ماز

دفترچه پاسخ

جامع شبیه‌ساز کنکور سراسری

پنجشنبه

۱۴۰۴/۰۴/۱۹

برای دیدن پاسخنامه ویدئویی آزمون
QRcode بالارو اسکن یا روی لینک زیر کلیک کن!

مشاهدهٔ پاسخنامهٔ ویدئویی آزمون

گروه آزمایشی علوم ریاضی و فنی ــ پایهٔ دوازدهم
آزمون الکترونیکی ماز ــ مرحله ۱۹

درس	مسئول درس	طراحان	ویراستاران
ریاضیات	حسین شفیع‌زاده سیدجواد نظری مهرداد کیوان مهرداد اسپیدکار	حسین شفیع‌زاده ـ مهرداد کیوان رسول حاجی‌زاده ـ سوگند روشنی محمدرضا حسینی‌فرد	محسن جواهری ـ مهرداد اسپیدکار حمیدرضا ولی‌پور ـ علیرضا ملک‌حسینی
فیزیک	سجاد صادقی‌زاده سعید احمدی	محمدجواد سورچی ـ سعید احمدی ـ مهدی پارسا حسین عبدوی‌نژاد ـ مجید رجبی‌وندچالی ـ سارا قانع مهدی رحمت‌اللهی ـ احسان ایرانی ـ ارسلان رحمانی محمد باغبان ـ حسین زین‌العابدین‌زاده امیررضا خوینی‌ها ـ آروین صالحی	حسین عبدوی‌نژاد حنا خلعتبری
شیمی	فرشاد هادیان‌فرد	فرشاد هادیان‌فرد ـ فرهنگ امیری عالیه میرزایی ـ بنیامین بهرامی ـ حسین ایروانی علی ترابی ـ محمد کهنه‌پوشی ـ مهسا بایمانی‌نژاد سعیده محبی ـ امیر بصراوی	رامین رزمجو ـ عالیه میرزایی فرهنگ امیری ـ بنیامین بهرامی

مدیر تولید آزمون: محدثه شیخعلی

حق چاپ و تکثیر سؤالات به هر روش (الکترونیکی و...) پس از برگزاری آزمون برای تمامی اشخاص حقیقی و حقوقی تنها با مجوز «گروه ماز» مجاز می‌باشد و با متخلفین برابر مقررات رفتار می‌شود.

AzmonVIP

تو قهرمانِ داستان زندگی خودتی

این روزهای آخر، مثل لحظات پایانی یه دوی ماراتنه. دونده‌ای که کیلومترها دویده، خسته‌ست، عرق کرده، پاهاش درد می‌کنه... ولی وقتی خط پایان رو می‌بینه، یه انرژی عجیب از ته دلش آزاد میشه. چون می‌دونه ارزشش رو داره که تا آخر بجنگه.
تو هم الان دقیقاً همون دونده‌ای. شاید خسته باشی، شاید ذهنت پر از سؤال و اضطراب باشه، ولی یادت نره:

تو خیلی خیلی به خط پایان نزدیک شدی.

نگران نباش اگر بعضی روزها حس کردی کمتر از حد انتظار خودت ظاهر شدی. مهم نیست چندبار زمین خوردی یا چقدر ترسیدی. مهم اینه که هر بار دوباره بلند شدی و ادامه دادی. همین روحیه است که قهرمان‌ها رو می‌سازه.

مثلاً داستان اون کوهنورد رو شنیدی؟
یه کوهنورد حرفه‌ای تصمیم می‌گیره بلندترین قلهٔ منطقه رو فتح کنه. ساعت‌ها و ساعت‌ها تلاش می‌کنه، هوا سرد میشه، باد شدیدی می‌وزه، همه جا مه می‌گیره. اون به خودش میگه "دیگه نمیشه، باید برگردم."
ولی ناگهان، چند قدم جلوتر، مه کنار میره و قله درست جلوی چشمش ظاهر میشه... فقط چند قدم دیگه مونده بود.
تصور کن اگر تسلیم شده بود! چقدر حیف می‌شد فقط به خاطر چند قدم آخر.

تو هم الان درست چند قدم تا قله فاصله داری.
بذار این روزای آخر، به جای استرس، با تمام توان و قدرت قدم برداری. به جای اینکه از سختی‌ها بترسی، به خودت بگو:

«من قراره چیزی رو ببینم که فقط کسانی که تا آخر ایستادن می‌بینن.»

روز کنکور، مهم‌ترین چیز اینه که آروم باشی. باور کن چیزی که باعث موفقیت میشه، فقط درس نیست؛ اعتماد به نفس، آرامش ذهن و ایمان به خودته که معجزه می‌کنه.

تو برای بهترینِ خودت بجنگ. نه برای مقایسه شدن با دیگران.

بیا این چند قدم آخر رو هم باهم بدویم. محکم، با سرِ بلند، با دلی پر از امید.

به آیندهٔ درخشانت سلام کن. تو آماده‌ای!

یک تیم با بیش از ۵۰۰ نفر در حال کار هستن تا آزمون‌های ماز با حداکثر کیفیت حاضر بشن و به شما کمک کنن و مسیر موفقیت رو براتون ساده‌تر کنن. همیشه از نظرات و کامنت‌های خوب‌تون انرژی می‌گیریم. مرسی که همراهمون هستین.
راستی! حتماً در نظرسنجی آزمون شرکت کنین و نظرات و پیشنهادات‌تون رو برامون بنویسین.

ریاضی

یکی از مطابقت‌های آزمون سال گذشته ماز با کنکور ۱۴۰۳

۳۲- حداقل چند عضو از مجموعهٔ اعداد طبیعی کمتر از ۲۱ انتخاب کنیم تا مطمئن باشیم حداقل ۲ عضو با تفاضل ۱۱ در بین آن‌ها وجود دارد؟

۱) ۱۰ ۲) ۱۱ ۳) ۱۲ ۴) ۱۳

(مرحله ۱۸ آزمون‌های سالیانه ــ ریاضیات رشته ریاضی)

۳۹- حداقل چند عضو از مجموعه $\{۱۴,۱۵,۱۶,...,۲۰,۲۲,۲۳,۲۴,...,۲۸\}$ انتخاب کنیم تا به طور قطع، لااقل سه عضو انتخاب شده اعداد متوالی باشند؟

۱) ۱۲ ۲) ۱۱ ۳) ۱۰ ۴) ۹

(کنکور تیر ۱۴۰۳ ــ ریاضیات رشته ریاضی)

برای مشاهدهٔ همهٔ مطابقت‌ها اینجا رو اسکن کن!

biomaze.ir یا رو این کلیک کن!

AzmonVIP

دانش‌آموزان عزیز ماز

ما اومدیم با یکی دیگه از آزمون‌هامون

توی این آزمون قراره کنکور رو براتون شبیه‌سازی کنیم. حالا اگه می‌خوای ببینی توی این آزمون چه خبره باهامون همراه باش...

- آقا! + بله؟

- توی این آزمون دقیقا ازچه قسمت‌هایی سوال طرح کردین؟

+ مباحثی که توی این آزمون ازش سوال اومده رو می‌تونی توی جدول پایینی ببینی...

بخش	کتاب	مباحث	تعداد سوال
حسابان	حسابان ۲ حسابان ۱ ریاضی ۱	جبر و معادله‌ها و نامعادله‌ها، مجموعه، الگو و دنباله، توان‌های گویا	۵
		تابع	۳
		توابع نمایی و لگاریتمی	۱
		مثلثات	۵
		حد و پیوستگی	۳
		مشتق	۲
		کاربردهای مشتق	۱
هندسه	هندسه ۱	ترسیم‌های هندسی و استدلال	۰
		قضیهٔ تالس، تشابه و کاربردهای آن	۱
		چندضلعی‌ها	۱
		تجسم فضایی	۱
	هندسه ۲	دایره	۰
		تبدیل‌های هندسی و کاربردها	۱
		روابط طولی در مثلث	۱
	هندسه ۳	ماتریس و کاربردها	۱
		آشنایی با مقاطع مخروطی	۳
		بردارها	۱
گسسته و آمار و احتمال	آمار و احتمال	آشنایی با مبانی ریاضیات	۲
		احتمال	۱
		آمار توصیفی	۲
		آمار استنباطی	۰
	ریاضیات گسسته	آشنایی با نظریهٔ اعداد	۲
		گراف و مدل‌سازی	۲
		ترکیبیات (شمارش)	۱

حالا برین تحلیل آزمون رو شروع کنین که به‌نظرم تحلیل آزمون و مشخص شدن ایرادها از خود آزمون دادن مهم‌تره.

آرزومند آرزوهایتان

حسین شفیع‌زاده - رتبهٔ ۶ کنکور ۶۷ و مسئول درس ریاضی آزمون ماز

www.biomaze.ir
۱۴۰۳ - ۱۴۰۴

AzmonVIP

۱- در دنبالهٔ هندسی با جملهٔ عمومی a_n هرگاه $a_۶ = a_۳ + ۱۸$ و $a_۳ + a_۴ + a_۵ = ۶$ باشد، مجموع ۹ جملهٔ ابتدایی دنباله برابر $S = \alpha(۲^{\beta} - ۱)$ است.

مقدار $\frac{۱}{\alpha} - \beta$ کدام است؟

۱) ۱۸۰ ۲) ۱۴۰ ۳) ۱۵۰ ۴) ۲۱۰

پاسخ: گزینهٔ ۳ (متوسط ـ محاسباتی ـ ۱۱۰۱)

روابط داده شده را برحسب جملهٔ اول می‌نویسیم:

$$a_۱r^۵ = a_۱r^۲ + ۱۸ \Rightarrow a_۱r^۲(r^۳ - ۱) = ۱۸$$

$$a_۱r^۲ + a_۱r^۳ + a_۱r^۴ = ۶ \Rightarrow a_۱r^۲(۱ + r + r^۲) = ۶$$

دو طرف را بر هم تقسیم می‌کنیم:

$$\frac{r^۳ - ۱}{۱ + r + r^۲} = ۳$$

با توجه به این‌که:

$$r^۳ - ۱ = (r - ۱)(r^۲ + r + ۱)$$

در نتیجه داریم:

$$\frac{(r - ۱)\cancel{(r^۲ + r + ۱)}}{\cancel{۱ + r + r^۲}} = ۳ \Rightarrow r - ۱ = ۳ \Rightarrow r = ۴$$

با قرار دادن $r = ۴$ در یکی از رابطه‌های بالا خواهیم داشت:

$$a_۱r^۲(r^۳ - ۱) = ۱۸ \Rightarrow a_۱ \times ۴^۲ \times (۴^۳ - ۱) = ۱۸ \Rightarrow a_۱ = \frac{۱}{۵۶}$$

حال مجموع ۹ جملهٔ اول را به دست می‌آوریم:

$$S_۹ = a_۱\frac{r^۹ - ۱}{r - ۱} = \frac{۱}{۵۶} \times \frac{۴^۹ - ۱}{۴ - ۱} = \frac{۱}{۱۶۸}(۲^{۱۸} - ۱)$$

در نتیجه:

$$\alpha = \frac{۱}{۱۶۸}\ ,\ \beta = ۱۸ \Rightarrow \frac{۱}{\alpha} - \beta = ۱۶۸ - ۱۸ = ۱۵۰$$

قدرنسبت دنباله هندسی

می‌دانیم که جمله عمومی یک دنباله هندسی به صورت $a_n = a_۱q^{n-۱}$ است و در آن، عددی که به توان $(n-۱)$ می‌رسد، قدرنسبت دنباله است. به طور کلی می‌توان گفت که اگر جمله عمومی یک دنباله هندسی به فرم $a_n = q^{(bn \pm c)}$ باشد، قدرنسبت آن برابر $(q)^b$ است.

به عنوان مثال

در دنبالهٔ $a_n = \sqrt{۲}(\frac{۱}{۳})^{۱-۲n}$ داریم: قدرنسبت $= (\frac{۱}{۳})^{-۲} = (۳^{-۱})^{-۲} = ۳^۲ = ۹$

اگر a_n و $a_{n-۱}$ دو جمله متوالی یک دنباله هندسی باشند، در این صورت حاصل تقسیم a_n بر $a_{n-۱}$ همان قدرنسبت دنباله است. به عبارت دیگر، اگر دنباله $a_۱, a_۲, a_۳, ..., a_{n-۱}, a_n$ بیانگر یک دنباله هندسی باشد، در این صورت حاصل تقسیم هر دو جمله متوالی آن برابر قدرنسبت دنباله است، یعنی:

$$q = \frac{a_n}{a_{n-۱}}$$

$$q = \frac{a_۲}{a_۱} = \frac{a_۳}{a_۲} = ... = \frac{a_n}{a_{n-۱}}$$

به عنوان مثال

در دنباله هندسی $۲\sqrt{۲}, ۲, \sqrt{۲}, ۱, ...$ قدرنسبت دنباله برابر است با:

$$q = \frac{a_۳}{a_۲} = \frac{\sqrt{۲}}{۲} \qquad q = \frac{a_۲}{a_۱} = \frac{۲}{۲\sqrt{۲}} = \frac{۱}{\sqrt{۲}} = \frac{\sqrt{۲}}{۲}$$

اگر a_n و a_m دو جمله (متوالی یا غیرمتوالی) از یک دنباله هندسی باشند، در این صورت برای به دست آوردن قدرنسبت دنباله از رابطه زیر استفاده می‌کنیم:

$$\frac{a_n}{a_m} = q^{n-m}$$

مجموع جملات دنبالهٔ هندسی

اگر جملهٔ نخست دنباله‌ای هندسی برابر $a_۱$ و قدرنسبت آن برابر q باشد $(q \neq ۱)$ جملهٔ عمومی این دنباله به صورت $a_n = a_۱q^{n-۱}$ است.

مجموع n جملهٔ نخست این دنبالهٔ هندسی برابر است با:

$$S_n = a_۱\frac{q^n - ۱}{q - ۱}$$

۲- اگر $A=\frac{۲۷+۲\sqrt{۲}}{۱۱-۳\sqrt{۲}}+۷(۳+\sqrt{۲})^{-۱}$ باشد، حاصل کدام عبارت زیر، یک عدد طبیعی است؟

۱) $\sqrt{۳}A$ ۲) $\sqrt{۲}A$ ۳) A ۴) $\sqrt{۶}A$

پاسخ: گزینهٔ ۳ (متوسط ـ محاسباتی ـ ۱۰۰۳)

$$A=\frac{۲۷+۲\sqrt{۲}}{۱۱-۳\sqrt{۲}}+۷(۳+\sqrt{۲})^{-۱}=\frac{۳^۳+(\sqrt{۲})^۳}{۱۱-۳\sqrt{۲}}+\frac{۷}{۳+\sqrt{۲}}$$

$$=\frac{(۳+\sqrt{۲})(۹-۳\sqrt{۲}+۲)}{۱۱-۳\sqrt{۲}}+(\frac{۷}{۳+\sqrt{۲}}\times\frac{۳-\sqrt{۲}}{۳-\sqrt{۲}})$$

$$=\frac{(۳+\sqrt{۲})(۱۱-۳\sqrt{۲})}{۱۱-۳\sqrt{۲}}+\frac{۷(۳-\sqrt{۲})}{\underbrace{۹-۲}_{۷}}=۳+\sqrt{۲}+۳-\sqrt{۲}=۶$$

گروه آموزشی ماز

۳- رأس سهمی $f(x)=-x^۲+mx+m-۲$ در ناحیه چهارم قرار گرفته است. برای m چند مقدار صحیح به دست می‌آید؟

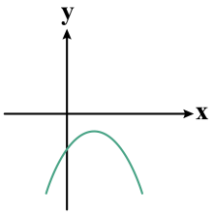
۱) صفر ۲) یک ۳) دو ۴) چهار

پاسخ: گزینهٔ ۲ (متوسط ـ مفهومی / محاسباتی ـ ۱۰۰۴)

با توجه به این‌که سهمی دارای max است و قرار است رأس سهمی در ناحیهٔ چهارم واقع شود، پس داریم:

$$-\frac{b}{۲a}>۰\ ,\ \Delta<۰$$

یعنی:



$$\frac{-b}{۲a}=-\frac{m}{-۲}>۰\Rightarrow m>۰\quad (I)$$

$$\Delta=m^۲-۴\times(-۱)\times(m-۲)<۰\Rightarrow m^۲+۴m-۸<۰\Rightarrow(m+۲)^۲<۱۲\Rightarrow-۲\sqrt{۳}<m+۲<۲\sqrt{۳}$$

$$\Rightarrow-۲-۲\sqrt{۳}<m<-۲+۲\sqrt{۳}\quad (II)$$

$(I),(II)\Rightarrow۰<m<۲\sqrt{۳}-۲\Rightarrow$ فقط $m=۱$ قابل قبول است.

گروه آموزشی ماز

۴- هر یک از ریشه‌های معادلهٔ $x^۲-ax+۱۰b=۰$ از سه برابر ریشه‌های معادلهٔ $x^۲+ax+b=۰$ دو واحد بیشتر است. حاصل‌ضرب هر چهار ریشهٔ مربوط به این دو معادله کدام است؟

۱) ۱۰ ۲) ۹۰ ۳) ۴۰ ۴) ۸۰

پاسخ: گزینهٔ ۳ (متوسط ـ محاسباتی ـ ۱۱۰۱)

اگر α و β ریشه‌های معادلهٔ $x^۲+ax+b=۰$ باشند، خواهیم داشت:

$$\begin{cases}\alpha+\beta=-a\\ \alpha\beta=b\end{cases}$$

همچنین با توجه به اطلاعات داده شده در مسأله $(۳\alpha+۲)$ و $(۳\beta+۲)$ ریشه‌های معادلهٔ $x^۲-ax+۱۰b=۰$ هستند و داریم:

$$\begin{cases}(۳\alpha+۲)+(۳\beta+۲)=a\Rightarrow۳\underbrace{(\alpha+\beta)}_{-a}+۴=a\Rightarrow۴a=۴\Rightarrow a=۱\\ (۳\alpha+۲)(۳\beta+۲)=۱۰b\Rightarrow۹\underbrace{\alpha\beta}_{b}+۶\underbrace{(\alpha+\beta)}_{-a}+۴=۱۰b\end{cases}$$

$$\Rightarrow۶\times(-a)+۴=b\Rightarrow-۶+۴=b\Rightarrow b=-۲$$

حال حاصل‌ضرب هر ۴ ریشه را به دست می‌آوریم:

$$b\times۱۰b=۱۰b^۲=۱۰\times(-۲)^۲=۴۰$$

۱۴۰۳ - ۱۴۰۴
www.biomaze.ir

ریشه‌های معادلهٔ درجه دوم

اگر α و β ریشه‌های معادله درجه دوم $ax^2+bx+c=0$ و $(a\neq 0)$ باشند، آن‌گاه با فرض $\Delta\geq 0$ داریم:

مجموع ریشه‌ها	حاصل‌ضرب ریشه‌ها
$S=\alpha+\beta=-\frac{b}{a}$	$P=\alpha\beta=\frac{c}{a}$

گروه آموزشی ماز

۵- جواب نامعادلهٔ $\frac{2x+5}{x-2}<x$ به صورت $(\alpha,+\infty)$ است. حداقل α کدام است؟

۱) ۴ ۲) ۵ ۳) ۶ ۴) ۳

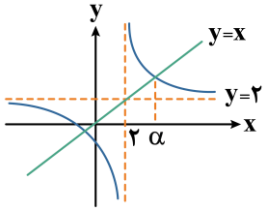
پاسخ: گزینهٔ ۲ (آسان ـ مفهومی / محاسباتی ـ ۱۰۰۴)

در تابع هموگرافیک داریم: نقطهٔ تلاقی مجانب‌ها $f(x)=\frac{2x+5}{x-2}\Rightarrow A\begin{vmatrix}2\\2\end{vmatrix}$

با توجه به نمودار تابع هموگرافیک، باید زیر نیمساز ناحیهٔ اول و بالای خط $y=2$ باشد، پس:

$$\frac{2x+5}{x-2}=x\Rightarrow x^2-2x=2x+5\Rightarrow x^2-4x-5=0\Rightarrow (x-5)(x+1)=0$$

$$\Rightarrow\begin{cases}x=5\checkmark\\ x=-1\ \text{غ ق ق}\end{cases}\Rightarrow \text{جواب}=(5,+\infty)\Rightarrow\alpha=5$$



توجه

روش دیگر برای حل این نامعادله به این صورت است که نامعادله‌های $2<\frac{2x+5}{x-2}$ و $\frac{2x+5}{x-2}<x$ را حل کرده و بین جواب‌ها اشتراک بگیریم:

$$\left.\begin{array}{l}2<\frac{2x+5}{x-2}\Rightarrow \text{جواب}=(2,+\infty)\ (I)\\ \frac{2x+5}{x-2}<x\Rightarrow \text{جواب}=(-1,2)\cup(5,+\infty)\ (II)\end{array}\right\}\Rightarrow (I)\cap(II)=(5,+\infty)$$

گروه آموزشی ماز

۶- فرض کنید $\log_2^{(2-x)}8+2\log_2^{(2-x)}\sqrt[3]{x^2-4x+4}=3$ باشد. حاصل $\log_4^{(-2x)}$ کدام است؟

۱) ۱ ۲) ۲ ۳) $\frac{1}{2}$ ۴) $\frac{3}{2}$

پاسخ: گزینهٔ ۱ (متوسط ـ محاسباتی ـ ۱۱۰۳)

باتوجه به معادلهٔ داده شده، دامنه $2-x>0$ است. معادله را بازنویسی می‌کنیم:

$$3\log_2^{\sqrt[3]{(2-x)^2}}+2\log_2^{(2-x)}=8\Rightarrow\frac{3}{3}\log_2^{(2-x)^2}+\log_2^{(2-x)^2}=8\Rightarrow\log_2^{(2-x)^2}+\log_2^{(2-x)^2}=8$$

$$\Rightarrow 2\log_2^{(2-x)^2}=8\Rightarrow\log_2^{(2-x)^2}=4\Rightarrow(2-x)^2=16$$

$$2-x=\pm 4\Rightarrow\begin{cases}2-x=-4\Rightarrow x=6\ \text{غ ق ق}\\ 2-x=4\Rightarrow x=-2\checkmark\end{cases}$$

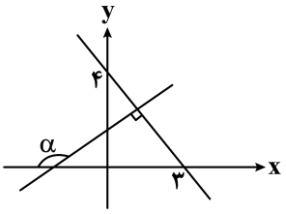
حال حاصل عبارت خواسته شده را به دست می‌آوریم:

$$\log_4^{(-2x)}=\log_4^4=1$$

گروه آموزشی ماز

www.biomaze.ir
۱۴۰۳ - ۱۴۰۴

۷- در شکل مقابل، مقدار $\cos 2\alpha$ کدام است؟



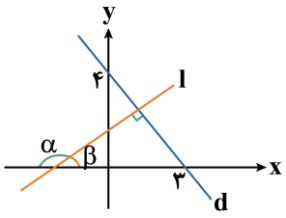
۱) $\frac{۶}{۲۵}$
۲) $\frac{۷}{۲۵}$
۳) $\frac{۷}{۱۶}$
۴) $\frac{۹}{۱۶}$

پاسخ: گزینهٔ ۲ (متوسط ـ مفهومی / محاسباتی ـ ۱۱۰۴)

با توجه به شکل، شیب خط d برابر $-\frac{۴}{۳}$ و شیب خط l که بر خط d عمود است برابر $\frac{۳}{۴}$ است، در نتیجه: $\tan\beta=\frac{۳}{۴}$

حال با توجه به این‌که $\alpha=۱۸۰^\circ-\beta$، پس داریم:

$$\tan\alpha=\tan(۱۸۰^\circ-\beta)=-\tan\beta=-\frac{۳}{۴}$$



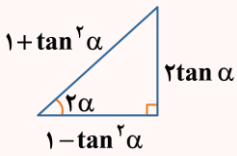
حال $\cos 2\alpha$ را به دست می‌آوریم:

$$\cos ۲\alpha=\frac{۱-\tan^۲\alpha}{۱+\tan^۲\alpha}=\frac{۱-\frac{۹}{۱۶}}{۱+\frac{۹}{۱۶}}=\frac{\frac{۷}{۱۶}}{\frac{۲۵}{۱۶}}=\frac{۷}{۲۵}$$

ارتباط نسبت‌های مثلثاتی دو برابر کمان با $\tan\alpha$

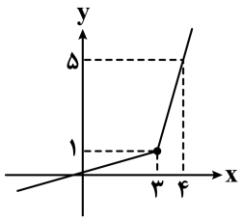
مثلث رو فقط برای این کشیدیم تا رابطه‌های مقابل رو بهتر بتونی یاد بگیری.

- $\sin ۲\alpha=\frac{۲\tan\alpha}{۱+\tan^۲\alpha}$
- $\cos ۲\alpha=\frac{۱-\tan^۲\alpha}{۱+\tan^۲\alpha}$
- $\tan ۲\alpha=\frac{۲\tan\alpha}{۱-\tan^۲\alpha}$



گروه آموزشی ماز

۸- نمودار تابع $y=f(x-۱)$ به صورت مقابل است. اگر $g(x)=۲+۳f(\frac{۳-x}{۲})$ باشد، حاصل $g^{-۱}of(۳)$ کدام است؟

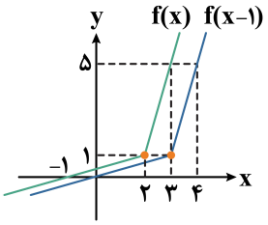


۱) -۱
۲) -۲
۳) -۳
۴) -۴

پاسخ: گزینهٔ ۱ (متوسط ـ محاسباتی ـ ۱۱۰۲)

برای به دست آوردن تابع $f(x)$، نمودار $f(x-۱)$ را یک واحد به چپ منتقل می‌کنیم:

اکنون داریم:



حال داریم:

$$g^{-۱}of(۳)=g^{-۱}\big(f(۳)\big)=g^{-۱}(۵)$$
$$\downarrow$$
$$۵$$

$$g^{-۱}(۵)=a\Rightarrow g(a)=۵$$

$$۲+۳f(\frac{۳-a}{۲})=۵\Rightarrow f(\frac{۳-a}{۲})=۱\Rightarrow\frac{۳-a}{۲}=۲\Rightarrow ۳-a=۴\Rightarrow a=-۱\Rightarrow g^{-۱}of(۳)=-۱$$

گروه آموزشی ماز

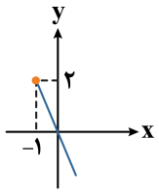
www.biomaze.ir
۱۴۰۳ - ۱۴۰۴
AzmonVIP

۹- تابع $f(x)=\begin{cases}۲-|۲x+۲| & x\geq -۱\\ ۲mx-m-۴ & x<-۱\end{cases}$ روی $\mathbb{R}$ نزولی اکید است. حدود m کدام است؟

۱) $m\leq ۰$ ۲) $-۲\leq m<۰$ ۳) $-۶\leq m<۰$ ۴) $m\leq -۲$

پاسخ: گزینهٔ ۴ (متوسط ـ مفهومی ـ ۱۲۰۱)

به کمک رسم نمودار داریم:



حال برای آن‌که تابع در $\mathbb{R}$ نزولی اکید باشد، باید شرایط زیر برقرار باشد:

(۱) $۲m<۰$ یعنی $m<۰$

(۲) $۲m(-۱)-m-۴\geq ۲$ یعنی: $-۳m\geq ۶\Rightarrow m\leq -۲$

$(۱)\cap(۲)$: $m\leq -۲$

گروه آموزشی ماز

۱۰- اگر $f(x)=x^۴-ax^۳+۲ax^۲-x+۱$ بر $x-۱$ بخش‌پذیر باشد، باقی‌ماندهٔ تقسیم $f(x)$ بر $(x+۱)^۲$ کدام است؟

۱) $۲x-۲$ ۲) $۲x$ ۳) $۲x+۲$ ۴) $-۲x$

پاسخ: گزینهٔ ۳ (سخت ـ مفهومی / محاسباتی ـ ۱۲۰۱)

$x-۱=۰\Rightarrow x=۱\Rightarrow f(۱)=۰\Rightarrow ۱-a+۲a-۱+۱=۰$

$\Rightarrow a=-۱\Rightarrow f(x)=x^۴+x^۳-۲x^۲-x+۱$

حال برای پیداکردن باقی‌ماندهٔ تقسیم $f(x)$ بر $(x+۱)^۲$ داریم:

$f(x)=(x+۱)^۲q(x)+\underbrace{(\alpha x+\beta)}_{\text{باقی‌مانده}}\Rightarrow f(-۱)=-\alpha+\beta$

همچنین از ضابطهٔ $f(x)$ داریم:

$f(-۱)=۱-۱-۲+۱+۱=۰$

$\Rightarrow -\alpha+\beta=۰\Rightarrow \alpha=\beta$

حال داریم:

$f'(x)=۴x^۳+۳x^۲-۴x-۱\Rightarrow f'(-۱)=-۴+۳+۴-۱=۲$

$f'(x)=۲(x+۱)q(x)+q'(x)(x+۱)^۲+\alpha\Rightarrow f'(-۱)=\alpha$

$\Rightarrow \alpha=۲\xrightarrow{\alpha=\beta}\beta=۲$

در نتیجه باقی‌ماندهٔ تقسیم $f(x)$ بر $(x+۱)^۲$ برابر است با: $۲x+۲$

باقی‌مانده تقسیم چندجمله‌ای $f(x)$ بر $(ax+b)$

زمانی که چندجمله‌ای $f(x)$ را بر عبارت درجه اول $(ax+b)$ تقسیم می‌کنیم، باقی‌مانده‌ای که حاصل می‌شود، عددی ثابت است و در این حالت رابطهٔ تقسیم برابر است با:

$f(x)=(ax+b)q(x)+\boxed{R}$ باقی‌مانده (عدد ثابت)

حالا برای این‌که باقی‌مانده رو به دست بیاریم، اول میایم و $ax+b$ رو برابر صفر قرار می‌دیم و ریشه اون رو به دست میاریم (که میشه $x=\frac{-b}{a}$)، بعدش ریشه‌ای که به دست آوردیم رو داخل چندجمله‌ای $f(x)$ قرار می‌دیم و عددی که به دست میاد رو به عنوان باقی‌مانده تقسیم $f(x)$ بر $ax+b$ معرفی می‌کنیم، به عبارت دیگه:

$$\begin{cases}ax+b=۰\Rightarrow x=-\frac{b}{a}\\ R=f(-\frac{b}{a})\end{cases}$$

گروه آموزشی ماز

۱۱- حاصل $P=\frac{\sin^۳x+\cos^۳x}{\sin x-\cos x}$ به ازای $x=۱۵^\circ$ کدام است؟

۱) $\frac{-۳\sqrt{۳}}{۴}$ ۲) $\frac{۳\sqrt{۳}}{۴}$ ۳) $\frac{۳\sqrt{۳}}{۲}$ ۴) $\frac{-۳\sqrt{۳}}{۲}$

پاسخ: گزینهٔ ۱ (متوسط ـ محاسباتی ـ ۱۱۰۴)

فرض کنیم: $A=\sin x-\cos x$

$$\xrightarrow{A<۰}A^۲=\underbrace{\sin^۲x+\cos^۲x}_{۱}-\underbrace{۲\sin x.\cos x}_{\sin ۲x}=۱-\sin ۲x=۱-\sin ۳۰^\circ=۱-\frac{۱}{۲}=\frac{۱}{۲}\Rightarrow A=-\frac{\sqrt{۲}}{۲}$$

AzmonVIP
www.biomaze.ir
۱۴۰۳ - ۱۴۰۴

$B = \sin x + \cos x$

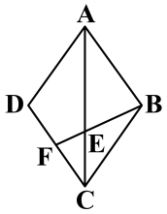
$\Rightarrow B^{۲} = \underbrace{\sin^{۲} x + \cos^{۲} x}_{۱} + \underbrace{۲\sin x.\cos x}_{\sin ۲x} = ۱ + \sin ۲x = ۱ + \sin ۳۰^\circ = ۱ + \frac{۱}{۲} = \frac{۳}{۲} \Rightarrow B = \frac{\sqrt{۶}}{۲}$

حاصل عبارت داده شده را به دست می‌آوریم:

$$P = \frac{(\sin x + \cos x)(\sin^{۲} x + \cos^{۲} x - \sin x.\cos x)}{\sin x - \cos x} = \frac{\frac{\sqrt{۶}}{۲}(۱ - \frac{\sin ۲x}{۲})}{\frac{-\sqrt{۲}}{۲}} = -\sqrt{۳}(۱ - \frac{۱}{۴}) = \frac{-۳\sqrt{۳}}{۴}$$

گروه آموزشی ماز

۱۲- در لوزی ABCD شکل مقابل، $AB = ۱۰$ و $\tan \hat{A} = \frac{۳}{۴}$ است. اگر F وسط CD باشد، طول BE کدام است؟



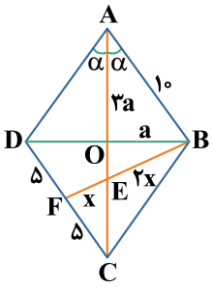
۱) $۲\sqrt{۳}$
۲) $۲\sqrt{۵}$
۳) $\sqrt{۵}$
۴) $\sqrt{۳}$

پاسخ: گزینهٔ ۲ (سخت ـ ترکیبی / محاسباتی ـ ۱۲۰۲)

با توجه به شکل، داریم:

$$\overset{\triangle}{ABE} \sim \overset{\triangle}{CEF} \Rightarrow \frac{AB}{FC} = \frac{BE}{EF} = \frac{AE}{EC} \Rightarrow \frac{۱۰}{۵} = \frac{BE}{EF} = \frac{AE}{EC} \Rightarrow \begin{cases} BE = ۲EF \\ AE = ۲EC \end{cases}$$

همچنین:



$$\tan \hat{A} = \tan ۲\alpha = \frac{۳}{۴} \Rightarrow \tan ۲\alpha = \frac{۲\tan \alpha}{۱ - \tan^{۲} \alpha} = \frac{۳}{۴}$$

$$۸\tan \alpha = ۳ - ۳\tan^{۲} \alpha \Rightarrow ۳\tan^{۲} \alpha + ۸\tan \alpha - ۳ = ۰$$

$$\Rightarrow (۳\tan \alpha - ۱)(\tan \alpha + ۳) = ۰ \Rightarrow \begin{cases} \tan \alpha = -۳ \text{ غ ق ق} \\ \tan \alpha = \frac{۱}{۳} \checkmark \end{cases}$$

اگر $OB = a$ باشد، آن‌گاه با توجه به این‌که $\tan \alpha = \frac{۱}{۳}$ است، پس $OA = ۳a$ خواهد بود.

و خواهیم داشت: $AE + EC = AC = ۶a$

در نتیجه: $AE + EC = ۶a \xrightarrow{AE = ۲EC} ۳EC = ۶a \Rightarrow EC = ۲a \Rightarrow OE = a$

$$\overset{\triangle}{ABO} : (۳a)^{۲} + a^{۲} = ۱۰^{۲} \Rightarrow ۱۰a^{۲} = ۱۰۰ \Rightarrow a^{۲} = ۱۰$$

$$\overset{\triangle}{OEB} : a^{۲} + a^{۲} = (۲x)^{۲} \Rightarrow ۲۰ = ۴x^{۲} \Rightarrow x = \sqrt{۵}$$

$$\Rightarrow BE = ۲x = ۲\sqrt{۵}$$

گروه آموزشی ماز

۱۳- تابع $f(x) = \sin \frac{۳\pi}{a} x$ در بازه‌ای با طول حداکثر ۶ واحد یکنوای اکید است. دوره تناوب $g(x) = ۲\cos^{۲} \frac{\pi a}{۴} x$ چه عددی است؟

۱) $\frac{۲}{۹}$
۲) $\frac{۴}{۹}$
۳) $\frac{۹}{۲}$
۴) $\frac{۹}{۴}$

پاسخ: گزینهٔ ۱ (متوسط ـ مفهومی ـ ۱۲۰۲)

روش اول:

توابع $y = \sin ax$ یا $y = \cos ax$ در بازه‌هایی با طول حداکثر $\frac{T}{۲}$ یکنوای اکید هستند، پس دوره تناوب تابع f برابر ۱۲ می‌باشد، یعنی:

$$\frac{T}{۲} = ۶ \Rightarrow T = ۱۲ \Rightarrow \frac{۲\pi}{\left|\frac{۳\pi}{a}\right|} = ۱۲ \Rightarrow \frac{۲|a|}{۳} = ۱۲ \Rightarrow |a| = ۱۸$$

www.biomaze.ir
۱۴۰۳ - ۱۴۰۴
AzmonVIP

از طرفی با توجه به رابطهٔ $\cos^۲\alpha=\frac{۱+\cos ۲\alpha}{۲}$ خواهیم داشت:

$$g(x)=۲\cos^۲\frac{\pi a}{۴}x=۱+\cos\frac{\pi a}{۲}x=۱+\cos ۹\pi x$$

در نتیجه دورهٔ تناوب $g(x)$ برابر است با:

$$T=\frac{۲\pi}{۹\pi}=\frac{۲}{۹}$$

توجه کنید که

قرار دادن $a=۱۸$ یا $a=-۱۸$ در تابع $g(x)$ تاثیری در دورهٔ تناوب آن ندارد.

روش دوم:

با توجه به این‌که دورهٔ تناوب توابع $y=a\sin^۲(bx+c)$ و $y=a\cos^۲(bx+c)$ برابر $T=\frac{\pi}{|b|}$ است، پس برای محاسبهٔ دوره تناوب $g(x)=۲\cos^۲\frac{\pi a}{۴}x$ داریم:

$$T=\frac{\pi}{\left|\frac{\pi a}{۴}\right|}=\frac{۴}{|a|}=\frac{۴}{۱۸}=\frac{۲}{۹}$$

نکته

اگر a، b، c و d عددهایی حقیقی باشند که $a,b\neq ۰$، آن‌گاه تابع‌های $y=a\sin(bx+c)+d$ و $y=a\cos(bx+c)+d$ متناوب‌اند و دورهٔ تناوب آن‌ها برابر با $\frac{۲\pi}{|b|}$ است. ماکزیمم مقدار این توابع برابر $|a|+d$ و مینیمم مقدار آن‌ها برابر $-|a|+d$ است.

دورهٔ تناوب توابع $f(x)=|a\sin(bx+c)|$ و $g(x)=|a\cos(bx+c)|$ برابر $T=\frac{\pi}{|b|}$ است.

دورهٔ تناوب توابع $y=a\sin^۲(bx+c)$ و $y=a\cos^۲(bx+c)$ برابر $T=\frac{\pi}{|b|}$ است.

گروه آموزشی ماز

۱۴- تعداد جواب‌های معادلهٔ مثلثاتی $۲\tan x.\tan ۳x=\tan^۲x-۱$ در بازهٔ $[۰,\pi]$ چند تاست؟

۱) ۱ ۲) ۲ ۳) ۴ ۴) صفر

پاسخ: گزینهٔ ۴ (متوسط ـ محاسباتی ـ ۱۲۰۲)

معادله را به صورت زیر بازنویسی می‌کنیم:

$$\tan ۳x=\frac{\tan^۲x-۱}{۲\tan x}=\frac{-۱}{\tan ۲x}=-\cot ۲x=\tan(\frac{\pi}{۲}+۲x)$$

$$\Rightarrow ۳x=k\pi+\frac{\pi}{۲}+۲x\Rightarrow x=k\pi+\frac{\pi}{۲}$$

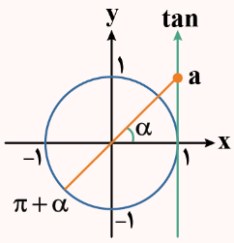
معادله در بازهٔ $[۰,\pi]$ هیچ جوابی ندارد.

توجه کنید که

$\tan\frac{\pi}{۲}$ به سمت ∞ میل می‌کند و جواب معادله نیست.

معادلات به فرم $\tan x=a$ و $\cot x=a$

همواره برای هر عدد حقیقی a، که $\tan x=a$ است، زاویه‌ای مانند α وجود دارد که برای آن داریم: $\tan\alpha=a$، بنابراین معادله $\tan x=a$ به صورت $\tan x=\tan\alpha$ بازنویسی می‌شود. حال برای یافتن جواب‌های معادله $\tan x=\tan\alpha$ داریم:



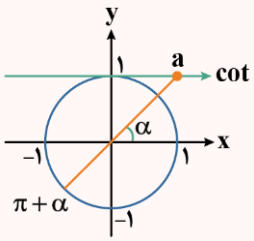
$$\tan x=\tan\alpha\Rightarrow x=k\pi+\alpha$$

و در حالت کلی‌تر داریم:

$$\tan f(x)=\tan g(x)\Rightarrow f(x)=k\pi+g(x)$$

www.biomaze.ir
۱۴۰۳ - ۱۴۰۴

به طریق مشابه برای حل معادلات به فرم $\cot x = a$ داریم:



$$\cot x = \cot \alpha \Rightarrow x = k\pi + \alpha$$

و در حالت کلی‌تر داریم:

$$\cot f(x) = \cot g(x) \Rightarrow f(x) = k\pi + g(x)$$

حالت‌های خاص

معادله	جواب کلی	جواب‌ها روی دایره مثلثاتی
$\tan x = ۰$	$x = k\pi$	
$\cot x = ۰$	$x = k\pi + \frac{\pi}{۲}$	

گروه آموزشی ماز

۱۵- هرگاه $\lim\limits_{x\to ۸} \frac{-b\sqrt{۲+\sqrt[۳]{x}}+۲b}{ax+b}$ عددی حقیقی و غیرصفر باشد، مقدار آن چه عددی است؟

۱) $\frac{۱}{۶}$ ۲) $-\frac{۱}{۲}$ ۳) $\frac{۱}{۲}$ ۴) $-\frac{۱}{۶}$

پاسخ: گزینهٔ ۱ (متوسط ـ محاسباتی ـ ۱۱۰۵)

با توجه به این‌که صورت کسر داده شده به ازای $x = ۸$ برابر صفر است و از طرفی حاصل حد، عددی غیرصفر می‌باشد پس مخرج کسر هم باید صفر باشد:

$$ax+b=۰ \xrightarrow{x=۸} ۸a+b=۰ \Rightarrow b=-۸a$$

حال حد داده شده را محاسبه می‌کنیم:

$$\lim_{x\to ۸}\frac{-b\sqrt{۲+\sqrt[۳]{x}}+۲b}{ax+b}=\lim_{x\to ۸}\frac{b(۲-\sqrt{۲+\sqrt[۳]{x}})}{a(x-۸)}=\lim_{x\to ۸}\frac{-۸a(۲-\sqrt{۲+\sqrt[۳]{x}})}{a(x-۸)}=\lim_{x\to ۸}\frac{-۸(۲-\sqrt{۲+\sqrt[۳]{x}})}{x-۸}\times\frac{۲+\sqrt{۲+\sqrt[۳]{x}}}{۲+\sqrt{۲+\sqrt[۳]{x}}}$$

$$=\lim_{x\to ۸}\frac{-۸\left(۴-(۲+\sqrt[۳]{x})\right)}{(x-۸)\underbrace{(۲+\sqrt{۲+\sqrt[۳]{x}})}_{۴}}=\lim_{x\to ۸}\frac{-۲(۲-\sqrt[۳]{x})}{(x-۸)}$$

$$=\lim_{x\to ۸}\frac{-۲(۲-\sqrt[۳]{x})}{x-۸}\times\underbrace{\frac{(۲^۲+۲\sqrt[۳]{x}+\sqrt[۳]{x^۲})}{(۲^۲+۲\sqrt[۳]{x}+\sqrt[۳]{x^۲})}}_{۱۲}=\lim_{x\to ۸}\frac{-۲(۸-x)}{۱۲(x-۸)}=\frac{۲}{۱۲}=\frac{۱}{۶}$$

رفع ابهام در تابع‌های گویا

در حالت مبهم $\frac{۰}{۰}$ برای تابع‌های گویا می‌توانیم با استفاده از تجزیه، عامل صفرکننده یعنی $(x-a)$ را حذف کنیم.

توجه کنید که

اگر $\lim\limits_{x\to a} f(x) = \lim\limits_{x\to a} g(x) = ۰$، آن‌گاه $f(a) = g(a) = ۰$، پس چندجمله‌ای‌های $f(x)$ و $g(x)$ بر $x-a$ بخش‌پذیرند، یعنی می‌توان نوشت $f(x) = (x-a)F(x)$ و $g(x) = (x-a)G(x)$، پس $\lim\limits_{x\to a}\frac{f(x)}{g(x)} = \lim\limits_{x\to a}\frac{(x-a)F(x)}{(x-a)G(x)} = \lim\limits_{x\to a}\frac{F(x)}{G(x)}$.

رفع ابهام در تابع‌های گنگ

در حالت مبهم $\frac{۰}{۰}$ برای تابع‌هایی که شامل عبارت‌های رادیکالی هستند، می‌توانیم با استفاده از اتحادهای مزدوج و چاق و لاغر عامل صفرکننده را حذف کنیم.

گروه آموزشی ماز

AzmonVIP
www.biomaze.ir
۱۴۰۳ - ۱۴۰۴

۱۶- اگر $\lim\limits_{x\to\frac{\pi}{۲}}\frac{۸+m\left[\frac{-\pi}{x}\right]}{\sin ۲x}=-\infty$ باشد، تعداد مقادیر صحیح قابل قبول برای m کدام است؟

۱) صفر ۲) ۱ ۳) ۲ ۴) ۳

پاسخ: گزینهٔ ۲ (آسان ـ مفهومی / محاسباتی ـ ۱۲۰۳)

$$\lim_{x\to\frac{\pi}{۲}^+}\frac{۸-۲m}{\sin ۲x}=\frac{۸-۲m}{۰^-}=-\infty\Rightarrow ۸-۲m>۰\Rightarrow m<۴$$

$$\lim_{x\to\frac{\pi}{۲}^-}\frac{۸-۳m}{\sin ۲x}=\frac{۸-۳m}{۰^+}=-\infty\Rightarrow ۸-۳m<۰\Rightarrow m>\frac{۸}{۳}$$

در نتیجه $\frac{۸}{۳}<m<۴$ است، پس $m=۳$ قابل قبول است.

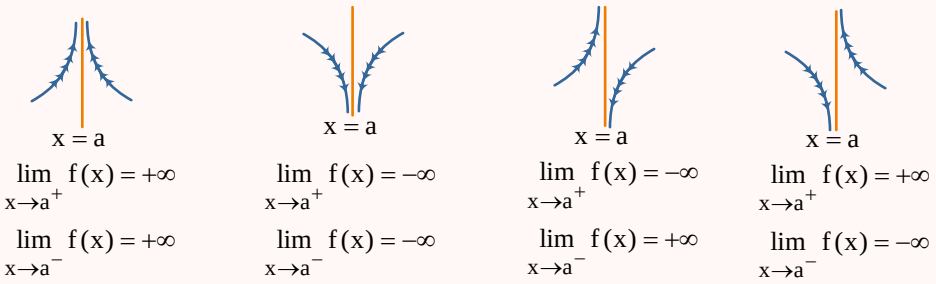
حد بی‌نهایت

حالت اول) حدهای یک طرفه نامتناهی:

اگر تابع f در یک همسایگی یک طرفه (یا فقط از راست و یا فقط از چپ) $x=a$ تعریف شده باشد، داریم:

حالت دوم) حدهای دو طرفه نامتناهی:

اگر تابع f در یک همسایگی محذوف $x=a$ تعریف شده باشد، داریم:



این چند تا مورد رو یادت بمونه ...

