



گروه آزمایشی علوم ریاضی و فنی

آزمون ماز | پایه دوازدهم



جامع شبیه ساز کنکور سراسری (۵)



ویژه کنکوری های ۱۴۰۵

دفترچه شماره ۱

جمعه ۲۳ مردادماه ۱۴۰۵

ردیف	ماده امتحانی	تعداد سؤال	شماره سؤال		مدت زمان پاسخ گویی	ملاحظات
			از	تا		
۱	ریاضیات	۴۰	۱	۴۰	۷۰ دقیقه	۴۰ سؤال ۷۰ دقیقه

برای شباهت حداکثری به کنکور، صفحه آرای، فونت و حتی اندازه متن در تمامی آزمون های ماز، کاملاً یکسان با استاندارد دفترچه های کنکور در نظر گرفته می شود.

بودجه بندی دروس این آزمون

ریاضیات گسسته و آمار و احتمال جامع شبیه ساز کنکور سراسری سهم در کنکور: ۸ سؤال	هندسه جامع شبیه ساز کنکور سراسری سهم در کنکور: ۱۲ سؤال	حسابان جامع شبیه ساز کنکور سراسری سهم در کنکور: ۲۰ سؤال
شیمی جامع شبیه ساز کنکور سراسری سهم در کنکور: ۳۰ سؤال	فیزیک جامع شبیه ساز کنکور سراسری سهم در کنکور: ۳۵ سؤال	

استراتژی و هدف گذاری با ماز در سال تحصیلی ۱۴۰۴-۰۵

نیم سال دوم: ۹ مرحله آزمون در ۱۰۰ روز تحصیلی مفید + فرصت هایی برای مرور و جبران + ۵ آزمون جامع شبیه ساز کنکور سراسری

- ۱- شروع نیم سال دوم؛ شروع نیمه دوم رقابت با مهارت بیشتر؛ فرصت برای شروع نیم سال دوم و پیشروی ۵۰ یا صد درصدی پایه دوازدهم + تکمیل مرور و یادگیری پایه یازدهم (فرصت برای شروع نیم سال دوم + تکمیل مرور و یادگیری پایه یازدهم)
- ۲- فرصت های طلایی برای مرور و جبران: در دو آزمون ۶ و ۱۴ فروردین می توانید به ترتیب مباحث پایه دهم و یازدهم + مباحث نیم سال اول دوازدهم را به طور کامل مرور و جمع بندی کنید. (زمان مرور و جمع بندی دهم و یازدهم + نیم سال اول دوازدهم)
- ۳- تکمیل تسلط بر نیم سال دوم + آزمون های مبحثی: سه مرحله آزمون برای تکمیل و تسلط بر ۵۰ درصد پایانی نیم سال دوم + مرور پایه با نگاه ترکیبی به مباحث ✓ با آرامش خاطر و تسلط صد درصدی به استقبال امتحانات نهایی بروید! (زمان تکمیل و تسلط بر نیم سال دوم دوازدهم)
- ۴- آزمون های جامع شبیه ساز و پیش بینی کنکور سراسری: در پنج آزمون جامع شبیه ساز کنکور سراسری، شرایط کاملاً مشابه با کنکور سراسری را تجربه کنید! (ایستگاه جمع بندی و جبران)



۱- حاصل عبارت $A = \frac{\sqrt[4]{25\sqrt{5}}}{5\sqrt[4]{125\sqrt{5}^{-1}}}$ چند برابر $\sqrt[3]{25}$ است؟

- (۱) $\frac{1}{\sqrt[3]{25}}$ (۲) $\frac{1}{5\sqrt{5}}$ (۳) $\frac{1}{5}$ (۴) $\frac{1}{25}$

۲- در دنباله حسابی $a_n = an - 2$ جمع n جمله ابتدایی آن S_n است. اگر شرط $S_{2n} = 4S_n$ برقرار باشد، مقدار a کدام است؟

- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

۳- مجموعه‌های A ، B و C چنان هستند که تعداد اعضای مجموعه‌های B ، C ، $B \cap C$ ، $C - A$ و $(A \times B) - (A \times C)$ به ترتیب برابر ۸، ۷، ۲، ۵، ۱۸ است. تعداد اعضای مجموعه $C^2 - A^2$ کدام خواهد بود؟

- (۱) ۴۰ (۲) ۴۵ (۳) ۴۴ (۴) ۴۲

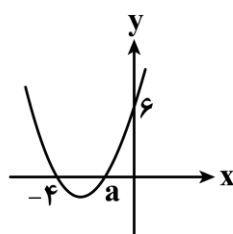
۴- با فرض آن که α صفر تابع $f(x) = x^2 - 3x - 3$ باشد، مقدار $\alpha^2 + \frac{9}{\alpha^2}$ چه عددی است؟

- (۱) ۹ (۲) ۶ (۳) ۱۵ (۴) ۱۸

۵- مجموعه جواب نامعادله $\frac{x^2 + mx + n}{x - 2} < 0$ بازه $(-\infty, -1)$ است. مقدار $m + n$ کدام است؟

- (۱) -۳ (۲) ۳ (۳) -۲ (۴) ۲

۶- اگر نمودار سهمی $y = f(x)$ مطابق شکل مقابل باشد، مقدار $f(a - 4)$ چه عددی است؟



(۱) ۱۲

(۲) ۳

(۳) ۴

(۴) ۶

۷- اگر $A(4, 2)$ ، $B(2, 3)$ و $C(-1, -1)$ سه رأس یک مثلث باشند، اندازه ارتفاع AH در مثلث چه عددی است؟

- (۱) $1/8$ (۲) $2/4$ (۳) $2/2$ (۴) $2/6$

محل انجام محاسبات

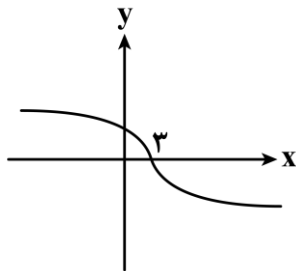
۸- هرگاه $\frac{4}{\log_3 x} + \frac{1}{\log_x 3} = 4$ باشد، مقدار $\log_3(3^{x+5})$ چه عددی است؟

- (۱) ۴ (۲) ۵ (۳) ۹ (۴) ۶

۹- اگر $x=1$ یکی از جواب‌های $|1-ax| = \sqrt{x+a}$ باشد، با فرض $a > 0$ جواب دیگر معادله چه عددی است؟

- (۱) $-\frac{3}{9}$ (۲) $-\frac{2}{9}$ (۳) $-\frac{4}{9}$ (۴) $-\frac{5}{9}$

۱۰- نمودار تابع $g(x)$ با دامنه $\mathbb{R}$ مطابق شکل مقابل است. اگر $f(x) = x^3 + x$ باشد، جواب نامعادله $\text{gof}^{-1}(x) > 0$ در کدام گزینه آمده است؟



- (۱) $3 < x < 30$
(۲) $0 < x < 3$
(۳) $x < 30$
(۴) $x > 3$

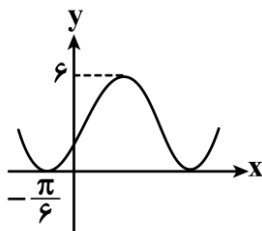
۱۱- تابع $f(x) = \frac{2x}{x-1}$ را a واحد به چپ و $2a$ واحد به پایین انتقال می‌دهیم، مجانب‌های تابع به دست آمده روی خط $y = 4x + 6$ همدیگر را قطع می‌کنند. مقدار a کدام است؟

- (۱) ۴ (۲) ۳ (۳) ۲ (۴) -۵

۱۲- ساده شده $A = \frac{\sin^2 x + 4 \cos^2 x - 3}{2 \cos^2 x - \sin^2 2x}$ کدام است؟

- (۱) $\frac{1}{2}(1 + \tan^2 x)$ (۲) $2(\tan^2 x + 1)$ (۳) $\sin^2 x$ (۴) $\frac{-2}{\cos^2 x}$

۱۳- اگر بخشی از نمودار $f(x) = a + b \cos(cx + \frac{\pi}{3})$ با فرض $c > 0$ مطابق شکل مقابل باشد، مقدار bc کدام است؟



- (۱) ۶
(۲) -۶
(۳) ۱۲
(۴) -۱۲

محل انجام محاسبات

۱۴- معادله $\tan(x + \frac{\pi}{8}).\tan(2x - \frac{\pi}{4}) = -1$ در بازه $(0, 2\pi)$ دارای چند جواب است؟

- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۴ (۴) صفر

۱۵- مقدار $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \frac{x^2}{2} - \sqrt{1-x^2}}{x^4}$ کدام است؟

- (۱) $\frac{1}{2}$ (۲) $\frac{1}{4}$ (۳) $\frac{1}{8}$ (۴) $\frac{1}{16}$

۱۶- اگر تابع $f(x) = \begin{cases} \frac{\cos 2x - \cos^2 x}{x^2} & x \neq 0 \\ k & x = 0 \end{cases}$ در $x=0$ پیوسته باشد، مقدار k کدام است؟

- (۱) -۱ (۲) ۱ (۳) ۲ (۴) -۲

۱۷- هرگاه $f(x) = \frac{x^2 - 2}{2x - \sqrt{x^2 + 4}}$ باشد، مقدار $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x}{f(x)}$ چه عددی است؟

- (۱) ۱ (۲) ۳ (۳) -۲ (۴) $-\frac{1}{2}$

۱۸- اگر $f(x) = x \cos \frac{\pi}{\sqrt{2x+1}}$ باشد، مقدار $f'(4)$ چقدر از $\frac{1}{4}$ بیشتر است؟

- (۱) $\frac{\pi\sqrt{3}}{9}$ (۲) $\frac{2\pi\sqrt{3}}{27}$ (۳) $\frac{\pi\sqrt{3}}{18}$ (۴) $\frac{2\pi\sqrt{3}}{9}$

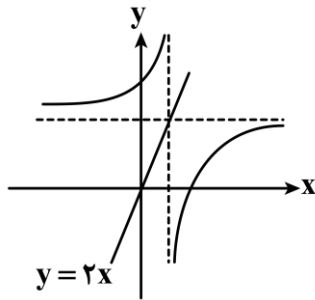
۱۹- آهنگ تغییر متوسط تابع $f(x) = 4x + \frac{a}{x}$ در بازه $[1, 4]$ با آهنگ تغییر لحظه‌ای تابع در نقطه‌ای با طول α در این بازه برابر است. مقدار α کدام است؟ ($a \neq 0$)

- (۱) $\frac{a}{2}$ (۲) ۲ (۳) $2/5$ (۴) $1 + \frac{a}{2}$

محل انجام محاسبات



۲۰- نمودار تابع $f(x) = \frac{ax-4}{x-1}$ مطابق شکل مقابل است. مجموع طول اکستریم‌های نسبی تابع $y = xf(\frac{1}{x})$ کدام عدد



است؟

- (۱) $\frac{1}{2}$
 (۲) $-\frac{1}{2}$
 (۳) -2
 (۴) 2

۲۱- خط $y = mx + 3$ در نقطه عطف تابع $f(x) = x^3 - 3x^2 + 4x - n$ بر نمودار f مماس است. مقدار mn چه عددی است؟

- (۱) 2 (۲) -2 (۳) 3 (۴) -3

۲۲- دو تاس را پرتاب می‌کنیم. اگر مجموع اعداد رو شده بزرگ‌تر از ۹ باشد، چهار سکه و در غیر این صورت سه سکه پرتاب می‌کنیم، احتمال آن‌که دقیقاً دو سکه «رو» ظاهر شود، کدام است؟

- (۱) $\frac{1}{2}$ (۲) $\frac{2}{3}$ (۳) $\frac{3}{8}$ (۴) $\frac{5}{12}$

۲۳- ۹ داده آماری با میانگین ۲۵ و واریانس غیرصفر مفروض‌اند. ۲۷ داده آماری که همگی ۲۵ هستند به آن داده‌ها افزوده می‌شود. انحراف معیار داده‌های تشکیل شده چند برابر انحراف معیار داده‌های اولیه است؟

- (۱) $\frac{1}{2}$ (۲) $\frac{1}{3}$ (۳) $\frac{1}{4}$ (۴) $\frac{1}{6}$

۲۴- در انتخاب نمونه‌ای دو عضوی از جامعه $\{2, 3, 4, 7, 14\}$ ، احتمال آن‌که برآورد نقطه‌ای میانگین بیش‌تر از پارامتر جامعه باشد کدام است؟

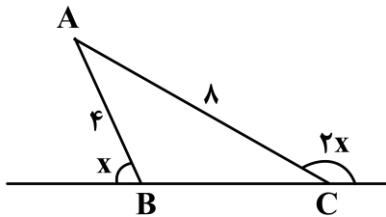
- (۱) $\frac{2}{5}$ (۲) $\frac{3}{5}$ (۳) $\frac{1}{2}$ (۴) $\frac{3}{10}$

محل انجام محاسبات

۲۵- نقاط M ، N و P وسط‌های اضلاع مثلث ABC هستند. کدام گزینه الزاماً درست است؟

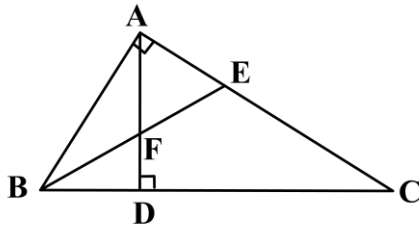
- (۱) محل هم‌رسی نیمسازهای دو مثلث ABC و MNP بر هم منطبق است.
- (۲) محل هم‌رسی ارتفاع‌های مثلث ABC بر مرکز دایره محیطی مثلث MNP منطبق است.
- (۳) محل هم‌رسی ارتفاع‌های مثلث MNP بر محل هم‌رسی عمودمنصف‌های مثلث ABC منطبق است.
- (۴) محل هم‌رسی ارتفاع‌های دو مثلث ABC و MNP بر هم منطبق است.

۲۶- مساحت مثلث ABC در شکل مقابل چقدر است؟



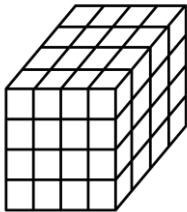
- (۱) ۹
- (۲) $3\sqrt{15}$
- (۳) ۱۲
- (۴) $2\sqrt{21}$

۲۷- در شکل مقابل، BE نیمساز زاویه B است. اگر $BD = ۹$ و $DC = ۱۶$ باشد، اندازه AE کدام است؟



- (۱) $۶/۵$
- (۲) ۷
- (۳) $۷/۵$
- (۴) ۸

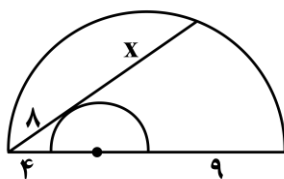
۲۸- حداقل چند مکعب کوچک باید از مکعب شکل مقابل برداشته شود تا نمای بالای آن به صورت  باشد؟



- (۱) ۴۸
- (۲) ۴۴
- (۳) ۳۲
- (۴) ۴۰

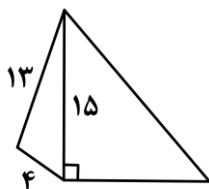
محل انجام محاسبات

۲۹- در شکل روبه‌رو، اندازه x چقدر است؟ (کمان‌ها در شکل نیم‌دایره هستند).



- (۱) ۹
(۲) ۱۰
(۳) ۱۲
(۴) ۱۵

۳۰- در چهارضلعی محیطی شکل مقابل، شعاع دایره مماس بر اضلاع این چهارضلعی چقدر است؟



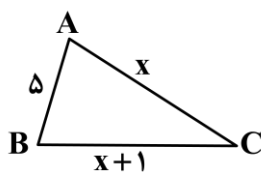
- (۱) ۳
(۲) ۳/۵
(۳) ۴
(۴) ۴/۵

۳۱- دو دایره متخارج با نسبت $k = -\frac{3}{4}$ مجانس یکدیگرند. اگر شعاع دایره کوچک‌تر برابر ۸ و طول خط‌المركزین برابر ۲۵

باشد، طول مماس مشترک گذرا از مرکز تجانس دو دایره کدام است؟

- (۱) ۱۵ (۲) ۱۷ (۳) ۲۰ (۴) ۲۴

۳۲- در شکل مقابل، اگر $\cos \hat{A} = \frac{1}{5}$ باشد، آنگاه مساحت مثلث کدام است؟



- (۱) $4\sqrt{10}$
(۲) ۱۴
(۳) ۱۵
(۴) $6\sqrt{6}$

محل انجام محاسبات

۳۳- اگر $A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 5 \\ 0 & 2 & 0 \\ z & 0 & 4 \end{bmatrix}$ ، $B = \begin{bmatrix} x & 0 & -1 \\ 0 & -1 & 0 \\ y & 0 & -y \end{bmatrix}$ و $A \times B$ ماتریس اسکالر باشد، آنگاه دترمینان ماتریس $C = \begin{bmatrix} x & y \\ z & 2 \end{bmatrix}$ کدام است؟

(۴) صفر

(۳) ۱۸

(۲) ۵

(۱) ۱۴

۳۴- با فرض $B = \begin{bmatrix} -1 & 2 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}$ ، اگر ماتریس A در معادله ماتریسی $A^{-1}B - 3B = \begin{bmatrix} 7 & -5 \\ 1 & 4 \end{bmatrix}$ صدق کند، مجموع درایه‌های ستون اول ماتریس A^{-1} کدام است؟

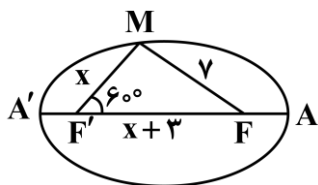
(۴) ۲

(۳) صفر

(۲) -۱

(۱) ۱

۳۵- خروج از مرکز بیضی شکل مقابل کدام است؟ (F و F' کانون‌های بیضی‌اند).

(۲) $\frac{2}{3}$ (۱) $\frac{1}{2}$ (۴) $\frac{3}{7}$ (۳) $\frac{3}{5}$

۳۶- بردار $\vec{a}$ با بردار $\vec{b} = (1, -2, 2)$ موازی است. اگر تصویر قائم بردار $\vec{a}$ روی بردار $\vec{c} = (1, 1, 2)$ ، همان بردار $\vec{c}$ باشد، اندازه بردار $\vec{a}$ کدام است؟

(۴) $\frac{\sqrt{10}}{3}$

(۳) ۶

(۲) $3\sqrt{5}$

(۱) ۳

محل انجام محاسبات

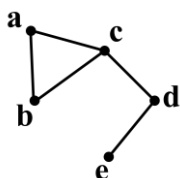
۳۷- اگر $175 + 72! + a$ ، آن گاه a کدام می تواند باشد؟

- (۱) ۳ (۲) ۷ (۳) ۱۱ (۴) ۱۳

۳۸- اگر $21^{12} + 72^{12} \equiv 2^m$ برقرار باشد، آن گاه m کدام می تواند باشد؟

- (۱) ۳ (۲) ۴ (۳) ۵ (۴) ۷

۳۹- گراف مقابل چند زیرگراف از مرتبه ۴ با عدد احاطه گری ۱ دارد؟



- (۱) صفر
(۲) ۱
(۳) ۲
(۴) ۴

۴۰- جعبه ای شامل ۴ مهره سبز، ۷ مهره آبی، ۹ مهره سفید و ۱۰ مهره قرمز است. از آن جعبه حداقل چند مهره برداریم تا مطمئن شویم در بین مهره های منتخب، رنگی وجود دارد که از آن رنگ حداقل ۶ مهره موجود باشد؟

- (۱) ۲۳ (۲) ۲۵ (۳) ۲۱ (۴) ۲۰

محل انجام محاسبات



گروه آزمایشی علوم ریاضی و فنی

آزمون ماز | پایه دوازدهم



جامع شبیه ساز کنکور سراسری (۵)



ویژه کنکوری های ۱۴۰۵

دفترچه شماره ۲

جمعه ۲۳ مردادماه ۱۴۰۵

ردیف	ماده امتحانی	تعداد سؤال	شماره سؤال		مدت زمان پاسخ گویی	ملاحظات
			از	تا		
۱	فیزیک	۳۵	۴۱	۷۵	۴۵ دقیقه	۶۵ سؤال
۲	شیمی	۳۰	۷۶	۱۰۵	۳۰ دقیقه	۷۵ دقیقه

برای شباهت حداکثری به کنکور، صفحه آرای، فونت و حتی اندازه متن در تمامی آزمون های ماز کاملاً یکسان با استاندارد دفترچه های کنکور در نظر گرفته می شود.

بودجه بندی دروس این آزمون

ریاضیات گسسته و آمار و احتمال جامع شبیه ساز کنکور سراسری سهم در کنکور: ۸ سؤال	هندسه جامع شبیه ساز کنکور سراسری سهم در کنکور: ۱۲ سؤال	حسابان جامع شبیه ساز کنکور سراسری سهم در کنکور: ۲۰ سؤال
شیمی جامع شبیه ساز کنکور سراسری سهم در کنکور: ۳۰ سؤال	فیزیک جامع شبیه ساز کنکور سراسری سهم در کنکور: ۳۵ سؤال	

استراتژی و هدف گذاری با ماز در سال تحصیلی ۱۴۰۴-۰۵

نیم سال دوم: ۹ مرحله آزمون در ۱۰۰ روز تحصیلی مفید + فرصت هایی برای مرور و جبران + ۵ آزمون جامع شبیه ساز کنکور سراسری

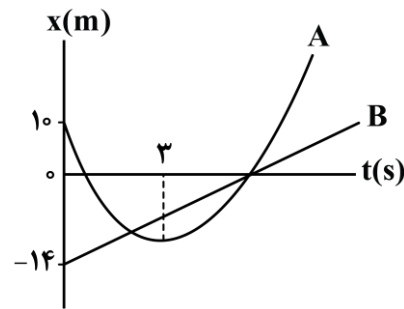
- ۱- شروع نیم سال دوم؛ شروع نیمه دوم رقابت با مهارت بیشتر؛ فرصت برای شروع نیم سال دوم و پیشروی ۵۰ یا صد درصدی پایه دوازدهم + تکمیل مرور و یادگیری پایه یازدهم (فرصت برای شروع نیم سال دوم + تکمیل مرور و یادگیری پایه یازدهم)
- ۲- فرصت های طلایی برای مرور و جبران: در دو آزمون ۶ و ۱۴ فروردین می توانید به ترتیب مباحث پایه دهم و یازدهم + مباحث نیم سال اول دوازدهم را به طور کامل مرور و جمع بندی کنید. (زمان مرور و جمع بندی دهم و یازدهم + نیم سال اول دوازدهم)
- ۳- تکمیل تسلط بر نیم سال دوم + آزمون های مبحثی: سه مرحله آزمون برای تکمیل و تسلط بر ۵۰ درصد پایانی نیم سال دوم + مرور پایه با نگاه ترکیبی به مباحث ✓ با آرامش خاطر و تسلط صد درصدی به استقبال امتحانات نهایی بروید! (زمان تکمیل و تسلط بر نیم سال دوم دوازدهم)
- ۴- آزمون های جامع شبیه ساز و پیش بینی کنکور سراسری: در پنج آزمون جامع شبیه ساز کنکور سراسری، شرایط کاملاً مشابه با کنکور سراسری را تجربه کنید! (ایستگاه جمع بندی و جبران)



۴۱- خودرویی با تندی ثابت $120 \frac{\text{km}}{\text{h}}$ یک مسیر مستقیم به طول 360 km را طی می کند. اگر این خودرو با تندی ثابت $100 \frac{\text{km}}{\text{h}}$ حرکت می کرد، چند دقیقه دیرتر از حالت قبل به مقصد می رسید؟

- (۱) ۶ (۲) ۳۰ (۳) ۳۶ (۴) ۶۰

۴۲- نمودار مکان - زمان دو متحرک A و B که اولی با شتاب ثابت و دومی با سرعت ثابت بر روی محور x در حال حرکت هستند، مطابق شکل زیر است. اگر سرعت متوسط متحرک A در بازه زمانی $t=2\text{s}$ تا $t=10\text{s}$ برابر با $12 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ باشد،



سرعت متحرک B چند واحد SI است؟

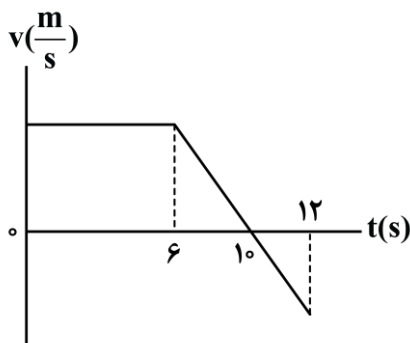
- (۱) $2/8$ (۲) $2/5$ (۳) $3/2$ (۴) $3/5$

۴۳- متحرکی با شتاب ثابت $2 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$ از حال سکون شروع به حرکت می کند. سرعت متوسط این متحرک در ثانیه هشتم چند برابر سرعت متوسط آن در ثانیه دهم است؟

- (۱) $\frac{17}{21}$ (۲) $\frac{17}{19}$ (۳) $\frac{15}{21}$ (۴) $\frac{15}{19}$

۴۴- نمودار سرعت - زمان متحرکی که بر یک مسیر مستقیم حرکت می کند، مطابق شکل زیر است. اگر تندی متوسط متحرک در بازه زمانی صفر تا 12s ، برابر با $8/5 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ باشد، شتاب متوسط متحرک در 6 ثانیه دوم حرکت چند واحد

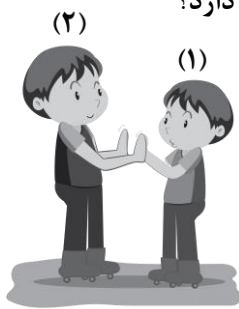
SI است؟



- (۱) -۱ (۲) -۳ (۳) ۳ (۴) ۱

محل انجام محاسبات

۴۵- دو شخص به جرم‌های m_1 و $m_2 > m_1$ با کفش‌های چرخ‌دار در یک سالن مسطح و صاف روبه‌روی هم ایستاده‌اند. شخص اول با نیروی $\vec{F}$ ، شخص دوم را به طرف چپ هل می‌دهد و شخص دوم با نیروی $\vec{F}'$ ، شخص اول را به طرف راست هل می‌دهد. کدام یک از روابط زیر صحیح است و این رابطه به کدام قانون نیوتون اشاره دارد؟



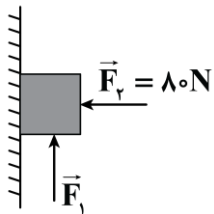
(۱) $\vec{F} = \vec{F}'$ ، اول

(۲) $\vec{F} = -\vec{F}'$ ، اول

(۳) $\vec{F} = \vec{F}'$ ، سوم

(۴) $\vec{F} = -\vec{F}'$ ، سوم

۴۶- مطابق شکل زیر، دو نیروی F_1 و F_2 بر جسمی که به دیوار قائم تکیه داده شده وارد می‌شوند و جسم ساکن است. در دو حالتی که جسم در آستانه حرکت قرار می‌گیرد، اگر اختلاف بیش‌ترین و کم‌ترین بزرگی نیروی قائم F_1 برابر 64N باشد، ضریب اصطکاک ایستایی بین سطح و جسم چقدر است؟



(۱) $0/2$

(۲) $0/25$

(۳) $0/4$

(۴) به جرم جسم بستگی دارد.

۴۷- ماهواره‌ای به جرم 60kg در مسیر دایره‌ای به ارتفاع h از سطح زمین، در گردش است. اگر بزرگی نیروی مرکزگرای وارد بر ماهواره 3840N باشد، h چند کیلومتر است؟ ($g = 10 \frac{\text{N}}{\text{kg}}$ و $R_e = 6400\text{km}$: شعاع زمین)

(۴) 3600

(۳) 2400

(۲) 1800

(۱) 1600

۴۸- روی یک سطح افقی بدون اصطکاک، جسمی به جرم 2kg با تندى $3 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ به سمت غرب در حرکت است. یک نیروی ثابت F به‌طور پیوسته به مدت ۴ ثانیه به سمت شرق به جسم وارد می‌شود تا جسم متوقف شود و سپس به همان تندى به سمت شرق برسد. نیروی ثابت F ، چند نیوتون بوده است؟

(۴) $4/5$

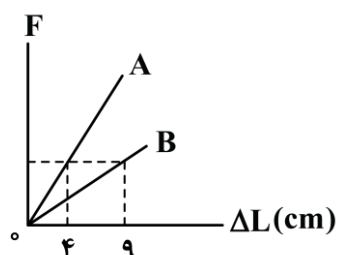
(۳) 3

(۲) $1/5$

(۱) 6

محل انجام محاسبات

۴۹- نمودار نیرو بر حسب تغییر طول دو فنر A و B مطابق شکل زیر است. جسمی به جرم 20g را یک بار به فنر A می‌آویزیم و جسم را کشیده و رها می‌کنیم تا سامانه جرم - فنر نوسان هماهنگ ساده انجام دهد. بار دیگر همان جسم را به فنر B آویخته و سامانه جرم - فنر را به نوسان هماهنگ ساده درمی‌آوریم. اگر اختلاف بسامد نوسان این دو سامانه برابر با 10Hz باشد، ثابت فنر A چند واحد SI است؟ ($\pi^2 = 10$)



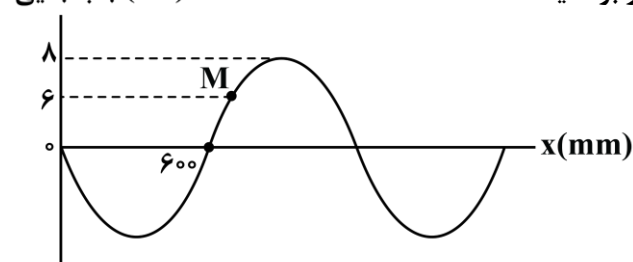
(۱) ۳۶۰

(۲) ۸۱۰

(۳) ۷۲۰

(۴) ۴۰۵

۵۰- در شکل زیر، نمودار جابه‌جایی - مکان یک موج را در لحظه معینی مشاهده می‌کنید. اگر ذره M در مدت زمان 8 s مسافت 64m را طی کند، تندی انتشار این موج چند متر بر ثانیه است؟



(۱) ۱۰۰

(۲) ۱۵۰

(۳) ۳۰۰

(۴) ۴۵۰

۵۱- در رابطه با بازتاب موج، کدام یک از گزینه‌های زیر نادرست است؟

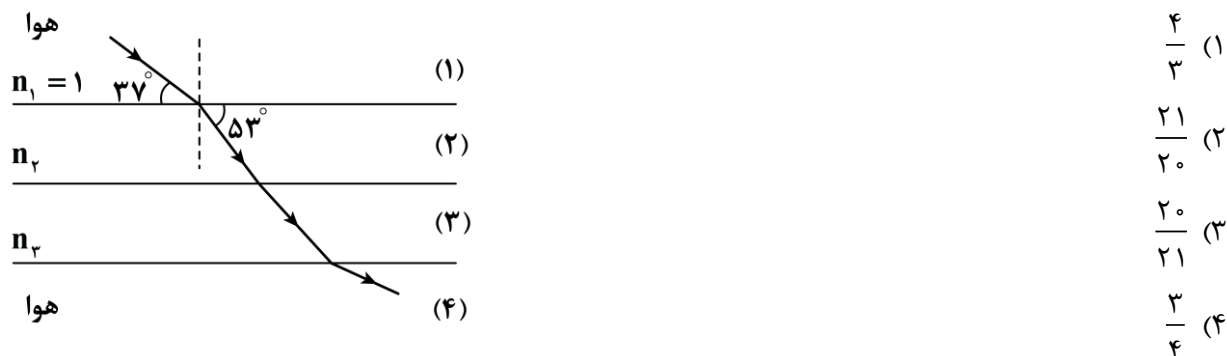
(۱) دستگاه لیتوتریپسی با استفاده از بازتاب امواج الکترومغناطیسی، برای شکستن سنگ‌های کلیه استفاده می‌شود.
(۲) برای اندازه‌گیری تندی شارش خون در بدن، از مکان‌یابی پژواکی به کمک اثر دوپلر با به‌کارگیری امواج فراصوتی استفاده می‌شود.

(۳) در سونوگرافی و دستگاه سونار از مکان‌یابی پژواکی استفاده می‌شود.

(۴) در رادار دوپلری از مکان‌یابی پژواکی به کمک اثر دوپلر با به‌کارگیری امواج الکترومغناطیسی استفاده می‌شود.

محل انجام محاسبات

۵۲- مطابق شکل زیر، پرتوی نور تک‌رنگی از محیط شفاف (۱) وارد محیط‌های شفاف دیگری می‌شود. سرعت انتشار پرتو در محیط (۴) چند برابر سرعت انتشار پرتو در محیط (۲) است؟ ($\sin 53^\circ = 0.8$)



۵۳- دو تار با طول یکسان و دو انتهای بسته با نیروی کشش یکسانی کشیده شده‌اند. اگر سطح مقطع تار A، ۲۱ درصد بیش‌تر از سطح مقطع تار B و چگالی تار A، ۱۹ درصد کم‌تر از چگالی تار B باشد، به ترتیب از راست به چپ بسامد و طول موج هماهنگ اول در تار A، چند برابر بسامد و طول موج هماهنگ اول در تار B است؟

(۱) $\frac{99}{100}, \frac{100}{99}$ (۲) $1, \frac{100}{99}$ (۳) $\frac{100}{99}, \frac{99}{100}$ (۴) $\frac{99}{100}, 1$

۵۴- نوری تک‌فام با طول موج λ_1 به یک فلز تابیده شده است و انرژی جنبشی بیشینه فوتوالکترون‌ها در این حالت 3.6 eV است. اگر نور تک‌فام دیگری با طول موج دو برابر حالت اول به همان فلز تابیده شود، انرژی جنبشی بیشینه فوتوالکترون‌ها به یک سوم حالت اول می‌رسد. تابع کار این فلز چند الکترون-ولت است؟

(۱) 0.9 (۲) $1/2$ (۳) $1/5$ (۴) $1/8$

۵۵- در طیف اتم هیدروژن کوتاه‌ترین طول موج در سری پاشن ($n' = 3$) چند برابر کوتاه‌ترین طول موج در سری بالمر ($n' = 2$) است؟

(۱) $\frac{4}{9}$ (۲) $\frac{3}{2}$ (۳) $\frac{9}{4}$ (۴) $\frac{2}{3}$

محل انجام محاسبات

۵۶- در رابطه با هسته اتم و نیروی هسته‌ای، چه تعداد از عبارات‌های زیر صحیح است؟

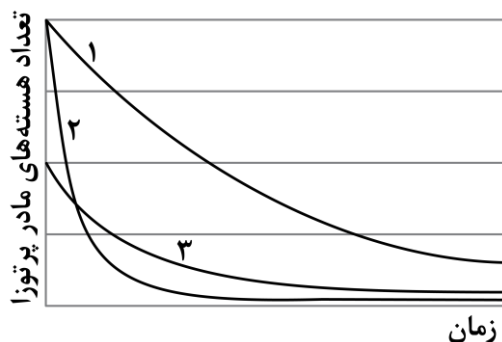
الف - نیروی هسته‌ای کوتاه‌برد است و مستقل از بار الکتریکی است.

ب - اختلاف بین ترازهای انرژی در هسته از مرتبه keV تا MeV است؛ بنابراین هسته‌ها در واکنش‌های شیمیایی برانگیخته نمی‌شوند.

ج - نوکلئون‌های داخل هسته می‌توانند هر انرژی دلخواهی را اختیار کنند.

(۱) صفر (۲) ۱ (۳) ۲ (۴) ۳

۵۷- شکل زیر، نمودار تغییرات تعداد هسته‌های مادر پرتوزای سه نمونه را بر حسب زمان نشان می‌دهد. کدام گزینه صحیح است؟



(۱) در مدت زمان یک نیمه‌عمر نمونه (۲)، بیش از نیمی از هسته‌های نمونه (۱) واپاشیده شده‌اند.

(۲) در مدت زمان یک نیمه‌عمر نمونه (۳)، بیش از نیمی از هسته‌های نمونه (۲) فعال باقی می‌مانند.

(۳) نیمه‌عمر نمونه (۱) بیش‌تر از نیمه‌عمر نمونه (۳) است.

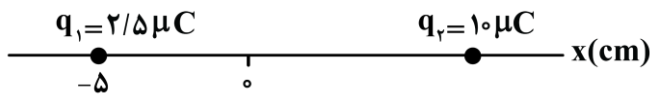
(۴) نیمه‌عمر نمونه (۲) بیش‌تر از نیمه‌عمر نمونه (۳) است.

۵۸- بار الکتریکی هسته اتم دو بار یونیده ${}^{20}_{10}\text{X}^{2+}$ چند برابر بار الکتریکی اتم یک بار یونیده ${}^{12}_{5}\text{Y}^{+}$ است؟

(۱) $\frac{5}{3}$ (۲) $\frac{4}{3}$ (۳) ۸ (۴) ۱۰

محل انجام محاسبات

۵۹- مطابق شکل زیر، بارهای الکتریکی q_1 و q_2 روی محور x ثابت شده‌اند. در مبدأ مختصات، بار الکتریکی q_3 را قرار می‌دهیم و نیروی الکتریکی خالص وارد بر هر سه بار صفر می‌شود. بار q_3 چند میکروکولن است؟



(۱) $-\frac{10}{9}$

(۲) $\frac{10}{9}$

(۳) -2

(۴) 2

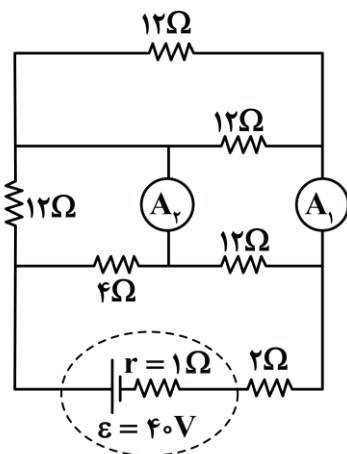
۶۰- شعاع کره فلزی A سه برابر شعاع کره فلزی B است. اگر بار الکتریکی کره A ، 50 درصد بیش‌تر از بار الکتریکی کره B باشد، چگالی سطحی بار الکتریکی کره A ، چند برابر چگالی سطحی بار الکتریکی کره B است؟

(۱) $\frac{1}{6}$ (۲) $\frac{1}{18}$ (۳) $\frac{1}{2}$ (۴) $\frac{\sqrt{3}}{2}$

۶۱- جرم 100 متر از یک نوع سیم مسی استوانه‌ای شکل، 3 kg است. مقاومت الکتریکی این سیم چند اهم است؟ (چگالی و مقاومت ویژه مس را به ترتیب، $9 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}$ و $1/7 \times 10^{-8} \Omega \cdot \text{m}$ در نظر بگیرید).

(۱) $0/17$ (۲) $0/51$ (۳) 510 (۴) 170

۶۲- در مدار زیر، آمپرسنج‌های آرمانی A_1 و A_2 ، به ترتیب از راست به چپ چند آمپر را نشان می‌دهند؟



(۱) $\frac{5}{3}, \frac{8}{3}$

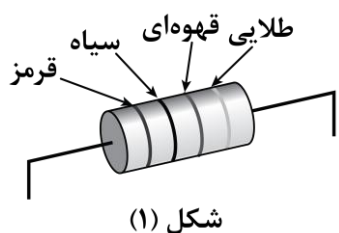
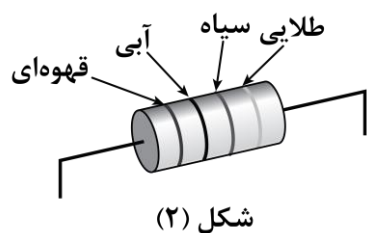
(۲) $\frac{4}{3}, \frac{8}{3}$

(۳) $\frac{5}{3}, \frac{7}{3}$

(۴) $\frac{4}{3}, \frac{7}{3}$

محل انجام محاسبات

۶۳- با توجه به جدول زیر برای مقاومت‌های کربنی، مقاومت شکل (۱)، چند برابر مقاومت شکل (۲) است؟



رنگ	سیاه	قهوه‌ای	قرمز	آبی
عدد	۰	۱	۲	۶

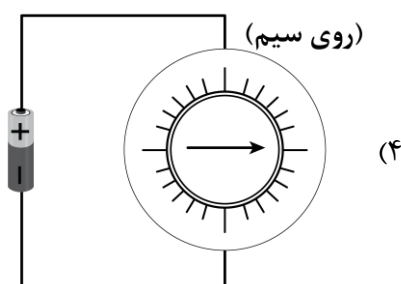
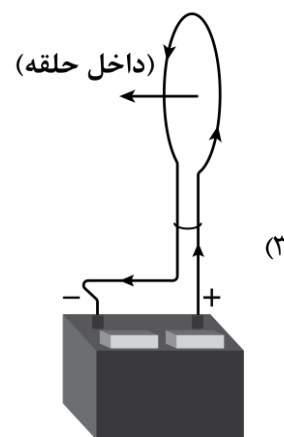
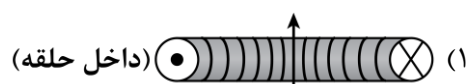
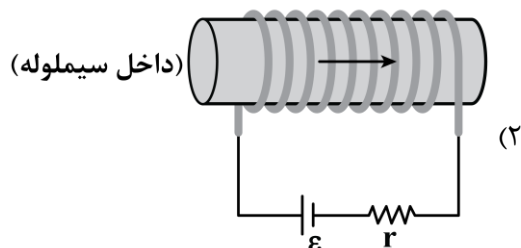
(۱) ۱/۲۵

(۲) ۱۲/۵

(۳) ۲/۵

(۴) ۲۵

۶۴- در کدام گزینه جهت‌گیری عقربه مغناطیسی در نقطه مورد نظر نادرست است؟



۶۵- یک ذره آلفا درون یک میدان مغناطیسی به بزرگی 0.2 T که بر مسیر حرکت عمود است، مسیر دایره‌ای با شعاع

$13/4 \text{ cm}$ را طی می‌کند. تندی حرکت این ذره چند متر بر ثانیه است؟ ($e = 1.6 \times 10^{-19} \text{ C}$ و جرم ذره آلفا را تقریباً

$6.7 \times 10^{-27} \text{ kg}$ در نظر بگیرید.)

(۴) $6/4 \times 10^4$

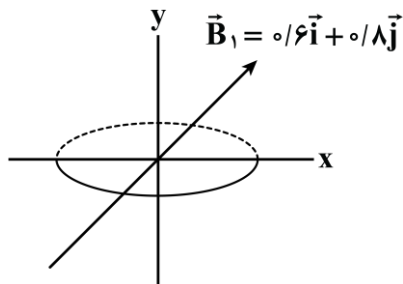
(۳) $6/4 \times 10^2$

(۲) $1/28 \times 10^5$

(۱) $1/28 \times 10^3$

محل انجام محاسبات

- ۶۶- مطابق شکل زیر، حلقه‌ای به مساحت $\frac{1}{5} \text{ m}^2$ ، عمود بر محور y قرار دارد. اگر میدان مغناطیسی عبوری از حلقه در مدت $\frac{1}{2}$ ثانیه از $\vec{B}_1 = \frac{1}{6}\vec{i} + \frac{1}{8}\vec{j}$ به $\vec{B}_2 = -\frac{1}{2}\vec{j}$ (هر دو برحسب تسلا) برسد، بزرگی نیروی محرکه القایی متوسط در این مدت چند ولت است؟



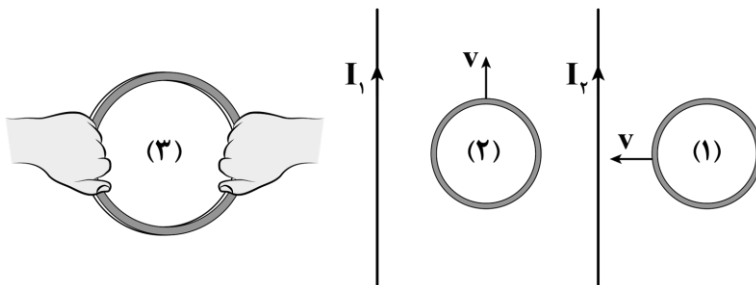
(۱) $\frac{1}{5}$

(۲) ۲

(۳) $\frac{2}{5}$

(۴) ۳

- ۶۷- سه حلقه مسی مطابق شکل زیر، در فضای میدان مغناطیسی دو سیم راست حامل جریان قرار گرفته‌اند. حلقه‌های (۱) و (۲) را با سرعت ثابت در جهت‌های مشخص شده حرکت می‌دهیم و حلقه (۳) را در مکان خودش از دو طرف به سمت بیرون می‌کشیم تا مساحتش کاهش یابد. جهت جریان القایی حلقه‌های (۱)، (۲) و (۳) به ترتیب کدام است؟



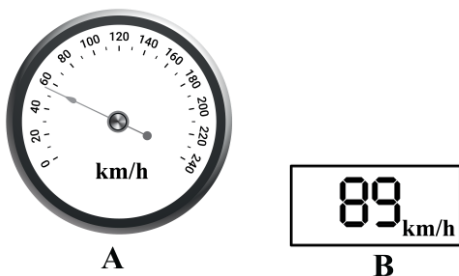
(۱) پادساعتگرد، جریان القا نمی‌شود، پادساعتگرد

(۲) پادساعتگرد، جریان القا نمی‌شود، ساعتگرد

(۳) ساعتگرد، جریان القا نمی‌شود، پادساعتگرد

(۴) ساعتگرد، ساعتگرد، ساعتگرد

- ۶۸- مطابق شکل زیر، دو تندی‌سنج در اختیار داریم. اختلاف دقت اندازه‌گیری تندی‌سنج‌های A و B چند واحد SI است؟



(۱) ۴

(۲) ۹

(۳) $\frac{10}{9}$

(۴) $\frac{2}{5}$

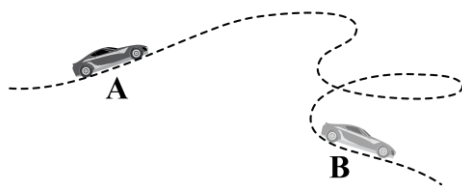
محل انجام محاسبات

۶۹- مکعبی به ضلع d پر از آب است. همه آب این مکعب را درون استوانه‌ای که شعاع سطح مقطع آن d است، می‌ریزیم. اگر فشار و نیروی ناشی از آب در کف مکعب را به ترتیب با P_1 و F_1 و فشار و نیروی ناشی از آب در کف استوانه را به ترتیب با P_2 و F_2 نشان دهیم، کدام رابطه درست است؟

$$F_1 = F_2, P_1 = P_2 \quad (2) \qquad F_1 = \frac{1}{\pi} F_2, P_1 = \pi P_2 \quad (1)$$

$$F_1 = \frac{1}{\pi} F_2, P_1 = P_2 \quad (4) \qquad F_1 = F_2, P_1 = \pi P_2 \quad (3)$$

۷۰- جرم یک خودروی الکتریکی به همراه راننده‌اش 840 kg است. وقتی این خودرو از موقعیت A به موقعیت B می‌رود، کار کل انجام شده روی خودرو 73500 J است. اگر تندی خودرو در موقعیت A برابر $54 \frac{\text{km}}{\text{h}}$ باشد، تندی آن در موقعیت B چند کیلومتر بر ساعت است؟



(۱) ۲۰

(۲) ۵۵

(۳) ۷۲

(۴) ۲۰۰

۷۱- جرم کابین آسانسوری به همراه بار آن 1 t است. اگر این آسانسور فاصله 20 m بین طبقات سوم تا نهم یک برج تجاری را با تندی ثابت $5 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ طی کند، توان متوسط خروجی موتور آن چند کیلووات است؟ ($g = 10 \frac{\text{N}}{\text{kg}}$ و از نیروهای اتلافی صرف نظر شود.)

(۴) ۵۰

(۳) ۴۰

(۲) ۲۵

(۱) ۲۰

محل انجام محاسبات

۷۲- اگر دمای کره‌ای فلزی را 5°C افزایش دهیم، حجم کره $\frac{1}{6}$ درصد افزایش می‌یابد. اگر فاصله دو نقطه A و B روی سطح کره برابر 12 cm باشد، پس از این افزایش دما، فاصله این دو نقطه به چند سانتی‌متر می‌رسد؟

- (۱) $120/72$ (۲) $119/28$ (۳) $120/24$ (۴) $119/76$

۷۳- در ظرفی عایق با ظرفیت گرمایی ناچیز که حاوی 40 g یخ 0°C است، 50 g بخار آب 100°C وارد می‌کنیم. با صرف‌نظر از تبادل گرما با محیط، پس از رسیدن به تعادل گرمایی، چه خواهیم داشت؟ ($L_F = 336 \frac{\text{kJ}}{\text{kg}}$)

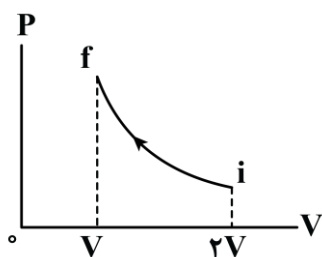
$$L_V = 2268 \frac{\text{kJ}}{\text{kg}} \text{ و } c_{\text{آب}} = 4/2 \frac{\text{kJ}}{\text{kg.K}}$$

- (۱) مخلوط آب و یخ 0°C (۲) 45 g آب 50°C (۳) 45 g آب 5°C (۴) 45 g آب 0°C

۷۴- دمای گاز درون یک کپسول، 47 درجه سلسیوس و فشار پیمانه‌ای آن برابر با فشار هوا است. در حجم ثابت، دمای گاز را به آرامی چند درجه سلسیوس و چگونه تغییر دهیم تا فشار پیمانه‌ای گاز صفر شود؟

- (۱) 113 ، کاهش دهیم (۲) 160 ، کاهش دهیم (۳) 113 ، افزایش دهیم (۴) 160 ، افزایش دهیم

۷۵- مقداری گاز آرمانی طی یک فرایند بی‌دررو از حالت i به حالت f می‌رسد. اگر انرژی درونی گاز در این فرایند، 20 درصد افزایش یابد، فشار گاز چند برابر می‌شود؟



- (۱) ۲ (۲) $\frac{6}{5}$ (۳) $\frac{12}{5}$ (۴) $\frac{24}{5}$

محل انجام محاسبات

۷۶- در یون تک اتمی X^{2-} ، تفاوت شمار نوترون‌ها و الکترون‌ها برابر ۲۱ است. بین عنصر X و عنصری از جدول تناوبی که در آرایش الکترونی خود ۸ الکترون با $l = 2$ دارد، چند عنصر دیگر قرار گرفته است؟

(۱) ۲۷ (۲) ۲۸ (۳) ۲۳ (۴) ۲۴

۷۷- کدام یک از مطالب زیر، درست است؟

- (۱) از بین پرتوهای موجود در طیف نشری-خطی هیدروژن، پرتو با طول موج $434nm$ ، بیشتر در منشور منحرف می‌شود.
- (۲) بر اساس مدل بور، حداکثر گنجایش الکترونی یک زیرلایه با $l = 3$ ، هفت برابر حداکثر گنجایش یک زیرلایه با $l = 0$ است.
- (۳) در آرایش الکترونی دو مورد از عناصر واسطه موجود در تناوب چهارم، لایه $n = 3$ به‌طور کامل پر از الکترون است.
- (۴) برای رسم آرایش الکترونی فشرده یک عنصر با عدد اتمی ۳۸، از نماد گاز نجیب آرگون استفاده می‌شود.

۷۸- پس از موازنه معادله واکنش $Ca_3(PO_4)_2(s) + SiO_2(s) + C(s) \rightarrow CaSiO_3(s) + CO(g) + P(s)$ ، مجموع ضرایب مواد جامد چند برابر ضریب ماده گازی شرکت‌کننده در واکنش می‌شود؟

(۱) ۱/۸ (۲) ۲ (۳) ۲/۸ (۴) ۳

۷۹- در مخلوطی از گازهای کربن دی‌اکسید و هلیوم، به ازای هر مولکول CO_2 ، سه مولکول هلیوم قرار گرفته است. چگالی این مخلوط گازی در شرایط استاندارد برابر با چند گرم بر لیتر است؟ ($g \cdot mol^{-1}$: $He = 4$, $C = 12$, $O = 16$)

(۱) ۰/۶۲۵ (۲) ۱/۲۵ (۳) ۰/۸۷۵ (۴) ۱/۷۵

۸۰- نام کدام یک از ترکیب‌های داده شده، با توجه به فرمول شیمیایی آن درست نوشته شده است؟

- (۱) $Ca(C_2H_3O_2)_2$: کلسیم استات
- (۲) Ba_3N_2 : تری‌باریم دی‌نیتريد
- (۳) ZnF_2 : روی (II) فلوئورید
- (۴) $TiSiO_4$: تیتانیوم (II) سیلیکات

۸۱- کدام موارد از عبارت‌های زیر درست هستند؟

الف - بیشتر از ۹۰٪ آب‌های روی کره زمین، در دسته آب‌های شور قرار می‌گیرند.

