



گروه آزمایشی علوم ریاضی و فنی

آزمون ماز | پایه دوازدهم



جامع شبیه ساز کنکور سراسری (۴)

(تعداد سؤالات مطابق کنکور سراسری)



ویژه کنکوری های ۱۴۰۵

دفترچه شماره ۱

جمعه ۱۶ مرداد ماه ۱۴۰۵

ردیف	ماده امتحانی	تعداد سؤال	شماره سؤال		مدت زمان پاسخ گویی	ملاحظات
			از	تا		
۱	ریاضیات	۴۰	۱	۴۰	۷۰ دقیقه	۴۰ سؤال ۷۰ دقیقه

برای شباهت حداکثری به کنکور، صفحه آرایی، فونت و حتی اندازه متن در تمامی آزمون های ماز، کاملاً یکسان با استاندارد دفترچه های کنکور در نظر گرفته می شود.

بودجه بندی دروس این آزمون

ریاضیات گسسته و آمار و احتمال جامع شبیه ساز کنکور سراسری سهم در کنکور: ۸ سؤال	هندسه جامع شبیه ساز کنکور سراسری سهم در کنکور: ۱۲ سؤال	حسابان جامع شبیه ساز کنکور سراسری سهم در کنکور: ۲۰ سؤال
شیمی جامع شبیه ساز کنکور سراسری سهم در کنکور: ۳۰ سؤال	فیزیک جامع شبیه ساز کنکور سراسری سهم در کنکور: ۳۵ سؤال	

استراتژی و هدف گذاری با ماز در سال تحصیلی ۱۴۰۴-۰۵

نیم سال دوم: ۹ مرحله آزمون در ۱۰۰ روز تحصیلی مفید + فرصت هایی برای مرور و جبران + ۵ آزمون جامع شبیه ساز کنکور سراسری

- ۱- شروع نیم سال دوم؛ شروع نیمه دوم رقابت با مهارت بیشتر؛ فرصت برای شروع نیم سال دوم و پیشروی ۵۰ یا صد درصدی پایه دوازدهم + تکمیل مرور و یادگیری پایه یازدهم (فرصت برای شروع نیم سال دوم + تکمیل مرور و یادگیری پایه یازدهم)
- ۲- فرصت های طلایی برای مرور و جبران: در دو آزمون ۶ و ۱۴ فروردین می توانید به ترتیب مباحث پایه دهم و یازدهم + مباحث نیم سال اول دوازدهم را به طور کامل مرور و جمع بندی کنید. (زمان مرور و جمع بندی دهم و یازدهم + نیم سال اول دوازدهم)
- ۳- تکمیل تسلط بر نیم سال دوم + آزمون های مبحثی: سه مرحله آزمون برای تکمیل و تسلط بر ۵۰ درصد پایانی نیم سال دوم + مرور پایه با نگاه ترکیبی به مباحث ✓ با آرامش خاطر و تسلط صد درصدی به استقبال امتحانات نهایی بروید! (زمان تکمیل و تسلط بر نیم سال دوم دوازدهم)
- ۴- آزمون های جامع شبیه ساز و پیش بینی کنکور سراسری: در پنج آزمون جامع شبیه ساز کنکور سراسری، شرایط کاملاً مشابه با کنکور سراسری را تجربه کنید! (ایستگاه جمع بندی و جبران)

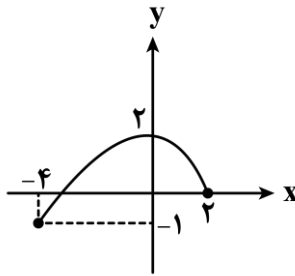


- ۱- در دنباله حسابی $1, x+y, x+2, x, \dots$ مجموع ۲۰ جمله اول کدام است؟
 (۱) ۶۸۰ (۲) ۷۶۰ (۳) ۷۲۰ (۴) ۸۴۰
- ۲- به ازای چند مقدار صحیح m ، رأس سهمی $y = mx^2 - 12x + 9 + m$ در ناحیه چهارم مختصات قرار دارد؟
 (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۱۲ (۴) ۱۴
- ۳- با فرض $a = \sqrt[3]{4} + \sqrt[3]{2}$ ، حاصل $a^3 - 6a$ کدام است؟
 (۱) ۱۲ (۲) ۹ (۳) ۸ (۴) ۶
- ۴- اگر p و q دو گزاره دلخواه و ارزش گزاره $(p \Rightarrow \sim q) \Rightarrow (q \wedge \sim q)$ درست باشد، آنگاه ارزش کدام یک از گزینه های زیر همواره درست است؟
 (۱) $\sim p \wedge q$ (۲) $q \Rightarrow \sim p$ (۳) $\sim p \Rightarrow \sim q$ (۴) $p \wedge \sim q$
- ۵- حاصل ضرب ریشه های حقیقی معادله $\frac{2}{(x-1)^2} + \frac{1}{x^2 - 2x} = 2$ چقدر است؟
 (۱) ۲ (۲) $\frac{1}{2}$ (۳) -۲ (۴) $-\frac{1}{2}$
- ۶- اگر $(-2, m)$ بزرگ ترین بازه ای باشد که در این بازه، نمودار تابع $y = \sqrt{4x+8}$ بالای نمودار $y = |x+2|$ باشد، مقدار m کدام است؟
 (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴
- ۷- دو رأس یک مستطیل روی خط $y = 2x - 3$ و نقاط $(3, 0)$ و $(-1, -2)$ رأس های غیرمجاور این مستطیل هستند. مساحت این مستطیل چقدر است؟
 (۱) ۶ (۲) ۸ (۳) ۴ (۴) ۱۲
- ۸- نمودار وارون تابع $f(x) = x - \sqrt{4-x}$ خط $y = 2x + a$ را در نقطه ای به طول ۲ قطع می کند. مقدار $\left[\frac{a}{2}\right]$ کدام است؟
 ([] نماد جزء صحیح است.)
 (۱) ۱ (۲) -۱ (۳) -۲ (۴) صفر

محل انجام محاسبات



۹- نمودار تابع $y = f(x)$ به صورت زیر است. اشتراک دامنه و برد تابع $y = 2f(1-2x)$ شامل چند عدد صحیح است؟



(۱) ۵

(۲) ۴

(۳) ۳

(۴) ۲

۱۰- اگر فرض کنیم $\log 2 \approx 0.3$ و $\log 3 \approx 0.5$ باشد، ریشه بزرگ تر معادله $\log \frac{2}{5} x + 4 \log \frac{2}{5} = x^2 - 2(\log 6)x$ ، چند برابر ریشه کوچک تر آن است؟

(۴) -۵

(۳) ۵

(۲) ۳

(۱) -۳

۱۱- اگر $\frac{\tan \alpha}{1 - 2 \cot(\alpha - \frac{\pi}{2})} = 3$ باشد، مقدار $\cos 2\alpha$ کدام است؟

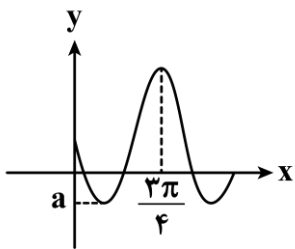
(۴) $\frac{18}{29}$

(۳) $\frac{20}{29}$

(۲) $\frac{9}{17}$

(۱) $\frac{1}{17}$

۱۲- قسمتی از نمودار تابع $f(x) = 2 + 3a \sin \frac{x}{b}$ به صورت مقابل است. دوره تناوب تابع $y = \cos \frac{b}{a} x$ کدام است؟



(۱) 2π

(۲) $\frac{2\pi}{3}$

(۳) $\frac{4\pi}{3}$

(۴) 4π

۱۳- مجموع جواب های معادله $1 + \sin x \cos x = \cos^2 x$ در بازه $(0, 2\pi)$ کدام است؟

(۴) 3π

(۳) 2π

(۲) $\frac{7\pi}{2}$

(۱) $\frac{5\pi}{2}$

محل انجام محاسبات



۱۴- حاصل $\lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{1 - \sqrt{2 - \sqrt[3]{x}}}{|x^2 - x|}$ کدام است؟

- (۱) $-\frac{1}{6}$ (۲) $\frac{1}{6}$ (۳) $\frac{1}{12}$ (۴) $-\frac{1}{12}$

۱۵- اگر $f(x) = \frac{\sqrt{4x^2 - 3}}{ax^2 + 1}$ و $\lim_{x \rightarrow +\infty} xf(-x) = 2$ باشد، حاصل $\lim_{x \rightarrow 1^+} \left[-\frac{2}{x} \right] f(x)$ کدام است؟

- (۱) $\frac{1}{2}$ (۲) $-\frac{1}{2}$ (۳) -1 (۴) 1

۱۶- اگر $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{ax + k}{2x^2 + ax + b} = -\infty$ باشد، حدود k کدام است؟

- (۱) $k > 4$ (۲) $k < 2$ (۳) $k > 2$ (۴) $k < 4$

۱۷- تابع $f(x) = \begin{cases} a[x] + bx^2 & x < 2 \\ 3x - b & x \geq 2 \end{cases}$ روی $\mathbb{R}$ پیوسته است. مقدار $a + b$ کدام است؟

- (۱) $1/6$ (۲) $1/2$ (۳) $1/5$ (۴) $1/8$

۱۸- اگر $f(x) = 3 - \sqrt{3x + 1}$ و $g'(1) = 3$ باشد، مقدار مشتق تابع $(f + g) \circ f$ در نقطه $x = 1$ چقدر است؟

- (۱) $-\frac{9}{16}$ (۲) $-\frac{27}{8}$ (۳) $-\frac{9}{8}$ (۴) $-\frac{27}{16}$

۱۹- خطی که در نقطه $x = 3$ بر نمودار تابع $f(x) = \frac{2x + a}{x - 2}$ مماس می‌شود، محور x ها را در نقطه‌ای به طول ۲ قطع می‌کند.

مقدار a کدام است؟

- (۱) -5 (۲) -1 (۳) 5 (۴) 1

۲۰- مقدار ماکزیمم مطلق تابع $f(x) = \sqrt{x} + \sqrt{6 - 2x}$ چند برابر مقدار مینیمم مطلق آن است؟

- (۱) $\sqrt{6}$ (۲) $\sqrt{2}$ (۳) $\sqrt{3}$ (۴) $\frac{3}{2}$

محل انجام محاسبات



۲۱- نقطه عطف تابع $f(x) = x^3 + 3x^2 + a|x-2|$ بر نیمساز ناحیه سوم قرار دارد. مقدار $f(a)$ کدام است؟

- (۱) ۱ (۲) -۱ (۳) ۳ (۴) -۳

۲۲- اگر A و B دو پیشامد ناسازگار از یک فضای نمونه‌ای مفروض باشند، به طوری که $P(A \cup B) = 0/8$ و $P(A' | B') = 0/3$ باشد، $P(A - B)$ کدام است؟

- (۱) $\frac{4}{15}$ (۲) $\frac{8}{15}$ (۳) $\frac{7}{15}$ (۴) $\frac{2}{5}$

۲۳- ۳ ظرف داریم. در ظرف اول ۳ مهره آبی و ۳ مهره قرمز، در ظرف دوم ۲ مهره آبی و ۴ مهره قرمز و در ظرف سوم تعدادی مهره قرمز وجود دارد. یکی از ظرف‌ها را به تصادف انتخاب کرده و ۲ مهره از آن بیرون می‌آوریم. اگر دو مهره غیرهمرنگ باشند، احتمال آن‌که از ظرف اول خارج شده باشند، کدام است؟

- (۱) $\frac{3}{5}$ (۲) $\frac{1}{3}$ (۳) $\frac{7}{17}$ (۴) $\frac{9}{17}$

۲۴- با توجه به جدول مقابل، اگر زاویه مربوط به دسته ۴ در نمودار دایره‌ای 360° باشد، تعداد کل داده‌ها کدام است؟

دسته	۱	۲	۳	۴	۵
فراوانی	۲۵	۴۵	۳۰	x	۲۶

- (۱) ۱۵۰
(۲) ۱۴۰
(۳) ۱۲۰
(۴) ۹۵

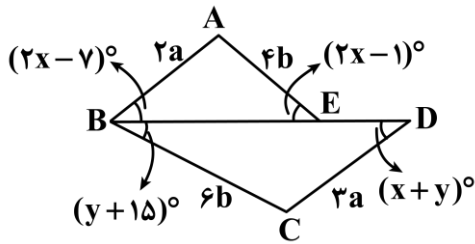
۲۵- مربع ABCD به ضلع $2\sqrt{2}\pi$ مفروض است. مساحت مکان هندسی نقاطی درون مربع که از هر رأس این مربع بیشتر از ۱ واحد فاصله دارند، کدام است؟

- (۱) 7π (۲) 6π (۳) 4π (۴) 5π

محل انجام محاسبات



۲۶- در شکل مقابل، $\frac{DE}{BE} = \frac{1}{3}$ است. نسبت $\frac{x}{y}$ برابر کدام است؟



(۱) ۴/۵

(۲) ۳

(۳) ۴

(۴) ۳/۵

۲۷- در یک متوازی‌الاضلاع با زاویه 60° ، نیمسازهای دو زاویه مجاور ضلع بزرگ‌تر، روی ضلع مقابل آن متقاطع‌اند. اگر محیط این متوازی‌الاضلاع ۱۸ باشد، آن‌گاه مساحت متوازی‌الاضلاع چند برابر $\sqrt{3}$ است؟

(۴) ۹

(۳) ۸

(۲) ۷

(۱) ۶

۲۸- در مثلث $\triangle ABC$ ($\hat{A} = 90^\circ$) عمود منصف وتر در نقطه P با ضلع AC و در نقطه M با امتداد ضلع AB برخورد می‌کند. اگر $PA = 9$ و $PC = 15$ باشند، آن‌گاه طول پاره خط MC چقدر است؟

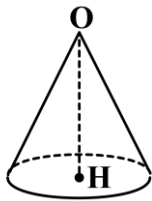
(۴) ۳۰

(۳) ۲۵

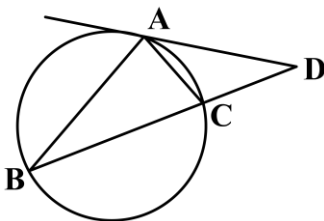
(۲) ۲۴

(۱) ۳۶

۲۹- با توجه به شکل مقابل، حجم مخروط قائم به ارتفاع $OH = 6\sqrt{6}$ برابر $18\sqrt{6}\pi$ است. گسترده سطح جانبی این مخروط قطاعی از یک دایره است. زاویه این قطاع چند درجه است؟

(۱) 68° (۲) 70° (۳) 72° (۴) 74°

۳۰- پاره خط DA در نقطه A بر دایره مماس است. اگر $\hat{D} = 30^\circ$ و $AD = 6$ و $BD = 12$ باشند، آن‌گاه مساحت مثلث $\triangle ABC$ چقدر است؟



(۱) ۱۲

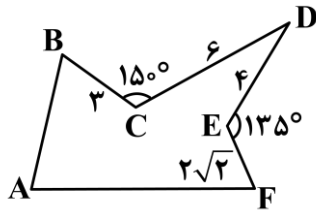
(۲) ۱۲/۵

(۳) ۱۳

(۴) ۱۳/۵

محل انجام محاسبات

۳۱- زمینی به شکل زیر داریم. می‌خواهیم بدون آن‌که محیط این زمین تغییر کند مساحتش را افزایش دهیم. میزان افزایش مساحت برابر کدام است؟



(۱) ۱۵

(۲) ۱۶

(۳) ۱۷

(۴) ۱۸

۳۲- در مثلث ABC با معلومات $b = 13$ ، $c = 7$ و $m_a = \sqrt{73}$ ، فاصله رأس A از ضلع BC چقدر است؟

(۴) $3\sqrt{3}$ (۳) $6\sqrt{3}$ (۲) $4\sqrt{3}$ (۱) $8\sqrt{3}$

۳۳- اگر $A \begin{bmatrix} 0 & 3 \\ -6 & -1 \end{bmatrix} B - \frac{3}{2} A \begin{bmatrix} 2 & 2 \\ -4 & \frac{4}{3} \end{bmatrix} B = I$ باشد، آنگاه حاصل ضرب درایه‌های غیرصفر ماتریس AB کدام است؟

(۴) $-\frac{1}{9}$ (۳) $\frac{1}{9}$

(۲) -۹

(۱) ۹

۳۴- کوچک‌ترین دایره گذرنده از دو نقطه $A(3, 2)$ و $B(2, -1)$ ، محورهای مختصات را در چند نقطه قطع می‌کند؟

(۴) ۲

(۳) ۴

(۲) ۱

(۱) صفر

۳۵- پرتوی نوری در راستای خط $x = 4$ بر سهمی $2x^2 + 4x - 2y = 6$ می‌تابد. بازتابش این پرتو از کدام نقطه عبور می‌کند؟

(۴) $(-1, -3/75)$ (۳) $(-1, -3/5)$ (۲) $(-1, -3/25)$ (۱) $(-1, -3)$

۳۶- مساحت متوازی‌الاضلاعی که سه رأس آن نقاط $(-1, 1, 0)$ ، $(2, 0, 1)$ و $(1, -2, 1)$ باشند، برابر کدام است؟

(۴) $8\sqrt{3}$ (۳) $4\sqrt{3}$ (۲) $6\sqrt{6}$ (۱) $3\sqrt{6}$

محل انجام محاسبات



۳۷- اگر $3x + y \equiv 4$ و $4x + y \equiv 2$ ، باقی مانده تقسیم $(x^2 + x)^{123}$ بر ۵ کدام است؟

- (۱) صفر (۲) ۱ (۳) ۳ (۴) ۴

۳۸- اگر مجموعه A ، مجموعه احاطه‌گر مینیمم گراف P_q و مجموعه B ، بزرگ‌ترین مجموعه احاطه‌گر مینیمال گراف P_q باشد، تعداد زیرمجموعه‌های غیرتهی مجموعه $A \cap B$ کدام است؟

- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

۳۹- در چند جایگشت از حروف کلمه «mostafa» هیچ یک از حروف m و t سر جای خود قرار ندارد؟

- (۱) ۱۵۲۰ (۲) ۱۷۲۰ (۳) ۱۸۴۰ (۴) ۱۸۶۰

۴۰- هر یک از یال‌های گراف کامل K_5 را با استفاده از n رنگ و به دلخواه رنگ آمیزی می‌کنیم. بیشترین مقدار n برای این‌که مطمئن شویم در هر رنگ آمیزی حداقل ۴ یال هم‌رنگ در آن گراف وجود دارد کدام است؟

- (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴) ۵

محل انجام محاسبات





گروه آزمایشی علوم ریاضی و فنی

آزمون ماز | پایه دوازدهم



جامع شبیه ساز کنکور سراسری (۴)
(تعداد سؤالات مطابق کنکور سراسری)



ویژه کنکوری های ۱۴۰۵

دفترچه شماره ۲

جمعه ۱۶ مردادماه ۱۴۰۵

ردیف	ماده امتحانی	تعداد سؤال	شماره سؤال		مدت زمان پاسخ گویی	ملاحظات
			از	تا		
۱	فیزیک	۳۵	۴۱	۷۵	۴۵ دقیقه	۶۵ سؤال
۲	شیمی	۳۰	۷۶	۱۰۵	۳۰ دقیقه	۷۵ دقیقه

برای شباهت حداکثری به کنکور، صفحه آرای، فونت و حتی اندازه متن در تمامی آزمون های ماز، کاملاً یکسان با استاندارد دفترچه های کنکور در نظر گرفته می شود.

بودجه بندی دروس این آزمون

ریاضیات گسسته و آمار و احتمال جامع شبیه ساز کنکور سراسری سهم در کنکور: ۸ سؤال	هندسه جامع شبیه ساز کنکور سراسری سهم در کنکور: ۱۲ سؤال	حسابان جامع شبیه ساز کنکور سراسری سهم در کنکور: ۲۰ سؤال
شیمی جامع شبیه ساز کنکور سراسری سهم در کنکور: ۳۰ سؤال	فیزیک جامع شبیه ساز کنکور سراسری سهم در کنکور: ۳۵ سؤال	

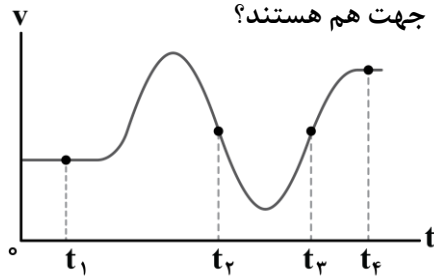
استراتژی و هدف گذاری با ماز در سال تحصیلی ۱۴۰۴-۰۵

نیم سال دوم: ۹ مرحله آزمون در ۱۰۰ روز تحصیلی مفید + فرصت هایی برای مرور و جبران + ۵ آزمون جامع شبیه ساز کنکور سراسری

- ۱- شروع نیم سال دوم؛ شروع نیمه دوم رقابت با مهارت بیشتر؛ فرصت برای شروع نیم سال دوم و پیشروی ۵۰ یا صد درصدی پایه دوازدهم + تکمیل مرور و یادگیری پایه یازدهم (فرصت برای شروع نیم سال دوم + تکمیل مرور و یادگیری پایه یازدهم)
- ۲- فرصت های طلایی برای مرور و جبران: در دو آزمون ۶ و ۱۴ فروردین می توانید به ترتیب مباحث پایه دهم و یازدهم + مباحث نیم سال اول دوازدهم را به طور کامل مرور و جمع بندی کنید. (زمان مرور و جمع بندی دهم و یازدهم + نیم سال اول دوازدهم)
- ۳- تکمیل تسلط بر نیم سال دوم + آزمون های مبحثی: سه مرحله آزمون برای تکمیل و تسلط بر ۵۰ درصد پایانی نیم سال دوم + مرور پایه با نگاه ترکیبی به مباحث ✓ با آرامش خاطر و تسلط صد درصدی به استقبال امتحانات نهایی بروید! (زمان تکمیل و تسلط بر نیم سال دوم دوازدهم)
- ۴- آزمون های جامع شبیه ساز و پیش بینی کنکور سراسری: در پنج آزمون جامع شبیه ساز کنکور سراسری، شرایط کاملاً مشابه با کنکور سراسری را تجربه کنید! (ایستگاه جمع بندی و جبران)



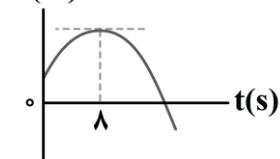
- ۴۱- شکل زیر، نمودار سرعت - زمان دوچرخه‌سواری را نشان می‌دهد که در امتداد محور x در حرکت است. در کدام یک از لحظه‌های مشخص شده، بردارهای شتاب و سرعت دوچرخه‌سوار در خلاف جهت هم هستند؟



- (۱) t_1
(۲) t_2
(۳) t_3
(۴) t_4

- ۴۲- نمودار مکان - زمان متحرکی که روی خط راست حرکت می‌کند، به صورت سهمی شکل زیر است. اگر سرعت متوسط

متحرک از لحظه صفر تا $t = ۸s$ برابر $۴ \frac{m}{s}$ باشد، بزرگی شتاب متحرک چند متر بر مربع ثانیه است؟



- (۱) ۴
(۲) ۲
(۳) $\frac{1}{2}$
(۴) ۱

- ۴۳- متحرکی با شتاب ثابت $۲ \frac{m}{s^2}$ در مبدأ زمان، با تندی $۲۰ \frac{m}{s}$ از مکان $x_0 = +۱۰m$ در خلاف جهت محور x عبور

می‌کند. اگر این متحرک بعد از طی مسافت $۷۲۵m$ ، با شتاب ثابت $۱ \frac{m}{s^2}$ به حرکت خود ادامه دهد، در چه لحظه‌ای

برحسب ثانیه برای دومین بار جهت حرکت متحرک تغییر می‌کند؟

- (۱) ۱۰
(۲) ۳۵
(۳) ۵۰
(۴) ۸۵

- ۴۴- گلوله‌ای را از ارتفاع h از سطح زمین رها می‌کنیم و با تندی v به سطح زمین برخورد می‌کند. ارتفاع گلوله را چند

برابر ارتفاع قبلی افزایش دهیم تا پس از رها کردن، با تندی $\frac{1}{5}v$ به ارتفاع h از سطح زمین برسد؟ (اثر نیروهای

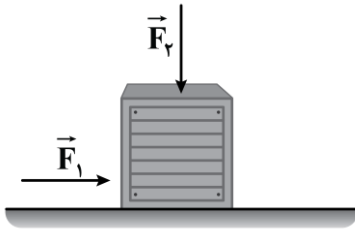
مقاوم ناچیز است.)

- (۱) $۳/۵۶$
(۲) $۳/۶۵$
(۳) $۲/۶۵$
(۴) $۲/۵۶$

محل انجام محاسبات



۴۵- در شکل زیر، جعبه‌ای تحت تأثیر دو نیروی افقی و قائم $\vec{F}_1$ و $\vec{F}_2$ قرار دارد، اما حرکت نمی‌کند. اگر نیروی $\vec{F}_1$ را افزایش دهیم، تا قبل از این که جسم در آستانه حرکت قرار گیرد، کدام یک از کمیت‌های زیر افزایش می‌یابد؟



(۱) اندازه نیروی عمودی سطح وارد بر جعبه

(۲) اندازه نیروی اصطکاک ایستایی وارد بر جعبه

(۳) اندازه بیشینه نیروی اصطکاک ایستایی

(۴) نیروی خالص وارد بر جسم

۴۶- جسمی به جرم 600g روی سطح افقی، مماس بر سطح پرتاب می‌شود. اگر تغییر تکانه جسم پس از 12s ، برابر $18 \frac{\text{kg.m}}{\text{s}}$ باشد، ضریب اصطکاک جنبشی بین توپ و سطح افقی چقدر است؟ ($g = 10 \frac{\text{N}}{\text{kg}}$ و اثر نیروی مقاومت هوا ناچیز است).

(۴) $\frac{1}{4}$

(۳) $\frac{1}{2}$

(۲) $\frac{1}{3}$

(۱) $\frac{2}{3}$

۴۷- یک وزنه 3 کیلوگرمی را به انتهای فنری با ثابت $200 \frac{\text{N}}{\text{m}}$ بسته و از سقف آسانسوری آویزان می‌کنیم. اگر آسانسور با شتاب a به سمت بالا شروع به حرکت کند، طول فنر نسبت به حالت آزادش 21cm تغییر می‌کند. اگر به همین فنر وزنه 3 کیلوگرمی را بسته و روی سطح افقی با ضریب اصطکاک جنبشی 0.4 با شتاب ثابت به حرکت دریاوریم، افزایش طول فنر نسبت به حالت آزادش 12cm و شتاب وزنه a' خواهد شد، نسبت $\frac{a}{a'}$ کدام است؟ ($g = 10 \frac{\text{N}}{\text{kg}}$)

(۴) $\frac{3}{2}$

(۳) $\frac{2}{3}$

(۲) 2

(۱) 1

۴۸- متحرکی با جرم ثابت، در یک مسیر دایره‌ای با تندی ثابت در حال حرکت است. اگر شعاع مسیر حرکت آن 50% درصد افزایش پیدا کند و تعداد دوری که متحرک در مدت 1 دقیقه می‌چرخد، 20% درصد کاهش یابد، در این صورت انرژی جنبشی متحرک چند درصد و چگونه تغییر می‌کند؟

(۴) 44% ، کاهش

(۳) 44% ، افزایش

(۲) 20% ، افزایش

(۱) 20% ، کاهش

محل انجام محاسبات



۴۹- جسمی به جرم 250g را به فنری افقی وصل کرده و 80cm می کشیم و رها می کنیم و جسم بر روی یک سطح افقی بدون اصطکاک شروع به نوسان هماهنگ ساده می کند. اگر انرژی مکانیکی نوسانگر برابر با 24mJ باشد، در فاصله

چند سانتی متری از نقطه تعادل، شتاب نوسانگر برابر با $\frac{m}{s^2} \times 0.06$ می شود؟

- (۱) 0.2 (۲) 20 (۳) 0.6 (۴) 60

۵۰- توسط یک نوسان ساز، موج های دوره ای در یک طناب تحت کشش ایجاد می کنیم. چه تعداد از موارد زیر، طول موج را کاهش می دهد؟

الف - کاهش نیروی کشش طناب

ب - افزایش بسامد نوسان ساز

ج - کاهش طول طناب با بریدن بخشی از آن

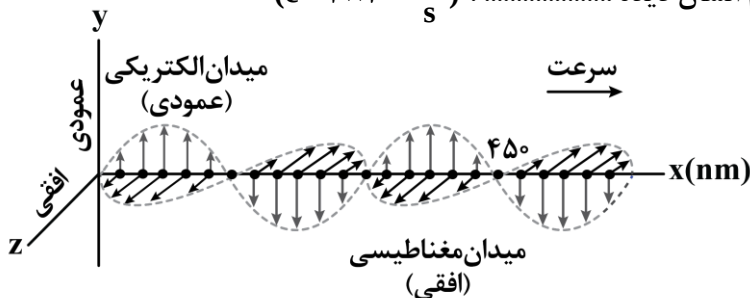
- (۱) صفر (۲) 1 (۳) 2 (۴) 3

۵۱- صدای یک پتک فلزی در کارگاه آهنگری در فاصله 1m از آن تراز شدت صوتی برابر با 90dB دارد. اگر پتک مشابه دیگری با همان شدت در کنار پتک اولیه به طور هماهنگ شروع به کوبش کند، تراز شدت صوت در همان فاصله قبلی چند دسی بل می شود؟ ($\log 2 = 0.3$) و از جذب انرژی صوتی در محیط صرف نظر کنید.

- (۱) 96 (۲) 93 (۳) 180 (۴) 186

۵۲- یک تصویر لحظه ای از موجی الکترومغناطیسی که در خلأ منتشر می شود مطابق شکل است. بسامد این موج

..... تراهرتز است و این موج با چشم انسان دیده ($c = 3 \times 10^8 \frac{\text{m}}{\text{s}}$)



(۱) 1000 ، می شود

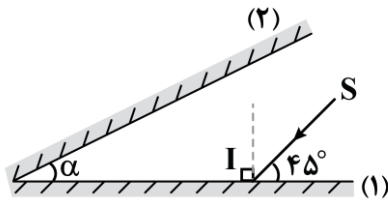
(۲) 1000 ، نمی شود

(۳) 1 ، می شود

(۴) 1 ، نمی شود

محل انجام محاسبات

- ۵۳- مطابق شکل، پرتوی SI به آینه (۱) می‌تابد. اگر این پرتو در سومین بازتابش روی خودش بازتاب شود، زاویه بین دو آینه چند درجه است؟



(۲) ۲۲/۵

(۱) ۱۵

(۴) ۳۰

(۳) ۴۵

- ۵۴- دو لیزر A و B با توان یکسان، به ترتیب، باریکه‌های نوری با طول موج 400 nm و 500 nm گسیل می‌کنند. اگر لیزر B در مدت ۱ دقیقه 10^{20} فوتون گسیل کند، لیزر A در چه مدت 10^{19} فوتون گسیل می‌کند؟

(۴) ۱۲/۵ دقیقه

(۳) ۸ دقیقه

(۲) ۷/۵ ثانیه

(۱) ۴/۸ ثانیه

- ۵۵- الکترون اتم هیدروژنی در تراز $n=6$ قرار دارد. با در نظر گرفتن تمام گذارهای ممکن، اگر این اتم به حالت پایه برود، امکان گسیل چند نوع فوتون فرابنفش با انرژی متفاوت وجود دارد؟

(۴) ۶

(۳) ۵

(۲) ۴

(۱) ۳

- ۵۶- ایزوتوپ A با نیمه عمر ۶ ساعت و ایزوتوپ B با نیمه عمر ۳ ساعت را در اختیار داریم. در زمان $t=0$ تعداد اتم‌های ایزوتوپ‌های A و B با هم برابر است. پس از چند ساعت تعداد اتم‌های ایزوتوپ A چهار برابر تعداد اتم‌های ایزوتوپ B می‌شود؟

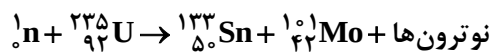
(۴) ۶

(۳) ۱۲

(۲) ۴

(۱) ۳

- ۵۷- در واکنش زیر، تعداد نوترون‌ها در سمت راست واکنش چقدر است و برای کند کردن آن‌ها از چه ماده‌ای استفاده می‌شود؟



(۴) ۳، گرافیت

(۳) ۲، گرافیت

(۲) ۳، کادمیم

(۱) ۲، کادمیم

- ۵۸- مطابق شکل زیر، یک دوک فلزی توپر، روی پایه عایقی قرار دارد. جسم رسانای باردار را با آن تماس داده و دور می‌کنیم. بعد از رسیدن به تعادل، به ترتیب از راست به چپ بار الکتریکی در دوک چگونه پخش می‌شود، پتانسیل الکتریکی نقاط مختلف دوک چگونه است و میدان الکتریکی در درون دوک چگونه است؟



(۱) غیریکنواخت در سطح خارجی، صفر، صفر

(۲) یکنواخت در سطح خارجی، صفر، یکنواخت

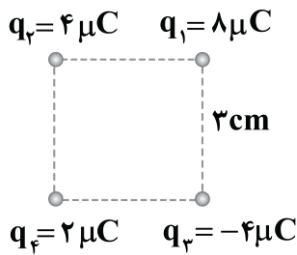
(۳) یکنواخت در سطح خارجی، هم‌پتانسیل با هم، یکنواخت

(۴) غیریکنواخت در سطح خارجی، هم‌پتانسیل با هم، صفر

محل انجام محاسبات

۵۹- در شکل زیر، چهار بار الکتریکی نقطه‌ای در چهار رأس مربعی قرار گرفته‌اند. بزرگی نیروی برابری وارد بر بار q_4 چند

برابر بزرگی نیروی وارد بر بار q_2 از سمت بار q_3 است؟ $(k = 9 \times 10^9 \frac{N \cdot m^2}{C^2})$



(۱) $\sqrt{3}$

(۲) $\sqrt{2}$

(۳) ۳

(۴) ۱

۶۰- فاصله بین دو صفحه خازن مسطحی که به یک مولد ۲۰ ولتی متصل است را دو برابر می‌کنیم. اگر با این عمل $3 \mu C$ از بار ذخیره شده در خازن کاسته شود، ظرفیت اولیه خازن چند میکروفاراد بوده است؟ (دی‌الکتریک بین صفحات خازن هوا است.)

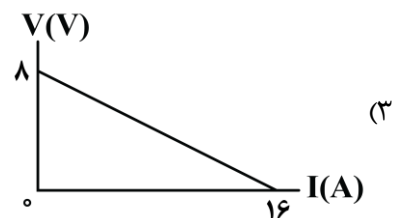
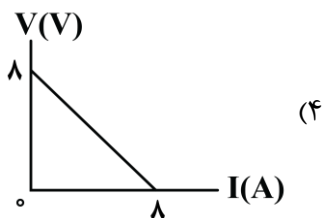
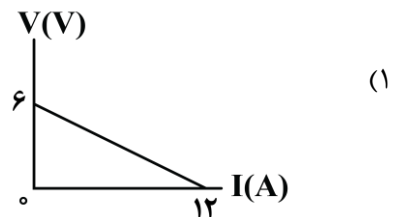
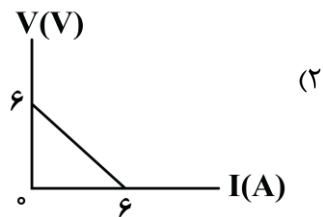
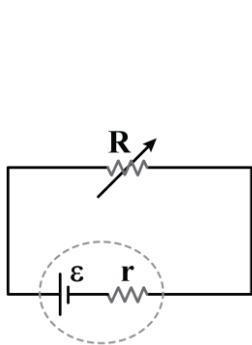
(۴) ۳

(۳) ۶

(۲) ۰/۳

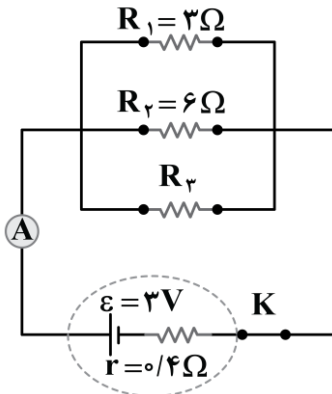
(۱) ۰/۶

۶۱- در مدار شکل زیر، توان خروجی مولد به ازای جریان $I_1 = 2A$ برابر $10W$ و به ازای $I_2 = 5A$ برابر $17/5W$ است. نمودار اختلاف پتانسیل باتری بر حسب جریان گذرنده از آن در کدام گزینه به درستی رسم شده است؟



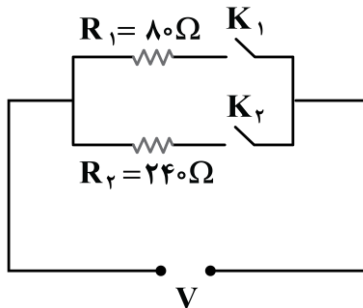
محل انجام محاسبات

- ۶۲- در شکل زیر، سه مقاومت موازی به همراه یک آمپرسنج آرمانی به دو سر یک باتری وصل شده‌اند. اگر مقاومت معادل این ترکیب $1/6 \Omega$ باشد، به ترتیب از راست به چپ مقاومت R_3 چند اهم است و جریانی که آمپرسنج نشان می‌دهد چند آمپر است؟



- (۱) ۸، $1/5$
 (۲) 10 ، $1/5$
 (۳) 8 ، $15/8$
 (۴) 10 ، $15/8$

- ۶۳- در مدار زیر با توجه به باز یا بسته بودن کلیدهای K_1 و K_2 ، توان مصرفی در مدار سه مقدار متفاوت می‌تواند داشته باشد. نسبت بیش‌ترین توان مصرفی به کم‌ترین توان مصرفی چقدر است؟



- (۱) ۳
 (۲) ۴
 (۳) $4/3$
 (۴) $8/3$

- ۶۴- کدام گزینه نادرست است؟

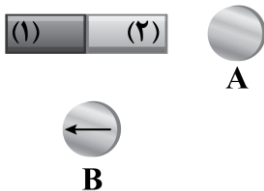
- (۱) LDR نوعی دیود است که به‌عنوان یک‌سوکننده جریان در مدار استفاده می‌شود.
 (۲) LED نوعی دیود است که نور قابل‌ملاحظه‌ای در مقایسه با لامپ‌های روشن معمولی تولید می‌کند.
 (۳) LDR در چشم‌های الکترونیکی، دزدگیرها و چراغ‌های روشنایی خیابان کاربرد دارد.
 (۴) LED در چراغ خودروها، روشنایی منازل و تابلوهای تبلیغاتی کاربرد دارد.

محل انجام محاسبات

۶۵- اگر تعداد حلقه‌های یک سیملوله را در واحد طول نصف و جریان عبوری از آن را دو برابر کنیم، اندازه میدان مغناطیسی یکنواخت درون سیملوله چند برابر می‌شود؟

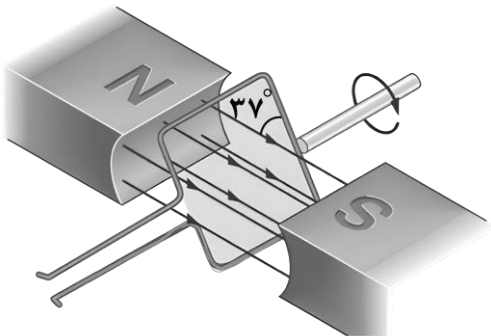
- (۱) ۱ (۲) $\frac{1}{2}$ (۳) ۲ (۴) ۴

۶۶- شکل زیر، یک آهنربای میله‌ای و دو عقربه مغناطیسی A و B را نشان می‌دهد. به ترتیب، جهت‌گیری عقربه A و قطب N آهنربا کدام‌اند؟



- (۱) و (۱) ←
(۲) و (۱) →
(۳) و (۲) ←
(۴) و (۲) →

۶۷- شکل زیر، یک مولد جریان متناوب را نشان می‌دهد که در میدان مغناطیسی یکنواختی به بزرگی 5 T می‌چرخد. اگر ابعاد قاب $8\text{ cm} \times 5\text{ cm}$ باشد، در لحظه نشان داده شده شار مغناطیسی عبوری از قاب می‌باشد. (۸/ $\cos 37^\circ$)



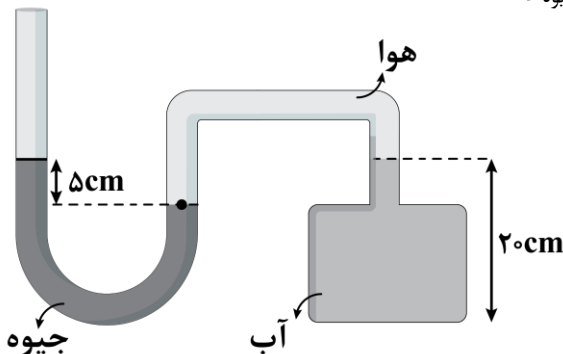
- (۱) 0.16 Wb ، کاهش
(۲) 0.16 Wb ، افزایش
(۳) 0.12 Wb ، کاهش
(۴) 0.12 Wb ، افزایش

۶۸- کدام مورد یکای انرژی نیست؟

- (۱) ولت × آمپر × ثانیه (۲) کولن × ولت (۳) نیوتون × متر (۴) کیلوگرم × متر × ثانیه

محل انجام محاسبات

۶۹- در شکل زیر، جیوه در داخل لوله U شکل و آب در داخل ظرف، به حال تعادل قرار دارند. اگر مساحت قسمت پهن ظرفی که آب داخل آن است برابر 60 cm^2 باشد، نیرویی که آب و هوای بالای آن به کف این ظرف وارد می کنند، چند نیوتون است؟ ($P_0 = 96/2 \text{ kPa}$, $\rho_{\text{جیوه}} = 13/6 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}$, $\rho_{\text{آب}} = 1 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}$, $g = 10 \frac{\text{N}}{\text{kg}}$)



(۱) ۶۱۸

(۲) ۶۳۰

(۳) ۶۵

(۴) ۵۲/۸

۷۰- اگر نیروی خالصی به اندازه 8 N را به ذره ای وارد کنیم، این نیرو سبب جابه جایی ذره به اندازه 5 m می شود. اگر انرژی جنبشی ذره در این جابه جایی 32 J افزایش یابد، زاویه بین نیروی خالص وارد بر ذره و جابه جایی چند درجه است؟ ($\cos 53^\circ = 0/6$)

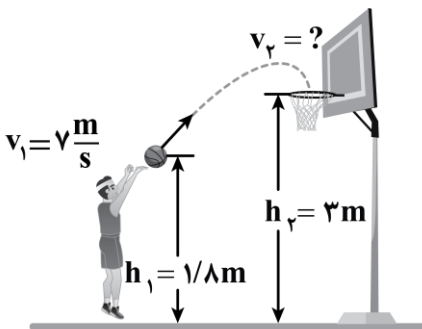
(۴) ۴۵

(۳) ۵۳

(۲) ۳۷

(۱) ۹۰

۷۱- شکل زیر، ورزشکاری را در حال پرتاب توپ بسکتبالی با تندی $v_1 = 7/0 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ به طرف سبد نشان می دهد. تندی توپ هنگام رسیدن به دهانه سبد چند متر بر ثانیه است؟ ($g = 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$ و مقاومت هوا را هنگام حرکت توپ نادیده بگیرید.)



(۱) ۵

(۲) $4\sqrt{2}$

(۳) ۴

(۴) $5\sqrt{2}$

محل انجام محاسبات

۷۲- در یک روز داغ تابستان که دمای هوا 40°C است، شخصی باک (مخزن) 50 لیتری اتومبیل خود را از بنزین کاملاً پر می‌کند. فرض کنید بنزین از منبعی در زیر زمین با دمای 12°C بالا آمده باشد. شخص اتومبیل را پارک می‌کند و ساعتی بعد بازمی‌گردد. مشاهده می‌کند بنزین قابل توجهی از باک سرریز شده است. چند لیتر بنزین از باک بیرون ریخته است؟ $\left(\beta_{\text{بنزین}} = 10^{-3} \frac{1}{\text{K}} \right)$ و از افزایش حجم باک که بسیار ناچیز است صرف‌نظر شود.

- (۱) $1/4$ (۲) $4/2$ (۳) 2 (۴) 6

۷۳- کدام گزینه درست است؟

- (۱) فرایند تصعید، فرایندی گرمازا است.
 (۲) میعان، تغییر حالت ماده از مایع به بخار است.
 (۳) تف‌سنجی، اندازه‌گیری دما مبتنی بر رسانش گرمایی است.
 (۴) ترموکوپل، دماسنجی است که با اندازه‌گیری اختلاف پتانسیل الکتریکی، دما را اندازه می‌گیرد.

۷۴- مخزنی به حجم 7 لیتر در دمای 27 درجه سلسیوس، پر از گاز اکسیژن است. اگر فشار پیمانه‌ای گاز دو برابر فشار

هوا باشد، جرم گاز چند گرم است؟ $\left(P_0 = 10^5 \text{ Pa}, M_{\text{O}_2} = 32 \frac{\text{g}}{\text{mol}}, R = 8 \frac{\text{J}}{\text{mol.K}} \right)$

- (۱) 28 (۲) 19 (۳) 20 (۴) 26

۷۵- حجم گاز کاملی V_1 و فشارش P_1 است. آن را یک‌بار به‌صورت هم‌دما و یک‌بار به‌صورت بی‌دررو منبسط می‌کنیم تا

فشارش $\frac{1}{3}$ برابر شود. اگر حجم ثانویه گاز در فرایند هم‌دما V_2 و در فرایند بی‌دررو V_2' باشد، کدام رابطه درست است؟

- (۱) $V_2 = V_2' < 3V_1$ (۲) $V_2 = V_2' = 3V_1$
 (۳) $V_2' > 3V_1, V_2 = 3V_1$ (۴) $V_2' < 3V_1, V_2 = 3V_1$

محل انجام محاسبات



۷۶- شمار الکترون‌ها در دو یون A^{3+} و B^{2-} با یکدیگر برابر است. اگر شمار نوترون‌ها در یونی که نسبت شمار ذرات دارای بار مثبت به شمار ذرات دارای بار منفی در آن بزرگ‌تر است، ۵ واحد بیشتر از یون دیگر باشد، تفاوت عدد جرمی دو یون کدام است؟

- (۱) ۱۰ (۲) ۵ (۳) ۷ (۴) صفر

۷۷- کدامیک از گزینه‌های زیر درباره عناصر دوره‌های اول تا چهارم جدول تناوبی نادرست است؟

- (۱) در این عناصر، بین زیرلایه‌ها با $n + l$ برابر، زیرلایه با عدد کوانتومی فرعی بزرگ‌تر، دیرتر الکترون می‌گیرد.
- (۲) کروم تنها عنصری است که دو زیرلایه الکترونی اشغال شده در ساختار آن، به‌طور کامل پر از الکترون نشده‌اند.
- (۳) مجموع اعداد کوانتومی اصلی و فرعی الکترون‌های لایه ظرفیت نخستین عنصر واسطه جدول تناوبی برابر ۱۳ است.
- (۴) شمار الکترون‌های ظرفیت روی، ۲ برابر شمار الکترون ظرفیتی عنصری است که ۱۰ الکترون در زیرلایه‌های با $l = 1$ دارد.

۷۸- کدام موارد از عبارت‌های زیر درست هستند؟

- الف - در بین امواج الکترومغناطیسی مرئی، طول موج پرتو سبز بلندتر از طول موج پرتو زرد است.
 ب - چشم انسان، به‌یقین پرتوی الکترومغناطیسی که طول موج بلندتر از پرتو قرمز رنگ دارد را می‌بیند.
 ج - با توجه به نور نشر شده، دمای شعله سوختن لیتیم و سدیم می‌تواند به ترتیب برابر 800°C و 1000°C باشد.
 د - در بین امواج الکترومغناطیسی، فاصله یک قله تا قله بعدی، در پرتوهای ایکس بیشتر از پرتوهای گاما است.

- (۱) «الف» و «ب» (۲) «الف» و «ج» (۳) «ب» و «د» (۴) «ج» و «د»

۷۹- عنصر فرضی X دارای دو ایزوتوپ با جرم‌های اتمی 18amu و 20amu است. اگر جرم اتمی میانگین این عنصر برابر $18/2\text{amu}$ باشد، نسبت شمار اتم‌های ایزوتوپ سبک به سنگین در این عنصر کدام بوده و یک نمونه $36/4$ گرمی از این عنصر، تقریباً دارای چند الکترون در ساختار خود است؟

- (۱) $5 - 10.8 \times 10^{25}$ (۲) $5 - 10.4 \times 10^{24}$
 (۳) $9 - 10.8 \times 10^{25}$ (۴) $9 - 10.4 \times 10^{24}$

۸۰- مخلوطی به جرم ۷۵ گرم از گازهای نیتروژن مونوکسید و نیتروژن دی‌اکسید در اختیار داریم. اگر با وارد کردن مقدار کافی اکسیژن به ظرف حاوی این مخلوط و انجام کامل واکنش زیر، جرم مخلوط به ۹۱ گرم برسد، چند درصد جرمی از مخلوط اولیه توسط اکسید قهوه‌ای رنگ نیتروژن تشکیل شده است؟ ($O = 16, N = 14 : g.mol^{-1}$)

$NO(g) + O_2(g) \rightarrow NO_2(g)$ معادله واکنش موازنه شود. @AyandehSazan-Ed

- (۱) ۵۰ (۲) ۴۰ (۳) ۶۰ (۴) ۷۰

۸۱- کدامیک از عبارت‌های زیر درست است؟ ($O = 16, N = 14 : g.mol^{-1}$)

- (۱) با وارد کردن ۱۰ گرم گاز نیتروژن به ظرف دربسته حاوی ۱۰ گرم گاز اکسیژن، فشار گازها در ظرف بیش از ۲ برابر می‌شود.
- (۲) با وصل کردن دو ظرف یکسان حاوی ۱۰ گرم گاز اکسیژن به یکدیگر، فشار وارد شده به دیواره ظرف‌ها افزایش می‌یابد.
- (۳) در شرایط یکسان از نظر فشار، دما و جرم گاز، حجم نمونه کربن دی‌اکسید از حجم نمونه کربن مونوکسید بیشتر است.
- (۴) اگر دمای یک نمونه گازی را افزایش داده و گاز موجود را به ظرف کوچک‌تر انتقال دهیم، فشار گاز کاهش پیدا می‌کند.

محل انجام محاسبات



۸۲- مقدار ۳۰۰ میلی لیتر محلول ۴۰ درصد جرمی سدیم هیدروکسید با چگالی $1/6 \text{ g. mL}^{-1}$ را با ۲۰۰ میلی لیتر محلول ۲۰ درصد جرمی آن با چگالی $1/2 \text{ g. mL}^{-1}$ مخلوط می کنیم. مقدار ۶۰۰ گرم از محلول حاصل، حاوی چند گرم یون سدیم بوده و این محلول، با چند لیتر محلول ۰/۱ مولار منیزیم کلرید واکنش می دهد؟

($Na = 23, O = 16, H = 1 : \text{g. mol}^{-1}$)

(۱) ۶۹ - ۲۵ (۲) ۱۱۵ - ۲۵ (۳) ۶۹ - ۱۵ (۴) ۱۱۵ - ۱۵

۸۳- کدام یک از عبارت های زیر درست است؟ ($Na = 23, O = 16, C = 12 : \text{g. mol}^{-1}$)

- (۱) شمار اتم ها در واحد فرمولی هیدروکسید فلزهای قلیایی خاکی، برابر با شمار اتم ها در کربنات آن فلز است.
 - (۲) اگر آنیون لیتیم فسفات را با یون سیلیکات جایگزین کنیم، نسبت کاتیون به آنیون در آن ۱ واحد کاهش می یابد.
 - (۳) اگر فرمول شیمیایی کلسیم اگزالات به صورت CaC_2O_4 باشد، جرم مولی سدیم اگزالات برابر ۱۱۱ گرم خواهد بود.
 - (۴) اگر فرمول شیمیایی سدیم پراکسید به صورت Na_2O_2 باشد، فرمول منیزیم پراکسید به صورت Mg_2O خواهد بود.
- ۸۴- معادله انحلال پذیری یک نمک در آب به صورت $S = 40 + 0.5\theta$ است. اگر دمای ۳۰۰ گرم از محلول حاوی این نمک را از 40°C به 80°C برسانیم، محلول حاصل حداکثر می تواند ۶۰ گرم نمک دیگر را در خود حل کند. اگر چگالی محلول اولیه برابر ۱/۲ گرم بر میلی لیتر باشد، غلظت مولار نمک در این محلول کدام است؟ (جرم مولی نمک را برابر 125 g. mol^{-1} در نظر بگیرید.)