اگه $\lim\limits_{x\to a^+}f(x)=+\infty$ و $\lim\limits_{x\to a^-}f(x)=+\infty$ باشه، اونوقت می‌تونیم بگیم که: $\lim\limits_{x\to a}f(x)=+\infty$ (برعکسش هم درسته)

اگه $\lim\limits_{x\to a^+}f(x)=-\infty$ و $\lim\limits_{x\to a^-}f(x)=-\infty$ باشه، اونوقت می‌تونیم بگیم که: $\lim\limits_{x\to a}f(x)=-\infty$ (برعکسش هم درسته)

اگه حاصل حد تابعی در یه نقطه بی‌نهایت بشه، به این معنیه که اون تابع توی اون نقطه حد نداره! چرا که اگر یادتون باشه توی تعریف حد گفتیم که اگه حاصل حد تابعی توی یه نقطه موجود و متناهی باشه، می‌تونیم بگیم که اون تابع تو اون نقطه حد داره.

۱۴۰۳ - ۱۴۰۴
www.biomaze.ir

محاسبه حدهای نامتناهی

هدف ما در این درسنامه، حد نامتناهی در توابع کسری است. حال برای محاسبه حد $\lim\limits_{x\to a}\frac{f(x)}{g(x)}$ ، دوحالت را بررسی می‌کنیم:

حالت اول) اگر حاصل حد صورت کسر در $x=a$ برابر عددی غیرصفر و حاصل حد مخرج کسر در $x=a$ برابر صفر باشد، در این صورت حاصل حد برابر $+\infty$ و یا $-\infty$ خواهد شد که برای مشخص کردن علامت ∞ ، باید علامت عدد صورت کسر و علامت صفر مخرج را تعیین کنیم که حالت‌های مختلف آن را در جدول زیر بررسی کرده‌ایم:

$\lim\limits_{x\to a} f(x)$	$\lim\limits_{x\to a} g(x)$	$\lim\limits_{x\to a}\frac{f(x)}{g(x)}$	مثال
عدد +	0^+	$\frac{\text{+ عدد}}{0^+}=+\infty$	$\lim\limits_{x\to 2^-}\frac{x-1}{2-x}=\frac{1}{0^+}=+\infty$
عدد +	0^-	$\frac{\text{+ عدد}}{0^-}=-\infty$	$\lim\limits_{x\to 2^-}\frac{x+3}{x^2-4}=\frac{5}{0^-}=-\infty$
عدد −	0^+	$\frac{\text{− عدد}}{0^+}=-\infty$	$\lim\limits_{x\to 1^+}\frac{\sqrt{x}-2}{x^2-1}=\frac{-1}{0^+}=-\infty$
عدد −	0^-	$\frac{\text{− عدد}}{0^-}=+\infty$	$\lim\limits_{x\to (-1)^-}\frac{2x+1}{x+1}=\frac{-1}{0^-}=+\infty$

توجه

توجه کنید در تمامی موارد بالا، مقدار حد مخرج کسر برابر صفر حدی است، به عبارت دیگر،حاصل حد مخرج کسر، عددی بسیار نزدیک به صفر است و دقیقاً خود صفر نیست و از طرفی از درسنامه‌های قبل به یاد داریم که اگر در یک حدی حاصل حد مخرج کسر برابر صفر مطلق (یعنی خودِ خودِ صفر) باشد، در این صورت، می‌گوییم که آن حد جواب ندارد و اصطلاحاً تعریف نشده است.

حالت دوم) اگر حاصل حد صورت کسر در $x=a$ برابر یک عدد و حاصل حد مخرج کسر در $x=a$ برابر بی‌نهایت (حالا یا $+\infty$ و یا $-\infty$) باشد، در این صورت، حاصل حد برابر صفر است، به عبارت دیگر:

$$\begin{cases}\lim\limits_{x\to a} f(x)=L\\ \lim\limits_{x\to a} g(x)=\pm\infty\end{cases}\Rightarrow \lim_{x\to a}\frac{f(x)}{g(x)}=\frac{L}{\pm\infty}=0$$

گروه آموزشی ماز

۱۷- تابع $f(x)=\begin{cases}2ax+b & x<a\\ x^2+2x-1 & x\geq a\end{cases}$ در $\mathbb{R}$ پیوسته است. مقدار b کدام است؟

۱) $-(a-1)^2$ ۲) $(a+1)^2$ ۳) $(a-1)^2$ ۴) $-(a+1)^2$

پاسخ: گزینهٔ ۱ (آسان ـ محاسباتی ـ ۱۱۰۵)

برای این‌که تابع در $\mathbb{R}$ پیوسته باشد، باید:

$$\lim_{x\to a^+} f(x)=\lim_{x\to a^-} f(x)=f(a)$$

در نتیجه: $a^2+2a-1=2a^2+b\Rightarrow b=-a^2+2a-1=-(a-1)^2$

گروه آموزشی ماز

۱۸- هرگاه g وارون تابع $f(x)=x+4\sqrt{x}$ باشد، آهنگ تغییر متوسط g در بازه $[0,12]$ چند برابر آهنگ تغییر لحظه‌ای f در $x=1$ است؟

۱) $\frac{1}{6}$ ۲) $\frac{1}{9}$ ۳) $\frac{1}{3}$ ۴) $\frac{1}{12}$

پاسخ: گزینهٔ ۲ (متوسط ـ محاسباتی ـ ۱۲۰۴)

ابتدا آهنگ متوسط g را به دست می‌آوریم:

$$\bar{g}=\frac{g(12)-g(0)}{12-0}=\frac{f^{-1}(12)-f^{-1}(0)}{12}=\frac{4-0}{12}=\frac{1}{3}$$

توجه کنید که

$$f^{-1}(12)=a\Rightarrow f(a)=12\Rightarrow a=4\Rightarrow f^{-1}(12)=4$$

$$f^{-1}(0)=b\Rightarrow f(b)=0\Rightarrow b=0\Rightarrow f^{-1}(0)=0$$

www.biomaze.ir
۱۴۰۳ - ۱۴۰۴

حال برای محاسبهٔ تغییر لحظه‌ای f در $x=1$ داریم:

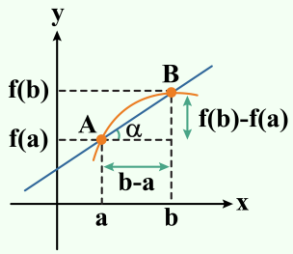
$$f'(x)=1+\frac{2}{\sqrt{x}} \Rightarrow f'(1)=1+2=3$$

در نتیجه داریم:

$$\frac{\bar{g}}{f'(1)}=\frac{\frac{1}{3}}{3}=\frac{1}{9}$$

آهنگ تغییر

آهنگ متوسط تغییر: با توجه به شکل مقابل می‌توان گفت که آهنگ متوسط تغییر تابع f، با شیب خطی که دو نقطه A و B را به هم وصل می‌کند (شیب خط قاطع یا شیب خط واصل) برابر است.



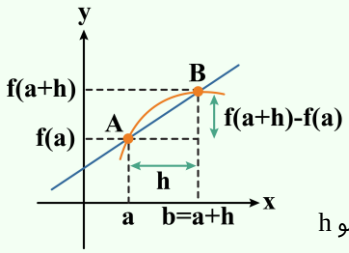
$$\text{شیب خط قاطع} = \tan\alpha = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{f(b)-f(a)}{b-a}$$

بنابراین آهنگ متوسط تغییر تابع f در بازه $[a,b]$ برابر است با:

$$\boxed{\frac{f(b)-f(a)}{b-a}}$$

بعضی مواقع به جای عبارت «آهنگ متوسط تغییر تابع f در بازه $[a,b]$» از عبارت «آهنگ متوسط تغییر تابع f در $x=a$ به ازای نمو h» استفاده می‌شود که در این مواقع کافی است b را برابر $a+h$ در نظر بگیریم، یعنی:

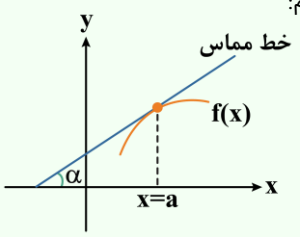
میزان نمو یا مقدار رشد $\rightarrow b=a+\boxed{h}$



$$\text{آهنگ متوسط تغییر تابع f به ازای نمو h} = \frac{f(b)-f(a)}{b-a} = \frac{f(a+h)-f(a)}{h}$$

($b \rightarrow a+h$)

آهنگ لحظه‌ای تغییر (آهنگ آنی تغییر): آهنگ لحظه‌ای تغییر تابع f در $x=a$ بنا به تعبیر هندسی، با شیب خط مماس بر نمودار تابع f در آن نقطه برابر است و از طرفی می‌دانیم که شیب خط مماس در نقطه $x=a$ با مقدار مشتق تابع در آن نقطه برابر است، پس مطابق شکل مقابل داریم:



$$\text{شیب خط مماس} = \text{آهنگ لحظه‌ای تغییر تابع f در } x=a = \tan\alpha = f'(a)$$

بنابراین آهنگ لحظه‌ای تغییر تابع f در نقطه $x=a$ برابر است با: $f'(a)$

گروه آموزشی ماز

۱۹- اگر $f(x)=x\sqrt{3x+1}$ و $\lim\limits_{x\to 1}\frac{f(x)+a}{x-1}=\frac{b}{a}$ باشد، مقدار b کدام است؟

۱) ۵/۵ ۲) ۴/۵ ۳) −۴/۵ ۴) −۵/۵

پاسخ: گزینهٔ ۴ (متوسط ـ مفهومی / محاسباتی ـ ۱۲۰۴)

با توجه به این‌که مخرج حد داده شده برابر صفر شده است و حاصل حد عددی حقیقی شده است، پس باید صورت حد نیز در $x=1$ برابر صفر شود:

$$f(1)+a=0 \Rightarrow f(1)=-a$$

و چون $f(1)=1\times\sqrt{3(1)+1}=2$ می‌باشد، پس: $a=-2$

در نتیجه خواهیم داشت:

$$\lim_{x\to 1}\frac{f(x)+a}{x-1}=\lim_{x\to 1}\frac{f(x)-2}{x-1}=\lim_{x\to 1}\frac{f(x)-f(1)}{x-1}=f'(1)$$

$$\Rightarrow f'(1)=\frac{b}{a}=-\frac{b}{2} \Rightarrow b=-2f'(1)$$

AzmonVIP
www.biomaze.ir
۱۴۰۳ - ۱۴۰۴

حال مشتق f را به دست می‌آوریم:

$$f'(x)=\sqrt{۳x+۱}+\frac{۳x}{۲\sqrt{۳x+۱}}=\frac{۹x+۲}{۲\sqrt{۳x+۱}}$$

$$f'(۱)=\frac{۱۱}{۴}\Rightarrow b=-۲f'(۱)=-۲\times\frac{۱۱}{۴}=\frac{-۱۱}{۲}=-۵/۵$$

مشتق

اگر نقطهٔ a در دامنهٔ تابع f باشد و $\lim\limits_{x\to a}\frac{f(x)-f(a)}{x-a}$ وجود داشته باشد، مقدار این حد را مشتق تابع f در نقطهٔ a می‌نامند و با $f'(a)$ نشان می‌دهند:

$$f'(a)=\lim_{x\to a}\frac{f(x)-f(a)}{x-a}$$

در این صورت، می‌گوییم تابع f در نقطهٔ a مشتق‌پذیر است.

گروه آموزشی ماز

۲۰- اگر $A(۱,۳)$ اکسترمم نسبی تابع $f(x)=ax+\frac{b}{x^۲}$ باشد، $f(\frac{a}{b})$ چه عددی است؟

۱) ۵ ۲) $\frac{۱۷}{۴}$ ۳) $\frac{۱۵}{۴}$ ۴) ۸

پاسخ: گزینهٔ ۲ (متوسط ـ مفهومی / محاسباتی ـ ۱۲۰۵)

با توجه به این‌که $A(۱,۳)$ اکسترمم نسبی تابع است پس باید دو شرط زیر برقرار باشند:

$$f(۱)=۳\Rightarrow a+b=۳$$

$$f'(۱)=۰\Rightarrow f'(x)=a-\frac{۲b}{x^۳}\Rightarrow f'(۱)=a-۲b=۰$$

$$\begin{cases}a+b=۳\\a-۲b=۰\end{cases}\Rightarrow a=۲,b=۱\Rightarrow f(x)=۲x+\frac{۱}{x^۲}$$

$$f(\frac{a}{b})=f(۲)=۴+\frac{۱}{۴}=\frac{۱۷}{۴}$$

گروه آموزشی ماز

۲۱- در بازتاب نسبت به خط d دو نقطهٔ B و C تصویر یکدیگرند. اگر فاصلهٔ A از محور بازتاب ۴/۵، $BC=۲۱$ و $AC=۱۷$ باشد، آن‌گاه طول ارتفاع وارد بر ضلع AB در مثلث ABC کدام است؟

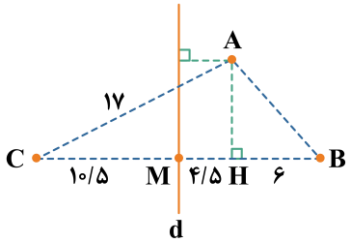
۱) ۱۹/۲ ۲) ۱۶/۸ ۳) ۱۵ ۴) ۱۷/۶

پاسخ: گزینهٔ ۲ (متوسط ـ ترکیبی / محاسباتی ـ ۱۱۰۲)

مطابق شکل $BC=۲۱$، پس $BM=MC=۱۰/۵$ و در نتیجه $BH=۶$ و $CH=۱۵$ می‌باشد:

$$AH=\sqrt{AC^۲-CH^۲}=\sqrt{۱۷^۲-۱۵^۲}=۸$$

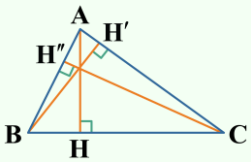
$$AB=\sqrt{AH^۲+BH^۲}=\sqrt{۶^۲+۸^۲}=۱۰$$



برای محاسبهٔ طول ارتفاع وارد بر ضلع AB در مثلث ABC داریم:

$$AB.h_c=BC.AH\Rightarrow h_c=\frac{۸\times۲۱}{۱۰}=۱۶/۸$$

محاسبهٔ طول ارتفاع در مثلث

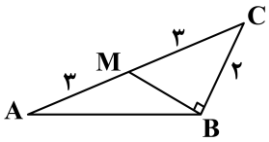


$$S_{\triangle ABC}=S=\frac{h_a\times a}{۲}=\frac{h_b\times b}{۲}=\frac{h_c\times c}{۲}\Rightarrow\begin{cases}h_a=\frac{۲S}{a}\\h_b=\frac{۲S}{b}\\h_c=\frac{۲S}{c}\end{cases}$$

گروه آموزشی ماز

AzmonVIP
www.biomaze.ir
۱۴۰۳ - ۱۴۰۴

۲۲- در شکل زیر، طول **AB** چقدر است؟



۱) ۵
۲) $۲\sqrt{۵}$
۳) $۲\sqrt{۷}$
۴) $۲\sqrt{۶}$

پاسخ: گزینهٔ ۴ (متوسط ـ مفهومی / محاسباتی ـ ۱۱۰۳)

روش اول:

$$\cos\hat{C}=\frac{BC}{MC}=\frac{۲}{۳}\Rightarrow AB^۲=AC^۲+BC^۲-۲AC\times BC\times\cos\hat{C}\Rightarrow AB^۲=۶^۲+۲^۲-۲\times۶\times۲\times\cos\hat{C}$$

$$\Rightarrow AB^۲=۳۶+۴-۲\times۶\times۲\times\frac{۲}{۳}\Rightarrow AB^۲=۲۴\Rightarrow AB=۲\sqrt{۶}$$

روش دوم:

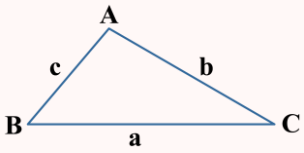
$$BM=\sqrt{MC^۲-BC^۲}=\sqrt{۵}$$

BM میانهٔ وارد بر ضلع AC می‌باشد، پس:

$$۲BM^۲+\frac{AC^۲}{۲}=AB^۲+BC^۲\Rightarrow ۲\times\sqrt{۵}^۲+\frac{۶^۲}{۲}=۲^۲+AB^۲$$

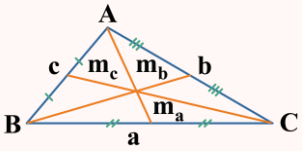
$$\Rightarrow ۱۰+۱۸=۴+AB^۲\Rightarrow AB^۲=۲۴\Rightarrow AB=۲\sqrt{۶}$$

قضیهٔ cosها در مثلث



$$a^۲=b^۲+c^۲-۲bc\cos\hat{A}$$
$$b^۲=a^۲+c^۲-۲ac\cos\hat{B}$$
$$c^۲=a^۲+b^۲-۲ab\cos\hat{C}$$

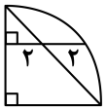
محاسبهٔ طول میانه‌ها در مثلث



$$۲m_a^۲+\frac{a^۲}{۲}=b^۲+c^۲$$
$$۲m_b^۲+\frac{b^۲}{۲}=a^۲+c^۲$$
$$۲m_c^۲+\frac{c^۲}{۲}=a^۲+b^۲$$

گروه آموزشی ماز

۲۳- شعاع ربع دایره شکل مقابل چقدر است؟



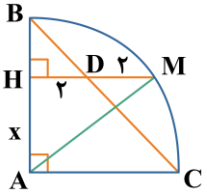
۱) $۲\sqrt{۵}$
۲) ۵
۳) $۲\sqrt{۶}$
۴) ۶

پاسخ: گزینهٔ ۲ (متوسط ـ مفهومی / محاسباتی ـ ۱۰۰۲)

مثلث ABC قائم‌الزاویهٔ متساوی‌الساقین است، پس: $\hat{B}=\hat{C}=۴۵^\circ$

بنابراین: $BH=HD=۲$

اگر $AH=x$، پس شعاع ربع دایره $AB=x+۲$ است. با فیثاغورس در $\triangle AMH$ داریم:



$$AH^۲+HM^۲=AM^۲\Rightarrow AM=R=\sqrt{x^۲+۱۶}\xrightarrow{R=x+۲}\sqrt{x^۲+۱۶}=x+۲$$

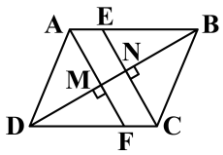
$$\Rightarrow x^۲+۱۶=x^۲+۴x+۴\Rightarrow x=۳\Rightarrow R=x+۲=۵$$

گروه آموزشی ماز

www.biomaze.ir ۱۴۰۳ - ۱۴۰۴

AzmonVIP

۲۴- در متوازی‌الاضلاع شکل مقابل از رأس‌های A و C عمودهایی بر قطر BD رسم کرده‌ایم. اگر $BN=3MN$، آن‌گاه نسبت مساحت $\triangle DMF$ به مساحت AECF کدام است؟

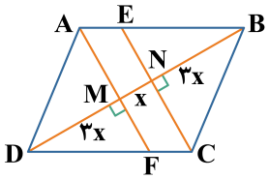


۱) $\frac{9}{14}$
۲) $\frac{2}{3}$
۳) $\frac{3}{7}$
۴) $\frac{5}{14}$

پاسخ: گزینهٔ ۱ (متوسط ـ مفهومی / محاسباتی ـ ۱۰۰۳)

دو مثلث DMF و BNE هم‌نهشت‌اند، پس $DM=3MN$.

دو مثلث DMF و AMB متشابهند، پس:



$$\triangle DMF \sim \triangle AMB \Rightarrow \frac{DM}{MB}=\frac{MF}{AM}=\frac{3}{4} \Rightarrow \frac{MF}{AF}=\frac{3}{7}$$

$$\frac{S_{\triangle DMF}}{S_{AECF}}=\frac{\frac{1}{2}\times 3x\times MF}{x\times AF}=\frac{3}{2}\times\frac{3}{7}=\frac{9}{14}$$

گروه آموزشی ماز

۲۵- دو خط d_1 و d_2 متنافرند و خط L هیچ‌کدام را قطع نمی‌کند. چند خط موازی با خط L در فضا می‌توان رسم کرد که هر دو خط d_1 و d_2 را قطع کند؟

۱) حداقل یک
۲) صفر یا یک
۳) صفر یا بی‌شمار
۴) دقیقاً یک

پاسخ: گزینهٔ ۲ (آسان ـ مفهومی ـ ۱۰۰۴)

اگر فرض کنیم ۲ خط موازی با L و متقاطع با d_1 و d_2 وجود دارد، آن‌گاه دو خط d_1 و d_2 در یک صفحه قرار می‌گیرند و متنافر نخواهند بود، پس حداکثر یک خط وجود دارد.

گروه آموزشی ماز

۲۶- اگر دستگاه معادلات خطی $\begin{cases}(m+3)x+3my=m+6\\(m+7)y+4mx+10=0\end{cases}$ بی‌شمار جواب داشته باشد. مجموع درایه‌های سطر اول ماتریس A^2، در صورتی که $A=\begin{bmatrix}m & -m\\2m & 3\end{bmatrix}$ باشد، چقدر است؟

۱) صفر
۲) ۱
۳) ۱-
۴) ۱۴-

پاسخ: گزینهٔ ۲ (سخت ـ مفهومی / محاسباتی ـ ۱۲۰۱)

می‌دانیم دستگاه معادلات خطی $\begin{cases}ax+by=c\\a'x+b'y=c'\end{cases}$ در صورتی بی‌شمار جواب دارد که $\frac{a}{a'}=\frac{b}{b'}=\frac{c}{c'}$ باشد، در نتیجه ابتدا معادله را به صورت استاندارد می‌نویسیم:

$$\begin{cases}(m+3)x+3my=m+6\\4mx+(m+7)y=-10\end{cases}$$

$$\Rightarrow \underbrace{\frac{m+3}{4m}=\frac{3m}{m+7}}_{(1)}\overset{(2)}{=}\frac{m+6}{-10}$$

از معادله (۱)، m را به دست می‌آوریم و برای تشخیص این‌که کدام m، قابل قبول است در (۲) می‌گذاریم:

$$m^2+10m+21=12m^2 \Rightarrow 11m^2-10m-21=0 \Rightarrow \begin{cases}m=-1 \xrightarrow{(2)} \frac{-3}{6}=\frac{5}{-10} \Rightarrow m=-1 \text{ ق ق}\\ m=\frac{21}{11} \xrightarrow{(2)} \frac{63}{11\times\frac{98}{11}}=\frac{87}{11\times -10} \Rightarrow \text{غ ق ق}\end{cases}$$

حال کافی است ماتریس $A=\begin{bmatrix}m & -m\\2m & 3\end{bmatrix}$ که همان $A=\begin{bmatrix}-1 & 1\\-2 & 3\end{bmatrix}$ است را به توان ۲ برسانیم.

$$A^2=\begin{bmatrix}-1 & 1\\-2 & 3\end{bmatrix}\begin{bmatrix}-1 & 1\\-2 & 3\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}-1 & 2\\-4 & 7\end{bmatrix}$$

که مجموع درایه‌های سطر اول $-1+2=1$ است.

AzmonVIP
www.biomaze.ir
۱۴۰۳ - ۱۴۰۴

بحث در مورد جواب‌های دستگاه ۲ معادله ۲ مجهول $\begin{cases} ax+by=c \\ a'x+b'y=c' \end{cases}$

۱) اگر $\frac{a}{a'}=\frac{b}{b'}=\frac{c}{c'}$ دستگاه معادله بی‌شمار جواب دارد.

۲) اگر $\frac{a}{a'}=\frac{b}{b'}\neq\frac{c}{c'}$ دستگاه معادله جواب ندارد.

۳) اگر $\frac{a}{a'}\neq\frac{b}{b'}$ دستگاه یک جواب دارد.

گروه آموزشی ماز

۲۷- دو دایره C و C' در نقطه $A(۲,\frac{۲}{۳})$ مماس بیرونی هم هستند. اگر مرکز دایره C، روی محور xها به طول ۳ باشد و مساحت دایره C' برابر $\frac{۵۲\pi}{۹}$ باشد. مجموع طول و عرض مرکز دایره C' کدام است؟

۱) ۲ ۲) $\frac{۸}{۳}$ ۳) $\frac{۱۰}{۳}$ ۴) ۳

پاسخ: گزینهٔ ۱ (متوسط ـ مفهومی / محاسباتی ـ ۱۲۰۲)

می‌دانیم اگر دو دایره مماس خارج باشند، O و O' و نقطه تماس روی یک خط قرار دارند. در نتیجه ابتدا معادله خطی را می‌نویسیم که از مرکز C یعنی نقطه $(۳,۰)$ و نقطهٔ تماس دو دایره یعنی $(۲,\frac{۲}{۳})$ می‌گذرد و می‌دانیم مرکز C' هم روی آن قرار دارد.

$$m=\frac{\frac{۲}{۳}}{-۱}=\frac{-۲}{۳}\Rightarrow y=-\frac{۲}{۳}(x-۳)\Rightarrow y=\frac{-۲}{۳}x+۲$$

حال با توجه به این‌که مساحت دایرهٔ C' برابر با $\frac{۵۲\pi}{۹}$ است پس شعاع دایره C' برابر $\frac{۲\sqrt{۱۳}}{۳}$ است و $O'(\alpha,\frac{-۲}{۳}\alpha+۲)$

فاصلهٔ O' تا A را برابر $\frac{۲\sqrt{۱۳}}{۳}$ قرار می‌دهیم:

$$\sqrt{(\alpha-۲)^۲+(\underbrace{-\frac{۲}{۳}\alpha+۲}_{-\frac{۲}{۳}\alpha+\frac{۴}{۳}}-\frac{۲}{۳})^۲}=\frac{۲\sqrt{۱۳}}{۳}\Rightarrow \alpha^۲-۴\alpha+۴+\frac{۴}{۹}\alpha^۲-\frac{۱۶}{۹}\alpha+\frac{۱۶}{۹}=\frac{۵۲}{۹}$$

$$\xrightarrow{\times ۹} ۹\alpha^۲-۳۶\alpha+۳۶+۴\alpha^۲-۱۶\alpha+۱۶=۵۲\Rightarrow ۱۳\alpha^۲-۵۲\alpha=۰$$

$$\Rightarrow \alpha^۲-۴\alpha=۰\Rightarrow \begin{cases} \alpha=۰\Rightarrow O'(۰,۲) \\ \alpha=۴\Rightarrow O'(۴,\frac{-۲}{۳}) \text{ غ ق ق} \end{cases}$$

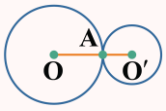
می‌دانیم نقطه $O'(۴,\frac{-۲}{۳})$ غیرقابل قبول است زیرا نقطه $(۲,\frac{۲}{۳})$ در یک سمت O و O' قرار می‌گیرد که باید در بین آن دو نقطه باشد.

در نتیجه $۲=۰+۲$ است.

اگر دو دایره ماس بیرون باشند

۱) مراکز دو دایره و نقطه تماس دو دایره بر یک خط واقع می‌باشند.

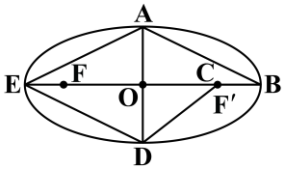
۲) فاصلهٔ مراکز دو دایره با مجموع شعاع دو دایره برابر است.



$$|OO'|=R+R'$$

گروه آموزشی ماز

۲۸- بیضی S با طول قطرهای $۴\sqrt{۵}$ و ۴ را در نظر بگیرید. اگر بخواهیم مساحت زمین $ABCDE$ که مطابق شکل، چهار رأس آن همان رئوس بیضی و رأس دیگر آن روی کانون بیضی قرار گرفته است را بدون تغییر محیط افزایش دهیم. میزان افزایش مساحت کدام است؟



۱) $۴\sqrt{۵}-۸$

۲) $۲\sqrt{۵}-۱$

۳) $۸\sqrt{۵}$

۴) ۸

AzmonVIP
www.biomaze.ir
۱۴۰۳ - ۱۴۰۴

پاسخ: گزینهٔ ۱ (متوسط ـ مفهومی / محاسباتی ـ ۱۲۰۲)

طبق مسائل مربوط به هم پیرامونی که در سال یازدهم بررسی می‌کردیم کافی است ضلع BC و CD را نسبت به محور BD بازتاب دهیم، میزان افزایش مساحت، دو برابر مساحت مثلث BCD خواهد بود.

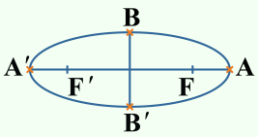
$$۲a = ۴\sqrt{۵} \Rightarrow a = ۲\sqrt{۵}$$

$$۲b = ۴ \Rightarrow b = ۲$$

در هر بیضی: $a^۲ = b^۲ + c^۲ \Rightarrow ۲۰ = ۴ + c^۲ \Rightarrow c^۲ = ۱۶ \Rightarrow c = ۴$

میزان افزایش مساحت: $۲S_{\triangle BCD} = ۲(\frac{۱}{۲} \times BC \times OD) = BC \times OD = (a-c)b = (۲\sqrt{۵} - ۴) \times ۲ = ۴\sqrt{۵} - ۸$

روابط موجود در بیضی



طول قطر بزرگ $\Rightarrow A'A = ۲a$

طول قطر کوچک $\Rightarrow B'B = ۲b$

فاصلهٔ کانونی $\Rightarrow F'F = ۲c$

خروج از مرکز $\Rightarrow e = \frac{c}{a}$

گروه آموزشی ماز

۲۹- اگر سهمی $x^۲ + ۸y = ۴x - ۱۲$ با کانون B محور yها را در نقطه A قطع کند. محیط دایره‌ای که A و B دو سطر قطر آن هستند کدام است؟

۱) ۵π ۲) $\frac{۵}{۲}\pi$ ۳) $\frac{۵}{۴}\pi$ ۴) $\frac{۵}{۸}\pi$

پاسخ: گزینهٔ ۲ (متوسط ـ مفهومی / محاسباتی ـ ۱۲۰۲)

ابتدا معادله سهمی را به حالت استاندارد درآورده و مختصات کانون آن را به دست می‌آوریم:

$$x^۲ - ۴x + ۴ = -۸y - ۱۲ + ۴ \Rightarrow (x-۲)^۲ = -۸(y+۱)$$

در نتیجه با توجه به این‌که معادله سهمی قائم به صورت $(x-\alpha)^۲ = -۴a(y-\beta)$ است، رأس سهمی داده شده $S(۲,-۱)$ و $۴a = ۸ \Rightarrow a = ۲$ و دهانه رو به پایین است. در نتیجه مختصات کانون $F(۲,-۳)$ است، بنابراین $B(۲,-۳)$ است. برای پیداکردن A کافی است $x = ۰$ قرار دهیم.

$$۸y = -۱۲ \Rightarrow y = -\frac{۱۲}{۸} = -\frac{۳}{۲}$$

و در نتیجه $A(۰,-\frac{۳}{۲})$ است، بنابراین فاصله A تا B را به دست آورده که قطر دایره است و سپس شعاع و محیط به دست می‌آید.

$$۲R = \sqrt{(۲-۰)^۲ + (-۳+\frac{۳}{۲})^۲} = \sqrt{۴ + \frac{۹}{۴}} = \sqrt{\frac{۲۵}{۴}} = \frac{۵}{۲}$$

$$\text{محیط دایره} = ۲\pi R = ۲\pi \times \frac{۵}{۴} = \frac{۵}{۲}\pi$$

گروه آموزشی ماز

۳۰- اگر $\vec{a} = \vec{k} - ۳\vec{j}$ و $\vec{b} = \vec{j} + ۲\vec{i} - \vec{k}$ بردارهایی در فضای سه بعدی باشند، مساحت مثلثی که بر بردارهای $۲\vec{a} - \vec{b}$ و $\vec{a} + ۲\vec{b}$ بنا می‌شود، کدام است؟

۱) $۵\sqrt{۱۱}$ ۲) $۲/۵\sqrt{۲۱}$ ۳) $۲/۵\sqrt{۳۵}$ ۴) $۵\sqrt{۳۵}$

پاسخ: گزینهٔ ۱ (متوسط ـ مفهومی / محاسباتی ـ ۱۲۰۳)

می‌دانیم مساحت مثلثی که بر دو بردار بنا شود، نصف اندازه حاصل‌ضرب خارجی آن دو بردار است، در نتیجه:

$$S = \frac{۱}{۲}|(۲\vec{a} - \vec{b}) \times (\vec{a} + ۲\vec{b})| = \frac{۱}{۲}|۲\underbrace{\vec{a} \times \vec{a}}_{\vec{۰}} + ۴\vec{a} \times \vec{b} \underbrace{-\vec{b} \times \vec{a}}_{+\vec{a} \times \vec{b}} - ۲\underbrace{\vec{b} \times \vec{b}}_{\vec{۰}}|$$

$$S = \frac{۱}{۲}|۵\vec{a} \times \vec{b}| = \frac{۵}{۲}|\vec{a} \times \vec{b}| = ۲/۵\sqrt{۴۴} = ۵\sqrt{۱۱}$$

که $\vec{a} \times \vec{b}$ برابر است با:

$$\vec{a}(۰,-۳,۱) \quad , \quad \vec{b}(۲,۱,-۱)$$

$$\vec{a} \times \vec{b} = (۲,۲,۶)$$

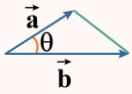
$$|\vec{a} \times \vec{b}| = \sqrt{۴ + ۴ + ۳۶} = \sqrt{۴۴}$$

www.biomaze.ir
۱۴۰۳ - ۱۴۰۴

AzmonVIP

مساحت مثلث ساخته شده با بردار

مساحت مثلثی که توسط ۲ بردار $\vec{a}$ و $\vec{b}$ ساخته می‌شود برابر است با:



$$S=\frac{1}{2}|\vec{a}\times\vec{b}|$$

گروه آموزشی ماز

۳۱- اگر هم‌ارزی $[p\Rightarrow q]\equiv[(p\wedge\sim q)\Rightarrow H]$ برقرار باشد، آن‌گاه H کدام‌یک از گزاره‌های ترکیبی زیر می‌تواند باشد؟

۱) $\sim p\vee\sim q$ ۲) $\sim p\vee q$ ۳) $p\vee\sim q$ ۴) $p\vee q$

پاسخ: گزینهٔ ۲ (متوسط ـ مفهومی ـ ۱۱۰۱)

سمت راست هم‌ارزی فقط در حالت $(p\equiv T, q\equiv F)$ نادرست می‌شود که اگر در سمت چپ قرار دهیم با توجه به درستی $(p\wedge\sim q)$ باید H نادرست شود که در گزینهٔ ۲ این چنین می‌شود.

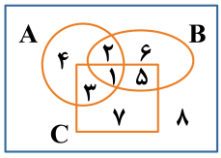
گروه آموزشی ماز

۳۲- اگر سه مجموعهٔ ناتهی A، B و C چنان باشند که $[(A'\cap C)\cup B]\subseteq[(A\cup B)-C]$، آن‌گاه کدام‌یک از مجموعه‌های زیر حتماً تهی است؟

۱) $A-(B\cap C)$ ۲) $(A\cap B)-C$ ۳) $(A\cap B')-C$ ۴) $A-(B'\cap C)$

پاسخ: گزینهٔ ۳ (متوسط ـ محاسباتی ـ ۱۱۰۱)

در نمودار ون ناحیه‌های هشت‌گانه را شماره‌گذاری کرده و خواهیم داشت:



$$\begin{cases}A=\{1,2,3,4\}\\B=\{1,2,5,6\}\\C=\{1,3,5,7\}\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}\text{سمت چپ}=(A\cup B)-C=\{1,2,3,4,5,6\}-\{1,3,5,7\}=\{2,4,6\}\\\text{سمت راست}=(A'\cap C)\cup B=\big(\{5,6,7,8\}\cap\{1,3,5,7\}\big)\cup\{1,2,5,6\}=\{5,7\}\cup\{1,2,5,6\}=\{1,2,5,6,7\}\end{cases}$$

$$\Rightarrow\{2,4,6\}\subseteq\{1,2,5,6,7\},\{4\}\subseteq\{1,5,7\}\Rightarrow\{4\}=\varnothing$$

در بین گزینه‌ها فقط گزینه سوم برابر $\{4\}=\varnothing$ است، ببینید:

$$(A\cap B')-C=(\underbrace{\{1,2,3,4\}\cap\{3,4,7,8\}}_{\{3,4\}})-\{1,3,5,7\}=\{3,4\}-\{1,3,5,7\}=\{4\}=\varnothing$$

(بررسی سایر گزینه‌ها به عنوان تمرین به شما سپرده می‌شود.)

گروه آموزشی ماز

۳۳- در پرتاب دو تاس با یکدیگر، اگر بدانیم مجموع اعداد رو شده فرد است، احتمال آن‌که اختلاف آن‌ها یک واحد باشد، کدام می‌شود؟

۱) $\frac{1}{2}$ ۲) $\frac{1}{3}$ ۳) $\frac{5}{9}$ ۴) $\frac{2}{5}$

پاسخ: گزینهٔ ۳ (آسان ـ مفهومی ـ ۱۱۰۲)

فضای نمونه‌ای کاهش یافته، ۱۸ مورد را شامل می‌شود که در ۱۰ مورد به شرح ذیل، اختلاف اعداد رو شده برابر ۱ است.

$$A=\{(1,2),(2,1),(2,3),(3,2),(3,4),(4,3),(4,5),(5,4),(5,6),(6,5)\}$$

بنابراین:

$$P(A|B)=\frac{10}{18}=\frac{5}{9}$$

احتمال شرطی

$$P(A|B)=\frac{P(A\cap B)}{P(B)}\quad\text{یا}\quad P(A|B)=\frac{n(A\cap B)}{n(B)}$$

در محاسبهٔ احتمال شرطی $P(A|B)$ می‌توانیم از روش کاهش فضای نمونه‌ای استفاده کنیم، بدین صورت که فضای نمونه‌ای را از S به B کاهش می‌دهیم و در B به دنبال خواستهٔ سوال می‌گردیم.

گروه آموزشی ماز

۳۴- اگر جامعه‌ای متشکل از پنج عدد طبیعی به صورت ۱,۵,۶,۴,a باشد، آن‌گاه a کدام باشد تا در برآورد میانگین احتمال برابری آماره با پارامتر در نمونه‌ای دوعضوی ۲۰٪ باشد؟

۱) ۴ ۲) ۶ ۳) ۸ ۴) ۹

AzmonVIP
۱۴۰۳ - ۱۴۰۴
www.biomaze.ir

پاسخ: گزینهٔ ۴ (متوسط ـ مفهومی / محاسباتی ـ ۱۱۰۳)

آمارهٔ مربوط به نمونهٔ دوعضوی، میانگین آن دو عدد است. میانگین هر دو عدد طبیعی یا عددی طبیعی است و یا از یک عدد طبیعی فقط نیم واحد بیشتر است. برای آن‌که پارامتر جامعه (یعنی میانگین آن ۵ عضو) نیز همین مقدار باشد، باید مجموع آن ۵ عدد مضرب ۵ بوده و یا از مضرب ۵ به مقدار ۲/۵ واحد بیشتر باشد (که در این‌جا به خاطر طبیعی بودن همهٔ اعداد ناممکن است)

بنابراین $a+16$ باید مضرب ۵ باشد که از بین گزینه‌ها، اگر a را ۴ یا ۹ قرار دهیم این چنین می‌شود.

- اگر $a=4$، آن‌گاه پارامتر برابر $\frac{16+4}{5}$ یعنی ۴ شده و فقط نمونهٔ $\{4,4\}$ آمارهٔ ۴ داشته و احتمال آن $\frac{1}{\binom{5}{2}}$ یعنی ۱۰٪ است.
- اگر $a=9$، آن‌گاه پارامتر برابر $\frac{16+9}{5}$ یعنی ۵ شده و دو نمونهٔ $\{1,9\},\{6,4\}$ آمارهٔ ۵ داشته و احتمال برابری آماره و پارامتر $\frac{2}{10}$ یا ۲۰٪ می‌شود.

پس جواب $a=9$ می باشد.

گروه آموزشی ماز

۳۵- به هر یک از ۷ دادهٔ آماری با مجموع ۸۴، به مقدار k واحد اضافه می‌کنیم تا ضریب تغییرات داده‌های جدید، ۴۰٪ ضریب تغییرات داده‌های اولیه باشد، مقدار k کدام است؟

۱) ۱۸ ۲) ۱۲ ۳) ۳۰ ۴) ۲۴

پاسخ: گزینهٔ ۱ (متوسط ـ مفهومی / محاسباتی ـ ۱۱۰۳)

اگر به هر یک از داده‌ها، k واحد اضافه شود، انحراف معیار تغییر نکرده ولی به میانگین k واحد اضافه می‌شود. در ضمن میانگین داده‌های اولیه برابر $\frac{84}{7}$ یعنی ۱۲ است.

$$CV_2=\frac{40}{100}CV_1 \Rightarrow \frac{\sigma_2}{\bar{x}_2}=\frac{2}{5}\times\frac{\sigma_1}{\bar{x}_1} \Rightarrow \frac{1}{\bar{x}_1+k}=\frac{2}{5}\times\frac{1}{\bar{x}_1} \Rightarrow 5\bar{x}_1=2\bar{x}_1+2k \Rightarrow 3\bar{x}_1=2k$$

$$\xrightarrow{\bar{x}_1=12} 2k=36 \Rightarrow k=18$$

آمارشناسی

اگر $x_1,x_2,x_3,\ldots,x_n$ داده‌های آماری باشند:

۱) میانگین $\bar{x}=\frac{x_1+x_2+\ldots+x_n}{n}$

۲) واریانس $\sigma^2=\frac{(x_1-\bar{x})^2+(x_2-\bar{x})^2+\ldots+(x_n-\bar{x})^2}{n}$ $\qquad \sigma^2=\frac{x_1^2+x_2^2+\ldots+x_n^2}{n}-\bar{x}^2$

۳) انحراف معیار $\sigma=\sqrt{\text{واریانس}}$

۴) ضریب تغییرات $CV=\frac{\sigma}{\bar{x}}$

اگر به داده‌ها، عددی اضافه شود، به میانگین همان عدد اضافه خواهد شد ولی واریانس و انحراف معیار تغییری نمی‌کنند ولی ضریب تغییرات، تغییر خواهد کرد.

گروه آموزشی ماز

۳۶- باقی‌ماندهٔ تقسیم عدد $A=3^{29}+7^{92}$ بر ۴۲ کدام است؟

۱) ۴۰ ۲) ۱۹ ۳) ۳۹ ۴) ۲۰

پاسخ: گزینهٔ ۱ (متوسط ـ محاسباتی ـ ۱۲۰۱)

روش اول:

باقی‌ماندهٔ A بر هر یک از اعداد ۲، ۳، ۷ (پایه‌های ۴۲) را به دست می‌آوریم:

$$\left.\begin{array}{l} A\overset{2}{\equiv}1+1=2\overset{2}{\equiv}0\equiv 4 \\ A\overset{3}{\equiv}0+1^{92}=1\overset{4}{\equiv}1 \end{array}\right\} \Rightarrow A\overset{6}{\equiv}4\overset{6}{\equiv}-2$$

$$A\overset{7}{\equiv}(3^3)^9\times 3^2+0\overset{7}{\equiv}(-1)^9\times 2=-2 \Rightarrow A\overset{7}{\equiv}-2$$

$$\Rightarrow A\overset{42}{\equiv}-2\overset{42}{\equiv}40 \Rightarrow A\overset{42}{\equiv}40$$

www.biomaze.ir ۱۴۰۳ - ۱۴۰۴
AzmonVIP

روش دوم:

$$۳^۴ \overset{۴۲}{\equiv}(-۳) \xrightarrow{\text{توان ۷}} (۳^۴)^۷ \overset{۴۲}{\equiv}(-۳)^۷ \Rightarrow ۳^{۲۸} \overset{۴۲}{\equiv}-۳^۷ \xrightarrow{\times ۳} ۳^{۲۹} \overset{۴۲}{\equiv}-۳^۸ \overset{۴۲}{\equiv}-(۳^۴)^۲ \overset{۴۲}{\equiv}-(-۳)^۲$$

$$\Rightarrow ۳^{۲۹} \overset{۴۲}{\equiv}-۹ \Rightarrow ۳^{۲۹} \overset{۴۲}{\equiv}-۹+۴۲ \Rightarrow ۳^{۲۹} \overset{۴۲}{\equiv}۳۳$$

$$۷^۲ \overset{۴۲}{\equiv}۷ \xrightarrow{\times ۷} ۷^۳ \overset{۴۲}{\equiv}۷^۲ \overset{۴۲}{\equiv}۷ \Rightarrow n \in \mathbb{N} \text{ در حالت کلی } ۷^n \overset{۴۲}{\equiv}۷ \Rightarrow ۷^{۹۲} \overset{۴۲}{\equiv}۷$$

$$\left.\begin{matrix} ۳^{۲۹} \overset{۴۲}{\equiv}۳۳ \\ ۷^{۹۲} \overset{۴۲}{\equiv}۷ \end{matrix}\right\} \Rightarrow A = ۳^{۲۹}+۷^{۹۲} \overset{۴۲}{\equiv}۴۰$$

روش سوم:

عدد A زوج است، بنابراین باقی‌ماندهٔ تقسیم آن بر ۴۲ عددی زوج می‌شود (رد گزینه‌های ۲ و ۳) عدد A در تقسیم بر ۳ باقی‌ماندهٔ ۱ دارد، بنابراین باقی‌ماندهٔ تقسیم R بر ۳ نیز باید ۱ باشد (رد گزینهٔ ۴)

گروه آموزشی ماز

۳۷- معادلهٔ سیالهٔ خطی $۷x+۱۷y=۱۴۰۴$ در مجموعهٔ اعداد طبیعی چند دسته جواب دارد؟

۱) ۹ ۲) ۱۰ ۳) ۱۱ ۴) ۱۲

پاسخ: گزینهٔ ۳ (متوسط ـ محاسباتی ـ ۱۲۰۱)

روش اول:

معادله شرط وجود جواب را دارد.

$$۷x+۱۷y=۱۴۰۴ \Rightarrow (۷,۱۷) \mid ۱۴۰۴ \checkmark$$

$$۱۷y \overset{۷}{\equiv} ۱۴۰۴ \Rightarrow ۳y \overset{۷}{\equiv} ۴ \Rightarrow ۳y \overset{۷}{\equiv} ۴+۲\times ۷ \Rightarrow ۳y \overset{۷}{\equiv} ۱۸ \Rightarrow y \overset{۷}{\equiv} ۶ \Rightarrow y = ۷k+۶$$

$$۷x+۱۷(۷k+۶)=۱۴۰۴ \Rightarrow ۷x+۱۱۹k+۱۰۲=۱۴۰۴ \Rightarrow ۷x=-۱۱۹k+۱۳۰۲ \Rightarrow x=-۱۷k+۱۸۶$$

$$y \geq ۱ \Rightarrow ۷k+۶ \geq ۱ \Rightarrow ۷k \geq -۵ \Rightarrow k \geq -\frac{۵}{۷} \xrightarrow{k \in \mathbb{Z}} k \geq ۰$$

$$x \geq ۱ \Rightarrow -۱۷k+۱۸۶ \geq ۰ \Rightarrow ۱۷k \leq ۱۸۶ \Rightarrow k \leq \frac{۱۸۶}{۱۷} \xrightarrow{k \in \mathbb{Z}} k \leq ۱۰$$

$$\Rightarrow ۰ \leq k \leq ۱۰$$

تعداد اعداد صحیح $k = ۱۱$

بنابراین معادلهٔ سیاله در مجموعهٔ اعداد طبیعی ۱۱ دسته جواب دارد.

روش دوم:

از هر ۱۷ عدد طبیعی متوالی دقیقاً یکی جواب x است.کوچک‌ترین مقدار ممکن برای x را می‌یابیم:

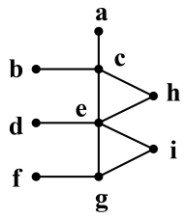
$$۷x \overset{۱۷}{\equiv} ۱۴۰۴ \overset{۱۷}{\equiv} ۱۴۰۴-۱۳۹۴=۱۰ \overset{۱۷}{\equiv} -۷ \Rightarrow ۷x \overset{۱۷}{\equiv} -۷ \xrightarrow{\div ۷} x \overset{۱۷}{\equiv} -۱ \overset{۱۷}{\equiv} ۱۶ \Rightarrow x = ۱۷k+۱۶$$

کوچک‌ترین مقدار ممکن برای k برابر ۰ و بزرگ‌ترین مقدار ممکن برای k برابر ۱۰ است، بنابراین ۱۱ سری جواب وجود دارد.