ب - از محلول باریم نیترات، می‌توان برای شناسایی یون سولفات در یک محلول استفاده کرد.

ج - انحلال پذیری گاز اکسیژن در آب دریای مرده، بیشتر از انحلال پذیری آن در آب دریای سرخ است.

د - فراوان ترین کاتیون موجود در آب دریا، با استفاده از یون هیدروکسید به رسوب جامد تبدیل می‌شود.

(۱) «الف» و «ب» (۲) «ب» و «ج» (۳) «ج» و «د» (۴) «الف» و «د»

۸۲- یک نمونه سدیم نیترات که حاوی $10^{23} \times 3/612$ اتم نیتروژن است را در ۱۹۹ گرم آب حل می‌کنیم. درصد جرمی محلول ایجاد شده چقدر بوده و غلظت مولار نمک در این محلول، چقدر می‌شود؟ (چگالی محلول ایجاد شده طی این

فرایند، برابر با ۱/۲۵ گرم بر میلی لیتر است. $Na = 23$, $O = 16$, $N = 14$: $g \cdot mol^{-1}$)

(۱) ۲/۵ - ۱۰/۲ (۲) ۲۰/۴ - ۲/۵ (۳) ۱۰/۲ - ۳ (۴) ۲۰/۴ - ۳

محل انجام محاسبات



۸۳- عنصر X ، متعلق به دسته p از تناوب سوم بوده و در واکنش با کلسیم، ترکیبی با فرمول CaX_2 را تشکیل می‌دهد. در رابطه با این عنصر، کدام موارد از عبارت‌های زیر درست هستند؟

الف - در دمای اتاق، این عنصر، تنها گاز واکنش پذیر موجود در تناوب سوم است.

ب - در نقشه پتانسیل الکتروستاتیکی مولکول حاصل از عنصر X با کربن، اتم X با رنگ آبی مشخص می‌شود.

ج - از واکنش عنصر X با نیتروژن، ترکیبی به دست می‌آید که دارای ۹ جفت الکترون ناپیوندی است.

د - آنیون پایدار حاصل از این عنصر، به آرایش الکترونی آرگون رسیده و فراوان ترین آنیون موجود در آب دریا است.

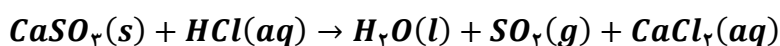
(۱) «الف» و «ب» (۲) «الف» و «د» (۳) «ب» و «ج» (۴) «ج» و «د»

۸۴- مطابق واکنش زیر، از واکنش ۴۰۰ گرم محلول ۷/۳ درصد جرمی هیدروکلریک اسید با مقدار کافی $CaSO_3$ ، مقدار

۶ لیتر گاز گوگردی اکسید تولید شده است. بازده درصدی واکنش انجام شده کدام است؟ (در شرایط آزمایش، حجم

هر مول ماده گازی برابر با ۳۰ لیتر است. $(Cl = 35/5, H = 1 : g.mol^{-1})$

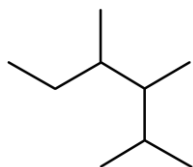
معادله واکنش موازنه شود



(۱) ۴۰ (۲) ۵۰ (۳) ۲۰ (۴) ۲۵

۸۵- در رابطه با هیدروکربن مقابل، کدام موارد از عبارت‌های زیر درست هستند؟

$(C = 12, H = 1 : g.mol^{-1})$



الف - مجموع اعداد موجود در نام آیوپاک این ترکیب، برابر با ۹ است.

ب - این ترکیب آلکانی، نسبت به ۳-اتیل هگزان ایزومر به شمار می‌رود.

ج - در واکنش سوختن کامل جرم برابر از این ترکیب و نفتالن، حجم یکسانی از گاز اکسیژن مصرف می‌شود.

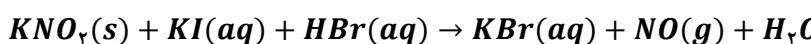
د - شمار پیوندهای کربن-هیدروژن در مولکول این ماده، ۵ برابر شمار این پیوندها در ترفتالیک اسید است.

(۱) «الف» و «ب» (۲) «الف» و «د» (۳) «ب» و «ج» (۴) «ج» و «د»

۸۶- مقدار ۲ لیتر محلول ۰/۱ مولار پتاسیم یدید، در اختیار داریم. نیمی از این محلول آبی، با چند گرم KNO_3 جامد با

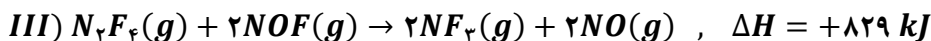
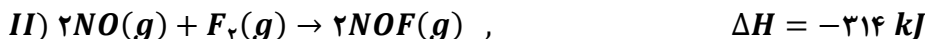
خلوص ۱/۷٪ به طور کامل واکنش می‌دهد؟ $(I = 127, K = 39, O = 16, N = 14, H = 1 : g.mol^{-1})$

معادله واکنش موازنه شود



(۱) ۲۵ (۲) ۵۰ (۳) ۲۵۰ (۴) ۵۰۰

۸۷- واکنش‌های زیر را در نظر بگیرید:



با انرژی حاصل از تولید ۲ مول گاز N_2F_4 طی واکنش شیمیایی $N_2F_4(g) + Cu(s) \rightarrow N_2F_4(g) + CuF_2(s)$

دمای چند کیلوگرم آب را می‌توان به اندازه $50^\circ C$ افزایش داد؟ (گرمای ویژه آب برابر با $4.18 \text{ J} \cdot g^{-1} \cdot ^\circ C^{-1}$ است.)

(۱) ۱۰ (۲) ۱۰۰ (۳) ۲۰ (۴) ۲۰۰

محل انجام محاسبات



۸۸- در دو ظرف جداگانه، ۴۰۰ گرم آب و ۲۰۰ گرم اتانول با دمای 80°C ریخته شده است. در رابطه با این دو ظرف، کدام مطلب زیر درست است؟

- (۱) در صورت مجاورت دو ظرف با یکدیگر، گرما از نمونه آب به سمت نمونه اتانول جاری می‌شود.
- (۲) با کاهش دمای محتویات هر ظرف به اندازه 5°C ، مقدار یکسانی گرما با محیط مبادله می‌شود.
- (۳) با ریختن نمونه اتانول در آب، انرژی گرمایی محتویات ظرف افزایش می‌یابد.
- (۴) ظرفیت گرمایی نمونه آب، ۲ برابر ظرفیت گرمایی نمونه اتانول است.

۸۹- جدول زیر، تغییر تعداد ذرات گاز A در واکنش $A(g) \rightarrow 2B(g)$ را در طول زمان نشان می‌دهد:

زمان (s)	۰	۱۰	۲۰	۳۰
تعداد ذرات	$1/204 \times 10^{24}$	$6/02 \times 10^{23}$	$3/01 \times 10^{23}$	$1/806 \times 10^{23}$

اگر پس از گذشتن ۲۰ ثانیه، این واکنش شیمیایی با سرعت ثابت انجام شود، کل طول مدت زمان انجام شدن واکنش برابر با چند ثانیه خواهد شد؟

- (۱) ۴۵ (۲) ۵۰ (۳) ۵۵ (۴) ۶۰

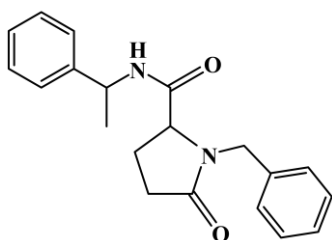
۹۰- کدام یک از عبارتهای زیر نادرست است؟

- (۱) شمار پیوندهای اشتراکی در ساده‌ترین کربوکسیلیک اسید، $0/625$ برابر ساده‌ترین استر است.
- (۲) در مونومر استفاده شده برای تولید پلیمر سازنده کفی اتو، ۱۲ جفت الکترون ناپیوندی وجود دارد.
- (۳) نشاسته، در ساختار خود دارای حلقه‌های شش ضلعی بوده و برخلاف سلولز، ساختار مارپیچی دارد.
- (۴) الکل سازنده استر موجود در آناناس، در واکنش با اسید موجود در بدن مورچه سرخ، یک حلال چسب را ایجاد می‌کند.

۹۱- نوعی آلکان، دارای ۹ پیوند اشتراکی $C - C$ و یک شاخه فرعی متیل است. حداقل تعداد اتم‌های کربن که می‌تواند در ساختار زنجیره اصلی کربنی این ماده قرار بگیرد، کدام است؟

- (۱) ۴ (۲) ۵ (۳) ۶ (۴) ۷

۹۲- در رابطه با ترکیب مقابل، کدام مطلب درست است؟



- (۱) شمار اتم‌های هیدروژن در آن، $2/5$ برابر شمار پیوندهای دوگانه است.
- (۲) ۲ گروه آمیدی داشته و با آبکافت آن، یک آمین آروماتیک تولید می‌شود.
- (۳) عدد اکسایش ۴ مورد از اتم‌های کربن موجود در آن بزرگ‌تر از صفر است.
- (۴) شمار گروه‌های CH در ساختار این ماده، ۳ برابر شمار گروه‌های CH_2 است.

محل انجام محاسبات

۹۳- کدام یک از مطالب زیر درست است؟

- (۱) با افزایش مقدار ثابت یونش یک ترکیب اسیدی، غلظت ذرات اسید یونیده نشده در محلول این ماده افزایش می‌یابد.
 (۲) در غلظت برابر، یک نمونه نیترواسید، در مقایسه با فورمیک اسید، با سرعت بیشتری با آهن واکنش می‌دهد.
 (۳) شیشه پاک‌کن، خاصیت بازی داشته و رسانایی الکتریکی آن به یقین کمتر از محلول سدیم کلرید است.
 (۴) اگر مقداری سدیم هیدروکسید را در محلول هیدروسیانیک اسید حل کنیم، K_a اسید افزایش می‌یابد.

۹۴- محلولی از هیدروسیانیک اسید با غلظت 0.2 مولار و درصد یونش 0.1 در اختیار داریم. برای اینکه pH مقدار 5.0 میلی لیتر از این محلول به عدد 4 برسد، باید چند میلی لیتر آب خالص به محلول مورد نظر اضافه کنیم؟

- (۱) 150 (۲) 200 (۳) 50 (۴) 100

۹۵- کدام یک از مطالب زیر نادرست است؟

- (۱) اسید معده، یک اسید قوی بوده و موجب فعال شدن آنزیم‌های گوارشی می‌شود.
 (۲) در ساختار همه مواد مؤثر موجود در ضد اسیدهای معده، یون هیدروکسید یافت می‌شود.
 (۳) از واکنش هیدروکلریک اسید با کلسیم کربنات، نوعی گاز با مولکول‌های ناقطبی تولید می‌شود.
 (۴) سفیدکننده‌ها، نوعی پاک‌کننده خورنده بوده و با ذرات سازنده مواد آلاینده واکنش شیمیایی می‌دهند.
 ۹۶- حجم برابری از محلول هیدروکلریک اسید با $pH = 1$ و محلول سود با $pH = 12/7$ را با یکدیگر مخلوط می‌کنیم. هر لیتر از محلول اسیدی ایجاد شده طی این فرایند، با چند گرم فلز منیزیم به طور کامل واکنش می‌دهد؟

($Mg = 24 \text{ g.mol}^{-1}$)

- (۱) $2/4$ (۲) $1/2$ (۳) $0/6$ (۴) $0/3$

۹۷- در رابطه با سلول گالوانی استاندارد منیزیم-نقره که حجم محلول‌های آندی و کاتدی موجود در آن با هم برابر است، کدام موارد از عبارت‌های زیر درست هستند؟ ($Ag = 108, Mg = 24 \text{ g.mol}^{-1}$)

- الف - تغییر غلظت کاتیون در محلول آندی، ۲ برابر میزان تغییر غلظت کاتیون در محلول کاتدی است.
 ب - مقدار نیروی الکتروموتوری این سلول در مقایسه با سلول گالوانی منیزیم-هیدروژن بیشتر است.
 ج - به ازای تولید $10/8$ گرم فلز نقره در این سلول گالوانی، جرم تیغه آندی به اندازه $1/2$ گرم تغییر می‌کند.
 د - گونه کاهنده مصرف شده در ساختار این سلول، در ساختار باتری‌های دگمه‌ای روی-نقره نیز مصرف می‌شود.

- (۱) «الف» و «ب» (۲) «ب» و «ج» (۳) «ج» و «د» (۴) «الف» و «د»

محل انجام محاسبات



۹۸- بخشی از یک قطعه ۱۸۰ گرمی از فلز آهن، در واکنش خوردگی شرکت کرده و جرم آن به ۱۸۵/۱ گرم می‌رسد. طی این فرایند، چند الکترون بین گونه‌ها مبادله شده و چند لیتر گاز اکسیژن در شرایط استاندارد مصرف شده است؟
($O = ۱۶, H = ۱ : g.mol^{-1}$)

$$(۱) \quad ۱۰^{۲۳} \times ۳/۶۱۲ - ۱/۶۸ \quad (۲) \quad ۱۰^{۲۳} \times ۱/۸۰۶ - ۱/۶۸$$

$$(۳) \quad ۱۰^{۲۳} \times ۳/۶۱۲ - ۲/۲۴ \quad (۴) \quad ۱۰^{۲۳} \times ۱/۸۰۶ - ۲/۲۴$$

۹۹- جدول زیر، شعاع اتمی پنج عنصر متوالی از تناوب‌های دوم و سوم را نشان می‌دهد:

عنصر	G	E	D	M	A
شعاع اتمی (pm)	۷۰	۱۶۰	۷۴	۱۸۶	۷۲

اگر یکی از عناصر داده شده، واکنش‌پذیری ناچیزی داشته باشد، کدام یک از عبارتهای زیر درست است؟

(۱) از واکنش عناصر A و D ، ترکیبی ایجاد می‌شود که اتم مرکزی آن بار جزئی منفی دارد.

(۲) در ساختار ترکیب حاصل از عناصر D و M ، نسبت شمار آنیون به کاتیون برابر با ۰/۵ است.

(۳) در واکنش هر مول عنصر A با مقدار کافی عنصر E ، تعداد $۳/۰۱ \times ۱۰^{۲۳}$ الکترون مبادله می‌شود.

(۴) ترکیب حاصل از عناصر A و M نسبت به ترکیب حاصل از عناصر A و E ، آنتالپی فروپاشی شبکه بیشتری دارد.

۱۰۰- مقایسه چگالی بار یونها در کدام گزینه به‌درستی نشان داده شده است؟

$$(۱) \quad Na^+ > Mg^{2+} > K^+ \quad (۲) \quad Al^{3+} > P^{3-} > Cl^-$$

$$(۳) \quad Cl^- > S^{2-} > P^{3-} \quad (۴) \quad Mg^{2+} > F^- > Na^+$$

۱۰۱- کدام یک از مطالب زیر نادرست است؟

(۱) ۲ لیتر محلول ۰/۶ مولار مس (II) سولفات، در واکنش با ۰/۸ مول فلز آلومینیم، به‌طور کامل بی‌رنگ می‌شود.

(۲) تیتانیم، در مقایسه با فولاد دمای ذوب بالاتری داشته و از آن در ساخت قطعاتی از کشتی استفاده می‌شود.

(۳) محلول حاوی نمک $VOCl_3$ ، پرتوهای آبی رنگ را جذب کرده و سایر پرتوهای مرئی را بازتاب می‌کند.

(۴) در رنگدانه حاصل از فلز آهن که به رنگ قرمز دیده می‌شود، هر کاتیون ۵ الکترون با $l = ۲$ دارد.

۱۰۲- کدام موارد از عبارتهای زیر درست هستند؟

الف - با افزودن مقداری سود به محلول آبی از آمونیاک، تعادل مربوط به یونش آمونیاک در جهت جابه‌جا می‌شود.

ب - در تعادل مربوط به فرایند هابر، با انتقال گازها به ظرف بزرگ‌تر، مقدار آمونیاک تولید شده کاهش می‌یابد.

ج - در تعادل‌های گرماده، افزایش دما منجر به کاهش درصد مولی فراورده و کاهش مقدار ثابت تعادل می‌شود.

د - هر واکنش که ثابت تعادل بزرگ‌تری داشته باشد، به‌یقین در مدت زمان کوتاه‌تری به تعادل می‌رسد.

(۱) «الف» و «ب» (۲) «ب» و «ج» (۳) «ج» و «د» (۴) «الف» و «د»

محل انجام محاسبات



۱۰۳- کدام یک از مطالب زیر درست است؟

- (۱) در واکنش تبدیل پارازایلن به ترفتالیک اسید، عدد اکسایش نیمی از اتم‌های کربن موجود در این ماده تغییر می‌کند.
- (۲) شمار پیوندهای دوگانه موجود در ساختار ترفتالیک اسید، با شمار این پیوندها در ساختار نفتالن برابر است.
- (۳) مقدار گاز اکسیژن لازم برای سوزاندن کامل یک مول اتیلن گلیکول و یک مول اتن، با یکدیگر برابر است.
- (۴) بین ذرات سازنده پلی‌اتیلن ترفتالات، نیروی بین مولکولی از جنس پیوند هیدروژنی برقرار می‌شود.

۱۰۴- تعادل $2F_2(g) + 2H_2O(g) \rightleftharpoons O_2(g) + 4HF(g)$ ، با حضور ۱۸ گرم بخار آب، ۰/۲۵ مول گاز فلوئور و ۱۰ گرم گاز هیدروژن فلوئورید و مقداری گاز اکسیژن، در یک ظرف ۵ لیتری در دمای معین برقرار شده است. اگر مقدار ثابت تعادل واکنش برابر با ۰/۱۲ مول بر لیتر باشد، در ظرف واکنش چند مول گاز اکسیژن حضور دارد؟

($F = 19, O = 16, H = 1 : g.mol^{-1}$)

- (۱) ۰/۳ (۲) ۰/۱۵ (۳) ۰/۶ (۴) ۰/۱۲

۱۰۵- با کاهش دمای مخلوطی از گازهای نیتروژن، اکسیژن و هیدروژن کلرید، ابتدا گاز X میعان شده و سپس، گازهای Y و Z به ترتیب میعان می‌شوند. در رابطه با این گازها، کدام مطلب زیر درست است؟

- (۱) واکنش پذیری یک نمونه از گاز Y در مقایسه با گاز Z، کمتر است.
- (۲) اتم‌های سازنده گاز Z در ساختار برخی از پلیمرها از جمله کولار یافت می‌شوند.
- (۳) گاز X را می‌توان در دمای اتاق، با سرعت بالا از واکنش عناصر سازنده آن تولید کرد.
- (۴) در شرکت‌های پتروشیمی، می‌توان گاز Y را با خلوص بسیار بالا با استفاده از تقطیر هوای مایع به‌دست آورد.

محل انجام محاسبات





گروه آزمایشی علوم ریاضی و فنی

آزمون ماز | پایه دوازدهم



جامع شبیه ساز کنکور سراسری (۵)



ویژه کنکوری های ۱۴۰۵

دفترچه پاسخ

جمعه ۲۳ مردادماه ۱۴۰۵

- ✓ پاسخنامه سریع؛ برای بررسی فوری بعد از آزمون
- ✓ تحلیل تمام گزینه های هر سؤال؛ برای بررسی سؤالاتی که پاسخ نادرست داده اید
- ✓ نکات و درسنامه های آموزشی؛ برای یادگیری کامل مباحث هر سؤال
- ✓ مشاوره تستی؛ برای یادگیری انواع روش های حل تست
- ✓ استراتژی آزمون؛ برای یادگیری مدیریت زمان و مدیریت جلسه آزمون

دیس	مسئول درس	طراحان	ویراستاران
ریاضیات	مہرداد کیوان حسین شفیع زاده سید جواد نظری	حسین شفیع زاده - مہرداد کیوان رسول حاجی زاده - سوگند روشنی محمد رضا حسینی فرد	ندا فرہختی - مائدہ بادن فیروز حمید رضا ولی پور - یزدان نیک قدم فؤاد خیر آبادی - علی اسدی
فیزیک	سجاد صادقی زاده سعید احمدی	سعید احمدی - سجاد صادقی زاده - زہرہ آقامحمدی مروارید شاہ حسینی - محمد جواد سورچی حسین عبدوی نژاد - مجید رجبی وندچالی مہدی پارسا - سارا قانع - حامد نبی منصور حنا خلعتبری - محسن قندچلر مہدی رحمت اللہی - سام احمدی	محمد جواد سورچی حنا خلعتبری
شیمی	فرشاد ہادیان فرد	فرشاد ہادیان فرد - فرہنگ امیری عالیہ میرزایی - طاہا حق بین فاطمہ محمودی - محمد شجاع الدینی علی ترابی - مہسا بایمانی	طاہا حق بین - محمد دارابی جم وحید فارسیان محمد داود آبادی فراہانی مہدی معظمی

تیم اجرایی و تولید آزمون

مجتبی آدمیان

نازنین امیری

مائدہ بادن فیروز

زہرہ جعفری

مدیر تولید آزمون: محدثہ شیخعلی



یک تیم با بیش از ۵۰۰ نفر در حال کار هستن تا آزمون‌های ماز با حداکثر کیفیت حاضر بشن و به شما کمک کنن و مسیر موفقیت رو براتون ساده‌تر کنن. همیشه از نظرات و کامنت‌های خوبتون انرژی می‌گیریم. مرسی که همراهمون هستین. راستی! حتماً در نظرسنجی آزمون شرکت کنین و نظرات و پیشنهاداتتون رو برامون بنویسین.

دکتر رسول خنجری

چه چیزهایی برای روز آزمون آماده کنیم؟

۱ وسیله به ترتیب اولویت برای روز کنکور ایناست:

۱ کارت ملی: این نباشه شاید بشه گفت کل کنکور کنسله.

۲ کارت ورود به جلسه: کارت ورود به جلسه از روز دوشنبه تا چهارشنبه از سایت سازمان سنجش قابل دریافت است.

توصیه ما این است که هر چه زودتر کارت را داندلود کنید و پرینت بگیرید تا یکی از مهم ترین وسایل روز کنکور را آماده کرده باشید و بتوانید با شناسایی حوزه امتحانی، خیالتان را از به موقع رسیدن به حوزه در روز آزمون راحت کنید.

۳ مداد: سومین وسیله ای است که باید برای روز آزمون آماده کنید. این نوع مداد رو حتماً توی شبیه سازها امتحان کرده باشید و بهش عادت داشته باشید. حداقل دو تا مداد لازم دارید؛ بیشترم شد چه بهتر.

۴ پاک کن: در آزمون تستی اگر گزینه ای را اشتباه بزنید و بخواهید اصلاح کنید نمی توانید در پاسخنامه توضیحی بنویسید. اگر هم بنویسید کسی آن را بررسی نمی کند. برای اصلاح گزینه حتماً باید گزینه قبلی را پاک کنید. توصیه ما این است که این نوع پاک کن را در آزمون های شبیه ساز امتحان کرده باشید و از کارایی آن مطمئن شده باشید.

۵ ساعت: بعد از این وسیله ها، ساعت مهم ترین وسیله است. البته برای دانش آموزی که برای زمان بندی آزمونش استراتژی دارد و مدیریت زمان را قبلاً در آزمون های شبیه ساز تمرین کرده است. یادتون باشه ساعت هوشمند ممنوعه یه ساعت معمولی ببرین.

۶ مداد تراش: اگر تعداد مدادهای شما زیاد باشد، داشتن تراش ضروری نیست اما می تواند به شما اطمینان بیشتری بدهد.

۷ دستمال کاغذی: چند تا دستمال کاغذی توی جیب نه فقط توی جلسه کنکور، بلکه جاهای دیگه میتونه لازمتون بشه.

۸ مقداری پول نقد: اگه ترجیح بدید تلفن همراتون رو بذارید خونه تا درگیر صف تحویل تلفن نشید نمی تونید تاکسی اینترنتی بگیرید یا خرید اینترنتی دیگه ای داشته باشید. بنابراین گرفتن تاکسی بعد یا قبل از جلسه کنکور یکم پول لازم داره.

۹ آب و مواد غذایی: تقریباً توی همه حوزه ها آب و یک یا بیسکویت توزیع میشه، حالا اگه توی آزمون های شبیه ساز تجربه کردین که ممکنه وسط آزمون ضعف کنید یا تشنه بشید، یه خوراکی که با معدتون سازگاره روز کنکور همراه خودتون داشته باشید. قرص مسکن هم واسه کسانی که احتمال سردرد شدنشون میره لازمه.

۱۰ لباس و کفش مناسب: گاهی توجه نکردن به همین موضوع، بیخودی تبدیل به یه چالش میشه، برا همین میگم سعی کنید توی آزمونای شبیه ساز، حتماً با لباس رسمی که قراره کنکور بدید و حتی کفش رسمی پشت صندلی بنشینید. مارک روی یقه یک لباس که اولین باره میپوشین روز آزمون نره رو اعصابتون.

۱۱ سنجاق قفلی: برای اتصال کارت جلسه به لباس لازم میشه.

۲ حالا چی نیازیم:

۱ موبایل: آوردن موبایل شمارو گرفتار صف تحویل میکنه و استرس گم کردنش توی اون شلوغی قسمتی از ذهنتون رو درگیر میکنه و ممکنه باعث کاهش تمرکزتون بشه.

۲ کیف: آوردن کیف هم به حوزه امتحانی ممنوعه است و در صورت آوردن کیف مجبور می شوید در صف تحویل قرار بگیرید. فارغ بال بیاید و وسایلی که میخواین بیارین رو توی یه بگ بذارین.

۳ کتاب، جزوه: آوردن کتاب و جزوه به حوزه امتحانی ممنوعه و برای مرور هم لازم نیست دیگه چند دقیقه ای که تو مسیرین بخونین و ذهنتون رو خسته و آشفته کنین.

پاسخنامه کلیدی

ریاضی

۱	۱	۲	۳	۴
۲	۱	۲	۳	۴
۳	۱	۲	۳	۴
۴	۱	۲	۳	۴
۵	۱	۲	۳	۴
۶	۱	۲	۳	۴
۷	۱	۲	۳	۴
۸	۱	۲	۳	۴
۹	۱	۲	۳	۴
۱۰	۱	۲	۳	۴
۱۱	۱	۲	۳	۴
۱۲	۱	۲	۳	۴
۱۳	۱	۲	۳	۴
۱۴	۱	۲	۳	۴
۱۵	۱	۲	۳	۴
۱۶	۱	۲	۳	۴
۱۷	۱	۲	۳	۴
۱۸	۱	۲	۳	۴
۱۹	۱	۲	۳	۴
۲۰	۱	۲	۳	۴
۲۱	۱	۲	۳	۴
۲۲	۱	۲	۳	۴
۲۳	۱	۲	۳	۴
۲۴	۱	۲	۳	۴
۲۵	۱	۲	۳	۴
۲۶	۱	۲	۳	۴
۲۷	۱	۲	۳	۴
۲۸	۱	۲	۳	۴
۲۹	۱	۲	۳	۴
۳۰	۱	۲	۳	۴
۳۱	۱	۲	۳	۴
۳۲	۱	۲	۳	۴
۳۳	۱	۲	۳	۴
۳۴	۱	۲	۳	۴
۳۵	۱	۲	۳	۴
۳۶	۱	۲	۳	۴
۳۷	۱	۲	۳	۴
۳۸	۱	۲	۳	۴
۳۹	۱	۲	۳	۴
۴۰	۱	۲	۳	۴

فیزیک

۴۱	۱	۲	۳	۴
۴۲	۱	۲	۳	۴
۴۳	۱	۲	۳	۴
۴۴	۱	۲	۳	۴
۴۵	۱	۲	۳	۴
۴۶	۱	۲	۳	۴
۴۷	۱	۲	۳	۴
۴۸	۱	۲	۳	۴
۴۹	۱	۲	۳	۴
۵۰	۱	۲	۳	۴
۵۱	۱	۲	۳	۴
۵۲	۱	۲	۳	۴
۵۳	۱	۲	۳	۴
۵۴	۱	۲	۳	۴
۵۵	۱	۲	۳	۴
۵۶	۱	۲	۳	۴
۵۷	۱	۲	۳	۴
۵۸	۱	۲	۳	۴
۵۹	۱	۲	۳	۴
۶۰	۱	۲	۳	۴
۶۱	۱	۲	۳	۴
۶۲	۱	۲	۳	۴
۶۳	۱	۲	۳	۴
۶۴	۱	۲	۳	۴
۶۵	۱	۲	۳	۴
۶۶	۱	۲	۳	۴
۶۷	۱	۲	۳	۴
۶۸	۱	۲	۳	۴
۶۹	۱	۲	۳	۴
۷۰	۱	۲	۳	۴
۷۱	۱	۲	۳	۴
۷۲	۱	۲	۳	۴
۷۳	۱	۲	۳	۴
۷۴	۱	۲	۳	۴
۷۵	۱	۲	۳	۴
۷۶	۱	۲	۳	۴
۷۷	۱	۲	۳	۴
۷۸	۱	۲	۳	۴
۷۹	۱	۲	۳	۴
۸۰	۱	۲	۳	۴
۸۱	۱	۲	۳	۴
۸۲	۱	۲	۳	۴
۸۳	۱	۲	۳	۴
۸۴	۱	۲	۳	۴
۸۵	۱	۲	۳	۴
۸۶	۱	۲	۳	۴
۸۷	۱	۲	۳	۴
۸۸	۱	۲	۳	۴
۸۹	۱	۲	۳	۴
۹۰	۱	۲	۳	۴
۹۱	۱	۲	۳	۴
۹۲	۱	۲	۳	۴
۹۳	۱	۲	۳	۴
۹۴	۱	۲	۳	۴
۹۵	۱	۲	۳	۴
۹۶	۱	۲	۳	۴
۹۷	۱	۲	۳	۴
۹۸	۱	۲	۳	۴
۹۹	۱	۲	۳	۴
۱۰۰	۱	۲	۳	۴
۱۰۱	۱	۲	۳	۴
۱۰۲	۱	۲	۳	۴
۱۰۳	۱	۲	۳	۴
۱۰۴	۱	۲	۳	۴
۱۰۵	۱	۲	۳	۴

شیمی

راهنمای پاسخنامه آزمون‌ها

در ادامه این بخش، به توضیح هر بخش از پاسخنامه آزمون‌ها می‌پردازیم. این بخش شامل توضیحاتی در مورد نحوه استفاده از پاسخنامه و نحوه ثبت نمرات است. این بخش به شما کمک می‌کند تا بتوانید به راحتی از پاسخنامه استفاده کنید و به راحتی نمرات خود را ثبت کنید.

زمان پاسخگویی:

سریع (زیر ۱ دقیقه) | استاندارد (۱-۲ دقیقه) |
زمان بر (بیشتر از ۲ دقیقه).

پاسخ: گزینه ۳

(متوسط - خط به خط - سریع) - صفحه ۱۶ - ۱۱۰۱

سطح سؤال:

آسان (اعتماد به نفس) | متوسط (محک جدی)
دشوار (چالش رشد).

هشتگ سؤال:

شماره درس + شماره پایه
دسته بندی راحت تر سؤالات

سبک سؤال:

خط به خط (متن کتاب) | ترکیبی (چند مبحث) |
محاسباتی (فرمول ودقت) | مفهومی (درک عمیق).

شماره صفحه:

منبع اصلی رو راحت پیدا کنید.

یادتون باشه:

- ✓ هر سؤال یک فرصت یادگیری، نه یک مانع.
- ✓ پاسخنامه فقط جواب نیست؛ یک کارگاه آموزشی کامله.
- ✓ با هر آزمون و مرور این پاسخنامه، یک پله بالاتر می‌رید و یک قدم به رؤیایون نزدیک‌تر می‌شید.
- ✓ موفقیت فقط برای کسانی که با برنامه و انگیزه حرکت می‌کنن. شما همون آدمید.



برای دیدن پاسخنامه ویدئویی آزمون
QRcode بالا را اسکن کنید!
یا بر روی لینک زیر کلیک کنید!

پاسخنامه ویدئویی

ریاضی ۱ + حسابان ۱ + حسابان ۲: کل کتاب
هندسه ۱ + هندسه ۲ + هندسه ۳: کل کتاب
آمار و احتمال: کل کتاب
گسسته: کل کتاب

بودجه‌بندی
این آزمون

حسابان ۲: این مبحث در مجموع ۶ تست از ۴۰ تست کنکور را پوشش داده است.
حسابان ۱: این مبحث در مجموع ۱۰ تست از ۴۰ تست کنکور را پوشش داده است.
ریاضی ۱: این مبحث در مجموع ۴ تست از ۴۰ تست کنکور را پوشش داده است.
هندسه ۳: این مبحث در مجموع ۴ تست از ۴۰ تست کنکور را پوشش داده است.
هندسه ۲: این مبحث در مجموع ۴ تست از ۴۰ تست کنکور را پوشش داده است.
هندسه ۱: این مبحث در مجموع ۴ تست از ۴۰ تست کنکور را پوشش داده است.
گسسته: این مبحث در مجموع ۴ تست از ۴۰ تست کنکور را پوشش داده است.
آمار و احتمال: این مبحث در مجموع ۴ تست از ۴۰ تست کنکور را پوشش داده است.

سهم در
کنکور

۱- حاصل عبارت $A = \frac{\sqrt[3]{25}\sqrt{5}}{\sqrt[4]{125}\sqrt{5}^{-1}}$ چند برابر $\sqrt[3]{25}$ است؟

(۴) $\frac{1}{25}$

(۳) $\frac{1}{5}$

(۲) $\frac{1}{\sqrt{5}}$

(۱) $\frac{1}{\sqrt[3]{25}}$

(آسان - محاسباتی - سریع) - ریاضی ۱ صفحه ۶۱ - ۱۰۰۳

پاسخ: گزینه ۴

$$A = \frac{\sqrt[3]{25}\sqrt{5}}{\sqrt[4]{125}\sqrt{5}^{-1}} = \frac{\sqrt[3]{5^2 \times 5} \times \sqrt{5}}{\sqrt[4]{5^3 \times 5^{-1}}} = \frac{\sqrt[3]{5^6 \times 5} \times \sqrt{5}}{\sqrt[4]{5^2 \times 5}} = \frac{2^4 \sqrt{5}^7}{5 \sqrt{5}^5} \Rightarrow A = \frac{1}{5} \sqrt[24]{\frac{5^7}{5^5}} = \frac{1}{5} \sqrt[24]{\frac{1}{5^2}} = \frac{1}{5} \sqrt[12]{\frac{1}{5}} = \sqrt[6]{\frac{1}{5^2}}$$

$$\Rightarrow A = \sqrt[6]{5^{-2}}$$

$$\text{حاصل} = \frac{5^{-\frac{2}{6}}}{5^{\frac{2}{6}}} = 5^{-\frac{4}{6}} = 5^{-\frac{2}{3}} = \frac{1}{5^{\frac{2}{3}}}$$

کار کردن با رادیکال‌ها

اگر a عددی مثبت باشد، برای هر دو عدد طبیعی m و n داریم:

$$\sqrt[n]{a^m} = a^{\frac{m}{n}}$$

وقتی عدد زیر رادیکال را تجزیه می‌کنیم، در عواملی که توانشان بر فرجه بخش‌پذیر است، توان بر فرجه تقسیم می‌شود و عدد توان‌دار حاصل از زیر رادیکال بیرون می‌آید:

$$\sqrt[n]{a^n \times b^m} = \begin{cases} a \sqrt[n]{b^m} & n \text{ فرد} \\ |a| \sqrt[n]{b^m} & n \text{ زوج} \end{cases}$$

اگر بخواهیم عددی را به زیر رادیکال ببریم باید آن را به توان فرجه برسانیم:

$$a \sqrt[n]{b} = \sqrt[n]{a^n \times b}$$



توجه کنید که در این حالت منفی پشت رادیکال با فرجه زوج بیرون می ماند و حق ورود ندارد!

یک قانون مهم در توان های گویا

اگر $a > 0$ و $m, n \in \mathbb{N}$ باشند، در این صورت:

$$\begin{cases} a^{\frac{1}{n}} = (a^{\frac{1}{n}})^m = (a^m)^{\frac{1}{n}} \\ a^{\frac{m}{n}} = (\sqrt[n]{a})^m = \sqrt[n]{a^m} \end{cases}$$



$$\sqrt[m]{\sqrt[n]{a}} = (\sqrt[n]{a})^{\frac{1}{m}} = (a^{\frac{1}{n}})^{\frac{1}{m}} = a^{\frac{1}{mn}} = \sqrt[mn]{a}$$

مشابه این سؤال، در سؤال ۱۱۱ کنکور تجربی ۱۴۰۴ مطرح شده بود.



۲- در دنباله حسابی $a_n = an - 2$ جمع n جمله ابتدایی آن S_n است. اگر شرط $S_{2n} = 4S_n$ برقرار باشد، مقدار a کدام است؟

۴ (۴)

۳ (۳)

۲ (۲)

۱ (۱)

(متوسط - ترکیبی - استاندارد) - حسابان ۱ صفحه ۳ - ۱۱۰۱

پاسخ: گزینه ۴

با توجه به فرمول محاسبه مجموع n جمله ابتدایی داریم:

$$\begin{cases} S_{2n} = \frac{2n}{2}(2a_1 + (2n-1)d) \\ S_n = \frac{n}{2}(2a_1 + (n-1)d) \end{cases}$$

$$S_{2n} = 4S_n \Rightarrow \frac{2n}{2}(2a_1 + 2nd - d) = \frac{4 \times n}{2}(2a_1 + nd - d)$$

$$\xrightarrow{\div n} 2a_1 + 2nd - d = 4a_1 + 2nd - 2d \Rightarrow 2a_1 - d = 0 \Rightarrow d = 2a_1 \quad (*)$$

پس باید شرط $d = 2a_1$ برقرار باشد، با استفاده از فرمولی که برای جمله عمومی داده شده مقدار a را می یابیم:

$$a_n = an - 2 \Rightarrow \begin{cases} a_1 = a - 2 \\ d = a \end{cases}$$

$$\xrightarrow{(*)} a = 2(a - 2) \Rightarrow a = 2a - 4 \Rightarrow a = 4$$

مجموع جملات دنباله حسابی

مجموع n جمله اول دنباله حسابی a_n برابر است با:

$$S_n = a_1 + a_2 + \dots + a_n = \frac{n}{2}(a_1 + a_n) = \frac{n}{2}(2a_1 + (n-1)d)$$



- ۳- مجموعه‌های A ، B و C چنان هستند که تعداد اعضای مجموعه‌های B ، C ، $B \cap C$ ، $C - A$ و $(A \times B) - (A \times C)$ به ترتیب برابر ۸ ، ۷ ، ۲ ، ۵ ، ۱۸ است. تعداد اعضای مجموعه $A^2 - C^2$ کدام خواهد بود؟
- (۱) ۴۰ (۲) ۴۵ (۳) ۴۴ (۴) ۴۲

(سخت - مفهومی/محاسباتی - استاندارد) - آمار و احتمال صفحه ۳۰ - ۱۱۰۱

پاسخ: گزینه ۲

با استفاده از قوانین مجموعه‌ها و خواص ضرب دکارتی داریم:

$$|B - C| = |B| - |B \cap C| = 8 - 2 = 6$$

$$|(A \times B) - (A \times C)| = |A \times (B - C)| = |A| \times |B - C| = 18 \Rightarrow |A| \times 6 = 18 \Rightarrow |A| = 3$$

$$|C^2 - A^2| = |C^2| - |C^2 \cap A^2| = |C|^2 - |C \cap A|^2 = 49 - (|C| - |C - A|)^2 = 49 - (7 - 5)^2 = 45$$

حاصل ضرب دکارتی دو مجموعه

اگر A و B دو مجموعه باشند، آنگاه:

$$A \times B = \{(a, b) | a \in A, b \in B\}$$

خواص ضرب دکارتی

(۱) اگر A و B دو مجموعه متناهی باشند، آنگاه:

$$|A \times B| = |A| \times |B|$$

$$|A \times A| = |A^2| = |A|^2$$

(۲)

$$A \times (B \cap C) = (A \times B) \cap (A \times C)$$

$$A \times (B \cup C) = (A \times B) \cup (A \times C)$$

$$A \times (B - C) = (A \times B) - (A \times C)$$

یادآوری!

$$A - B = A - (A \cap B) \text{ و } |A - B| = |A| - |A \cap B|$$

مشابه این سؤال، در سؤال ۱۰۳ کنکور ریاضی ۱۴۰۱ مطرح شده بود.



- ۴- با فرض آن که α صفر تابع $f(x) = x^2 - 3x - 3$ باشد، مقدار $\alpha^2 + \frac{9}{\alpha^2}$ چه عددی است؟

(۴) ۱۸

(۳) ۱۵

(۲) ۶

(۱) ۹

(متوسط - محاسباتی - استاندارد) - حسابان ۱ صفحه ۸ - ۱۱۰۱

پاسخ: گزینه ۳

روش اول

چون α صفر تابع است، پس در معادله $f(x) = 0$ صدق می‌کند، لذا داریم:

$$\alpha^2 - 3\alpha - 3 = 0 \Rightarrow \alpha^2 - 3 = 3\alpha \xrightarrow{\text{توان ۲}} \alpha^4 + 9 - 6\alpha^2 = 9\alpha^2 \Rightarrow \alpha^4 + 9 = 15\alpha^2 \quad (*)$$

$$\alpha^2 + \frac{9}{\alpha^2} = \frac{\alpha^4 + 9}{\alpha^2} = \frac{15\alpha^2}{\alpha^2} = 15$$

از طرفی داریم:

روش دوم

$$\begin{aligned}\alpha^2 + \frac{9}{\alpha^2} &= \left(\alpha - \frac{3}{\alpha}\right)^2 + 2\alpha\left(\frac{3}{\alpha}\right) = \left(\alpha - \frac{3}{\alpha}\right)^2 + 6 \\ &= \left(\frac{\alpha^2 - 3}{\alpha}\right)^2 + 6 \stackrel{\alpha^2 - 3 = 3\alpha}{=} \left(\frac{3\alpha}{\alpha}\right)^2 + 6 = 9 + 6 = 15\end{aligned}$$


 صفرهای تابع
۱) صفرهای تابع $y = f(x)$ از حل معادله $f(x) = 0$ به دست می آیند.

۲) ریشه های هر معادله در معادله صدق می کنند.


 قلیش رو یاد بگیر!

$$a^2 + b^2 = (a \mp b)^2 \pm 2ab$$

مشابه این سؤال، در سؤال ۱۰۴ کنکور ریاضی ۱۴۰۰ مطرح شده بود.

۵- مجموعه جواب نامعادله $\frac{x^2 + mx + n}{x - 2} < 0$ بازه $(-\infty, -1)$ است. مقدار $m + n$ کدام است؟

۲ (۴)

-۲ (۳)

۳ (۲)

-۳ (۱)

(متوسط - مفهومی - استاندارد) - ریاضی ۱ صفحه ۹۱ - ۱۰۴

پاسخ: گزینه ۱

چون مجموعه جواب نامعادله به صورت مجموعه جواب یک نامعادله خطی است، باید عبارت درجه ۲ صورت در یکی از ریشه ها با مخرج مشترک باشد تا ساده شود و ریشه دیگر باید مرز بازه داده شده یعنی -۱ باشد، پس باید ریشه های صورت $x = -1$ و $x = 2$ باشند، در نتیجه:

$$x^2 + mx + n = (x + 1)(x - 2) \Rightarrow \begin{cases} n = -2 \\ m = -1 \end{cases}$$

و داریم:

$$\frac{(x + 1)(x - 2)}{x - 2} < 0 \Rightarrow x + 1 < 0 \Rightarrow x < -1$$

پس:

$$m + n = -3$$


 یادآوری جدول تعیین علامت توابع خطی
جدول تعیین علامت تابع خطی $y = ax + b$ با توجه به مثبت یا منفی بودن a تعیین می شود:

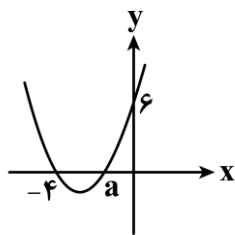
(۲)

(۱)

$a < 0$	
x	$-\frac{b}{a}$
$y = ax + b$	+ -

$a > 0$	
x	$-\frac{b}{a}$
$y = ax + b$	- +





۶- اگر نمودار سهمی $y = f(x)$ مطابق شکل مقابل باشد، مقدار $f(a-4)$ چه عددی است؟

- (۱) ۱۲
(۲) ۳
(۳) ۴
(۴) ۶

آسان - محاسباتی - سریع (۵) - حسابان ۱ صفحه ۱۲ - ۱۱۰۱

پاسخ: گزینه ۴

با توجه به آن که $x = a$ و $x = -4$ جواب‌های $f(x) = 0$ هستند (صفه‌های تابع‌اند)، پس:

$$f(x) = k(x+4)(x-a)$$

$$f(0) = 6 \Rightarrow -4ak = 6 \Rightarrow k = -\frac{3}{2a}$$

$$f(x) = \frac{-3}{2a}(x+4)(x-a)$$

$$\xrightarrow{x=a-4} f(a-4) = \frac{-3}{2a}(a-4+4)(a-4-a)$$

$$\Rightarrow f(a-4) = \frac{-3}{2a}(a)(-4) = 6$$

تذکره!

نیازی به محاسبه a نداشتیم!

نوشتن معادله سهمی از روی نمودار

معادله سهمی که محور x ها را در نقاط α و β قطع کند به صورت

$$y = a(x-\alpha)(x-\beta)$$

است و با داشتن **مختصات نقطه دیگری** از آن ضریب a نیز به دست می‌آید. در این صورت **طول رأس سهمی میانگین صفه‌های تابع** است:

$$x_S = \frac{\alpha + \beta}{2}$$



۷- اگر $A(4, 2)$ ، $B(2, 3)$ و $C(-1, -1)$ سه رأس یک مثلث باشند، اندازه ارتفاع AH در مثلث چه عددی است؟

(۴) ۲/۶

(۳) ۲/۲

(۲) ۲/۴

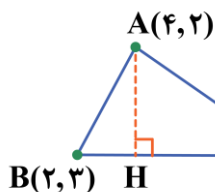
(۱) ۱/۸

متوسط - محاسباتی - استاندارد (۵) - حسابان ۱ صفحه ۳۶ - ۱۱۰۱

پاسخ: گزینه ۳

شکل فرضی مقابل را در نظر بگیرید. ابتدا معادله خط شامل ضلع BC را به دست می‌آوریم:

$$BC: m_{BC} = \frac{3+1}{2+1} = \frac{4}{3}$$



$$\Rightarrow \text{معادله ضلع } BC: y+1 = \frac{4}{3}(x+1) \Rightarrow y = \frac{4}{3}x + \frac{1}{3} \xrightarrow{\times 3} 3y - 4x - 1 = 0$$

اندازه ارتفاع AH فاصله رأس A تا ضلع BC است.

$$|AH| = \frac{|ax_A + by_A + c|}{\sqrt{a^2 + b^2}} = \frac{|-4(4) + 3(2) - 1|}{\sqrt{3^2 + 4^2}} = \frac{|-16 + 6 - 1|}{\sqrt{9 + 16}} = \frac{+11}{5} = 2\frac{1}{5}$$

هندسه تحلیلی

۱) اگر دو نقطه A و B از خط d را داشته باشیم، آن گاه:

$$m = \frac{y_B - y_A}{x_B - x_A} : \text{شیب خط}$$

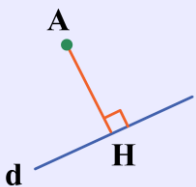
$$y - y_A = m(x - x_A) : \text{معادله خط}$$

۲) فاصله دو نقطه: فاصله دو نقطه A و B برابر است با:

$$|AB| = \sqrt{(x_A - x_B)^2 + (y_A - y_B)^2}$$

۳) فاصله نقطه از خط: فاصله نقطه $A(x_0, y_0)$ از خط d به معادله $ax + by + c = 0$ برابر است با:

$$AH = \frac{|ax_0 + by_0 + c|}{\sqrt{a^2 + b^2}}$$



۴) مختصات وسط پاره خط AB:

$$M = \frac{A+B}{2} = \left(\frac{x_A + x_B}{2}, \frac{y_A + y_B}{2} \right) : \text{وسط AB}$$



۸- هرگاه $\frac{4}{\log_3^x} + \frac{1}{\log_x^3} = 4$ باشد، مقدار $\log_7^{(3x+5)}$ چه عددی است؟

۶ (۴)

۹ (۳)

۵ (۲)

۴ (۱)

(متوسط - ترکیبی - استاندارد) - حسابان ۱ صفحه ۹۰ - ۱۱۰۳

پاسخ: گزینه ۲

$$\frac{4}{\log_3^x} + \frac{1}{\log_x^3} = 4 \xrightarrow{\log_3^x = \frac{1}{\log_x^3}} \frac{4}{\log_3^x} + \log_3^x = 4$$

پس:

اگر فرض کنیم $\log_3^x = A$ ، آن گاه داریم:

$$\frac{4}{A} + A = 4 \xrightarrow{\times A} A^2 - 4A + 4 = 0 \Rightarrow (A - 2)^2 = 0 \Rightarrow A = 2 \Rightarrow \log_3^x = 2 \Rightarrow x = 3^2 = 9$$

پس $x = 9$ و داریم:

$$\log_7^{(3x+5)} = \log_7^{32} = \log_7^{2^5} = 5 \log_7^2 = 5 \times 1 = 5$$

ویژگی‌های لگاریتم

۱) $\log_a^1 = 0$, $\log_a^a = 1$

۲) $\log_a^{(bc)} = \log_a^b + \log_a^c$

$$۳) \log_a \left(\frac{b}{c}\right) = \log_a b - \log_a c$$

$$۴) \log_a b^n = \frac{n}{m} \log_a b$$

$$۵) a^{\log_c b} = b^{\log_c a} \xrightarrow{\text{نتیجه}} a^{\log_a b} = b^{\log_a a} = b$$

$$۶) \log_b^a = \frac{\log_c^a}{\log_c^b} \xrightarrow{\text{نتیجه}} \begin{cases} \log_b^a = \frac{\log a}{\log b} \\ \log_b^a \times \log_a^b = ۱ \text{ یا } \log_b^a = \frac{۱}{\log_a^b} \end{cases}$$



۹- اگر $x=۱$ یکی از جواب‌های $\sqrt{x+a} = |1-ax|$ باشد، با فرض $a > ۰$ جواب دیگر معادله چه عددی است؟

$$-\frac{۵}{۹} \quad (۴)$$

$$-\frac{۴}{۹} \quad (۳)$$

$$-\frac{۲}{۹} \quad (۲)$$

$$-\frac{۳}{۹} \quad (۱)$$

(متوسط - ترکیبی - استاندارد) - حسابان ۱ صفحه ۲۷ و ۲۸ - ۱۱۰۱

پاسخ: گزینه ۲

$$\sqrt{1+a} = |1-a| \xrightarrow{\text{توان ۲}} 1+a = a^2 - 2a + 1$$

چون $x=۱$ یکی از جواب‌های معادله است پس در آن صدق می‌کند:

$$\Rightarrow a^2 - 3a = 0 \Rightarrow \begin{cases} a = ۰ \text{ غ ق ق} \\ a = ۳ \end{cases}$$

به این ترتیب:

$$\sqrt{x+3} = |1-3x| \xrightarrow{\text{توان ۲}} x+3 = 1+9x^2-6x$$

$$9x^2 - 7x - 2 = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = ۱ \\ x = -\frac{۲}{۹} \end{cases}$$

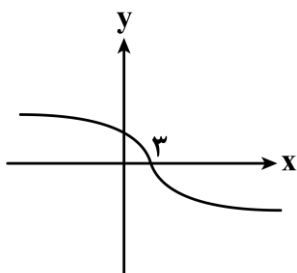
هر دو جواب قابل قبول هستند، پس ریشه دیگر $-\frac{۲}{۹}$ می‌باشد.

حل معادله گنگ

برای حل معادلات شامل عبارت‌های گنگ، عبارت رادیکالی را در یک طرف تساوی نگه می‌داریم و بقیه عبارت‌ها را به طرف دیگر تساوی می‌بریم، سپس طرفین تساوی را به توان ۲ می‌رسانیم و معادله حاصل را حل می‌کنیم. باید توجه کنید که جواب‌های به دست آمده را در معادله اصلی امتحان کنید.