(۱) ۴ (۲) ۱/۶ (۳) ۳/۲ (۴) ۲

۸۵- کدام گزینه در رابطه با عناصر موجود در جدول تناوبی درست است؟

- (۱) در بین عناصر متوالی دوره سوم، بیشترین تفاوت شعاع اتمی بین دو فلز اصلی جدول تناوبی وجود دارد.
 - (۲) در دوره سوم جدول تناوبی، شعاع اتمی عناصر با تمایل آن ها به گرفتن الکترون رابطه عکس دارد.
 - (۳) در عناصر موجود در یک گروه، برخلاف عناصر یک دوره، خاصیت فلزی با شعاع اتمی رابطه عکس دارد.
 - (۴) با توجه به روند اتمی، عناصری با بیشترین خاصیت فلزی و نافلزی، در یک دوره از جدول تناوبی قرار گرفته اند.
- ۸۶- از واکنش ۳۰ گرم آلومینیم در واکنش ترمیت، ۴۰/۸ گرم ترکیب یونی تولید شده است. اگر بازده واکنش برابر با ۸۰ درصد باشد، درصد خلوص آلومینیم استفاده شده چقدر بوده و با استفاده از آهن تولید شده، چند گرم آلیاژ فلزی که درصد جرمی آهن در آن برابر با ۷٪ باشد را می توان تهیه کرد؟ ($Fe = 56, Al = 27, O = 16 : \text{g. mol}^{-1}$)

(۱) ۹۰ - ۴۸۰ (۲) ۸۰ - ۴۸۰ (۳) ۹۰ - ۶۴۰ (۴) ۸۰ - ۶۴۰

۸۷- کدام موارد از عبارت های زیر درست هستند؟

- الف - تفاوت شمار پیوندهای اشتراکی در سومین عضو آلکان ها و سومین عضو آلکن ها برابر ۱ است.
- ب - با افزایش شمار اتم های کربن در ساختار مولکول آلکان ها، مقدار گران روی آن ها افزایش پیدا می کند.
- ج - تفاوت شمار اتم های هیدروژن در دکان و مولکول حاصل از واکنش نفتالن با مقدار کافی هیدروژن، برابر ۴ است.
- د - نخستین آلکانی که در دمای اتاق به حالت مایع حضور دارد، در ساختار مولکولی خود ۱۰ پیوند کربن-هیدروژن دارد.

(۱) «الف» و «ج» (۲) «الف» و «د» (۳) «ب» و «ج» (۴) «ب» و «د»

محل انجام محاسبات



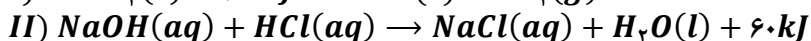
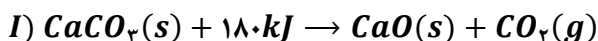
۸۸- یک نمونه پروپن، با ۴۸ گرم گاز هیدروژن مخلوط شده است. اگر با قرار گرفتن این نمونه در معرض مقدار کافی گاز اکسیژن، پس از زدن یک جرقه، مقدار مول بخار آب تولید شده ۵ برابر مقدار مول گاز کربن دی اکسید تولید شده باشد، درصد خلوص پروپن در نمونه مورد نظر به تقریب چقدر بوده است؟ ($C = 12, H = 1 : g.mol^{-1}$)

- (۱) ۶۳/۶ (۲) ۷۴/۸ (۳) ۴۵/۹ (۴) ۵۴/۵

۸۹- کدام یک از گزینه‌های زیر نادرست است؟

- (۱) گرما دادن به مواد همواره باعث افزایش میانگین انرژی جنبشی ذرات می‌شود.
 (۲) گرما در توصیف یک فرایند به کاررفته و برابر با انرژی مبادله شده میان دو جسم، به دلیل تفاوت دما است.
 (۳) دما، برای توصیف یک نمونه به کاررفته و نشان دهنده میانگین تندی و میانگین انرژی جنبشی ذرات یک ماده است.
 (۴) برای افزایش دمای نمونه‌هایی به جرم برابر از روغن زیتون و آب به مقدار برابر، نمونه روغن انرژی کمتری مصرف می‌کند.
 ۹۰- به ۲۴۰ گرم سدیم هیدروکسید، ۱۲ لیتر محلول هیدروکلریک اسید اضافه می‌کنیم. اگر گرمای آزاد شده در این واکنش را صرف تجزیه کلسیم کربنات کنیم، تفاوت جرم اتم‌های اکسیژن در فراورده‌های تولید شده چند گرم شده و مقدار pH محلول هیدروکلریک اسید مصرف شده، چقدر می‌شود؟

($Ca = 40, Na = 23, O = 16, C = 12, H = 1 : g.mol^{-1}$)



- (۱) ۱۶ - ۰/۷ (۲) ۳۲ - ۰/۷ (۳) ۱۶ - ۰/۳ (۴) ۳۲ - ۰/۳

۹۱- کدام یک از گزینه‌های زیر درست است؟

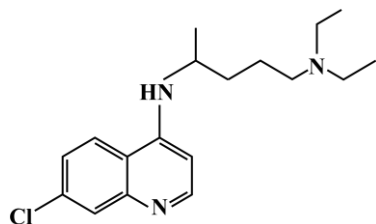
- (۱) آنتالپی سوختن اتان معادل با تغییر آنتالپی واکنش موازنه شده سوختن آن است.
 (۲) در بین آلکان‌ها، بزرگ‌ترین ارزش سوختی مربوط به ماده سازنده اصلی گاز طبیعی است.
 (۳) گرمای حاصل از سوختن ۴ گرم H_2 بیشتر از گرمای حاصل از سوختن ۴ گرم اتم مجزای H است.
 (۴) بین دو ترکیب آلی مختلف، اندازه آنتالپی سوختن ترکیبی با جرم مولی بیشتر، به یقین بزرگ‌تر از ترکیب دیگر است.

۹۲- کدام یک از عبارت‌های زیر درست است؟ ($C = 12, H = 1 : g.mol^{-1}$)

- (۱) درصد جرمی عنصر کربن در پلی‌اتن سنگین بیشتر از این مقدار در پلی‌اتن سبک است.
 (۲) واکنش پلیمری شدن اتن در دما و فشار بالا انجام شده و چگالی فراورده تولید شده، بیشتر از واکنش دهنده است.
 (۳) دومین عضو خانواده آلکن‌ها، به عنوان گاز عمل آورنده کاربرد داشته و می‌تواند در واکنش پلیمری شدن شرکت کند.
 (۴) شیمی‌دان‌ها با تعیین جرم مولی پلیمرها، شمار دقیق مونومرهای شرکت کننده در واکنش بسپارش را محاسبه می‌کنند.

محل انجام محاسبات





۹۳- چند مورد از عبارت‌ها درباره ترکیب آلی زیر درست هستند؟

$$(Cl = 35/5, N = 14, H = 1 : g.mol^{-1})$$

الف - یک مول از این ترکیب آروماتیک، می‌تواند با ۳ مول استیک اسید واکنش بدهد.

ب - درصد جرمی اتم‌های نیتروژن در این ترکیب، از درصد جرمی کلر در آن بیشتر است.

ج - تفاوت شمار اتم‌های کربن و هیدروژن در آن، برابر با شمار اتم‌های کربن در نفتالن است.

د - یک مول از این ترکیب برای تبدیل شدن به یک ترکیب سیرشده، با ۱۰ گرم گاز هیدروژن واکنش می‌دهد.

۴ (۴)

۳ (۳)

۲ (۲)

۱ (۱)

۹۴- استر با فرمول شیمیایی $C_7H_{14}O_2$ ، در ساختار خود دارای چند پیوند اشتراکی بوده و اگر الکل حاصل از آبکافت ۵۲

گرم از این استر به صورت نامحدود در آب حل شود، حداکثر جرم کربوکسیلیک اسید تولید شده در این واکنش برابر

با چند گرم است؟

$$(O = 16, C = 12, H = 1 : g.mol^{-1})$$

۴۶/۴ - ۲۳ (۴)

۴۰/۸ - ۲۳ (۳)

۴۶/۴ - ۲۱ (۲)

۴۰/۸ - ۲۱ (۱)

۹۵- کدام یک از گزینه‌های زیر درست است؟ ($S = 32, O = 16, C = 12, H = 1 : g.mol^{-1}$)

(۱) با اضافه کردن ترکیبات حاوی گوگرد به صابون، خاصیت میکروب‌کشی آن افزایش پیدا می‌کند.

(۲) با افزودن نمک حاوی یون فسفات به صابون، پس از شست‌وشو، هیچ رسوبی روی لباس تشکیل نمی‌شود.

(۳) با افزایش شمار اتم‌های کربن در پاک‌کننده غیرصابونی، نسبت درصد جرمی اکسیژن به گوگرد در آن افزایش می‌یابد.

(۴) افزودن آنزیم به صابون، همانند استفاده از پارچه نخی به جای پلی‌استری، درصد آلاینده باقی‌مانده روی لباس را کاهش می‌دهد.

۹۶- با افزودن ۱۴/۶ گرم HCl به یک محلول ۲/۵ لیتری حاوی مقداری HF با $pH = 1$ ، مقدار عددی pH محلول ۰/۳

واحد تغییر پیدا می‌کند. با ایجاد این تغییر، درجه یونش اسید ضعیف در محلول چند برابر شده است؟

$$(Cl = 35/5, H = 1 : g.mol^{-1})$$

۰/۸ (۴)

۰/۶ (۳)

۰/۴ (۲)

۰/۲ (۱)

۹۷- اگر ۰/۶ گرم از یک اسید ($M = 120 g.mol^{-1}$) بتواند با ۱۲/۵ میلی‌لیتر محلول ۰/۸ مولار سدیم هیدروکسید

واکنش داده و آن را خنثی کند، فرمول مولکولی اسید، کدام است؟

H_4A (۴)

H_3A (۳)

H_2A (۲)

HA (۱)

۹۸- کدام یک از گزینه‌های زیر درست است؟

(۱) اکسیژن، نافلزی فعال بوده و در واکنش با اغلب فلزها، به‌عنوان اکسنده حضور دارد.

(۲) اگر در ساختار یک گونه فلز وجود داشته باشد، این گونه به‌یقین در نقش کاهنده خواهد بود.

(۳) واکنش تبدیل اوزون به اکسیژن، از نوع اکسایش-کاهش نبوده و با انجام آن، الکترونی مبادله نمی‌شود.

(۴) واکنش $2HOF \rightarrow 2HF + O_2$ ، از نوع اکسایش-کاهش نبوده و با انجام آن، ۲ مول الکترون مبادله می‌شود.

محل انجام محاسبات



۹۹- شمار الکترون‌های مبادله شده در سلول گالوانی $Zn - Cu$ نصف شمار الکترون‌های مبادله شده حین فرایند خوردگی ۱۱۲۰ گرم آهن است. در این شرایط، تغییر جرم آند در سلول گالوانی برابر با چند گرم بوده و در واکنش خوردگی آهن، چند لیتر گاز اکسیژن در شرایط استاندارد مصرف شده است؟

($Zn = ۶۵, Cu = ۶۴, Fe = ۵۶ : g.mol^{-1}$)

(۱) ۹۷۵ - ۳۳۶ (۲) ۳۲۵ - ۳۳۶ (۳) ۹۷۵ - ۴۴۸ (۴) ۳۲۵ - ۴۴۸

۱۰۰- کدام یک از موارد زیر درست هستند؟ ($O = ۱۶, N = ۱۴, H = ۱ : g.mol^{-1}$)

- الف - مناسب ترین راه برای جلوگیری دائمی از خوردگی آهن، قیراندود کردن سطح آن است.
 ب - ذرات آب، در واکنش خوردگی آهن به عنوان اکسنده حضور داشته و الکترون دریافت می کند.
 ج - خوردگی آهن، باعث از بین رفتن استحکام این فلز شده و سرعت آن با pH محیط، ارتباط عکس دارد.
 د - در یک قطعه حلبی، پس از ایجاد خراش، فلز آهن به عنوان آند عمل کرده و در نیم واکنش اکسایش شرکت می کند.
- (۱) «الف» و «ب» (۲) «الف» و «ج» (۳) «ب» و «د» (۴) «ج» و «د»

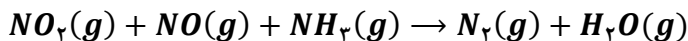
۱۰۱- کدام یک از گزینه های زیر درست است؟

- (۱) در ساختار یخ، هر اتم هیدروژن مجموعاً با دو اتم اکسیژن پیوند تشکیل می دهد.
 (۲) رفتار شیمیایی آب به طور عمده به پیوندهای هیدروژنی بین مولکول های آن ارتباط دارد.
 (۳) ساختار یخ، سه بعدی بوده و در آن، اتم های اکسیژن در وسط اضلاع شش ضلعی ها قرار گرفته اند.
 (۴) چگالی یخ کمتر از آب بوده و در جرم برابر، شمار مولکول های موجود در نمونه یخ بیشتر خواهد بود.

۱۰۲- کدام یک از موارد زیر درست هستند؟

- الف - نقطه جوش ترکیب یونی با فرمول A_2B ، به یقین بیشتر از ترکیب یونی با فرمول XY است.
 ب - آنتالپی فروپاشی شبکه لیتیم کلرید، کم تر از میانگین آنتالپی فروپاشی ترکیب های LiF و $LiBr$ است.
 ج - در دوره سوم، اختلاف عدد اتمی عناصری که یون حاصل آن ها بیشترین اختلاف شعاع یونی را دارند، برابر با ۲ است.
 د - اگر عدد کوئوردیناسیون Li^+ در Li_2O برابر ۸ باشد، شمار نزدیک ترین کاتیون های اطراف هر آنیون برابر ۴ است.
- (۱) «الف» و «ج» (۲) «الف» و «د» (۳) «ب» و «ج» (۴) «ب» و «د»

۱۰۳- اگر حجم گازهای تولید شده در واکنش موازنه نشده زیر برابر ۷۲ لیتر باشد، اختلاف جرم گازهای هیدروژن و نیتروژن لازم برای تولید آمونیاک مصرف شده در این فرایند، برابر چند گرم بوده است؟ (ضریب اکسیدهای نیتروژن با یکدیگر برابر بوده و حجم مولی گازها در شرایط آزمایش برابر ۲۴ لیتر است. $N = ۱۴, H = ۱ : g.mol^{-1}$)

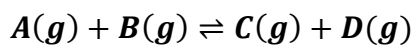


(۱) ۱۳/۲ (۲) ۲۶/۴ (۳) ۱۲/۴ (۴) ۲۴/۸

محل انجام محاسبات



۱۰۴- مقدار ۲ مول از هر یک از واکنش دهنده‌ها و ۴ مول از هر یک از فراورده‌های واکنش زیر را وارد مخزن ۲ لیتری می‌کنیم تا تعادل برقرار شود. اگر ثابت تعادل واکنش برابر با ۱۶ بوده و در ابتدای کار، سرعت واکنش رفت بیشتر از سرعت واکنش برگشت باشد، مقدار مول تعادلی ماده C در ظرف واکنش چقدر خواهد بود؟



(۴) ۴

(۳) ۱/۲

(۲) ۴/۸

(۱) ۲/۴

۱۰۵- کدام موارد از عبارتهای زیر درست هستند؟

- الف - برای تولید مستقیم هر دو واکنش دهنده فرایند استری شدن، می‌توان از آلکن‌ها استفاده کرد.
 ب - در مرحله اول از فرایند تولید غیرمستقیم متانول به کمک متان و بخار آب، اتم کربن اکسید می‌شود.
 ج - در تولید غیرمستقیم متانول، دمای لازم برای مرحله اول، بیشتر از دمای لازم برای مرحله دوم است.
 د - در تبدیل پارازایلن به ترفتالیک اسید، میانگین عدد اکسایش اتم‌های کربن ۱/۵ واحد کاهش پیدا می‌کند.
- (۱) «الف» و «ج» (۲) «الف» و «د» (۳) «ب» و «ج» (۴) «ب» و «د»

محل انجام محاسبات



بودجه بندی دروس آزمون بعد...

تاریخ برگزاری: ۲۳ مردادماه

جامع شبیه ساز کنکور سراسری (۵)

(تعداد سوالات مطابق کنکور سراسری)



ریاضیات گسسته و آمار و احتمال

جامع شبیه ساز کنکور سراسری

هندسه

جامع شبیه ساز کنکور سراسری

حسابان

جامع شبیه ساز کنکور سراسری

شیمی

جامع شبیه ساز کنکور سراسری

فیزیک

جامع شبیه ساز کنکور سراسری





گروه آزمایشی علوم ریاضی و فنی

آزمون ماز | پایه دوازدهم



جامع شبیه ساز کنکور سراسری (۴)
(تعداد سؤالات مطابق کنکور سراسری)



ویژه کنکوری های ۱۴۰۵

دفترچه پاسخ

جمعه ۱۶ مردادماه ۱۴۰۵

- ✓ پاسخنامه سریع؛ برای بررسی فوری بعد از آزمون
- ✓ تحلیل تمام گزینه های هر سؤال؛ برای بررسی سؤالاتی که پاسخ نادرست داده اید
- ✓ نکات و درسنامه های آموزشی؛ برای یادگیری کامل مباحث هر سؤال
- ✓ مشاوره تستی؛ برای یادگیری انواع روش های حل تست
- ✓ استراتژی آزمون؛ برای یادگیری مدیریت زمان و مدیریت جلسه آزمون

دیس	مسئول درس	طراحان	ویراستاران
ریاضیات	مهرداد کیوان حسین شفیع زاده سید جواد نظری	حسین شفیع زاده - مهرداد کیوان حسن محمد بیگی علیرضا شریف خطیبی	ندا فرهختی - مائده بادن فیروز ارسلان حسنونند یزدان نیک قدم - فواد خیر آبادی علی اسدی
فیزیک	سجاد صادقی زاده سعید احمدی	سعید احمدی - سجاد صادقی زاده - زهره آقامحمدی حسین عبدوی نژاد - مروارید شاه حسینی مجید رجبی وندچالی - حامد نبی منصور مهدی پارسا - محمد جواد سورچی - حنا خلعتبری سارا قانع - مهدی شریفی - مصطفی واثقی حسین زین العابدین زاده - مهدی رحمت اللهی امیرضا خونیها	حسین عبدوی نژاد حنا خلعتبری
شیمی	فرشاد هادیان فرد	فرشاد هادیان فرد - فرهنگ امیری عالیه میرزایی - طاهای حق بین محمد دارابی جم علی ترابی - مهسا بایمانی نژاد	طاهای حق بین - محمد دارابی جم امیرعلی حسینی فرد محمد مهدی معظمی

تیم اجرایی و تولید آزمون

مجتبی آدمیان

نازنین امیری

مائده بادن فیروز

زهره جعفری

مدیر تولید آزمون: محدثه شیخعلی



یک تیم با بیش از ۵۰۰ نفر در حال کار هستن تا آزمون‌های ماز با حداکثر کیفیت حاضر بشن و به شما کمک کنن و مسیر موفقیت رو براتون ساده‌تر کنن. همیشه از نظرات و کامنت‌های خوبتون انرژی می‌گیریم. مرسی که همراهمون هستین. راستی! حتماً در نظرسنجی آزمون شرکت کنین و نظرات و پیشنهاداتتون رو برامون بنویسین.

دکتر رسول خنجری

آموزش استراتژی آزمون و مدیریت جلسه کنکور

۱۳ روز مانده به کنکور

آزمون ۱۶ مرداد رو دادی. حالا فارغ از اینکه نتیجه‌ش چی شده، مهم‌ترین کار همینیه که بدونی باهاش چیکار کنی. این آزمون فقط یه نمره نیست؛ یه نقشه‌ست از وضعیت الانت، دقیقاً ۱۳ روز قبل از کنکور واقعی.

قدم اول کارنامه رو با دقت بفون

خیلیا فقط درصدشون رو نگاه می‌کنن و ردش می‌کنن. نکن این کارو. بنشین و ببین:

- مدیریت زمانت کجا به هم ریخت؟ کدوم سوالا وقتت رو خورد؟ کدوم درسا بیش از زمانش وقت برد؟
- سوالایی که غلط زدی، چرا غلط زدی؟ ندونستن مطلب بود، سرعت پایین بود، یا استرس لحظه‌ای؟
- جوابی که برای خودت پیدا کنی، یعنی یه قدم دیگه به نسخه قوی‌تر خودت نزدیک شدی. همین چند روزی که مونده، دقیقاً فرصتیه که با همون سرعتی که تا الان داشتی، شتاب بگیری و جاهای خالی رو پر کنی.

قدم دوم از این هفته بین دو آزمون درست استفاده کن

بین ۱۶ تا ۲۳ مرداد یه هفته فرصت داری. این فرصت رو این‌جوری بچین:

- مرور یادداشت‌ها و جزوه‌های خودت: چیزایی که خودت طول سال نوشتی، از هر منبع دیگه‌ای برات کاربردی‌ترن.
- بازبینی غلط‌های همه آزمون‌های قبلی، نه فقط همین یکی. یه نگاه کلی به اون بیست و چند آزمونی که دادی بنداز؛ بین کدوم مبحث‌ها تکراری اشتباه می‌زدی. اونا نقطه ضعف واقعیتن.
- روش دو روز یک کنکور رو ادامه بده. بهینه‌ترین روش برای لکه‌گیری همینیه.

قدم سوم آزمون ۲۳ مرداد رو به عنوان آخرین شبیه‌سازی ببین

این آخرین فرصتیه که قبل از کنکور واقعی، اصلاحاتی که این هفته انجام دادی رو تست کنی. اگه تو ۱۶ مرداد مشکلی تو مدیریت زمان یا ترتیب پاسخگویی داشتی، هدف اینه که تو ۲۳ مرداد دیگه اون مشکل تکرار نشه.

حرف آخر...

یه سال تمام زحمت کشیدی. این ۱۳ روز، وقت جمع کردن و صیقل دادن همون زحمته، نه شروع دوباره. آروم باش، منظم پیش برو، و به خودت اعتماد کن.
تا ۲۹ و ۳۰ مرداد، هر روز یه قدم به هدفت نزدیک‌تر می‌شی.

پاسخنامه کلیدی

ریاضی

۱	۱	۲	۳	۴
۲	۱	۲	۳	۴
۳	۱	۲	۳	۴
۴	۱	۲	۳	۴
۵	۱	۲	۳	۴
۶	۱	۲	۳	۴
۷	۱	۲	۳	۴
۸	۱	۲	۳	۴
۹	۱	۲	۳	۴
۱۰	۱	۲	۳	۴
۲۱	۱	۲	۳	۴
۲۲	۱	۲	۳	۴
۲۳	۱	۲	۳	۴
۲۴	۱	۲	۳	۴
۲۵	۱	۲	۳	۴
۲۶	۱	۲	۳	۴
۲۷	۱	۲	۳	۴
۲۸	۱	۲	۳	۴
۲۹	۱	۲	۳	۴
۳۰	۱	۲	۳	۴
۱۱	۱	۲	۳	۴
۱۲	۱	۲	۳	۴
۱۳	۱	۲	۳	۴
۱۴	۱	۲	۳	۴
۱۵	۱	۲	۳	۴
۱۶	۱	۲	۳	۴
۱۷	۱	۲	۳	۴
۱۸	۱	۲	۳	۴
۱۹	۱	۲	۳	۴
۲۰	۱	۲	۳	۴
۳۱	۱	۲	۳	۴
۳۲	۱	۲	۳	۴
۳۳	۱	۲	۳	۴
۳۴	۱	۲	۳	۴
۳۵	۱	۲	۳	۴
۳۶	۱	۲	۳	۴
۳۷	۱	۲	۳	۴
۳۸	۱	۲	۳	۴
۳۹	۱	۲	۳	۴
۴۰	۱	۲	۳	۴

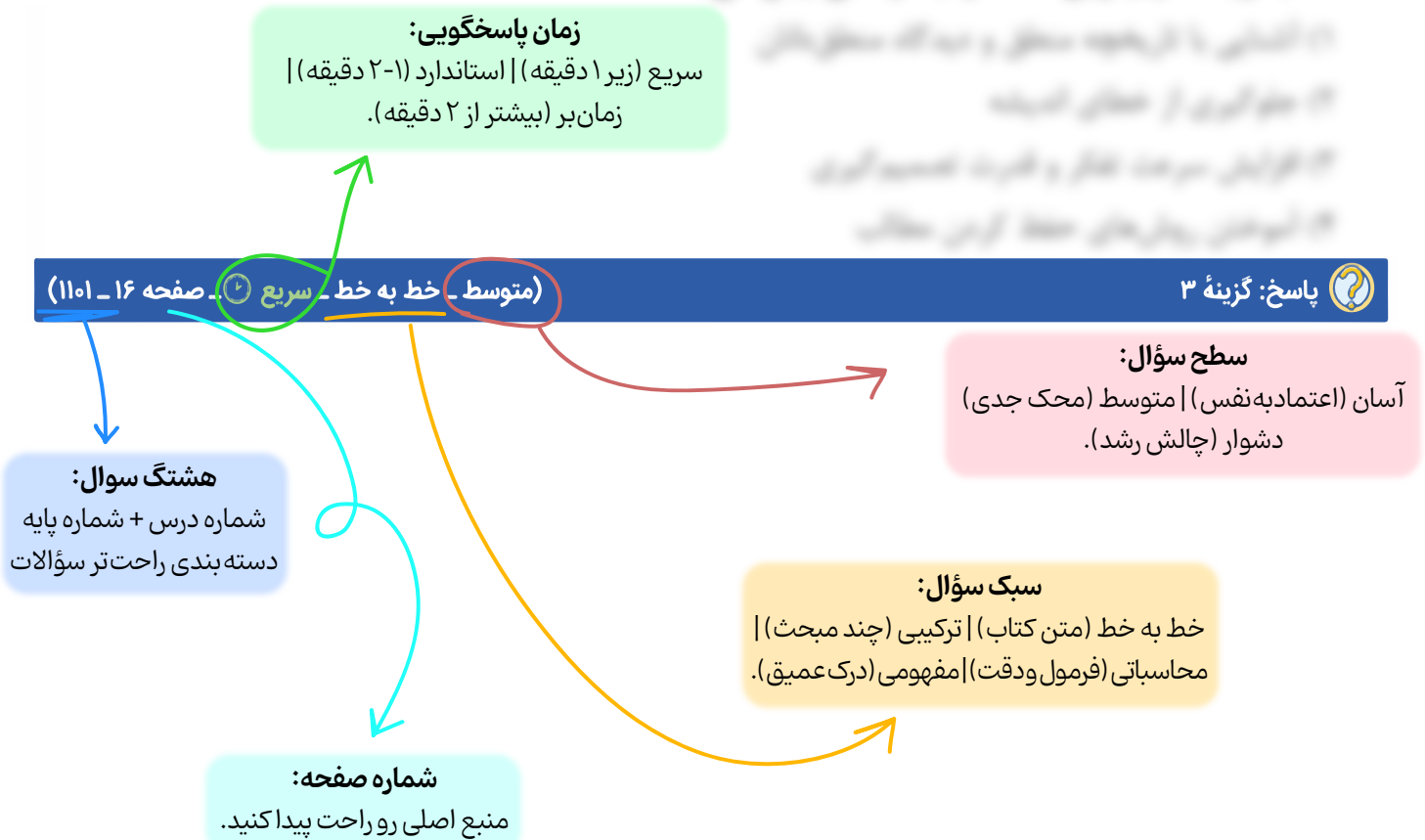
فیزیک

۴۱	۱	۲	۳	۴
۴۲	۱	۲	۳	۴
۴۳	۱	۲	۳	۴
۴۴	۱	۲	۳	۴
۴۵	۱	۲	۳	۴
۴۶	۱	۲	۳	۴
۴۷	۱	۲	۳	۴
۴۸	۱	۲	۳	۴
۴۹	۱	۲	۳	۴
۵۰	۱	۲	۳	۴
۵۱	۱	۲	۳	۴
۵۲	۱	۲	۳	۴
۵۳	۱	۲	۳	۴
۵۴	۱	۲	۳	۴
۵۵	۱	۲	۳	۴
۵۶	۱	۲	۳	۴
۵۷	۱	۲	۳	۴
۵۸	۱	۲	۳	۴
۵۹	۱	۲	۳	۴
۶۰	۱	۲	۳	۴
۶۱	۱	۲	۳	۴
۶۲	۱	۲	۳	۴
۶۳	۱	۲	۳	۴
۶۴	۱	۲	۳	۴
۶۵	۱	۲	۳	۴
۶۶	۱	۲	۳	۴
۶۷	۱	۲	۳	۴
۶۸	۱	۲	۳	۴
۶۹	۱	۲	۳	۴
۷۰	۱	۲	۳	۴
۷۱	۱	۲	۳	۴
۷۲	۱	۲	۳	۴
۷۳	۱	۲	۳	۴
۷۴	۱	۲	۳	۴
۷۵	۱	۲	۳	۴
۷۶	۱	۲	۳	۴
۷۷	۱	۲	۳	۴
۷۸	۱	۲	۳	۴
۷۹	۱	۲	۳	۴
۸۰	۱	۲	۳	۴
۸۱	۱	۲	۳	۴
۸۲	۱	۲	۳	۴
۸۳	۱	۲	۳	۴
۸۴	۱	۲	۳	۴
۸۵	۱	۲	۳	۴
۸۶	۱	۲	۳	۴
۸۷	۱	۲	۳	۴
۸۸	۱	۲	۳	۴
۸۹	۱	۲	۳	۴
۹۰	۱	۲	۳	۴
۹۱	۱	۲	۳	۴
۹۲	۱	۲	۳	۴
۹۳	۱	۲	۳	۴
۹۴	۱	۲	۳	۴
۹۵	۱	۲	۳	۴
۹۶	۱	۲	۳	۴
۹۷	۱	۲	۳	۴
۹۸	۱	۲	۳	۴
۹۹	۱	۲	۳	۴
۱۰۰	۱	۲	۳	۴
۱۰۱	۱	۲	۳	۴
۱۰۲	۱	۲	۳	۴
۱۰۳	۱	۲	۳	۴
۱۰۴	۱	۲	۳	۴
۱۰۵	۱	۲	۳	۴

شیمی

راهنمای پاسخنامه آزمون‌ها

در ادامه، روش‌های پاسخ‌گویی به سوالات و نحوه استفاده از پاسخنامه آزمون‌ها را به شما معرفی می‌کنیم. این راهنما به شما کمک می‌کند تا با درک بهتر ساختار سوالات و نحوه پاسخ‌گویی، بتوانید به راحتی و با دقت بیشتری به سوالات پاسخ دهید.



یادتون باشه:

- ✓ هر سؤال یک فرصت یادگیری، نه یک مانع.
- ✓ پاسخ‌نامه فقط جواب نیست؛ یک کارگاه آموزشی کامله.
- ✓ با هر آزمون و مرور این پاسخ‌نامه، یک پله بالاتر می‌رید و یک قدم به رؤیایون نزدیک‌تر می‌شید.
- ✓ موفقیت فقط برای کسانی که با برنامه و انگیزه حرکت می‌کنن. شما همون آدمید.



برای دیدن پاسخنامه ویدئویی آزمون
QRcode بالا را اسکن کنید!
یا بر روی لینک زیر کلیک کنید!

پاسخنامه ویدئویی

ریاضی ۱ + حسابان ۱ + حسابان ۲: کل کتاب
هندسه ۱ + هندسه ۲ + هندسه ۳: کل کتاب
آمار و احتمال: کل کتاب
گسسته: کل کتاب

بودجه‌بندی
این آزمون

حسابان ۲: این مبحث در مجموع ۶ تست از ۴۰ تست کنکور را پوشش داده است.
حسابان ۱: این مبحث در مجموع ۱۰ تست از ۴۰ تست کنکور را پوشش داده است.
ریاضی ۱: این مبحث در مجموع ۴ تست از ۴۰ تست کنکور را پوشش داده است.
هندسه ۳: این مبحث در مجموع ۴ تست از ۴۰ تست کنکور را پوشش داده است.
هندسه ۲: این مبحث در مجموع ۴ تست از ۴۰ تست کنکور را پوشش داده است.
هندسه ۱: این مبحث در مجموع ۴ تست از ۴۰ تست کنکور را پوشش داده است.
گسسته: این مبحث در مجموع ۴ تست از ۴۰ تست کنکور را پوشش داده است.
آمار و احتمال: این مبحث در مجموع ۴ تست از ۴۰ تست کنکور را پوشش داده است.

سهم در
کنکور

۱- در دنباله حسابی $x, 2, x+y, 10, \dots$ ، مجموع ۲۰ جمله اول کدام است؟

۸۴۰ (۴)

۷۲۰ (۳)

۷۶۰ (۲)

۶۸۰ (۱)

(آسان - محاسباتی - سریع) - حسابان ۱ صفحه ۳ - ۱۱۰۱

پاسخ: گزینه ۳

عدد ۲ واسطه حسابی x و $x+y$ ، همچنین $x+y$ هم واسطه حسابی ۲ و ۱۰ است. پس:

$$\begin{cases} 4 = x + x + y \Rightarrow 2x + y = 4 \\ 2(x + y) = 2 + 10 \Rightarrow x + y = 6 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = -2 \\ y = 8 \end{cases}$$

پس $a_1 = -2$ و $d = 2 - (-2) = 4$ است. آزمون وی آی پی

$$S_{20} = \frac{20}{2}(2a_1 + 19d) = 10(2(-2) + 19(4)) = 10(-4 + 76) = 720$$

واسطه حسابی

اگر a, b, c به ترتیب سه جمله متوالی از یک دنباله حسابی باشند؛ آنگاه رابطه زیر برقرار است:

$$b = \frac{a+c}{2} \Rightarrow 2b = a+c$$

در این حالت، b «واسطه حسابی» a و c است.

مجموع جملات دنباله حسابی

برای مجموع n جمله اول دنباله دو روش داریم.

۱. زمانی که جمله اول و قدرنسبت را داریم:

$$S_n = \frac{n}{2}(2a_1 + (n-1)d)$$

۲. زمانی که جمله اول و آخر را داریم:

$$S_n = \frac{n}{2}(a_1 + a_n)$$

۲- به ازای چند مقدار صحیح m ، رأس سهمی $y = mx^2 - 12x + 9 + m$ در ناحیه چهارم مختصات قرار دارد؟
 (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۱۲ (۴) ۱۴

پاسخ: گزینه ۱

(متوسط - ترکیبی - استاندارد) - ریاضی ۱ صفحه ۸۰ - ۱۰۰۴

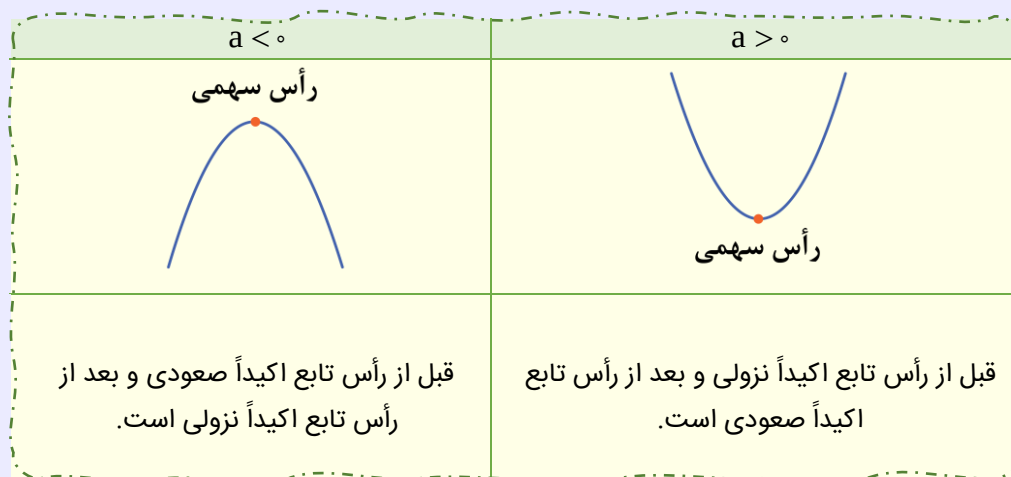
رأس سهمی $y = ax^2 + bx + c$ نقطه $S(-\frac{b}{2a}, -\frac{\Delta}{4a})$ است.
 به علاوه در ناحیه چهارم، x مثبت و y منفی است.

$$\begin{cases} x_S = -\frac{b}{2a} = -\frac{12}{2m} \xrightarrow{x_S > 0} m > 0 \\ y_S = -\frac{\Delta}{4a} = -\frac{144 - 4m(9+m)}{4m} \xrightarrow[y_S < 0]{m > 0} 144 - 4m(9+m) > 0 \xrightarrow{\div(-4)} m^2 + 9m - 36 < 0 \Rightarrow -12 < m < 3 \end{cases}$$

چون $m > 0$ ، پس $-12 < m < 3$ محدوده قابل قبول برای m است که شامل دو عدد صحیح ۱ و ۲ است.

رأس سهمی و یکنوایی سهمی!

رأس یک سهمی در واقع بالاترین نقطه یا پایین‌ترین نقطه از آن با معادله $(x_S, y_S) = (-\frac{b}{2a}, -\frac{\Delta}{4a})$ است؛ که با توجه به علامت ضریب x^2 در تابع درجه دوم $f(x) = ax^2 + bx + c$ می‌توان گفت: اگر $a > 0$ باشد، رأس سهمی، پایین‌ترین نقطه و اگر $a < 0$ باشد، رأس سهمی، بالاترین نقطه آن است، ببینید:



مشابه این سؤال، در سؤال ۱۱۶ کنکور تجربی اردیبهشت‌ماه ۱۴۰۴ مطرح شده بود.



۳- با فرض $a = \sqrt[3]{4} + \sqrt[3]{2}$ ، حاصل $a^3 - 6a$ کدام است؟
 (۱) ۱۲ (۲) ۹ (۳) ۸ (۴) ۶

پاسخ: گزینه ۴

(متوسط - محاسباتی - استاندارد) - ریاضی ۱ صفحه ۶۲ - ۱۰۰۳

دو طرف تساوی را به توان ۳ می‌رسانیم:

$$a = \sqrt[3]{4} + \sqrt[3]{2} \xrightarrow{\text{توان ۳}} a^3 = 4 + 2 + 3 \sqrt[3]{4} \sqrt[3]{2} (\sqrt[3]{4} + \sqrt[3]{2}) \Rightarrow a^3 = 6 + 6a \Rightarrow a^3 - 6a = 6$$



یادآوری!

صورت دیگری از اتحاد مکعب دوجمله‌ای که بسیار کاربرد دارد:

$$(x + y)^3 = x^3 + y^3 + 3xy(x + y)$$



۴- اگر p و q دو گزاره دلخواه و ارزش گزاره $(p \Rightarrow \sim q) \Rightarrow (q \wedge \sim q)$ درست باشد، آنگاه ارزش کدام یک از گزینه‌های زیر همواره درست است؟

$$p \wedge \sim q \quad (۴)$$

$$\sim p \Rightarrow \sim q \quad (۳)$$

$$q \Rightarrow \sim p \quad (۲)$$

$$\sim p \wedge q \quad (۱)$$

(آسان - مفهومی - استاندارد) - آمار و احتمال صفحه ۹ - ۱۱۰۱

پاسخ: گزینه ۳

می‌دانیم که ارزش گزاره شرطی تنها زمانی نادرست است که مقدم درست و تالی نادرست باشد:

$$(p \Rightarrow \sim q) \Rightarrow (q \wedge \sim q) \Rightarrow (p \Rightarrow \sim q) \equiv F \Rightarrow \begin{cases} p \equiv T \\ \sim q \equiv F \Rightarrow q \equiv T \end{cases}$$

بررسی گزینه‌ها:

۱

$$(\sim p \wedge q) \equiv F \wedge T \equiv F$$

۲

$$(q \Rightarrow \sim p) \equiv T \Rightarrow F \equiv F$$

۳

$$(\sim p \Rightarrow \sim q) \equiv F \Rightarrow F \equiv T$$

۴

$$(p \wedge \sim q) \equiv T \wedge F \equiv F$$

انواع گزاره مرکب (عطفی، فصلی، شرطی و دوشروطی)

p	q	$p \vee q$
د	د	د
د	ن	د
ن	د	د
ن	ن	ن

p	q	$p \wedge q$
د	د	د
د	ن	ن
ن	د	ن
ن	ن	ن

p	q	$p \Rightarrow q$
د	د	د
د	ن	ن
ن	د	د
ن	ن	د

p	q	$p \Leftrightarrow q$
د	د	د
د	ن	ن
ن	د	ن
ن	ن	د

مهم‌ترین دانسته‌های ترکیب فصلی

۱) ارزش ترکیب فصلی دو گزاره تنها زمانی نادرست است که هر دو نادرست باشند.

$$p \vee q \equiv F \longrightarrow p \equiv q \equiv F$$

۲) اگر حداقل یکی از گزاره‌ها در ترکیب فصلی درست باشد ارزش کل ترکیب فصلی درست است.

مهم‌ترین دانسته‌های ترکیب عطفی

۱) ارزش ترکیب عطفی دو گزاره تنها زمانی درست است که هر دو درست باشند.

$$p \wedge q \equiv T \longrightarrow p \equiv q \equiv T$$

(۲) اگر حداقل یکی از گزاره‌ها در ترکیب عطفی **نادرست** باشد ارزش کل ترکیب عطفی **نادرست** است.

 مهم‌ترین دانسته‌های ترکیب شرطی و دوشروطی

(۱) ارزش **ترکیب شرطی** تنها زمانی **نادرست** است که **مقدم درست** و **تالی نادرست** باشد.

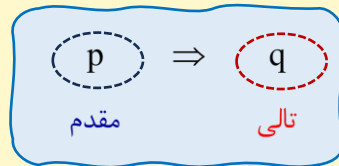
(۲) ارزش **ترکیب دوشروطی** زمانی **نادرست** است که **دو گزاره ارزش‌های متفاوت** داشته باشند.

 حالت‌های خاص گزاره شرطی

در ترکیب شرطی دو گزاره اگر:

(۱) ارزش **تالی درست** باشد، ارزش **کل گزاره درست** است.

(۲) ارزش **مقدم نادرست** باشد، ارزش **کل گزاره درست** است.



در حالت دوم گوییم، ارزش گزاره شرطی «**به انتفای مقدم**» درست است.

مشابه این سؤال، در تمامی کنکورهای سال‌های اخیر مطرح شده است.



۵- حاصل ضرب ریشه‌های حقیقی معادله $\frac{2}{(x-1)^2} + \frac{1}{x^2 - 2x} = 2$ چقدر است؟

$\frac{1}{2}$ (۲) -2 (۳) $-\frac{1}{2}$ (۴)

(متوسط - محاسباتی - استاندارد ۵) - حسابان ۱ صفحه ۲۲ - ۱۱۰۱

 پاسخ: گزینه ۴

$$x^2 - 2x = (x-1)^2 - 1 = t - 1$$

فرض کنید $t = (x-1)^2$ در این صورت:

پس با این تغییر متغیر معادله گویا را حل می‌کنیم:

$$\frac{2}{t} + \frac{1}{t-1} = 2 \Rightarrow \frac{3t-2}{t(t-1)} = 2 \Rightarrow 2t^2 - 2t = 3t - 2 \Rightarrow 2t^2 - 5t + 2 = 0$$

$$\xrightarrow{\Delta=9} t=2 \text{ یا } \frac{1}{2} \Rightarrow \begin{cases} (x-1)^2 = 2 \\ (x-1)^2 = \frac{1}{2} \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x^2 - 2x - 1 = 0 \xrightarrow{\Delta>0} x_1 x_2 = \frac{c}{a} = -1 \\ x^2 - 2x + \frac{1}{2} = 0 \xrightarrow{\Delta>0} x_3 x_4 = \frac{c}{a} = \frac{1}{2} \end{cases}$$

$$\Rightarrow x_1 x_2 x_3 x_4 = -\frac{1}{2}$$

 روش تغییر متغیر برای حل معادلات

برای حل برخی معادلات که ظاهری پیچیده دارند ولی عبارتی در آن‌ها **تکرار** می‌شود یا **با مقداری کم و زیاد شدن یا معکوس شدن** در معادله دیده می‌شود، می‌توان از روش تغییر متغیر استفاده کرد بدین صورت که متغیر را عوض می‌کنیم تا ظاهر معادله شبیه به **معادله درجه دوم** شود و بعد از حل معادله جدید، متغیر را به حالت قبل بازمی‌گردانیم تا جواب‌های معادله اولیه به دست آید.

 حل معادلات گویا

یک راه برای حل معادلات گویا این است که، **طرفین معادله را در کوچک‌ترین مضرب مشترک مخرج کسرها ضرب کنیم** تا به یک معادله چند جمله‌ای برسیم که معمولاً درجه دو می‌باشد. باید دقت داشت که **ریشه‌های مخرج کسرها جزء دامنه نمی‌باشند**؛ بنابراین از مجموعه جواب حذف می‌شوند. آزمون وی آی پی

 مجموع و حاصل ضرب ریشه‌ها

در معادله درجه دوم به فرم استاندارد $ax^2 + bx + c = 0$ با شرط $\Delta > 0$ ، مجموع و حاصل ضرب ریشه‌ها از روابط زیر به دست می‌آید:

$$P = \frac{c}{a} : \text{حاصل ضرب ریشه‌ها}$$

$$S = -\frac{b}{a} : \text{مجموع ریشه‌ها}$$

مشابه این سؤال، در سؤال ۶ کنکور ریاضی تیرماه ۱۴۰۲ مطرح شده بود.



۶- اگر $(-2, m)$ بزرگ‌ترین بازه‌ای باشد که در این بازه، نمودار تابع $y = \sqrt{4x+8}$ بالای نمودار $y = |x+2|$ باشد، مقدار m کدام است؟

۴ (۴)

۳ (۳)

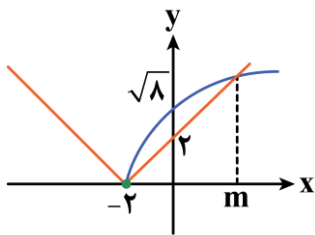
۲ (۲)

۱ (۱)

(متوسط - ترکیبی - استاندارد) حسابان ۱ صفحه ۲۷ و ۴۷ - ۱۱۰۴

پاسخ: گزینه ۲

با توجه به بازه $(-2, m)$ ، $x = -2$ نقطه برخورد دو تابع است. نمودار دو تابع را رسم می‌کنیم. در $(-2, 0)$ یکدیگر را قطع می‌کنند و طول نقطه برخورد دیگر $x = m$ است.



$$\sqrt{4x+8} = |x+2| \xrightarrow{x > -2} \sqrt{4x+8} = x+2$$

$$4x+8 = x^2 + 4x + 4 \xrightarrow{x > -2} x^2 = 4 \Rightarrow x = 2 \Rightarrow m = 2$$

 روش هندسی برای حل معادلات

برای حل معادلات به فرم $g(x) = f(x)$ که در دو طرف تساوی دو عبارت **غیرهم‌جنس** داریم کافی است، نمودار هر دو طرف تساوی یعنی $y = g(x)$ و $y = f(x)$ را با هم در یک دستگاه رسم کنیم. **نقاط برخورد** دو نمودار، جواب‌های معادله را نشان می‌دهد.

 استراتژی حل معادلات گنگ

برای حل معادلات گنگ به فرم $\sqrt{f(x)} = g(x)$ مراحل زیر را طی می‌کنیم:

(۱) عبارات **شامل رادیکال** را به یک طرف تساوی و **عبارات دیگر** را به طرف دیگر تساوی منتقل می‌کنیم.

(۲) طرفین را به **توان ۲** می‌رسانیم تا رادیکال نداشته باشیم.

(۳) با **حل معادله نهایی** (که معمولاً به فرم معادله درجه دوم است) جواب‌های معادله را به دست می‌آوریم.

(۴) جواب‌های به دست آمده را در **معادله صدق** می‌دهیم تا ببینیم قابل قبول است یا خیر.

 نکته خیلی مهم!

در مرحله (۴) باید ریشه‌های معادله $\sqrt{f(x)} = g(x)$ ، در دو شرط $g(x) \geq 0$ و $f(x) \geq 0$ صدق کنند، در غیر این صورت غیرقابل قبول هستند.

مشابه این سؤال، در سؤال ۱۲۰ کنکور تجربی تیرماه ۱۴۰۳ مطرح شده بود.

۷- دو رأس یک مستطیل روی خط $y = 2x - 3$ و نقاط $(-1, -2)$ و $(3, 0)$ رأس‌های غیرمجاور این مستطیل هستند. مساحت این مستطیل چقدر است؟

(۴) ۱۲

(۳) ۴

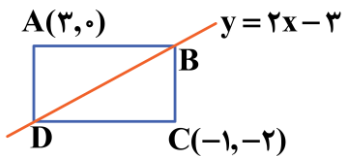
(۲) ۸

(۱) ۶

(متوسط - محاسباتی - استاندارد) - حسابان ۱ صفحه ۳۴ - ۱۱۰۱

پاسخ: گزینه ۱

$(-3, 0)$ و $(-1, 2)$ روی خط $y = 2x - 3$ قرار ندارند. شکل فرضی مقابل را در نظر می‌گیریم. مختصات رأس B را به صورت $B(x, 2x - 3)$ در نظر بگیریم. AB و BC بر هم عمودند.



$$m_{AB} \times m_{BC} = -1 \Rightarrow \frac{2x-3}{x-3} \times \frac{2x-1}{x+1} = -1 \Rightarrow (2x-3)(2x-1) = -(x-3)(x+1) \Rightarrow 4x^2 - 8x + 3 = -x^2 + 2x + 3$$

$$\Rightarrow 5x^2 - 10x = 0 \Rightarrow x = 0 \text{ یا } 2$$

طول نقاط B و D برابر ۰ و ۲ است.

فرض کنید $x = 2$ طول نقطه B باشد (فرقی ندارد که کدام طول نظیر B یا D در نظر گرفته شود)، پس مختصات B به صورت $B(2, 1)$ است.

$$AB = \sqrt{1+1} = \sqrt{2}$$

$$BC = \sqrt{9+9} = \sqrt{18} \Rightarrow S = \sqrt{2} \times \sqrt{18} = 6$$

هندسه تحلیلی

۱) اگر $A(x_1, y_1)$ و $B(x_2, y_2)$ ، آن‌گاه:

$$AB \text{ طول پاره خط} = \sqrt{(x_1 - x_2)^2 + (y_1 - y_2)^2}$$

$$AB \text{ شیب پاره خط} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$

شیب خطوط موازی و خطوط عمود برهم

۱) شیب خطوط موازی با هم برابر است.

$$m_1 m_2 = -1 \text{ یا } m_1 = \frac{-1}{m_2}$$

۲) اگر دو خط بر هم عمود باشند شیب آن‌ها عکس و قرینه یکدیگر است. یعنی:

مشابه این سؤال، در سؤال ۷ کنکور ریاضی تیرماه ۱۴۰۳ مطرح شده بود.