گروه آموزشی ماز

۳۸- از بین تمام یال‌های گراف $\bar{G}$ (مکمل گراف G) یک یال به تصادف انتخاب کرده و پس از حذف آن از $\bar{G}$، آن یال به گراف G اضافه می‌شود. احتمال آن‌که عدد احاطه‌گری گراف G، یک واحد کاهش یابد حدوداً چند درصد است؟

۱) ۲۰
۲) ۱۵
۳) ۱۲
۴) ۸



(G)

پاسخ: گزینهٔ ۲ (سخت ـ مفهومی ـ ۱۲۰۲)

فرض کنیم گراف G و در نتیجه $\bar{G}$ هر دو از مرتبهٔ ۹ هستند و شکل گراف G به صورت زیر باشد، بنابراین گراف $k_۹$ دارای ۳۶ یال و گراف $\bar{G}$ دارای ۲۶ یال خواهد شد. به این معنا که فضای نمونه $\binom{۲۶}{۱}$ یعنی ۲۶ حالت دارد. عدد احاطه‌گری گراف G برابر ۳ است که اگر یکی از یال‌های fe یا gd یا dc یا cf را به G اضافه کنیم عدد احاطه‌گری ۲ خواهد شد، بنابراین:

$$P=\frac{۴}{۲۶}=\frac{۲}{۱۳} \simeq ٪۱۵$$

www.biomaze.ir
۱۴۰۳ - ۱۴۰۴

در باب گراف مکمل

اگر گراف G از مرتبهٔ n باشد: $q(G)+q(\bar{G})=k_n$

عدد احاطه‌گری (γ) : تعداد عضوهای مجموعهٔ احاطه‌گر مینیمم را عدد احاطه‌گری گراف می‌گویند.

گروه آموزشی ماز

۳۹- سطر دوم مربع A را به چند طریق می‌توان پر کرد تا در ادامه آن مربع بتواند لاتین باشد؟

$A=$

۱	۲	۳	۴	۵
۴				

۱) ۹

۲) ۱۰

۳) ۱۱

۴) ۱۲

پاسخ: گزینهٔ ۳ (متوسط ـ مفهومی ـ ۱۲۰۳)

روش اول:

در مربع لاتین هیچ سطر یا ستونی عدد تکراری ندارد و هر عدد فقط مجاز است که یک بار تکرار شود. برای لاتین بودن مربع موردنظر باید ۴ عدد ۱، ۲، ۳ و ۵ را به گونه‌ای در سطر دوم قرار دهیم که در زیر اعداد سطر اول عدد تکراری قرار نگیرد. بدین منظور ابتدا عدد ۱ را در زیر عدد ۴ قرار می‌دهیم. پس داریم:

۱	۲	۳	۴	۵
۴	۳	۵	۱	۲

۱	۲	۳	۴	۵
۴	۵	۲	۱	۳

$\Rightarrow$ ۲ حالت خواهیم داشت

حال عدد ۲ را زیر عدد ۴ قرار می‌دهیم:

۱	۲	۳	۴	۵
۴	۱	۵	۲	۳

۱	۲	۳	۴	۵
۴	۳	۵	۲	۱

۱	۲	۳	۴	۵
۴	۵	۱	۲	۳

$\Rightarrow$ ۳ حالت خواهیم داشت

سپس عدد ۳ را جایگذاری می‌کنیم و مربع را حل می‌کنیم:

۱	۲	۳	۴	۵
۴	۱	۵	۳	۲

۱	۲	۳	۴	۵
۴	۵	۲	۳	۱

۱	۲	۳	۴	۵
۴	۵	۱	۳	۲

$\Rightarrow$ ۳ حالت خواهیم داشت

و در نهایت عدد ۵ را قرار می‌دهیم:

۱	۲	۳	۴	۵
۴	۱	۲	۵	۳

۱	۲	۳	۴	۵
۴	۳	۱	۵	۲

۱	۲	۳	۴	۵
۴	۳	۲	۵	۱

$\Rightarrow$ ۳ حالت خواهیم داشت

پس تعداد حالت‌های ممکن برای حل این مربع لاتین $۳+۳+۳+۲=۱۱$ روش می‌باشد.

روش دوم:

احتمالاً شما از راه مستقیم شمارش می‌کنید که چندان دشوار نیست. اما می‌خواهیم از اصل شمول و عدم شمول استفاده کنیم:

جواب $=\left|\bar{1}\cap\bar{2}\cap\bar{3}\cap\bar{5}\right|$

$=|U|-|1|-|2|-|3|-|5|+|1\cap2|+|1\cap3|+|1\cap5|+|2\cap3|+|2\cap5|+|3\cap5|-|1\cap2\cap3|-|1\cap2\cap5|-|1\cap3\cap5|-|2\cap3\cap5|+|1\cap2\cap3\cap5|$

$=۴!-(۰+۳!+۳!+۳!)+(۰+۰+۰+۲!+۲!+۲!)-(۰+۰+۰+۱!)+۰=۱۱$

گروه آموزشی ماز

www.biomaze.ir ۱۴۰۳ - ۱۴۰۴

AzmonVIP

۴۰- گراف G، ۲- منتظم از مرتبهٔ ۸۹ بوده و هم زیرگرافی به فرم $C_{۲۵}$ و هم زیرگرافی به فرم $P_{۲۶}$ دارد. حداکثر تعداد دورهای به طول ۴ در گراف G را m می‌نامیم. m کدام ویژگی را دارد؟

۱) عددی اول ۲) مربع کامل ۳) مکعب کامل ۴) عددی دو رقمی

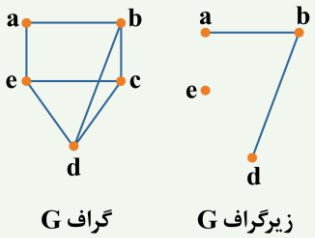
پاسخ: گزینهٔ ۲ (متوسط ـ مفهومی ـ ۱۲۰۲)

گراف G از اجتماع تعدادی C_i تشکیل شده است و استراتژی آن است که تعداد $C_۴$ ماکزیمم باشد. وجود یک $C_{۲۵}$ در بین آن C_iها الزامی است. علاوه بر آن برای موجود شدن زیرگرافی به فرم $P_{۲۶}$ لازم است زیرگرافی به صورت C_k که در آن $k \geq ۲۶$، در گراف G باشد، باید $۸۹-(۲۵+k)$ بر ۴ بخش‌پذیر باشند، بنابراین اگر k را برابر ۲۸ در نظر بگیریم گراف متشکل از $C_{۲۵}$ و ۹ تا $C_۴$ می‌شود که شامل ۹ دور به طول ۴ خواهد شد.

زیرگراف

یک زیرگراف از گراف G گرافی است که مجموعهٔ رأس‌های آن زیرمجموعهٔ رأس‌های گراف G و مجموعهٔ یال‌های آن زیرمجموعه‌ای از یال‌های گراف G باشد.

به عنوان مثال



گراف G زیرگراف G

گروه آموزشی ماز

www.biomaze.ir
۱۴۰۳ - ۱۴۰۴

AzmonVIP

فیزیک

یکی از مطابقت‌های آزمون سال گذشته ماز با کنکور ۱۴۰۳

۵۱- گلوله‌ای در شرایط خلأ از ارتفاع ۲۴۵ متری سطح زمین رها می‌شود. تندی متوسط گلوله در ۳ ثانیهٔ آخر حرکتش چند متر بر ثانیه است؟ $(g = ۱۰ \frac{m}{s^۲})$

۱) ۵۵ ۲) ۶۵ ۳) ۵۰ ۴) ۶۰

(آزمون مرحلهٔ ۳ سالیانه – فیزیک)

۵۱- گلوله‌ای در شرایط خلأ از ارتفاع ۱۲۵ متری زمین رها می‌شود. سرعت متوسط گلوله در ۲ ثانیهٔ آخر حرکت، چند متر بر ثانیه است؟ $(g = ۱۰ \frac{m}{s^۲})$

۱) ۳۰ ۲) ۳۵ ۳) ۴۰ ۴) ۴۵

(کنکور تیر ۱۴۰۳ – فیزیک رشته ریاضی)

برای مشاهدهٔ همهٔ مطابقت‌ها اینجا رو اسکن کن!

biomaze.ir یا رو این کلیک کن!

AzmonVIP

دانش‌آموزان عزیز ماز

بالأخره بعد از یک سال همراه با تلاش و کوشش فراوون، رسیدیم به آخرین آزمون امسال. درس فیزیک آزمون امروز درمجموع نزدیک به سطح کنکور طراحی شده و سعیمون این بوده که سؤالات استاندارد و نزدیک به سؤالات کنکور باشن.

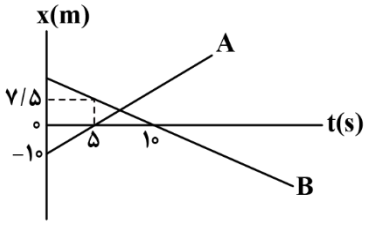
با توجه به این‌که فرصت چندانی تا کنکور تیرماه باقی نمونده، شدیداً توصیه می‌کنیم که آزمون رو خیلی خوب تحلیل و سؤالات رو دوباره حل کنین تا هم مطالب براتون مرور و هم اگر ضعفی دارین برطرف بشه.

درنهایت خوشحالیم که امسال همراهمون بودین. طبیعتاً نقاط قوت و ضعفی در درس فیزیک آزمون‌ها وجود داشت که خوشحال می‌شیم اونا رو بهمون منتقل کنین تا کیفیت آزمون‌ها بهتر و بهتر بشه.

به امید موفقیتتون در تمام مراحل زندگی...

سعید احمدی و سجاد صادقی‌زاده (رتبهٔ ۱ کنکور ۹۲) ـ مسئولین درس فیزیک پایهٔ دوازدهم آزمون ماز

۴۱- نمودار مکان ـ زمان دو متحرک A و B مطابق شکل زیر است. در کدام لحظه برحسب ثانیه فاصلهٔ دو متحرک از یکدیگر، دو برابر فاصلهٔ آن‌ها در لحظهٔ $t=0$ است؟



۱) $\frac{۱۵۰}{۷}$

۲) $\frac{۵۰}{۷}$

۳) ۲۵

۴) $\frac{۲۵}{۳}$

پاسخ: گزینهٔ ۱ (متوسط ـ نموداری ـ ۱۲۰۱)

گام اول:

معادلهٔ مکان ـ زمان هریک از متحرک‌ها را به‌دست می‌آوریم. با توجه به نمودار مکان ـ زمان دو متحرک A و B که به‌صورت خطی است، داریم:

$$v=\frac{\Delta x}{\Delta t}\Rightarrow\begin{cases}v_A=\frac{۰-(-۱۰)}{۵-۰}=\frac{۱۰}{۵}=۲\frac{m}{s}\ ,\ x_{۰A}=-۱۰m\\ v_B=\frac{۰-۷/۵}{۱۰-۵}=\frac{-۷/۵}{۵}=-۱/۵\frac{m}{s}\Rightarrow -۱/۵=\frac{۰-x_{۰B}}{۱۰-۰}\Rightarrow x_{۰B}=۱۵m\end{cases}$$

$$x=vt+x_۰\Rightarrow\begin{cases}x_A=۲t-۱۰\\ x_B=-۱/۵t+۱۵\end{cases}$$

گام دوم:

فاصلهٔ اولیهٔ دو متحرک را به‌دست می‌آوریم:

$$d_۰=|x_{۰A}-x_{۰B}|=|-۱۰-۱۵|=۲۵m$$

گام آخر:

لحظه‌ای که فاصلهٔ دو متحرک از هم دو برابر فاصلهٔ اولیه آن‌ها است را به‌دست می‌آوریم. با توجه به نمودار $x-t$ دو متحرک درمی‌یابیم در این لحظه $x_A>x_B$ است؛ بنابراین داریم:

$$d=۲d_۰=۵۰m\Rightarrow|x_A-x_B|=x_A-x_B=۵۰\Rightarrow(۲t-۱۰)-(-۱/۵t+۱۵)=۵۰$$

$$\Rightarrow ۳/۵t-۲۵=۵۰\Rightarrow ۳/۵t=۷۵\Rightarrow t=\frac{۱۵۰}{۷}s$$

مشاوره

مسائل دو متحرک همیشه پای ثابت سؤالات کنکورهای اخیر بوده. ما هم حواسمون جمع بود که یک تست کاملاً استاندارد و در عیار کنکور براتون طرح کنیم. اگر این تست رو خوب بلد نیستی، حتماً گام‌های حلش رو با دقت مطالعه کن تا دید خوبی از روند حل این تیپ تست‌ها به‌دست بیاری.

دام تستی

اگر در تعیین علامت فاصلهٔ دو متحرک $(|x_A-x_B|)$ دقت نکنی در دام گزینهٔ (۲) می‌افتی.

۴۲- متحرکی با شتاب ثابت بر روی یک خط راست درحال حرکت است. اگر سرعت متوسط این متحرک در ۴ ثانیهٔ دوم و سوم به‌ترتیب $۲\frac{m}{s}$ و $۸\frac{m}{s}$ باشد، تندی متوسط آن در ۱۰ ثانیهٔ اول حرکت چند متر بر ثانیه است؟

۱) ۳/۱ ۲) $\frac{۱۰۳}{۳۰}$ ۳) ۳/۸ ۴) $\frac{۱۱۳}{۳۰}$

پاسخ: گزینهٔ ۴ (متوسط ـ محاسباتی ـ ۱۲۰۱)

گام اول:

می‌دانیم در حرکت با شتاب ثابت، سرعت متوسط در یک بازهٔ زمانی با سرعت لحظه‌ای در لحظهٔ وسط آن بازه برابر است؛ بنابراین در دو لحظه از حرکت، سرعت متحرک را به‌دست می‌آوریم:

$$v_{av(۴s-۸s)} = v_{۶s} = ۲\frac{m}{s}$$

$$v_{av(۸s-۱۲s)} = v_{۱۰s} = ۸\frac{m}{s}$$

گام دوم:

معادلهٔ سرعت ـ زمان متحرک را به‌دست می‌آوریم:

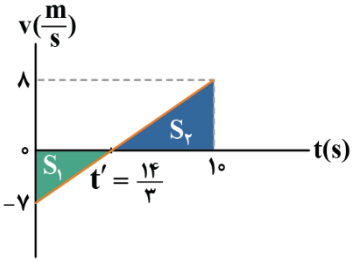
$$v = at + v_۰ \Rightarrow \begin{cases} \xrightarrow[v=۲\frac{m}{s}]{t=۶s} ۲ = a(۶) + v_۰ \quad (I) \\ \xrightarrow[v=۸\frac{m}{s}]{t=۱۰s} ۸ = a(۱۰) + v_۰ \quad (II) \end{cases}$$

$$\xrightarrow{(II)-(I)} ۴a = ۶ \Rightarrow a = ۱/۵\frac{m}{s^۲} \xrightarrow{\text{جایگذاری در (I)}} ۲ = ۱/۵(۶) + v_۰ \Rightarrow v_۰ = -۷\frac{m}{s}$$

$$\Rightarrow v = ۱/۵t - ۷$$

گام آخر:

نمودار $v-t$ را رسم می‌کنیم و با استفاده از مساحت محصور نمودار با محور زمان، مسافت طی‌شده و سپس تندی متوسط را در ۱۰ ثانیهٔ اول حرکت به‌دست می‌آوریم:



$$v = ۰ \Rightarrow ۰ = ۱/۵t' - ۷ \Rightarrow t' = \frac{۱۴}{۳}s$$

$$\begin{cases} S_۱ = \frac{۷ \times \frac{۱۴}{۳}}{۲} = \frac{۴۹}{۳} \\ S_۲ = \frac{۸ \times \frac{۱۶}{۳}}{۲} = \frac{۶۴}{۳} \end{cases} \Rightarrow \ell = S_۱ + S_۲ = \frac{۴۹}{۳} + \frac{۶۴}{۳} = \frac{۱۱۳}{۳}m$$

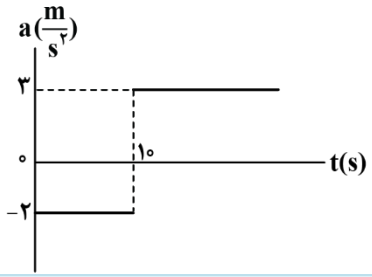
$$s_{av} = \frac{\ell}{\Delta t} \Rightarrow s_{av} = \frac{\frac{۱۱۳}{۳}}{۱۰} = \frac{۱۱۳}{۳۰}\frac{m}{s}$$

مشاوره

یکی از رابطه‌های کلیدی در حرکت با شتاب ثابت اینه که سرعت متوسط متحرک در بازهٔ زمانی $t_۱$ تا $t_۲$ برابر با سرعت لحظه‌ای متحرک در لحظهٔ $t = \frac{t_۱ + t_۲}{۲}$ است که ما هم این تست را بر مبنای همین رابطه طرح کردیم تا حواستون به اهمیتش باشه.

۴۳- نمودار شتاب ـ زمان متحرکی که بر روی یک خط راست حرکت می‌کند، مطابق شکل زیر است. اگر در لحظهٔ $t=0$ این متحرک با تندی $10\frac{m}{s}$ در خلاف جهت محور x حرکت کند، شتاب متوسط متحرک در بازهٔ زمانی‌ای که متحرک در خلاف جهت محور x حرکت می‌کند، چند واحد SI است؟

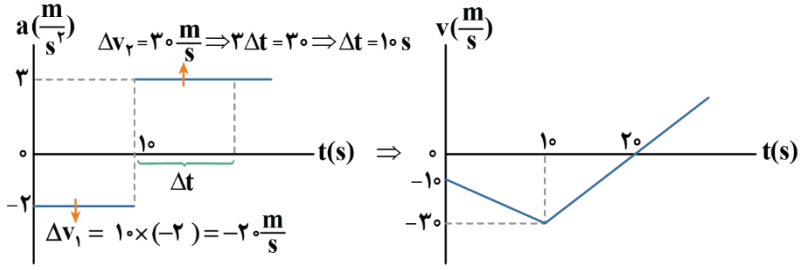
۱) ۰/۲۵
۲) ۲
۳) ۴
۴) ۰/۵



پاسخ: گزینهٔ ۴ (متوسط ـ نموداری ـ ۱۲۰۱)

گام اول:

با استفاده از مساحت محصور نمودار شتاب ـ زمان با محور زمان، تغییر سرعت را به‌دست می‌آوریم و با داشتن تغییر سرعت و سرعت اولیه، نمودار سرعت ـ زمان را که در حرکت با شتاب ثابت به‌صورت خطی است، رسم می‌کنیم:



گام آخر:

در بازهٔ زمانی‌ای که سرعت متحرک منفی است، یعنی متحرک در خلاف جهت محور x حرکت می‌کند (صفر تا ۲۰s)، شتاب متوسط را به‌دست می‌آوریم:

$$a_{av}=\frac{\Delta v}{\Delta t}=\frac{v_2-v_1}{\Delta t}\xrightarrow[\Delta t=20s]{v_1=-10\frac{m}{s},\ v_2=0}a_{av}=\frac{0-(-10)}{20}=\frac{10}{20}=0/5\frac{m}{s^2}$$

مشاوره

این‌که نمودار شتاب ـ زمان رو به نمودار سرعت ـ زمان تبدیل کنین یا نمودار سرعت ـ زمان رو به نمودار مکان ـ زمان تبدیل کنین، همیشه مورد علاقهٔ طراحان کنکور و امتحانات نهایی بوده و خواهد بود. ما هم که همیشه حواسمون هست تا چیزی از قلم نیفته، این تست رو براتون طرح کردیم تا خیالمون همه‌جوره راحت بشه.

گروه آموزشی ماز

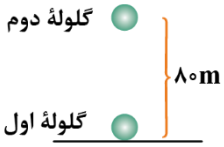
۴۴- دو گلوله را در شرایط خلأ با فاصلهٔ زمانی t' از ارتفاع ۱۲۵ متری سطح زمین رها می‌کنیم. اگر بیش‌ترین فاصلهٔ دو گلوله از یکدیگر ۸۰ متر باشد، t' چند ثانیه است؟ $(g=10\frac{m}{s^2})$

۱) ۱/۵
۲) ۲
۳) ۲/۵
۴) ۳

پاسخ: گزینهٔ ۲ (متوسط ـ محاسباتی ـ ۱۲۰۱)

گام اول:

لحظه‌ای که گلولهٔ اول به زمین برخورد می‌کند را به‌دست می‌آوریم. فاصلهٔ گلوله‌ها از هم در این لحظه همان بیش‌ترین فاصلهٔ گلوله‌ها از یکدیگر (۸۰m) است.



$$|\Delta y_1|=\frac{1}{2}gt^2\Rightarrow 125=\frac{1}{2}\times 10\times t^2\Rightarrow t=5s$$

گام آخر:

فاصلهٔ زمانی t' را به‌دست می‌آوریم. با توجه به این‌که در لحظهٔ $t=5s$، مقدار جابه‌جایی گلولهٔ دوم از لحظهٔ رهاشدن برابر با $|\Delta y_2|=125-80=45m$ است، داریم:

$$|\Delta y_2|=\frac{1}{2}g(t-t')^2\Rightarrow 45=\frac{1}{2}\times 10(5-t')^2\Rightarrow (5-t')^2=9$$

$$\Rightarrow 5-t'=3\Rightarrow t'=2s$$

مشاوره

در طراحی این سؤال از سقوط آزاد، اومدیم تأخیر شروع حرکت گلولهٔ دوم رو با حداکثر فاصلهٔ گلوله‌ها از هم ترکیب کردیم تا یک سؤال کاملاً جامع براتون آماده کنیم. با تحلیل دقیق این سؤال، خیالتون از سقوط آزاد و تمام حالت‌های اون راحت می‌شه.

گروه آموزشی ماز

۱۴۰۳ - ۱۴۰۴
www.biomaze.ir

۴۵- جسمی به جرم $6kg$ را به یک طناب وصل می‌کنیم و طناب را با نیروی $100N$ در راستای قائم به سمت بالا می‌کشیم. نیروی کشش طناب را چند درصد کاهش دهیم تا جسم با شتاب رو به بالای $1\frac{m}{s^2}$ حرکت کند؟ $(g=10\frac{N}{kg})$

۱) ۳۶ ۲) ۶۴ ۳) ۳۴ ۴) ۶۶

پاسخ: گزینهٔ ۳ (متوسط ـ محاسباتی ـ ۱۲۰۲)

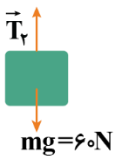
گام اول:

نیروی خالص وارد بر جسم را در حالت دوم به‌دست می‌آوریم:

$$F_{net_2}=ma_2 \Rightarrow F_{net_2}=6\times 1=6N$$

گام دوم:

نیروی کشش طناب را در حالت دوم به‌دست می‌آوریم. مطابق شکل زیر داریم:



$$F_{net_2}=T_2-mg \Rightarrow 6=T_2-60 \Rightarrow T_2=66N$$

گام آخر:

درصد تغییر نیروی کشش طناب را به‌دست می‌آوریم:

$$\frac{T_2-T_1}{T_1}\times 100=\frac{66-100}{100}\times 100=-34\%$$

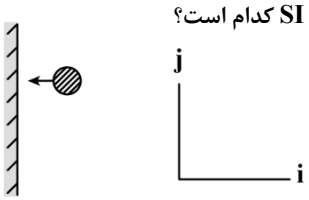
پس باید نیروی کشش طناب را ۳۴ درصد کاهش دهیم.

دام تستی

شنیدی می‌گن بپا از هول حلیم نیفتی تو دیگ! بله اگر نیروی کشش حالت دوم رو که به‌دست آوردی، حواست به ادامهٔ سؤال نباشه در دام گزینهٔ (۴) می‌افتی. صورت سؤال رو دقیق بخونین که قراره آخرش چی رو حساب کنین.

گروه آموزشی ماز

۴۶- مطابق شکل زیر، گلوله‌ای به جرم $100g$ با تندی $5\frac{m}{s}$ به دیوار قائمی برخورد می‌کند و با تکانه‌ای به بزرگی $0/4\frac{kg.m}{s}$ برمی‌گردد. اگر مدت‌زمان تماس گلوله به دیوار $15ms$ باشد، بردار نیروی خالص متوسطی که گلوله بر دیوار قائم وارد می‌کند، برحسب یکای SI کدام است؟



۱) $60\vec{i}$
۲) $-60\vec{i}$
۳) $90\vec{i}$
۴) $-90\vec{i}$

پاسخ: گزینهٔ ۲ (متوسط ـ محاسباتی ـ ۱۲۰۲)

گام اول:

بردار تکانهٔ گلوله را در حالت اول به‌دست می‌آوریم:

$$\vec{p}_1=m\vec{v}_1 \Rightarrow \vec{p}_1=0/1\times(-5\vec{i})=(-0/5\frac{kg.m}{s})\vec{i}$$

گام دوم:

بردار تغییر تکانه را به‌دست می‌آوریم:

$$\Delta\vec{p}=\vec{p}_2-\vec{p}_1 \xrightarrow[\vec{p}_1=(-0/5\frac{kg.m}{s})\vec{i}]{\vec{p}_2=(0/4\frac{kg.m}{s})\vec{i}} \Delta\vec{p}=0/4\vec{i}-(-0/5\vec{i})=(0/9\frac{kg.m}{s})\vec{i}$$

گام سوم:

بردار نیروی خالص متوسط دیوار بر گلوله را به‌دست می‌آوریم:

$$\vec{F}_{\text{دیوار بر گلوله}}=\frac{\Delta\vec{p}}{\Delta t} \xrightarrow[\Delta t=15ms=15\times10^{-3}s]{\Delta p=(0/9\frac{kg.m}{s})\vec{i}} \vec{F}_{\text{دیوار بر گلوله}}=\frac{0/9\vec{i}}{15\times10^{-3}}=(60N)\vec{i}$$

گام آخر:

طبق قانون سوم نیوتون، بردار نیروی خالص متوسط گلوله بر دیوار برابر است با:

$$\vec{F}_{\text{گلوله بر دیوار}}=-\vec{F}_{\text{دیوار بر گلوله}}=(-60N)\vec{i}$$

www.biomaze.ir
۱۴۰۳ - ۱۴۰۴

دام طراح

نیروی خالص متوسطی که دیوار بر گلوله وارد می‌کند و نیروی خالص متوسطی که گلوله بر دیوار وارد می‌کند، کنش و واکنش هستند و اگر به این مورد دقت نکنین در دام گزینهٔ (۱) می‌افتین.

گروه آموزشی ماز

۴۷- وزن جسمی در ارتفاع ۳۶۰۰km از سطح زمین، ۷۲۰N کم‌تر از وزن آن در ارتفاع ۱۶۰۰km از سطح زمین است. جرم این جسم چند کیلوگرم است؟ ($g=10\frac{N}{kg}$ و شعاع زمین ۶۴۰۰km است.)

۱) ۱۵۶/۲۵ ۲) ۳۱۲/۵ ۳) ۱۲۸ ۴) ۲۵۶

پاسخ: گزینهٔ ۲ (سخت ـ محاسباتی ـ ۱۲۰۲)

گام اول:

نسبت وزن جسم در ارتفاع ۳۶۰۰km از سطح زمین (W_1) به وزن آن در ارتفاع ۱۶۰۰km از سطح زمین (W_2) را به‌دست می‌آوریم:

$$W=\frac{GM_em}{(R_e+h)^2}\Rightarrow\frac{W_1}{W_2}=(\frac{R_e+h_2}{R_e+h_1})^2\Rightarrow\frac{W_1}{W_2}=(\frac{6400+1600}{6400+3600})^2=(\frac{8000}{10000})^2=0/64$$

گام دوم:

وزن جسم در ارتفاع ۱۶۰۰km از سطح زمین (W_2) را به‌دست می‌آوریم:

$$W_2-W_1=720\xrightarrow{W_1=0/64W_2}W_2-0/64W_2=720$$
$$\Rightarrow 0/36W_2=720\Rightarrow W_2=2000N$$

گام سوم:

شتاب گرانش در ارتفاع ۱۶۰۰km (g_2) از سطح زمین را به‌دست می‌آوریم:

$$W=mg\Rightarrow\frac{W_2}{W_0}=\frac{g_2}{g_0}=(\frac{R_e}{R_e+h_2})^2\Rightarrow\frac{g_2}{10}=(\frac{6400}{8000})^2=0/64\Rightarrow g_2=6/4\frac{m}{s^2}$$

بچه‌ها منظور از g_0، شتاب گرانشی در سطح زمین است.

گام آخر:

جرم جسم را به‌دست می‌آوریم:

$$W_2=mg_2\Rightarrow 2000=m\times 6/4\Rightarrow m=312/5kg$$

مشاوره

ایدهٔ طرح این تست جدید است و از اهمیت بالایی برخورداره؛ اما روش حلی که براش نوشته شده هم عالیه و توصیه می‌کنیم حتماً پاسخ‌نامه رو به‌دقت مطالعه کنین.

راز طراح

با فاصله‌گرفتن از سطح زمین، شتاب گرانشی و بزرگی نیروی وزن جسم کاهش پیدا می‌کنند. طراح به کمک این ایده و استفاده از دو فاصلهٔ مختلف از سطح زمین، این تست رو طرح کرده. پس با توجه به جدیدبودن این ایدهٔ عالی، حتماً این تست رو دقیق یاد بگیرین تا یه موقع سر جلسهٔ کنکور شگفت‌زده نشین.

گروه آموزشی ماز

۴۸- جسمی به جرم ۲kg با تندی ثابت $72\frac{km}{h}$ روی دایره‌ای به شعاع ۵m حرکت می‌کند. بزرگی نیروی مرکزگرای آن چند نیوتون است؟

۱) ۲۰ ۲) ۴۰ ۳) ۸۰ ۴) ۱۶۰

پاسخ: گزینهٔ ۴ (آسان ـ محاسباتی ـ ۱۲۰۲)

طبق رابطهٔ $F_C=\frac{mv^2}{r}$، بزرگی نیروی مرکزگرا را به‌دست می‌آوریم:

$$v=72\frac{km}{h}=20\frac{m}{s}$$

$$F_C=\frac{mv^2}{r}\xrightarrow[r=5m]{m=2kg\ ,\ v=20\frac{m}{s}}F_C=\frac{2\times 20^2}{5}=160N$$

گروه آموزشی ماز

۴۹- تاری بین دو نقطه بسته شده است. نیروی کشش تار را چند درصد کاهش دهیم تا بسامد هماهنگ دوم تار ۲۰ درصد کاهش یابد؟ (طول تار ثابت است.)

۱) ۲۰ درصد ۲) ۴۰ درصد ۳) ۳۶ درصد ۴) ۶۴ درصد

AzmonVIP
www.biomaze.ir
۱۴۰۳ - ۱۴۰۴

پاسخ: گزینهٔ ۳ (آسان ـ محاسباتی ـ ۱۲۰۴)

برای تار دو انتها بسته، بسامد هماهنگ nاُم از رابطهٔ $f_n = \frac{nv}{2L}$ به‌دست می‌آید؛ بنابراین، تمامی بسامدها ازجمله بسامد هماهنگ دوم، با تندی v رابطهٔ مستقیم دارد. درنتیجه، برای آن‌که بسامد ۲۰ درصد کاهش یابد، باید تندی نیز ۲۰ درصد کاهش یابد؛ بنابراین:

$$\frac{v_2}{v_1} = 0/8 \xrightarrow{v=\sqrt{\frac{F}{\mu}}} \frac{v_2}{v_1} = \sqrt{\frac{F_2}{F_1}} \Rightarrow \sqrt{\frac{F_2}{F_1}} = 0/8$$

$$\frac{F_2}{F_1} = 0/64 \Rightarrow$$ نیروی کشش تار باید ۳۶ درصد کاهش یابد.

دام تستی

اگر حواستون به درصد تغییر نیروی کشش تار نباشه در دام گزینهٔ (۴) می‌افتین.

مشاوره

برای تار دو انتها بسته، رابطهٔ بسامد هماهنگ nاُم $(f_n = \frac{nv}{2L})$ ملکهٔ ذهنتون باشه تا به‌راحتی از حل این تیپ تست‌ها بربیایید.

گروه آموزشی ماز

۵۰- معادلهٔ مکان ـ زمان نوسانگر جرم ـ فنری در SI به‌صورت $x = 0/4\cos(50t)$ است. اگر جرم نوسانگر ۲۰۰g باشد، از لحظهٔ $t = 0$ تا لحظه‌ای که برای سومین بار بزرگی نیروی فنر برابر با ۸۰N می‌شود، مسافت طی‌شده توسط نوسانگر چند سانتی‌متر است؟

۱) ۱۰۴ ۲) ۱۳۶ ۳) ۹۶ ۴) ۷۲

پاسخ: گزینهٔ ۱ (متوسط ـ محاسباتی ـ ۱۲۰۳)

گام اول:

با توجه به معادلهٔ مکان ـ زمان نوسانگر داریم:

$$x = 0/4\cos(50t) \xrightarrow{x=A\cos(\omega t)} A = 0/4m \ , \ \omega = 50\frac{rad}{s}$$

$$\omega = \sqrt{\frac{k}{m}} \xrightarrow{\omega=50\frac{rad}{s} \ , \ m=200g=0/2kg} 50 = \sqrt{\frac{k}{0/2}} \Rightarrow 2500 = \frac{k}{0/2} \Rightarrow k = 500\frac{N}{m}$$

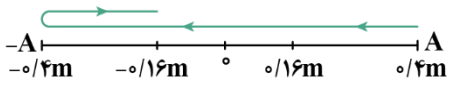
گام دوم:

می‌دانیم بزرگی نیروی فنر از رابطهٔ $F_e = kx$ به‌دست می‌آید که x اندازهٔ تغییر طول فنر نسبت به طول عادی آن است؛ بنابراین داریم:

$$F_e = kx \xrightarrow{F_e=80N \ , \ k=500\frac{N}{m}} 80 = 500x \Rightarrow x = \frac{80}{500} = 0/16m$$

گام آخر:

برای این‌که برای سومین بار بزرگی تغییر طول فنر نسبت به طول عادی آن ۰/۱۶m باشد، باید نوسانگر پس از لحظهٔ $t = 0$، برای سومین بار در فاصلهٔ ۰/۱۶m از نقطهٔ تعادل باشد و داریم:



مسافت طی‌شده توسط نوسانگر در این مدت $= L \Rightarrow L = 0/4 + 0/4 + (0/4 - 0/16) = 1/04m \Rightarrow L = 104cm$

نکته

در نوسانگر جرم ـ فنر که حرکت هماهنگ ساده انجام می‌دهد، اندازهٔ تغییر طول فنر نسبت به طول عادی آن، همواره برابر با فاصلهٔ نوسانگر از نقطهٔ تعادل است.

دام تستی

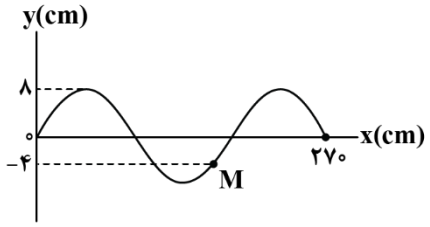
هرگونه سوتی در پیداکردن مکان نوسانگر شما را به یک گزینهٔ غلط می‌رسونه.

راز طراح

طراح به کمک نکته‌ای که براتون نوشتیم، سعی کرده به شما سوژه‌ای بده تا مکان دقیق نوسانگر رو به‌دست بیارین که این ایده جدید بوده و نیازمند توجه ویژهٔ شما عزیزان است.

گروه آموزشی ماز

۵۱- شکل زیر، نقش موج یک موج عرضی را در مبدأ زمان نشان می‌دهد. اگر موج در هر ثانیه، به‌اندازهٔ $۹m$ در خلاف جهت محور x حرکت کند، در بازهٔ زمانی $t_۱ = ۰$ تا $t_۲ = ۰/۳s$ چند بار انرژی جنبشی ذرهٔ M برابر صفر می‌شود؟



۱) ۴
۲) ۱
۳) ۲
۴) ۳

پاسخ: گزینهٔ ۴ (سخت ـ نموداری ـ ۱۲۰۳)

گام اول:

به کمک اطلاعات نمودار نقش موج، طول موج را به‌دست می‌آوریم:

$$\frac{۳}{۲}\lambda = ۲۷۰ \Rightarrow \lambda = ۱۸۰cm = ۱/۸m$$

گام دوم:

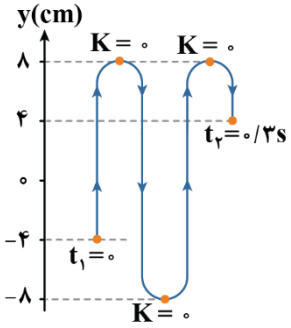
موج در هر ثانیه به‌اندازهٔ $۹m$ پیش‌رَوی می‌کند؛ بنابراین تندی انتشار موج برابر با $v = ۹\frac{m}{s}$ است و داریم:

$$v = \frac{\lambda}{T} \Rightarrow T = \frac{\lambda}{v} \xrightarrow{\lambda=۱/۸m\ ,\ v=۹\frac{m}{s}} T = \frac{۱/۸}{۹} = ۰/۲s$$

گام سوم:

حالا باید حساب کنیم که بازهٔ زمانی $t_۱ = ۰$ تا $t_۲ = ۰/۳s$ چه کسری از دورهٔ تناوب ارتعاش ذرات محیط است:

$$\frac{\Delta t}{T} = \frac{۰/۳ - ۰}{۰/۲} = \frac{۳}{۲} \Rightarrow \Delta t = T + \frac{T}{۲}$$



تعبیر $\Delta t = T + \frac{T}{۲}$ این است که در این مدت، ذرهٔ M یک سیکل کامل را طی کرده و در مکان اولیهٔ خود قرار می‌گیرد، سپس به‌اندازهٔ نیم سیکل نوسان کرده و با یک بار تغییر جهت در قرینهٔ مکان اولیهٔ خود قرار می‌گیرد. با توجه به جهت انتشار موج که در خلاف جهت محور x است، ذرهٔ M از ذرات همسایگی راست خود تقلید کرده و داریم:

گام آخر:

می‌دانیم در نقاط بازگشتی، انرژی پتانسیل ذرات محیط بیشینه بوده و انرژی جنبشی صفر می‌شود؛ بنابراین با توجه به مسیر حرکت ذرهٔ M که در گام سوم رسم کردیم، در این مدت، ذرهٔ M، سه بار در نقاط بازگشتی قرار گرفته و انرژی جنبشی آن صفر می‌شود.

مشاوره

در این سؤال اومدیم نقش موج رو با انرژی یکی از ذرات محیط انتشار موج ترکیب کردیم تا دید بسیار جامعی به شما بدیم که چطور بتونین تحلیل دقیقی از این تیپ سؤال‌ها داشته باشین. توصیه می‌کنم خیلی دقیق روند حل این سؤال رو مطالعه کنین.

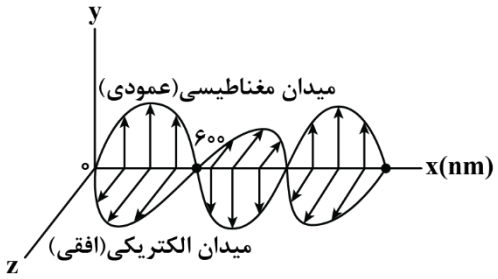
دام تستی

هرگونه اشتباه در تعیین مکان ثانویهٔ ذرهٔ M، شما رو به یکی از گزینه‌های (۱) تا (۳) می‌رسونه.

گروه آموزشی ماز

۵۲- شکل زیر، تصویر لحظه‌ای یک موج الکترومغناطیسی را در لحظهٔ t در خلأ نشان می‌دهد. کدام‌یک از عبارت‌های زیر در مورد این موج صحیح می‌باشد؟

$(c=۳\times۱۰^{۸}\frac{m}{s})$



الف: این موج جزو امواج فروسرخ به‌حساب می‌آید.

ب: جهت انتشار آن در خلاف جهت محور x است.

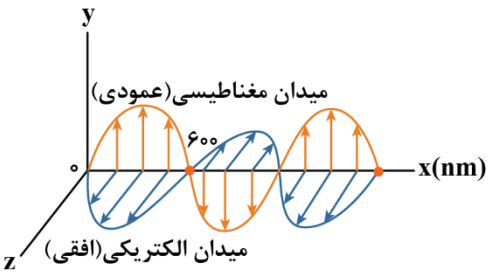
پ: بسامد موج برابر ۲۵۰GHz است.

ت: از کاربردهای این موج در تصویربرداری‌های پزشکی است.

۱) «الف» و «پ»
۲) «الف» و «ب»
۳) «ب» و «ت»
۴) «الف» و «ت»

پاسخ: گزینهٔ ۲ (آسان ـ حفظی/محاسباتی ـ ۱۲۰۳)

طول موج (λ) را برای این موج الکترومغناطیسی به‌دست می‌آوریم:



$$\frac{\lambda}{۲}=۶۰۰nm\Rightarrow\lambda=۱۲۰۰nm$$

بررسی موارد:

الف

با توجه به طول موج به‌دست‌آمده $(\lambda=۱۲۰۰nm)$، می‌توان گفت که موج موردنظر جزو امواج فروسرخ است. (✓)

ب

با استفاده از قاعدهٔ دست راست، جهت انتشار موج در خلاف جهت محور x است. (✓)

پ

با توجه به رابطهٔ $f=\frac{c}{\lambda}$ می‌توان نوشت:

$$f=\frac{c}{\lambda}\xrightarrow[\lambda=۱۲\times۱۰^{-۷}m]{c=۳\times۱۰^{۸}\frac{m}{s}}f=\frac{۳\times۱۰^{۸}}{۱۲\times۱۰^{-۷}}=\frac{۱}{۴}\times۱۰^{۱۵}=۲۵۰\times۱۰^{۱۲}Hz=۲۵۰THz$$

بسامد موج برابر ۲۵۰THz است نه ۲۵۰GHz. (✗)

ت

طبق شکل صفحهٔ ۶۸ کتاب درسی از پرتوهای X برای تصویربرداری پزشکی استفاده می‌شود نه پرتوهای فروسرخ! (✗)

درنتیجه عبارت‌های «الف» و «ب» صحیح می‌باشند.

گروه آموزشی ماز

۵۳- اگر فاصلهٔ یک شنونده از یک منبع صوتی ۲۰ درصد کاهش یابد، تراز شدت صوت دریافتی توسط شنونده چند دسی‌بل افزایش می‌یابد؟ $(\log۲=۰/۳)$

۱) ۱/۸
۲) ۲
۳) ۱۸
۴) ۲۰

پاسخ: گزینهٔ ۲ (آسان ـ محاسباتی ـ ۱۲۰۳)

برای محاسبهٔ تغییر تراز شدت صوت، می‌توان نوشت:

$$\frac{I_۲}{I_۱}=(\frac{r_۱}{r_۲})^{۲}=(\frac{۱}{۰/۸})^{۲}=\frac{۱۰۰}{۶۴}$$

$$\beta_۲-\beta_۱=۱۰\log\frac{I_۲}{I_۱}=۱۰\log\frac{۱۰۰}{۶۴}=۱۰(\log۱۰۰-\log۶۴)$$

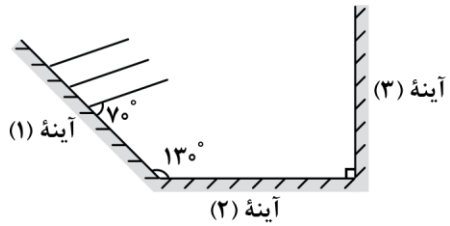
$$=۱۰(\log۱۰^{۲}-\log۲^{۶})=۱۰(۲-۶\times۰/۳)=۱۰\times۰/۲=۲dB$$

گروه آموزشی ماز

۱۴۰۳ - ۱۴۰۴
www.biomaze.ir

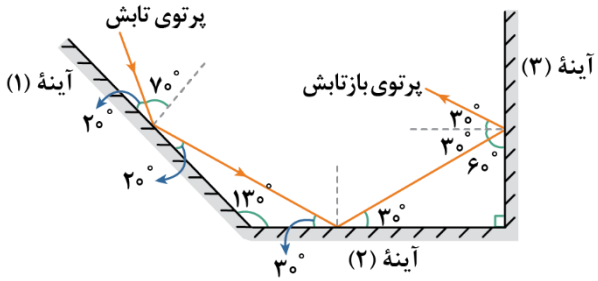
۵۴- در شکل زیر، جبهه‌های موج تابشی بر سطح آینهٔ (۱) نشان داده شده است. این پرتوها سپس به آینهٔ (۲) و بعدازآن به آینهٔ (۳) برخورد می‌کنند. زاویهٔ بازتاب از آینهٔ (۳) چند درجه است؟

۱) ۲۰
۲) ۳۰
۳) ۶۰
۴) ۷۰



پاسخ: گزینهٔ ۲ (آسان ـ محاسباتی ـ ۱۲۰۴)

زاویهٔ بین جبهه‌های تابشی و سطح آینهٔ (۱) برابر ۷۰ درجه است؛ بنابراین زاویهٔ تابش پرتو بر آینهٔ (۱) برابر ۷۰ درجه می‌باشد. با توجه به شکل مقابل و مسیر حرکت پرتو، زاویهٔ بازتابش از سطح آینهٔ (۳) برابر ۳۰ درجه است.



دام تستی

اگر به‌اشتباه، زاویهٔ بین پرتوی بازتاب و سطح آینهٔ (۳) رو به‌عنوان جواب نهایی بگیرین در دام گزینهٔ (۳) می‌افتین.

مشاوره

رسم درست مسیر پرتوها در بازتاب از آینه‌های متقاطع، همواره مورد توجه طراحان محترم است. پس اگر در این سؤال مشکل داری، خیلی واجبه که پاسخ رو به دقت بخونی.

گروه آموزشی ماز

۵۵- در یک آزمایش فوتوالکتریک بیشینهٔ انرژی جنبشی فوتوالکترون‌ها $0/6eV$ است. اگر طول موج نور فرودی نصف شود، کدام گزینه می‌تواند بیشینهٔ انرژی جنبشی فوتوالکترون‌ها باشد؟

۱) $0/4eV$
۲) $0/8eV$
۳) $1/2eV$
۴) $1/6eV$

پاسخ: گزینهٔ ۴ (متوسط ـ محاسباتی ـ ۱۲۰۵)

طبق رابطهٔ $c=\lambda f$ با نصف‌شدن طول موج، بسامد نور دو برابر می‌شود. طبق معادلهٔ فوتوالکتریک داریم:

$$\begin{cases}(K_{max})_1 = hf - W_0 \Rightarrow 2(K_{max})_1 = 2hf - 2W_0 \quad (I)\\ (K_{max})_2 = h(2f) - W_0 = 2hf - W_0 \quad (II)\end{cases}$$

از مقایسهٔ رابطهٔ (I) و (II) داریم:

$$(K_{max})_2 > 2(K_{max})_1 = 2\times 0/6 = 1/2eV \Rightarrow (K_{max})_2 > 1/2eV$$

بنابراین فقط گزینهٔ (۴) می‌تواند درست باشد.

مشاوره

طراحی این تست فوق‌العاده از ترکیب فیزیک با ریاضی نشئت گرفته. اگر نتونستین حلش کنید، لازمه که با ذره‌بین ریاضی برید سراغ پاسخ‌نامه تا حسابی سر از کارش در بیارین.

