دفترچه پاسخ

جامع شبیه‌ساز کنکور سراسری

پنجشنبه
۱۴۰۴/۰۲/۰۴

برای دیدن پاسخنامه ویدئویی آزمون
QRcode بالارو اسکن یا روی لینک زیر کلیک کن!

مشاهدهٔ پاسخنامهٔ ویدئویی آزمون

گروه آزمایشی علوم ریاضی و فنی ــ پایهٔ دوازدهم
آزمون الکترونیکی ماز ــ مرحله ۱۶

درس	مسئول درس	طراحان	ویراستاران
ریاضیات	حسین شفیع‌زاده سیدجواد نظری مهرداد کیوان مهرداد اسپیدکار	حسین شفیع‌زاده ـ مهرداد کیوان ـ سوگند روشنی علیرضا حسینی‌فرد ـ علیرضا شریف‌خطیبی کیوان دارابی	مهرداد اسپیدکار ـ محسن جواهری حمیدرضا ولی‌پور ـ علیرضا ملک‌حسینی
فیزیک	سجاد صادقی‌زاده سعید احمدی	سجاد صادقی‌زاده ـ مجید رجبی‌وندچالی ـ سارا قانع احسان ایرانی ـ محسن قندچلر ـ محمد قریب امیررضا خوینی‌ها ـ علیرضا محمدی‌سامان محمد باغبان ـ امیرمحمد زمانی ـ مجید میرزائی آروین صالحی ـ کامران ابراهیمی ـ محمدجواد سورچی	محمدجواد سورچی ایلیا فقیه‌میرزائی
شیمی	فرشاد هادیان‌فرد	فرشاد هادیان‌فرد ـ فرهنگ امیری عالیه میرزایی ـ حسین ایروانی ـ علی ترابی محمد کهنه‌پوشی ـ مهسا بایمانی‌نژاد سعیده محبی ـ امیر بصراوی	فرهنگ امیری ـ عالیه میرزایی بنیامین بهرامی محمد داودآبادی فراهانی

مدیر آزمون: محدثه شیخعلی

حق چاپ و تکثیر سؤالات به هر روش (الکترونیکی و...) پس از برگزاری آزمون برای تمامی اشخاص حقیقی و حقوقی تنها با مجوز «گروه ماز» مجاز می‌باشد و با متخلفین برابر مقررات رفتار می‌شود.
به دلیل عدم رضایت تیم ماز، هرگونه استفادهٔ غیرقانونی از دفترچه سؤالات و پاسخنامه ماز برای تمامی اشخاص، شرعاً حرام است.

سنجش کلاد
www.SanjeshCloud.ir
T.me/SanjeshClouds

تو قهرمانِ داستان زندگی خودتی

این روزهای آخر، مثل لحظات پایانی یه دوی ماراتنه. دونده‌ای که کیلومترها دویده، خسته‌ست، عرق کرده، پاهاش درد می‌کنه... ولی وقتی خط پایان رو می‌بینه، یه انرژی عجیب از ته دلش آزاد میشه. چون می‌دونه ارزشش رو داره که تا آخر بجنگه.
تو هم الان دقیقاً همون دونده‌ای. شاید خسته باشی، شاید ذهنت پر از سؤال و اضطراب باشه، ولی یادت نره:

تو خیلی خیلی به خط پایان نزدیک شدی.

نگران نباش اگر بعضی روزها حس کردی کمتر از حد انتظار خودت ظاهر شدی. مهم نیست چندبار زمین خوردی یا چقدر ترسیدی. مهم اینه که هر بار دوباره بلند شدی و ادامه دادی. همین روحیه است که قهرمان‌ها رو می‌سازه.

مثلاً داستان اون کوهنورد رو شنیدی؟
یه کوهنورد حرفه‌ای تصمیم می‌گیره بلندترین قلهٔ منطقه رو فتح کنه. ساعت‌ها و ساعت‌ها تلاش می‌کنه، هوا سرد میشه، باد شدیدی می‌وزه، همه جا مه می‌گیره. اون به خودش میگه "دیگه نمیشه، باید برگردم."
ولی ناگهان، چند قدم جلوتر، مه کنار میره و قله درست جلوی چشمش ظاهر میشه... فقط چند قدم دیگه مونده بود.
تصور کن اگر تسلیم شده بود! چقدر حیف می‌شد فقط به خاطر چند قدم آخر.

تو هم الان درست چند قدم تا قله فاصله داری.
بذار این روزای آخر، به جای استرس، با تمام توان و قدرت قدم برداری. به جای اینکه از سختی‌ها بترسی، به خودت بگو:

«من قراره چیزی رو ببینم که فقط کسانی که تا آخر ایستادن می‌بینن.»

روز کنکور، مهم‌ترین چیز اینه که آروم باشی. باور کن چیزی که باعث موفقیت میشه، فقط درس نیست؛ اعتماد به نفس، آرامش ذهن و ایمان به خودته که معجزه می‌کنه.

تو برای بهترینِ خودت بجنگ. نه برای مقایسه شدن با دیگران.

بیا این چند قدم آخر رو هم باهم بدویم. محکم، با سرِ بلند، با دلی پر از امید.

به آیندهٔ درخشانت سلام کن. تو آماده‌ای!

یک تیم با بیش از ۵۰۰ نفر در حال کار هستن تا آزمون‌های ماز با حداکثر کیفیت حاضر بشن و به شما کمک کنن و مسیر موفقیت رو براتون ساده‌تر کنن. همیشه از نظرات و کامنت‌های خوب‌تون انرژی می‌گیریم. مرسی که همراهمون هستین.
راستی! حتماً در نظرسنجی آزمون شرکت کنین و نظرات و پیشنهادات‌تون رو برامون بنویسین.

www.biomaze.ir
www.SanjeshCloud.ir
T.me/SanjeshClouds
biomaze
biomaze

ریاضی

یکی از مطابقت‌های آزمون سال گذشته ماز با کنکور ۱۴۰۳

۳۲- حداقل چند عضو از مجموعهٔ اعداد طبیعی کمتر از ۲۱ انتخاب کنیم تا مطمئن باشیم حداقل ۲ عضو با تفاضل ۱۱ در بین آن‌ها وجود دارد؟

۱) ۱۰ ۲) ۱۱ ۳) ۱۲ ۴) ۱۳

(مرحله ۱۸ آزمون‌های سالیانه ــ ریاضیات رشته ریاضی)

۳۹- حداقل چند عضو از مجموعه $\{۱۴,۱۵,۱۶,...,۲۰,۲۲,۲۳,۲۴,...,۲۸\}$ انتخاب کنیم تا به طور قطع، لااقل سه عضو انتخاب شده اعداد متوالی باشند؟

۱) ۱۲ ۲) ۱۱ ۳) ۱۰ ۴) ۹

(کنکور تیر ۱۴۰۳ ــ ریاضیات رشته ریاضی)

برای مشاهدهٔ همهٔ مطابقت‌ها اینجا رو اسکن کن!

biomaze.ir یا رو این کلیک کن!

سنجش کلاد
www.SanjeshCloud.ir
T.me/SanjeshClouds

دانش‌آموزان عزیز ماز

ما اومدیم با یکی دیگه از آزمون‌هامون

توی این آزمون یه سری مباحث جدید بهمون اضافه شدن حالا اگه می‌خوای ببینی توی این آزمون چه خبره باهامون همراه باش...

- آقا! + بله؟

- توی این آزمون دقیقا ازچه قسمت‌هایی سوال طرح کردین؟

+ مباحثی که توی این آزمون ازش سوال اومده رو می‌تونی توی جدول پایینی ببینی...

بخش	کتاب	مباحث	تعداد سوال
حسابان	حسابان ۲ حسابان ۱ ریاضی ۱	جبر و معادله‌ها و نامعادله‌ها، مجموعه، الگو و دنباله، توان‌های گویا	۵
		تابع	۳
		توابع نمایی و لگاریتمی	۱
		مثلثات	۴
		حد و پیوستگی	۳
		مشتق	۲
		کاربردهای مشتق	۲
هندسه	هندسه ۱	ترسیم‌های هندسی و استدلال	۰
		قضیهٔ تالس، تشابه و کاربردهای آن	۲
		چندضلعی‌ها	۱
		تجسم فضایی	۰
	هندسه ۲	دایره	۰
		تبدیل‌های هندسی و کاربردها	۱
		روابط طولی در مثلث	۱
	هندسه ۳	ماتریس و کاربردها	۱
		آشنایی با مقاطع مخروطی	۳
		بردارها	۱
گسسته و آمار و احتمال	آمار و احتمال	آشنایی با مبانی ریاضیات	۱
		احتمال	۲
		آمار توصیفی	۱
		آمار استنباطی	۰
	ریاضیات گسسته	آشنایی با نظریهٔ اعداد	۲
		گراف و مدل‌سازی	۲
		ترکیبیات (شمارش)	۲

حالا برین تحلیل آزمون رو شروع کنین که به‌نظرم تحلیل آزمون و مشخص شدن ایرادها از خود آزمون دادن مهم‌تره.

آرزومند آرزوهایتان

حسین شفیع‌زاده - رتبهٔ ۶ کنکور ۶۷ و مسئول درس ریاضی آزمون ماز

۱۴۰۳ - ۱۴۰۴
www.biomaze.ir
www.SanjeshCloud.ir
T.me/SanjeshClouds

۱- اگر $a-۱, a, a+۱۲$ به ترتیب جملات اول، دوم و چهارم یک دنبالهٔ هندسی غیرثابت باشند، مجموع جواب‌های ممکن برای قدرنسبت این دنباله کدام است؟

۱) ۱۲ ۲) ۱ ۳) -۱ ۴) -۱۲

پاسخ: گزینهٔ ۳ (متوسط ـ مجموعه، الگو و دنباله ـ مفهومی / محاسباتی ـ ۱۰۰۱)

اگر q قدرنسبت دنباله باشد:

$$\left.\begin{matrix} a_۱ = a-۱ \\ a_۲ = a \end{matrix}\right\} \Rightarrow \frac{a}{a-۱} = q \Rightarrow a = \frac{q}{q-۱} \quad (I)$$

$$\left.\begin{matrix} a_۲ = a \\ a_۴ = a+۱۲ \end{matrix}\right\} \Rightarrow \frac{a+۱۲}{a} = q^۲ \Rightarrow ۱ + \frac{۱۲}{a} = q^۲ \quad (II)$$

با جای‌گذاری (I) در (II) داریم:

$$۱ + ۱۲\left(\frac{q-۱}{q}\right) = q^۲ \xrightarrow{\times q} q + ۱۲(q-۱) = q^۳ \Rightarrow q^۳ - ۱۳q + ۱۲ = ۰$$

چون در معادلهٔ $q^۳ - ۱۳q + ۱۲ = ۰$ مجموع ضرایب برابر صفر است، پس یکی از ریشه‌ها $q = ۱$ بوده و برای به دست آوردن سایر ریشه‌ها عبارت $q^۳ - ۱۳q + ۱۲$ را بر $q - ۱$ تقسیم می‌کنیم. ببینید:

$$\begin{array}{r|l} q^۳ - ۱۳q + ۱۲ & q - ۱ \\ \hline q^۳ - q^۲ & q^۲ + q - ۱۲ \\ q^۲ - ۱۳q & \\ q^۲ - q & \\ \hline -۱۲q + ۱۲ & \\ -۱۲q + ۱۲ & \\ \hline ۰ & \end{array}$$

$$\Rightarrow q^۳ - ۱۳q + ۱۲ = ۰ \Rightarrow (q-۱)(q^۲ + q - ۱۲) = ۰ \Rightarrow \begin{cases} q - ۱ = ۰ \Rightarrow q = ۱ \times \\ q^۲ + q - ۱۲ = ۰ \Rightarrow q_۱ + q_۲ = -۱ \end{cases}$$

دنبالهٔ هندسی

دنباله‌ای است که هر جملهٔ آن از ضرب یک مقدار ثابت (غیرصفر) در جملهٔ قبلی ایجاد می‌شود. این مقدار ثابت را قدرنسبت دنبالهٔ هندسی نامیده و آن را با q یا r نشان می‌دهیم. جملهٔ عمومی در دنبالهٔ هندسی به صورت $a_n = a \times q^{n-۱}$ می‌باشد.

گروه آموزشی ماز

۲- رأس سهمی $y = x^۲ + ۲ax - ۳a^۲$ بر خط $y = ۴ - ۱۰x$ قرار دارد. اگر a عددی صحیح باشد، بزرگ‌ترین بازه‌ای که نمودار سهمی در آن بازه زیر محور xهاست، کدام می‌باشد؟

۱) $(-۶, ۲)$ ۲) $(-۲, ۶)$ ۳) $(-۳, ۴)$ ۴) $(-۴, ۳)$

پاسخ: گزینهٔ ۲ (متوسط ـ معادله‌ها و نامعادله‌ها ـ مفهومی / محاسباتی ـ ۱۰۰۴)

ابتدا نقطهٔ رأس سهمی $y = x^۲ + ۲ax - ۳a^۲$ را محاسبه می‌کنیم. ببینید: $S(-a, -۴a^۲)$

از طرفی، چون نقطهٔ رأس، روی خط $y = ۴ - ۱۰x$ قرار دارد، پس مختصات این نقطه در معادلهٔ خط صدق می‌کند.

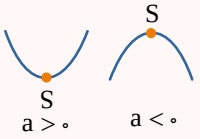
$$y = ۴ - ۱۰x \xrightarrow{S(-a, -۴a^۲)} -۴a^۲ = ۴ - ۱۰(-a) \Rightarrow ۴a^۲ + ۱۰a + ۴ = ۰ \Rightarrow (۲a+۴)(۲a+۱) = ۰ \Rightarrow \begin{cases} a = -۲ (a \in \mathbb{Z}) \text{ ق} \\ a = -\frac{۱}{۲} (a \notin \mathbb{Z}) \text{ غ ق} \end{cases}$$

پس معادلهٔ سهمی به صورت $y = x^۲ - ۴x - ۱۲$ بوده و در بازه‌ای که زیر محور xهاست $y < ۰$ است و داریم:

$$y = x^۲ - ۴x - ۱۲ \Rightarrow x^۲ - ۴x - ۱۲ < ۰ \Rightarrow (x-۶)(x+۲) < ۰ \Rightarrow -۲ < x < ۶$$

رأس سهمی

رأس سهمی $f(x) = ax^۲ + bx + c$ برابر است با:



$$S\left|\begin{matrix} -\frac{b}{۲a} \\ -\frac{\Delta}{۴a} \end{matrix}\right.$$

۱۴۰۳ - ۱۴۰۴
www.biomaze.ir
www.SanjeshCloud.ir
T.me/SanjeshClouds

نکته

اگر نمودار تابع $f(x)$ بالای محور xها باشد، آن‌گاه نامعادلهٔ $f(x)>0$ را حل می‌کنیم. اگر $f(x)$ زیر محور xها باشد باید نامعادلهٔ $f(x)<0$ را حل کنیم.

گروه آموزشی ماز

۳- اگر $g(x)$ خارج‌قسمت تقسیم چندجمله‌ای $f(x)=x^{10}+2x^4-3x^2+x+a$ بر $x-1$ باشد، مقدار $g(1)$ کدام است؟

۱) ۷ ۲) ۱۰ ۳) ۱۳ ۴) صفر

پاسخ: گزینهٔ ۳ (سخت ـ یکنوایی و بخش‌پذیری ـ مفهومی / محاسباتی ـ ۱۲۰۱)

باقی‌ماندهٔ تقسیم $f(x)$ بر $x-1$ برابر $f(1)$ می‌باشد، با توجه به قضیهٔ تقسیم داریم:

$$\begin{array}{c|c} f(x) & x-1 \\ \vdots & \hline g(x) \\ \hline f(1) & \end{array} \Rightarrow f(x)=(x-1)g(x)+f(1) \xrightarrow{\text{از دو طرف مشتق می‌گیریم}} f'(x)=1\times g(x)+(x-1)g'(x)$$

$$\xrightarrow{\text{جایگذاری } x=1 \text{ در معادله}} f'(1)=g(1)$$

از طرفی $f'(x)=10x^9+8x^3-6x+1$ می‌باشد، پس $g(1)$ برابر است با:

$$g(1)=f'(1)=10+8-6+1=13$$

قضیهٔ تقسیم

در تقسیم چندجمله‌ای $f(x)$ بر $ax+b$ داریم:

$$\begin{array}{c|c} \text{مقسوم} \uparrow f(x) & ax+b \rightarrow \text{مقسوم‌علیه} \\ \vdots & \hline q(x) \rightarrow \text{خارج‌قسمت} \\ \hline R \downarrow \text{باقی‌مانده} & \end{array} \Rightarrow f(x)=(ax+b)q(x)+R \xrightarrow{x=-\frac{b}{a}} R=f(-\frac{b}{a})$$

گروه آموزشی ماز

۴- معادلهٔ $mx^2+2(2-m)x+1=0$ دارای دو ریشهٔ حقیقی منفی است. مقدار $[m]$ کدام است؟ ($[\ ]$ نماد جزء صحیح است.)

۱) -1 ۲) ۱ ۳) -2 ۴) صفر

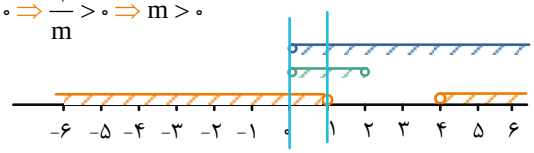
پاسخ: گزینهٔ ۴ (متوسط ـ جبر و معادله ـ مفهومی / محاسباتی ـ ۱۱۰۱)

چون معادله دارای ۲ ریشهٔ حقیقی منفی است، پس $\Delta>0$ بوده و جمع ریشه‌ها منفی و ضرب ریشه‌ها مثبت است، ببینید:

۱) $\Delta>0 \Rightarrow 4(2-m)^2-4\times1\times m>0 \Rightarrow 4(m^2-4m+4)-4m>0 \Rightarrow 4m^2-20m+16>0 \Rightarrow m^2-5m+4>0 \Rightarrow m<1 \cup m>4$

۲) $S<0 \Rightarrow \frac{-2(2-m)}{m}<0 \Rightarrow \frac{2(2-m)}{m}>0 \Rightarrow 0<m<2$

۳) $P>0 \Rightarrow \frac{1}{m}>0 \Rightarrow m>0$



$\Rightarrow 0<m<1$

از اشتراک سه شرط فوق داریم:

بنابراین $[m]$ برابر صفر می‌باشد.

وضعیت جواب‌های معادلهٔ درجهٔ دوم

در مورد معادلهٔ $ax^2+bx+c=0$ می‌توان گفت:

۱) $\Delta<0 \Rightarrow$ معادله ریشهٔ حقیقی ندارد.

۲) $\Delta=0, S<0, P>0$ معادله ۲ ریشهٔ برابر (ریشهٔ مضاعف) منفی دارد.

۳) $\Delta=0 \Rightarrow S>0, P>0$ معادله ۲ ریشهٔ برابر (ریشهٔ مضاعف) مثبت دارد.

۴) $\Delta>0, S>0, P>0$ معادله ۲ ریشهٔ حقیقی متمایز مثبت دارد.

۵) $\Delta>0, S<0, P>0$ معادله ۲ ریشهٔ حقیقی متمایز منفی دارد.

۶) $\Delta>0, S>0, P<0$ معادله ۲ ریشهٔ حقیقی متمایز دارد که یکی + و دیگری − است و قدرمطلق ریشهٔ مثبت بیشتر از قدرمطلق ریشهٔ منفی است.

۷) $\Delta>0, S<0, P<0$ معادله ۲ ریشهٔ حقیقی متمایز دارد که یکی + و دیگری − است و قدرمطلق ریشهٔ منفی بیشتر از قدرمطلق ریشهٔ مثبت است.

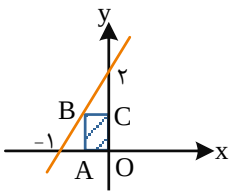
۸) $\Delta>0, S=0, P<0$ معادله ۲ ریشهٔ حقیقی متمایز قرینهٔ هم دارد.

۹) $\Delta>0, P=0$ معادله ۲ ریشهٔ متمایز حقیقی دارد که یکی از آن‌ها صفر است.

گروه آموزشی ماز

۱۴۰۳ - ۱۴۰۴
www.biomaze.ir
www.SanjeshCloud.ir
T.me/SanjeshClouds

۵- در مستطیل طلایی هاشورزدهٔ شکل مقابل، اندازهٔ عرض مستطیل (OA) چقدر است؟



۱) $۱-\frac{۲\sqrt{۵}}{۵}$
۲) $۱-\frac{\sqrt{۵}}{۵}$
۳) $۱-\frac{\sqrt{۵}}{۱۰}$
۴) $\frac{\sqrt{۵}}{۲}-۱$

پاسخ: گزینهٔ ۲ (متوسط ـ جبر و معادله ـ مفهومی / محاسباتی ـ ۱۱۰۱)

معادلهٔ خط داده شده به صورت $y=۲x+۲$ می‌باشد. اگر $OA=a$ فرض شود با توجه به این که نسبت طول به عرض در مستطیل طلایی برابر $\frac{۱+\sqrt{۵}}{۲}$ می‌باشد، داریم:

$$OA=a \Rightarrow AB=(\frac{۱+\sqrt{۵}}{۲})\times a$$

پس مختصات نقطهٔ B به صورت $B(-a,\frac{\sqrt{۵}+۱}{۲}a)$ می‌باشد. مختصات نقطهٔ B در معادلهٔ خط $y=۲x+۲$ صدق می‌کند و داریم:

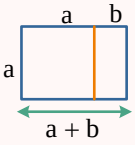
$$y=۲x+۲ \Rightarrow (\frac{\sqrt{۵}+۱}{۲})a=-۲a+۲ \Rightarrow (\sqrt{۵}+۱)a=-۴a+۴ \Rightarrow (\sqrt{۵}+۵)a=۴ \Rightarrow a=\frac{۴}{\sqrt{۵}+۵}$$

پس عرض مستطیل برابر است با:

$$a=\frac{۴}{۵+\sqrt{۵}}=\frac{۴(۵-\sqrt{۵})}{۵^۲-\sqrt{۵}^۲}=\frac{۴(۵-\sqrt{۵})}{۲۰}=۱-\frac{\sqrt{۵}}{۵}$$

مستطیل طلایی

در مستطیل مقابل نسبت طول به عرض $\frac{۱+\sqrt{۵}}{۲}$ می‌باشد.