۸- نمودار وارون تابع $f(x) = x - \sqrt{4-x}$ خط $y = 2x + a$ را در نقطه‌ای به طول ۲ قطع می‌کند. مقدار $\left[\frac{a}{2}\right]$ کدام است؟ [] نماد

جزء صحیح است.)

(۴) صفر

(۳) -۲

(۲) -۱

(۱) ۱

(متوسط - مفهومی - استاندارد) حسابان ۱ صفحه ۵۸ - ۱۱۰۲

پاسخ: گزینه ۲

طول نقطه تقاطع f^{-1} و خط $y = 2x + a$ ، $x = 2$ است:

$$\begin{cases} f^{-1}(x) = 2x + a \\ x = 2 \end{cases} \Rightarrow f^{-1}(2) = 4 + a$$

$$\Rightarrow f(4+a) = 2 \Rightarrow 4+a - \sqrt{4-(4+a)} = 2 \Rightarrow \sqrt{-a} = a+2 \quad (a+2 \geq 0; a \leq 0)$$

$$2 \text{ به توان } \Rightarrow a^2 + 4a + 4 = -a \Rightarrow a^2 + 5a + 4 = 0 \Rightarrow \begin{cases} a = -1 \\ a = -4 \end{cases}$$

$$\xrightarrow{a \geq -2} a = -1 \Rightarrow \left[\frac{a}{2}\right] = \left[\frac{-1}{2}\right] = -1$$

وارون تابع

اگر در ضابطه تابع f ابتدا x را بر حسب y به دست آوریم و سپس جای x و y را در تابع $y = f(x)$ جابه‌جا کنیم، وارون تابع f یعنی f^{-1} به دست می‌آید. اگر وارون f خود یک تابع باشد، f وارون‌پذیر است و f^{-1} را تابع وارون f می‌گوییم. بنابراین اگر f یک‌به‌یک باشد f^{-1} تابع وارون f است و داریم:

$$f(a) = b \Leftrightarrow f^{-1}(b) = a$$

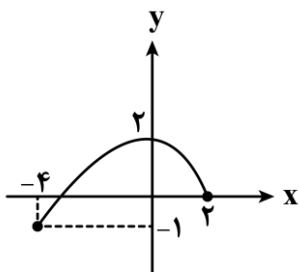
یادآوری!

$$n \leq x < n+1 \Rightarrow [x] = n$$

مشابه این سؤال، در سؤال ۸ کنکور ریاضی تیرماه ۱۴۰۲ مطرح شده بود.



۹- نمودار تابع $y = f(x)$ به صورت زیر است. اشتراک دامنه و برد تابع $y = 2f(1-2x)$ شامل چند عدد صحیح است؟



(۱) ۵

(۲) ۴

(۳) ۳

(۴) ۲

(آسان - خطبه‌خط - سریع) حسابان ۲ صفحه ۷ و ۹ - ۱۲۰۱

پاسخ: گزینه ۳

ابتدا دامنه تابع جدید را به دست می‌آوریم:

$$D_f = [-4, 2]$$

$$\Rightarrow -4 \leq 1 - 2x \leq 2 \xrightarrow{-1} -5 \leq -2x \leq 1 \xrightarrow{\div(-2)} \frac{-1}{2} \leq x \leq \frac{5}{2} \Rightarrow D = \left[-\frac{1}{2}, \frac{5}{2}\right]$$

حال برد تابع جدید را به دست می آوریم:

با توجه به نمودار f داریم:

$$R_f = [-1, 2]$$

$$\Rightarrow -1 \leq f(1-2x) \leq 2 \xrightarrow{\times 2} -2 \leq 2f(1-2x) \leq 4 \Rightarrow -2 \leq y \leq 4 \Rightarrow R = [-2, 4]$$

اشتراک دامنه و برد جدید، یعنی D و R بازه $\left[-\frac{1}{2}, \frac{5}{2}\right]$ است که شامل ۳ عدد صحیح ۰، ۱ و ۲ است.

دامنه و برد تبدیل یافته یک تابع

اگر دامنه تابع $y = f(x)$ بازه $[m, n]$ باشد، برای تعیین دامنه تابع $y = af(bx+c)+d$ کافی است نامعادله زیر را حل کنیم:

$$m \leq bx + c \leq n$$

اگر برد تابع $y = f(x)$ بازه $[p, q]$ باشد، برای تعیین برد تابع $y = af(bx+c)+d$ به صورت زیر عمل می کنیم:

$$سه طرف را در a ضرب و با d جمع می کنیم. $p \leq f(x) \leq q \Rightarrow p \leq f(bx+c) \leq q$$$

مشابه این سؤال، در سؤال ۸ کنکور ریاضی تیرماه ۱۴۰۲ مطرح شده بود.



۱۰- اگر فرض کنیم $\log 2 \approx 0/3$ و $\log 3 \approx 0/5$ باشد، ریشه بزرگ تر معادله $x^2 - 2(\log 6)x + 4 \log \frac{3}{5} = 0$ ، چند برابر ریشه کوچک تر آن

است؟

۴) -۵

۳) ۵

۲) ۳

۱) -۳

(متوسط - محاسباتی - استاندارد) - حسابان ۱ صفحه ۸۶ و ۸۷ - ۱۱۰۳

پاسخ: گزینه ۴ آزمون وی آی پی

ضرایب معادله را محاسبه می کنیم:

$$\log 6 = \log 2 + \log 3 = 0/3 + 0/5 = 0/8$$

$$\log \frac{3}{5} = \log 3 - \log 5 = \log 3 - (1 - \log 2) = 0/5 - (1 - 0/3) = -0/2$$

حال معادله را بازنویسی می کنیم:

$$معادله: x^2 - 1/6x - 0/8 = 0 \xrightarrow{\times 5} 5x^2 - 8x - 4 = 0$$

$$\Delta = 144 \rightarrow x = \frac{8 \pm \sqrt{144}}{2(5)} = \frac{8 \pm 12}{10} \Rightarrow x_1 = 2 \text{ یا } x_2 = -\frac{2}{5}$$

$$\Rightarrow \frac{x_1}{x_2} = \frac{2}{-\frac{2}{5}} = -5$$

ویژگی های لگاریتم

اولاً بنا به تعریف لگاریتم داریم:

$$\log_b^a = c \Leftrightarrow a = b^c$$

و از آن جا می توان نشان داد:

۱) $\log_b^1 = 0, \log_a^a = 1$

۲) $\log_b^{a^n} = n \log_b^a$

۳) $\log a = \log_a^a$ (لگاریتم اعشاری)

۴) $\log_{b^n}^a = \frac{1}{n} \log_b^a$

$$۵) \log_c^{(ab)} = \log_c^a + \log_c^b$$

$$۶) \log_b^a = \frac{\log_c^a}{\log_c^b}$$

$$۷) \log_c^{\left(\frac{a}{b}\right)} = \log_c^a - \log_c^b$$

$$۸) a^{\log_c^b} = b^{\log_c^a} \xrightarrow{\text{نتیجه}} a^{\log_a^b} = b$$

به نکته طلایی!

$$\log_c^a = 1 - \log_c^b \xrightarrow{\text{مثال}} \log_5 = 1 - \log_2$$

اگر $ab = c$ باشد، آن گاه:

مشابه این سؤال، در سؤال ۱۲۲ کنکور تجربی تیرماه ۱۴۰۲ مطرح شده بود.



۱۱- اگر $\frac{\tan \alpha}{1 - 2 \cot(\alpha - \frac{\pi}{2})} = 3$ باشد، مقدار $\cos 2\alpha$ کدام است؟

$$\frac{18}{29} \quad (۴)$$

$$\frac{20}{29} \quad (۳)$$

$$\frac{9}{17} \quad (۲)$$

$$\frac{8}{17} \quad (۱)$$

(متوسط - محاسباتی - استاندارد) حسابان ۱ صفحه ۱۱۲ - ۱۱۰۴

پاسخ: گزینه ۱

$$\cot(\alpha - \frac{\pi}{2}) = -\tan \alpha$$

ابتدا با توجه به قواعد تبدیل نسبت‌های مثلثاتی زوایای $\frac{k\pi}{2} \pm \alpha$ داریم:

$$\Rightarrow \frac{\tan \alpha}{1 + 2 \tan \alpha} = 3 \Rightarrow \tan \alpha = 3 + 6 \tan \alpha \Rightarrow \tan \alpha = -\frac{3}{5}$$

با جای گذاری در رابطه خواهیم داشت:

$$\cos 2\alpha = \frac{1 - \tan^2 \alpha}{1 + \tan^2 \alpha} = \frac{1 - \frac{9}{25}}{1 + \frac{9}{25}} = \frac{16}{34} = \frac{8}{17}$$

نسبت‌های مثلثاتی $\frac{k\pi}{2} \pm \theta$

برای محاسبه این نسبت‌ها، ابتدا مشخص می‌کنیم انتهای کمان در کدام ناحیه است (فرض می‌کنیم θ زاویه‌ای حاده است) و علامت نسبت مثلثاتی داده شده را در آن ناحیه مشخص می‌کنیم و اگر k زوج باشد همان نسبت مثلثاتی را با کمان θ می‌نویسیم؛ اما اگر k فرد باشد نسبت‌های مثلثاتی به صورت زیر تغییر می‌کنند:

$\sin \rightarrow \cos$

$\cos \rightarrow \sin$

$\tan \rightarrow \cot$

$\cot \rightarrow \tan$

چندتا نمونه باحال ببین!

$3\pi + \theta$ در ناحیه سوم قرار دارد و سینوس در این ناحیه منفی است.

$$\sin(3\pi + \theta) = -\sin \theta$$

$\frac{5\pi}{2} + \theta$ در ناحیه دوم قرار دارد و کسینوس در این ناحیه منفی است.

$$\cos(\frac{5\pi}{2} + \theta) = -\sin \theta$$

$\frac{\pi}{2} - \theta$ در ناحیه اول قرار دارد و تانژانت در این ناحیه مثبت است.

$$\tan(\frac{\pi}{2} - \theta) = +\cot \theta$$

$7\pi - \theta$ در ناحیه دوم قرار دارد و کتانژانت در این ناحیه منفی است.

$$\cot(7\pi - \theta) = -\cot \theta$$

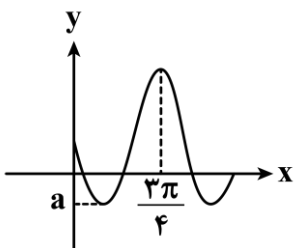
 روابط مثلثاتی زوایای دو برابر کمان برحسب تانژانت

نسبت‌های مثلثاتی ۲ برابر یک زاویه را می‌توان برحسب $\tan$ آن زاویه نوشت:

$$\begin{aligned}\sin 2\alpha &= \frac{2 \tan \alpha}{1 + \tan^2 \alpha} & \cos 2\alpha &= \frac{1 - \tan^2 \alpha}{1 + \tan^2 \alpha} \\ \tan 2\alpha &= \frac{2 \tan \alpha}{1 - \tan^2 \alpha} & \cot 2\alpha &= \frac{1}{\tan 2\alpha}\end{aligned}$$



۱۲- قسمتی از نمودار تابع $f(x) = 2 + 3 \sin \frac{x}{b}$ به صورت مقابل است. دوره تناوب تابع $y = \cos \frac{b}{a} x$ کدام است؟



$$2\pi \quad (1)$$

$$\frac{2\pi}{3} \quad (2)$$

$$\frac{4\pi}{3} \quad (3)$$

$$4\pi \quad (4)$$

(متوسط - ترکیبی - استاندارد) حسابان ۲ صفحه ۲۷ و ۲۸ - ۱۲۰۲

پاسخ: گزینه ۴

با توجه به نمودار چون در شروع از صفر به سمت x ‌های مثبت، نمودار نزولی است، پس $ab < 0$ می‌باشد. با فرض $a < 0$ داریم $b > 0$. از طرفی کمترین مقدار تابع برابر با a است، پس:

$$\min = 2 - 3|a| = a \xrightarrow{a < 0} 2 + 3a = a \Rightarrow a = -1$$

$$f(x) = 2 - 3 \sin\left(\frac{x}{b}\right)$$

حال مقدار b را می‌یابیم:

روش اول

چون تابع انتقال افقی نداشته است، پس:

$$\frac{3}{4}T = \frac{3\pi}{4} \Rightarrow T = \pi \Rightarrow \frac{2\pi}{\left|\frac{1}{b}\right|} = \pi \Rightarrow \left|\frac{1}{b}\right| = 2 \Rightarrow |b| = \frac{1}{2} \xrightarrow{b > 0} b = \frac{1}{2}$$

روش دوم

$$\max = 2 + 3 = 5$$

از طرفی با توجه به نمودار ماکزیمم در $x = \frac{3\pi}{4}$ رخ می‌دهد:

$$f\left(\frac{3\pi}{4}\right) = 5 \Rightarrow 2 - 3 \sin\left(\frac{3\pi}{4b}\right) = 5 \Rightarrow \sin\left(\frac{3\pi}{4b}\right) = -1 \Rightarrow \frac{3\pi}{4b} = \frac{3\pi}{2} \Rightarrow 4b = 2 \Rightarrow b = \frac{1}{2}$$

$$y = \cos \frac{b}{a} x = \cos\left(-\frac{x}{2}\right) = \cos\left(\frac{x}{2}\right)$$

$$T = \frac{2\pi}{\frac{1}{2}} = 4\pi$$

دوره تناوب و مقدار ماکزیمم و مینیمم توابع سینوسی و کسینوسی

در مورد توابع $f(x) = a \sin(bx + c) + d$ یا $f(x) = a \cos(bx + c) + d$ می‌توان گفت:

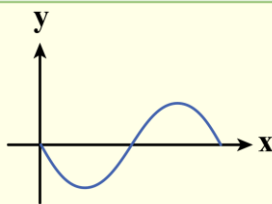
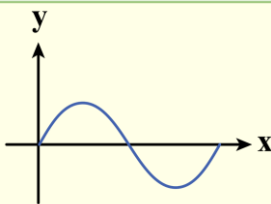
$$T = \frac{2\pi}{|b|} \text{ : دوره تناوب}$$

$$\min(f) = -|a| + d$$

$$\max(f) = |a| + d$$

تعیین علامت a و b در تابع سینوسی

در تابع $y = a \sin(bx) + c$ برای تعیین علامت a و b داریم:

$ab < 0$	$ab > 0$
	
با شروع از $x = 0$ نمودار به صورت نزولی است و موج نمودار مشابه موج تابع سینوسی $y = -\sin x$ است.	با شروع از $x = 0$ نمودار به صورت صعودی است و موج نمودار مشابه موج تابع سینوسی $y = \sin x$ است.

مشابه این سؤال، در سؤال ۱۰ کنکور ریاضی تیرماه ۱۴۰۱ و در سؤال ۱۲۶ کنکور تجربی تیرماه ۱۴۰۳ مطرح شده بود.



۱۳- مجموع جواب‌های معادله $1 + \sin x \cos x = \cos^2 x$ در بازه $(0, 2\pi)$ کدام است؟

۳π (۴)

۲π (۳)

$\frac{7\pi}{2}$ (۲)

$\frac{5\pi}{2}$ (۱)

(متوسط - محاسباتی - استاندارد) - حسابان ۲ صفحه ۴۴ - ۱۲۰۲

پاسخ: گزینه ۲

$$1 + \sin x \cos x = \cos^2 x \Rightarrow 1 - \sin^2 x = \cos^2 x \Rightarrow \sin x \cos x + \sin^2 x = 0 \Rightarrow \sin x (\cos x + \sin x) = 0$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \sin x = 0 \xrightarrow{x \in (0, 2\pi)} x = \pi \\ \cos x = -\sin x \Rightarrow \tan x = -1 \xrightarrow{x \in (0, 2\pi)} x = \frac{3\pi}{4}, \frac{7\pi}{4} \end{cases}$$

$$\text{مجموع} = \pi + \frac{3\pi}{4} + \frac{7\pi}{4} = \pi + \frac{5\pi}{2} = \frac{7\pi}{2}$$

معادلات مثلثاتی

برای حل معادلات مثلثاتی داریم: ($k \in \mathbb{Z}$)

$$1) \sin x = \sin \alpha \Rightarrow \begin{cases} x = 2k\pi + \alpha \\ x = 2k\pi + \pi - \alpha \end{cases}$$

$$\text{حالات خاص: } \begin{cases} \sin x = 0 \Rightarrow x = k\pi \\ \sin x = 1 \Rightarrow x = 2k\pi + \frac{\pi}{2} \\ \sin x = -1 \Rightarrow x = 2k\pi - \frac{\pi}{2} \end{cases}$$

$$۲) \cos x = \cos \alpha \Rightarrow \begin{cases} x = 2k\pi + \alpha \\ x = 2k\pi - \alpha \end{cases}$$

حالات خاص:

$$\begin{cases} \cos x = 0 \Rightarrow x = k\pi + \frac{\pi}{2} \\ \cos x = 1 \Rightarrow x = 2k\pi \\ \cos x = -1 \Rightarrow x = (2k+1)\pi \end{cases}$$

$$۳) \tan x = \tan \alpha \Rightarrow x = k\pi + \alpha$$



۱۴- حاصل $\lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{1 - \sqrt{2 - \sqrt[3]{x}}}{|x^2 - x|}$ کدام است؟

$$-\frac{1}{12} \quad (۴)$$

$$\frac{1}{12} \quad (۳)$$

$$\frac{1}{6} \quad (۲)$$

$$-\frac{1}{6} \quad (۱)$$

(متوسط - محاسباتی - استاندارد) - حسابان ۱ صفحه ۱۴۴ - ۱۱۰۵

پاسخ: گزینه ۱

کسر را در مزدوج صورت، ضرب و تقسیم می‌کنیم:

$$\lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{1 - \sqrt{2 - \sqrt[3]{x}}}{|x^2 - x|} = \lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{(1 - \sqrt{2 - \sqrt[3]{x}})(1 + \sqrt{2 - \sqrt[3]{x}})}{|x(x-1)| \underbrace{(1 + \sqrt{2 - \sqrt[3]{x}})}_2} = \lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{1 - 2 + \sqrt[3]{x}}{2|x(x-1)|} = \lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{\sqrt[3]{x} - 1}{-2x(x-1)} = \lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{\sqrt[3]{x} - 1}{-2(x-1)}$$

از قاعده هوییتال کمک می‌گیریم:

روش اول

$$\lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{\sqrt[3]{x} - 1}{-2(x-1)} \stackrel{\text{HOP}}{=} \lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{\frac{1}{3\sqrt[3]{x^2}}}{-2} = -\frac{1}{6}$$

از اتحاد چاق و لاغر کمک می‌گیریم:

روش دوم

$$\lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{\sqrt[3]{x} - 1}{-2(x-1)} \times \frac{\sqrt[3]{x^2} + 1 + \sqrt[3]{x}}{\sqrt[3]{x^2} + 1 + \sqrt[3]{x}} = \lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{\cancel{(x-1)}}{-6\cancel{(x-1)}} = -\frac{1}{6}$$

قاعده هوییتال

اگر $\lim_{x \rightarrow a} \frac{f(x)}{g(x)}$ برابر با $\frac{0}{0}$ شود و f و g در $x = a$ مشتق‌پذیر باشند، آنگاه:

$$\lim_{x \rightarrow a} \frac{f(x)}{g(x)} \stackrel{\text{HOP}}{=} \lim_{x \rightarrow a} \frac{f'(x)}{g'(x)}$$

رفع ابهام

اگر حد تابع گویای f در $x = a$ برابر با $\frac{0}{0}$ شود، و در صورت یا مخرج عبارت رادیکالی داشته باشیم، به کمک ضرب کردن صورت و مخرج در مزدوج عبارت رادیکالی، عامل صفرکننده یعنی $(x - a)$ را حذف می‌کنیم.

مشابه این سؤال، در سؤال ۱۲۸ کنکور تجربی تیرماه ۱۴۰۲ خارج مطرح شده بود.



۱۵- اگر $f(x) = \frac{\sqrt{4x^2 - 3}}{ax^2 + 1}$ و $\lim_{x \rightarrow +\infty} xf(-x) = 2$ باشد، حاصل $\lim_{x \rightarrow 1^+} \left[-\frac{2}{x} \right] f(x)$ کدام است؟

- (۱) $\frac{1}{2}$ (۲) $-\frac{1}{2}$ (۳) -1 (۴) 1

پاسخ: گزینه ۳

(متوسط - ترکیبی - استاندارد) - حسابان ۲ صفحه ۶۶ و ۶۹ - ۱۴۰۳

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} xf(-x) = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x\sqrt{4x^2 - 3}}{ax^2 + 1} = 2$$

ابتدا تابع مورد نظر برای حدگیری را تشکیل می دهیم:

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x(\sqrt{4x^2})}{ax^2} = 2 \Rightarrow \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x(2x)}{ax^2} = \frac{2}{a} = 2 \Rightarrow a = 1$$

با توجه به هم ارزی پرتوان داریم:

$$f(x) = \frac{\sqrt{4x^2 - 3}}{x^2 + 1}$$

بنابراین:

$$x > 1 \Rightarrow \frac{1}{x} < 1 \Rightarrow \frac{2}{x} < 2 \Rightarrow \frac{-2}{x} > -2$$

$$\Rightarrow \lim_{x \rightarrow 1^+} \left[-\frac{2}{x} \right] f(x) = \left[(-2)^+ \right] f(1) = -2 \times \frac{1}{2} = -1$$

حد در بی نهایت و قانون جمله پرتوان

در حد توابع در بی نهایت داریم:

$$\lim_{x \rightarrow \infty} (ax^n + bx^{n-1} + \dots + cx + d) = \lim_{x \rightarrow \infty} ax^n$$

یعنی هر چند جمله ای با جمله پرتوان آن هم ارز است، در نتیجه:

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + \dots + a_1 x + a_0}{b_m x^m + b_{m-1} x^{m-1} + \dots + b_1 x + b_0} = \begin{cases} \frac{a_n}{b_m} & ; n = m \\ \infty & ; n > m \\ 0 & ; n < m \end{cases}$$



۱۶- اگر $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{ax+k}{2x^2+ax+b} = -\infty$ باشد، حدود k کدام است؟ آزمون وی آی پی

- (۱) $k > 4$ (۲) $k < 2$ (۳) $k > 2$ (۴) $k < 4$

پاسخ: گزینه ۴

(متوسط - مفهومی - استاندارد) - حسابان ۲ صفحه ۵۸ - ۱۴۰۳

چون حاصل حد هم از راست و هم از چپ $(-\infty)$ شده است، $x = 1$ ریشه مضاعف مخرج است.

$$2x^2 + ax + b = 2(x-1)^2 = 2x^2 - 4x + 2$$

از برابر قرار دادن نظیر به نظیر ضرایب چند جمله ای به دست آمده با مخرج داریم: $b = 2$, $a = -4$ است.

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{-4x+k}{2(x-1)^2} = \frac{-4+k}{0^+} = -\infty \Rightarrow -4+k < 0 \Rightarrow k < 4$$

در محاسبه $\lim_{x \rightarrow a} f(x)$ ، اگر حاصل حد برابر ∞ شود به آن **حد بی‌نهایت** می‌گوییم. در حد توابع کسری که پس از ساده‌سازی صورت و مخرج، حاصل حد صورت، عددی ثابت و غیرصفر، و حاصل حد مخرج برابر صفر (صفرحدی) شود، به جواب ∞ می‌رسیم:

$$\lim_{x \rightarrow a} \frac{g(x)}{h(x)} = \frac{g(a) \neq 0}{(حدی)0} = \infty$$

به نکته طلایی!

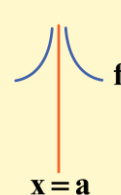
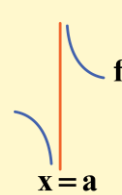
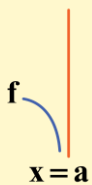
$$\frac{\text{عدد مثبت}}{0^+} = +\infty$$

$$\frac{\text{عدد مثبت}}{0^-} = -\infty$$

$$\frac{\text{عدد منفی}}{0^-} = +\infty$$

$$\frac{\text{عدد منفی}}{0^+} = -\infty$$

به نمودارهای زیر توجه کنید:



$$\lim_{x \rightarrow a^-} f(x) = -\infty$$

$$\lim_{x \rightarrow a^-} f(x) = +\infty$$

$$\lim_{x \rightarrow a^-} f(x) = -\infty$$

$$\lim_{x \rightarrow a^-} f(x) = +\infty$$

$$\lim_{x \rightarrow a^+} f(x) \text{ وجود ندارد}$$

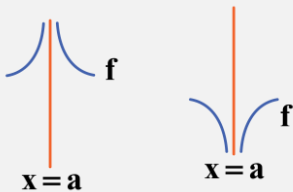
$$\lim_{x \rightarrow a^+} f(x) = -\infty$$

$$\lim_{x \rightarrow a^+} f(x) = +\infty$$

$$\lim_{x \rightarrow a^+} f(x) = +\infty$$

۳ حالت خاص رو یادت باشه!

در محاسبه حد بی‌نهایت، اگر پس از ساده‌سازی در مخرج، **عامل صفرشونده با توان زوج** یا **عامل صفرشونده در قدرمطلق** داشته باشیم یا **عامل صفر شونده مخرج به صورت $\sin x$ یا $\cos x$ یا $1 \pm \sin x$ یا $1 \pm \cos x$** باشد، در این صورت حدهای راست و چپ در آن نقطه هر دو **هم‌علامت** خواهند شد و هر دو شاخه در اطراف مجانب قائم به یک سمت حرکت می‌کنند.



$$f(x) = \frac{g(x)}{|x-a|} \quad g(a) \neq 0$$

$$f(x) = \frac{g(x)}{(x-a)^{2n}} \quad g(a) \neq 0$$

$$f(x) = \frac{g(x)}{1 \pm \sin 0} \quad g(a) \neq 0$$

مخرج صفر می‌شود

$$f(x) = \frac{g(x)}{1 \pm \cos 0} \quad g(a) \neq 0$$

مخرج صفر می‌شود

مشابه این سؤال، در سؤال ۱۷ کنکور ریاضی تیرماه ۱۴۰۴ مطرح شده بود.

۱۷- تابع $f(x) = \begin{cases} a[x] + bx^2 & x < 2 \\ 3x - b & x \geq 2 \end{cases}$ روی $\mathbb{R}$ پیوسته است. مقدار $a + b$ کدام است؟

(۴) ۱/۸

(۳) ۱/۵

(۲) ۱/۲

(۱) ۱/۶

(متوسط - محاسباتی - استاندارد) - حسابان ۱ صفحه ۱۵۱ - ۱۱۰۵

پاسخ: گزینه ۲

ضابطه اول به خاطر تابع جزء صحیح در نقاط صحیح ناپیوسته است مگر این که $a = 0$ باشد. حال پیوستگی f را در نقطه $x = 2$ بررسی می کنیم:

$$f(x) = \begin{cases} bx^2 & x < 2 \\ 3x - b & x \geq 2 \end{cases}$$

$$\lim_{x \rightarrow 2^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 2^+} f(x) = f(2) \Rightarrow 4b = 6 - b \Rightarrow b = \frac{6}{5} = 1.2$$

$$\Rightarrow a + b = 1.2$$

پیوستگی

وقتی تابع پیوسته باشد نقاط نمودار به هم متصل می باشند و اگر نمودار دارای حفره یا پرش (بریدگی) باشد نمودار تابع ناپیوسته است.



شرایط پیوستگی تابع در نقطه a

(۱) تابع در نقطه a و همسایگی آن تعریف شده باشد.

(۲) حد تابع در نقطه a موجود باشد.

(۳) مقدار تابع با حد تابع در نقطه a برابر باشد.



$$\lim_{x \rightarrow a^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow a^+} f(x) = f(a) \text{ عدد مشخص}$$

۱۸- اگر $f(x) = 3 - \sqrt{3x+1}$ و $g'(1) = 3$ باشد، مقدار مشتق تابع $(f+g) \circ f$ در نقطه $x=1$ چقدر است؟

(۴) $-\frac{27}{16}$ (۳) $-\frac{9}{8}$ (۲) $-\frac{27}{8}$ (۱) $-\frac{9}{16}$

(متوسط - ترکیبی - استاندارد) - حسابان ۲ صفحه ۹۶ - ۱۲۰۴

پاسخ: گزینه ۴

$$f'(x) = -\frac{3}{2\sqrt{3x+1}}$$

$$y = ((f+g) \circ f)(x)$$

$$y' = f'(x) \times (f' + g')(f(x)) \xrightarrow{x=1} y'(1) = f'(1) \times (f' + g')(f(1))$$

$$\stackrel{f(1)=1}{=} f'(1) \times (f' + g')(1) = f'(1) \times (f'(1) + g'(1)) \stackrel{f'(1)=-\frac{3}{4}}{=} -\frac{3}{4} \left(-\frac{3}{4} + 3 \right) = -\frac{27}{16}$$

$$(x^n)' = nx^{n-1} \xrightarrow{\text{نتیجه}} \begin{cases} (x)' = 1 \\ (c)' = 0; c \in \mathbb{R} \end{cases}$$

$$(x^{\frac{m}{n}})' = \frac{m}{n} x^{\frac{m}{n}-1} \xrightarrow{\text{نتیجه}} \begin{cases} (\frac{1}{x})' = (x^{-1})' = -x^{-2} = -\frac{1}{x^2} \\ (\sqrt{x})' = (x^{\frac{1}{2}})' = \frac{1}{2} x^{-\frac{1}{2}} = \frac{1}{2\sqrt{x}} \end{cases}$$

تعمیم: اگر u تابعی از x باشد، آن گاه:

$$(u^n)' = nu'u^{n-1}$$

قاعده زنجیره‌ای

مشتق تابع مرکب $y = f(g(x))$ برابر است با:

$$y' = (f(g(x)))' = g'(x)f'(g(x))$$

به عبارت دیگر، اگر u تابعی از x باشد، آن گاه:

$$(f(u))' = u'f'(u)$$



۱۹- خطی که در نقطه $x=3$ بر نمودار تابع $f(x) = \frac{2x+a}{x-2}$ مماس می‌شود، محور x ها را در نقطه‌ای به طول ۲ قطع می‌کند. مقدار a کدام است؟

۱ (۴)

۵ (۳)

-۱ (۲)

-۵ (۱)

(متوسط - محاسباتی - استاندارد) - حسابان ۲ صفحه ۷۷ و ۹۴ - ۱۴۰۴

پاسخ: گزینه ۱

نقطه تماس را $A(3, f(3))$ در نظر بگیرید. خط مماس از نقطه $B(2, 0)$ عبور کرده است، پس شیب خط مماس که برابر $f'(3)$ است را برابر $\frac{\Delta y}{\Delta x}$ قرار می‌دهیم. یعنی شیب خط را از دو روش محاسبه می‌کنیم و برابر قرار می‌دهیم:

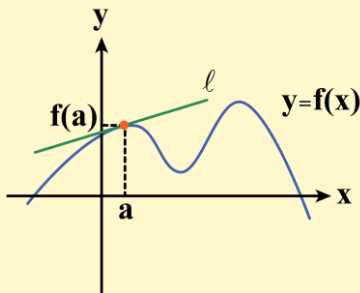
$$f'(x) = \frac{-4-a}{(x-2)^2} \Rightarrow m = f'(3) = -4-a$$

$$\text{شیب خط مماس از طریق فرمول شیب خط واصل دو نقطه: } \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{f(3)-0}{3-2} = f(3)$$

$$\Rightarrow f(3) = -4-a \xrightarrow{f(3)=6+a} 6+a = -4-a \Rightarrow 2a = -10 \Rightarrow a = -5$$

مشتق و شیب خط مماس

اگر خط ℓ در نقطه $x = a$ بر تابع $f(x)$ مماس باشد، در این صورت **شیب خط ℓ** برابر با **مشتق تابع $f(x)$ در نقطه $x = a$** می‌شود. به عبارتی اگر داشته باشیم: $m =$ شیب خط، در این صورت:



$$f'(a) = m$$

مشابه این سؤال، در سؤال ۲۰ کنکور ریاضی تیرماه ۱۴۰۴ مطرح شده بود.



۲۰- مقدار ماکزیمم مطلق تابع $f(x) = \sqrt{x} + \sqrt{6-2x}$ چند برابر مقدار مینیمم مطلق آن است؟

$$\frac{3}{2} \quad (4)$$

$$\sqrt{3} \quad (3)$$

$$\sqrt{2} \quad (2)$$

$$\sqrt{6} \quad (1)$$

(سخت - محاسباتی - زمان بر) - حسابان ۲ صفحه ۱۱۷ - ۱۲۰۵

پاسخ: گزینه ۳

نقاط بحرانی f را به دست می‌آوریم:

$$f'(x) = \frac{1}{2\sqrt{x}} + \frac{-2}{2\sqrt{6-2x}} = \frac{1}{2\sqrt{x}} - \frac{1}{\sqrt{6-2x}}$$

$$f'(x) = 0 \Rightarrow \frac{1}{2\sqrt{x}} = \frac{1}{\sqrt{6-2x}} \Rightarrow 2\sqrt{x} = \sqrt{6-2x} \xrightarrow{\text{به توان ۲}} 4x = 6-2x \Rightarrow 6x = 6 \Rightarrow x = 1$$

دامنه تابع $0 \leq x \leq 3$ است، پس مقدار تابع را در ابتدا و انتهای دامنه یعنی $x = 0$ ، $x = 3$ و نقطه بحرانی $x = 1$ می‌یابیم:

$$\begin{cases} x = 0 \Rightarrow y = \sqrt{6} \\ x = 1 \Rightarrow y = 3 : \max \\ x = 3 \Rightarrow y = \sqrt{3} : \min \end{cases}$$

بنابراین:

$$\frac{\max}{\min} = \frac{3}{\sqrt{3}} = \sqrt{3}$$

نقاط بحرانی

نقطه $x = c$ را بحرانی می‌گوییم هرگاه این نقطه **عضو دامنه تابع باشد** و مشتق تابع در این نقطه یا **صفر باشد** و یا **وجود نداشته باشد**.

$$c \in D_f \Rightarrow f'(c) = 0 \text{ یا ناموجود}$$

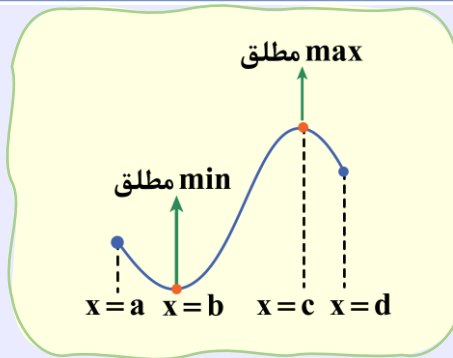
نقاط اکسترمم مطلق

برای به دست آوردن نقاط $\max$ و $\min$ مطلق تابع پیوسته $f(x)$ در یک بازه، کافی است:

(۱) **نقاط بحرانی** تابع $f(x)$ را در این بازه به دست آوریم.

(۲) **عرض نقاط بحرانی** (که اگر دامنه به صورت $[a, b]$ بود شامل $x = a$ و $x = b$ نیز می‌شود) را محاسبه کرده و با هم **مقایسه** کنیم.

(۳) هر کدام **بیشتر** از همه بود **max مطلق** و هر کدام **کمتر** از همه بود **min مطلق** است.



۲۱- نقطه عطف تابع $f(x) = x^3 + 3x^2 + a|x-2|$ بر نیمساز ناحیه سوم قرار دارد. مقدار $f(a)$ کدام است؟
 (۱) ۱ (۲) -۱ (۳) ۳ (۴) -۳

(متوسط - ترکیبی - استاندارد) - حسابان ۲ صفحه ۱۳۱ - ۱۲۰۵

پاسخ: گزینه ۲

$$f'(x) = 3x^2 + 6x \pm a$$

برای یافتن طول نقطه عطف معادله $f''(x) = 0$ را حل می کنیم:

$$f''(x) = 6x + 6 \xrightarrow{f''(x)=0} x = -1$$

چون نقطه عطف روی نیمساز ربع سوم یعنی $y = x$ قرار دارد، پس $y = -1$ است، یعنی داریم:

$$f(-1) = -1 \Rightarrow -1 + 3 + 3a = -1 \Rightarrow a = -1$$

$$\Rightarrow f(a) = f(-1) = -1$$

نقطه عطف

نقطه $(c, f(c))$ را نقطه عطف تابع $f(x)$ می گوئیم هرگاه:

- ۱) تابع در این نقطه پیوسته باشد.
- ۲) در این نقطه بتوان خط مماس بر تابع رسم کرد. (خط مماس از تابع می گذرد).
- ۳) جهت تقعر تابع در این نقطه عوض شود.

$x = a$	$x = a$	$x = a$	$x = a$
عطف نیست، زیرا تابع در این نقطه پیوسته نیست.	عطف نیست، زیرا تقعر تابع در این نقطه عوض نشده است.	عطف است.	عطف نیست، زیرا نمی توان در این نقطه یک خط مماس بر منحنی رسم کرد.

انواع نقطه عطف



مشتق دوم در نقطه عطف یا صفر است و یا وجود ندارد. برای به دست آوردن نقطه عطف، مشتق دوم را تعیین علامت می کنیم. اگر علامت مشتق دوم در نقطه ای عوض شود، آن نقطه عطف است در صورتی که شرایط نقطه عطف در آن نقطه رعایت شود.

مشابه این سؤال، در سؤال ۲۱ کنکور ریاضی اردیبهشت ماه ۱۴۰۳ و در سؤال ۱۹ کنکور ریاضی تیرماه ۱۴۰۲ مطرح شده بود.



۲۲- اگر A و B دو پیشامد ناسازگار از یک فضای نمونه‌ای مفروض باشند، به طوری که $P(A|B') = 0/3$ و $P(A \cup B) = 0/8$ باشد، $P(A-B)$ کدام است؟

$$\frac{2}{5} \quad (4)$$

$$\frac{7}{15} \quad (3)$$

$$\frac{8}{15} \quad (2)$$

$$\frac{4}{15} \quad (1)$$

(متوسط - مفهومی - استاندارد) - آمار و احتمال صفحه ۵۰ - ۱۱۰۲

پاسخ: گزینه ۳

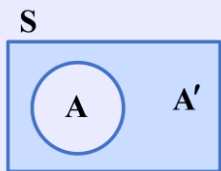
اگر A و B ناسازگار باشند، $A \cap B = \emptyset$ و $P(A \cap B) = 0$ می‌شود.

$$P(A'|B') = \frac{P(A' \cap B')}{P(B')} = \frac{1 - P(A \cup B)}{1 - P(B)} = \frac{3}{10} \Rightarrow 10 - 8 = 3 - 3P(B) \Rightarrow P(B) = \frac{1}{3}$$

$$\Rightarrow P(A \cup B) = P(A) + P(B) - \underbrace{P(A \cap B)}_0 = \frac{1}{3} + P(A) = 0/8 \Rightarrow P(A) = \frac{8}{10} - \frac{1}{3} = \frac{7}{15}$$

$$P(A - B) = P(A) - \underbrace{P(A \cap B)}_0 = P(A) = \frac{7}{15}$$

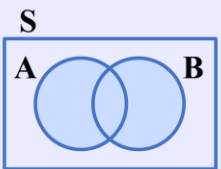
قوانین احتمال



احتمال آن که A اتفاق نیفتد

$$\bullet P(A) + P(A') = 1$$

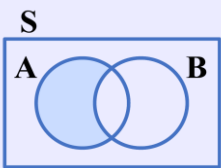
احتمال آن که A اتفاق بیفتد



احتمال آن که A و B باهم (همزمان) رخ دهند

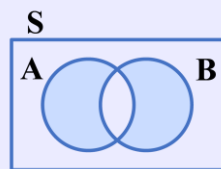
$$\bullet P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

احتمال آن که از بین پیشامدهای A و B حداقل یکی اتفاق بیفتد



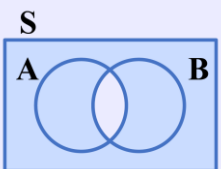
$$\bullet P(A - B) = P(A) - P(A \cap B)$$

احتمال آن که A اتفاق بیفتد ولی B اتفاق نیفتد (فقط A اتفاق بیفتد)



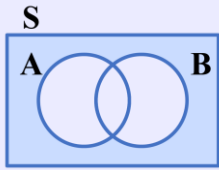
$$\bullet P(A \Delta B) = P(A \cup B) - P(A \cap B) = P(A - B) + P(B - A) = P(A) + P(B) - 2P(A \cap B)$$

احتمال آن که A اتفاق بیفتد ولی B اتفاق نیفتد یا B اتفاق بیفتد ولی A اتفاق نیفتد (فقط یکی اتفاق بیفتد)



$$\bullet P(A' \cup B') \stackrel{\text{دمورگان}}{=} P((A \cap B)') = 1 - P(A \cap B)$$

احتمال آن که A اتفاق نیفتد یا B اتفاق نیفتد



• $P(A' \cap B') \stackrel{\text{دمورگان}}{=} P((A \cup B)') = 1 - P(A \cup B)$
 $\downarrow$
 احتمال آن که نه A اتفاق بیفتد نه B

احتمال شرطی

اگر B پیشامدی باشد که احتمال وقوع آن ناصفر است، پیشامد «وقوع A به شرط وقوع B» را با $A|B$ نشان می‌دهیم و احتمال آن به صورت زیر محاسبه می‌شود:

$$P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)}$$

مشابه این سؤال، در سؤال ۲۲ کنکور ریاضی دی‌ماه ۱۴۰۱ مطرح شده بود.



۲۳- ۳ ظرف داریم. در ظرف اول ۳ مهره آبی و ۳ مهره قرمز، در ظرف دوم ۲ مهره آبی و ۴ مهره قرمز و در ظرف سوم تعدادی مهره قرمز وجود دارد. یکی از ظرف‌ها را به تصادف انتخاب کرده و ۲ مهره از آن بیرون می‌آوریم. اگر دو مهره غیرهمرنگ باشند، احتمال آن که از ظرف اول خارج شده باشند، کدام است؟

$\frac{9}{17}$ (۴)

$\frac{7}{17}$ (۳)

$\frac{1}{3}$ (۲)

$\frac{3}{5}$ (۱)

(سخت - مفهومی - زمان‌بر) - آمار و احتمال صفحه ۵۸ - ۱۱۰۲

پاسخ: گزینه ۴

اگر A_i احتمال خارج شدن مهره‌ها از ظرف i ام و B احتمال غیرهمرنگ بودن دو مهره خارج شده باشد، بنابر قانون احتمال کل داریم:

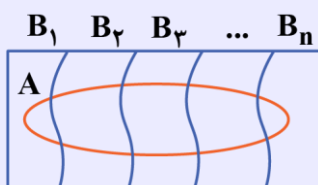
$$P(B) = P(B|A_1)P(A_1) + P(B|A_2)P(A_2) + P(B|A_3)P(A_3) = \frac{\binom{3}{1}\binom{3}{1}}{\binom{6}{2}} \times \frac{1}{3} + \frac{\binom{2}{1}\binom{4}{1}}{\binom{6}{2}} \times \frac{1}{3} + 0 \times \frac{1}{3} = \frac{9}{15} \times \frac{1}{3} + \frac{8}{15} \times \frac{1}{3}$$

حال بنابر قانون بیز داریم:

ظرف اول
 $\uparrow$
 $P(A_1|B) = \frac{P(B|A_1) \times P(A_1)}{P(B)} = \frac{\frac{1}{3} \times \frac{9}{15}}{\frac{1}{3} \times \frac{9}{15} + \frac{1}{3} \times \frac{8}{15}} = \frac{9}{9+8} = \frac{9}{17}$
 $\downarrow$
 پیشامد مهره‌های غیرهمرنگ

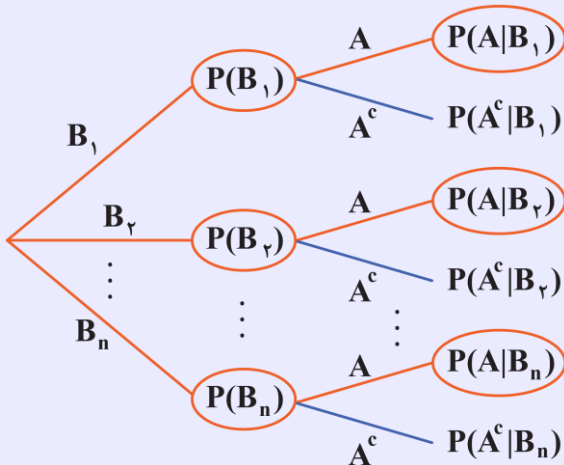
قانون احتمال کل

برخی مواقع وقوع یک رویداد پس از رویداد دیگری اتفاق می‌افتد و احتمال آن در هر حالت به این بستگی دارد که ابتدا کدام پیشامد در رویداد اول رخ داده است. در این صورت محاسبه احتمال وقوع رویداد A به صورت زیر خواهد بود که به آن **قانون احتمال کل** می‌گویند.



$$P(A) = P(B_1)P(A|B_1) + P(B_2)P(A|B_2) + \dots + P(B_n)P(A|B_n)$$

رسم نمودار درختی برای محاسبهٔ چنین احتمال‌هایی بسیار مفید است.



اعداد یک مسیر نارنجی افقی را در هم ضرب کرده و سپس مجموع اعداد تمام شاخه‌ها را به دست می‌آوریم.

قانون بیز

قانون بیز در واقع فرم شرطی احتمال کل است، یعنی چند تصادف پی‌درپی رخ داده و نتیجه مشاهده شده است. حال می‌خواهیم بررسی کنیم ریشهٔ این اتفاق به کدام یک از اتفاق‌های اولیه برمی‌گردد و هر کدام چند درصد در اتفاقی که افتاده، تاثیرگذار بوده‌اند. فرمول این احتمال همان فرمول احتمال شرطی است ولی باید ابتدا مخرج کسر را به وسیلهٔ احتمال کل و نمودار درختی پیدا کنیم. یعنی اگر $B_1, B_2, \dots, B_n$ پیشامدهایی با احتمال ناصفر باشند، که فضای نمونه را افراز می‌کنند، در این صورت برای هر پیشامد دلخواه A و هر $1 \leq i \leq n$ داریم:

$$P(B_i | A) = \frac{P(B_i)P(A | B_i)}{\underbrace{P(B_1)P(A | B_1) + \dots + P(B_n)P(A | B_n)}_{P(A) \text{ احتمال کل}}}$$

توجه داریم که در قانون بیز، صورت کسر بخشی از همان محاسبه‌ای است که در مخرج کسر برای قانون احتمال کل انجام داده‌ایم.

مشابه این سؤال، در سؤال ۲۴ کنکور ریاضی دی‌ماه ۱۴۰۱ مطرح شده بود.



۲۴- با توجه به جدول مقابل، اگر زاویهٔ مربوط به دستهٔ ۴ در نمودار دایره‌ای 36° باشد، تعداد کل داده‌ها کدام است؟

دسته	۱	۲	۳	۴	۵
فراوانی	۲۵	۴۵	۳۰	x	۲۶

- (۱) ۱۵۰
(۲) ۱۴۰
(۳) ۱۲۰
(۴) ۹۵

(آسان - مفهومی - سریع) - آمار و احتمال صفحه ۷۲ - ۱۱۰۳

پاسخ: گزینه ۲

ابتدا فراوانی داده‌های دستهٔ چهارم را به دست می‌آوریم:

$$\alpha_4 = \frac{f_4}{n} \times 360^\circ \Rightarrow 36^\circ = \frac{x}{25 + 45 + 30 + x + 26} \times 360^\circ \Rightarrow 36^\circ = \frac{x}{126 + x} \times 360^\circ \Rightarrow 126 + x = 10x$$

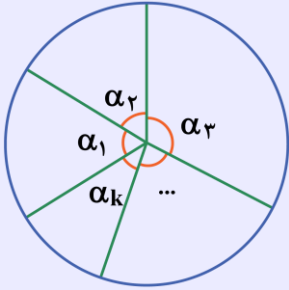
$$\Rightarrow 9x = 126 \Rightarrow x = 14$$

پس تعداد کل داده‌ها برابر است با:

$$\Rightarrow n = 126 + x = 140$$

نمودار دایره‌ای برای نمایش داده‌ها

برای نمایش داده‌ها با استفاده از نمودار دایره‌ای، فراوانی نسبی هر داده در 360° را در نظر گرفته و آن را به منزله زاویه مرکزی نظیر این داده در دایره قرار می‌دهیم. به عنوان مثال اگر جامعه n عضو و k نوع داده داشته باشد برای هر α_i ، $1 \leq i \leq k$ زاویه نظیر داده دسته i ام در دایره است و داریم:



$$\alpha_i = \frac{\text{تعداد اعضای دسته } i\text{-ام}}{\text{تعداد اعضای کل جامعه}} \times 360^\circ = \frac{f_i}{n} \times 360^\circ$$



۲۵- مربع ABCD به ضلع $2\sqrt{2}\pi$ مفروض است. مساحت مکان هندسی نقاطی درون مربع که از هر رأس این مربع بیشتر از ۱ واحد فاصله دارند، کدام است؟

5π (۴)

4π (۳)

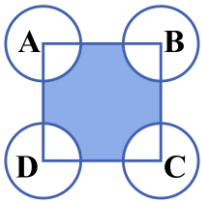
6π (۲)

7π (۱)

(آسان - مفهومی - سریع) - هندسه ۱ صفحه ۱۰ - ۱۰۰۱

پاسخ: گزینه ۱

مکان هندسی نقاطی از صفحه که از هر رأس مربع بیشتر از ۱ واحد فاصله دارند، نقاط بیرون دایره به مرکز هر رأس مربع و شعاع ۱ می‌باشد.



از طرف دیگر می‌خواهیم این نقاط درون مربع باشد و مکان مطلوب ناحیه رنگی درون مربع ABCD است، بنابراین:

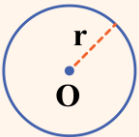
$$\begin{aligned} \text{مساحت مورد نظر} &= S_{ABCD} - 4 \times (\text{مساحت ربع دایره به شعاع ۱ واحد}) = AB^2 - \pi(1)^2 \\ &= (2\sqrt{2}\pi)^2 - \pi = 8\pi - \pi = 7\pi \end{aligned}$$

مکان هندسی

مکان هندسی نقاطی از صفحه است که دارای ویژگی مشترکی هستند.

یه نمونه باحال ببین!

مکان هندسی نقاطی از صفحه که از نقطه O به فاصله r باشند، دایره‌ای به مرکز O و شعاع r می‌باشند.

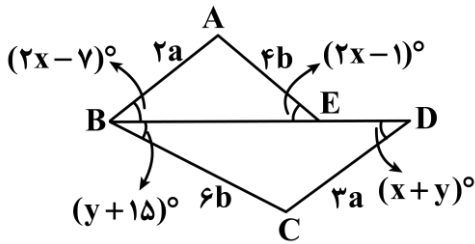


مکان هندسی نقاطی از صفحه که از خط ℓ به فاصله d باشند، دو خط موازی با ℓ در فاصله d می‌باشند.