۱۰- نمودار تابع $g(x)$ با دامنه $\mathbb{R}$ مطابق شکل مقابل است. اگر $f(x) = x^3 + x$ باشد، جواب نامعادله $g(f^{-1}(x)) > ۰$ در کدام گزینه آمده است؟



$$۳ < x < ۳۰ \quad (۱)$$

$$۰ < x < ۳ \quad (۲)$$

$$x < ۳۰ \quad (۳)$$

$$x > ۳ \quad (۴)$$

(متوسط - مفهومی - استاندارد) - حسابان ۲ صفحه ۱۷ - ۱۲۰۱

پاسخ: گزینه ۳

چون $g(۳) = ۰$ و g تابعی نزولی اکید است می‌دانیم $a < b \Leftrightarrow g(a) > g(b)$.

پس:

$$g \circ f^{-1}(x) > 0 \Rightarrow g(f^{-1}(x)) > g(3) \xrightarrow{\text{g نزولی اکید}} f^{-1}(x) < 3$$

چون هر دو تابع x و x^3 صعودی اکید هستند، مجموعه‌شان یعنی f نیز صعودی اکید است. می‌دانیم $a > b \Leftrightarrow f(a) > f(b)$. پس:

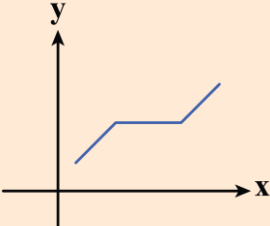
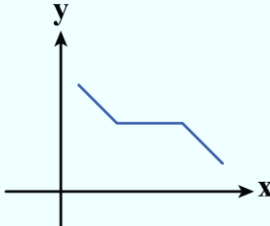
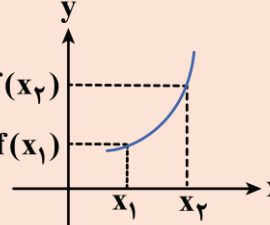
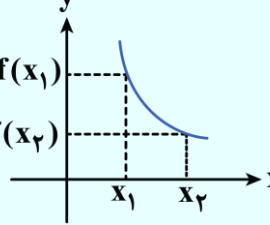
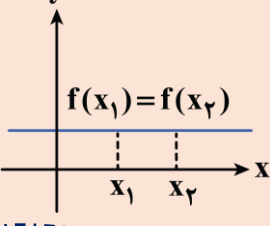
$$f^{-1}(x) < 3 \xrightarrow{\text{f صعودی اکید}} f(f^{-1}(x)) < f(3) \Rightarrow x < f(3)$$

$$f(3) = 3^3 + 3 = 30.$$

پس جواب نامعادله به صورت زیر است:

$$\Rightarrow x < 30.$$

توابع یکنوا

مثال نموداری	تعریف ریاضی	توضیح	تابع
	$x_1 < x_2 \Rightarrow f(x_1) \leq f(x_2)$	با افزایش x ، مقدار تابع $f(x)$ افزایش می‌یابد و یا اینکه ثابت می‌ماند.	صعودی
	$x_1 < x_2 \Rightarrow f(x_1) \geq f(x_2)$	با افزایش x ، مقدار تابع $f(x)$ کاهش می‌یابد و یا اینکه ثابت می‌ماند.	نزولی
	$x_1 < x_2 \Rightarrow f(x_1) < f(x_2)$	با افزایش x ، مقدار تابع $f(x)$ همواره افزایش می‌یابد.	اکیداً صعودی
	$x_1 < x_2 \Rightarrow f(x_1) > f(x_2)$	با افزایش x ، مقدار تابع $f(x)$ همواره کاهش می‌یابد.	اکیداً نزولی
	$x_1 < x_2 \Rightarrow f(x_1) = f(x_2)$	با افزایش x ، مقدار تابع $f(x)$ همواره ثابت است.	تابع ثابت (هم صعودی و هم نزولی)



توجه! به تابعی که نه صعودی باشد و نه نزولی، تابع غیریکنوا می‌گوییم. به عبارت دیگر تابع غیریکنوا تابعی است که در دامنه تعریف خود در بازه‌هایی صعودی و در بازه‌هایی نزولی باشد.



- ۱۱- تابع $f(x) = \frac{2x}{x-1}$ را a واحد به چپ و $2a$ واحد به پایین انتقال می‌دهیم، مجانب‌های تابع به دست آمده روی خط $y = 4x + 6$ هم‌دیگر را قطع می‌کنند. مقدار a کدام است؟
- (۱) ۴ (۲) ۳ (۳) ۲ (۴) -۵

پاسخ: گزینه ۱

(متوسط - ترکیبی - استاندارد) - حسابان ۲ صفحه ۳ و ۶۹ - ۱۲۰۱ و ۱۲۰۳

$$y = \frac{2x}{x-1} \xrightarrow[\text{(۲a واحد به پایین)}]{\text{(a واحد به چپ)} \quad x \rightarrow x+a} y = \frac{2(x+a)}{(x+a)-1} - 2a$$

$$\Rightarrow y = \frac{2x+2a}{x+a-1} - 2a$$

مجانب قائم ریشه مخرج است:

$$x+a-1=0 \Rightarrow x=1-a$$

مجانب‌های افقی با حد گرفتن در بی‌نهایت از تابع به دست می‌آیند:

$$\lim_{x \rightarrow \pm\infty} \left(\frac{2x+2a}{x+a-1} - 2a \right) = \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \left(\frac{2x+2a-2ax-2a^2+2a}{x+a-1} \right) = \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \left(\frac{(2-2a)x}{x} \right) = 2-2a$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x=1-a & \text{مجانب قائم} \\ y=2-2a & \text{مجانب افقی} \end{cases}$$

محل تلاقی مجانب‌ها $(1-a, 2-2a)$ روی خط $y = 4x + 6$ قرار دارد:

$$y = 4x + 6 \Rightarrow 2-2a = 4(1-a) + 6 \Rightarrow 2-2a = 4-4a+6 \Rightarrow 2a = 8 \Rightarrow a = 4$$

به دست آوردن مجانب افقی و عمودی

برای به دست آوردن مجانب قائم **ریشه‌های مخرج** را محاسبه می‌کنیم و **ریشه‌های غیر مشترک با صورت** یا **مرتبه آن‌ها بیشتر از مرتبه آن‌ها در صورت** است را به عنوان مجانب‌های قائم معرفی می‌کنیم.

برای به دست آوردن مجانب افقی تابع، **حد آن را در بی‌نهایت** به دست می‌آوریم که اگر حاصل آن عدد مشخصی باشد یعنی تابع مجانب افقی دارد.

تعداد مجانب‌های قائم و افقی

یک تابع می‌تواند بی‌شمار مجانب قائم داشته باشد اما فقط می‌تواند حداکثر دو مجانب افقی داشته باشد.

انتقال نمودارها

با فرض $a > 0$:

- ۱) نمودار $y = f(x+a)$ از انتقال نمودار f به اندازه a واحد به چپ به دست می‌آید.
- ۲) نمودار $y = f(x-a)$ از انتقال نمودار f به اندازه a واحد به راست به دست می‌آید.
- ۳) نمودار $y = f(x) + a$ از انتقال نمودار f به اندازه a واحد به بالا به دست می‌آید.
- ۴) نمودار $y = f(x) - a$ از انتقال نمودار f به اندازه a واحد به پایین به دست می‌آید.



۱۲- ساده شده $A = \frac{\sin^2 x + 4 \cos^2 x - 3}{2 \cos^4 x - \sin^2 2x}$ کدام است؟

$$\frac{-2}{\cos^2 x} \quad (4)$$

$$\sin^2 x \quad (3)$$

$$2(\tan^2 x + 1) \quad (2)$$

$$\frac{1}{2}(1 + \tan^2 x) \quad (1)$$

(متوسط - محاسباتی - استاندارد) - ریاضی ۱ صفحه ۴۴ و ۴۵ - ۱۰۰۲

پاسخ: گزینه ۱

$$A = \frac{\sin^2 x + 4 \cos^2 x - 3}{2 \cos^4 x - \sin^2 2x} = \frac{\sin^2 x + 4(1 - \sin^2 x) - 3}{2 \cos^4 x - 4 \sin^2 x \cos^2 x} = \frac{1 - 3 \sin^2 x}{2 \cos^2 x (\underbrace{\cos^2 x - 2 \sin^2 x}_{1 - \sin^2 x})}$$

$$\Rightarrow A = \frac{1 - 3 \sin^2 x}{2 \cos^2 x (1 - 3 \sin^2 x)} = \frac{1}{2 \cos^2 x} = \frac{1}{2} (1 + \tan^2 x)$$

اتحادهای مثلثاتی مهم

$$\sin^2 x + \cos^2 x = 1 \Rightarrow \begin{cases} \sin^2 x = 1 - \cos^2 x \\ \cos^2 x = 1 - \sin^2 x \end{cases}$$

$$1 + \tan^2 x = \frac{1}{\cos^2 x}$$

$$1 + \cot^2 x = \frac{1}{\sin^2 x}$$

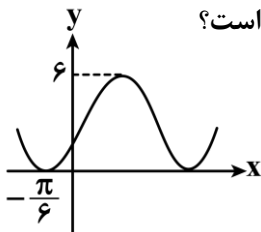
$$\sin 2x = 2 \sin x \cos x$$

$$\cos 2x = \cos^2 x - \sin^2 x = 2 \cos^2 x - 1 = 1 - 2 \sin^2 x$$

مشابه این سؤال، در سؤال ۱۳ کنکور ریاضی اردیبهشت ماه ۱۴۰۳ مطرح شده بود.



۱۳- اگر بخشی از نمودار $f(x) = a + b \cos(cx + \frac{\pi}{3})$ با فرض $c > 0$ مطابق شکل مقابل باشد، مقدار bc کدام است؟



$$6 \quad (1)$$

$$-6 \quad (2)$$

$$12 \quad (3)$$

$$-12 \quad (4)$$

(متوسط - محاسباتی - استاندارد) - حسابان ۲ صفحه ۲۷ و ۲۸ - ۱۲۰۲

پاسخ: گزینه ۲

حداقل مقدار تابع صفر و حداکثر مقدار آن ۶ است. از طرفی با فرض مثبت بودن c و با توجه به جهت حرکت نمودار باید $b < 0$ باشد:

$$\begin{cases} a - b = 6 \\ a + b = 0 \end{cases} \Rightarrow a = 3, b = -3$$

$$f(x) = 3 - 3 \cos(cx + \frac{\pi}{3})$$

$$3 - 3 \cos(-\frac{c\pi}{6} + \frac{\pi}{3}) = 0 \Rightarrow \cos(\frac{\pi}{3} - \frac{c\pi}{6}) = 1$$

از طرفی $f(-\frac{\pi}{6}) = 0$ است، پس:

$$\Rightarrow \frac{\pi}{3} - \frac{c\pi}{6} = 0 \Rightarrow c = 2$$

در نتیجه:

$$bc = -6$$

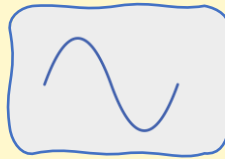
توابع مثلثاتی 

۱) تابع $y = a + b \sin(cx + d)$:

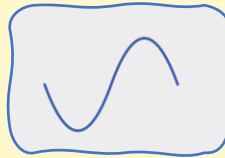
$$T = \frac{2\pi}{|c|} \text{ دوره تناوب}$$

$$\begin{aligned} \max &= a + |b| \text{ ماکزیمم تابع} \\ \min &= a - |b| \text{ مینیمم تابع} \end{aligned}$$

♦ اگر انتقال افقی نداشته باشیم و $bc > 0$ ، آن‌گاه نمودار در شروع قسمت مثبت محور x ها به سمت بالا می‌رود یا به عبارتی صعودی است:



♦ اگر انتقال افقی نداشته باشیم و $bc < 0$ ، آن‌گاه نمودار در شروع قسمت مثبت محور x ها به سمت پایین می‌رود یا به عبارتی نزولی است:

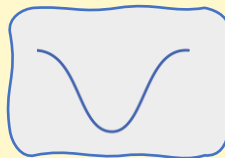


۲) تابع $y = a + b \cos(cx + d)$:

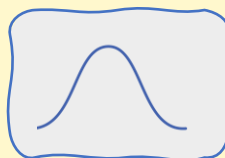
$$T = \frac{2\pi}{|c|} \text{ دوره تناوب}$$

$$\begin{aligned} \max &= a + |b| \text{ ماکزیمم تابع} \\ \min &= a - |b| \text{ مینیمم تابع} \end{aligned}$$

♦ اگر انتقال افقی نداشته باشیم و $b > 0$ باشد، آن‌گاه نمودار در شروع قسمت مثبت محور x ها به سمت پایین می‌رود یا به عبارتی نزولی است:



♦ اگر انتقال افقی نداشته باشیم و $b < 0$ باشد، آن‌گاه نمودار در شروع قسمت مثبت محور x ها به سمت بالا می‌رود یا به عبارتی صعودی است:



مشابه این سؤال، در سؤال ۱۲ کنکور ریاضی دی‌ماه ۱۴۰۱ مطرح شده بود.

۱۴- معادله $\tan(x + \frac{\pi}{8}) \cdot \tan(2x - \frac{\pi}{4}) = -1$ در بازه $(0, 2\pi)$ دارای چند جواب است؟

(۴) صفر

(۳) ۴

(۲) ۲

(۱) ۱

(متوسط - محاسباتی - استاندارد) - حسابان ۲ صفحه ۴۲ - ۱۲۰۲

پاسخ: گزینه ۴

$$\tan(x + \frac{\pi}{8}) = \frac{-1}{\tan(2x - \frac{\pi}{4})} = -\cot(2x - \frac{\pi}{4})$$

$$-\cot(2x - \frac{\pi}{4}) = \tan(\frac{\pi}{2} + 2x - \frac{\pi}{4})$$

با توجه به نسبت‌های مثلثاتی زوایای $\frac{\pi}{2} \pm \alpha$ داریم:

در نتیجه:

$$\Rightarrow \tan(x + \frac{\pi}{8}) = \tan(\frac{\pi}{2} + 2x - \frac{\pi}{4}) \Rightarrow \tan(x + \frac{\pi}{8}) = \tan(2x + \frac{\pi}{4})$$

$$\Rightarrow x + \frac{\pi}{8} = k\pi + 2x + \frac{\pi}{4} \Rightarrow x = k\pi - \frac{\pi}{8} \quad (k \in \mathbb{Z})$$

جواب‌های به‌دست آمده همگی غیرقابل قبول هستند، زیرا عبارت $\tan(2x - \frac{\pi}{4})$ تعریف نشده خواهد شد:

$$x = k\pi - \frac{\pi}{8} \Rightarrow 2x = 2k\pi - \frac{\pi}{4} \Rightarrow 2x - \frac{\pi}{4} = 2k\pi - \frac{\pi}{2}$$

$$\tan(2x - \frac{\pi}{4}) = \tan(2k\pi - \frac{\pi}{2}) = \text{تعریف نشده}$$

پس معادله در بازه $(0, 2\pi)$ هیچ جوابی ندارد.

حالت‌های خاص در حل معادلات مثلثاتی

معادلات مثلثاتی در حالت $\sin A = \sin B$ یا $\cos A = \cos B$ یعنی وقتی که **نسبت و ضریب یکسان** داشته باشند، به راحتی قابل حل می‌باشند. برای حل معادلات زیر باید از تبدیل‌هایی استفاده کنیم که معادله به یکی از دو فرم گفته شده تبدیل شود.

دسته اول: نسبت‌های مثلثاتی یکسان هستند و علامت‌ها غیریکسان هستند که علامت‌ها باید یکسان شوند.

۱) $\sin A = -\sin B \Rightarrow \sin A = \sin(-B)$

۲) $\cos A = -\cos B \Rightarrow \cos A = \cos(\pi - B)$

۳) $\tan A = -\tan B \Rightarrow \tan A = \tan(-B)$

۴) $\cot A = -\cot B \Rightarrow \cot A = \cot(-B)$

دسته دوم: نسبت‌های مثلثاتی غیریکسان ولی هم‌علامت هستند، فقط باید نسبت‌ها یکسان شوند.

۱) $\sin A = \cos B \Rightarrow \sin A = \sin(\frac{\pi}{2} - B)$

۲) $\cos A = \sin B \Rightarrow \cos A = \cos(\frac{\pi}{2} - B)$

۳) $\tan A = \cot B \Rightarrow \tan A = \tan(\frac{\pi}{2} - B)$

۴) $\cot A = \tan B \Rightarrow \cot A = \cot(\frac{\pi}{2} - B)$

دسته سوم: نسبت‌های مثلثاتی غیریکسان و غیرهم‌علامت هستند، باید نسبت‌ها و علامت‌ها یکسان شوند.

۱) $\sin A = -\cos B \Rightarrow \sin A = \sin(\frac{3\pi}{2} - B)$

۲) $\cos A = -\sin B \Rightarrow \cos A = \cos(\frac{\pi}{2} + B)$

۳) $\tan A = -\cot B \Rightarrow \tan A = \tan(\frac{\pi}{2} + B)$

۴) $\cot A = -\tan B \Rightarrow \cot A = \cot(\frac{\pi}{2} + B)$

معادلات مثلثاتی

برای حل معادلات مثلثاتی طرفین تساوی را به کمک اتحادهای مثلثاتی ساده می‌کنیم تا به یکی از ۳ صورت زیر تبدیل شود:

۱) $\sin x = \sin a \Rightarrow \begin{cases} x = 2k\pi + a \\ x = 2k\pi + \pi - a \end{cases}$

$$\begin{aligned} ۲) \cos x = \cos a &\Rightarrow \begin{cases} x = 2k\pi + a \\ x = 2k\pi - a \end{cases} \\ ۳) \tan x = \tan a &\Rightarrow x = k\pi + a \end{aligned}$$

 تعریف نشده بودن تانژانت و کتانژانت در برخی مقادیر

تابع $y = \tan x$ در **مضارب فرد** $\frac{\pi}{۲}$ تعریف نشده است و تابع $y = \cot x$ در **مضارب π** تعریف نشده است.

مشابه این سؤال، در سؤال ۱۱۱ کنکور ریاضی ۱۳۹۹ مطرح شده بود.



۱۵- مقدار $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \frac{x^2}{2} - \sqrt{1 - x^2}}{x^4}$ کدام است؟

$\frac{1}{۱۶}$ (۴)

$\frac{1}{۸}$ (۳)

$\frac{1}{۴}$ (۲)

$\frac{1}{۲}$ (۱)

(آسان - محاسباتی - سریع) - حسابان ۱ صفحه ۱۴۴ - ۱۱۰۵

پاسخ: گزینه ۳

با جای گذاری صفر به حد مبهم $\frac{0}{0}$ می‌رسیم، پس نیاز است آن را رفع ابهام کنیم. برای آن صورت و مخرج کسر را در مزدوج عبارت صورت ضرب می‌کنیم:

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{(1 - \frac{1}{2}x^2) - \sqrt{1 - x^2}}{x^4} \times \frac{(1 - \frac{1}{2}x^2) + \sqrt{1 - x^2}}{(1 - \frac{1}{2}x^2) + \sqrt{1 - x^2}} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 + \frac{1}{4}x^4 - x^2 - 1 + x^2}{2x^4} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\frac{1}{4}x^4}{2x^4} = \frac{1}{۸}$$

 رفع ابهام

اگر حد تابع کسری f در $x = a$ برابر $\frac{0}{0}$ شود باید **عامل صفرکننده** را از صورت و مخرج **حذف** کنیم.

اگر صورت یا مخرج شامل عبارت **رادیکالی** باشد کافی است صورت و مخرج را در **مزدوج** یا **پرانتر مکمل در اتحاد چاق و لاغر** عبارت ضرب کنیم تا پس از حذف رادیکال و تجزیه عبارت عامل صفرکننده حذف گردد.



۱۶- اگر تابع $f(x) = \begin{cases} \frac{\cos 2x - \cos^2 x}{x^2} & x \neq 0 \\ k & x = 0 \end{cases}$ پیوسته باشد، مقدار k کدام است؟

(۱) -۱ (۲) ۱ (۳) ۲ (۴) -۲

(متوسط - محاسباتی - استاندارد) - حسابان ۱ صفحه ۱۵۱ - ۱۱۰۵

پاسخ: گزینه ۱

طبق شرط پیوستگی باید حد و مقدار تابع با هم برابر باشند:

$$\begin{aligned} f(0) &= \lim_{x \rightarrow 0} f(x) = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos 2x - \cos^2 x}{x^2} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{2\cos^2 x - 1 - \cos^2 x}{x^2} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos^2 x - 1}{x^2} \\ &= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{-\sin^2 x}{x^2} = -\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{\sin x}{x}\right)^2 = -1 \xrightarrow{f(0)=k} k = -1 \end{aligned}$$



تابع f را در $x = a$ پیوسته می‌گوییم اگر در این نقطه **حد داشته باشد** و **مقدار حد با مقدار تابع** در این نقطه **برابر** باشد:

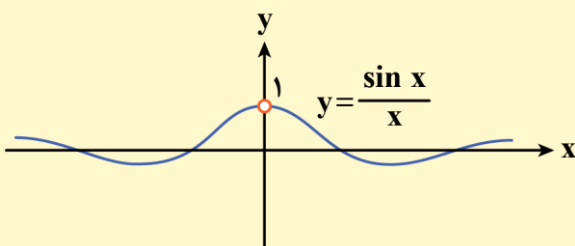
$$\lim_{x \rightarrow a} f(x) = f(a)$$

به عبارت دیگر:

$$\lim_{x \rightarrow a^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow a^-} f(x) = f(a)$$

یک حد مهم!

در کتاب به یک حد خاص و مهم اشاره شده که حاصل آن را از روی نمودار به دست می‌آوریم:



$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x} = 1$$

در نتیجه:

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{a \sin x}{bx} = \frac{a}{b}$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin ax}{x} = a$$

دقت!

دقت کنید که **کمان جلوی سینوس** و **مخرج** باید **دقیقا یک چیز** باشند تا بتوانیم نتیجه بگیریم که وقتی هر دو به صفر میل می‌کنند حاصل حد برابر با ۱ است.

$$\lim_{\bigcirc \rightarrow 0} \frac{\sin \bigcirc}{\bigcirc} = 1$$

بنابراین بسیاری از اوقات لازم است با ضرب و تقسیم کردن کسر در یک عدد مخرج را دقیقاً مشابه کمان جلوی سینوس کنیم.



۱۷- هرگاه $f(x) = \frac{x^2 - 2}{2x - \sqrt{x^2 + 4}}$ باشد، مقدار $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x}{f(x)}$ چه عددی است؟

$$-\frac{1}{2} \quad (4)$$

$$-2 \quad (3)$$

$$3 \quad (2)$$

$$1 \quad (1)$$

(آسان - مفهومی - سریع) - حسابان ۲ صفحه ۶۹ - ۱۲۰۳

پاسخ: گزینه ۲

ابتدا $\frac{x}{f(x)}$ را به دست می‌آوریم و حد آن را وقتی $x \rightarrow -\infty$ به دست می‌آوریم:

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x}{f(x)} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{2x^2 - x\sqrt{x^2 + 4}}{x^2 - 2} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{2x^2 - x \overset{-x}{|x|}}{x^2 - 2} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{3x^2}{x^2} = 3$$

 حد در بی‌نهایت برای چندجمله‌ای‌ها

چندجمله‌ای‌ها در حد بی‌نهایت، با جمله پرتوان خود هم‌ارزند.

 حد در بی‌نهایت توابع گویا

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + \dots + a_1 x + a_0}{b_m x^m + b_{m-1} x^{m-1} + \dots + b_1 x + b_0} \stackrel{\text{هم‌ارزی پرتوان}}{\sim} \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{a_n x^n}{b_m x^m} = \begin{cases} \infty & n > m \\ \frac{a_n}{b_m} & n = m \\ 0 & n < m \end{cases}$$



۱۸- اگر $f(x) = x \cos \frac{\pi}{\sqrt{2x+1}}$ باشد، مقدار $f'(4)$ چقدر از $\frac{1}{9}$ بیشتر است؟

$$\frac{2\pi\sqrt{3}}{9} \quad (4)$$

$$\frac{\pi\sqrt{3}}{18} \quad (3)$$

$$\frac{2\pi\sqrt{3}}{27} \quad (2)$$

$$\frac{\pi\sqrt{3}}{9} \quad (1)$$

(متوسط - محاسباتی - استاندارد) - حسابان ۲ صفحه ۱۰۱ - ۱۲۰۴

پاسخ: گزینه ۲

برای محاسبه مشتق f توجه داریم که هم به صورت حاصل ضرب دو عبارت است و هم عبارت دوم به صورت ترکیب دو تابع است که تابع درونی خود یک تابع کسری است! پس باید از قواعد مشتق حاصل ضرب، مشتق تابع مرکب و مشتق تقسیم استفاده کنیم:

$$f'(x) = \cos \frac{\pi}{\sqrt{2x+1}} - \sin \frac{\pi}{\sqrt{2x+1}} \times \frac{-\pi}{(2x+1)\sqrt{2x+1}} \times x$$

$$f'(4) = \cos \frac{\pi}{3} - \sin \frac{\pi}{3} \times \frac{-\pi}{9 \times 3} \times 4$$

$$f'(4) = \frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2} \times \frac{4\pi}{27} = \frac{1}{2} + \frac{2\pi\sqrt{3}}{27}$$

 فرمول‌های مشتق

اگر u تابعی از x باشد:

۱) $(u^n)' = nu'u^{(n-1)} \quad (n \in \mathbb{Q})$

۲) $(x^n)' = nx^{n-1}$

۳) $(\sin u)' = u' \cos u$

۴) $(\cos u)' = -u' \sin u$

۵) $(f \times g)' = f' \times g + g' \times f$

۶) $(f \pm g)' = f' \pm g'$

۷) $\left(\frac{f}{g}\right)' = \frac{f'g - g'f}{g^2}$



۱۹- آهنگ تغییر متوسط تابع $f(x) = 4x + \frac{a}{x}$ در بازه $[1, 4]$ با آهنگ تغییر لحظه‌ای تابع در نقطه‌ای با طول α در این بازه برابر است. مقدار α کدام است؟ ($a \neq 0$)

$$1 + \frac{a}{2} \quad (4)$$

$$2/5 \quad (3)$$

$$2 \quad (2)$$

$$\frac{a}{2} \quad (1)$$

(متوسط - محاسباتی - استاندارد) - حسابان ۲ صفحه ۱۰۴ - ۱۲۰۴

پاسخ: گزینه ۲

$$\text{آهنگ تغییر متوسط} = \frac{f(4) - f(1)}{4 - 1} = \frac{(16 + \frac{a}{4}) - (4 + a)}{3} = \frac{12 - \frac{3}{4}a}{3} = 4 - \frac{a}{4}$$

$$f'(\alpha) = 4 - \frac{a}{\alpha^2}$$

اما آهنگ تغییر لحظه‌ای در α همان $f'(\alpha)$ است، پس:

$$4 - \frac{a}{4} = 4 - \frac{a}{\alpha^2} \Rightarrow \alpha^2 = 4 \xrightarrow{1 < \alpha < 4} \alpha = 2$$

و در نهایت:

آهنگ تغییر متوسط و لحظه‌ای

آهنگ متوسط تغییر تابع پیوسته f در بازه $[a, b]$ برابر است با:

$$\text{آهنگ متوسط} = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{f(b) - f(a)}{b - a}$$

آهنگ تغییر لحظه‌ای f در لحظه $x = a$ برابر است با:

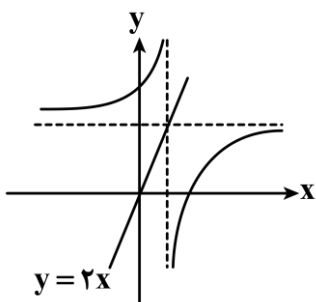
$$x = a \text{ در آهنگ تغییر لحظه‌ای} = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(a+h) - f(a)}{h} = f'(a)$$

که این مقدار برابر با شیب خط مماس بر نمودار f در نقطه $x = a$ است.

مشابه این سؤال، در سؤال ۱۳۱ کنکور تجربی اردیبهشت‌ماه ۱۴۰۴ مطرح شده بود.



۲۰- نمودار تابع $f(x) = \frac{ax-4}{x-1}$ مطابق شکل مقابل است. مجموع طول اکستریم‌های نسبی تابع $y = xf(\frac{1}{x})$ کدام عدد است؟



$$\frac{1}{2} \quad (1)$$

$$-\frac{1}{2} \quad (2)$$

$$-2 \quad (3)$$

$$2 \quad (4)$$

(سخت - ترکیبی - زمان‌بر) - حسابان ۲ صفحه ۱۲۳ و ۱۴۴ - ۱۲۰۵

پاسخ: گزینه ۴

$x = 1$ مجانب قائم تابع f و نقطه تلاقی مجانب‌ها روی خط $y = 2x$ قرار دارد، در نتیجه محل تلاقی $A(1, 2)$ است، پس $y = 2$ مجانب افقی و $a = 2$ است. یعنی:

$$f(x) = \frac{2x-4}{x-1} \Rightarrow y = xf\left(\frac{1}{x}\right) = x \times \frac{\frac{2}{x}-4}{\frac{1}{x}-1} = \frac{2-4x}{1-x}$$

$$y = x \frac{2-4x}{1-x} \Rightarrow y = \frac{4x^2 - 2x}{x-1}$$

حال برای محاسبه نقاط اکسترمم ابتدا نقاط بحرانی را به دست می آوریم. برای آن ابتدا از تابع مشتق می گیریم و مقادیری که به ازای آن ها مشتق صفر است یا تعریف نشده را می یابیم:

$$y' = \frac{(4x-2)(x-1) - 4x^2 + 2x}{(x-1)^2} = \frac{4x^2 - 8x + 2}{(x-1)^2}$$

چون به دنبال نقاط اکسترمم هستیم و ریشه مخرج کسر مشتق در دامنه نیست، تنها کافی است مجموع ریشه های صورت را بیابیم که در دو طرفشان مشتق تغییر علامت می دهد:

$$y' = 0 \Rightarrow 4x^2 - 8x + 2 = 0 \xrightarrow{\Delta > 0} x_1 + x_2 = -\frac{(-8)}{4} = 2$$

مجانبات تابع هموگرافیک $y = \frac{ax+b}{cx+d}$

مجانبات افقی: $y = \frac{a}{c}$

(ریشه مخرج): $x = \frac{-d}{c}$ (مجانبات قائم)

اکسترمم نسبی

$x = a$ را طول اکسترمم نسبی تابع f می گویند اگر $x = a$ یک نقطه بحرانی برای f باشد (یعنی f در $x = a$ تعریف شده باشد و $f'(a)$ موجود نباشد یا $f'(a) = 0$) و به علاوه f' در $x = a$ تغییر علامت دهد:

x	a
f'	- +
f	min نسبی

x	a
f'	+ -
f	max نسبی

۲۱- خط $y = mx + 3$ در نقطه عطف تابع $f(x) = x^3 - 3x^2 + 4x - n$ بر نمودار f مماس است. مقدار mn چه عددی است؟

(۱) ۲ (۲) -۲ (۳) ۳ (۴) -۳

(متوسط - محاسباتی - استاندارد) - حسابان ۲ صفحه ۱۳۱ - ۱۲۰۵

پاسخ: گزینه ۲

$$f'(x) = 3x^2 - 6x + 4 \Rightarrow f''(x) = 6x - 6 = 0 \Rightarrow x = 1$$

طول نقطه عطف:

طول نقطه عطف تابع $f(x) = x^3 - 3x^2 + 4x - n$ برابر $x = 1$ است، پس خط $y = mx + 3$ در $x = 1$ بر نمودار مماس است، در نتیجه:

$$f'(1) = m$$

$$\Rightarrow 3 - 6 + 4 = m \Rightarrow m = 1$$

$$y = x + 3 \Rightarrow A \Big|_1^4$$

مختصات نقطه عطف تابع هم در تابع صدق می کند هم در خط مماس:

$$f(1) = 4$$

$A(1, 4)$ نقطه عطف است، پس:

$$1 - 3 + 4 - n = 4 \Rightarrow n = -2$$

$$mn = -2$$

پس:

نقطه عطف

$x = a$ را نقطه عطف تابع f می گویند اگر f در $x = a$ دارای خط مماس باشد (حتی قائم) و به علاوه مشتق دوم f یعنی f'' در $x = a$ تغییر علامت دهد.

در توابع درجه سوم $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$ ، نقطه عطف ریشه تابع $f''(x) = 0$ است.

$$f''(x) = 6ax + 2b = 0 \Rightarrow x = -\frac{b}{3a}$$

مشابه این سؤال، در سؤال ۲۱ کنکور ریاضی اردیبهشت ماه ۱۴۰۳ مطرح شده بود.



۲۲- دو تاس را پرتاب می‌کنیم. اگر مجموع اعداد رو شده بزرگ‌تر از ۹ باشد، چهار سکه و در غیر این صورت سه سکه پرتاب می‌کنیم، احتمال آن که دقیقاً دو سکه «رو» ظاهر شود، کدام است؟

$$\frac{5}{12} \quad (۴)$$

$$\frac{3}{8} \quad (۳)$$

$$\frac{2}{3} \quad (۲)$$

$$\frac{1}{6} \quad (۱)$$

(متوسط - مفهومی - استاندارد) - آمار و احتمال صفحه ۵۵ - ۱۱۰۲

پاسخ: گزینه ۳

پرتاب دو تاس در کل ۳۶ حالت دارد که در ۱ مورد مجموع ۱۲، در ۲ مورد مجموع ۱۱ و در ۳ مورد مجموع ۱۰ بوده و در کل می‌توان فهمید در ۶ حالت از آن ۳۶ حالت مجموع بزرگ‌تر از ۹ بوده و در ۳۰ حالت غیر آن است، پس با توجه به نمودار درختی خواهیم داشت:

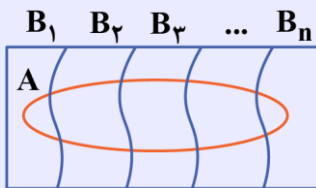
$$P = \left(\frac{1}{6} \times \frac{6}{16} \right) + \left(\frac{5}{6} \times \frac{3}{8} \right) = \frac{1+5}{16} = \frac{3}{8}$$

مطلوب $\frac{1}{6}$ مجموع بزرگ‌تر از ۹

مطلوب $\frac{5}{6}$ مجموع کوچک‌تر یا مساوی ۹

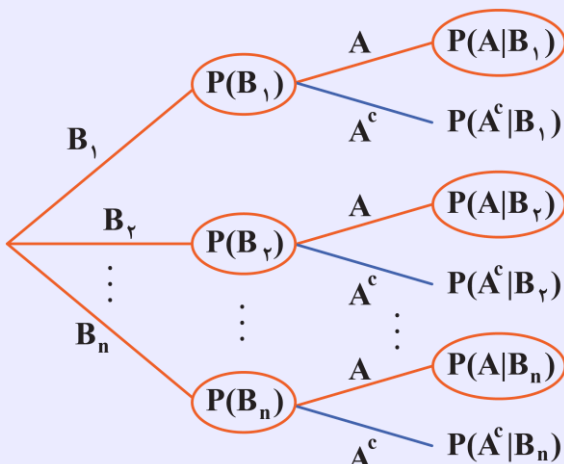
قانون احتمال کل

برخی مواقع وقوع یک رویداد پس از رویداد دیگری اتفاق می‌افتد و احتمال آن در هر حالت به این بستگی دارد که ابتدا کدام پیشامد در رویداد اول رخ داده است. در این صورت محاسبه احتمال وقوع رویداد A به صورت زیر خواهد بود که به آن **قانون احتمال کل** می‌گویند.



$$P(A) = P(B_1)P(A|B_1) + P(B_2)P(A|B_2) + \dots + P(B_n)P(A|B_n)$$

رسم نمودار درختی برای محاسبه چنین احتمال‌هایی بسیار مفید است.



اعداد یک مسیر نازجی افقی را در هم ضرب کرده و سپس مجموع اعداد تمام شاخه‌ها را به دست می‌آوریم.

دقیقا n تا «رو» یا «پشت»

احتمال این که در پرتاب n سکه دقیقاً k سکه «رو» بیاید برابر است با:

$$\frac{\binom{n}{k}}{2^n}$$

مشابه این سؤال، در سؤال ۱۲۷ کنکور تجربی ۱۴۰۱ خارج مطرح شده بود.



۲۳- ۹ داده آماری با میانگین ۲۵ و واریانس غیرصفر مفروض اند. ۲۷ داده آماری که همگی ۲۵ هستند به آن داده‌ها افزوده می‌شود. انحراف معیار داده‌های تشکیل شده چند برابر انحراف معیار داده‌های اولیه است؟

$$\frac{1}{6} \quad (۴)$$

$$\frac{1}{4} \quad (۳)$$

$$\frac{1}{3} \quad (۲)$$

$$\frac{1}{2} \quad (۱)$$

(متوسط - مفهومی/محاسباتی - استاندارد) - آمار و احتمال صفحه ۸۹ - ۱۱۰۳

پاسخ: گزینه ۱

اگر میانگین و واریانس ۹ داده اولیه $\bar{x}$ و σ_1^2 باشد، داریم:

$$\sigma_1^2 = \frac{(x_1 - \bar{x})^2 + \dots + (x_9 - \bar{x})^2}{9} \Rightarrow (x_1 - \bar{x})^2 + (x_2 - \bar{x})^2 + \dots + (x_9 - \bar{x})^2 = 9\sigma_1^2 \quad (*)$$

با اضافه شدن داده‌هایی که با میانگین برابرند، میانگین **تغییر نمی‌کند**.

$$\sigma_2^2 = \frac{(x_1 - \bar{x})^2 + (x_2 - \bar{x})^2 + \dots + (x_{36} - \bar{x})^2}{36} = \frac{(x_1 - \bar{x})^2 + (x_2 - \bar{x})^2 + \dots + (x_9 - \bar{x})^2 + (27 \times 0)}{36}$$

$$\xrightarrow{(*)} \frac{9\sigma_1^2 + 0}{36} = \frac{1}{4}\sigma_1^2 \xrightarrow{\text{جذر}} \sigma_2 = \frac{1}{2}\sigma_1$$

عدم تغییر میانگین با اضافه کردن داده‌های با میانگین برابر با میانگین داده‌های اولیه

اگر n تا داده با میانگین $\bar{x}$ را به m تا داده با میانگین $\bar{x}$ اضافه کنیم، **میانگین تغییری نمی‌کند** یعنی میانگین (m + n) داده برابر با $\bar{x}$ است.

$$\text{میانگین داده‌های جدید} = \frac{m\bar{x} + n\bar{x}}{n + m} = \bar{x}$$

میانگین و واریانس n داده آماری

اگر $x_1, \dots, x_n$ داده آماری باشند، آن‌گاه:

$$\bar{x} = \frac{x_1 + \dots + x_n}{n} \quad \text{میانگین داده‌ها}$$

$$\sigma^2 = \frac{(x_1 - \bar{x})^2 + (x_2 - \bar{x})^2 + \dots + (x_n - \bar{x})^2}{n} \quad \text{واریانس داده‌ها}$$

مشابه این سؤال، در سؤال ۱۱۸ کنکور تجربی ۱۴۰۱ مطرح شده بود.



۲۴- در انتخاب نمونه‌ای دو عضوی از جامعه $\{2, 3, 4, 7, 14\}$ ، احتمال آن‌که برآورد نقطه‌ای میانگین بیش‌تر از پارامتر جامعه باشد کدام است؟

- (۱) $\frac{2}{5}$ (۲) $\frac{3}{5}$ (۳) $\frac{1}{2}$ (۴) $\frac{3}{10}$

(آسان - مفهومی - سریع) - آمار و احتمال صفحه ۱۱۳ - ۱۱۴

پاسخ: گزینه ۱

پارامتر جامعه برابر ۶ است:

$$\mu = \frac{2+3+4+7+14}{5} = \frac{30}{5} = 6$$

پس باید نمونه‌هایی را انتخاب کنیم که میانگین آن‌ها بزرگ‌تر از ۶ باشد، یعنی مجموع دو عضو بزرگ‌تر از ۱۲ باشد.

نمونه‌های دو عضوی $\{2, 14\}$ ، $\{3, 14\}$ ، $\{4, 14\}$ ، $\{7, 14\}$ تنها نمونه‌های دو عضوی هستند که میانگین بزرگ‌تر از ۶ دارند، بنابراین:

$$P = \frac{4}{\binom{5}{2}} = \frac{4}{10} = \frac{2}{5}$$

برآورد نقطه‌ای

برآورد نقطه‌ای پارامتری از جامعه (مثل میانگین، واریانس جامعه و ...) برابر با آماره مربوط به آن پارامتر در نمونه تصادفی است.

این سؤال با الهام از کار در کلاس صفحه ۱۱۳ کتاب درسی طرح شده است.



۲۵- نقاط M، N و P وسط‌های اضلاع مثلث ABC هستند. کدام گزینه الزاماً درست است؟

- (۱) محل هم‌رسی نیمسازهای دو مثلث ABC و MNP بر هم منطبق است.
- (۲) محل هم‌رسی ارتفاع‌های مثلث ABC بر مرکز دایره محیطی مثلث MNP منطبق است.
- (۳) محل هم‌رسی ارتفاع‌های مثلث MNP بر محل هم‌رسی عمودمنصف‌های مثلث ABC منطبق است.
- (۴) محل هم‌رسی ارتفاع‌های دو مثلث ABC و MNP بر هم منطبق است.

(آسان - مفهومی - استاندارد) - هندسه ۱ صفحه ۱۹ - ۱۰۱

پاسخ: گزینه ۳

بررسی گزینه‌ها:

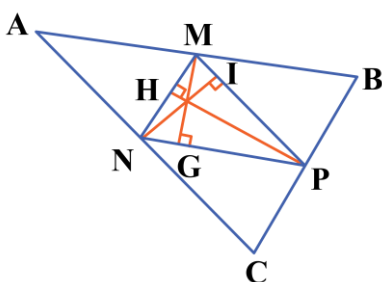
۱) محل هم‌رسی نیمسازها (مرکز دایره محاطی) در دو مثلث لزوماً بر هم منطبق نیست و تنها در صورتی این اتفاق می‌افتد که مثلث ABC متساوی‌الاضلاع باشد، بنابراین این گزینه نادرست است.

۲) نادرست است.

توجه!

مرکز دایره محیطی مثلث MNP، نقطه وسط پاره‌خطی است که محل هم‌رسی ارتفاع‌های مثلث ABC را به مرکز دایره محیطی مثلث ABC وصل می‌کند.

۳) این گزینه درست است.



$$\begin{cases} MN \parallel BC \\ PH \perp MN \end{cases} \Rightarrow PH \perp BC$$

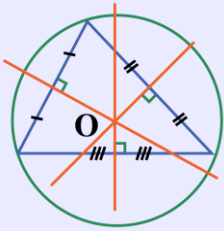
به طور مشابه $MG \perp AB$ و $NI \perp AC$ است، بنابراین ارتفاع‌های مثلث MNP روی عمودمنصف اضلاع مثلث ABC هستند و در نتیجه هم‌رساند. پس محل هم‌رسانی ارتفاع‌های MNP مرکز دایرهٔ محیطی مثلث ABC است.

این گزینه نادرست است.

محل هم‌رسانی ارتفاع‌های مثلث MNP همان مرکز دایرهٔ محیطی مثلث ABC است و تنها در مثلث متساوی‌الاضلاع محل هم‌رسانی ارتفاع‌های دو مثلث ABC و MNP بر هم منطبق می‌شوند.

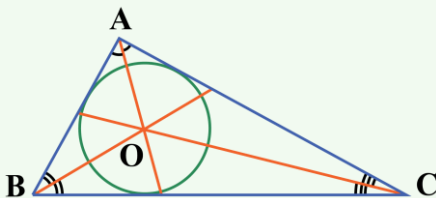
محل هم‌رسانی عمودمنصف‌ها

محل تلاقی عمودمنصف‌ها از سه رأس مثلث به یک فاصله است و مرکز دایرهٔ محیطی مثلث است.



محل هم‌رسانی نیمسازها

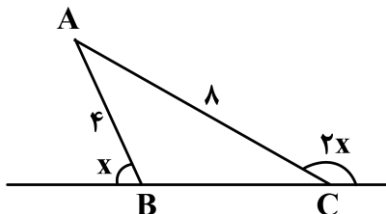
محل تلاقی نیمسازهای داخلی یک مثلث از سه ضلع مثلث به یک فاصله است و مرکز دایرهٔ محاطی مثلث است.



این سؤال با الهام از مثال صفحهٔ ۱۹ کتاب درسی هندسه ۱ طرح شده است.



۲۶- مساحت مثلث ABC در شکل مقابل چقدر است؟

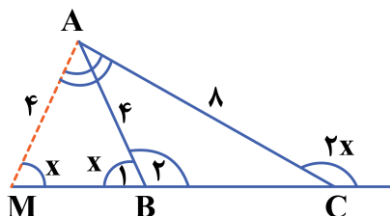


- (۱) ۹
- (۲) $3\sqrt{15}$
- (۳) ۱۲
- (۴) $2\sqrt{21}$

(متوسط - مفهومی/ترکیبی - استاندارد) - هندسه ۱ صفحه ۳۹ و هندسه ۲ صفحه ۷۱ - ۱۰۰۱ و ۱۱۰۳

پاسخ: گزینه ۲

ابتدا از رأس A پاره‌خطی به اندازه AB رسم می‌کنیم تا امتداد ضلع BC را در نقطه M قطع کند.



$$AM = AB = 4 \Rightarrow \hat{M} = \hat{B} = x$$

حال در مثلث متساوی‌الساقین AMB داریم:

$$\hat{AMC} : \hat{C} = \hat{MAC} + \hat{M} \Rightarrow \hat{MAC} = x$$

پس در مثلث AMC دو زاویه برابرند در نتیجه اضلاع AC و MC برابرند:

$$\hat{MAC} = \hat{M} \Rightarrow AC = MC = 8 \Rightarrow \text{مثلث AMC متساوی‌الساقین است.}$$

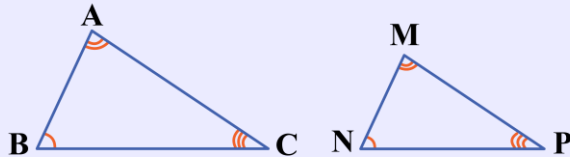
$$\left. \begin{array}{l} \hat{M}\hat{A}\hat{C} = \hat{M} = x \\ \hat{M} = \hat{B} = x \end{array} \right\} \Rightarrow \triangle AMB \sim \triangle AMC \Rightarrow \frac{4}{MB} = \frac{8}{4} \Rightarrow MB = 2 \Rightarrow BC = 8 - 2 = 6$$

حال با توجه به قضیه هرون داریم:

$$S_{\triangle ABC} = \sqrt{P(P-a)(P-b)(P-c)} = \sqrt{9(9-6)(9-8)(9-4)} = \sqrt{9 \times 3 \times 1 \times 5} = 3\sqrt{15}$$

تشابه مثلث‌ها

مثلث‌های ABC و MNP را متشابه می‌گوییم هرگاه نسبت اضلاع آن‌ها با هم برابر و زاویه‌های آن‌ها نیز دوجه‌دو برابر باشند.

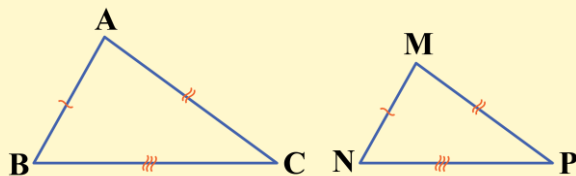


$$\triangle ABC \sim \triangle MNP \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{AB}{MN} = \frac{AC}{MP} = \frac{BC}{NP} = k \\ \hat{A} = \hat{M}, \hat{B} = \hat{N}, \hat{C} = \hat{P} \end{cases}$$

نسبت اضلاع دو مثلث را **نسبت تشابه** می‌گوییم و آن را با k نشان می‌دهیم.

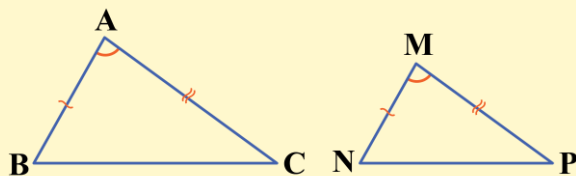
حالت‌های مختلف تشابه

۱) اگر **سه ضلع** از مثلثی با سه ضلع از مثلث دیگر **متناسب** باشند، آن‌گاه دو مثلث به حالت تناسب سه ضلع متشابه‌اند.



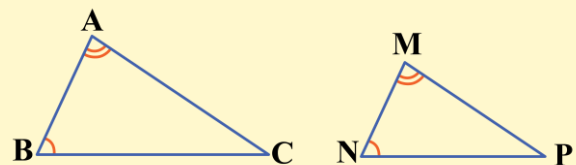
$$\frac{AB}{MN} = \frac{AC}{MP} = \frac{BC}{NP} \Rightarrow \triangle ABC \sim \triangle MNP$$

۲) اگر **دو ضلع** از مثلثی با دو ضلع از مثلث دیگر **متناسب** باشند و **زاویه بین** دو ضلع مذکور در دو مثلث **برابر** باشند، آن‌گاه دو مثلث به حالت تناسب دو ضلع و تساوی زاویه بین متشابه‌اند.



$$\left. \begin{array}{l} \frac{AB}{MN} = \frac{AC}{MP} \\ \hat{A} = \hat{M} \end{array} \right\} \Rightarrow \triangle ABC \sim \triangle MNP$$

۳) اگر **دو زاویه** از مثلثی با دو زاویه از مثلث دیگر **برابر** باشند (زاویه‌های سوم دو مثلث نیز برابر خواهند شد)، آن‌گاه دو مثلث به حالت برابری زاویه متشابه خواهند بود.



$$\left. \begin{array}{l} \hat{A} = \hat{M} \\ \hat{B} = \hat{N} \end{array} \right\} \Rightarrow \triangle ABC \sim \triangle MNP$$

یادآوری!

در مثلث **متساوی‌الساقین** **زوایای مجاور به دو ساق برابرند** و برعکس.

قضیه هرون

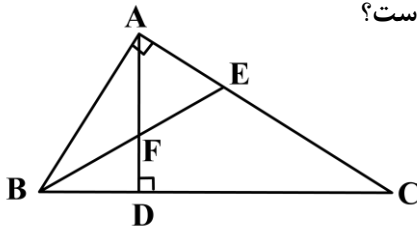
اگر a, b, c طول اضلاع مثلث و $P = \frac{a+b+c}{2}$ **نصف محیط** مثلث باشد، مساحت مثلث از رابطه زیر که رابطه هرون نامیده می‌شود، به دست می‌آید:

$$S = \sqrt{P(P-a)(P-b)(P-c)}$$

این سؤال با الهام از تمرین ۳ صفحه ۴۳ کتاب درسی هندسه ۱ طرح شده است.



۲۷- در شکل مقابل، BE نیمساز زاویه B است. اگر $BD = 9$ و $DC = 16$ باشد، اندازه AE کدام است؟

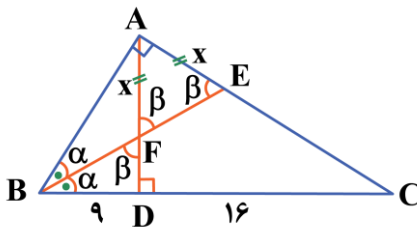


- (۱) ۶/۵
(۲) ۷
(۳) ۷/۵
(۴) ۸

(متوسط - مفهومی - استاندارد) - هندسه ۱ صفحه ۴۲ - ۱۰۰۲

پاسخ: گزینه ۳

می‌دانیم که BE نیمساز زاویه B است، پس با توجه به شکل مقابل خواهیم داشت:



$$\triangle FDB: \begin{cases} \hat{F} = \beta \xrightarrow{\text{متقابل به رأس}} \hat{AFE} = \beta \\ \alpha + \beta = 90^\circ \Rightarrow \triangle ABE: \hat{E} = \beta \end{cases}$$

$$AE = AF = x$$

بنابراین مثلث AFE متساوی الساقین است، لذا:

از طرفی، به کمک روابط طولی در مثلث قائم‌الزاویه ABC داریم:

$$AD^2 = BD \times DC = 9 \times 16 \Rightarrow AD = 12$$

$$\triangle ABC: AB^2 = BD \cdot BC \Rightarrow AB^2 = 9 \times 25 \Rightarrow AB = 15$$

روش اول

از طرفی دو مثلث FDB و ABE بنا به حالت دو زاویه برابر متشابه‌اند، لذا اضلاع متناسب‌اند:

$$\frac{AE}{FD} = \frac{AB}{BD} \Rightarrow \frac{x}{12-x} = \frac{15}{9} \Rightarrow 9x = 180 - 15x$$

$$\Rightarrow 24x = 180 \Rightarrow x = \frac{180}{24} = \frac{15}{2} = 7.5$$

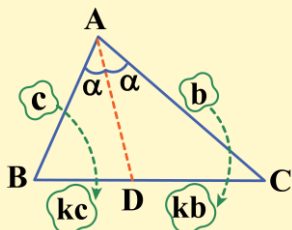
روش دوم

به کمک قضیه نیمسازها در مثلث ABD:

$$\frac{FD}{AF} = \frac{BD}{AB} \Rightarrow \frac{12-x}{x} = \frac{9}{15} \Rightarrow x = 7.5$$

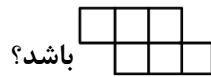
قضیه نیمسازها

در هر مثلث، نیمساز یک زاویه داخلی، ضلع مقابل به آن زاویه را به نسبت اضلاع مجاورش تقسیم می‌کند.