اگر در این مستطیل، مربعی به طول ضلع a درآوریم، مستطیل باقی‌مانده با مستطیل اولیه متشابه می‌باشد:

$$\frac{a+b}{a}=\frac{a}{b}=\frac{۱+\sqrt{۵}}{۲}$$

$\frac{۱+\sqrt{۵}}{۲}$ را **عدد طلایی** می‌نامند که جوابی برای معادلهٔ $x^۲-x-۱=۰$ نیز می‌باشد.

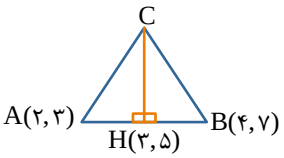
گروه آموزشی ماز

۶- اگر $A(۲,۳)$ و $B(۴,۷)$ دو رأس مثلث متساوی‌الاضلاع ABC باشند، آن‌گاه در دستگاه مختصات، عرض نقطهٔ C کدام است؟

۱) $۴\pm۲\sqrt{۳}$
۲) $۶\pm۲\sqrt{۳}$
۳) $۳\pm\sqrt{۳}$
۴) $۵\pm\sqrt{۳}$

پاسخ: گزینهٔ ۴ (سخت ـ قدرمطلق و هندسه تحلیلی ـ مفهومی / محاسباتی ـ ۱۱۰۱)

شکل فرضی مقابل را در نظر بگیرید:



$$\begin{cases} H(۳,۵) \\ m_{AB}=\frac{۷-۳}{۴-۲}=۲ \Rightarrow m_{CH}=-\frac{۱}{۲} \end{cases}$$

حال معادلهٔ عمودمنصف پاره‌خط AB یعنی CH را می‌نویسیم:

$$\text{معادلهٔ CH} \Rightarrow y-۵=-\frac{۱}{۲}(x-۳) \Rightarrow y=-\frac{۱}{۲}x+\frac{۱۳}{۲}$$

پس مختصات نقطهٔ C به صورت $C(\alpha,-\frac{۱}{۲}\alpha+\frac{۱۳}{۲})$ می‌باشد و داریم:

$$CH=\sqrt{(\alpha-۳)^۲+(-\frac{۱}{۲}\alpha+\frac{۱۳}{۲}-۵)^۲}=\sqrt{(\alpha-۳)^۲+(-\frac{۱}{۲}\alpha+\frac{۳}{۲})^۲}=\sqrt{(\alpha-۳)^۲+(-\frac{۱}{۲}(\alpha-۳))^۲}$$

$$\Rightarrow CH=\sqrt{(\alpha-۳)^۲+\frac{۱}{۴}(\alpha-۳)^۲}=\sqrt{\frac{۵}{۴}(\alpha-۳)^۲}=\frac{\sqrt{۵}}{۲}|\alpha-۳|$$

از طرفی:

$$CH=\frac{\sqrt{۳}}{۲}AB \Rightarrow \frac{\sqrt{۵}}{۲}|\alpha-۳|=\frac{\sqrt{۳}}{۲}\sqrt{(۴-۲)^۲+(۷-۳)^۲} \Rightarrow \sqrt{۵}|\alpha-۳|=\sqrt{۳}\times۲\sqrt{۵}$$

$$|\alpha-۳|=۲\sqrt{۳} \Rightarrow \alpha-۳=\pm۲\sqrt{۳} \Rightarrow \alpha=۳\pm۲\sqrt{۳}$$

$$\text{عرض نقطهٔ C}=-\frac{۱}{۲}\alpha+\frac{۱۳}{۲} \Rightarrow y_C=-\frac{۱}{۲}(۳\pm۲\sqrt{۳})+\frac{۱۳}{۲}=۵\pm\sqrt{۳}$$

www.biomaze.ir
۱۴۰۳ - ۱۴۰۴
www.SanjeshCloud.ir
T.me/SanjeshClouds

۷- تابع $f(x)=\begin{cases}۱-۲x & x<-۱\\ -x^۲+۲ax+۱ & x\geq -۱\end{cases}$ در $\mathbb{R}$ وارون‌پذیر است. اگر a عددی صحیح باشد، مقدار $f^{-۱}(-۳۴)$ کدام است؟

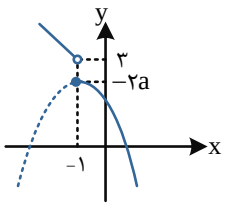
۱) ۴ ۲) ۵ ۳) ۳ ۴) ۶

پاسخ: گزینهٔ ۲ (متوسط ـ اعمال روی توابع ـ ترکیبی / محاسباتی ـ ۱۱۰۲)

باید تابع $f(x)$ یک‌به‌یک باشد، چون ضابطهٔ بالا نشان‌دهندهٔ یک تابع خطی است پس یک‌به‌یک می باشد. همینطور در ضابطهٔ پایین باید طول رأس سهمی کوچک‌تر یا مساوی -۱ باشد، بنابراین:

طول رأس سهمی $\leq -۱ \Rightarrow a\leq -۱$

شکل فرضی مقابل را در نظر بگیرید:



همچنین باید $-۲a\leq ۳$ باشد، یعنی: $a\geq -\frac{۳}{۲}$

از اشتراک دو شرط $a\leq -۱$ و $a\geq -\frac{۳}{۲}$ با فرض $a\in\mathbb{Z}$ داریم:

اگر $f^{-۱}(-۳۴)=\alpha$ باشد، آن‌گاه $f(\alpha)=-۳۴$ است و داریم:

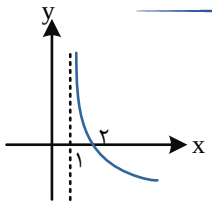
$$f(\alpha)=-\alpha^۲-۲\alpha+۱=-۳۴\Rightarrow \alpha^۲+۲\alpha-۳۵=۰\Rightarrow(\alpha+۷)(\alpha-۵)=۰\Rightarrow\begin{cases}\alpha=-۷ & \text{غ ق ق}\\ \alpha=۵ & \text{ق ق (زیرا باید } \alpha\geq -۱)\end{cases}$$

یک‌به‌یک بودن در توابع چندضابطه‌ای

اگر تابع $f(x)=\begin{cases}g(x) & x\geq a\\ h(x) & x<a\end{cases}$ یک‌به‌یک باشد حتماً توابع $g(x)$ و $h(x)$ یک‌به‌یک می‌باشند و همچنین در نقطهٔ مرزی وضعیت یک‌به‌یک بودن تابع باید بررسی شود.

گروه آموزشی ماز

۸- نمودار تابع $f(x)=a+b\log_۲^{(ax+b)}$ به صورت مقابل است. مقدار $f(۳۳)$ کدام است؟



۱) ۸-
۲) ۱۰-
۳) ۵-
۴) ۶-

پاسخ: گزینهٔ ۲ (متوسط ـ توابع نمایی و لگاریتمی ـ مفهومی / محاسباتی ـ ۱۱۰۳)

با توجه به دامنهٔ تابع از روی نمودار می‌توان گفت $x=۱$ عبارت مقابل لگاریتم را صفر می‌کند، بنابراین:

$$ax+b\overset{x=۱}{=\!=}۰\Rightarrow a+b=۰\Rightarrow b=-a\Rightarrow f(x)=a-a\log_۲^{(ax-a)}$$

از طرفی با توجه به نمودار $f(۲)=۰$ می‌باشد، پس:

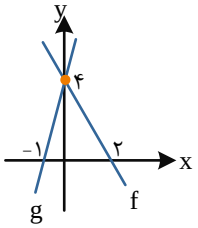
$$f(۲)=a-a\log_۲^{(۲a-a)}=۰\Rightarrow a=a\log_۲^a\Rightarrow\log_۲^a=۱\Rightarrow a=۲\Rightarrow b=-۲\Rightarrow f(x)=۲-۲\log_۲^{۲x-۲}$$

بنابراین مقدار $f(۳۳)$ برابر است با:

$$f(۳۳)=۲-۲\log_۲^{(۲\times۳۳-۲)}=۲-۲\log_۲^{۶۴}=۲-۲\times۶=-۱۰$$

گروه آموزشی ماز

۹- نمودارهای توابع f و g در شکل زیر رسم شده است. نمودار تابع f را نسبت به محور yها قرینه کرده و سپس ۳ واحد به راست انتقال می‌دهیم. نمودار جدید، نمودار تابع g را در نقطه‌ای با کدام طول قطع می‌کند؟



۱) ۷-
۲) ۲-
۳) ۳-
۴) ۴-

پاسخ: گزینهٔ ۳ (متوسط ـ تبدیل نمودار توابع ـ مفهومی / محاسباتی ـ ۱۲۰۱)

ضابطهٔ توابع f و g به صورت $f(x)=-۲x+۴$ و $g(x)=۴x+۴$ می‌باشد. بنابراین:

$$f(-x)=-۲(-x)+۴\xrightarrow[x\to x-۳]{\text{۳ واحد به راست}}f\big(-(x-۳)\big)=۲(x-۳)+۴\Rightarrow f(۳-x)=۲x-۲$$

قرینهٔ نمودار f نسبت به محور yها $\Rightarrow$

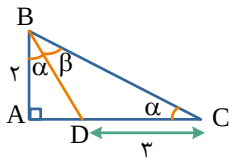
www.biomaze.ir ۱۴۰۳ - ۱۴۰۴
www.SanjeshCloud.ir T.me/SanjeshClouds

حال تقاطع تابع جدید با تابع $g(x)$ را محاسبه می‌کنیم. ببینید:

$$f(۳-x)=g(x) \Rightarrow ۲x-۲=۴x+۴ \Rightarrow ۲x=-۶ \Rightarrow x=-۳$$

گروه آموزشی ماز

۱۰- در شکل زیر، مقدار $\sin\beta$ کدام است؟



۱) ۰/۶
۲) ۰/۸
۳) ۰/۴۸
۴) ۰/۶۴

پاسخ: گزینهٔ ۱ (متوسط ـ مثلثات ـ مفهومی / محاسباتی ـ ۱۲۰۲)

با فرض $AD=x$ داریم:

$$\begin{matrix}\triangle ABD: \tan\alpha=\frac{x}{۲}\\ \triangle ABC: \tan\alpha=\frac{۲}{x+۳}\end{matrix} \Rightarrow \frac{x}{۲}=\frac{۲}{x+۳} \Rightarrow x^۲+۳x=۴ \Rightarrow x^۲+۳x-۴=۰ \Rightarrow (x+۴)(x-۱)=۰ \Rightarrow \begin{cases}x=-۴ \times\\ x=۱ \checkmark\end{cases}$$

بنابراین:

$$\tan\beta=\tan\big((\alpha+\beta)-\alpha\big)=\frac{\tan(\alpha+\beta)-\tan\alpha}{۱+\tan(\alpha+\beta)\times\tan\alpha}=\frac{۲-\frac{۱}{۲}}{۱+۲\times\frac{۱}{۲}}=\frac{\frac{۳}{۲}}{۲}=\frac{۳}{۴}$$

با کمک رابطهٔ $۱+\cot^۲\beta=\frac{۱}{\sin^۲\beta}$ داریم:

$$۱+\cot^۲\beta=\frac{۱}{\sin^۲\beta} \Rightarrow ۱+(\frac{۴}{۳})^۲=\frac{۱}{\sin^۲\beta} \Rightarrow \frac{۹}{۲۵}=\sin^۲\beta \Rightarrow \sin\beta=+\frac{۳}{۵}=۰/۶$$

($\sin\beta$: زاویهٔ حاده)

نسبت‌های مثلثاتی مجموع و تفاضل ۲ زاویه

- $\sin(\alpha\pm\beta)=\sin\alpha\cos\beta\pm\cos\alpha\sin\beta$
- $\cos(\alpha\pm\beta)=\cos\alpha\cos\beta\mp\sin\alpha\sin\beta$
- $\tan(\alpha\pm\beta)=\frac{\tan\alpha\pm\tan\beta}{۱\mp\tan\alpha\tan\beta}$
- $\cot(\alpha\pm\beta)=\frac{۱}{\tan(\alpha\pm\beta)}$

گروه آموزشی ماز

۱۱- اگر $\cos ۲x+۳\sin ۲x=۳$ باشد، مقدار $\cot x$ کدام می‌تواند باشد؟

۱) -۲ ۲) ۲ ۳) $\frac{۱}{۲}$ ۴) $-\frac{۱}{۲}$

پاسخ: گزینهٔ ۲ (متوسط ـ مثلثات ـ مفهومی / محاسباتی ـ ۱۱۰۴)

روش اول:

$$\cos ۲x+۳\sin ۲x=۳ \Rightarrow \cos^۲x-\sin^۲x+۶\sin x\cos x=۳ \xrightarrow{\text{دو طرف بر } \cos^۲x \text{ تقسیم}}$$

($\cos ۲x=\cos^۲x-\sin^۲x$، $\sin ۲x=۲\sin x\cos x$)

$$\frac{\cos^۲x}{\cos^۲x}-\frac{\sin^۲x}{\cos^۲x}+\frac{۶\sin x\cos x}{\cos^۲x}=\frac{۳}{\cos^۲x} \Rightarrow ۱-\tan^۲x+۶\tan x=۳(۱+\tan^۲x) \Rightarrow ۴\tan^۲x-۶\tan x+۲=۰$$

$$\Rightarrow \tan x=۱ \text{ یا } \tan x=\frac{۱}{۲} \Rightarrow \cot x=۱ \text{ یا } \cot x=۲$$

روش دوم:

$$\sin ۲x=\frac{۲\tan x}{۱+\tan^۲x}\ ,\ \cos ۲x=\frac{۱-\tan^۲x}{۱+\tan^۲x}$$

$$\cos ۲x+۳\sin ۲x=۳ \Rightarrow \frac{۱-\tan^۲x}{۱+\tan^۲x}+\frac{۳\times۲\tan x}{۱+\tan^۲x}=۳ \Rightarrow \frac{۱-\tan^۲x+۶\tan x}{۱+\tan^۲x}=۳$$

www.biomaze.ir
۱۴۰۳ - ۱۴۰۴
www.SanjeshCloud.ir
T.me/SanjeshClouds

$$۳\tan^۲x+۳=۱-\tan^۲x+۶\tan x \Rightarrow ۴\tan^۲x-۶\tan x+۲=۰ \Rightarrow \tan x=۱ \text{ یا } \frac{۱}{۲} \Rightarrow \cot x=۱ \text{ یا } ۲$$

نسبت‌های مثلثاتی ۲ برابر زاویه

- $\sin ۲x = ۲\sin x\cos x$
- $\sin ۲x = \frac{۲\tan x}{۱+\tan^۲x}$
- $\cos ۲x = \begin{cases} ۱-۲\sin^۲x \\ \cos^۲x-\sin^۲x \\ ۲\cos^۲x-۱ \end{cases}$
- $\cos ۲x = \frac{۱-\tan^۲x}{۱+\tan^۲x}$

گروه آموزشی ماز

۱۲- اگر $\tan\alpha=۲\tan\beta$ باشد، مقدار $\frac{\sin(\alpha+\beta)}{\sin(\alpha-\beta)}$ کدام است؟ $(\alpha,\beta\neq\frac{k\pi}{۲})$

۱) $\frac{۱}{۲}$ ۲) ۲ ۳) ۳ ۴) $\frac{۱}{۳}$

پاسخ: گزینهٔ ۳ (متوسط ـ مثلثات ـ مفهومی / محاسباتی ـ ۱۱۰۴)

$$\tan\alpha=۲\tan\beta \Rightarrow \frac{\sin\alpha}{\cos\alpha}=\frac{۲\sin\beta}{\cos\beta} \Rightarrow \sin\alpha\cos\beta=۲\cos\alpha\sin\beta$$

$$\frac{\sin(\alpha+\beta)}{\sin(\alpha-\beta)}=\frac{\sin\alpha\cos\beta+\cos\alpha\sin\beta}{\sin\alpha\cos\beta-\cos\alpha\sin\beta}=\frac{۲\cos\alpha\sin\beta+\cos\alpha\sin\beta}{۲\cos\alpha\sin\beta-\cos\alpha\sin\beta}=\frac{۳\cos\alpha\sin\beta}{\cos\alpha\sin\beta}=۳$$

گروه آموزشی ماز

۱۳- مجموع جواب‌های معادلهٔ $\cos(۲x+\frac{\pi}{۴})+\sin(x-\frac{\pi}{۴})=۰$ در بازهٔ $(۰,۲\pi)$ کدام است؟

۱) ۲π ۲) $\frac{۵\pi}{۲}$ ۳) ۳π ۴) $\frac{۷\pi}{۲}$

پاسخ: گزینهٔ ۴ (متوسط ـ مثلثات ـ مفهومی / محاسباتی ـ ۱۲۰۲)

توجه کنید که $\cos(\frac{\pi}{۲}+\alpha)=-\sin\alpha$ می‌باشد، پس:

$$\cos(۲x+\frac{\pi}{۴})=-\sin(x-\frac{\pi}{۴}) \Rightarrow \cos(۲x+\frac{\pi}{۴})=\cos(\frac{\pi}{۲}+x-\frac{\pi}{۴}) \Rightarrow \cos(۲x+\frac{\pi}{۴})=\cos(x+\frac{\pi}{۴})$$

$$\Rightarrow \begin{cases} ۲x+\frac{\pi}{۴}=۲k\pi+x+\frac{\pi}{۴} \\ ۲x+\frac{\pi}{۴}=۲k\pi-(x+\frac{\pi}{۴}) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x=۲k\pi \times \text{ زیرا در بازهٔ } (۰,۲\pi) \text{ جوابی ندارد.} \\ x=\frac{۲k\pi}{۳}-\frac{\pi}{۶} \end{cases}$$

k	۰	۱	۲	۳	۴
x	$-\frac{\pi}{۶}$	$\frac{\pi}{۲}$	$\frac{۷\pi}{۶}$	$\frac{۱۱\pi}{۶}$	$\frac{۵\pi}{۲}$
	×	✓	✓	✓	×

پس مجموع جواب‌ها برابر است با: $\frac{\pi}{۲}+\frac{۷\pi}{۶}+\frac{۱۱\pi}{۶}=\frac{\pi}{۲}+۳\pi=\frac{۷\pi}{۲}$

معادلهٔ مثلثاتی معروف

حل معادلات مثلثاتی به فرم $\cos A=\cos B$:

$$\cos A=\cos B \Rightarrow A=۲k\pi\pm B$$

گروه آموزشی ماز

۱۴- اگر $\lim\limits_{x\to۱}\frac{ax^۲-bx-۲}{x^۴-x}=\frac{a}{b}$ باشد، کمترین مقدار $a^۲+b^۲$ کدام است؟

۱) ۵ ۲) ۱۰ ۳) ۱۳ ۴) ۲۰

پاسخ: گزینهٔ ۲ (متوسط ـ حد و پیوستگی ـ مفهومی / محاسباتی ـ ۱۱۰۵)

چون در محاسبهٔ حد، مخرج کسر صفر می‌شود، پس باید صورت کسر هم صفر شود، یعنی:

$$\lim_{x\to۱}\frac{ax^۲-bx-۲}{x^۴-x}=\frac{a-b-۲}{۰} \Rightarrow a-b-۲=۰ \Rightarrow a=b+۲$$

www.biomaze.ir ۱۴۰۳ - ۱۴۰۴
سنجش کلاد www.SanjeshCloud.ir T.me/SanjeshClouds

حال با توجه به $\frac{0}{0}$ بودن حد، از روش هوپیتال استفاده می‌کنیم. ببینید:

$$\lim_{x\to 1}\frac{ax^2-bx-2}{x^4-x}\xrightarrow{HOP}\lim_{x\to 1}\frac{2ax-b}{4x^3-1}=\frac{2a-b}{4-1}=\frac{2a-b}{3}$$

$$\Rightarrow \frac{2(b+2)-b}{3}=\frac{b+4}{3}=\frac{a}{b}\Rightarrow \frac{b+4}{3}=\frac{b+2}{b}\Rightarrow b^2+4b=3b+6\Rightarrow b^2+b-6=0$$

$$\Rightarrow (b+3)(b-2)=0\Rightarrow \begin{cases} b=-3\Rightarrow a=-1\Rightarrow a^2+b^2=10\Rightarrow \min(a^2+b^2)=10 \\ b=2\Rightarrow a=4\Rightarrow a^2+b^2=20 \times \end{cases}$$

گروه آموزشی ماز

۱۵- اگر $\lim_{x\to-\infty}\frac{ax+\sqrt{4x^2+1}}{ax-1}=2$ باشد، کدام خط یک مجانب قائم تابع $y=\frac{ax+3}{2x+a}$ است؟

۱) $x=1$ ۲) $x=-1$ ۳) $x=\frac{1}{2}$ ۴) $x=-\frac{1}{2}$

پاسخ: گزینهٔ ۱ (متوسط ـ حد در بی‌نهایت ـ مفهومی / محاسباتی ـ ۱۲۰۳)

$$\lim_{x\to-\infty}\frac{ax+\sqrt{4x^2+1}}{ax-1}=\lim_{x\to-\infty}\frac{ax+|2x|}{ax}=\lim_{x\to-\infty}\frac{(a-2)x}{ax}=\frac{a-2}{a}=2\Rightarrow a=-2$$

پس ضابطهٔ تابع f به صورت $f(x)=\frac{-2x+3}{2x-2}$ می‌باشد و مجانب قائم آن ریشهٔ مخرج یعنی $x=1$ می باشد.

مجانب قائم

خط قائمی است که نمودار تابع به آن نزدیک و نزدیک‌تر می‌شود. اگر خط $x=a$ مجانب قائم تابع $f(x)$ باشد، آن‌گاه: $\lim_{x\to a}f(x)=\infty$. برای به دست آوردن مجانب قائم در توابع کسری ریشه‌های مخرج را به دست می‌آوریم به شرطی که ریشهٔ صورت نباشد و حداقل در یک همسایگی آن تابع تعریف شود.

