن در ساختار ترکیب آلی کافی است. برای مثال، **استون** می‌تواند با مولکول‌های آب برخلاف مولکول‌های خود پیوند هیدروژنی تشکیل دهد. به همین دلیل این ترکیب آلی در آب بسیار **محلول** است.

۲) معادله کلی تولید پلی‌آمیدها به‌صورت زیر است:



از واکنش نوعی ترکیب آلی از دسته دی‌اسیدها با نوعی ترکیب آلی از دسته دی‌آمین‌ها، پلی‌آمیدها تشکیل می‌شوند. توجه داریم که اتم‌های نیتروژن موجود در ساختار مولکول دی‌آمین، باید حداقل به یک اتم هیدروژن متصل باشند. این در حالی است که در ترکیب آلی ذکر شده، اتم‌های نیتروژن موجود در گروه‌های عاملی آمینی، تنها با اتم‌های کربن پیوند اشتراکی برقرار کرده‌اند.

۴) فرمول شیمیایی این ترکیب آلی به‌صورت $C_8H_{12}N_4O_2$ است. برای محاسبه شمار اتم‌های هیدروژن یک ترکیب آلی می‌توانیم از رابطه زیر استفاده کنیم:

$$\text{شمار } H = (\text{تعداد } C \times ۲) + ۲ - (\text{تعداد پیوند دوگانه} \times ۲) - (\text{تعداد حلقه} + \text{تعداد پیوند سه‌گانه}) \times ۴ + \text{تعداد } \underset{\text{هالوژن}}{X} - \text{تعداد } N$$

$$= (۸ \times ۲) + ۲ - (\underbrace{۵}_{\text{سه پیوند دوگانه و دو حلقه}} \times ۲) + \underbrace{۴}_{\text{شمار اتم‌های نیتروژن}} = ۱۲$$

حال نسبت درصد جرمی اتم‌های کربن به اتم‌های هیدروژن را محاسبه می‌کنیم:

$$\text{نسبت درصد جرمی کربن به هیدروژن} = \frac{\text{درصد جرمی کربن}}{\text{درصد جرمی هیدروژن}} = \frac{\frac{\text{جرم اتم‌های کربن}}{\text{جرم مولی مولکول}} \times ۱۰۰}{\frac{\text{جرم اتم‌های هیدروژن}}{\text{جرم مولی مولکول}} \times ۱۰۰} = \frac{\text{جرم اتم‌های کربن}}{\text{جرم اتم‌های هیدروژن}} = \frac{۸ \times ۱۲}{۱۲ \times ۱} = ۸$$

۱۰۳- مقدار ۱۸۴ گرم اتانول در واکنش با مقدار کافی از یک اسید، نوعی استر با فرمول شیمیایی $C_4H_8O_2$ تولید می‌کند. نام اسید مصرف شده در این واکنش و جرم آب تولید شده کدام است؟ $(O = ۱۶ , C = ۱۲ , H = ۱ : g.mol^{-1})$

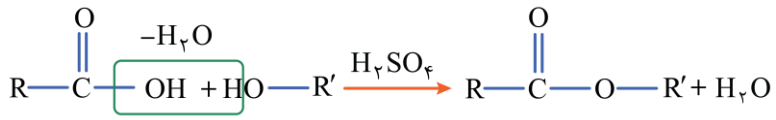
۱) استیک اسید ـ ۷۲
۲) پروپانوئیک اسید ـ ۱۴۴
۳) استیک اسید ـ ۱۴۴
۴) پروپانوئیک اسید ـ ۷۲

پاسخ: گزینهٔ ۱ (آسان ـ محاسباتی ـ سریع ـ صفحهٔ ۱۱۵ ـ ۱۱۰۳)

استرها گروهی از مواد آلی هستند که از واکنش الکل‌ها و کربوکسیلیک اسیدها حاصل می‌شوند. معادله واکنش تولید این دسته از مواد آلی به‌صورت زیر است:

$$\underbrace{C_nH_mO}_{\text{الکل}} + \underbrace{C_xH_wO_2}_{\text{کربوکسیلیک اسید}} \longrightarrow \underbrace{C_{n+x}H_{m+w-2}O_2}_{\text{استر}} + H_2O$$