گروه آموزشی ماز

۵۶- در اتم هیدروژن، با گذار الکترون از تراز انرژی بالاتر به تراز انرژی پایین‌تر، فوتونی با بسامد $6/5THz$ گسیل می‌شود. در این گذار، شعاع مدار الکترون چند برابر می‌شود؟ $\left(c=3\times10^8\frac{m}{s}\ ,\ R=0/01(nm)^{-1}\right)$

۱) $0/25$
۲) $0/36$
۳) $0/64$
۴) $0/45$

AzmonVIP
www.biomaze.ir
۱۴۰۳ - ۱۴۰۴

پاسخ: گزینهٔ ۳ (سخت ـ محاسباتی ـ ۱۲۰۵)

گام اول:

به کمک رابطهٔ $\frac{۱}{\lambda}=R(\frac{۱}{n'^۲}-\frac{۱}{n^۲})$ داریم:

$$f=\frac{c}{\lambda}=Rc(\frac{۱}{n'^۲}-\frac{۱}{n^۲}) \xrightarrow[f=۶/۷۵\times۱۰^{۱۳}Hz]{R=۰/۰۱(nm)^{-۱}=۱۰^۷(m)^{-۱}\ ,\ c=۳\times۱۰^۸\frac{m}{s}}$$

$$۶/۷۵\times۱۰^{۱۳}=۱۰^۷\times۳\times۱۰^۸(\frac{۱}{n'^۲}-\frac{۱}{n^۲})$$

$$\Rightarrow \frac{۱}{n'^۲}-\frac{۱}{n^۲}=\frac{۹}{۴۰۰} \xrightarrow[۴۰۰=۲۵\times۱۶]{۹=۲۵-۱۶} \frac{۱}{n'^۲}-\frac{۱}{n^۲}=\frac{۱}{۱۶}-\frac{۱}{۲۵}\Rightarrow \begin{cases} n'=۴ \\ n=۵ \end{cases}$$

پس گذار الکترون، مربوط به اولین خط رشتهٔ براکت $(n'=۴)$ در طیف اتمی هیدروژن است.

گام آخر:

با توجه به رابطهٔ $r_n=n^۲a_۰$ داریم:

$$\frac{r_۴}{r_۵}=\frac{۱۶a_۰}{۲۵a_۰}=\frac{۱۶}{۲۵}\Rightarrow\frac{r_۴}{r_۵}=۰/۶۴$$

مشاوره

در این تیپ سؤالات به‌شدت مهم، سعی کنید مستقیماً به کمک رابطهٔ $f=Rc(\frac{۱}{n'^۲}-\frac{۱}{n^۲})$ مسئله رو حل کنید و حتماً هم حواستون به سازگاری یکاها باشه. از طرفی هم در تحلیل بخش آخر که مربوط به $\frac{۱}{n'^۲}-\frac{۱}{n^۲}$ است، با توجه به اعداد مربع کامل راحت می‌تونین مقادیر n و n' رو به‌دست بیارین. اکیداً توصیه می‌کنیم که این تست رو حسابی بلد بشین.

گروه آموزشی ماز

۵۷- نیروی هسته‌ای بین نوکلئون‌های هسته ..... بوده و از نوع ..... است.

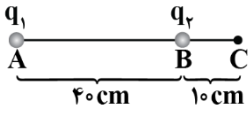
۱) کوتاه‌برد ـ دافعه ۲) بلندبرد ـ دافعه ۳) بلندبرد ـ جاذبه ۴) کوتاه‌برد ـ جاذبه

پاسخ: گزینهٔ ۴ (آسان ـ حفظی ـ ۱۲۰۶)

نیروی هسته‌ای بین نوکلئون‌های هسته، کوتاه‌برد بوده و از نوع جاذبه است.

گروه آموزشی ماز

۵۸- در شکل زیر، میدان الکتریکی برایند ناشی از دو بار نقطه‌ای $q_۱$ و $q_۲$ در نقطهٔ C برابر صفر است. نسبت $\frac{q_۲}{q_۱}$ کدام است؟



۱) $-\frac{۱}{۱۶}$ ۲) $\frac{۱}{۱۶}$

۳) $-\frac{۱}{۲۵}$ ۴) $\frac{۱}{۲۵}$

پاسخ: گزینهٔ ۳ (آسان ـ محاسباتی ـ ۱۱۰۱)

چون نقطهٔ C خارج از فاصلهٔ دو بار است، پس بارهای $q_۱$ و $q_۲$ ناهمنام‌اند.

$$E_۱=E_۲\Rightarrow\frac{k|q_۱|}{۵۰\times۵۰\times۱۰^{-۴}}=\frac{k|q_۲|}{۱۰\times۱۰\times۱۰^{-۴}}$$

$$\frac{q_۲}{q_۱}=\frac{-۱}{۲۵}$$

مشاوره

ایدهٔ این سؤال دیگه تقریباً هرسال داره به یه نحوی مطرح می‌شه. برای همین ما هم یه دونه تست براتون طرح کردیم که حساسیت شما رو نسبت به این ایده بالا ببریم.

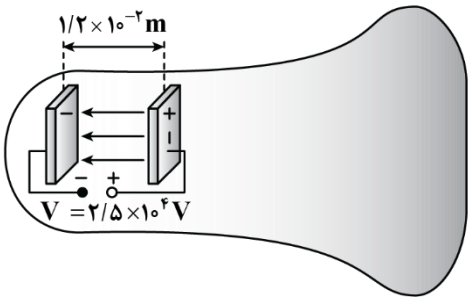
دام تستی

اگر حواستون به علامت بارها نباشه در دام گزینهٔ (۴) می‌افتین. به فاصله‌ها هم دقت نکنین که در دام گزینهٔ (۱) می‌افتین.

گروه آموزشی ماز

AzmonVIP
www.biomaze.ir
۱۴۰۳ - ۱۴۰۴

۵۹- در لامپ CRT زیر، الکترون‌ها در یک میدان الکتریکی یکنواخت بین دو صفحهٔ باردار مطابق شکل، شتاب می‌گیرند و با صفحهٔ نمایشگر برخورد می‌کنند. اگر صفحات در فاصلهٔ $۱/۲\times۱۰^{-۲}\,m$ از یکدیگر باشند و اختلاف پتانسیل بین آن‌ها $۲/۵\times۱۰^{۴}\,V$ باشد، بزرگی میدان الکتریکی بین صفحه‌ها تقریباً چند واحد SI است؟



۱) $۲/۰۸\times۱۰^{۶}$

۲) $۲/۰۸\times۱۰^{۴}$

۳) $۱/۹۲\times۱۰^{۴}$

۴) $۱/۹۲\times۱۰^{۶}$

پاسخ: گزینهٔ ۱ (آسان ـ محاسباتی ـ ۱۱۰۱)

با استفاده از رابطهٔ میدان الکتریکی داریم:

$$E=\frac{|\Delta V|}{d}=\frac{۲/۵\times۱۰^{۴}\,V}{۱/۲\times۱۰^{-۲}\,m}\simeq ۲/۰۸\times۱۰^{۶}\,\frac{V}{m}$$

گروه آموزشی ماز

۶۰- ظرفیت خازنی $۲۲\mu F$ است. اگر بار الکتریکی آن ۱/۲ برابر شود، انرژی الکتریکی ذخیره‌شده در آن $۱۶\mu J$ افزایش می‌یابد. بار اولیهٔ خازن چند میکروکولن است؟

۱) ۲۰ ۲) ۴۰ ۳) ۲ ۴) ۴

پاسخ: گزینهٔ ۲ (متوسط ـ محاسباتی ـ ۱۱۰۱)

در رابطهٔ انرژی خازن، $U=\frac{q^{۲}}{۲C}$، اگر بار برحسب μC و ظرفیت برحسب μF جایگذاری شود، انرژی برحسب μJ به‌دست می‌آید.

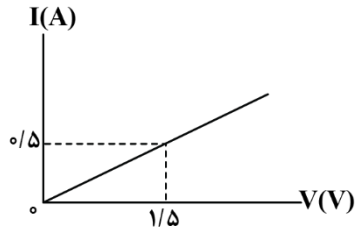
بار خازن ۱/۲ برابر شده است یعنی $q_۲=۱/۲q_۱$ و انرژی خازن $۱۶\mu J$ افزایش یافته یعنی $U_۲-U_۱=۱۶\mu J$؛ بنابراین داریم:

$$U_۲-U_۱=۱۶\Rightarrow\frac{q_۲^{۲}}{۲C}-\frac{q_۱^{۲}}{۲C}=۱۶\xrightarrow[C=۲۲\mu F]{q_۲=۱/۲q_۱}\frac{(۱/۲q_۱)^{۲}}{۲\times۲۲}-\frac{q_۱^{۲}}{۲\times۲۲}=۱۶$$

$$\Rightarrow\frac{۱/۴۴q_۱^{۲}-q_۱^{۲}}{۴۴}=۱۶\Rightarrow\frac{۰/۴۴q_۱^{۲}}{۴۴}=۱۶\Rightarrow ۰/۰۱q_۱^{۲}=۱۶\Rightarrow q_۱^{۲}=۱۶۰۰\Rightarrow q_۱=۴۰\mu C$$

گروه آموزشی ماز

۶۱- سیمی توخالی به طول ۴/۵m و قطر داخلی ۲mm و قطر خارجی ۴mm در اختیار داریم و نمودار جریان برحسب اختلاف پتانسیل دو سر آن مطابق شکل است. مقاومت ویژهٔ این سیم چند واحد SI است؟ $(\pi\simeq ۳)$



۱) $۲/۴\times۱۰^{-۵}$

۲) $۱/۲\times۱۰^{-۵}$

۳) ۳×۱۰^{-۶}

۴) ۶×۱۰^{-۶}

پاسخ: گزینهٔ ۴ (متوسط ـ محاسباتی ـ ۱۱۰۲)

ابتدا به کمک نمودار $I-V$، مقاومت سیم را به‌دست می‌آوریم:

$$R=\frac{V}{I}=\frac{۱/۵}{۰/۵}=۳\Omega$$

حال به کمک رابطهٔ زیر مقاومت ویژهٔ سیم را محاسبه می‌کنیم:

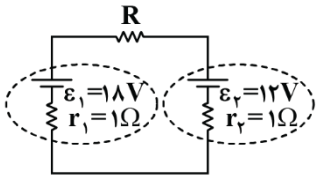
$$R=\rho\frac{L}{A}\Rightarrow ۳=\rho\times\frac{۴/۵}{۳(۲^{۲}-۱^{۲})\times۱۰^{-۶}}\Rightarrow ۳=\frac{۴/۵}{۹\times۱۰^{-۶}}\times\rho$$

$$\Rightarrow\rho=۶\times۱۰^{-۶}\,\Omega.m$$

گروه آموزشی ماز

AzmonVIP
www.biomaze.ir
۱۴۰۳ - ۱۴۰۴

۶۲- در مدار شکل زیر، اختلاف توان ورودی باتری (۲) و توان خروجی باتری (۱) برابر ۴W است. مقاومت R چند اُهم می‌تواند باشد؟



۱) ۲
۲) ۳
۳) ۴
۴) ۶

پاسخ: گزینهٔ ۳ (متوسط ـ محاسباتی ـ ۱۱۰۲)

باتری (۱) تولیدکنندهٔ توان و باتری (۲) مصرف‌کنندهٔ توان است؛ بنابراین:

$$P_{۱\text{مولد}} = P_{۲\text{مولد}} + P_R \Rightarrow P_{۱\text{مولد}} - P_{۲\text{مولد}} = RI^۲ \Rightarrow RI^۲ = ۴ \quad (*)$$

از طرفی، جریان I برابر است با:

$$I = \frac{\varepsilon_۱ - \varepsilon_۲}{R + r_۱ + r_۲} \Rightarrow I = \frac{۱۸-۱۲}{R+۱+۱} = \frac{۶}{R+۲} \xrightarrow{(*)} R\left(\frac{۶}{R+۲}\right)^۲ = ۴$$

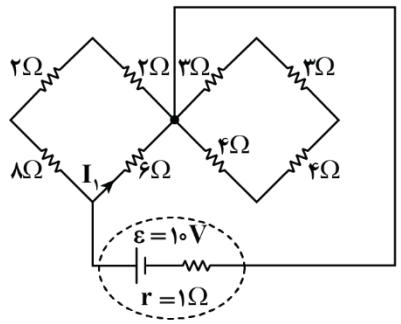
$$\Rightarrow \frac{R \times ۳۶}{(R+۲)^۲} = ۴ \Rightarrow R^۲ + ۴R + ۴ = ۹R \Rightarrow R^۲ - ۵R + ۴ = ۰$$

$$\Rightarrow (R-۴)(R-۱) = ۰ \Rightarrow R = ۱\Omega \text{ یا } R = ۴\Omega$$

درنتیجه از بین گزینه‌ها فقط گزینهٔ (۳) می‌تواند جواب سؤال باشد.

گروه آموزشی ماز

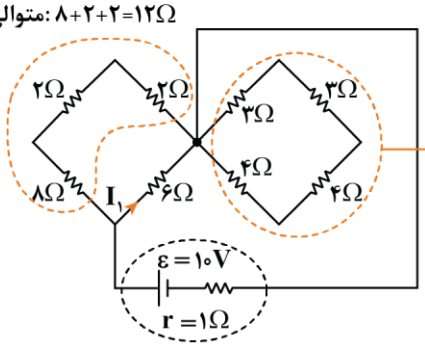
۶۳- در مدار شکل مقابل، جریان $I_۱$ چند آمپر است؟



۱) ۲
۲) $\frac{۲}{۳}$
۳) $\frac{۴}{۳}$
۴) ۱

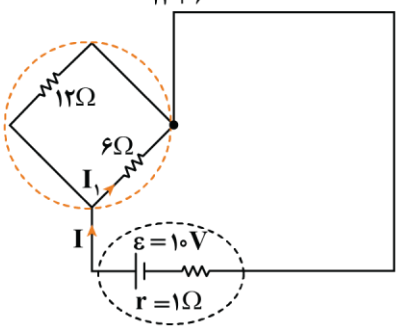
پاسخ: گزینهٔ ۳ (متوسط ـ مفهومی/محاسباتی ـ ۱۱۰۲)

متوالی: ۸+۲+۲=۱۲Ω



اتصال کوتاه می‌شوند.

موازی $= R_{eq} = \frac{۱۲ \times ۶}{۱۲+۶} = ۴\Omega$



$$\Rightarrow I = \frac{\varepsilon}{R_{eq} + r} = \frac{۱۰}{۴+۱} = ۲A \xrightarrow{\text{تقسیم جریان بین } ۶\Omega \text{ و } ۱۲\Omega}$$

$$I_۱ = \frac{۱۲}{۱۲+۶} I = \frac{۲}{۳} \times ۲ = \frac{۴}{۳} A$$

مشاوره

اتصال کوتاه‌شدن بخشی از مدار و همچنین تقسیم جریان بین مقاومت‌های موازی، همیشه مورد علاقهٔ طراحان کنکور بوده! ما هم اومدیم این دو تا ایده رو ترکیب و یک تست خیلی مهم براتون طرح کردیم. با مرور کامل پاسخ‌نامه، قول می‌دیم این دو تا ایده رو حسابی بلد بشین.

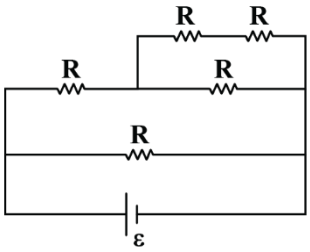
دام تستی

اگر تقسیم جریان بین دو مقاومت موازی رو برعکس حل کنید در دام گزینهٔ (۲) می‌افتین.

گروه آموزشی ماز

AzmonVIP
www.biomaze.ir
۱۴۰۳ - ۱۴۰۴

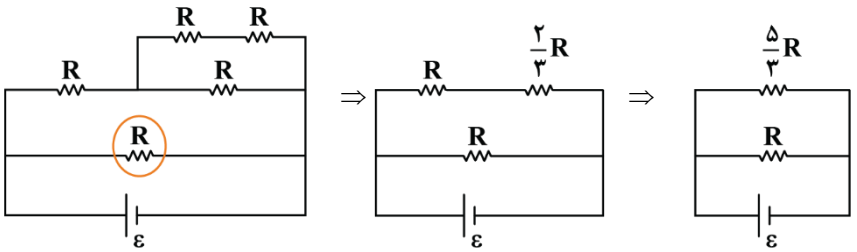
۶۴- در مدار زیر، همهٔ مقاومت‌ها مشابه هستند و بیشینهٔ توان قابل‌تحمل هر مقاومت ۳۰W است. حداکثر توان الکتریکی مدار چند وات است؟ (به شرطی که هیچ‌یک از مقاومت‌ها آسیب نبینند.)



۱) ۲۴
۲) ۴۸
۳) ۸۰
۴) ۱۵۰

پاسخ: گزینهٔ ۲ (متوسط ـ محاسباتی ـ ۱۱۰۲)

مقاومت نشان‌داده‌شده در شکل بیشینهٔ توان، برابر ۳۰W خواهد داشت (چون با سایر مدار موازی است). مقاومت کل مدار را با ساده‌سازی مدار به‌دست می‌آوریم:



$$\Rightarrow R_{eq}=\frac{\frac{5}{3}R\times R}{\frac{5}{3}R+R}=\frac{\frac{5}{3}R\times R}{\frac{8}{3}R}=\frac{5}{8}R$$

توان مقاومت R که بیش‌ترین توان مصرفی را دارد مطابق زیر است:

$$P=\frac{V^2}{R}=\frac{\varepsilon^2}{R}=30W$$

توان کل مدار مطابق زیر است:

$$P=\frac{V^2}{R_{eq}}=\frac{\varepsilon^2}{R_{eq}}=\frac{\varepsilon^2}{\frac{5}{8}R}=\frac{8}{5}\times\frac{\varepsilon^2}{R}=\frac{8}{5}\times30=48W$$

مشاوره

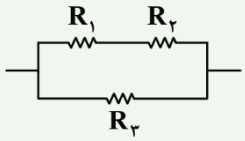
بیشینهٔ توان قابل‌تحمل مدار، جزو سؤالات پرتکرار هست. منتها ما با یک نکتهٔ خفن براتون تحلیل کردیم که به شدت کار شما رو در پاسخگویی به این تیپ تست‌ها راحت می‌کنه. پس اگر درست جواب دادی هم برو یه سر به پاسخ‌نامه بزن که واجبه!

نکته

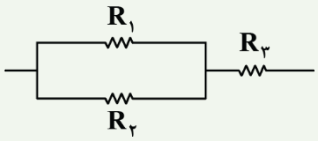
در یک مدار با مقاومت‌های یکسان R با توان قابل‌تحمل یکسان، اگر بیشینهٔ توان قابل‌تحمل مدار خواسته شود، بیش‌ترین توان مصرفی به مقاومتی اختصاص دارد که با کل مدار موازی یا متوالی است (با توزیع جریان و محاسبهٔ توان می‌توان به اثبات این موضوع پرداخت).

مثال

در مدارهای زیر همهٔ مقاومت‌ها مشابه هستند. اگر مدار بیش‌ترین توان قابل‌تحمل را مصرف کند، کدام مقاومت بیش‌ترین توان را مصرف می‌کند؟



جواب: R_3 چون با کل مدار موازی است.



جواب: R_3 چون با کل مدار متوالی است.

گروه آموزشی ماز

۶۵- کدام گزینه معادل یکای تراوایی مغناطیسی خلأ می‌باشد؟

۱) $\frac{kg.m}{C^2}$
۲) $\frac{kg.m^3}{C^2.s^2}$
۳) $\frac{kg.m^2}{C}$
۴) $\frac{kg.m}{C^2.s^2}$

پاسخ: گزینهٔ ۱ (آسان ـ محاسباتی ـ ۱۱۰۳)

به کمک رابطهٔ میدان مغناطیسی داخل سیملوله داریم:

$$B=\frac{\mu_0 NI}{L}\Rightarrow\mu_0=\frac{B.L}{NI}\xrightarrow[N\to\text{بی‌واحد},\ [I]\equiv A]{[B]\equiv T,\ [L]\equiv m}$$

$$[\mu_{\circ}]\equiv\frac{T.m}{A}\xrightarrow[A\equiv\frac{C}{s}]{T\equiv\frac{N}{C.\frac{m}{s}}}[\mu_{\circ}]\equiv\frac{\frac{N}{C.\frac{m}{s}}.m}{\frac{C}{s}}=\frac{N.s^{2}}{C^{2}}\xrightarrow{N\equiv\frac{kg.m}{s^{2}}}[\mu_{\circ}]\equiv\frac{\frac{kg.m}{s^{2}}s^{2}}{C^{2}}\equiv\frac{kg.m}{C^{2}}$$

راز طراح

در سؤالات مربوط به یکاها، باید خوب بلد باشین روابط رو به‌هم مرتبط کنید و از این طریق به خط فکری طراح برسین چون خود طراح هم دقیقاً همین کار رو انجام می‌ده.

گروه آموزشی ماز

۶۶- ذره‌ای به جرم $2g$ با تندی $10^{3}\frac{m}{s}$ تحت زاویهٔ ۳۰ درجه نسبت به خطوط میدان مغناطیسی یکنواختی به بزرگی $40G$، وارد آن می‌شود. اگر نیروی مغناطیسی واردشده بر این بار در این لحظه برابر $2\times10^{-4}N$ باشد، اندازهٔ بار الکتریکی این ذره چند میکروکولن است؟

۱) ۲۵ ۲) ۵۰ ۳) ۱۰۰ ۴) ۲۰۰

پاسخ: گزینهٔ ۳ (آسان ـ محاسباتی ـ ۱۱۰۳)

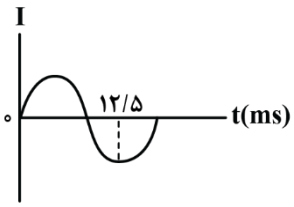
با توجه به رابطهٔ زیر، می‌توان نوشت:

$$F=|q|vB\sin\alpha\Rightarrow2\times10^{-4}=|q|\times10^{3}\times40\times10^{-4}\times\sin30^{\circ}$$

$$\Rightarrow|q|=10^{-4}C=100\mu C$$

گروه آموزشی ماز

۶۷- شکل زیر، نمودار یک جریان متناوب سینوسی را نشان می‌دهد که به یک القاگر آرمانی وارد می‌شود. انرژی ذخیره‌شده در القاگر در لحظهٔ $t_1=\frac{1}{360}s$ چند برابر انرژی ذخیره‌شده در القاگر در لحظهٔ $t_2=\frac{1}{240}s$ است؟



۱) $\frac{3}{4}$ ۲) $\frac{4}{3}$ ۳) $\frac{1}{4}$ ۴) ۴

پاسخ: گزینهٔ ۱ (متوسط ـ نموداری ـ ۱۱۰۴)

گام اول:

انرژی ذخیره‌شده در القاگر آرمانی طبق رابطهٔ زیر به‌دست می‌آید. ازآنجایی‌که سؤال نسبت انرژی ذخیره‌شده در دو زمان متفاوت را خواسته و القاگر تغییر نکرده است (L ثابت است)، پس باید نسبت مربع جریان در دو زمان موردنظر را به‌دست آوریم.

$$U=\frac{1}{2}LI^{2}$$

$$\frac{U_1}{U_2}=\frac{\frac{1}{2}}{\frac{1}{2}}\times\frac{L_1}{L_2}\times(\frac{I_1}{I_2})\xrightarrow{L_2=L_1}\frac{U_1}{U_2}=(\frac{I_1}{I_2})^{2}$$

گام دوم:

معادلهٔ جریان متناوب سینوسی به‌صورت زیر است:

$$I=I_m\sin\frac{2\pi}{T}t$$

طبق نمودار، $\frac{3T}{4}$ برابر $12/5ms$ می‌باشد و داریم:

$$\frac{3T}{4}=12/5ms\Rightarrow T=\frac{50}{3}ms\Rightarrow T=\frac{1}{60}s$$

گام سوم:

معادلهٔ نمودار را می‌نویسیم و زمان‌های موردنظر را در آن جایگذاری می‌کنیم.

$$I = I_m \sin\frac{2\pi}{T}t \xrightarrow{T=\frac{1}{60}s} I = I_m \sin 120\pi t$$

$$t_1 = \frac{1}{360}s \Rightarrow I = I_m \sin\frac{120\pi}{360} = \frac{\sqrt{3}}{2}I_m$$

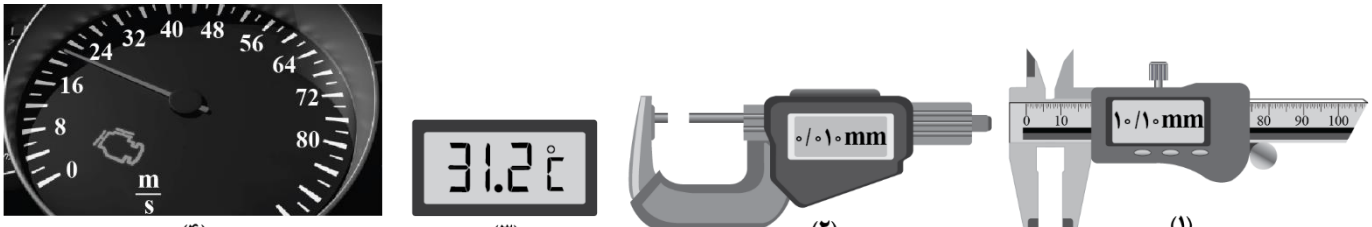
$$t_2 = \frac{1}{240}s \Rightarrow I = I_m \sin\frac{120\pi}{240} = I_m$$

گام آخر:

$$\frac{U_1}{U_2} = (\frac{I_1}{I_2})^2 \xrightarrow[I_1=\frac{\sqrt{3}}{2}I_m]{I_2=I_m} \frac{U_1}{U_2} = (\frac{\frac{\sqrt{3}}{2}m}{I_m})^2 = \frac{3}{4}$$

گروه آموزشی ماز

۶۸- در شکل زیر، دقت اندازه‌گیری کولیس، تندی‌سنج و دماسنج برحسب یکای SI به‌ترتیب از راست به چپ کدام است؟



(۱) (۲) (۳) (۴)

۱) 10^{-6}، ۲، 10^{-1}

۲) 10^{-6}، ۴، ۲۷۳/۱

۳) 10^{-5}، ۲، 10^{-1}

۴) 10^{-5}، ۲، ۲۷۳/۱

پاسخ: گزینهٔ ۳ (آسان ـ محاسباتی ـ ۱۰۰۱)

شکل شمارهٔ (۱) کولیس و شکل شمارهٔ (۲) ریزسنج می‌باشد.

$$\text{دقت اندازه‌گیری کولیس} = 0/01\text{mm} = 10^{-2}\times 10^{-3}\text{m} = 10^{-5}\text{m}$$

$$\text{دقت اندازه‌گیری تندی‌سنج} = \frac{8-0}{4} = 2\frac{\text{m}}{\text{s}}$$

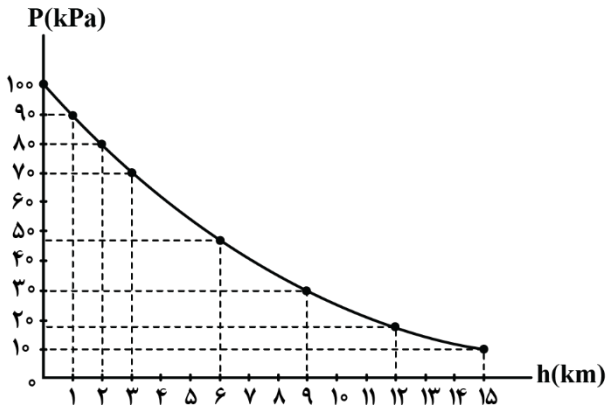
$$\text{دقت اندازه‌گیری دماسنج} = 0/1°\text{C} = 0/1\text{K}$$

مشاوره

هنوز هم برخی از بچه‌ها به تفاوت شکل ظاهری کولیس و ریزسنج دقت کافی ندارند و در تشخیص اون‌ها دچار اشتباه می‌شن. برای همین ما اومدیم این موضوع رو با دقت اندازه‌گیری طرح کردیم تا هم یک تست خوب رو حل کرده باشین و هم متوجه تفاوت شکل کولیس و ریزسنج بشین.

گروه آموزشی ماز

۶۹- نمودار فشار هوا برحسب ارتفاع از سطح آزاد دریا مطابق شکل زیر است. در شهری که در ارتفاع 2km از سطح دریا قرار دارد، یک ستون فرضی از هوا به سطح مقطع $5m^2$ درنظر می‌گیریم که تا بالاترین بخش جوّ زمین ادامه می‌یابد. چند کیلوگرم هوا در این ستون فرضی قرار دارد؟ $(g=10\frac{N}{kg})$



۱) 2×10^4

۲) 4×10^4

۳) 5×10^4

۴) 8×10^4

www.biomaze.ir
۱۴۰۳ - ۱۴۰۴

پاسخ: گزینهٔ ۲ (متوسط ـ نموداری ـ ۱۰۰۲)

با توجه به نمودار، فشار هوا در ارتفاع ۲ کیلومتری برابر ۸۰kPa است.

$$P=\frac{mg}{A}\Rightarrow ۸۰\times۱۰^{۳}=\frac{m\times۱۰}{۵}\Rightarrow m=۴\times۱۰^{۴}\,kg$$

سؤال ۱: چند درصد این جرم در ۷kg اول این ستون فرضی قرار دارد؟

از ارتفاع ۲km تا ۹km جرم هوای موجود در این ستون فرضی را به‌دست می‌آوریم:

$$\Delta P=\frac{mg}{A}\Rightarrow ۸۰\times۱۰^{۳}-۳۰\times۱۰^{۳}=\frac{m\times۱۰}{۵}\Rightarrow m=۲/۵\times۱۰^{۴}\,kg$$

$$\text{درصد جرم هوا در ۷km اول}=\frac{۲/۵\times۱۰^{۴}}{۴\times۱۰^{۴}}\times۱۰۰=۶۲/۵٪$$

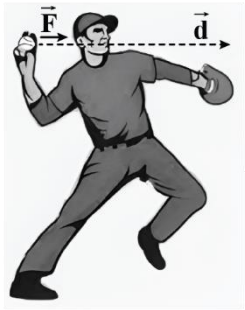
سؤال ۲: چگالی متوسط هوا از سطح آزاد دریا تا ارتفاع ۱۵km چند کیلوگرم بر متر مکعب است؟

$$P_h=P_۰-\bar{\rho}gh\Rightarrow ۱۰\times۱۰^{۳}=۱۰^{۵}-\bar{\rho}\times۱۰\times۱۵\times۱۰^{۳}\Rightarrow\bar{\rho}=۰/۶\,\frac{kg}{m^{۳}}$$

مشاوره

طرح این تست دقیقاً از دل کتاب درسی بوده و مربوط به یکی از تمرین‌های فصل (۲) فیزیک دهم هست. توصیه می‌کنیم بعد از این‌که این سؤال مهم رو خوب بلد شدین حتماً یه سر به اون تمرین بزنین و کامل حلش کنین. ضمناً دو تا سؤال مهم هم از حالت‌های دیگر این تست رو مطرح کردیم که به‌شدت واجب هستند.

گروه آموزشی ماز

۷۰- مطابق شکل زیر، ورزشکاری سعی می‌کند توپ بیسبالی به جرم ۱۴۰g را با بیش‌ترین تندی ممکن پرتاب کند. به این منظور ورزشکار نیرویی به بزرگی $F=۴۵N$ تا لحظهٔ پرتاب توپ و در امتداد جابه‌جایی $d=۱/۴m$ بر آن وارد می‌کند. با چشم‌پوشی از مقاومت هوا، تندی توپ هنگام جداشدن از دست ورزشکار چند متر بر ثانیه است؟

۱) ۲۰
۲) ۳۰
۳) $۲۰\sqrt{۲}$
۴) ۴۰

پاسخ: گزینهٔ ۲ (آسان ـ محاسباتی ـ ۱۰۰۳)

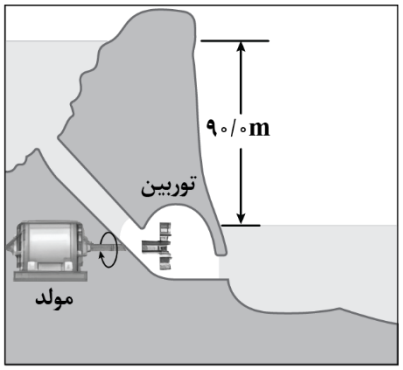
با استفاده از قضیهٔ کار ـ انرژی جنبشی سؤال را حل می‌کنیم:

$$W_t=\Delta K\Rightarrow Fd\cos\theta=\frac{۱}{۲}m(v_۲^{۲}-v_۱^{۲})$$

$$\Rightarrow ۴۵\times۱/۴\times۱=\frac{۱}{۲}\times۱۴۰\times۱۰^{-۳}(v_۲^{۲}-۰)\Rightarrow v_۲=۳۰\,\frac{m}{s}$$

گروه آموزشی ماز

۷۱- آب ذخیره‌شده در پشت یک سد نیروگاه برق‌آبی، مطابق شکل زیر روی پره‌های توربین ریخته شده و آن را می‌چرخاند. با چرخش توربین، مولد می‌چرخد و با توان ۲۷۰MW انرژی الکتریکی تولید می‌کند. اگر در هر دقیقه $۲۴۰۰۰m^{۳}$ آب روی توربین بریزد، چند درصد از کار نیروی گرانش به انرژی الکتریکی تبدیل می‌شود؟ $(\rho_{آب}=۱\,\frac{g}{cm^{۳}}\,,\,g=۱۰\,\frac{N}{kg})$



۱) ۷۵
۲) ۸۰
۳) ۸۵
۴) ۹۰

www.biomaze.ir
۱۴۰۳ - ۱۴۰۴

پاسخ: گزینهٔ ۱ (متوسط ـ محاسباتی ـ ۱۰۰۳)

توان ورودی برابر است با:

$$\text{توان ورودی} = \frac{mgh}{t} \xrightarrow{m=\rho V} \text{توان ورودی} = \frac{۲۴۰۰۰\times۱۰^{۳}\times۱۰\times۹۰}{۶۰} = ۳۶۰\text{MW}$$

$$\text{توان خروجی} = ۲۷۰\text{MW}$$

حالا به کمک رابطهٔ بازده داریم:

$$\text{بازده} = \frac{\text{توان خروجی}}{\text{توان ورودی}}\times۱۰۰ = \frac{۲۷۰}{۳۶۰}\times۱۰۰ = ۷۵٪$$

پس ۷۵ درصد کار نیروی گرانشی تبدیل به انرژی الکتریکی می‌شود.

گروه آموزشی ماز

۷۲- در دمای $۱۰^{\circ}C$، ۹۰ درصد حجم ظرفی با مایعی با چگالی ρ و ضریب انبساط حجمی $۱/۶\times۱۰^{-۳}\frac{۱}{K}$ پر شده است. اگر ضریب انبساط طولی ظرف $۱۰^{-۴}\frac{۱}{K}$ باشد، به‌طور تقریبی، دمای مجموعه حداقل چند درجهٔ سلسیوس افزایش یابد تا مایع از ظرف سرریز شود؟

۱) ۸۸ ۲) ۵۸ ۳) ۶۸ ۴) ۴۸

پاسخ: گزینهٔ ۱ (سخت ـ محاسباتی ـ ۱۰۰۴)

تغییرات حجم ظرف را به کمک رابطهٔ $\Delta V = V_{۱}۳\alpha\Delta\theta$ به‌دست می‌آوریم:

$$\Delta V_{\text{ظرف}} = V_{۱_{\text{ظرف}}}\times۳\times۱۰^{-۴}\times\Delta\theta$$

تغییرات حجم مایع را به کمک رابطهٔ $\Delta V = V_{۱}\beta\Delta\theta$ به‌دست می‌آوریم:

$$\Delta V_{\text{مایع}} = V_{۱_{\text{مایع}}}\times۱/۶\times۱۰^{-۳}\times\Delta\theta$$

۹۰ درصد حجم ظرف از مایع پر شده است؛ پس داریم:

$$V_{۱_{\text{مایع}}} = ۰/۹V_{\text{ظرف}}$$

$$\Rightarrow \Delta V_{\text{مایع}} = ۰/۹V_{۱_{\text{ظرف}}}\times۱/۶\times۱۰^{-۳}\times\Delta\theta$$

برای آن‌که مایع از ظرف سرریز شود باید تغییر حجم مایع بیش‌تر از فضای خالی ظرف ($۰/۱V_{۱_{\text{ظرف}}}$) باشد.

$$\Delta V_{\text{مایع}} - \Delta V_{\text{ظرف}} \geq ۰/۱V_{۱_{\text{ظرف}}}$$

$$۰/۹\cancel{V_{\text{ظرف}}}\times۱/۶\times۱۰^{-۳}\Delta\theta - \cancel{V_{\text{ظرف}}}\times۳\times۱۰^{-۴}\times\Delta\theta \geq ۰/۱\cancel{V_{\text{ظرف}}}$$

$$۰/۹\times۱/۶\times۱۰^{-۳}\Delta\theta - ۳\times۱۰^{-۴}\Delta\theta \geq ۰/۱ \Rightarrow ۱۴/۴\times۱۰^{-۴}\Delta\theta - ۳\times۱۰^{-۴}\Delta\theta \geq ۰/۱$$

$$\Rightarrow ۱۱/۴\times۱۰^{-۴}\Delta\theta \geq ۰/۱ \Rightarrow \Delta\theta \geq \frac{۰/۱}{۱۱/۴\times۱۰^{-۴}} \xrightarrow{\text{به‌طور تقریبی}} \Delta\theta_{\min} \simeq ۸۸^{\circ}C$$

راز طراح

در کتاب درسی، یک ارلن شیشه‌ای پر از گلیسیرین مطرح شده و طراح اومده بخشی از ظرف رو خالی گذاشته تا یک ایدهٔ جدید از این سؤال به شما بده که اتفاقاً احتمال طرح این سؤال برای کنکور به‌شدت بالا هست و حتماً کامل بلد بشین!

گروه آموزشی ماز

۷۳- ۱۰۰ گرم آب با دمای $۴۰^{\circ}C$ درون ظرفی قرار دارد. اگر توسط یک گرمکن ۸۴ واتی به آب گرما دهیم، حداقل چند دقیقه طول می‌کشد تا تمام آب به بخار تبدیل می‌شود؟ ($c_{\text{آب}} = ۴۲۰۰\frac{J}{kg.K}$، $L_V = ۲۲۶۸\frac{kJ}{kg}$ و ظرفیت گرمایی ظرف ناچیز است.)

۱) ۳۰ ۲) ۵۰ ۳) ۶۰ ۴) ۱۰۰

پاسخ: گزینهٔ ۲ (متوسط ـ محاسباتی ـ ۱۰۰۴)

ابتدا آب $۴۰^{\circ}C$ را به آب $۱۰۰^{\circ}C$ و سپس آب $۱۰۰^{\circ}C$ را به بخار $۱۰۰^{\circ}C$ تبدیل می‌کنیم و این گرما را برابر گرمای داده‌شده توسط گرمکن $(P.t)$ قرار می‌دهیم:

$$P.t = Q_{۱} + Q_{۲} = mc\Delta\theta + mL_V$$

$$\Rightarrow ۸۴t = ۰/۱\times۴۲۰۰\times(۱۰۰-۴۰) + ۰/۱\times۲۲۶۸\times۱۰^{۳} \Rightarrow t = ۳۰۰۰s = ۵۰\min$$

گروه آموزشی ماز

AzmonVIP
www.biomaze.ir
۱۴۰۳ - ۱۴۰۴

۷۴- حجم مقدار معیّنی از یک گاز کامل در دمای ۲۷°C برابر ۶L است. در فشار ثابت دمای این گاز را چند کلوین افزایش دهیم تا حجم این گاز ۱/۲L افزایش یابد؟

۱) ۵/۴ ۲) ۶۰ ۳) ۲۷۸/۴ ۴) ۳۳۳

پاسخ: گزینهٔ ۲ (آسان ـ محاسباتی ـ ۱۰۰۴)

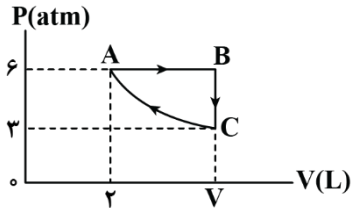
با توجه به این‌که در این فرایند فشار گاز ثابت است، می‌توان نوشت:

$$\frac{P_1V_1}{T_1}=\frac{P_2V_2}{T_2}\Rightarrow\frac{V_1}{T_1}=\frac{V_2}{T_2}\Rightarrow\frac{V_2}{V_1}=\frac{T_2}{T_1}\Rightarrow\frac{\Delta V}{V_1}=\frac{\Delta T}{T_1}$$

$$\Rightarrow\frac{1/2}{6}=\frac{\Delta T}{\cancel{273+27}\ 300}\Rightarrow\frac{1}{5}=\frac{\Delta T}{300}\Rightarrow\Delta T=60K$$

گروه آموزشی ماز

۷۵- در شکل زیر، مقداری گاز کامل چرخهٔ نشان‌داده‌شده را طی می‌کند و فرایند CA هم‌دما است. این گاز در مسیر ABC چند ژول گرما دریافت کرده است؟



۱) ۱۶۰۰
۲) ۹۰۰
۳) ۱۲۰۰
۴) ۲۴۰۰

پاسخ: گزینهٔ ۳ (متوسط ـ محاسباتی ـ ۱۰۰۵)

گام اول:

ΔU در چرخه و در فرایند هم‌دما صفر است، پس داریم:

$$\cancel{\Delta U_{\text{چرخه}}}^{\,0}=\Delta U_{AB}+\Delta U_{BC}+\cancel{\Delta U_{CA}}^{\,0}$$

$$Q_{AB}+W_{AB}+Q_{BC}+W_{BC}=0\quad(*)$$

گام دوم:

چون فرایند BC هم‌حجم است، $W_{BC}=0$ شده و رابطهٔ (*) به‌صورت زیر می‌شود:

$$Q_{AB}+Q_{BC}=-W_{AB}$$

گام آخر:

چون فرایند CA هم‌دما است؛ داریم:

$$P_AV_A=P_CV_C$$

$$6\times2=3\times V_C\Rightarrow V_C=4Lit$$

حالا به کمک سطح زیر نمودار در فرایند AB داریم:

$$W_{AB}=-2\times10^{-3}\times6\times10^{5}=-1200J\Rightarrow Q_{ABC}=1200J$$

گروه آموزشی ماز

۱۴۰۳ - ۱۴۰۴
www.biomaze.ir

حرکت‌شناسی

مفهوم اولیهٔ حرکت

- مسافت طی‌شده و جابه‌جایی
- معرفی نمودار مکان ـ زمان: برای توصیف حرکت یک جسم می‌توان از نمودار مکان ـ زمان که مکان جسم را در هر لحظه نشان می‌دهد، استفاده کرد. برای رسم این نمودار، زمان را روی محور افقی و مکان را روی محور قائم درنظر می‌گیریم.

تندی و سرعت

- تندی متوسط: تندی متوسط، کمیتی نرده‌ای است که برابر با نسبت مسافت پیموده‌شده به مدت‌زمان سپری‌شده است و یکای آن در SI، متر بر ثانیه است. $s_{av} = \frac{L}{\Delta t}$
- سرعت متوسط: کمیتی برداری است و برابر است با نسبت جابه‌جایی متحرک به مدت‌زمان سپری‌شده و یکای آن در SI، متر بر ثانیه است. $\bar{v}_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t}$
- تعیین سرعت متوسط به کمک نمودار مکان ـ زمان: سرعت متوسط متحرک بین دو لحظه از زمان برابر شیب پاره‌خطی است که نقاط نظیر آن دو لحظه در نمودار مکان ـ زمان را به یکدیگر وصل می‌کند.
- تعیین تندی متوسط به کمک نمودار مکان ـ زمان: برای به‌دست آوردن تندی متوسط متحرک بین دو لحظه از زمان باید مسیر حرکت را روی محور عمودی دنبال کنید و با مجموع آن‌ها و تقسیم بر بازهٔ زمانی مدنظر، تندی متوسط را به‌دست آورید.
- تندی لحظه‌ای و سرعت لحظه‌ای: تندی متحرک در هر لحظه از زمان را تندی لحظه‌ای می‌نامند. اگر هنگام گزارش تندی لحظه‌ای، به جهت حرکت متحرک نیز اشاره شود، درواقع سرعت لحظه‌ای را که کمیتی برداری است بیان کرده‌ایم.
- تعیین سرعت لحظه‌ای به کمک نمودار مکان ـ زمان: اگر هنگام گزارش تندی لحظه‌ای، به جهت حرکت متحرک نیز اشاره شود، درواقع سرعت لحظه‌ای آن را که کمیتی برداری است بیان کرده‌ایم.

معرفی شتاب

- معرفی نمودار سرعت ـ زمان: در نمودار سرعت-زمان نقاطی که نمودار از محور t عبور می‌کند، تغییر جهت متحرک را نشان می‌دهند. توجه داشته باشید که صرفاً برخورد نمودار به محور t برای تغییر جهت کافی نیست و باید از آن عبور کند.
- شتاب متوسط و شتاب لحظه‌ای: هرگاه سرعت جسمی تغییر کند، حرکت آن شتاب‌دار می‌شود. با توجه به این‌که بردار سرعت در هر نقطه از مسیر، بر مسیر حرکت مماس است، تغییر سرعت جسم در نقاط مختلف مسیر می‌تواند به‌دلیل تغییر در اندازهٔ بردار سرعت (تندی) جسم باشد، یا می‌تواند به‌دلیل تغییر در جهت بردار سرعت آن باشد، یا همچنین می‌تواند به‌دلیل تغییر در اندازه و جهت بردار سرعت متحرک باشد. $a_{av} = \frac{v_2 - v_1}{t_2 - t_1} = \frac{\Delta v}{\Delta t}$
- حرکت تندشونده و کندشونده: حرکت تندشونده: حرکتی است که در آن اندازهٔ سرعت متحرک (صرف‌نظر از جهت حرکت) با گذشت زمان افزایش می‌یابد. در حرکت تندشونده، حاصل‌ضرب سرعت در شتاب، مقداری مثبت است.
حرکت کندشونده: حرکتی است که در آن اندازهٔ سرعت متحرک (صرف‌نظر از جهت حرکت) با گذشت زمان، کاهش می‌یابد. در حرکت کندشونده، حاصل‌ضرب سرعت و شتاب مقداری منفی است.

حرکت با سرعت ثابت

- معرفی حرکت با سرعت ثابت: در این نوع حرکت، اندازه و جهت سرعت متحرک در طول مسیر ثابت است. شیب نمودار مکان ـ زمان متحرک در طول حرکت ثابت و درنتیجه سرعت متوسط در هر بازهٔ زمانی دلخواه، برابر سرعت لحظه‌ای آن است. $x = vt + x_0$

حرکت با شتاب ثابت

- معرفی حرکت با شتاب ثابت: اگر شتاب متحرک ثابت باشد (حواست باشه هم اندازه و هم جهتش ثابت باشه) آن‌گاه $a_{av} = a$ می‌شود. $v = at + v_0$
- رابطهٔ مستقل از زمان: $v^2 - v_0^2 = 2a\Delta x$
- نمودار شتاب ـ زمان: در حرکت شتاب ثابت، نمودار شتاب ـ زمان خطی موازی محور t است.