$x=a$ مجانب قائم

گروه آموزشی ماز

۱۶- تابع $f(x)=\begin{cases}\frac{\sqrt{4x^2+bx+c}}{|3x-6|} & x\neq 2 \\ \frac{a}{x} & x=2\end{cases}$ در مجموعه اعداد حقیقی پیوسته است. مقدار $\frac{b}{a}$ کدام می‌باشد؟

۱) ۶ ۲) -6 ۳) -12 ۴) ۱۲

پاسخ: گزینهٔ ۳ (سخت ـ حد و پیوستگی ـ مفهومی / محاسباتی ـ ۱۱۰۵)

زمانی تابع در $x=2$ پیوسته است که $\lim_{x\to 2}f(x)=f(2)$ باشد، بنابراین:

$$f(2)=\frac{a}{2}$$

$$\lim_{x\to 2}f(x)=\lim_{x\to 2}\frac{\sqrt{4x^2+bx+c}}{|3x-6|}$$

باید عبارت زیر رادیکال به فرم $4(x-2)^2$ درآید تا $f(x)$ در $x=2$ دارای حد باشد، پس:

$$4x^2+bx+c=4(x-2)^2\Rightarrow 4x^2+bx+c=4x^2-16x+16\Rightarrow \begin{cases} b=-16 \\ c=16\end{cases}$$

پس:

$$\lim_{x\to 2}f(x)=\lim_{x\to 2}\frac{\sqrt{4(x-2)^2}}{3|x-2|}=\lim_{x\to 2}\frac{2|x-2|}{3|x-2|}=\frac{2}{3}\Rightarrow \frac{a}{2}=\frac{2}{3}\Rightarrow a=\frac{4}{3}$$

بنابراین حاصل $\frac{b}{a}$ برابر است با:

$$\frac{b}{a}=\frac{-16}{\frac{4}{3}}=-12$$

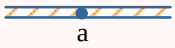
www.biomaze.ir
۱۴۰۳ - ۱۴۰۴
www.SanjeshCloud.ir
T.me/SanjeshClouds

پیوستگی

وقتی تابع پیوسته باشد نقاط نمودار به هم متصل می‌باشند و اگر نمودار دارای حفره یا پرش (بریدگی) باشد نمودار تابع ناپیوسته است.

شرایط پیوستگی تابع در نقطهٔ a

۱. تابع در نقطهٔ a و همسایگی آن تعریف شده باشد.



۲. حد تابع در نقطهٔ a موجود باشد. $\lim\limits_{x\to a^-} f(x) = \lim\limits_{x\to a^+} f(x) =$ عدد مشخص

۳. مقدار تابع با حد تابع در نقطهٔ a برابر باشد. $\lim\limits_{x\to a^-} f(x) = \lim\limits_{x\to a^+} f(x) = f(a)$

گروه آموزشی ماز

۱۷- اگر $f(x)=\frac{\tan x - ۴\cot x}{۱+۲\cot x}$ و $g(x)=\cot x$ باشد، حاصل $f'(\frac{\pi}{۴})g(\frac{\pi}{۴})+g'(\frac{\pi}{۴})f(\frac{\pi}{۴})$ کدام است؟

۱) -۲ ۲) -۴ ۳) ۲ ۴) ۴

پاسخ: گزینهٔ ۴ (متوسط ـ توابع مشتق و آهنگ لحظه‌ای ـ مفهومی / محاسباتی ـ ۱۲۰۴)

صورت و مخرج کسر موجود در تابع $f(x)$ را در $\tan x$ ضرب می‌کنیم. ببینید:

$$f(x)=\frac{\tan x}{\tan x}\times\frac{\tan x - ۴\cot x}{۱+۲\cot x}=\frac{\tan^۲ x - ۴}{\tan x + ۲}=\frac{(\tan x - ۲)(\tan x + ۲)}{\tan x + ۲}\Rightarrow f(x)=\tan x - ۲$$

پس حاصل $f(x)g(x)$ برابر است با:

$$f(x)g(x)=(\tan x - ۲)\times\cot x = ۱ - ۲\cot x$$

عبارت $f'(x)g(x)+g'(x)f(x)$ همان مشتق تابع $f(x)g(x)$ است. ببینید:

$$f'(\frac{\pi}{۴})g(\frac{\pi}{۴})+g'(\frac{\pi}{۴})f(\frac{\pi}{۴})=(f\times g)'(\frac{\pi}{۴})=(۱-۲\cot x)'(\frac{\pi}{۴})=۲(۱+\cot^۲\frac{\pi}{۴})=۲(۱+۱)=۴$$

مشتق ضرب دو تابع

اگر $f(x)$ و $g(x)$ دو تابع مشتق‌پذیر باشند، آن‌گاه:

$$(f\times g)'(x)=f'(x)\times g(x)+g'(x)\times f(x)$$

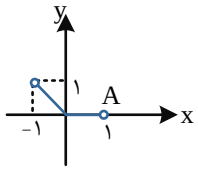
گروه آموزشی ماز

۱۸- تابع $f(x)=\begin{cases} x[x] & |x|<۱ \\ ax^۳+b & |x|\geq ۱ \end{cases}$ دارای سه نقطهٔ گوشه‌ای است. مقدار $۲a-b$ کدام است؟

۱) $-\frac{۳}{۲}$ ۲) $-\frac{۱}{۲}$ ۳) $\frac{۱}{۲}$ ۴) $\frac{۳}{۲}$

پاسخ: گزینهٔ ۱ (متوسط ـ مفهومی مشتق و مشتق‌پذیری ـ مفهومی / محاسباتی ـ ۱۲۰۴)

نمودار ضابطهٔ اول به صورت مقابل است:



نقطهٔ $x=۰$ با توجه به شکل مقابل گوشه است. کافی است ضابطه دوم از نقاط $A(۱,۰)$ و $B(-۱,۱)$ عبور کند تا ۳ نقطه گوشه داشته باشیم، پس:

$$\begin{matrix} f(۱)=۰\Rightarrow a+b=۰ \\ f(-۱)=۱\Rightarrow -a+b=۱ \end{matrix}\Rightarrow\begin{cases} a=-\frac{۱}{۲} \\ b=\frac{۱}{۲} \end{cases}\Rightarrow ۲a-b=۲(-\frac{۱}{۲})-\frac{۱}{۲}=-\frac{۳}{۲}$$

www.biomaze.ir
۱۴۰۳ - ۱۴۰۴
www.SanjeshCloud.ir
T.me/SanjeshClouds

نقاط گوشه (زاویه‌دار)

نقطه‌ای که در آن تابع پیوسته بوده اما مشتق‌های راست و چپ یا دو عدد نابرابر بوده و یا یکی از آن‌ها عدد و دیگری ∞ است.

گروه آموزشی ماز

۱۹- تابع $f(x)=x+\sqrt{4-x|x|}$ در بازهٔ $(-\infty,a)$ اکیداً صعودی است. حداکثر a کدام است؟

۱) ۱ ۲) $-\sqrt{2}$ ۳) -1 ۴) $\sqrt{2}$

پاسخ: گزینهٔ ۴ (متوسط ـ کاربردهای مشتق ـ مفهومی / محاسباتی ـ ۱۲۰۵)

تابع f را به صورت دو ضابطه‌ای می‌نویسیم:

$$f(x)=\begin{cases}x+\sqrt{4+x^2} & x<0\\ x+\sqrt{4-x^2} & x\geq 0\end{cases}\Rightarrow f'(x)=\begin{cases}1+\frac{2x}{2\sqrt{4+x^2}} & x<0\\ 1+\frac{-2x}{2\sqrt{4-x^2}} & x\geq 0\end{cases}$$

اگر تابع f اکیداً صعودی باشد، آنگاه $f'(x)>0$ می‌باشد. (در نقاط محدودی که روی یک خط راست نباشند $f'(x)=0$ است)

$$1+\frac{x}{\sqrt{4+x^2}}>0\Rightarrow\frac{x}{\sqrt{x^2+4}}>-1\Rightarrow-\sqrt{x^2+4}<x\Rightarrow\sqrt{x^2+4}>-x\xrightarrow{\text{توان ۲}}x^2+4>x^2\Rightarrow 4>0$$

(همواره مثبت ↓)

بدیهی

پس ضابطهٔ اول در بازهٔ $(-\infty,0)$ اکیداً صعودی است.

$$1+\frac{-x}{\sqrt{4-x^2}}>0\Rightarrow\frac{-x}{\sqrt{4-x^2}}>-1\Rightarrow\sqrt{4-x^2}>x\Rightarrow 4-x^2>x^2\Rightarrow x^2<2\xrightarrow{x\geq 0}0\leq x<\sqrt{2}$$

بنابراین تابع $f(x)$ در بازهٔ $(-\infty,\sqrt{2})$ اکیداً صعودی است و $a=\sqrt{2}$ می باشد.

گروه آموزشی ماز

۲۰- اگر $x=4$ طول نقطهٔ مینیمم نسبی تابع $f(x)=(x+a)(x-2a)(x-6)$ باشد، طول نقطهٔ عطف آن کدام است؟

۱) $\frac{2}{3}$ ۲) $\frac{4}{3}$ ۳) $\frac{5}{3}$ ۴) $\frac{7}{3}$

پاسخ: گزینهٔ ۳ (متوسط ـ کاربردهای مشتق ـ مفهومی / محاسباتی ـ ۱۲۰۵)

در تابع درجهٔ سوم (چندجمله‌ای) در نقاط max و min مشتق صفر است، پس:

$$f'(x)=1\times(x-2a)(x-6)+1\times(x+a)(x-6)+1\times(x+a)(x-2a)\Rightarrow f'(4)=0$$

$$\Rightarrow(4-2a)(4-6)+(4+a)(4-6)+(4+a)(4-2a)=0\Rightarrow -8+4a-8-2a-2a^2-4a+16=0\Rightarrow -2a^2-2a=0$$

$$\Rightarrow a(a+1)=0\Rightarrow\begin{cases}a=0\\ a=-1\end{cases}$$

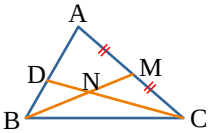
طول نقطهٔ عطف در تابع $f(x)=(x-a)(x-b)(x-c)$ برابر $x=\frac{a+b+c}{3}$ می‌باشد، پس:

$$f(x)=(x+a)(x-2a)(x-6)\Rightarrow x_{\text{عطف}}=\frac{-a+2a+6}{3}=\frac{a+6}{3}$$

به ازای $a=0$ طول نقطهٔ عطف برابر ۲ و به ازای $a=-1$ طول نقطهٔ عطف $\frac{5}{3}$ است که $\frac{5}{3}$ در گزینه‌ها دیده می‌شود.

گروه آموزشی ماز

۲۱- در شکل مقابل، M وسط ضلع AC و CD امتداد میانهٔ وارد بر BM در مثلث BMC است. مساحت مثلث ABC چند برابر مساحت مثلث BDN است؟



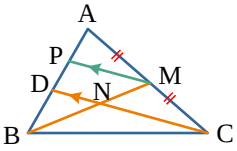
۱) ۹
۲) ۱۵
۳) ۱۲
۴) ۱۸

www.biomaze.ir
۱۴۰۳ - ۱۴۰۴
www.SanjeshCloud.ir
T.me/SanjeshClouds

پاسخ: گزینهٔ ۳ (متوسط ـ قضیهٔ تالس و تشابه ـ محاسباتی ـ ۱۰۰۲)

اگر از M به موازات CD رسم کنیم. داریم:

$$\left.\begin{array}{l} MP \parallel CD \Rightarrow \frac{AP}{PD}=\frac{AM}{MC} \Rightarrow AP=PD\ ,\ MP=\frac{۱}{۲}CD \\ ND \parallel MP \Rightarrow \frac{BP}{PD}=\frac{BM}{MN} \Rightarrow BD=DP\ ,\ ND=\frac{۱}{۲}MP \end{array}\right\} \Rightarrow ND=\frac{۱}{۴}CD$$



مثلث‌های BDN و BCD ارتفاع مشترک دارند، پس نسبت مساحت آن‌ها همان نسبت قاعده‌های آن‌هاست:

$$\frac{S_{\triangle BDN}}{S_{\triangle BCD}}=\frac{ND}{CD}=\frac{۱}{۴} \quad (I)$$

از طرفی دو مثلث BCD و ABC نیز دارای ارتفاع مشترک هستند، پس:

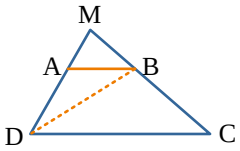
$$\frac{S_{\triangle BCD}}{S_{\triangle ABC}}=\frac{BD}{AB}=\frac{۱}{۳} \quad (II)$$

از (I) و (II) نتیجه می‌گیریم که:

$$(I),(II) \Rightarrow \frac{S_{\triangle BDN}}{S_{\triangle BCD}}\times\frac{S_{\triangle BCD}}{S_{\triangle ABC}}=\frac{۱}{۴}\times\frac{۱}{۳} \Rightarrow \frac{S_{\triangle BDN}}{S_{\triangle ABC}}=\frac{۱}{۱۲}$$

گروه آموزشی ماز

۲۲- در ذوزنقهٔ شکل مقابل، امتداد ساق‌ها در M متقاطع‌اند. اگر $S_{\triangle ABD}=۶$ و $S_{\triangle BCD}=۱۰$ باشد، آنگاه $S_{\triangle AMB}$ کدام است؟

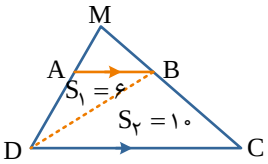


۱) ۹
۲) ۸
۳) ۵
۴) ۴

پاسخ: گزینهٔ ۱ (متوسط ـ چندضلعی‌ها ـ محاسباتی ـ ۱۰۰۲)

طبق قضیهٔ تالس داریم:

$$AB \parallel DC \Rightarrow \frac{MA}{AD}=\frac{MB}{BC}$$

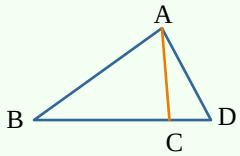


از طرفی:

$$\left.\begin{array}{l} \frac{S_{\triangle AMB}}{S_{\triangle ABD}}=\frac{MA}{AD} \\ \frac{S_{\triangle MBD}}{S_{\triangle BCD}}=\frac{MB}{BC} \end{array}\right\} \xrightarrow{\frac{MA}{AD}=\frac{MB}{BC}} \frac{S_{\triangle AMB}}{S_{\triangle ABD}}=\frac{S_{\triangle MBD}}{S_{\triangle BCD}} \Rightarrow \frac{S_{\triangle AMB}}{۶}=\frac{S_{\triangle MBD}}{۱۰} \Rightarrow \frac{S_{\triangle AMB}}{۶}=\frac{S_{\triangle AMB}+۶}{۱۰} \Rightarrow ۴S_{\triangle AMB}=۳۶ \Rightarrow S_{\triangle AMB}=۹$$

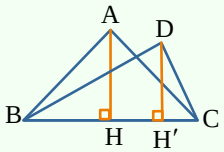
نکات طلایی

- اگر دو مثلث دارای ارتفاع یکسان باشند، نسبت مساحت آن‌ها با نسبت قاعدهٔ آن‌ها برابر است.



$$\frac{S_{\triangle ABC}}{S_{\triangle ACD}}=\frac{BC}{CD}$$

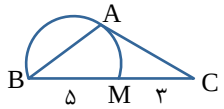
- اگر دو مثلث دارای قاعدهٔ یکسان باشند، نسبت مساحت آن‌ها با نسبت ارتفاع آن‌ها برابر است.



$$\frac{S_{\triangle ABC}}{S_{\triangle BCD}}=\frac{AH}{DH'}$$

گروه آموزشی ماز

۲۳- نیم‌دایره شکل مقابل به قطر BM رسم شده است. اگر $BM=۵$ و $MC=۳$ باشد، مساحت مثلث متساوی‌الساقین ABC کدام است؟



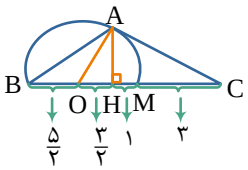
۱) $۸\sqrt{۲}$
۲) ۸
۳) ۱۲
۴) $۴\sqrt{۲}$

www.biomaze.ir
۱۴۰۳ - ۱۴۰۴
www.SanjeshCloud.ir
T.me/SanjeshClouds

پاسخ: گزینهٔ ۲ (متوسط ـ قضیهٔ تالس و تشابه ـ محاسباتی ـ ۱۱۰۱)

در مثلث متساوی‌الساقین $ABC\ (AB=AC)$ ارتفاع وارد بر BC را رسم می‌کنیم.

H وسط BC است و داریم:



$$OA=\frac{BM}{۲}=\frac{۵}{۲}\Rightarrow OH=\frac{۳}{۲}\Rightarrow AH=\sqrt{(OA)^۲-(OH)^۲}$$

$$AH=\sqrt{(\frac{۵}{۲})^۲-(\frac{۳}{۲})^۲}=۲\Rightarrow S_{\triangle ABC}=\frac{۱}{۲}AH\times BC=\frac{۱}{۲}\times ۲\times ۸=۸$$

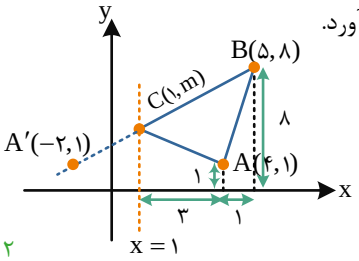
گروه آموزشی ماز

۲۴- نقاط $A(۴,۱)$ ، $B(۵,۸)$ و $C(۱,m)$ مفروض‌اند. در حالتی که محیط مثلث ABC کمترین مقدار ممکن باشد، مساحت آن کدام است؟

۱) ۱۶ ۲) ۸ ۳) ۶ ۴) ۱۲

پاسخ: گزینهٔ ۴ (متوسط ـ تبدیل‌های هندسی و کاربردها ـ مفهومی / محاسباتی ـ ۱۱۰۲)

می‌دانیم $C(۱,m)$ روی خط $x=۱$ قرار دارد، پس مطابق مسئله هِرون برای پیدا کردن کمترین مقدار $BC+AC$ باید نقطهٔ $A(۴,۱)$ را نسبت به $x=۱$ بازتاب دهیم که به $A'(-۲,۱)$ می‌رسیم. حال A' را به B وصل می‌کنیم، معادله خطی که از A' و B می‌گذرد به صورت $y=x+۳$ است. پس می‌توان از تقاطع دو خط، مختصات نقطهٔ C را به دست آورد.



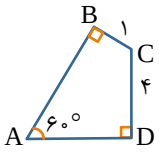
$$\begin{cases}x=۱\\y=x+۳\end{cases}\Rightarrow C(۱,۴)\Rightarrow m=۴$$

پس مساحت مثلث ABC برابر است با:

$$S_{\triangle ABC}=\frac{(۴+۸)\times ۴}{۲}-\frac{(۴+۱)\times ۳}{۲}-\frac{(۱+۸)\times ۱}{۲}=\frac{۴۸-۱۵-۹}{۲}=۱۲$$

گروه آموزشی ماز

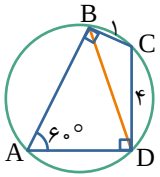
۲۵- در چهارضلعی شکل مقابل، طول قطر AC چقدر است؟



۱) $۲\sqrt{۵}$
۲) ۶
۳) ۸
۴) $۲\sqrt{۷}$

پاسخ: گزینهٔ ۴ (سخت ـ روابط طولی در مثلث ـ محاسباتی ـ ۱۱۰۳)

چهارضلعی ABCD محاطی است (چرا؟) و AC قطر دایره است. ابتدا به کمک قضیهٔ کسینوس‌ها طول BD را به دست می‌آوریم. ببینید:



$$\hat{C}=۱۸۰^\circ-\hat{A}=۱۲۰^\circ$$

$$BD^۲=CD^۲+CB^۲-۲CD\times CB\times\cos\hat{C}\Rightarrow BD^۲=۴^۲+۱^۲-۲\times ۴\times ۱\times\cos ۱۲۰^\circ$$

$$\Rightarrow BD^۲=۱۶+۱+۴=۲۱\Rightarrow BD=\sqrt{۲۱}$$

$$\frac{BD}{\sin\hat{A}}=۲R\Rightarrow ۲R=\frac{\sqrt{۲۱}}{\frac{\sqrt{۳}}{۲}}=\frac{۲\sqrt{۲۱}}{\sqrt{۳}}=۲\sqrt{۷}$$

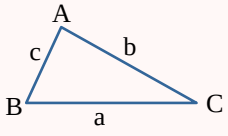
حال طبق قضیهٔ sinها در مثلث ABD داریم:

قطر دایرهٔ محیطی مثلث ABD همان قطر AC از دایره می‌باشد، پس $AC=۲\sqrt{۷}$ می‌باشد.

چهارضلعی محاطی

در هر چهارضلعی محاطی، زوایای روبه‌رو مکمل هستند.

قضیهٔ sinها و cosها در مثلث



قضیهٔ sinها: $\frac{a}{\sin\hat{A}}=\frac{b}{\sin\hat{B}}=\frac{c}{\sin\hat{C}}=۲R$ ($۲R$: شعاع دایرهٔ محیطی)

قضیهٔ cosها:
$$\begin{cases}a^۲=b^۲+c^۲-۲bc\cos\hat{A}\\b^۲=a^۲+c^۲-۲ac\cos\hat{B}\\c^۲=a^۲+b^۲-۲ab\cos\hat{C}\end{cases}$$

www.biomaze.ir
۱۴۰۳ - ۱۴۰۴
www.SanjeshCloud.ir
T.me/SanjeshClouds

۲۶- اگر $4A=\begin{bmatrix}|A| & -4\\ 16 & |A|\end{bmatrix}$ باشد، دستگاه معادلات $\begin{cases}|A|x-3y=2|A|\\ 6y-16x=20\end{cases}$ چند جواب دارد؟

۱) صفر ۲) ۱ ۳) ۲ ۴) بی‌شمار

پاسخ: گزینهٔ ۱ (متوسط ـ وارون ماتریس و دترمینان ـ محاسباتی ـ ۱۲۰۱)

$$4A=\begin{bmatrix}|A| & -4\\ 16 & |A|\end{bmatrix}\Rightarrow |4A|=\begin{vmatrix}|A| & -4\\ 16 & |A|\end{vmatrix}\Rightarrow 16|A|=|A|^2+64\Rightarrow |A|^2-16|A|+64=0\Rightarrow (|A|-8)^2=0$$

$$\Rightarrow |A|=8\Rightarrow \begin{cases}8x-3y=16\\ 6y-16x=20\end{cases}\Rightarrow \begin{cases}8x-3y=16\\ -16x+6y=20\end{cases}\Rightarrow \frac{8}{-16}=\frac{-3}{6}\neq\frac{16}{20}$$

دو خط موازی‌اند، پس دستگاه معادلات جواب ندارد.