۲۶- در شکل مقابل، $\frac{DE}{BE} = \frac{1}{2}$ است. نسبت $\frac{x}{y}$ برابر کدام است؟

- (۱) ۴/۵
(۲) ۳
(۳) ۴
(۴) ۳/۵



پاسخ: گزینه ۱

(آسان - خطبه خط - استاندارد) - هندسه ۱ صفحه ۴۰ - ۱۰۰۲

با توجه به داده‌های روی شکل می‌نویسیم:

$$\frac{AB}{CD} = \frac{2a}{3a} = \frac{2}{3}$$

$$\frac{AE}{BC} = \frac{4b}{6b} = \frac{2}{3}$$

$$\frac{DE}{BE} = \frac{1}{2} \xrightarrow{\text{ترکیب در صورت}} \frac{DE+BE}{BE} = \frac{3}{2} \Rightarrow \frac{BD}{BE} = \frac{3}{2} \Rightarrow \frac{BE}{BD} = \frac{2}{3}$$

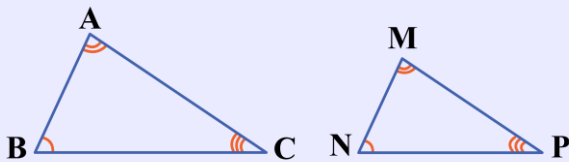
از طرفی طبق فرض سؤال داریم:

بنابراین اضلاع دو مثلث $\triangle ABE$ و $\triangle BCD$ متناسب‌اند، پس این دو مثلث متشابه‌اند، در نتیجه زوایای نظیر این دو مثلث مساوی‌اند، پس:

$$\begin{cases} \hat{A}BE = \hat{D} \\ \hat{E} = \hat{E}BC \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 2x-7 = x+y \\ 2x-1 = y+15 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x-y=7 \\ 2x-y=16 \end{cases} \xrightarrow{\text{کم می‌کنیم}} x=9, y=2 \Rightarrow \frac{x}{y} = \frac{9}{2} = 4\frac{1}{2}$$

تشابه مثلث‌ها

مثلث‌های $\triangle ABC$ و $\triangle MNP$ را متشابه می‌گوییم هرگاه نسبت اضلاع آن‌ها با هم برابر و زاویه‌های آن‌ها نیز دوه‌دو برابر باشند.

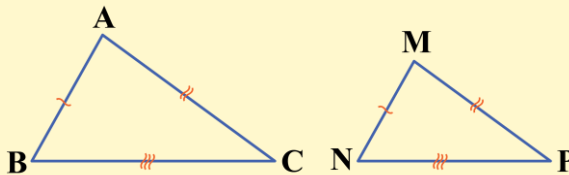


$$\triangle ABC \sim \triangle MNP \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{AB}{MN} = \frac{AC}{MP} = \frac{BC}{NP} = k \\ \hat{A} = \hat{M}, \hat{B} = \hat{N}, \hat{C} = \hat{P} \end{cases}$$

نسبت اضلاع دو مثلث را **نسبت تشابه** می‌گوییم و آن را با k نشان می‌دهیم.

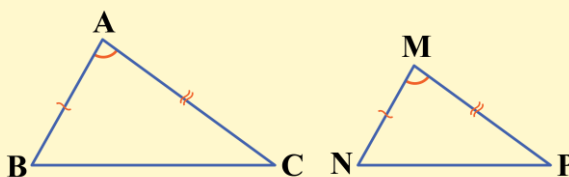
حالت‌های مختلف تشابه

۱) اگر سه ضلع از مثلثی با سه ضلع از مثلث دیگر متناسب باشند، آن‌گاه دو مثلث به حالت تناسب سه ضلع متشابه‌اند.



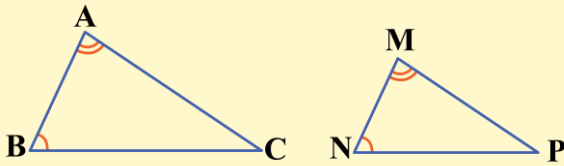
$$\frac{AB}{MN} = \frac{AC}{MP} = \frac{BC}{NP} \Rightarrow \triangle ABC \sim \triangle MNP$$

۲) اگر دو ضلع از مثلثی با دو ضلع از مثلث دیگر متناسب باشند و زاویه بین دو ضلع مذکور در دو مثلث برابر باشند، آن‌گاه دو مثلث به حالت تناسب دو ضلع و تساوی زاویه بین متشابه‌اند.



$$\left. \begin{matrix} \frac{AB}{MN} = \frac{AC}{MP} \\ \hat{A} = \hat{M} \end{matrix} \right\} \Rightarrow \triangle ABC \sim \triangle MNP$$

۳) اگر دو زاویه از مثلثی با دو زاویه از مثلث دیگر برابر باشند (زاویه‌های سوم دو مثلث نیز برابر خواهند شد)، آن گاه دو مثلث به حالت برابری ۲ زاویه متشابه خواهند بود.



$$\left. \begin{matrix} \hat{A} = \hat{M} \\ \hat{B} = \hat{N} \end{matrix} \right\} \Rightarrow \triangle ABC \sim \triangle MNP$$

این سؤال، با الهام از تمرین ۳ صفحه ۲۸ کتاب درسی هندسه ۱ طرح شده است.



۲۷- در یک متوازی‌الاضلاع با زاویه 60° ، نیمسازهای دو زاویه مجاور ضلع بزرگ‌تر، روی ضلع مقابل آن متقاطع‌اند. اگر محیط این متوازی‌الاضلاع ۱۸ باشد، آن گاه مساحت متوازی‌الاضلاع چند برابر $\sqrt{3}$ است؟

۹ (۴)

۸ (۳)

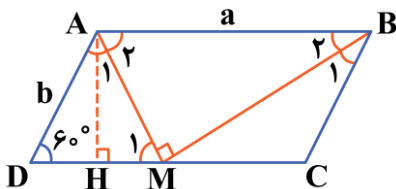
۷ (۲)

۶ (۱)

(متوسط - مفهومی/محاسباتی - استاندارد) - هندسه ۱ صفحه ۵۹ - ۱۰۰۳

پاسخ: گزینه ۴

در متوازی‌الاضلاع ABCD به ابعاد $AB = a$ و $AD = b$ ، زاویه $\hat{D}$ برابر 60° است. چون در متوازی‌الاضلاع زوایای روبه‌رو مساوی و زوایای مجاور مکمل‌اند، پس: $\hat{B}\hat{A}\hat{D} = \hat{A}_1 + \hat{A}_2 = 120^\circ$ ، در نتیجه: $\hat{A}_1 = \hat{A}_2 = 60^\circ$.



بنابراین طبق قضیه خطوط موازی و مورب $\hat{M}_1 = 60^\circ$. در ضمن $\hat{B}_1 = \hat{B}_2 = 30^\circ$ ، پس $\hat{A}\hat{M}\hat{B} = 90^\circ$.

اکنون ارتفاع AH در مثلث متساوی‌الاضلاع ADM را رسم می‌کنیم. مسلماً AH ارتفاع متوازی‌الاضلاع هم هست، پس:

$$AH = \frac{\sqrt{3}}{2} AD = \frac{\sqrt{3}}{2} b \quad (*)$$

$$از طرفی دیگر، بنابر فرض داریم: 2(a + b) = 18 \Rightarrow a + b = 9$$

$$\hat{A}\hat{M}\hat{B} : \hat{B}_2 = 30^\circ \Rightarrow AM = \frac{1}{2} AB \xrightarrow{AM=AD=b} b = \frac{1}{2} a \Rightarrow a = 2b$$

$$\begin{cases} a + b = 9 \\ a = 2b \end{cases} \Rightarrow 3b = 9 \Rightarrow b = 3, a = 6$$

$$S_{ABCD} = AH \times AB = \left(\frac{\sqrt{3}}{2} \times 3 \right) \times 6 = 9\sqrt{3}$$

ارتفاع در مثلث متساوی‌الاضلاع

در هر مثلث متساوی‌الاضلاع به ضلع a، ارتفاع برابر است با:

$$h = \frac{\sqrt{3}}{2} a$$

مثلث قائم‌الزاویه با زاویه 30° درجه

در هر مثلث قائم‌الزاویه با زاویه 30° ، اندازه ضلع قائمه روبه‌روی زاویه 30° نصف وتر است.

 زوایا در متوازی الاضلاع

در هر متوازی الاضلاع، **زوایای روبه‌رو** با هم **برابر** است و زوایای **مجاور مکمل** اند، پس **نیمساز** زوایای مجاور بر هم عمودند.

مشابه این سؤال، در سؤال ۱۵۳ کنکور تجربی ۱۳۹۷ مطرح شده بود.



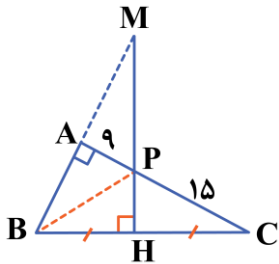
- ۲۸- در مثلث $\triangle ABC$ ($\hat{A} = 90^\circ$) عمودمنصف وتر در نقطه P با ضلع AC و در نقطه M با امتداد ضلع AB برخورد می‌کند. اگر $PC = 15$ و $PA = 9$ باشند، آنگاه طول پاره‌خط MC چقدر است؟
- (۱) ۳۶ (۲) ۲۴ (۳) ۲۵ (۴) ۳۰

(متوسط - ترکیبی/محاسباتی - استاندارد) - هندسه ۱ صفحه ۳۹ - ۱۰۰۲

پاسخ: گزینه ۴

$$PB = PC = 15$$

نقطه P روی عمودمنصف وتر BC قرار دارد، پس از دو سر پاره‌خط به یک فاصله است:



اکنون در مثلث قائم‌الزاویه $\triangle ABP$ رابطه فیثاغورس را می‌نویسیم:

$$AB^2 = BP^2 - AP^2 = 15^2 - 9^2 = 144 \Rightarrow AB = 12$$

و بنا بر رابطه فیثاغورس در $\triangle ABC$ داریم:

$$BC^2 = AB^2 + AC^2 = 12^2 + 24^2 \Rightarrow BC = 12\sqrt{5}$$

از طرف دیگر:

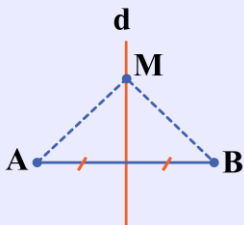
$$\left. \begin{array}{l} \hat{B} = \hat{B} \\ \hat{A} = \hat{H} = 90^\circ \end{array} \right\} \xrightarrow{(ز)} \triangle ABC \sim \triangle BMH \Rightarrow \frac{MB}{BC} = \frac{BH}{AB} \xrightarrow{BH = \frac{1}{2}BC} \frac{MB}{12\sqrt{5}} = \frac{6\sqrt{5}}{12} \Rightarrow MB = 3$$

$$MC = 3$$

چون M روی عمودمنصف BC است، پس $MC = MB$ در نتیجه:

 عمودمنصف

خط d را عمودمنصف پاره‌خط AB می‌گوییم اگر در نقطه وسط AB عمود باشد. هر نقطه روی عمودمنصف از دو سر پاره‌خط به یک فاصله است و برعکس هر نقطه‌ای که از دو سر پاره‌خط به یک فاصله باشد، روی عمودمنصف قرار دارد:

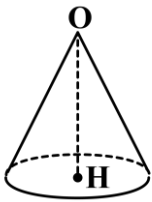


$$M \text{ روی عمودمنصف } \Leftrightarrow AM = BM$$

این سؤال، با الهام از مثال صفحه ۴۰ کتاب درسی هندسه ۱ طرح شده است.



۲۹- با توجه به شکل مقابل، حجم مخروط قائم به ارتفاع $OH = 6\sqrt{6}$ برابر $18\sqrt{6}\pi$ است. گسترده سطح جانبی این مخروط قطاعی از یک دایره است. زاویه این قطاع چند درجه است؟



(۱) 68°

(۲) 70°

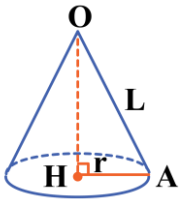
(۳) 72°

(۴) 74°

(آسان - ترکیبی - استاندارد) - هندسه ۲ صفحه ۱۲ - ۱۱۰۱

پاسخ: گزینه ۳

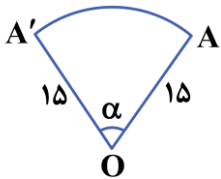
با توجه به فرض سؤال داریم:



$$\text{حجم مخروط} = \frac{1}{3} \pi R^2 h \Rightarrow 18\sqrt{6}\pi = \frac{1}{3} \pi R^2 (6\sqrt{6}) \Rightarrow R^2 = 9 \Rightarrow R = 3$$

$$\triangle OAH: OA^2 = OH^2 + AH^2 \Rightarrow OA^2 = (6\sqrt{6})^2 + 3^2 = 225 \Rightarrow OA = 15 \Rightarrow L = 15$$

اکنون گسترده سطح جانبی این مخروط قطاعی از دایره به شعاع $L = 15$ است، به طوری که طول کمان $\widehat{AA'}$ برابر محیط قاعده مخروط است. توجه کنید شعاع قاعده مخروط $R = 3$ است، پس:



$$\widehat{AA'} \text{ کمان} = 2\pi R = 2\pi(3) = 6\pi$$

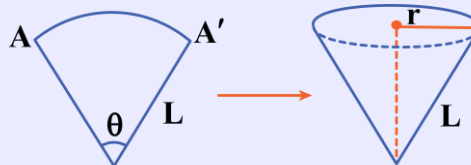
محیط قاعده مخروط

$$\widehat{AA'} \text{ کمان} = \frac{\alpha}{360^\circ} 2\pi L \xrightarrow{L=15} 6\pi = \frac{\alpha}{360^\circ} 2\pi(15) \Rightarrow \alpha = 72^\circ$$

از طرف دیگر:

مخروط و قطاع

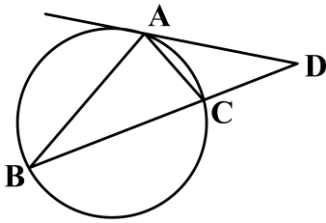
اگر یک قطاع از یک دایره به شعاع L با زاویه مرکزی θ را از سمت شعاع‌ها به هم بچسبانیم یک مخروط به وجود می‌آید که L مولد آن است و طول کمان مربوط به قطاع برابر با محیط قاعده است:



$$\widehat{AA'} = 2\pi r \Rightarrow \frac{\theta}{360^\circ} \times 2\pi L = 2\pi r \Rightarrow r = \frac{\theta \times L}{360^\circ}$$

$$h = \sqrt{L^2 - r^2}$$

۳۰ - پاره خط DA در نقطه A بر دایره مماس است. اگر $\hat{D} = 30^\circ$ ، $AD = 6$ و $BD = 12$ باشند، آنگاه مساحت مثلث ABC چقدر است؟



- (۱) ۱۲
(۲) ۱۲/۵
(۳) ۱۳
(۴) ۱۳/۵

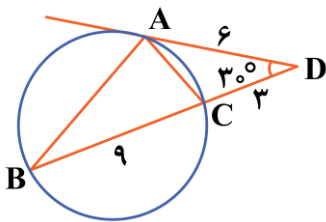
(متوسط - ترکیبی - استاندارد) - هندسه ۲ صفحه ۱۹ - ۱۱۰۱

پاسخ: گزینه ۴

با استفاده از روابط طولی در دایره می نویسیم:

$$DA^2 = DC \times DB \Rightarrow 6^2 = DC \times 12 \Rightarrow DC = 3 \xrightarrow{BC=BD-DC} BC = 12 - 3 = 9$$

در نتیجه:

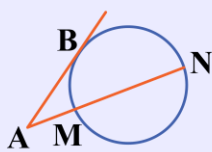


$$S_{\triangle ACD} = \frac{1}{2} AD \times DC \sin 30^\circ = \frac{1}{2} (6)(3)\left(\frac{1}{2}\right) = \frac{9}{2}$$

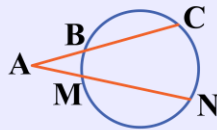
از طرف دیگر دو مثلث ACD و ABC دارای ارتفاع مشترک از رأس A هستند پس نسبت مساحت‌های آنها برابر نسبت قاعده‌های نظیرشان است.

$$\frac{S_{\triangle ABC}}{S_{\triangle ACD}} = \frac{BC}{CD} \Rightarrow \frac{S_{\triangle ABC}}{\frac{9}{2}} = \frac{9}{3} \Rightarrow S_{\triangle ABC} = \frac{81}{6} = \frac{27}{2} = 13\frac{1}{2}$$

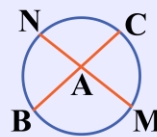
روابط طولی در دایره



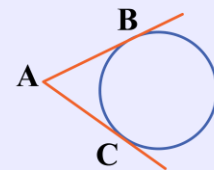
$$AB^2 = AM \times AN$$



$$AB \times AC = AM \times AN$$



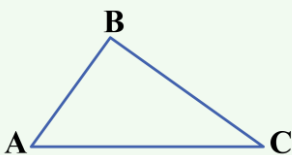
$$AM \times AN = AB \times AC$$



$$AB = AC$$

مساحت مثلث

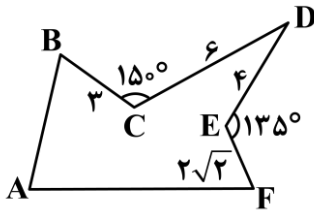
مساحت مثلث ABC با داشتن دو ضلع و زاویه بین آنها برابر است با:



$$S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2} AB \times AC \times \sin \hat{A}$$

مشابه این سؤال، در سؤال ۱۵۲ کنکور ریاضی ۱۴۰۰ مطرح شده بود، همچنین با الهام از فعالیت ۳ صفحه ۱۸ کتاب هندسه ۲ طرح شده است.

۳۱- زمینی به شکل زیر داریم. می‌خواهیم بدون آن‌که محیط این زمین تغییر کند مساحتش را افزایش دهیم. میزان افزایش مساحت برابر کدام است؟

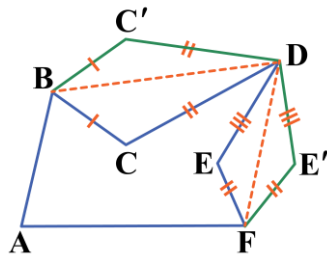


- (۱) ۱۵
(۲) ۱۶
(۳) ۱۷
(۴) ۱۸

(آسان - خط‌به‌خط - سریع) - هندسه ۱ صفحه ۵۱ - ۱۱۰۲

پاسخ: گزینه ۳

اگر بازتاب نقطه C نسبت به خط BD را C' بنامیم و بازتاب نقطه E نسبت به خط DF را E' در نظر بگیریم، آن‌گاه زمین ABC'D'E'F با زمین اولیه هم محیط می‌باشد و مساحت زمین جدید به اندازه $2S_{\triangle BCD} + 2S_{\triangle DEF}$ افزایش می‌یابد، بنابراین:



$$\begin{aligned} \text{میزان افزایش مساحت} &= 2S_{\triangle BCD} + 2S_{\triangle DEF} \\ &= 2\left(\frac{1}{2}BC \times CD \times \sin 150^\circ\right) + 2\left(\frac{1}{2}ED \times EF \sin 135^\circ\right) \\ &= 3 \times 6 \times \frac{1}{2} + 4 \times 2\sqrt{2} \times \frac{\sqrt{2}}{2} = 9 + 8 = 17 \end{aligned}$$

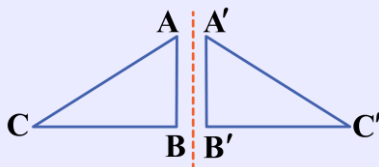
ویژگی‌های بازتاب

(۱) ایزومتري است (طول اضلاع و اندازه زوایه‌ها را حفظ می‌کند).

(۲) جهت را حفظ نمی‌کند.

(۳) شیب را حفظ نمی‌کند. (مگر این‌که خط بر محور بازتاب عمود یا با آن موازی باشد).

(۴) دارای بی‌شمار نقطه ثابت تبدیل است. (نقاط روی محور بازتاب)



کاربرد بازتاب

یکی از کاربردهای بازتاب افزایش مساحت اشکال با ثابت نگه داشتن محیط آن‌ها است.

این سؤال، با الهام از تمرین ۵ صفحه ۵۴ کتاب درسی هندسه ۲ طرح شده است.



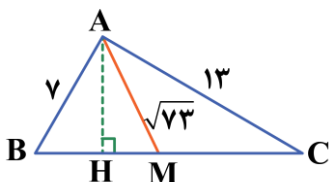
۳۲- در مثلث ABC با معلومات $b=13$ ، $c=7$ و $m_a = \sqrt{73}$ ، فاصله رأس A از ضلع BC چقدر است؟

- (۱) $8\sqrt{3}$ (۲) $4\sqrt{3}$ (۳) $6\sqrt{3}$ (۴) $3\sqrt{3}$

(متوسط - ترکیبی - استاندارد) - هندسه ۲ صفحه ۷۱ - ۱۱۰۳

پاسخ: گزینه ۲

ابتدا با استفاده از قضیه میانه‌ها طول BC را به دست می‌آوریم:



$$\begin{aligned} \text{میانه AM} \Rightarrow b^2 + c^2 &= 2m_a^2 + \frac{a^2}{2} \Rightarrow 13^2 + 7^2 = 2(\sqrt{73})^2 + \frac{a^2}{2} \\ \Rightarrow 169 + 49 &= 146 + \frac{a^2}{2} \Rightarrow a^2 = 144 \Rightarrow a = 12 \end{aligned}$$

اکنون به کمک رابطه هرون مساحت مثلث ABC را پیدا می‌کنیم:

$$P = \frac{7+13+12}{2} = 16$$

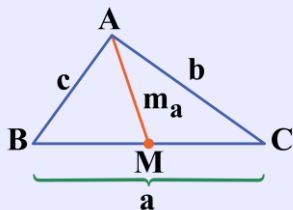
$$S_{\triangle ABC} = \sqrt{P(P-a)(P-b)(P-c)} = \sqrt{16(16-12)(16-13)(16-7)} = \sqrt{16 \times 4 \times 3 \times 9} = 24\sqrt{3}$$

$$AH = \frac{2S}{BC} = \frac{2 \times 24\sqrt{3}}{12} = 4\sqrt{3}$$

بنابراین فاصله رأس A از ضلع BC یعنی طول ارتفاع AH برابر است با: آزمون وی آی پی

قضیه میانه‌ها

اگر m_a میانه وارد بر ضلع BC از مثلث ABC با اضلاع a، b و c باشد، آنگاه:



$$b^2 + c^2 = 2m_a^2 + \frac{1}{2}a^2$$

قضیه هرون

مساحت مثلث ABC به اضلاع a، b و c با محیط (2P) برابر است با:

$$S = \sqrt{P(P-a)(P-b)(P-c)} \quad (P \text{ نصف محیط است})$$

این سؤال، با الهام از تمرین ۴ صفحه ۶۷ و مثال صفحه ۷۱ کتاب درسی هندسه ۲ طرح شده است.



۳۳- اگر $A \begin{bmatrix} 0 & 3 \\ -6 & -1 \end{bmatrix} B - \frac{3}{2} A \begin{bmatrix} 2 & 2 \\ -4 & 4 \end{bmatrix} B = I$ باشد، آنگاه حاصل ضرب درایه‌های غیرصفر ماتریس AB کدام است؟

$$-\frac{1}{9} \quad (4)$$

$$\frac{1}{9} \quad (3)$$

$$-9 \quad (2)$$

$$9 \quad (1)$$

(متوسط - مفهومی/محاسباتی - استاندارد) - هندسه ۳ صفحه ۲۰ - ۱۲۰۱

پاسخ: گزینه ۳

در طرف اول تساوی داده شده از سمت چپ ماتریس A و از سمت راست ماتریس B را فاکتور می‌گیریم:

$$A \begin{bmatrix} 0 & 3 \\ -6 & -1 \end{bmatrix} B - \frac{3}{2} A \begin{bmatrix} 2 & 2 \\ -4 & 4 \end{bmatrix} B = I \Rightarrow A \left(\begin{bmatrix} 0 & 3 \\ -6 & -1 \end{bmatrix} - \frac{3}{2} \begin{bmatrix} 2 & 2 \\ -4 & 4 \end{bmatrix} \right) B = I$$

$$\Rightarrow A \left(\begin{bmatrix} 0 & 3 \\ -6 & -1 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 3 & 3 \\ -6 & 6 \end{bmatrix} \right) B = I \Rightarrow A \begin{bmatrix} -3 & 0 \\ 0 & -3 \end{bmatrix} B = I$$

$$\Rightarrow A(-3I)B = I \Rightarrow -3AB = I \Rightarrow AB = -\frac{1}{3}I = \begin{bmatrix} -\frac{1}{3} & 0 \\ 0 & -\frac{1}{3} \end{bmatrix}$$

پس حاصل ضرب درایه‌های غیرصفر ماتریس AB برابر $\frac{1}{9}$ است.

ضرب عدد در ماتریس

اگر A یک ماتریس $m \times n$ باشد (kA) از ضرب عدد k در تک‌تک درایه‌های ماتریس A به دست می‌آید.

$$\begin{bmatrix} x_1 & \dots & x_n \end{bmatrix}_{1 \times n} \begin{bmatrix} y_1 \\ \vdots \\ y_n \end{bmatrix}_{n \times 1} = x_1 y_1 + x_2 y_2 + \dots + x_n y_n$$

ضرب دو ماتریس

اگر $C = A \times B$ باشد، C به شرطی قابل تعریف است که **تعداد ستون‌های A با تعداد سطرهای B برابر** باشد، بنابراین اگر $A_{m \times n}$ و $B_{n \times p}$ باشد، C ماتریس $m \times p$ است و درایه C_{ij} از ماتریس C از **ضرب سطر i -ام A در ستون j -ام B** به دست می‌آید.

ویژگی‌های ضرب ماتریس‌ها

- ۱) $A \times B \neq B \times A$
- ۲) $A \times I = I \times A = A$
- ۳) $A \times (B + C) = A \times B + A \times C$
- ۴) $(B + C) \times A = B \times A + C \times A$
- ۵) $(A \times B) \times C = A \times (B \times C)$
- ۶) $A \times (kB) = k(A \times B)$

مشابه این سؤال، در سؤال ۳۳ کنکور ریاضی اردیبهشت‌ماه ۱۴۰۳ مطرح شده بود.



۳۴- کوچک‌ترین دایره‌گذرنده از دو نقطه $A(3, 2)$ و $B(2, -1)$ ، محورهای مختصات را در چند نقطه قطع می‌کند؟
 (۱) صفر (۲) ۱ (۳) ۴ (۴) ۲

(آسان - مفهومی - استاندارد) - هندسه ۳ صفحه ۴۰ - ۱۲۰۲

پاسخ: گزینه ۴

کوچک‌ترین دایره‌گذرنده از دو نقطه A و B دایره به قطر AB است. (AB بزرگ‌ترین وتر آن است).

پس نقطه O (وسط AB) مرکز دایره و $\frac{AB}{2}$ برابر شعاع دایره است.

$$O = \frac{A+B}{2} = \left(\frac{5}{2}, \frac{1}{2}\right), R = \frac{AB}{2} = \frac{\sqrt{1+9}}{2} = \frac{\sqrt{10}}{2}$$

بنابراین معادله دایره به صورت $\left(x - \frac{5}{2}\right)^2 + \left(y - \frac{1}{2}\right)^2 = \frac{10}{4}$ است.

اکنون معادله این دایره را با محورهای مختصات قطع می‌دهیم.

$$\text{برخورد با محور } x \xrightarrow{y=0} \left(x - \frac{5}{2}\right)^2 + \frac{1}{4} = \frac{10}{4} \Rightarrow \left(x - \frac{5}{2}\right)^2 = \frac{9}{4}$$

این معادله دو جواب دارد، پس دایره محور x ها را در دو نقطه قطع می‌کند.

$$\text{برخورد با محور } y \xrightarrow{x=0} \frac{25}{4} + \left(y - \frac{1}{2}\right)^2 = \frac{10}{4} \Rightarrow \left(y - \frac{1}{2}\right)^2 = -\frac{15}{4}$$

این معادله جواب ندارد، یعنی محور y ها را قطع نمی‌کند.

پس در مجموع این دایره محورهای مختصات را در دو نقطه قطع می‌کند.

بزرگ‌ترین وتر دایره

بزرگ‌ترین وتر هر دایره **قطر** آن است که از مرکز آن می‌گذرد و مرکز دایره وسط قطر قرار دارد.

 معادله دایره

معادله دایره‌ای به مرکز $O(\alpha, \beta)$ و شعاع r برابر است با:

$$(x - \alpha)^2 + (y - \beta)^2 = r^2$$

معادله گسترده یک دایره به صورت $x^2 + y^2 + ax + by + c = 0$ است، به طوری که:

$$O\left(-\frac{a}{2}, -\frac{b}{2}\right) \text{ و } r = \frac{1}{2}\sqrt{a^2 + b^2 - 4c}$$

این سؤال، با الهام از مثال صفحه ۴۰ کتاب درسی هندسه ۳ طرح شده است.



۳۵- پرتوی نوری در راستای خط $x = 4$ بر سهمی $2x^2 + 4x - 2y = 6$ می‌تابد. بازتابش این پرتو از کدام نقطه عبور می‌کند؟

- (۱) $(-1, -3)$ (۲) $(-1, -3/25)$ (۳) $(-1, -3/5)$ (۴) $(-1, -3/75)$

 پاسخ: گزینه ۴

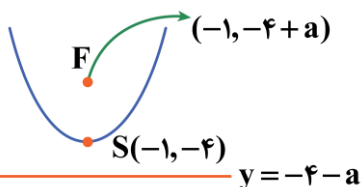
(متوسط - مفهومی/محاسباتی - استاندارد) - هندسه ۳ صفحه ۵۶ - ۱۲۰۲

سهمی داده شده، یک سهمی قائم است پس خط $x = 4$ موازی محور این سهمی می‌باشد، لذا بنابر خاصیت بازتابندگی سهمی بازتابش این پرتو از **کانون سهمی** عبور می‌کند، بنابراین کانون این سهمی را به دست می‌آوریم:

$$2x^2 + 4x - 2y = 6 \xrightarrow{\div 2} x^2 + 2x - y = 3 \Rightarrow (x+1)^2 = 1 + y + 3 \Rightarrow (x+1)^2 = y + 4$$

پس این سهمی قائم **رو به بالا** با رأس $S(-1, -4)$ است و داریم:

$$F = (\alpha, \beta + a) \xrightarrow{\alpha = -1, \beta = -4} F = (-1, -4 + \frac{1}{4}) = (-1, -\frac{15}{4}) = (-1, -3/75)$$



 ویژگی بازتابندگی سهمی‌ها

اگر درون یک سهمی آینه‌ای باشد هر **پرتو نوری** که **موازی محور تقارن سهمی** بر سهمی بابد، **پرتو بازتابش** از **کانون سهمی** می‌گذرد و اگر **پرتو تابش** از **کانون** بگذرد و به سهمی بتابد، **پرتو بازتابش موازی محور تقارن** خواهد بود.

 انواع سهمی

افقی	$(y - \beta)^2 = \pm 4a(x - \alpha)$ + سهمی رو به راست - سهمی رو چپ	رأس سهمی: $S = (\alpha, \beta)$ محور تقارن: $y = \beta$ خط هادی: $x = \alpha \mp a$ و کانون: $F = (\alpha \pm a, \beta)$
قائم	$(x - \alpha)^2 = \pm 4a(y - \beta)$ + سهمی رو به بالا - سهمی رو به پایین	رأس سهمی: $S = (\alpha, \beta)$ محور تقارن: $x = \alpha$ خط هادی: $y = \beta \mp a$ و کانون: $F = (\alpha, \beta \pm a)$



۳۶- مساحت متوازی الاضلاعی که سه رأس آن نقاط $(۱, -۲, ۱)$ و $(۲, ۰, ۱)$ و $(-۱, ۱, ۰)$ باشند، برابر کدام است؟

- (۱) $۳\sqrt{۶}$ (۲) $۶\sqrt{۶}$ (۳) $۴\sqrt{۳}$ (۴) $۸\sqrt{۳}$

پاسخ: گزینه ۱

(متوسط - مفهومی - استاندارد) - هندسه ۳ صفحه ۸۱ - ۱۲۰۳

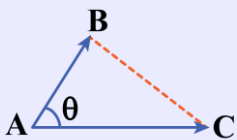
اگر نقاط $A(-۱, ۱, ۰)$ ، $B(۲, ۰, ۱)$ و $C(۱, -۲, ۱)$ سه رأس متوازی الاضلاعی باشند برای پیدا کردن مساحت متوازی الاضلاع کافی است

مساحت مثلث ABC را دو برابر کنیم:

$$\begin{aligned} \vec{AB} &= B - A = (۳, -۱, ۱) \\ \vec{AC} &= C - A = (۲, -۳, ۱) \end{aligned} \Rightarrow \vec{AB} \times \vec{AC} = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ ۳ & -۱ & ۱ \\ ۲ & -۳ & ۱ \end{vmatrix} = ۲\vec{i} - \vec{j} - ۷\vec{k}$$

بنابراین: $S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2} |\vec{AB} \times \vec{AC}| = \frac{1}{2} \sqrt{۴ + ۱ + ۴۹} = \frac{1}{2} \sqrt{۵۴} = ۳\sqrt{۶}$

مساحت مثلث با استفاده از بردارها



$$\vec{AB} = (a, b, c)$$

$$\vec{AC} = (a', b', c')$$

$$S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2} |\vec{AB}| |\vec{AC}| \sin \theta = \frac{1}{2} |\vec{AB} \times \vec{AC}| = \frac{1}{2} \begin{vmatrix} i & j & k \\ a & b & c \\ a' & b' & c' \end{vmatrix}$$

این سؤال، با الهام از تمرین ۸ صفحه ۸۴ کتاب درسی هندسه ۳ طرح شده است.



۳۷- اگر $۳x + y \equiv ۴$ و $۴x + y \equiv ۲y - ۳$ ، باقی مانده تقسیم $(x^۲ + x)^{۱۲۳}$ بر ۵ کدام است؟

- (۱) صفر (۲) ۱ (۳) ۳ (۴) ۴

پاسخ: گزینه ۳ (متوسط - مفهومی - استاندارد) - گسسته صفحه ۲۶ - ۱۲۰۱

ابتدا سعی می کنیم باقی مانده x بر ۵ را بیابیم. از طریق حل معادله همنهشتی می توان دریافت که:

$$\begin{aligned} \begin{cases} ۳x + y &\equiv ۴ \\ ۴x + y &\equiv ۲y - ۳ \end{cases} \xrightarrow{+} ۷x &\equiv ۱ \\ ۴x + y &\equiv ۲y - ۳ \Rightarrow ۴x - y &\equiv -۳ \\ \xrightarrow{\div ۲} ۲x &\equiv ۱ \equiv -۴ \xrightarrow{(۲, ۵)=1} x &\equiv -۲ \\ \Rightarrow (x^۲ + x)^{۱۲۳} &\equiv (۴ - ۲)^{۱۲۳} &\equiv ۲^{۱۲۳} \end{aligned}$$

برای یافتن باقی مانده ۲ به توان ۱۲۳ بر ۵ ابتدا توانی از ۲ را می یابیم که باقی مانده آن بر ۵ برابر با ۱ یا -۱ باشد. به سادگی دیده می شود که:

$$۲^۲ \equiv ۴ \equiv -۱$$

حال با شروع از 2^2 توان ۱۲۳ را می‌سازیم:

$$(2^2)^{61} \equiv (-1)^{61} \Rightarrow (2^2)^{61} \times 2 \equiv (-1) \times 2 \Rightarrow 2^{123} \equiv -2 \equiv 3$$

مفهوم هم‌نهشتی

اگر دو عدد a و b در تقسیم بر m که عددی طبیعی است **باقی‌مانده یکسانی** داشته باشند، می‌گوییم a و b با یکدیگر **به پیمانه m هم‌نهشت** هستند و می‌نویسیم:

$$\begin{matrix} m \\ a \equiv b \end{matrix}$$

رابطه هم‌نهشتی را به صورت زیر هم می‌توانیم بنویسیم:

$$\begin{matrix} m \\ a = mk + b \text{ یا } a \equiv b \Leftrightarrow m | a - b \end{matrix}$$

ویژگی‌های هم‌نهشتی

(۱) هر عدد با خودش هم‌نهشت است.

$$\begin{matrix} m \\ a \equiv a \end{matrix}$$

(۲) هم‌نهشتی دارای خاصیت **تعدی** است.

$$\begin{cases} \begin{matrix} m \\ a \equiv b \end{matrix} \\ \begin{matrix} m \\ b \equiv c \end{matrix} \end{cases} \Rightarrow \begin{matrix} m \\ a \equiv c \end{matrix}$$

(۳) دو طرف هم‌نهشتی را می‌توانیم با هر عددی **جمع** یا **تفریق** کنیم.

$$\begin{matrix} m \\ a \equiv b \end{matrix} \Rightarrow \begin{matrix} m \\ a \pm c \equiv b \pm c \end{matrix}$$

(۴) دو طرف هم‌نهشتی را می‌توانیم در هر عددی **ضرب** کنیم.

$$\begin{matrix} m \\ a \equiv b \end{matrix} \Rightarrow \begin{matrix} m \\ ac \equiv bc \end{matrix}$$

(۵) دو طرف هم‌نهشتی را می‌توانیم **به توان عدد طبیعی n** برسانیم.

$$\begin{matrix} m \\ a \equiv b \end{matrix} \Rightarrow \begin{matrix} m \\ a^n \equiv b^n \end{matrix}$$

(۶) در هر هم‌نهشتی می‌توانیم **مضارب مختلف پیمانه** را به دو طرف **اضافه** و یا از آن‌ها **کم** کنیم. هدف از این کار بزرگ کردن و یا کوچک کردن اعداد دو طرف است.

$$\begin{matrix} m \\ a \equiv b \end{matrix} \Rightarrow \begin{matrix} m \\ a \pm mq \equiv b \pm mk \end{matrix}$$

۷) طرفین دو هم‌نهشتی با پیمانه‌های یکسان را می‌توانیم با هم جمع و تفریق و یا در هم ضرب کنیم.

$$\left. \begin{array}{l} a \equiv b \\ c \equiv d \end{array} \right\} \Rightarrow a \pm c \equiv b \pm d \text{ یا } ac \equiv bd$$

۸) در هر هم‌نهشتی می‌توانیم به جای پیمانه، یکی از مقسوم‌علیه‌های طبیعی آن را قرار دهیم.

$$a \equiv b \xrightarrow{n|m} a \equiv b$$

۹) اگر دو طرف هم‌نهشتی بر a بخش‌پذیر باشند، دو طرف را می‌توانیم بر a تقسیم کنیم، با این شرط که پیمانه را نیز باید بر $d = (a, m)$ که همان ب.م.م a و m است تقسیم کنیم:

$$ax \equiv ay \xrightarrow[\substack{\div a \\ (a, m) = d}]{\substack{m \\ d}} x \equiv y$$

۱۰) اگر دو هم‌نهشتی دارای طرفین یکسان و پیمانه‌های متفاوت باشند به صورت زیر می‌توانیم آن‌ها را به یک هم‌نهشتی تبدیل کنیم:

$$\left. \begin{array}{l} a \equiv b \\ a \equiv b \end{array} \right\} \Rightarrow a \equiv b$$

یافتن باقی‌مانده a^n بر m

برای پیدا کردن کوچک‌ترین توان a که باقی‌مانده آن بر m برابر با ۱ باشد، ابتدا کوچک‌ترین توان a را که در حوالی m باشد، پیدا می‌کنیم. اگر باقی‌مانده «۱» شد که به نتیجه رسیده‌ایم. اگر «-۱» شد، طرفین را به توان ۲ می‌رسانیم و اگر عددی غیر از ۱ یا -۱ شد با ضرب طرفین هم‌نهشتی در a یا توان‌های a ، سعی می‌کنیم طرف دوم را به m نزدیک و سپس ساده کنیم. فرض کنید می‌خواهیم توانی از ۳ را پیدا کنیم که باقی‌مانده تقسیم آن بر ۱۱ برابر «۱» باشد.

$3^2 \equiv -2$	۱) کوچک‌ترین توان ۳ را که در حوالی (کمی کمتر یا کمی بیشتر) ۱۱ است در پیمانه ۱۱ کوچک می‌کنیم.
$3^2 \equiv -2 \xrightarrow{\times 3} 3^3 \equiv -6 \equiv 5$	۲) چون باقی‌مانده ۱ یا -۱ نشد، طرفین را در توانی از ۳ ضرب می‌کنیم تا طرف دوم به حوالی ۱۱ برسد.
$3^3 \equiv 5 \xrightarrow{\times 3} 3^4 \equiv 15 \equiv 4 \xrightarrow{\times 3} 3^5 \equiv 12 \equiv 1$	۳) مجدداً این کار را ادامه می‌دهیم تا اولین توان از ۳ که در پیمانه ۱۱ برابر ۱ شود، به دست آید.



۳۸- اگر مجموعه A ، مجموعه احاطه‌گر مینیمم گراف P_q و مجموعه B ، بزرگ‌ترین مجموعه احاطه‌گر مینیمال گراف P_q باشد، تعداد زیرمجموعه‌های غیر تهی مجموعه $A \cap B$ کدام است؟

۴ (۴)

۳ (۳)

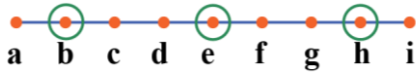
۲ (۲)

۱ (۱)

(آسان - ترکیبی - استاندارد) - گسسته صفحه ۴۷ - ۱۲۰۲

پاسخ: گزینه ۱

تنها مجموعه احاطه‌گر مینیمم: $A = \{b, e, h\}$



بزرگ‌ترین مجموعه احاطه‌گر مینیمال: $B = \{a, c, e, g, i\}$

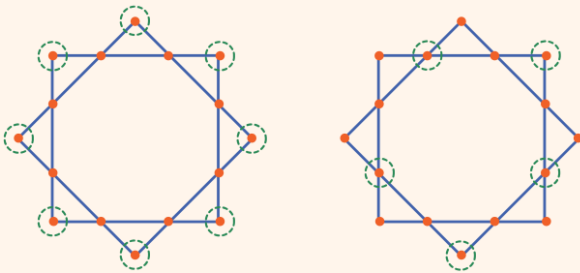
$$\Rightarrow A \cap B = \{e\} \Rightarrow \text{تعداد زیرمجموعه‌های ناتهی} = 2^1 - 1 = 1$$

مجموعه احاطه‌گر

اگر زیرمجموعه‌ای از رأس‌های گراف را در نظر بگیریم، به گونه‌ای که هر رأس گراف یا در این مجموعه باشد یا با حداقل یک رأس آن مجاور باشد، این مجموعه **مجموعه احاطه‌گر** نامیده می‌شود.

یه نمونه باحال ببین!

دو نوع مجموعه احاطه‌گر برای گراف زیر مشاهده می‌کنید:



مجموعه احاطه‌گر مینیمم

به مجموعه احاطه‌گری که کمترین تعداد رأس‌ها را داشته باشد، مجموعه **احاطه‌گر مینیمم** یا اصطلاحاً **۷-مجموعه** گفته می‌شود.

مجموعه احاطه‌گر مینیمال

به مجموعه احاطه‌گری که با حذف هر یک از رأس‌هایش دیگر احاطه‌گر نباشد، مجموعه **احاطه‌گر مینیمال** گفته می‌شود.

مینیم یا مینیمال، مسئله این است!

دقت کنید که یک مجموعه احاطه‌گر مینیمم همیشه مینیمال است اما یک مجموعه احاطه‌گر مینیمال لزوماً احاطه‌گر مینیمم نیست و کمترین تعداد اعضا را ندارد.

تعداد کل زیرمجموعه‌های یک مجموعه

تعداد کل زیرمجموعه‌های یک مجموعه π عضوی برابر است با 2^π .

این سؤال، با الهام از تمرین ۱۱ صفحه ۵۴ کتاب درسی ریاضیات گسسته طرح شده است.



۳۹- در چند جایگشت از حروف کلمه «mostafa» هیچ یک از حروف m و t سر جای خود قرار ندارد؟

(۴) ۱۸۶۰

(۳) ۱۸۴۰

(۲) ۱۷۲۰

(۱) ۱۵۲۰

(متوسط - مفهومی - استاندارد) - گسسته صفحه ۷۳ - ۱۲۰۳

پاسخ: گزینه ۴

مطابق اصل شمول و عدم شمول داریم:

$$|\overline{A \cup B}| = |S| - |A \cup B|$$

اگر $|A|$ تعداد جایگشت‌هایی باشد که حرف m سر جای خودش باشد و $|B|$ تعداد جایگشت‌هایی باشد که حرف t سر جای خودش باشد، داریم:

تعداد حالت‌هایی
که t سر جای خودش باشد کل جایگشت‌ها

$$|\overline{A \cap B}| = |\overline{A \cup B}| = |S| - |A \cup B| = \frac{7!}{2!} - \left(\frac{6!}{2!} + \frac{6!}{2!} - \frac{5!}{2!} \right) = 2520 - (360 + 360 - 60) = 2520 - 660 = 1860$$

تعداد حالت‌هایی که m و هم t سر جای خودشان باشند

تعداد حالت‌هایی که m سر جای خودش باشد

میانبر

اینطوری هم می‌تونستیم آخرش رو محاسبه کنیم:

$$\frac{7!}{2} - \frac{5!}{2} (2 \times 6 - 1) = \frac{5!}{2} (7 \times 6 - 11) = \frac{120}{2} \times 31 = 60 \times 31 = 1860$$

اصل شمول و عدم شمول

با استفاده از فرمول تعداد اعضای اجتماع دو مجموعه و قانون دمورگان می‌توانیم تعداد عضوهای A را که نه در A هستند و نه در B بیابیم:

$$|\overline{A \cap B}| = |\overline{A \cup B}| = |S| - |A \cup B|$$

$$= |S| - (|A| + |B| - |A \cap B|) = |S| - |A| - |B| + |A \cap B|$$

$$|\overline{A \cap B}| = |S| - |A| - |B| + |A \cap B|$$

جایگشت

تعداد حالت‌های چینش یا جایگشت n شیء متمایز برابر است با:

$$n \times (n-1) \times \dots \times 2 \times 1 = n!$$

جایگشت با تکرار

اگر این n شیء شامل k_1 شیء یکسان و k_2 شیء یکسان دیگر و ... k_r شیء یکسان دیگر باشد، تعداد جایگشت‌های متمایز این n شیء برابر است با:

$$\frac{n!}{k_1! \times k_2! \times \dots \times k_r!}$$

۴۰- هر یک از یال‌های گراف کامل K_n را با استفاده از n رنگ و به دلخواه رنگ‌آمیزی می‌کنیم. بیشترین مقدار n برای این‌که مطمئن شویم در هر رنگ‌آمیزی حداقل ۴ یال هم‌رنگ در آن گراف وجود دارد کدام است؟

(۴) ۵

(۳) ۴

(۲) ۳

(۱) ۲

(متوسط - ترکیبی - استاندارد) - گسسته صفحه ۸۰ - ۱۲۰۳

پاسخ: گزینه ۲

روش اول

تعداد یال‌های گراف K_n برابر است با: $q = \frac{5 \times 4}{2} = 10$. اگر ۱۰ یال را تعداد کبوترها و n رنگ را لانه‌ها در نظر بگیریم، طبق نکته حداقل

$\left\lceil \frac{10}{n} \right\rceil$ یال هم رنگ داریم و می‌خواهیم مطمئن شویم حداقل ۴ یال هم‌رنگ داریم، پس:

$$\left\lceil \frac{10}{n} \right\rceil \geq 4 \Rightarrow 3 < \frac{10}{n} \Rightarrow 3n < 10 \Rightarrow n < 3 \frac{1}{3}$$

پس تعداد لانه‌ها حداکثر ۳ تا است، یعنی حداکثر ۳ رنگ مختلف داریم که در این صورت حداقل ۴ یال هم‌رنگ‌اند.

روش دوم

فرض کنیم n رنگ مختلف داریم، پس در بدترین شرایط $3n$ یال رنگ شده داریم که هیچ ۴ تایی از آن‌ها هم‌رنگ نیست و با رنگ کردن یال بعدی حداقل ۴ یال هم‌رنگ خواهیم داشت، پس:

$$3n + 1 \leq q \xrightarrow{q=10} 3n + 1 \leq 10 \Rightarrow 3n \leq 9 \Rightarrow n \leq 3$$

اصل لانه کبوتری

♦ اگر m لانه و $m+1$ کبوتر داشته باشیم، قطعاً حداقل دو کبوتر در یک لانه قرار می‌گیرند.

♦ اگر m لانه و $km+1$ کبوتر (یا بیشتر) داشته باشیم قطعاً حداقل $(k+1)$ کبوتر در یک لانه قرار می‌گیرند.

نکته!

بنا بر اصل لانه کبوتری، اگر m کبوتر وارد n لانه شوند لانه‌ای شامل حداقل $\left\lceil \frac{m}{n} \right\rceil$ کبوتر وجود دارد.

این سؤال، با الهام از مثال صفحه ۸۰ کتاب درسی ریاضیات گسسته طرح شده است.



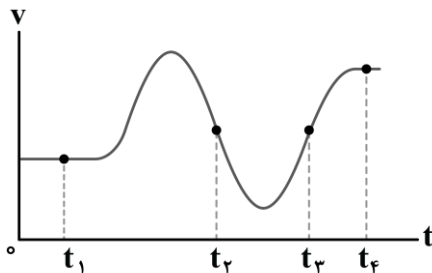


برای دیدن پاسخ نامه ویدئویی آزمون
QR Code بالا را اسکن یا روی آن کلیک کنید!

جامع شبیه ساز کنکور سراسری

بودجه بندی
این آزمون

۴۱- شکل زیر، نمودار سرعت - زمان دوچرخه سوار را نشان می دهد که در امتداد محور x در حرکت است. در کدام یک از لحظه های مشخص شده، بردارهای شتاب و سرعت دوچرخه سوار در خلاف جهت هم هستند؟



- (۱) t_1
- (۲) t_2
- (۳) t_3
- (۴) t_4

(آسان - استدلالی - سریع ۶ - صفحه ۱۰ - ۱۲۰۱)

پاسخ: گزینه ۲

روش اول

با توجه به این که نمودار همواره بالای محور افقی است، بردار سرعت همواره در جهت محور x است. برای آن که بردار شتاب در خلاف جهت محور x باشد ($a < 0$)، باید شیب نمودار سرعت - زمان منفی باشد که در لحظه t_2 این اتفاق رخ داده است.

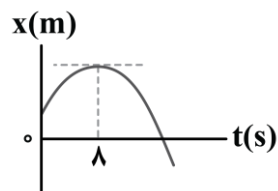
روش دوم

این که بردارهای سرعت و شتاب در خلاف جهت هم باشند، یعنی باید حرکت متحرک کندشونده باشد و نمودار سرعت - زمان در حال نزدیک شدن به محور زمان باشد که فقط در لحظه t_2 چنین است.



۴۲- نمودار مکان - زمان متحرکی که روی خط راست حرکت می کند، به صورت سهمی شکل زیر است. اگر سرعت متوسط متحرک از

لحظه صفر تا $t = 8s$ برابر $4 \frac{m}{s}$ باشد، بزرگی شتاب متحرک چند متر بر مربع ثانیه است؟



- (۱) ۴
- (۲) ۲
- (۳) $\frac{1}{2}$
- (۴) ۱

(متوسط - استدلالی - سریع ۶ - صفحه ۱۸ - ۱۲۰۱)

پاسخ: گزینه ۴

چون نمودار مکان - زمان به صورت سهمی است، حرکت با شتاب ثابت است؛ بنابراین از معادلات حرکت با شتاب ثابت استفاده می کنیم. در لحظه $t = 8s$ متحرک تغییر جهت می دهد، پس در این لحظه سرعت برابر صفر است؛ بنابراین با استفاده از رابطه مستقل از شتاب در بازه زمانی صفر تا $8s$ ، داریم:

$$v_{av} = \frac{v_{8s} + v_0}{2} = \frac{v_{av} = 4 \frac{m}{s}}{2} \Rightarrow v_0 = 8 \frac{m}{s}$$

$$a = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{v_{8s} - v_0}{8} = \frac{0 - 8}{8} = -1 \frac{m}{s^2}$$

راهنمای مسیرت

سؤالات مربوط به نمودار مکان - زمان، نکات قابل توجهی دارند که ما هم به دونه از بهترین هاش رو براتون طرح کردیم تا بتونیم به شما در مرور این مبحث کمک کنیم.