معادله ساختار این فرایند را به‌صورت زیر نیز می‌توان نشان داد:



همانطور که مشخص است، مجموع شمار اتم‌های کربن موجود در الکل و کربوکسیلیک اسید، با شمار اتم‌های کربن موجود در استر برابر است. الکل سازنده این استر، معادل با اتانول است، بنابراین شمار اتم‌های کربن موجود در کربوکسیلیک اسید سازنده این استر برابر ۲ است. پس می‌توان گفت معادله واکنش انجام شده به‌صورت زیر است:

$$C_2H_6O + C_2H_4O_2 \longrightarrow C_4H_8O_2 + H_2O$$

کربوکسیلیک اسید دو کربنه، معادل با استیک اسید است. در مرحله بعد جرم آب تولید شده را محاسبه می‌کنیم:

$$?\,g\,H_2O = ۱۸۴\,g\,C_2H_6O \times \frac{۱\,mol\,C_2H_6O}{۴۶\,g\,C_2H_6O} \times \frac{۱\,mol\,H_2O}{۱\,mol\,C_2H_6O} \times \frac{۱۸\,g\,H_2O}{۱\,mol\,H_2O} = ۷۲\,g$$

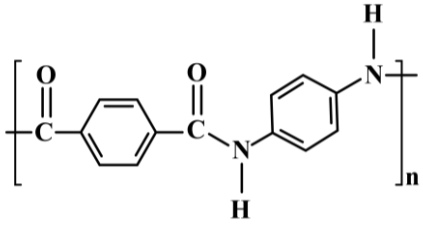
استرها

استرها دسته‌ای از ترکیب‌های آلی هستند که در ساختار خود یک یا چند گروه استری $(-COO-)$ دارند. استرها را اغلب به‌عنوان عامل طعم و بوی میوه‌ها، گل‌ها، شکوفه‌ها و عطرها می‌شناسند. این مواد آلی از واکنش اسیدهای آلی (کربوکسیلیک اسیدها) و الکل‌ها حاصل می‌شوند. برای تهیه استرها نیاز به محیط اسیدی قوی (معمولاً سولفوریک اسید) است. معادله این واکنش به‌صورت زیر است:

$$\text{الکل + اسید آلی} \xrightarrow{H_2SO_4(aq)} \text{استر + آب}$$

از استرهای معروف می‌توان به اتیل بوتانوات (عامل طعم و بوی آناناس)، اتیل اتانوات (حلال چسب)، متیل بوتانوات (عامل طعم و بوی سیب)، پنتیل اتانوات (عامل طعم و بوی موز) و اتیل هپتانوات (عامل طعم و بوی انگور) اشاره کرد. نام همه استرها به قالب کلی «آلکیل آلکانوات» است. بخش «آلکیل»، مربوط به تعداد کربن‌های الکل سازنده و بخش «آلکانوات» نیز مربوط به تعداد کربن‌های اسید آلی سازنده است. استرهای تک عاملی سیر شده بدون حلقه با اسیدهای آلی با همین ویژگی‌ها ایزومر هستند. دقت کنید که نقطه جوش و انحلال‌پذیری اسید آلی از استر ایزومر خود به‌دلیل برقراری پیوند هیدروژنی بیشتر است.

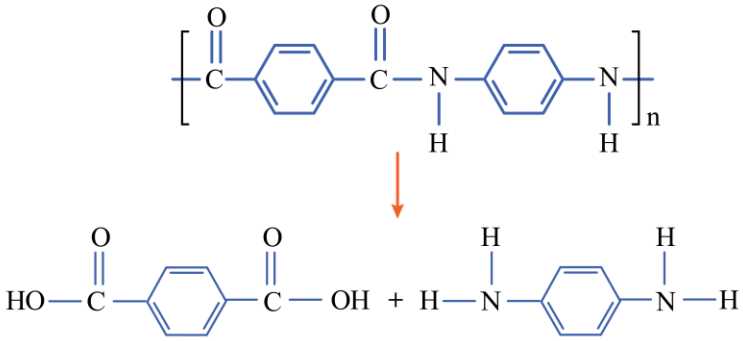
۱۰۴- جرم مولی دی‌آمین سازنده پلیمر مقابل، به اندازه چند گرم بیشتر از جرم مولی استیک اسید است؟ $(O = ۱۶ , N = ۱۴ , C = ۱۲ , H = ۱ : g.mol^{-۱})$