معادلهٔ مکان-زمان در حرکت با شتاب ثابت

$x = \frac{1}{2}at^2 + v_0t + x_0$ یا $\Delta x = \frac{1}{2}at^2 + v_0t$

www.biomaze.ir

۱۴۰۳ - ۱۴۰۴

دینامیک و حرکت دایره‌ای

قوانین نیوتون

- **قانون اول نیوتون:** اگر نیروی خالصی به جسم وارد نشه (یعنی برایند نیروهای وارد بر جسم صفر بشه)، اون جسم حالت اولیه‌اش رو حفظ می‌کنه، یعنی اگر ساکن بوده باشه، ساکن می‌مونه و اگر درحال حرکت باشه، به حرکت یکنواخت خودش بر مسیری مستقیم و با تندی ثابت ادامه می‌ده.
- **قانون دوم نیوتون:** اگر نیروی خالص F_{net} به جسمی به جرم m اثر کنه (یعنی چی؟ یعنی برایند نیروهای وارد بر جسمی به جرم m، F_{net} باشه) جسم شتابی می‌گیره که می‌تونیم ازش رابطهٔ مقابل رو نتیجه بگیریم: $F_{net} = ma$
- **قانون سوم نیوتون:** نیروهایی که دو جسم به یکدیگر وارد می‌کنن، همیشه هم‌اندازه و در خلاف جهت همدیگه هستن. به این دو نیرو «کنش یا عمل» و «واکنش یا عکس‌العمل» میگن. مثلاً هنگام پیاده شدن از قایق، قایق به عقب حرکت می‌کنه و شما به جلو حرکت می‌کنین.

معرفی برخی از نیروهای خاص

- **نیروی وزن:** این نیرو، نیروی رباییشی است که از طرف مرکز کرهٔ زمین، به اجسام وارد می‌شود و آن‌ها را به‌طرف زمین می‌کشند. $W = mg$
- **نیروی مقاومت شاره:** وقتی جسمی در یک شاره (مایع یا گاز) قرار دارد و نسبت به آن حرکت می‌کند از طرف شاره نیرویی در خلاف جهت حرکت جسم، به آن وارد می‌شود که به آن نیروی مقاومت شاره می‌گویند.
- **نیروی عمودی تکیه‌گاه:**
  - هرگاه جسمی را روی یک سطح قرار دهید، از طرف سطح، نیرویی عمود بر سطح و رو به بالا به جسم وارد می‌شود که با F_N نشان می‌دهیم و آن را نیروی عمودی تکیه‌گاه یا نیروی عمودی سطح می‌نامیم. $F_N = mg$
  - اگر آسانسور با شتاب ثابت a به‌صورت تندشوندهٔ رو به بالا یا کندشوندهٔ رو به پایین حرکت کنه $F_N = m(g + |a|)$
  - اگر آسانسور با شتاب ثابت a به‌صورت تندشوندهٔ رو به پایین یا کندشوندهٔ رو به بالا حرکت کنه $F_N = m(g - |a|)$
- **نیروی اصطکاک:** نیروی اصطکاک وقتی جسمی روی یک سطح حرکت می‌کند، از طرف سطح، نیرویی موازی سطح و در خلاف جهت حرکت، به جسم وارد می‌شود. این نیرو را اصطکاک می‌نامیم. چون جسم درحال حرکت است، گاهی به این نیرو، نیروی اصطکاک جنبشی یا لغزشی هم می‌گویند.
  - نیروی اصطکاک جنبشی: $f_k = \mu_k F_N$
  - بیشینهٔ نیروی اصطکاک ایستایی: $f_{s_{max}} = \mu_s F_N$
- **نیروی کشسانی فنر:** فنر را چه از دو طرف بکشید و چه بفشارید، به دستان شما نیرو اثر می‌دهد. نیرویی که هدفش برگرداندن فنر به حالت عادی‌اش است. هرچه فنر کشیده‌تر یا فشرده‌تر شود، این نیرو هم بزرگ‌تر می‌شود یعنی اندازهٔ نیروی فنر با میزان تغییر طول آن رابطهٔ مستقیم دارد. $F_e = kx$
- **نیروی کشش طناب:** برای محاسبهٔ نیروی کشش طناب به روش زیر عمل می‌کنیم: ۱- ابتدا وضعیت کل دستگاه را مشخص کنید که درحال تعادل است یا شتاب دارد؟ ۲- نقطه‌ای را که نیروی کشش در آنجا خواسته شده است را به‌طور فرضی برش دهید. ۳- به‌دلخواه از محل برش یک طرف دستگاه (طرف خلوت) را نگه دارید و طرف دیگر را نادیده بگیرید. ۴- نیروی کشش را در بخش باقی‌مانده، در جهتی اثر دهید که طناب، کِش بیاید و سپس وضعیت کل دستگاه را برای این قسمت اِعمال کنید.

تکانه و قانون دوم نیوتون

- تکانه: حاصل‌ضرب جرم جسم (m) در سرعت جسم $(\vec{v})$، تکانهٔ جسم نامیده می‌شود و با $\vec{p}$ نشان داده می‌شود: $\vec{p} = m\vec{v}$
- قانون دوم نیوتون برحسب تکانه برای نیروی خالص ثابت: یعنی نیروی خالص وارد بر جسم برابر با تغییر تکانه آن جسم تقسیم بر مدت‌زمان تغییر است. $\vec{F}_{net} = \frac{\Delta \vec{p}}{\Delta t}$

حرکت دایره‌ای یکنواخت: بررسی حرکت جسمی که روی دایره یا بخشی از آن حرکت می‌کند.

- دوره: $T = \frac{2\pi r}{v}$
- اندازهٔ شتاب مرکزگرا: $a_c = \frac{v^2}{r}$
- قانون دوم نیوتون در حرکت دایره‌ای یکنواخت: $F_{net} = m\frac{v^2}{r}$

نیروی گرانشی

- هر دو ذرهٔ دلخواه به جرم‌های m_1 و m_2 که به فاصلهٔ معیّن (r) از هم قرار گرفته‌اند، به یکدیگر نیروی رباییشی وارد می‌کنند. این نیرو در راستای خطی است که آن دو ذره را به‌هم وصل می‌کنند و با حاصل‌ضرب جرم آن‌ها و نیز با وارون مربع فاصلهٔ آن‌ها، متناسب است. به این قانون، قانون گرانش عمومی می‌گویند. $F = G\frac{m_1 m_2}{r^2}$
- گفتیم که وزن یک جسم، ناشی از نیروی گرانشی‌ای است که مرکز کرهٔ زمین به جسم وارد می‌کند: $W = G\frac{M_e m}{r^2}$ ، $g = \frac{GM_e}{r^2}$

www.biomaze.ir

۱۴۰۳ - ۱۴۰۴

نوسان و موج

نوسان دوره‌ای

نوسان‌هایی را که هر دور آن دقیقاً در دوره‌های بعدی تکرار می‌شود (مانند ضربان قلب انسان در یک مدت معین)، نوسان‌های دوره‌ای می‌نامیم که به هر دور آن چرخه (سیکل) گفته می‌شود. پس به نقشی که به‌طور منظم تکرار می‌شود، چرخه (سیکل) گفته می‌شود و به نوسان‌هایی که در آن یک چرخه عیناً تکرار می‌شود، نوسان دوره‌ای می‌گوییم.

حرکت هماهنگ ساده

معادلهٔ حرکت هماهنگ ساده را می‌توان به‌صورت سینوسی یا کسینوسی نوشت. اگر در لحظه $t = 0$ نوسانگر در مکان $x = +A$ باشد، معادلهٔ حرکت آن به‌صورت مقابل است:

معادلهٔ مکان ـ زمان:

$$x = A\cos(\omega t)$$

بسامد زاویه‌ای:

$$\omega = \frac{2\pi}{T} = 2\pi f \left(\frac{rad}{s}\right)$$

سامانهٔ جرم ـ فنر

بسامد زاویه‌ای:

$$\omega = \sqrt{\frac{k}{m}}$$

انرژی در حرکت هماهنگ ساده

انرژی مکانیکی سامانهٔ جرم ـ فنر:

$$E = \frac{1}{2}kA^2$$

انرژی مکانیکی نوسانگر هماهنگ ساده:

$$E = \frac{1}{2}m\omega^2A^2 \xrightarrow{\omega=mg} E = 2\pi^2 mA^2 f^2$$

آونگ ساده

دورهٔ تناوب:

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{L}{g}}$$

بسامد زاویه‌ای:

$$\omega = \sqrt{\frac{g}{L}}$$

تشدید

بسامد طبیعی

اگر جسمی را که می‌تواند نوسان کند، از نقطهٔ تعادل خارج و رها سازیم، این جسم شروع به نوسان در دو طرف نقطهٔ تعادل می‌کند. بسامد نوسان جسم در این حالت را بسامد طبیعی می‌نامیم.

نوسان میرا

می‌دانیم که در دنیای واقعی، نیروهای تلف‌کننده مثل اصطکاک و مقاومت هوا وجود دارند و به همین دلیل وقتی یک سامانه را برای نوسان آزاد می‌گذاریم، به‌دلیل نیروهای تلفاتی، انرژی مکانیکی پایسته نبوده و کاهش می‌یابد و دامنهٔ نوسان رفته‌رفته کاهش می‌یابد و سرانجام نوسانگر می‌ایستد و می‌گوییم نوسان، میرا می‌شود.

نوسان واداشته

حالا که نیروهای اتلافی، دامنهٔ نوسان را کاهش می‌دهند پس ما هم برای پایدار ماندن نوسان مجبوریم سامانه را برای نوسان، آزاد نگذاریم و به آن یک نیروی دوره‌ای وارد کنیم. در این حال، نوسانگر با بسامدی غیر از بسامد طبیعی‌اش وادار به نوسان می‌شود. نوسان را در این حالت، نوسان واداشته می‌نامیم.

تشدید رزونانس

اگر بسامد ناشی از نیروی دوره‌ای با بسامد طبیعی نوسانگر برابر باشد، انرژی‌ای که توسط آن نیرو به نوسانگر داده می‌شود سبب جبران اتلاف انرژی ناشی از اصطکاک می‌شود.

www.biomaze.ir
۱۴۰۳ - ۱۴۰۴

فصل ۳ فیزیک دوازدهم

نوسان و موج

موج و انواع آن

- موج‌های الکترومغناطیسی: این امواج برای انتشار به محیط مادی نیاز ندارند و می‌توانند در خلأ نیز منتشر شوند.
- موج‌های مکانیکی: این امواج برای انتشار به محیط مادی نیاز دارند و در محیطی مانند خلأ که هیچ ماده‌ای در آن وجود ندارد، منتشر نمی‌شوند.
- موج‌های پیش‌رونده
  - طولی
  - عرضی

مشخصه‌های موج

- تندی انتشار موج: اگر در یک لحظه، نقطه‌ای از طناب در یک وضعیت معین (مثلاً در قلهٔ موج) باشد و پس از Δt ثانیه، نقطه‌ای که در فاصلهٔ L از آن واقع است، به همان وضعیت برسد، تندی انتشار موج $V = \frac{L}{\Delta t}$ می‌شود.
  پس در این رابطه، L به‌معنی جابه‌جایی نیست! L بیانگر فاصلهٔ دو نقطه از طناب است.
- موج عرضی
  - امواج الکترومغناطیس: میدان‌های القایی الکتریکی و مغناطیسی همگام با یکدیگر تغییر می‌کنند؛ یعنی هم‌زمان بیشینه می‌شوند، باهم کاهش می‌یابند؛ و هم‌زمان تغییر جهت می‌دهند. میدان‌های القایی الکتریکی و مغناطیسی باهم یک صفحه می‌سازند که راستای انتشار این دو میدان، عمود بر این صفحه است. چنین موجی را موج الکترومغناطیسی می‌نامند.
  - اگر بخواهیم در یک فنر، تار یا ریسمانِ کشیده شده، موج عرضی ایجاد کنیم، تندی انتشار موج به‌صورت مقابل به‌دست می‌آید: $V = \sqrt{\frac{F}{\mu}}$
- موج طولی
  - موج‌های طولی قادرند در جامدات، مایعات و گازها انتشار یابند.
  - در جامدها تندی انتشار امواج طولی از امواج عرضی بیش‌تر است.
- موج صوتی
  - شدت صوت: $I = \frac{\bar{P}}{A} = \frac{E}{At}$
  - تراز شدت صوت: $\beta = 10 \log \frac{I}{I_0}$
  - ادراک شنوایی
  - اثر دوپلر: تغییر بسامد صوت به‌علت حرکت چشمهٔ صوت و ناظر (شنونده) را اثر دوپلر می‌نامند. احتمالاً تا به حال به صدای ماشین‌های خیابان دقت کرده‌اید. صدایی که هنگام نزدیک شدن ماشین می‌شنوید، با صدایی که هنگام دور شدن آن می‌شنوید کاملاً متفاوت است. علت این اتفاق، اثر دوپلر است که برای امواج الکترومغناطیسی نیز صادق است.

۱۴۰۳ - ۱۴۰۴
www.biomaze.ir

برهم‌کنش‌های موج

بازتاب موج

بازتاب امواج مکانیکی را در سه حالت:
۱- بازتاب در یک بعد مانند بازتاب تپ از انتهای بستهٔ طناب
۲- بازتاب در دو بعد، مانند بازتاب امواج در تشت موج (سطح آب)
۳- بازتاب در سه بعد، مانند بازتاب امواج صوتی، بررسی کرد.

شکست موج

قانون شکست عمومی

اگر تندی انتشار موج فرودی را V_1 و تندی انتشار موج شکست را V_2 بنامیم، طبق قانون شکست عمیق خواهیم داشت:

$$\frac{V_2}{V_1}=\frac{\sin\theta_2}{\sin\theta_1}\Rightarrow\frac{\lambda_2}{\lambda_1}=\frac{\sin\theta_2}{\sin\theta_1}$$

ضریب شکست

اگر تندی نور در خلأ C و در یک محیط شفاف V باشد، ضریب شکست این محیط به‌صورت $n=\frac{C}{V}$ تعریف می‌شود. ضریب شکست، یک عدد بدون واحد است و همواره بزرگ‌تر یا مساوی یک است. کم‌ترین ضریب شکست مربوط به خلأ و هوا است که ضریب شکست آن‌ها یک است.

قانون شکست اسنل

پرتوی نوری را درنظر بگیرید که از محیط (۱) با ضریب شکست n_1 وارد محیط (۲) با ضریب شکست n_2 می‌شود.

$$\frac{\sin\theta_2}{\sin\theta_1}=\frac{V_2}{V_1}=\frac{V_2=\frac{C}{n_2}}{V_1=\frac{C}{n_1}}\rightarrow\frac{\sin\theta_2}{\sin\theta_1}=\frac{n_1}{n_2}\Rightarrow n_1\sin\theta_1=n_2\sin\theta_2$$

این رابطه، همان قانون شکست اسنل است.

سراب

در روزهای گرم ممکن است برکهٔ آبی را در دوردست ببینید که بر سطح زمین قرار دارد، اما وقتی به آن محل می‌رسید، آنجا را خشک می‌یابد. به این پدیده سراب گفته می‌شود. سراب نه‌تنها دیده می‌شود بلکه می‌توان از آن عکس هم گرفت.

پاشندگی نور

منشور محیطی شفاف است که تمایل دارد پرتوهای تابانده‌شده را به سمت قاعده منحرف کند. (البته اگر ضریب شکست منشور بزرگ‌تر از محیط اطراف باشد.) تجزیهٔ نور خورشید (نور سفید) توسط منشور را پاشندگی نور می‌گوییم و علت آن متفاوت بودن ضریب شکست منشور برای رنگ‌های مختلف است و برای نورهای با بسامد بزرگ‌تر (طول موج کوچک‌تر) بیش‌تر است.

برهم‌کنش‌های موج

پراش موج

هرگاه یک موج به مانع یا شکافی برخورد کند که ابعاد مانع یا شکاف در محدودهٔ طول موج باشد، پدیدهٔ پراش رخ می‌دهد و به عبارتی موج در لبه‌های مانع و شکاف خم شده و گسترش می‌یابد.

تداخل موج

تداخل امواج: به هم‌پوشانی و ترکیب دو یا چند موج که در یک لحظه از یک نقطه عبور می‌کنند، تداخل می‌گوییم. تداخل می‌تواند سازنده یا ویرانگر باشد.

- تداخل سازنده: اگر تپ‌ها هنگام هم‌پوشانی، جابه‌جایی بزرگ‌تری ایجاد کنند، تداخل سازنده است.
- تداخل ویرانگر: اگر در هنگام تداخل، دو تپ اثر همدیگر را خنثی کنند و در محل هم‌پوشانی جابه‌جایی کوچک‌تری ایجاد کنند، تداخل ویرانگر است.

تداخل امواج صوتی

تداخل امواج نوری

آزمایش یانگ

هرگاه جبههٔ موج حاصل از دو چشمهٔ نور نقطه‌ای هم‌بسامد و هم‌فاز بر روی پرده‌ای که به فاصلهٔ مشخصی از چشمه‌ها قرار دارند، تداخل کنند، بر روی پرده‌ها نوارهای روشن و تاریکی تشکیل می‌شود که به آن نقش تداخلی می‌گویند.

- پهنای هر نوار در آزمایش یانگ با طول موج نور استفاده در آزمایش رابطهٔ مستقیم دارد:

$$w \propto \lambda \rightarrow \frac{w_2}{w_1} = \frac{\lambda_2}{\lambda_1}$$

- پهنای نوارهای روشن و تاریک با یکدیگر برابر است:

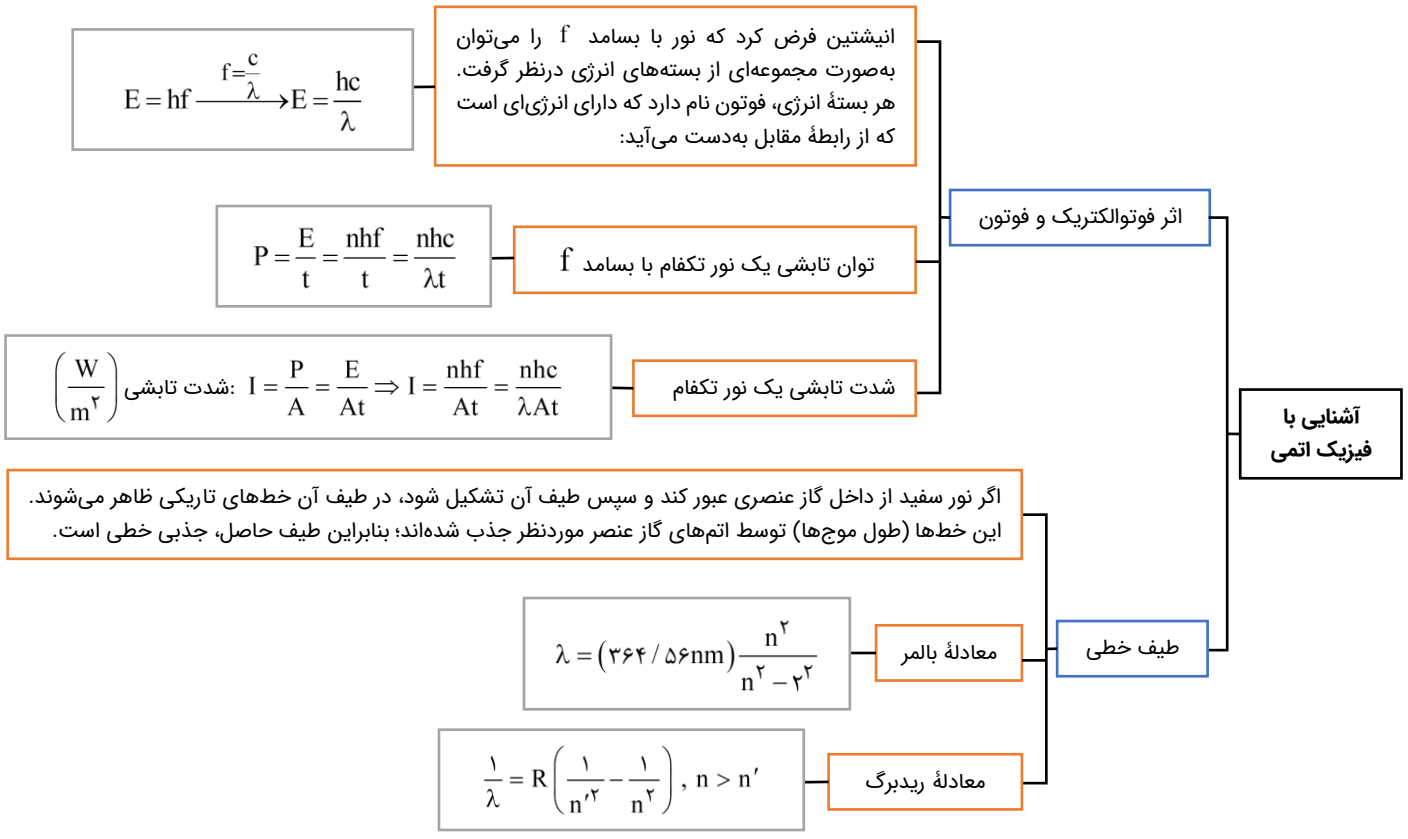
$$w_{\text{روشن}} = w_{\text{تاریک}}$$

موج ایستاده

هرگاه یک تار دو انتها بسته را به ارتعاش درآوریم در صورتی در تار امواج ایستاده تشکیل می‌شود که بسامد نوسان‌ساز برابر با بسامد یکی از هماهنگ‌های nام تار باشد؛ در این حالت طول تار مضرب صحیحی از نصف طول موج نوسان‌ساز است:

$$L = n\frac{\lambda_n}{2}$$

$$f_n = \frac{nV}{2L}$$



۱۴۰۳ - ۱۴۰۴
www.biomaze.ir

آشنایی با فیزیک اتمی

- مدل‌های اتمی
  - مدل اتمی تامسون
    - تامسون اولین شخصی بود که موفق به کشف الکترون و اندازه‌گیری نسبت بار به جرم الکترون شد. طبق مدل اتمی تامسون، اتم همچون کره‌ای است که بار مثبت به‌طور همگن در سرتاسر آن گسترده شده است و الکترون‌ها که سهم ناچیزی در جرم اتم دارند، در جاهای مختلف آن پراکنده شده‌اند. این مدل را گاهی کیک کشمشی هم می‌گویند.
    - در مدل تامسون، الکترون‌ها با بسامدهای معیّنی حول وضع تعادلشان نوسان می‌کنند و این نوسان سبب تابش امواج الکترومغناطیسی از اتم می‌شود. یکی از ناکامی‌های مدل تامسون این بود که بسامدهای تابش‌شده از اتم که این مدل پیش‌بینی می‌کرد با نتایج تجربی سازگار نبود. نارسایی دیگر مدل تامسون این بود که نمی‌توانست نتایج حاصل از آزمایش ورقهٔ طلای رادرفورد را توجیه کند.
  - رادرفورد
    - اتم دارای یک هستهٔ بسیار چگال و کوچک (شعاع $\simeq 10^{-15}\,m$) با بار مثبت است که با تعدادی الکترون در فاصله‌هایی به نسبت دور احاطه شده است. مدل اتمی رادرفورد را مدل اتم هسته‌ای یا مدل هسته‌ای اتم می‌نامند.
    - نارسایی مدل اتمی رادرفورد:
      ۱- عدم توجیه پایداری حرکت الکترون
      ۲- عدم توجیه طیف گسستهٔ اتم
  - بور
    - مدارها و انرژی‌های الکترون‌ها در هر اتم کوانتیده‌اند؛ یعنی فقط مدارها و انرژی‌های گسستهٔ معیّنی مجاز هستند. طبق مدل بور شعاع مدارها در اتم هیدروژن به کمک رابطهٔ مقابل به‌دست می‌آید: $r = a_0 n^2$
    - ترازهای انرژی الکترون در اتم هیدروژن: $E_n = \frac{-E_R}{n^2}$
    - معادلهٔ گسیل فوتون از اتم: $E_U - E_L = hf$
    - موفقیت‌های مدل بور:
      ۱- توضیح چگونگی حرکت الکترون‌ها در اتم.
      ۲- توضیح پایداری اتم و توضیح چگونگی ایجاد طیف‌های گسیلی و جذبی گاز هیدروژن.
      ۳- محاسبهٔ انرژی یونش اتم هیدروژن که توافق بسیار خوبی با مقدار تجربی دارد.
    - نارسایی‌های مدل بور:
      ۱- مدل بور برای اتم‌هایی با بیش از یک الکترون کاربرد ندارد.
      ۲- مدل بور نمی‌تواند متفاوت بودن شدت خط‌های طیف گسیلی را توضیح دهد.

۱۴۰۳ - ۱۴۰۴
www.biomaze.ir

آشنایی با فیزیک اتمی

- لیزر
  - لیزر یکی از مهم‌ترین اختراعات قرن بیستم است که کاربردهای زیادی در صنعت و پزشکی دارد. ازجمله مهم‌ترین این کاربردها عبارت‌اند از:
    ۱- استفاده در چاپگرها (پرینتر لیزری) در کپی اطلاعات روی DVD و CD و خواندن اطلاعات
    ۲- شبکه‌های کابل نوری
    ۳- اندازه‌گیری دقیق طول
    ۴- در جوشکاری و برشکاری فلزات
    ۵- در پزشکی برای جراحی، برداشتن لکه‌های پوستی، اصلاح دید چشم و دندانپزشکی
  - همان‌طور که می‌دانید هنگامی که الکترون از تراز انرژی بالاتر به تراز انرژی پایین‌تر می‌آید، فوتون گسیل می‌کند. به‌طور کلی انتقال الکترون به دو صورت می‌تواند باعث گسیل فوتون شود:
    - گسیل خودبه‌خودی
    - گسیل القایی
      در گسیل القایی سه ویژگی اصلی وجود دارد:
      ۱- یک فوتون جذب و دو فوتون خارج می‌شود.
      ۲- فوتون گسیل‌شده در همان جهت فوتون ورودی حرکت می‌کند.
      ۳- فوتون گسیل‌شده و فوتون ورودی؛ هم‌بسامد، هم‌سو و همگام است.
    - تعداد فوتون‌های گسیل‌شده از لیزر

$$\left.\begin{matrix} E = P\cdot t \\ E = nhf \end{matrix}\right\} \Rightarrow Pt = nhf \Rightarrow n = \frac{Pt}{hf}$$

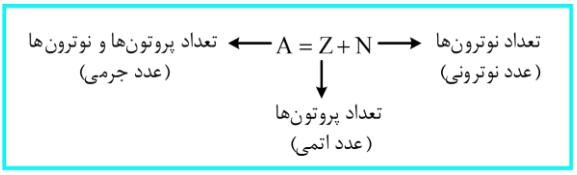
۱۴۰۳ - ۱۴۰۴
www.biomaze.ir

آشنایی با فیزیک هسته‌ای

ساختار هسته

در مرکز اتم قسمتی کوچک و بسیار چگال به نام هستهٔ اتم وجود دارد.
هستهٔ اتم از نوترون‌ها و پروتون‌ها تشکیل شده است که به‌طور کلی نوکلئون نامیده می‌شوند.
بار الکتریکی پروتون مثبت بوده و اندازهٔ آن برابر بار الکتریکی الکترون است؛ اما جرم پروتون تقریباً ۱۸۳۷ برابر جرم الکترون می‌باشد.
نوترون بار الکتریکی ندارد و جرمش اندکی بیش‌تر از جرم پروتون است. نوترون توسط چادویک کشف شد.

شیوهٔ نمایش هستهٔ اتم



ایزوتوپ‌ها

به گونه‌های مختلفی از یک اتم که دارای عدد اتمی یکسان و عدد جرمی متفاوت هستند، ایزوتوپ می‌گویند.

پایداری هسته

به‌طور کلی داخل هسته سه نیروی گرانشی، الکتروستاتیکی و هسته‌ای وجود دارد. نیروی دافعهٔ الکتروستاتیکی بین پروتون‌ها ایجاد می‌شود، نیروی جاذبهٔ گرانشی بین پروتون‌ها و نوترون‌ها (به‌طور کلی بین نوکلئون‌ها) برقرار می‌شود که بسیار ناچیز است و نیروی جاذبهٔ هسته‌ای نیز مانند نیروی گرانشی بین پروتون‌ها و نوترون‌ها ایجاد می‌شود که بسیار قوی است.

برای پایداری هسته، باید نیروی دافعهٔ الکتروستاتیکی بین پروتون‌ها با نیروی جاذبهٔ بین نوکلئون‌ها که ناشی از نیروی هسته‌ای است، موازنه شده باشد.

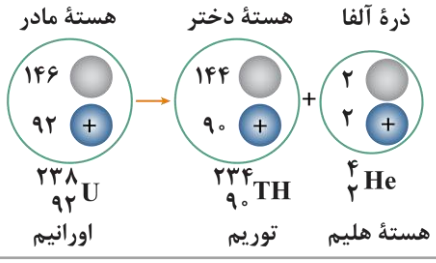
۱۴۰۳ - ۱۴۰۴
www.biomaze.ir

آشنایی با فیزیک هسته‌ای

پرتوزایی طبیعی و نیمه‌عمر

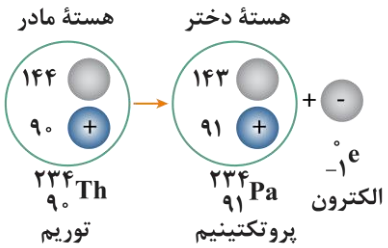
واپاشی α

$$^{A}_{Z}X \rightarrow {}^{A-4}_{Z-2}Y + {}^{4}_{2}He$$



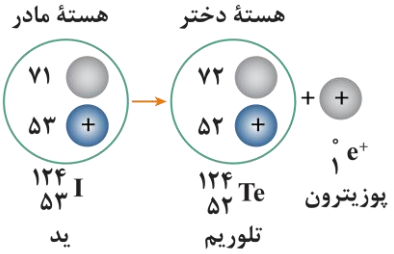
واپاشی β^-

$$^{A}_{Z}X \rightarrow {}^{A}_{Z+1}Y + {}^{0}_{-1}e^{-}$$



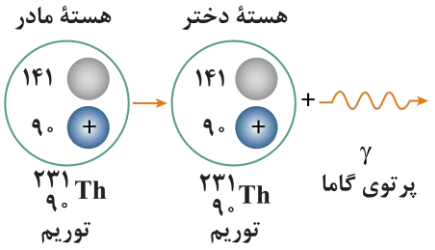
واپاشی β^+

$$^{A}_{Z}X \rightarrow {}^{A}_{Z-1}Y + {}^{0}_{1}e^{+}$$



واپاشی γ

$$^{A}_{Z}X^{*} \rightarrow {}^{A}_{Z}X + \gamma$$



نیمه‌عمر

همان‌طور که گفتیم هسته‌های ناپایدار با گذشت زمان دچار واپاشی می‌شوند و به ذرات، انرژی و هسته‌های سبک‌تر تبدیل می‌شوند. به مدت‌زمانی که طول می‌کشد تا تعداد هسته‌های مادر موجود در یک نمونه، به نصف برسند، نیمه‌عمر می‌گویند و آن را با $T_{\frac{1}{2}}$ نشان می‌دهند.

برای به‌دست آوردن تعداد هسته‌های باقی‌مانده در یک واپاشی، می‌توان از رابطهٔ زیر استفاده کرد:

$$N = \frac{N_0}{2^n} \qquad m = \frac{m_0}{2^n} \qquad n = \frac{t}{T_{\frac{1}{2}}}$$

شکافت هسته‌ای

گداخت (همجوشی) هسته‌ای

در فرایند گداخت هسته‌ای، دو هستهٔ سبک با یکدیگر ترکیب می‌شوند و هستهٔ سنگین‌تری به‌وجود می‌آورند. برای مثال، واکنش گداخت مقابل را درنظر بگیرید:

$$D + T \Rightarrow {}^{4}He + {}^{1}n$$

www.biomaze.ir

AzmonVIP

شیمی

یکی از مطابقت‌های آزمون سال گذشته ماز با کنکور ۱۴۰۳

۸۴- بر اثر سوختن اوره، گازهای کربن دی‌اکسید و نیتروژن به همراه بخار آب تولید می‌شود. ضریب آب در معادله موازنه شده سوختن اوره، با ضریب این ماده در معادله موازنه شده کدام‌یک از واکنش‌های زیر برابر است؟

۱) $PH_3 + O_2 \rightarrow P_4O_{10} + H_2O$

۲) $CH_4 + NH_3 + O_2 \rightarrow HCN + H_2O$

۳) $H_2SO_4 + HI \rightarrow H_2S + H_2O + I_2$

۴) $H_2S + O_2 \rightarrow SO_2 + H_2O$

(مرحله ۴ آزمون‌های سالیانه ـ شیمی رشته ریاضی)

۸۱- مجموع ضرایب استوکیومتری مواد در واکنش زیر، پس از موازنهٔ معادلهٔ آن، کدام است؟

$$CH_4(g) + NH_3(g) + O_2(g) \rightarrow HCN(g) + H_2O(g)$$

۱) ۱۲ ۲) ۱۳ ۳) ۱۴ ۴) ۱۵

(کنکور اردیبهشت ۱۴۰۳ـ شیمی رشته ریاضی)

برای مشاهدهٔ همهٔ مطابقت‌ها اینجا رو اسکن کن!

biomaze.ir یا رو این کلیک کن!

AzmonVIP

دانش‌آموزان عزیز ماز

امیدوارم که حالتون خوب باشه و امتحانات نهایی رو با موفقیت پشت سر گذاشته باشید! حواستون باشه که کنکور تیر ماه، برای شما مثل یک فرصت دوباره می‌مونه و اگر در طول بازهٔ باقیمانده عملکرد خوبی در زمینه یادآوری مطالب داشته باشید، می‌تونید خیلی از رقباتون جلو بیفتید!

قطعاً به‌خاطر بحث امتحانات نهایی، اغلب بچه‌ها در زمینه تست‌زنی تا حدی افت میکنن و این کاملاً طبیعی هست، پس اگر کسی خیلی خوب درس بخونه و بتونه آمادگی خودش رو تا حد زیادی به حالت اول برگردونه، قطعاً می‌تونه یک نتیجه خوب بگیره!

بهتون توصیه می‌کنم اول دروس دهم و یازدهم رو با استفاده از مطالعه متن کتاب درسی مرور کنید و بعد از اون، به سراغ مرور شیمی دوازدهم و حل آزمون‌های جامع شبیه‌ساز کنکور برید. با این روند، قطعاً می‌تونید آمادگی خوبی برای کنکور تیرماه به‌دست بیارید.

دکتر فرشاد هادیان‌فرد ـ رتبهٔ ۲۸ کنکور ۹۴ و مسئول درس شیمی آزمون ماز

۷۶- در پرانرژی‌ترین زیرلایه الکترونی در اتم کدام دو عنصر، تعداد الکترون برابری قرار گرفته است؟

۱) $_{2}He$ و $_{10}Ne$ ۲) $_{8}O$ و $_{24}Cr$ ۳) $_{13}Al$ و $_{21}Sc$ ۴) $_{12}Mg$ و $_{29}Cu$

پاسخ: گزینهٔ ۳ (آسان ـ مفهومی ـ ۱۰۰۱)

برای مقایسه انرژی زیرلایه‌ها از مقدار $n+l$ استفاده می‌کنیم. زیرلایه‌ای که $n+l$ بزرگ‌تری داشته باشد، انرژی بیشتری نیز دارد. توجه داریم که اگر دو زیرلایه $n+l$ برابری داشته باشند، زیرلایه‌ای که عدد کوانتومی اصلی(n) بزرگ‌تری داشته باشد، انرژی بیشتری نیز دارد. آرایش الکترونی عناصر مطرح شده در سؤال به‌صورت زیر است:

پرانرژی‌ترین زیرلایه : $1s$	$_{2}He: 1s^{2}$
پرانرژی‌ترین زیرلایه : $2p$	$_{8}O: 1s^{2}2s^{2}2p^{4}$
پرانرژی‌ترین زیرلایه : $2p$	$_{10}Ne: 1s^{2}2s^{2}2p^{6}$
پرانرژی‌ترین زیرلایه : $3s$	$_{12}Mg: 1s^{2}2s^{2}2p^{6}3s^{2}$
پرانرژی‌ترین زیرلایه : $3p$	$_{13}Al: 1s^{2}2s^{2}2p^{6}3s^{2}3p^{1}$
پرانرژی‌ترین زیرلایه : $3d$	$_{21}Sc: 1s^{2}2s^{2}2p^{6}3s^{2}3p^{6}3d^{1}4s^{2}$
پرانرژی‌ترین زیرلایه : $3d$	$_{24}Cr: 1s^{2}2s^{2}2p^{6}3s^{2}3p^{6}3d^{5}4s^{1}$
پرانرژی‌ترین زیرلایه : $3d$	$_{29}Cu: 1s^{2}2s^{2}2p^{6}3s^{2}3p^{6}3d^{10}4s^{1}$

پرانرژی‌ترین زیرلایه عنصر اسکاندیم همانند پرانرژی‌ترین زیرلایه آلومینیم، تنها یک الکترون دارد.

بررسی سایر گزینه‌ها:

۱ هلیم در پرانرژی‌ترین زیرلایه خود ۲ الکترون دارد، درحالی‌که نئون در پرانرژی‌ترین زیرلایه خود ۶ الکترون دارد.

۲ اکسیژن در پرانرژی‌ترین زیرلایه خود ۴ الکترون دارد، درحالی‌که کروم در پرانرژی‌ترین زیرلایه خود ۵ الکترون دارد.

۴ منیزیم در پرانرژی‌ترین زیرلایه خود ۲ الکترون دارد، درحالی‌که مس در پرانرژی‌ترین زیرلایه خود ۱۰ الکترون دارد.

گروه آموزشی ماز

۷۷- کدام مورد زیر، به‌یقین درست است؟

۱) آرایش الکترون ـ نقطه‌ای عناصر موجود در یک گروه، مشابه هم است.

۲) در سه دوره اول، عناصری با آرایش الکترونی هشت‌تایی واکنش‌پذیری ناچیزی دارند.

۳) در دوره‌های اول تا چهارم، هر عنصر نسبت به عنصر قبل خود خاصیت نافلزی بیشتری دارد.

۴) در آرایش الکترون ـ نقطه‌ای عناصری که کمتر از ۵ الکترون ظرفیتی دارند، الکترون جفت‌شده مشاهده نمی‌شود.

پاسخ: گزینهٔ ۲ (سخت ـ مفهومی ـ ۱۰۰۱)

در لایه ظرفیت عناصر گروه ۱۸(که شامل گازهای نجیب است) و همچنین گروه ۸ جدول تناوبی(که شامل فلزهای واسطه است)، ۸ الکترون ظرفیتی وجود دارد. گازهای نجیب در دوره‌های اول تا هفتم جدول حضور داشته و واکنش‌پذیری بسیار ناچیزی دارند. عناصر واسطه نیز در دوره‌های چهارم تا هفتم جدول قرار گرفته و نسبت به گازهای نجیب واکنش‌پذیری بسیار بیشتری دارند. توجه داریم که همه عناصر واسطه، در دسته فلزها قرار می‌گیرند. با توجه به توضیحات داده شده، می‌توان گفت در دوره‌های اول تا سوم جدول تناوبی، هر عنصری که در لایه ظرفیت خود ۸ الکترون دارد، واکنش‌پذیری ناچیزی دارد.

بررسی سایر گزینه‌ها:

۱ در اغلب گروه‌های جدول تناوبی، آرایش الکترونی لایه ظرفیت عناصر مشابه است. تنها استثنا مهم هلیم است. این عنصر برخلاف سایر عناصر موجود در گروه هجدهم(گازهای نجیب) که در بیرونی‌ترین لایه خود هشت الکترون دارند، در لایه ظرفیت خود تنها دارای دو الکترون است. برای مثال آرایش الکترونی هلیم و گاز نجیب دوره دوم یعنی نئون به‌صورت زیر است:

$_{2}He: 1s^{2}$, $_{10}Ne: 1s^{2}2s^{2}2p^{6}$

۱۴۰۳ - ۱۴۰۴
www.biomaze.ir

۳ در هر دوره با افزایش عدد اتمی و ثابت بودن تعداد لایه‌های الکترونی، شعاع کاهش پیدا می‌کند. همچنین با کاهش شعاع اتمی، خاصیت فلزی و نافلزی به ترتیب کاهش و افزایش پیدا می‌کنند. این روند تا گروه هفدهم یعنی هالوژن‌ها ادامه دارد و نافلزترین عنصر هر دوره مربوط به گروه هالوژن‌ها است. آخرین عنصر هر دوره گاز نجیب بوده و واکنش‌پذیری بسیار ناچیزی دارد.

۴ در آرایش الکترون ـ نقطه‌ای اغلب عناصری که در لایه ظرفیت خود کمتر از ۵ الکترون ظرفیتی دارند، الکترون جفت شده‌ای مشاهده نمی‌شود. تنها استثنا مهم این قاعده، عنصر هلیم است. این عنصر در لایه ظرفیت خود دارای ۲ الکترون بوده که در آرایش الکترون ـ نقطه‌ای آن، به‌صورت جفت شده حضور دارد. آرایش الکترون ـ نقطه‌ای این عنصر به‌صورت زیر است:

He :

جدول زیر، آرایش الکترون-نقطه‌ای برخی از عناصر را نشان می‌دهد:

شمارهٔ گروه عنصر	۱	۲	۱۳	۱۴	۱۵	۱۶	۱۷	۱۸
آرایش لایهٔ ظرفیت	ns^1	ns^2	ns^2np^1	ns^2np^2	ns^2np^3	ns^2np^4	ns^2np^5	ns^2np^6
تعداد الکترون ظرفیت	۱	۲	۳	۴	۵	۶	۷	۸
نماد الکترون - نقطه	$\dot{Li}\cdot$	$\dot{Be}\cdot$	$\dot{B}\cdot$	$\cdot\dot{C}\cdot$	$\cdot\ddot{N}\cdot$	$:\ddot{O}\cdot$	$:\ddot{F}\cdot$	$:\ddot{Ne}:$

گروه آموزشی ماز

۷۸- با توجه به آرایش الکترونی عناصر داده‌شده، کدام مورد درست است؟

$X: [Kr]4d^{10}5s^2$ $Y: [Xe]6s^2$

۱) عناصر X و Y می‌توانند در واکنش با یکدیگر ترکیبی تولید کنند که در حالت مذاب و محلول در آب، رسانای برق است.
۲) شمار الکترون‌های ظرفیتی هردو عنصر برابر بوده و هر دو برای رسیدن به حالت پایدار الکترون از دست می‌دهند.
۳) شمار الکترون‌ها با $l = 1$ در اتم X، بیشتر از شمار الکترون‌ها با $l = 2$ در اتم Y است.
۴) واکنش‌پذیری عنصر Y برخلاف عنصر X به‌طور قطع از کلسیم بیشتر است.

پاسخ: گزینهٔ ۴ (متوسط ـ مفهومی ـ ۱۰۰۱)

برای حل این سؤال نیازی نیست بدانیم که عناصر X و Y دقیقاً معادل کدام عناصر در جدول تناوبی هستند. عنصر X، دومین عنصر دسته d در دوره پنجم و عنصر Y، فلز قلیایی خاکی دوره ششم جدول تناوبی است. به‌طور کلی، واکنش‌پذیری فلزهای واسطه(عناصر مربوط به دسته‌های d و f جدول دوره‌ای) از فلزهای اصلی(فلزهای مربوط به دسته‌های s و p جدول دوره‌ای) کمتر است؛ بنابراین می‌توان گفت که عنصر X نسبت به کلسیم(فلز قلیایی خاکی دوره چهارم) واکنش‌پذیری کم‌تری دارد. از طرفی در یک گروه با افزایش عدد اتمی، شعاع اتمی و خاصیت فلزی افزایش پیدا می‌کند، پس می‌توان گفت عنصر Y نسبت به کلسیم واکنش‌پذیری بیشتری دارد.

بررسی سایر گزینه‌ها:

۱ ترکیب‌های یونی در حالت جامد نارسانا هستند ولی در حالت مذاب و محلول در آب، رسانای جریان برق هستند. این ترکیب‌ها از کنار هم قرار گرفتن آنیون‌ها و کاتیون‌ها تشکیل می‌شوند، درحالی‌که عناصر X و Y هر دو فلز بوده و تنها توانایی از دست دادن الکترون و تبدیل شدن به کاتیون را دارند؛ بنابراین واکنشی بین آن‌ها اتفاق نخواهد افتاد.

۲ برای تعیین لایه ظرفیت هر اتم، می‌توانیم از جدول زیر بهره بگیریم:

تعیین لایه ظرفیت	عناصر دستهٔ s	آخرین زیرلایه s
	عناصر دستهٔ p	آخرین زیرلایه s و p
	عناصر دستهٔ d	آخرین زیرلایه s و d

با توجه به جدول ارائه شده، عناصر X و Y در لایه ظرفیت خود به ترتیب ۴ و ۲ الکترون دارند. همچنین توجه داریم که هر دو عنصر فلز بوده و برای رسیدن به آرایش پایدار، در واکنش‌های شیمیایی الکترون از دست داده و به کاتیون تبدیل می‌شوند.

۳ آرایش الکترونی غیر فشرده این عناصر به‌صورت زیر است:

$_{40}X: 1s^2 2s^2 2p^6 3s^2 3p^6 3d^{10} 4s^2 4p^6 4d^2 5s^2$
$_{56}Y: 1s^2 2s^2 2p^6 3s^2 3p^6 3d^{10} 4s^2 4p^6 4d^{10} 5s^2 5p^6 6s^2$

همان‌طور که مشخص است در اتم X، مجموعاً ۱۸ الکترون در زیرلایه‌های $l = 1 (p)$ قرار گرفته‌اند. همچنین در اتم Y، مجموعاً ۲۰ الکترون در زیرلایه‌های الکترونی با $l = 2 (d)$ قرار دارند.

گروه آموزشی ماز

۷۹- نام کدام ترکیب درست نوشته شده است؟

۱) هماتیت: Fe_2O_3
۲) مس سولفات: $CuSO_4$
۳) پتاسیم بنزوات: KC_6H_5COO
۴) آلومینیم تری‌فلوئورید: AlF_3

AzmonVIP
www.biomaze.ir
۱۴۰۳ - ۱۴۰۴

پاسخ: گزینهٔ ۳ (آسان ـ مفهومی ـ ۱۰۰۱)

بنزوئیک اسید، ساده‌ترین اسید آلی آروماتیک با فرمول مولکولی C_6H_5COOH است. از یونش این اسید در آب، یون‌های هیدرونیوم و بنزوات تولید می‌شوند. معادله یونش این اسید در آب به‌صورت زیر است:

$$C_6H_5COOH(aq) + H_2O(l) \rightleftharpoons C_6H_5COO^- + H_3O^+(aq)$$

از ترکیب یون بنزوات با یون پتاسیم، ترکیب یونی پتاسیم بنزوات با فرمول شیمیایی KC_6H_5COO تولید می‌شود. در واحد فرمولی این ترکیب یونی، یک آنیون و یک کاتیون در کنار هم قرار گرفته‌اند.

با توجه به مطرح شدن موارد مشابه در کنکور سراسری، بهتر است یون‌های پرکاربرد زیر را به خاطر بسپارید:

نام یون	فرمول شیمیایی یون	نام یون	فرمول شیمیایی یون
فورمات	CHO_2^-	هیدروژن کربنات	HCO_3^-
استات	$C_2H_3O_2^-$	هیدروژن سولفات	HSO_4^-
بنزوات	$C_6H_5COO^-$	سولفیت	SO_3^{2-}
پرمنگنات	MnO_4^-	دی‌کرومات	$Cr_2O_7^{2-}$
سیانید	CN^-	نیتریت	NO_2^-

بررسی سایر گزینه‌ها:

۱ نام درست این ترکیب، به‌صورت آهن(III) اکسید است. در ساختار این ترکیب، کاتیون Fe^{3+} وجود دارد. توجه داریم که آهن در طبیعت به شکل هماتیت(ترکیب Fe_2O_3 به همراه ناخالصی) یافت می‌شود.

۲ مس از جمله فلزهای چند ظرفیتی است. عدد اکسایش این عنصر در ترکیبات مختلف می‌تواند ۱+ یا ۲+ باشد؛ بنابراین برای نام‌گذاری ترکیب‌های آن، باید عدد اکسایش فلز در آن ترکیب را نیز ذکر کنیم. برای مثال نام‌گذاری صحیح این ترکیب یونی، به‌صورت مس(II) سولفات است.