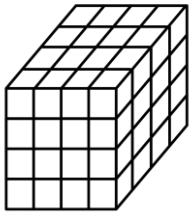


$$\frac{DB}{DC} = \frac{AB}{AC}$$





باشد؟



(۱) ۴۸

(۲) ۴۴

(۳) ۳۲

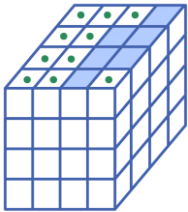
(۴) ۴۰

(آسان - خطبه‌خط - سریع - هندسه ۱ صفحه ۹۱ - ۱۰۰۴)

پاسخ: گزینه ۴

$$10 \times 4 = 40$$

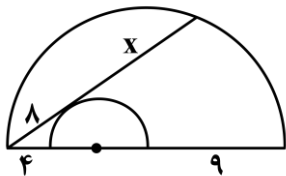
باید ۱۰ ستون ۴ تایی از مکعب‌ها حذف شوند:



مشابه این سؤال، در سؤال ۲۵ کنکور ریاضی اردیبهشت‌ماه ۱۴۰۴ مطرح شده بود. همچنین این سؤال با الهام از تمرین ۵ صفحه ۹۱ کتاب درسی هندسه ۱ طرح شده است.



۲۹- در شکل روبه‌رو، اندازه x چقدر است؟ (کمان‌ها در شکل نیم‌دایره هستند).



(۱) ۹

(۲) ۱۰

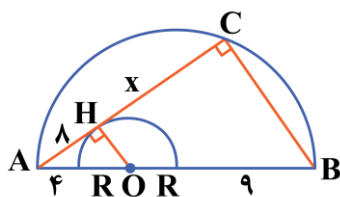
(۳) ۱۲

(۴) ۱۵

(متوسط - ترکیبی - استاندارد - هندسه ۲ صفحه ۱۹ - ۱۱۰۱)

پاسخ: گزینه ۳

ابتدا از C به B وصل می‌کنیم و می‌دانیم که زاویه محاطی روبه‌رو به قطر قائمه است. اگر شعاع نیم‌دایره کوچک‌تر برابر R باشد، بنابر روابط طولی در دایره کوچک‌تر داریم:



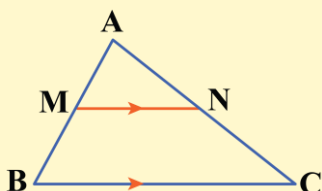
$$8^2 = 4(4 + 2R) \Rightarrow 64 = 16 + 8R \Rightarrow R = 6$$

با توجه به زاویه‌های قائمه و خط‌های موازی داریم:

$$\triangle ABC \text{ در قضیه تالس: } \frac{AO}{OB} = \frac{AH}{HC} \Rightarrow \frac{10}{15} = \frac{8}{x} \Rightarrow x = 12$$

قضیه تالس

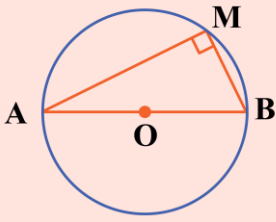
اگر در مثلث ABC پاره‌خط MN موازی قاعده BC باشد، آن‌گاه طبق قضیه تالس داریم:



$$\frac{AM}{MB} = \frac{AN}{NC}$$

توجه!

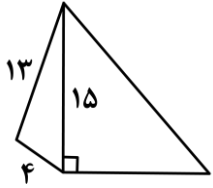
زاویه محاطی روبه روی قطر دایره برابر 90° است.



$$\hat{M} = \frac{\widehat{AB}}{2} = \frac{180^\circ}{2} = 90^\circ$$



۳۰- در چهارضلعی محیطی شکل مقابل، شعاع دایره مماس بر اضلاع این چهارضلعی چقدر است؟

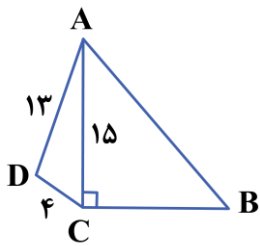


- (۱) ۳
(۲) ۳/۵
(۳) ۴
(۴) ۴/۵

(سخت - ترکیبی - زمان بر) - هندسه ۲ صفحه ۲۷ - ۱۱۰۱

پاسخ: گزینه ۳

در چهارضلعی محیطی داریم:



$$AD + BC = AB + CD \Rightarrow 13 + BC = AB + 4 \Rightarrow AB = 9 + BC$$

$$\begin{aligned} \triangle ABC: 15^2 + BC^2 &= (BC + 9)^2 \Rightarrow 225 + BC^2 = BC^2 + 18BC + 81 \\ \Rightarrow BC &= 8, AB = 17 \end{aligned}$$

برای محاسبه مساحت داریم:

$$P_{\triangle ADC} = \frac{4 + 13 + 15}{2} = 16 \xrightarrow{\text{رابطه هرون}} S_{\triangle ADC} = \sqrt{16(1)(12)(3)} = 24$$

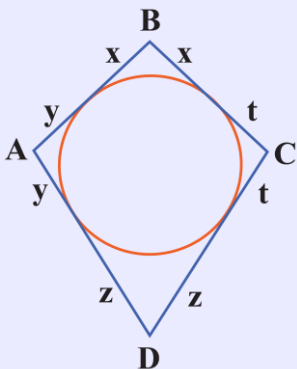
$$S_{\triangle ABC} = \frac{15 \times 8}{2} = 60$$

دایره مماس بر تمام اضلاع چهارضلعی، دایره محاطی است. پس:

$$\left. \begin{aligned} S_{ABCD} &= 24 + 60 = 84 \\ P_{ABCD} &= \frac{13 + 4 + 8 + 17}{2} = \frac{42}{2} = 21 \end{aligned} \right\} \Rightarrow r = \frac{S}{P} = \frac{84}{21} = 4$$

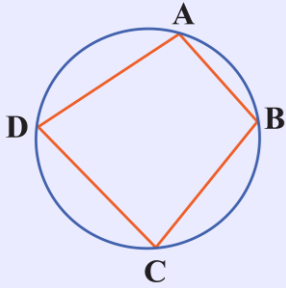
چهارضلعی‌های محیطی و محاطی

اگر ABCD یک چهارضلعی محیطی باشد، مجموع اضلاع روبه‌رو با هم برابر است و برعکس.



$$AB + CD = AD + BC = (x + y + z + t)$$

اگر ABCD یک چهارضلعی **محاطی** باشد، **زوایای روبه‌رو مکمل** همدیگر می‌باشند و برعکس.



$$\hat{A} + \hat{C} = \hat{B} + \hat{D} = 180^\circ$$

شعاع دایره محاطی در چندضلعی‌های محیطی

اگر S مساحت چندضلعی و P نصف محیط آن باشد، شعاع دایره محاطی از رابطه زیر به دست می‌آید:

$$r = \frac{S}{P} \quad \text{شعاع دایره محاطی}$$



۳۱- دو دایره متخارج با نسبت $k = -\frac{3}{4}$ مجانس یکدیگرند. اگر شعاع دایره کوچک‌تر برابر ۸ و طول خط‌المركزین برابر ۲۵ باشد، طول

مماس مشترک گذرا از مرکز تجانس دو دایره کدام است؟

۲۴ (۴)

۲۰ (۳)

۱۷ (۲)

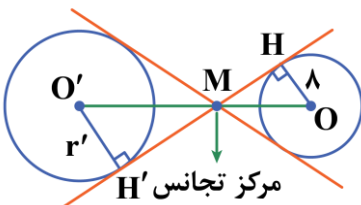
۱۵ (۱)

(متوسط - ترکیبی - استاندارد) - هندسه ۲ صفحه ۴۶ - ۱۱۰۲

پاسخ: گزینه ۱

می‌دانیم که نسبت تجانس برابر $-1 < -\frac{3}{4}$ است، بنابراین تجانس دایره‌ها **معکوس** و **انبساطی** است پس مرکز تجانس محل تلاقی مماس

مشترک‌های داخلی است در نتیجه با توجه به شکل مقابل خواهیم داشت:



$$|k| = \frac{r'}{r} = \frac{r'}{8} \Rightarrow \frac{3}{4} = \frac{r'}{8} \Rightarrow r' = 12$$

در نتیجه طول مماس مشترک گذرا از مرکز تجانس، یا همان **مماس مشترک داخلی**، برابر است با:

$$HH' = \sqrt{(OO')^2 - (r + r')^2} = \sqrt{25^2 - (8 + 12)^2} = \sqrt{25^2 - 20^2} = \sqrt{625 - 400} = \sqrt{225} = 15$$

انواع تجانس

اگر $k > 0$ ، تجانس **مستقیم** و اگر $k < 0$ ، تجانس **معکوس** نامیده می‌شود.

اگر $|k| > 1$ ، تجانس **انبساطی** و اگر $|k| < 1$ ، تجانس **انقباضی** نامیده می‌شود.

تجانس انبساطی مستقیم	تجانس انقباضی مستقیم	تجانس انبساطی معکوس	تجانس انقباضی معکوس

اگر $k = 1$ باشد، تجانس همه نقاط را روی خودشان تصویر می‌کند.



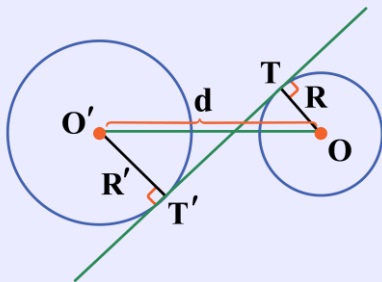
اگر $k = -1$ باشد، تجانس به دوران 180° حول مرکز تجانس تبدیل می‌شود که همان بازتاب به مرکز O نیز می‌باشد.



طول مماس‌های مشترک

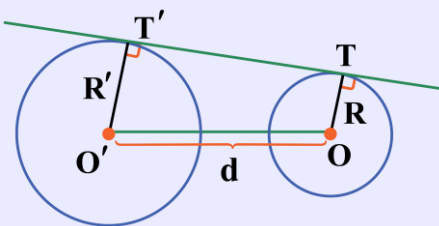
طول مماس‌های مشترک داخلی و خارجی دو دایره از روابط زیر محاسبه می‌شوند:

(۱) طول مماس مشترک داخلی دو دایره



$$TT' = \sqrt{d^2 - (R + R')^2}$$

(۲) طول مماس مشترک خارجی دو دایره



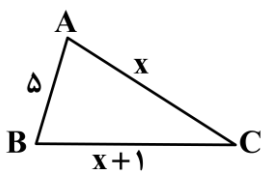
$$TT' = \sqrt{d^2 - (R - R')^2}$$

اگر دو دایره مماس بیرون باشند، طول مماس مشترک خارجی دو دایره برابر $\sqrt{RR'}$ می‌باشد.

این سؤال با الهام از تمرین ۲ صفحه ۴۸ کتاب درسی هندسه ۲ طرح شده است.



۳۲- در شکل مقابل، اگر $\cos \hat{A} = \frac{1}{5}$ باشد، آنگاه مساحت مثلث کدام است؟



(۱) $4\sqrt{10}$

(۲) ۱۴

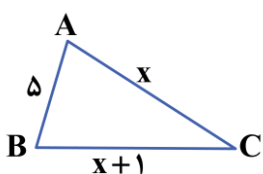
(۳) ۱۵

(۴) $6\sqrt{6}$

(متوسط - ترکیبی - استاندارد) - هندسه ۲ صفحه ۷۱ - ۱۱۰۳

پاسخ: گزینه ۴

به کمک قضیه کسینوس‌ها داریم:



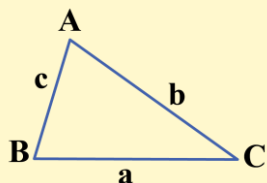
$$(x+1)^2 = 5^2 + x^2 - 2 \times 5 \times x \cos \hat{A} \Rightarrow \cos \hat{A} = \frac{5^2 + x^2 - (x+1)^2}{10x}$$

$$\Rightarrow \frac{1}{5} = \frac{24 - 2x}{10x} \Rightarrow 10x = 120 - 10x \Rightarrow x = 6$$

برای محاسبه مساحت مثلث ABC با اضلاع ۵، ۶ و ۷ به کمک رابطه هرون داریم:

$$P = \frac{5+6+7}{2} = 9 \Rightarrow S = \sqrt{9(2)(3)(4)} = 6\sqrt{6}$$

قضیه کسینوس ها در مثلث



$$\begin{cases} a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos \hat{A} \\ b^2 = a^2 + c^2 - 2ac \cos \hat{B} \\ c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cos \hat{C} \end{cases}$$

این سؤال با الهام از تمرین ۱ صفحه ۷۳ کتاب درسی هندسه ۲ طرح شده است.



۳۳- اگر $A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 5 \\ 0 & 2 & 0 \\ z & 0 & 4 \end{bmatrix}$ و $B = \begin{bmatrix} x & 0 & -10 \\ 0 & -1 & 0 \\ y & 0 & -y \end{bmatrix}$ و $A \times B$ ماتریس اسکالر باشد، آنگاه دترمینان ماتریس $C = \begin{bmatrix} x & y \\ z & 2 \end{bmatrix}$ کدام است؟

(۱) ۱۴ (۲) ۵ (۳) ۱۸ (۴) صفر

(آسان - محاسباتی - استاندارد) - هندسه ۳ صفحه ۱۸ و ۲۷ - ۱۲۰۱

پاسخ: گزینه ۳



$$A \times B = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 5 \\ 0 & 2 & 0 \\ z & 0 & 4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x & 0 & -10 \\ 0 & -1 & 0 \\ y & 0 & -y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x+5y & 0 & -10-5y \\ 0 & -2 & 0 \\ xz+4y & 0 & -10z-4y \end{bmatrix}$$

AB اسکالر $\rightarrow \begin{cases} -10-5y=0 \Rightarrow y=-2 \\ x+5y=-2 \Rightarrow x=8 \\ -10z-4y=-2 \Rightarrow z=1 \\ xz+4y=0 \checkmark \end{cases}$

$$\Rightarrow C = \begin{bmatrix} 8 & -2 \\ 1 & 2 \end{bmatrix} \Rightarrow |C| = (8)(2) - (1)(-2) = 18$$

ماتریس قطری



ماتریس قطری، ماتریسی مربعی است که تمام درایه‌های **غیرواقع** بر **قطر اصلی** آن **صفر** باشند. (درایه‌های واقع بر قطر اصلی می‌توانند صفر باشند یا نباشند.)

دو نمونه باحال ببین!



$$A = \begin{bmatrix} 2 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix} \quad B = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 4 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

قطر اصلی

ماتریس اسکالر



ماتریس اسکالر، ماتریسی قطری است که درایه‌های واقع بر **قطر اصلی** آن، همگی **با هم برابرند**.

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 2 \end{bmatrix} \quad B = \begin{bmatrix} 3 & 0 & 0 \\ 0 & 3 & 0 \\ 0 & 0 & 3 \end{bmatrix}$$

مشابه این سؤال، در سؤال ۱۳۰ کنکور ریاضی ۱۳۹۸ خارج مطرح شده بود.



۳۴- با فرض $B = \begin{bmatrix} -1 & 2 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}$ ، اگر ماتریس A در معادله ماتریسی $A^{-1}B - 3B = \begin{bmatrix} 7 & -5 \\ 1 & 4 \end{bmatrix}$ صدق کند، مجموع درایه‌های ستون اول

ماتریس A^{-1} کدام است؟

۲ (۴)

۳ (صفر)

۲ (۱)

۱ (۱)

(متوسط - محاسباتی - استاندارد) - هندسه ۳ صفحه ۲۳ - ۱۲۰۱

پاسخ: گزینه ۳

ابتدا از ماتریس B از سمت راست فاکتور می‌گیریم:

$$A^{-1}B - 3B = \begin{bmatrix} 7 & -5 \\ 1 & 4 \end{bmatrix} \Rightarrow (A^{-1} - 3I)B = \begin{bmatrix} 7 & -5 \\ 1 & 4 \end{bmatrix}$$

طرفین تساوی فوق را از سمت راست در B^{-1} ضرب می‌کنیم:

$$A^{-1} - 3I = \begin{bmatrix} 7 & -5 \\ 1 & 4 \end{bmatrix} B^{-1}; \quad B^{-1} = \frac{1}{-1-2} \begin{bmatrix} 1 & -2 \\ -1 & -1 \end{bmatrix} = \frac{1}{3} \begin{bmatrix} -1 & 2 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}$$

با جای‌گذاری ماتریس B^{-1} در طرف راست معادله داریم:

$$\Rightarrow A^{-1} - 3I = \frac{1}{3} \begin{bmatrix} 7 & -5 \\ 1 & 4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -1 & 2 \\ 1 & 1 \end{bmatrix} = \frac{1}{3} \begin{bmatrix} -12 & 9 \\ 3 & 6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -4 & 3 \\ 1 & 2 \end{bmatrix}$$

$$\Rightarrow A^{-1} = \begin{bmatrix} -4 & 3 \\ 1 & 2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 3 & 0 \\ 0 & 3 \end{bmatrix} \Rightarrow A^{-1} = \begin{bmatrix} -1 & 3 \\ 1 & 5 \end{bmatrix}$$

در نتیجه مجموع درایه‌های ستون اول ماتریس A^{-1} برابر صفر است.

عکس قانون توزیع‌پذیری

در ماتریس‌ها عکس قانون توزیع‌پذیری یا پخش‌پذیری نیز درست است، اما به شرط آن‌که دو ماتریس **در یک سمت** باشند، مثلاً هر دو در سمت چپ یا هر دو در سمت راست.

چند نمونه باحال ببین!

$$AB + AC = A(B + C)$$

$$AB + A = AB + AI = A(B + I)$$

$$B^2 + AB = (B + A)B$$

$$AC + 2C = (A + 2I)C$$

وارون ماتریس

شرط لازم و کافی برای آن‌که ماتریس $A = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}$ وارون‌پذیر باشد، آن است که:

$$|A| = ad - bc \neq 0$$

و وارون آن به صورت زیر محاسبه می‌شود:

$$A^{-1} = \frac{1}{ad - bc} \begin{bmatrix} d & -b \\ -c & a \end{bmatrix}$$

مشابه این سؤال، در سؤال ۳۲ کنکور ریاضی ۱۴۰۳ خارج مطرح شده بود.



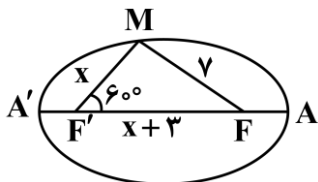
۳۵- خروج از مرکز بیضی شکل مقابل کدام است؟ (F و F' کانون‌های بیضی‌اند).

$$\frac{2}{3} \quad (2)$$

$$\frac{3}{7} \quad (4)$$

$$\frac{1}{2} \quad (1)$$

$$\frac{3}{5} \quad (3)$$



(متوسط - ترکیبی - استاندارد) - هندسه ۳ صفحه ۴۹ - ۱۲۰۲

پاسخ: گزینه ۲

به کمک قضیه کسینوس‌ها در مثلث MFF' داریم:

$$49 = x^2 + (x+3)^2 - 2(x)(x+3)\cos 60^\circ$$

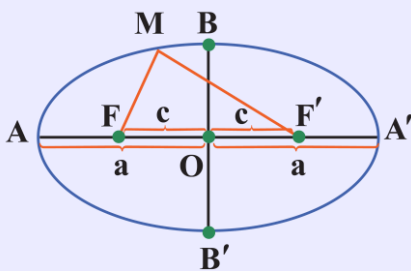
$$\Rightarrow 49 = 2x^2 + 6x + 9 - 2(x^2 + 3x)\left(\frac{1}{2}\right) \Rightarrow x^2 + 3x - 40 = 0$$

$$\Rightarrow (x+8)(x-5) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = -8 \\ x = 5 \end{cases} \xrightarrow{x > 0} x = 5 \Rightarrow \begin{cases} 2a = MF + MF' = 5 + 7 = 12 \Rightarrow a = 6 \\ FF' = 2c = 8 \Rightarrow c = 4 \end{cases}$$

$$\Rightarrow e = \frac{c}{a} = \frac{4}{6} = \frac{2}{3}$$



همه نقاطی از صفحه که مجموع فاصله‌های آن‌ها از دو نقطه ثابت F و F' برابر با مقدار ثابتی باشد، یک بیضی تشکیل می‌دهند. اگر آن مقدار ثابت را (2a) در نظر بگیریم، داریم:



$$MF + MF' = 2a$$

$$AA' = 2a$$

می‌توان نشان داد:

در بیضی با کانون‌های F و F'، نقاط A و A' را دو سر قطر بزرگ بیضی و نقاط B و B' را دو سر قطر کوچک بیضی می‌گویند. می‌توان نشان داد اگر FF' = 2c و BB' = 2b باشد، آن‌گاه همواره:

$$a^2 = b^2 + c^2$$

AA' را قطر کانونی و BB' را قطر غیرکانونی بیضی و FF' را فاصله کانونی بیضی می‌گویند.

 خروج از مرکز بیضی

در هر بیضی نسبت $e = \frac{c}{a}$ را **خروج از مرکز بیضی** می‌نامند، این نسبت **میزان کشیدگی** بیضی را نشان می‌دهد. هر چه به ۱ نزدیک‌تر باشد بیضی به **پاره‌خط** شبیه‌تر است و هر چه به **صفر نزدیک‌تر** باشد، بیضی به **دایره** شبیه‌تر است.



۳۶- بردار $\vec{a}$ با بردار $\vec{b} = (1, -2, 2)$ موازی است. اگر تصویر قائم بردار $\vec{a}$ روی بردار $\vec{c} = (1, 1, 2)$ همان بردار $\vec{c}$ باشد، اندازه بردار $\vec{a}$ کدام است؟

$$\frac{\sqrt{10}}{3} \quad (۴)$$

$$۶ \quad (۳)$$

$$۳\sqrt{۵} \quad (۲)$$

$$۳ \quad (۱)$$

(متوسط - ترکیبی - استاندارد) - هندسه ۳ صفحه ۸۰ - ۱۲۰۳

پاسخ: گزینه ۳

طبق گفته سؤال، **تصویر قائم** بردار $\vec{a}$ روی بردار $\vec{c}$ ، همان بردار $\vec{c}$ است، پس:

$$\vec{c} = \left(\frac{\vec{a} \cdot \vec{c}}{|\vec{c}|^2} \right) \vec{c} \Rightarrow \frac{\vec{a} \cdot \vec{c}}{|\vec{c}|^2} = 1 \Rightarrow \vec{a} \cdot \vec{c} = |\vec{c}|^2$$

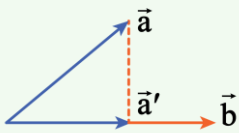
از طرفی، می‌دانیم بردار $\vec{a}$ با بردار $\vec{b} = (1, -2, 2)$ موازی است، پس این بردار به صورت $\vec{a} = k\vec{b} = (k, -2k, 2k)$ است و خواهیم داشت:

$$(k, -2k, 2k) \cdot (1, 1, 2) = (\sqrt{1+1+4})^2 \Rightarrow k - 2k + 4k = 6 \Rightarrow k = 2$$

$$\Rightarrow \vec{a} = (2, -4, 4) \Rightarrow |\vec{a}| = \sqrt{4+16+16} = \sqrt{36} = 6$$

 تصویر قائم یک بردار روی برداری دیگر

اگر بردار $\vec{a}'$ تصویر قائم بردار $\vec{a}$ روی بردار $\vec{b}$ باشد، داریم:



$$\vec{a}' = \left(\frac{\vec{a} \cdot \vec{b}}{|\vec{b}|^2} \right) \vec{b}$$

مشابه این سؤال، در سؤال ۱۳۳ کنکور ریاضی ۱۳۹۵ خارج مطرح شده بود.



۳۷- اگر $a | ۷۲! + ۱۷۵$ ، آن‌گاه a کدام می‌تواند باشد؟

$$۱۳ \quad (۴)$$

$$۱۱ \quad (۳)$$

$$۷ \quad (۲)$$

$$۳ \quad (۱)$$

(آسان - مفهومی - سریع) - گسسته صفحه ۱۲ - ۱۲۰۱

پاسخ: گزینه ۲

عدد $۷۲!$ به تمام اعداد نوشته شده در گزینه‌ها بخش پذیر است ولی عدد ۱۷۵ که به صورت ۷×۵^2 تجزیه می‌شود، در بین اعداد موجود در گزینه‌ها، فقط به ۷ بخش پذیر است، پس:

$$\left. \begin{array}{l} ۷ | ۷۲! \\ ۷ | ۱۷۵ \end{array} \right\} \Rightarrow ۷ | ۷۲! + ۱۷۵$$

 بخش پذیری و عاد کردن

اگر عدد صحیح b بر عدد صحیح **غیرصفر** a بخش پذیر باشد (یعنی b مضرب a و یا a مقسوم علیه b باشد)، آن‌گاه می‌نویسیم:

$$a | b$$

$$a | b \Leftrightarrow \exists q \in \mathbb{Z}; b = aq$$

به عبارت دیگر:

ویژگی‌ها: اگر a, b, c, m و n اعداد صحیح باشند، آن‌گاه:

- ۱) $a \mid a, a \mid 0, a \mid a$ ۲) $a \mid b \Rightarrow a \mid bc$
- ۳) $a \mid b, b \mid c \Rightarrow a \mid c$ ۴) $a \mid b, a \mid c \Rightarrow \begin{cases} a \mid b \pm c \\ a \mid mb + nc \end{cases}$

مشابه این سؤال، در سؤال ۳۶ کنکور ریاضی اردیبهشت‌ماه ۱۴۰۱ مطرح شده بود.



۳۸- اگر $72^{12} + 21^{12} \equiv 2^m$ برقرار باشد، آن‌گاه m کدام می‌تواند باشد؟

۷ (۴)

۵ (۳)

۴ (۲)

۳ (۱)

(متوسط - مفهومی/محاسباتی - استاندارد) - گسسته صفحه ۲۱ - ۱۲۰۱

پاسخ: گزینه ۳

از رد گزینه‌ها کمک می‌گیریم:



هر دو عدد 72^{12} و 21^{12} مضرب ۳ هستند، پس مجموع آن‌ها نیز مضرب ۳ خواهد شد که در این صورت:

$$72^{12} + 21^{12} \equiv 0$$



$$72^{12} + 21^{12} \equiv 1$$

72^{12} مضرب ۴ شده و 21^{12} در تقسیم بر ۴ باقی‌مانده ۱ دارد، پس:



$$72^{12} + 21^{12} \equiv 1$$

21^{12} مضرب ۷ شده و $72^{12} \equiv 21^{12} \equiv 1$ و نیز $21^{12} \equiv (2^3)^4 \equiv 1$ و بنابراین:



اثبات درستی گزینه ۳:

$$\left. \begin{array}{l} 72 \equiv 2 \Rightarrow 72^2 \equiv 4 \equiv -1 \Rightarrow 72^{12} \equiv 1 \\ 21 \equiv 1 \Rightarrow 21^{12} \equiv 1 \end{array} \right\} \Rightarrow 72^{12} + 21^{12} \equiv 2$$



دو عدد a و b در پیمانه m هم‌نهشت‌اند اگر در تقسیم a و b بر m باقی‌مانده‌ها یکسان باشند. به عبارت دیگر:

$$a = mq + r \Rightarrow a \equiv r^m$$

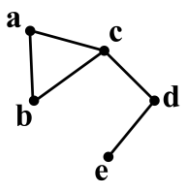
ویژگی‌ها:

- ۱) $a \equiv b \Rightarrow a \equiv b \pm mq^m$ (مضارب پیمانه را می‌توان به طرفین هم‌نهشتی اضافه یا کم کرد.)
- ۲) $a \equiv b \Rightarrow m \mid b - a$
- ۳) $a \equiv b \Rightarrow a \pm c \equiv b \pm c, \quad ac \equiv bc^m$
- ۴) $a \equiv b \Rightarrow a^n \equiv b^n^m$

$$5) \begin{cases} a \equiv b, c \equiv d \Rightarrow \begin{cases} a + c \equiv b + d \\ a - c \equiv b - d \\ ac \equiv bd \end{cases} \end{cases}$$

$$6) ac \equiv bc \xrightarrow{(c,m)=d} a \equiv b$$

$$\text{نتیجه: } ac \equiv bc \xrightarrow{(m,c)=1} a \equiv b$$



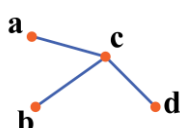
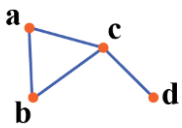
۳۹- گراف مقابل چند زیرگراف از مرتبه ۴ با عدد احاطه‌گری ۱ دارد؟

- (۱) صفر
(۲) ۱
(۳) ۲
(۴) ۴

(آسان - مفهومی - سریع) - گسسته صفحه ۴۴ - ۱۲۰۲

پاسخ: گزینه ۳

باید زیرگراف موردنظر با ۴ رأس دارای رأس درجه ۳ باشد تا عدد احاطه‌گری ۱ شود، پس رأس c حتماً باید در بین ۴ رأس وجود داشته باشد و همچنین رئوس متصل به آن یعنی a، b و c، بنابراین فقط یال ab می‌تواند در زیرگراف باشد یا نباشد، پس دو زیرگراف زیر جواباند:



زیرگراف

یک زیرگراف از گراف G، گرافی است که رأس‌های آن زیرمجموعه رأس‌های G و یال‌های آن زیرمجموعه یال‌های G است به شرطی که رئوس مربوط به دو سر این یال در زیرگراف وجود داشته باشند.

مجموعه احاطه‌گر

زیرمجموعه‌ای از مجموعه رئوس G است، به طوری که هر رأس از G یا در این زیرمجموعه است یا با عضوی از این زیرمجموعه مجاور است. مجموعه احاطه‌گر با کمترین تعداد عضو را مجموعه احاطه‌گر مینیمم می‌گویند و تعداد اعضای آن را عدد احاطه‌گری گراف می‌نامند.



۴۰- جعبه‌ای شامل ۴ مهره سبز، ۷ مهره آبی، ۹ مهره سفید و ۱۰ مهره قرمز است. از آن جعبه حداقل چند مهره برداریم تا مطمئن شویم در بین مهره‌های منتخب، رنگی وجود دارد که از آن رنگ حداقل ۶ مهره موجود باشد؟

- (۱) ۲۳ (۲) ۲۵ (۳) ۲۱ (۴) ۲۰

(متوسط - مفهومی - استاندارد) - گسسته صفحه ۸۲ - ۱۲۰۳

پاسخ: گزینه ۴

بدترین حالت آن است که ۴ مهره سبز، ۵ مهره آبی، ۵ مهره سفید و ۵ مهره قرمز استخراج شده باشد. با استخراج ۱ + (۴ + ۵ + ۵ + ۵) یعنی ۲۰ مهره، مهره آخر از هر رنگی که باشد قطعاً ۶ مهره هم‌رنگ از یکی از سه رنگ آبی، سفید یا قرمز خواهیم داشت.

 اصل لانه کبوتری و بدترین حالت ممکن

نوعی از سؤالات مربوط به اصل لانه کبوتری هستند که با در نظر گرفتن بدترین حالت ممکن به جواب می‌رسند. به این صورت که به بدترین شکلی که می‌توانیم کبوترها را در لانه‌ها جای می‌دهیم تا شرط مطلوب برآورده نشود، تا به جایی می‌رسیم که اگر تنها یک کبوتر دیگر را در هر لانه‌ای جای بدهیم شرط مطلوب برآورده می‌شود.

مشابه این سؤال، در سؤال ۳۹ کنکور ریاضی تیرماه ۱۴۰۴ و سؤال ۱۴۴ کنکور ریاضی ۱۳۹۰ خارج مطرح شده بود.





برای دیدن پاسخنامه ویدئویی آزمون
QR Code بالا را اسکن یا روی آن کلیک کنید!

جامع شبیه‌ساز کنکور سراسری

بودجه‌بندی
این آزمون

- ۴۱- خودرویی با تندی ثابت $120 \frac{\text{km}}{\text{h}}$ یک مسیر مستقیم به طول 360 km را طی می‌کند. اگر این خودرو با تندی ثابت $100 \frac{\text{km}}{\text{h}}$ حرکت می‌کرد، چند دقیقه دیرتر از حالت قبل به مقصد می‌رسید؟
- (۱) ۶ (۲) ۳۰ (۳) ۳۶ (۴) ۶۰

(آسان - محاسباتی - سریع ۶ - صفحه ۱۳ - ۱۲۰۱)

پاسخ: گزینه ۳

به کمک رابطه $\Delta x = v \Delta t$ ، مدت زمان حرکت خودرو در هر دو حالت را به دست می‌آوریم:

$$\Delta x = v \Delta t \Rightarrow \begin{cases} \text{حالت اول: } 360 = 120 \Delta t_1 \Rightarrow \Delta t_1 = 3 \text{ h} \\ \text{حالت دوم: } 360 = 100 \Delta t_2 \Rightarrow \Delta t_2 = 3.6 \text{ h} \end{cases}$$

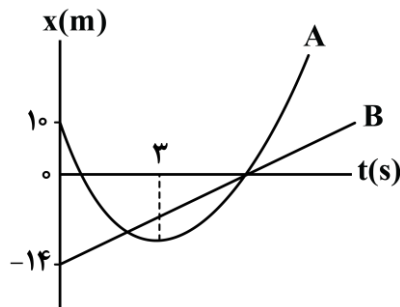
$$\Delta t = \Delta t_2 - \Delta t_1 = 3.6 \text{ h} - 3 \text{ h} = 0.6 \text{ h} = 0.6 \times 60 = 36 \text{ min}$$

راهنمای مسیریابی

خب این اولین سؤال دفترچه هست و به عنوان دست‌گرمی سؤال راحتی.



- ۴۲- نمودار مکان - زمان دو متحرک A و B که اولی با شتاب ثابت و دومی با سرعت ثابت بر روی محور x در حال حرکت هستند، مطابق شکل زیر است. اگر سرعت متوسط متحرک A در بازه زمانی $t = 1 \text{ s}$ تا $t = 2 \text{ s}$ برابر با $12 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ باشد، سرعت متحرک B چند واحد SI است؟



- (۱) $2/8$
(۲) $2/5$
(۳) $3/2$
(۴) $3/5$

(سخت - استدلالی - زمان‌بر ۶ - صفحه ۲۱ - ۱۲۰۱)

پاسخ: گزینه ۱

گام اول

متحرک A با شتاب ثابت حرکت می‌کند و با توجه به نمودار، در لحظه ۳s، سرعت متحرک A صفر شده است:

$$v_A = a_A t + v_{A0} \xrightarrow[t=3s]{v_A=0} 0 = 3a_A + v_{A0} \Rightarrow v_{A0} = -3a_A \Rightarrow v_A = a_A t - 3a_A \quad (*)$$

گام دوم

می‌دانیم در حرکت با شتاب ثابت، سرعت متوسط در بازه زمانی ۲s تا ۱s، برابر با سرعت لحظه‌ای متحرک در لحظه ۶s است: $\frac{2+1}{2} = 6 \text{ s}$

$$v_{A(6s)} = (v_{Av_A})_{2s-1s} \xrightarrow{(*)} 6a_A - 3a_A = 12 \Rightarrow a_A = 4 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}, v_{A0} = -12 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$x = \frac{1}{2} a t^2 + v_{A0} t + x_0 \xrightarrow{x_0=-14} x_A = 2t^2 - 12t + 10$$

در لحظه‌ای که دومین بار متحرک A در مبدأ مکان بوده، متحرک B نیز در مبدأ مکان است:

$$x_A = 0 \Rightarrow 2t^2 - 12t + 10 = 0 \xrightarrow{2-12+10=0} \begin{cases} t_1 = 1s \quad (*) \\ t_2 = \frac{10}{2} = 5s \quad (✓) \end{cases}$$

متحرک B که با سرعت ثابت در حرکت است، در لحظه 5s در مبدأ مکان است:

$$x_B = v_B t + x_{0B} = v_B t - 14 \xrightarrow[t_B=0]{t=5s} 0 = 5v_B - 14 \Rightarrow v_B = \frac{14}{5} = 2.8 \frac{m}{s}$$

با توجه به این که این سؤال، اوایل دفترچه هست و سؤال زمان‌بری هم هست، برای حلش عجله نکن. دور اول ازش رد شو و با توجه به بقیه سؤالات تصمیم بگیر.



۴۳- متحرکی با شتاب ثابت $2 \frac{m}{s^2}$ از حال سکون شروع به حرکت می‌کند. سرعت متوسط این متحرک در ثانیه هشتم چند برابر سرعت متوسط آن در ثانیه دهم است؟

$$\frac{15}{19} \quad (۴)$$

$$\frac{15}{21} \quad (۳)$$

$$\frac{17}{19} \quad (۲)$$

$$\frac{17}{21} \quad (۱)$$

(متوسط - محاسباتی - استاندارد) - صفحه ۱۷ - ۱۲۰۱

پاسخ: گزینه ۴

معادله مکان - زمان متحرک را می‌نویسیم:

$$x = \frac{1}{2} a t^2 + v_0 t + x_0 \xrightarrow[a=2 \frac{m}{s^2}]{v_0=0} x = \frac{1}{2} (2) t^2 + (0) t + x_0 \Rightarrow x = t^2 + x_0$$

مکان متحرک را در لحظات $t_1 = 7s$ ، $t_2 = 8s$ ، $t_3 = 9s$ و $t_4 = 10s$ به دست می‌آوریم:

$$x = t^2 + x_0 \Rightarrow \begin{cases} x_1 = 7^2 + x_0 = 49 + x_0 \\ x_2 = 8^2 + x_0 = 64 + x_0 \\ x_3 = 9^2 + x_0 = 81 + x_0 \\ x_4 = 10^2 + x_0 = 100 + x_0 \end{cases}$$

سرعت متوسط متحرک را در ثانیه هشتم و ثانیه دهم حرکت به دست می‌آوریم:

$$v_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t} \Rightarrow \begin{cases} v_{av(7-8)} = \frac{(64 + x_0) - (49 + x_0)}{8 - 7} = 15 \frac{m}{s} \\ v_{av(9-10)} = \frac{(100 + x_0) - (81 + x_0)}{10 - 9} = 19 \frac{m}{s} \end{cases}$$

نسبت $\frac{v_{av}(v-l)}{v_{av}(9-10)}$ را به دست می آوریم:

$$\frac{v_{av}(v-l)}{v_{av}(9-10)} = \frac{15}{19}$$

روش دوم

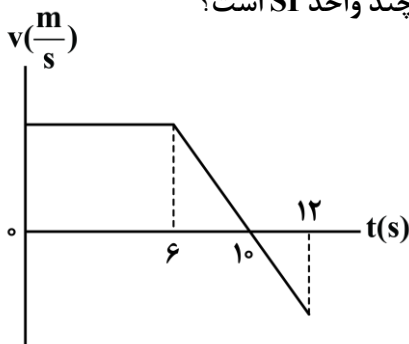
معادله سرعت - زمان حرکت را به دست آورده و لحظه های وسط دو بازه زمانی را در آن جایگذاری می کنیم تا سرعت متوسط در هر دو بازه به دست آید (با توجه به این که حرکت با شتاب ثابت است):

$$v = at + v_0 \xrightarrow{a=2 \frac{m}{s^2}, v_0=0} v = 2t \xrightarrow{t_1=\frac{v+l}{2}=v/5s, t_2=\frac{9+10}{2}=9/5s} \frac{v_1}{v_2} = \frac{2(v/5)}{2(9/5)} = \frac{15}{19}$$



۴۴- نمودار سرعت - زمان متحرکی که بر یک مسیر مستقیم حرکت می کند، مطابق شکل زیر است. اگر تندی متوسط متحرک در بازه

زمانی صفر تا ۱۲s، برابر با $8/5 \frac{m}{s}$ باشد، شتاب متوسط متحرک در ۶ ثانیه دوم حرکت چند واحد SI است؟



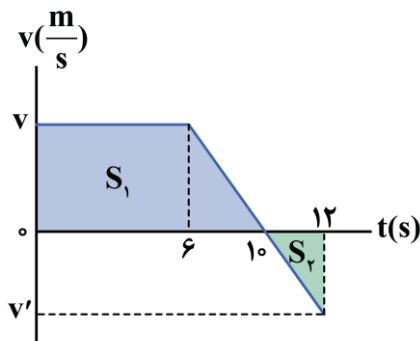
- (۱) -۱
- (۲) -۳
- (۳) ۳
- (۴) ۱

(متوسط - مفهومی/محاسباتی - استاندارد) - صفحه ۲۱ - ۱۲۰۱

پاسخ: گزینه ۲

کلم اول

اگر سرعت متحرک را در لحظات صفر و ۱۲s به ترتیب برابر با v و v' در نظر بگیریم، به کمک تشابه مثلثها داریم:



$$\frac{v}{-v'} = \frac{10-6}{12-10} \Rightarrow \frac{v}{v'} = -2 \Rightarrow v = -2v' \quad (*)$$

$$S_1 = \frac{(10+6)v}{2} = 8v, \quad S_2 = \frac{(12-10)(-v')}{2} = -v'$$

$$12s \text{ تا } 0s \text{ مسافت طی شده در بازه زمانی صفر تا } 12s: \ell = S_1 + S_2 = 8v - v' \xrightarrow{(*)} \ell = -17v'$$

$$s_{av} = \frac{\ell}{\Delta t} \Rightarrow 8/5 = \frac{-17v'}{12} \Rightarrow v' = -6 \frac{m}{s}, \quad v = 12 \frac{m}{s}$$

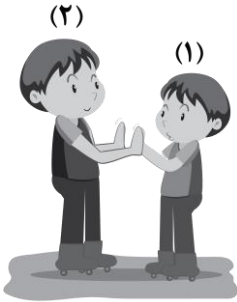
کلم آخر

شتاب متوسط متحرک در ۶ ثانیه دوم حرکت برابر است با:

$$a_{av} = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{v_{12s} - v_{6s}}{6} = \frac{v' - v}{6} = \frac{-6 - 12}{6} = -3 \frac{m}{s^2}$$



۴۵- دو شخص به جرم‌های m_1 و $m_2 > m_1$ با کفش‌های چرخ‌دار در یک سالن مسطح و صاف روبه‌روی هم ایستاده‌اند. شخص اول با نیروی $\vec{F}$ ، شخص دوم را به طرف چپ هل می‌دهد و شخص دوم با نیروی $\vec{F}'$ ، شخص اول را به طرف راست هل می‌دهد. کدام یک از روابط زیر صحیح است و این رابطه به کدام قانون نیوتون اشاره دارد؟



(۱) $\vec{F} = \vec{F}'$ اول

(۲) $\vec{F} = -\vec{F}'$ اول

(۳) $\vec{F} = \vec{F}'$ سوم

(۴) $\vec{F} = -\vec{F}'$ سوم

پاسخ: گزینه ۴

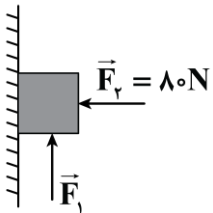
(آسان - مفهومی - سریع) - صفحه ۳۵ - ۱۲۰۲

طبق قانون سوم نیوتون، نیرویی که دو شخص به هم وارد می‌کنند، هم‌اندازه و در خلاف جهت هم هستند؛ بنابراین $\vec{F} = -\vec{F}'$ است.

مشابه با آزمون سراسری تجربی خارج از کشور ۱۴۰۱



۴۶- مطابق شکل زیر، دو نیروی F_1 و F_2 بر جسمی که به دیوار قائم تکیه داده شده وارد می‌شوند و جسم ساکن است. در دو حالتی که جسم در آستانه حرکت قرار می‌گیرد، اگر اختلاف بیش‌ترین و کم‌ترین بزرگی نیروی قائم F_1 برابر 64 N باشد، ضریب اصطکاک ایستایی بین سطح و جسم چقدر است؟



(۱) $0/2$

(۲) $0/25$

(۳) $0/4$

(۴) به جرم جسم بستگی دارد.

پاسخ: گزینه ۳

(متوسط - محاسباتی - استاندارد) - صفحه ۴۱ - ۱۲۰۲

کلم اول

$f_{s,max}$ $F_{1,min}$



اگر جسم در آستانه حرکت به سمت پایین باشد، F_1 کم‌ترین مقدار را دارد. طبق قانون دوم نیوتون داریم:

$$F_{1,min} = mg - f_{s,max}$$

mg

کلم دوم

$F_{1,max}$



اگر جسم در آستانه حرکت به سمت بالا باشد، F_1 بیش‌ترین مقدار را دارد. طبق قانون دوم نیوتون داریم:

$$F_{1,max} = mg + f_{s,max}$$

$f_{s,max}$ mg

کلم آخر

اختلاف بیش‌ترین و کم‌ترین مقدار F_1 برابر است با:

$$F_{1,max} - F_{1,min} = 2f_{s,max} = 2\mu_s F_N \xrightarrow{F_N = F_2 = 80\text{ N}} 64 = 2\mu_s \times 80$$

$$\Rightarrow \mu_s = 0/4$$



۴۷- ماهواره‌ای به جرم 60 kg در مسیر دایره‌ای به ارتفاع h از سطح زمین، در گردش است. اگر بزرگی نیروی مرکزگرای وارد بر ماهواره 3840 N باشد، h چند کیلومتر است؟ ($g = 10 \frac{\text{N}}{\text{kg}}$ و $R_e = 6400\text{ km}$: شعاع زمین)

(۴) 3600

(۳) 2400

(۲) 1800

(۱) 1600

بزرگی شتاب گرانشی ماهواره در ارتفاع h برابر است با:

$$W = mg' \Rightarrow 3840 = 600 \cdot g' \Rightarrow g' = 6/4 \frac{N}{kg}$$

می‌دانیم شتاب گرانش در سطح زمین و ارتفاع h از سطح زمین طبق رابطه‌های $g = \frac{GM_e}{R_e^2}$ و $g' = \frac{GM_e}{(R_e + h)^2}$ به دست می‌آید؛ بنابراین

$$\text{به کمک رابطه } \frac{g'}{g} = \left(\frac{R_e}{R_e + h}\right)^2 \text{ داریم:}$$

$$\frac{6/4}{10} = \left(\frac{6400}{6400 + h}\right)^2 \Rightarrow \frac{64}{100} = \left(\frac{6400}{6400 + h}\right)^2 \Rightarrow \frac{4}{5} = \frac{6400}{6400 + h}$$

$$\Rightarrow 6400 + h = 8000 \Rightarrow h = 1600 \text{ km}$$



۴۸- روی یک سطح افقی بدون اصطکاک، جسمی به جرم 2 kg با تندی $3 \frac{m}{s}$ به سمت غرب در حرکت است. یک نیروی ثابت F به طور پیوسته به مدت ۴ ثانیه به سمت شرق به جسم وارد می‌شود تا جسم متوقف شود و سپس به همان تندی به سمت شرق برسد. نیروی ثابت F ، چند نیوتون بوده است؟

۴/۵ (۴)

۳ (۳)

۱/۵ (۲)

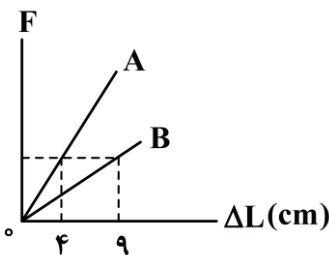
۶ (۱)

طبق رابطه تغییرات تکانه داریم:

$$\Delta p = m \Delta v = F_{av} \Delta t \Rightarrow 2(3 - (-3)) = F_{av} \times 4 \Rightarrow F_{av} = 3 \text{ N} \xrightarrow{F_{\text{ثابت}} = F_{av}} F = 3 \text{ N}$$



۴۹- نمودار نیرو بر حسب تغییر طول دو فنر A و B مطابق شکل زیر است. جسمی به جرم 20 g را یک بار به فنر A می‌آویزیم و جسم را کشیده و رها می‌کنیم تا سامانه جرم - فنر نوسان هماهنگ ساده انجام دهد. بار دیگر همان جسم را به فنر B آویخته و سامانه جرم - فنر را به نوسان هماهنگ ساده درمی‌آوریم. اگر اختلاف بسامد نوسان این دو سامانه برابر با 10 Hz باشد، ثابت فنر A چند واحد SI است؟ ($\pi^2 = 10$)



۳۶۰ (۱)

۸۱۰ (۲)

۷۲۰ (۳)

۴۰۵ (۴)

شیب خط نیروی وارد بر یک فنر بر حسب تغییرات طول آن برابر با ثابت فنر است؛ بنابراین با توجه به نمودار داریم:

$$\frac{k_A}{k_B} = \frac{9}{4} \quad (1)$$

با توجه به رابطه بسامد سامانه جرم - فنر داریم:

$$f = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{k}{m}} \xrightarrow{(1)} \frac{f_B}{f_A} = \sqrt{\frac{k_B}{k_A}} = \sqrt{\frac{4}{9}} = \frac{2}{3} \Rightarrow f_B = \frac{2}{3} f_A \quad (2)$$

اختلاف بسامد نوسان دو سامانه برابر با 10 Hz است؛ بنابراین:

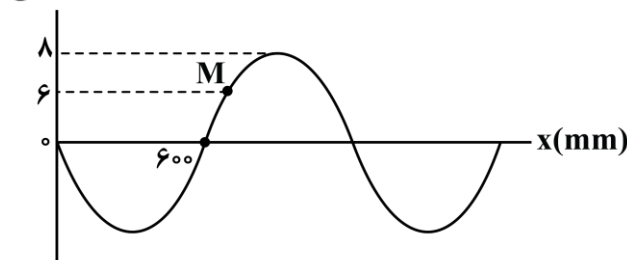
$$f_A - f_B = 10 \xrightarrow{(2)} f_A - \frac{2}{3}f_A = 10 \Rightarrow \frac{1}{3}f_A = 10 \Rightarrow f_A = 30\text{ Hz}$$

بنابراین برای نوسانگر A داریم:

$$f_A = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{k_A}{m}} \Rightarrow 30 = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{k_A}{20 \times 10^{-3}}} \Rightarrow 900 = \frac{1}{40} \times \frac{k_A}{0.02} \Rightarrow k_A = 720 \frac{\text{N}}{\text{m}}$$



۵- در شکل زیر، نمودار جابه‌جایی - مکان یک موج را در لحظه‌ی معینی مشاهده می‌کنید. اگر ذره M در مدت‌زمان 0.8 s مسافت 64 m را طی کند، تندی انتشار این موج چند متر بر ثانیه است؟



- (۱) ۱۰۰
- (۲) ۱۵۰
- (۳) ۳۰۰
- (۴) ۴۵۰

(متوسط - مفهومی/محاسباتی - استاندارد - صفحه ۷۳ - ۱۲۰۳)

پاسخ: گزینه ۳

کام اول

با توجه به نمودار داده‌شده در سؤال داریم:

$$\frac{\lambda}{2} = 600\text{ mm} = 60\text{ cm} \Rightarrow \lambda = 120\text{ cm}$$

کام دوم

می‌دانیم هر ذره در یک نوسان کامل، مسافت $4A$ را طی می‌کند؛ بنابراین با توجه به مسافت طی‌شده توسط ذره M داریم:

$$64 \times 10^2\text{ (cm)} = n \times 4 \times 120\text{ (cm)} \Rightarrow n = 200$$

در نتیجه ذره M در مدت‌زمان 0.8 s ، تعداد ۲۰۰ نوسان کامل انجام داده است؛ بنابراین دوره تناوب برابر است با:

$$n = \frac{t}{T} \Rightarrow 200 = \frac{0.8}{T} \Rightarrow T = 4 \times 10^{-3}\text{ s}$$

کام آخر

در نهایت تندی انتشار موج برابر است با:

$$\lambda = \frac{v}{f} \Rightarrow v = \lambda f \xrightarrow{f = \frac{1}{T}} v = \frac{\lambda}{T} \Rightarrow v = \frac{120 \times 10^{-2}}{4 \times 10^{-3}} \Rightarrow v = 300 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

نکته

برای محاسبه تعداد نوسان یک ذره که در مدت معین مسافت ℓ را طی می‌کند، از رابطه $n = \frac{\ell}{4A}$ استفاده می‌کنیم.