ماتریس

اگر A ماتریس مربعی و از مرتبهٔ n باشد، آن‌گاه: $|kA|=k^n|A|\ \ (k\in\mathbb{R})$

بحث در مورد تعداد جواب‌های دستگاه معادلات خطی

$$\begin{cases}ax+by+c=0\\ a'x+b'y+c'=0\end{cases}$$

۱) اگر $\frac{a}{a'}\neq\frac{b}{b'}$ باشد، دستگاه یک جواب منحصر به فرد به فرم (x_0,y_0) دارد.

۲) اگر $\frac{a}{a'}=\frac{b}{b'}=\frac{c}{c'}$ باشد، دستگاه دارای بی‌شمار جواب می‌باشد.

۳) اگر $\frac{a}{a'}=\frac{b}{b'}\neq\frac{c}{c'}$ باشد، دستگاه دارای جواب نمی‌باشد.

گروه آموزشی ماز

۲۷- خط $L:4y=3x+3$ بر دایرهٔ C به مرکز $O(1,-1)$ مماس است. اگر خطی مانند $L':x-y=4$ دایره را در ۲ نقطه A و B قطع کند، طول AB کدام است؟

۱) ۴ ۲) ۶ ۳) $2\sqrt{2}$ ۴) $4\sqrt{2}$

پاسخ: گزینهٔ ۳ (متوسط ـ دایره و بیضی ـ محاسباتی ـ ۱۲۰۲)

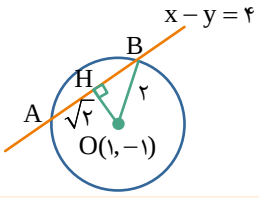
فاصلهٔ مرکز دایره تا خط مماس، شعاع دایره را نشان می‌دهد.

$$R=\frac{|-4-3-3|}{\sqrt{4^2+(-3)^2}}=2$$

فاصلهٔ مرکز دایره $O(1,-1)$ از خط $x-y-4=0$ همان OH در شکل مقابل است، بنابراین:

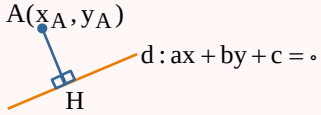
$$OH=\frac{|1-(-1)-4|}{\sqrt{1^2+(-1)^2}}=\frac{2}{\sqrt{2}}=\sqrt{2}$$

$$HB^2+OH^2=OB^2\Rightarrow HB=\sqrt{2}\Rightarrow AB=2HB=2\sqrt{2}$$



فاصلهٔ نقطه از خط

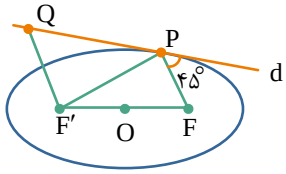
فاصلهٔ نقطهٔ $A(x_A,y_A)$ از خط $d:ax+by+c=0$ طول پاره‌خطی است که از آن نقطه بر خط عمود می‌شود.



$$AH=\frac{|ax_A+by_A+c|}{\sqrt{a^2+b^2}}$$

گروه آموزشی ماز

۲۸- در شکل زیر، خط d در نقطهٔ P بر بیضی مماس است. اگر PF و QF' موازی و $QF'=8$ و فاصلهٔ نقطهٔ P تا مرکز بیضی ۵ واحد باشد، اندازهٔ PF کدام است؟



۱) $6\sqrt{2}$
۲) $8\sqrt{2}$
۳) ۶
۴) ۱۰

www.biomaze.ir ۱۴۰۳ - ۱۴۰۴
www.SanjeshCloud.ir T.me/SanjeshClouds

پاسخ: گزینهٔ ۳ (آسان ـ دایره و بیضی ـ مفهومی / محاسباتی ـ ۱۲۰۲)

طبق خاصیت بازتابندگی در بیضی، $Q\hat{P}F' = ۴۵^\circ$ است ودر نتیجه $F'\hat{P}F = ۹۰^\circ$ بوده و مثلث $F'PF$ قائم‌الزاویه می‌باشد.

از طرفی، در مثلث قائم‌الزاویه طول میانهٔ وارد بر وتر، برابر نصف طول وتر است، پس:

$$OP = ۵ \Rightarrow FF' = ۱۰$$

حال طبق قضیهٔ خطوط موازی و مورب داریم: $P\hat{Q}F' = ۴۵^\circ$

بنابراین:

$$\Rightarrow QF' = PF' = ۸ \Rightarrow PF^۲ + PF'^۲ = FF'^۲ \Rightarrow PF^۲ + ۸^۲ = ۱۰^۲ \Rightarrow PF = ۶$$

گروه آموزشی ماز

۲۹- اگر پرتویی به معادلهٔ $y = ۲$ به سطح داخلی سهمی $y^۲ + ۸x = ۲y + ۳۹$ بتابد، معادله پرتو بازتابش کدام است؟

۱) $۳x - y = ۱۲$ ۲) $x - ۴y = ۱۰$ ۳) $۲y + ۹x = ۸$ ۴) $۸x - ۱۵y = ۹$

پاسخ: گزینهٔ ۴ (متوسط ـ سهمی ـ محاسباتی / مفهومی ـ ۱۲۰۲)

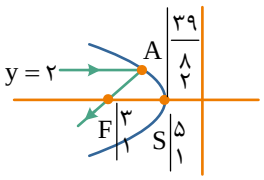
سهمی داده شده افقی است، مختصات کانون و رأس آن را محاسبه می‌کنیم. ببینید:

$$y^۲ - ۲y = -۸x + ۳۹ \Rightarrow y^۲ - ۲y + ۱ = -۸x + ۴۰ \Rightarrow (y-۱)^۲ = -۸(x-۵) \Rightarrow S\begin{vmatrix}۵\\۱\end{vmatrix},\ ۴a = ۸ \Rightarrow a = ۲ \Rightarrow F\begin{vmatrix}۳\\۱\end{vmatrix}$$

$y=۱$ ، $x=۵$

دهانهٔ سهمی به سمت چپ باز می‌شود

خط $y = ۲$ سهمی را در نقطهٔ $A(\frac{۳۹}{۸}, ۲)$ قطع می‌کند، مطابق شکل اگر پرتویی موازی محور تقارن سهمی به آن بتابد موقع بازتاب از کانون می‌گذرد، پس معادلهٔ خطی که از A و F می‌گذرد را می‌نویسیم. ببینید:



$$m_{AF} = \frac{y_F - y_A}{x_F - x_A} = \frac{۱-۲}{۳-\frac{۳۹}{۸}} = \frac{-۱}{-\frac{۱۵}{۸}} = \frac{۸}{۱۵}$$

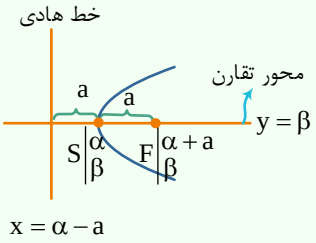
$$y - y_F = M(x - x_F) \Rightarrow y - ۱ = \frac{۸}{۱۵}(x - ۳) \Rightarrow y = \frac{۸}{۱۵}x - \frac{۹}{۱۵} \Rightarrow ۱۵y = ۸x - ۹ \Rightarrow ۸x - ۱۵y = ۹$$

سهمی با جزئیات

سهمی را در ۲ حالت افقی و عمودی بررسی می‌کنیم:

۱) سهمی افقی و $S(\alpha,\beta)$ نقطهٔ رأس آن است

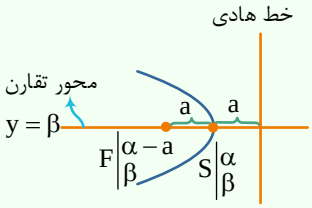
دهانهٔ سهمی رو به راست باز می‌شود.



$x = \alpha - a$

معادله سهمی: $(y-\beta)^۲ = ۴a(x-\alpha)$

دهانهٔ سهمی رو به چپ باز می‌شود.



معادله سهمی: $(y-\beta)^۲ = -۴a(x-\alpha)$

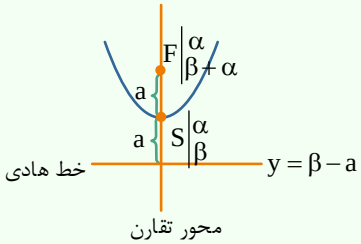
در معادلهٔ سهمی افقی، y دارای توان ۲ و x دارای توان ۱ است. در سهمی افقی، خط هادی یک خط قائم و محور تقارن یک خط افقی است.

۲) سهمی قائم و $S(\alpha,\beta)$ نقطهٔ رأس آن است

در معادله سهمی قائم، y دارای توان ۱ و x دارای توان ۲ است.

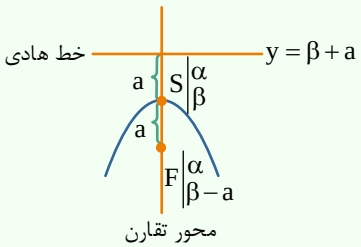
در سهمی قائم، خط هادی یک خط افقی و محور تقارن یک خط قائم است.

دهانهٔ سهمی رو به بالا باز می‌شود.



معادله سهمی: $(x-\alpha)^۲ = ۴a(y-\beta)$

دهانهٔ سهمی رو به پایین باز می‌شود.



معادله سهمی: $(x-\alpha)^۲ = -۴a(y-\beta)$

www.biomaze.ir
۱۴۰۳ - ۱۴۰۴
سنجش کلاد
www.SanjeshCloud.ir
T.me/SanjeshClouds

۳۰- اگر $\vec{a}=(۱,-۲,m)$ و $\vec{b}=(m,۳,۱)$ بردارهایی در فضای سه بعدی باشند و اندازهٔ بردارهای $\vec{a}+\vec{b}$ و $\vec{a}-\vec{b}$ برابر باشند، حجم متوازی‌السطوحی که روی بردارهای $\vec{a}-۲\vec{b}$، $\vec{a}+\vec{b}$ و $۳\vec{a}\times\vec{b}$ ساخته می‌شود، کدام است؟

۱) ۲۸۶۰ ۲) ۳۹۹۰ ۳) ۱۹۹۵ ۴) ۱۴۵۰

پاسخ: گزینهٔ ۲ (سخت ـ ضرب بردارها ـ محاسباتی ـ ۱۲۰۳)

روش اول:

اگر دو بردار $\vec{a}$ و $\vec{b}$ از یک نقطه رسم شده و بر هم عمود باشند، بردارهای $\vec{a}+\vec{b}$ و $\vec{a}-\vec{b}$ هم‌اندازه می‌باشند، پس:

$$\vec{a}\perp\vec{b}\Rightarrow\vec{a}.\vec{b}=۰\Rightarrow ۱\times m-۲\times ۳+m\times ۱=۰\Rightarrow ۲m-۶=۰\Rightarrow m=۳$$

پس بردارهای $\vec{a}$ و $\vec{b}$ به صورت زیر هستند:

$$a(۱,-۲,۳)\ ,\ \vec{b}(۳,۳,۱)$$

بنابراین:

$$\vec{a}-۲\vec{b}=(۱,-۲,۳)-۲(۳,۳,۱)=(-۵,-۸,۱)$$

$$۲a+\vec{b}=۲(۱,-۲,۳)+(۳,۳,۱)=(۵,-۱,۷)$$

$$۳\vec{a}\times\vec{b}=۳(۱,-۲,۳)\times(۳,۳,۱)=(-۳۳,۲۴,۲۷)$$

پس حجم متوازی‌السطوح برابر است با:

$$V=\begin{vmatrix}-۵ & -۸ & ۱\\ ۵ & -۱ & ۷\\ -۳۳ & ۲۴ & ۲۷\end{vmatrix}=۳۹۹۰$$

روش دوم:

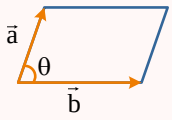
برای محاسبهٔ حجم متوازی‌السطوح می‌توانیم به صورت زیر عمل مکنیم:

$$\vec{a}\times\vec{b}=(-۱۱,۸,۹)\Rightarrow|\vec{a}\times\vec{b}|=\sqrt{(-۱۱)^۲+۸^۲+۹^۲}=\sqrt{۲۶۶}$$

$$V=|(۳\vec{a}\times\vec{b}).(\underbrace{(\vec{a}-۲\vec{b})\times(۲\vec{a}+\vec{b})}_{\vec{a}\times\vec{b}+۴\vec{a}\times\vec{b}})|=|۳(\vec{a}\times\vec{b}).۵(\vec{a}\times\vec{b})|=۱۵|\vec{a}\times\vec{b}|^۲=۱۵\times\sqrt{۲۶۶}^۲=۳۹۹۰$$

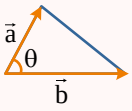
کاربردهای ضرب خارجی ۲ بردار

۱) مساحت متوازی‌الاضلاع ساخته شده روی ۲ بردار $\vec{a}$ و $\vec{b}$ برابر است با:



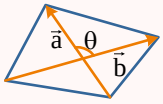
$$S=|\vec{a}\times\vec{b}|$$

۲) مساحت مثلث ساخته شده توسط ۲ بردار $\vec{a}$ و $\vec{b}$ برابر است با:



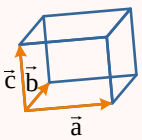
$$S=\frac{|\vec{a}\times\vec{b}|}{۲}$$

۳) مساحت چهارضلعی محدبی که ۲ بردار $\vec{a}$ و $\vec{b}$ قطرهای آن باشند، برابر است با:



$$S=\frac{|\vec{a}\times\vec{b}|}{۲}$$

۴) حجم متوازی‌السطوحی که توسط ۳ بردار $\vec{a}$، $\vec{b}$ و $\vec{c}$ بنا می‌شود، برابر است با:



$$\vec{V}=|\vec{a}.(\vec{b}\times\vec{c})|=\begin{vmatrix}a_۱ & a_۲ & a_۳\\ b_۱ & b_۲ & b_۳\\ c_۱ & c_۲ & c_۳\end{vmatrix}$$

قدرمطلق — دترمینان

www.biomaze.ir
۱۴۰۳ - ۱۴۰۴
www.SanjeshCloud.ir
T.me/SanjeshClouds

۳۱- در ظرف اول، ۵ توپ سفید و ۳ توپ مشکی ودر ظرف دوم، ۲ توپ سفید و ۲ توپ مشکی داریم. یکی از ظرف‌ها را به تصادف انتخاب کرده و دو توپ پی‌درپی و بدون جای‌گذاری خارج می‌کنیم. احتمال آن‌که فقط یک توپ مشکی خارج شود، کدام است؟

۱) $\frac{۹۱}{۱۲۹}$ ۲) $\frac{۹۷}{۱۲۹}$ ۳) $\frac{۹۷}{۱۶۸}$ ۴) $\frac{۱۰۱}{۱۶۸}$

پاسخ: گزینهٔ ۴ (متوسط ـ احتمال ـ مفهومی / محاسباتی ـ ۱۱۰۲)

پیشامد خارج شدن فقط یک توپ مشکی

$$P(A)=P(B_۱)P(A|B_۱)+P(B_۲)P(A|B_۲)$$

پیشامد انتخاب ظرف اول — پیشامد انتخاب ظرف دوم

$$\Rightarrow P(A)=\frac{۱}{۲}\times\underbrace{(\frac{۳}{۸}\times\frac{۵}{۷}+\frac{۵}{۸}\times\frac{۳}{۷})}_{\text{احتمال خارج شدن فقط یک توپ مشکی از ظرف اول}}+\frac{۱}{۲}\underbrace{(\frac{۲}{۴}\times\frac{۲}{۳}+\frac{۲}{۴}\times\frac{۲}{۳})}_{\text{احتمال خارج شدن فقط یک توپ مشکی از ظرف دوم}}$$

$$\Rightarrow P(A)=\frac{۱}{۲}\times\frac{۳۰}{۵۶}+\frac{۱}{۲}\times\frac{۸}{۱۲}=\frac{۱۵}{۵۶}+\frac{۱}{۳}=\frac{۴۵+۵۶}{۱۶۸}=\frac{۱۰۱}{۱۶۸}$$

قانون احتمال کل

$$P(A)=P(B_۱)\times P(A|B_۱)+P(B_۲)\times P(A|B_۲)+...+P(B_n)\times P(A|B_n)$$

گروه آموزشی ماز

۳۲- به چند طریق می‌توان یک دسته گل شامل ۱۰ شاخه از بین ۴ نوع گل مریم، رز، نرگس و لیلیوم انتخاب کرد به طوری‌که هیچ دسته گلی تمام گلهایش از یک نوع نباشد؟

۱) ۲۹۰ ۲) ۲۸۶ ۳) ۲۸۲ ۴) ۲۸۰

پاسخ: گزینهٔ ۳ (متوسط ـ مباحثی در ترکیبیات ـ مفهومی / محاسباتی ـ ۱۲۰۳)

تعداد انتخاب ۱۰ شاخه گل از بین ۴ نوع گل مختلف برابر جواب‌های معادلهٔ زیر است:

$$x_۱+x_۲+x_۳+x_۴=۱۰\Rightarrow\binom{۱۰+۴-۱}{۴-۱}=\binom{۱۳}{۳}=۲۸۶$$

از این تعداد ۴ حالت داریم که همه گل‌ها از یک نوع باشند، پس تعداد حالت‌های مطلوب برابر است با: $۲۸۶-۴=۲۸۲$

حواستو جمع کن!

تعداد جواب‌های صحیح و نامنفی معادلهٔ $x_۱+x_۲+...+x_k=n$ برابر است با:

$$\binom{n+k-۱}{k-۱}$$

گروه آموزشی ماز

۳۳- از بین ۱۲۰ کارت موجود در یک کیسه که شماره‌های آن‌ها از ۱ تا ۱۲۰ است، حداقل چند کارت خارج کنیم تا مطمئن باشیم بین آن‌ها لااقل دو عدد وجود دارد که حاصل‌ضرب اعداد روی آن دو کارت در تقسیم بر ۲ دارای باقی‌ماندهٔ ۱ است؟

۱) ۶۱ ۲) ۶۲ ۳) ۶۴ ۴) ۷۱

پاسخ: گزینهٔ ۲ (متوسط ـ روش‌هایی برای شمارش ـ مفهومی ـ ۱۲۰۳)

مطابق صورت سوال، اگر باقی‌مانده عددی بر ۲ مساوی یک باشد، آن عدد باید فرد باشد، پس مطمئن‌ترین حالت زمانی است که ۶۰ شماره زوج از ظرف خارج شود، سپس دو کارت بعدی قطعاً فرد هستند و ضرب آن‌ها عددی فرد می‌شود، پس باقی‌مانده بر ۲ مساوی یک خواهد شد.

گروه آموزشی ماز

۱۴۰۳ - ۱۴۰۴
www.biomaze.ir
www.SanjeshCloud.ir
T.me/SanjeshClouds

۳۴- در یک تحقیق، میزان مصرف شیر و فراورده‌های آن در یک کلاس برای ۱۰ دانش‌آموز ابتدایی در یک سال برحسب لیتر به صورت مقابل است. در نمایش نمودار جعبه‌ای، ضریب تغییرات داده‌های داخل جعبه کدام است؟ $(\sqrt{۵}\simeq ۲/۲)$

$۵۰,۵۹,۵۷,۳۹,۴۶,۴۲,۳۷,۳۲,۵۶,۵۴$

۱) ۰/۰۷ ۲) ۰/۰۹ ۳) ۰/۱۲ ۴) ۰/۱۵

پاسخ: گزینهٔ ۲ (متوسط ـ آمار توصیفی ـ مفهومی / محاسباتی ـ ۱۱۰۳)

روش اول:

ابتدا داده‌ها را مرتب می‌کنیم:

$$\underbrace{۳۲,۳۷,۳۹,۴۲,۴۶}_{Q_۱=۳۹},\underbrace{۵۰,۵۴,۵۶,۵۷,۵۹}_{Q_۳=۵۶}$$

$$Q_۲=\frac{۴۶+۵۰}{۲}=۴۸$$

پس داده‌های ۵۴,۵۰,۴۶,۴۲ داده‌های داخل جعبه هستند برای محاسبه ضریب تغییرات، ابتدا میانگین و سپس انحراف معیار را محاسبه می‌کنیم:

$$\bar{x}=\frac{۴۲+۴۶+۵۰+۵۴}{۴}=۴۸$$

$$\sigma^۲=\frac{\sum(x_i-\bar{x})^۲}{۴}=\frac{(۴۲-۴۸)^۲+(۴۶-۴۸)^۲+(۵۰-۴۸)^۲+(۵۴-۴۸)^۲}{۴}=\frac{۸۰}{۴}=۲۰\Rightarrow\sigma=\sqrt{۲۰}=۲\sqrt{۵}$$

$$CV=\frac{\sigma}{\bar{x}}=\frac{۲\sqrt{۵}}{۴۸}=\frac{\sqrt{۵}}{۲۴}\simeq\frac{۲/۲}{۲۴}\simeq ۰/۰۹$$

روش دوم:

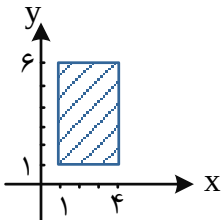
برای محاسبهٔ واریانس n عدد که تشکیل دنبالهٔ حسابی می‌دهند، می‌توانیم از رابطهٔ $\sigma^۲=\frac{n^۲-۱}{۱۲}\times d^۲$ استفاده کنیم. پس:

$$۴۲,۴۶,۵۰,۵۴\Rightarrow\bar{x}=۴۸$$

$$\sigma^۲=\frac{۴^۲-۱}{۱۲}\times۴^۲=۲۰\Rightarrow\sigma=۲\sqrt{۵}\Rightarrow CV=\frac{\sigma}{\bar{x}}=\frac{۲\sqrt{۵}}{۴۸}\Rightarrow CV\simeq ۰/۰۹$$

گروه آموزشی ماز

۳۵- اگر نمودار $A\times B$ به شکل مقابل باشد، مساحت مربوط به مجموعه $(B\times A)-(A\times A)$ کدام است؟



۱) ۲
۲) ۴
۳) ۶
۴) ۸

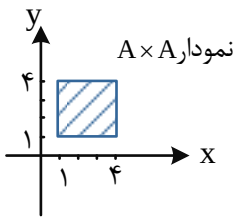
پاسخ: گزینهٔ ۳ (آسان ـ جبر مجموعه‌ها ـ مفهومی ـ ۱۱۰۱)

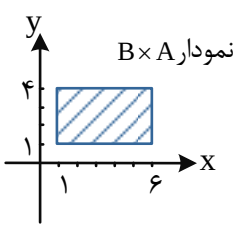
با توجه به نمودار $A\times B$ می‌توان محدوده x و y را به شکل مقابل نوشت:

$$\begin{cases}A=\{x|۱\le x\le ۴\}\\B=\{x|۱\le x\le ۶\}\end{cases}$$

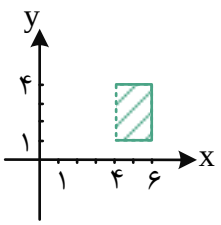
حال دو مجموعه $A\times A$ و $B\times A$ را رسم می‌کنیم:

$$A\times A=\{(x,y)|۱\le x\le ۴,۱\le y\le ۴\}\ ,\ B\times A=\{(x,y)|۱\le x\le ۶,۱\le y\le ۴\}$$





$$\Rightarrow(B\times A)-(A\times A)$$
$$S=۲\times۳=۶$$



گروه آموزشی ماز

www.biomaze.ir
۱۴۰۳ - ۱۴۰۴
www.SanjeshCloud.ir
T.me/SanjeshClouds

۳۶- اگر دوم خرداد در سالی جمعه باشد، سومین پنج‌شنبه آذر در این سال چندم آذر است؟

۱) ۱۸ ۲) ۱۹ ۳) ۲۰ ۴) ۲۱

پاسخ: گزینهٔ ۳ (متوسط ـ همنهشتی ـ مفهومی / محاسباتی ـ ۱۲۰۱)

ابتدا محاسبه می‌کنیم اول آذر چندشنبه است.