۴ فلزها در واکنش‌های شیمیایی الکترون از دست داده و به کاتیون تبدیل می‌شوند. با کنار هم قرار گرفتن کاتیون‌ها و آنیون‌ها، ترکیبات یونی شکل می‌گیرند. توجه داریم هر ترکیب دارای فلز طبق کتاب درسی و کنکور، نوعی ترکیب یونی بوده و باید با قواعد ترکیبات یونی آن‌ها را نام‌گذاری کنیم. برای مثال نام ترکیب مطرح شده در صورت سؤال، آلومینیم فلوئورید است.

گروه آموزشی ماز

۸۰- از واکنش کامل ۳ لیتر محلول حاوی یکی از کلریدهای آهن$(d = 1\ g.ml^{-1})$ با ۱۸۰ گرم از سدیم هیدروکسید، ۱۶۰/۵ گرم رسوب تولید شده است. محلول اولیه چه رنگی بوده و درصد جرمی آهن در محلول اولیه به‌تقریب کدام است؟

(از تغییر حجم صرف نظر کنید. $g.mol^{-1}$: $H = 1$, $O = 16$, $Na = 23$, $Cl = 35/5$, $Fe = 56$)

۱) زرد ـ ۲/۸ ۲) سبز ـ ۱/۴ ۳) زرد ـ ۱/۴ ۴) سبز ـ ۲/۸

پاسخ: گزینهٔ ۱ (متوسط ـ مسئله ـ ۱۱۰۱)

فلز آهن با تبدیل شدن به یون‌های Fe^{2+} و Fe^{3+} در ترکیب‌های مختلف شرکت می‌کند. با توجه به چند ظرفیتی بودن این فلز، واکنش انجام شده را به‌صورت زیر نوشته و آن را موازنه می‌کنیم:

$$FeCl_n(aq) + nNaOH(s) \longrightarrow nNaCl(aq) + Fe(OH)_n(s)$$

در واقع، واکنش مورد نظر به یکی از دو صورت زیر خواهد بود:

حضور کاتیون Fe^{2+} : $FeCl_2(aq) + 2NaOH(s) \longrightarrow 2NaCl(aq) + Fe(OH)_2(s)$

حضور کاتیون Fe^{3+} : $FeCl_3(aq) + 3NaOH(s) \longrightarrow 3NaCl(aq) + Fe(OH)_3(s)$

حال با استفاده از استوکیومتری، مقدار n را محاسبه می‌کنیم:

$$180\ g\ NaOH = 160/5\ g\ Fe(OH)_n \times \frac{1\ mol\ Fe(OH)_n}{(56 + 17n)\ g\ Fe(OH)_n} \times \frac{n\ mol\ NaOH}{1\ mol\ Fe(OH)_n} \times \frac{40\ g\ NaOH}{1\ mol\ NaOH} \Rightarrow n = 3$$

با توجه به محاسبات انجام شده، مقدار n برابر ۳ بوده و محلول اولیه حاوی آهن(III) کلرید بوده است. محلول حاوی آهن(III) کلرید، زردرنگ و محلول حاوی آهن(II) کلرید، سبز رنگ است. حال جرم آهن موجود در رسوب تولید شده را به‌دست می‌آوریم.

$$?\ g\ Fe = 160/5\ g\ Fe(OH)_3 \times \frac{1\ mol\ Fe(OH)_3}{107\ g\ Fe(OH)_3} \times \frac{1\ mol\ Fe^{3+}}{1\ mol\ Fe(OH)_3} \times \frac{56\ g\ Fe^{3+}}{1\ mol\ Fe^{3+}} = 84\ g$$

مقدار آهن در طی واکنش تغییر نکرده است؛ بنابراین در محلول اولیه نیز ۸۴ گرم یون آهن(III) در محلول حضور داشته است. در پایان درصد جرمی یون آهن(III) را در محلول اولیه که حجم آن برابر با ۳ لیتر و جرم آن برابر با ۳۰۰۰ گرم است، حساب می‌کنیم:

$$\text{درصد جرمی} = \frac{\text{جرم حل‌شونده}}{\text{جرم محلول}} \times 100 = \frac{84}{3000} \times 100 = \text{درصد } 2/8$$

گروه آموزشی ماز

www.biomaze.ir ۱۴۰۳ - ۱۴۰۴

AzmonVIP

۸۱- نمونه‌ای از هوای خشک را ابتدا از دمای اتاق تا دمای $۱۶۳K$ سرد می‌کنیم. سپس دمای مخلوط حاصل را در مرحله بعد به $۸۰K$ می‌رسانیم. کدام‌یک از گزینه‌های زیر درست است؟

۱) ماده‌ای که در مرحله اول به‌صورت جامد از مخلوط جدا می‌شود، حاوی مولکول‌هایی با قطبیت بالا است.
۲) یکی از گازهایی که در مرحله دوم برخلاف مرحله اول از مخلوط خارج می‌شود، در جوشکاری کاربرد دارد.
۳) فراوان‌ترین گاز موجود در هواکره، پس از انجام مرحله دوم به‌صورت مایع از نمونه جدا خواهد شد.
۴) این فرایند، مناسب‌ترین روش برای استخراج سبک‌ترین گاز نجیب از هواکره است.

پاسخ: گزینهٔ ۲ (آسان ـ مفهومی ـ ۱۰۰۲)

گاز آرگون(به معنای تنبل) فراوان‌ترین گاز نجیب هواکره بوده و به‌عنوان محیط بی‌اثر در جوشکاری، برش فلزها و همچنین در ساخت لامپ‌های رشته‌ای کاربرد دارد. دمای جوش این ماده برابر با $-۱۸۶°C$ یا $۸۷K$ است. دمای $۸۰K$ پایین‌تر از نقطه جوش آرگون بوده، پس می‌توان گفت یک نمونه از آرگون در این دما به حالت مایع از مخلوط هوا خارج می‌شود.

بررسی سایر گزینه‌ها:

۱ کربن دی‌اکسید یکی از گازهای موجود در هواکره بوده که در دمای $-۷۸°C$ یا $۱۹۵K$ به‌صورت جامد از مخلوط هوا خارج می‌شود. فرمول ساختاری این ماده به‌صورت زیر است:

$$\ddot{O}=C=\ddot{O}$$

اتم مرکزی در این گونه، فاقد الکترون ناپیوندی بوده و با اتم‌های یکسانی پیوند اشتراکی برقرار کرده است؛ بنابراین می‌توان گفت این ماده ناقطبی بوده و در میدان الکتریکی جهت‌گیری پیدا نخواهد کرد.

۳ فراوان‌ترین گاز موجود در هواکره نیتروژن است. دمای جوش این ماده برابر با $-۱۹۶°C$ یا $۷۷K$ است. دمای $۸۰K$ بالاتر از نقطه جوش نیتروژن بوده، پس می‌توان گفت یک نمونه از نیتروژن در این دما به حالت گاز یافت می‌شود.

۴ هلیم سبک‌ترین گاز نجیب بوده و در کره زمین به مقدار بسیار کمی یافت می‌شود؛ به‌طوری‌که مقدار ناچیزی از آن در هوا و مقدار بیشتری در لایه‌های زیرین پوسته زمین وجود دارد. از این رو منابع زمینی آن از سرشارتر از هواکره و برای تولید هلیم در مقیاس صنعتی مناسب‌تر هستند. هلیم از واکنش‌های هسته‌ای در ژرفای زمین تولید می‌شود. این گاز پس از نفوذ به لایه‌های زمین، وارد میدان‌های گازی می‌شود. یافته‌های تجربی نشان می‌دهد که حدود ۷ درصد حجمی از مخلوط گاز طبیعی را هلیم تشکیل می‌دهد. البته مقدار هلیم در میدان‌های گازی گوناگون متفاوت است. در رابطه با این عنصر، داریم:

هلیم
- به عنوان سبک‌ترین گاز نجیب، بی‌رنگ و بی‌بو است.
- برای پرکردن بالن‌های هواشناسی، تبلیغاتی و تفریحی و همچنین در جوشکاری کاربرد دارد.
- در کپسول غواصی و خنک‌کردن دستگاه‌های تصویربرداری مانند MRI کاربرد دارد.
- مقدار آن در منابع زیرزمینی بیشتر از مقدار آن در هواکره است.
- حدود ۷ درصد حجمی گاز طبیعی را شامل می‌شود.
- بعد از آرگون و نئون، سومین گاز نجیب فراوان در هواکره است.

گروه آموزشی ماز

۸۲- مقدار ۳۰۰ گرم آب مقطر را به ۲۰۰ گرم نمونه ۵۰ درصد جرمی نمک خوراکی اضافه می‌کنیم. در مرحله بعد، مخلوط حاصل را با ۲ کیلوگرم محلول ۱۰ درصد جرمی این نمک مخلوط می‌کنیم. درصد جرمی $NaCl$ در مخلوط پایانی کدام است؟

۱) ۱۲ ۲) ۲۰ ۳) ۱۶ ۴) ۳۰

پاسخ: گزینهٔ ۱ (آسان ـ مسئله ـ ۱۰۰۳)

برای محاسبه درصد جرمی مخلوط‌های مختلف از رابطه زیر استفاده می‌کنیم:

$$\text{درصد جرمی} = \frac{\text{جرم حل‌شونده}}{\text{جرم محلول}} \times ۱۰۰$$

همان‌طور که مشخص است، درصد جرمی با جرم حل‌شونده رابطه مستقیم و با جرم محلول رابطه عکس دارد. مقدار ۲۰۰ گرم محلول ۵۰ درصد جرمی، حاوی ۱۰۰ گرم آب و ۱۰۰ گرم حل‌شونده است. با اضافه کردن ۳۰۰ گرم آب مقطر به محلول، جرم حل‌شونده ثابت باقی مانده و جرم محلول به ۵۰۰ گرم خواهد رسید.

حال مقدار نمک حل‌شده در نمونه ۲ کیلوگرمی را محاسبه می‌کنیم:

$$\text{درصد جرمی} = \frac{\text{جرم حل‌شونده}}{\text{جرم محلول}} \times ۱۰۰ \Rightarrow ۱۰ = \frac{\text{جرم حل‌شونده}}{۲۰۰۰ \text{ گرم}} \times ۱۰۰ \Rightarrow \text{جرم حل‌شونده} = ۲۰۰ \text{ گرم}$$

در پایان درصد جرمی محلول پایانی را محاسبه می‌کنیم:

$$\text{درصد جرمی} = \frac{۱۰۰ + ۲۰۰}{۵۰۰ + ۲۰۰۰} \times ۱۰۰ = \text{درصد ۱۲}$$

با توجه به محاسبات بالا، درصد جرمی نمک در محلول نهایی برابر با ۱۲٪ شده است.

گروه آموزشی ماز

۸۳- کدام مورد درست است؟ $(O = ۱۶ , C = ۱۲ , H = ۱ : g.mol^{-۱})$

۱) هوای آلوده شهرهای بزرگ، به یقین نمونه‌ای از یک محلول گاز در گاز است.

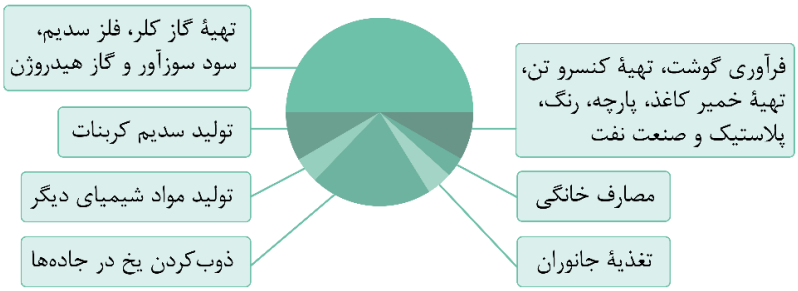
۲) کم‌ترین کاربرد $NaCl$ استخراج شده از کره زمین، مربوط به مصارف خانگی است.

۳) اگر در مخلوط حاوی متانول و آب، جرم هر دو ماده با هم برابر باشد، متانول حلال است.

۴) اگر حل‌شونده را دو برابر کرده و سپس به اندازه جرم محلول حاصل به آن آب اضافه کنیم، درصد جرمی ثابت می‌ماند.

پاسخ: گزینهٔ ۲ (متوسط ـ حفظی و مفهومی ـ ۱۰۰۳)

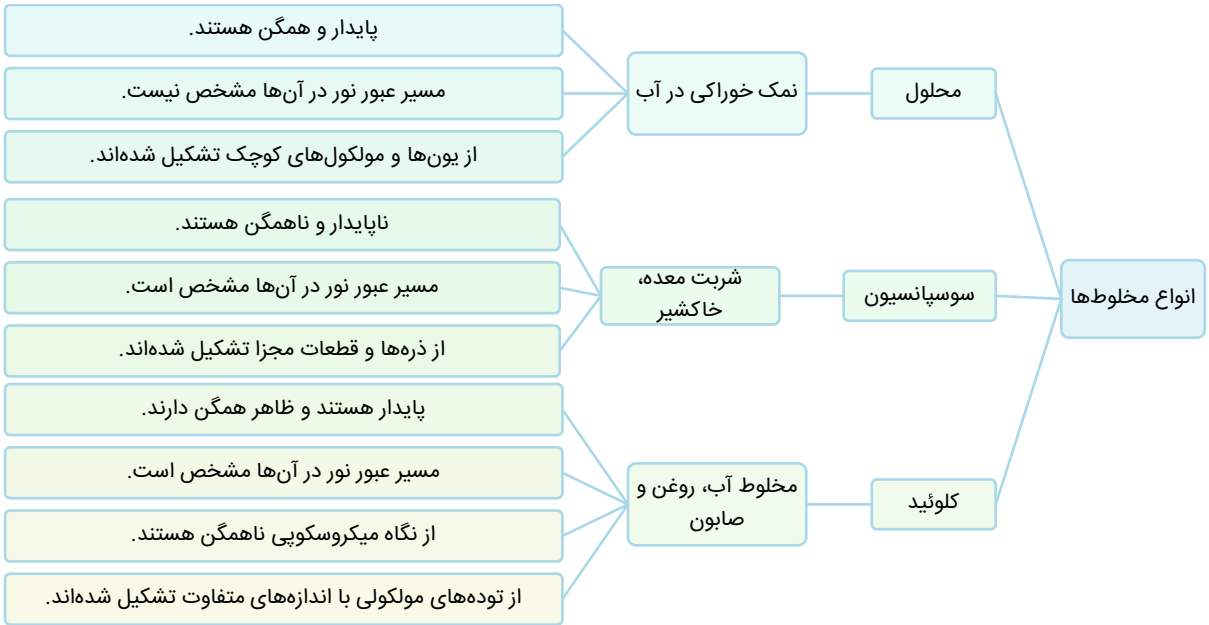
تصویر زیر کاربردهای نمک خوراکی یا همان $NaCl$ را نمایش می‌دهد:



همان‌طور که مشخص است، کم‌ترین کاربرد نمک خوراکی مربوط به مصارف خانگی است.

بررسی سایر گزینه‌ها:

۱ همگن بودن یکی از ویژگی‌های اصلی محلول‌ها است، درحالی‌که هوای شهرهای بزرگ حاوی آلاینده‌های مختلف از جمله دوده و گرد و غبار(ذرات جامد معلق در هوا) بوده و ناهمگن است. جدول زیر ویژگی‌های انواع مخلوط‌ها را نشان می‌دهد:



۳ در یک محلول از دو ماده مختلف، مول حلال باید بیشتر از حل‌شونده باشد. با توجه به صورت سؤال، جرم دو نمونه برابر است. از طرفی جرم مولی متانول بزرگ‌تر از آب است، پس می‌توان گفت مول آب از متانول بیشتر بوده و این ماده حلال است.

۴ درصد جرمی با استفاده از فرمول زیر محاسبه می‌شود:

$$\text{درصد جرمی} = \frac{\text{جرم حل‌شونده}}{\text{جرم محلول}} \times ۱۰۰$$

با دو برابر کردن جرم حل‌شونده، جرم محلول نیز اندکی افزایش پیدا می‌کند. پس می‌توان گفت با این تغییر، درصد جرمی حل‌شونده کمی کمتر از دو برابر حالت اول می‌شود. در مرحله بعد جرم محلول را با اضافه کردن آب دو برابر می‌کنیم. در طی این تغییر درصد جرمی دقیقاً نصف می‌شود؛ بنابراین می‌توان گفت با ایجاد پی‌درپی این دو تغییر، درصد جرمی محلول نسبت به حالت اول کمی کوچک‌تر خواهد شد.

AzmonVIP
www.biomaze.ir
۱۴۰۳ - ۱۴۰۴

۸۴- با حل کردن چند گرم گلوکز در ۲۰۰ میلی‌لیتر آب مقطر، می‌توان محلولی ۱/۵ مولار از آن ساخت؟ (از تغییر حجم طی فرایند انحلال چشم‌پوشی کنید.
$(O = ۱۶, C = ۱۲, H = ۱ : g.mol^{-۱})$

۱) ۲۷ ۲) ۶۰ ۳) ۳۶ ۴) ۵۴

پاسخ: گزینهٔ ۴ (آسان ـ مسئله ـ۱۰۰۳)

تجربه نشان می‌دهد که اندازه‌گیری حجم یک مایع به ویژه در آزمایشگاه آسان‌تر از جرم آن است. از سوی دیگر شیمی‌دان‌ها مقدار ماده را بر حسب مول بیان می‌کنند. اینک چنین به نظر می‌رسد بیان غلظتی از محلول پرکاربردتر خواهد بود که با مول‌های ماده‌ی حل‌شونده و حجم محلول ارتباط داشته باشد. چنین غلظتی را غلظت مولی (مولار) می‌نامند. فرمول شیمیایی گلوکز به‌صورت $C_۶H_{۱۲}O_۶$ بوده و جرم مولی آن برابر $۱۸۰\ g.mol^{-۱}$ است. با استفاده از فرمول، مقدار مول حل شده از گلوکز در محلول را محاسبه می‌کنیم:

$$\text{غلظت (مولار)} = \frac{\text{مول حل‌شونده}}{\text{حجم محلول}} \Rightarrow ۱/۵ = \frac{\text{مول حل‌شونده}}{۰/۲\ L} \Rightarrow \text{مول حل‌شونده} = ۰/۳\ mol$$

در مرحله پایانی، مول گلوکز را به جرم آن تبدیل می‌کنیم. در این رابطه، داریم:

$$\text{تعداد مول} = \frac{\text{جرم نمونه}}{\text{جرم مولی}} \Rightarrow ۰/۳ = \frac{\text{جرم نمونه}}{۱۸۰} \Rightarrow \text{جرم نمونه} = ۵۴\ g$$

گروه آموزشی ماز

۸۵- نمونه‌ای از یک ترکیب آلکینی با ۳ مول بخار برم به‌طور کامل واکنش داده و ۵۶۱ گرم فراورده آلی تولید می‌کند. جرم مولی آلکین مورد نظر چند برابر جرم مولی پرکاربردترین اسید آلی است؟ $(Br = ۸۰, O = ۱۶, C = ۱۲, H = ۱ : g.mol^{-۱})$

۱) ۰/۶ ۲) ۰/۴۵ ۳) ۰/۵ ۴) ۰/۹

پاسخ: گزینهٔ ۴ (متوسط ـ مسئله ـ ۱۱۰۱)

آلکین‌ها، گروهی از مواد هیدروکربنی هستند که در ساختار مولکولی خود دارای یک پیوند سه‌گانه بوده و هر مول از آن‌ها با ۲ مول بخار برم واکنش می‌دهد. به عبارت دیگر، آلکین‌ها طبق معادله موازنه شده زیر با بخار برم واکنش داده و فراورده‌ای سیرشده تولید می‌کنند:

$$C_nH_{۲n-۲} + ۲Br_۲ \longrightarrow C_nH_{۲n-۲}Br_۴$$

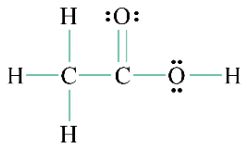
حال با استفاده از اطلاعات صورت سؤال، مقدار n را محاسبه می‌کنیم:

$$۵۶۱\ g\ C_nH_{۲n-۲}Br_۴ = ۳\ mol\ Br_۲ \times \frac{۱\ mol\ C_nH_{۲n-۲}Br_۴}{۲\ mol\ Br_۲} \times \frac{(۱۴n + ۳۱۸)\ g\ C_nH_{۲n-۲}Br_۴}{۱\ mol\ C_nH_{۲n-۲}Br_۴} \Rightarrow n = ۴$$

با توجه به محاسبات انجام شده، آلکین مورد نظر، بوتین با فرمول مولکولی $C_۴H_۶$ و جرم مولی $۵۴\ g.mol^{-۱}$ است. از طرفی پرکاربردترین اسید آلی، استیک اسید یا اتانوئیک اسید با فرمول شیمیایی $CH_۳COOH$ و جرم مولی $۶۰\ g.mol^{-۱}$ است. در پایان نسبت خواسته‌شده را به‌دست می‌آوریم:

$$A = \frac{۵۴}{۶۰} = ۰/۹$$

ساختار مولکولی استیک اسید، به‌صورت زیر است:



گروه آموزشی ماز

۸۶- طبق معادله موازنه نشده زیر، ۲۱/۶ گرم آلومینیم با مقدار کافی آهن(III) اکسید واکنش می‌دهد. اگر تفاوت جرم فراورده‌های تولیدشده برابر ۳ گرم باشد، بازده واکنش انجام شده چند درصد است؟
$(Fe = ۵۶, Al = ۲۷, O = ۱۶ : g.mol^{-۱})$

$$Al(s) + Fe_۲O_۳(s) \longrightarrow Fe(l) + Al_۲O_۳(s)$$

۱) ۸۵ ۲) ۸۰ ۳) ۷۵ ۴) ۹۰

پاسخ: گزینهٔ ۳ (متوسط ـ مسئله ـ ۱۱۰۱)

معادله موازنه شده واکنش انجام‌شده به‌صورت زیر است:

$$۲Al(s) + Fe_۲O_۳(s) \longrightarrow ۲Fe(l) + Al_۲O_۳(s)$$

واکنش ترمیت

یکی از واکنش‌هایی که در صنعت جوشکاری از آن استفاده می‌شود، واکنش ترمیت است. در طی این واکنش، آلومینیم با آهن(III) اکسید واکنش داده و آهن مذاب به همراه آلومینیم اکسید تولید می‌شود. این واکنش به‌صورت خودبه‌خودی انجام شده و طی آن فلز واکنش‌پذیرتر(آلومینیم) جایگزین فلز با واکنش‌پذیری کم‌تر(آهن) می‌شود؛ پس می‌توان گفت این واکنش گرماده بوده و فراورده‌ها نسبت به واکنش‌دهنده‌ها سطح انرژی کمتر و پایداری بالاتری دارند. معادله این واکنش به‌صورت زیر است:

$$۲Al(s) + Fe_۲O_۳(s) \longrightarrow ۲Fe(l) + Al_۲O_۳(s)$$

www.biomaze.ir
۱۴۰۳ - ۱۴۰۴

حال مقدار فراورده‌های نظری تولید شده را محاسبه می‌کنیم:

$$?\,g\,Fe = ۲۱/۶\,g\,Al \times \frac{۱\,mol\,Al}{۲۷\,g\,Al} \times \frac{۲\,mol\,Fe}{۲\,mol\,Al} \times \frac{۵۶\,g\,Fe}{۱\,mol\,Fe} = ۴۴/۸\,g$$

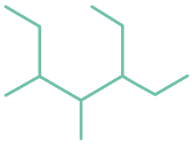
$$?\,g\,Al_۲O_۳ = ۲۱/۶\,g\,Al \times \frac{۱\,mol\,Al}{۲۷\,g\,Al} \times \frac{۱\,mol\,Al_۲O_۳}{۲\,mol\,Al} \times \frac{۱۰۲\,g\,Al_۲O_۳}{۱\,mol\,Al_۲O_۳} = ۴۰/۸\,g$$

همان‌طور که مشخص است، مقدار نظری تفاوت جرم فراورده‌های تولید شده، برابر ۴ گرم است. در پایان با استفاده از فرمول، بازده درصدی واکنش انجام شده را به‌دست می‌آوریم:

$$\text{بازده} = \frac{\text{مقدار تفاوت جرم عملی}}{\text{مقدار تفاوت جرم نظری}} \times ۱۰۰ = \frac{۳}{۴} \times ۱۰۰ = ۷۵ \text{ درصد}$$

گروه آموزشی ماز

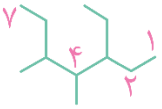
۸۷- نام‌گذاری آلکان زیر بر اساس قواعد آیوپاک به چه صورت بوده و جرم مولی آن چند برابر جرم مولی ساده‌ترین آلکان شاخه‌دارِ حاوی شاخه فرعی اتیل است؟



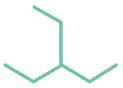
۱) ۳- اتیل-۴، ۵-دی‌متیل هپتان ـ ۱/۴
۲) ۵- اتیل-۴،۳-دی‌متیل هپتان ـ ۱/۵۶
۳) ۳- اتیل-۴، ۵-دی‌متیل هپتان ـ ۱/۵۶
۴) ۵- اتیل-۴،۳-دی‌متیل هپتان ـ ۱/۴

پاسخ: گزینهٔ ۳ (آسان ـ مفهومی ـ ۱۱۰۱)

تراکم شاخه‌های فرعی تا دو سر مولکول داده شده کاملاً یکسان است. به دلیل مقدم بودن شاخه فرعی اتیل بر متیل، شماره‌گذاری هیدروکربن مورد نظر از سمت راست انجام شده و نام آن به‌صورت ۳- اتیل-۴، ۵-دی‌متیل هپتان خواهد بود. ساختار این ماده به‌صورت زیر است:



فرمول مولکولی ۳- اتیل-۴، ۵-دی‌متیل هپتان، به‌صورت $C_{۱۱}H_{۲۴}$ بوده و جرم مولی آن برابر ۱۵۶ گرم بر مول است. از طرفی ساده‌ترین آلکان شاخه‌دارِ حاوی شاخه فرعی اتیل، معادل با ۳-اتیل پنتان یا اتیل پنتان است. ساختار این ماده به‌صورت زیر است:



توجه داریم که شاخه فرعی اتیل در یک آلکان با n کربن در زنجیر اصلی، روی کربن‌های با شماره ۱ و ۲ و $n-۱$ و n نمی‌تواند قرار بگیرد. فرمول مولکولی اتیل پنتان به‌صورت $C_۷H_{۱۶}$ بوده و جرم مولی آن برابر ۱۰۰ گرم بر مول است.

در پایان نسبت خواسته شده را محاسبه می‌کنیم:

$$\text{نسبت جرم مولی دو آلکان} = \frac{۱۵۶}{۱۰۰} = ۱/۵۶$$

گروه آموزشی ماز

۸۸- برای کدام پیوند لزومی به استفاده از اصطلاح میانگین آنتالپی پیوند نیست؟

۱) $O-H$ ۲) $C=C$ ۳) $N-N$ ۴) $O=O$

پاسخ: گزینهٔ ۴ (آسان ـ مفهومی ـ ۱۱۰۲)

در پیوند دوگانه اکسیژن-اکسیژن، هیچ‌کدام از اتم‌های اکسیژن نمی‌توانند با اتم اکسیژن دیگری این پیوند را تشکیل بدهند، پس نیازی به استفاده از اصطلاح میانگین آنتالپی پیوند برای این پیوند اشتراکی نیست.

آنتالپی پیوند

در برخی از انواع مولکول‌ها مثل $CH_۴$، $H_۲O$ و $NH_۳$، یک اتم مرکزی به چند اتم کناری یکسان با پیوندهای اشتراکی متصل شده است. بر اساس یافته‌های تجربی، آنتالپی همه پیوندهای اشتراکی موجود در این مولکول‌ها یکسان نیست و به همین خاطر، برای بیان انرژی پیوندهای اشتراکی موجود در آن‌ها به کاربردن عبارت ((میانگین آنتالپی پیوند)) مناسب‌تر از عبارت ((آنتالپی پیوند)) است. به‌عنوان مثال، در مولکول‌های متان جدا کردن اتم‌های هیدروژن در چهار مرحله متوالی انجام می‌شود. در این شرایط، برای جدا کردن هر اتم هیدروژن از مولکول مورد نظر انرژی متفاوتی مصرف می‌شود؛ پس برای بیان آنتالپی پیوندهای $C-H$ موجود در این مولکول از عبارت ((میانگین آنتالپی پیوند)) استفاده می‌شود. معادله واکنش شیمیایی تبدیل مولکول‌های متان به اتم‌های گازی سازنده آن به‌صورت زیر است:

$$CH_۴(g) \rightarrow C(g) + ۴H(g)\ .\ \Delta H_{\text{واکنش}} = +۱۶۶۰\ kJ \cdot mol^{-۱} \quad \Rightarrow \quad \Delta H(C-H) = \frac{\Delta H_{\text{واکنش}}}{۴} = +۴۱۵\ kJ \cdot mol^{-۱}$$

به‌طور کلی، برای پیوندهایی که فقط در مولکول‌های دو اتمی دیده می‌شوند(مثل پیوندهای $H-Cl$، $I-I$، $O=O$ و $N \equiv N$) باید عبارت ((آنتالپی پیوند)) را به‌کار ببریم. در نقطه‌ی مقابل، برای پیوندهایی که ۲ یا تعداد بیشتری از آن‌ها می‌توانند در یک مولکول وجود داشته باشد، به کاربردن ((میانگین آنتالپی پیوند)) مناسب‌تر است.

www.biomaze.ir
۱۴۰۳ - ۱۴۰۴

AzmonVIP

بررسی سایر گزینه‌ها:

۱ در مولکول آب، اتم اکسیژن با ۲ اتم هیدروژن پیوند یگانه اکسیژن-هیدروژن را برقرار کرده است، پس برای بیان آنتالپی این پیوند باید از واژه میانگین استفاده کنیم.

۲ هرکدام از اتم‌های کربن دخیل در پیوند $C = C$ می‌توانند با کربن دیگری پیوند دوگانه کربن-کربن را تشکیل دهند، چراکه اتم کربن ۴ الکترون ظرفیتی دارد و در اغلب موارد از همه آن‌ها برای تشکیل پیوند اشتراکی استفاده می‌کند.

۳ هرکدام از اتم‌های نیتروژن دخیل در پیوند $N - N$ می‌توانند با نیتروژن دیگری پیوند یگانه نیتروژن-نیتروژن را تشکیل دهند؛ چراکه اتم نیتروژن ۵ الکترون ظرفیتی دارد و در اغلب موارد از ۳ الکترون ظرفیتی خود برای تشکیل پیوند استفاده می‌کند.

گروه آموزشی ماز

۸۹- کدام مورد، نادرست است؟

۱) با افزودن ۵۰ گرم آب با دمای $10^{\circ}C$ به آب یک استخر در دمای اتاق، انرژی گرمایی استخر برخلاف میانگین انرژی جنبشی ذرات سازنده آن افزایش پیدا می‌کند.
۲) گرمای مبادله شده طی واکنش انجام شده در یک ظرف با پیستون روان، معادل با مقدار آنتالپی آن واکنش است.
۳) آنتالپی پیوند، با مرتبه پیوند و جرم مولی عناصر تشکیل‌دهنده آن پیوند اشتراکی رابطه مستقیم دارد.
۴) تأثیر گرمای مبادله شده در واکنش بر حالت فراورده‌ها، در علم گرماشیمی بررسی می‌شود.

پاسخ: گزینهٔ ۳ (متوسط ـ مفهومی ـ ۱۱۰۲)

اندازه آنتالپی پیوند با مرتبه پیوند رابطه مستقیم دارد. برای مثال آنتالپی پیوند $C = C$ بزرگ‌تر از آنتالپی پیوند $C - C$ است. همچنین این آنتالپی با شعاع عناصر دخیل در پیوند رابطه عکس دارد. برای مثال آنتالپی پیوند $O - H$ بزرگ‌تر از آنتالپی پیوند $N - H$ است. توجه داریم که مقدار آنتالپی پیوند، ربطی به جرم مولی اتم‌های تشکیل‌دهنده آن پیوند ندارد.

تشکیل و شکستن پیوندها

هرچه پیوند بین دو اتم قوی‌تر باشد، اتم‌ها محکم‌تر به یکدیگر متصل شده‌اند و برای جدا کردن آن‌ها به انرژی بیشتری نیاز داریم. مقدار انرژی لازم برای شکستن یک مول از هر پیوند اشتراکی، آنتالپی پیوند نام دارد. به دلیل مصرف انرژی در این فرایند، آنتالپی پیوند همیشه عددی مثبت است. فرایند تشکیل پیوند عکس شکستن پیوند است. اندازه انرژی تولید شده هنگام تشکیل یک پیوند، برابر با اندازه انرژی مصرف شده برای شکستن آن است. توجه داشته باشید که تشکیل پیوند با آزاد شدن انرژی همراه بوده و آنتالپی آن منفی است.

بررسی سایر گزینه‌ها:

۱ هر نمونه انرژی گرمایی مخصوص به خود را داشته که به جنس، مقدار و دمای نمونه بستگی دارد. با اضافه کردن یک نمونه به نمونه دیگر، مقدار انرژی گرمایی آن‌ها با یکدیگر جمع خواهد شد. از طرفی، با مخلوط شدن دو نمونه با دماهای متفاوت، گرما از نمونه با دمای بالاتر به سمت نمونه با دمای پایین‌تر جاری می‌شود. طی این فرایند دمای جسم گرم‌تر کاهش پیدا کرده و دمای جسم سردتر افزایش پیدا می‌کند.
دما نشان‌دهنده میانگین انرژی جنبشی ذرات یک نمونه است. پس با اضافه کردن آب $10^{\circ}C$ به آب استخر، میانگین انرژی جنبشی ذرات آب $10^{\circ}C$ افزایش و میانگین انرژی جنبشی ذرات آب استخر کاهش پیدا می‌کند.

۲ شیمی‌دان‌ها تغییر آنتالپی هر واکنش را هم‌ارز با گرمایی می‌دانند که در فشار ثابت با محیط پیرامون داد و ستد می‌کند و آن را با نماد Q_p نمایش می‌دهند. در ظرف با پیستون متحرک، با انجام واکنش پیستون حرکت کرده و فشار نمونه ثابت باقی می‌ماند؛ بنابراین گرمای مبادله شده در این شرایط معادل آنتالپی واکنش است.

۴ ترموشیمی(گرماشیمی) شاخه‌ای از علم شیمی است که به بررسی کمی و کیفی گرمای واکنش‌های شیمیایی، تغییر آن و تأثیری که بر حالت ماده دارد، می‌پردازد.

گروه آموزشی ماز

۹۰- اگر در واکنش تخمیر بی‌هوازی ۱۸۰ گرم گلوکز، نیمی از کربن دی‌اکسید تولید شده در طی ۳ دقیقه، بتواند با ۵۰/۴ گرم کلسیم اکسید واکنش دهد، سرعت متوسط واکنش تخمیر گلوکز در این بازه برابر چند $mol.s^{-1}$ است؟

$(Ca = 40, O = 16 : g.mol^{-1})$

۱) ۰/۰۲ ۲) ۰/۰۱ ۳) ۰/۰۰۵ ۴) ۰/۰۰۳

پاسخ: گزینهٔ ۳ (متوسط ـ مسئله ـ ۱۱۰۲)

معادله موازنه شده تخمیر بی‌هوازی گلوکز به‌صورت زیر است:

$$C_6H_{12}O_6(aq) \longrightarrow 2CO_2(g) + 2C_2H_5OH(aq)$$

گاز کربن دی‌اکسید تولید شده در طی این واکنش، طبق معادله زیر با کلسیم اکسید واکنش می‌دهد:

$$CO_2(g) + CaO(s) \longrightarrow CaCO_3(s)$$

سوختن و تبخیر گلوکز

گلوکز با فرمول شیمیایی $C_۶H_{۱۲}O_۶$ و جرم مولی ۱۸۰ گرم بر مول، یکی از منابع مهم انرژی است. این ماده به دو صورت، قسمتی از انرژی شیمیایی خود را آزاد می‌کند. روش اول سوختن گلوکز است. در طی این واکنش، گلوکز با اکسیژن به سرعت واکنش داده و علاوه بر گازهای کربن دی‌اکسید و بخار آب، مقداری انرژی نیز تولید می‌کند. معادله موازنه شده این واکنش، به‌صورت زیر است:

$$C_۶H_{۱۲}O_۶(s) + ۶O_۲(g) \longrightarrow ۶CO_۲(g) + ۶H_۲O(g)$$

از طرفی این ماده می‌تواند بدون حضور اکسیژن تخمیر شده و اتانول و کربن دی‌اکسید تولید کند. معادله موازنه شده این واکنش به‌صورت زیر است:

$$C_۶H_{۱۲}O_۶(aq) \longrightarrow ۲CO_۲(g) + ۲C_۲H_۵OH(aq)$$

حال مقدار کربن دی‌اکسید مصرف شده در واکنش تولید کلسیم کربنات را محاسبه می‌کنیم:

$$?\,mol\ CO_۲ = ۵۰/۴\ g\ CaO \times \frac{۱\ mol\ CaO}{۵۶\ g\ CaO} \times \frac{۱\ mol\ CO_۲}{۱\ mol\ CaO} = ۰/۹\ mol$$

طبق گفته صورت سؤال، نیمی از گاز کربن دی‌اکسید تولید شده در اثر تخمیر بی‌هوازی گلوکز وارد واکنش با کلسیم اکسید شده است. بنابراین می‌توان گفت که در تخمیر گلوکز در طی ۳ دقیقه، مقدار ۱/۸ مول کربن دی‌اکسید تولید شده است.

سرعت واکنش

شیب نمودار مول ـ زمان برای هر یک از مواد شرکت‌کننده در واکنش، متناسب با ضریب استوکیومتری آن ماده در معادله موازنه شده واکنش است. به عبارت دیگر، اگر ضریب استوکیومتری شرکت‌کننده‌ها یکسان نباشد، سرعت متوسط آن‌ها متفاوت از یکدیگر خواهد بود. شیمی‌دان‌ها برای درک آسان‌تر روند پیشرفت واکنش‌ها در واحد زمان، از یک مفهوم کاربردی به نام سرعت واکنش استفاده می‌کنند. سرعت واکنش، از تقسیم سرعت متوسط مصرف یا تولید هر ماده شرکت‌کننده در واکنش بر ضریب استوکیومتری آن ماده به‌دست می‌آید. به‌عنوان مثال در واکنش $۳A(g) + ۲B(g) \longrightarrow C(g) + ۲D(g)$ برای محاسبه سرعت متوسط واکنش در بازه زمانی Δt به روش زیر عمل می‌کنیم:

$$R_{\text{واکنش}} = \frac{|\Delta n_A|}{۳\times\Delta t} = \frac{|\Delta n_B|}{۲\times\Delta t} = \frac{|\Delta n_C|}{۱\times\Delta t} = \frac{|\Delta n_D|}{۲\times\Delta t}$$

حال سرعت متوسط واکنش را براساس مقدار کربن دی‌اکسید تولیدشده محاسبه می‌کنیم:

$$R_{\text{واکنش}} = \frac{|\Delta n_{CO_۲}|}{۲ \times \Delta t} = \frac{۱/۸}{۲ \times ۳\,min \times \frac{۶۰\ s}{۱\ min}} = ۰/۰۰۵\ mol.s^{-۱}$$

گروه آموزشی ماز

۹۱- با توجه به واکنش‌های گرماشیمی داده‌شده، ΔH واکنش $۲N_۲(g) + ۵O_۲(g) \longrightarrow ۲N_۲O_۵(g)$ ، برابر چند کیلوژول است؟

$$I)\ ۲H_۲(g) + O_۲(g) \longrightarrow ۲H_۲O(l) \quad \Delta H = -۵۷۱\ kJ$$
$$II)\ N_۲O_۵(g) + H_۲O(l) \longrightarrow ۲HNO_۳(aq) \quad \Delta H = -۷۶/۶\ kJ$$
$$III)\ N_۲(g) + ۳O_۲(g) + H_۲(g) \longrightarrow ۲HNO_۳(aq) \quad \Delta H = ۳۴۸/۲\ kJ$$

۱) ۱۲۰۰/۲ ۲) ۱۱۷۸/۹ ۳) ۹۰۵/۴ ۴) ۱۴۲۰/۶

پاسخ: گزینهٔ ۴ (متوسط ـ مسئله ـ ۱۱۰۲)

برای تعیین آنتالپی واکنش انجام‌شده، باید از قانون هس استفاده کنیم. طبق قانون هس، اگر یک معادله از جمع معادله چند واکنش دیگر به‌دست آید، آنتالپی معادله نیز از جمع آنتالپی آن واکنش‌ها به‌دست می‌آید. برای استفاده از قانون هس ابتدا از میان مواد شرکت‌کننده در واکنش‌ها، موادی که غیرتکراری هستند را انتخاب می‌کنیم و واکنش‌ها را به گونه‌ای تغییر می‌دهیم که ضریب و جهت مواد غیر تکراری مشابه واکنش اصلی شود. سپس اگر واکنشی باقی ماند، در میان مواد شرکت‌کننده در این واکنش به دنبال ماده‌ای می‌گردیم که در واکنش اصلی نبوده و تنها در یک واکنش دیگر دیده می‌شود. این واکنش را به گونه‌ای تغییر می‌دهیم که ضریب این ماده در واکنش باقی‌مانده برابر واکنش دیگر شود، اما جهت آن عکس شود تا این مواد که در واکنش اصلی حضور ندارند، با یکدیگر ساده شده و در واکنش اصلی نیایند. در نهایت آنتالپی واکنش‌های به‌دست آمده را با یکدیگر جمع می‌کنیم. معادله واکنش‌های داده شده در متن سؤال، به‌صورت زیر هستند:

$$I)\ ۲H_۲(g) + O_۲(g) \longrightarrow ۲H_۲O(l) \quad \Delta H = -۵۷۱\ kJ$$
$$II)\ N_۲O_۵(g) + H_۲O(l) \longrightarrow ۲HNO_۳(aq) \quad \Delta H = -۷۶/۶\ kJ$$
$$III)\ N_۲(g) + ۳O_۲(g) + H_۲(g) \longrightarrow ۲HNO_۳(aq) \quad \Delta H = +۳۴۸/۲\ kJ$$

واکنش خواسته‌شده نیز به‌صورت زیر است:

$$۲N_۲(g) + ۵O_۲(g) \longrightarrow ۲N_۲O_۵(g)$$

دی‌نیتروژن پنتااکسید($N_۲O_۵$) در واکنش خواسته‌شده با ضریب ۲ در سمت فراورده‌ها تولید می‌شود، درحالی‌که در واکنش II با ضریب یک در سمت واکنش‌دهنده‌ها مصرف می‌شود. پس باید واکنش II را در ۲- ضرب کنیم. حال داریم:

$$II')\ ۴HNO_۳(aq) \longrightarrow ۲N_۲O_۵(g) + ۲H_۲O(l) \quad \Delta H = +۱۵۳/۲\ kJ$$

در واکنش تغییر یافته II'، نیتریک اسید($HNO_۳$) با ضریب ۴ در سمت واکنش‌دهنده‌ها مصرف می‌شود، درحالی‌که این ماده در واکنش اصلی حضور ندارد؛ بنابراین باید به واکنش ۳ ضریب ۲ دهیم تا نیتریک اسید با ضریب ۴ در سمت فراورده‌ها تولید شده و در واکنش کلی از دو سمت معادله حذف شود. در این حالت، داریم:

$$III')\ ۲N_۲(g) + ۶O_۲(g) + ۲H_۲(g) \longrightarrow ۴HNO_۳(aq) \quad \Delta H = +۶۹۶/۴\ kJ$$

در واکنش تغییر یافته III'، گاز هیدروژن با ضریب ۲ در سمت واکنش‌دهنده‌ها مصرف می‌شود، درحالی‌که این ماده در واکنش اصلی حضور ندارد؛ بنابراین واکنش I را در ۱- ضرب می‌کنیم تا گاز هیدروژن با ضریب ۲ در سمت فراورده‌ها تولید شده و در واکنش کلی از دو سمت معادله حذف شود. در این حالت، داریم:

$$I')\ ۲H_۲O(l) \longrightarrow ۲H_۲(g) + O_۲(g) \quad \Delta H = +۵۷۱\ kJ$$

۱۴۰۳ - ۱۴۰۴
www.biomaze.ir

AzmonVIP

در پایان برای محاسبه ΔH واکنش کلی، آنتالپی واکنش‌ها را با یکدیگر جمع می‌کنیم.

$$\Delta H_T = \Delta H_{I'} + \Delta H_{II'} + \Delta H_{III'} = ۵۷۱ + ۱۵۳/۲ + ۶۹۶/۴ = +۱۴۲۰/۶\ kJ$$

گروه آموزشی ماز

۹۲- اگر اندازه آنتالپی سوختن متان، ۱/۲۵ برابر اندازه آنتالپی سوختن متانول باشد، گرمای حاصل از سوختن ۴۸ گرم متانول از سوختن چند گرم متان حاصل می‌شود؟ $(O = ۱۶ , C = ۱۲ , H = ۱ : g.mol^{-۱})$

۱) ۱۹/۲ ۲) ۱۲/۸ ۳) ۹/۶ ۴) ۲۰/۸

پاسخ: گزینهٔ ۱ (آسان ـ مسئله ـ ۱۱۰۲)

به مقدار انرژی تولید شده در واکنش سوختن ۱ گرم از یک ماده سوختنی، ارزش سوختی گفته می‌شود. به‌عنوان مثال، اگر به ازای سوختن کامل هر گرم گاز اتین ۵۰ کیلوژول انرژی تولید شود، ارزش سوختی این ماده معادل با ۵۰ کیلوژول بر گرم$(kJ.g^{-۱})$ است. برای محاسبه ارزش سوختی یک ماده از فرمول زیر استفاده می‌کنیم:

$$\text{ارزش سوختی} = \frac{\left|\text{آنتالپی سوختن}\right|}{\text{جرم مولی}}$$

طبق گفته سؤال، اندازه آنتالپی سوختن متان ۱/۲۵ برابر متانول است. از طرفی جرم مولی متان برابر ۱۶ گرم بر مول و جرم مولی متانول برابر ۳۲ گرم بر مول است، بنابراین جرم مولی متان ۰/۵ برابر جرم مولی متانول است. بر این اساس، می‌توان گفت ارزش سوختی متان ۲/۵ برابر$(\frac{۱/۲۵}{۰/۵})$ ارزش سوختی متانول است.

انرژی آزاد شده از سوختن نمونه‌های مختلف از رابطه زیر محاسبه می‌شود:

$$\text{انرژی آزادشده} = \text{ارزش سوختی} \times \text{جرم نمونه}$$

انرژی آزاد شده در سوختن متان و متانول برابر بوده و ارزش سوختی متان ۲/۵ برابر متانول است؛ بنابراین می‌توان گفت جرم نمونه متانول باید ۲/۵ برابر جرم نمونه متان باشد. در پایان جرم نمونه متان را به‌دست می‌آوریم:

$$\frac{\text{جرم متانول}}{\text{جرم متان}} = \frac{۵}{۲} = \frac{۴۸}{\text{جرم متان}} \Rightarrow \text{جرم متان} = ۱۹/۲\ g$$

در رابطه با گاز متان، داریم:

- متان
  - ساده‌ترین آلکان بوده و در ساختار خود یک اتم کربن و چهار اتم هیدروژن دارد.
  - در دمای اتاق به حالت گاز یافت می‌شود.
  - مولکول آن ناقطبی بوده و در میدان الکتریکی جهت‌گیری پیدا نمی‌کنند.
  - هرگاه غلظت آن در هوای معدن به بیش از ۵ درصد برسد، احتمال انفجار وجود دارد.
  - در برخی سلول‌های سوختی به عنوان سوخت مصرف می‌شود.
  - در صنعت پتروشیمی در تولید متانول نقش دارد.