۴۳- متحرکی با شتاب ثابت $2 \frac{m}{s^2}$ در مبدأ زمان، با تندی $20 \frac{m}{s}$ از مکان $x_0 = +10m$ در خلاف جهت محور x عبور می‌کند. اگر این متحرک بعد از طی مسافت $725m$ ، با شتاب ثابت $1 \frac{m}{s^2}$ به حرکت خود ادامه دهد، در چه لحظه‌ای بر حسب ثانیه برای دومین بار

جهت حرکت متحرک تغییر می‌کند؟

۸۵ (۴)

۵۰ (۳)

۳۵ (۲)

۱۰ (۱)

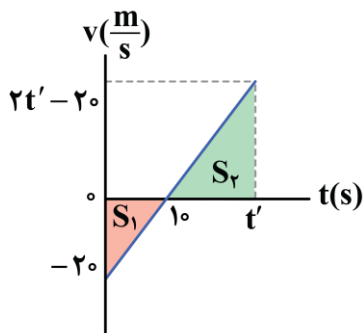
(سخت - محاسباتی - استاندارد) - صفحه ۲۱ - ۱۲۰۱

پاسخ: گزینه ۴

راه نجات سریع

عبارت‌های «شتاب ثابت»، «مسافت طی‌شده» و «تغییر جهت حرکت»، همگی دارن می‌گن نمودار سرعت - زمان.

کلام اول



متحرک در حالت اول، با شتاب ثابت $2 \frac{m}{s^2}$ و سرعت اولیه $-20 \frac{m}{s}$ ، مسافت $725m$ را طی کرده است:

$$a = 2 \frac{m}{s^2}, v_0 = -20 \frac{m}{s} \rightarrow v = at + v_0 \rightarrow v = 2t - 20$$

$$\Rightarrow S_1 = \frac{10 \times 20}{2} = 100, S_2 = \frac{(t' - 10)(2t' - 20)}{2} = (t' - 10)^2$$

$$S_1 + S_2 = 725 \rightarrow 100 + (t' - 10)^2 = 725 \Rightarrow (t' - 10)^2 = 625 \Rightarrow t' - 10 = 25 \Rightarrow t' = 35s$$

$$\Rightarrow v_{t'} = 2(35) - 20 = 50 \frac{m}{s}$$

کلام آخر

از لحظه $35s$ به بعد، متحرک با شتاب ثابت $1 \frac{m}{s^2}$ به حرکت خود ادامه می‌دهد و در این مرحله، سرعت اولیه متحرک، همان سرعت نهایی متحرک در مرحله قبل است:

$$v = at' + v'_0 = -t + 50 \xrightarrow{\text{در لحظه تغییر جهت باید } v=0} -t + 50 = 0 \Rightarrow t = 50s$$

$$\Rightarrow t_{\text{دومین تغییر جهت}} = 35 + 50 = 85s$$

سوتی‌های پرتکرار

اگر حواست به ۳۵ ثانیه اول مسیر نباشه، در دام گزینه (۳) می‌افتی.

۴۴- گلوله‌ای را از ارتفاع h از سطح زمین رها می‌کنیم و با تندی v به سطح زمین برخورد می‌کند. ارتفاع گلوله را چند برابر ارتفاع قبلی افزایش دهیم تا پس از رها کردن، با تندی $\frac{1}{5}v$ به ارتفاع h از سطح زمین برسد؟ (اثر نیروهای مقاوم ناچیز است.)

۲/۵۶ (۴)

۲/۶۵ (۳)

۳/۶۵ (۲)

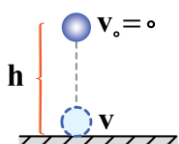
۳/۵۶ (۱)

(متوسط - محاسباتی - استاندارد) - صفحه ۲۴ - ۱۲۰۱

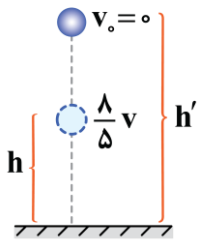
پاسخ: گزینه ۴

جهت مثبت محور y را به سمت پایین در نظر می‌گیریم و حالت‌های گفته‌شده را به کمک روابط سقوط آزاد، بررسی می‌کنیم.

حالت اول



$$v^2 - v_0^2 = 2gh \xrightarrow{v_0=0} v = \sqrt{2gh} \quad (1)$$

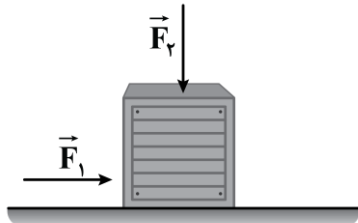


$$\left(\frac{\lambda}{\delta}v\right)^2 - (v_0)^2 = 2g(h' - h) \xrightarrow{v_0=0} \frac{\lambda}{\delta}v = \sqrt{2g(h' - h)} \quad (2)$$

$$\xrightarrow{(2) \div (1)} \frac{\frac{\lambda}{\delta}v}{v} = \frac{\sqrt{2g(h' - h)}}{\sqrt{2gh}} \Rightarrow \frac{\lambda}{\delta} = \sqrt{\frac{h' - h}{h}} \Rightarrow \frac{h' - h}{h} = \frac{64}{25} = 2 \frac{4}{5}$$



۴۵- در شکل زیر، جعبه‌ای تحت تأثیر دو نیروی افقی و قائم $\vec{F}_1$ و $\vec{F}_2$ قرار دارد، اما حرکت نمی‌کند. اگر نیروی $\vec{F}_1$ را افزایش دهیم، تا قبل از این که جسم در آستانه حرکت قرار گیرد، کدام یک از کمیت‌های زیر افزایش می‌یابد؟



(۱) اندازه نیروی عمودی سطح وارد بر جعبه

(۲) اندازه نیروی اصطکاک ایستایی وارد بر جعبه

(۳) اندازه بیشینه نیروی اصطکاک ایستایی

(۴) نیروی خالص وارد بر جسم

(آسان - مفهومی - سریع ۶ - صفحه ۴۱ - ۱۲۰۲)

پاسخ: گزینه ۲

تا وقتی که جسم شروع به حرکت نکرده، نیروی اصطکاک ایستایی هم‌اندازه نیروی $\vec{F}_1$ است؛ بنابراین با افزایش نیروی $\vec{F}_1$ ، نیروی اصطکاک ایستایی (f_s) نیز افزایش می‌یابد.

نیروی عمودی سطح، بیشینه نیروی اصطکاک ایستایی ($f_{s,max}$) و نیروی خالص (F_{net})، تا قبل از حرکت جسم ثابت می‌مانند.



۴۶- جسمی به جرم $60g$ روی سطح افقی، مماس بر سطح پرتاب می‌شود. اگر تغییر تکانه جسم پس از $12s$ ، برابر $\frac{18 \text{ kg.m}}{s}$ باشد،

ضریب اصطکاک جنبشی بین توپ و سطح افقی چقدر است؟ ($g = 10 \frac{N}{kg}$ و اثر نیروی مقاومت هوا ناچیز است).

$\frac{1}{4}$ (۴)

$\frac{1}{2}$ (۳)

$\frac{1}{3}$ (۲)

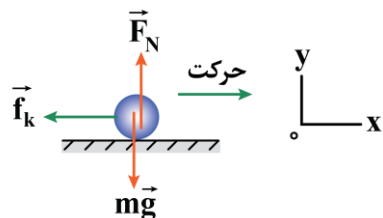
$\frac{2}{3}$ (۱)

(متوسط - محاسباتی - استاندارد ۷ - صفحه ۴۷ - ۱۲۰۲)

پاسخ: گزینه ۴

با استفاده از قانون دوم نیوتون بر حسب تکانه، داریم:

$$F_{net} = \frac{\Delta p}{\Delta t} = \frac{\Delta p = -18 \frac{kg.m}{s}}{\Delta t = 12s} \rightarrow F_{net} = \frac{-18}{12} = -1.5 N$$



با توجه به نیروهای وارد بر جسم و با استفاده از قانون دوم نیوتون در دو راستای افقی و عمودی، داریم:

$$\begin{cases} F_{net,y} = 0 \\ F_{net,x} = -f_k \end{cases} \Rightarrow F_{net} = -f_k \xrightarrow{F_{net} = -1.5 N} f_k = 1.5 N$$

اکنون با استفاده از رابطه $f_k = \mu_k F_N$ ، داریم:

$$\mu_k = \frac{f_k}{F_N} = \frac{f_k}{mg} \xrightarrow{f_k = 1.5 N, m = 0.06 kg, g = 10 \frac{N}{kg}} \mu_k = \frac{1.5}{6} = \frac{1}{4}$$

راهنمای مسیرت

بچه‌ها ایده طراحی این تست، ترکیب دو مبحث پرتاب جسم روی سطح افقی و تکانه است که احتمال مطرح شدنش در کنکور خیلی بالاست.



۴۷- یک وزنه ۳ کیلوگرمی را به انتهای فنری با ثابت $200 \frac{N}{m}$ بسته و از سقف آسانسوری آویزان می‌کنیم. اگر آسانسور با شتاب a به سمت بالا شروع به حرکت کند، طول فنر نسبت به حالت آزادش $21cm$ تغییر می‌کند. اگر به همین فنر وزنه ۳ کیلوگرمی را بسته و روی سطح افقی با ضریب اصطکاک جنبشی 0.4 با شتاب ثابت به حرکت دریاوریم، افزایش طول فنر نسبت به حالت آزادش $12cm$ و شتاب وزنه a' خواهد شد، نسبت $\frac{a}{a'}$ کدام است؟ $(g = 10 \frac{N}{kg})$

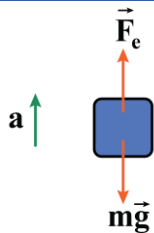
- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) $\frac{2}{3}$ (۴) $\frac{3}{2}$

(متوسط - محاسباتی - استاندارد) (صفحه ۴۳ - ۱۲۰۲)

پاسخ: گزینه ۱

در هر حالت نیروهای وارد بر وزنه را بررسی می‌کنیم:

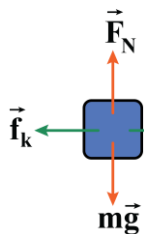
حالت اول



$$F_{net} = ma \Rightarrow F_e - mg = ma \Rightarrow F_e = m(g + a)$$

$$kx = m(g + a) \Rightarrow 200 \times \frac{21}{100} = 3(10 + a) \Rightarrow a = 4 \frac{m}{s^2}$$

حالت دوم



$$F_N = mg = 30N$$

$$F_{net} = ma' \Rightarrow F_e - f_k = ma' \Rightarrow kx' - \mu_k F_N = ma'$$

$$200 \times \frac{12}{100} - \frac{4}{10} \times 3 \times 10 = 3a' \Rightarrow a' = 4 \frac{m}{s^2}$$

در نهایت نسبت خواسته شده را به دست می‌آوریم:

$$\frac{a}{a'} = \frac{4}{4} = 1$$



۴۸- متحرکی با جرم ثابت، در یک مسیر دایره‌ای با تندی ثابت در حال حرکت است. اگر شعاع مسیر حرکت آن 50% درصد افزایش پیدا کند و تعداد دوری که متحرک در مدت 1 دقیقه می‌چرخد، 20% درصد کاهش یابد، در این صورت انرژی جنبشی متحرک چند درصد و چگونه تغییر می‌کند؟

- (۱) 20% ، کاهش (۲) 20% ، افزایش (۳) 44% ، افزایش (۴) 44% ، کاهش

(متوسط - محاسباتی - استاندارد) (صفحه ۴۹ - ۱۲۰۲)

پاسخ: گزینه ۳

به کمک ترکیب روابط مربوط به انرژی جنبشی و تندی متحرک در حرکت دایره‌ای یکنواخت داریم:

$$K = \frac{1}{2}mv^2 \xrightarrow{v = \frac{2\pi r}{T}} K = \frac{1}{2}m\left(\frac{2\pi r}{T}\right)^2 \xrightarrow[\substack{\text{ثابت: } m \\ T = \frac{t}{n}}]{\text{}} \frac{K_2}{K_1} = \left(\frac{r_2}{r_1}\right)^2 \times \left(\frac{n_2}{n_1}\right)^2$$

$$\xrightarrow{r_2 = (1 + \frac{50}{100})r_1 = 1.5r_1, n_2 = (1 - \frac{20}{100})n_1 = 0.8n_1} \frac{K_2}{K_1} = (1.5)^2 \times (0.8)^2 = 1.44$$

$$\Rightarrow K \text{ درصد تغییرات} = \left(\frac{K_2}{K_1} - 1\right) \times 100 = (1.44 - 1) \times 100 = 44\%$$

انرژی جنبشی متحرک، 44% درصد افزایش پیدا می‌کند.



۴۹- جسمی به جرم 250g را به فنری افقی وصل کرده و 80cm می کشیم و رها می کنیم و جسم بر روی یک سطح افقی بدون اصطکاک شروع به نوسان هماهنگ ساده می کند. اگر انرژی مکانیکی نوسانگر برابر با 24mJ باشد، در فاصله چند سانتی متری از نقطه تعادل، شتاب نوسانگر برابر با $\frac{0.6}{s^2}\text{m}$ می شود؟

(۱) 0.2 (۲) 20 (۳) 0.6 (۴) 60

(متوسط - محاسباتی - استاندارد) - صفحه ۶۶ - ۱۲۰۳

پاسخ: گزینه ۲

کام اول

با توجه به انرژی مکانیکی نوسانگر، بسامد زاویه ای نوسانگر را به دست می آوریم:

$$E = \frac{1}{2} m \omega^2 A^2 \Rightarrow 24 \times 10^{-3} = \frac{1}{2} \times \frac{1}{4} \times (0.8)^2 \times \omega^2 \Rightarrow \omega^2 = 0.3 \left(\frac{\text{rad}}{\text{s}} \right)^2$$

کام آخر

با توجه به رابطه شتاب نوسانگر داریم:

$$a = -\omega^2 x \xrightarrow[\omega^2 = 0.3]{a = -0.6 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}} -0.6 = -0.3 \times x \Rightarrow x = 0.2\text{m} = 20\text{cm}$$

سوتی های پرتکرار

اگر حواست به یکای خواسته شده نباشه در دام گزینه (۱) می افتی.



۵۰- توسط یک نوسان ساز، موج های دوره ای در یک طناب تحت کشش ایجاد می کنیم. چه تعداد از موارد زیر، طول موج را کاهش می دهد؟

الف - کاهش نیروی کشش طناب ب - افزایش بسامد نوسان ساز ج - کاهش طول طناب با بریدن بخشی از آن

(۱) صفر (۲) ۱ (۳) ۲ (۴) ۳

(آسان - مفهومی - استاندارد) - صفحه ۷۳ - ۱۲۰۳

پاسخ: گزینه ۳

الف

با کاهش نیروی کشش طناب، طبق رابطه $v = \sqrt{\frac{F}{\mu}}$ ، تندی موج کاهش می یابد؛ بنابراین طبق رابطه $v = \lambda \cdot f$ و با توجه به ثابت بودن بسامد موج، طول موج کاهش می یابد. (✓)

ب

بسامد موج همواره برابر با بسامد چشمه موج است؛ بنابراین با افزایش بسامد نوسان ساز، بسامد موج (f) نیز افزایش می یابد. در نتیجه، طبق رابطه $v = \lambda \cdot f$ و با توجه به ثابت بودن تندی v ، طول موج کاهش می یابد. (✓)

ج

با کاهش طول طناب با بریدن بخشی از آن، جرم واحد طول آن (μ) تغییر نمی کند؛ بنابراین تندی موج، ثابت می ماند. از طرفی، بسامد موج نیز که با بسامد نوسان ساز برابر است، ثابت می ماند؛ بنابراین طبق رابطه $v = \lambda \cdot f$ ، با ثابت بودن v و f ، طول موج نیز تغییر نمی کند. (✗)

سوتی های پرتکرار

اگر گزینه (۴) رو زدی قطعاً مرتکب یک سوتی پرتکرار شدی! ببین، وقتی طول طناب را کاهش می دهیم به همان نسبت نیز جرم طناب کاهش یافته و جرم واحد طول طناب ثابت مانده و تندی موج ثابت می ماند. راستی اگر مثلاً طناب رو تا کنیم نصف بشه چی؟

مشابه تمرین کتاب درسی و کنکور تجربی تیر ۱۴۰۴



۵۱- صدای یک پتک فلزی در کارگاه آهنگری در فاصله ۱m از آن تراز شدت صوتی برابر با ۹۰dB دارد. اگر پتک مشابه دیگری با همان شدت در کنار پتک اولیه به طور هماهنگ شروع به کوبش کند، تراز شدت صوت در همان فاصله قبلی چند دسی بل می شود؟
($\log 2 = 0.3$) و از جذب انرژی صوتی در محیط صرف نظر کنید.

۱۸۶ (۴)

۱۸۰ (۳)

۹۳ (۲)

۹۶ (۱)

(متوسط - محاسباتی - استاندارد) - صفحه ۸۰ - ۱۲۰۳

پاسخ: گزینه ۲

با توجه به رابطه تراز شدت صوت برای حالت اولیه داریم:

$$\beta = 10 \log\left(\frac{I}{I_0}\right) \Rightarrow 90 = 10 \log\left(\frac{I}{I_0}\right) \Rightarrow \frac{I}{I_0} = 10^9$$

بدیهی است وقتی دو پتک مشابه باهم به صدا درمی آیند، داریم:

$$\frac{I'}{I_0} = 2 \times 10^9$$

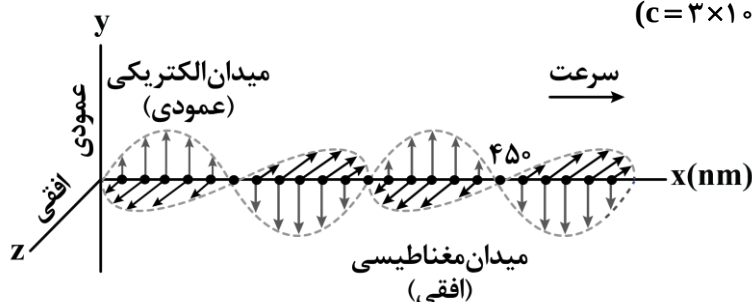
بنابراین تراز شدت صوت ثانویه برابر است با:

$$\beta' = 10 \log\left(\frac{I'}{I_0}\right) = 10 \log(2 \times 10^9) = 10(\log 2 + \log 10^9) = 10(0.3 + 9) = 93 \text{ dB}$$



۵۲- یک تصویر لحظه ای از موجی الکترومغناطیسی که در خلأ منتشر می شود مطابق شکل است. بسامد این موج تراهرتز

است و این موج با چشم انسان دیده ($c = 3 \times 10^8 \frac{\text{m}}{\text{s}}$)



(۱) ۱۰۰۰، می شود

(۲) ۱۰۰۰، نمی شود

(۳) ۱، می شود

(۴) ۱، نمی شود

(آسان - استدلالی - سریع) - صفحه ۷۶ - ۱۲۰۳

پاسخ: گزینه ۲

با توجه به نمودار، $\frac{3}{2}\lambda = 450 \text{ nm}$ است؛ بنابراین:

$$\frac{3\lambda}{2} = 450 \Rightarrow \lambda = 300 \text{ nm}$$

$$f = \frac{c}{\lambda} = \frac{3 \times 10^8}{300 \times 10^{-9}} = 10^{15} \text{ Hz} = 1000 \text{ THz}$$

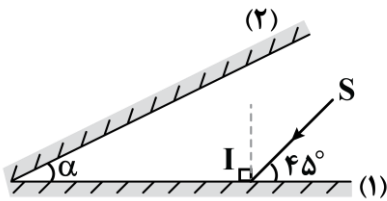
چون طول موج این پرتو کم تر از ۴۰۰nm است، در ناحیه فرابنفش قرار دارد و با چشم انسان دیده نمی شود.

راهنمای زنگ بازی

بچه ها حواستون باشه که گستره تقریبی طول موج نور مرئی در خلأ از ۴۰۰nm (نور بنفش) تا ۷۰۰nm (نور قرمز) است که درواقع از ۴۳۰THz تا ۷۵۰THz است. با تسلط به این مقادیر، در این تیپ تست ها عملکرد خوبی می تونین داشته باشین.



۵۳- مطابق شکل، پرتوی SI به آینه (۱) می‌تابد. اگر این پرتو در سومین بازتابش روی خودش بازتاب شود، زاویه بین دو آینه چند درجه است؟



(۲) ۲۲/۵

(۴) ۳۰

است؟

(۱) ۱۵

(۳) ۴۵

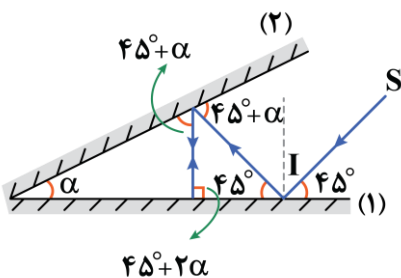
(متوسط - محاسباتی - استاندارد) (صفحه ۹۳ - ۱۲۰۴)

پاسخ: گزینه ۲

روش اول

در آینه‌های متقاطع وقتی پرتو در حال حرکت در فضای بین دو آینه است، پس از هر بار بازتابش، زاویه تابش به اندازه زاویه بین دو آینه تغییر می‌کند. پرتوی SI سه بار بازتابش انجام داده است و برای آن که در سومین بازتابش روی خودش برگردد باید در آخرین بازتابش به‌طور عمود بتابد و زاویه تابش برابر صفر شود.

$$45^\circ - 2\alpha = 0 \Rightarrow \alpha = 22.5^\circ$$



$$45^\circ + 2\alpha = 90^\circ \Rightarrow \alpha = 22.5^\circ$$

روش دوم

می‌توانیم با این فرایند هم مسئله را حل کنیم:

۵۴- دو لیزر A و B با توان یکسان، به ترتیب، باریکه‌های نوری با طول موج ۴۰۰nm و ۵۰۰nm گسیل می‌کنند. اگر لیزر B در مدت ۱ دقیقه

دقیقه ۱۰^{۲۰} فوتون گسیل کند، لیزر A در چه مدت ۱۰^{۱۹} فوتون گسیل می‌کند؟

(۴) ۱۲/۵ دقیقه

(۳) ۸ دقیقه

(۲) ۷/۵ ثانیه

(۱) ۴/۸ ثانیه

(متوسط - محاسباتی - استاندارد) (صفحه ۱۱۷ - ۱۲۰۵)

پاسخ: گزینه ۲

توان خروجی یک لیزر برابر است با:

$$P = \frac{E}{t} = \frac{nhf}{t} \xrightarrow{f = \frac{c}{\lambda}} P = \frac{nhc}{\lambda \cdot t}$$

بنابراین با توجه به یکسان بودن توان دو لیزر داریم:

$$P_A = P_B \Rightarrow \frac{n_A h c}{\lambda_A \cdot t_A} = \frac{n_B h c}{\lambda_B \cdot t_B} \Rightarrow \frac{1 \times 10^{19}}{400 \times t_A} = \frac{1 \times 10^{20}}{500 \times 60} \Rightarrow 400 \times t_A = 30000 \Rightarrow t_A = 75 \text{ s}$$

راهنمای زنگ‌بازی

بچه‌ها برای توان خروجی چشمه، رابطه $P = \frac{nhf}{t}$ یا $P = \frac{nhc}{\lambda \cdot t}$ رو گوشه ذهنتون داشته باشین تا سرعت حلتون بره بالا.

مشابه آزمون سراسری تجربی ۱۴۰۴

۵۵- الکترون اتم هیدروژنی در تراز $n=6$ قرار دارد. با در نظر گرفتن تمام گذارهای ممکن، اگر این اتم به حالت پایه برود، امکان گسیل

چند نوع فوتون فرابنفش با انرژی متفاوت وجود دارد؟

(۴) ۶

(۳) ۵

(۲) ۴

(۱) ۳

گذارهای با مقصد $n' = 1$ ، یعنی $(1 \rightarrow 6)$ ، $(1 \rightarrow 5)$ ، $(1 \rightarrow 4)$ ، $(1 \rightarrow 3)$ و $(1 \rightarrow 2)$ که در رشته لیمان قرار دارند، باعث گسیل فوتون فرابنفش می‌شوند.

تذکر!

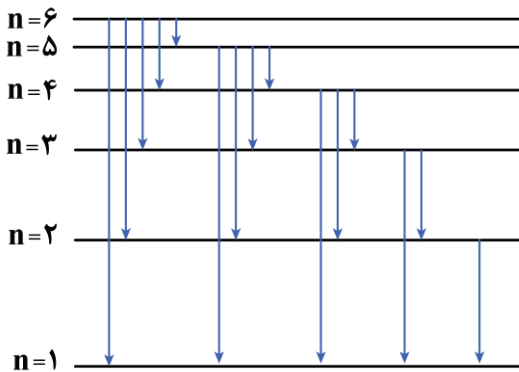
بچه‌ها حواستون باشه که چهار خط اول رشته بالمر $((2 \rightarrow 6)$ ، $(2 \rightarrow 5)$ ، $(2 \rightarrow 4)$ و $(2 \rightarrow 3))$ در ناحیه مرئی هستند.

در شکل مقابل هم که مربوط به تمام گذارهای ممکن است، معلوم است که:

۵ گذار مربوط به ناحیه فرابنفش است.

۴ گذار مربوط به ناحیه مرئی است.

۶ گذار هم مربوط به ناحیه فروسرخ است.



۵۶- ایزوتوپ A با نیمه‌عمر ۶ ساعت و ایزوتوپ B با نیمه‌عمر ۳ ساعت را در اختیار داریم. در زمان $t = 0$ تعداد اتم‌های ایزوتوپ‌های A و B با هم برابر است. پس از چند ساعت تعداد اتم‌های ایزوتوپ A چهار برابر تعداد اتم‌های ایزوتوپ B می‌شود؟

- (۱) ۳ (۲) ۴ (۳) ۱۲ (۴) ۶

با توجه به رابطه $N(t) = N_0 \left(\frac{1}{2} \right)^{\frac{t}{T_{1/2}}}$ داریم:

$$\begin{cases} N_A(t) = N_0 \times 2^{-\frac{t}{6}} \\ N_B(t) = N_0 \times 2^{-\frac{t}{3}} \end{cases} \quad \xrightarrow{N_A(t) = 4N_B(t)} \quad N_0 \times 2^{-\frac{t}{6}} = 4N_0 \times 2^{-\frac{t}{3}}$$

$$\Rightarrow 2^{-\frac{t}{6}} = 2^2 \times 2^{-\frac{t}{3}} \Rightarrow 2^{-\frac{t}{6}} = 2^{2-\frac{t}{3}} \Rightarrow -\frac{t}{6} = 2 - \frac{t}{3}$$

$$\Rightarrow -t = 12 - 2t \Rightarrow t = 12 \text{ ساعت}$$

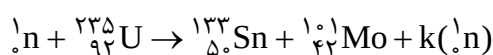


۵۷- در واکنش زیر، تعداد نوترون‌ها در سمت راست واکنش چقدر است و برای کند کردن آن‌ها از چه ماده‌ای استفاده می‌شود؟



- (۱) ۲، کادمیم (۲) ۳، کادمیم (۳) ۲، گرافیت (۴) ۳، گرافیت

با موازنه عدد جرمی در این واکنش داریم:



$$1 + 235 = 133 + 101 + k \times 1 \Rightarrow k = 2$$

آب معمولی (H_2O)، آب سنگین (D_2O) و گرافیت (اتم‌های کربن) از جمله موادی هستند که به‌عنوان کندساز نوترون‌ها در واکنش‌های شکافت هسته‌ای استفاده می‌شوند.



۵۸- مطابق شکل زیر، یک دوک فلزی توپُر، روی پایه عایقی قرار دارد. جسم رسانای باردار را با آن تماس داده و دور می‌کنیم. بعد از رسیدن به تعادل، به ترتیب از راست به چپ بار الکتریکی در دوک چگونه پخش می‌شود، پتانسیل الکتریکی نقاط مختلف دوک چگونه است و میدان الکتریکی در درون دوک چگونه است؟



- (۱) غیریکنواخت در سطح خارجی، صفر، صفر
- (۲) یکنواخت در سطح خارجی، صفر، یکنواخت
- (۳) یکنواخت در سطح خارجی، هم‌پتانسیل باهم، یکنواخت
- (۴) غیریکنواخت در سطح خارجی، هم‌پتانسیل باهم، صفر

(آسان - خطبه‌خط - سریع ۶ - صفحه ۳۰ - ۱۱۰)

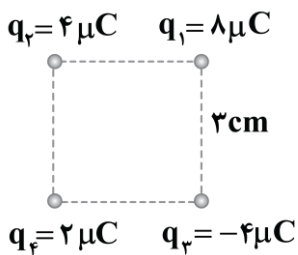
پاسخ: گزینه ۴

بار الکتریکی در سطح خارجی دوک فلزی به‌طور غیریکنواخت پخش می‌شود، زیرا تجمع بارها در نقاط نوک‌تیز بیشتر است. همه نقاط جسم رسانا باهم پتانسیل یکسان دارند (هم‌پتانسیل هستند) و میدان الکتریکی درون رسانای در حال تعادل صفر است.



۵۹- در شکل زیر، چهار بار الکتریکی نقطه‌ای در چهار رأس مربعی قرار گرفته‌اند. بزرگی نیروی برابند وارد بر بار q_4 چند برابر بزرگی

نیروی وارد بر بار q_2 از سمت بار q_3 است؟ $(k = 9 \times 10^9 \frac{N \cdot m^2}{C^2})$



- (۱) $\sqrt{3}$
- (۲) $\sqrt{2}$
- (۳) ۳
- (۴) ۱

(سخت - محاسباتی - زمان‌بر ۵ - صفحه ۹ - ۱۱۰)

پاسخ: گزینه ۱

کام اول

F_{24} و F_{34} را محاسبه کرده و برابند آن‌ها را به‌دست می‌آوریم:

$$F_{24} = F_{34} = \frac{k|q_2||q_4|}{r_{24}^2} = \frac{9 \times 10^9 \frac{N \cdot m^2}{C^2} \times 4 \times 10^{-6} C \times 2 \times 10^{-6} C}{(3 \times 10^{-2} m)^2} = 80 N$$

$$F_{net} = \sqrt{(F_{24})^2 + (F_{34})^2} = \sqrt{(80)^2 + (80)^2} = 80\sqrt{2} N$$

کام دوم

حال F_{14} را محاسبه کرده و برابند آن با F_{net} را به‌دست می‌آوریم:

$$F_{14} = \frac{k|q_1||q_4|}{r_{14}^2} = \frac{9 \times 10^9 \frac{N \cdot m^2}{C^2} \times 8 \times 10^{-6} C \times 2 \times 10^{-6} C}{(3\sqrt{2} \times 10^{-2} m)^2} = 80 N$$

$$F'_{net} = \sqrt{(F_{14})^2 + (F_{net})^2} = \sqrt{(80)^2 + (80\sqrt{2})^2} = 80\sqrt{3} N$$

اندازه F_{32} را محاسبه می کنیم:

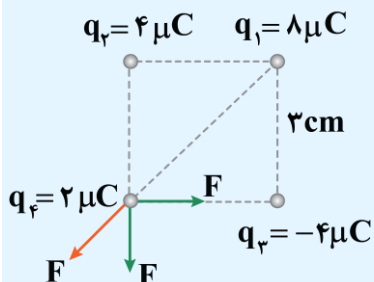
$$F_{32} = \frac{k|q_2||q_3|}{r_{23}^2} = \frac{9 \times 10^9 \frac{N.m^2}{C^2}, q_2 = 4 \times 10^{-6} C}{q_3 = -4 \times 10^{-6} C, r_{23} = 3\sqrt{2} \times 10^{-2} m} \rightarrow F_{32} = \frac{9 \times 10^9 \times 4 \times 10^{-6} \times 4 \times 10^{-6}}{(3\sqrt{2} \times 10^{-2})^2} = 80 N$$

در نهایت خواسته سؤال را به دست می آوریم:

$$\frac{F'_{net}}{F_{32}} = \frac{80\sqrt{3}}{80} = \sqrt{3}$$

راهنمای زنگ بازی

بارهای q_2 و q_3 هم اندازه اند و داریم:



$$F_{12} = F_{34} = F$$

$$\frac{F_{12}}{F_{34}} = \frac{|q_1|}{|q_3|} \cdot \left(\frac{r_{34}}{r_{12}}\right)^2 = 2 \times \left(\frac{3}{3\sqrt{2}}\right)^2 = 1 \Rightarrow F_{12} = F$$

$$\frac{F_{23}}{F_{14}} = \frac{|q_2|}{|q_4|} \cdot \left(\frac{r_{14}}{r_{23}}\right)^2 = 2 \times \left(\frac{3}{3\sqrt{2}}\right)^2 = 1 \Rightarrow F_{23} = F$$

$$F_{t4} = \sqrt{F_{12}^2 + F_{23}^2 + F_{34}^2} = \sqrt{3}F \Rightarrow \frac{F_{t4}}{F_{32}} = \sqrt{3}$$



۶۰- فاصله بین دو صفحه خازن مسطحی که به یک مولد ۲۰ ولتی متصل است را دو برابر می کنیم. اگر با این عمل $3 \mu C$ از بار ذخیره شده در خازن کاسته شود، ظرفیت اولیه خازن چند میکرو فاراد بوده است؟ (دی الکتریک بین صفحات خازن هوا است.)

۳ (۴)

۶ (۳)

۰/۳ (۲)

۰/۶ (۱)

متوسط - محاسباتی - استاندارد (۱۱۰۱ - صفحه ۳۳ - ۱۱۰۱)

پاسخ: گزینه ۲

خازن به مولد متصل بوده و ولتاژ دو سر آن همواره ثابت و برابر $20V$ است. با دو برابر شدن فاصله بین صفحات، طبق رابطه ظرفیت خازن $(C = \kappa \epsilon_0 \frac{A}{d})$ ظرفیت آن $\frac{1}{2}$ برابر می شود. از طرفی به اندازه $3 \mu C$ از بار صفحات کم می شود یعنی $q_2 = q_1 - 3$ ؛ بنابراین با استفاده از رابطه مقایسه ای داریم:

$$C = \frac{q}{V} \Rightarrow \frac{C_2}{C_1} = \frac{q_2}{q_1} \times \frac{V_1}{V_2} = \frac{C_2 = \frac{1}{2}C_1}{V_2 = V_1} \rightarrow \frac{1}{2} = \frac{q_1 - 3}{q_1} \times 1 \Rightarrow 2q_1 - 6 = q_1 \Rightarrow q_1 = 6 \mu C$$

در نهایت با داشتن بار و ولتاژ اولیه خازن، ظرفیت اولیه آن را محاسبه می کنیم:

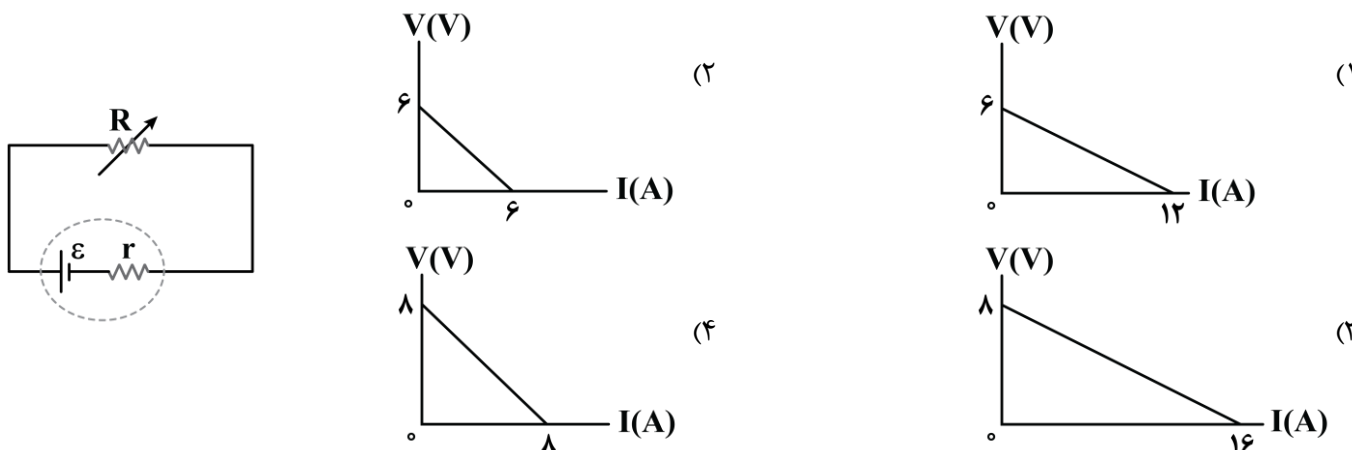
$$C_1 = \frac{q_1}{V_1} = \frac{6 \times 10^{-6}}{20} \rightarrow C_1 = \frac{6 \times 10^{-6}}{20} = 0.3 \times 10^{-6} F = 0.3 \mu F$$

راهنمای مسیрт

این که خازن به مولد وصل باشد یا خازن شارژ شده رو از مولد جدا کنیم و بعدش تغییراتی در ساختار خازن ایجاد کنیم و در مورد نحوه تغییر ظرفیت، بار، ولتاژ و انرژی خازن سؤال بشه، همواره مورد توجه طراحان کنکور بوده و ما هم که حواسمون هست، به دونه سؤال براتون آوردیم تا خیالتون رو همه جور راحت کنیم.



۶۱- در مدار شکل زیر، توان خروجی مولد به‌ازای جریان $I_1 = 2A$ برابر $10W$ و به‌ازای $I_2 = 5A$ برابر $17/5W$ است. نمودار اختلاف پتانسیل باتری بر حسب جریان گذرنده از آن در کدام گزینه به‌درستی رسم شده است؟



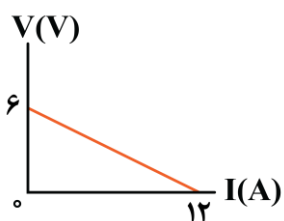
(متوسط - محاسباتی - استاندارد) (صفحه ۶۹ - ۱۱۰۲)

پاسخ: گزینه ۱

با استفاده از رابطه توان خروجی باتری در هر دو حالت داریم:

$$P_{\text{خروجی}} = \varepsilon I - rI^2 \Rightarrow \begin{cases} 10 = \varepsilon \times 2 - r \times 2^2 \Rightarrow 5 = \varepsilon - 2r & (1) \\ 17/5 = \varepsilon \times 5 - r \times 5^2 \Rightarrow 3/5 = \varepsilon - 5r & (2) \end{cases}$$

با کم کردن رابطه (۲) از رابطه (۱) داریم:



$$5 - 3/5 = 3r \Rightarrow r = 0/5 \Omega \Rightarrow \varepsilon = 6V$$

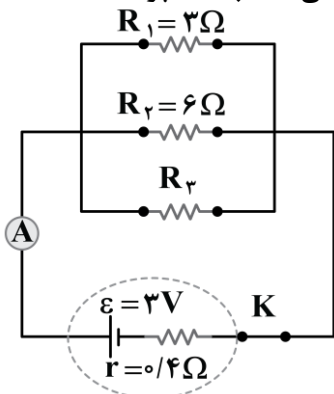
بنابراین نمودار ولتاژ - جریان باتری به‌صورت خطی با عرض از مبدأ $\varepsilon = 6V$ و شیب $-r = -0/5 \Omega$ است که در گزینه (۱) به‌درستی رسم شده است.

راهنمای مسیر

از اهمیت ترکیب توان خروجی و نمودار اختلاف پتانسیل دو سر مولد هرچی براتون بگم، کم گفتم. حتماً تحلیل دقیق این سؤال رو بلد باشید بچه‌ها.



۶۲- در شکل زیر، سه مقاومت موازی به‌همراه یک آمپرسنج آرمانی به دو سر یک باتری وصل شده‌اند. اگر مقاومت معادل این ترکیب $1/6 \Omega$ باشد، به‌ترتیب از راست به چپ مقاومت R_3 چند اهم است و جریانی که آمپرسنج نشان می‌دهد چند آمپر است؟



(۱) ۸، ۱/۵

(۲) ۱۰، ۱/۵

(۳) ۸، ۱۵/۸

(۴) ۱۰، ۱۵/۸

(آسان - محاسباتی - سریع) (صفحه ۷۴ - ۱۱۰۲)

پاسخ: گزینه ۱

مقاومت معادل مدار، حاصل موازی بودن سه مقاومت است؛ بنابراین:

$$\frac{1}{R_{eq}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} \Rightarrow \frac{1}{1/6} = \frac{1}{3} + \frac{1}{6} + \frac{1}{R_3} \Rightarrow R_3 = 8 \Omega$$

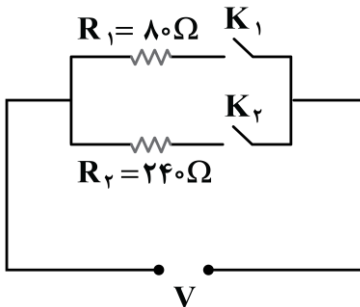
جریان مدار که همان جریان نشان داده شده توسط آمپرسنج ایده آل است، برابر است با:

$$I = \frac{\varepsilon}{r + R_{eq}} = \frac{3}{0.4 + 1/6} = 1.5A$$



۶۳- در مدار زیر با توجه به باز یا بسته بودن کلیدهای K_1 و K_2 ، توان مصرفی در مدار سه مقدار متفاوت می تواند داشته باشد. نسبت

بیشترین توان مصرفی به کمترین توان مصرفی چقدر است؟



(۱) ۳

(۲) ۴

(۳) $\frac{4}{3}$

(۴) $\frac{8}{3}$

(متوسط - محاسباتی - استاندارد ۶ - صفحه ۷۶ - ۱۱۰۲)

پاسخ: گزینه ۲

با توجه به رابطه $P = \frac{V^2}{R_{eq}}$ ، بیشترین توان هنگامی مصرف می شود که هر دو کلید بسته باشند تا مقاومت های R_1 و R_2 موازی شوند و مقاومت معادل کمترین مقدار را داشته باشد.

$$\begin{cases} P_{max} = \frac{V^2}{R_{min}} \\ R_{min} = \frac{240 \times 80}{240 + 80} = 60 \Omega \end{cases} \Rightarrow P_{max} = \frac{V^2}{60}$$

کمترین توان هنگامی مصرف می شود که فقط کلید K_2 وصل باشد؛ یعنی مقاومت معادل بیشترین مقدار باشد:

$$\begin{cases} P_{min} = \frac{V^2}{R_{max}} \Rightarrow P_{min} = \frac{V^2}{240} \\ R_{max} = 240 \Omega \end{cases}$$

بنابراین نسبت خواسته شده برابر است با:

$$\frac{P_{max}}{P_{min}} = \frac{\frac{V^2}{60}}{\frac{V^2}{240}} = \frac{240}{60} = 4$$

سوتی های پرتکرار

اگر حواستون نباشه و در محاسبه کمترین توان مصرفی، با مقاومت R_1 حل کنید در دام گزینه (۳) می افتید.



۶۴- کدام گزینه نادرست است؟

(۱) LDR نوعی دیود است که به عنوان یک سوکننده جریان در مدار استفاده می شود.

(۲) LED نوعی دیود است که نور قابل ملاحظه ای در مقایسه با لامپ های روشن معمولی تولید می کند.

(۳) LDR در چشم های الکترونیکی، دزدگیرها و چراغ های روشنایی خیابان کاربرد دارد.

(۴) LED در چراغ خودروها، روشنایی منازل و تابلوهای تبلیغاتی کاربرد دارد.

بررسی گزینه‌ها:

- ۱ LDR نوعی مقاومت نوری است که با نور تابیده شده به آن مقاومت الکتریکی اش قابل تنظیم است. (✖)
- ۲ LED نوعی دیود است که توان الکتریکی کم تر و نور قابل ملاحظه ای در مقایسه با لامپ های معمولی تولید می کند. (✓)
- ۳ LDR در چشم های الکترونیکی، دزدگیرها و چراغ های روشنایی خیابان کاربرد دارد. (✓)
- ۴ LED در چراغ خودروها، روشنایی منازل و تابلوهای تبلیغاتی کاربرد دارد. (✓)



۶۵- اگر تعداد حلقه های یک سیملوله را در واحد طول نصف و جریان عبوری از آن را دو برابر کنیم، اندازه میدان مغناطیسی یکنواخت درون سیملوله چند برابر می شود؟

- ۱ (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴)

طبق رابطه اندازه میدان مغناطیسی یکنواخت درون سیملوله داریم:

$$B = \mu_0 n I \Rightarrow \frac{B_2}{B_1} = \frac{n_2}{n_1} \times \frac{I_2}{I_1} = \frac{1}{2} \times 2 = 1$$



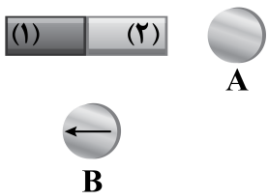
بچه ها تعداد حلقه های یک سیملوله را در واحد طول با نماد n نشان می دهند $(\frac{N}{l} = n)$.



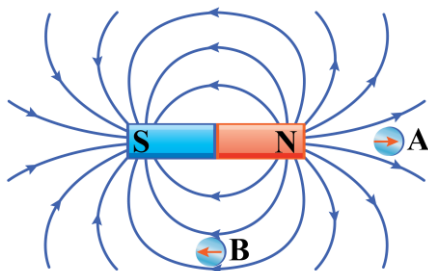
اگر حواست به صورت سؤال نباشه و به اشتباه، n رو ثابت بگیری، در دام گزینه (۳) می افتی.



۶۶- شکل زیر، یک آهنربای میله ای و دو عقربه مغناطیسی A و B را نشان می دهد. به ترتیب، جهت گیری عقربه A و قطب N آهنربا کدام اند؟



- ۱) ← و ۱)
۲) → و ۱)
۳) ← و ۲)
۴) → و ۲)



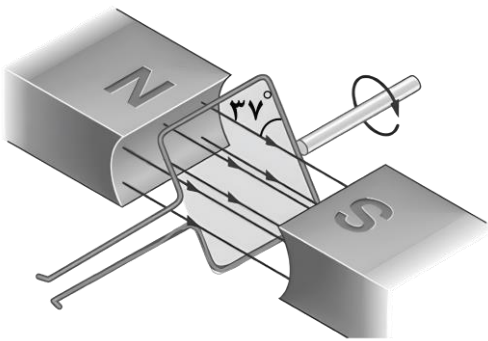
با توجه به شکل مقابل، عقربه مغناطیسی در نقطه A به سمت راست (در جهت میدان) قرار می گیرد و چون خطوط میدان از قطب (۲) خارج شده اند، قطب N آهنربا، قطب (۲) است.



حتماً در جریانی که این تیپ تست ها اولاً از دل خود کتاب درسی طرح شدند و دوماً در کنکورهای اخیر هم حضور داشتند.



۶۷- شکل زیر، یک مولد جریان متناوب را نشان می‌دهد که در میدان مغناطیسی یکنواختی به بزرگی 5 T می‌چرخد. اگر ابعاد قاب $8\text{ cm} \times 5\text{ cm}$ باشد، در لحظه نشان داده شده شار مغناطیسی عبوری از قاب می‌باشد. $(\cos 37^\circ = 0.8)$



- (۱) 0.16 Wb ، کاهش
- (۲) 0.16 Wb ، افزایش
- (۳) 0.12 Wb ، کاهش
- (۴) 0.12 Wb ، افزایش

(متوسط - محاسباتی - استاندارد) - صفحه ۱۲۳ - ۱۱۰۴

پاسخ: گزینه ۳

با توجه به شکل، در لحظه نشان داده شده، زاویه بین میدان مغناطیسی و قاب 37° است، پس:

زاویه بین بردار میدان مغناطیسی و نیم خط عمود بر سطح قاب $\theta = 90^\circ - 37^\circ = 53^\circ$

مساحت قاب $A = 8 \times 5 = 40\text{ cm}^2 = 0.004\text{ m}^2$

شار مغناطیسی عبوری از قاب را به دست می‌آوریم:

$$\Phi = AB \cos \theta = 0.004 \times 5 \times \cos 53^\circ = 0.0012\text{ Wb}$$

با توجه به جهت چرخش پیچه در لحظه موردنظر، شار مغناطیسی در حال افزایش است؛ بنابراین بزرگی جریان القایی در حال کاهش می‌باشد.



در مبحث جریان متناوب، شار، کسینوسی و جریان و نیروی محرکه، سینوسی است. نتیجه:

- ۱- هر جا شار صفر باشد، جریان و نیروی محرکه بیشینه است (و برعکس).
- ۲- هر جا شار در حال کاهش است، جریان و نیروی محرکه در حال افزایش است (و برعکس).

سوتی‌های پرتکرار

اگر در تعیین زاویه بین میدان و نیم خط عمود بر سطح قاب دقت نکنی و به اشتباه، زاویه θ رو 37° بگیری در دام گزینه (۱) می‌افتی.



۶۸- کدام مورد یکای انرژی نیست؟

- (۱) ولت $\times$ آمپر $\times$ ثانیه
- (۲) کولن $\times$ ولت
- (۳) نیوتون $\times$ متر
- (۴) کیلوگرم $\times$ متر $\times$ ثانیه

(آسان - خطبه خط - سریع) - صفحه ۶۷ - ۱۱۰۲

پاسخ: گزینه ۴

گزینه (۴) یکای انرژی نیست.

بررسی سایر گزینه‌ها:



طبق رابطه $U = VIt$ ، یکای «ولت $\times$ آمپر $\times$ ثانیه» یکای انرژی است.



طبق رابطه $\Delta U = q\Delta V$ ، یکای «کولن $\times$ ولت» یکای انرژی است.



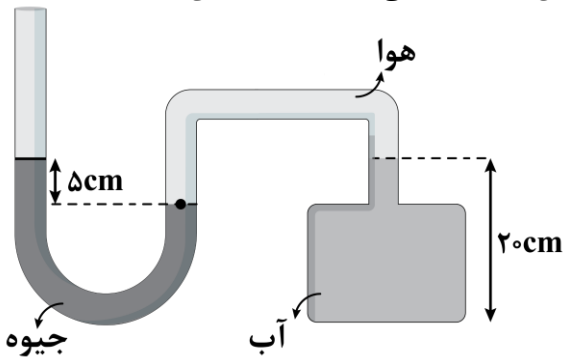
طبق رابطه $W = Fd \cos \alpha$ ، یکای «نیوتون $\times$ متر» یکای کار یا همان انرژی است.

راهنمای مسیرت

چند سالی هست که یک سؤال کنکور به تبدیل یکا ربط دارد. کافیه به روابط مسلط باشید و به راحتی بتونین با یکاها دست و پنجه نرم کنین.