جمعه - شنبه - ۱شنبه - ۲ شنبه - ۳ شنبه - ۴ شنبه - ۵ شنبه

روز صفر روز اول ۲ ۳ ۴ ۵ ۶

ابتدا روز دوم خرداد را صفر فرض می‌کنیم و فاصله سوم خرداد تا اول آذر را محاسبه می‌کنیم:

$$\overbrace{(۳۱-۳+۱)}^{\text{خرداد}}+\overbrace{۳۱\times۳}^{\text{تیرومردادوشهریور}}+\overbrace{۳۰\times۲}^{\text{مهروآبان}}+۱\overset{۷}{\equiv}۱۸۳\overset{۷}{\equiv}۱$$

اول آذرماه روز شنبه است، پس اولین ۵ شنبه، ۶ ام آذر است، و سومین ۵ شنبه آذر می‌شود:

آذرماه $۶+۷+۷=۲۰$

گروه آموزشی ماز

۳۷- باقی‌مانده تقسیم عدد طبیعی N بر عدد ۱۹ برابر ۵ و باقی‌مانده تقسیم سه برابر عدد N بر عدد ۱۱ مساوی ۷ شده است. باقی‌مانده تقسیم کوچک‌ترین عدد سه رقمی N بر ۸ کدام است؟

۱) ۱ ۲) ۲ ۳) ۵ ۴) ۷

پاسخ: گزینهٔ ۲ (متوسط ـ همنهشتی ـ مفهومی / محاسباتی ـ ۱۲۰۱)

$$N\overset{۱۹}{\equiv}۵\Rightarrow N=۱۹q+۵$$

$$۳N\overset{۱۱}{\equiv}۷\Rightarrow ۳N\overset{۱۱}{\equiv}\underbrace{۷+۱۱}_{۱۸}\xrightarrow{\div ۳}N\overset{۱۱}{\equiv}۶\Rightarrow ۱۹q+۵\overset{۱۱}{\equiv}۶$$

$$\Rightarrow -۳q\overset{۱۱}{\equiv}۱\Rightarrow -۳q\overset{۱۱}{\equiv}۱۲\xrightarrow{\div(-۳)}q\overset{۱۱}{\equiv}-۴\overset{۱۱}{\equiv}۷$$

$$\Rightarrow N=(۱۹\times۷)+۵=۱۳۸\Rightarrow ۱۳۸\overset{۸}{\equiv}۲$$

گروه آموزشی ماز

۳۸- با رأس‌های $V=\{a,b,c,d,e\}$ چند گراف ساده می‌توان ساخت به طوری‌که $|N_G(a)|=۲$ باشد؟

۱) ۵۱۲ ۲) ۴۸۰ ۳) ۴۵۰ ۴) ۳۸۴

پاسخ: گزینهٔ ۴ (متوسط ـ گراف و مدل‌سازی ـ مفهومی / محاسباتی ـ ۱۲۰۲)

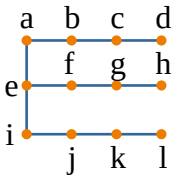
با رأس‌های $\{b,c,d,e\}$ حداکثر $\binom{۴}{۲}=۶$ یال می‌توان ساخت هر یال با رسم کردن یا رسم نکردن دو وضعیت دارد یعنی $۲^{\binom{P}{۲}}$ یا $۲^{\binom{۴}{۲}}$ گراف می‌توانیم با ۴ رأس مشخص رسم کنیم.

تعداد اعضای همسایه باز رأس a همان معرف درجه رأس a است، پس $\deg(a)=۲$ است می‌توان به تعداد $\binom{۴}{۲}=۶$ حالت رأس a را به ۴ رأس دیگر وصل کرد تا درجه رأس a مساوی ۲ باشد، پس تعداد کل گراف‌های ساخته شده برابر است با:

$$۲^{\binom{۴}{۲}}\times\binom{۴}{۲}=۶۴\times۶=۳۸۴$$

گروه آموزشی ماز

۳۹- گراف مقابل دارای ۷ مجموعه ..... و اختلاف حداقل و حداکثر تعداد اعضای مجموعه احاطه‌گر مینیمال آن ..... است.



۱) یکتا- ۲

۲) یکتا- ۳

۳) غیریکتا- ۲

۴) غیریکتا-۳

www.biomaze.ir ۱۴۰۳ - ۱۴۰۴
www.SanjeshCloud.ir T.me/SanjeshClouds

پاسخ: گزینهٔ ۳ (متوسط ـ گراف و مدل‌سازی ـ مفهومی / محاسباتی ـ ۱۲۰۲)

گراف موردنظر دارای ۲ مجموعه احاطه‌گر مینیمم است $\{e,c,g,k\}$ و $\{e,c,h,k\}$، پس $\gamma-$ مجموعه آن یکتا نیست.

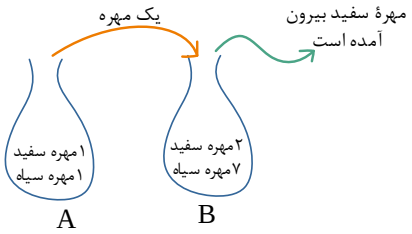
می‌دانیم کم‌ترین تعداد اعضای مجموعهٔ احاطه‌گر مینیمال همیشه با تعداد اعضای مجموعهٔ احاطه‌گر مینیمم برابر است و در این گراف بیشترین عضو مجموعه احاطه‌گر مینیمال ۶ است و مجموعه آن به شکل $\{b,f,j,d,h,l\}$ است، پس اختلاف تعداد بیشترین و کمترین اعضای مجموعه احاطه‌گر مینیمال ۲ است.

گروه آموزشی ماز

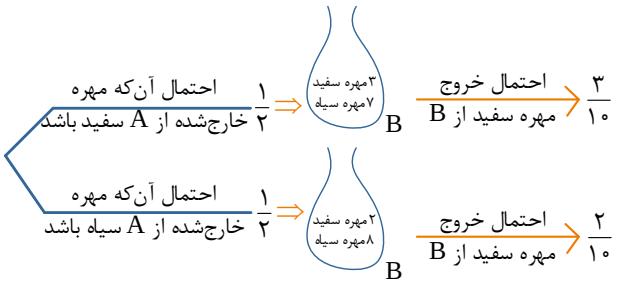
۴۰- کیسهٔ A شامل یک مهرهٔ سفید و یک مهرهٔ سیاه و کیسهٔ B شامل دو مهرهٔ سفید و هفت مهرهٔ سیاه است. ابتدا یک مهره به تصادف از کیسهٔ A برداشته و به کیسهٔ B منتقل می‌کنیم. سپس، یک مهره از کیسهٔ B بیرون می‌آوریم و مشاهده می‌کنیم که این مهره سفید است. احتمال اینکه مهره‌ای که از کیسهٔ A به کیسهٔ B منتقل شده سفید باشد، کدام است؟

۱) $\frac{۱}{۲}$ ۲) $\frac{۲}{۵}$ ۳) $\frac{۴}{۷}$ ۴) $\frac{۳}{۵}$

پاسخ: گزینهٔ ۴ (متوسط ـ احتمال ـ مفهومی / محاسباتی ـ ۱۲۰۲)



مهره‌ای که از کیسهٔ A خارج می‌شود یا سفید است و یا سیاه. پس به کمک روش نمودار درختی داریم:



پس احتمال سفید بودن مهرهٔ خروجی از B برابر است با:

$$\frac{۱}{۲}\times\frac{۳}{۱۰}+\frac{۱}{۲}\times\frac{۲}{۱۰}=\frac{۳}{۲۰}+\frac{۲}{۲۰}=\frac{۱}{۴}$$

حال طبق قاعدهٔ بیز، احتمال آن‌که مهره‌ای که از A به B منتقل شده سفید باشد، برابر است با:

$$\frac{\frac{۱}{۲}\times\frac{۳}{۱۰}}{\frac{۱}{۴}}=\frac{\frac{۳}{۲۰}}{\frac{۱}{۴}}=\frac{۳}{۵}$$

گروه آموزشی ماز

۱۴۰۳ - ۱۴۰۴
www.biomaze.ir
سنجش کلاد
www.SanjeshCloud.ir
T.me/SanjeshClouds

فیزیک

یکی از مطابقت‌های آزمون سال گذشته ماز با کنکور ۱۴۰۳

۵۱- گلوله‌ای در شرایط خلأ از ارتفاع ۲۴۵ متری سطح زمین رها می‌شود. تندی متوسط گلوله در ۳ ثانیهٔ آخر حرکتش چند متر بر ثانیه است؟ $(g = ۱۰ \frac{m}{s^۲})$

۱) ۵۵ ۲) ۶۵ ۳) ۵۰ ۴) ۶۰

(آزمون مرحلهٔ ۳ سالیانه – فیزیک)

۵۱- گلوله‌ای در شرایط خلأ از ارتفاع ۱۲۵ متری زمین رها می‌شود. سرعت متوسط گلوله در ۲ ثانیهٔ آخر حرکت، چند متر بر ثانیه است؟ $(g = ۱۰ \frac{m}{s^۲})$

۱) ۳۰ ۲) ۳۵ ۳) ۴۰ ۴) ۴۵

(کنکور تیر ۱۴۰۳ – فیزیک رشته ریاضی)

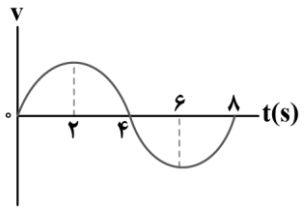
برای مشاهدهٔ
همهٔ مطابقت‌ها
اینجا رو اسکن کن!

biomaze.ir یا رو این کلیک کن!

سنجش کلاد
www.SanjeshCloud.ir
@SanjeshClouds

دانش‌آموزان عزیز ماز
به دومین آزمون جامع خوش اومدین.
در این آزمون سعی کردیم علاوه‌بر پوشش مهم‌ترین مطالب کتاب درسی، مباحثی که در آزمون جامع قبلی فرصت نشد زیاد بهشون بپردازیم رو هم براتون پوشش بدیم طوری که این آزمون جامع و آزمون جامع قبلی بتونن مکمل همدیگه باشن.
در آزمون جامع قبلی سعی کردیم خیلی نزدیک خط کنکور حرکت کنیم و سطح سؤالات شبیه به کنکورای اخیر بود. در این آزمون یک مقدار کم آزمون رو سخت‌تر طرح کردیم که اگه کنکور امسال تغییر رویه داد، شما کامل آماده باشین.
نکتهٔ آخر که تکراری هم هست، تحلیل آزمون از خود آزمون مهم‌تره، حتماً چه از روی پاسخ‌نامه و چه با کمک تحلیل‌های ویدیویی که براتون آماده می‌کنیم، آزمون رو تحلیل و سؤالات رو بررسی کنین تا بتونین در چند روزی که تا کنکور فرصت دارین یه پلهٔ دیگه پیشرفت داشته باشید.
سعید احمدی و سجاد صادقی‌زاده (رتبهٔ ۱ کنکور ۹۲) ـ مسئولین درس فیزیک پایهٔ دوازدهم آزمون ماز

۴۱- نمودار سرعت ـ زمان متحرکی که بر روی محور x حرکت می‌کند، مطابق نمودار سینوسی شکل زیر است. متحرک در لحظهٔ $t=0$ از مبدأ مکان و از حال سکون شروع به حرکت می‌کند. چه تعداد از موارد زیر در ۸ ثانیهٔ اول حرکت، درست است؟

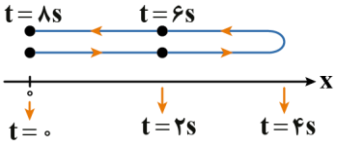


الف: در لحظات $t=2s$ و $t=6s$ جهت حرکت متحرک عوض می‌شود.
ب: در لحظهٔ $t=4s$ متحرک، بیش‌ترین فاصله تا مبدأ را دارد.
پ: بردار مکان متحرک به مدت ۴ ثانیه در جهت محور x است.

۱) صفر ۲) ۱
۳) ۲ ۴) ۳

پاسخ: گزینهٔ ۲ (متوسط ـ مفهومی ـ ۱۲۰۱)

با توجه به این‌که سطح زیر نمودار سرعت ـ زمان برابر با جابه‌جایی است، متحرک در ۴ ثانیهٔ اول در جهت محور x جابه‌جا می‌شود و در ۴ ثانیهٔ بعد به همان اندازه در خلاف جهت محور x جابه‌جا می‌شود؛ بنابراین مسیر حرکت متحرک به‌صورت مقابل است:



بررسی موارد:

الف

در $t=4s$ جهت حرکت متحرک عوض شده است. دقت کنید در لحظات $t=2s$ و $t=6s$، علامت شیب نمودار سرعت ـ زمان عوض شده، یعنی جهت بردار شتاب تغییر کرده است. (✗)

ب

در لحظهٔ $t=4s$، متحرک بیش‌ترین فاصله را تا مبدأ دارد. (✓)

پ

با توجه به این‌که همواره $x\geq 0$ است، بردار مکان هیچ‌گاه در خلاف جهت محور x نیست. دقت کنید بردار سرعت به مدت ۴s در جهت محور x قرار دارد. (✗)

گروه آموزشی ماز

۴۲- دو متحرک A و B با شتاب ثابت و به‌طور هم‌زمان از حال سکون در مسیری مستقیم با طول مشخص شروع به حرکت می‌کنند. اگر شتاب متحرک A دو برابر شتاب متحرک B و سرعت متحرک A در انتهای مسیر $10\frac{m}{s}$ باشد، سرعت متحرک B در انتهای مسیر چند متر بر ثانیه است؟

۱) ۵ ۲) $5\sqrt{2}$
۳) $10\sqrt{2}$ ۴) ۲۰

پاسخ: گزینهٔ ۲ (آسان ـ محاسباتی ـ ۱۲۰۱)

با توجه به رابطهٔ $v^2-v_0^2=2a\Delta x$ و با توجه به صفر بودن سرعت اولیهٔ دو متحرک داریم:

$$\frac{v^2-v_0^2}{2a}=\Delta x$$

$$\Delta x_A=\Delta x_B\Rightarrow\frac{v_A^2}{2a_A}=\frac{v_B^2}{2a_B}\xrightarrow{a_A=2a_B}\frac{v_A^2}{2}=v_B^2$$

$$\Rightarrow\frac{100}{2}=v_B^2\Rightarrow 50=v_B^2\Rightarrow v_B=5\sqrt{2}\frac{m}{s}$$

www.biomaze.ir
۱۴۰۳ - ۱۴۰۴
www.SanjeshCloud.ir
T.me/SanjeshClouds

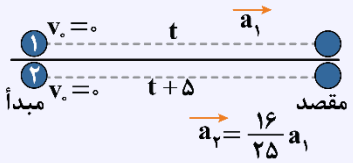
آزمون سراسری تجربی خارج از کشور ۱۴۰۳

۵۰- دو متحرک از حال سکون با شتاب‌های a_1 و $a_2 = \frac{16}{25}a_1$ هم‌زمان از یک نقطه، روی خط راست به‌سوی مقصدی معیّن به حرکت درمی‌آیند و با فاصلهٔ زمانی ۵ ثانیه به مقصد می‌رسند. زمان حرکت جسمی که زودتر می‌رسد، چند ثانیه است؟

۱) ۱۰ ۲) ۱۵ ۳) ۲۰ ۴) ۲۵

پاسخ تشریحی:

شتاب متحرک (۱) بیش‌تر از شتاب متحرک (۲) است؛ بنابراین، متحرک (۱) زودتر به مقصد می‌رسد.



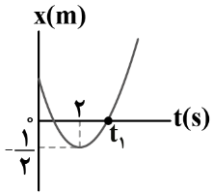
$$\Delta x_1 = \Delta x_2 \Rightarrow \frac{1}{2}a_1 t^2 + \cancel{v_{01}}^{0} t = \frac{1}{2}a_2(t+5)^2 + \cancel{v_{02}}^{0}(t+5)$$

$$\Rightarrow \cancel{a_1} t^2 = \frac{16}{25}\cancel{a_1}\times(t+5)^2 \xrightarrow{\text{جذر}} t = \frac{4}{5}(t+5) \Rightarrow t = 20\,s$$

پاسخ: گزینهٔ ۳

گروه آموزشی ماز

۴۳- نمودار مکان ـ زمان متحرکی که روی محور x با شتاب ثابت حرکت می‌کند، مطابق شکل است. اگر شتاب متوسط متحرک در بازهٔ زمانی ۰ تا t_1 برابر با $4\frac{m}{s^2}$ باشد، تندی متحرک در لحظهٔ t_1 چند متر بر ثانیه است؟



۱) ۱۶
۲) ۸
۳) ۴
۴) ۲

پاسخ: گزینهٔ ۴ (سخت ـ نموداری ـ ۱۲۰۱)

گام اول:

در حرکت با شتاب ثابت، شتاب متوسط در هر بازهٔ زمانی برابر با همان شتاب لحظه‌ای است؛ بنابراین:

$$a = a_{av} = 4\frac{m}{s^2}$$

گام دوم:

با توجه به مختصات رأس سهمی، معادلهٔ سهمی به‌صورت زیر است:

$$x = k(t-2)^2 - \frac{1}{2} \Rightarrow x = k(t^2 - 4t + 4) - \frac{1}{2}$$

$$\Rightarrow x = \underbrace{k}_{\frac{1}{2}a}t^2 - \underbrace{4k}_{v_0}t + \underbrace{4k - \frac{1}{2}}_{x_0} \Rightarrow \begin{cases} k = \frac{1}{2}a = \frac{1}{2}\times 4 = 2 \\ v_0 = -4k = -4\times 2 = -8\frac{m}{s} \\ x_0 = 4k - \frac{1}{2} = 4\times 2 - \frac{1}{2} = \frac{15}{2}m \end{cases}$$

گام آخر:

با نوشتن معادلهٔ مستقل از زمان در بازهٔ ۰ تا t_1 داریم:

$$v_1^2 - v_0^2 = 2a\Delta x \Rightarrow v_1^2 - 64 = 2\times 4\times(0 - \frac{15}{2})$$

$$\Rightarrow v_1^2 = 4 \Rightarrow v_1 = 2\frac{m}{s}$$

گروه آموزشی ماز

۴۴- جسم A از ارتفاع ۱۰۰ متری زمین رها می‌شود. یک ثانیه بعد، جسم B از ارتفاع ۸۰ متری زمین رها می‌شود. هنگامی که دو متحرک از کنار هم عبور می‌کنند، تندی B چند متر بر ثانیه است؟ ($g = 10\frac{m}{s^2}$ و مقاومت هوا ناچیز است.)

۱) ۱۰ ۲) ۱۵ ۳) ۲۰ ۴) ۲۵

www.biomaze.ir
۱۴۰۳ - ۱۴۰۴
www.SanjeshCloud.ir
T.me/SanjeshClouds

پاسخ: گزینهٔ ۲ (سخت ـ محاسباتی ـ ۱۲۰۱)

فرض کنیم متحرک A در لحظهٔ $t=0$ و متحرک B در لحظهٔ $t=1s$ رها شده‌اند. معادلهٔ مکان ـ زمان آن‌ها را می‌نویسیم:

$$y=-\frac{1}{2}gt^2+v_0t+y_0 \Rightarrow \begin{cases} y_A=-5t^2+100 \\ y_B=-5(t-1)^2+80=-5t^2+10t+75 \end{cases}$$

بنابراین فاصلهٔ آن‌ها برابر است با:

$$\text{فاصله: } d=|y_A-y_B|=|-5t^2+100-(-5t^2+10t+75)|$$

$$\Rightarrow d=|25-10t| \xrightarrow{d=0} t=2/5s$$

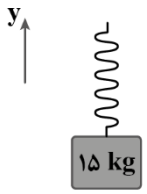
سرعت B در این لحظه برابر است با:

$$v_B=-g(t-1)+v_{0B} \Rightarrow v_B=-10\times(2/5-1)+0=-15\frac{m}{s}$$

$$\Rightarrow |v_B|=15\frac{m}{s}$$

گروه آموزشی ماز

۴۵- مطابق شکل، جسمی به جرم ۱۵kg به فنری سبک با ثابت $3000\frac{N}{m}$ متصل شده است. اگر مجموعه با شتاب ثابت $\vec{a}=(-2\frac{m}{s^2})\vec{j}$ به سمت پایین حرکت کند، فنر ..... سانتی‌متر نسبت به حالت عادی ..... شده است. ($g=10\frac{N}{kg}$ و مقاومت هوا ناچیز است.)