۵۱- در رابطه با بازتاب موج، کدام یک از گزینه‌های زیر نادرست است؟

- (۱) دستگاه لیتوتریپسی با استفاده از بازتاب امواج الکترومغناطیسی، برای شکستن سنگ‌های کلیه استفاده می‌شود.
- (۲) برای اندازه‌گیری تندی شارش خون در بدن، از مکان‌یابی پژواکی به کمک اثر دوپلر با به‌کارگیری امواج فراصوتی استفاده می‌شود.
- (۳) در سونوگرافی و دستگاه سونار از مکان‌یابی پژواکی استفاده می‌شود.
- (۴) در رادار دوپلری از مکان‌یابی پژواکی به کمک اثر دوپلر با به‌کارگیری امواج الکترومغناطیسی استفاده می‌شود.

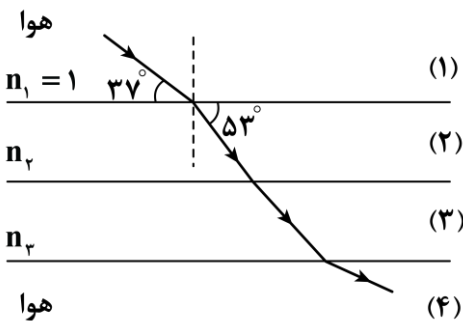
پاسخ: گزینه ۱ 

(آسان - حفظی - سریع ۵ - صفحه ۹۳ - ۱۲۰۴)

دستگاه لیتوتریپسی با استفاده از بازتاب امواج فراصوتی، برای شکستن سنگ‌های کلیه استفاده می‌شود؛ بنابراین گزینه (۱) نادرست است. سایر عبارت‌ها با توجه به متن کتاب درسی صحیح است.



۵۲- مطابق شکل زیر، پرتوی نور تک‌رنگی از محیط شفاف (۱) وارد محیط‌های شفاف دیگری می‌شود. سرعت انتشار پرتو در محیط (۴) چند برابر سرعت انتشار پرتو در محیط (۲) است؟ $(\sin 53^\circ = 0.8)$



- (۱) $\frac{4}{3}$
- (۲) $\frac{21}{20}$
- (۳) $\frac{20}{21}$
- (۴) $\frac{3}{4}$

پاسخ: گزینه ۱ 

(متوسط - محاسباتی - استاندارد ۶ - صفحه ۹۸ - ۱۲۰۴)

چون محیط (۴) و (۱) هر دو هوا هستند، می‌توان نتیجه گرفت $v_4 = v_1$ است. طبق قانون شکست عمومی می‌توان نوشت:

$$\begin{cases} \theta_1 = 90 - 37 = 53^\circ \\ \theta_2 = 90 - 53 = 37^\circ \end{cases} \Rightarrow \frac{\sin \theta_2}{\sin \theta_1} = \frac{v_2}{v_1} \Rightarrow \frac{\sin 37^\circ}{\sin 53^\circ} = \frac{v_2}{v_1} \Rightarrow \frac{0.6}{0.8} = \frac{v_2}{v_1} \Rightarrow \frac{v_1}{v_2} = \frac{4}{3} \xrightarrow{v_1 = v_4} \frac{v_4}{v_2} = \frac{4}{3}$$

راهنمای مسیرت 

طبیعتاً سرعت انتشار موج الکترومغناطیسی در هوا از محیط‌های دیگر باید بیشتر باشد؛ پس گزینه‌های (۳) و (۴) رو همون اول رد کن.



۵۳- دو تار با طول یکسان و دو انتهای بسته با نیروی کشش یکسانی کشیده شده‌اند. اگر سطح مقطع تار A، ۲۱ درصد بیش‌تر از سطح مقطع تار B و چگالی تار A، ۱۹ درصد کم‌تر از چگالی تار B باشد، به‌ترتیب از راست به چپ بسامد و طول موج هماهنگ اول در تار A، چند برابر بسامد و طول موج هماهنگ اول در تار B است؟

- (۱) $\frac{99}{100}$ ، $\frac{100}{99}$
- (۲) 1 ، $\frac{100}{99}$
- (۳) $\frac{100}{99}$ ، $\frac{99}{100}$
- (۴) $\frac{99}{100}$ ، 1

پاسخ: گزینه ۲ 

(متوسط - محاسباتی - استاندارد ۶ - صفحه ۱۰۷ - ۱۲۰۴)

کلام اول 

با توجه به رابطه تندی انتشار موج داریم:

$$v = \sqrt{\frac{F}{\rho A}} \xrightarrow{F: \text{ثابت}} \frac{v_A}{v_B} = \sqrt{\frac{\rho_B}{\rho_A} \times \frac{A_B}{A_A}}$$

$$\frac{A_A = A_B + \frac{21}{100} A_B = \frac{121}{100} A_B}{\rho_A = \rho_B - \frac{19}{100} \rho_B = \frac{81}{100} \rho_B} \rightarrow \frac{v_A}{v_B} = \sqrt{\frac{100}{81} \times \frac{100}{121}} = \frac{10 \times 10}{9 \times 11} = \frac{100}{99}$$



با توجه به رابطه بسامد هماهنگ λ_m و طول موج هماهنگ λ_m داریم:

$$\lambda_n = \frac{2L}{n} \xrightarrow{L_A=L_B, n=1} \lambda_{1A} = \lambda_{1B}$$

$$f_n = \frac{nv}{2L} \xrightarrow{v_A = \frac{100}{99} v_B} f_{1A} = \frac{100}{99} f_{1B}$$



۵۴- نوری تکفام با طول موج λ_1 به یک فلز تابیده شده است و انرژی جنبشی بیشینه فوتوالکترون‌ها در این حالت $3/6 \text{ eV}$ است. اگر نور تکفام دیگری با طول موج دو برابر حالت اول به همان فلز تابیده شود، انرژی جنبشی بیشینه فوتوالکترون‌ها به یک سوم حالت اول می‌رسد. تابع کار این فلز چند الکترون - ولت است؟

- (۱) ۰/۹ (۲) ۱/۲ (۳) ۱/۵ (۴) ۱/۸

(متوسط - محاسباتی - استاندارد) (صفحه ۱۲۰ - ۱۲۰۵)

پاسخ: گزینه ۲

دراثر فوتوالکتریک وقتی فوتون با طول موج λ به فلز برخورد می‌کند، بین انرژی فوتون ورودی (E)، تابع کار فلز (W_0) و انرژی جنبشی بیشینه فوتوالکترون ($K_{\max}$) رابطه زیر برقرار است:

$$E = hf = h \frac{c}{\lambda} = W_0 + K_{\max}$$

حال با استفاده از رابطه بالا برای دو حالت گفته‌شده در سؤال داریم:

$$\begin{cases} \frac{hc}{\lambda_1} = W_0 + K_{\max_1} \\ \frac{hc}{\lambda_2} = W_0 + K_{\max_2} \end{cases} \xrightarrow{\lambda_2 = 2\lambda_1} \begin{cases} \frac{hc}{\lambda_1} = W_0 + K_{\max_1} \\ \frac{hc}{2\lambda_1} = W_0 + K_{\max_2} \end{cases} \quad (*)$$

از رابطه (*) داریم:

$$W_0 + K_{\max_1} = 2(W_0 + K_{\max_2})$$

$$\xrightarrow{K_{\max_1} = 3/6 \text{ eV}} W_0 + 3/6 = 2W_0 + 2K_{\max_2}$$

$$\xrightarrow{K_{\max_2} = \frac{K_{\max_1}}{2} = 1/12 \text{ eV}} W_0 + 3/6 = 2W_0 + 2/12 \Rightarrow W_0 = 1/12 \text{ eV}$$



۵۵- در طیف اتم هیدروژن کوتاه‌ترین طول موج در سری پاشن ($n' = 3$) چند برابر کوتاه‌ترین طول موج در سری بالمر ($n' = 2$) است؟

- (۱) $\frac{4}{9}$ (۲) $\frac{3}{2}$ (۳) $\frac{9}{4}$ (۴) $\frac{2}{3}$

(متوسط - محاسباتی - استاندارد) (صفحه ۱۲۳ - ۱۲۰۵)

پاسخ: گزینه ۳

با توجه به رابطه خطوط طیفی اتم هیدروژن داریم:

$$\frac{1}{\lambda} = R \left(\frac{1}{n'^2} - \frac{1}{n^2} \right)$$

برای یافتن کوتاه‌ترین طول موج باید $n = \infty$ را در نظر بگیریم؛ در نتیجه داریم:

$$\frac{1}{\lambda_{\min}} = R \left(\frac{1}{n'^2} - \frac{1}{\infty} \right) = \frac{R}{n'^2} \Rightarrow \lambda_{\min} = \frac{n'^2}{R} \Rightarrow \frac{\lambda_{\min}}{\lambda_{\min \text{ بالمر}}} = \left(\frac{n'_{\text{پاشن}}}{n'_{\text{بالمر}}} \right)^2 = \left(\frac{3}{2} \right)^2 = \frac{9}{4}$$



کوتاه‌ترین طول موج هر رشته از رابطه $\lambda_{\min} = \frac{n'^2}{R}$ به دست می‌آید.



۵۶- در رابطه با هسته اتم و نیروی هسته‌ای، چه تعداد از عبارات‌های زیر صحیح است؟

الف - نیروی هسته‌ای کوتاه‌برد است و مستقل از بار الکتریکی است.

ب - اختلاف بین ترازهای انرژی در هسته از مرتبه keV تا MeV است؛ بنابراین هسته‌ها در واکنش‌های شیمیایی برانگیخته نمی‌شوند.

ج - نوکلئون‌های داخل هسته می‌توانند هر انرژی دلخواهی را اختیار کنند.

(۱) صفر (۲) ۱ (۳) ۲ (۴) ۳

(آسان - خطبه‌خط - استاندارد ۱۴۱ - صفحه ۱۲۰۶)

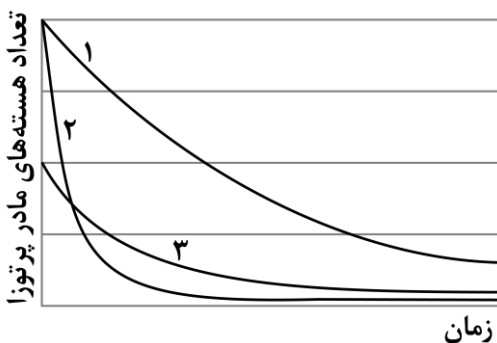
پاسخ: گزینه ۳

عبارات‌های «الف» و «ب» صحیح هستند و عبارت «ج» نادرست است.

انرژی نوکلئون‌های وابسته به هسته نیز مانند انرژی الکترون‌های وابسته به اتم، کوانتیده‌اند و نوکلئون‌های درون هسته نمی‌توانند هر انرژی دلخواهی را اختیار کنند.



۵۷- شکل زیر، نمودار تغییرات تعداد هسته‌های مادر پرتوزای سه نمونه را بر حسب زمان نشان می‌دهد. کدام گزینه صحیح است؟



(۱) در مدت‌زمان یک نیمه‌عمر نمونه (۲)، بیش از نیمی از هسته‌های نمونه (۱) واپاشیده شده‌اند.

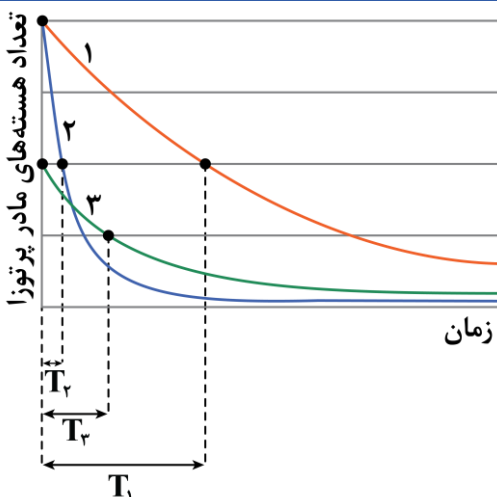
(۲) در مدت‌زمان یک نیمه‌عمر نمونه (۳)، بیش از نیمی از هسته‌های نمونه (۲) فعال باقی می‌مانند.

(۳) نیمه‌عمر نمونه (۱) بیش‌تر از نیمه‌عمر نمونه (۳) است.

(۴) نیمه‌عمر نمونه (۲) بیش‌تر از نیمه‌عمر نمونه (۳) است.

(آسان - مفهومی - استاندارد ۱۴۷ - صفحه ۱۲۰۶)

پاسخ: گزینه ۳



نیمه‌عمر برابر مدت‌زمانی است که طول می‌کشد تا تعداد هسته‌های مادر پرتوزا به نصف برسد. با توجه به شکل مقابل $T_1 < T_2 < T_3$ است؛ بنابراین گزینه (۳) درست و گزینه (۴) نادرست است.

با توجه به نمودار روبه‌رو، گزینه‌های (۱) و (۲) نادرست هستند.



۵۸- بار الکتریکی هسته اتم دو بار یونیده ${}^{20}_{10}\text{X}^{2+}$ چند برابر بار الکتریکی اتم یک بار یونیده ${}^{12}_{6}\text{Y}^{+}$ است؟

- (۱) $\frac{5}{3}$ (۲) $\frac{4}{3}$ (۳) ۸ (۴) ۱۰

پاسخ: گزینه ۴

(آسان - محاسباتی - سریع ۶ - صفحه ۴ - ۱۱۰۱)

هسته اتم ${}^{20}_{10}\text{X}^{2+}$ ، ۱۰ پروتون دارد؛ بنابراین اندازه بار الکتریکی هسته آن برابر $q_1 = +10e$ است.

اتم یک بار یونیده ${}^{12}_{6}\text{Y}^{+}$ ، ۶ پروتون و ۵ الکترون دارد؛ بنابراین اندازه بار الکتریکی اتم برابر $q_2 = 6e - 5e = +e$ است.

$$\frac{q_1}{q_2} = \frac{+10e}{+e} = 10$$



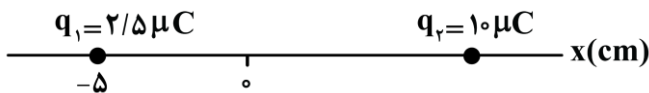
۵۹- مطابق شکل زیر، بارهای الکتریکی q_1 و q_2 روی محور x ثابت شده‌اند. در مبدأ مختصات، بار الکتریکی q_3 را قرار می‌دهیم و نیروی الکتریکی خالص وارد بر هر سه بار صفر می‌شود. بار q_3 چند میکروکولن است؟

(۱) $-\frac{10}{9}$

(۲) $\frac{10}{9}$

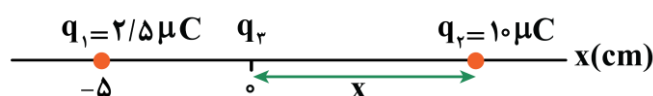
(۳) -۲

(۴) ۲



(متوسط - محاسباتی - استاندارد ۷ - صفحه ۱۰ - ۱۱۰۱)

پاسخ: گزینه ۱



بار نقطه‌ای q_3 را در مبدأ مختصات قرار می‌دهیم. برای این که بار q_3 در حال تعادل باشد، باید نیروی الکتریکی خالص وارد بر آن صفر شود:

$$F_{13} = F_{23} \Rightarrow k \frac{|q_1||q_3|}{r_{13}^2} = k \frac{|q_2||q_3|}{r_{23}^2} \Rightarrow \frac{|q_1|}{r_{13}^2} = \frac{|q_2|}{r_{23}^2} \Rightarrow \frac{2/5}{(\Delta)^2} = \frac{10}{x^2}$$

$$\frac{2/5}{25} = \frac{10}{x^2} \Rightarrow x^2 = 100 \Rightarrow x = 10 \text{ cm}$$

اکنون شرط تعادل یکی از بارهای q_1 یا q_2 را در نظر می‌گیریم:

$$F_{21} = F_{31} \Rightarrow k \frac{|q_2||q_1|}{r_{21}^2} = k \frac{|q_3||q_1|}{r_{31}^2} \Rightarrow \frac{|q_2|}{r_{21}^2} = \frac{|q_3|}{r_{31}^2} \Rightarrow \frac{10}{(\Delta)^2} = \frac{|q_3|}{(\Delta)^2}$$

$$\frac{10}{10^2} = \frac{|q_3|}{10^2} \Rightarrow |q_3| = \frac{10}{9} \mu\text{C}$$

چون بار q_1 خارج از فاصله بین دو بار q_2 و q_3 در حالت تعادل قرار دارد؛ بنابراین بارهای q_2 و q_3 ناهم‌نام‌اند:

$$q_3 = -\frac{10}{9} \mu\text{C}$$



۶۰- شعاع کره فلزی A سه برابر شعاع کره فلزی B است. اگر بار الکتریکی کره A، ۵۰ درصد بیش‌تر از بار الکتریکی کره B باشد، چگالی سطحی بار الکتریکی کره A، چند برابر چگالی سطحی بار الکتریکی کره B است؟

(۴) $\frac{\sqrt{3}}{2}$

(۳) $\frac{1}{2}$

(۲) $\frac{1}{18}$

(۱) $\frac{1}{6}$

رابطه چگالی سطحی بار را برای دو کره می‌نویسیم:

توجه!

با توجه به این که بار الکتریکی کره A، ۵۰ درصد بیش‌تر از بار الکتریکی کره B است، درمی‌یابیم $q_A = q_B + \frac{50}{100} q_B = 1.5 q_B$ است.

$$\sigma = \frac{q}{4\pi r^2} \Rightarrow \frac{\sigma_A}{\sigma_B} = \frac{q_A}{q_B} \times \left(\frac{r_B}{r_A}\right)^2$$

$$\frac{\sigma_A}{\sigma_B} = \left(\frac{1.5 q_B}{q_B}\right) \left(\frac{r_B}{3 r_B}\right)^2 = \frac{3}{2} \times \frac{1}{9} = \frac{1}{6}$$



۶۱- جرم ۱۰۰ متر از یک نوع سیم مسی استوانه‌ای شکل، ۲ kg است. مقاومت الکتریکی این سیم چند اهم است؟ (چگالی و مقاومت ویژه مس را به ترتیب، $9 \frac{g}{cm^3}$ و $1/7 \times 10^{-8} \Omega.m$ در نظر بگیرید.)

۱۷۰ (۴)

۵۱۰ (۳)

۰/۵۱ (۲)

۰/۱۷ (۱)

حجم سیم با سطح مقطع A و طول L برابر $V = AL$ است. چگالی سیم را ρ' در نظر می‌گیریم؛ بنابراین طبق رابطه $R = \frac{\rho L}{A}$ داریم:

$$R = \frac{\rho L}{A} \times \frac{L}{L} = \frac{\rho L^2}{AL} = \frac{\rho L^2}{V} \xrightarrow{V = \frac{m}{\rho'}} R = \frac{\rho L^2}{\frac{m}{\rho'}} = \frac{\rho \rho' L^2}{m}$$

بنابراین، مقاومت سیم برابر است با:

$$R = \frac{(1/7 \times 10^{-8}) \times (9 \times 10^3) \times 100^2}{3} = 0.51 \Omega$$

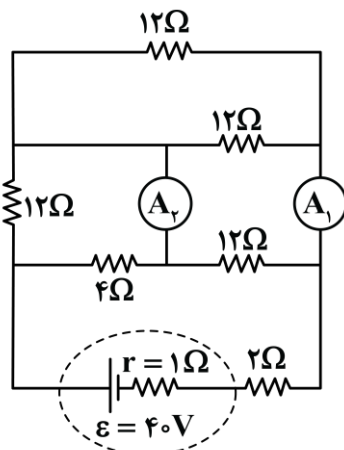
راهنمای مسیرت

حتماً روابط کمکی $R = \frac{\rho L}{A}$ رو با حجم و جرم یاد بگیر! طراح کنکور جدیداً زیاد مطرحش می‌کنه!

مشابه آزمون سراسری تجربی تیرماه ۱۴۰۴



۶۲- در مدار زیر، آمپرسنج‌های آرمانی A_1 و A_2 ، به ترتیب از راست به چپ چند آمپر را نشان می‌دهند؟



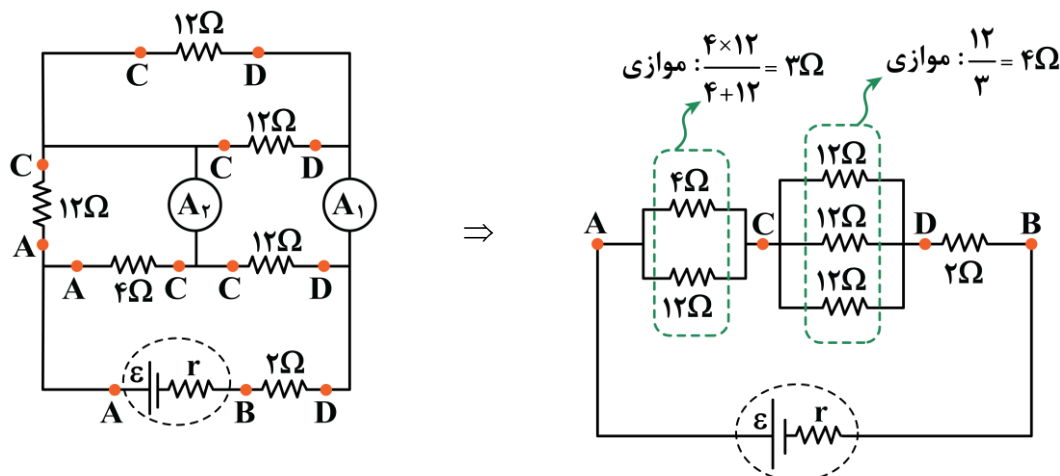
(۱) $\frac{5}{3}, \frac{8}{3}$

(۲) $\frac{4}{3}, \frac{8}{3}$

(۳) $\frac{5}{3}, \frac{7}{3}$

(۴) $\frac{4}{3}, \frac{7}{3}$

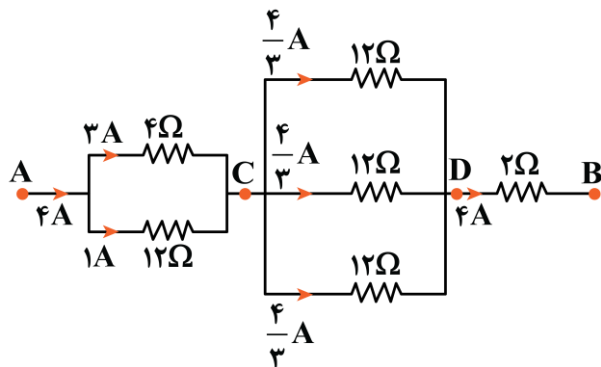
ابتدا شکل مدار را ساده تر رسم می کنیم و پس از آن مقاومت معادل را به دست می آوریم. اگر دو سر باتری را A و B نام گذاری کنیم، داریم:



در نتیجه مقاومت معادل برابر با $R_{eq} = 3 + 4 + 2 = 9\Omega$ و جریان کل مدار به صورت زیر است:

$$I = \frac{\varepsilon}{R_{eq} + r} = \frac{40}{9 + 1} = 4A$$

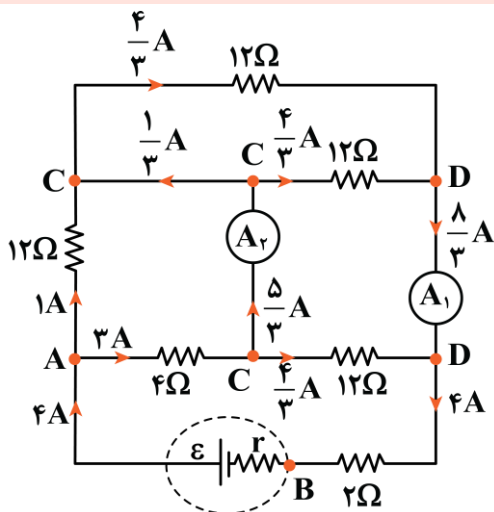
اکنون جریان عبوری از تک تک مقاومت ها را محاسبه می کنیم. می دانیم در مقاومت های موازی ولتاژ دو سر مقاومت ها یکسان و نسبت جریان ها عکس نسبت مقاومت ها است؛ بنابراین داریم:



توجه!

جهت جریان از A به C، از C به D و از D به B است.

در پایان، مدار را به حالت اول برمی گردانیم و جریان های به دست آمده را روی آن مشخص می کنیم.

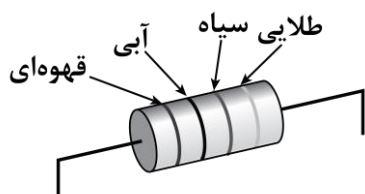


در نتیجه طبق شکل، آمپرسنج A_1 جریان $\frac{4}{3}A$ و آمپرسنج A_2 جریان $\frac{5}{3}A$ را نشان می دهد.

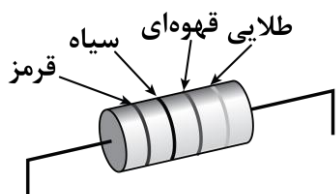
وقتی توی دفترچه سؤال به این تست رسیدی، حتماً به زمان باقی‌موندت نگاه کن. اگه فرصت نداشتی رد شو. چون اگه بخوای درگیر این سؤال بشی از سؤال‌های راحت‌تر جا می‌مونی!



۶۳- با توجه به جدول زیر برای مقاومت‌های کربنی، مقاومت شکل (۱)، چند برابر مقاومت شکل (۲) است؟



شکل (۲)



شکل (۱)

رنگ	سیاه	قهوه‌ای	قرمز	آبی
عدد	۰	۱	۲	۶

(۱) ۱/۲۵

(۲) ۱۲/۵

(۳) ۲/۵

(۴) ۲۵

متوسط - مفهومی/محاسباتی - استاندارد (صفحه ۵۸ - ۱۱۰۲)

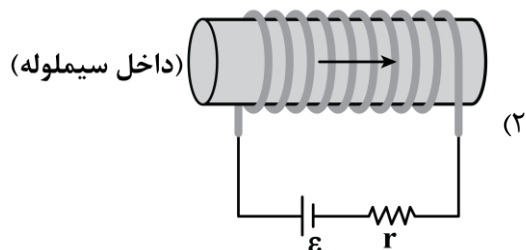
پاسخ: گزینه ۲

با توجه به رابطه $R = ab \times 10^c$ ، مقدار هر یک از مقاومت‌های ترکیبی را به دست می‌آوریم:

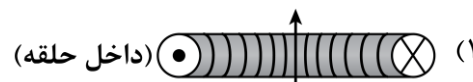
$$\begin{cases} R_1 = 20 \times 10^1 = 200 \Omega \\ R_2 = 16 \times 10^0 = 16 \Omega \end{cases} \Rightarrow \frac{R_1}{R_2} = \frac{200}{16} = 12.5$$



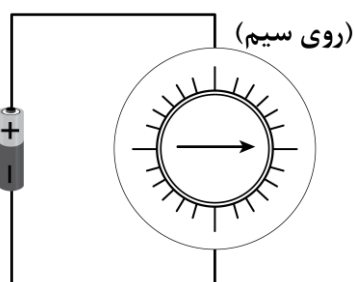
۶۴- در کدام گزینه جهت‌گیری عقربه مغناطیسی در نقطه موردنظر نادرست است؟



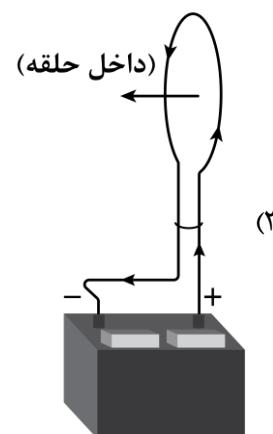
(۲)



(داخل حلقه)



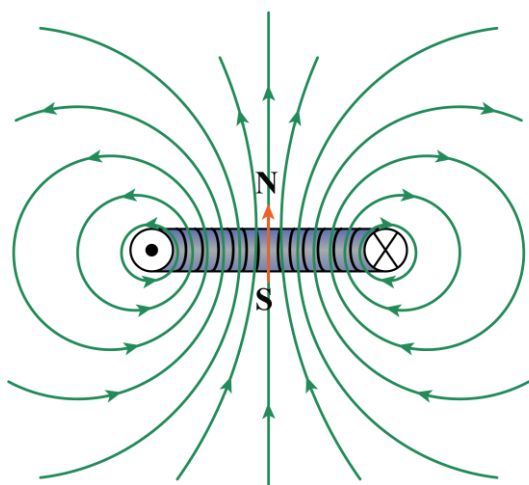
(۴)



(۳)

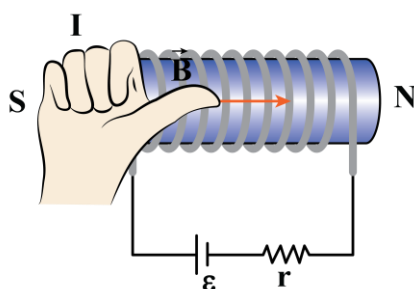
به کمک قاعده دست راست جهت خطوط میدان مغناطیسی هر یک از شکل‌ها را مشخص می‌کنیم:

۱) حلقه حامل جریان: (✓)

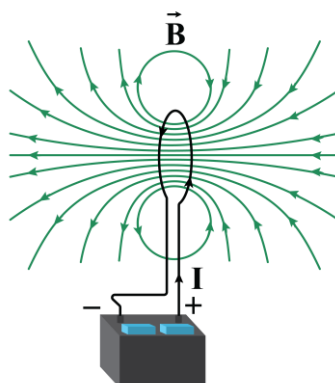
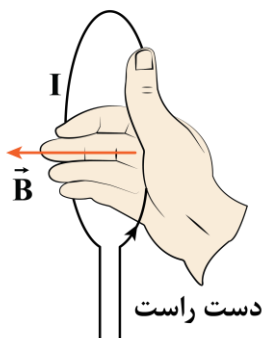


(الف) حلقه حامل جریان

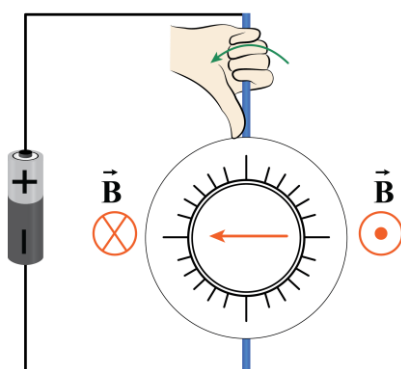
۲) سیم‌لوله: (✓)



۳) حلقه حامل جریان: (✓)



۴) سیم حامل جریان: (✗)



پس جهت‌گیری عقربه مغناطیسی در گزینه (۴) نادرست است.

اکثر شکل‌های کنکور در مبحث مغناطیس، از کتاب درسی می‌آیند. توصیه می‌کنیم با قاعده دست راست، تک‌تک شکل‌های کتاب را از نظر جهت میدان، نیرو و جریان القایی تحلیل کنید. این کار کلی از سؤال‌ها را برایتان حل می‌کند. تمامی گزینه‌های این تست هم عیناً از شکل‌های کتاب درسی انتخاب شده‌اند.

برگرفته از شکل‌های کتاب درسی



۶۵- یک ذره آلفا درون یک میدان مغناطیسی به بزرگی 0.2 T که بر مسیر حرکت عمود است، مسیر دایره‌ای با شعاع $13/4\text{ cm}$ را طی می‌کند. تندی حرکت این ذره چند متر بر ثانیه است؟ ($e = 1.6 \times 10^{-19}\text{ C}$ و جرم ذره آلفا تقریباً $6.7 \times 10^{-27}\text{ kg}$ در نظر بگیرید.)

- (۱) $1/28 \times 10^3$ (۲) $1/28 \times 10^5$ (۳) $6/4 \times 10^2$ (۴) $6/4 \times 10^4$

(متوسط - محاسباتی - استاندارد) - صفحه ۸۹ - ۱۱۰۳

پاسخ: گزینه ۲

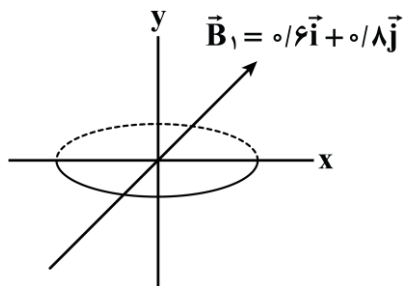
در این سؤال نیروی مغناطیسی وارد شده بر ذره آلفا، نقش نیروی مرکزگرا را دارد؛ بنابراین می‌توان نوشت:

$$\begin{cases} F_C = \frac{mv^2}{r} \\ F_B = |q|vB\sin\alpha \end{cases} \Rightarrow |q|vB\sin\alpha = \frac{mv^2}{r} \Rightarrow qB = \frac{mv}{r} \Rightarrow v = \frac{qBr}{m}$$

$$\Rightarrow v = \frac{2 \times 1.6 \times 10^{-19} \times 0.2 \times 13/4 \times 10^{-2}}{6.7 \times 10^{-27}} = 1/28 \times 10^5 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$



۶۶- مطابق شکل زیر، حلقه‌ای به مساحت 0.5 m^2 ، عمود بر محور y قرار دارد. اگر میدان مغناطیسی عبوری از حلقه در مدت 0.2 ثانیه از $\vec{B}_1 = 0.6\vec{i} + 0.8\vec{j}$ به $\vec{B}_2 = -0.2\vec{j}$ (هر دو بر حسب تسلا) برسد، بزرگی نیروی محرکه القایی متوسط در این مدت چند ولت است؟

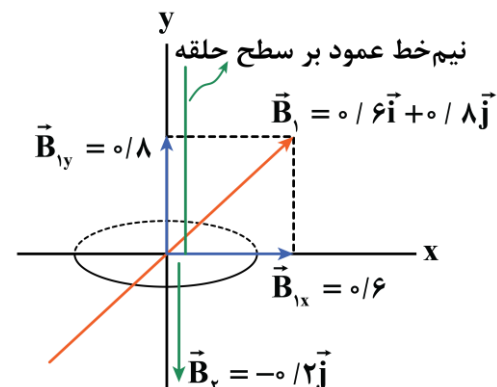


- (۱) $1/5$
(۲) 2
(۳) $2/5$
(۴) 3

(متوسط - مفهومی/محاسباتی - استاندارد) - صفحه ۱۱۵ - ۱۱۰۴

پاسخ: گزینه ۳

با توجه به این که حلقه موازی محور x است، مؤلفه $\vec{i}$ میدان مغناطیسی (B_x) از آن عبور نمی‌کند و برای محاسبه شار مغناطیسی کافی است فقط مؤلفه B_y را در نظر بگیریم:



شار مغناطیسی عبوری از حلقه در حالت اول: $\Phi_1 = AB_{1y} \cos 0^\circ = 0.5 \times 0.8 \times 1 = 0.4\text{ Wb}$

حالت اول

شار مغناطیسی عبوری از حلقه در حالت دوم: $\Phi_2 = AB_{2y} \cos 180^\circ = 0.5 \times 0.2 \times (-1) = -0.1\text{ Wb}$

از حلقه در حالت دوم

$\Delta\Phi = \Phi_2 - \Phi_1 = (-0.1) - (0.4) = -0.5\text{ Wb}$

$|\mathcal{E}| = \left| -N \frac{\Delta\Phi}{\Delta t} \right| = \left| 1 \times \frac{-0.5}{0.2} \right| = 2.5\text{ V}$

اشتباه متداول بعضی از دانش آموزان در حل این تیپ سؤالات این است که در فرمول شار مغناطیسی ($\Phi = AB \cos \theta$) علامت B را همراه با اندازه اش وارد می کنند در صورتی که در این رابطه، B فقط بزرگی میدان است. علامت شار فقط از $\cos \theta$ تعیین می شود. در این تست هم زمان بزرگی میدان و زاویه تغییر کرده است.



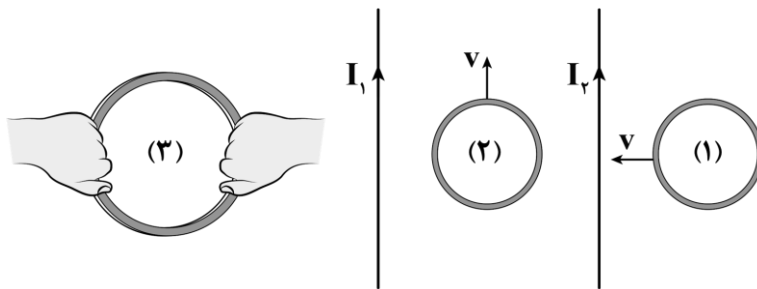
اگر میدان مغناطیسی به صورت $\vec{B} = B_x \vec{i} + B_y \vec{j}$ باشد، شار مغناطیسی عبوری از حلقه ای که با هر کدام از محورهای x و y موازی باشد، برای همان مؤلفه صفر است. مثلاً اگر حلقه موازی محور x باشد، داریم:

$$\Phi = A \cdot B_y \cdot \cos \theta$$

برگرفته از تمرین کتاب درسی



۶۷- سه حلقه مسی مطابق شکل زیر، در فضای میدان مغناطیسی دو سیم راست حامل جریان قرار گرفته اند. حلقه های (۱) و (۲) را با سرعت ثابت در جهت های مشخص شده حرکت می دهیم و حلقه (۳) را در مکان خودش از دو طرف به سمت بیرون می کشیم تا مساحتش کاهش یابد. جهت جریان القایی حلقه های (۱)، (۲) و (۳) به ترتیب کدام است؟

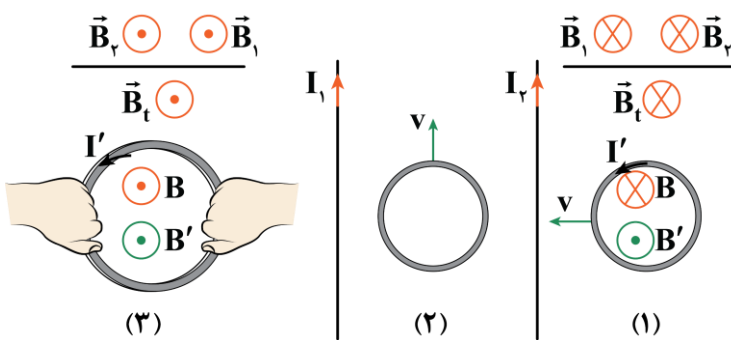


- (۱) پادساعتگرد، جریان القا نمی شود، پادساعتگرد
- (۲) پادساعتگرد، جریان القا نمی شود، ساعتگرد
- (۳) ساعتگرد، جریان القا نمی شود، پادساعتگرد
- (۴) ساعتگرد، ساعتگرد، ساعتگرد

(متوسط - مفهومی - استاندارد) - صفحه ۱۱۷ - ۱۱۰۴

پاسخ: گزینه ۱

به کمک قاعده دست راست جهت میدان مغناطیسی خالص را در مرکز حلقه ها تعیین می کنیم:



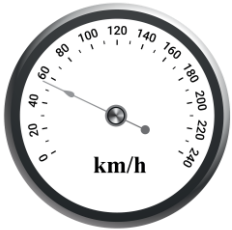
حلقه (۱): حلقه در حال نزدیک شدن به سیم ها است؛ به همین دلیل اندازه $\vec{B}$ در داخل حلقه افزایش می یابد و در نتیجه شار گذرنده از حلقه زیاد می شود. بنا به قانون لنز، جهت جریان القایی ایجاد شده در حلقه چنان است که میدان مغناطیسی ناشی از آن (B') با افزایش شار مخالفت کند؛ بنابراین، میدان مغناطیسی القاشده حلقه در خلاف جهت میدان مغناطیسی اصلی می شود. با توجه به قاعده دست راست و از روی جهت میدان مغناطیسی القایی، جهت جریان القایی در حلقه به صورت پادساعتگرد است.

حلقه (۲): در حلقه (۲) تغییر شار رخ نمی دهد به همین دلیل جریانی القا نمی شود.

حلقه (۳): مساحت حلقه در حال کاهش است، در نتیجه شار مغناطیسی کاهش می یابد. به همین دلیل میدان مغناطیسی القایی حلقه هم جهت میدان اصلی می شود و در نتیجه طبق قاعده دست راست جریان القایی پادساعتگرد می باشد.



۶۸- مطابق شکل زیر، دو تندی سنج در اختیار داریم. اختلاف دقت اندازه گیری تندی سنج های A و B چند واحد SI است؟



A



B

(۱) ۴

(۲) ۹

(۳) $\frac{10}{9}$

(۴) $\frac{2}{5}$

(آسان - محاسباتی - سریع - صفحه ۱۵ - ۱۰۰۱)

پاسخ: گزینه ۴

با توجه به این که تندی سنج A مدرج و تندی سنج B رقمی است، می توانیم بنویسیم:

$$\text{دقت تندی سنج A} = \frac{20}{2} = 10 \frac{\text{km}}{\text{h}}$$

$$\text{دقت تندی سنج B} = 1 \frac{\text{km}}{\text{h}}$$

$$\text{دقت تندی سنج A} - \text{دقت تندی سنج B} = 10 - 1 = 9 \frac{\text{km}}{\text{h}} \times \frac{1 \frac{\text{m}}{\text{s}}}{\frac{3.6}{\text{km}} \frac{\text{h}}{\text{s}}} = 2.5 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$



۶۹- مکعبی به ضلع d پر از آب است. همه آب این مکعب را درون استوانه ای که شعاع سطح مقطع آن d است، می ریزیم. اگر فشار و نیروی ناشی از آب در کف مکعب را به ترتیب با P_1 و F_1 و فشار و نیروی ناشی از آب در کف استوانه را به ترتیب با P_2 و F_2 نشان دهیم، کدام رابطه درست است؟

$$F_1 = F_2, P_1 = P_2 \quad (2)$$

$$F_1 = \frac{1}{\pi} F_2, P_1 = \pi P_2 \quad (1)$$

$$F_1 = \frac{1}{\pi} F_2, P_1 = P_2 \quad (4)$$

$$F_1 = F_2, P_1 = \pi P_2 \quad (3)$$

(متوسط - مفهومی/محاسباتی - استاندارد - صفحه ۳۵ - ۱۰۰۲)

پاسخ: گزینه ۳

در ظرف هایی که سطح مقطع آن ها از بالا تا پایین یکسان است (مانند استوانه، مکعب، مکعب مستطیل و ...) نیرویی که مایع به کف ظرف وارد می کند با وزن مایع برابر است؛ بنابراین چون جرم آب در هر دو ظرف یکسان است، وزن آب و در نتیجه نیرویی که مایع به کف هر دو ظرف وارد می کند، یکسان است و داریم:

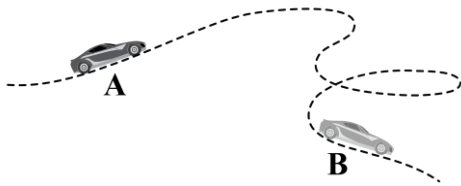
$$F_1 = F_2 = mg$$

از طرفی، فشار آب به کف این ظرف ها را می توانیم از رابطه $P = \frac{mg}{A}$ محاسبه کنیم.

$$\frac{P_2}{P_1} = \frac{\frac{mg}{A_2}}{\frac{mg}{A_1}} = \frac{A_1}{A_2} \xrightarrow{A_1 = d^2, A_2 = \pi d^2} \frac{P_2}{P_1} = \frac{d^2}{\pi d^2} = \frac{1}{\pi} \Rightarrow P_1 = \pi P_2$$



۷۰- جرم یک خودروی الکتریکی به همراه راننده اش 840 kg است. وقتی این خودرو از موقعیت A به موقعیت B می‌رود، کار کل انجام شده روی خودرو 73500 J است. اگر تندی خودرو در موقعیت A برابر $54 \frac{\text{km}}{\text{h}}$ باشد، تندی آن در موقعیت B چند کیلومتر بر ساعت است؟



(۱) ۲۰

(۲) ۵۵

(۳) ۷۲

(۴) ۲۰۰

(آسان - محاسباتی - استاندارد) (صفحه ۶۳ - ۱۰۰۳)

پاسخ: گزینه ۳

با توجه به قضیه کار - انرژی جنبشی، می‌توان نوشت:

$$v_A = 54 \frac{\text{km}}{\text{h}} = \frac{54}{3.6} = 15 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$W_{\text{کل}} = \Delta K \Rightarrow W_{\text{کل}} = \frac{1}{2} m (v_B^2 - v_A^2) \Rightarrow 73500 = \frac{1}{2} \times 840 (v_B^2 - 15^2)$$

$$\Rightarrow v_B^2 - 225 = 175 \Rightarrow v_B^2 = 400 \Rightarrow v_B = 20 \frac{\text{m}}{\text{s}} = 20 \times 3.6 = 72 \frac{\text{km}}{\text{h}}$$



۷۱- جرم کابین آسانسوری به همراه بار آن ۱ تن است. اگر این آسانسور فاصله ۲۰ متری بین طبقات سوم تا نهم یک برج تجاری را با تندی ثابت $5 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ طی کند، توان متوسط خروجی موتور آن چند کیلووات است؟ ($g = 10 \frac{\text{N}}{\text{kg}}$ و از نیروهای اتلافی صرف نظر شود).

(۴) ۵۰

(۳) ۴۰

(۲) ۲۵

(۱) ۲۰

(متوسط - محاسباتی - استاندارد) (صفحه ۷۴ - ۱۰۰۳)

پاسخ: گزینه ۴

روش اول

گام اول

کار مفید موتور آسانسور را به دست می‌آوریم:

$$W_t = \Delta K = 0 \Rightarrow W_{\text{موتور}} + W_{\text{mg}} = 0 \Rightarrow W_{\text{موتور}} = -W_{\text{mg}} = mg\Delta h$$

$$\Rightarrow W_{\text{موتور}} = 10^3 \times 10 \times 20 = 2 \times 10^5 \text{ J}$$

گام دوم

مدت زمانی که فاصله ۲۰ متر توسط آسانسور طی می‌شود را حساب می‌کنیم:

$$v = \frac{d}{\Delta t} \Rightarrow 5 = \frac{20}{\Delta t} \Rightarrow \Delta t = 4 \text{ s}$$

گام آخر

توان متوسط خروجی موتور آسانسور را حساب می‌کنیم:

$$P_{\text{av}} = \frac{W}{\Delta t} \Rightarrow P_{\text{av}} = \frac{2 \times 10^5}{4} = 5 \times 10^4 \text{ W} \times \frac{1 \text{ kW}}{10^3 \text{ W}} = 50 \text{ kW}$$

با توجه به این که تندی آسانسور ثابت است می‌توانیم بنویسیم:

$$P = F.v$$

$$\frac{F=mg=10^4 \text{ N}}{v=\Delta \frac{m}{s}} \rightarrow P = 10^4 \times 5 = 5 \times 10^4 \text{ W} = 50 \text{ kW}$$



۷۲- اگر دمای کره‌ای فلزی را 50°C افزایش دهیم، حجم کره $0/6$ درصد افزایش می‌یابد. اگر فاصله دو نقطه A و B روی سطح کره برابر 120 cm باشد، پس از این افزایش دما، فاصله این دو نقطه به چند سانتی‌متر می‌رسد؟

۱۱۹/۷۶ (۴)

۱۲۰/۲۴ (۳)

۱۱۹/۲۸ (۲)

۱۲۰/۷۲ (۱)

(متوسط - محاسباتی - استاندارد) (صفحه ۹۴ - ۱۰۴)

پاسخ: گزینه ۳

با توجه به رابطه انبساط حجمی، داریم:

$$\Delta V = V_1 \beta \Delta T \xrightarrow{\beta_{\text{جامد}} = 3\alpha} \Delta V = V_1 (3\alpha) \Delta T$$

$$\text{درصد تغییرات حجم} = \frac{\Delta V}{V_1} \times 100 = 3\alpha \Delta T \times 100 \quad (1)$$

تغییر فاصله دو نقطه A و B (Δd) طبق رابطه انبساط طولی، برابر است با:

$$\Delta d = d_1 \alpha \Delta T \quad (2)$$

با تقسیم دو رابطه (۱) و (۲) بر هم، داریم:

$$\frac{\text{درصد تغییرات حجم}}{\Delta d} = \frac{3\alpha \Delta T \times 100}{d_1 \alpha \Delta T} = \frac{300}{d_1} \xrightarrow{\text{درصد تغییرات حجم} = 0/6, d_1 = 120 \text{ cm}}$$

$$\frac{0/6}{\Delta d} = \frac{300}{120} \Rightarrow \Delta d = \frac{0/6 \times 120}{300} = 0/24 \text{ cm}$$

$$\Delta d = d_2 - d_1 \Rightarrow d_2 = \Delta d + d_1 = 0/24 + 120 = 120/24 \text{ cm}$$

راهنمای مسیر

توی این سؤالاً همون اول کار دو تا گزینه که فاصله دو نقطه در اثر افزایش دما کاهش پیدا کرده رو رد کن!



۷۳- در ظرفی عایق با ظرفیت گرمایی ناچیز که حاوی 400 g یخ 0°C است، 500 g بخار آب 100°C وارد می‌کنیم. با صرف نظر از تبادل

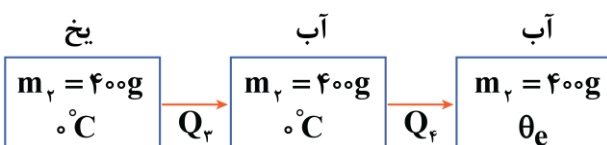
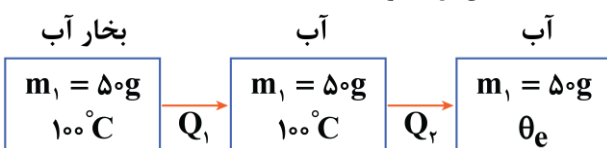
گرما با محیط، پس از رسیدن به تعادل گرمایی، چه خواهیم داشت؟ ($L_F = 336 \frac{\text{kJ}}{\text{kg}}$ ، $L_V = 2268 \frac{\text{kJ}}{\text{kg}}$ و $c_{\text{آب}} = 4/2 \frac{\text{kJ}}{\text{kg.K}}$)

(۱) مخلوط آب و یخ 0°C (۲) 450 g آب 50°C (۳) 450 g آب 5°C (۴) 450 g آب 0°C

(سخت - محاسباتی - زمان‌بر) (صفحه ۱۱۰ - ۱۰۴)

پاسخ: گزینه ۴

فرض می‌کنیم تمام یخ ذوب شده و تمام بخار آب به آب تبدیل شود و در نهایت به دمای تعادل θ_e برسند:



با توجه به قانون پایستگی انرژی، داریم:

$$Q_1 + Q_2 + Q_3 + Q_4 = 0$$

$$-m_1 L_V + m_1 c_{\text{آب}} (\theta_e - 100) + m_2 L_F + m_2 c_{\text{آب}} (\theta_e - 0) = 0$$

$$m_1 = 50 \text{ g}, m_2 = 400 \text{ g}, L_V = 2268 \frac{\text{kJ}}{\text{kg}}$$

$$c_{\text{آب}} = 4/2 \frac{\text{kJ}}{\text{kg.K}}, L_F = 336 \frac{\text{kJ}}{\text{kg}}$$

$$-50 \times 2268 + 50 \times 4/2 (\theta_e - 100) + 400 \times 336 + 400 \times 4/2 \theta_e = 0$$

$$\xrightarrow{\text{طرفین را به } 4/2 \text{ تقسیم می کنیم}} -50 \times 540 + 50 \theta_e - 5000 + 400 \times 80 + 400 \theta_e = 0$$

$$-32000 + 450 \theta_e + 32000 = 0 \Rightarrow \theta_e = 0^\circ \text{C}$$

یعنی تمام یخ ذوب می شود و تمام بخار آب به آب 0°C تبدیل می شود و در نهایت 450 g آب 0°C داریم.

راهنمای مسیرت

توی این سؤالات حتماً به گزینه ها نگاه کن تا بهت خط فکری بده. مثلاً اینجا می فهمی که حتماً کل بخار 100°C تبدیل به آب شده و با توجه به این که توی ۳ تا گزینه تمام یخ ذوب شده، بهتره فرض رو بر همین مورد بزاری!