۶۹- در شکل زیر، جیوه در داخل لوله U شکل و آب در داخل ظرف، به حال تعادل قرار دارند. اگر مساحت قسمت پهن ظرفی که آب داخل آن است برابر 60 cm^2 باشد، نیرویی که آب و هوای بالای آن به کف این ظرف وارد می‌کنند، چند نیوتون است؟



$$(P_0 = 96/2 \text{ kPa}, \rho_{\text{جیوه}} = 13/6 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}, \rho_{\text{آب}} = 1 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}, g = 10 \frac{\text{N}}{\text{kg}})$$

(۱) ۶۱۸

(۲) ۶۳۰

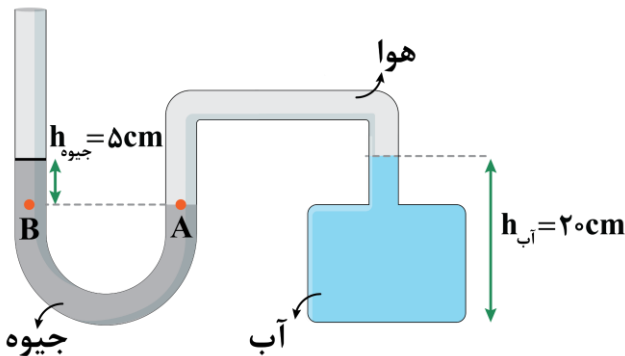
(۳) ۶۵

(۴) ۵۲/۸

(سخت - محاسباتی - زمان‌بر ۵ - صفحه ۳۸ - ۱۰۰۲)

پاسخ: گزینه ۲

ابتدا با مساوی قرار دادن فشار در نقاط هم‌تراز A و B که داخل جیوه قرار دارند، فشار هوای محبوس بین آب و جیوه را محاسبه می‌کنیم:



$$P_A = P_B \Rightarrow P_{\text{هوا}} = \rho_{\text{جیوه}} g h_{\text{جیوه}} + P_0 \quad \frac{\rho_{\text{جیوه}} = 13600 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}, g = 10 \frac{\text{N}}{\text{kg}}}{h_{\text{جیوه}} = 0.05 \text{ m}, P_0 = 96200 \text{ Pa}}$$

$$P_{\text{هوا}} = 13600 \times 10 \times 0.05 + 96200 = 6800 + 96200 = 103000 \text{ Pa}$$

نیرویی که آب و هوا به کف ظرف وارد می‌کنند، برابر است با:

$$F = PA \xrightarrow{P = \rho_{\text{آب}} g h_{\text{آب}} + P_{\text{هوا}}} F = (\rho_{\text{آب}} g h_{\text{آب}} + P_{\text{هوا}}) A$$

$$\frac{P_{\text{هوا}} = 103000 \text{ Pa}, g = 10 \frac{\text{N}}{\text{kg}}}{h_{\text{آب}} = 0.2 \text{ m}, \rho_{\text{آب}} = 1000 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}, A = 60 \times 10^{-4} \text{ m}^2} \rightarrow F = (1000 \times 10 \times 0.2 + 103000) \times 60 \times 10^{-4}$$

$$\Rightarrow F = 105000 \times 60 \times 10^{-4} = 105 \times 6 = 630 \text{ N}$$

•••

۷۰- اگر نیروی خالصی به اندازه 8 N را به ذره‌ای وارد کنیم، این نیرو سبب جابه‌جایی ذره به اندازه 5 m می‌شود. اگر انرژی جنبشی ذره در این جابه‌جایی 32 J افزایش یابد، زاویه بین نیروی خالص وارد بر ذره و جابه‌جایی چند درجه است؟ ($\cos 53^\circ = 0.6$)

(۴) ۴۵

(۳) ۵۳

(۲) ۳۷

(۱) ۹۰

(متوسط - محاسباتی - سریع ۵ - صفحه ۶۳ - ۱۰۰۳)

پاسخ: گزینه ۲

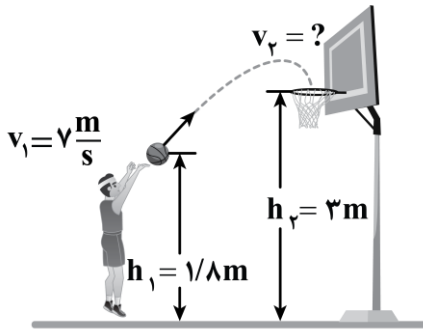
با توجه به قضیه کار - انرژی جنبشی داریم:

$$\Delta K = W_t \Rightarrow \Delta K = F d \cos \theta \xrightarrow{\Delta K = 32 \text{ J}, F = 8 \text{ N}} 32 = 8 \times 5 \times \cos \theta$$

$$\Rightarrow \cos \theta = \frac{32}{40} = 0.8 \Rightarrow \theta = 37^\circ$$

•••

۷۱- شکل زیر، ورزشکاری را در حال پرتاب توپ بسکتبالی با تندی $v_1 = 7 \frac{m}{s}$ به طرف سبد نشان می‌دهد. تندی توپ هنگام رسیدن به دهانه سبد چند متر بر ثانیه است؟ ($g = 10 \frac{m}{s^2}$ و مقاومت هوا را هنگام حرکت توپ نادیده بگیرید.)



- (۱) ۵
(۲) $4\sqrt{2}$
(۳) ۴
(۴) $5\sqrt{2}$

(متوسط - محاسباتی - استاندارد) (صفحه ۶۹ - ۱۰۳)

پاسخ: گزینه ۱

با توجه به پایستگی انرژی مکانیکی می‌توان نوشت:

$$E_1 = E_2 \Rightarrow U_1 + K_1 = U_2 + K_2$$

$$\Rightarrow mgh_1 + \frac{1}{2}mv_1^2 = mgh_2 + \frac{1}{2}mv_2^2$$

$$\xrightarrow{\text{ساده کردن } m} 10 \times 1.8 + \frac{1}{2} \times 7^2 = 10 \times 3 + \frac{1}{2} \times v_2^2$$

$$\Rightarrow 18 + \frac{49}{2} = 30 + \frac{1}{2}v_2^2$$

$$\Rightarrow v_2^2 = 25 \Rightarrow v_2 = 5 \frac{m}{s}$$

راهنمای زنگ‌بازی

با توجه به این‌که مقاومت هوا ناچیز است، داریم:

$$v_2^2 - v_1^2 = -2g\Delta h \Rightarrow v_2^2 - 49 = -20(3 - 1.8)$$

$$\Rightarrow v_2^2 = 49 - 24 = 25 \Rightarrow v_2 = 5 \frac{m}{s}$$

راهنمای مسیرت

مشابه این سؤال در کنکورهای اخیر نیز مطرح شده و روال حل این سؤال هم که پایه و اساس خیلی از سؤالات دیگه هست. پس حواستون بهش باشه. راستی روش سریع حل این سؤال رو هم به نگاهی بندازین.

۷۲- در یک روز داغ تابستان که دمای هوا $40^\circ C$ است، شخصی باک (مخزن) 50 لیتری اتومبیل خود را از بنزین کاملاً پر می‌کند. فرض کنید بنزین از منبعی در زیر زمین با دمای $12^\circ C$ بالا آمده باشد. شخص اتومبیل را پارک می‌کند و ساعتی بعد بازمی‌گردد. مشاهده می‌کند بنزین قابل توجهی از باک سرریز شده است. چند لیتر بنزین از باک بیرون ریخته است؟ ($\beta_{\text{بنزین}} = 10^{-3} \frac{1}{K}$ و از افزایش حجم باک که بسیار ناچیز است صرف نظر شود.)

- (۱) $1/4$ (۲) $4/2$ (۳) ۲ (۴) ۶

(آسان - محاسباتی - سریع) (صفحه ۹۳ - ۱۰۴)

پاسخ: گزینه ۱

افزایش حجم بنزین برابر است با:

$$\Delta V = V\beta\Delta\theta \Rightarrow \Delta V = 50 \times 10^{-3} \times (40 - 12) = 1/4 L$$

۷۳- کدام گزینه درست است؟

- (۱) فرایند تصعید، فرایندی گرمازا است.
- (۲) میعان، تغییر حالت ماده از مایع به بخار است.
- (۳) تفسنجی، اندازه‌گیری دما مبتنی بر رسانش گرمایی است.
- (۴) ترموکوپل، دماسنجی است که با اندازه‌گیری اختلاف پتانسیل الکتریکی، دما را اندازه می‌گیرد.

پاسخ: گزینه ۴

(آسان - خطبه‌خط - سریع ۶ - صفحه ۱۰۳ - ۱۰۰۴)

بررسی گزینه‌ها:

- ۱ تصعید فرایندی گرماگیر است. (✗)
- ۲ میعان تغییر حالت از بخار به مایع است. (✗)
- ۳ تفسنجی بر مبنای تابش گرمایی کار می‌کند. (✗)
- ۴ در ترموکوپل، اختلاف پتانسیل الکتریکی کمیت دماسنجی است و این عبارت صحیح است. (✓)



۷۴- مخزنی به حجم ۷ لیتر در دمای ۲۷ درجه سلسیوس، پر از گاز اکسیژن است. اگر فشار پیمانه‌ای گاز دو برابر فشار هوا باشد، جرم

$$\text{گاز چند گرم است؟ } (P_0 = 1.0^5 \text{ Pa}, M_{O_2} = 32 \frac{\text{g}}{\text{mol}}, R = 8 \frac{\text{J}}{\text{mol.K}})$$

- (۱) ۲۸ (۲) ۱۹ (۳) ۲۰ (۴) ۲۶

پاسخ: گزینه ۱

(متوسط - محاسباتی - سریع ۶ - صفحه ۱۲۳ - ۱۰۰۴)

از قانون گازهای کامل استفاده می‌کنیم.

توجه!

در رابطه گازهای کامل فشار باید فشار کل باشد، پس فشار پیمانه‌ای را به فشار کل تبدیل می‌کنیم.

$$P_g = P - P_0 \Rightarrow 2P_0 = P - P_0 \Rightarrow P = 3P_0$$

$$PV = nRT$$

$$n = \frac{PV}{RT} = \frac{3 \times 1.0^5 \times 7 \times 10^{-3}}{8 \times (273 + 27)} = \frac{7}{8} \text{ mol}$$

$$m = nM = \frac{7}{8} \times 32 = 28 \text{ g}$$



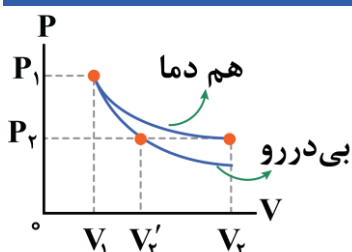
۷۵- حجم گاز کاملی V_1 و فشارش P_1 است. آن را یک‌بار به صورت هم‌دما و یک‌بار به صورت بی‌دررو منبسط می‌کنیم تا فشارش $\frac{1}{3}$

برابر شود. اگر حجم ثانویه گاز در فرایند هم‌دما V_2 و در فرایند بی‌دررو V_2' باشد، کدام رابطه درست است؟

$$V_2 = V_2' < 3V_1 \quad (1) \quad V_2 = V_2' = 3V_1 \quad (2) \quad V_2 = V_2' > 3V_1, \quad V_2 = 3V_1 \quad (3) \quad V_2' > 3V_1, \quad V_2 = 3V_1 \quad (4)$$

پاسخ: گزینه ۴

(متوسط - مفهومی/محاسباتی - استاندارد ۶ - صفحه ۱۳۸ - ۱۰۰۵)



$$P_1 V_1 = P_2 V_2 \xrightarrow{P_2 = \frac{1}{3} P_1} V_2 = 3V_1$$

نمودار فرایند انبساط بی‌دررو و هم‌دما را در نظر می‌گیریم:

در فرایند هم‌دما، فشار و حجم رابطه عکس دارند:

همچنین در انبساط بی دررو طبق نمودار خواهیم داشت:

$$\begin{cases} V_2' < V_2 \\ V_2 = 3V_1 \end{cases} \Rightarrow V_2' < 3V_1$$





برای دیدن پاسخنامه ویدئویی آزمون
QRcode بالا را اسکن کنید
یا بر روی لینک زیر کلیک کنید
پاسخنامه ویدئویی آزمون

جامع شبیه ساز کنکور سراسری

بودجه بندی
این آزمون

سهم در
کنکور

مباحث این آزمون در مجموع ۳۰ تست از کنکور را پوشش داده است.

۷۶- شمار الکترون ها در دو یون A^{3+} و B^{2-} با یکدیگر برابر است. اگر شمار نوترون ها در یونی که نسبت شمار ذرات دارای بار مثبت به شمار ذرات دارای بار منفی در آن بزرگ تر است، ۵ واحد بیشتر از یون دیگر باشد، تفاوت عدد جرمی دو یون کدام است؟

۱۰ (۱) ۵ (۲) ۷ (۳) ۴ (۴) صفر

(متوسط - مفهومی - استاندارد) - صفحه ۵ - ۱۰۰۱

پاسخ: گزینه ۱

طبق گفته سؤال، یون های ذکر شده شمار الکترون برابر دارند. الکترون موجود در هر یک از یون های داده شده را معادل x فرض می کنیم. اتم A با از دست دادن ۳ الکترون به کاتیون A^{3+} تبدیل شده و در ساختار خود x الکترون دارد؛ بنابراین می توان گفت، در ساختار اتم A مجموعاً $x + 3$ الکترون حضور داشته است. با همین استدلال می توان متوجه شد که در اتم B نیز تعداد $2 - x$ الکترون حضور داشته است. توجه داریم که در اتم خنثی، شمار الکترون ها و پروتون ها برابر بوده و بنابراین می توان گفت شمار پروتون های A در مقایسه با B ، به اندازه ۵ واحد بیشتر است. بر این اساس، داریم:



همان طور که می دانیم، الکترون دارای بار منفی بوده و پروتون دارای بار مثبت است؛ بنابراین نسبت شمار ذرات دارای بار مثبت به شمار ذرات دارای بار منفی در اتم خنثی برابر یک است. در کاتیون ها، شمار الکترون ها کم تر از پروتون ها بوده و نسبت مورد نظر بالاتر از یک خواهد بود. همچنین در آنیون ها، شمار الکترون ها بیشتر از پروتون ها بوده و نسبت مورد نظر کمتر از یک خواهد بود. با توجه به نکات گفته شده، شمار نوترون های موجود در ساختار یون A^{3+} ، به اندازه ۵ واحد بیشتر از یون B^{2-} است. عدد جرمی از جمع کردن شمار پروتون ها و نوترون های یک اتم یا یون محاسبه می شود. پس می توان گفت عدد جرمی A^{3+} در مقایسه با B^{2-} ، به اندازه ۱۰ واحد بیشتر است.

مبادله الکترون توسط اتم ها

عناصر مختلف با گرفتن، از دست دادن یا به اشتراک گذاشتن الکترون، به آرایش الکترونی پایدار می رسند. در بین عناصر جدول تناوبی، فلزها تنها توانایی از دست دادن الکترون و تبدیل شدن به کاتیون را دارند. نافلزها نیز می توانند با گرفتن الکترون و تبدیل شدن به آنیون و همچنین با به اشتراک گذاشتن الکترون به آرایش پایدار گاز نجیب برسند. شبه فلزها نیز تنها با به اشتراک گذاشتن الکترون، به آرایش پایدار گاز نجیب می رسند. توجه داریم که شبه فلزهایی مانند سیلیسیم می توانند با حضور در ساختار یون های چنداتی، در تشکیل ترکیب های یونی نیز شرکت کنند.



۷۷- کدام یک از گزینه های زیر درباره عناصر دوره های اول تا چهارم جدول تناوبی نادرست است؟

- (۱) در این عناصر، بین زیرلایه ها با $n + l$ برابر، زیرلایه با عدد کوانتومی فرعی بزرگ تر، دیرتر الکترون می گیرد.
- (۲) کروم تنها عنصری است که دو زیرلایه الکترونی اشغال شده در ساختار آن، به طور کامل پر از الکترون نشده اند.
- (۳) مجموع اعداد کوانتومی اصلی و فرعی الکترون های لایه ظرفیت نخستین عنصر واسطه جدول تناوبی برابر ۱۳ است.
- (۴) شمار الکترون های ظرفیت روی، ۲ برابر شمار الکترون ظرفیتی عنصری است که ۱۰ الکترون در زیرلایه های با $l = 1$ دارد.

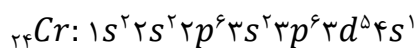
(متوسط - مفهومی - استاندارد) - صفحه ۵ - ۱۰۰۱

پاسخ: گزینه ۱

با توجه به قانون آفبا، در بین زیرلایه های یک اتم، نخست زیرلایه ای الکترون می گیرد که $n + l$ آن کوچک تر باشد. اگر $n + l$ برای دو زیرلایه یکسان باشد، نخست زیرلایه ای الکترون می گیرد که عدد کوانتومی اصلی آن (n) کوچک تر و عدد کوانتومی فرعی آن (l) بزرگ تر باشد.

بررسی سایر گزینه‌ها:

۲) آرایش الکترونی کروم به صورت زیر است:



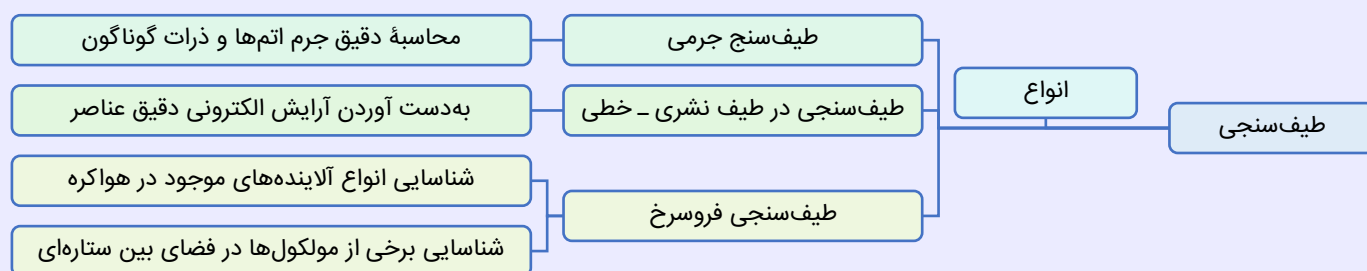
همان‌طور که مشخص است، در بین زیرلایه‌های دارای الکترون در این عنصر، دو زیرلایه $3d$ و $4s$ می‌توانند الکترون دریافت کنند. در سایر عناصر چهار دوره نخست جدول دوره‌ای، حداکثر یکی از زیرلایه‌های دارای الکترون می‌تواند الکترون بیشتری دریافت کند.

استثنا از قاعده آفبا

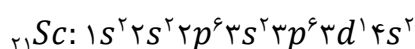
قاعده آفبا، آرایش الکترونی اتم اغلب عنصرها را پیش‌بینی می‌کند؛ اما برای اتم برخی عنصرهای جدول دوره‌ای مثل کروم و مس، **نارسایی** دارد. امروزه به کمک روش‌های طیف‌سنجی پیشرفته، آرایش الکترونی چنین اتم‌هایی را با دقت تعیین می‌کنند. در واقع، روش **طیف‌سنجی** می‌تواند آرایش الکترونی دقیق همه عناصر از جمله **کروم** و **مس** را به دست بیاورد. آرایش الکترونی دقیق کروم و مس که با استفاده از روش‌های طیف‌سنجی به دست آمده، به صورت زیر است:



همان‌طور که مشخص است، در آرایش الکترونی این اتم‌ها یک الکترون از زیرلایه $4s$ به زیرلایه $3d$ منتقل شده است؛ پس این اتم‌ها از قاعده آفبا پیروی نمی‌کنند. کاربردهای مختلف انواع طیف‌سنجی به صورت زیر است:



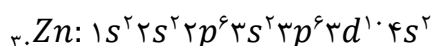
۳) نخستین عنصر واسطه جدول تناوبی، اسکاندیم است. آرایش الکترونی این عنصر به صورت زیر است:



مجموع اعداد کوانتومی اصلی و فرعی الکترون‌های لایه ظرفیت این عنصر به صورت زیر است:

$$A = \underbrace{1 \times (3 + 2)}_{3d} + \underbrace{2 \times (4 + 0)}_{4s} = 13$$

۴) آرایش الکترونی روی به صورت زیر بوده و شمار الکترون‌های لایه ظرفیت آن برابر ۱۲ است:



از طرفی عنصر گوگرد با آرایش الکترونی زیر، دارای ۱۰ الکترون در زیرلایه‌های $l = 1$ بوده و شمار الکترون‌های ظرفیتی آن برابر ۶ است:



۷۸- کدام موارد از عبارات‌های زیر درست هستند؟

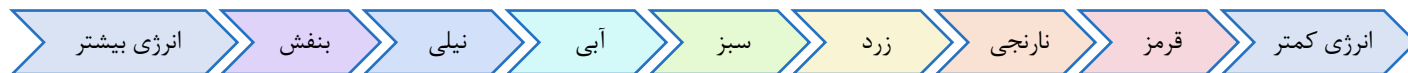
- الف - در بین امواج الکترومغناطیسی مرئی، طول موج پرتو سبز بلندتر از طول موج پرتو زرد است.
 - ب - چشم انسان، به یقین پرتوی الکترومغناطیسی که طول موج بلندتر از پرتو قرمز رنگ دارد را می‌بیند.
 - ج - با توجه به نور نشر شده، دمای شعله سوختن لیتیم و سدیم می‌تواند به ترتیب برابر 800°C و 1000°C باشد.
 - د - در بین امواج الکترومغناطیسی، فاصله یک قله تا قله بعدی، در پرتوهای ایکس بیشتر از پرتوهای گاما است.
- ۱) «الف» و «ب» ۲) «الف» و «ج» ۳) «ب» و «د» ۴) «ج» و «د»

(آسان - حفظی و مفهومی - سریع ۱ - صفحه ۲۲ - ۱۰۰۱)

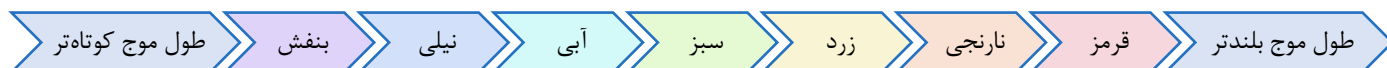
پاسخ: گزینه ۴

عبارات‌های (ج) و (د) درست هستند.

نور خورشید، اگرچه سفید به نظر می‌رسد اما با عبور از قطره‌های آب موجود در هوا که پس از بارش هنوز در هوا پراکنده است، تجزیه می‌شود و گستره‌ای پیوسته از رنگ‌ها را ایجاد می‌کند. این گستره رنگی، شامل بی‌نهایت طول موج از رنگ‌های گوناگون است. مقایسه انرژی پرتوهای مرئی موجود در نور خورشید به‌صورت زیر است:



مقایسه طول موج پرتوهای مرئی موجود در نور خورشید به‌صورت زیر است:



چشم انسان می‌تواند پرتوهای مرئی را ببیند. در بین پرتوهای مرئی، پرتو قرمز کم‌ترین انرژی و بلندترین طول موج را دارد. توجه داریم امواجی که طول موج آن‌ها از پرتو قرمز رنگ بلندتر باشد، در حیطه امواج مرئی قرار ندارند و نمی‌توان با چشم آن‌ها را دید.

لیتیم و سدیم حین سوختن به‌ترتیب پرتوهای قرمز و زرد منتشر می‌کنند. با توجه به بیشتر بودن انرژی پرتو زرد در مقایسه با پرتو قرمز، می‌توان گفت دمای سوختن سدیم بالاتر از دمای سوختن لیتیم است. جدول زیر، رنگ شعله برخی از عناصر فلزی را نشان می‌دهد:

فلز	لیتیم	سدیم	مس	منیزیم	آهن
رنگ شعله	قرمز	زرد	سبز	سفید	نارنجی

یکی از ویژگی‌های امواج الکترومغناطیسی، طول موج است. طول موج به‌صورت فاصله دو قله یا دو دره متوالی تعریف می‌شود. با افزایش طول موج یک پرتو، انرژی حمل‌شده توسط آن پرتو کاهش پیدا می‌کند. همان‌طور که می‌دانیم، پرتوهای ایکس در مقایسه با پرتوهای گاما انرژی کمتر و طول موج بلندتری دارند.



۷۹- عنصر فرضی X دارای دو ایزوتوپ با جرم‌های اتمی 18amu و 20amu است. اگر جرم اتمی میانگین این عنصر برابر 18.2amu باشد، نسبت شمار اتم‌های ایزوتوپ سبک به سنگین در این عنصر کدام بوده و یک نمونه $36/4$ گرمی از این عنصر، تقریباً دارای چند الکترون در ساختار خود است؟

$$\begin{aligned} (1) \quad & 1/0.8 \times 10^{25} - 5 \\ (2) \quad & 5/4 \times 10^{24} - 5 \\ (3) \quad & 1/0.8 \times 10^{25} - 9 \\ (4) \quad & 5/4 \times 10^{24} - 9 \end{aligned}$$

(آسان - محاسباتی - سریع - صفحه ۱۵ - ۱۰۰۱)

پاسخ: گزینه ۳

به اتم‌هایی که در هسته خود تعداد پروتون برابر و شمار نوترون متفاوتی دارند، ایزوتوپ یا هم‌مکان گفته می‌شود. برای محاسبه جرم اتمی میانگین یک عنصر از رابطه زیر استفاده می‌کنیم:

$$\dots + (\text{جرم اتمی ایزوتوپ دوم} \times \text{درصد فراوانی ایزوتوپ دوم}) + (\text{جرم اتمی ایزوتوپ اول} \times \text{درصد فراوانی ایزوتوپ اول}) = \text{جرم اتمی میانگین}$$

فراوانی ایزوتوپ سبک و سنگین را به‌ترتیب برابر x و y فرض می‌کنیم. حال جرم اتمی میانگین این عنصر را محاسبه می‌کنیم:

$$\text{جرم اتمی میانگین} = \frac{(18 \times x) + (20 \times y)}{100} = 18.2 \Rightarrow 18x + 20y = 1820$$

از طرفی مجموع فراوانی ایزوتوپ‌های یک عنصر برابر ۱۰۰ است. در پایان با حل دستگاه دو معادله و دو مجهول زیر، فراوانی هر ایزوتوپ را به‌دست می‌آوریم:

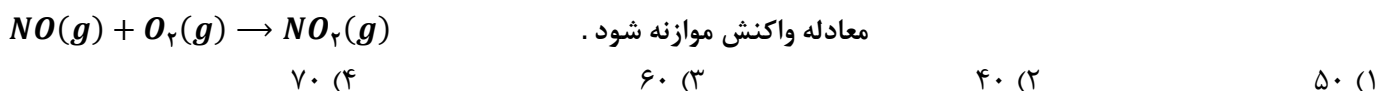
$$\begin{cases} 18x + 20y = 1820 \\ x + y = 100 \end{cases} \Rightarrow x = 90, y = 10$$

همان طور که مشخص است، فراوانی ایزوتوپ سبکتر، ۹ برابر ایزوتوپ دیگر است. در قدم بعد، شمار الکترون‌های موجود در یک نمونه $36/4$ گرمی از این عنصر را محاسبه می‌کنیم. توجه داریم که جرم مولی این عنصر برابر با $18/2$ گرم در نظر گرفته شده و با توجه به عدد اتمی، در هر اتم از این عنصر نیز ۹ الکترون وجود دارد. بر این اساس، داریم:

$$? e = 36/4 \text{ g X} \times \frac{1 \text{ mol X}}{18/2 \text{ g X}} \times \frac{9 \text{ mol e}}{1 \text{ mol X}} \times \frac{6/0.2 \times 10^{23} \text{ e}}{1 \text{ mol e}} = 1/0.8 \times 10^{25} \text{ e}$$



۸۰- مخلوطی به جرم ۷۵ گرم از گازهای نیتروژن مونوکسید و نیتروژن دی‌اکسید در اختیار داریم. اگر با وارد کردن مقدار کافی اکسیژن به ظرف حاوی این مخلوط و انجام کامل واکنش زیر، جرم مخلوط به ۹۱ گرم برسد، چند درصد جرمی از مخلوط اولیه توسط اکسید قهوه‌ای رنگ نیتروژن تشکیل شده است؟ ($O = 16, N = 14 : \text{g. mol}^{-1}$)



(آسان - محاسباتی - سریع ۵ - صفحه ۸۰ - ۱۰۰۲)

پاسخ: گزینه ۳

طی این فرایند، جرم مخلوط از ۷۵ گرم به ۹۱ گرم رسیده و به اندازه ۱۶ گرم افزایش پیدا کرده است. معادله این واکنش به صورت زیر است:

$$2NO(g) + O_2(g) \rightarrow 2NO_2(g)$$

عناصر نیتروژن و اکسیژن در واکنش با یکدیگر، مولکول‌های متفاوتی از جمله نیتروژن مونوکسید، نیتروژن دی‌اکسید، دی‌نیتروژن پنتاکسید و ... تولید می‌کنند. با توجه به واکنش انجام شده، افزایش جرم مخلوط به اندازه ۱۶ گرم، مربوط به مصرف شدن گاز اکسیژن است. این مقدار از گاز اکسیژن، با نیتروژن مونوکسید وارد واکنش شده است؛ بنابراین می‌توان گفت در این واکنش ۱۶ گرم گاز اکسیژن مصرف شده است. حال جرم گاز نیتروژن مونوکسید مصرف شده را محاسبه می‌کنیم:

$$? \text{ g NO} = 16 \text{ g O}_2 \times \frac{1 \text{ mol O}_2}{32 \text{ g O}_2} \times \frac{2 \text{ mol NO}}{1 \text{ mol O}_2} \times \frac{30 \text{ g NO}}{1 \text{ mol NO}} = 30 \text{ g}$$

با توجه به محاسبات اولیه، مخلوط اولیه شامل ۳۰ گرم نیتروژن مونوکسید و ۴۵ گرم نیتروژن دی‌اکسید بوده است. توجه داریم که منظور از اکسید قهوه‌ای رنگ نیتروژن، گاز نیتروژن دی‌اکسید است. در پایان درصد جرمی این گاز را به دست می‌آوریم:

$$\text{درصد جرمی NO}_2 = \frac{\text{جرم NO}_2}{\text{جرم کل مخلوط}} \times 100 = \frac{45}{75} \times 100 = 60 \text{ درصد}$$



۸۱- کدام یک از عبارتهای زیر درست است؟ ($O = 16, N = 14 : \text{g. mol}^{-1}$)

- (۱) با وارد کردن ۱۰ گرم گاز نیتروژن به ظرف در بسته حاوی ۱۰ گرم گاز اکسیژن، فشار گازها در ظرف بیش از ۲ برابر می‌شود.
- (۲) با وصل کردن دو ظرف یکسان حاوی ۱۰ گرم گاز اکسیژن به یکدیگر، فشار وارد شده به دیواره ظرفها افزایش می‌یابد.
- (۳) در شرایط یکسان از نظر فشار، دما و جرم گاز، حجم نمونه کربن دی‌اکسید از حجم نمونه کربن مونوکسید بیشتر است.
- (۴) اگر دمای یک نمونه گازی را افزایش داده و گاز موجود را به ظرف کوچک‌تر انتقال دهیم، فشار گاز کاهش پیدا می‌کند.

(سخت - مفهومی - استاندارد ۵ - صفحه ۷۸ - ۱۰۰۲)

پاسخ: گزینه ۱

رابطه کلی قانون گازها که ارتباط میان مؤلفه‌های مختلف را نشان می‌دهد، به صورت زیر است:

$$PV = nRT$$

با توجه به قانون گازها، فشار گازها با مول گاز موجود در نمونه رابطه مستقیم دارد. جرم مولی گاز نیتروژن کمتر از جرم مولی گاز اکسیژن است؛ بنابراین در جرم برابر از این دو گاز، مول گاز نیتروژن بیشتر است. پس می‌توان گفت با افزودن ۱۰ گرم گاز نیتروژن به ظرف حاوی ۱۰ گرم گاز اکسیژن، شمار مول گازی موجود در ظرف بیش از دو برابر شده و فشار ظرف نیز بیش از دو برابر حالت اولیه خواهد شد.

بررسی سایر گزینه‌ها:

۲) با وصل کردن دو ظرف یکسان که حاوی مول برابری از گازها هستند، حجم دو برابر شده و مول گاز نیز دو برابر می‌شود؛ بنابراین می‌توان گفت با ایجاد این تغییر، فشار وارد بر دیواره ظرف تغییر نخواهد کرد.

۳) در شرایط یکسان از نظر فشار و دما، حجم یک نمونه گازی با مول آن رابطه مستقیم دارد. جرم مولی کربن مونوکسید با فرمول شیمیایی CO ، در مقایسه با جرم مولی کربن دی‌اکسید با فرمول شیمیایی CO_2 ، کم‌تر بوده و بنابراین در جرم برابر، شمار مول گاز CO بیشتر است. پس می‌توان گفت نمونه حاوی کربن مونوکسید **حجم بیشتری** اشغال خواهد کرد.

۴) فشار یک نمونه گازی با دمای آن رابطه مستقیم داشته و با حجم آن رابطه عکس دارد؛ بنابراین می‌توان گفت با افزایش دما و کاهش حجم یک نمونه گازی، فشار وارد بر دیواره ظرف قطعاً افزایش پیدا خواهد کرد.



۸۲- مقدار ۳۰۰ میلی‌لیتر محلول ۴۰ درصد جرمی سدیم هیدروکسید با چگالی 1.06 g mL^{-1} را با ۲۰۰ میلی‌لیتر محلول ۲۰ درصد جرمی آن با چگالی 1.02 g mL^{-1} مخلوط می‌کنیم. مقدار ۶۰۰ گرم از محلول حاصل، حاوی چند گرم یون سدیم بوده و این محلول، با چند لیتر محلول ۰/۱ مولار منیزیم کلرید واکنش می‌دهد؟ ($Na = 23, O = 16, H = 1 : \text{g. mol}^{-1}$)

(۱) ۶۹ - ۲۵ (۲) ۱۱۵ - ۲۵ (۳) ۶۹ - ۱۵ (۴) ۱۱۵ - ۱۵

(متوسط - محاسباتی - استاندارد) - صفحه ۱۰۰ - ۱۰۰۳

پاسخ: گزینه ۲

حجم هر محلول و چگالی آن محلول داده شده است. برای حل سؤال ابتدا جرم سدیم هیدروکسید ($NaOH$) حل شده در هر یک از محلول‌های اولیه را محاسبه می‌کنیم:

$$\text{جرم کل} \times \text{درصد جرمی} = \text{جرم سدیم هیدروکسید} \Rightarrow 100 \times \frac{\text{جرم سدیم هیدروکسید}}{\text{جرم کل}} = \text{درصد جرمی} : \text{محلول اول}$$

$$= \frac{40 \times (300 \times 1/6)}{100} = 192 \text{ g}$$

$$\text{جرم کل} \times \text{درصد جرمی} = \text{جرم سدیم هیدروکسید} \Rightarrow 100 \times \frac{\text{جرم سدیم هیدروکسید}}{\text{جرم کل}} = \text{درصد جرمی} : \text{محلول دوم}$$

$$= \frac{20 \times (200 \times 1/2)}{100} = 48 \text{ g}$$

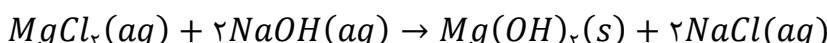
در مرحله بعد، درصد جرمی محلول حاصل از مخلوط شدن دو محلول اولیه را به‌دست می‌آوریم:

$$\text{درصد} = \frac{100}{3} = \frac{240}{720} \times 100 = \frac{\text{جرم سدیم هیدروکسید}}{\text{جرم کل}} \times 100 = \text{درصد جرمی}$$

در پایان جرم یون سدیم موجود در ۶۰۰ گرم از مخلوط پایانی را محاسبه می‌کنیم:

$$? \text{ g Na}^+ = 600 \text{ g محلول} \times \frac{100}{3} \frac{\text{g NaOH}}{\text{محلول}} \times \frac{1 \text{ mol NaOH}}{40 \text{ g NaOH}} \times \frac{1 \text{ mol Na}^+}{1 \text{ mol NaOH}} \times \frac{23 \text{ g Na}^+}{1 \text{ mol Na}^+} = 115 \text{ g}$$

معادله واکنش میان محلول سدیم هیدروکسید و محلول منیزیم کلرید به‌صورت زیر است:



بر این اساس، حجم محلول منیزیم کلرید ۰/۱ مولار که با محلول مورد نظر واکنش می‌دهد را محاسبه می‌کنیم. در این رابطه، داریم:

$$? \text{ L محلول} = 600 \text{ g محلول} \times \frac{100}{3} \frac{\text{g NaOH}}{\text{محلول}} \times \frac{1 \text{ mol NaOH}}{40 \text{ g NaOH}} \times \frac{1 \text{ mol MgCl}_2}{2 \text{ mol NaOH}} \times \frac{1 \text{ L محلول}}{1 \text{ mol MgCl}_2} = 25 \text{ L}$$

۸۳- کدام یک از عبارات‌های زیر درست است؟ ($Na = 23, O = 16, C = 12 : g.mol^{-1}$)

- ۱) شمار اتم‌ها در واحد فرمولی هیدروکسید فلزهای قلیایی خاکی، برابر با شمار اتم‌ها در کربنات آن فلز است.
- ۲) اگر آنیون لیتیم فسفات را با یون سیلیکات جایگزین کنیم، نسبت کاتیون به آنیون در آن ۱ واحد کاهش می‌یابد.
- ۳) اگر فرمول شیمیایی کلسیم اگزالات به صورت CaC_2O_4 باشد، جرم مولی سدیم اگزالات برابر ۱۱۱ گرم خواهد بود.
- ۴) اگر فرمول شیمیایی سدیم پراکسید به صورت Na_2O_2 باشد، فرمول منیزیم پراکسید به صورت Mg_2O خواهد بود.

پاسخ: گزینه ۱

(متوسط - مفهومی - استاندارد ۵ - صفحه ۹۲ - ۱۰۰۳)

به فلزهای موجود در گروه ۲ جدول تناوبی، فلزهای قلیایی خاکی گفته می‌شود. برای مثال، کلسیم و منیزیم از جمله فلزهای قلیایی خاکی هستند. این عناصر با تبدیل شدن به کاتیون A^{2+} ، در تشکیل ترکیب‌های یونی شرکت می‌کنند. بر این اساس، می‌توان گفت فرمول شیمیایی هیدروکسید و کربنات این فلزها به ترتیب به صورت $A(OH)_2$ و ACO_3 خواهد بود. همان‌طور که مشخص است، شمار اتم‌های موجود در این دو ترکیب یونی، برابر ۵ است.

بررسی سایر گزینه‌ها:

۲) اگر آنیون لیتیم فسفات (Li_3PO_4) یعنی یون فسفات را با آنیون سیلیکات (SiO_4^{4-}) جابه‌جا کنیم، ترکیب یونی لیتیم سیلیکات با فرمول شیمیایی Li_4SiO_4 حاصل می‌شود. همان‌طور که مشخص است، با ایجاد این تغییر نسبت کاتیون به آنیون در فرمول شیمیایی، ۱ واحد افزایش پیدا می‌کند.

۳) با توجه به فرمول کلسیم اگزالات، فرمول شیمیایی یون اگزالات به صورت $C_2O_4^{2-}$ بوده و از ترکیب آن با یون سدیم، ترکیب سدیم اگزالات با فرمول شیمیایی $Na_2C_2O_4$ حاصل می‌شود. جرم مولی این ترکیب برابر با ۱۳۴ گرم است.

۴) با توجه به فرمول شیمیایی سدیم پراکسید، فرمول شیمیایی یون پراکسید به صورت O_2^{2-} بوده و در ترکیب با یون منیزیم، ترکیب یونی منیزیم پراکسید با فرمول شیمیایی MgO_2 را تولید می‌کند.



۸۴- معادله انحلال‌پذیری یک نمک در آب به صورت $S = 0.5\theta + 40$ است. اگر دمای ۳۰۰ گرم از محلول حاوی این نمک را از $40^\circ C$ به $80^\circ C$ برسانیم، محلول حاصل حداکثر می‌تواند ۶۰ گرم نمک دیگر را در خود حل کند. اگر چگالی محلول اولیه برابر 1.2 گرم بر میلی‌لیتر باشد، غلظت مولار نمک در این محلول کدام است؟ (جرم مولی نمک را برابر $125 g.mol^{-1}$ در نظر بگیرید).

۴ (۱) ۱/۶ (۲) ۳/۲ (۳) ۲ (۴)

پاسخ: گزینه ۳

(متوسط - محاسباتی - استاندارد ۵ - صفحه ۱۰۳ - ۱۰۰۳)

معادله انحلال‌پذیری، مقدار انحلال‌پذیری یک ماده در دماهای مختلف را مشخص می‌کند. معادله انحلال‌پذیری نمک مورد نظر به صورت $S = 0.5\theta + 40$ است. بر این اساس، مقدار انحلال‌پذیری این نمک را در دمای $80^\circ C$ محاسبه می‌کنیم:

$$\theta = 80 : S = 80 \times 0.5 + 40 = 80 \text{ g} / 100 \text{ g } H_2O$$

با توجه به گفته سؤال، ۳۰۰ گرم محلول داشته‌ایم که ۶۰ گرم نمک جدید در آن حل شده است. بر این اساس، می‌توان گفت محلول ایجادشده در دمای $80^\circ C$ ، معادل با ۳۶۰ گرم محلول سیرشده است. حال مقدار حل‌شونده موجود در این محلول را به دست می‌آوریم:

$$S = \frac{\text{جرم نمک حل‌شده}(x)}{\text{جرم آب}} \times 100 \Rightarrow 80 = \frac{x}{360 - x} \times 100 \Rightarrow x = 160 \text{ g}$$

با توجه به محاسبات انجام شده، می‌توان گفت محلول اولیه شامل ۱۰۰ گرم حل‌شونده و ۲۰۰ گرم آب بوده است. حال مول نمک حل‌شده و حجم محلول را به دست می‌آوریم:

$$\text{مول} = \frac{\text{جرم}}{\text{جرم مولی}} = \frac{160 \text{ g}}{125 g.mol^{-1}} = 1.28 \text{ mol}$$

$$\text{حجم} = \frac{\text{جرم}}{\text{چگالی}} = \frac{300 \text{ g}}{1.2 g.mL^{-1}} = 250 \text{ mL}$$

در پایان غلظت مولی اولیه را محاسبه می‌کنیم:

$$\text{غلظت مولی} = \frac{\text{مول}}{\text{حجم}} = \frac{0.8 \text{ mol}}{0.25 \text{ L}} = 3.2 \text{ mol.L}^{-1}$$



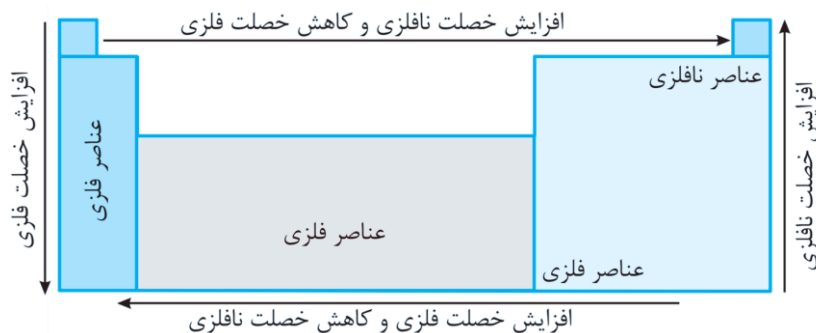
۸۵- کدام گزینه در رابطه با عناصر موجود در جدول تناوبی درست است؟

- (۱) در بین عناصر متوالی دوره سوم، بیشترین تفاوت شعاع اتمی بین دو فلز اصلی جدول تناوبی وجود دارد.
- (۲) در دوره سوم جدول تناوبی، شعاع اتمی عناصر با تمایل آن‌ها به گرفتن الکترون رابطه عکس دارد.
- (۳) در عناصر موجود در یک گروه، برخلاف عناصر یک دوره، خاصیت فلزی با شعاع اتمی رابطه عکس دارد.
- (۴) با توجه به روند اتمی، عناصری با بیشترین خاصیت فلزی و نافلزی، در یک دوره از جدول تناوبی قرار گرفته‌اند.

(آسان - مفهومی - سریع ۵ - صفحه ۱۳ - ۱۱۰۱)

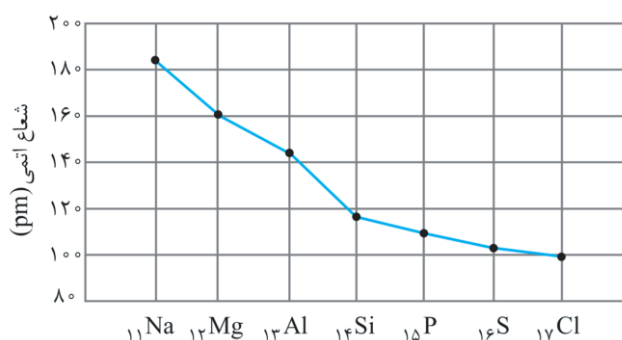
پاسخ: گزینه ۲

با طی کردن یک دوره از چپ به راست، تعداد لایه‌های الکترونی ثابت بوده و با افزایش شمار پروتون‌های موجود در هسته اتم، جاذبه بر لایه آخر الکترونی افزایش پیدا می‌کند. با افزایش جاذبه بر لایه آخر الکترونی، شعاع اتمی کاهش پیدا می‌کند. از طرفی با طی یک دوره از چپ به راست، خاصیت نافلزی عناصر یا همان تمایل به گرفتن الکترون افزایش پیدا می‌کند. در این رابطه، داریم:



بررسی سایر گزینه‌ها:

۱- در بین عناصر موجود در دوره سوم، بیشترین تفاوت شعاع اتمی بین عناصر آلومینیم و سیلیسیم است. سیلیسیم برخلاف آلومینیم از جمله عناصر شبه‌فلز جدول تناوبی است. نمودار زیر، روند تغییر شعاع اتمی در این تناوب را نشان می‌دهد:



۳- در عناصر موجود در یک گروه از جدول تناوبی، همانند عناصر موجود در یک دوره از جدول تناوبی، خاصیت فلزی و نافلزی عناصر با شعاع اتمی به ترتیب رابطه مستقیم و عکس دارند.

۴- عنصری با بیشترین خاصیت نافلزی، فلوئور بوده و در دوره دوم جدول تناوبی قرار گرفته است. از طرفی عنصری که بیشترین خاصیت فلزی را دارد، در دوره هفتم از گروه اول قرار گرفته است.



۸۶- از واکنش ۳۰ گرم آلومینیم در واکنش ترمیت، $40/8$ گرم ترکیب یونی تولید شده است. اگر بازده واکنش برابر با ۸۰ درصد باشد، درصد خلوص آلومینیم استفاده شده چقدر بوده و با استفاده از آهن تولید شده، چند گرم آلیاژ فلزی که درصد جرمی آهن در آن برابر با ۷٪ باشد را می توان تهیه کرد؟ ($Fe = 56, Al = 27, O = 16 : g.mol^{-1}$)

(۴) ۸۰ - ۶۴۰

(۳) ۹۰ - ۶۴۰

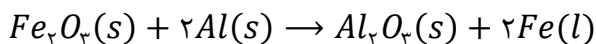
(۲) ۸۰ - ۴۸۰

(۱) ۹۰ - ۴۸۰

(متوسط - محاسباتی - استاندارد) - صفحه ۲۴ - ۱۱۰۱

پاسخ: گزینه ۳

معادله موازنه شده واکنش ترمیت به صورت زیر است:



آلومینیم اکسید، ترکیب یونی تولید شده در این واکنش است. ابتدا مقدار نظری آلومینیم اکسید تولید شده را محاسبه می کنیم:

$$g = \frac{\text{مقدار عملی}}{\text{مقدار نظری}} \times 100 \Rightarrow \frac{40/8}{80} \times 100 = 51$$

در مرحله بعد، با توجه به معادله واکنش انجام شده، جرم آلومینیم مصرف شده را به دست می آوریم:

$$g Al = 51 g Al_2O_3 \times \frac{1 mol Al_2O_3}{102 g Al_2O_3} \times \frac{2 mol Al}{1 mol Al_2O_3} \times \frac{27 g Al}{1 mol Al} = 27 g$$

در پایان درصد خلوص آلومینیم را محاسبه می کنیم:

$$\text{درصد خلوص} = \frac{\text{مقدار خالص}}{\text{مقدار کل}} \times 100 = \frac{27}{30} \times 100 = 90$$

برای حل قسمت دوم سؤال، باید جرم فلز آهن تولید شده در این واکنش را محاسبه کنیم. داریم:

$$g Fe = 40/8 g Al_2O_3 \times \frac{1 mol Al_2O_3}{102 g Al_2O_3} \times \frac{2 mol Fe}{1 mol Al_2O_3} \times \frac{56 g Fe}{1 mol Fe} = 44/8 g$$

بر این اساس، جرم آلیاژی که درصد جرمی آهن در آن برابر با ۷٪ است را محاسبه می کنیم:

$$g \text{ آلیاژ} = 44/8 g Fe \times \frac{100 g \text{ آلیاژ}}{7 g Fe} = 640 g$$



۸۷- کدام موارد از عبارتهای زیر درست هستند؟

الف - تفاوت شمار پیوندهای اشتراکی در سومین عضو آلکانها و سومین عضو آلکنها برابر ۱ است.

ب - با افزایش شمار اتمهای کربن در ساختار مولکول آلکانها، مقدار گرانی روی آنها افزایش پیدا می کند.

ج - تفاوت شمار اتمهای هیدروژن در دکان و مولکول حاصل از واکنش نفتالن با مقدار کافی هیدروژن، برابر ۴ است.

د - نخستین آلکانی که در دمای اتاق به حالت مایع حضور دارد، در ساختار مولکولی خود ۱۰ پیوند کربن-هیدروژن دارد.

(۴) «ب» و «د»

(۳) «ب» و «ج»

(۲) «الف» و «د»

(۱) «الف» و «ج»

(متوسط - مفهومی - استاندارد) - صفحه ۴۳ - ۱۱۰۱

پاسخ: گزینه ۳

عبارتهای (ب) و (ج) درست هستند.

بررسی موارد:

سومین عضو خانواده آلکانها و سومین عضو خانواده آلکنها به ترتیب معادل با پروپان با فرمول شیمیایی C_3H_8 و بوتن با فرمول

شیمیایی C_4H_8 هستند. شمار پیوندهای اشتراکی موجود در ساختار پروپان و بوتن به ترتیب برابر با ۱۰ و ۱۲ است. همان طور که

مشخص است، تفاوت شمار پیوندهای اشتراکی این دو هیدروکربن برابر ۲ است.

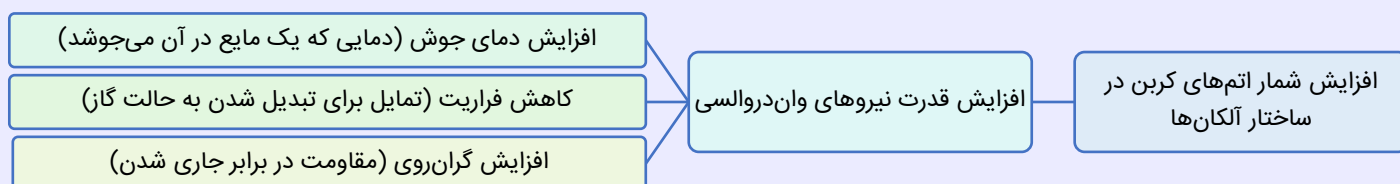
جدول زیر شمار پیوندهای موجود در ساختار سه خانواده اصلی هیدروکربن‌ها را نشان می‌دهد:

نوع هیدروکربن	فرمول مولکولی	پیوند C-C	پیوند C=C	پیوند C≡C	پیوند C-H	کل پیوندها
آلکان	C_nH_{2n+2}	$n-1$	-	-	$2n+2$	$3n+1$
آلکن	C_nH_{2n}	$n-2$	۱	-	$2n$	$3n$
آلکین	C_nH_{2n-2}	$n-2$	-	۱	$2n-2$	$3n-1$

با افزایش شمار اتم‌های کربن در آلکان‌ها، نیروی بین مولکولی آن‌ها افزایش پیدا می‌کند. با افزایش نیروی بین مولکولی آلکان‌ها، نقطه جوش و گرانروی آن‌ها افزایش پیدا کرده و فراریت آن‌ها کاهش پیدا می‌کند.