۱) ۳۲
۲) ۴۸
۳) ۵۲
۴) ۲۸

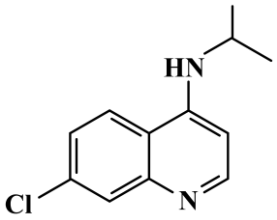
پاسخ: گزینهٔ ۲ (متوسط ـ محاسباتی ـ استاندارد ـ صفحهٔ ۱۱۹ ـ ۱۱۰۳)

مونومرهای سازنده پلی‌آمید مورد نظر، به‌صورت زیر است:



فرمول شیمیایی دی‌آمین سازنده این پلیمر، به‌صورت $C_۶H_۸N_۲$ بوده و جرم مولی این ماده برابر با ۱۰۸ گرم بر مول است. استیک اسید، دومین عضو خانواده کربوکسیلیک اسیدها با فرمول شیمیایی $C_۲H_۴O_۲$ بوده و جرم مولی آن برابر با ۶۰ گرم بر مول است. تفاوت جرم مولی این دو ماده، برابر با ۴۸ گرم بر مول است.

۱۰۵- در ساختار ترکیب مقابل، چند پیوند اشتراکی کربن-هیدروژن بین اتم‌ها برقرار شده است؟



۱) ۱۲
۲) ۱۰
۳) ۱۴
۴) ۸

پاسخ: گزینهٔ ۱ (آسان ـ مفهومی ـ سریع ـ صفحهٔ ۱۱۷ ـ ۱۱۰۳)

فرمول شیمیایی این ترکیب آلی به‌صورت $C_{۱۲}H_{۱۳}N_۲Cl$ است. برای محاسبه شمار اتم‌های هیدروژن موجود در ساختار یک ترکیب آلی می‌توانیم از رابطه زیر استفاده کنیم:

$$\text{شمار } H = (\text{تعداد } C \times ۲) + ۲ - (\text{تعداد پیوند دوگانه}) \times ۲ - (\text{تعداد حلقه} + \text{تعداد پیوند سه‌گانه}) \times ۲ + ۴ \times \text{تعداد } N - \underbrace{\text{تعداد } X}_{\text{هالوژن}}$$

$$= (۱۲ \times ۲) + ۲ - (۷ \times ۲) + ۲ - ۱ = ۱۳$$

در ساختار این ترکیب، ۱۳ اتم **هیدروژن** وجود داشته و یکی از این اتم‌های هیدروژن، به اتم **نیتروژن** متصل شده است. بر این اساس، سایر اتم‌های هیدروژن (۱۲ اتم) به **اتم‌های کربن** متصل شده‌اند.

برای مطالعهٔ بیشتر، این چند تا تست اضافه رو هم براتون گذاشتیم که علاوه‌بر آزمون، یک محک دوباره برای خودتون باشه!

۱- مقدار ۵۰ گرم از یک ترکیب آلی با فرمول شیمیایی $C_5H_nO_2$، در واکنش با ۹۶ گرم گاز اکسیژن به‌طور کامل سوخته و گازهای کربن دی‌اکسید و بخار آب تولید می‌کند. تفاوت جرم فراورده‌های تولید شده در این فرایند، برابر چند گرم است؟ $(O = 16 , C = 12 , H = 1 : g.mol^{-1})$

۱) ۸۴ ۲) ۴۲ ۳) ۷۴ ۴) ۳۷

۲- به ۶ مول سدیم هیدروکسید، مقدار کافی $HCl(aq)$ اضافه می‌کنیم. اگر گرمای آزاد شده در این واکنش را صرف تجزیه کلسیم کربنات کنیم، تفاوت جرم اتم‌های اکسیژن در فراورده‌های تولید شده چند گرم می‌شود؟