۷۴- دمای گاز درون یک کپسول، 47°C درجه سلسیوس و فشار پیمانه ای آن برابر با فشار هوا است. در حجم ثابت، دمای گاز را به آرامی چند درجه سلسیوس و چگونه تغییر دهیم تا فشار پیمانه ای گاز صفر شود؟

(۱) 113°C ، کاهش دهیم (۲) 160°C ، کاهش دهیم (۳) 113°C ، افزایش دهیم (۴) 160°C ، افزایش دهیم

(متوسط - محاسباتی - استاندارد) - صفحه ۱۲۳ - ۱۰۴

پاسخ: گزینه ۲

این فرایند هم حجم است؛ بنابراین داریم:

$$\frac{P_1 V_1}{T_1} = \frac{P_2 V_2}{T_2}, P_1 = P_0 + P_{g1} = 2P_0, P_2 = P_0 + P_{g2} = P_0$$

$$\frac{P_1}{T_1} = \frac{P_2}{T_2} \Rightarrow \frac{2P_0}{273 + 47} = \frac{P_0}{T_2} \Rightarrow T_2 = 160 \text{ K}$$

$$\Delta \theta = \Delta T = T_2 - T_1 = 160 - 320 = -160^\circ \text{C}$$

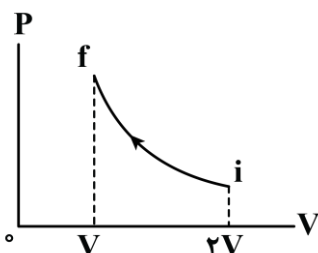
بنابراین باید دمای گاز را 160°C کاهش دهیم.

سوتی های پرتکرار

حواست باشه دمای نهایی گاز 113°C - می شه. نه تغییر دما! امیدوارم توی دام گزینه (۱) نیفتاده باشی!



۷۵- مقداری گاز آرمانی طی یک فرایند بی دررو از حالت i به حالت f می رسد. اگر انرژی درونی گاز در این فرایند، ۲۰ درصد افزایش یابد، فشار گاز چند برابر می شود؟



(۲) $\frac{6}{5}$
(۴) $\frac{24}{5}$

(۱) ۲
(۳) $\frac{12}{5}$

چون انرژی درونی فقط تابع دمای گاز است؛ در این فرایند، دمای گاز نیز ۲۰ درصد افزایش می‌یابد:

$$T_2 = 0.2T_1 + T_1 = 1.2T_1 = \frac{6}{5}T_1$$

طبق قانون گازهای آرمانی، داریم:

$$\frac{P_1 V_1}{T_1} = \frac{P_2 V_2}{T_2} \quad V_1 = 2V, V_2 = V \rightarrow \frac{P_1 \times 2V}{T_1} = \frac{P_2 \times V}{\frac{6}{5}T_1}$$

$$\Rightarrow P_2 = \frac{12}{5}P_1$$



برای مقدار معینی گاز آرمانی، هنگامی که انرژی درونی n برابر می‌شود، دمای مطلق گاز n برابر می‌شود؛ در نتیجه حاصل ضرب فشار در حجم گاز نیز n برابر می‌شود.





برای دیدن پاسخنامه ویدئویی آزمون
QRcode بالا را اسکن کنید
یا بر روی لینک زیر کلیک کنید
پاسخنامه ویدئویی آزمون

جامع شبیه‌ساز کنکور سراسری

بودجه‌بندی
این آزمون

سهم در
کنکور

مباحث این آزمون در مجموع ۳۰ تست از کنکور را پوشش داده است.

۷۶- در یون تک اتمی $^{127}_{52}\text{X}$ ، تفاوت شمار نوترون‌ها و الکترون‌ها برابر ۲۱ است. بین عنصر X و عنصری از جدول تناوبی که در آرایش الکترونی خود ۸ الکترون با $l = 2$ دارد، چند عنصر دیگر قرار گرفته است؟

۲۴ (۴)

۲۳ (۳)

۲۸ (۲)

۲۷ (۱)

(متوسط - محاسباتی - استاندارد) - صفحه ۳۱ - ۱۰۰۱

پاسخ: گزینه ۳

اتم‌های اغلب عناصر نافلزی با گرفتن تعدادی الکترون، می‌توانند به آرایش گاز نجیب هم‌دوره خود برسند و یون تشکیل بدهند. به این نوع یون، آنیون گفته می‌شود. در یون $^{127}_{52}\text{X}^{2-}$ ، تفاوت تعداد نوترون‌ها و الکترون‌ها برابر ۲۱ است. از سوی دیگر، عدد جرمی (مجموع تعداد پروتون‌ها و نوترون‌ها) برابر ۱۲۷ است. همچنین با توجه به بار آنیون، تعداد الکترون‌ها، دو واحد از تعداد پروتون‌ها بیشتر است؛ بنابراین با حل دستگاه زیر می‌توان شمار هر یک از ذره‌های زیراتمی این گونه را به‌دست آورد. داریم:

$$\begin{cases} 127 = p + n \\ e = p + 2 \\ 21 = n - e \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 127 = n + p \\ 21 = n - (p + 2) \end{cases} \Rightarrow p = 52, n = 75$$

بررسی تعداد ذرات زیر اتمی

یکی از روش‌های محاسبه عدد اتمی در سؤالاتی که تفاوت شمار نوترون‌ها و الکترون‌ها به شما داده می‌شود، رابطه زیر است:

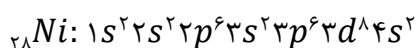
$$Z = \frac{\text{بار یون} + \text{تفاوت نوترون‌ها و الکترون‌ها} - \text{عدد جرمی}}{2}$$

توجه داشته باشید که این رابطه برای تمامی کاتیون‌ها قابل استفاده است. برای آنیون‌ها حتماً باید تعداد نوترون‌ها و پروتون‌ها را با یکدیگر چک کنید تا تعداد نوترون‌ها از پروتون‌ها کمتر نباشد. توجه داریم که در این رابطه، بار یون با علامت آن قرار می‌گیرد.

با استفاده از رابطه گفته شده، عدد اتمی عنصر X به‌صورت زیر محاسبه می‌شود:

$$Z = \frac{127 - 21 - 2}{2} = 52$$

عدد اتمی عنصر X برابر ۵۲ است. از طرفی، عنصری که در آرایش الکترونی خود دارای ۸ الکترون با $l = 2$ (زیرلایه d) است، معادل با $^{28}_{28}\text{Ni}$ می‌شود که آرایش الکترونی آن به‌صورت زیر است:

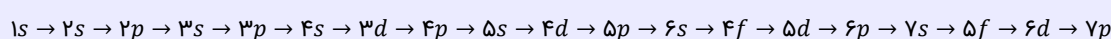


بنابراین، تعداد عناصر بین عنصر X (با عدد اتمی ۵۲) و نیکل (با عدد اتمی ۲۸) برابر است با:

$$A = |52 - 28| - 1 = 23$$

قاعده آفبا

قاعده آفبا، ترتیب پر شدن لایه‌ها و زیرلایه‌های الکترونی را نشان می‌دهد. هرچه زیرلایه‌ای سطح انرژی پایین‌تری داشته باشد، زودتر پر می‌شود. برای مقایسه سطح انرژی زیرلایه‌ها، زیرلایه‌ای که $n + l$ کوچک‌تری دارد، سطح انرژی پایین‌تری دارد. اگر $n + l$ برای دو یا چند زیرلایه برابر است، زیرلایه‌ای سطح انرژی کمتری دارد که عدد کوانتومی اصلی آن یعنی n کوچک‌تر باشد. بر این اساس قاعده پر شدن زیرلایه‌ها از لایه ۱ تا ۷ به‌صورت زیر خواهد بود:



برخی از اتم‌ها از قاعده آفبا پیروی نمی‌کنند؛ به‌عنوان مثال، با استفاده از داده‌های طیف‌سنجی پیشرفته مشخص شده است که عناصر Cu و Cr که در دوره چهارم جدول تناوبی قرار دارند، از قاعده آفبا پیروی نمی‌کنند.

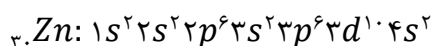
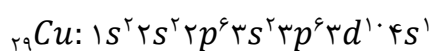
۷۷- کدام یک از مطالب زیر، درست است؟

- (۱) از بین پرتوهای موجود در طیف نشری-خطی هیدروژن، پرتو با طول موج $434nm$ ، بیشتر در منشور منحرف می‌شود.
- (۲) بر اساس مدل بور، حداکثر گنجایش الکترونی یک زیرلایه با $l = 3$ ، هفت برابر حداکثر گنجایش یک زیرلایه با $l = 0$ است.
- (۳) در آرایش الکترونی دو مورد از عناصر واسطه موجود در تناوب چهارم، لایه $n = 3$ به‌طور کامل پر از الکترون است.
- (۴) برای رسم آرایش الکترونی فشرده یک عنصر با عدد اتمی ۳۸، از نماد گاز نجیب آرگون استفاده می‌شود.

پاسخ: گزینه ۳

(متوسط - مفهومی - استاندارد) - صفحه ۳۲ - ۱۰۰۱

عناصر واسطه، عناصر متعلق به دسته d هستند که از دوره چهارم تا هفتم حضور دارند. در دوره چهارم، زیرلایه $3d$ این عناصر پر می‌شود. در دو مورد از عناصر یعنی ^{29}Cu و ^{30}Zn ، زیرلایه $3d$ به‌طور کامل از الکترون پر شده است. در نتیجه لایه سوم الکترونی آن‌ها از الکترون پر شده است. آرایش الکترونی این دو عنصر به‌صورت زیر است:



بررسی سایر گزینه‌ها:

۱) می‌دانیم که در پرتوهای الکترومغناطیسی، با افزایش طول موج، انرژی پرتو کاهش می‌یابد. همچنین، با افزایش طول موج، میزان شکست پرتو در منشور نیز کاهش می‌یابد. در میان پرتوهای موجود در طیف نشری-خطی هیدروژن، کمترین طول موج برابر $410nm$ است. در نتیجه، انحراف این پرتو نسبت به سایر پرتوها بیشتر است.

۲) بحث زیرلایه‌ها، برای اولین بار در نظریه لایه‌ای (کوانتومی) اتم مطرح شده است. حداکثر گنجایش الکترونی زیرلایه‌ها از رابطه $a = 4l + 2$ محاسبه می‌شود. حداکثر گنجایش الکترونی یک زیرلایه با $l = 3$ برابر ۱۴ الکترون است. همچنین گنجایش یک زیرلایه با $l = 0$ برابر ۲ الکترون است؛ بنابراین نسبت حداکثر گنجایش زیرلایه‌ای با $l = 3$ به زیرلایه‌ای با $l = 0$ برابر ۷ است. توجه داریم که در مدل بور، زیرلایه‌ها وجود نداشته و در این مدل، ساختار هر لایه یکپارچه در نظر گرفته می‌شد.

۴) برای رسم آرایش الکترونی فشرده هر عنصر، از نماد گاز نجیب دوره قبلی آن عنصر استفاده می‌شود. عنصری با عدد اتمی ۳۸، در دوره پنجم جدول تناوبی جای دارد. پس برای رسم آرایش الکترونی فشرده آن از نماد گاز نجیب کریپتون (Kr) استفاده می‌شود.



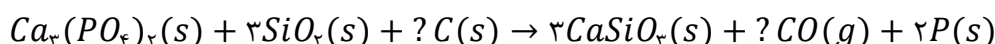
۷۸- پس از موازنه معادله واکنش $Ca_3(PO_4)_2(s) + SiO_2(s) + C(s) \rightarrow CaSiO_3(s) + CO(g) + P(s)$ ، مجموع ضرایب مواد جامد چند برابر ضریب ماده گازی شرکت‌کننده در واکنش می‌شود؟

(۱) ۱/۸ (۲) ۲ (۳) ۲/۸ (۴) ۳

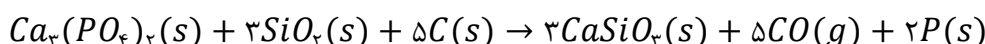
پاسخ: گزینه ۳

(آسان - محاسباتی - سریع) - صفحه ۶۵ - ۱۰۰۲

برای شروع موازنه معادله واکنش، ابتدا به پیچیده‌ترین ترکیب موجود در واکنش یعنی $Ca_3(PO_4)_2$ ضریب یک می‌دهیم. در سمت واکنش‌دهنده‌ها، ۳ اتم Ca و ۲ اتم P وجود دارد؛ پس، ضریب $CaSiO_3$ و P در فراورده‌ها به‌ترتیب باید ۳ و ۲ باشد. از طرف دیگر، در سمت فراورده‌ها، ۳ اتم Si وجود دارد؛ بنابراین ضریب SiO_2 در سمت چپ واکنش برابر ۳ است. تا اینجا، واکنش را به‌صورت زیر موازنه کردیم:



در سمت چپ معادله واکنش، ۱۴ اتم اکسیژن داریم که همین تعداد باید در سمت فراورده نیز وجود داشته باشد. تعداد ۹ اتم اکسیژن در $CaSiO_3$ وجود دارد؛ بنابراین ۵ اتم اکسیژن دیگر را باید در CO داشته باشیم، پس ضریب این ماده برابر ۵ است. از طرفی، ۵ اتم کربن در سمت راست معادله داریم که همین تعداد را نیز در سمت چپ باید داشته باشیم، بنابراین ضریب C برابر ۵ است. معادله موازنه شده واکنش به‌صورت زیر است:



مجموع ضرایب مواد جامد در این معادله برابر ۱۴ است. ضریب تنها ماده گازی شرکت کننده در واکنش یعنی CO نیز برابر ۵ است. بر این اساس، مقدار نسبت خواسته شده برابر است با:

$$A = \frac{14}{5} = 2.8$$



۷۹- در مخلوطی از گازهای کربن دی اکسید و هلیوم، به ازای هر مولکول CO_۲، سه مولکول هلیوم قرار گرفته است. چگالی این مخلوط گازی در شرایط استاندارد برابر با چند گرم بر لیتر است؟ (O = ۱۶, C = ۱۲, He = ۴ : g.mol^{-۱})

(۱) ۰/۶۲۵ (۲) ۱/۲۵ (۳) ۰/۸۷۵ (۴) ۱/۷۵

(متوسط - محاسباتی - استاندارد) (صفحه ۷۹ - ۱۰۰۲)

پاسخ: گزینه ۱

می دانیم که بر اساس قانون آووگادرو، در دما و فشار مشخص، حجم ۱ مول از گازهای گوناگون با یکدیگر برابر است. به عبارت دیگر، در شرایط مشخص، حجم مولی گازها با یکدیگر برابر است. از طرف دیگر، به ازای هر مولکول CO_۲، تعداد ۳ مولکول هلیوم در مخلوط وجود دارد، در نتیجه می توان گفت که در مخلوط گازی، به ازای a مول CO_۲، تعداد ۳a مول گاز هلیوم وجود دارد. ابتدا جرم هر یک از گازهای موجود در مخلوط را محاسبه می کنیم:

$$? g He = 3a mol He \times \frac{4 g He}{1 mol He} = 12a g$$

$$? g CO_2 = a mol CO_2 \times \frac{44 g CO_2}{1 mol CO_2} = 44a g$$

با توجه به جرم هر یک از گازها، می توان نتیجه گرفت که جرم مخلوط برابر ۵۶a گرم است. همچنین، مجموع شمار مول های گازی موجود در مخلوط برابر ۴a مول است؛ بنابراین لازم است که حجم گازهای موجود در مخلوط را به دست بیاوریم:

$$? L گاز = 4a mol گاز \times \frac{22.4 L گاز}{1 mol گاز} = 89.6a L$$

در نهایت با داشتن جرم و حجم مخلوط، می توانیم چگالی مخلوط را محاسبه کنیم:

$$\text{چگالی} = \frac{\text{جرم مخلوط}}{\text{حجم مخلوط}} = \frac{56a g}{89.6a L} = 0.625 g.L^{-1}$$

رفتار گازها

گازها موادی با جنب و جوش های نامنظم تر و بیشتر از مواد جامد و مایع هستند. این مواد برخلاف مواد جامد و مایع، تراکم پذیر هستند و حجم آن ها با حجم ظرفی که در آن قرار می گیرند برابر است. به عبارت دیگر، گازها شکل و حجم مشخصی ندارند. برای توصیف یک نمونه گاز، لازم است که مقدار آن در دما و فشار مشخص بیان شود. حجم گازها به عوامل مختلفی بستگی دارد. این عوامل عبارتند از:

(۱) مقدار ماده: هرچه مقدار مول یک گاز بیشتر باشد، حجم آن نیز بیشتر است.

(۲) دما: هر چه دمای گاز بیشتر شود، فاصله مولکول های گازی افزایش یافته و در نتیجه، حجم آن بیشتر می شود.

(۳) فشار: فشار یک گاز با حجم آن رابطه عکس دارد. هر چه فشار گازی بیشتر باشد، فاصله مولکول های گازی کمتر شده و حجم آن کاهش می یابد.

برای مقایسه فشار، حجم، مقدار ماده و دمای دو نمونه گازی می توان از رابطه زیر استفاده کرد:

$$\frac{P_1 V_1}{n_1 T_1} = \frac{P_2 V_2}{n_2 T_2}$$

توجه کنید که در این رابطه، دما باید بر حسب کلونین (K) قرار بگیرد. همچنین طبق قانون آووگادرو، حجم یک مول از گازهای گوناگون در دما و فشار یکسان با هم برابر است. شرایط استاندارد (STP) دمای ۰°C و فشار ۱atm است که حجم یک مول گاز در آن برابر ۲۲/۴ لیتر است.



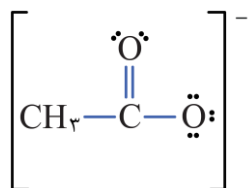
۸۰- نام کدام یک از ترکیب‌های داده شده، با توجه به فرمول شیمیایی آن درست نوشته شده است؟

- (۱) $Ca(C_2H_3O_2)_2$: کلسیم استات
(۲) Ba_3N_2 : تری‌باریم دی‌نیتريد
(۳) ZnF_2 : روی (II) فلوئورید
(۴) $TiSiO_4$: تیتانیوم (II) سیلیکات

پاسخ: گزینه ۱

(آسان - مفهومی - سریع ۵ - صفحه ۳۹ - ۱۰۰۱)

برای نام‌گذاری ترکیب‌های یونی، ابتدا نام کاتیون و سپس نام آنیون نوشته می‌شود. اگر کاتیون دارای عدد اکسایش‌های متنوع باشد، لازم است که بین نام کاتیون و آنیون، بار الکتریکی کاتیون به صورت عدد رومی نوشته شود. در اثر کنار هم قرار گرفتن یون‌های Ca^{2+} و $C_2H_3O_2^-$ ، ترکیبی به نام کلسیم استات تشکیل می‌شود که فرمول شیمیایی آن به صورت $Ca(C_2H_3O_2)_2$ است. ساختار یون استات به صورت زیر است:



این یون چنداتی، بر اثر یونش ذرات استیک اسید تولید می‌شود.

بررسی سایر گزینه‌ها:

۲ در نام‌گذاری ترکیب‌های یونی، از اعداد به صورت پیشوندهای یونانی استفاده نمی‌شود. در اثر کنار هم قرار گرفتن یون‌های Ba^{2+} و N^{3-} ، ترکیبی به نام باریم نیتريد با فرمول شیمیایی Ba_3N_2 تشکیل می‌شود.

۳ در نام‌گذاری ترکیب‌های یونی، برای فلزهایی که فقط یک کاتیون تشکیل می‌دهند، از اعداد رومی استفاده نمی‌شود. روی، فقط یک نوع کاتیون با بار ۲+ ایجاد می‌کند. از کنار هم قرار گرفتن یون‌های F^- و Zn^{2+} ، ترکیبی به نام روی فلوئورید با فرمول شیمیایی ZnF_2 ایجاد می‌شود.

۴ یون سیلیکات، یونی با فرمول SiO_4^{4-} است. برای تشکیل ترکیبی با فرمول $TiSiO_4$ ، کاتیون Ti^{4+} لازم است. از این رو، نام این ترکیب تیتانیوم (IV) سیلیکات است.



۸۱- کدام موارد از عبارت‌های زیر درست هستند؟

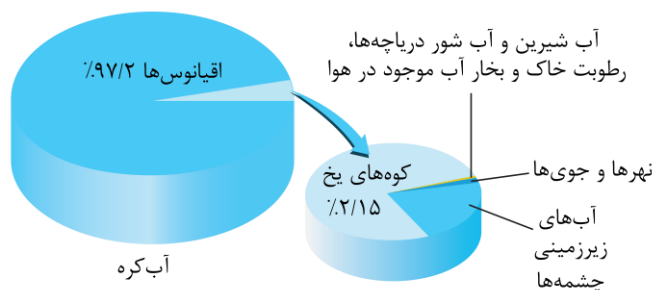
- الف - بیشتر از ۹۰٪ آب‌های روی کره زمین، در دسته آب‌های شور قرار می‌گیرند.
ب - از محلول باریم نیترات، می‌توان برای شناسایی یون سولفات در یک محلول استفاده کرد.
ج - انحلال پذیری گاز اکسیژن در آب دریای مرده، بیشتر از انحلال پذیری آن در آب دریای سرخ است.
د - فراوان ترین کاتیون موجود در آب دریا، با استفاده از یون هیدروکسید به رسوب جامد تبدیل می‌شود.
(۱) «الف» و «ب» (۲) «ب» و «ج» (۳) «ج» و «د» (۴) «الف» و «د»

پاسخ: گزینه ۱

(متوسط - مفهومی - استاندارد ۵ - صفحه ۱۱۴ - ۱۰۰۳)

عبارت‌های (الف) و (ب) درست هستند.

الف آب کره، بخشی از زمین است که از مولکول‌های کوچک آب، یون‌ها و ... تشکیل شده است. بیشتر آب‌های روی زمین شور هستند و نمی‌توان از آن‌ها در کشاورزی، مصارف خانگی و صنعتی استفاده کرد. همان‌طور که در نمودار زیر مشخص است، بیش از ۹۰ درصد (حدود ۹۷/۲ درصد) آب‌های کره زمین در اقیانوس‌ها قرار گرفته است که در دسته آب‌های شور قرار دارد:



توجه داریم که حتی بخشی از منابع غیر اقیانوسی آب نیز در دسته آب‌های شور قرار دارند.

ب برای شناسایی نوعی یون در یک محلول، می‌توان از **محلول‌های شناساگر** استفاده کرد. یون باریم در واکنش با یون سولفات، رسوب سفید رنگی به نام باریم سولفات با فرمول شیمیایی $BaSO_4$ تولید می‌کند؛ بنابراین برای شناسایی یون سولفات در یک محلول می‌توان محلولی از یون باریم را به کار برد.

شناسایی یون‌ها

برای شناسایی یون‌های موجود در برخی محلول‌ها می‌توان از محلول‌های شناساگر استفاده کرد. شناساگرها، یون‌هایی هستند که با یون موجود در محلول موردنظر واکنش می‌دهند و رسوب ایجاد می‌کنند. جدول زیر، یون‌ها و شناساگر آن‌ها را نشان می‌دهد:

یون	شناساگر یون	رسوب تولید شده	رنگ رسوب
Ag^+	Cl^-	$AgCl$	سفید
Mg^{2+}	OH^-	$Mg(OH)_2$	سفید
Ca^{2+}	PO_4^{3-}	$Ca_3(PO_4)_2$	سفید
Ba^{2+}	SO_4^{2-}	$BaSO_4$	سفید
Fe^{2+}	OH^-	$Fe(OH)_2$	سبز تیره
Fe^{3+}	OH^-	$Fe(OH)_3$	قرمز مایل به قهوه‌ای (آجری)

ج اقیانوس‌ها، دریاها و دریاچه‌ها، مخلوط همگنی از نمک‌های گوناگون در آب هستند. هر چه مقدار نمک حل شده در آب این دریاها بیشتر

باشد، غلظت آب آن دریا نیز بیشتر خواهد بود. مقایسه غلظت نمک موجود در آب دریاها و اقیانوس‌های مختلف به‌صورت زیر است:

اقیانوس آرام > دریا مدیترانه > دریای سرخ > دریای مرده

می‌دانیم که هر چه غلظت نمک در یک نمونه محلول بیشتر باشد، انحلال‌پذیری گازها در آن کمتر خواهد بود؛ بنابراین می‌توان نتیجه گرفت که انحلال‌پذیری گاز اکسیژن در آب دریای مرده در مقایسه با آب دریای سرخ کمتر خواهد بود.

انحلال‌پذیری گازها

گازها موادی هستند که در آب به مقدار کمی حل می‌شوند. انحلال گازها در آب، با آزاد شدن گرما همراه است. انحلال‌پذیری این مواد در آب به عوامل مختلفی بستگی دارد که عبارت هستند از:

(۱) **نوع گاز:** هر چه جرم مولی بیشتری داشته باشد، قطبی‌تر باشد یا با آب واکنش بدهد، انحلال‌پذیری آن در آب بیشتر است.

(۲) **دما:** انحلال‌پذیری گازها با دما رابطه عکس دارد. هر چه دمای آب بیشتر باشد، انحلال‌پذیری گاز کاهش می‌یابد.

(۳) **فشار:** هر چه فشار گاز بیشتر باشد، انحلال‌پذیری گاز در آب افزایش می‌یابد.

(۴) **انحلال نمک در آب:** به دلیل جاذبه قوی‌تر مولکول‌های آب با یون‌های آب‌پوشیده، با حل کردن نمک در آب انحلال‌پذیری گازها کاهش می‌یابد.

د فراوان‌ترین کاتیون موجود در آب دریاها، یون سدیم (Na^+) است. از واکنش یون سدیم با یون هیدروکسید (OH^-)، ترکیبی به نام سدیم هیدروکسید ($NaOH$) به‌دست می‌آید که محلول در آب است.

۸۲- یک نمونه سدیم نیترات که حاوی $10^{23} \times 3/612$ اتم نیتروژن است را در ۱۹۹ گرم آب حل می‌کنیم. درصد جرمی محلول ایجاد شده چقدر بوده و غلظت مولار نمک در این محلول، چقدر می‌شود؟ (چگالی محلول ایجاد شده طی این فرایند، برابر با ۱/۲۵ گرم بر میلی‌لیتر است. $Na = 23, O = 16, N = 14 : g.mol^{-1}$)

(۴) ۲۰/۴ - ۳

(۳) ۱۰/۲ - ۳

(۲) ۲۰/۴ - ۲/۵

(۱) ۱۰/۲ - ۲/۵

(متوسط - محاسباتی - استاندارد) - صفحه ۱۰۰ - ۱۰۰۳

پاسخ: گزینه ۴

سدیم نیترات، یک ترکیب یونی با فرمول شیمیایی $NaNO_3$ است. برای حل قسمت اول سؤال، لازم است که در ابتدا جرم سدیم نیترات حل شده در این محلول را محاسبه کنیم. با توجه به شمار اتم‌های نیتروژن موجود در محلول، جرم سدیم نیترات برابر خواهد بود با:

$$? g NaNO_3 = 3/612 \times 10^{23} atom N \times \frac{1 mol N}{6/0.2 \times 10^{23} atom N} \times \frac{1 mol NaNO_3}{1 mol N} \times \frac{85 g NaNO_3}{1 mol NaNO_3}$$

$$= 51 g NaNO_3$$

در ۱۹۹ گرم آب، مقدار ۵۱ گرم سدیم نیترات حل شده است. جرم محلول که با مجموع جرم حلال و حل‌شونده مساوی است، برابر ۲۵۰ گرم خواهد بود؛ بنابراین، می‌توانیم درصد جرمی نمک سدیم نیترات را از رابطه زیر به‌دست بیاوریم:

$$\text{درصد جرمی} = \frac{\text{جرم حل‌شونده}}{\text{جرم محلول}} \times 100 = \frac{51}{250} \times 100 = 20/4$$

در قسمت دوم سؤال، برای به‌دست آوردن غلظت مولی محلول لازم است که در ابتدا حجم محلول را به‌دست بیاوریم. حجم این محلول به‌صورت زیر محاسبه می‌شود:

$$? L = 250 g \text{ محلول} \times \frac{1 mL \text{ محلول}}{1/25 g \text{ محلول}} \times \frac{1 L \text{ محلول}}{1000 mL \text{ محلول}} = 0/2 L$$

از طرف دیگر، لازم است تا مقدار مول سدیم نیترات حل شده در محلول را نیز محاسبه کنیم:

$$? mol NaNO_3 = 3/612 \times 10^{23} atom N \times \frac{1 mol N}{6/0.2 \times 10^{23} atom N} \times \frac{1 mol NaNO_3}{1 mol N} = 0/6 mol$$

در نهایت، غلظت مولی محلول مدنظر را به‌دست می‌آوریم:

$$\text{غلظت مولی} = \frac{\text{مقدار مول } NaNO_3}{V (L)} = \frac{0/6}{0/2} = 3 mol.L^{-1}$$



۸۳- عنصر X ، متعلق به دسته p از تناوب سوم بوده و در واکنش با کلسیم، ترکیبی با فرمول CaX_2 را تشکیل می‌دهد. در رابطه با این عنصر، کدام موارد از عبارات‌های زیر درست هستند؟

الف - در دمای اتاق، این عنصر، تنها گاز واکنش‌پذیر موجود در تناوب سوم است.

ب - در نقشه پتانسیل الکتروستاتیکی مولکول حاصل از عنصر X با کربن، اتم X با رنگ آبی مشخص می‌شود.

ج - از واکنش عنصر X با نیتروژن، ترکیبی به‌دست می‌آید که دارای ۹ جفت الکترون ناپیوندی است.

د - آنیون پایدار حاصل از این عنصر، به آرایش الکترونی آرگون رسیده و فراوان‌ترین آنیون موجود در آب دریا است.

(۱) «الف» و «ب» (۲) «الف» و «د» (۳) «ب» و «ج» (۴) «ج» و «د»

(متوسط - مفهومی - استاندارد) - صفحه ۱۰۴ - ۱۰۰۳

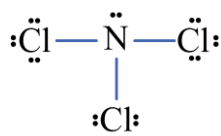
پاسخ: گزینه ۲

در اثر واکنش کلسیم با یک نافلز، ترکیب یونی ایجاد می‌شود. از آنجا که بار یون کلسیم به‌عنوان زیریون حاصل از X قرار گرفته و همچنین یون کلسیم هیچ زیریوندی ندارد، پس می‌توان نتیجه گرفت که آنیون حاصل از X به‌صورت X^{-} است. در دوره سوم، تنها عنصری که می‌تواند یونی با بار ۱- ایجاد کند، عنصر کلر (Cl) است؛ بنابراین عنصر X همان عنصر کلر است. بر این اساس، عبارات‌های (الف) و (د) درست هستند.

الف) در دوره سوم، عناصر نافلز میعادل با فسفر، گوگرد، کلر و آرگون هستند. از بین این ۴ عنصر، دو عنصر کلر و آرگون به صورت گازی هستند. از بین این دو گاز، فقط گاز کلر واکنش پذیر است.

ب) در اثر واکنش گاز کلر با کربن، ترکیبی مولکولی با فرمول CCl_4 تولید می شود که به آن کربن تتراکلرید می گویند. از آنجا که خاصیت نافلزی عنصر کلر از کربن بیشتر است، در نقشه پتانسیل الکتروستاتیکی، احتمال حضور الکترون ها اطراف اتم های کلر بیشتر است؛ بنابراین اتم های کلر در این نقشه به رنگ قرمز دیده می شوند.

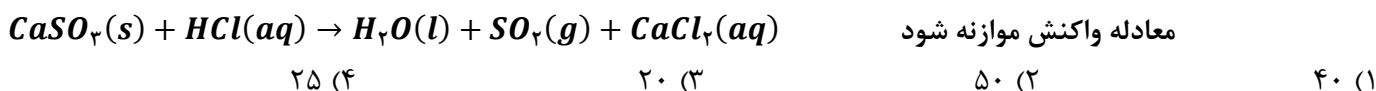
ج) از واکنش کلر با نیتروژن، مولکول NCl_3 تولید می شود. ساختار لوویس این مولکول به صورت زیر است:



همان طور که در ساختار لوویس مشخص است، مجموعاً ۱۰ جفت الکترون ناپیوندی بر روی اتم های این مولکول وجود دارد. آنیون پایدار حاصل از اتم کلر، یون کلرید (Cl^-) است. اتم کلر با گرفتن یک الکترون به آرایش الکترونی گاز نجیب هم دوره خود یعنی آرگون می رسد. همچنین، این یون، فراوان ترین آنیون موجود در آب دریاست.



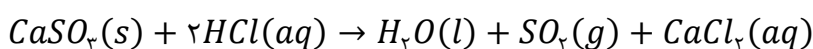
۸۴- مطابق واکنش زیر، از واکنش ۴۰۰ گرم محلول ۷/۳ درصد جرمی هیدروکلریک اسید با مقدار کافی $CaSO_4$ ، مقدار ۶ لیتر گاز گوگرد دی اکسید تولید شده است. بازده درصدی واکنش انجام شده کدام است؟ (در شرایط آزمایش، حجم هر مول ماده گازی برابر با ۳۰ لیتر است. $Cl = ۳۵/۵, H = ۱ : g.mol^{-1}$)



(متوسط - محاسباتی - استاندارد) - صفحه ۲۴ - ۱۱۰۱

پاسخ: گزینه ۲

معادله موازنه شده واکنش به صورت زیر است:



برای حل این سؤال، از دو روش کسر تبدیل و تناسب می توانیم استفاده کنیم. در ابتدا، با توجه به درصد جرمی هیدروکلریک اسید موجود در محلول، می توانیم حجم نظری فراورده حاصل یعنی گوگرد دی اکسید را به دست بیاوریم:

$$? L SO_2 = 400 g \text{ محلول } \times \frac{7/3 g HCl}{100 g \text{ محلول}} \times \frac{1 mol HCl}{36/5 g HCl} \times \frac{1 mol SO_2}{2 mol HCl} \times \frac{30 L SO_2}{1 mol SO_2} = 12 L$$

با توجه به اینکه حجم فراورده عملی و نظری به ترتیب برابر ۶ و ۱۲ لیتر است، در نتیجه بازده درصدی واکنش برابر است با:

$$\text{درصد} = \frac{\text{مقدار عملی}}{\text{مقدار نظری}} \times 100 \Rightarrow \frac{6}{12} \times 100 = 50 \text{ درصد}$$

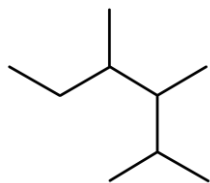
در روش دوم (تناسب)، با استفاده از تناسب نیز می توانیم به پاسخ نهایی برسیم:

$$\frac{\text{بازده درصدی}}{100} \times HCl \text{ جرم محلول} \times \frac{\text{درصد جرمی}}{100} = \frac{\text{حجم } SO_2}{\text{ضریب} \times \text{حجم مولی}} \Rightarrow \frac{\text{بازده درصدی}}{100} \times 400 \times \frac{7/3}{100} = \frac{6}{36/5 \times 2} = \frac{6}{30 \times 1}$$

$$\Rightarrow \text{بازده درصدی} = 50$$



۸۵- در رابطه با هیدروکربن مقابل، کدام موارد از عبارت‌های زیر درست هستند؟



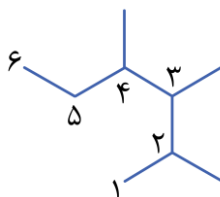
$$(C = 12, H = 1 : g.mol^{-1})$$

- الف - مجموع اعداد موجود در نام آیوپاک این ترکیب، برابر با ۹ است.
 ب - این ترکیب آلکانی، نسبت به ۳-اتیل هگزان ایزومر به شمار می‌رود.
 ج - در واکنش سوختن کامل جرم برابر از این ترکیب و نفتالن، حجم یکسانی از گاز اکسیژن مصرف می‌شود.
 د - شمار پیوندهای کربن-هیدروژن در مولکول این ماده، ۵ برابر شمار این پیوندها در ترفتالیک اسید است.
- (۱) «الف» و «ب» (۲) «الف» و «د» (۳) «ب» و «ج» (۴) «ج» و «د»

(متوسط - مفهومی - استاندارد) - صفحه ۴۳ - ۱۱۰۱

پاسخ: گزینه ۲

هیدروکربن مورد نظر یک آلکان است. برای نام‌گذاری این ترکیب، ابتدا آن را به صورت زیر شماره‌گذاری می‌کنیم:



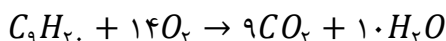
بنابراین نام این ترکیب به صورت ۲،۳،۴-تری‌متیل هگزان است. بر این اساس، عبارت‌های (الف) و (د) درست هستند.

بررسی موارد:

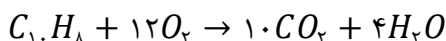
الف) همان‌طور که از نام این آلکان مشخص است، اعداد موجود در نام آیوپاک این آلکان برابر ۲، ۳ و ۴ هستند که مجموع این اعداد برابر ۹ می‌شود.

ب) فرمول مولکولی این ترکیب به صورت C_9H_{20} است. ۳-اتیل هگزان، هیدروکربنی با ۸ کربن است که فرمول مولکولی آن به صورت C_8H_{18} است. از آنجا که فرمول شیمیایی این دو هیدروکربن با یکدیگر یکسان نیست، پس ایزومر یکدیگر محسوب نمی‌شوند.

ج) معادله واکنش سوختن کامل این ماده به صورت زیر است:



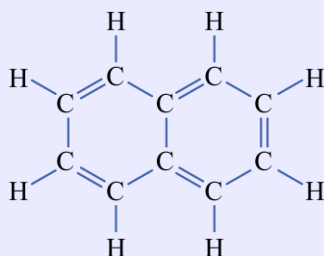
نفتالن، هیدروکربنی با فرمول مولکولی $C_{10}H_8$ است که معادله واکنش سوختن کامل آن به صورت زیر است:



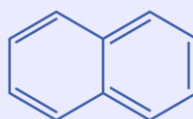
جرم مولی این هیدروکربن و نفتالن با یکدیگر برابر است و یک مول از هر دو ماده ۱۲۸ گرم جرم دارد؛ در نتیجه جرم برابری از این دو ماده، معادل مقدار مول برابری از آنها است. در اثر سوختن آلکان مورد نظر در مقایسه با نفتالن، مقدار گاز اکسیژن بیشتری مصرف می‌شود. بنابراین حجم گاز اکسیژن مصرف شده در واکنش سوختن این آلکان بیشتر از نفتالن است.

نفتالن

نفتالن، هیدروکربنی آروماتیک با فرمول مولکولی $C_{10}H_8$ است. در ساختار این ماده، ۲ حلقه و ۵ پیوند دوگانه کربن-کربن وجود دارد. در گذشته این ماده به عنوان ضد بید برای نگهداری فرش و لباس کاربرد داشته است. ساختار این ماده را در تصویر زیر می‌توانید مشاهده کنید:



یا



در ضمن نفتالن در دمای اتاق یک جامد سفید رنگ است.

شمار پیوندهای کربن-هیدروژن در این ماده برابر تعداد اتمهای هیدروژن موجود در آن یعنی ۲۰ است. ترفتالیک اسید، یک دی‌اسید با فرمول مولکولی $C_8H_6O_4$ است. ساختار این ماده به صورت زیر است:

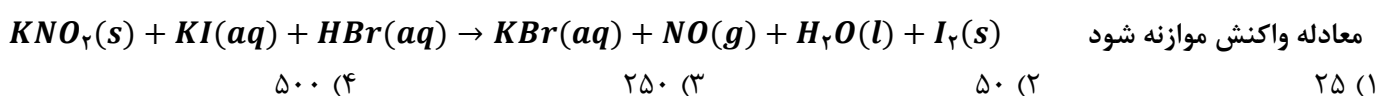


همان طور که مشخص است در این ترکیب آلی، ۴ اتم هیدروژن به اتمهای کربن متصل شده‌اند؛ بنابراین نسبت مورد نظر برابر است با:

$$A = \frac{20}{4} = 5$$



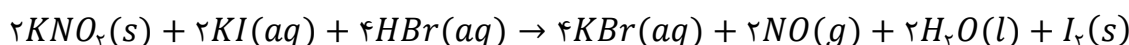
۸۶- مقدار ۲ لیتر محلول ۰/۱ مولار پتاسیم یدید، در اختیار داریم. نیمی از این محلول آبی، با چند گرم KNO_3 جامد با خلوص ۱/۷٪ به طور کامل واکنش می‌دهد؟ ($I = 127, K = 39, O = 16, N = 14, H = 1 : g \cdot mol^{-1}$)



(آسان - محاسباتی - استاندارد ۵ - صفحه ۲۴ - ۱۱۰۱)

پاسخ: گزینه ۴

معادله موازنه شده واکنش به صورت زیر است:



مقدار ۲ لیتر محلول ۰/۱ مولار از یک نمک، دارای ۰/۲ مول از آن نمک است. بنابراین، نیمی از این محلول، دارای ۰/۱ مول نمک پتاسیم یدید است. مقدار پتاسیم نیتريت (KNO_3) خالص لازم برای واکنش دادن با ۰/۱ مول پتاسیم یدید برابر است با:

$$? g KNO_3 = 0.1 \text{ mol KI} \times \frac{2 \text{ mol KNO}_3}{2 \text{ mol KI}} \times \frac{101 \text{ g KNO}_3}{1 \text{ mol KNO}_3} = 10.1 \text{ g}$$

این مقدار از KNO_3 ، مقدار خالص آن است؛ بنابراین مقدار نمونه ناخالص این نمک را با استفاده از درصد خلوص آن به دست می‌آوریم:

$$\text{درصد خلوص} = \frac{\text{مقدار خالص}}{\text{مقدار ناخالص}} \times 100 \Rightarrow 1/7 = \frac{10.1}{\text{مقدار ناخالص}} \times 100 \Rightarrow \text{مقدار ناخالص} = 50.5 \text{ g}$$

برای محاسبه مستقیم مقدار KNO_3 ناخالص، به صورت زیر نیز می‌توان عمل کرد:

$$? g KNO_3 \text{ ناخالص} = 0.1 \text{ mol KI} \times \frac{2 \text{ mol KNO}_3}{2 \text{ mol KI}} \times \frac{101 \text{ g KNO}_3}{1 \text{ mol KNO}_3} \times \frac{100 \text{ g KNO}_3}{1/7 \text{ g KNO}_3} = 50.5 \text{ g}$$

فرض کنید می‌خواستیم سؤال را کمی سخت‌تر کنیم. اگر از ما می‌پرسیدند برای تهیه محلول پتاسیم یدید، به چند گرم از این ماده با خلوص ۸۳٪ نیاز داریم، می‌توانستیم باز هم از مفهوم درصد خلوص استفاده کنیم. برای به دست آوردن مقدار پتاسیم یدید لازم برای تهیه ۲ لیتر محلول ۰/۱ مولار از آن به صورت زیر عمل می‌کنیم:

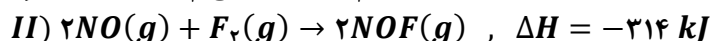
$$? g KI = 2 \text{ L محلول} \times \frac{0.1 \text{ mol KI}}{1 \text{ L محلول}} \times \frac{166 \text{ g KI}}{1 \text{ mol KI}} = 33.2 \text{ g}$$

مقدار به دست آمده از پتاسیم یدید، مقدار خالص از این ماده است؛ بنابراین با استفاده از درصد خلوص آن، جرم نمونه ناخالص این ماده را محاسبه می‌کنیم:

$$\text{درصد خلوص} = \frac{\text{مقدار خالص}}{\text{مقدار ناخالص}} \times 100 \Rightarrow 83 = \frac{33.2}{\text{مقدار ناخالص}} \times 100 \Rightarrow \text{مقدار ناخالص} = 40 \text{ g}$$



۸۷- واکنش‌های مقابل را در نظر بگیرید:



با انرژی حاصل از تولید ۲ مول گاز N_2F_4 طی واکنش شیمیایی $2NF_3(g) + Cu(s) \rightarrow N_2F_4(g) + CuF_2(s)$ دمای چند کیلوگرم آب را می‌توان به اندازه 50°C افزایش داد؟ (گرمای ویژه آب برابر با $4.18 \text{ J} \cdot \text{g}^{-1} \cdot ^\circ\text{C}^{-1}$ است.)

۲۰۰ (۴)

۲۰ (۳)

۱۰۰ (۲)

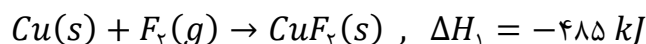
۱۰ (۱)

(متوسط - محاسباتی - استاندارد - صفحه ۷۵ - ۱۱۰۲)

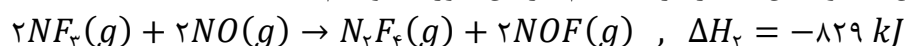
پاسخ: گزینه ۱

بر اساس قانون هس، ΔH یک واکنش را می‌توان از جمع جبری ΔH چند واکنش دیگر محاسبه کرد. برای محاسبه آنتالپی واکنش مورد نظر، لازم است تا واکنش‌ها را یک به یک به صورت زیر بررسی کنیم:

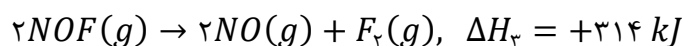
واکنش I) در بین این واکنش و واکنش داده شده، Cu ماده مشترک است که در واکنش‌های دیگر دیده نمی‌شود. این ماده در واکنش مدنظر، ضریب ۱ در سمت واکنش‌دهنده‌ها دارد؛ بنابراین کافی است واکنش I را بدون تغییر در نظر بگیریم:



واکنش III) در بین این واکنش و واکنش داده شده، N_2F_4 ماده مشترک است که در واکنش‌های دیگر دیده نمی‌شود. در واکنش نهایی، ضریب این ماده ۱ و در سمت فراورده‌ها است؛ بنابراین باید واکنش III را قرینه کنیم؛ در این صورت خواهیم داشت:



واکنش II) در بین این واکنش و واکنش داده شده، ماده مشترکی دیده نمی‌شود. بنابراین به سراغ ماده‌ای می‌رویم که در دو واکنش از سه واکنش مشترک است تا با حذف کردن این ماده، تکلیف واکنش II نیز مشخص شود. بین این واکنش و واکنش I، گاز F_2 مشترک است. این ماده در واکنش I با ضریب ۱ در سمت واکنش‌دهنده قرار دارد؛ پس باید واکنش II را قرینه کنیم که در نهایت این ماده در واکنش نهایی حذف شود:



در نهایت، آنتالپی واکنش نهایی از جمع جبری آنتالپی سه واکنش تغییر یافته به دست می‌آید:

$$\Delta H = \Delta H_1 + \Delta H_2 + \Delta H_3 = (-485) + (-829) + 314 = -1000 \text{ kJ}$$

با توجه به این واکنش، با تولید شدن ۱ مول گاز N_2F_4 ، ۱۰۰۰ کیلوژول گرما آزاد می‌شود. پس با تولید شدن ۲ مول از این گاز، ۲۰۰۰ کیلوژول گرما تولید می‌شود که این مقدار انرژی صرف گرم کردن مقداری آب می‌شود. برای محاسبه جرم آبی که دمای آن افزایش یافته است به صورت زیر عمل می‌کنیم:

$$Q = mc\Delta\theta \Rightarrow 2000 \times 10^3 \text{ J} = m \times 4 \times 50 \Rightarrow m = 10000 \text{ g} = 10 \text{ kg}$$



۸۸- در دو ظرف جداگانه، ۴۰۰ گرم آب و ۲۰۰ گرم اتانول با دمای 80°C ریخته شده است. در رابطه با این دو ظرف، کدام مطلب زیر درست است؟

- (۱) در صورت مجاورت دو ظرف با یکدیگر، گرما از نمونه آب به سمت نمونه اتانول جاری می‌شود.
- (۲) با کاهش دمای محتویات هر ظرف به اندازه 5°C ، مقدار یکسانی گرما با محیط مبادله می‌شود.
- (۳) با ریختن نمونه اتانول در آب، انرژی گرمایی محتویات ظرف افزایش می‌یابد.
- (۴) ظرفیت گرمایی نمونه آب، ۲ برابر ظرفیت گرمایی نمونه اتانول است.

(آسان - مفهومی - سریع - صفحه ۵۹ - ۱۱۰۲)

پاسخ: گزینه ۳

انرژی گرمایی یک نمونه ماده هم‌ارز با مجموع انرژی جنبشی ذرات سازنده ماده است. این کمیت به دما و جرم نمونه ماده بستگی دارد. دمای اتانول و آب موجود در هر دو ظرف با یکدیگر برابر است؛ در نتیجه، اضافه کردن آن‌ها به یکدیگر سبب تغییر دما نمی‌شود و دمای نهایی همان 80°C است. از طرف دیگر، با اضافه کردن نمونه اتانول به نمونه آب، جرم هر دو نمونه افزایش می‌یابد. پس می‌توان گفت که انرژی گرمایی محتویات ظرف افزایش می‌یابد.

دما و انرژی گرمایی

ذره‌های سازنده هر ماده، دارای جنب‌وجوش‌های نامنظم هستند. این جنب‌وجوش‌ها در حالت **گازی شدیدتر** از مایع و در حالت مایع **شدیدتر** از جامد هستند. از آنجا که ذرات سازنده هر ماده دارای انرژی جنبشی و تندی هستند، پس می‌توان گفت که دمای هر ماده، معیاری برای توصیف میانگین تندی و میانگین انرژی جنبشی ذره‌های سازنده آن است. همچنین معیاری برای میزان سردی یا گرمی نمونه‌ها نیز هست. نماد دما در سیستم بین‌المللی، T و یکای آن کلوین (K) است. همچنین نماد و یکای رایج دما به‌ترتیب θ و درجه سلسیوس ($^{\circ}C$) است. همانطور که گفتیم، هر ذره دارای انرژی جنبشی است. مجموع انرژی جنبشی همه ذرات سازنده ماده را هم‌ارز با انرژی گرمایی می‌دانند. پس می‌توان گفت که انرژی گرمایی به جرم و دمای ماده بستگی دارد؛ هر چه جرم و دمای یک نمونه ماده بیشتر باشد، انرژی گرمایی آن نیز بیشتر خواهد بود.

بررسی سایر گزینه‌ها:

۱) گرماء، هم‌ارز با انرژی گرمایی است که به دلیل تفاوت دمای دو نمونه ماده جاری می‌شود. این دو ظرف حاوی مایعاتی با دمای برابر هستند؛ بنابراین کنار هم قرار گرفتن این دو ظرف باعث جاری شدن انرژی گرمایی نمی‌شود.

گرما

گرما، هم‌ارز با انرژی است که به دلیل تفاوت دمای میان دو نمونه ماده جاری می‌شود. این انرژی از جسمی با دمای بیشتر به جسمی با دمای کمتر انتقال می‌یابد. البته لازم به ذکر است که گرما فقط به دلیل تفاوت دما جاری نمی‌شود؛ بلکه ممکن است برای تغییر حالت فیزیکی نیز گرما منتقل شود با اینکه تغییر دمایی وجود ندارد. نماد گرما در SI ، Q و یکای آن ژول (J) است. برای محاسبه گرما از رابطه زیر استفاده می‌شود:

$$Q = mc\Delta\theta$$

در این رابطه، m جرم نمونه ماده، $\Delta\theta$ تغییرات دمایی و c ، ظرفیت گرمایی ویژه جسم است. ظرفیت گرمایی ویژه، گرمای لازم برای افزایش دمای ۱ گرم ماده به اندازه ۱ درجه سلسیوس را نشان می‌دهد. این کمیت به نوع ماده، دما و فشار وابسته بوده و جرم نقشی در آن ندارد.

۲) چون هر دو ظرف دارای دو مایع با جنس متفاوت هستند، بنابراین ظرفیت گرمایی ویژه آن‌ها نیز با یکدیگر تفاوت دارد. ظرفیت گرمایی ویژه و جرم نمونه آب از اتانول بیشتر است. پس با کاهش دمای محتویات هر دو ظرف به اندازه ۵ درجه سلسیوس، گرمای مبادله شده با محیط آن‌ها با یکدیگر برابر نخواهد بود.

۴) جرم آب دو برابر جرم اتانول است. از طرف دیگر، ظرفیت گرمایی ویژه آب نیز از اتانول بیشتر است. پس می‌توان گفت که ظرفیت گرمایی آب بیشتر از ۲ برابر ظرفیت گرمایی اتانول است.