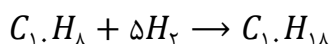
خواص آلکان‌ها

به مقاومتی که یک مایع در برابر جاری شدن از خود نشان می‌دهد، گرانروی گفته می‌شود. با افزایش شمار اتم‌های کربن موجود در آلکان‌ها (n)، مولکول‌های سازنده این مواد با نیروی بیشتری یکدیگر را جذب کرده و به همین خاطر، میزان گرانروی آن‌ها افزایش پیدا می‌کند. در واقع، گرانروی آلکان‌ها با شمار اتم‌های کربن موجود در ساختار آن‌ها رابطه مستقیم دارد. نمودار زیر، تغییر خواص کلی آلکان‌ها را بر اساس تغییر تعداد اتم‌های کربن آن‌ها نشان می‌دهد:



با توجه به مقدار گشتاور دوقطبی و نوع نیروهای بین مولکولی در آلکان‌ها، این مواد نامحلول در آب بوده و فقط در حلال‌های ناقطبی مثل هگزان و چربی‌ها (چربی‌ها از جمله مواد آلی ناقطبی با $\mu \approx 0$ هستند) حل می‌شوند.

معادله واکنش هیدروژن‌دار شدن نفتالن به صورت زیر است:



دکان نیز دهمین عضو خانواده آلکان‌ها با فرمول شیمیایی $C_{10}H_{22}$ است. همان‌طور که مشخص است، تفاوت شمار اتم‌های هیدروژن در ساختار این دو ترکیب برابر ۴ است.

آلکان‌هایی با ۱ تا ۴ اتم کربن، نقطه جوش پایین‌تر از دمای اتاق داشته و در این دما به حالت گاز یافت می‌شوند. از طرفی نقطه جوش پنجمین عضو خانواده آلکان‌ها یعنی پنتان (C_5H_{12})، کمی بالاتر از دمای اتاق بوده و در این دما به حالت مایع یافت می‌شود. توجه داریم که شمار پیوندهای کربن - هیدروژن در آلکان‌ها برابر با شمار اتم‌های هیدروژن آن‌ها است، پس می‌توان گفت پنتان دارای ۱۲ پیوند کربن - هیدروژن است.



۸۸- یک نمونه پروپن، با ۴۸ گرم گاز هیدروژن مخلوط شده است. اگر با قرار گرفتن این نمونه در معرض مقدار کافی گاز اکسیژن، پس از زدن یک جرقه، مقدار مول بخار آب تولید شده ۵ برابر مقدار مول گاز کربن دی‌اکسید تولید شده باشد، درصد خلوص پروپن در نمونه مورد نظر به تقریب چقدر بوده است؟ ($C = 12, H = 1 : g.mol^{-1}$)

۵۴/۵ (۴)

۴۵/۹ (۳)

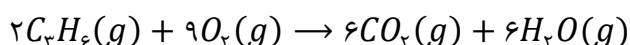
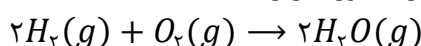
۷۴/۸ (۲)

۶۳/۶ (۱)

(سخت - محاسباتی - زمان‌بر) - صفحه ۴۱ - ۱۱۰۱

پاسخ: گزینه ۱

نمونه مورد نظر دارای گازهای پروپن و هیدروژن است. معادله موازنه شده واکنش سوختن این دو گاز به صورت زیر است:



ابتدا مول بخار آب تولید شده از سوختن گاز هیدروژن را محاسبه می‌کنیم:

$$? mol H_2O = 48 g H_2 \times \frac{1 mol H_2}{2 g H_2} \times \frac{2 mol H_2O}{2 mol H_2} = 24 mol$$

در ادامه مول پروپن موجود در مخلوط اولیه را برابر با x فرض کرده و مول بخار آب و کربن دی اکسید تولید شده را به دست می آوریم:

$$? \text{ mol } CO_2 = x \text{ mol } C_3H_6 \times \frac{6 \text{ mol } CO_2}{2 \text{ mol } C_3H_6} = 3x \text{ mol}$$

$$? \text{ mol } H_2O = x \text{ mol } C_3H_6 \times \frac{6 \text{ mol } H_2O}{2 \text{ mol } C_3H_6} = 3x \text{ mol}$$

حال با استفاده از نسبت مول گازهای تولید شده، مقدار مؤلفه x را محاسبه می کنیم:

$$\frac{\text{مول } H_2O}{\text{مول } CO_2} = \frac{3x + 24}{3x} = 5 \Rightarrow x = 2$$

در پایان درصد خلوص پروپن را به دست می آوریم:

$$\text{درصد خلوص} = \frac{\text{جرم پروپن}}{\text{جرم کل}} \times 100 = \frac{2 \times 42}{C_3H_6 \text{ جرم} + H_2 \text{ جرم}} \times 100 = \frac{2 \times 42}{(2 \times 42) + (24 \times 2)} \times 100 \approx 63/6 \%$$



۸۹- کدام یک از گزینه های زیر نادرست است؟

- (۱) گرما دادن به مواد همواره باعث افزایش میانگین انرژی جنبشی ذرات می شود.
- (۲) گرما در توصیف یک فرایند به کاررفته و برابر با انرژی مبادله شده میان دو جسم، به دلیل تفاوت دما است.
- (۳) دما، برای توصیف یک نمونه به کاررفته و نشان دهنده میانگین تندی و میانگین انرژی جنبشی ذرات یک ماده است.
- (۴) برای افزایش دمای نمونه هایی به جرم برابر از روغن زیتون و آب به مقدار برابر، نمونه روغن انرژی کمتری مصرف می کند.

(آسان - حفظی و مفهومی - سریع - صفحه ۵۹ - ۱۱۰۲)

پاسخ: گزینه ۱

به مقدار انرژی گرمایی که به دلیل تفاوت دمایی بین دو نمونه مبادله می شود، گرما گفته می شود. توجه داریم که گاهی با دادن گرما به نمونه های مختلف، دما ثابت مانده و میانگین انرژی جنبشی افزایش پیدا نمی کند. یکی از این حالت ها زمانی است که آب در دمای $100^\circ C$ ، در حال تغییر حالت از مایع به گاز است. در این حالت، دما ثابت مانده و گرمای مصرف شده صرفاً موجب تغییر حالت ماده می شود.

بررسی سایر گزینه ها:

(۲) از گرما صرفاً برای بیان مقدار انرژی مبادله شده در یک فرایند استفاده می شود؛ بنابراین اصطلاحاتی مانند (گرمای نمونه)، از نظر علمی نادرست است.

(۳) دمای یک نمونه ماده، نشان دهنده میانگین انرژی جنبشی یا میانگین تندی ذرات آن است. با دادن گرما به نمونه، مقدار دمای آن نمونه افزایش و با گرفتن گرما از آن، دمای نمونه کاهش پیدا می کند.



دما

دما کمیتی است که میزان گرمی و سردی یک نمونه ماده را نشان می دهد. از دیدگاه ذره ای، هر چه دمای یک نمونه از ماده بالاتر باشد، جنبش های نامنظم ذره های سازنده آن ماده نیز شدیدتر است؛ به عبارت دیگر، هر چه دمای یک ماده بالاتر باشد، میانگین سرعت (تندی) و میانگین انرژی جنبشی ذرات سازنده آن ماده نیز بیشتر است. در چنین شرایطی دمای یک ماده را می توان به عنوان معیاری برای توصیف میانگین تندی و میانگین انرژی جنبشی ذره های سازنده آن ماده در نظر گرفت؛ به عبارت دیگر، میانگین تندی حرکت ذرات یک ماده فقط به دمای آن ماده وابسته است. بر این اساس، می توان گفت میانگین تندی حرکت مولکول های H_2O در دو نمونه از آب با دمای یکسان، با هم برابر است. جدول زیر، مقایسه دما و انرژی گرمایی را برای یک نمونه از ماده نشان می دهد:

کمیت	تعریف	وابستگی به تعداد ذرات (جرم) ماده	وابستگی به تندی حرکت ذرات ماده
انرژی گرمایی	به مجموع انرژی جنبشی ذرات سازنده یک نمونه از ماده، انرژی گرمایی گفته می شود.	دارد	دارد
دما	کمیتی است که میانگین انرژی جنبشی ذرات سازنده یک نمونه از ماده را نشان می دهد.	ندارد	دارد

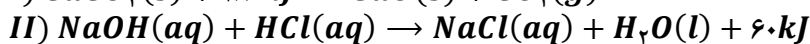
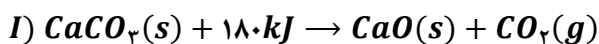
ظرفیت گرمایی ویژه روغن کمتر از آب است. از طرفی جرم نمونه‌های آب و روغن برابر فرض شده است. پس می‌توان گفت انرژی لازم برای افزایش دمای نمونه روغن کمتر از انرژی لازم برای افزایش دمای نمونه آب است.

روغن و چربی

روغن و چربی از جمله ترکیب‌های آلی هستند که به دلیل تفاوت در ساختار، رفتارهای فیزیکی و شیمیایی متفاوتی دارند. روغن دارای حالت فیزیکی مایع (l) بوده و چربی دارای حالت فیزیکی جامد (s) است. از دیدگاه شیمیایی، در ساختار مولکول‌های روغن پیوندهای دوگانه بیشتری وجود داشته و به همین خاطر، روغن در مقایسه با چربی واکنش‌پذیری بیشتری دارد. هرچقدر که تعداد پیوندهای دوگانه در یک نمونه از روغن بیشتر باشد، آن نمونه از روغن با سرعت بالاتری با محلول برم واکنش داده و آن را بی‌رنگ می‌کند. توجه داریم که روغن، از جمله مواد غذایی است که ما ایرانی‌ها در مقایسه با سایر مردم جهان از آن بیشتر استفاده می‌کنیم. بسته‌بندی انواع روغن‌های گیاهی در ظرف‌های کدر، موجب جلوگیری از برخورد نور با این ماده غذایی و افزایش مدت زمان ماندگاری آن می‌شود.



۹۰- به ۲۴۰ گرم سدیم هیدروکسید، ۱۲ لیتر محلول هیدروکلریک اسید اضافه می‌کنیم. اگر گرمای آزاد شده در این واکنش را صرف تجزیه کلسیم کربنات کنیم، تفاوت جرم اتم‌های اکسیژن در فراورده‌های تولید شده چند گرم شده و مقدار pH محلول هیدروکلریک اسید مصرف شده، چقدر می‌شود؟ ($Ca = 40, Na = 23, O = 16, C = 12, H = 1 : g.mol^{-1}$)



۰/۳ - ۳۲ (۴)

۰/۳ - ۱۶ (۳)

۰/۷ - ۳۲ (۲)

۰/۷ - ۱۶ (۱)

(متوسط - محاسباتی - استاندارد - صفحه ۶۴ - ۱۱۰۲)

پاسخ: گزینه ۴

در واکنش خنثی شدن، مقدار ۲۴۰ گرم سدیم هیدروکسید مصرف شده است. ابتدا مقدار انرژی تولید شده در واکنش خنثی شدن سدیم هیدروکسید با هیدروکلریک اسید را محاسبه می‌کنیم:

$$? kJ = 240. g NaOH \times \frac{1 mol NaOH}{40. g NaOH} \times \frac{60. kJ}{1 mol NaOH} = 360. kJ$$

با توجه به صورت سؤال، انرژی مصرف شده در واکنش تجزیه کلسیم کربنات نیز ۳۶۰ کیلوژول است. حال جرم اتم‌های اکسیژن موجود در فراورده‌های این واکنش را به دست می‌آوریم:

$$? g O = 360. kJ \times \frac{1 mol CaO}{180. kJ} \times \frac{1 mol O}{1 mol CaO} \times \frac{16 g O}{1 mol O} = 32 g$$

$$? g O = 360. kJ \times \frac{1 mol CO_2}{180. kJ} \times \frac{2 mol O}{1 mol CO_2} \times \frac{16 g O}{1 mol O} = 64 g$$

همان‌طور که مشخص است، تفاوت جرم اتم‌های اکسیژن در فراورده‌های تولید شده در واکنش تجزیه کلسیم کربنات ۳۲ گرم است. در قدم بعد، مقدار مول هیدروکلریک اسید مصرف شده را محاسبه می‌کنیم:

$$? mol HCl = 240. g NaOH \times \frac{1 mol HCl}{40. g NaOH} = 6 mol$$

در قدم بعد، غلظت و مقدار pH محلول اسیدی مصرف شده را محاسبه می‌کنیم:

$$[HCl] = \frac{HCl \text{ مول}}{\text{لیتر محلول}} = \frac{6 mol HCl}{12 L \text{ محلول}} = 0.5 mol.L^{-1} \implies [H^+] = 0.5 mol.L^{-1}$$

$$pH = -\log[H^+] = -\log(0.5) = 0.3$$



۹۱- کدام یک از گزینه‌های زیر درست است؟

- ۱) آنتالپی سوختن اتان معادل با تغییر آنتالپی واکنش موازنه شده سوختن آن است.
- ۲) در بین آلکان‌ها، بزرگ‌ترین ارزش سوختی مربوط به ماده سازنده اصلی گاز طبیعی است.
- ۳) گرمای حاصل از سوختن ۴ گرم H_2 بیشتر از گرمای حاصل از سوختن ۴ گرم اتم مجزای H است.
- ۴) بین دو ترکیب آلی مختلف، اندازه آنتالپی سوختن ترکیبی با جرم مولی بیشتر، به یقین بزرگ‌تر از ترکیب دیگر است.

پاسخ: گزینه ۲

(متوسط - حفظی و مفهومی - استاندارد ۲ - صفحه ۷۳ - ۱۱۰۲)

متان نخستین عضو خانواده آلکان‌ها بوده و در بین اعضای این خانواده، بزرگ‌ترین ارزش سوختی را دارد. این هیدروکربن سازنده اصلی گازهای طبیعی بوده و به‌عنوان گاز مرداب نیز معروف است.

ارزش سوختی

به مقدار انرژی تولید شده در واکنش سوختن ۱ گرم از یک ماده سوختنی، ارزش سوختی گفته می‌شود. به‌عنوان مثال، اگر به ازای سوختن کامل هر گرم گاز اتان ۵۰ کیلوژول انرژی تولید شود، ارزش سوختی این ماده معادل با ۵۰ کیلوژول بر گرم ($kJ \cdot g^{-1}$) است. برای محاسبه ارزش سوختی یک نمونه ماده، از رابطه زیر استفاده می‌شود:

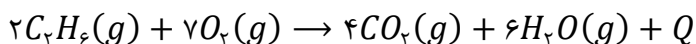
$$\text{ارزش سوختی} = \frac{\text{مقدار انرژی آزاد شده بر حسب کیلوژول}}{\text{جرم نمونه ماده بر حسب گرم}}$$

بین آنتالپی سوختن یک ماده و ارزش سوختی آن رابطه زیر برقرار است:

$$\text{ارزش سوختی} (kJ \cdot g^{-1}) = \frac{|\text{آنتالپی سوختن} (kJ \cdot mol^{-1})|}{\text{جرم مولی} (g \cdot mol^{-1})}$$

بررسی سایر گزینه‌ها:

معادله موازنه شده سوختن اتان به‌صورت زیر است:



به انرژی آزاد شده حین سوختن یک مول از ماده سوختنی، آنتالپی سوختن گفته می‌شود. توجه داریم که در این واکنش، ضریب گاز اتان برابر با ۲ بوده و بر این اساس، می‌توان گفت آنتالپی واکنش موازنه شده سوختن اتان، ۲ برابر آنتالپی سوختن این گاز است.

اتم هیدروژن در مقایسه با مولکول هیدروژن انرژی بیشتری دارد. در واکنش‌های گرماده از جمله واکنش‌های سوختن، با افزایش انرژی واکنش‌دهنده، انرژی آزاد شده افزایش پیدا می‌کند. پس می‌توان گفت گرمای حاصل از سوختن اتم هیدروژن، بیشتر از گرمای حاصل از سوختن مولکول هیدروژن است.

جرم مولی ترکیب آلی لزوماً با اندازه آنتالپی سوختن ارتباط مستقیم ندارد. برای مثال در میان ترکیب‌های مختلف هم‌کربن، جرم مولی آلکان‌ها کمتر از جرم مولی الکل‌ها است. این در حالی است که گرمای حاصل از سوختن ۱ مول از آلکان، بیشتر از گرمای حاصل از سوختن ۱ مول الکل است.

مقایسه تغییر آنتالپی سوختن

برای مقایسه مقدار گرمای حاصل از سوختن دو نمونه از هیدروکربن‌ها ابتدا به تعداد اتم‌های کربن در هر نمونه نگاه می‌کنیم. هر ماده که تعداد اتم‌های کربن بیشتری داشت، گرمای حاصل از سوختن آن نمونه بیشتر است. همچنین اگر تعداد اتم‌های کربن در هر دو نمونه مساوی باشد، نمونه‌ای که اتم هیدروژن بیشتری خواهد داشت، گرمای حاصل از سوختن آن نمونه بیشتر است. برای مثال، داریم:

۱) مقایسه گرمای آزادشده از سوختن ۱/۵ مول بوتان و ۳/۵ مول اتن: مقدار کربن در نمونه بوتان و نمونه اتن به ترتیب برابر ۶ و ۷ مول اتم است؛ پس گرمای آزادشده از سوختن نمونه اتن بیشتر از نمونه بوتان است.

۲) مقایسه گرمای آزادشده از سوختن ۱ مول پروپن و ۱/۵ مول اتان: مقدار کربن در این دو نمونه برابر ۳ مول است، پس تعداد اتم‌های هیدروژن را در این دو نمونه مقایسه می‌کنیم؛ مقدار هیدروژن در نمونه پروپن برابر ۶ مول و در نمونه اتان برابر ۹ مول است، پس از سوختن نمونه اتان گرمای بیشتری آزاد می‌شود.



۹۲- کدام یک از عبارات‌های زیر درست است؟ ($C = 12, H = 1 : g.mol^{-1}$)

- ۱) درصد جرمی عنصر کربن در پلی‌اتن سنگین‌تر از این مقدار در پلی‌اتن سبک است.
- ۲) واکنش پلیمری شدن اتن در دما و فشار بالا انجام شده و چگالی فراورده تولید شده، بیشتر از واکنش‌دهنده است.
- ۳) دومین عضو خانواده آلکن‌ها، به‌عنوان گاز عمل‌آورنده کاربرد داشته و می‌تواند در واکنش پلیمری شدن شرکت کند.
- ۴) شیمی‌دان‌ها با تعیین جرم مولی پلیمرها، شمار دقیق مونومرهای شرکت‌کننده در واکنش بسپارش را محاسبه می‌کنند.

پاسخ: گزینه ۲

(متوسط - مفهومی - سریع ۵ - صفحه ۱۰۶ - ۱۱۰۳)

واکنش پلیمری شدن اتن، در فشار و دمای بسیار بالا و با استفاده از کاتالیزگرهای مختلف انجام می‌شود. با انجام این واکنش، گاز اتن به پلیمر جامد پلی‌اتن تبدیل می‌شود. توجه داریم که چگالی پلی‌اتن بسیار بیشتر از گاز اتن است.

بررسی سایر گزینه‌ها:

۱) فرمول شیمیایی پلی‌اتن سنگین همانند پلی‌اتن سبک، به‌صورت $(C_2H_4)_n$ نمایش داده می‌شود. به‌طور کلی، فرمول شیمیایی این دو ماده یکسان است. برای محاسبه درصد جرمی کربن در هر یک از این نمونه‌ها داریم:

$$\text{درصد جرمی کربن} = \frac{\text{جرم کربن}}{\text{جرم کل}} \times 100 = \frac{24n}{28n} \times 100 \approx 85.7\%$$

انواع پلی‌اتن

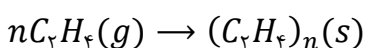
پلی‌اتن یکی از مهم‌ترین پلیمرهای ساختگی است که سالانه میلیون‌ها تن از آن در شرکت‌های پتروشیمی تولید شده و از آن در ساخت وسایل گوناگون استفاده می‌شود. یافته‌های تجربی شیمی‌دان‌ها نشان می‌دهند که مولکول‌های اتن می‌توانند در شرایط گوناگون در واکنش پلیمری شدن شرکت کرده و پلی‌اتن‌هایی با ساختار و ویژگی‌های متفاوت را پدید بیاورند. دو نوع عمده از انواع پلی‌اتن تولید شده در شرکت‌های پتروشیمیایی به‌صورت زیر هستند:

۱- **پلی‌اتن سنگین:** در ساختار این نوع پلی‌اتن، واحدهای تکرارشونده موجود در ساختار پلیمر به‌صورت **خطی** در کنار یکدیگر قرار گرفته و زنجیره‌های هیدروکربنی **بدون شاخه** را ایجاد می‌کنند. این پلیمر به **پلی‌اتن بدون شاخه** نیز معروف است.

۲- **پلی‌اتن سبک:** اگر واکنش تولید پلی‌اتن در شرایط دیگری انجام شود، برخی از مولکول‌های اتن از کنارها به یکدیگر افزوده شده و زنجیره‌های هیدروکربنی **شاخه‌دار** به‌دست می‌آیند. با توجه به ساختار این پلیمر، به آن **پلی‌اتن شاخه‌دار** نیز گفته می‌شود.

۳) اتن در شرایط مناسب با مولکول‌های خود وارد واکنش شده و انواع پلی‌اتن با جرم مولی‌های متفاوت را تولید می‌کند. این گاز به‌عنوان

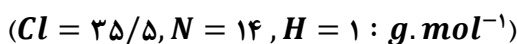
عمل‌آورنده در کشاورزی کاربرد دارد. توجه داریم که اتن نخستین عضو خانواده آلکن‌ها است. معادله موازنه شده پلیمری شدن اتن به‌صورت زیر است:



۴) تعیین تعداد دقیق مونومرهای شرکت‌کننده در واکنش پلیمری شدن امکان‌پذیر نیست؛ از این رو، نمی‌توان فرمول مولکولی دقیقی برای این مواد نوشت.



۹۳- چند مورد از عبارات‌ها درباره ترکیب آلی زیر درست هستند؟



الف - یک مول از این ترکیب آروماتیک، می‌تواند با ۳ مول استیک اسید واکنش بدهد.

ب - درصد جرمی اتم‌های نیتروژن در این ترکیب، از درصد جرمی کلر در آن بیشتر است.

ج - تفاوت شمار اتم‌های کربن و هیدروژن در آن، برابر با شمار اتم‌های کربن در نفتالن است.

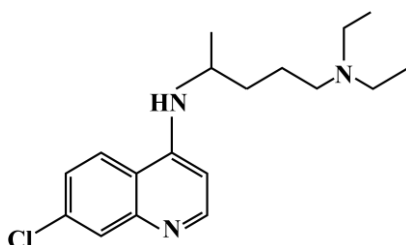
د - یک مول از این ترکیب برای تبدیل شدن به یک ترکیب سیرشده، با ۱۰ گرم گاز هیدروژن واکنش می‌دهد.

۴ (۴)

۳ (۳)

۲ (۲)

۱ (۱)

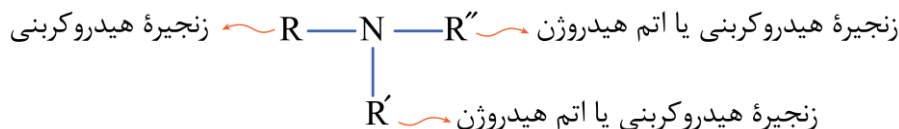


(سخت - مفهومی - استاندارد ۵ - صفحه ۱۱۷ - ۱۱۰۳)

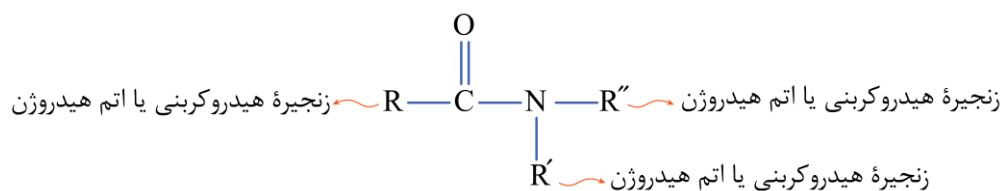
پاسخ: گزینه ۱

تنها عبارت (ب) درست است.

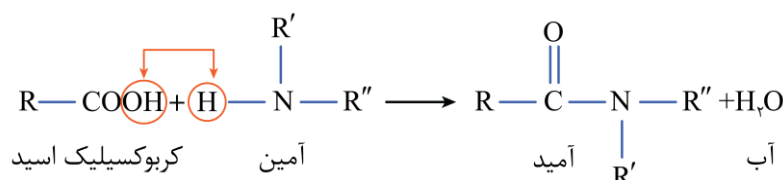
الف) ساختار گروه آمینی به صورت زیر است:



گروه عامل آمینی موجود در یک ترکیب آلی می تواند با کربوکسیلیک اسیدها واکنش داده و نوعی ترکیب آلی با گروه عاملی آمیدی تولید کند. برای انجام این واکنش، نیتروژن موجود در گروه آمینی، باید حداقل یک اتم هیدروژن متصل به خود داشته باشد. با توجه به فرمول ساختاری این ترکیب آلی، تنها یکی از اتم های نیتروژن این شرط را دارند؛ بنابراین هر مول از این ترکیب آلی می تواند با ۱ مول کربوکسیلیک اسید واکنش دهد. ساختار گروه عاملی آمیدی به صورت زیر است:



واکنش تولید آمیدها با استفاده از آمین ها و اسیدها به صورت زیر است:



پ) یک مول از این ترکیب آلی در ساختار خود ۳ مول اتم نیتروژن (معادل ۴۲ گرم از آن) و یک مول اتم کربن (معادل ۳۵/۵ گرم از آن) دارد. چون جرم نیتروژن در ساختار این ماده بیشتر است، بنابراین می توان گفت درصد جرمی نیتروژن در این ترکیب آلی از کربن بیشتر است.

ج) فرمول شیمیایی این ترکیب آلی به صورت $\text{C}_{18}\text{H}_{26}\text{N}_3\text{Cl}$ است. برای تعیین فرمول مولکولی ترکیب های آلی از فرمول زیر استفاده می کنیم:

تعداد هالوژن - تعداد $N + 4 \times (\text{تعداد پیوند سه گانه}) - 2 \times (\text{تعداد حلقه} + \text{تعداد پیوند دو گانه}) + 2 = \text{شمار } H$

بر این اساس، داریم

$$= 26 = (\text{اتم هالوژن}) - (\text{شمار اتم های نیتروژن}) \times 4 + (\text{تعداد پیوند دو گانه و دو حلقه}) \times 2 + 2$$

اتم هالوژن ۱، شمار اتم های نیتروژن ۳، پنج پیوند دو گانه و دو حلقه ۷

همان طور که مشخص است، تفاوت شمار اتم های کربن و هیدروژن در ساختار این ترکیب آلی برابر ۸ است. از طرفی هر مولکول نفتالن در ساختار خود ۱۰ اتم کربن دارد.

د) به ترکیب آلی که در ساختار خود پیوندهای دو گانه یا سه گانه بین اتم های کربن خود نداشته باشد، ترکیب آلی سیر شده گفته می شود. این ترکیب آلی در ساختار خود ۴ پیوند دو گانه بین اتم های کربن خود دارد؛ بنابراین هر مول از آن در واکنش با ۴ مول گاز هیدروژن (معادل ۸ گرم از آن)، به ترکیبی سیر شده تبدیل می شود.

۹۴- استر با فرمول شیمیایی $\text{C}_7\text{H}_{14}\text{O}_2$ ، در ساختار خود دارای چند پیوند اشتراکی بوده و اگر الکل حاصل از آبکافت ۵۲ گرم از این استر به صورت نامحدود در آب حل شود، حداکثر جرم کربوکسیلیک اسید تولید شده در این واکنش برابر با چند گرم است؟

($\text{O} = 16, \text{C} = 12, \text{H} = 1 : g.mol^{-1}$)

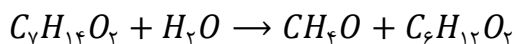
$$46/4 - 23 \quad (4)$$

$$40/8 - 23 \quad (3)$$

$$46/4 - 21 \quad (2)$$

$$40/8 - 21 \quad (1)$$

سه عضو نخست خانواده الکل‌ها، قطبیت بالایی داشته و به صورت نامحدود در آب حل می‌شوند. همان‌طور که مشخص است، هرچه تعداد اتم‌های کربن موجود در این الکل کم‌تر باشد، جرم کربوکسیلیک اسید تولید شده بیشتر خواهد بود؛ بنابراین الکل تولید شده در این واکنش را معادل متانول در نظر گرفته و معادله واکنش آبکافت را می‌نویسیم:



در پایان جرم کربوکسیلیک اسید تولید شده در این واکنش را محاسبه می‌کنیم:

$$? \text{ g } C_6H_{12}O_2 = 52 \text{ g } C_7H_{14}O_2 \times \frac{1 \text{ mol } C_7H_{14}O_2}{130 \text{ g } C_7H_{14}O_2} \times \frac{1 \text{ mol } C_6H_{12}O_2}{1 \text{ mol } C_7H_{14}O_2} \times \frac{116 \text{ g } C_6H_{12}O_2}{1 \text{ mol } C_6H_{12}O_2} = 46/4 \text{ g}$$

توجه داریم که ترکیب استری با فرمول شیمیایی $C_7H_{14}O_2$ ، در ساختار مولکولی خود دارای ۲۳ پیوند اشتراکی است.

انحلال‌پذیری الکل‌ها در آب

با افزایش طول زنجیره هیدروکربنی در مولکول الکل‌ها، میزان قطبیت این مواد **کاهش** می‌یابد؛ پس با افزایش طول زنجیره هیدروکربنی در الکل‌ها میزان **انحلال‌پذیری** این مواد در آب (حلال قطبی) **کاهش** پیدا کرده و میزان **انحلال‌پذیری** آن‌ها در **چربی** (حلال ناقطبی) **افزایش** می‌یابد؛ به عبارت دیگر، با افزایش طول زنجیره هیدروکربنی در الکل‌ها، خاصیت **آب‌گریزی** یا همان **چربی‌دوستی** الکل‌ها **بیشتر** می‌شود. در متانول، اتانول و ۱-پروپانول (سه عضو اول خانواده الکل‌های تک‌عاملی)، بخش قطبی به شدت بر بخش ناقطبی غلبه دارد و به همین خاطر، این الکل‌ها به هر نسبتی در آب حل شده و نمی‌توان محلول سیرشده‌ای از آن‌ها تهیه کرد. انحلال‌پذیری ۱-بوتانول و ۱-پنتانول بیشتر از ۱ گرم در ۱۰۰ گرم آب است؛ پس این مواد محلول در آب هستند. از طرفی، انحلال‌پذیری ۱-هگزانول، ۱-هپتانول و ۱-اوکتانول، بین ۰/۱ تا ۱ گرم در ۱۰۰ گرم آب است؛ پس این الکل‌ها در آب **کم‌محلول** محسوب می‌شوند.



۹۵- کدام یک از گزینه‌های زیر درست است؟ ($S = 32, O = 16, C = 12, H = 1 : g.mol^{-1}$)

- ۱) با اضافه کردن ترکیبات حاوی گوگرد به صابون، خاصیت میکروب‌کشی آن افزایش پیدا می‌کند.
- ۲) با افزودن نمک حاوی یون فسفات به صابون، پس از شست‌وشو، هیچ رسوبی روی لباس تشکیل نمی‌شود.
- ۳) با افزایش شمار اتم‌های کربن در پاک‌کننده غیرصابونی، نسبت درصد جرمی اکسیژن به گوگرد در آن افزایش می‌یابد.
- ۴) افزودن آنزیم به صابون، همانند استفاده از پارچه نخی به جای پلی‌استری، درصد آلاینده باقی‌مانده روی لباس را کاهش می‌دهد.

افزودن آنزیم، افزایش دما، استفاده از پارچه نخی به جای پارچه پلی‌استری و افزودن نمک حاوی یون فسفات به صابون، قدرت پاک‌کنندگی صابون‌ها را **افزایش** می‌دهد. با افزایش قدرت پاک‌کنندگی صابون، درصد آلاینده‌های باقی‌مانده روی لباس **کاهش** پیدا می‌کند.

قدرت پاک‌کنندگی صابون

عوامل مؤثر بر قدرت پاک‌کنندگی صابون، به شرح زیر هستند:

- ۱- **میزان سختی آب**: صابون‌ها در مجاورت با آب سخت، با دو یون کلسیم و منیزیم موجود در این نمونه از آب رسوب سفیدرنگی ایجاد می‌کنند که بر روی لباس دیده می‌شود. در این حالت، قدرت پاک‌کنندگی صابون به شدت کاهش می‌یابد.
- ۲- **جنس پارچه**: چسبندگی لکه‌های چربی بر روی لباس‌های نخی یا همان پنبه‌ای کمتر از پارچه‌های پلی‌استری است. بر این اساس، می‌توان گفت صابون بر روی لکه‌های ایجاد شده بر سطح پارچه‌های نخی اثر بیشتری دارد.
- ۳- **آنزیم**: آنزیم نوعی کاتالیزگر است که فرایندهای تجزیه مواد موجود در لکه‌ها را تسریع می‌بخشد و این مواد را به مواد ساده‌تر تبدیل می‌کند. اضافه کردن آنزیم به صابون، قدرت پاک‌کنندگی صابون را افزایش می‌دهد.
- ۴- **دما**: علاوه بر این که در دماهای بالاتر، ساختار چربی‌های موجود بر روی سطح لباس سست می‌شود، افزایش دما سرعت انجام هر واکنش شیمیایی را نیز افزایش می‌دهد. همچنین افزایش دما موجب تأمین شدن گرمای واکنش‌های انجام‌گرفته بر لکه می‌شود، پس افزایش دما نیز قدرت پاک‌کنندگی صابون را افزایش می‌دهد.
- ۵- **افزودنی‌های شیمیایی**: اضافه کردن جوش شیرین به صابون، موجب ایجاد خاصیت بازی و افزایش قدرت پاک‌کنندگی آن می‌شود. افزودن نمک‌های فسفات به صابون نیز قدرت پاک‌کنندگی آن را در مواجهه با آب سخت افزایش می‌دهد.

بررسی سایر گزینه‌ها:

- ۱) از صابون‌های گوگرددار برای از بین بردن جوش صورت و همچنین قارچ‌های پوستی استفاده می‌شود. به منظور افزایش خاصیت ضدعفونی‌کنندگی و میکروب‌کشی صابون‌ها به آن‌ها ماده شیمیایی کلردار افزوده می‌شود.
- ۲) با افزودن نمک حاوی یون فسفات به صابون‌ها، یون‌های فسفات با یون‌های موجود در آب سخت واکنش داده و آن‌ها را رسوب می‌دهند. با رسوب یون‌های کلسیم و منیزیم موجود در آب سخت، قدرت پاک‌کنندگی صابون افزایش پیدا می‌کند. توجه داریم که در این روش نیز مقدار اندکی از رسوب‌های حاوی یون فسفات تشکیل می‌شود.
- ۳) یک مول از پاک‌کننده‌های غیرصابونی در ساختار خود ۱ مول اتم گوگرد (معادل ۳۲ گرم گوگرد) و ۳ مول اتم اکسیژن (معادل ۴۸ گرم اکسیژن) دارند؛ بنابراین نسبت درصد جرمی اتم‌های اکسیژن به گوگرد همواره برابر ۱/۵ خواهد بود. در این رابطه، داریم:

$$\frac{\text{جرم اتم اکسیژن}}{\text{جرم اتم گوگرد}} = \frac{\text{جرم اتم اکسیژن}}{\text{جرم اتم گوگرد}} \times 100 = \frac{\text{جرم اتم اکسیژن}}{\text{جرم اتم گوگرد}} \times 100 = 1/5$$



- ۹۶- با افزودن ۱۴/۶ گرم HCl به یک محلول ۲/۵ لیتری حاوی مقداری HF با $pH = 1$ ، مقدار عددی pH محلول ۰/۳ واحد تغییر پیدا می‌کند. با ایجاد این تغییر، درجه یونش اسید ضعیف در محلول چند برابر شده است؟ ($Cl = 35/5, H = 1 : g.mol^{-1}$)
- ۰/۲ (۱) ۰/۴ (۲) ۰/۶ (۳) ۰/۸ (۴)

(متوسط - محاسباتی - استاندارد ۱ - صفحه ۲۵ - ۱۳۰۱)

پاسخ: گزینه ۲

هیدروفلوئوریک اسید، از جمله اسیدهای یک ظرفیتی ضعیف است. با افزودن یک اسید قوی مثل هیدروکلریک اسید به محلول اولیه، مقدار pH محلول کاهش پیدا می‌کند؛ بنابراین می‌توان گفت pH محلول از ۱ به ۰/۷ رسیده است. حال با توجه به مقدار pH دو محلول، غلظت یون هیدرونیوم موجود در آن‌ها را محاسبه می‌کنیم:

$$pH_1 = 1 \Rightarrow [H^+] = 10^{-1} = 0/1 \text{ mol.L}^{-1}$$

$$pH_2 = 0/7 \Rightarrow [H^+] = 10^{-0/7} = 0/2 \text{ mol.L}^{-1}$$

هیدروکلریک اسید از جمله اسیدهای قوی بوده و در آب به صورت کامل یونش پیدا می‌کند. بر این اساس، غلظت مولی هیدروکلریک اسید را به دست می‌آوریم:

$$HCl \text{ غلظت} = \frac{\text{مول } HCl}{\text{حجم}} = \frac{14/6 \text{ g}}{36/5 \text{ g.mol}^{-1}} = 0/16 \text{ mol.L}^{-1}$$

با توجه به محاسبات انجام شده، غلظت هیدروکلریک اسید حل شده در محلول مورد نظر برابر ۰/۱۶ مول بر لیتر بوده است. از طرفی غلظت یون هیدرونیوم در محلول نهایی برابر ۰/۲ مول بر لیتر است. بر این اساس، می‌توان گفت ۰/۱۶ مول بر لیتر از غلظت یون هیدرونیوم موجود در محلول، به دلیل یونش هیدروکلریک اسید و ۰/۰۴ مول بر لیتر از آن به دلیل یونش هیدروفلوئوریک اسید است. در محلول اولیه نیز غلظت یون هیدرونیوم برابر ۰/۱ مول بر لیتر بوده و همان‌طور که می‌دانیم، این غلظت یون هیدرونیوم تنها به دلیل یونش هیدروفلوئوریک اسید در محلول اولیه بوده است. در پایان با توجه به غلظت یون هیدرونیوم حاصل از یونش هیدروفلوئوریک اسید در دو محلول، نسبت درجه یونش اسید در محلول نهایی به محلول اولیه را محاسبه می‌کنیم:

$$\frac{[H^+]_2}{[H^+]_1} = \frac{M\alpha_2}{M\alpha_1} = \frac{\alpha_2}{\alpha_1} = \frac{0/04}{0/1} = 0/4$$

با توجه به محاسبات انجام شده، با افزودن هیدروکلریک اسید به محلول حاوی اسید ضعیف، درجه یونش آن ۰/۴ برابر شده است.

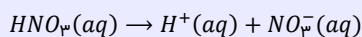
اسیدهای قوی و ضعیف

به نکات زیر درباره اسیدهای قوی و ضعیف توجه کنید:

نکته ۱: هیدرویدیک اسید ($HI(aq)$)، هیدروبرمیک اسید ($HBr(aq)$)، هیدروکلریک اسید ($HCl(aq)$) و سولفوریک اسید (H_2SO_4)، اسیدهای قوی با ثابت یونش بسیار بزرگ هستند؛ بنابراین معادله یونش آن‌ها در آب یک‌طرفه است. این مواد بر اساس معادلات زیر در آب یونش پیدا می‌کنند:

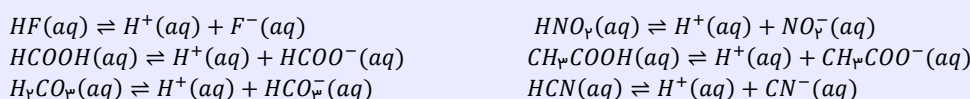


نکته ۲: نیتریک اسید برخلاف نیترواسید، یک اسید قوی با ثابت یونش بزرگ است و معادله یونش آن در آب یک‌طرفه است:



نکته ۳:

هیدروفلوئوریک اسید ($HF(aq)$)، نیترواسید ($HNO_3(aq)$)، فورمیک اسید ($HCOOH(aq)$)، استیک اسید ($CH_3COOH(aq)$)، کربنیک اسید ($H_2CO_3(aq)$) و هیدروسیانیک اسید ($HCN(aq)$)، اسیدهای ضعیف با ثابت یونش کوچک هستند و فرایند یونش آن‌ها در آب یک واکنش تعادلی است. این مواد بر اساس معادلات زیر در آب یونش پیدا می‌کنند:



مقایسه زیر را به خاطر بسپارید:

قدرت اسیدی (K_a): $HF > HNO_3 > HCOOH > CH_3COOH > H_2CO_3 > HCN$

نکته ۴: در شرایط یکسان، هر چه قدرت اسیدی (ثابت یونش) یک اسید بزرگ‌تر باشد، غلظت مولی یون هیدرونیوم در محلول حاصل از آن اسید بیشتر و در نتیجه غلظت مولی یون هیدروکسید در آن محلول کمتر است. به علاوه در محلول اسید با ثابت یونش بزرگ‌تر، غلظت مولی یون‌ها و در نتیجه رسانایی الکتریکی محلول نیز بیشتر خواهد بود.



۹۷- اگر ۰/۶ گرم از یک اسید ($M = 120 \text{ g.mol}^{-1}$) بتواند با ۱۲/۵ میلی‌لیتر محلول ۰/۸ مولار سدیم هیدروکسید واکنش داده و آن

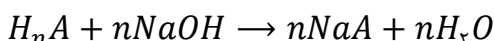
را خنثی کند، فرمول مولکولی اسید، کدام است؟

(۱) HA (۲) H_2A (۳) H_3A (۴) H_4A

(آسان - محاسباتی - سریع ۱ - صفحه ۳۱ - ۱۲۰۱)

پاسخ: گزینه ۲

تعداد یون‌های هیدروژن قابل تولید توسط این اسید، مشخص نشده است. بر این اساس، فرمول شیمیایی این ماده را به صورت H_nA در نظر می‌گیریم. معادله موازنه شده واکنش اسید مورد نظر با سدیم هیدروکسید به صورت زیر است:



حال با استفاده از مقدار اسید و باز مصرف شده، مقدار n را محاسبه می‌کنیم:

$$0.6 \text{ g } H_nA = 12.5 \text{ mL محلول} \times \frac{1 \text{ L محلول}}{1000 \text{ mL محلول}} \times \frac{0.8 \text{ mol NaOH}}{1 \text{ L محلول}} \times \frac{1 \text{ mol } H_nA}{n \text{ mol NaOH}} \times \frac{120 \text{ g } H_nA}{1 \text{ mol } H_nA} \Rightarrow n = 2$$

با توجه به محاسبات انجام شده، اسید مورد نظر ۲ ظرفیتی بوده و فرمول شیمیایی آن به صورت H_2A است.



۹۸- کدام یک از گزینه‌های زیر درست است؟

(۱) اکسیژن، نافلزی فعال بوده و در واکنش با اغلب فلزها، به عنوان اکسنده حضور دارد.

(۲) اگر در ساختار یک گونه فلز وجود داشته باشد، این گونه به یقین در نقش کاهنده خواهد بود.

(۳) واکنش تبدیل اوزون به اکسیژن، از نوع اکسایش-کاهش نبوده و با انجام آن، الکترونی مبادله نمی‌شود.

(۴) واکنش $2HOF \rightarrow 2HF + O_2$ ، از نوع اکسایش-کاهش نبوده و با انجام آن، ۲ مول الکترون مبادله می‌شود.

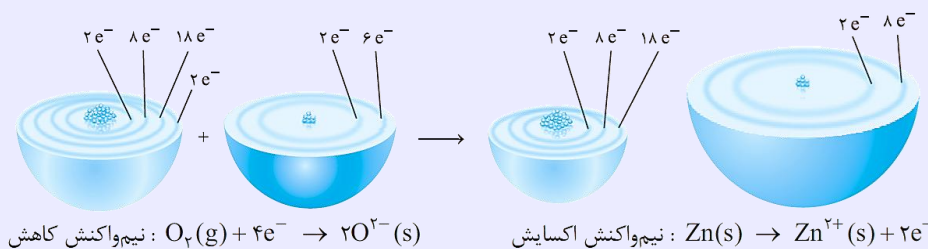
(متوسط - مفهومی - سریع ۱ - صفحه ۴۰ - ۱۲۰۲)

پاسخ: گزینه ۱

اکسیژن از جمله نافلزهای فعال بوده و با اغلب فلزها واکنش می‌دهد. این عنصر در واکنش با فلزها، الکترون گرفته و به عنوان اکسنده عمل می‌کند. البته، برخی از فلزها مثل طلا و پلاتین، از جمله فلزهایی هستند که واکنش‌پذیری بسیار کمی دارند و در حضور اکسیژن با آن واکنش نداده و دچار خوردگی نمی‌شوند.

اکسایش روی

اغلب فلزها، در واکنش با نافلزها تمایل دارند یک یا چند الکترون از دست داده و اکسید شوند. اکسیژن یکی از نافلزهای فعال است که به عنوان اکسنده با اغلب فلزها واکنش می‌دهد. برای مثال، واکنش میان فلز روی و گاز اکسیژن به صورت زیر است:



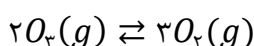
در این واکنش شیمیایی، هر اتم روی دو الکترون از زیرلایه ۴s از دست داده و به یون تبدیل می‌شود.

بررسی سایر گزینه‌ها:

۲) عناصر فلزی در واکنش‌های اکسایش-کاهش، تنها توانایی از دست دادن الکترون و تبدیل شدن به کاتیون را دارند. در این واکنش‌ها،

عناصر فلزی به عنوان کاهنده حضور داشته و عدد اکسایش آن‌ها افزایش پیدا می‌کند. البته توجه داریم که در بعضی واکنش‌ها، واکنش‌دهنده که حاوی یون فلزی است، الکترون گرفته و به عنوان اکسنده در واکنش حضور دارد. برای مثال یون پرمنگنات در واکنش با پارازالین، به عنوان عامل اکسنده بوده و طی واکنش عدد اکسایش عنصر منگنز از +۷ به +۴ می‌رسد.

۳) معادله واکنش مورد نظر به صورت زیر است:



مولکول‌های اوزون و اکسیژن به ترتیب دارای ۳ و ۲ اتم اکسیژن هستند. در مولکول اکسیژن، عدد اکسایش هر دو اتم برابر صفر است. از طرفی در مولکول اوزون، عدد اکسایش اتم‌ها به ترتیب برابر با -۱، صفر و +۱ است؛ بنابراین یکی از این اتم‌ها به عنوان اکسنده و اتم دیگر به عنوان کاهنده در واکنش حضور داشته و واکنش مورد نظر از نوع اکسایش-کاهش است.

۴) در این واکنش، عدد اکسایش اتم‌های اکسیژن، فلوئور و هیدروژن در هر دو سمت واکنش به ترتیب برابر با صفر، -۱ و +۱ است. با توجه به ثابت بودن عدد اکسایش همه عناصر در دو سمت، این واکنش از نوع اکسایش-کاهش نبوده و در طی آن الکترونی مبادله نمی‌شود.



۹۹- شمار الکترون‌های مبادله شده در سلول گالوانی $Zn - Cu$ ، نصف شمار الکترون‌های مبادله شده حین فرایند خوردگی ۱۱۲۰ گرم آهن است. در این شرایط، تغییر جرم آند در سلول گالوانی برابر با چند گرم بوده و در واکنش خوردگی آهن، چند لیتر گاز اکسیژن در شرایط استاندارد مصرف شده است؟ ($Zn = 65, Cu = 64, Fe = 56 : g.mol^{-1}$)

(۱) ۳۳۶ - ۹۷۵ (۲) ۳۳۶ - ۳۲۵ (۳) ۴۴۸ - ۹۷۵ (۴) ۴۴۸ - ۳۲۵

(متوسط - محاسباتی - استاندارد) - صفحه ۵۷ - ۱۲۰۲

پاسخ: گزینه ۱

معادله واکنش خوردگی آهن به صورت زیر است:



با توجه به معادله واکنش، به ازای مصرف هر مول فلز آهن، ۳ مول الکترون مبادله می‌شود. حال الکترون مبادله شده را محاسبه می‌کنیم:

$$? mol e^- = 1120 g Fe \times \frac{1 mol Fe}{56 g Fe} \times \frac{3 mol e^-}{1 mol Fe} = 60 mol$$

در قدم بعد، حجم گاز اکسیژن مصرف شده در واکنش خوردگی آهن را محاسبه می‌کنیم:

$$? L O_2 = 1120 g Fe \times \frac{1 mol Fe}{56 g Fe} \times \frac{3 mol O_2}{4 mol Fe} \times \frac{22.4 L O_2}{1 mol O_2} = 336 L$$

شمار الکترون‌های مبادله شده در سلول گالوانی، نصف شمار الکترون‌های مبادله شده حین فرایند خوردگی است. با توجه به محاسبات انجام شده، می‌توان گفت در سلول روی-مس، ۳۰ مول الکترون مبادله شده است. در این واکنش فلز روی به‌عنوان **کاهنده** بوده و یون مس اکسندۀ است. هر مول فلز روی با از دست دادن ۲ مول الکترون به یون Zn^{2+} تبدیل می‌شود. در پایان مقدار مصرف شده از فلز روی را به‌دست می‌آوریم:

$$? g Zn = 30 \text{ mol } e^- \times \frac{1 \text{ mol } Zn}{2 \text{ mol } e^-} \times \frac{65 \text{ g } Zn}{1 \text{ mol } Zn} = 975 \text{ g}$$



۱۰۰- کدام یک از موارد زیر درست هستند؟ ($O = 16, N = 14, H = 1 : g \cdot mol^{-1}$)

- الف - مناسب‌ترین راه برای جلوگیری دائمی از خوردگی آهن، قیراندود کردن سطح آن است.
 ب - ذرات آب، در واکنش خوردگی آهن به‌عنوان اکسندۀ حضور داشته و الکترون دریافت می‌کند.
 ج - خوردگی آهن، باعث از بین رفتن استحکام این فلز شده و سرعت آن با pH محیط، ارتباط عکس دارد.
 د - در یک قطعه حلبی، پس از ایجاد خراش، فلز آهن به‌عنوان آند عمل کرده و در نیم‌واکنش اکسایش شرکت می‌کند.
- (۱) «الف» و «ب» (۲) «الف» و «ج» (۳) «ب» و «د» (۴) «ج» و «د»

(متوسط - مفهومی - استاندارد ۵ - صفحه ۵۹ - ۱۲۰۲)

پاسخ: گزینه ۴

عبارت‌های (ج) و (د) درست هستند.

بررسی موارد:

الف) ساده‌ترین راه برای جلوگیری از خوردگی آهن، ایجاد یک پوشش محافظ است تا از رسیدن اکسیژن و رطوبت به آهن جلوگیری کند. پوششی که با روش‌هایی مانند رنگ زدن، قیراندود کردن و روکش دادن ایجاد می‌شود. باید توجه داشت که چنین روش‌هایی نمی‌توانند به‌طور کامل از خوردگی پیشگیری کنند؛ زیرا به‌تدریج رطوبت و اکسیژن از روزه‌های این پوشش‌ها به درون نفوذ کرده و به سطح آهن می‌رسند و خوردگی دوباره آغاز می‌شود.