۱) ۱، کشیده
۲) ۱، فشرده
۳) ۴، کشیده
۴) ۴، فشرده

پاسخ: گزینهٔ ۳ (آسان ـ مفهومی/محاسباتی ـ ۱۲۰۲)

گام اول:

نیروی فنر برابر است با:

$$F_e=m(g+a)=15\times(10+(-2))=15\times8=120N$$

گام آخر:

چون فنر به جسم، به سمت بالا نیرو وارد می‌کند، نسبت به حالت عادی کشیده شده است و تغییر طول آن برابر است با:

$$F_e=kx \Rightarrow 120=3000x \Rightarrow x=0/04m=4cm$$

گروه آموزشی ماز

۴۶- چتربازی از ارتفاع بسیار زیاد، خود را رها کرده و بعد از مدتی به تندی حدی می‌رسد. پس‌ازآن چتر خود را باز می‌کند و بعد از مدتی، مجدداً به تندی حدی می‌رسد و درنهایت به زمین برخورد می‌کند. چه تعداد از جملات زیر در مورد این حرکت صحیح است؟

الف: در مرحله‌ای که جهت شتاب حرکت به سمت بالا می‌باشد، علامت کار کل انجام‌گرفته روی چترباز، منفی است.

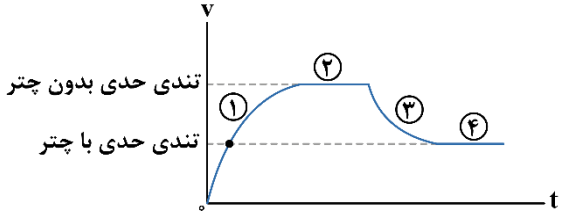
ب: در مرحله‌ای که جهت نیروی خالص وارد بر چترباز به سمت پایین می‌باشد، انرژی جنبشی آن درحال افزایش است.

پ: پس از بازکردن چتر، هنگامی که تندی چترباز با تندی حدی برابر شود، نیروی وزن با نیروی مقاومت شاره، هم‌اندازه است.

۱) یک ۲) دو ۳) سه ۴) صفر

پاسخ: گزینهٔ ۳ (متوسط ـ مفهومی ـ ۱۲۰۲)

نمودار تندی چترباز برحسب زمان برای وضعیتی که چترباز دو بار به تندی حدی رسیده است، مطابق شکل است.



بررسی موارد:

الف

شتاب، رو به بالا و جهت حرکت، رو به پایین است. درنتیجه حرکت چترباز، کندشونده است و در مرحلهٔ (۳) قرار دارد. چون در این مرحله تندی درحال کاهش است درنتیجه انرژی جنبشی نیز درحال کاهش است و طبق رابطهٔ $W_t=K_2-K_1$، کار کل انجام‌گرفته روی چترباز، منفی است. (✓)

www.biomaze.ir
۱۴۰۳ - ۱۴۰۴
www.SanjeshCloud.ir
T.me/SanjeshClouds

ب

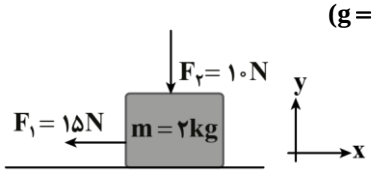
نیروی خالص و شتاب، همواره هم‌جهت می‌باشند. درنتیجه در مورد «ب» شتاب حرکت به سمت پایین است که هم‌جهت با حرکت می‌باشد. پس حرکت تندشونده است و در مرحلهٔ (۱) قرار دارد. در این مرحله چون تندی درحال افزایش است، پس انرژی جنبشی نیز درحال افزایش است. (✓)

پ

هنگام رسیدن به تندی حدی، نیروی خالص وارد بر چترباز صفر می‌شود، یعنی نیروی وزن و مقاومت هوا هم‌اندازه هستند. (✓)

گروه آموزشی ماز

۴۷- مطابق شکل، جسمی با تکانهٔ $(۳۰\text{kg}\frac{\text{m}}{\text{s}})\vec{i}$ بر روی سطح افقی درحال حرکت است. اگر در لحظهٔ $t=۰$، دو نیروی $F_۱$ و $F_۲$ مطابق شکل به جسم وارد شود، بعد از چند ثانیه، جسم دوباره به مکان اولیهٔ خود بازمی‌گردد؟ $(g=۱۰\frac{\text{m}}{\text{s}^۲}\ ,\ \mu_k=۰/۳\ ,\ \mu_s=۰/۴)$



۱) ۲/۵
۲) ۳/۷۵
۳) ۱/۲۵
۴) ۲/۲۵

پاسخ: گزینهٔ ۲ (خیلی سخت ـ محاسباتی ـ ۱۲۰۲)

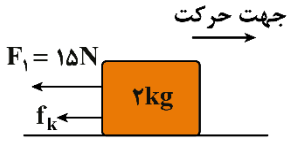
تکانهٔ جسم ۲kg برابر $(۳۰\text{kg}\frac{\text{m}}{\text{s}})\vec{i}$ است، پس داریم:

$$\vec{p}=m\vec{v}\Rightarrow ۳۰\vec{i}=۲\vec{v}\Rightarrow \vec{v}=۱۵\frac{\text{m}}{\text{s}}\vec{i}$$

حالا شتاب جسم را از لحظهٔ اعمال نیروها به‌دست می‌آوریم. نیروی عمودی سطح برابر است با:

$$F_N=F_۲+mg\Rightarrow F_N=۱۰+۲\times ۱۰=۳۰\text{N}$$

قانون دوم نیوتون را در راستای افقی می‌نویسیم:



$$F_{net}=ma\Rightarrow -F_۱-f_k=ma\Rightarrow -۱۵-۰/۳\times ۳۰=۲a\Rightarrow a=-۱۲\frac{\text{m}}{\text{s}^۲}$$

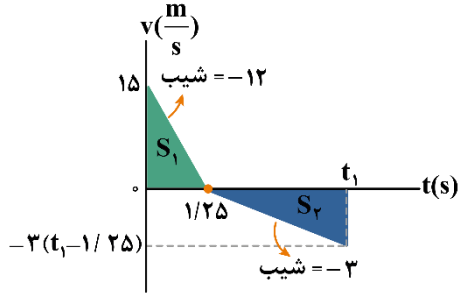
بنابراین سرعت جسم با شتاب $a=-۱۲\frac{\text{m}}{\text{s}^۲}$ کاهش می‌یابد تا جسم متوقف شده و تغییر جهت دهد.

$$v=at+v_۰\Rightarrow ۰=-۱۲t+۱۵\Rightarrow t=۱/۲۵\text{s}$$

از این لحظه به بعد، جسم به سمت چپ شروع به حرکت می‌کند و شتاب آن برابر است با:

$$F_{net}=ma$$
$$\Rightarrow -F_۱+f_k=ma$$
$$\Rightarrow -۱۵+۹=۲a\Rightarrow a=-۳\frac{\text{m}}{\text{s}^۲}$$

با توجه به محاسبات فوق، نمودار سرعت ـ زمان از ابتدای حرکت به شکل زیر است. چون می‌خواهیم متحرک به مکان اولیه بازگردد، باید مساحت‌های $S_۱$ و $S_۲$ هم‌اندازه باشند.



$$S_۱=S_۲\Rightarrow \frac{۱۵\times ۱/۲۵}{۲}=\frac{۳(t_۱-۱/۲۵)^۲}{۲}$$
$$\Rightarrow (t_۱-۱/۲۵)^۲=۶/۲۵\Rightarrow t_۱-۱/۲۵=۲/۵\Rightarrow t_۱=۳/۷۵\text{s}$$

گروه آموزشی ماز

۴۸- یک دیسک افقی گردان را درنظر بگیرید که حول محور قائم خود می‌چرخد و دو جسم مشابه و هم‌وزن A و B به‌ترتیب در فاصلهٔ ۱ متری و ۲ متری از مرکز دوران، روی دیسک قرار دارند. دیسک را با دورهٔ ثابت T به‌گونه‌ای می‌چرخانیم که یکی از جسم‌ها روی سطح بلغزد، ولی جسم دیگر بتواند همراه با دیسک حرکت دایره‌ای انجام دهد. اگر ضریب اصطکاک ایستایی بین دو جسم و دیسک ۰/۶۴ باشد، کدام مورد درست است؟ $(g=\pi^۲\frac{\text{N}}{\text{kg}})$

۱) $۲/۵\text{s}\le T<۲/۵\sqrt{۲}\text{s}$
۲) $۲/۵\text{s}\le T<۵\text{s}$
۳) $۲/۵\sqrt{۲}\text{s}\le T<۵\text{s}$
۴) $۲/۵\sqrt{۲}\text{s}\le T<۵\sqrt{۲}\text{s}$

www.biomaze.ir
۱۴۰۳ - ۱۴۰۴
www.SanjeshCloud.ir
T.me/SanjeshClouds

پاسخ: گزینهٔ ۱ (خیلی سخت ـ مفهومی/محاسباتی ـ ۱۲۰۲)

نیروی اصطکاک ایستایی در حرکت دایره‌ای دو جسم نقش نیروی مرکزگرا را دارد؛ بنابراین در آستانهٔ لغزیدن داریم:

$$\begin{cases} F_C = \frac{mv^2}{r} \\ F_C = f_{s,max} \end{cases} \Rightarrow \frac{mv^2}{r} = \mu_s mg \Rightarrow v^2 = \mu_s rg$$

$$\xrightarrow{v=\frac{2\pi r}{T}} \frac{4\pi^2 r^2}{T^2} = \mu_s rg$$

$$\Rightarrow T^2 = \frac{4\pi^2 r}{\mu_s g} = \frac{4r}{\mu_s}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} A_{\text{جسم}}: T_A^2 = \frac{4\times 1}{0/64} \Rightarrow T_A^2 = \frac{100}{16} \Rightarrow T_A = 2/5\,s \\ B_{\text{جسم}}: T_B^2 = \frac{4\times 2}{0/64} \Rightarrow T_B^2 = \frac{200}{16} \Rightarrow T_B = 2/5\sqrt{2}\,s \end{cases}$$

با توجه به محاسبات فوق، سه حالت زیر امکان‌پذیر است:

حالت اول:

$T < 2/5\,s$: در این حالت، دیسک آن‌قدر سریع می‌چرخد که هر دو جسم می‌لغزند.

حالت دوم:

$2/5\,s \le T < 2/5\sqrt{2}\,s$: در این حالت، جسم A همراه دیسک، حرکت دایره‌ای انجام می‌دهد ولی جسم B می‌لغزد.

حالت سوم:

$T \ge 2/5\sqrt{2}\,s$: در این حالت، دیسک آن‌قدر آرام می‌چرخد که هر دو جسم می‌توانند همراه با دیسک حرکت دایره‌ای انجام دهند.

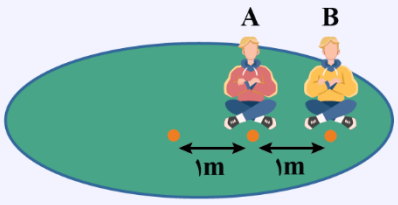
آزمون سراسری ریاضی اردیبهشت‌ماه ۱۴۰۳

۴۹- یک دیسک افقی گردان را درنظر بگیرید که حول محور قائم خود می‌چرخد و دو شخص هم‌وزن A و B به‌ترتیب در فاصلهٔ یک متری و دو متری از مرکز دوران، روی دیسک نشسته‌اند. نیروی مرکزگرای کدام بزرگ‌تر است و اگر تندی دیسک به‌تدریج افزایش یابد، کدام زودتر می‌لغزد؟ (جنس سطوح تماس یکسان است.)

۱) A و A ۲) B و B ۳) A و B ۴) B و A

پاسخ تشریحی:

چون هر دو نفر روی یک دیسک نشسته‌اند پس سرعت زاویه‌ای هر دو باهم برابر است:



$$\omega_A = \omega_B$$

$$F = mr\omega^2 \xrightarrow[\omega_A=\omega_B]{m_A=m_B} F \propto r \xrightarrow{r_B>r_A} F_B > F_A$$

حداقل ضریب اصطکاک ایستایی برای این‌که این افراد نلغزند برابر $\frac{r\omega^2}{g}$ است.

مرکزگرا $F = f_{s,max} = mr\omega^2 \rightarrow mg\mu_s = mr\omega^2 \rightarrow \mu_s = \frac{r\omega^2}{g}$

پس هرچه شعاع، بیش‌تر شود برای نلغزیدن باید μ_s افزایش یابد و چون μ_s هر دو برابر است با افزایش تندی دیسک، متحرک B که نیروی مرکزگرای بزرگ‌تری نیاز دارد زودتر می‌لغزد.

پاسخ: گزینهٔ ۲

گروه آموزشی ماز

۴۹- معادلهٔ حرکت هماهنگ سادهٔ نوسانگری در SI به‌صورت $x = 0/04\cos 3\pi t$ است. در یک بازهٔ زمانی دلخواه به مدت ۱s، شتاب نوسانگر حداکثر چند ثانیه می‌تواند مثبت باشد؟

۱) $\frac{1}{2}$ ۲) $\frac{2}{3}$ ۳) $\frac{1}{3}$ ۴) $\frac{3}{4}$

www.biomaze.ir ۱۴۰۳ - ۱۴۰۴
www.SanjeshCloud.ir T.me/SanjeshClouds

پاسخ: گزینهٔ ۲ (متوسط ـ مفهومی/محاسباتی ـ ۱۲۰۳)

با توجه به معادلهٔ حرکت نوسانگر، $\omega = ۳\pi(\frac{rad}{s})$ است؛ بنابراین:

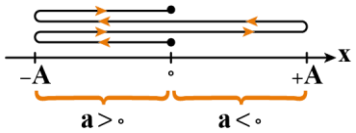
$$T = \frac{۲\pi}{\omega} = \frac{۲\pi}{۳\pi} = \frac{۲}{۳}s$$

بازهٔ زمانی داده‌شده برحسب T برابر است با:

$$\frac{\Delta t}{T} = \frac{۱s}{\frac{۲}{۳}s} = \frac{۳}{۲} \Rightarrow \Delta t = ۱/۵T$$

به‌ازای هر دورهٔ تناوب، نوسانگر، مسافت ۴A را طی می‌کند؛ بنابراین، در مدت $\Delta t = ۱/۵T$ نوسانگر مسافت ۶A را طی می‌کند.

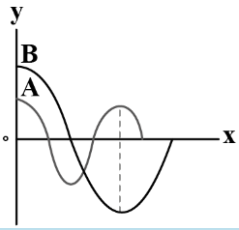
در مکان‌های منفی، شتاب نوسانگر مثبت است؛ بنابراین، برای آن‌که نوسانگر بیش‌ترین زمان ممکن را در xهای منفی باشد، باید بازهٔ زمانی را به‌صورت شکل زیر درنظر بگیریم؛ بنابراین:



حداکثر زمان حرکت با شتاب مثبت $= \frac{۴}{۶}\Delta t = \frac{۴}{۶} \times ۱s = \frac{۲}{۳}s$

گروه آموزشی ماز

۵۰- نمودار جابه‌جایی ـ مکان دو موج عرضی، مطابق شکل است. اگر تندی انتشار موج A، پنجاه درصد بیش‌تر از تندی انتشار موج B باشد، در مدتی که چشمهٔ موج A، ۳۰۰ نوسان انجام می‌دهد، چشمهٔ موج B چند نوسان انجام می‌دهد؟



۱) ۵۰
۲) ۷۵
۳) ۱۵۰
۴) ۱۰۰

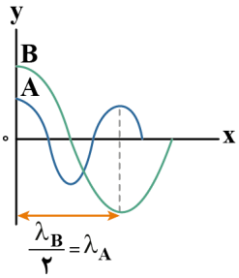
پاسخ: گزینهٔ ۴ (متوسط ـ نموداری ـ ۱۲۰۳)

گام اول:

با توجه به رابطهٔ $n = \frac{\Delta t}{T}$، برای دو موج A و B می‌توان نوشت:

$$\frac{n_B}{n_A} = \frac{\frac{\Delta t}{T_B}}{\frac{\Delta t}{T_A}} = \frac{T_A}{T_B} \quad (۱)$$

گام دوم:



با توجه به نمودار داده‌شده می‌توان رابطهٔ بین طول موج A و B و سپس دورهٔ تناوب دو موج را به‌دست آورد:

$$\frac{\lambda_B}{۲} = \lambda_A \xrightarrow{\lambda = vT} \frac{v_B T_B}{۲} = v_A T_A \xrightarrow{v_A = \frac{۳}{۲}v_B} \frac{v_B T_B}{۲} = \frac{۳}{۲} v_B T_A$$

$$\Rightarrow \frac{T_A}{T_B} = \frac{۱}{۳} \quad (۲)$$

گام آخر:

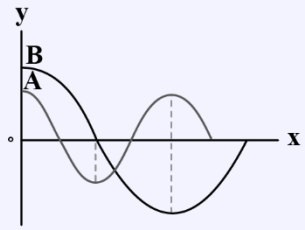
با ترکیب رابطهٔ (۱) و (۲) می‌توان نوشت:

$$\frac{n_B}{n_A} = \frac{T_A}{T_B} \xrightarrow{(۱),(۲)} \frac{n_B}{n_A} = \frac{۱}{۳} \xrightarrow{n_A = ۳۰۰} \frac{n_B}{۳۰۰} = \frac{۱}{۳} \Rightarrow n_B = ۱۰۰$$

www.biomaze.ir
۱۴۰۳ - ۱۴۰۴
www.SanjeshCloud.ir
T.me/SanjeshClouds

آزمون سراسری تجربی خارج از کشور ۱۴۰۳

۵۷- نمودار جابه‌جایی ـ مکان دو موج عرضی که در یک محیط درحال انتشارند، مطابق شکل است. در مدتی که چشمهٔ موج A، ۱۰۰ نوسان انجام می‌دهد، چشمهٔ موج B چند نوسان انجام می‌دهد؟



۱) ۲۵
۲) ۵۰
۳) ۷۵
۴) ۲۰۰

پاسخ تشریحی:

هر دو موج در یک محیط انتشار می‌یابند؛ بنابراین تندی انتشار دو موج یکسان است. با توجه به نمودار داریم:

$$\lambda_A = \frac{1}{2}\lambda_B \xrightarrow{\lambda=vT} \cancel{v_A} T_A = \frac{1}{2}\cancel{v_B} T_B \Rightarrow T_A = \frac{1}{2}T_B$$

دورهٔ چشمهٔ موج A، نصف دورهٔ چشمهٔ موج B است؛ بنابراین، در مدتی که چشمهٔ B یک نوسان انجام می‌دهد، چشمهٔ A دو نوسان انجام می‌دهد. به عبارتی، در یک مدت معیّن، تعداد نوسان چشمهٔ B، نصف تعداد نوسان چشمهٔ A است. درنتیجه، به‌ازای ۱۰۰ نوسان چشمهٔ A، چشمهٔ B، ۵۰ نوسان انجام می‌دهد.

پاسخ: گزینهٔ ۲

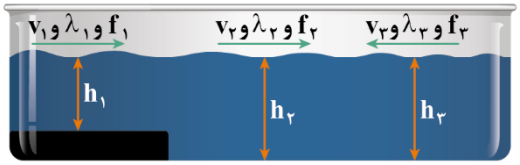
گروه آموزشی ماز

۵۱- در قسمت کم‌عمق یک تشت موج، یک موج دایره‌ای با طول موج λ_1 ایجاد می‌کنیم. بخشی از این موج وارد قسمت عمیق تشت می‌شود و با طول موج λ_2 در آن منتشر می‌شود. سپس، به دیوارهٔ قسمت عمیق برخورد کرده و برمی‌گردد. اگر موج بازتابیده با طول موج λ_3 در قسمت عمیق منتشر شود، کدام گزینه درست است؟

۱) $\lambda_1 > \lambda_2 = \lambda_3$
۲) $\lambda_1 < \lambda_2 < \lambda_3$
۳) $\lambda_1 < \lambda_2 = \lambda_3$
۴) $\lambda_1 = \lambda_2 = \lambda_3$

پاسخ: گزینهٔ ۳ (آسان ـ مفهومی ـ ۱۴۰۳)

تندی انتشار موج سطحی روی آب‌های کم‌عمق، به عمق آب که یکی از ویژگی‌های محیط انتشار موج است بستگی دارد و با افزایش عمق، افزایش می‌یابد. از طرفی، بسامد موج برابر با بسامد چشمهٔ موج است که برای هر سه موج یکسان است؛ بنابراین:



$$\left.\begin{array}{l} h_1 < h_2 = h_3 \Rightarrow v_1 < v_2 = v_3 \\ f_1 = f_2 = f_3 \end{array}\right\} \xrightarrow{v=\lambda f} \lambda_1 < \lambda_2 = \lambda_3$$

گروه آموزشی ماز

۵۲- در یک آتش‌بازی، صوتی با شدت $0/1\frac{W}{m^2}$ به شنونده‌ای که در فاصلهٔ r_1 از محل انفجار قرار دارد، می‌رسد و با تراز شدت $104dB$ به شنونده‌ای که در فاصلهٔ r_2 قرار دارد، می‌رسد. اگر $r_2 - r_1 = 150m$ باشد، r_2 چند متر است؟ ($\log 2 = 0/3$، از جذب انرژی توسط محیط صرف‌نظر شود و شدت صوت مبنا $10^{-12}\frac{W}{m^2}$ است.)