۸۹- جدول زیر، تغییر تعداد ذرات گاز A در واکنش $A(g) \rightarrow 2B(g)$ را در طول زمان نشان می‌دهد:

زمان (s)	۰	۱۰	۲۰	۳۰
تعداد ذرات	$1/204 \times 10^{24}$	$6/02 \times 10^{23}$	$3/01 \times 10^{23}$	$1/806 \times 10^{23}$

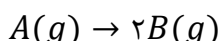
اگر پس از گذشتن ۲۰ ثانیه، این واکنش شیمیایی با سرعت ثابت انجام شود، کل طول مدت زمان انجام شدن واکنش برابر با چند ثانیه خواهد شد؟

۴۵ (۱) ۵۰ (۲) ۵۵ (۳) ۶۰ (۴)

(متوسط - محاسباتی - سریع) - صفحه ۸۷ - ۱۱۰۲

پاسخ: گزینه ۱

معادله واکنش به‌صورت زیر است:



مقدار مول واکنش‌دهنده باقیمانده در ثانیه ۲۰ واکنش را محاسبه می‌کنیم:

$$? \text{ mol } A = 3/01 \times 10^{23} A \times \frac{1 \text{ mol } A}{6/02 \times 10^{23} A} = 0/5 \text{ mol}$$

از ثانیه بیستم به بعد، واکنش با سرعتی ثابت پیش می‌رود. در ثانیه ۳۰، مقدار گاز A برابر است با:

$$? \text{ mol } A = 1/806 \times 10^{23} A \times \frac{1 \text{ mol } A}{6/02 \times 10^{23} A} = 0/3 \text{ mol}$$

در بازه زمانی ۲۰ تا ۳۰ ثانیه، مقدار گاز A، به اندازه ۰/۲ مول کاهش یافته است. همچنین در ثانیه سی ام، ۰/۳ مول از این گاز باقی مانده است. از آنجا که واکنش با سرعت ثابت انجام می شود و در هر ۱۰ ثانیه، ۰/۲ مول از گاز A مصرف می شود، مقدار زمان لازم برای مصرف شدن این مقدار از گاز برابر ۱۵ ثانیه خواهد بود. در این رابطه، داریم:

$$? \text{ زمان } s = \frac{10 \text{ s}}{0.2 \text{ mol A}} \times 0.3 \text{ mol A} = 15 \text{ s}$$

۳۰ ثانیه از ابتدای واکنش گذشته و ۱۵ ثانیه دیگر نیز این واکنش ادامه پیدا می کند، در نتیجه کل زمان انجام واکنش برابر ۴۵ ثانیه خواهد بود. فرض کنید که می خواستیم این سؤال را به یک سؤال دو قسمتی تبدیل کنیم. اگر می پرسیدیم «سرعت متوسط تولید فراورده در طول بازه ۱۰ تا ۲۰ ثانیه، برابر با چند مول بر دقیقه است؟» می توانستیم با استفاده از جدول داده شده، سرعت متوسط تولید فراورده را نیز محاسبه کنیم. طی انجام واکنش گازی مورد نظر، ۱ مول گاز A مصرف شده و ۲ مول گاز B تولید می شود. برای حل این مسئله، باید در ابتدا مقدار گاز A مصرف شده طی بازه زمانی ۱۰ تا ۲۰ ثانیه را محاسبه کنیم:

$$t = 10 \text{ s} : ? \text{ mol A} = \frac{6.02 \times 10^{23} \text{ A} \times 1 \text{ mol A}}{6.02 \times 10^{23} \text{ A}} = 1 \text{ mol}$$

$$t = 20 \text{ s} : ? \text{ mol A} = \frac{3.01 \times 10^{23} \text{ A} \times 1 \text{ mol A}}{6.02 \times 10^{23} \text{ A}} = 0.5 \text{ mol}$$

طی این مدت زمان، مقدار گاز A از ۱ مول به ۰/۵ مول می رسد. همچنین همانطور که گفتیم، با مصرف شدن ۱ مول از واکنش دهنده، ۲ مول فراورده تولید می شود. بنابراین با مصرف ۰/۵ مول از گاز A، مقدار ۱ مول گاز B تولید می شود. برای محاسبه سرعت متوسط تولید فراورده در این بازه زمانی به صورت زیر عمل می کنیم:

$$\bar{R}_B = \frac{1 \text{ mol}}{10 \text{ s} \times \frac{1 \text{ min}}{60 \text{ s}}} = 6 \text{ mol} \cdot \text{min}^{-1}$$



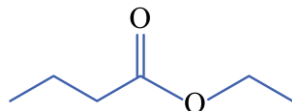
۹۰- کدام یک از عبارات زیر نادرست است؟

- (۱) شمار پیوندهای اشتراکی در ساده ترین کربوکسیلیک اسید، ۶۲۵ برابر ساده ترین استر است.
- (۲) در مونومر استفاده شده برای تولید پلیمر سازنده کفی اتو، ۱۲ جفت الکترون ناپیوندی وجود دارد.
- (۳) نشاسته، در ساختار خود دارای حلقه های شش ضلعی بوده و برخلاف سلولز، ساختار مارپیچی دارد.
- (۴) الکل سازنده استر موجود در آناناس، در واکنش با اسید موجود در بدن مورچه سرخ، یک حلال چسب را ایجاد می کند.

(متوسط - مفهومی - استاندارد) - صفحه ۱۱۸ - ۱۱۳

پاسخ: گزینه ۴

استر موجود در آناناس، اتیل بوتانوات است که ساختار آن به صورت زیر است:



همانطور که مشخص است، الکل سازنده این استر معادل با اتانول است. اسید موجود در بدن مورچه سرخ، فورمیک اسید است که اولین عضو خانواده کربوکسیلیک اسیدها به شمار می رود. از واکنش استری شدن این دو ماده با یکدیگر، اتیل فرمات (اتیل متانوات) تولید می شود. حلال چسب، استری به نام اتیل استات است که از واکنش اتانول و استیک اسید تولید می شود.

بررسی سایر گزینه ها:

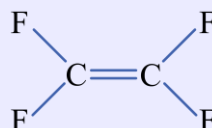
ساده ترین عضو خانواده کربوکسیلیک اسیدها، فورمیک اسید است که فرمول مولکولی آن به صورت CH_2O_2 است. تعداد پیوند اشتراکی موجود در ساختار این ماده برابر ۵ است. همچنین ساده ترین استر، معادل با متیل متانوات با فرمول مولکولی $C_2H_4O_2$ است. پیوندهای اشتراکی موجود در این ماده برابر ۸ است. نسبت تعداد پیوندهای اشتراکی در این دو ماده برابر است با:

$$A = \frac{5}{8} = 0.625$$

۲ پلیمر سازنده کفی اتو، تفلون است که مونومر آن، **تترا فلئوروواتن** است. در ساختار این ماده، ۴ اتم فلئور وجود دارد که هر کدام از آن‌ها دارای ۳ جفت الکترون ناپیوندی است؛ بنابراین در مونومر این ترکیب، ۱۲ جفت الکترون ناپیوندی وجود دارد.

تفلون

پلی‌تترافلئوروواتن با نام تجاری **تفلون**، پلیمر **افزایشی** است که از اتصال شمار زیادی از مولکول‌های تترافلئوروواتن تولید می‌شود. تترا فلئوروواتن با فرمول مولکولی C_2F_4 دارای ساختار زیر است:



این پلیمر به دلیل داشتن ویژگی‌هایی مانند نقطه ذوب بالا، مقاومت در برابر گرما، بی‌اثر بودن از نظر شیمیایی، واکنش ندادن با مواد شیمیایی گوناگون، حل نشدن در حلال‌های آلی و نجسب بودن، در تهیه **کفی اتو**، **نخ دندان**، **ظروف نجسب** و **چسب لوله** و ... کاربرد دارد.

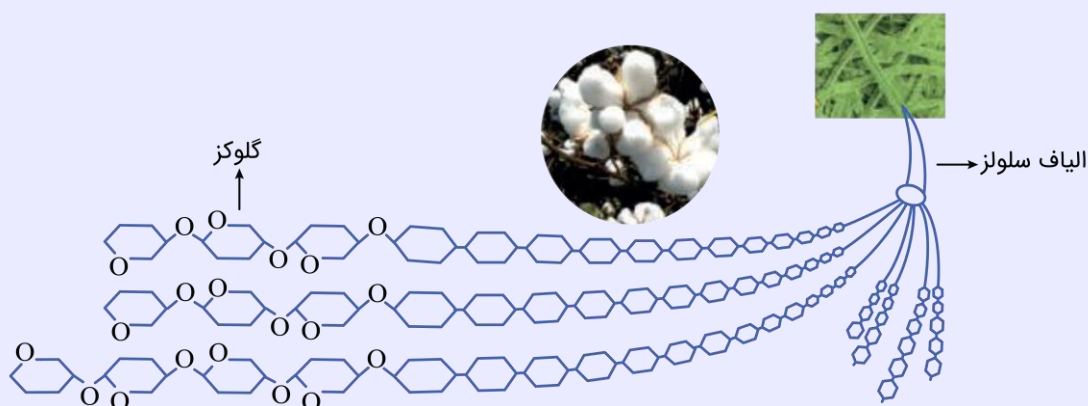
۳ نشاسته، پلیمری است که از اتصال **گلوکزها** به یکدیگر به‌دست می‌آید. ساختار این ماده به‌صورت زیر است:



همانطور که در ساختار این **درشت مولکول** پیداست، اتصال مولکول‌های گلوکز به‌صورت **مارپیچی** است. **سلولز** نیز پلیمری از **گلوکز** است که در آن گلوکزها برخلاف نشاسته، به‌صورت **خطی** و **بدون شاخه** به یکدیگر متصل می‌شوند.

سلولز

پنبه و **پشم** انواعی از **الیاف طبیعی** هستند که در **طبیعت** یافت می‌شوند. آمارها نشان می‌دهد که **حدود نیمی** از لباس‌های تولیدی در جهان از **پنبه** تهیه می‌شود. از پنبه افزون بر تولید پوشاک، در تولید رویه مبلی، پرده، تور ماهیگیری و گاز استریل نیز استفاده می‌شود. پنبه از **الیاف سلولز** تشکیل شده است و هر رشته سلولز نیز **زنجیر بسیار بلندی** است که از اتصال **شمار بسیار زیادی مولکول گلوکز** به یکدیگر ساخته می‌شود. تصویر زیر، نمایی از الیاف سلولزی موجود در پنبه را نشان می‌دهد:



همانطور که مشخص است، واحد تکرارشونده این پلیمر توسط گروه عاملی اتری به واحد کناری متصل شده است.

۹۱- نوعی آلکان، دارای ۹ پیوند اشتراکی $C - C$ و یک شاخه فرعی متیل است. حداقل تعداد اتم‌های کربن که می‌تواند در ساختار زنجیره اصلی کربنی این ماده قرار بگیرد، کدام است؟

۷ (۴)

۶ (۳)

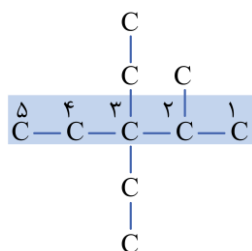
۵ (۲)

۴ (۱)

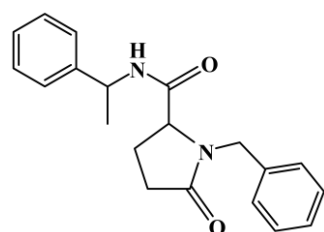
(آسان - مفهومی - سریع ۵ - صفحه ۳۹ - ۱۱۰۱)

پاسخ: گزینه ۲

آلکان‌ها، هیدروکربن‌های سیرشده و زنجیری هستند که در ساختار آن‌ها، فقط پیوندهای یگانه کربن-کربن و کربن-هیدروژن دیده می‌شوند. در یک آلکان با فرمول مولکولی C_nH_{2n+2} ، تعداد پیوندهای $C - C$ ، برابر با $n - 1$ است؛ بنابراین اگر در ساختار یک آلکان ۹ پیوند یگانه کربن-کربن وجود داشته باشد، این ماده دارای ۱۰ اتم کربن در ساختار خود است. از طرفی، این آلکان دارای یک شاخه متیل است. برای آنکه کمترین تعداد از کربن در زنجیره اصلی وجود داشته باشد، باید ساختارهایی را بررسی کنیم که علاوه بر یک شاخه متیل، دارای یک یا چند شاخه اتیل هم باشند. آلکانی ۱۰ کربنه می‌تواند ۲ شاخه اتیل و ۱ شاخه متیل را به‌صورت هم‌زمان داشته باشد. در این صورت، زنجیره اصلی ۵ کربنه خواهد بود و نام آن به‌صورت ۳،۳-دی‌اتیل-۲-متیل پنتان است. ساختار مولکولی این ماده به‌صورت زیر می‌شود:



•••



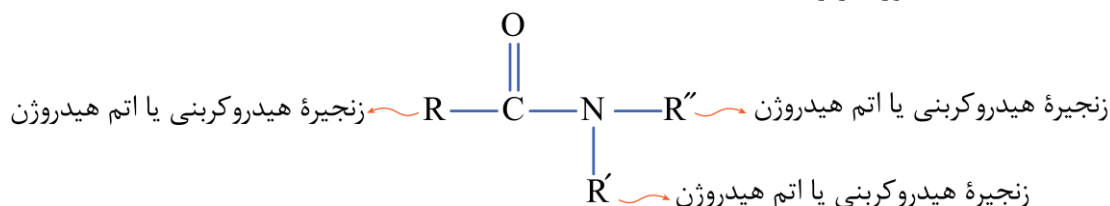
۹۲- در رابطه با ترکیب مقابل، کدام مطلب درست است؟

- (۱) شمار اتم‌های هیدروژن در آن، ۲/۵ برابر شمار پیوندهای دوگانه است.
- (۲) ۲ گروه آمیدی داشته و با آبکافت آن، یک آمین آروماتیک تولید می‌شود.
- (۳) عدد اکسایش ۴ مورد از اتم‌های کربن موجود در آن بزرگ‌تر از صفر است.
- (۴) شمار گروه‌های CH در ساختار این ماده، ۳ برابر شمار گروه‌های CH_2 است.

(متوسط - مفهومی - استاندارد ۵ - صفحه ۱۱۷ - ۱۱۰۳)

پاسخ: گزینه ۲

ساختار کلی ترکیب‌های آمیدی به‌صورت زیر است:



در ساختار این ماده، ۲ گروه آمیدی وجود دارد. با آبکافت این ترکیب، نوعی ماده آمینی به‌دست می‌آید که یک حلقه بنزنی در ساختار خود دارد؛ از این رو، یک آمین آروماتیک تولید می‌شود.

بررسی سایر گزینه‌ها:

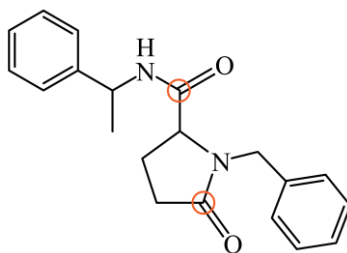
① در ترکیب مورد نظر، شمار اتم‌های کربن برابر ۲۰ است. برای به‌دست آوردن تعداد اتم‌های هیدروژن موجود در این ماده آلی به‌صورت زیر عمل می‌کنیم:

$$\Rightarrow \text{شمار اتم‌های } N + (\text{مجموع تعداد پیوندهای دوگانه و حلقه} \times 2) - 2n + 2 = \text{شمار اتم‌های } H$$

$$H \text{ شمار اتم‌های } = 2 \times 20 + 2 - 2 \times 11 + 2 = 22$$

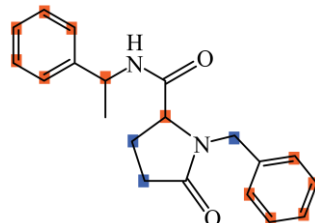
بنابراین در ساختار این ماده، مجموعاً ۲۲ اتم هیدروژن مشاهده می‌شود. همچنین شمار پیوندهای دوگانه آن برابر ۸ است؛ از این رو، نسبت خواسته شده برابر با $2/75 = \frac{22}{8}$ است.

در این ترکیب، عدد اکسایش کربن مشخص شده، بزرگ‌تر از صفر است:



همانطور که در این شکل دیده می‌شود، عدد اکسایش ۲ اتم کربن، بزرگ‌تر از صفر است.

گروه‌های CH و CH_2 به ترتیب با رنگ‌های نارنجی و آبی در شکل زیر مشخص شده‌اند:



در این ترکیب، شمار گروه‌های CH و CH_2 به ترتیب برابر ۱۲ و ۳ است. پس، شمار گروه‌های CH معادل با ۴ برابر شمار گروه‌های CH_2 موجود در این ترکیب است.



۹۳- کدام یک از مطالب زیر درست است؟

- (۱) با افزایش مقدار ثابت یونش یک ترکیب اسیدی، غلظت ذرات اسید یونیده نشده در محلول این ماده افزایش می‌یابد.
- (۲) در غلظت برابر، یک نمونه نیترواسید، در مقایسه با فورمیک اسید، با سرعت بیشتری با آهن واکنش می‌دهد.
- (۳) شیشه‌پاک‌کن، خاصیت بازی داشته و رسانایی الکتریکی آن به یقین کمتر از محلول سدیم کلرید است.
- (۴) اگر مقداری سدیم هیدروکسید را در محلول هیدروسیانیک اسید حل کنیم، K_a اسید افزایش می‌یابد.

(آسان - مفهومی - سریع - صفحه ۳۰ - ۱۲۰۱)

پاسخ: گزینه ۲

قدرت اسیدی مواد وابسته به ثابت یونش آن‌ها است. در شرایط یکسان، نیترواسید نسبت به فورمیک اسید، ثابت یونش اسیدی بزرگ‌تری دارد؛ از این رو، با غلظت برابر از این دو ماده، مولکول‌های نیترواسید بیشتر یونش پیدا می‌کنند و غلظت یون هیدرونیوم موجود در محلول آن بیشتر است. با افزایش غلظت یون هیدرونیوم موجود در محلول، سرعت واکنش آن با فلزها افزایش می‌یابد. پس محلول نیترواسید با سرعت بیشتری نسبت به فورمیک اسید با آهن واکنش می‌دهد.

واکنش فلزها با اسید

اغلب فلزها به دلیل پتانسیل کاهش منفی خود، می‌توانند با اسیدها وارد واکنش شوند. برخی از فلزها مانند مس، جیوه، نقره، طلا و پلاتین به دلیل پتانسیل کاهش مثبت خود نمی‌توانند با اسیدها واکنش دهند؛ از این رو برای نگهداری از اسیدهای مختلف از ظروفی با جنس طلا، نقره و ... استفاده می‌شود. در نتیجه واکنش فلزها با اسید، نمک فلز به همراه گاز هیدروژن تولید می‌شود. سرعت این واکنش به عوامل مختلفی بستگی دارد که عبارت‌اند از:

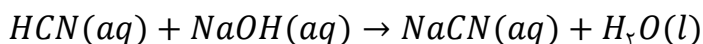
- (۱) نوع فلز: هر چه فلز، واکنش‌پذیری بیشتری داشته باشد، واکنش با شدت بیشتری انجام می‌شود؛ بنابراین سرعت آن بیشتر خواهد بود.
- (۲) غلظت یون هیدرونیوم (خصلت اسیدی): هرچه غلظت یون هیدرونیوم در محلول اسیدی بیشتر باشد، سرعت واکنش نیز بیشتر است. غلظت یون هیدرونیوم به عوامل مختلفی مانند غلظت اولیه اسید، قدرت اسیدی (K_a)، دما و ... بستگی دارد. در شرایط یکسان از نظر دما، فشار و غلظت، اسیدی که غلظت یون هیدرونیوم آن بیشتر باشد، قدرت اسیدی بیشتری دارد و با سرعت بیشتری با فلز واکنش می‌دهد.
- (۳) سطح تماس مواد: با افزایش سطح تماس فلز و اسید، سرعت واکنش بیشتر می‌شود.

بررسی سایر گزینه‌ها:

ثابت یونش یک اسید، بیانگر میزان پیشرفت یونش آن اسید است. هر چه مقدار ثابت یونش بیشتر باشد، نشان می‌دهد که مولکول‌های اسید بیشتر یونیده می‌شوند؛ بنابراین از غلظت ذرات اسید یونیده نشده کاسته شده و به غلظت یون‌های محلول در آب افزوده می‌شود.

شیشه‌پاک‌کن، محلولی از آمونیاک است. آمونیاک، ماده‌ای با خاصیت بازی است. چون ثابت یونش بازی این ماده کوچک است، این ماده یک باز ضعیف محسوب می‌شود. از طرف دیگر، سدیم کلرید یک ترکیب یونی محلول در آب است. بنابراین، آمونیاک و سدیم کلرید به ترتیب الکترولیت‌های ضعیف و قوی هستند. برای مقایسه رسانایی الکتریکی محلول این دو ماده لازم است که حتماً غلظت اولیه محلول آن‌ها را داشته باشیم تا بتوانیم مجموع غلظت یون‌های محلول در آب را محاسبه کنیم. در صورتی که غلظت این دو ماده مشخص نباشد، رسانایی الکتریکی محلول شیشه‌پاک‌کن می‌تواند بیشتر، کمتر یا برابر با محلول سدیم کلرید باشد.

هیدروسیانیک اسید، اسیدی بسیار ضعیف با فرمول مولکولی HCN است. با اضافه کردن مقداری سدیم هیدروکسید ($NaOH$)، واکنش خنثی شدن اسید و باز انجام می‌شود که معادله واکنش آن به صورت زیر است:



ثابت یونش (و به طور کلی ثابت تعادل هر واکنش تعادلی) تنها به دما وابسته است. بنابراین با اضافه کردن $NaOH$ به محلول و تغییر غلظت HCN ، ثابت یونش اسیدی این ماده تغییری نمی‌کند.



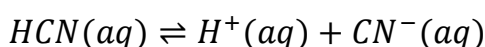
۹۴- محلولی از هیدروسیانیک اسید با غلظت 0.2 مولار و درصد یونش 0.1 در اختیار داریم. برای اینکه pH مقدار 50 میلی‌لیتر از این محلول به عدد 4 برسد، باید چند میلی‌لیتر آب خالص به محلول مورد نظر اضافه کنیم؟

(۱) 150 (۲) 200 (۳) 50 (۴) 100

(متوسط - محاسباتی - استاندارد) - صفحه ۲۶ - ۱۳۰۱

پاسخ: گزینه ۱

هیدروسیانیک اسید، اسیدی ضعیف با فرمول مولکولی HCN است که یونش آن به صورت تعادلی است. معادله یونش این ماده در آب به صورت زیر است:



در ابتدا، اسیدی با غلظت 0.2 مولار و درصد یونش 0.1 وجود دارد. از آنجا که درصد یونش این اسید مقدار کوچکی است، بنابراین برای به دست آوردن ثابت یونش آن به صورت زیر عمل می‌کنیم:

$$K_a = M\alpha^2 \Rightarrow K_a = 0.2 \times (10^{-3})^2 = 2 \times 10^{-7} \text{ mol.L}^{-1}$$

بعد از اضافه کردن مقداری آب، pH محلول به 4 می‌رسد. غلظت یون هیدرونیوم در این محلول برابر است با:

$$pH = 4 \Rightarrow [H^+] = 10^{-pH} \Rightarrow [H^+] = 10^{-4} \text{ mol.L}^{-1}$$

ثابت یونش و غلظت یون هیدرونیوم در دسترس است. همچنین می‌دانیم که غلظت یون هیدرونیوم و یون سیانید (CN^-) برابر است. پس، می‌توانیم غلظت هیدروسیانیک اسید را به دست بیاوریم:

$$K_a = \frac{[H^+][CN^-]}{[HCN]} \Rightarrow 2 \times 10^{-7} = \frac{(10^{-4})^2}{[HCN]} \Rightarrow [HCN] = 0.5 \text{ mol.L}^{-1}$$

غلظت هیدروسیانیک اسید از 0.2 به 0.5 مولار رسیده است. از آنجا که غلظت این اسید $\frac{1}{4}$ برابر شده است، می‌توان گفت که حجم محلول 4 برابر شده است. بنابراین، حجم محلول از 50 میلی‌لیتر به 200 میلی‌لیتر می‌رسد که با اضافه کردن 150 میلی‌لیتر آب همراه بوده است.

تغییر غلظت محلول‌های اسیدی و بازی

در رابطه با تغییر غلظت محلول‌های اسیدی و بازی، به نکات زیر توجه کنید:

- اگر محلول یک اسید قوی و یا یک باز قوی را n مرتبه رقیق کنیم (حجم محلول را با اضافه کردن آب خالص به آن، n برابر کنیم)، pH این محلول به اندازه $\log n$ واحد به pH ناحیه خنثی ($pH = 7$) نزدیک‌تر می‌شود.
- اگر محلول یک اسید قوی و یا یک باز قوی را n مرتبه غلیظ کنیم (با افزایش مقدار اسید یا باز و یا کاهش مقدار آب موجود در محلول)، pH این محلول به اندازه $\log n$ واحد از pH ناحیه خنثی ($pH = 7$) دورتر می‌شود.
- اگر محلول یک اسید ضعیف (مثل هیدروفلوئوریک اسید و یا هیدروسیانیک اسید) و یا یک باز ضعیف (مثل آمونیاک) را n مرتبه رقیق کنیم، pH این محلول به اندازه کمتر از $\log n$ واحد به pH ناحیه خنثی ($pH = 7$) نزدیک‌تر می‌شود.
- اگر محلول یک اسید ضعیف و یا یک باز ضعیف را به اندازه n مرتبه غلیظ کنیم، pH این محلول به اندازه کمتر از $\log n$ واحد از مقدار pH ناحیه خنثی ($pH = 7$) دورتر می‌شود.

۹۵- کدام یک از مطالب زیر نادرست است؟

- (۱) اسید معده، یک اسید قوی بوده و موجب فعال شدن آنزیم‌های گوارشی می‌شود.
- (۲) در ساختار همه مواد مؤثر موجود در ضد اسیدهای معده، یون هیدروکسید یافت می‌شود.
- (۳) از واکنش هیدروکلریک اسید با کلسیم کربنات، نوعی گاز با مولکول‌های ناقطبی تولید می‌شود.
- (۴) سفیدکننده‌ها، نوعی پاک‌کننده خورنده بوده و با ذرات سازنده مواد آلاینده واکنش شیمیایی می‌دهند.

پاسخ: گزینه ۲

(آسان - حفظی و مفهومی - سریع ۵ - صفحه ۳۲ - ۱۲۰۱)

ضد اسیدهای معده‌ای، موادی هستند که با انجام واکنش میان اسید و باز، اسید معده را خنثی می‌کند. بعضی از این ضد اسیدها، هیدروکسید فلزهایی مانند منیزیم $(Mg(OH)_2)$ و آلومینیم $(Al(OH)_3)$ هستند. این مواد در ساختار خود یون هیدروکسید دارند. از طرف دیگر، برخی از این مواد مانند جوش شیرین $(NaHCO_3)$ نیز ضد اسید معده‌ای هستند که در ساختار خود یون هیدروکسید ندارند اما نمکی با خاصیت بازی هستند که در خنثی شدن اسید معده نقش دارند.

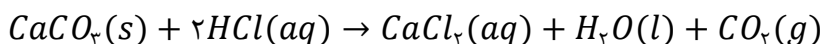
دیواره معده

دیواره داخلی معده، به‌طور طبیعی مقدار اندکی از یون‌های هیدرونیوم ترشح شده در معده را مجدداً جذب می‌کند. این فرایند، سبب نابودی برخی از سلول‌های سازنده دیواره معده می‌شود. در این شرایط، اگر مقدار اسید موجود در معده به هر دلیلی بیش از اندازه باشد، مقدار یون‌های هیدرونیوم جذب شده توسط دیواره معده بیشتر شده و مقدار بیشتری از سلول‌های دیواره معده آسیب می‌بینند. پزشکان برای مقابله با مقدار اضافی از اسید موجود در معده بیماران مبتلا به بیماری‌های معده‌ای، از داروهایی به نام ضد اسید یا همان آنتی‌اسید استفاده می‌کنند. این داروها خاصیت بازی داشته و با ورود به معده، سبب خنثی کردن اسید معده (هیدروکلریک اسید) و افزایش مقدار pH محتویات معده می‌شوند. مواد مؤثر موجود در ضد اسیدهای مختلف، شامل منیزیم هیدروکسید $(Mg(OH)_2)$ ، آلومینیم هیدروکسید $(Al(OH)_3)$ و سدیم هیدروژن کربنات (جوش شیرین یا $NaHCO_3$) می‌شوند.

بررسی سایر گزینه‌ها:

اسید معده، شامل محلولی از هیدروکلریک اسید (HCl) است. هیدروکلریک اسید یک اسید آرنیوس قوی است که سبب فعال شدن آنزیم‌های گوارشی و همچنین از بین بردن جانداران ذره‌بینی موجود در غذا می‌شود.

کلسیم کربنات نوعی نمک با خاصیت بازی است که واکنش آن با هیدروکلریک اسید به‌صورت زیر است:



همانطور که در واکنش مشخص است، در این فرایند گاز کربن دی‌اکسید تولید می‌شود که این ماده، مولکول‌های ناقطبی دارد.

سفیدکننده‌ها، همانند سود سوزآور، علاوه بر برهم‌کنش فیزیکی با ذرات آلاینده، با آن‌ها واکنش شیمیایی هم می‌دهند؛ از این رو نوعی پاک‌کننده خورنده محسوب می‌شوند.



۹۶- حجم برابری از محلول هیدروکلریک اسید با $pH = 1$ و محلول سود با $pH = 12/7$ را با یکدیگر مخلوط می‌کنیم. هر لیتر از

محلول اسیدی ایجاد شده طی این فرایند، با چند گرم فلز منیزیم به‌طور کامل واکنش می‌دهد؟ ($Mg = 24 \text{ g.mol}^{-1}$)

۰/۳ (۴)

۰/۶ (۳)

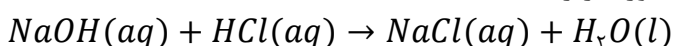
۱/۲ (۲)

۲/۴ (۱)

پاسخ: گزینه ۴

(سخت - محاسباتی - زمان‌بر ۵ - صفحه ۳۱ - ۱۲۰۱)

اسیدها و بازها در واکنش با یکدیگر، آب و نمک تولید می‌کنند که به این دسته از واکنش‌ها، واکنش‌های خنثی شدن اسیدها و بازها می‌گویند. معادله واکنش خنثی شدن هیدروکلریک اسید (HCl) و سود $(NaOH)$ به‌صورت زیر است:



مقدار pH محلول هیدروکلریک اسید برابر ۱ است؛ بنابراین غلظت یون هیدرونیوم در آن برابر ۰/۱ مول بر لیتر است. از آنجا که این اسید، یک اسید قوی است، پس غلظت اولیه آن نیز برابر ۰/۱ مول بر لیتر است. همچنین، pH محلول سدیم هیدروکسید برابر ۱۲/۷ است. برای به‌دست آوردن غلظت یون هیدروکسید آن به‌صورت زیر عمل می‌کنیم:

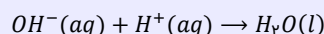
$$[H^+] = 10^{-12/7} = 2 \times 10^{-13}$$

$$[H^+][OH^-] = 10^{-14} \Rightarrow 2 \times 10^{-13} \times [OH^-] = 10^{-14} \Rightarrow [OH^-] = 0/05 \text{ mol.L}^{-1}$$

از آنجا که سدیم هیدروکسید یک باز قوی است، بنابراین غلظت یون هیدروکسید برابر با غلظت باز اولیه است. بنابراین غلظت سدیم هیدروکسید اولیه نیز ۰/۰۵ مول بر لیتر است.

واکنش خنثی‌شدن

واکنش خنثی‌شدن میان اسید و باز انجام می‌شود. در واقع در این واکنش یون‌های هیدروژن تولیدشده از اسید با یون‌های هیدروکسید تولیدشده در باز واکنش می‌دهند. معادله این واکنش پس از حذف یون‌های متناظر به صورت زیر خواهد بود:

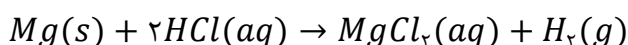


با توجه به مصرف دو یون هیدروژن و هیدروکسید در این واکنش، فرایند یونش یا تفکیک یونی اسید و باز به طور کامل انجام می‌شود؛ پس قوی و ضعیف بودن تأثیری بر فرایند خنثی شدن ندارد و تنها به تعداد عوامل اسیدی و بازی موجود ساختار اسید و باز بستگی دارد.

فرض می‌کنیم که ۱ لیتر از هر دو محلول را با یکدیگر مخلوط کردیم. در محلول اسیدی، ۰/۱ مول اسید و در محلول بازی، ۰/۰۵ مول باز وجود دارد. می‌دانیم که هر مول سدیم هیدروکسید با یک مول هیدروکلریک اسید خنثی می‌شود. بنابراین ۰/۰۵ مول سدیم هیدروکسید با ۰/۰۵ مول اسید واکنش می‌دهد و کامل مصرف می‌شود. از طرف دیگر، از ۰/۱ مول هیدروکلریک اسید، ۰/۰۵ مول مصرف شده است و ۰/۰۵ مول باقی مانده است. همچنین، حجم محلول جدید برابر ۲ لیتر است. بنابراین، در اثر خنثی شدن اسید و باز، به ازای ۲ لیتر محلول، ۰/۰۵ مول اسید باقی مانده است. بر این اساس، داریم:

$$\text{غلظت اسید باقی مانده} = \frac{\text{مول } HCl}{\text{حجم محلول}} = \frac{0.05 \text{ mol } HCl}{2 \text{ L}} = 0.025 \text{ mol.L}^{-1}$$

بنابراین به ازای هر لیتر محلول اسیدی به دست آمده، ۰/۰۲۵ مول اسید وجود دارد. معادله موازنه شده واکنش هیدروکلریک اسید با فلز منیزیم به صورت زیر است:



همانطور که گفته شد، هر لیتر محلول حاصل دارای ۰/۰۲۵ مول اسید است؛ بنابراین جرم منیزیم مصرف شده طی واکنش با اسید مورد نظر را به صورت زیر محاسبه می‌کنیم:

$$? \text{ g } Mg = 0.025 \text{ mol } HCl \times \frac{1 \text{ mol } Mg}{2 \text{ mol } HCl} \times \frac{24 \text{ g } Mg}{1 \text{ mol } Mg} = 0.3 \text{ g}$$



۹۷- در رابطه با سلول گالوانی استاندارد منیزیم-نقره که حجم محلول‌های آندی و کاتدی موجود در آن با هم برابر است، کدام موارد از عبارات زیر درست هستند؟ ($Ag = 108, Mg = 24 : g.mol^{-1}$)

- الف - تغییر غلظت کاتیون در محلول آندی، ۲ برابر میزان تغییر غلظت کاتیون در محلول کاتدی است.
 - ب - مقدار نیروی الکتروموتوری این سلول در مقایسه با سلول گالوانی منیزیم-هیدروژن بیشتر است.
 - ج - به ازای تولید ۱۰/۸ گرم فلز نقره در این سلول گالوانی، جرم تیغه آندی به اندازه ۱/۲ گرم تغییر می‌کند.
 - د - گونه کاهنده مصرف شده در ساختار این سلول، در ساختار باتری‌های دگمه‌ای روی-نقره نیز مصرف می‌شود.
- (۱) «الف» و «ب» (۲) «ب» و «ج» (۳) «ج» و «د» (۴) «الف» و «د»

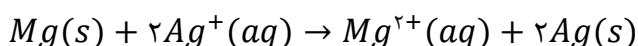
سخت - مفهومی - استاندارد (۱۲۰۲ - ۶۳ صفحه)

پاسخ: گزینه ۲

در سلول گالوانی استاندارد منیزیم-نقره، آند تیغه منیزیم و کاتد تیغه نقره است. در این واکنش با پیشرفت واکنش، الکترون‌ها از نیم سلول منیزیم به نیم سلول نقره مهاجرت می‌کنند. با توجه به این سلول، عبارات‌های (ب) و (ج) درست هستند.

بررسی موارد:

الف) واکنش کلی انجام شده در این سلول به صورت زیر است:

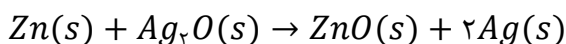


با انجام شدن واکنش، با تولید شدن هر مول کاتیون منیزیم در محلول آندی، ۲ مول کاتیون نقره در محلول کاتدی مصرف می‌شود؛ پس می‌توان گفت که تغییر غلظت کاتیون در محلول آندی، نصف تغییر غلظت کاتیون در محلول کاتدی است.

مینیزیم و نقره به ترتیب فلزهایی با پتانسیل کاهشی استاندارد منفی و مثبت هستند. می‌دانیم که نیم‌سلول استاندارد هیدروژن به عنوان نیم‌سلول مبنا در نظر گرفته می‌شود و پتانسیل کاهشی آن برابر صفر است؛ بنابراین اختلاف پتانسیل کاهشی نیم‌سلول مینیزیم و نقره از اختلاف پتانسیل کاهشی نیم‌سلول مینیزیم و هیدروژن بیشتر است.

همانطور که در واکنش کلی مشخص است، با تولید شدن ۲ مول فلز نقره (معادل ۲۱۶ گرم فلز نقره)، جرم تیغه مینیزیم (تیغه آندی)، ۲۴ گرم کاهش می‌یابد. از این رو، با تولید شدن ۱۰/۸ گرم نقره که معادل ۰/۱ مول از این فلز است، جرم تیغه آندی به اندازه ۱/۲ گرم کاهش می‌یابد.

گونه اکسند مصرف شده در این سلول گالوانی، $Ag^+(aq)$ و گونه کاهنده مصرف شده در آن نیز معادل با فلز مینیزیم است. واکنش انجام شده در ساختار باتری‌های دگمه‌ای روی-نقره نیز به صورت زیر است:



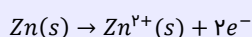
گونه کاهنده در این واکنش، $Zn(s)$ است. بنابراین، گونه کاهنده در سلول گالوانی مینیزیم-نقره و باتری دگمه‌ای یکسان نیست.

باتری‌های دگمه‌ای

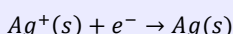
باتری‌های دگمه‌ای، از باتری‌های پرکاربرد در صنعت و روزمره هستند که اندازه کوچکی دارند. این کوچک بودن باتری باعث شده است که از این باتری‌ها در انواع وسایل الکترونیکی استفاده شود. باتری‌های دگمه‌ای انواع مختلفی دارند که دو نوع از آن‌ها عبارت‌اند از:

۱) **باتری‌های لیتیومی:** بعضی از باتری‌های دگمه‌ای، لیتیومی هستند. لیتیم، با عدد اتمی ۳، کاهنده‌ترین فلز جدول تناوبی است. همچنین این فلز از همه فلزهای دیگر چگالی کمتری دارد. به همین علت از این فلز در ساخت باتری‌های لیتیومی استفاده می‌شود.

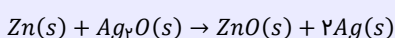
۲) **باتری‌های دگمه‌ای روی-نقره:** در این باتری‌ها، دو نیم سلول از جنس **روی** (آندی) و **نقره** (کاتی) وجود دارند که در اتصال با یکدیگر، یک سلول گالوانی را تشکیل می‌دهند. ساختار باتری روی-نقره و نیم‌واکنش‌های انجام‌شده در آن به این صورت هستند:



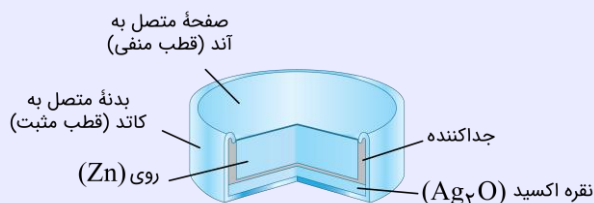
نیم‌واکنش اکسایش در آند:



نیم‌واکنش کاهش در کاتد:



واکنش کلی انجام‌شده در باتری:



۹۸- بخشی از یک قطعه ۱۸۰ گرمی از فلز آهن، در واکنش خوردگی شرکت کرده و جرم آن به ۱۸۵/۱ گرم می‌رسد. طی این فرایند، چند الکترون بین گونه‌ها مبادله شده و چند لیتر گاز اکسیژن در شرایط استاندارد مصرف شده است؟

$$(O = 16, H = 1 : g.mol^{-1})$$

$$1/68 - 1/806 \times 10^{23} \quad (2)$$

$$1/68 - 3/612 \times 10^{23} \quad (1)$$

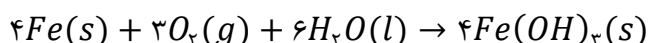
$$2/24 - 1/806 \times 10^{23} \quad (4)$$

$$2/24 - 3/612 \times 10^{23} \quad (3)$$

(متوسط - محاسباتی - استاندارد) - صفحه ۵۷ - ۱۲۰۲

پاسخ: گزینه ۲

معادله موازنه شده واکنش کلی خوردگی آهن به صورت زیر است:



جرم تیغه آهنی از ۱۸۰ گرم به ۱۸۵/۱ گرم رسیده است. جرم اضافه شده به فلز، مربوط به یون هیدروکسید اضافه شده به فلز آهن است. همچنین، طی تبدیل هر مول فلز آهن به آهن(III) هیدروکسید، ۳ مول الکترون مبادله می‌شود؛ بنابراین شمار الکترون‌های مبادله شده طی این واکنش را به صورت زیر محاسبه می‌کنیم:

$$? e^- = 5/1 g OH^- \times \frac{1 mol OH^-}{17 g OH^-} \times \frac{1 mol Fe(OH)_3}{3 mol OH^-} \times \frac{3 mol e^-}{1 mol Fe(OH)_3} \times \frac{6/0.2 \times 10^{23} e^-}{1 mol e^-}$$

$$= 1/806 \times 10^{23} e^-$$

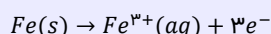
همچنین، طی تولید شدن هر ۴ مول آهن (III) هیدروکسید، ۳ مول گاز اکسیژن مصرف می‌شود. بنابراین، حجم گاز اکسیژن مصرف شده در طی این واکنش برابر است با:

$$? L O_2 = 5/1 g OH^- \times \frac{1 mol OH^-}{17 g OH^-} \times \frac{1 mol Fe(OH)_3}{3 mol OH^-} \times \frac{3 mol O_2}{4 mol Fe(OH)_3} \times \frac{22.4 L O_2}{1 mol O_2} = 1/68 L$$

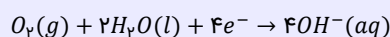


اکسیژن به دلیل پتانسیل کاهشی مثبتی که دارد، تمایل زیادی به اکسید کردن اغلب فلزها دارد. اگر این فرایند اکسایش به‌طور مداوم انجام شود و گاز اکسیژن به لایه‌های زیرین نیز نفوذ کند، باعث ایجاد لایه‌ای ترد و شکننده می‌شود که به تدریج فرو می‌ریزد. در واقع، به فرایند ترد شدن، خرد شدن و فروریختن فلزها بر اثر واکنش اکسایش-کاهش، خوردگی گفته می‌شود. زنگ زدن آهن و ایجاد زنگار سبز بر روی سطح مس نمونه‌ای از خوردگی‌ها هستند. البته برخی فلزها مانند طلا و پلاتین با اکسیژن وارد واکنش نمی‌شوند و در نتیجه، خوردگی ندارند. در خوردگی آهن، دو نیم‌واکنش انجام می‌شود:

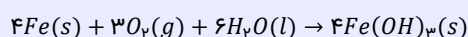
(۱) نیم‌واکنش اکسایش (آندی): اتم‌های آهن در زمانی که رطوبت و اکسیژن حضور دارند، در دو مرحله اکسایش می‌یابند که در مرحله اول به یون Fe^{2+} و در مرحله بعد به یون Fe^{3+} تبدیل می‌شوند. مجموع این دو نیم‌واکنش به‌صورت زیر است:



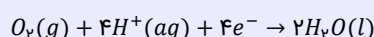
(۲) نیم‌واکنش کاهش (کاتدی): الکترون‌های تولید شده در نیم‌واکنش اکسایش از طریق آهن به محلی با غلظت بیشتر گاز اکسیژن می‌روند. گاز اکسیژن در کنار رطوبت کاهش می‌یابد و یون OH^- تولید می‌کند. داریم:



در نهایت یون Fe^{3+} و OH^- در کنار یکدیگر، آهن (III) هیدروکسید ایجاد می‌کنند که همان لایه ترد آجری رنگ است. معادله موازنه شده واکنش کلی این فرایند (که می‌توان گفت در نوعی سلول گالوانی اتفاق افتاده است) به‌صورت زیر است:



فرایند خوردگی در محیط اسیدی با سرعت بیشتری انجام می‌شود؛ زیرا در این شرایط، پتانسیل کاهشی اکسیژن مثبت‌تر می‌شود و emf سلول افزایش می‌یابد. نیم‌واکنش کاهش انجام شده در محیط اسیدی به‌صورت زیر است:



۹۹- جدول زیر، شعاع اتمی پنج عنصر متوالی از تناوب‌های دوم و سوم را نشان می‌دهد:

عنصر	G	E	D	M	A
شعاع اتمی (pm)	۷۰	۱۶۰	۷۴	۱۸۶	۷۲

- اگر یکی از عناصر داده شده، واکنش‌پذیری ناچیزی داشته باشد، کدام‌یک از عبارات‌های زیر درست است؟
- (۱) از واکنش عناصر A و D ، ترکیبی ایجاد می‌شود که اتم مرکزی آن بار جزئی منفی دارد.
 - (۲) در ساختار ترکیب حاصل از عناصر D و M ، نسبت شمار آنیون به کاتیون برابر با $0/5$ است.
 - (۳) در واکنش هر مول عنصر A با مقدار کافی عنصر E ، تعداد $10^{23} \times 3/01$ الکترون مبادله می‌شود.
 - (۴) ترکیب حاصل از عناصر A و M نسبت به ترکیب حاصل از عناصر A و E ، آنتالپی فروپاشی شبکه بیشتری دارد.

پاسخ: گزینه ۲

(سخت - مفهومی - استاندارد) - صفحه ۸۳ - ۱۲۰۳

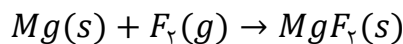
ترتیب شعاع اتمی ۵ عنصر به‌صورت $M > E > D > A > G$ است. می‌دانیم که در یک دوره از چپ به راست، شعاع اتمی عناصر کاهش می‌یابد. همچنین با حرکت از دوره دوم به دوره سوم، شعاع اتمی افزایش می‌یابد و روند کاهش شعاع در دوره سوم مجدداً آغاز می‌شود. از آنجا که یکی از عناصر داده شده واکنش‌پذیری ناچیزی دارد، آن را می‌توان گاز نجیب دوره دوم در نظر گرفت. در نتیجه، عنصر G که کمترین شعاع اتمی را دارد، معادل با Ne است. از طرفی عناصر A و D به ترتیب F و O از دوره دوم هستند. به دلیل افزایش زیاد شعاع در عناصر E و M نسبت به دیگر عناصر، آن‌ها را می‌توان از دوره سوم در نظر گرفت. از این رو، E و M را می‌توان به ترتیب عنصر Na و Mg در نظر گرفت.

بررسی گزینه‌ها:

(۱) از واکنش O و F ، ترکیبی مولکولی به نام اکسیژن دی‌فلوئورید با فرمول شیمیایی OF_2 به‌دست می‌آید. از آنجا که خاصیت نافلزی اتم اکسیژن کمتر از اتم فلوئور است، اطراف اکسیژن در این مولکول، تجمع بار الکتریکی کمتری دیده می‌شود. از این رو، اکسیژن بار جزئی مثبت دارد.

۲ از واکنش Na و O ، نوعی ترکیب یونی به نام **سدیم اکسید** به دست می‌آید. فرمول شیمیایی این ترکیب یونی به صورت Na_2O است. نسبت شمار آنیون به کاتیون در این ترکیب برابر $۰/۵$ است.

۳ از واکنش عنصر F با Mg ، **منیزیم فلوئورید** (MgF_2) به دست می‌آید. معادله واکنش تشکیل این ماده از عناصر سازنده آن به صورت زیر است:



از واکنش هر مول گاز **فلوئور**، یک مول **منیزیم فلوئورید** تولید می‌شود. همچنین از تشکیل هر مول از منیزیم فلوئورید، ۲ مول الکترون (معادل $۱۰^{۲۳} \times ۱۲/۰۴$ الکترون) مبادله می‌شود؛ بنابراین می‌توان گفت که از واکنش هر مول گاز فلوئور، $۱۲/۰۴ \times ۱۰^{۲۳}$ الکترون مبادله می‌شود.

۴ ترکیب حاصل از F و Na ، سدیم فلوئورید و ترکیب حاصل از F و Mg ، منیزیم فلوئورید است. آنیون این دو ترکیب یونی یکسان اما کاتیون آن‌ها متفاوت است. کاتیون منیزیم (Mg^{2+}) به دلیل اندازه بار بزرگ‌تری که دارد، چگالی بار بیشتری نسبت به کاتیون سدیم (Na^+) دارد. از این رو، جاذبه قوی‌تری با یون‌های فلوئورید ایجاد می‌کند و در نتیجه، آنتالپی فروپاشی شبکه آن بزرگ‌تر است.

۱۰۰- مقایسه چگالی بار یون‌ها در کدام گزینه به درستی نشان داده شده است؟

- (۱) $Na^+ > Mg^{2+} > K^+$
 (۲) $Al^{3+} > P^{3-} > Cl^-$
 (۳) $Cl^- > S^{2-} > P^{3-}$
 (۴) $Mg^{2+} > F^- > Na^+$

پاسخ: گزینه ۲ (آسان - مفهومی - سریع - صفحه ۸۱ - ۱۲۰۳)

برای مقایسه چگالی بار یون‌ها به دو عامل مهم باید دقت کرد: (۱) اندازه بار یون (۲) شعاع یون هر چه اندازه بار یونی بزرگ‌تر یا شعاع آن کوچک‌تر باشد، چگالی بار آن یون بیشتر خواهد بود. در مقایسه این کمیت، اولویت با اندازه بار است. اگر اندازه بار دو یون برابر باشد، در این صورت به بررسی شعاع یون‌ها می‌پردازیم.

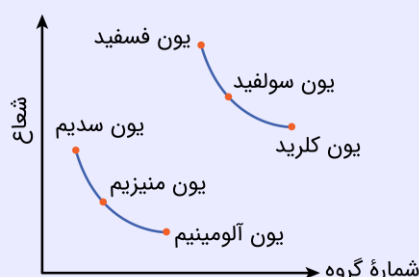
بررسی گزینه‌ها:

۱ یون منیزیم نسبت به یون‌های سدیم و پتاسیم، اندازه بار بزرگ‌تری دارد، در نتیجه چگالی بار آن بیشتر از سایر یون‌ها است. مقایسه درست در این گزینه به صورت $Mg^{2+} > Na^+ > K^+$ است.

۲ اندازه بار یون‌های فسفید و آلومینیم برابر ۳ و بزرگ‌تر از یون کلرید هستند. از طرف دیگر، به طور کلی در یک دوره، شعاع آنیون‌ها از کاتیون‌ها بزرگ‌تر است؛ بنابراین چگالی بار یون آلومینیم از فسفید بیشتر است.

شعاع یونی عناصر موجود در تناوب سوم

نمودار زیر، مقایسه شعاع یونی عناصر موجود در تناوب سوم را نشان می‌دهد:



فلز سدیم، عنصر فلزی از **تناوب سوم** است که در مقایسه با سایر فلزهای موجود در این تناوب **بیشترین واکنش‌پذیری** را دارد. با توجه به نمودار داده شده، از میان کاتیون‌های موجود در این نمودار، **یون آلومینیم کوچک‌ترین شعاع یونی** را دارد؛ درحالی‌که بار الکتریکی آن در مقایسه با سایر کاتیون‌ها **بیشتر** است؛ پس می‌توان گفت چگالی بار این یون در مقایسه با سایر کاتیون‌های موجود در نمودار **بیشتر** است. در نقطه مقابل، بین یون‌های موجود در این نمودار، یون کلرید دارای **کمترین چگالی بار** است.

۳ اندازه بار یون فسفید از یون سولفید بزرگ تر و اندازه بار یون سولفید از یون کلرید بزرگ تر است؛ بنابراین، مقایسه درست چگالی بار در این گزینه به صورت $Cl^- > S^{2-} > P^{3-}$ است.