مقایسه ارزش سوختی هیدروکربن‌ها

ارزش سوختی، مقدار انرژی آزادشده حاصل از سوختن ۱ گرم از ماده سوختنی بوده و همواره عددی مثبت است. مقایسه ارزش سوختی ترکیبات آلی هم‌کربن به‌صورت زیر است:

آلکان > آلکن > آلکین > الکل

آنتالپی سوختن نیز معادل آنتالپی واکنشی است که در آن ۱ مول از ماده سوختنی با اکسیژن کافی واکنش داده و به‌صورت کامل بسوزد. توجه داریم که سوختن همواره گرماده بوده و درنتیجه آنتالپی واکنش سوختن آن‌ها عدد منفی است. مقایسه اندازه آنتالپی سوختن ترکیب‌های آلی هم‌کربن به‌صورت زیر است:

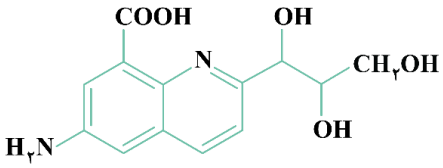
آلکان > آلکن > الکل > آلکین

گروه آموزشی ماز

www.biomaze.ir
۱۴۰۳ - ۱۴۰۴

AzmonVIP

۹۳- با توجه به ساختار داده‌شده، چند مورد از مطالب زیر درست است؟ ($N = ۱۴ , H = ۱ : g.mol^{-۱}$)



الف: شمار جفت الکترون ناپیوندی آن نصف شمار جفت الکترون پیوندی در نفتالن است.

ب: یک ترکیب آلی آروماتیک با گروه‌های عاملی آمینی، الکلی و اسیدی است.

پ: شمار پیوندهای $C - N$ آن برابر با شمار گروه‌های هیدروکسیل است.

ت: نسبت جرم نیتروژن به هیدروژن در آن برابر ۲ است.

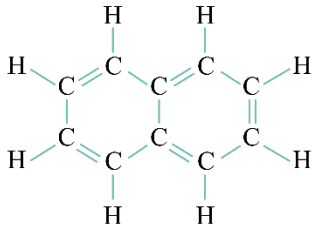
۱) ۱ ۲) ۲ ۳) ۳ ۴) ۴

پاسخ: گزینهٔ ۳ (متوسط ـ مفهومی ـ ۱۱۰۳)

عبارت‌های (الف)، (ب) و (ت) درست هستند.

بررسی موارد:

«الف»: در ترکیب‌های آلی، به ازای هر اتم نیتروژن ۱ جفت الکترون، به ازای هر اتم اکسیژن ۲ جفت الکترون و به ازای هر هالوژن ۳ جفت الکترون ناپیوندی حضور دارد. ترکیب مورد نظر در ساختار خود دارای ۵ اتم اکسیژن و ۲ اتم نیتروژن است، بنابراین شمار جفت الکترون ناپیوندی آن برابر ۱۲ است. از طرفی نفتالن نوعی هیدروکربن آروماتیک با فرمول مولکولی $C_{۱۰}H_{۸}$ است که در ساختار خود ۲۴ جفت الکترون پیوندی دارد. ساختار نفتالن به‌صورت زیر است:



در پایان نسبت خواسته شده را محاسبه می‌کنیم:

$$A = \frac{۱۲}{۲۴} = ۰/۵$$

«ب»: مولکول مورد نظر دارای حلقه کربنی با پیوندهای دوگانه کربن ـ کربن یکی در میان است و بنابراین جزو مواد آروماتیک محسوب می‌شود. این ترکیب دارای ۳ گروه عاملی الکلی، یک گروه عاملی آمینی و ۱ گروه عاملی کربوکسیل(اسیدی) است.

«پ»: ترکیب مورد نظر دارای ۲ پیوند یگانه کربن ـ نیتروژن و همچنین ۳ گروه عاملی هیدروکسیل(الکلی) است.

«ت»: شمارش تعداد کربن‌ها، اکسیژن‌ها و نیتروژن‌ها و هالوژن‌های ترکیبات آلی از روی شکل ساده بوده ولی برای شمارش تعداد هیدروژن از فرمول زیر استفاده می‌کنیم:

$$\text{تعداد اتم هیدروژن} = (\text{تعداد نیتروژن}) + (\text{تعداد هالوژن}) - (۴ \times \text{تعداد پیوند سه‌گانه}) - (۲ \times \text{تعداد پیوند دوگانه}) - (۲ \times \text{تعداد حلقه}) + ۲ - (۲ \times \text{تعداد کربن})$$

در ساختار این ترکیب، ۱۴ اتم هیدروژن وجود دارد، پس می‌توان گفت فرمول مولکولی ترکیب مورد نظر به‌صورت $C_{۱۳}H_{۱۴}O_{۵}N_{۲}$ است.

تعداد جفت الکترون‌های پیوندی و ناپیوندی در مواد آلی

در ترکیب‌های آلی، اتم‌های کربن و هیدروژن از همه الکترون‌های ظرفیتی خود برای تشکیل پیوند استفاده می‌کنند. اتم‌های اکسیژن و عناصر هم‌گروه آن مانند گوگرد، ۶ الکترون ظرفیتی دارند که ۲تای آن‌ها را برای تشکیل پیوند استفاده می‌کنند و ۴ الکترون ظرفیتی دیگر، به‌صورت ۲ جفت الکترون ناپیوندی روی اتم آن‌ها قرار می‌گیرد. اتم‌های نیتروژن و عناصر هم‌گروه آن نیز ۵ الکترون ظرفیتی دارند که ۳تای آن‌ها را برای تشکیل پیوند استفاده می‌کنند و ۲ الکترون ظرفیتی دیگر نیز به‌صورت ۱ جفت الکترون ناپیوندی روی اتم آن‌ها قرار می‌گیرد. هالوژن‌ها نیز ۷ الکترون ظرفیتی دارند که از ۱ الکترون برای تشکیل پیوند استفاده می‌کنند و ۶ الکترون ظرفیتی باقی‌مانده به‌صورت ۳ جفت‌الکترون ناپیوندی روی اتم آن‌ها قرار می‌گیرد. با توجه به نکات گفته شده، برای شمارش جفت الکترون پیوندی(تعداد پیوند) و جفت الکترون‌های ناپیوندی در ترکیب‌های آلی، از فرمول‌های زیر استفاده می‌کنیم:

$$\text{تعداد پیوند} = \frac{(\text{۱× اتم‌های هالوژن})+(\text{۳× اتم‌های نیتروژن})+(\text{۲× اتم‌های اکسیژن})+(\text{۱× اتم‌های هیدروژن})+(\text{۴× اتم‌های کربن})}{۲}$$

$$\text{تعداد جفت‌الکترون ناپیوندی} = (\text{۳ × اتم‌های هالوژن}) + (\text{۱ × اتم‌های گروه ۱۵}) + (\text{۲ × اتم‌های گروه ۱۶})$$

حال نسبت جرم نیتروژن به هیدروژن را در این ترکیب آلی محاسبه می‌کنیم:

$$\frac{\text{جرم نیتروژن}}{\text{جرم هیدروژن}} = \frac{\text{شمار نیتروژن} \times \text{جرم مولی نیتروژن}}{\text{شمار هیدروژن} \times \text{جرم مولی هیدروژن}} = \frac{۱۴ \times ۲}{۱ \times ۱۴} = ۲$$

۹۴- کدام مورد، درست است؟

۱) ویتامین C دارای گروه‌های عاملی الکلی و کربوکسیل است.

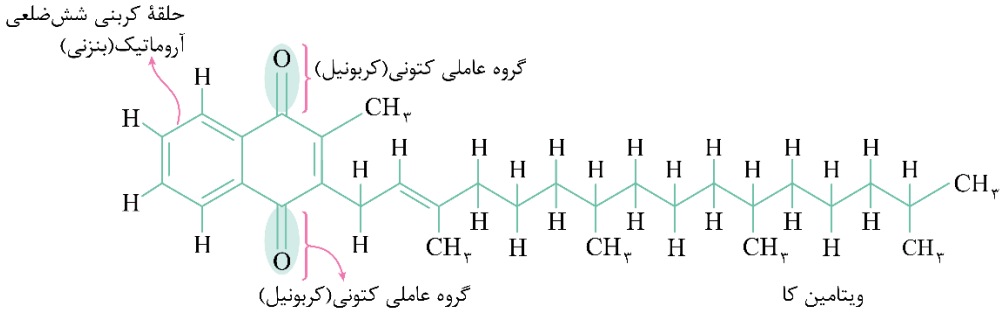
۲) ویتامین K آروماتیک بوده و در ساختار خود دو گروه عاملی کتونی دارد.

۳) ساده‌ترین ترکیب آمیدی، از واکنش متیل آمین و متانوئیک اسید حاصل می‌شود.

۴) از همه الکل‌هایی که به هر نسبت در آب حل می‌شوند، می‌توان در ساخت پلی‌استرها استفاده کرد.

پاسخ: گزینهٔ ۲ (آسان ـ حفظی ـ ۱۱۰۳)

تصویر زیر ساختار ویتامین K را نمایش می‌دهد:

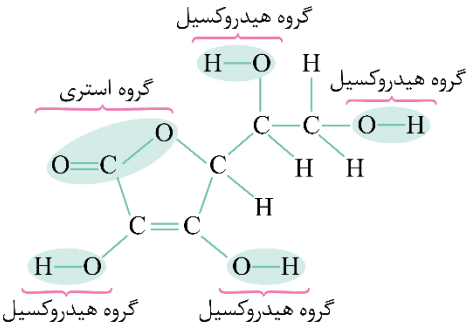


همان‌طور که مشخص است، در ساختار این ترکیب دو گروه عاملی کتونی و همچنین یک حلقه ۶ کربنه با پیوندهای دوگانه یکی در میان(حلقه آروماتیک) حضور دارد. چون قسمت عمده‌ی مولکول‌های این ترکیب از بخش هیدروکربنی و ناقطبی تشکیل شده است، این بخش‌ها بر بخش‌های قطبی غلبه کرده و ذرات ویتامین (کا) در مجموع ناقطبی محسوب می‌شوند و در حلال‌های ناقطبی مثل چربی محلول هستند. اطلاعات مهم از ویتامین‌های مطرح شده در کتاب درسی به شرح جدول زیر هستند:

ویتامین	ث	آ	دی	کا
گروه عاملی	استری × ۱ + هیدروکسیل × ۴	هیدروکسیل × ۱	هیدروکسیل × ۱	کتونی × ۲
فرمول مولکولی	$C_6H_8O_6$	$C_{20}H_{30}O$	$C_{28}H_{44}O$	$C_{31}H_{46}O_2$
نوع انحلال‌پذیری	محلول در آب	محلول در چربی	محلول در چربی	محلول در چربی

بررسی سایر گزینه‌ها:

۱ تصویر زیر ساختار ویتامین C را نمایش می‌دهد:

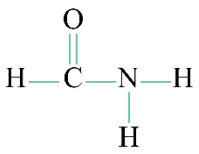


همان‌طور که مشخص است، در ساختار این ترکیب ۴ گروه عامل الکلی و ۱ گروه عاملی استری حضور دارد.

۳ ساده‌ترین آمید از واکنش آمونیاک و متانوئیک اسید حاصل می‌شود. توجه داریم که آمونیاک، آمین به حساب نیامده و ساده‌ترین آمین معادل متیل آمین است. معادله واکنش انجام‌شده به‌صورت زیر است:

$$NH_3 + CH_2O_2 \longrightarrow CH_3NO + H_2O$$

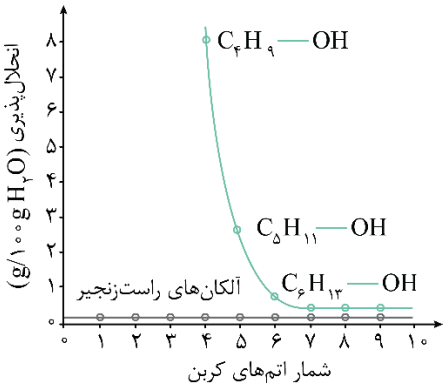
ساختار این ترکیب آمیدی به‌صورت زیر است:



www.biomaze.ir ۱۴۰۳ - ۱۴۰۴

AzmonVIP

۴ متانول، اتانول و پروپانول الکل‌های تک‌عاملی هستند که به هر نسبتی در آب حل می‌شوند؛ درحالی‌که برای تولید پلی‌استرها به دی‌الکل‌ها و دی‌اسیدها نیاز داریم. توجه داریم که با افزایش تعداد اتم‌های کربن در الکل‌ها، انحلال‌پذیری آن‌ها در آب کاهش پیدا می‌کند. نمودار زیر مقایسه انحلال‌پذیری الکل‌ها و آلکان‌ها را نمایش می‌دهد:



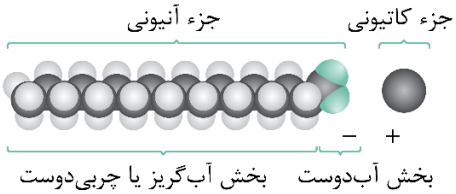
گروه آموزشی ماز

۹۵- در نوعی صابون جامد که در ساختار خود دارای ۳ پیوند دوگانه است، تفاوت شمار پیوندهای $H-C$ و $C-C$ برابر ۱۳ است. جرم مولی اسید چرب سازنده این صابون کدام است؟ ($H=1:g.mol^{-1}$ ، $C=12$ ، $O=16$ ، $Na=23$)

۱) ۲۱۲ ۲) ۲۷۰ ۳) ۲۵۲ ۴) ۲۳۸

پاسخ: گزینهٔ ۴ (متوسط ـ مسئله ـ ۱۲۰۱)

در صورت سیرشده بودن زنجیر هیدروکربنی در صابون‌ها، فرمول مولکولی آن‌ها به‌صورت $C_nH_{2n-1}O_2Na$ است. توجه داریم که در یک صابون با زنجیر هیدروکربنی سیرشده نیز یک پیوند دوگانه $C=O$ حضور دارد. ساختار چنین صابونی، به‌صورت زیر است:



طبق اطلاعات صورت سؤال، صابون مورد نظر در ساختار خود ۳ پیوند دوگانه دارد؛ بنابراین می‌توان برداشت کرد که در زنجیر هیدروکربنی این صابون، ۲ پیوند $C=C$ حضور دارد. به ازای هر پیوند دوگانه، ۲ اتم هیدروژن از فرمول شیمیایی کلی صابون کم می‌شود. بر این اساس، می‌توان گفت فرمول مولکولی صابون مورد نظر به‌صورت $C_nH_{2n-5}O_2Na$ خواهد بود.

توجه داریم که در ساختار صابون‌ها، همه اتم‌های هیدروژن با پیوند یگانه به اتم‌های کربن متصل شده‌اند؛ بنابراین شمار پیوندهای $C-H$ برابر با شمار اتم‌های هیدروژن یعنی $2n-5$ است. از طرفی اگر در یک صابون n کربنی در زنجیر هیدروکربنی، پیوند دوگانه حضور نداشته باشد، $n-1$ پیوند $C-C$ خواهیم داشت. حال که در این صابون ۲ پیوند دوگانه کربن-کربن حضور دارد، شمار پیوندهای $C-C$ برابر با $n-3$ خواهد بود. حال طبق اطلاعات به‌دست آمده، n را محاسبه می‌کنیم:

$$\text{تعداد پیوندهای یگانه بین اتم‌های کربن} - \text{تعداد اتم هیدروژن} = (2n-5)-(n-3)=13 \Rightarrow n=15$$

بنابراین فرمول صابون به‌صورت $C_{15}H_{25}O_2Na$ است. این صابون را می‌توان از طریق معادله زیر تولید کرد:

$$C_{15}H_{26}O_2 + NaOH \longrightarrow C_{15}H_{25}O_2Na + H_2O$$

اسید چرب سازنده این صابون $C_{15}H_{26}O_2$ با جرم مولی ۲۳۸ گرم بر مول است.

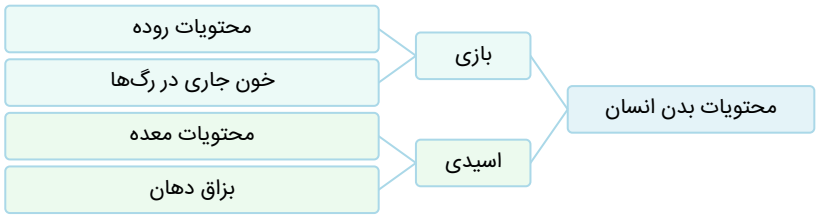
گروه آموزشی ماز

۹۶- کدام مورد درست است؟

۱) طبق اصل آرنیوس، محلول حاوی هیدروکلریک اسید، رسانایی بیشتری نسبت به محلول هیدروفلوئوریک اسید دارد.
۲) ترکیبی که به‌صورت یونی در آب حل می‌شود، به یقین نسبت به آب نقطه جوش بالاتری دارد.
۳) بعد از ایجاد تعادل در محلول حاوی اتانوئیک اسید، فرایند یونش اسید متوقف می‌شود.
۴) در بدن انسان، یک نمونه خون همانند محتویات روده، خاصیت بازی دارد.

پاسخ: گزینهٔ ۴ (متوسط ـ مفهومی و حفظی ـ ۱۲۰۱)

محتویات موجود در هر عضو از بدن انسان، براساس وظیفه و کارکرد آن عضو، pH خاصی دارند. تصویر خاصیت اسیدی و یا بازی محتویات بدن انسان را نمایش می‌دهد:



همان‌طور که مشخص است، بزاق و محتویات معده خاصیت اسیدی و خون و محتویات روده انسان خاصیت بازی دارند.

بررسی سایر گزینه‌ها:

۱ مدل آرنیوس می‌تواند اسیدی یا بازی بودن محلول را تعیین کند، اما نمی‌تواند مشخص کند کدام محلول، اسیدی‌تر و کدام محلول، بازی‌تر است. پس می‌توان از آن برای تشخیص محلول حاوی هیدروکلریک اسید و محلول حاوی هیدروفلوئوریک اسید استفاده کرد.

مدل آرنیوس

شواهد علمی نشان می‌دهند که پیش از شناخته‌شدن ساختار اسیدها و بازها، شیمی‌دان‌ها با ویژگی‌های هر کدام از این مواد و برخی(نه همه!) از واکنش‌های میان این گروه از مواد آشنا بودند؛ اما توجیه رفتار اسیدها و بازها در شرایط مختلف، به یک مبنای علمی نیاز داشت. آرنیوس در زمان خود طی پژوهش‌هایی که بر روی رسانایی الکتریکی محلول‌های آبی انجام می‌داد، برای نخستین بار اسیدها و بازها را بر یک مبنای علمی توصیف کرد. براساس یافته‌های تجربی آرنیوس، هنگامی که اسیدها و بازها در آب حل می‌شوند، مقدار یون‌های موجود در آب را افزایش می‌دهند و به همین خاطر، محلول اسیدها و بازها رسانای جریان الکتریکی هستند. با توجه به توضیحات بالا، پیش از آرنیوس نیز برخی از واکنش‌های بین اسیدها و بازها شناخته شده بود.

۲ دو دسته از مواد به‌صورت یونی در آب حل می‌شوند. اول، ترکیبات یونی مثل لیتیم اکسید و پتاسیم فلوئورید و دوم، ترکیبات مولکولی که با آب واکنش می‌دهند، مثل آمونیاک و هیدروژن فلوئورید هستند. نقطه جوش ترکیبات یونی بیشتر از آب بوده ولی نقطه جوش اغلب ترکیبات مولکولی از جمله آمونیاک از آب کم‌تر است. در این رابطه، داریم:

۳ در فرایند حل شدن اسیدهای ضعیف در آب که مثالی از واکنش‌های تعادلی هستند، بعد از ایجاد تعادل، سرعت واکنش رفت و برگشت برابر می‌شود. در واقع سرعت تولید هر ماده با سرعت مصرف آن برابر خواهد شد، گویی واکنش متوقف شده است ولی واکنش در سطح میکروسکوپی هنوز ادامه دارد و مواد در حال تبدیل شدن به یکدیگر هستند.

گروه آموزشی ماز

۹۷- کدام مورد زیر، درست است؟

۱) در شیر ترش‌شده، مقدار نسبت $\frac{[OH^-]}{[H^+]}$ بزرگ‌تر از ۱ است.
۲) ثابت یونش ساده‌ترین اسید آلی، کوچک‌تر از اتانوئیک اسید است.
۳) گل ادریسی در خاک حاوی هیدروفلوئوریک اسید، به رنگ قرمز شکوفا می‌شود.
۴) در محلول آبی حاوی NH_3، غلظت مولکول‌های آمونیاک بیشتر از غلظت یون هیدروکسید است.

AzmonVIP
www.biomaze.ir
۱۴۰۳ - ۱۴۰۴

پاسخ: گزینهٔ ۴ (متوسط ـ مفهومی ـ ۱۲۰۱)

آمونیاک از جمله بازهای ضعیف است، به‌طوری‌که در محلول آن افزون بر مقدار کمی از یون‌های آب پوشیده، شمار بسیاری از مولکول‌های آمونیاک یونیده‌نشده نیز یافت می‌شود. در رابطه با آمونیاک، داریم:

آمونیاک
- در فرایند هابر در دمای ۴۵۰ درجه سانتی گراد و فشار ۲۰۰ اتمسفر تولید می‌شود.
- می‌تواند با مولکول‌های خود و همچنین مولکول‌های آب پیوند هیدروژنی برقرار کند.
- مولکول آن قطبی بوده و در میدان الکتریکی جهت‌گیری پیدا می‌کند.
- با مولکول‌های آب واکنش داده و یون هیدروکسید به همراه یون آمونیوم تولید می‌کند.
- نقطه جوش آن ۳۳- درجه سانتی گراد است.
- واکنش تولید آن دو مرحله ای، گرماده و تعادلی است.
- از پاک کننده‌های خورنده بوده و در تولید محلول شیشه پاک‌کن کاربرد دارد.

بررسی سایر گزینه‌ها:

۱ شیر ترش شده خاصیت اسیدی داشته و pH آن کمتر از ۷ است. در محلول‌های اسیدی غلظت یون هیدرونیوم نسبت به یون هیدروکسید بالاتر بوده و بنابراین، مقدار نسبت $\frac{[OH^-]}{[H^+]}$ کوچک‌تر از ۱ است.

۲ ثابت یونش معیاری است که با استفاده از آن می‌توان قدرت اسیدها و بازهای مختلف را با یکدیگر مقایسه کرد. در دما و غلظت معین، هرچه ثابت یونش اسیدی بزرگ‌تر باشد، قدرت آن بیشتر بوده و غلظت یون هیدرونیوم در محلول حاوی آن بیشتر خواهد بود. متانوئیک اسید(فورمیک اسید) ساده‌ترین اسید آلی بوده و نسبت به اتانوئیک اسید(استیک اسید) که یکی از پرکاربردترین اسیدهای آلی است، ثابت یونش بزرگ‌تری دارد.

کربوکسیلیک اسیدها

کربوکسیلیک اسیدها دسته‌ای از مواد آلی هستند که در ساختار خود گروه کربوکسیل($-COOH$) دارند. این ترکیب‌ها مزه ترش دارند، به‌طوری‌که مزه ترش میوه‌های مثل انگور، لیمو ترش، کیوی، گوجه سبز و ... ناشی از وجود چنین مولکول‌هایی در آن‌ها است. متانوئیک اسید با فرمول مولکولی $HCOOH$ اولین عضو خانواده کربوکسیلیک اسیدها است که از گزش مورچه سرخ وارد بدن شده و باعث سوزش و خارج در محل گزیدگی می‌شود. اتانوئیک اسید(استیک اسید) نیز یک اسید دو کربنی است که یکی از پرکاربردترین اسیدها در زندگی روزمره است.

۳ گل ادریسی در محلول‌های اسیدی به رنگ آبی و در محلول‌های بازی به رنگ قرمز شکوفا می‌شود. هیدروفلوئوریک اسید، یکی از اسیدهای ضعیف بوده که در محلول حاوی آن، علاوه بر مقداری یون هیدرونیوم و فلوئورید آبپوشیده، مقدار زیادی مولکول HF به‌صورت یونش نیافته نیز حضور دارد. در رابطه با این گل‌ها، به نمودار زیر توجه کنید:

خاک	خاصیت خاک	رنگ کاغذ پی‌اچ	رنگ گل ادریسی
	اسیدی	قرمز	آبی
	بازی	آبی	قرمز

گروه آموزشی ماز

۹۸- اگر در دمای اتاق، با حل کردن ۶۴ گرم از اسید HA در ۱۶۰۰ میلی‌لیتر آب مقطر، pH محلول ۵/۳ واحد کاهش پیدا کند، درجه یونش اسید حل شده کدام است؟ ($HA = ۸۰ : g.mol^{-1}$)

۱) ۰/۱ ۲) ۰/۰۵ ۳) ۰/۰۴ ۴) ۰/۰۲

پاسخ: گزینهٔ ۳ (آسان ـ مسئله ـ ۱۲۰۱)

برای حل سؤال ابتدا شمار مول اسید حل‌شده را محاسبه می‌کنیم:

$$\text{شمار مول} = \frac{\text{جرم}}{\text{جرم مولی}} = \frac{۶۴}{۸۰} = ۰/۸\ mol$$

در مرحله بعد با توجه به حجم محلول، غلظت اسید حل شده را به‌دست می‌آوریم:

$$\text{غلظت (مولار)} = \frac{\text{شمار مول}}{\text{حجم محلول}} = \frac{۰/۸\ mol}{۱/۶\ L} = ۰/۵\ mol.L^{-۱}$$

AzmonVIP
www.biomaze.ir
۱۴۰۳ - ۱۴۰۴

آب مقطر نوعی محلول خنثی بوده و pH آن در دمای اتاق برابر ۷ است. با ۵/۳ واحد کاهش یک نمونه از آب مقطر، مقدار pH نهایتاً به ۱/۷ خواهد رسید. حال غلظت یون هیدرونیوم محلول حاصل را حساب می‌کنیم:

$$pH = -\log[H^+] \Longrightarrow ۱/۷ = -\log[H^+] \Longrightarrow [H^+] = ۱۰^{-۱/۷} = ۱۰^{۰/۳} \times ۱۰^{-۲} = ۲ \times ۱۰^{-۲}\ mol.L^{-۱}$$

در پایان با توجه به غلظت اولیه اسید و غلظت یون هیدرونیوم تولیدشده، درجه یونش اسید را به‌دست می‌آوریم:

$$\text{درجه یونش} = \frac{\text{غلظت اسید یونش‌یافته}}{\text{غلظت اسید اولیه}} = \frac{۰/۰۲}{۰/۵} = ۰/۰۴$$

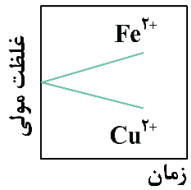
در رابطه با فرایند یونش، داریم:

یونش

- به فرایندی که در آن یک ترکیب مولکولی در آب به یون‌های مثبت و منفی تبدیل می‌شود، یونش می‌گویند.
- برای بیان میزان یونش اسیدها، از کمیتی به نام درجه یونش استفاده می‌شود.
- اسیدهایی قوی هستند که می‌توان یونش آن‌ها را در آب کامل در نظر گرفت.
- اسیدهای ضعیف به میزان جزئی در آب یونیده می‌شوند.

گروه آموزشی ماز

۹۹- درباره سلول گالوانی آهن-مس، کدام موارد از عبارت‌های زیر درست است؟ ($Fe = ۵۶ : g.mol^{-۱}$ و $Cu = ۶۴$)



الف: با کارکرد سلول، روند تغییر غلظت کاتیون‌ها به‌صورت نمودار مقابل است.

ب: با مبادله ۳ مول الکترون، جرم آند به اندازه ۱۶۸ گرم کاهش پیدا می‌کند.

پ: با حذف کردن دیواره متخلخل، نیم‌واکنش در قطب مثبت سلول متوقف خواهد شد.

ت: پس از افزودن مقداری آهن(II) نیترات به نیم‌سلول آندی، ولتاژ حاصل از سلول تغییر نمی‌کند.

۱) «الف» و «پ» ۲) «پ» و «ت» ۳) «ب» و «پ» ۴) «ب» و «ت»

پاسخ: گزینهٔ ۱ (متوسط ـ مفهومی ـ ۱۴۰۲)

عبارت‌های (الف) و (پ) درست هستند.

بررسی موارد:

«الف»: آهن نسبت به مس خاصیت فلزی بیشتر و E° پایین‌تری دارد، بنابراین در سلول گالوانی آهن-مس، تیغه آهن در نقش آند و تیغه مس در نقش کاتد ظاهر خواهد شد. هر اتم آهن در نیم‌سلول آندی با از دست دادن ۲ الکترون به یون $Fe^{۲+}$ تبدیل شده و در سمت کاتدی هر یون مس(II) با گرفتن این دو الکترون به اتم مس تبدیل می‌شود. پس می‌توان گفت با انجام واکنش، غلظت یون $Fe^{۲+}$ افزایش یافته و غلظت یون $Cu^{۲+}$ کاهش پیدا می‌کند. همچنین شیب افزایش غلظت یون $Fe^{۲+}$ برابر با شیب کاهش غلظت یون $Cu^{۲+}$ خواهد بود. در رابطه با سلول‌های گالوانی، داریم:

سلول گالوانی

- اگر به‌جای داد و ستد مستقیم الکترون، آن را از طریق یک مدار بیرونی هدایت کنیم، می‌توانیم بخشی از انرژی آزاد شده را استفاده کنیم.
- سلول گالوانی برای استفاده از انرژی واکنش‌های اکسایش-کاهش کاربرد دارد.
- این سلول شاملِ دو نیم‌سلولِ آند و کاتد و یک دیواره متخلخل است.
- دیواره متخلخل با کمک به عبور یون‌ها، باعث خنثی ماندن نیم‌سلول می‌شود.

«ب»: معادله موازنه شده واکنش انجام شده به‌صورت زیر است:

$$Fe(s) + Cu^{۲+}(aq) \longrightarrow Fe^{۲+}(aq) + Cu(s)$$

به ازای هر بار انجام این واکنش ۲ الکترون مبادله می‌شود. حال مقدار آهن مصرف شده را محاسبه می‌کنیم:

$$?\,g\ Fe = ۳\ mol\ e \times \frac{۱\ mol\ Fe}{۲\ mol\ e} \times \frac{۵۶\ g\ Fe}{۱\ mol\ Fe} = ۸۴\ g$$

«پ»: با حذف کردن دیواره متخلخل، دو محلول با یکدیگر مخلوط شده و یون‌های $Cu^{۲+}$ مستقیماً در دسترس تیغه آهنی قرار می‌گیرند. در این شرایط اتم‌های آهن الکترون خود را مستقیماً با یون‌های $Cu^{۲+}$ مبادله کرده و الکترونی را وارد مدار خارجی نمی‌کنند. با توقف ورود الکترون به نیم‌سلول کاتدی، نیم‌واکنش کاهش در سطح تیغه مسی متوقف می‌شود.

۱۴۰۳ - ۱۴۰۴
www.biomaze.ir

آند و کاتد سلول گالوانی

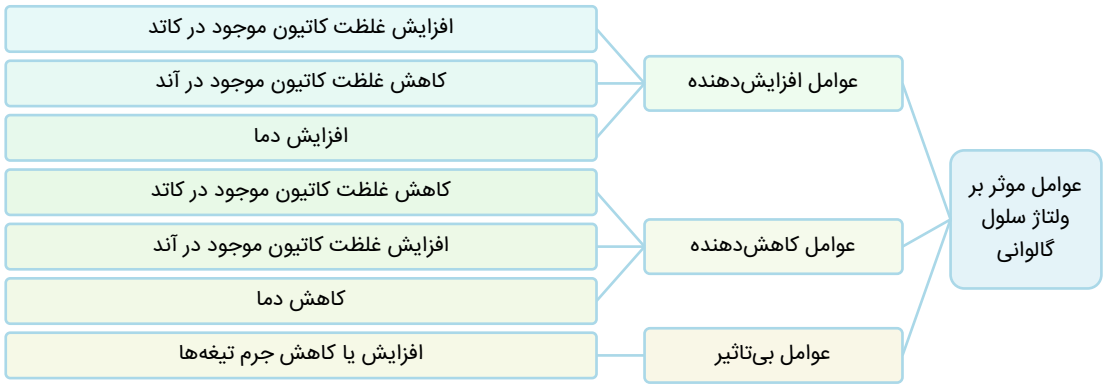
در یک سلول گالوانی، به مرور زمان فلز به‌کاررفته در آند اکسایش پیدا کرده و کاتیون‌های حاصل از این فرایند، وارد الکترولیت آندی می‌شوند. با ادامه این فرایند، کاتیون‌ها در الکترولیت آندی تجمع پیدا کرده و این محلول بار مثبت پیدا می‌کند. به طریق مشابه، با انجام شدن نیم‌واکنش کاهش در سمت کاتد، تعداد آنیون‌های موجود در محلول آندی بیشتر از تعداد کاتیون‌های موجود در آن شده و این محلول بار منفی پیدا می‌کند. با ادامه‌ی این فرایند و تجمع بار الکتریکی در نیم‌سلول‌ها، جریان الکتریکی در مدار خارجی متوقف می‌شود. دیواره متخلخل به کاتیون‌های موجود در الکترولیت آندی اجازه می‌دهد به سمت الکترولیت کاتدی مهاجرت کنند و به آنیون‌های موجود در الکترولیت کاتدی نیز اجازه می‌دهد به سمت الکترولیت آندی مهاجرت کنند. به این ترتیب، دیواره متخلخل با به جریان انداختن گونه‌های باردار میان محلول‌های موجود در هر نیم‌سلول، سبب خنثی‌کردن بار الکتریکی آن‌ها شده و از تجمع بار الکتریکی در این نیم‌سلول‌ها جلوگیری می‌کند.

«ت»: نیروی الکتروموتوری(emf) در یک سلول گالوانی، حداکثر اختلاف پتانسیلی است که یک سلول می‌تواند به وجود بیاورد. مقدار این اختلاف پتانسیل را با E° نیز نشان می‌دهند. برای پیداکردن مقدار emf یک سلول گالوانی، از روش‌های زیر می‌توان کمک گرفت:

✓ نیم‌سلول‌های سازندهٔ سلول را به یکدیگر متصل کرده و مقدار emf را به کمک ولت‌سنج اندازه‌گیری می‌کنیم.

✓ ابتدا آند و کاتد سلول گالوانی موردنظر را پیدا کرده و پس از آن E° آند را از E° کاتد کم می‌کنیم.

با ایجاد تغییر در برخی از اجزای سلول‌های گالوانی، می‌توان مقدار ولتاژ خروجی از این سلول‌ها را تغییر داد. نمودار زیر عوامل مؤثر بر ولتاژ سلول گالوانی را نمایش می‌دهد:



گروه آموزشی ماز

۱۰۰- پس از موازنه واکنش زیر، نسبت مجموع ضرایب استوکیومتری فراورده‌ها به ضریب استوکیومتری گونه اکسنده کدام است؟

$$Fe^{2+}(aq) + H_2O_2(aq) + H^+(aq) \longrightarrow Fe^{3+}(aq) + H_2O(l)$$

۱) ۵ ۲) ۴ ۳) ۲/۵ ۴) ۳

پاسخ: گزینهٔ ۲ (آسان ـ مسئله ـ ۱۲۰۲)

معادله واکنش انجام شده به‌صورت زیر است:

$$Fe^{2+}(aq) + H_2O_2(aq) + H^+(aq) \longrightarrow Fe^{3+}(aq) + H_2O(l)$$

برای موازنه این معادله، ابتدا به پیچیده‌ترین ماده یعنی آب اکسیژنه(H_2O_2) ضریب یک می‌دهیم. سپس آب(H_2O) برای موازنه اتم اکسیژن ضریب ۲ می‌گیرد. در ادامه یون هیدروژن(H^+) برای موازنه هیدروژن ضریب ۲ می‌گیرد. تا به اینجای کار داریم:

$$?\,Fe^{2+}(aq) + 1H_2O_2(aq) + 2H^+(aq) \longrightarrow ?\,Fe^{3+}(aq) + 2H_2O(l)$$

در ادامه مجبور به استفاده از ضریب مجهول هستیم. ابتدا به Fe^{2+} ضریب مجهول a را نسبت می‌دهیم. سپس برای موازنه شدن آهن، یون Fe^{3+} نیز ضریب a می‌گیرد. در پایان با برابر قرار دادن بار الکتریکی دو سمت، ضریب مجهول را پیدا می‌کنیم:

$$2a + 2 = 3a \Longrightarrow a = 2$$

با توجه به محاسبات انجام شده، معادله موازنه شده واکنش انجام شده به‌صورت زیر است:

$$2Fe^{2+}(aq) + 1H_2O_2(aq) + 2H^+(aq) \longrightarrow 2Fe^{3+}(aq) + 2H_2O(l)$$

عدد اکسایش اتم‌های اکسیژن موجود در آب اکسیژنه برابر با ۱- است، در حالی‌که در سمت فراورده‌ها، عدد اکسایش همه اتم‌های اکسیژن برابر ۲- است؛ بنابراین می‌توان گفت آب اکسیژنه گونه اکسنده این واکنش محسوب می‌شود. در پایان نسبت خواسته شده را محاسبه می‌کنیم:

$$A = \frac{4}{1} = 4$$

گروه آموزشی ماز

۱۰۱- کدام مورد جمله مقابل را به نادرستی تکمیل می‌کند؟ «مولکول ..... برخلاف مولکول کربن دی‌اکسید، ..... .»

۱) کربونیل سولفید ـ در میدان الکتریکی جهت‌گیری پیدا می‌کند.
۲) نیتروژن مونوکسید ـ با مولکول‌های آب وارد واکنش نمی‌شود.
۳) اتان ـ دارای ۷ جفت الکترون پیوندی در ساختار خود است.
۴) گوگرد تری‌اکسید ـ دارای اتم مرکزی با بار جزئی منفی است.

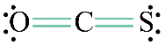
پاسخ: گزینهٔ ۴ (آسان ـ مفهومی ـ ۱۲۰۳)

ساختار لوویس گونه‌های گوگرد تری‌اکسید و کربن دی‌اکسید به‌صورت زیر است:

اتم کربن و اکسیژن، هر دو در تناوب دوم جدول دوره‌ای قرار گرفته‌اند. در طول یک تناوب از چپ به راست، خاصیت نافلزی عناصر افزایش پیدا می‌کند؛ بنابراین خاصیت نافلزی کربن از اکسیژن کمتر بوده و این عنصر در یک مولکول کربن دی‌اکسید بار جزئی مثبت خواهد داشت. از طرفی اکسیژن و گوگرد هر دو در گروه ۱۶ جدول تناوبی قرار گرفته‌اند. در یک گروه از جدول با افزایش عدد اتمی، شعاع اتمی افزایش پیدا کرده و خاصیت نافلزی کاهش پیدا می‌کند؛ بنابراین خاصیت نافلزی گوگرد از اکسیژن کمتر بوده و این عنصر در یک مولکول گوگرد تری‌اکسید، بار جزئی مثبت خواهد داشت.

بررسی سایر گزینه‌ها:

۱) ساختار لوویس کربونیل سولفید به‌صورت زیر است:



در ساختار کربونیل سولفید برخلاف کربن دی‌اکسید، اتم‌های اطراف اتم مرکزی متفاوت هستند؛ بنابراین این گونه برخلاف کربن دی‌اکسید قطبی بوده و در میدان الکتریکی جهت‌گیری پیدا خواهد کرد.

۲) نیتروژن مونوکسید همانند گازهای نیتروژن و اکسیژن در آب به‌صورت مولکولی حل شده و با آن واکنش نمی‌دهد. از طرفی کربن دی‌اکسید برخلاف این گازها با مولکول‌های آب واکنش داده و به همین دلیل با وجود ناقطبی بودن، انحلال‌پذیری آن از گاز نیتروژن مونوکسید بیشتر است. معادله واکنش گاز کربن دی‌اکسید با آب به‌صورت زیر است:

$$CO_2(g) + H_2O(l) \rightleftharpoons H^+(aq) + HCO_3^-(aq)$$

این واکنش از جمله واکنش‌های تعادلی بوده و تنها قسمتی از واکنش‌دهنده‌ها به فراورده تبدیل می‌شود. همچنین پس از ایجاد تعادل، سرعت واکنش‌های رفت و برگشت برابر شده و غلظت همه مواد ثابت خواهد شد.

۳) اتان دومین آلکان با فرمول مولکولی C_2H_6 بوده و در ساختار خود ۷ پیوند اشتراکی دارد. برای محاسبه شمار پیوندهای اشتراکی در آلکان‌ها با n اتم کربن می‌توان از رابطه $3n + 1$ بهره برد. از طرفی در هر مولکول کربن دی‌اکسید ۴ پیوند اشتراکی حضور دارد. توجه داریم که در شمارش پیوندها، هر پیوند دوگانه معادل با ۲ پیوند و هر پیوند سه‌گانه نیز معادل با ۳ پیوند لحاظ می‌شود.

گروه آموزشی ماز

۱۰۲- محلول ۰/۵ مولار حاوی نمک VCl_5 در اختیار داریم. با اضافه کردن ۲۶۰ گرم پودر فلز روی به این محلول، واکنش موازنه نشده زیر به‌صورت کامل انجام می‌شود. رنگ محلول حاصل کدام است؟(حجم محلول ۸ لیتر است. $Zn = 65 : g.mol^{-1}$)

$$VCl_5(aq) + Zn(s) \longrightarrow ZnCl_2(aq) + VCl_n(aq)$$

۱) سبز ۲) بنفش ۳) زرد ۴) آبی

پاسخ: گزینهٔ ۱ (متوسط ـ مسئله ـ ۱۲۰۳)

اغلب فلزهای واسطه با اعداد اکسایش مختلفی در ترکیب‌های گوناگون ظاهر می‌شوند و یون‌های حاصل از این عناصر نیز اغلب رنگی هستند. وانادیم یکی از عناصر دسته d از تناوب چهارم است که می‌تواند یون‌هایی با رنگ متفاوت را ایجاد کند. معادله موازنه شده واکنش انجام شده به‌صورت زیر است:

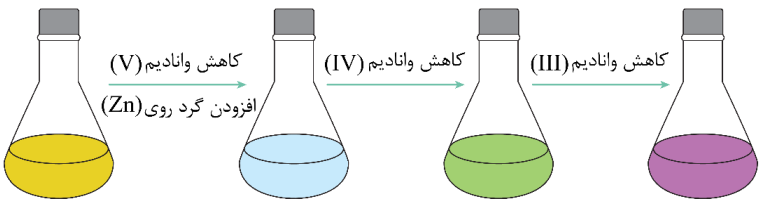
$$VCl_5(aq) + \left(\frac{5-n}{2}\right) Zn(s) \longrightarrow \left(\frac{5-n}{2}\right) ZnCl_2(aq) + VCl_n(aq)$$

حال براساس جرم روی مصرف شده، مقدار n را محاسبه می‌کنیم:

$$260\ g\ Zn = 8\ L\ \text{محلول} \times \frac{0/5\ mol\ VCl_5}{1\ L\ \text{محلول}} \times \frac{\frac{5-n}{2}\ mol\ Zn}{1\ mol\ VCl_5} \times \frac{65\ g\ Zn}{1\ mol\ Zn}$$

$$\Longrightarrow 260 = 650 - 130n \Longrightarrow n = 3$$

با توجه به محاسبات انجام شده، محلول حاصل حاوی VCl_3 است. محلول حاوی VCl_3، سبز رنگ است. تصویر زیر مراحل واکنش گرد روی با محلول حاوی یون وانادیم(V) را نمایش می‌دهد:



www.biomaze.ir
۱۴۰۳ - ۱۴۰۴

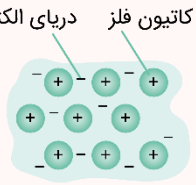
AzmonVIP

محلولی از نمک وانادیم	محلولی از نمک وانادیم	محلولی از نمک وانادیم	محلولی از نمک وانادیم	محلول
بنفش	سبز	آبی	زرد	رنگ محلول
$[_{18}Ar]3d^3$	$[_{18}Ar]3d^2$	وانادیم در این محلول به شکل یون چند اتمی است.	وانادیم در این محلول به شکل یون چند اتمی است.	آرایش الکترونی وانادیم

رنگ این محلول‌ها را می‌توان با اسم رمز «بساز» به خاطر سپرد که حروف آن به ترتیب نماد رنگ‌های بنفش، سبز، آبی و زرد هستند.

مدل دریای الکترونی

تصویر زیر، یک الگوی ساده از شبکه بلوری فلزها را نشان می‌دهد که برای توجیه برخی از رفتارهای فیزیکی این عناصر ارائه شده و به مدل دریای الکترونی معروف است:



رفتارهای فیزیکی فلزها شامل درخشندگی(داشتن جلا)، رسانایی الکتریکی، رسانایی گرمایی و شکل‌پذیری(چکش‌خواری) آن‌ها می‌شود. همان‌طور که گفتیم، این رفتارها با استفاده از مدل دریای الکترونی توجیه می‌شوند. در نقطه مقابل، رفتارهای شیمیایی فلزها شامل واکنش‌پذیری و تنوع عدد اکسایش اتم‌های این عناصر می‌شود. همان‌طور که می‌دانیم، رفتارهای شیمیایی مختلف فلزها به میزان توانایی اتم آن‌ها به از دست دادن الکترون وابسته بوده و با استفاده از مدل دریای الکترونی توجیه نمی‌شود.

گروه آموزشی ماز

۱۰۳- تعادل گازی $2SO_2(g) + O_2(g) \rightleftharpoons 2SO_3(g)\ ,\ \Delta H < 0$، در ظرفی ۵ لیتری با پیستون روان در دمای معین برقرار است. کدام موارد از مطالب زیر درباره این تعادل درست است؟

الف: با اضافه کردن مقداری از اکسید قطبیِ گوگرد به نمونه، غلظت گاز اکسیژن نسبت به تعادل اولیه کاهش پیدا می‌کند.

ب: با افزایش دمای ظرف، ثابت تعادل واکنش همانند غلظت واکنش‌دهنده‌ها کاهش پیدا می‌کند.

پ: با قرار دادن وزنه‌ای به جرم ۲ کیلوگرم روی پیستون، واکنش به سمت رفت پیش خواهد رفت.

ت: با دو برابر کردن هم‌زمان غلظت هر دو اکسید گوگرد، تعادل به سمت برگشت پیش خواهد رفت.

۱) «الف» و «پ» ۲) «ب» و «پ» ۳) «ب» و «ت» ۴) «الف» و «ت»

پاسخ: گزینهٔ ۱ (متوسط ـ مفهومی ـ ۱۲۰۴)

معادله موازنه شده واکنش انجام شده به‌صورت زیر است:

$$2SO_2(g) + O_2(g) \rightleftharpoons 2SO_3(g) \quad \Delta H < 0$$

همان‌طور که مشخص است، این تعادل گرماده بوده و با مصرف واکنش‌دهنده‌ها و تولید فراورده‌ها مقداری انرژی آزاد می‌کند. نمودار زیر واکنش‌های گرماگیر و گرماده را مقایسه می‌کند:

در رابطه با تعادل مورد نظر، عبارت‌های (الف) و (پ) درست هستند.

بررسی موارد:

«الف»: فرمول ساختاری اکسیدهای گوگرد به‌صورت زیر است:

در گوگرد دی‌اکسید همانند گوگرد تری‌اکسید، اتم‌های اطراف اتم مرکزی یکسان هستند، اما در گوگرد دی‌اکسید برخلاف گوگرد تری‌اکسید، اتم مرکزی دارای الکترون ناپیوندی است و بنابراین این ماده برخلاف گوگرد تری‌اکسید قطبی بوده و در میدان الکتریکی جهت‌گیری پیدا می‌کند.