۱) ۲۰۰
۲) ۳۰۰
۳) ۴۵۰
۴) ۶۰۰

پاسخ: گزینهٔ ۲ (متوسط ـ محاسباتی ـ ۱۴۰۳)

گام اول:

ابتدا شدت صوت را در فاصلهٔ r_2 به‌دست می‌آوریم:

$$\beta = 10\log\frac{I_2}{I_0} \Rightarrow 10^4 = 10\log\frac{I_2}{I_0} \Rightarrow \log\frac{I_2}{I_0} = 10/4$$

$$\Rightarrow \log\frac{I_2}{I_0} = 11 - 2\times 0/3 = \log 10^{11} - \log 2^2 = \log\frac{10^{11}}{4} \Rightarrow \frac{I_2}{I_0} = \frac{10^{11}}{4} \xrightarrow{I_0=10^{-12}\frac{W}{m^2}} I_2 = \frac{1}{4}\times 10^{-1}\frac{W}{m^2}$$

گام آخر:

با مقایسهٔ شدت صوت در فاصله‌های r_1 و r_2 داریم:

$$\frac{I_2}{I_1} = \left(\frac{r_1}{r_2}\right)^2 \Rightarrow \frac{\frac{1}{4}\times 10^{-1}}{10^{-1}} = \left(\frac{r_2 - 150}{r_2}\right)^2 \Rightarrow \frac{r_2 - 150}{r_2} = \frac{1}{2} \Rightarrow r_2 = 300m$$

www.biomaze.ir
۱۴۰۳ - ۱۴۰۴
www.SanjeshCloud.ir
T.me/SanjeshClouds

آزمون سراسری تجربی تیرماه ۱۴۰۳

۵۲- در یک آتش‌بازی، صوتی با شدت $۰/۱\frac{W}{m^۲}$ به شنونده‌ای که در فاصلهٔ $r_۱ = ۶۴۰m$ از محل انفجار قرار دارد، می‌رسد. این صوت به شنونده‌ای که در فاصلهٔ $r_۲ = ۱۶۰m$ قرار دارد، با شدت چند وات بر متر مربع می‌رسد؟ (از جذب انرژی توسط محیط صرف‌نظر شود.)

۱) ۰/۴ ۲) ۱/۶ ۳) ۴ ۴) ۱۶

پاسخ تشریحی:

با توجه به این‌که شدت صوت با مجذور فاصله رابطهٔ عکس دارد، می‌توان نوشت:

$$\frac{I_۲}{I_۱} = (\frac{r_۱}{r_۲})^۲ \Rightarrow \frac{I_۲}{۰/۱} = (\frac{۶۴۰}{۱۶۰})^۲ \Rightarrow \frac{I_۲}{۰/۱} = ۴^۲$$

$$\Rightarrow I_۲ = ۱/۶\frac{W}{m^۲}$$

پاسخ: گزینهٔ ۲

گروه آموزشی ماز

۵۳- **طول موج نور نارنجی لیزر هلیم ـ نئون در هوا حدود ۶۰۰nm ، ولی در زجاجیهٔ چشم ۴۵۰nm است. کدام‌یک از عبارت‌های زیر صحیح است؟**

$(c = ۳\times۱۰^۸ \frac{m}{s})$

الف: بسامد این نور $۵\times۱۰^{۱۴}Hz$ است.

ب: ضریب شکست زجاجیه برای این نور ۱/۵ است.

پ: تندی این نور در زجاجیه $۲\times۱۰^۸ \frac{m}{s}$ است.

۱) «الف» ۲) «الف» و «پ» ۳) «ب» ۴) «ب» و «پ»

پاسخ: گزینهٔ ۱ (آسان ـ محاسباتی ـ ۱۲۰۴)

بررسی موارد:

الف

بسامد نور برابر است با:

$$f = \frac{c}{\lambda} = \frac{۳\times۱۰^۸}{۶۰۰\times۱۰^{-۹}} = ۵\times۱۰^{۱۴}Hz \quad (✓)$$

ب

طول موج با ضریب شکست محیط رابطهٔ عکس دارد؛ بنابراین:

$$\frac{\lambda_{زجاجیه}}{\lambda_{هوا}} = \frac{n_{هوا}}{n_{زجاجیه}} \Rightarrow \frac{۴۵۰}{۶۰۰} = \frac{۱}{n_{زجاجیه}} \Rightarrow n_{زجاجیه} = \frac{۴}{۳} \quad (✗)$$

پ

تندی نور در زجاجیه برابر است با:

$$v = \frac{c}{n} = \frac{۳\times۱۰^۸}{\frac{۴}{۳}} = ۲/۲۵\times۱۰^۸ \frac{m}{s} \quad (✗)$$

گروه آموزشی ماز

۵۴- **تاری که بین دو تکیه‌گاه، محکم شده است در هماهنگ اول خود با بسامد f به نوسان درمی‌آید. شکل زیر جابه‌جایی تار در $t = ۰$ را نشان می‌دهد.**

جابه‌جایی تار در $t = \frac{۱}{۴f}$ مطابق کدام گزینه است؟

۱) ۲) ۳) ۴)

پاسخ: گزینهٔ ۳ (آسان ـ مفهومی ـ ۱۲۰۴)

مدت‌زمان $\frac{۱}{۴f}$ درواقع $\frac{۱}{۴}$ دوره است؛ بنابراین همهٔ نقاط طناب که در ابتدا در مکان مثبت دامنه $(+A)$ خود قرار دارند، به نقطهٔ تعادل می‌رسند و گزینهٔ (۳) صحیح است.

گروه آموزشی ماز

www.biomaze.ir
۱۴۰۳ - ۱۴۰۴
www.SanjeshCloud.ir
T.me/SanjeshClouds

۵۵- هرگاه بر سطح فلزی نوری با طول موج ۴۰۰nm بتابد، بیشینهٔ انرژی جنبشی فوتوالکترون‌های گسیل‌شده ۰/۵۰eV است. اگر طول موج نور را نصف کنیم، بیشینهٔ انرژی جنبشی فوتوالکترون‌ها چند الکترون‌ولت می‌شود؟ **(hc=۱۲۴۰eV.nm)**

۱) ۰/۵ ۲) ۱ ۳) ۱/۸ ۴) ۳/۶

پاسخ: گزینهٔ ۴ (متوسط ـ محاسباتی ـ ۱۲۰۵)

در حالت اول می‌توان نوشت:

$$K_{max}=\frac{hc}{\lambda}-W_{\circ}\Rightarrow ۰/۵=\frac{۱۲۴۰}{۴۰۰}-W_{\circ}\Rightarrow W_{\circ}=۲/۶eV$$

در حالت دوم طول موج نور نصف شده و برابر ۲۰۰nm است.

$$K_{max}=\frac{hc}{\lambda}-W_{\circ}=\frac{۱۲۴۰}{۲۰۰}-۲/۶=۶/۲-۲/۶=۳/۶eV$$

گروه آموزشی ماز

۵۶- در اتم هیدروژن اختلاف انرژی مربوط به خط سوم رشتهٔ لیمان $(n'=۱)$ و خط دوم رشتهٔ بالمر $(n'=۲)$، تقریباً چند پیکوژول است؟

$(e=۱/۶\times۱۰^{-۱۹}C\ ,\ E_R=۱۳/۶eV)$

۱) $۱/۶۳۲\times۱۰^{-۱۸}$ ۲) $۱/۵۲۶\times۱۰^{-۶}$ ۳) $۱/۵۲۶\times۱۰^{-۱۸}$ ۴) $۱/۶۳۲\times۱۰^{-۶}$

پاسخ: گزینهٔ ۴ (متوسط ـ مفهومی/محاسباتی ـ ۱۲۰۵)

گام اول:

ابتدا انرژی هرکدام از فوتون‌های گفته‌شده را به‌دست می‌آوریم: $(E_n=-\frac{E_R}{n^۲})$

خط سوم رشتهٔ لیمان: $n=۴\rightarrow n'=۱:\Delta E=E_۴-E_۱=-E_R(\frac{۱}{۱۶}-\frac{۱}{۱})=\frac{۱۵}{۱۶}E_R$

خط دوم رشتهٔ بالمر: $n=۴\rightarrow n'=۲:\Delta E'=E_۴-E_۲=-E_R(\frac{۱}{۱۶}-\frac{۱}{۴})=\frac{۳}{۱۶}E_R$

گام دوم:

اختلاف انرژی فوتون‌های گسیل‌شده برابر است با:

$$\Delta E-\Delta E'=\frac{۱۵}{۱۶}E_R-\frac{۳}{۱۶}E_R=\frac{۱۲}{۱۶}E=\frac{۳}{۴}E_R=\frac{۳}{۴}(۱۳/۶)=۱۰/۲eV$$

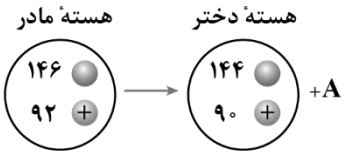
گام آخر:

خواستهٔ سؤال برحسب پیکوژول می‌باشد:

$$۱۰/۲eV\times\frac{۱/۶\times۱۰^{-۱۹}J}{۱eV}=۱۶/۳۲\times۱۰^{-۱۹}J=۱۶/۳۲\times۱۰^{-۷}pJ=۱/۶۳۲\times۱۰^{-۶}pJ$$

گروه آموزشی ماز

۵۷- در شکل زیر، معادلهٔ یک واپاشی، نشان داده شده است. ذرهٔ A چه نام دارد؟



۱) پوزیترون
۲) الکترون
۳) آلفا
۴) نوترون

پاسخ: گزینهٔ ۳ (آسان ـ مفهومی ـ ۱۲۰۶)

با توجه به این‌که در این واپاشی، ۲ پروتون و ۲ نوترون از هسته خارج شده‌اند، ذرهٔ نشان‌داده‌شده آلفا است.

گروه آموزشی ماز

۵۸- مطابق شکل، ۴ بار الکتریکی در مکان‌های خود ثابت نگه داشته شده‌اند و فاصلهٔ بارهای مجاور از یکدیگر برابر است. بر یکی از بارها بیش‌ترین نیروی الکتریکی خالص (F_{max}) و بر یکی دیگر از بارها، کم‌ترین نیروی الکتریکی خالص (F_{min}) وارد می‌شود. اندازهٔ نسبت این دو نیرو $(\frac{F_{max}}{F_{min}})$ کدام است؟

۱) $\frac{۶۵}{۶}$ ۲) $\frac{۶۵}{۹}$ ۳) $\frac{۶۷}{۵}$ ۴) $\frac{۶۷}{۹}$

www.biomaze.ir
۱۴۰۳ - ۱۴۰۴
www.SanjeshCloud.ir
T.me/SanjeshClouds

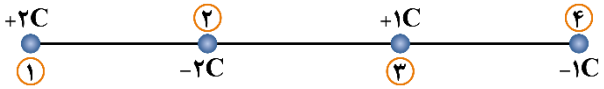
پاسخ: گزینهٔ ۴ (سخت ـ محاسباتی ـ ۱۱۰۱)

برای محاسبات راحت‌تر، از نوشتن ثابت کولن (k) صرف‌نظر می‌کنیم و همچنین اندازهٔ q را یک کولن ($|q|=1C$) و فاصلهٔ بین هر دو بار مجاور را نیز یک متر درنظر می‌گیریم.

$F_2 \approx \frac{2\times1}{2^2}=\frac{1}{2}\rightarrow$ $\quad F_3 \approx \frac{1\times2}{1}=2\rightarrow$

$F_3 \approx \frac{1\times1}{1}=1\leftarrow$ $\quad F_1 \approx \frac{2\times2}{1}=4\leftarrow$

$F_1 \approx \frac{2\times1}{3^2}=\frac{2}{9}\leftarrow$ $\quad F_4 \approx \frac{1\times2}{2^2}=\frac{1}{2}\leftarrow$



$\rightarrow F_2 \approx \frac{2\times2}{1}=4$ $\quad \rightarrow F_1 \approx \frac{2\times1}{2^2}=\frac{1}{2}$

$\rightarrow F_4 \approx \frac{1\times2}{3^2}=\frac{2}{9}$ $\quad \rightarrow F_4 \approx \frac{1\times1}{1}=1$

$\leftarrow F_3 \approx \frac{1\times2}{2^2}=\frac{1}{2}$ $\quad \leftarrow F_2 \approx \frac{2\times1}{1}=2$

درنتیجه

q_1 نیروی وارد بر: $4+\frac{2}{9}-\frac{1}{2}=\frac{67}{18}$

q_2 نیروی وارد بر: $4+\frac{1}{2}-2=\frac{5}{2}$

q_3 نیروی وارد بر: $2-1-\frac{1}{2}=\frac{1}{2}$

q_4 نیروی وارد بر: $1+\frac{2}{9}-\frac{1}{2}=\frac{13}{18}$

$\Rightarrow \frac{F_{max}}{F_{min}}=\frac{\frac{67}{18}}{\frac{1}{2}}=\frac{67}{9}$

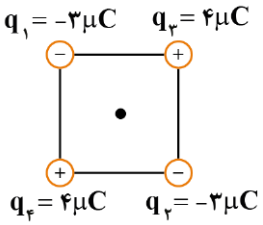
گروه آموزشی ماز

۵۹- چهار بار الکتریکی نقطه‌ای $q_1=q_2=-3\mu C$ و $q_3=q_4=+4\mu C$ را طوری در ۴ رأس مربعی به ضلع ۱۰cm قرار می‌دهیم که میدان الکتریکی خالص در مرکز مربع صفر باشد. در این حالت، نیروی الکتریکی خالص وارد بر q_3 چند نیوتون است؟ $(k=9\times10^9\frac{N.m^2}{C^2}, \sqrt{3}=1/7, \sqrt{2}=1/4)$

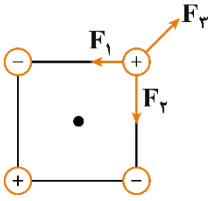
۱) ۷/۹۲ $\quad$ ۲) ۲۲/۳۲ $\quad$ ۳) ۳/۶ $\quad$ ۴) ۲۵/۹۲

پاسخ: گزینهٔ ۱ (متوسط ـ محاسباتی ـ ۱۱۰۱)

در مرکز مربع، زمانی میدان خالص صفر است که قرارگیری بارها به‌صورت مقابل باشد:



در مرحلهٔ بعد نیروهای وارد بر بار q_3 را برایندگیری می‌کنیم:



$F_1=F_2=\frac{k|q_1q_3|}{r^2}=\frac{90\times3\times4}{100}=10/8N \xrightarrow{\text{برایند}} F_{1,2}=\sqrt{F_1^2+F_2^2}=\sqrt{2}\times10/8N=15/12N\ (\swarrow)$

$F_3=\frac{k|q_4q_3|}{(\sqrt{2}r)^2}=\frac{90\times4\times4}{200}=7/2N\ \ (\nearrow)$

چون $\vec{F}_{1,2}$ و $\vec{F}_3$ در خلاف جهت هم هستند، آن‌ها را از هم کم می‌کنیم:

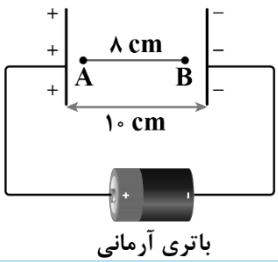
نیروی خالص $=F_{2,3}-F_1=15/12-7/2=7/92N$

گروه آموزشی ماز

www.biomaze.ir
۱۴۰۳ - ۱۴۰۴
www.SanjeshCloud.ir
T.me/SanjeshClouds

۶۰- ذره‌ای با بار الکتریکی $q=-5mC$ در یک میدان الکتریکی یکنواخت از نقطهٔ A به طرف نقطهٔ B پرتاب می‌شود و در مسیر A تا B، انرژی جنبشی آن ۱۰۰mJ تغییر می‌کند. نیروی محرکهٔ باتری آرمانی چند ولت است؟ (از وزن ذره و مقاومت هوا صرف‌نظر شود.)

۱) ۲۰
۲) ۲۵
۳) ۴۰
۴) ۵۰



باتری آرمانی

پاسخ: گزینهٔ ۲ (متوسط ـ مفهومی/محاسباتی ـ ۱۱۰۱)

گام اول:

با توجه به پایستگی انرژی می‌توان نوشت:

$$|\Delta K|=|\Delta U| \Rightarrow 100\times10^{-3}=E|q|d_{AB}$$

$$\Rightarrow 100\times10^{-3}=E\times5\times10^{-3}\times8\times10^{-2} \Rightarrow E=250\frac{N}{C}$$

گام آخر:

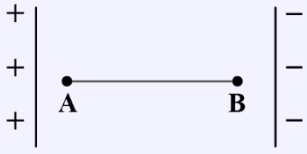
بنابراین اختلاف پتانسیل دو صفحه که همان نیروی محرکهٔ باتری آرمانی است، برابر است با:

$$E=\frac{V}{d} \Rightarrow 250=\frac{V}{10\times10^{-2}} \Rightarrow V=25V$$

آزمون سراسری تجربی خارج از کشور ۱۴۰۳

۶۵- ذره‌ای به بار الکتریکی $q=-5mC$ در یک میدان الکتریکی یکنواخت از نقطهٔ A به طرف نقطهٔ B پرتاب می‌شود و در مسیر A تا B، انرژی جنبشی آن ۱۰۰mJ تغییر می‌کند. V_B-V_A چند ولت است؟ (از وزن ذره و مقاومت هوا صرف‌نظر شود.)

۱) ۲۰
۲) −۲۰
۳) −۵۰
۴) ۵۰



پاسخ تشریحی:

ازآنجاکه بار q منفی است؛ بنابراین بر آن به سمت چپ (خلاف جهت حرکت آن) نیرو وارد می‌شود و انرژی جنبشی آن کاهش می‌یابد. درنتیجه:

$$\Delta K=-100mJ$$

طبق قضیهٔ کار ـ انرژی جنبشی داریم:

$$W_t=\Delta K \Rightarrow W_E+\cancel{W^{\circ}_{\text{وزن}}}+\cancel{W^{\circ}_{\text{مقاومت هوا}}}=-100\ mJ$$

$$\Rightarrow \Delta U_E=-W_E=+100mJ$$

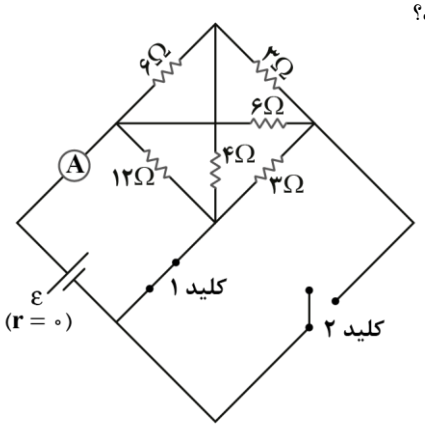
$$V_B-V_A=\frac{\Delta U_E}{q}=\frac{+100\cancel{m}J}{-5\cancel{m}C}=-20(V)$$

پاسخ: گزینهٔ ۲

گروه آموزشی ماز

۶۱- در مدار زیر، اگر کلید (۱) را بازکنیم و کلید (۲) را ببندیم، عدد آمپرسنج آرمانی چگونه تغییر می‌کند؟

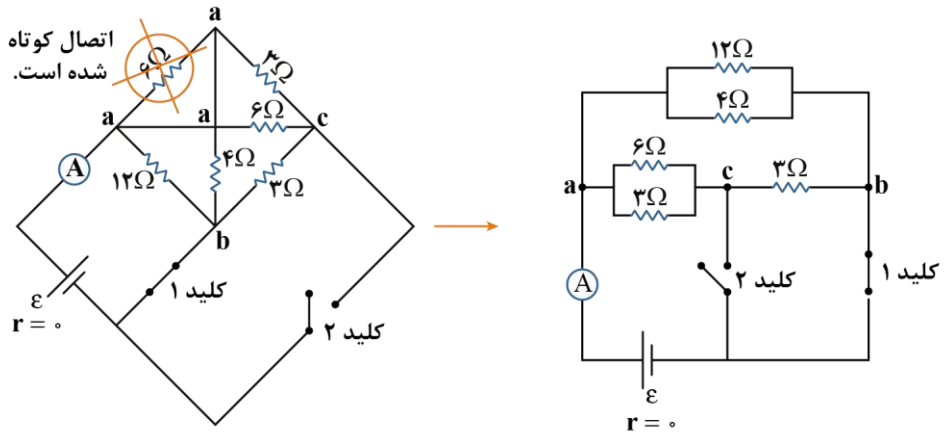
۱) ۲۵ درصد افزایش می‌یابد.
۲) ۲۰ درصد کاهش می‌یابد.
۳) ۲۰ درصد افزایش می‌یابد.
۴) تغییر نمی‌کند.



www.biomaze.ir
۱۴۰۳ - ۱۴۰۴
www.SanjeshCloud.ir
T.me/SanjeshClouds

پاسخ: گزینهٔ ۱ (سخت ـ محاسباتی ـ ۱۱۰۲)

ابتدا با روش نقاط هم‌پتانسیل و نام‌گذاری نقاط، مدار را ساده‌تر می‌کنیم:



حالت اول:

کلید (۱) بسته و کلید (۲) باز است.

$$(R_{eq})_۱ = [(۶ \parallel ۳) + ۳] \parallel (۱۲ \parallel ۴) = (\underbrace{\frac{۶\times۳}{۶+۳}}_{۵\Omega} + ۳) \parallel (\underbrace{\frac{۱۲\times۴}{۱۲+۴}}_{۳\Omega}) = \frac{۵\times۳}{۵+۳} = \frac{۱۵}{۸}\Omega$$

حالت دوم:

کلید (۲) بسته و کلید (۱) باز است.

$$(R_{eq})_۲ = (۶ \parallel ۳) \parallel [۳ + (۱۲ \parallel ۴)] = (\underbrace{\frac{۶\times۳}{۶+۳}}_{۲\Omega}) \parallel (۳ + \underbrace{\frac{۱۲\times۴}{۱۲+۴}}_{۶\Omega}) = \frac{۲\times۶}{۲+۶} = \frac{۱۲}{۸}\Omega$$

$$\Rightarrow I_۱ = \frac{\varepsilon}{(R_{eq})_۱} = \frac{\varepsilon}{\frac{۱۵}{۸}} = \frac{۸}{۱۵}\varepsilon$$

$$\Rightarrow I_۲ = \frac{\varepsilon}{(R_{eq})_۲} = \frac{\varepsilon}{\frac{۱۲}{۸}} = \frac{۸}{۱۲}\varepsilon$$

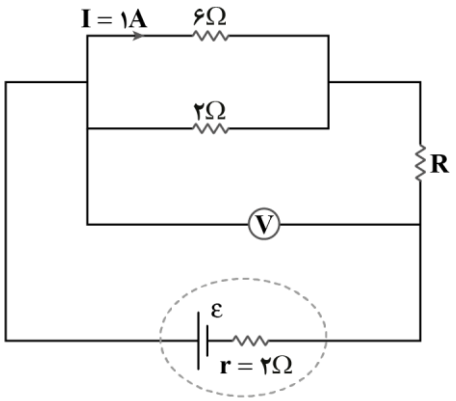
از تقسیم $I_۲$ بر $I_۱$ داریم:

$$\frac{I_۲}{I_۱} = \frac{\frac{۸}{۱۲}\varepsilon}{\frac{۸}{۱۵}\varepsilon} = \frac{۱۵}{۱۲} = \frac{۵}{۴} = ۱/۲۵ \Rightarrow$$ عدد آمپرسنج ۲۵ درصد افزایش می‌یابد.