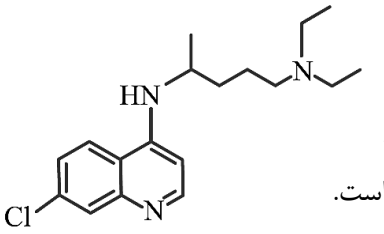
$(Ca = 40 , O = 16 , C = 12 : g.mol^{-1})$

$I)\ CaCO_3(s) + 180kJ \longrightarrow CaO(s) + CO_2(g)$

$II)\ NaOH(aq) + HCl(aq) \longrightarrow NaCl(aq) + H_2O(l) + 60kJ$

۱) ۹۶ ۲) ۲۴ ۳) ۱۶ ۴) ۳۲

۳- کدام‌یک از عبارت‌ها درباره ترکیب آلی زیر درست است؟



$(Cl = 35/5, N = 14 , H = 1 : g.mol^{-1})$

۱) یک مول از این ترکیب آروماتیک، می‌تواند با ۳ مول استیک اسید واکنش بدهد.

۲) درصد جرمی اتم‌های نیتروژن در این ترکیب، از درصد جرمی کلر در آن بیشتر است.

۳) تفاوت شمار اتم‌های کربن و هیدروژن در آن، برابر با شمار اتم‌های کربن در نفتالن است.

۴) یک مول از این ترکیب آلی، برای سیرشدن کامل با ۱۰ گرم گاز هیدروژن واکنش می‌دهد.

۴- استری با فرمول $C_7H_{14}O_2$، در ساختار خود چند پیوند اشتراکی داشته و اگر الکل حاصل از آبکافت ۵۲ گرم از این استر به‌صورت نامحدود در آب حل شود، حداکثر جرم کربوکسیلیک اسید تولید شده در این واکنش برابر با چند گرم است؟ $(O = 16, C = 12 , H = 1 : g.mol^{-1})$

۱) ۲۱ ـ ۴۰/۸ ۲) ۲۱ ـ ۴۶/۴ ۳) ۲۳ ـ ۴۰/۸ ۴) ۲۳ ـ ۴۶/۴

۵- یک نمونه ۱/۲ گرمی ناخالص از یک اسید با فرمول شیمیایی H_nA و جرم مولی ۱۲۰ $g.mol^{-1}$، می‌تواند بر اساس معادله زیر با ۱۰ میلی‌لیتر محلول یک مولار سدیم هیدروکسید واکنش بدهد. فرمول مولکولی اسید، کدام است؟ (درصد خلوص اسید برابر با ۵۰٪ در نظر گرفته شود.)

$H_nA + NaOH \longrightarrow Na_nA + H_2O$ معادله واکنش موازنه شود

۱) HA ۲) H_2A ۳) H_3A ۴) H_4A

محل انجام محاسبات

برای مطالعهٔ بیشتر، این چند تا تست اضافه رو هم براتون گذاشتیم که علاوه‌بر آزمون، یک محک دوباره برای خودتون باشه!

۱- مقدار ۵۰ گرم از یک ترکیب آلی با فرمول شیمیایی $C_5H_nO_2$، در واکنش با ۹۶ گرم گاز اکسیژن به‌طور کامل سوخته و گازهای کربن دی‌اکسید و بخار آب تولید می‌کند. تفاوت جرم فراورده‌های تولید شده در این فرایند، برابر چند گرم است؟

$(O = ۱۶ , C = ۱۲ , H = ۱ : g.mol^{-۱})$

۱) ۸۴ ۲) ۴۲ ۳) ۷۴ ۴) ۳۷

پاسخ: گزینهٔ ۳ (سخت ـ محاسباتی ـ زمان‌بر ـ صفحهٔ ۷۳ ـ ۱۱۰۲)

معادله موازنه شده واکنش انجام شده به‌صورت زیر است:

$$C_5H_nO_2 + \frac{۱۶+n}{۴}O_2(g) \longrightarrow ۵CO_2(g) + \frac{n}{۲}H_2O(g)$$