۴ اندازه بار یون منیزیم از یون های فلئورید و سدیم بیشتر است، بنابراین چگالی بار آن نیز بزرگ تر است. یون های فلئورید و سدیم اندازه بار برابری دارند. همچنین، تعداد الکترون های آن ها نیز برابر است و به آرایش الکترونی گاز نجیب یکسانی رسیده اند. از آنجا که در آنیون ها، به دلیل جذب الکترون، جاذبه هسته روی الکترون ها ضعیف تر است، پس شعاع یون فلئورید از یون سدیم بیشتر خواهد بود و چگالی بار آنیون از کاتیون کمتر است؛ بنابراین مقایسه درست چگالی بار در این گزینه به صورت $Mg^{2+} > Na^+ > F^-$ است.



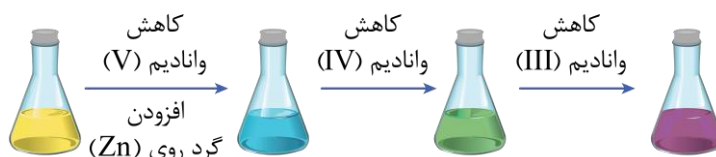
۱۰۱- کدام یک از مطالب زیر نادرست است؟

- (۱) ۲ لیتر محلول ۰/۶ مولار مس (II) سولفات، در واکنش با ۰/۸ مول فلز آلومینیم، به طور کامل بی رنگ می شود.
- (۲) تیتانیم، در مقایسه با فولاد دمای ذوب بالاتری داشته و از آن در ساخت قطعاتی از کشتی استفاده می شود.
- (۳) محلول حاوی نمک $VOCl_3$ پرتوهای آبی رنگ را جذب کرده و سایر پرتوهای مرئی را بازتاب می کند.
- (۴) در رنگدانه حاصل از فلز آهن که به رنگ قرمز دیده می شود، هر کاتیون ۵ الکترون با $l = 2$ دارد.

(متوسط - مفهومی و محاسباتی - استاندارد) - صفحه ۸۷ - ۱۲۰۳

پاسخ: گزینه ۳

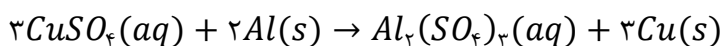
محلول نمک های وانادیم با تنوع در عددهای اکسایش خود، دارای رنگ های متفاوتی هستند. عدد اکسایش وانادیم در $VOCl_3$ برابر ۴ است. رنگ محلول نمک وانادیم (IV) آبی است. از این رو، این محلول پرتوهای رنگ آبی را بازتاب و عبور می دهد و سایر پرتوهای مرئی را جذب می کند. جدول زیر، رنگ محلول های مختلف وانادیم را نشان می دهد:



محلول	محلولی از نمک وانادیم (V)	محلولی از نمک وانادیم (IV)	محلولی از نمک وانادیم (III)	محلولی از نمک وانادیم (II)
رنگ محلول	زرد	آبی	سبز	بنفش
آرایش الکترونی وانادیم	وانادیم در این محلول به شکل یون چنداتیمی است.	وانادیم در این محلول به شکل یون چنداتیمی است.	$[_{18}Ar]3d^2$	$[_{18}Ar]3d^3$

بررسی سایر گزینه ها:

۱ قدرت کاهندگی فلز آلومینیم از فلز مس بیشتر است؛ از این رو آلومینیم با محلول های نمک مس وارد واکنش می شود. معادله موازنه شده واکنش این فلز با مس (II) سولفات به صورت زیر است:

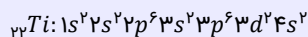


مطابق واکنش، ۲ مول از فلز آلومینیم با ۳ مول مس (II) سولفات وارد واکنش می شود. بر این اساس، ۰/۸ مول از این فلز می تواند با ۱/۲ مول نمک واکنش کامل بدهد. همچنین، ۲ لیتر محلول ۰/۶ مولار از این نمک دارای ۱/۲ مول از آن است. بنابراین ۰/۸ مول فلز آلومینیم، می تواند با کل محلول مس (II) سولفات وارد واکنش شود و آن را بی رنگ کند.

۲ تیتانیم دارای ویژگی های خاصی است که باعث شده کاربردهای فراوانی در صنعت داشته باشد. این فلز نسبت به فولاد دمای ذوب بالاتری دارد، به سختی خورده می شود و در برابر سایش مقاوم است. همچنین چگالی این فلز از فولاد کمتر است. از این رو از این فلز در ساخت قطعات کشتی های اقیانوس پیما، موتور جت، ساخت بناهای تاریخی و ... استفاده می شود.

 تیتانیم

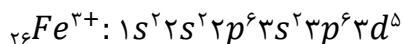
تیتانیم با عدد اتمی ۲۲، فلزی از گروه چهارم در دوره چهارم است. آرایش الکترونی این فلز به صورت زیر است:



این عنصر از عناصر واسطه جدول تناوبی است که کاربردهای فراوانی دارد. این فلز چگالی کمتری نسبت به فولاد دارد. همچنین نقطه ذوب و مقاومت آن در برابر خوردگی از فولاد بیشتر است. این فلز با ذره‌های موجود در آب دریا به طور ناچیزی واکنش می‌دهد. به دلیل ویژگی‌های منحصر به فرد تیتانیم، از این فلز در ساخت قطعات موتور جت، کشتی‌های اقیانوس‌پیما، بناهای تاریخی و موزه‌ها و ... استفاده می‌کنند. همچنین این فلز در کنار فلز نیکل، آلیاژ نیتینول را ایجاد می‌کنند که به آلیاژ هوشمند معروف است. از این آلیاژ در تهیه سازه فلزی در ارتودنسی، استنت برای رگ‌ها و قاب عینک استفاده می‌شود.

 آهن

رنگدانه‌ها، عامل رنگی دیده شدن اجسام هستند. یکی از این رنگدانه‌ها که عامل ایجاد رنگ قرمز است، آهن (III) اکسید (Fe_2O_3) است. کاتیون آهن در این ترکیب یونی به صورت Fe^{3+} است. آرایش الکترونی این یون به صورت زیر است:



همانطور که مشخص است، ۵ الکترون در زیرلایه $3d$ قرار گرفته‌اند که عدد کوانتومی فرعی آن‌ها برابر ۲ است.

 رنگ‌ها

به طور کلی، احساس و درک رنگ‌ها به دلیل نورها و پرتوهای الکترومغناطیسی مرئی است که به چشم ما می‌رسد. طول موج این پرتوها بین ۴۰۰ تا ۷۰۰ نانومتر است. رنگ‌های مختلف، به دلیل بازتاب یا عبور پرتو مشخصی از نور مرئی و رسیدن آن به چشم ما دیده می‌شوند. علت رنگی دیده شدن این مواد، وجود رنگدانه‌ها است که به آن‌ها رنگ می‌بخشد. برای مثال Fe_2O_3 ، TiO_2 و دوده، رنگدانه‌های طبیعی هستند که به ترتیب رنگ‌های سفید، قرمز و سیاه را ایجاد می‌کنند. اگر ماده‌ای همه طول موج‌های مرئی را جذب کند، به رنگ سیاه دیده می‌شود. همچنین اگر ماده‌ای همه طول موج‌های مرئی را از خود عبور دهد یا بازتاب کند، آن ماده به رنگ سفید دیده می‌شود.



۱۰۲- کدام موارد از عبارتهای زیر درست هستند؟

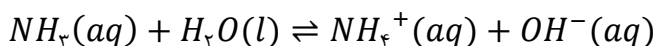
- الف - با افزودن مقداری سود به محلول آبی از آمونیاک، تعادل مربوط به یونش آمونیاک در جهت رفت جابه‌جا می‌شود.
 ب - در تعادل مربوط به فرایند هابر، با انتقال گازها به ظرف بزرگ‌تر، مقدار آمونیاک تولید شده کاهش می‌یابد.
 ج - در تعادل‌های گرماده، افزایش دما منجر به کاهش درصد مولی فراورده و کاهش مقدار ثابت تعادل می‌شود.
 د - هر واکنش که ثابت تعادل بزرگ‌تری داشته باشد، به یقین در مدت زمان کوتاه‌تری به تعادل می‌رسد.
- (۱) «الف» و «ب» (۲) «ب» و «ج» (۳) «ج» و «د» (۴) «الف» و «د»

(متوسط - مفهومی - استاندارد) - صفحه ۱۰۹ - ۱۲۰۴

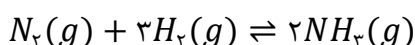
پاسخ: گزینه ۲

عبارتهای (ب) و (ج) درست هستند.

بررسی موارد:

 الف) آمونیاک، نوعی باز آرنیوس است که در آب به صورت تعادلی یونش می‌یابد. معادله یونش آن به صورت زیر است:


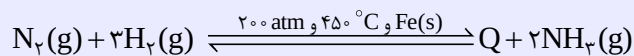
سدیم هیدروکسید یک باز قوی است. با اضافه کردن آن به تعادل، غلظت یون هیدروکسید افزایش می‌یابد. طبق اصل لوشاتلیه، با افزایش غلظت یکی از مواد شرکت‌کننده در واکنش، تعادل در جهتی پیش می‌رود تا آن ماده را مصرف کند؛ بنابراین تعادل در جهت برگشت پیش می‌رود.

 ب) معادله واکنش تعادلی مربوط به فرایند هابر به صورت زیر است:


با انتقال دادن تعادل به ظرف بزرگ‌تر، فشار وارد بر گازها کم‌تر می‌شود. از این رو، طبق اصل لوشاتلیه تعادل با کاهش فشار به سمت مول گازی بیشتر یعنی در جهت برگشت پیش می‌رود و از مقدار گاز آمونیاک تولید شده کاسته می‌شود.

فرایند هابر

هابر به دنبال شرایطی بود که در آن، واکنش دهنده‌ها تا حد ممکن به فرآورده‌ها تبدیل شوند و واکنش به میزان بیشتری پیشرفت کند. هابر واکنش میان گازهای **نیتروژن** و **هیدروژن** را بارها و بارها در شرایط گوناگون انجام داد تا سرانجام موفق به یافتن شرایط بهینه انجام‌شدن این واکنش شد. واکنش انجام‌شده توسط هابر به‌صورت زیر است:



واکنش مورد نظر **گرماده** است، پس با افزایش دمای محیط واکنش، تعادل در جهت مصرف گرما (در جهت برگشت) جابه‌جا شده و درصد پیشرفت این واکنش **کاهش** پیدا می‌کند. هدف هابر از بالا بردن دما، **افزایش** درصد پیشرفت واکنش مورد نظر نبود. او می‌خواست با افزایش دما، سرعت تولید **گاز آمونیاک** را **افزایش** بدهد.

در یک تعادل گرماده طبق اصل لوشاتلیه، با **افزایش دما**، تعادل در جهتی حرکت می‌کند که گرمای اضافه را مصرف کند. در نتیجه تعادل در جهت برگشت جابه‌جا می‌شود و از درصد مولی فرآورده کم می‌شود. همچنین، به دلیل **کاهش غلظت فرآورده‌ها و افزایش غلظت واکنش دهنده**، مقدار ثابت تعادل نیز **کاهش** می‌یابد.

ثابت تعادل یک واکنش، بیانی از میزان پیشرفت واکنش تعادلی است؛ به عبارتی دیگر، ثابت تعادل و مقدار آن بیان می‌کنند که چه مقدار از واکنش دهنده‌ها به **فرآورده** تبدیل شده‌اند. اما باید توجه داشت که ثابت تعادل و سرعت واکنش تعادلی ارتباطی با یکدیگر ندارند و لزومی ندارد که واکنشی که مقدار ثابت تعادل آن بیشتر است، سریع‌تر به تعادل برسد.



۱۰۳- کدام یک از مطالب زیر درست است؟

- (۱) در واکنش تبدیل پارازایلن به ترفتالیک اسید، عدد اکسایش نیمی از اتم‌های کربن موجود در این ماده تغییر می‌کند.
- (۲) شمار پیوندهای دوگانه موجود در ساختار ترفتالیک اسید، با شمار این پیوندها در ساختار نفتالن برابر است.
- (۳) مقدار گاز اکسیژن لازم برای سوزاندن کامل یک مول اتیلن گلیکول و یک مول اتن، با یکدیگر برابر است.
- (۴) بین ذرات سازنده پلی‌اتیلن ترفتالات، نیروی بین مولکولی از جنس پیوند هیدروژنی برقرار می‌شود.

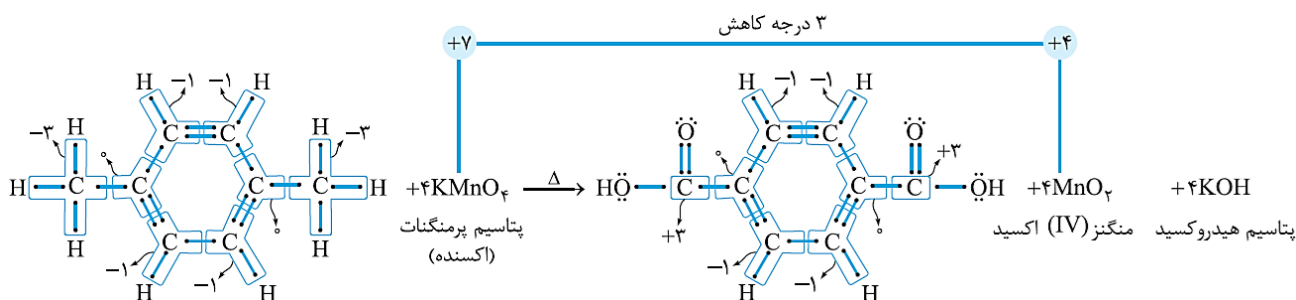
(متوسط - مفهومی - استاندارد) - صفحه ۱۱۸ - ۱۲۰۴

پاسخ: گزینه ۲

ترفتالیک اسید، از مونومرهای تشکیل دهنده پلی‌اتیلن ترفتالات است که یک دی‌اسید به شمار می‌رود. در ساختار این ماده ۵ پیوند دوگانه دیده می‌شود که ۳ تا از آن‌ها پیوند $C=C$ و ۲ تا از آن‌ها پیوند $C=O$ است. نفتالن نیز همانند ترفتالیک اسید دارای ۵ پیوند دوگانه است.

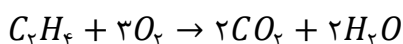
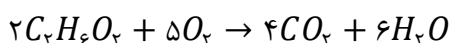
بررسی سایر گزینه‌ها:

ترفتالیک اسید، از ترکیبی به نام **پارازایلن** تولید می‌شود. فرایند تولید ترفتالیک اسید از پارازایلن به‌صورت زیر است:



در این واکنش، دو اتم کربن از پارازایلن که خارج از حلقه کربنی هستند دچار اکسایش می‌شوند. پارازایلن دارای ۸ اتم کربن است، بنابراین فقط عدد اکسایش $\frac{2}{8} = 0.25$ اتم‌های کربن تغییر کرده است.

واکنش سوختن اتیلن گلیکول و اتن با فرمول‌های مولکولی $C_2H_6O_2$ و C_2H_4 به‌صورت زیر است:

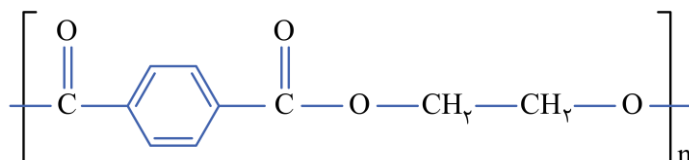


همانطور که مشخص است، برای سوختن هر مول اتیلن گلیکول و اتن به ترتیب $\frac{2}{5}$ و ۳ مول گاز اکسیژن لازم است که نشان می‌دهد مقدار گاز اکسیژن برای سوختن یک مول از این دو ماده با یکدیگر برابر نیست.

اتیلن گلیکول

اتیلن گلیکول، الکلی دو عاملی است که فرمول مولکولی آن به صورت $HO(CH_2)_2OH$ است. این ماده، انحلال‌پذیری زیادی در آب دارد و از محلول آن به‌عنوان ضدیخ در ماشین استفاده می‌کنند. این دی‌الکل، یکی از مونومرهای سازنده پلی‌اتیلن ترفتالات است که از اکسایش گاز اتن در حضور اکسنده مناسب (محلول آبی و رقیق پتاسیم پرمنگنات) تولید می‌شود. در این فرایند، عدد اکسایش هر اتم کربن ۱ واحد افزایش می‌یابد.

پلی‌اتیلن ترفتالات، پلی‌استری است که از واکنش شمار زیادی ترفتالیک اسید و اتیلن گلیکول تولید می‌شود. ساختار واحد تکرارشونده این پلیمر به صورت زیر است:



در ساختار واحدهای تکرارشونده این ماده، اتم H متصل به اتم‌های O ، N یا F وجود ندارد. از این رو، بین ذرات سازنده این پلیمر، پیوند هیدروژنی برقرار نمی‌شود و نیروی بین مولکولی غالب در آن از جنس نیروی **واندروالسی** است.



۱۰۴- تعادل $2F_2(g) + 2H_2O(g) \rightleftharpoons O_2(g) + 4HF(g)$ ، با حضور ۱۸ گرم بخار آب، $\frac{0}{25}$ مول گاز فلوئور و ۱۰ گرم گاز هیدروژن فلوئورید و مقداری گاز اکسیژن، در یک ظرف ۵ لیتری در دمای معین برقرار شده است. اگر مقدار ثابت تعادل واکنش برابر با $\frac{0}{12}$ مول بر لیتر باشد، در ظرف واکنش چند مول گاز اکسیژن حضور دارد؟ ($F = 19, O = 16, H = 1 : g \cdot mol^{-1}$)

$\frac{0}{12}$ (۴) $\frac{0}{16}$ (۳) $\frac{0}{15}$ (۲) $\frac{0}{3}$ (۱)

(آسان - محاسباتی - سریع ۱ - صفحه ۱۰۴ - ۱۲۰۴)

پاسخ: گزینه ۳

در واکنش‌های تعادلی، واکنش‌دهنده‌ها و فراورده‌ها به‌طور هم‌زمان در مخلوط نهایی حضور دارند. واکنش تعادلی انجام گرفته به‌صورت زیر است:

$$2F_2(g) + 2H_2O(g) \rightleftharpoons O_2(g) + 4HF(g)$$

در مخلوط تعادلی، ۱۸ گرم بخار آب (معادل ۱ مول بخار آب)، $\frac{0}{25}$ مول گاز فلوئور، ۱۰ گرم گاز HF (معادل $\frac{0}{5}$ مول گاز HF) و x مول گاز اکسیژن در ظرف وجود دارد. از آنجا که حجم ظرف ۵ لیتر است، می‌توان گفت که غلظت هر یک از مواد شرکت‌کننده در واکنش به‌صورت زیر است:

$$[F_2] = \frac{\frac{0}{25}}{5} = \frac{0}{0.5} \text{ mol} \cdot L^{-1}, \quad [H_2O] = \frac{1}{5} = \frac{0}{2} \text{ mol} \cdot L^{-1}$$

$$[HF] = \frac{\frac{0}{5}}{5} = \frac{0}{1} \text{ mol} \cdot L^{-1}, \quad [O_2] = \frac{x}{5} \text{ mol} \cdot L^{-1}$$

با داشتن ثابت تعادل، می‌توانیم مقدار گاز اکسیژن موجود در تعادل را محاسبه کنیم:

$$K = \frac{[HF]^4 \times [O_2]}{[F_2]^2 \times [H_2O]^2} \Rightarrow \frac{0}{12} = \frac{\frac{x}{5} \times (\frac{0}{1})^4}{(\frac{0}{0.5})^2 \times (\frac{0}{2})^2} \Rightarrow x = \frac{0}{6} \text{ mol}$$



۱۰۵- با کاهش دمای مخلوطی از گازهای نیتروژن، اکسیژن و هیدروژن کلرید، ابتدا گاز X میعان شده و سپس، گازهای Y و Z به ترتیب میعان می‌شوند. در رابطه با این گازها، کدام مطلب زیر درست است؟

- ۱) واکنش‌پذیری یک نمونه از گاز Y در مقایسه با گاز Z ، کمتر است.
- ۲) اتم‌های سازنده گاز Z در ساختار برخی از پلیمرها از جمله کولار یافت می‌شوند.
- ۳) گاز X را می‌توان در دمای اتاق، با سرعت بالا از واکنش عناصر سازنده آن تولید کرد.
- ۴) در شرکت‌های پتروشیمی، می‌توان گاز Y را با خلوص بسیار بالا با استفاده از تقطیر هوای مایع به‌دست آورد.

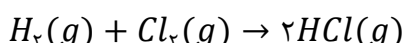
هیدروژن کلرید نسبت به گازهای اکسیژن و نیتروژن، جرم مولی بیشتری دارد. همچنین این گاز قطبی بوده و در نتیجه نقطه جوش آن از دو گاز دیگر بالاتر است. گازهای نیتروژن و اکسیژن ناقطبی هستند اما چون جرم مولی اکسیژن بیشتر است، این گاز نقطه جوش بالاتری دارد؛ بنابراین با کاهش دما، ابتدا هیدروژن کلرید در دمای ۸۵- و سپس به ترتیب گاز اکسیژن و نیتروژن در دماهای ۱۸۳- و ۱۹۶- درجه سلسیوس می‌شوند. پس گاز X همان هیدروژن کلرید و Y و Z به ترتیب گازهای اکسیژن و نیتروژن هستند. در ساختار کولار، علاوه بر اتم‌های کربن، اکسیژن و هیدروژن، اتم‌های نیتروژن نیز دیده می‌شود.



پلی‌آمیدها در ساختار خود علاوه بر اتم‌های C ، H و O ، اتم N نیز دارند. این پلیمرها را می‌توان از واکنش دی‌آمین‌ها با دی‌اسیدها تولید کرد. یکی از پلیمرهای ساختگی که در صنعت تولید می‌شود، کولار است. این پلیمر، از فولاد هم جرم خود ۵ برابر مقاوم‌تر است. سبک و بسیار محکم بوده و در برابر ضربه، خراش و یا بریدگی مقاوم است. از این پلیمر در تهیه انواع دستکش‌ها، تایر اتومبیل، قایق بادبانی، لباس‌های مخصوص مسابقه موتورسواری و جلیقه‌های ضدگلوله استفاده می‌شود.

بررسی سایر گزینه‌ها:

- ۱) گاز اکسیژن، گازی با واکنش‌پذیری بسیار بالاست که با بسیاری از مواد می‌تواند واکنش بدهد. در نقطه مقابل، گاز نیتروژن به دلیل داشتن پیوند سه‌گانه محکم خود، تمایل زیادی به انجام واکنش ندارد و واکنش‌پذیری آن بسیار کمتر از گاز اکسیژن است.
- ۳) از واکنش گاز هیدروژن و کلر، هیدروژن کلرید حاصل می‌شود. این فرایند در دمای اتاق به‌کندی انجام می‌شود. معادله واکنش انجام شده به‌صورت زیر است:



واکنش گاز هیدروژن با هالوژن‌ها

هیدروژن در واکنش با هالوژن‌ها (عناصر گروه ۱۷)، مقدار زیادی گرما آزاد می‌کند؛ البته واکنش ید جامد با گاز هیدروژن برخلاف بقیه واکنش‌های مربوط به این دسته، واکنشی گرماگیر است. این واکنش‌ها به‌صورت خودبه‌خودی انجام می‌شوند و با تولید هیدروژن هالیدها همراه هستند. هیدروژن هالیدها خاصیت اسیدی دارند و غلظت یون هیدرونیوم موجود در آب را افزایش می‌دهند. جدول زیر، شرایط انجام واکنش گاز هیدروژن با هر یک از این هالوژن‌ها را نشان می‌دهد:

نام هالوژن	شرایط انجام واکنش
فلوئور (F_2)	حتی در دمای $200^\circ C$ - به شدت واکنش می‌دهد.
کلر (Cl_2)	در دمای اتاق به کندی واکنش می‌دهد.
برم (Br_2)	در دمای $200^\circ C$ واکنش می‌دهد.
ید (I_2)	در دمای بالاتر از $400^\circ C$ واکنش می‌دهد.

- ۴) گازهای نیتروژن، آرگون و اکسیژن را می‌توان در شرکت‌های پتروشیمی از تقطیر جزءبه‌جزء هوای مایع به‌دست آورد. در شرکت‌های پتروشیمی مانند پتروشیمی شیراز، گاز آرگون به دلیل نزدیک بودن نقطه جوش آن با گاز اکسیژن، با خلوص بسیار زیادی تهیه می‌شود.

تقطیر جزءبه‌جزء هوای مایع

تقطیر جزءبه‌جزء هوای مایع، فرایندی است که برای جدا کردن و تهیه گازهای موجود در هواکره مخصوصاً سه گاز فراوان‌تر آن استفاده می‌شود. در این فرایند، ابتدا هوای خشک و پاک را تا دمای 200 - درجه سلسیوس سرد می‌کنند. سپس با افزایش دما، یکی یکی گازهای آن را جدا می‌کنند. ابتدا نیتروژن در دمای 196 - درجه سلسیوس به‌صورت گاز جدا می‌شود. سپس گاز آرگون با نقطه جوش 186 - درجه سلسیوس و در نهایت گاز اکسیژن با نقطه جوش 183 - درجه سلسیوس از مخلوط هوای مایع جدا می‌شود. تهیه آرگون با خلوص 100% انجام نمی‌شود زیرا نقطه جوش آن و اکسیژن بسیار به یکدیگر نزدیک هستند. بنابراین در شرکت‌های پتروشیمی مانند پتروشیمی شیراز، آرگون را با خلوص بسیار زیاد با استفاده از تقطیر هوای مایع به‌دست می‌آورند.



برای مطالعه بیشتر، این چند تا تست اضافه رو هم براتون گذاشتیم که علاوه بر آزمون، یک محک دوباره برای خودتون باشه!

۱- کدام یک از مطالب زیر نادرست است؟

- (۱) در واکنش سوختن گوگرد در دما و فشار اتاق، حجم گاز مصرف شده و گاز تولید شده با یکدیگر برابر است.
 (۲) گاز کربن مونوکسید، در ساختار مولکولی خود دارای ۳ پیوند اشتراکی بوده و همانند متان، بی بو است.
 (۳) مولکول NO_2Cl قطبی بوده و در ساختار لوویس آن، همه اتم‌ها به آرایش گاز نجیب رسیده‌اند.
 (۴) درصد حجمی گاز هلیوم در گاز طبیعی، کمتر از ۷ برابر درصد حجمی این گاز در هواکره است.
- ۲- دستگاه گلوکومتر، غلظت قند خون یک فرد را با عدد ۹۰ نشان داده است. اگر ۱۰ میلی لیتر محلول مولار گلوکز به بدن این فرد که دارای ۵ لیتر خون است، تزریق شود، عدد نشان داده شده توسط دستگاه گلوکومتر کدام است؟
 ($O = ۱۶, C = ۱۲, H = ۱ : g.mol^{-1}$)

(۱) ۱۶۲ (۲) ۱۵۲ (۳) ۱۲۶ (۴) ۱۱۶

- ۳- یک نمونه ۱۶ گرمی از ترکیبی با فرمول شیمیایی $C_{12}H_{16}$ ، در شرایط استاندارد با ۸/۹۶ لیتر گاز هیدروژن به طور کامل واکنش داده و سیر می شود. نسبت شمار پیوندهای اشتراکی دوگانه به شمار پیوندهای اشتراکی سه گانه در ساختار این ترکیب، برابر با کدام یک از اعداد زیر می تواند باشد؟ ($C = ۱۲, H = ۱ : g.mol^{-1}$)

(۱) ۳ (۲) ۲ (۳) ۱ (۴) ۰/۵

- ۴- در شرایط استاندارد، ۲/۲۴ لیتر مخلوط گازی از اتان و بوتان که درصد حجمی هر گاز در آن برابر با ۵۰٪ است را به طور کامل سوزانده و طی این فرایند، ۲۲۳ کیلوژول انرژی آزاد می شود. اگر آنتالپی سوختن اتان برابر با ۱۵۶۰- کیلوژول بر مول باشد، آنتالپی سوختن پنتان تقریباً برابر با چند کیلوژول بر مول می شود؟

(۱) -۳۱۹۰ (۲) -۳۶۸۰ (۳) -۳۴۰۰ (۴) -۳۵۷۰

- ۵- یک نمونه ۳۴/۸ گرمی از نوعی پاک کننده غیرصابونی با زنجیر هیدروکربنی سیرشده، در ساختار خود دارای $10^{22} \times 6/02$ اتم گوگرد است. این نمونه از پاک کننده، در ساختار بخش ناقطبی خود دارای چند اتم کربن بوده و گاز هیدروژن مورد نیاز برای سیرشدن آن، از واکنش چند گرم گاز متان با مقدار کافی بخار آب به دست می آید؟

($S = ۳۲, Na = ۲۳, O = ۱۶, C = ۱۲, H = ۱ : g.mol^{-1}$)

(۱) ۴/۸ - ۱۸ (۲) ۱/۶ - ۱۸ (۳) ۴/۸ - ۱۶ (۴) ۱/۶ - ۱۶

محل انجام محاسبات



برای مطالعه بیشتر، این چند تا تست اضافه رو هم براتون گذاشتیم که علاوه بر آزمون، یک محک دوباره برای خودتون باشه!

۱- کدام یک از مطالب زیر نادرست است؟

- (۱) در واکنش سوختن گوگرد در دما و فشار اتاق، حجم گاز مصرف شده و گاز تولید شده با یکدیگر برابر است.
- (۲) گاز کربن مونوکسید، در ساختار مولکولی خود دارای ۳ پیوند اشتراکی بوده و همانند متان، بی‌بو است.
- (۳) مولکول NO_2Cl قطبی بوده و در ساختار لوویس آن، همه اتم‌ها به آرایش گاز نجیب رسیده‌اند.
- (۴) درصد حجمی گاز هلیوم در گاز طبیعی، کمتر از ۷ برابر درصد حجمی این گاز در هواکره است.

پاسخ: گزینه ۴

(متوسط - مفهومی - استاندارد) - صفحه ۵۹ - ۱۰۰۲

حدود ۷ درصد حجمی از مخلوط گاز طبیعی را هلیوم تشکیل می‌دهد. همچنین در هواکره، درصد حجمی این گاز تقریباً برابر با ۰/۰۰۰۵ درصد است؛ بنابراین درصد حجمی این گاز در یک نمونه از گاز طبیعی بسیار بیشتر از درصد حجمی آن در هواکره (حدود ۱۴۰۰۰ برابر) است.



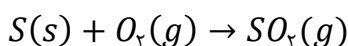
هلیوم

هلیوم، سبک‌ترین گاز نجیب است که در گروه ۱۸ جدول تناوبی قرار دارد. عدد اتمی آن برابر ۲ بوده و در دسته s قرار گرفته است. آرایش الکترونی هلیوم، به صورت دوتایی بوده و از قاعده هشت‌تایی پیروی نمی‌کند. واکنش‌پذیری این عنصر، بسیار ناچیز است و از آن در پرکردن بالن‌های تفریحی، تبلیغاتی و هواشناسی، کپسول غواصی، جوشکاری و مهم‌تر از همه خنک‌کردن قطعات الکترونیکی دستگاه‌های تصویربرداری مانند MRI استفاده می‌شود. منابع زمینی هلیوم از منابع موجود در هواکره سرشارتر است و برای تهیه هلیوم در مقیاس صنعتی می‌توان از منابع زمینی استفاده کرد. این گاز از تقطیر جزء به جزء هوای مایع نیز می‌تواند تولید شود. حدود ۷ درصد حجمی مخلوط گاز طبیعی را هلیوم تشکیل می‌دهد.

بررسی سایر گزینه‌ها:



معادله واکنش سوختن گوگرد در دما و فشار اتاق که همراه با ایجاد شعله آبی‌رنگ است، به صورت زیر است:



همان‌طور که در معادله واکنش مشخص است، با مصرف شدن ۱ مول گاز اکسیژن، ۱ مول گاز گوگرد دی‌اکسید تولید می‌شود. از طرفی، بر اساس قانون آووگادرو، حجم ۱ مول از گازهای گوناگون در دما و فشار یکسان با هم برابر است. در نتیجه، می‌توان گفت که حجم گاز اکسیژن مصرف شده با حجم گاز گوگرد دی‌اکسید تولید شده، برابر است.



گاز کربن مونوکسید با فرمول مولکولی CO، اکسید ناپایدارتر کربن بوده و ساختار لوویس آن به صورت زیر است:



در ساختار این ماده، ۳ پیوند اشتراکی وجود دارد. گاز کربن مونوکسید همانند متان گازی بی‌بو و بی‌رنگ است اما برخلاف آن، بسیار سمی است.

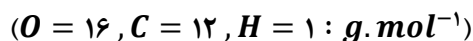
کربن مونوکسید

- کربن مونوکسید، یکی از اکسیدهای کربن است که فرمول مولکولی آن به صورت CO است. این مولکول نسبت به اکسید دیگر کربن یعنی کربن دی‌اکسید، ناپایدارتر بوده و سطح انرژی بالاتری دارد. در رابطه با این گاز داریم:
- در ساختار این مولکول، پیوند سه‌گانه میان کربن و اکسیژن وجود دارد.
- این گاز بی‌رنگ، بی‌بو اما بسیار سمی است. قدرت انتشار بسیار بالایی دارد و چگالی آن کمتر از چگالی هوا است.
- در صورت ورود گاز کربن مونوکسید به خون، چون میل ترکیبی آن با هموگلوبین بیشتر از ۲۰۰ برابر اکسیژن است، از رسیدن اکسیژن به بافت‌های بدن جلوگیری می‌کند.
- این گاز از سوختن ناقص سوخت‌های فسیلی به دست می‌آید.
- مقدار این آلاینده توسط مبدل‌های کاتالیستی در خودروها کمتر می‌شود و به کربن دی‌اکسید تبدیل می‌شود.
- این گاز از واکنش متان با بخار آب نیز تولید می‌شود که در تهیه متانول کاربرد دارد.



مولکول NO_2Cl یک مولکول قطبی است، زیرا اتم‌های کناری در این مولکول متفاوت هستند. در این مولکول همه اتم‌ها با به اشتراک گذاشتن الکترون‌های خود، به آرایش گاز نجیب هم‌دوره خود رسیده‌اند.

۲- دستگاه گلوکومتر، غلظت قند خون یک فرد را با عدد ۹۰ نشان داده است. اگر ۱۰ میلی لیتر محلول مولار گلوکز به بدن این فرد که دارای ۵ لیتر خون است، تزریق شود، عدد نشان داده شده توسط دستگاه گلوکومتر کدام است؟



۱۱۶ (۴)

۱۲۶ (۳)

۱۵۲ (۲)

۱۶۲ (۱)

(متوسط - محاسباتی - استاندارد ۱ - صفحه ۹۹ - ۱۰۰۳)

پاسخ: گزینه ۳

دستگاه گلوکومتر، مقدار میلی گرم گلوکز در یک دسی لیتر خون را نشان می دهد. با توجه به عدد گلوکومتر، در ابتدا باید مقدار گلوکز موجود در خون فرد را محاسبه کنیم:

$$? mg C_6H_{12}O_6 = 5 L \text{ خون} \times \frac{10 dL \text{ خون}}{1 L \text{ خون}} \times \frac{90 mg C_6H_{12}O_6}{1 dL \text{ خون}} = 4500 mg$$

طی این فرایند، ۱۰ میلی لیتر محلول یک مولار گلوکز به بدن فرد تزریق شده است. با اضافه کردن مقداری محلول گلوکز به خون فرد، غلظت گلوکز موجود در خون فرد تغییر می کند. مقدار گلوکز اضافه شده به خون این فرد برابر است با:

$$? mg C_6H_{12}O_6 = 10 mL \text{ محلول} \times \frac{1 L \text{ محلول}}{1000 mL \text{ محلول}} \times \frac{1 mol C_6H_{12}O_6}{1 L \text{ محلول}} \times \frac{180 g C_6H_{12}O_6}{1 mol C_6H_{12}O_6} \times \frac{1000 mg C_6H_{12}O_6}{1 g C_6H_{12}O_6}$$

$$= 1800 mg$$

داریم:

$6300 mg = 4500 + 1800 =$ مقدار گلوکز اضافه شده + مقدار اولیه گلوکز = مقدار نهایی گلوکز
در نهایت مقدار گلوکز در خون فرد برابر ۶۳۰۰ میلی گرم است. از آنجا که ۱۰ میلی لیتر محلول در مقابل ۵ لیتر خون مقدار ناچیزی است، می توان از حجم محلول اضافه شده صرف نظر کرد و حجم نهایی را با حجم خون اولیه برابر در نظر گرفت. در نتیجه، عدد جدیدی که دستگاه نشان می دهد به صورت زیر خواهد بود:

$$\text{عدد گلوکومتر} = \frac{\text{میلی گرم گلوکز}}{\text{دسی لیتر خون}} \Rightarrow \frac{6300 mg}{5 L \times \frac{10 dL}{1 L}} = 126$$

گلوکومتر

گلوکومتر، دستگاهی برای سنجش میزان گلوکز موجود در خون است. این دستگاه، غلظت گلوکز خون را در مقیاس میلی گرم گلوکز در هر دسی لیتر خون بیان می کند. هر دسی لیتر خون برابر ۰/۱ لیتر از آن است. برای تبدیل عدد گلوکومتر به غلظت مولی گلوکز در خون یا برعکس، می توان از رابطه زیر استفاده کرد:

$$\text{عدد گلوکومتر} = 18000 \times \text{غلظت مولی گلوکز} \quad \text{غلظت مولی گلوکز} = 18000 \div \text{عدد گلوکومتر}$$



۳- یک نمونه ۱۶ گرمی از ترکیبی با فرمول شیمیایی $C_{12}H_{16}$ ، در شرایط استاندارد با ۸/۹۶ لیتر گاز هیدروژن به طور کامل واکنش داده و سیر می شود. نسبت شمار پیوندهای اشتراکی دوگانه به شمار پیوندهای اشتراکی سه گانه در ساختار این ترکیب، برابر با کدام یک از اعداد زیر می تواند باشد؟ ($C = 12, H = 1 : g.mol^{-1}$)

۰/۵ (۴)

۱ (۳)

۲ (۲)

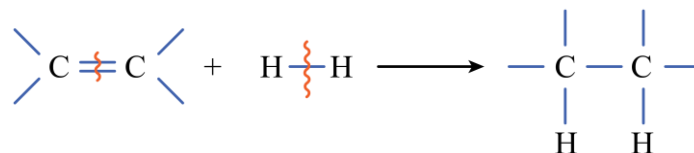
۳ (۱)

(سخت - مفهومی و محاسباتی - زمان بر ۵ - صفحه ۵۰ - ۱۱۰۱)

پاسخ: گزینه ۲

از واکنش هیدروکربن های سیر نشده با گاز هیدروژن، هیدروکربن های سیر شده به دست می آیند. با انجام واکنش، پیوندهای دوگانه و سه گانه کربن-کربن شکسته شده و به پیوندهای یگانه تبدیل می شوند. برای سیر کردن پیوند دوگانه و سه گانه کربن-کربن به ترتیب نیاز به یک و دو مول گاز هیدروژن است. به عبارت دیگر، هر پیوند دوگانه با یک مول و هر پیوند سه گانه نیز با ۲ مول گاز هیدروژن به طور کامل واکنش داده و سیر می شود.

در رابطه با پیوندهای دوگانه، داریم:

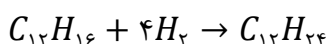


برای حل کردن این سؤال، لازم است که ابتدا مقدار مول هیدروکربن و گاز هیدروژن مصرف شده را به دست بیاوریم:

$$? \text{ mol } C_{12}H_{16} = 16 \text{ g } C_{12}H_{16} \times \frac{1 \text{ mol } C_{12}H_{16}}{160 \text{ g } C_{12}H_{16}} = 0.1 \text{ mol}$$

$$? \text{ mol } H_2 = 8/96 \text{ L } H_2 \times \frac{1 \text{ mol } H_2}{22/4 \text{ L } H_2} = 0.4 \text{ mol}$$

طبق فرض سؤال، مقدار ۰/۱ مول از هیدروکربن مورد نظر با ۰/۴ مول گاز هیدروژن سیر شده است. پس می‌توان گفت که ۱ مول از هیدروکربن با ۴ مول گاز هیدروژن سیر می‌شود. معادله واکنش انجام شده به صورت زیر است:



همان‌طور که اشاره کردیم، هر یک مول از هر کدام از پیوندهای دوگانه و سه‌گانه کربن-کربن برای سیر شدن به ترتیب به یک و دو مول گاز هیدروژن نیاز دارند. فرض می‌کنیم که a مول پیوند دوگانه کربن-کربن و b مول پیوند سه‌گانه کربن-کربن داریم. از این رو، رابطه زیر بین تعداد این پیوندها برقرار خواهد بود:

$$a + 2b = 4$$

با توجه به معادله بالا و وجود دو مجهول در آن، تعداد پیوندهای دوگانه و سه‌گانه می‌تواند به ترتیب برابر با یکی از زوج اعداد ۲ و ۱ و یا ۰ و ۲ و یا ۴ و ۰ باشد. بنابراین نسبت تعداد پیوند دوگانه به پیوند سه‌گانه می‌تواند برابر ۲ یا ۰ باشد.



۴- در شرایط استاندارد، ۲/۲۴ لیتر مخلوط گازی از اتان و بوتان که درصد حجمی هر گاز در آن برابر با ۵۰٪ است را به‌طور کامل سوزانده و طی این فرایند، ۲۲۳ کیلوژول انرژی آزاد می‌شود. اگر آنتالپی سوختن اتان برابر با ۱۵۶۰- کیلوژول بر مول باشد، آنتالپی سوختن پنتان تقریباً برابر با چند کیلوژول بر مول می‌شود؟

(۴) -۳۵۷۰

(۳) -۳۴۰۰

(۲) -۳۶۸۰

(۱) -۳۱۹۰

(متوسط - محاسباتی - زمان‌بر) - صفحه ۷۳ - ۱۱۰۲

پاسخ: گزینه ۴

در مخلوط گازی از اتان و بوتان، درصد حجمی هر دو گاز برابر ۵۰٪ است. می‌دانیم که حجم یک گاز را می‌توانیم هم‌ارز با مول گاز در نظر بگیریم؛ بنابراین در این مخلوط، مقدار مول هر یک از گازها با یکدیگر برابر است. در ابتدا، مجموع مول گازهای موجود در مخلوط را محاسبه می‌کنیم:

$$? \text{ mol گاز} = 2/24 \text{ L گاز} \times \frac{1 \text{ mol گاز}}{22/4 \text{ L گاز}} = 0.1 \text{ mol گاز}$$

مجموع مول مخلوط گازی برابر ۰/۱ است و مقدار هر یک از گازهای آن برابر ۰/۰۵ مول است. در اثر سوختن این مخلوط، ۲۲۳ کیلوژول گرما آزاد شده است. از آنجا که آنتالپی سوختن اتان برابر ۱۵۶۰- کیلوژول بر مول است، مقدار گرمای آزاد شده حاصل از سوختن اتان برابر خواهد بود با:

$$? \text{ kJ گرما} = 0.05 \text{ mol } C_2H_6 \times \frac{1560 \text{ kJ}}{1 \text{ mol } C_2H_6} = 78 \text{ kJ}$$

از ۲۲۳ کیلوژول گرمای آزاد شده، ۷۸ کیلوژول گرما حاصل از سوختن اتان است؛ بنابراین، ۱۴۵ کیلوژول گرما از سوختن گاز بوتان به دست می‌آید. با توجه به مصرف شدن ۰/۰۵ مول از بوتان، آنتالپی سوختن این گاز را به صورت زیر محاسبه می‌کنیم:

$$? \text{ kJ گرما} = 0.05 \text{ mol } C_4H_{10} \times \frac{\Delta H \text{ kJ}}{1 \text{ mol } C_4H_{10}} = 145 \text{ kJ} \Rightarrow \Delta H = -2900 \text{ kJ}$$

آنتالپی سوختن اتان با فرمول مولکولی C_2H_6 و بوتان با فرمول مولکولی C_4H_{10} به ترتیب برابر ۱۵۶۰- و ۲۹۰۰- کیلوژول بر مول است. تفاوت ساختار این دو ماده، به اندازه ۲ تا گروه CH_3 است؛ بنابراین می‌توانیم بگوییم که به ازای اضافه شدن هر گروه CH_3 ، اندازه قدر مطلق آنتالپی سوختن هر عضو خانواده آلکان‌ها به اندازه ۶۷۰ کیلوژول بر مول اضافه می‌شود؛ بنابراین آنتالپی سوختن پنتان برابر ۳۵۷۰- کیلوژول بر مول است.

آنتالپی سوختن

گرمای آزاد شده از سوختن کامل یک مول ماده سوختنی در اکسیژن کافی را آنتالپی سوختن می‌گویند. از آنجا که سوختن فرایندی گرماده است، آنتالپی سوختن همیشه با علامت منفی گزارش می‌شود. یکای آنتالپی سوختن $kJ \cdot mol^{-1}$ است. برای مقایسه آنتالپی سوختن ترکیب‌های آلی می‌توانیم به صورت زیر عمل کنیم:

- (۱) هر چه تعداد اتم‌های کربن ترکیب آلی بیشتر باشد، اندازه قدرمطلق آنتالپی سوختن آن **بیشتر** خواهد بود.
- (۲) اگر تعداد اتم‌های کربن در دو ترکیب برابر باشد، در این صورت به بررسی تعداد هیدروژن‌ها می‌پردازیم. هر چه تعداد هیدروژن‌ها **بیشتر** باشد، اندازه قدرمطلق آنتالپی سوختن **بیشتر** خواهد بود.



۵- یک نمونه $34/8$ گرمی از نوعی پاک‌کننده غیرصابونی با زنجیر هیدروکربنی سیرشده، در ساختار خود دارای $10^{22} \times 6/02$ اتم گوگرد است. این نمونه از پاک‌کننده، در ساختار بخش ناقطبی خود دارای چند اتم کربن بوده و گاز هیدروژن مورد نیاز برای سیرشدن آن، از واکنش چند گرم گاز متان با مقدار کافی بخار آب به دست می‌آید؟

$$(S = 32, Na = 23, O = 16, C = 12, H = 1 : g \cdot mol^{-1})$$

$$1/6 - 16 \quad (4)$$

$$4/8 - 16 \quad (3)$$

$$1/6 - 18 \quad (2)$$

$$4/8 - 18 \quad (1)$$

(سخت - محاسباتی - زمان‌بر - صفحه ۱۱ - ۱۲۰۱)

پاسخ: گزینه ۲

پاک‌کننده‌های غیرصابونی، شوینده‌هایی هستند که ساختار عمومی آن‌ها به صورت $SO_3Na - C_6H_5 - R$ است. اگر زنجیر هیدروکربنی متصل به حلقه بنزنی این ماده سیر شده باشد، فرمول شیمیایی آن به صورت $SO_3Na - C_6H_5 - C_nH_{2n+1}$ می‌شود. همانطور که مشخص است، در ساختار این ماده، به ازای هر مول از پاک‌کننده، یک مول اتم گوگرد وجود دارد. در ابتدا، باید جرم مولی این پاک‌کننده را از طریق شمار اتم‌های گوگرد موجود در آن محاسبه کنیم:

$$? g \text{ پاک‌کننده} = 6/02 \times 10^{22} \text{ atom S} \times \frac{1 \text{ mol S}}{6/02 \times 10^{22} \text{ atom S}} \times \frac{1 \text{ mol پاک‌کننده}}{1 \text{ mol S}} \times \frac{M g \text{ پاک‌کننده}}{1 \text{ mol پاک‌کننده}} = 34/8 g$$

$$\Rightarrow M = 348 g \cdot mol^{-1}$$

جرم هر مول از این پاک‌کننده برابر ۳۴۸ گرم است. از آنجا که ساختار این ماده به صورت $SO_3Na - C_6H_5 - C_nH_{2n+1}$ است، برای به دست آوردن شمار اتم‌های کربن آن به صورت زیر عمل می‌کنیم:

$$\text{جرم مولی} = (\text{تعداد سدیم} \times 23) + (\text{تعداد گوگرد} \times 32) + (\text{تعداد اکسیژن} \times 16) + (\text{تعداد هیدروژن} \times 1) + (\text{تعداد کربن} \times 12)$$

$$\Rightarrow 12 \times (n + 6) + 1 \times (2n + 1 + 4) + (3 \times 16) + (1 \times 32) + (1 \times 23) = 348 \Rightarrow n = 12$$

از آنجا که بخش ناقطبی این شوینده‌ها شامل زنجیر هیدروکربنی (R) و حلقه بنزنی می‌شود، بنابراین بخش ناقطبی این مولکول‌ها مجموعاً ۱۸ اتم کربن دارد. برای سیر کردن پیوندهای دوگانه و سه‌گانه کربن-کربن در ترکیب‌های آلی از گاز هیدروژن استفاده می‌کنند. در صورتی که R در ساختار شوینده‌های غیرصابونی سیر شده باشد، در مجموع ۳ مول گاز هیدروژن برای سیر کردن یک مول از این ترکیب لازم است. این مقدار از گاز هیدروژن صرف سیر کردن پیوندهای سیر نشده موجود در حلقه بنزنی می‌شود که تعداد این پیوندها برابر ۳ است. بنابراین مقدار گاز هیدروژن لازم برای سیر شدن $34/8$ گرم از این ترکیب برابر است با:

$$? \text{ mol } H_2 = 34/8 g \text{ پاک‌کننده} \times \frac{1 \text{ mol پاک‌کننده}}{348 g \text{ پاک‌کننده}} \times \frac{3 \text{ mol } H_2}{1 \text{ mol پاک‌کننده}} = 0/3 \text{ mol}$$

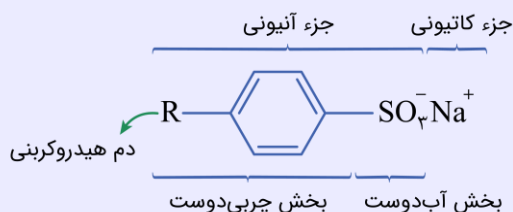
گاز هیدروژن مصرف شده طی این فرایند از واکنش بخار آب با گاز متان به دست می‌آید. معادله موازنه شده واکنش به صورت زیر است:

$$CH_4 + H_2O \rightarrow CO + 3H_2$$

همانطور که در واکنش مشخص است، به ازای مصرف شدن ۱ مول گاز متان (معادل ۱۶ گرم متان)، ۳ مول گاز هیدروژن به دست می‌آید. بنابراین، با تولید شدن ۰/۳ مول گاز هیدروژن، ۰/۱ مول گاز متان مصرف می‌شود که معادل ۱/۶ گرم از این گاز است.

پاک‌کننده‌های غیرصابونی

شیمی‌دان‌ها به دنبال موادی بودند که علاوه بر قدرت پاک‌کنندگی بالا، بتوان آن‌ها را به میزان انبوه و با قیمت مناسب تولید کرد. با توجه به رابطه میان ساختار و رفتار یک ماده، شیمی‌دان‌ها به دنبال موادی بودند که همانند صابون‌ها، ساختاری دوگانه دوست (هم چربی‌دوست و هم آب‌دوست) داشته باشند. سرانجام آن‌ها توانستند با استفاده از بنزن و دیگر مواد اولیه موجود در صنایع پتروشیمی، پاک‌کننده‌های جدیدی را تولید کنند. این مواد، به **پاک‌کننده‌های غیرصابونی** معروف بوده و فرمول همگانی آن‌ها به صورت $RC_6H_4SO_3Na$ است. ساختار این مواد به صورت زیر است:



همان‌طور که مشخص است، پاک‌کننده‌های غیرصابونی نیز همانند پاک‌کننده‌های صابونی از یک بخش **آب‌دوست** و یک بخش **چربی‌دوست** (حلقه بنزنی و زنجیر هیدروکربنی) تشکیل شده‌اند. در هنگام استفاده از این پاک‌کننده‌ها، مولکول‌های چربی به زنجیره هیدروکربنی پاک‌کننده می‌چسبند و بخش آب‌دوست مولکول‌های پاک‌کننده نیز باعث پخش شدن چربی‌ها در آب می‌شود. پاک‌کننده‌های غیرصابونی، برخلاف پاک‌کننده‌های صابونی، طی واکنش‌های پیچیده و از مواد پتروشیمیایی تولید می‌شوند. این پاک‌کننده‌ها، همانند **بنزن**، **نفتالن**، **بنزوئیک اسید**، **بنزآلدهید** و ...، دارای **یک حلقه کربنی آروماتیک** (حلقه بنزنی) در ساختار خود هستند. پاک‌کننده‌های غیرصابونی، قدرت پاک‌کنندگی بیشتری نسبت به پاک‌کننده‌های صابونی دارند.