جلوگیری از خوردگی آهن

وسایل آهنی در هوای مرطوب زنگ زده و پس از آن دچار خوردگی می‌شوند. این فرایند، یک واکنش اکسایش-کاهش نامطلوب و ناخواسته است که در شهرهای بندری و ساحلی به مقدار بیشتری انجام می‌شود. برای جلوگیری از فرایند خوردگی آهن، می‌توان از روش‌های زیر استفاده کرد:

- **ایجاد پوشش محافظ:** ساده‌ترین راه برای جلوگیری از خوردگی آهن، ایجاد یک پوشش محافظ بر روی آن است. این پوشش‌ها را می‌توان با روش‌هایی مانند رنگ‌زدن، قیراندودکردن و روکش دادن ایجاد کرده و از رسیدن اکسیژن و رطوبت به سطح آهن جلوگیری کرد. البته، توجه داریم که به کمک چنین روش‌هایی نمی‌توانیم به‌طور کامل از خوردگی آهن جلوگیری کنیم.
- **حفاظت کاتدی:** در این روش، فلزی که قرار است در برابر خوردگی محافظت شود را در تماس با یک فلز دیگری قرار می‌دهند که E° کوچک‌تر و تمایل بیشتری به از دست دادن الکترون داشته باشد. در این شرایط، فلزهای موردنظر برای از دست دادن الکترون و اکسایش‌یافتن با یکدیگر رقابت می‌کنند. در چنین شرایطی، فلزی که E° کوچک‌تر و تمایل بیشتری به از دست دادن الکترون داشته باشد، در نقش آند اکسید می‌شود.

پ) معادله واکنش خوردگی آهن به‌صورت زیر است:



در این واکنش، آهن کاهنده بوده و عدد اکسایش آن از صفر به +۳ می‌رسد. از طرفی مولکول اکسیژن اکسندۀ بوده و در این واکنش الکترون دریافت می‌کند. توجه داریم که مولکول آب برای انجام این واکنش ضروری بوده اما عدد اکسایش اتم‌های آن طی واکنش تغییری نمی‌کند.

ج) آهن در محیط اسیدی در مقایسه با محیط خنثی با سرعت بیشتری دچار خوردگی می‌شود؛ بنابراین سرعت این واکنش با pH

محلول رابطه عکس داشته و با غلظت یون هیدرونیوم رابطه مستقیم دارد. با خوردگی آهن، استحکام این فلز از بین می‌رود.

کاهش اکسیژن در محیط اسیدی

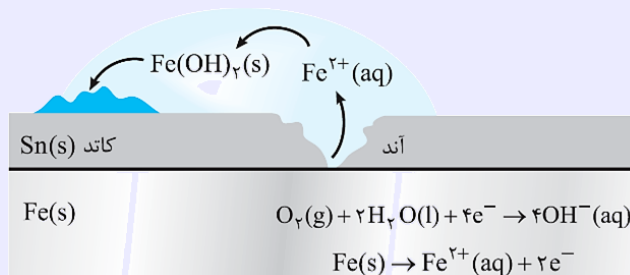
در شهرهایی که هوای آن‌ها حاوی اکسیدهای نیتروژن و گوگرد است، باران‌های اسیدی تشکیل شده و با باریدن باران‌های اسیدی، قطرات آبی که بر روی سطح فلزها قرار می‌گیرند خاصیت اسیدی پیدا خواهند کرد. تمایل مولکول‌های اکسیژن به گرفتن الکترون، در محیط‌های اسیدی (محیط‌هایی با $pH < 7$ که رنگ کاغذ pH را سرخ می‌کنند)، بیشتر از محیط‌های خنثی است و به همین خاطر، فلز آهن در محیط‌های اسیدی در مقایسه با محیط‌های خنثی با سرعت بیشتری خورده می‌شود. نیم‌واکنش کاهش اکسیژن در محیط‌های اسیدی به صورت زیر است:



با ایجاد خراش در حلی، آهن به دلیل کاهنده‌تر بودن و داشتن پتانسیل استاندارد پایین‌تر، به عنوان کاهنده (آند) عمل کرده و الکترون از دست می‌دهد. از طرفی مولکول‌های اکسیژن با گرفتن الکترون در نقش اکسند ظاهر می‌شوند. توجه داریم که نیم‌واکنش کاهش در سطح فلز قلع انجام شده و به همین دلیل، قلع در این واکنش نقش کاتد را دارد.

حلی

قبل از ایجاد خراش در سطح حلی، فلز قلع به عنوان یک پوشش محافظ از خوردگی آهن جلوگیری می‌کند. توجه داریم که در این شرایط، خود قلع نیز به خاطر ایجاد شدن یک لایه متراکم از اکسیدهای قلع در سطح آن، دچار خوردگی نمی‌شود. چون پتانسیل کاهشی قلع بزرگ‌تر از آهن است، در صورت ایجاد خراش در سطح حلی، قلع نه تنها از آهن محافظت نمی‌کند، بلکه باعث تسریع خوردگی آهن می‌شود. در واقع، چون تمایل اتم‌های قلع به از دست دادن الکترون کمتر از اتم‌های آهن است، در محل ایجاد خراش اتم‌های آهن در رقابت برای اکسید شدن پیروز شده و اکسید می‌شوند. تصویر زیر نمایی از یک ورقه حلی خراشیده شده را نشان می‌دهد:



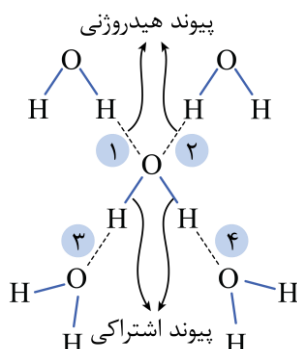
۱۰۱- کدام یک از گزینه‌های زیر درست است؟

- (۱) در ساختار یخ، هر اتم هیدروژن مجموعاً با دو اتم اکسیژن پیوند تشکیل می‌دهد.
- (۲) رفتار شیمیایی آب به‌طور عمده به پیوندهای هیدروژنی بین مولکول‌های آن ارتباط دارد.
- (۳) ساختار یخ، سه‌بعدی بوده و در آن، اتم‌های اکسیژن در وسط اضلاع شش‌ضلعی‌ها قرار گرفته‌اند.
- (۴) چگالی یخ کمتر از آب بوده و در جرم برابر، شمار مولکول‌های موجود در نمونه یخ بیشتر خواهد بود.

(آسان - حفظی و مفهومی - سریع ۵ - صفحه ۷۴ - ۱۲۰۳)

پاسخ: گزینه ۱

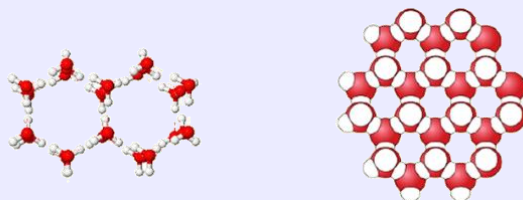
ساختار یخ به صورت شش‌ضلعی بوده و اتم‌های هیدروژن آن در وسط اضلاع و اتم‌های اکسیژن آن در گوشه‌های شش‌ضلعی قرار گرفته‌اند. هر اتم هیدروژن با یک اتم اکسیژن پیوند اشتراکی یگانه و با یک اتم اکسیژن دیگر پیوند هیدروژنی تشکیل می‌دهد. نحوه ایجاد پیوندهای هیدروژنی در ساختار یخ، به صورت زیر است:





ساختار یخ

در ساختار یخ، هر مولکول H_2O با چهار مولکول دیگر پیوند هیدروژنی برقرار می‌کند. هر اتم اکسیژن در ساختار یخ، با پیوند اشتراکی با دو اتم هیدروژن در مولکول خود و با پیوند هیدروژنی با دو اتم هیدروژن در دو مولکول دیگر جاذبه دارد. یخ، ساختاری سه‌بعدی داشته و دارای حلقه‌های ۶ ضلعی (نه ۶ وجهی) است؛ به‌طوری‌که در رأس حلقه‌های ۶ ضلعی، اتم اکسیژن وجود دارد. در هر ضلع مربوط به این حلقه‌های ۶ ضلعی، یک پیوند اشتراکی $O-H$ و یک پیوند هیدروژنی $O \cdots H$ وجود دارد. یخ، جامدی مولکولی و سخت بوده، اما زودگداز است و برخلاف جامدهای کووالانسی نقطه ذوب پایینی دارد؛ چون برای ذوب آن کافی است که بر نیروهای بین مولکولی غلبه کنیم. تصویر زیر، نمایی از بلور یخ را نشان می‌دهد:



بررسی سایر گزینه‌ها:

- ۲) در مواد مولکولی مانند آب و یخ، رفتار شیمیایی به‌طور عمده به پیوندهای اشتراکی و جفت الکترون‌های ناپیوندی وابسته است. از طرفی رفتار فیزیکی این مواد، اغلب به نیروهای بین مولکولی آن‌ها ارتباط دارد.
- ۳) ساختار یخ به‌صورت شش‌ضلعی بوده و اتم‌های اکسیژن موجود در آن در گوشه‌های این شش‌ضلعی قرار گرفته‌اند.
- ۴) یخ در مقایسه با آب چگالی کم‌تری دارد؛ بنابراین در حجم برابر، جرم یخ و در نتیجه شمار مولکول‌های موجود در آن کم‌تر از نمونه آب خواهد بود. در جرم برابر نیز شمار مولکول‌های هر دو نمونه با یکدیگر برابر خواهد بود.



۱۰۲- کدام یک از موارد زیر درست هستند؟

- الف - نقطه جوش ترکیب یونی با فرمول A_2B ، به‌یقین بیشتر از ترکیب یونی با فرمول شیمیایی XY است.
- ب - آنتالپی فروپاشی شبکه لیتیم کلرید، کم‌تر از میانگین آنتالپی فروپاشی ترکیب‌های LiF و $LiBr$ است.
- ج - در دوره سوم، اختلاف عدد اتمی عناصری که یون حاصل آن‌ها بیشترین اختلاف شعاع یونی را دارند، برابر با ۲ است.
- د - اگر عدد کوئوردیناسیون Li^+ در Li_2O برابر ۸ باشد، شمار نزدیک‌ترین کاتیون‌های اطراف هر آنیون برابر ۴ است.
- (۱) «الف» و «ج» (۲) «الف» و «د» (۳) «ب» و «ج» (۴) «ب» و «د»

(متوسط - مفهومی - استاندارد) - صفحه ۸۳ - ۱۲۰۳

پاسخ: گزینه ۳

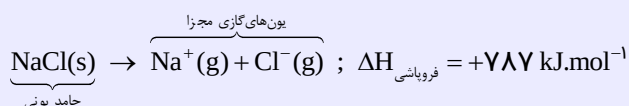
عبارت‌های (ب) و (ج) درست هستند.

بررسی موارد:

الف) برای مقایسه نقطه جوش ترکیب‌های یونی، آنتالپی فروپاشی شبکه بلوری آن‌ها را مقایسه می‌کنیم. اگر مجموع اندازه بارها در یک ترکیب یونی بیشتر باشد، آنتالپی فروپاشی و در نتیجه نقطه جوش ترکیب مورد نظر بیشتر خواهد بود. اگر ترکیب اول را معادل سدیم اکسید (Na_2O) و ترکیب دوم را معادل منیزیم اکسید (MgO) در نظر بگیریم، منیزیم اکسید به‌دلیل بیشتر بودن مجموع اندازه بارها، آنتالپی فروپاشی بزرگ‌تری نیز خواهد داشت.

آنتالپی فروپاشی شبکه

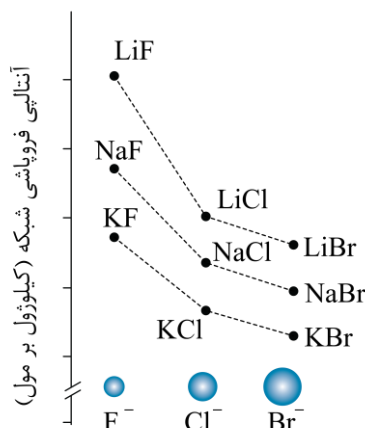
به انرژی لازم برای فروپاشی شبکه بلوری یک مول جامد یونی در فشار ثابت و تبدیل آن به یون‌های گازی مجزا، آنتالپی فروپاشی شبکه گفته می‌شود. آنتالپی فروپاشی شبکه جامدهای یونی را در مقیاس کیلوژول بر مول گزارش می‌کنند. به‌عنوان مثال، معادله زیر، واکنش فروپاشی شبکه بلور سدیم کلرید جامد را نشان می‌دهد:



برای مقایسه آنتالپی شبکه ترکیبات یونی مختلف، به ترتیب از مقیاس‌های زیر استفاده می‌کنیم:

- مقایسه مجموع قدر مطلق بار الکتریکی آنیون و کاتیون سازنده ترکیب مورد نظر ← هر ترکیبی که مجموع قدر مطلق بار الکتریکی آنیون و کاتیون سازنده آن بزرگ‌تر باشد، آنتالپی فروپاشی شبکه بالاتری دارد.
- در صورت یکسان بودن مجموع قدر مطلق بار الکتریکی یون‌ها، مقایسه شعاع آنیون و کاتیون سازنده ← هر ترکیبی که شعاع یون‌های سازنده آن کوچک‌تر باشد، آنتالپی فروپاشی شبکه بالاتری دارد.

تفاوت آنتالپی فروپاشی لیتیم فلوئورید و لیتیم کلرید، بسیار بیشتر از تفاوت آنتالپی فروپاشی لیتیم کلرید و لیتیم برمید است؛ بنابراین می‌توان گفت آنتالپی فروپاشی لیتیم کلرید کمی کم‌تر از میانگین آنتالپی فروپاشی ترکیب‌های لیتیم فلوئورید و لیتیم برمید خواهد بود. نمودار زیر، روند تغییر آنتالپی فروپاشی هالیدهای فلزهای قلیایی را نشان می‌دهد:

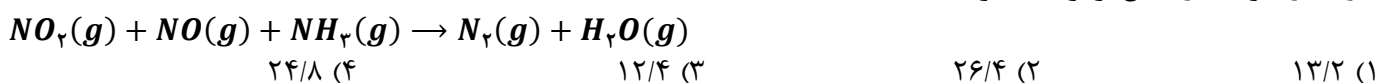


در دوره سوم جدول تناوبی، بیشترین شعاع یونی مربوط به یون فسفید از گروه پانزدهم و کم‌ترین شعاع یونی مربوط به یون آلومینیم از گروه سیزدهم است؛ بنابراین تفاوت عدد اتمی این دو عنصر برابر ۲ است.

نسبت عدد کوئوردیناسیون آنیون به کاتیون برابر با نسبت زیروند کاتیون به آنیون در ترکیب شیمیایی است. فرمول شیمیایی لیتیم اکسید به صورت Li_2O بوده و بنابراین عدد کوئوردیناسیون آنیون ۲ برابر کاتیون (در اینجا ۱۶) خواهد بود.



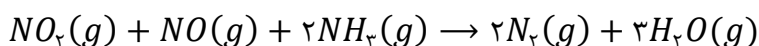
۱۰۳- اگر حجم گازهای تولید شده در واکنش موازنه‌نشده زیر برابر ۷۲ لیتر باشد، اختلاف جرم گازهای هیدروژن و نیتروژن لازم برای تولید آمونیاک مصرف شده در این فرایند، برابر چند گرم بوده است؟ (ضریب اکسیدهای نیتروژن با یکدیگر برابر بوده و حجم مولی گازها در شرایط آزمایش برابر ۲۴ لیتر است. $N = 14, H = 1: g. mol^{-1}$)



(سخت - مفهومی - زمان ۵ - صفحه ۱۰۲ - ۱۲۰۴)

پاسخ: گزینه ۱

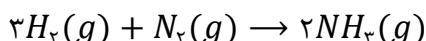
معادله موازنه شده واکنش انجام شده به صورت زیر است:



همان‌طور که مشخص است، به ازای مصرف ۲ مول گاز آمونیاک در این واکنش، ۵ مول گاز تولید می‌شود. حال با توجه به حجم گاز تولید شده در این واکنش، مول آمونیاک مصرف شده را محاسبه می‌کنیم:

$$? mol NH_3 = 72 L \text{ گاز} \times \frac{1 mol \text{ گاز}}{24 L} \times \frac{2 mol NH_3}{5 mol \text{ گاز}} = 1/2 mol$$

معادله واکنش هابر به صورت زیر است:

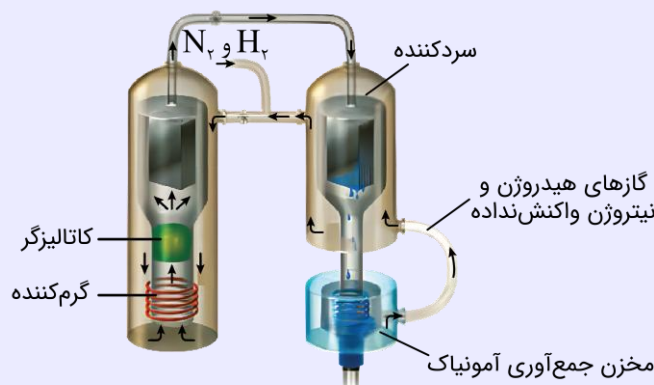


به ازای تولید ۲ مول گاز آمونیاک، ۳ مول گاز هیدروژن (معادل ۶ گرم از آن) و یک مول گاز نیتروژن (معادل ۲۸ گرم از آن) مصرف می‌شود. پس می‌توان گفت به ازای تولید ۲ مول گاز آمونیاک، تفاوت جرم گازهای مصرف شده برابر ۲۲ گرم است. در پایان، تفاوت جرم واکنش دهنده‌های مصرف شده در این واکنش را به دست می‌آوریم:

$$\text{تفاوت جرم } 22 \text{ g} = \frac{1}{2} \text{ mol } NH_3 \times \frac{22 \text{ g}}{2 \text{ mol } NH_3} = 11 \text{ g}$$

فرایند هابر

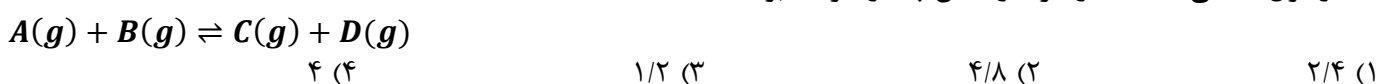
دستگاه استفاده شده برای انجام فرایند هابر به صورت زیر است:



در این دستگاه، گازهای هیدروژن و نیتروژن از ورودی بالایی طرف به درون دستگاه تزریق شده و پس از افزایش دما، در مجاورت با یکدیگر واکنش می‌دهند و مخلوطی از گازهای هیدروژن، نیتروژن و آمونیاک را ایجاد می‌کنند. مخلوط گازی حاصل به سمت سرد کننده حرکت می‌کند و پس از کاهش دمای آن تا پایین‌تر از نقطه جوش آمونیاک، مولکول‌های NH_3 به حالت مایع درآمده و از مخلوط خارج می‌شوند. در این شرایط، گازهای هیدروژن و نیتروژن واکنش نداد، مجدداً به سمت گرم کننده حرکت می‌کنند تا از آن‌ها برای تولید آمونیاک بیشتر استفاده شود. چون در دستگاه سرد کننده یکی از اجزای مخلوط گازی میعان شده و از آن خارج می‌شود، درصد حجمی گازهای نیتروژن و هیدروژن افزایش پیدا می‌کند.



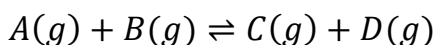
۱۰۴- مقدار ۲ مول از هر یک از واکنش دهنده‌ها و ۴ مول از هر یک از فراورده‌های واکنش زیر را وارد مخزن ۲ لیتری می‌کنیم تا تعادل برقرار شود. اگر ثابت تعادل واکنش برابر با ۱۶ بوده و در ابتدای کار، سرعت واکنش رفت بیشتر از سرعت واکنش برگشت باشد، مقدار مول تعادلی ماده C در ظرف واکنش چقدر خواهد بود؟



(سخت - مفهومی و محاسباتی - زمان ۵ - صفحه ۱۰۴ - ۱۲۰۴)

پاسخ: گزینه ۲

معادله موازنه شده واکنش انجام شده به صورت زیر است:



با توجه به فرض سؤال، در ابتدای کار سرعت واکنش رفت بیشتر از سرعت واکنش برگشت است. بر این اساس، می‌توان گفت در ابتدای کار واکنش در جهت رفت به پیش می‌رود. در این حالت، مقداری از واکنش دهنده‌ها مصرف شده و مقداری فراورده نیز تولید می‌شود. حجم ظرف واکنش برابر با ۲ لیتر است، پس غلظت هر گاز معادل با نصف مقدار مول آن گاز می‌شود. به جدول تغییرات زیر توجه کنید:

نام ماده	A	B	C	D
غلظت اولیه	۱	۱	۲	۲
تغییر غلظت	-x	-x	+x	+x
غلظت تعادلی	۱ - x	۱ - x	۲ + x	۲ + x

در ادامه با توجه به غلظت تعادلی مواد و ثابت تعادل، مقدار x را به دست می آوریم:

$$K = \frac{[C].[D]}{[A].[B]} = \frac{(2+x)^2}{(1-x)^2} = 16 \xrightarrow{\text{از هر دو طرف جذر می گیریم}} \frac{2+x}{1-x} = 4 \Rightarrow x = 0.4$$

با توجه به محاسبات انجام شده، غلظت تعادلی و مول تعادلی هر یک از فراورده ها به ترتیب برابر $2/4$ مول بر لیتر و $4/8$ مول است.



۱۰۵- کدام موارد از عبارتهای زیر درست هستند؟

- الف - برای تولید مستقیم هر دو واکنش دهنده فرایند استری شدن، می توان از آلکن ها استفاده کرد.
 ب - در مرحله اول از فرایند تولید غیرمستقیم متانول به کمک متان و بخار آب، اتم کربن اکسید می شود.
 ج - در تولید غیرمستقیم متانول، دمای لازم برای مرحله اول، بیشتر از دمای لازم برای مرحله دوم است.
 د - در تبدیل پارازایلین به ترفتالیک اسید، میانگین عدد اکسایش اتم های کربن $1/5$ واحد کاهش پیدا می کند.
- (۱) «الف» و «ج» (۲) «الف» و «د» (۳) «ب» و «ج» (۴) «ب» و «د»

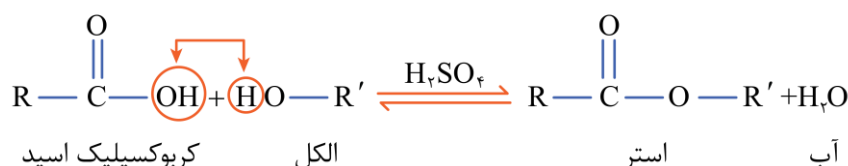
پاسخ: گزینه ۳

(متوسط - مفهومی - استاندارد) - صفحه ۱۲۱ - ۱۲۰۴

عبارتهای (ب) و (ج) درست هستند.

بررسی موارد:

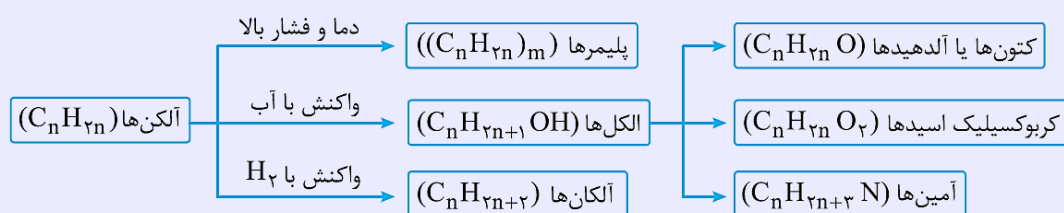
الف) برای تولید ترکیب های استری، به یک نوع الکل و یک نوع کربوکسیلیک اسید نیاز داریم. معادله واکنش انجام شده به صورت زیر است:



برای تولید الکل ها می توان مستقیماً از آلکن ها استفاده کرد، اما برای تولید کربوکسیلیک اسیدها، نخست باید آلکن را به الکل تبدیل کرده و سپس با استفاده از الکل تولید شده، کربوکسیلیک اسید را تهیه کرد.

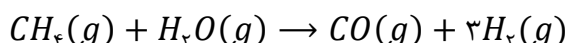
فرایندهای شیمیایی

الکل ها، از واکنش میان آلکن ها با آب تولید شده و با استفاده از فرایندهای شیمیایی، به سایر مواد آلی تبدیل می شوند. نمودار زیر، روند تبدیل آلکن ها به الکل ها و پس از آن، روش تبدیل الکل ها به سایر مواد را نشان می دهد:



با توجه به این نمودار، الکل ها را می توان به کربوکسیلیک اسیدها و یا کتون ها تبدیل کرد.

ب) معادله واکنش مرحله اول تولید غیرمستقیم متانول از متان و بخار آب به صورت زیر است:



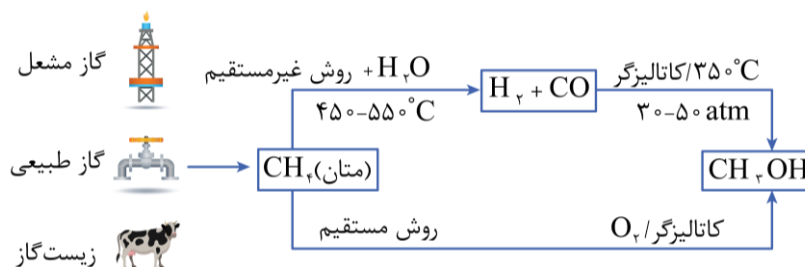
در این واکنش، هر دو فراورده تولید شده مفید هستند. طی این فرایند، عدد اکسایش اتم کربن به اندازه ۶ درجه افزایش پیدا کرده است، پس می توان گفت در این واکنش کربن اکسید شده است.

بازیافت PET

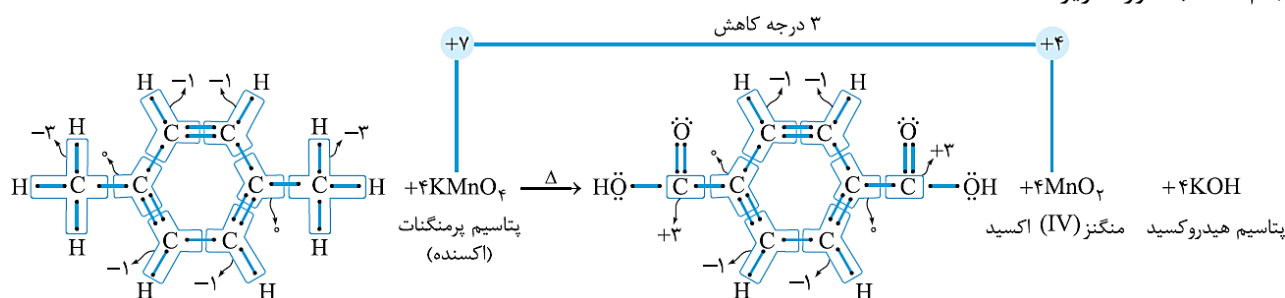
استفاده بی‌رویه و بیش از حد پلاستیک‌ها در صنایع گوناگون و زیست‌تخریب‌ناپذیر بودن آن‌ها سبب شده که این مواد در جای‌جای کره زمین یافت شوند؛ پس باید راهی برای بازیافت این مواد پیدا کرد. یکی از مواد پلاستیکی قابل بازیافت، پلی‌اتیلن ترفتالات است. برای این منظور، مواد و وسایل ساخته شده از این پلیمر را باید به‌طور جداگانه جمع‌آوری کرده و پس از آن، با انجام فرایندهای فیزیکی و شیمیایی به مواد قابل استفاده تبدیل کرد. برای بازیافت پلی‌اتیلن ترفتالات از روش‌های زیر استفاده می‌شود:

- ۱- مواد ساخته شده از پلی‌اتیلن ترفتالات را می‌توان پس از شست‌وشو و تمیز کردن، ذوب کرده و دوباره از آن‌ها برای تولید وسایل و ابزار استفاده کرد.
 - ۲- این مواد را می‌توان پس از شست‌وشو، خرد کرده و به تکه‌های کوچک به نام پرک تبدیل و در تولید مواد پلاستیکی دیگر استفاده کرد.
 - ۳- این مواد و پسماندها را می‌توان به کمک واکنش‌های شیمیایی به مونومرهای سازنده تبدیل کرد.
 - ۴- این مواد را می‌توان به کمک سایر مواد شیمیایی از جمله متانول، به سایر مواد سودمند و مفید تبدیل کرد. متانول مایعی بی‌رنگ، بسیار سمی و ساده‌ترین عضو خانواده الکل‌ها است که می‌توان آن را از چوب تهیه کرد.
- توجه داریم که برگرداندن پسماندها به مونومرهای سازنده کار دشواری است و به فناوری‌های پیشرفته‌ای نیاز دارد.

ج دمای لازم برای مرحله اول تولید غیرمستقیم متانول حدود 450°C — 550°C بوده و دمای لازم برای مرحله دوم آن حدود 350°C است. فرایند تولید مستقیم و غیرمستقیم تولید متانول به‌صورت زیر است:



د میانگین عدد اکسایش اتم‌های کربن در پارازایلن (C_8H_{10}) و ترفتالیک اسید ($\text{C}_8\text{H}_6\text{O}_4$) به ترتیب برابر با $-\frac{5}{4}$ و $+\frac{1}{4}$ است؛ بنابراین در فرایند تهیه ترفتالیک اسید از پارازایلن، میانگین عدد اکسایش اتم‌های کربن به اندازه $1/5$ واحد افزایش پیدا می‌کند. معادله واکنش انجام شده به‌صورت زیر است:



برای مطالعه بیشتر، این چند تا تست اضافه رو هم براتون گذاشتیم که علاوه بر آزمون، یک محک دوباره برای خودتون باشه!

- ۱- ۵۰ گرم از ترکیب آلی با فرمول شیمیایی $C_5H_nO_2$ ، در واکنش با ۹۶ گرم گاز اکسیژن به طور کامل سوخته و گازهای کربن دی اکسید و بخار آب تولید می کند. این ترکیب در ساختار خود چند اتم هیدروژن داشته و تفاوت جرم فراورده های تولید شده در این فرایند، برابر چند گرم خواهد بود؟ ($O = ۱۶, C = ۱۲, H = ۱ : g.mol^{-1}$)
- (۱) ۳۷ - ۸ (۲) ۷۴ - ۸ (۳) ۷۴ - ۱۰ (۴) ۳۷ - ۱۰

- ۲- کدام موارد از عبارات های زیر درست هستند؟ ($O = ۱۶, N = ۱۴ : g.mol^{-1}$)

الف - در ساختار هواکره زمین، نسبت مقدار $\frac{\text{درصد جرمی نیتروژن}}{\text{درصد جرمی اکسیژن}}$ به مقدار $\frac{\text{درصد مولی نیتروژن}}{\text{درصد مولی اکسیژن}}$ ، به یقین بزرگ تر از یک است.
 ب - فراوان ترین گاز از هواکره که به عنوان محیط بی اثر در جوشکاری کاربرد دارد، سخت تر از اکسیژن میعان می شود.
 ج - فراوان ترین گاز از هواکره که در دمای اتاق و با ایجاد جرقه با گاز H_2 واکنش می دهد، باعث خوردگی آهن می شود.
 د - فراوان ترین عنصر گازی در ساختار سیاره مشتری، به عنوان خنک کننده دستگاه های تصویربرداری کاربرد دارد.

(۱) «الف» و «ج» (۲) «ب» و «ج» (۳) «الف» و «د» (۴) «ب» و «د»

- ۳- در فرایند اکسایش بخشی از اتیلن گلیکول موجود در ۹۰ میلی لیتر از محلول آبی آن، حجم فراورده گازی تولید شده در شرایط استاندارد، برابر با ۱۱/۲ لیتر است. در صورتی که غلظت اولیه اتیلن گلیکول، ۲/۳ برابر غلظت پایانی آن باشد، چند درصد اتیلن گلیکول موجود در محلول در واکنش مصرف شده است؟ (انحلال اتیلن گلیکول در محلول، تغییری در حجم محلول مورد نظر ایجاد نمی کند. $O = ۱۶, C = ۱۲, H = ۱ : g.mol^{-1}$)

(۱) ۳۰ (۲) ۶۰ (۳) ۴۰ (۴) ۵۰

- ۴- مقداری گاز هیدروژن و نیتروژن، در یک مخزن ۲ لیتری در واکنش هابر شرکت می کنند. اگر در مدت زمان ۳۰ ثانیه، ۸/۴ گرم از واکنش دهنده با نقطه جوش پایین تر مصرف شود، سرعت متوسط واکنش چند $mol.L^{-1}.min^{-1}$ بوده و اگر واکنش با همین سرعت به پیش برود، در طول چند ثانیه، ۱۱۹ گرم آمونیاک تولید می شود؟

($N = ۱۴, H = ۱ : g.mol^{-1}$)

(۱) ۷۵ - ۲/۸ (۲) ۷۵ - ۱/۴ (۳) ۹۰ - ۲/۸ (۴) ۹۰ - ۱/۴

- ۵- کدام یک از موارد زیر درست است؟ ($Cl = ۳۵/۵, F = ۱۹, H = ۱ : g.mol^{-1}$)

الف - بهترین پاک کننده خورنده برای از بین بردن لکه چربی، هیدروکلریک اسید است.

ب - با افزودن مقدار اندکی $NaOH(s)$ به محلول یک اسید قوی، رسانایی محلول اندکی کاهش پیدا می کند.

ج - برای خنثی کردن نیمی از باز موجود در یک محلول، جرم هیدروژن کلرید لازم، کمتر از جرم هیدروژن فلوئورید است.

د - با افزودن مقداری پودر بازی برای خنثی کردن بخشی از یک محلول حاوی اسید ضعیف، رسانایی افزایش پیدا می کند.

(۱) «الف» و «ج» (۲) «الف» و «د» (۳) «ب» و «ج» (۴) «ب» و «د»

محل انجام محاسبات



برای مطالعه بیشتر، این چند تا تست اضافه رو هم براتون گذاشتیم که علاوه بر آزمون، یک محک دوباره برای خودتون باشه!

۱- ۵۰ گرم از ترکیب آلی با فرمول شیمیایی $C_5H_nO_2$ ، در واکنش با ۹۶ گرم گاز اکسیژن به طور کامل سوخته و گازهای کربن دی‌اکسید و بخار آب تولید می‌کند. این ترکیب در ساختار خود چند اتم هیدروژن داشته و تفاوت جرم فراورده‌های تولید شده در این فرایند، برابر چند گرم خواهد بود؟ ($O = ۱۶, C = ۱۲, H = ۱ : g.mol^{-1}$)

(۴) ۳۷ - ۱۰

(۳) ۷۴ - ۱۰

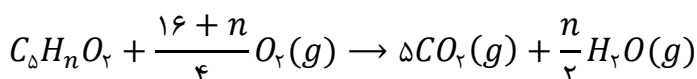
(۲) ۷۴ - ۸

(۱) ۳۷ - ۸

(سخت - محاسباتی - زمان‌بر) - صفحه ۸۰ - ۱۰۰۲

پاسخ: گزینه ۲

معادله موازنه شده واکنش انجام شده به صورت زیر است:

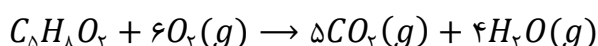


با استفاده از اطلاعات سؤال، مقدار مجهول را محاسبه می‌کنیم:

$$96 g O_2 = 50 g C_5H_nO_2 \times \frac{1 mol C_5H_nO_2}{(92+n) g C_5H_nO_2} \times \frac{16+n}{4} mol O_2 \times \frac{32 g O_2}{1 mol O_2}$$

$$\Rightarrow \frac{16+n}{92+n} = \frac{96 \times 4}{50 \times 32} = \frac{6}{25} \Rightarrow n = 8$$

بنابراین معادله موازنه شده واکنش انجام شده به صورت زیر است:



در مرحله بعد جرم فراورده‌های تولید شده را به دست می‌آوریم:

$$? g CO_2 = 50 g C_5H_8O_2 \times \frac{1 mol C_5H_8O_2}{100 g C_5H_8O_2} \times \frac{5 mol CO_2}{1 mol C_5H_8O_2} \times \frac{44 g CO_2}{1 mol CO_2} = 110 g$$

$$? g H_2O = 50 g C_5H_8O_2 \times \frac{1 mol C_5H_8O_2}{100 g C_5H_8O_2} \times \frac{4 mol H_2O}{1 mol C_5H_8O_2} \times \frac{18 g H_2O}{1 mol H_2O} = 36 g$$

همان‌طور که مشخص است، تفاوت جرم فراورده‌های تولید شده برابر ۷۴ گرم است.



۲- کدام موارد از عبارتهای زیر درست هستند؟ ($O = ۱۶, N = ۱۴ : g.mol^{-1}$)

الف - در ساختار هواکره زمین، نسبت مقدار $\frac{\text{درصد جرمی نیتروژن}}{\text{درصد جرمی اکسیژن}}$ به مقدار $\frac{\text{درصد مولی نیتروژن}}{\text{درصد مولی اکسیژن}}$ ، به یقین بزرگ‌تر از یک است.

ب - فراوان‌ترین گاز از هواکره که به عنوان محیط بی‌اثر در جوشکاری کاربرد دارد، سخت‌تر از اکسیژن میعان می‌شود.

ج - فراوان‌ترین گاز از هواکره که در دمای اتاق و با ایجاد جرقه با گاز H_2 واکنش می‌دهد، باعث خوردگی آهن می‌شود.

د - فراوان‌ترین عنصر گازی در ساختار سیاره مشتری، به عنوان خنک‌کننده دستگاه‌های تصویربرداری کاربرد دارد.

(۴) «ب» و «د»

(۳) «الف» و «د»

(۲) «ب» و «ج»

(۱) «الف» و «ج»

(متوسط - حفظی و مفهومی - استاندارد) - صفحه ۸۱ - ۱۰۰۲

پاسخ: گزینه ۲

عبارتهای (ب) و (ج) درست هستند.

الف) نیتروژن فراوانترین گاز موجود در هواکره بوده و حدوداً ۷۸ درصد حجم هواکره را شامل می‌شود. توجه داریم که در شرایط یکسان، درصد حجمی گازها در یک مخلوط معادل با درصد مولی آن‌ها است. از طرفی برای محاسبه نسبت درصد جرمی دو گاز می‌توان از رابطه زیر استفاده کرد:

$$\frac{\text{جرم مولی گاز A}}{\text{جرم مولی گاز B}} \times \frac{\text{درصد مولی گاز A}}{\text{درصد مولی گاز B}} = \frac{\text{درصد جرمی گاز A}}{\text{درصد جرمی گاز B}} \Rightarrow \text{جرم مولی گاز} \times \text{مول گاز} = \text{جرم گاز}$$

حال نسبت خواسته شده را محاسبه می‌کنیم:

$$\frac{\text{جرم مولی گاز } N_2}{\text{جرم مولی گاز } O_2} \times \frac{\text{درصد مولی گاز } N_2}{\text{درصد مولی گاز } O_2} = \frac{\text{درصد جرمی گاز } N_2}{\text{درصد جرمی گاز } O_2} < 1$$

$$\frac{\text{درصد جرمی گاز } N_2}{\text{درصد جرمی گاز } O_2} = \frac{\text{جرم مولی گاز } N_2}{\text{جرم مولی گاز } O_2} \times \frac{\text{درصد مولی گاز } N_2}{\text{درصد مولی گاز } O_2}$$

پ) آرگون فراوانترین گاز نجیب موجود در هواکره است. گازهای نجیب به‌عنوان محیط بی‌اثر در جوشکاری کاربرد دارند. نقطه جوش آرگون پایین‌تر از اکسیژن بوده و یک نمونه از آرگون در مقایسه با اکسیژن **سخت‌تر میعان** می‌شود.

ج) گاز اکسیژن فراوانترین گازی از هواکره است که در دمای اتاق با ایجاد جرقه با گاز هیدروژن واکنش می‌دهد. این گاز با اغلب فلزها واکنش داده و عامل خوردگی آهن است.

د) هلیوم دومین گاز فراوان موجود در سیاره مشتری است. این گاز از جمله گازهای نجیب بوده و به‌عنوان **خنک‌کننده** در دستگاه‌های تصویربرداری کاربرد دارد.



۳- در فرایند اکسایش بخشی از اتیلن گلیکول موجود در ۹۰ میلی‌لیتر از محلول آبی آن، حجم فراورده گازی تولید شده در شرایط استاندارد، برابر با ۱۱/۲ لیتر است. در صورتی که غلظت اولیه اتیلن گلیکول، ۲/۳ برابر غلظت پایانی آن باشد، چند درصد اتیلن گلیکول موجود در محلول در واکنش مصرف شده است؟ (انحلال اتیلن گلیکول در محلول، تغییری در حجم محلول مورد نظر ایجاد نمی‌کند. $g \cdot mol^{-1} : H = 1, C = 12, O = 16$)

۵۰ (۴)

۴۰ (۳)

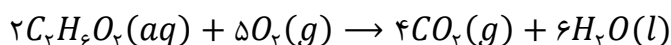
۶۰ (۲)

۳۰ (۱)

(سخت - محاسباتی - زمان‌بر ۵ - صفحه ۱۰۰ - ۱۰۰۳)

پاسخ: گزینه ۴

اتیلن گلیکول، نوعی الکل دوعاملی با فرمول شیمیایی $C_2H_6O_2$ است. این ماده در حضور مقدار کافی گاز اکسیژن، به‌طور کامل می‌سوزد. معادله موازنه شده واکنش انجام شده به‌صورت زیر است:



توجه داریم که در شرایط استاندارد، تنها فراورده گازی حاصل از سوختن اتیلن گلیکول، کربن دی‌اکسید است. ابتدا با استفاده از حجم گاز کربن دی‌اکسید، مول اتیلن گلیکول استفاده شده را محاسبه می‌کنیم:

$$? \text{ mol } C_2H_6O_2 = 11/2 \text{ L } CO_2 \times \frac{1 \text{ mol } CO_2}{22/4 \text{ L } CO_2} \times \frac{2 \text{ mol } C_2H_6O_2}{4 \text{ mol } CO_2} = 0/25 \text{ mol}$$

در ادامه حجم آب تولید شده را به‌دست می‌آوریم:

$$? \text{ mol } H_2O = 11/2 \text{ L } CO_2 \times \frac{1 \text{ mol } CO_2}{22/4 \text{ L } CO_2} \times \frac{6 \text{ mol } H_2O}{4 \text{ mol } CO_2} \times \frac{18 \text{ g } H_2O}{1 \text{ mol } H_2O} \times \frac{1 \text{ mL } H_2O}{1 \text{ g } H_2O} = 13/5 \text{ mL}$$

در مرحله بعد، مول اولیه اتیلن گلیکول را برابر x فرض کرده و با استفاده از نسبت غلظت مولی اولیه به غلظت نهایی آن، x را محاسبه می‌کنیم:

$$\frac{\text{غلظت اولیه}}{\text{غلظت نهایی}} = \frac{\frac{x}{90}}{\frac{x - 0.25}{90 + 13.5}} = \frac{103.5x}{90 \times (x - 0.25)} = 2/3 \Rightarrow x = 0.5 \text{ mol}$$

با توجه به محاسبات انجام شده، در ابتدا ۰/۵ مول اتیلن گلیکول در محلول وجود داشته و ۰/۲۵ مول از آن در واکنش اکسایش مصرف شده است. در پایان درصد اتیلن گلیکول مصرف شده را به دست می‌آوریم:

$$A = \frac{0.25}{0.5} \times 100 = 50 \text{ درصد}$$



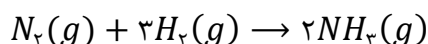
۴- مقداری گاز هیدروژن و نیتروژن، در یک مخزن ۲ لیتری در واکنش هابر شرکت می‌کنند. اگر در مدت زمان ۳۰ ثانیه، ۸/۴ گرم از واکنش‌دهنده با نقطه جوش پایین‌تر مصرف شود، سرعت متوسط واکنش چند $\text{mol.L}^{-1}.\text{min}^{-1}$ بوده و اگر واکنش با همین سرعت به پیش برود، در طول چند ثانیه، ۱۱۹ گرم آمونیاک تولید می‌شود؟ ($N = 14, H = 1 : \text{g.mol}^{-1}$)

۹۰ - ۱/۴ (۴)
۹۰ - ۲/۸ (۳)
۷۵ - ۱/۴ (۲)
۷۵ - ۲/۸ (۱)

(متوسط - محاسباتی - استاندارد ۱ - صفحه ۹۲ - ۱۱۰۲)

پاسخ: گزینه ۲ 

معادله موازنه شده واکنش گازهای هیدروژن و نیتروژن در فرایند هابر به صورت زیر است:



مولکول هیدروژن در مقایسه با مولکول نیتروژن جرم مولی پایین‌تری داشته و در نتیجه نقطه جوش آن نیز کم‌تر است. طی این فرایند، ۸/۴ گرم از گاز H_2 مصرف شده که معادل با ۴/۲ مول از آن است. حال تغییر غلظت این گاز را محاسبه می‌کنیم:

$$\text{تغییر غلظت} = \frac{\text{تغییر مول}}{\text{حجم}} = \frac{4/2 \text{ mol}}{2 \text{ L}} = 2/1 \text{ mol.L}^{-1}$$

در ادامه با توجه به مقدار تغییر غلظت گاز هیدروژن، سرعت متوسط واکنش را به دست می‌آوریم:

$$\bar{R}_{\text{واکنش}} = \frac{\bar{R}_{H_2}}{\text{ضریب گاز هیدروژن}} = \frac{\frac{2/1 \text{ mol.L}^{-1}}{30 \text{ s} \times \frac{1 \text{ min}}{60 \text{ s}}}}{3} = 1/4 \text{ mol.L}^{-1}.\text{min}^{-1}$$

طی این فرایند، در طول مدت زمان ۳۰ ثانیه، ۸/۴ گرم گاز هیدروژن مصرف شده است. مقدار گاز آمونیاک تولید شده در طول این بازه را محاسبه می‌کنیم:

$$? \text{ g } NH_3 = 8/4 \text{ g } H_2 \times \frac{1 \text{ mol } H_2}{2 \text{ g } H_2} \times \frac{2 \text{ mol } NH_3}{3 \text{ mol } H_2} \times \frac{17 \text{ g } NH_3}{1 \text{ mol } NH_3} = 47/6 \text{ g}$$

طبق فرض سؤال، در طول بازه زمانی ۳۰ ثانیه، مقدار ۴۷/۶ گرم آمونیاک تولید شده است. بر این اساس، بازه زمانی مورد نیاز برای تولید ۱۱۹ گرم گاز آمونیاک را محاسبه می‌کنیم:

$$? \text{ زمان } s = 119 \text{ g } NH_3 \times \frac{30 \text{ زمان } s}{47/6 \text{ g } NH_3} = 75 \text{ s}$$



۵- کدام یک از موارد زیر درست است؟ ($Cl = 35.5, F = 19, H = 1 : g.mol^{-1}$)

الف - بهترین پاک کننده خورنده برای از بین بردن لکه چربی، هیدروکلریک اسید است.

ب - با افزودن مقدار اندکی $NaOH(s)$ به محلول یک اسید قوی، رسانایی محلول اندکی کاهش پیدا می کند.

ج - برای خنثی کردن نیمی از باز موجود در یک محلول، جرم هیدروژن کلرید لازم، کمتر از جرم هیدروژن فلوئورید است.

د - با افزودن مقداری پودر بازی برای خنثی کردن بخشی از یک محلول حاوی اسید ضعیف، رسانایی افزایش پیدا می کند.

(۱) «الف» و «ج» (۲) «الف» و «د» (۳) «ب» و «ج» (۴) «ب» و «د»

پاسخ: گزینه ۴

(سخت - مفهومی - استاندارد ۱ - صفحه ۳۱ - ۱۲۰۱)

عبارت های (ب) و (د) درست هستند.

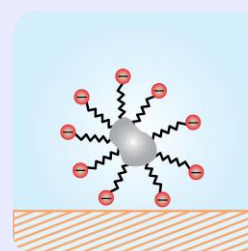
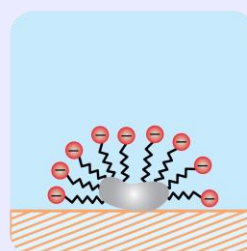
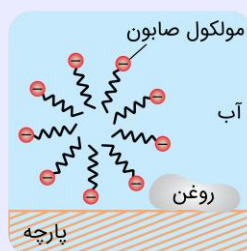
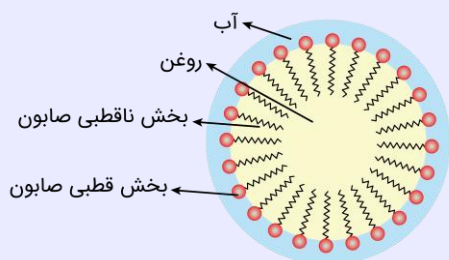
بررسی موارد:

الف) لکه های چربی شامل استرهای سه عاملی و اسیدهای چرب هستند. به دلیل خاصیت اسیدی این مواد، بهترین پاک کننده های خورنده برای پاک کردن آن ها، بازهایی مانند سود سوزآور (سدیم هیدروکسید) هستند.

انواع پاک کننده ها

پاک کننده ها بر اساس مکانیسم عملکرد خود به دو دسته پاک کننده های کلوئیدساز و خورنده تقسیم می شوند. در این رابطه، داریم:

۱) پاک کننده های کلوئیدساز که شامل صابون و پاک کننده غیرصابونی هستند، از دو بخش قطبی و غیرقطبی تشکیل شده اند. این پاک کننده ها از سمت بخش قطبی با مولکول های آب و از سمت بخش ناقطبی با مولکول های چربی یا روغن جاذبه برقرار می کنند. در این حالت قطرات چربی به صورت توده مولکولی درآمده و اطراف آن را پاک کننده ها می پوشانند. در این حالت، ذرات پاک کننده به گونه ای قرار می گیرند که سمت ناقطبی آن ها به سمت داخل (توده چربی) و سمت قطبی آن ها به سمت بیرون (آب) است. در این رابطه، داریم:



۲) پاک کننده های خورنده شامل مواد اسیدی یا بازی هستند که علاوه بر داشتن برهم کنش فیزیکی با آلاینده ها، با آن ها واکنش شیمیایی نیز می دهند و آن ها را به مواد محلول در آب تبدیل می کنند. مواد محلول ایجاد شده طی این فرایند، از محل لکه شسته خواهند شد.

پ) با اضافه کردن مقداری پودر بازی به یک محلول اسید قوی و انجام واکنش خنثی شدن، تعداد یون های موجود در محلول تغییر نمی کند، اما به دلیل تولید مقداری آب در این واکنش، غلظت یون ها و در نتیجه رسانایی محلول اندکی کاهش پیدا می کند.

ج) در واکنش خنثی کردن محلول بازی توسط اسید تک ظرفیتی، هر مول از اسید (ضعیف یا قوی)، یک مول از یون هیدروکسید موجود در محلول بازی را خنثی می کند. جرم مولی هیدروژن فلوئورید کوچک تر از هیدروژن کلرید است؛ بنابراین برای خنثی کردن مقدار مشخصی از باز، جرم هیدروژن کلرید مورد نیاز بیشتر از جرم هیدروژن فلوئورید مورد نیاز خواهد بود.

د) با اضافه کردن مقداری پودر بازی برای خنثی کردن بخشی از یک محلول حاوی اسید ضعیف، مقدار یون ها افزایش پیدا کرده و این عامل باعث افزایش غلظت یون ها می شود. در این شرایط، به طور کلی غلظت یون ها و در نتیجه رسانایی محلول افزایش پیدا می کند. فرض کنید ۱ مول از اسید ضعیف HX در محلول حضور داشته و درجه یونش این اسید برابر ۰/۲ است. در این صورت در محلول مورد نظر ۰/۴ مول یون در اثر یونش اسید ضعیف تولید شده است. حال ۰/۲ مول سدیم هیدروکسید به محلول اضافه می کنیم. با افزودن سدیم هیدروکسید، ۰/۲ مول یون سدیم توسط باز در محلول تولید می شود. مقدار ۰/۲ مول یون X^- نیز به صورت دست نخورده در محلول باقی می ماند. همچنین با افزودن باز به محلول اسید ضعیف، اسید مورد نظر بیشتر به سمت یونش پیش رفته و بنابراین یون X^- بیشتری نیز تولید خواهد کرد؛ بنابراین مجموع مول یون ها در این محلول بیشتر از ۰/۴ خواهد بود.