با استفاده از اطلاعات سؤال، مقدار مجهول را محاسبه می‌کنیم:

$$۹۶\ g\ O_2 = ۵۰\ g\ C_5H_nO_2 \times \frac{۱\ mol\ C_5H_nO_2}{(۹۲+n)\ g\ C_5H_nO_2} \times \frac{\frac{۱۶+n}{۴}\ mol\ O_2}{۱\ mol\ C_5H_nO_2} \times \frac{۳۲\ g\ O_2}{۱\ mol\ O_2} \Longrightarrow \frac{۱۶+n}{۹۲+n} = \frac{۹۶ \times ۴}{۵۰ \times ۳۲} = \frac{۶}{۲۵}$$

$$\Longrightarrow n = ۸$$

بنابراین معادله موازنه شده واکنش انجام شده به‌صورت زیر است:

$$C_5H_8O_2 + ۶O_2(g) \longrightarrow ۵CO_2(g) + ۴H_2O(g)$$

در مرحله بعد جرم فراورده‌های تولید شده را به دست می‌آوریم:

$$?\ g\ CO_2 = ۵۰\ g\ C_5H_8O_2 \times \frac{۱\ mol\ C_5H_8O_2}{۱۰۰\ g\ C_5H_8O_2} \times \frac{۵\ mol\ CO_2}{۱\ mol\ C_5H_8O_2} \times \frac{۴۴\ g\ CO_2}{۱\ mol\ CO_2} = ۱۱۰\ g$$

$$?\ g\ H_2O = ۵۰\ g\ C_5H_8O_2 \times \frac{۱\ mol\ C_5H_8O_2}{۱۰۰\ g\ C_5H_8O_2} \times \frac{۴\ mol\ H_2O}{۱\ mol\ C_5H_8O_2} \times \frac{۱۸\ g\ H_2O}{۱\ mol\ H_2O} = ۳۶\ g$$

همانطور که مشخص است، تفاوت جرم فراورده‌های تولید شده برابر $۱۱۰ - ۳۶ = ۷۴$ گرم است.

مشابه این سؤال، در سؤال ۸۱ کنکور تجربی تیرماه ۱۴۰۴ مطرح شده بود.

۲- به ۶ مول سدیم هیدروکسید، مقدار کافی $HCl(aq)$ اضافه می‌کنیم. اگر گرمای آزاد شده در این واکنش را صرف تجزیه کلسیم کربنات کنیم، تفاوت جرم اتم‌های اکسیژن در فراورده‌های تولید شده چند گرم می‌شود؟

$(Ca = ۴۰ , O = ۱۶ , C = ۱۲ : g.mol^{-۱})$

$I)\ CaCO_3(s) + ۱۸۰kJ \longrightarrow CaO(s) + CO_2(g)$
$II)\ NaOH(aq) + HCl(aq) \longrightarrow NaCl(aq) + H_2O(l) + ۶۰kJ$

۱) ۹۶ ۲) ۲۴ ۳) ۱۶ ۴) ۳۲

پاسخ: گزینهٔ ۴ (متوسط ـ محاسباتی ـ استاندارد ـ صفحهٔ ۶۴ ـ ۱۱۰۲)

در واکنش میان سدیم هیدروکسید و هیدروکلریک اسید، مقدار ۶ مول سدیم هیدروکسید مصرف شده است. ابتدا مقدار انرژی تولید شده در واکنش خنثی شدن سدیم هیدروکسید با هیدروکلریک اسید را محاسبه می‌کنیم:

$$?\ kJ = ۶\ mol\ NaOH \times \frac{۶۰\ kJ}{۱\ mol\ NaOH} = ۳۶۰\ kJ$$

SanjeshCloud

با توجه به‌صورت سؤال، انرژی مصرف شده در واکنش تجزیه کلسیم کربنات نیز ۳۶۰ کیلوژول است. حال جرم اتم‌های اکسیژن موجود در فراورده‌های این واکنش را به‌دست می‌آوریم:

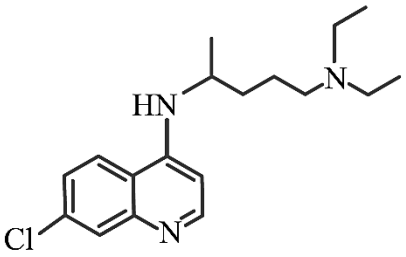
$$?\,g\,O = ۳۶۰\,kJ \times \frac{۱\,mol\,CaO}{۱۸۰\,kJ} \times \frac{۱\,mol\,O}{۱\,mol\,CaO} \times \frac{۱۶\,g\,O}{۱\,mol\,O} = ۳۲\,g$$

$$?\,g\,O = ۳۶۰\,kJ \times \frac{۱\,mol\,CO_۲}{۱۸۰\,kJ} \times \frac{۲\,mol\,O}{۱\,mol\,CO_۲} \times \frac{۱۶\,g\,O}{۱\,mol\,O} = ۶۴\,g$$

همانطور که مشخص است، تفاوت جرم اتم‌های اکسیژن فراورده‌های تولید شده در واکنش تجزیه کلسیم کربنات ۳۲ گرم است.

ماز

۳- **کدام‌یک از عبارت‌ها درباره ترکیب آلی زیر درست است؟**



$(Cl = ۳۵/۵, N = ۱۴, H = ۱ : g.mol^{-۱})$

۱) یک مول از این ترکیب آروماتیک، می‌تواند با ۳ مول استیک اسید واکنش بدهد.

۲) درصد جرمی اتم‌های نیتروژن در این ترکیب، از درصد جرمی کلر در آن بیشتر است.

۳) تفاوت شمار اتم‌های کربن و هیدروژن در آن، برابر با شمار اتم‌های کربن در نفتالن است.

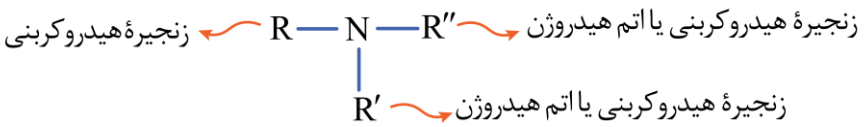
۴) یک مول از این ترکیب آلی، برای سیرشدن کامل با ۱۰ گرم گاز هیدروژن واکنش می‌دهد.

پاسخ: گزینهٔ ۲ (سخت ـ مفهومی ـ استاندارد ـ صفحهٔ ۱۱۷ ـ ۱۱۰۳)

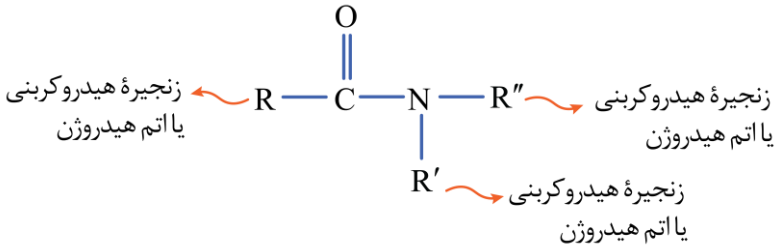
یک مول از این ترکیب آلی در ساختار خود ۳ مول اتم نیتروژن (معادل ۴۲ گرم از آن) و یک مول اتم کلر (معادل ۳۵/۵ گرم از آن) دارد. چون جرم نیتروژن در ساختار این ماده بیشتر است، بنابراین می‌توان گفت درصد جرمی **نیتروژن** در این **ترکیب آلی** از **کلر بیشتر** است.

بررسی سایر گزینه‌ها:

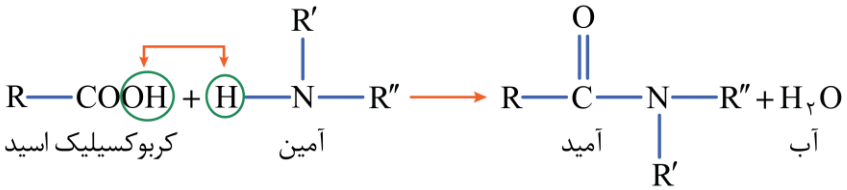
۱) ساختار گروه آمینی به‌صورت زیر است:



گروه عامل آمینی موجود در یک ترکیب آلی می‌تواند با کربوکسیلیک اسیدها واکنش داده و نوعی **ترکیب آلی** با **گروه عاملی آمیدی** تولید کند. برای انجام این واکنش، نیتروژن موجود در گروه آمینی، باید حداقل یک اتم **هیدروژن** متصل به خود داشته باشد. با توجه به فرمول ساختاری این ترکیب آلی، تنها یکی از اتم‌های **نیتروژن** این شرط را دارد؛ بنابراین هر مول از این ترکیب آلی می‌تواند با ۱ مول **کربوکسیلیک اسید** واکنش دهد. ساختار گروه عاملی آمیدی به‌صورت زیر است:



واکنش تولید آمیدها با استفاده از آمین‌ها و اسیدها به‌صورت زیر است:



SanjeshCloud

۳) فرمول شیمیایی این ترکیب آلی به‌صورت $C_{۱۸}H_{۲۶}N_۳Cl$ است. برای تعیین فرمول مولکولی ترکیب‌های آلی از فرمول زیر استفاده می‌کنیم:

تعداد هالوژن $-$ تعداد $N + ۴ \times$ (تعداد پیوند سه‌گانه) $- ۲ \times$ (تعداد حلقه $+$ تعداد پیوند دوگانه) $- ۲ + (۲ \times$ تعداد $C) =$ شمار H

بر این اساس، داریم:

$$= (۱۸ \times ۲) + ۲ - (\underbrace{۷}_{\text{پنج پیوند دوگانه و دو حلقه}} \times ۲) + \underbrace{۳}_{\text{شمار اتم‌های نیتروژن}} - \underbrace{۱}_{\text{اتم هالوژن}} = ۲۶$$

همانطور که مشخص است، تفاوت شمار اتم‌های کربن و هیدروژن در ساختار این ترکیب آلی برابر ۸ است. درحالی‌که هر مولکول نفتالن در ساختار خود ۱۰ اتم کربن دارد.

۴) به ترکیب آلی که در ساختار خود پیوندهای دوگانه یا سه‌گانه بین اتم‌های کربن خود نداشته باشد، ترکیب آلی سیرشده گفته می‌شود. این ترکیب آلی در ساختار خود ۴ پیوند دوگانه بین اتم‌های کربن خود دارد؛ بنابراین هر مول از آن در واکنش با ۴ مول گاز هیدروژن (معادل ۸ گرم از آن)، به ترکیبی سیرشده تبدیل می‌شود.

۴- استری با فرمول $C_۷H_{۱۴}O_۲$، در ساختار خود چند پیوند اشتراکی داشته و اگر الکل حاصل از آبکافت ۵۲ گرم از این استر به‌صورت نامحدود در آب حل شود، حداکثر جرم کربوکسیلیک اسید تولید شده در این واکنش برابر با چند گرم است؟

$(O = ۱۶, C = ۱۲, H = ۱ : g.mol^{-۱})$

۱) ۲۱ ـ ۴۰/۸ ۲) ۲۱ ـ ۴۶/۴ ۳) ۲۳ ـ ۴۰/۸ ۴) ۲۳ ـ ۴۶/۴

پاسخ: گزینهٔ ۴ (متوسط ـ محاسباتی ـ استاندارد ـ صفحهٔ ۱۱۹ ـ ۱۱۰۳)

سه عضو نخست خانواده الکل‌ها، **قطبیت بالایی** داشته و به‌صورت نامحدود در آب حل می‌شوند. همانطور که مشخص است، هرچه تعداد اتم‌های کربن موجود در این الکل کمتر باشد، جرم کربوکسیلیک اسید تولید شده **بیشتر** خواهد بود؛ بنابراین الکل تولید شده در این واکنش را معادل **متانول** در نظر گرفته و معادله واکنش **آبکافت** را می‌نویسیم:

$$C_۷H_{۱۴}O_۲ + H_۲O \longrightarrow CH_۴O + C_۶H_{۱۲}O_۲$$

در پایان جرم کربوکسیلیک اسید تولید شده در این واکنش را محاسبه می‌کنیم:

$$?\, g\ C_۶H_{۱۲}O_۲ = ۵۲\ g\ C_۷H_{۱۴}O_۲ \times \frac{۱\ mol\ C_۷H_{۱۴}O_۲}{۱۳۰\ g\ C_۷H_{۱۴}O_۲} \times \frac{۱\ mol\ C_۶H_{۱۲}O_۲}{۱\ mol\ C_۷H_{۱۴}O_۲} \times \frac{۱۱۶\ g\ C_۶H_{۱۲}O_۲}{۱\ mol\ C_۶H_{۱۲}O_۲} = ۴۶/۴\ g$$

توجه داریم که ترکیب استری با فرمول شیمیایی $C_۷H_{۱۴}O_۲$، در ساختار مولکولی خود دارای **۲۳ پیوند اشتراکی** است.