AzmonVIP
www.biomaze.ir
۱۴۰۳ - ۱۴۰۴

با افزودن گوگرد دی‌اکسید به ظرف، تعادل در جهت مصرف این ماده گازی، یعنی جهت رفت پیش رفته و مقداری از گاز اکسیژن نیز مصرف می‌شود. با مصرف شدن اکسیژن، غلظت این گاز در ظرف کاهش پیدا می‌کند.

«ب»: واکنش گرماده بوده و درنتیجه با افزایش دما در جهت مصرف گرما یعنی جهت برگشت پیش خواهد رفت. با پیش رفتن واکنش به سمت برگشت، غلظت واکنش‌دهنده‌ها و فراورده به‌ترتیب افزایش و کاهش پیدا خواهد کرد. با ایجاد تغییرات ذکر شده، ثابت تعادل نیز کاهش پیدا می‌کند، چراکه در فرمول ثابت تعادل، غلظت واکنش‌دهنده‌ها در مخرج کسر و غلظت فراورده‌ها در صورت کسر قرار می‌گیرد.

«پ»: با قراردادن وزنه روی پیستون، فشار در ظرف افزایش پیدا کرده و حجم گازی‌های موجود در ظرف واکنش کاهش پیدا می‌کند. با کاهش حجم ظرف، ابتدا غلظت همه مواد افزایش پیدا می‌کند. واکنش طبق اصل لوشاتلیه، برای مقابله با تغییر ایجاد شده به سمتی که مجموع شمار مول‌های گازی کمتر است، یعنی به سمت رفت پیش خواهد رفت.

«ت»: ثابت تعادل این واکنش از رابطه زیر محاسبه می‌شود.

$$K = \frac{[SO_3]^2}{[SO_2]^2 \times [O_2]}$$

با توجه به کسر ثابت تعادل، با ایجاد تغییر ذکر شده در ظرف واکنش، صورت و مخرج کسر، هرکدام ۴ برابر شده و بر این اساس، مقدار ثابت تعادل نسبت به حالت اولیه هیچ تغییری نکرده و بنابراین واکنش نیز به هیچ سمتی جابه‌جا نخواهد شد.

گروه آموزشی ماز

۱۰۴- کدام‌یک از موارد زیر درباره تهیه متانول با استفاده از متان از طریق واکنش دو مرحله‌ای، نادرست است؟

الف: شرایط انجام مرحله دوم این واکنش سخت‌تر بوده و به دمای بالاتری نیاز دارد.

ب: طی انجام این واکنش، سوخت رایج‌ترین نوع سلول سوختی نیز به‌عنوان فراورده جانبی تولید می‌شود.

پ: به‌دلیل بازده کم این روش، امروزه تهیه متانول از متان بیشتر از طریق واکنش مستقیم با اکسیژن صورت می‌گیرد.

ت: در طی واکنش کامل ۴۸ گرم گاز متان با بخار آب، نهایتاً ۱۲۰ میلی‌لیتر متانول با چگالی $۰/۸\ g.mL^{-1}$ به‌دست می‌آید.

۱) «الف» و «پ» ۲) «ب» و «پ» ۳) «ب» و «ت» ۴) «الف» و «ت»

پاسخ: گزینهٔ ۱ (متوسط ـ مفهومی ـ ۱۲۰۴)

متانول مایعی بی‌رنگ، بسیار سمی و ساده‌ترین عضو خانواده الکل‌ها است که می‌توان آن را از چوب تهیه کرد. از آنجا که این الکل کاربردهای زیادی در صنایع گوناگون دارد، باید آن را در مقیاس صنعتی تولید کرد. در صنعت برای تولید متانول، گاز کربن مونوکسید را با گاز هیدروژن در شرایط مناسب و در حضور کاتالیزگر واکنش می‌دهند. معادله شیمیایی این واکنش به‌صورت زیر است:

$$CO(g) + 2H_2 \xrightarrow{\text{دما و فشار مناسب + کاتالیزگر}} CH_3OH(l)$$

مواد واکنش‌دهنده برای این واکنش در دسترس نیستند، از این رو باید نخست آن‌ها را تولید و سپس به متانول تبدیل کرد. برای تهیه گازهای کربن مونوکسید و هیدروژن، می‌توان از واکنش گاز متان و بخار آب در حضور کاتالیزگر بهره برد.

$$CH_4(g) + H_2O(g) \xrightarrow{\text{کاتالیزگر}} CO(g) + 3H_2(g)$$

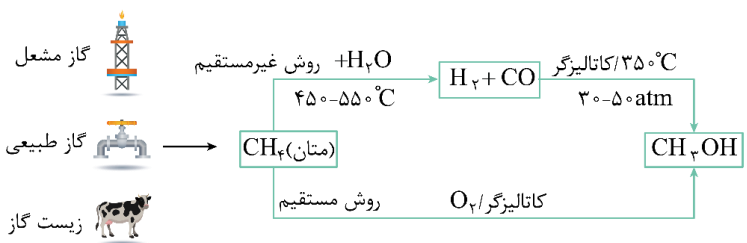
در رابطه با این فرایند دو مرحله‌ای، عبارت‌های (الف) و (پ) نادرست هستند.

بازیافت پلاستیک

استفاده بی‌رویه و بیش از حد پلاستیک‌ها در صنایع گوناگون و زیست‌تخریب‌ناپذیر بودن آن‌ها سبب‌شده که این مواد در جای‌جای کره زمین یافت شوند؛ پس باید راهی برای بازیافت این مواد پیدا کرد. یکی از مواد پلاستیکی قابل بازیافت، پلی‌اتیلن ترفتالات است. برای این منظور، مواد و وسایل ساخته‌شده از این پلیمر را باید به‌طور جداگانه جمع‌آوری کرده و پس از آن، با انجام فرایندهای فیزیکی و شیمیایی به مواد قابل استفاده تبدیل کرد. برای بازیافت پلی‌اتیلن ترفتالات از روش‌های مقابل استفاده می‌شود: ۱- مواد ساخته‌شده از پلی‌اتیلن ترفتالات را می‌توان پس از شست‌وشو و تمیزکردن، ذوب کرده و دوباره از آن‌ها برای تولید وسایل و ابزار استفاده کرد. ۲- این مواد را می‌توان پس از شست‌وشو خرد کرده و به تکه‌های کوچک به نام پرک تبدیل و در تولید مواد پلاستیکی دیگر استفاده کرد. ۳- این مواد و پسماندها را می‌توان به کمک واکنش‌های شیمیایی و برخی از مواد مثل متانول، به مونومرهای سازنده یا مواد اولیه ارزشمند تبدیل کرد.

بررسی موارد:

«الف»: تصویر زیر شرایط انجام دو مرحله این واکنش را مقایسه می‌کند:



همان‌طور که مشخص است، مرحله دوم این فرایند شیمیایی در دمای پایین‌تری قابل انجام است.

AzmonVIP
www.biomaze.ir
۱۴۰۳ - ۱۴۰۴

«ب»: معادله‌های موازنه شده واکنش‌های انجام شده به‌صورت زیر است:

$$CH_4(g) + H_2O(g) \xrightarrow{\text{کاتالیزگر}} CO(g) + 3H_2 \qquad CO(g) + 2H_2 \xrightarrow{\text{دما و فشار مناسب+کاتالیزگر}} CH_3OH(l)$$

توجه داریم که رایج‌ترین سلول سوختی، سلول هیدروژن-اکسیژن بوده و سوخت آن گاز هیدروژن است. در واکنش اول به ازای مصرف هر مول متان، ۱ مول گاز کربن مونوکسید و ۳ مول گاز هیدروژن تولید می‌شود. در طی واکنش دوم ۱ مول از گاز کربن مونوکسید با ۲ مول از گاز هیدروژن واکنش می‌دهد؛ بنابراین می‌توان گفت به ازای مصرف هر مول از گاز متان در واکنش اول، ۱ مول گاز هیدروژن نیز به‌عنوان فراورده جانبی واکنش کلی تولید می‌شود. از این گاز هیدروژن، می‌توان در سلول سوختی هیدروژن استفاده کرد. در رابطه با عنصر هیدروژن، داریم:

هیدروژن

- فراوان‌ترین عنصر موجود در سیاره مشتری و جهان است.
- در طبیعت به شکل مولکول‌های دواتمی حضور دارد.
- دو ایزوتوپ پایدار، یک ایزوتوپ پرتوزا و طبیعی و چهار ایزوتوپ پرتوزا و ساختگی دارد.
- اولین عنصر تولیدشده پس از مهبانگ است.
- از نمک خوراکی برای تولید آن استفاده می‌شود.
- پتانسیل کاهشی استاندارد آن برابر صفر درنظر گرفته شده است.
- مبنای اندازه‌گیری پتانسیل استاندارد سایر نیم‌سلول‌ها است.
- فراورده تولید شده در کاتد سلول برقکافت آب است.
- بازده سوزاندن آن در موتور درون سوز ۲۰ و در سلول سوختی حدود ۶۰ درصد است.

«پ»: گاز متان واکنش‌پذیری بسیار کمی داشته و تبدیل آن به متانول دشوار است. امروزه اغلب متانول تولید شده از واکنش غیرمستقیم و دومرحله‌ای به‌دست می‌آید. به دلیل اهمیت متانول در صنعت از یک سو و ارزان بودن گاز متان از سوی دیگر، پژوهش‌های شیمیایی بسیاری در حال انجام است تا بتوان روشی جایگزین برای تبدیل متان به متانول پیدا کرد. یکی از این روش‌ها، واکنش متان با گاز اکسیژن است. در رابطه با گاز متان، داریم:

متان

- ساده‌ترین آلکان بوده و در ساختار خود یک اتم کربن و چهار اتم هیدروژن دارد.
- در دمای اتاق به حالت گاز یافت می‌شود.
- مولکول آن ناقطبی بوده و در میدان الکتریکی جهت‌گیری پیدا نمی‌کنند.
- هرگاه غلظت آن در هوای معدن به بیش از ۵ درصد برسد، احتمال انفجار وجود دارد.
- در برخی سلول‌های سوختی به عنوان سوخت مصرف می‌شود.
- در صنعت پتروشیمی در تولید متانول نقش دارد.

«ت»: برای حل سؤال ابتدا مقدار کربن مونوکسید حاصل از واکنش متانول با بخار آب را محاسبه می‌کنیم:

$$?\,mol\,CO = ۴۸\,g\,CH_4 \times \frac{۱\,mol\,CH_4}{۱۶\,g\,CH_4} \times \frac{۱\,mol\,CO}{۱\,mol\,CH_4} = ۳\,mol$$

در مرحله بعد حجم متانول تولید شده را به‌دست می‌آوریم:

$$?\,mL\,CH_3OH = ۳\,mol\,CO \times \frac{۱\,mol\,CH_3OH}{۱\,mol\,CO} \times \frac{۳۲\,g\,CH_3OH}{۱\,mol\,CH_3OH} \times \frac{۱\,mL\,CH_3OH}{۰/۸\,g\,CH_3OH} = ۱۲۰\,mL$$

با توجه به محاسبات انجام شده، با مصرف ۴۸ گرم گاز متان در این واکنش، نهایتاً ۱۲۰ میلی‌لیتر متانول تولید خواهد شد.

گروه آموزشی ماز

۱۰۵- دو ظرف A و B در اختیار داریم. ظرف A حاوی ۴ مول گاز کربن دی‌اکسید و ۴ مول گاز کربن مونوکسید است. در ظرف B نیز ۲ مول بخار آب موجود است. اگر با باز کردن شیر میان دو ظرف محتوای آن‌ها را مخلوط کنیم، تعادل زیر برقرار خواهد شد. پس از برقراری تعادل، مجموعاً چند مول فراورده در ظرف واکنش وجود خواهد داشت؟

$$CO(g) + H_2O(g) \rightarrow CO_2(g) + H_2(g) \quad , \quad K = ۱$$

۱) ۴ ۲) ۴/۸ ۳) ۵/۶ ۴) ۳/۴

AzmonVIP
www.biomaze.ir
۱۴۰۳ - ۱۴۰۴

پاسخ: گزینهٔ ۳ (متوسط ـ مسئله ـ ۱۲۰۴)

معادله تعادلی واکنش انجام شده به‌صورت زیر است:

$$CO(g) + H_2O(g) \longrightarrow CO_2(g) + H_2(g) \quad , \quad K = 1$$

در ابتدا با مخلوط کردن محتویات دو ظرف، در نمونه گازی ایجاد شده اصلاً گاز هیدروژن حضور ندارد؛ درحالی‌که غلظت این گاز در صورتِ کسر مربوط به محاسبه ثابت تعادل قرار گرفته است. در نقطه مقابل، هر دو گاز واکنش‌دهنده در مخلوط گازی ایجاد شده حضور دارند. بنابراین برای رسیدن به تعادل، واکنش باید به سمت رفت پیش رود. جدول زیر مول اولیه، تغییر مول و مول نهایی (تعادلی) هر گاز را در این تعادل شیمیایی نمایش می‌دهد:

ماده	CO	H_2O	CO_2	H_2
مول اولیه	۴	۲	۴	۰
تغییر مول	$-x$	$-x$	$+x$	$+x$
مول تعادلی	$4-x$	$2-x$	$4+x$	x

حال کسر ثابت تعادل را می‌نویسیم. توجه داریم مجموع ضرایب مواد گازی در دو سمت معادله برابر بوده و بنابراین می‌توان برای محاسبه ثابت تعادل، از حجم ظرف صرف نظر کرده و به‌جای غلظت گازها، مول آن‌ها را جایگذاری کنیم. در این رابطه، داریم:

$$K = \frac{n_{CO_2} \times n_{H_2}}{n_{CO} \times n_{H_2O}} \times \frac{1}{V}^{\Delta n} \xrightarrow{\Delta n = 0} K = \frac{n_{CO_2} \times n_{H_2}}{n_{CO} \times n_{H_2O}} = \frac{(4+x)\times(x)}{(4-x)\times(2-x)} = 1 \Longrightarrow x^2 - 6x + 8 = x^2 + 4x \Longrightarrow$$

$$10x = 8 \Rightarrow x = 0/8\, mol$$

با توجه به محاسبات انجام شده، مول گازهای کربن دی‌اکسید، کربن مونوکسید، بخار آب و هیدروژن به ترتیب برابر با ۴/۸، ۳/۲، ۱/۲ و ۰/۸ است. همان‌طور که مشخص است، مجموع مول فراورده‌ها پس از ایجاد تعادل برابر با ۵/۶ خواهد بود.

گروه آموزشی ماز

۱۴۰۳ - ۱۴۰۴
www.biomaze.ir

برای تقویت مهارت‌های شما و درک عمیق‌تر مفاهیم، چند سؤال چالش برانگیز دیگر برای شما در نظر گرفته شده است که حل آن‌ها می‌تواند به پیشرفت شما کمک کند.

۱- درباره واکنش‌های موازنه‌نشده زیر کدام گزینه نادرست است؟ ($N = ۱۴\ g.mol^{-۱}$)

$I)\ C_۵H_{۱۱}NO(l) + O_۲(g) \longrightarrow CO_۲(g) + H_۲O(g) + N_۲(g)$

$II)\ C_۵H_{۱۱}OH(l) + O_۲(g) \longrightarrow CO_۲(g) + H_۲O(g)$

۱) کوچک‌ترین ضریب استوکیومتری در واکنش I متعلق به گونه‌ای است که در دمای $۱۰۰K$ به حالت گاز یافت می‌شود.

۲) در نمونه‌ای به جرم برابر از هر دو ماده سوختنی، در واکنش I مقدار کربن دی‌اکسید بیشتری تولید خواهد شد.

۳) ضریب استوکیومتری بخار آب در واکنش I برابر با مجموع ضرایب استوکیومتری فراورده‌های واکنش II است.

۴) به ازای مصرف ۵/۸ مول گاز اکسیژن در واکنش I، مقدار ۱۱/۲ گرم گاز نیتروژن در سمت فراورده‌ها تولید می‌شود.

۲- کدام‌یک از موارد زیر، درست است؟

الف: ترکیبات حاصل از کنار هم قرار گرفتن آنیون‌ها و کاتیون‌ها، اصلی‌ترین جزو آب‌کره محسوب می‌شوند.

ب: تجزیه لاشه جانوران، نمونه‌ای از ارتباط زیست‌کره با سایر قسمت‌های کره زمین است.

پ: آب‌های زیرزمینی، اغلب حجم آب‌کره در بخش غیر اقیانوسی را شامل می‌شوند.

ت: اغلب واکنش‌های زیست‌کره توسط مولکول‌هایی با جرم مولی زیاد انجام می‌شود.

۱) «الف» و «پ» ۲) «پ» و «ت» ۳) «ب» و «پ» ۴) «ب» و «ت»

۳- عنصر X در جدول تناوبی، نخستین عنصر فلزی یکی از گروه‌های دسته p است که همه عناصر آن در دمای اتاق به حالت جامد هستند. چند مورد از مطالب زیر، در مورد عنصر X می‌تواند درست باشد؟

الف: بار یون آن می‌تواند با بار یون عنصر $_{۲۶}A$، برخلاف عنصر $_{۲۹}B$ برابر باشد.

ب: شمار عناصر شبه‌فلزی در گروه آن با شمار این عناصر در دوره آن برابر است.

پ: یون پایدار آن در بین یون پایدار عناصر هم‌دوره خود، بیشترین چگالی بار را دارد.

ت: برخلاف اغلب فلزهای اصلی جدول دوره‌ای، با از دست دادن الکترون، به آرایش گاز نجیب نخواهد رسید.

۱) ۱ ۲) ۲ ۳) ۳ ۴) ۴

۴- کدام‌یک از عبارت‌های زیر نادرست است؟

۱) تفاوت شمار پیوندهای اشتراکی در وینیل کلرید و استیرن برابر ۱۴ است.

۲) الکل تک عاملی که در ساختار خود ۵ پیوند $C - C$ دارد، از جمله مواد محلول در آب است.

۳) فراورده حاصل از پلیمری شدن استیرن، برخلاف تفلون، سیر نشده بوده و با گاز هیدروژن واکنش می‌دهد.

۴) شمار اتم‌های اسید سازنده استر موجود در سیب، به‌تقریب ۲/۳ برابر شمار اتم‌های سازنده الکل این استر است.

۵- برای آبکاری هر قاشق آهنی با نقره، باید ۰/۵۴ گرم نقره روی آن رسوب کند. برای تأمین انرژی لازم جهت فرایند آبکاری این قاشق‌ها، از سلول سوختی هیدروژن استفاده می‌شود. اگر الکترون‌های مبادله شده به ازای واکنش ۲ کیلوگرم گاز هیدروژن در سلول سوختی، انرژی لازم برای آبکاری تعداد ۵۰۰۰۰ قاشق آهنی را تأمین کند، بازده سلول سوختی برابر چند درصد بوده است؟ ($H = ۱ : g.mol^{-۱}$ و $Ag = ۱۰۸$)

۱) ۴۰ ۲) ۲۵ ۳) ۱۲/۵ ۴) ۱۸

AzmonVIP

۱- درباره واکنش‌های موازنه‌نشده زیر کدام گزینه نادرست است؟ ($N = ۱۴\ g.mol^{-۱}$)

$$I)\ C_۵H_{۱۱}NO(l) + O_۲(g) \longrightarrow CO_۲(g) + H_۲O(g) + N_۲(g)$$
$$II)\ C_۵H_{۱۱}OH(l) + O_۲(g) \longrightarrow CO_۲(g) + H_۲O(g)$$

۱) کوچک‌ترین ضریب استوکیومتری در واکنش I متعلق به گونه‌ای است که در دمای $۱۰۰K$ به حالت گاز یافت می‌شود.
۲) در نمونه‌ای به جرم برابر از هر دو ماده سوختنی، در واکنش I مقدار کربن دی‌اکسید بیشتری تولید خواهد شد.
۳) ضریب استوکیومتری بخار آب در واکنش I برابر با مجموع ضرایب استوکیومتری فراورده‌های واکنش II است.
۴) به ازای مصرف ۵/۸ مول گاز اکسیژن در واکنش I، مقدار ۱۱/۲ گرم گاز نیتروژن در سمت فراورده‌ها تولید می‌شود.

پاسخ: گزینهٔ ۲ (متوسط ـ مسئله ـ ۱۰۰۲)

هر دو ماده سوختنی، تعداد اتم‌های کربن و اکسیژن برابری داشته و تفاوت آن‌ها صرفاً در اتم هیدروژن و نیتروژن آن‌ها است. معادله موازنه شده واکنش‌های انجام شده به‌صورت زیر است:

$$I)\ ۴C_۵H_{۱۱}NO(l) + ۲۹O_۲(g) \longrightarrow ۲۰CO_۲(g) + ۲۲H_۲O(g) + ۲N_۲(g)$$
$$II)\ ۲C_۵H_{۱۱}OH(l) + ۱۵O_۲(g) \longrightarrow ۱۰CO_۲(g) + ۱۲H_۲O(g)$$

با توجه به معادله موازنه شده واکنش‌های انجام شده، به ازای هر مول از مواد سوختنی ۵ مول گاز کربن دی‌اکسید تولید می‌شود. از طرفی $C_۵H_{۱۱}NO$ جرم مولی بالاتری نسبت به $C_۵H_{۱۱}OH$(پنتانول) داشته و بنابراین در نمونه‌هایی به جرم‌های برابر، شمار مول پنتانول بیشتر خواهد بود؛ پس می‌توان گفت در واکنش II مقدار بیشتری گاز کربن دی‌اکسید تولید خواهد شد.

بررسی سایر گزینه‌ها:

۱ کوچک‌ترین ضریب استوکیومتری در واکنش I متعلق به گاز نیتروژن است. نقطه جوش نیتروژن برابر با $-۱۹۶°C$ یا $۷۷K$ است. پس می‌توان گفت دمای $۱۰۰K$ بالاتر از نقطه جوش نیتروژن بوده و این نمونه در این دما به حالت گاز یافت خواهد شد.

۳ ضریب استوکیومتری بخار آب در واکنش I برابر با ۲۲ و مجموع ضرایب استوکیومتری فراورده‌ها در واکنش II نیز برابر با ۲۲ است.

۴ مقدار نیتروژن حاصل از واکنش ۵/۸ مول اکسیژن با ماده سوختنی را محاسبه می‌کنیم:

$$?\ g\ N_۲ = ۵/۸\ mol\ O_۲ \times \frac{۲\ mol\ N_۲}{۲۹\ mol\ O_۲} \times \frac{۲۸\ g\ N_۲}{۱\ mol\ N_۲} = ۱۱/۲\ g$$

همان‌طور که مشخص است، از سوختن مقدار کافی $C_۵H_{۱۱}NO$ به همراه ۵/۸ مول گاز اکسیژن، ۱۱/۲ گرم گاز نیتروژن در سمت فراورده‌ها تولید خواهد شد.

گروه آموزشی ماز

۲- کدام‌یک از موارد زیر، درست است؟

الف: ترکیبات حاصل از کنار هم قرار گرفتن آنیون‌ها و کاتیون‌ها، اصلی‌ترین جزو آب‌کره محسوب می‌شوند.
ب: تجزیه لاشه جانوران، نمونه‌ای از ارتباط زیست‌کره با سایر قسمت‌های کره زمین است.
پ: آب‌های زیرزمینی، اغلب حجم آب‌کره در بخش غیر اقیانوسی را شامل می‌شوند.
ت: اغلب واکنش‌های زیست‌کره توسط مولکول‌هایی با جرم مولی زیاد انجام می‌شود.

۱) «الف» و «پ» ۲) «پ» و «ت» ۳) «ب» و «پ» ۴) «ب» و «ت»

پاسخ: گزینهٔ ۴ (آسان ـ حفظی ـ ۱۰۰۳)

عبارت‌های (ب) و (ت) درست هستند.

بررسی موارد:

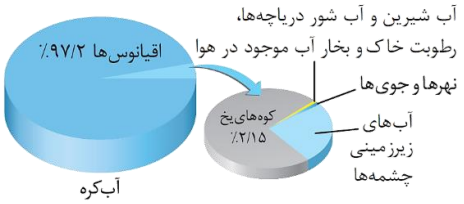
«الف»: اصلی‌ترین جزء آب‌کره، مولکول‌های آب با فرمول شیمیایی $H_۲O$ هستند که برخلاف ترکیبات یونی، از کنار هم قرار گرفتن یون‌هایی با بار مخالف (آنیون‌ها و کاتیون‌ها) تشکیل نشده‌اند.

«ب»: کره زمین را می‌توان سامانه‌ای بزرگ در نظر گرفت که شامل چهار بخش هواکره، آب‌کره، سنگ‌کره و زیست‌کره است. با تجزیه لاشه جانوران، گازهای مختلف تولید شده و وارد بخش‌های دیگر سازنده کره زمین می‌شوند.

بخش‌های گوناگون کره زمین

کره زمین را می‌توان سامانه‌ای بزرگ در نظر گرفت که شامل چهار بخش ۱) هواکره ۲) سنگ‌کره ۳) زیست کره و ۴) آب‌کره است. درون این سامانه و بین این چهار بخش به‌طور پیوسته مواد گوناگون مبادله می‌شود؛ درنتیجه زمین از دیدگاه شیمیایی پویا است و بخش‌های گوناگون آن برهم‌کنش‌های فیزیکی و شیمیایی دارند. لاشه جانوران و گیاهان، به‌طور عمده از مواد آلی ساخته شده و بر اثر واکنش‌های شیمیایی تجزیه شده و به‌صورت مولکول‌های کوچک‌تر مانند آب، متان و ...، وارد هواکره، آب‌کره و سنگ‌کره می‌شوند.

«پ»: تصویر زیر نحوه توزیع منابع مختلف آب‌کره را نمایش می‌دهد:



AzmonVIP
www.biomaze.ir
۱۴۰۳ - ۱۴۰۴

همان‌طور که مشخص است، اغلب حجم آب‌کره در بخش غیر اقیانوسی را کوه‌های یخ شکل می‌دهند. در رابطه با منابع غیر اقیانوسی آب، داریم:

مجموعه آب دریاچه‌ها، رطوبت خاک و بخار آب < آب نهرها و جوی‌ها < آب‌های زیرزمینی < کوه‌های یخ

«ت»: زیست‌کره شامل جانداران روی کره زمین است. در واکنش‌های آن‌ها، درشت مولکول‌ها(مولکول‌هایی با جرم مولی زیاد) نقش اساسی دارند. این درشت مولکول‌ها، به‌طور عمده به‌عنوان آنزیم و ... ایفای نقش می‌کنند.

۳- **عنصر X در جدول تناوبی، نخستین عنصر فلزی یکی از گروه‌های دسته p است که همه عناصر آن در دمای اتاق به حالت جامد هستند. چند مورد از مطالب زیر، در مورد عنصر X می‌تواند درست باشد؟**

الف: بار یون آن می‌تواند با بار یون عنصر $_{۲۶}A$، برخلاف عنصر $_{۲۹}B$ برابر باشد.

ب: شمار عناصر شبه‌فلزی در گروه آن با شمار این عناصر در دوره آن برابر است.

پ: یون پایدار آن در بین یون پایدار عناصر هم‌دوره خود، بیشترین چگالی بار را دارد.

ت: برخلاف اغلب فلزهای اصلی جدول دوره‌ای، با از دست دادن الکترون، به آرایش گاز نجیب نخواهد رسید.

۱) ۱ ۲) ۲ ۳) ۳ ۴) ۴

پاسخ: گزینهٔ ۴ (سخت ـ مفهومی ـ ۱۱۰۱)

عناصر دسته p همه عناصر گروه‌های ۱۳ تا ۱۸ جدول تناوبی به‌جز هلیم را شامل می‌شوند. در این بین، تنها در گروه‌های ۱۳ و ۱۴، همه عناصر در دمای اتاق به حالت جامد هستند. اولین عنصر فلزی گروه ۱۳ معادل آلومینیم و اولین عنصر فلزی گروه ۱۴ معادل قلع است. همه عبارت‌های داده شده درباره حداقل یکی از این عناصر درست هستند.

بررسی موارد:

«الف»: آهن با عدد اتمی ۲۶ و مس با عدد اتمی ۲۹، به ترتیب در گروه‌های ۸ و ۱۱ جدول تناوبی قرار گرفته‌اند. آهن در ترکیبات خود به‌صورت یون‌های $Fe^{۲+}$ و $Fe^{۳+}$ و مس نیز در ترکیبات خود به‌صورت یون‌های Cu^{+} و $Cu^{۲+}$ مشاهده می‌شود. از طرفی آلومینیم تک ظرفیتی بوده و در همه ترکیب‌های خود به‌صورت یون $Al^{۳+}$ حضور پیدا می‌کند؛ بنابراین بار یون آلومینیم می‌تواند با بار یکی از یون‌های آهن برخلاف مس مشابه باشد.

«ب»: آلومینیم در گروه ۱۳ و دوره ۳ جدول دوره‌ای قرار گرفته است. در گروه ۱۳ عنصر بور و در دوره ۳ عنصر سیلیسیم از جمله شبه‌فلزها است؛ بنابراین شمار عناصر شبه‌فلزی در دوره و گروه آن برابر است.

شبه‌فلزها

شبه‌فلزها همانند مرزی بین فلزها و نافلزهای موجود در جدول دوره‌ای قرار گرفته‌اند. خواص فیزیکی شبه‌فلزها بیشتر به فلزها شبیه بوده در حالی که رفتار شیمیایی آن‌ها اغلب همانند نافلزها است. توجه داریم که همه‌ی عناصر شبه‌فلزی موجود در جدول تناوبی در دسته‌ی p این جدول قرار می‌گیرند. به‌عنوان مثال، سیلیسیم و ژرمانیم دو عنصر شبه‌فلزی از گروه ۱۴ جدول هستند. خواص این دو عنصر شبه‌فلزی به شرح زیر است:

۱- این دو عنصر شبه‌فلزی، در حالت جامد سطحی درخشان و صیقلی داشته و پرتوهای نور تابیده شده به سمت خود را بازتاب می‌کنند.

۲- سیلیسیم و ژرمانیم، برخلاف عناصر نافلزی، چکش‌خوار نبوده و پس از اصابت ضربه‌ی چکش، خرد می‌شوند.

۳- این عناصر، همانند عناصر فلزی، رسانای جریان الکتریسیته و گرما هستند. البته، رسانایی الکتریکی این عناصر در مقایسه با فلزها کمتر است.

۴- اتم‌های سیلیسیم و ژرمانیم در واکنش با سایر اتم‌ها، می‌توانند الکترون به اشتراک بگذارند.

«پ»: در بین عناصر دوره سوم، آلومینیم و فسفر بیشترین اندازه بار را دارند. از طرفی یون آلومینیم در ساختار خود دارای ۲ لایه الکترونی و یون فسفید دارای ۳ لایه الکترونی است؛ بنابراین شعاع آلومینیم کوچک‌تر بوده و در بین عناصر هم‌دوره خود بیشترین چگالی بار را دارد.

مقایسه آنتالپی فروپاشی

اگر هر یون را کره‌ای باردار در نظر بگیرید، چگالی بار نسبت اندازه بار یون به حجم آن است. کمیتی که می‌تواند برای مقایسه میزان برهم‌کنش میان یون‌ها به کار رود. نسبت ساده‌تری که می‌توان به کار برد، نسبت مقدار بار یون به شعاع آن است. گرمای مصرف شده در فشار ثابت در واکنشی که طی آن یک مول از شبکه ترکیب یونی به یون‌های گازی سازنده تجزیه می‌شود را آنتالپی فروپاشی می‌نامیم و آن را با $\Delta H_{\text{فروپاشی}}$ نشان می‌دهیم. برای مقایسه آنتالپی فروپاشی ترکیب‌های یونی، می‌توان از مقایسه نسبت بار به شعاع یون‌های سازنده آن ماده استفاده کرد. به این منظور ابتدا اندازه بار یون‌های تشکیل‌دهنده ترکیب را با یکدیگر مقایسه می‌کنیم. هر ترکیبی که مجموع اندازه بار یون‌های آن بزرگ‌تر باشد، آنتالپی فروپاشی بزرگ‌تری نیز خواهد داشت. برای مثال مجموع اندازه بار یون‌ها در $Al_۲O_۳$، MgO و KCl به ترتیب برابر ۵، ۴ و ۲ بوده و مقایسه آنتالپی فروپاشی این مواد به‌صورت $Al_۲O_۳ > MgO > KCl$ است. اگر اندازه بار یون‌ها برابر بود، به سراغ شعاع یون‌های سازنده می‌رویم. هرچه شعاع یون‌های تشکیل‌دهنده ترکیب یونی کوچک‌تر باشد، آنتالپی فروپاشی آن ترکیب یونی بزرگ‌تر خواهد بود. برای مثال مقایسه آنتالپی فروپاشی سه ترکیب لیتیم فلوئورید، لیتیم کلرید و سدیم کلرید به‌صورت $LiF > LiCl > NaCl$ است.

«ت»: آلومینیم با از دست دادن ۳ الکترون، به آرایش الکترونی گاز نجیب قبل از خود یعنی نئون می‌رسد. آرایش الکترون آلومینیم و یون آن به‌صورت زیر است:

$_{۱۳}Al: [_{۱۰}Ne]۳s^{۲}۳p^{۱}$ $_{۱۳}Al^{۳+}: [_{۱۰}Ne]$

از طرفی فلز قلع در ترکیبات یونی به‌صورت یون‌های +۲ و +۴ یافت شده و به آرایش گاز نجیب قبل از خود نمی‌رسد. آرایش الکترونی قلع و یون‌های آن به‌صورت زیر است:

$_{۵۰}Sn: [_{۳۶}Kr]۴d^{۱۰}۵s^{۲}۵p^{۲}$ $_{۵۰}Sn^{۲+}: [_{۳۶}Kr]۴d^{۱۰}۵s^{۲}$ $_{۵۰}Sn^{۴+}: [_{۳۶}Kr]۴d^{۱۰}$

AzmonVIP
www.biomaze.ir
۱۴۰۳ - ۱۴۰۴

۴- کدام‌یک از عبارت‌های زیر نادرست است؟

۱) تفاوت شمار پیوندهای اشتراکی در وینیل کلرید و استیرن برابر ۱۴ است.

۲) الکل تک عاملی که در ساختار خود ۵ پیوند $C-C$ دارد، از جمله مواد محلول در آب است.

۳) فراورده حاصل از پلیمری شدن استیرن، برخلاف تفلون، سیر نشده بوده و با گاز هیدروژن واکنش می‌دهد.

۴) شمار اتم‌های اسید سازنده استر موجود در سیب، به‌تقریب ۲/۳ برابر شمار اتم‌های سازنده الکل این استر است.

پاسخ: گزینهٔ ۲ (متوسط ـ مفهومی و حفظی ـ ۱۱۰۳)

الکل‌های یک تا سه کربنه یعنی متانول، اتانول و پروپانول و همچنین ساده‌ترین ترکیب کتونی یعنی استون، به هر نسبتی در آب حل شده و نمی‌توان محلول سیرشده‌ای از آن‌ها تهیه کرد. الکل‌های ۴ و ۵ کربنه نیز انحلال‌پذیری بالایی در آب داشته و با مخلوط کردن یک نمونه از آن‌ها با آب، محلول تشکیل می‌شود. الکل‌هایی که بیشتر از ۵ کربن در ساختار خود دارند، نمی‌توانند به خوبی در آب حل شده و محلول همگن تشکیل دهند. شمار پیوند کربن-کربن در یک الکل n کربنه برابر $n-1$ است. از این رو، شمار اتم‌های کربن در الکلی که در ساختار خود ۵ پیوند $C-C$ دارد، برابر ۶ است و همان‌طور که اشاره شد، این الکل نمی‌تواند به خوبی در آب حل شود.

انحلال‌پذیری الکل‌ها در آب

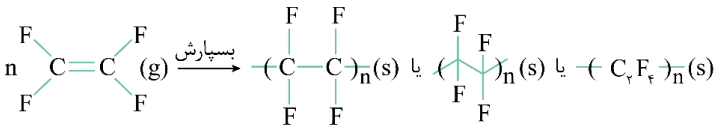
با افزایش طول زنجیره‌ی هیدروکربنی در مولکول الکل‌ها، میزان قطبیت این مواد کاهش می‌یابد؛ پس با افزایش طول زنجیره‌ی کربنی در الکل‌ها میزان انحلال‌پذیری این مواد در آب(حلال قطبی) کاهش پیدا کرده و میزان انحلال‌پذیری آن‌ها در چربی‌ها و هگزان(حلال‌های ناقطبی) افزایش می‌یابد. به عبارت دیگر، با افزایش طول زنجیره‌ی کربنی در الکل‌ها، خاصیت آب‌گریزی یا همان چربی‌دوستی الکل‌ها بیشتر می‌شود. برای مثال، چون طول زنجیره هیدروکربنی اوکتانول($C_8H_{17}OH$) بلندتر از طول زنجیره‌ی هیدروکربنی بوتانول(C_4H_9OH) است، می‌توان گفت این ماده خاصیت چربی‌دوستی بیشتری داشته و به مقدار بیشتری در چربی‌ها حل می‌شود.

بررسی سایر گزینه‌ها:

۱ وینیل کلرید با فرمول مولکولی C_2H_3Cl، دارای ۶ پیوند اشتراکی در ساختار خود است. همچنین استیرن با فرمول مولکولی C_8H_8 دارای ۲۰ پیوند اشتراکی در ساختار خود است. توجه داریم که هر پیوند دوگانه، دو پیوند و هر پیوند سه گانه نیز سه پیوند محسوب می‌شود. وینیل کلرید و استیرن به ترتیب مونومر شرکت‌کننده در واکنش تولید پلی وینیل کلرید و پلی استیرن هستند. در رابطه با پلیمرهای افزایشی، داریم:

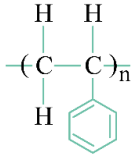
نام پلیمر	نام مونومر	کاربرد
پلی‌اتن	اتن	کیسه‌های پلاستیکی ـ بطری پلاستیکی ـ لوله‌ی پلاستیکی
پلی‌سیانواتن	سیانواتن	پتو و پارچه
پلی‌پروپن	پروپن	تهیه و تولید سرنگ
پلی‌استیرن	استیرن	تولید ظرف یکبار مصرف
تفلون	تترافلوئورواتن	نخ دندان ـ کفی اتو ـ تولید ظروف نچسب ـ نوار آب‌بندی لوله‌ها
پلی‌وینیل کلرید	وینیل کلرید(کلرواتن)	کیسه‌های خون

۳ تفلون حاصل پلیمری شدن تترافلوئورواتن با فرمول مولکولی C_2F_4 است. در طی این واکنش، پیوند دوگانه بین اتم‌های کربن شکسته شده و هر اتم کربن با یک اتم کربن از مولکولی دیگر پیوند اشتراکی $C-C$ برقرار می‌کند. در فراورده حاصل یعنی پلی‌تترافلوئورواتن(تفلون)، دیگر پیوند دوگانه‌ای بین اتم‌های کربن وجود نداشته و درنتیجه می‌توان گفت تفلون ماده‌ای سیرشده است. واکنش تولید تفلون به‌صورت زیر است:



تترافلوئورو اتن — پلی‌تترافلوئورو اتن یا تفلون

از طرفی استیرن در ساختار خود دارای ۴ پیوند $C=C$ بوده و با تبدیل شدن به پلیمر، تنها یکی از این پیوندها به پیوندهای $C-C$ تبدیل می‌شود؛ بنابراین ترکیب حاصل دارای پیوند $C=C$ بوده و سیرنشده است. ساختار پلی‌استیرن به‌صورت زیر است:



هیدروکربن‌های سیرنشده می‌توانند در حضور کاتالیزگر مناسب، با گاز هیدروژن واکنش داده و تبدیل به نمونه‌ای سیرشده شوند.

۴ استر موجود در سیب، متیل بوتانوات است. این استر حاصل واکنش بین متانول و بوتانوئیک اسید بوده و معادله این واکنش به‌صورت زیر است:

$$CH_3OH + C_3H_7COOH \longrightarrow CH_3OOC_4H_7 + H_2O$$

شمار اتم‌های اسید سازنده این استر یعنی بوتانوئیک اسید برابر ۱۴ و شمار اتم‌های سازنده الکل سازنده این استر یعنی متانول برابر ۶ است. حال نسبت خواسته شده را محاسبه می‌کنیم:

$$A = \frac{14}{6} \simeq 2/3$$

AzmonVIP
www.biomaze.ir
۱۴۰۳ - ۱۴۰۴

۵- برای آبکاری هر قاشق آهنی با نقره، باید ۰/۵۴ گرم نقره روی آن رسوب کند. برای تأمین انرژی لازم جهت فرایند آبکاری این قاشق‌ها، از سلول سوختی هیدروژن استفاده می‌شود. اگر الکترون‌های مبادله شده به ازای واکنش ۲ کیلوگرم گاز هیدروژن در سلول سوختی، انرژی لازم برای آبکاری تعداد ۵۰۰۰۰ قاشق آهنی را تأمین کند، بازده سلول سوختی برابر چند درصد بوده است؟ ($H = ۱ : g.mol^{-۱}$ و $Ag = ۱۰۸$)

۱) ۴۰ ۲) ۲۵ ۳) ۱۲/۵ ۴) ۱۸

پاسخ: گزینهٔ ۳ (متوسط ـ مسئله ـ ۱۲۰۲)

نیم‌واکنش کاهش انجام شده در سمت کاتد سلول آبکاری قاشق‌ها به‌صورت زیر است:

$$Ag^{+}(aq) + e \longrightarrow Ag(s)$$

در طی این نیم‌واکنش، هر یون نقره با گرفتن یک الکترون به اتم نقره تبدیل شده و روی قاشق می‌نشیند. حال مقدار الکترون لازم برای آبکاری ۵۰۰۰۰ قاشق را محاسبه می‌کنیم:

$$?\,mol\ e = \text{۵۰۰۰۰ قاشق} \times \frac{۰/۵۴\ g\ Ag}{\text{۱ قاشق}} \times \frac{۱\ mol\ Ag}{۱۰۸\ g\ Ag} \times \frac{۱\ mol\ e}{۱\ mol\ Ag} = ۲۵۰\ mol$$

آبکاری

در زندگی روزانه از وسایل و ابزار گوناگونی مانند وسایل آشپزخانه، شیرآلات ساختمان، دستگیره در و ... استفاده می‌شود که فلز اصلی سازنده آن‌ها آهن یا مس است. خوردگی این فلزها از یک سو سبب از بین رفتن زیبایی وسیله می‌شود و از سوی دیگر به سلامتی بدن آسیب می‌رساند. به همین دلیل، سطح اغلب این وسایل فلزی را به کمک فرایند آبکاری و با فلزهایی مانند نقره، کروم، نیکل و طلا می‌پوشانند. با پوشش دادن به سطح این فلزها، وسایل ساخته شده از آن‌ها در مقابل خوردگی محافظت می‌شوند. در سلول الکترولیتی مربوط به فرایند آبکاری، تیغه فلز آبکاری را به قطب مثبت باتری و جسم فلزی را به قطب منفی باتری وصل می‌کنیم. الکترولیت به‌کاررفته در این واکنش نیز محلولی از نمک فلز آبکاری است. در قطب مثبت یا همان آند، فلز آبکاری اکسایش یافته و به کاتیون تبدیل می‌شود. الکترون آزادشده در این قطب به سمت قطب منفی یا همان کاتد رفته و در نیم‌واکنش کاهش، کاتیون موجود در محلول شرکت می‌کند. در واقع نیم‌واکنش‌های انجام‌شده در این سلول قرینه یکدیگر هستند.

آند : $M(s) \longrightarrow M^{n+}(aq) + ne^{-}$ کاتد : $M^{n+}(aq) + ne^{-} \longrightarrow M(s)$

در سلول آبکاری اگر n مول فلز در آند اکسایش یابد، n مول کاتیون همان فلز در کاتد کاهش می‌یابد. پس در این سلول، اگر آند از جنس فلز پوشاننده باشد، کاهش جرم تیغه آندی برابر افزایش جرم تیغه کاتدی است. همچنین با توجه به تولید و مصرف مقدار یکسان کاتیون در دو نیم واکنش، غلظت کاتیون این فلز در الکترولیت ثابت بوده و حین انجام کار سلول نیازی به اضافه کردن نمک آن به محلول نیست.

معادله واکنش انجام شده در سلول سوختی هیدروژن-اکسیژن به‌صورت زیر است:

$$۲H_{۲}(g) + O_{۲}(g) \longrightarrow ۲H_{۲}O(g)$$

در این واکنش به ازای ۲ واحد گاز هیدروژن یا ۱ واحد گاز اکسیژن، ۴ الکترون مبادله می‌شود. حال مقدار نظری الکترون مبادله شده در سلول سوختی را محاسبه می‌کنیم:

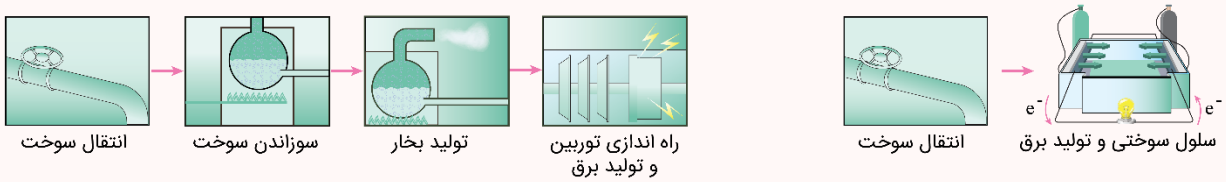
$$?\,mol\ e = ۲\ kg\ H_{۲} \times \frac{۱۰۰۰\ g}{۱\ kg} \times \frac{۱\ mol\ H_{۲}}{۲\ g\ H_{۲}} \times \frac{۴\ mol\ e}{۲\ mol\ H_{۲}} = ۲۰۰۰\ mol$$

در پایان بازده سلول سوختی را به‌دست می‌آوریم:

$$\text{بازده} = \frac{\text{مقدار عملی}}{\text{مقدار نظری}} \times ۱۰۰ = \frac{۲۵۰\ mol\ e}{۲۰۰۰\ mol\ e} \times ۱۰۰ = \text{۱۲/۵ درصد}$$

سلول‌های سوختی

یکی از روش‌های تبدیل انرژی شیمیایی سوخت‌ها به انرژی الکتریکی، استفاده از سلول‌های سوختی است. در این روش، سوخت موردنظر به‌طور مستقیم وارد سلول‌های سوختی شده و انرژی شیمیایی ذخیره‌شده در آن، مستقیماً به انرژی الکتریکی تبدیل می‌شود. از آن‌جا که در سلول‌های سوختی، انرژی شیمیایی سوخت‌ها به‌طور مستقیم به انرژی الکتریکی تبدیل شده و برخلاف نیروگاه‌ها، در این روش چند مرحله‌ی متوالی از تبدیل انرژی صورت نمی‌گیرد، اتلاف انرژی به‌صورت گرما در این روش کمتر است و درصد بیشتری از انرژی شیمیایی ذخیره‌شده در سوخت به انرژی الکتریکی تبدیل می‌شود. مراحل تبدیل انرژی در سلول سوختی و نیروگاه‌های حرارتی به شرح زیر است:



توجه داریم که در نیروگاه‌های حرارتی، انرژی شیمیایی موجود در سوخت موردنظر پس از سوختن به انرژی گرمایی تبدیل شده و با تبخیر آب موجود در یک مخزن(نه آب تولید شده در واکنش سوختن!)، سبب تولید بخار می‌شود. همان‌طور که گفتیم، این بخار آب در یک محفظه‌ی جداگانه تولید شده و مجزا از بخار آب حاصل از سوزاندن سوخت است. در مرحله بعد، بخار تولیدشده سبب راه‌اندازی توربین شده و انرژی گرمایی به انرژی مکانیکی تبدیل می‌شود. انرژی مکانیکی تولیدشده توسط توربین نیز توسط ژنراتور(دینام) به انرژی الکتریکی تبدیل می‌شود.