انحلال‌پذیری الکل‌ها در آب

با افزایش طول زنجیرهٔ هیدروکربنی در مولکول الکل‌ها، میزان قطبیت این مواد کاهش می‌یابد؛ پس با افزایش طول زنجیرهٔ کربنی در الکل‌ها میزان انحلال‌پذیری این مواد در آب (حلال قطبی) کاهش پیدا کرده و میزان انحلال‌پذیری آن‌ها در چربی (حلال ناقطبی) افزایش می‌یابد؛ به عبارت دیگر، با افزایش طول زنجیرهٔ کربنی در الکل‌ها، خاصیت آب‌گریزی یا همان چربی‌دوستی الکل‌ها بیشتر می‌شود. در متانول، اتانول و ۱-پروپانول (سه عضو اول خانواده الکل‌های تک عاملی)، بخش قطبی به شدت بر بخش ناقطبی غلبه دارد و به همین خاطر، این الکل‌ها به هر نسبتی در آب حل شده و نمی‌توان محلول سیرشده‌ای از آن‌ها تهیه کرد. انحلال‌پذیری ۱-بوتانول و ۱-پنتانول بیشتر از ۱ گرم در ۱۰۰ گرم آب است؛ پس این مواد محلول در آب هستند. از طرفی، انحلال‌پذیری ۱-هگزانول، ۱-هپتانول و ۱-اوکتانول، بین ۱ تا ۰/۰۱ گرم در ۱۰۰ گرم آب است؛ پس این الکل‌ها کم‌محلول در آب محسوب می‌شوند.

۵- یک نمونه ۱/۲ گرمی ناخالص از یک اسید با فرمول شیمیایی H_nA و جرم مولی $120\ g.mol^{-1}$، می‌تواند بر اساس معادله زیر با ۱۰ میلی‌لیتر محلول یک مولار سدیم هیدروکسید واکنش بدهد. فرمول مولکولی اسید، کدام است؟ (درصد خلوص اسید برابر با ۵۰٪ در نظر گرفته شود.)

معادله واکنش موازنه شود $H_nA + NaOH \longrightarrow Na_nA + H_2O$

۱) HA ۲) H_2A ۳) H_3A ۴) H_4A

پاسخ: گزینهٔ ۲ (متوسط ـ محاسباتی ـ استاندارد ـ صفحهٔ ۲۴ ـ ۱۱۰۱)

معادله موازنه شده واکنش اسید مورد نظر با سدیم هیدروکسید به‌صورت زیر است:

$$H_nA + nNaOH \longrightarrow Na_nA + nH_2O$$

طبق فرض سؤال، یک نمونه ۱/۲ گرمی ناخالص از یک اسید با فرمول شیمیایی H_nA مصرف شده است. چون درصد خلوص این ماده برابر با ۵۰٪ است، پس جرم اسید موجود در این نمونه برابر با ۰/۶ گرم می‌شود. حال با استفاده از مقدار اسید و باز مصرف شده، مقدار n را محاسبه می‌کنیم:

$$0/6\ g\ H_nA = 10\ mL\ \text{محلول} \times \frac{1\ L\ \text{محلول}}{1000\ mL\ \text{محلول}} \times \frac{1\ mol\ NaOH}{1\ L\ \text{محلول}} \times \frac{1\ mol\ H_nA}{n\ mol\ NaOH} \times \frac{120\ g\ H_nA}{1\ mol\ H_nA} \Longrightarrow n = 2$$

با توجه به محاسبات انجام شده، اسید مورد نظر دارای ۲ اتم هیدروژن بوده و فرمول شیمیایی آن به‌صورت H_2A است.

SanjeshCloud