گروه آموزشی ماز

۶۲- در مدار زیر، ولت‌سنج عدد ۱۰ ولت را نشان می‌دهد. نیروی محرکهٔ باتری چند ولت است؟

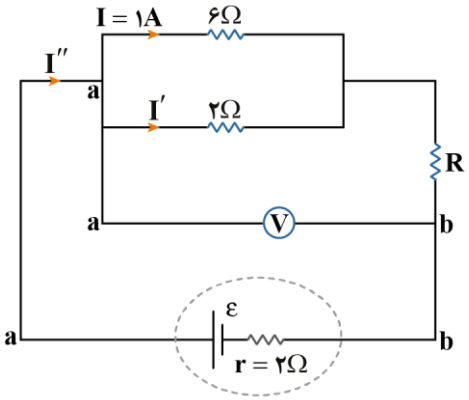
۱) ۱۲
۲) ۱۶
۳) ۱۸
۴) ۲۴



۱۴۰۳ - ۱۴۰۴
www.biomaze.ir
سنجش کلاد
www.SanjeshCloud.ir
T.me/SanjeshClouds

پاسخ: گزینهٔ ۳ (متوسط ـ محاسباتی ـ ۱۱۰۲)

ابتدا دو سر ولت‌سنج و جریان شاخه‌ها را مطابق شکل مقابل، نام‌گذاری می‌کنیم.



با توجه به این‌که مقاومت‌های ۲Ω و ۶Ω موازی هستند، ولتاژ آن‌ها برابر است و داریم:

$$(۲\Omega)\,||\,(۶\Omega) \Rightarrow V_{(۲\Omega)} = V_{(۶\Omega)}$$

$$\Rightarrow ۲I' = ۶I \Rightarrow I' = ۳A$$

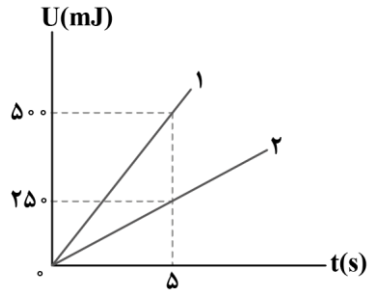
گرهٔ a: $I'' = I + I' = ۱ + ۳ = ۴A$

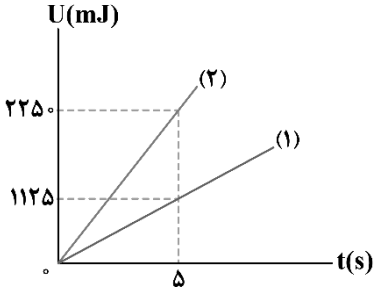
$$\text{عدد ولت‌سنج} = V_{ab} = V_{\text{مولد}} = \varepsilon - rI$$

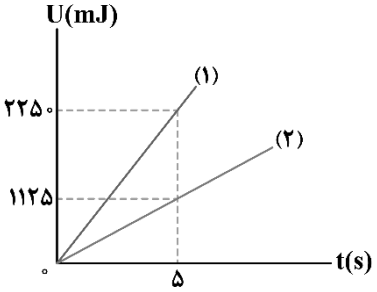
$$\Rightarrow ۱۰ = \varepsilon - ۲\times ۴ \Rightarrow \varepsilon = ۱۸\,V$$

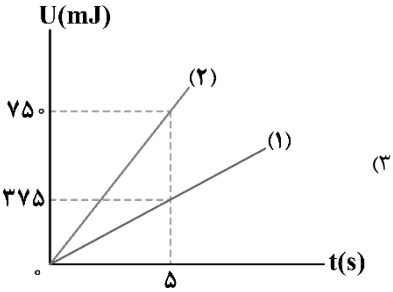
گروه آموزشی ماز

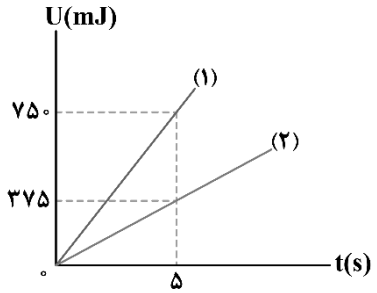
۶۳- دو مقاومت $R_۱$ و $R_۲$ به‌صورت متوالی به یک باتری آرمانی متصل هستند. در هر دو مقاومت، انرژی الکتریکی به انرژی گرمایی تبدیل می‌شود. شکل زیر، نمودار تغییرات انرژی گرمایی برحسب زمان را برای دو مقاومت نشان می‌دهد. اگر این دو مقاومت را به‌طور موازی به همان باتری وصل کنیم، نمودار تغییرات انرژی گرمایی برحسب زمان برای آن‌ها چگونه خواهد بود؟



۱)


۲)


۳)


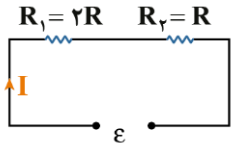
۴)


۱۴۰۳ - ۱۴۰۴
www.biomaze.ir
www.SanjeshCloud.ir
T.me/SanjeshClouds

پاسخ: گزینهٔ ۱ (سخت ـ نموداری ـ ۱۱۰۲)

حالت اول:

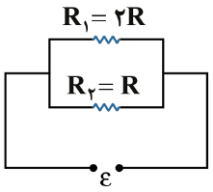
مقاومت‌ها به‌صورت متوالی بسته شده‌اند و جریان یکسانی از آن‌ها می‌گذرد، چون در زمان یکسان انرژی مصرفی در مقاومت R_1، ۲ برابر انرژی مصرفی در مقاومت R_2 است، طبق رابطهٔ $P = RI^2$، مقاومت الکتریکی R_1، ۲ برابر R_2 است.



$$R_1 = 2R$$
$$R_2 = R$$
$$I = \frac{\varepsilon}{R_{eq}} = \frac{\varepsilon}{3R} \Rightarrow \begin{cases} V_1 = \frac{2}{3}\varepsilon \\ V_2 = \frac{1}{3}\varepsilon \end{cases}$$

حالت دوم:

اگر این مقاومت‌ها را موازی ببندیم، داریم:



$$V_1' = \varepsilon$$
$$V_2' = \varepsilon$$

با مقایسهٔ ولتاژ مقاومت‌ها در دو حالت، داریم:

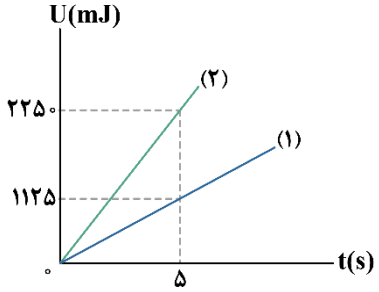
$$U = \frac{V^2}{R}t \Rightarrow \frac{U_1'}{U_1} = (\frac{V_1'}{V_1})^2 = (\frac{\varepsilon}{\frac{2}{3}\varepsilon})^2 = \frac{9}{4}$$

$$\Rightarrow \frac{U_1'}{500} = \frac{9}{4} \Rightarrow U_1' = 1125mJ$$

$$\frac{U_2'}{U_2} = (\frac{V_2'}{V_2})^2 = (\frac{\varepsilon}{\frac{1}{3}\varepsilon})^2 = 9$$

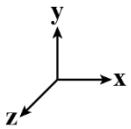
$$\Rightarrow \frac{U_2'}{250} = 9 \Rightarrow U_2' = 2250mJ$$

بنابراین گزینهٔ (۱) صحیح است.



گروه آموزشی ماز

۶۴- ذره‌ای به جرم ۲ میلی‌گرم و بار $+3\mu C$ با سرعت $200\frac{m}{s}$ در جهت مثبت محور x وارد میدان مغناطیسی یکنواخت به‌اندازهٔ ۰/۴ تسلا که در سوی مثبت محور yها است، می‌شود. اندازهٔ شتاب ذره در اثر نیروی مغناطیسی چند متر بر مربع ثانیه و در چه جهتی است؟ (دستگاه مختصات، مطابق شکل زیر فرض شود.)



۱) ۱۲۰، در جهت محور z
۲) ۰/۱۲، در جهت محور z
۳) ۱۲۰، در خلاف جهت محور z
۴) ۰/۱۲، در خلاف جهت محور z

www.biomaze.ir
۱۴۰۳ - ۱۴۰۴
www.SanjeshCloud.ir
T.me/SanjeshClouds

پاسخ: گزینهٔ ۱ (متوسط ـ مفهومی/محاسباتی ـ ۱۱۰۳)

گام اول:

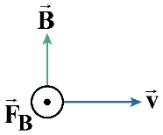
شتاب ذره برابر است با:

$$a = \frac{qvB}{m} = \frac{(۳\times۱۰^{-۶}\,C)(۲۰۰\frac{m}{s})(۰/۴)}{۲\times۱۰^{-۶}\,kg} = ۱۲۰\frac{m}{s^۲}$$

$$\vec{F} \propto \vec{a}$$

گام آخر:

طبق قاعدهٔ دست راست، جهت نیرو در جهت مثبت محور zها (برون‌سو) می‌باشد، پس جهت شتاب نیز در جهت مثبت محور zهاست.



گروه آموزشی ماز

۶۵- کدام‌یک از موارد زیر، نادرست است؟

الف: اگر از یک مقاومت الکتریکی، جریان متناوب سینوسی عبور کند، انرژی در آن ذخیره می‌شود.

ب: اگر از یک القاگر آرمانی، جریان پایا عبور کند، انرژی به آن وارد می‌شود.

پ: اگر از یک القاگر آرمانی، جریان متناوب سینوسی عبور کند، همواره انرژی در آن ذخیره می‌شود.

۱) «الف» و «ب» ۲) «ب» و «پ» ۳) «الف» و «پ» ۴) «الف» و «ب» و «پ»

پاسخ: گزینهٔ ۴ (آسان ـ حفظی ـ ۱۱۰۴)

الف

هنگام عبور جریان از مقاومت، انرژی وارد آن می‌شود؛ جریان چه پایا باشد و چه تغییر کند، این انرژی در مقاومت ذخیره نمی‌شود؛ بلکه به انرژی گرمایی تبدیل می‌شود. (✗)

ب

در یک القاگر آرمانی (با مقاومت صفر) تنها وقتی انرژی وارد القاگر می‌شود که جریان در آن افزایش یابد. این انرژی تلف نمی‌شود؛ بلکه در میدان مغناطیسی القاگر، ذخیره شده و هنگام کاهش جریان، آزاد می‌شود. هنگام عبور جریان پایا از یک القاگر آرمانی، انرژی به آن وارد یا از آن خارج نمی‌شود. (✗)

پ

در جریان متناوب، مقدار جریان، مرتباً درحال افزایش و کاهش است؛ بنابراین، طبق توضیح ذکرشده در مورد «ب»، انرژی نیز مرتباً درحال ذخیره شدن و آزاد شدن است. درنتیجه، مورد «پ» همواره برقرار نیست. (✗)

گروه آموزشی ماز

۶۶- چه تعداد از عبارت‌های زیر درست است؟

الف: در مقاومت‌های نوری با افزایش شدت نور، مقاومت آن‌ها زیاد می‌شود.

ب: دیود نورگسیل (LED) از قانون اهم پیروی نمی‌کند.

پ: دیود نورگسیل (LED) توان الکتریکی و نور بیش‌تری نسبت به لامپ‌های معمولی دارد.

۱) صفر ۲) یک ۳) دو ۴) سه

پاسخ: گزینهٔ ۲ (آسان ـ حفظی ـ ۱۱۰۲)

فقط مورد «ب» درست است.

بررسی موارد نادرست:

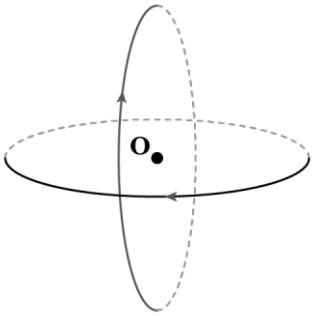
الف مقاومت‌های نوری با افزایش شدت نور مقاومت کم‌تری خواهند داشت. (✗)

پ دیودها توان الکتریکی کم‌تر و نور بیش‌تری در مقایسه با لامپ‌های معمولی دارند. (✗)

گروه آموزشی ماز

www.biomaze.ir
۱۴۰۳ - ۱۴۰۴
www.SanjeshCloud.ir
T.me/SanjeshClouds

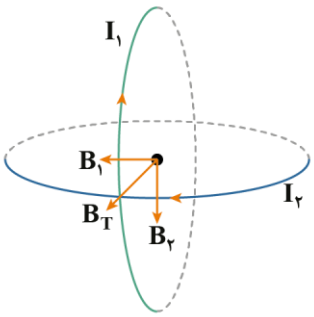
۶۷- مطابق شکل زیر، دو حلقه با جریان یکسان ۳A که شعاع هر یک از آن‌ها ۶cm است، عمود برهم قرار دارند. بزرگی میدان مغناطیسی خالص بر مرکز حلقه‌ها (نقطهٔ O) چند تسلا و در چه جهتی است؟ $(\mu_0 = 12\times10^{-7}\ \frac{T.m}{A})$



۱) 6×10^{-5} و ↖
۲) $3\sqrt{2}\times10^{-5}$ و ↖
۳) 6×10^{-5} و ↙
۴) $3\sqrt{2}\times10^{-5}$ و ↙

پاسخ: گزینهٔ ۴ (متوسط ـ محاسباتی ـ ۱۱۰۳)

به کمک قاعدهٔ دست راست، میدان حلقه‌ها به‌صورت زیر است:



دو میدان برابر و عمود برهم هستند، پس:

$$B_1 = B_2 = \frac{\mu_0 NI}{2R}$$

$$B_2 = B_1 = \frac{12\times10^{-7}\times1\times3}{2\times0/06} = 3\times10^{-5}T$$

$$B_T = \sqrt{B_1^2 + B_2^2} \Rightarrow B_T = \sqrt{(3\times10^{-5})^2 + (3\times10^{-5})^2} = 3\sqrt{2}\times10^{-5}T$$

گروه آموزشی ماز

۶۸- کره‌ای توپر به شعاع R و مخروطی توپر به قطر قاعدهٔ 2R و ارتفاع R در اختیار داریم. اگر جرم کره، ۲ برابر جرم مخروط باشد، چگالی کره چند برابر چگالی مخروط است؟

۱) $\frac{1}{6}$ ۲) $\frac{1}{4}$ ۳) $\frac{1}{3}$ ۴) $\frac{1}{2}$

پاسخ: گزینهٔ ۴ (آسان ـ محاسباتی ـ ۱۰۰۱)

طبق رابطهٔ $\rho = \frac{m}{V}$ فرمول مقایسه‌ای زیر را خواهیم داشت:

$$\frac{\rho_{کره}}{\rho_{مخروط}} = \frac{m_{کره}}{m_{مخروط}} \times \frac{V_{مخروط}}{V_{کره}}$$

$$\Rightarrow \frac{\rho_{کره}}{\rho_{مخروط}} = 2\times\frac{\frac{1}{3}\pi(R)^2\times R}{\frac{4}{3}\pi R^3}$$

$$\Rightarrow \frac{\rho_{کره}}{\rho_{مخروط}} = \frac{\pi R^3}{2\pi R^3} = \frac{1}{2}$$

آزمون سراسری ریاضی تیرماه ۱۴۰۳

۶۹- شعاع کرهٔ توپر A، ۲۵ درصد کم‌تر از شعاع کرهٔ توپر B است. اگر جرم کرهٔ A نصف جرم کرهٔ B باشد، چگالی کرهٔ A تقریباً چند درصد بیش‌تر از چگالی کرهٔ B است؟

۱) ۱۲/۵ ۲) ۱۸/۵ ۳) ۳۴ ۴) ۳۶

پاسخ تشریحی:

گام اول: مقایسهٔ حجم دو کره:

$$r_A = r_B - \frac{25}{100}r_B \Rightarrow r_A = \frac{3}{4}r_B$$

$$V = \frac{4}{3}\pi r^3 \Rightarrow \frac{V_B}{V_A} = (\frac{r_B}{r_A})^3 = (\frac{4}{3})^3 \Rightarrow \frac{V_B}{V_A} = \frac{64}{27}$$

www.biomaze.ir
۱۴۰۳ - ۱۴۰۴
سنجش کلاد
www.SanjeshCloud.ir
T.me/SanjeshClouds

گام آخر: مقایسهٔ چگالی دو کره:

$$\rho=\frac{m}{V}\Rightarrow\frac{\rho_A}{\rho_B}=\frac{m_A}{m_B}\times\frac{V_B}{V_A}\Rightarrow\frac{\rho_A}{\rho_B}=\frac{۱}{۲}\times\frac{۶۴}{۲۷}$$

$$\Rightarrow\rho_A=\frac{۳۲}{۲۷}\rho_B\Rightarrow\rho_A=۱/۱۸۵\rho_B$$

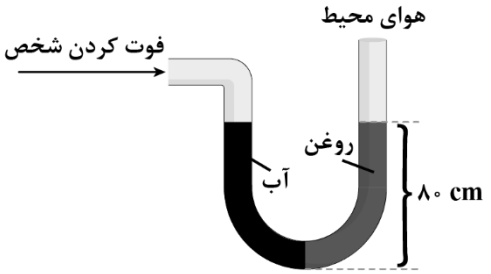
$$\frac{\rho_A-\rho_B}{\rho_B}\times۱۰۰=\frac{۱/۱۸۵\rho_B-\rho_B}{\rho_B}\times۱۰۰=۱۸/۵\,\%\Rightarrow$$ چگالی کرهٔ A، ۱۸/۵ درصد بیش‌تر از کرهٔ B است.

پاسخ: گزینهٔ ۲

گروه آموزشی ماز

۶۹- لولهٔ U‌شکلی را درنظر بگیرید که محتوی حجم مساوی از آب و روغن است. با توجه به شکل، فشار پیمانه‌ای هوای درون ریهٔ شخص که از شاخهٔ سمت چپ لوله درون آن دمیده چند پاسکال است؟ ($\rho_{روغن}=۰/۸\frac{g}{cm^۳}$ ، $\rho_{آب}=۱\frac{g}{cm^۳}$ ، $g=۱۰\frac{N}{kg}$ و فشار هوای محیط $۱۰^۵Pa$ می‌باشد.)

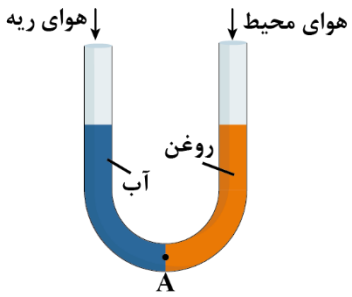
۱) $+۱۶۰۰$
۲) -۱۶۰۰
۳) $+۹۸۴۰۰$
۴) -۹۸۴۰۰



پاسخ: گزینهٔ ۲ (متوسط ـ محاسباتی ـ ۱۰۰۲)

با توجه به شکل چون حجم آب و روغن یکسان است و قطر مقطع لوله ثابت است، پس ارتفاع آب و روغن باهم برابر است.

$(h_{روغن}=۰/۸m\ ,\ h_{آب}=۰/۸m)$



نقطهٔ A دقیقاً در مرکز دو طرف لولهٔ U‌شکل قرار دارد. پس فشار سمت چپ و راست آن برابر است:

$$P_{چپ}=P_{راست}$$

$$P_{هوای\ ریه}+\rho_{آب}gh=P_{هوای\ محیط}+\rho_{روغن}gh$$

بنابراین فشار پیمانه‌ای برابر است با:

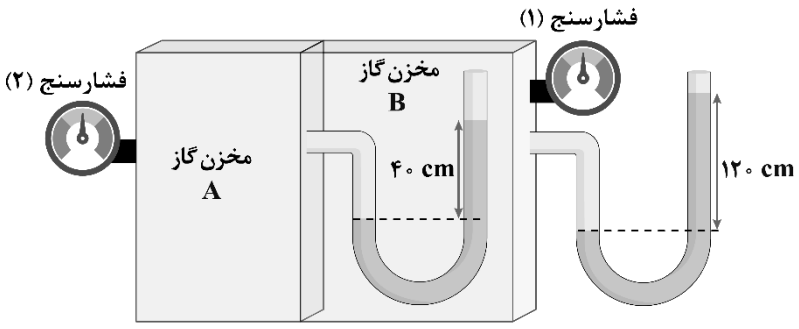
$$P_{پیمانه‌ای}=P_{هوای\ ریه}-P_{هوای\ محیط}$$

$$\Rightarrow P_{پیمانه‌ای}=\rho_{روغن}gh-\rho_{آب}gh=(۸۰۰\times۱۰\times۰/۸)-(۱۰۰۰\times۱۰\times۰/۸)=۶۴۰۰-۸۰۰۰=-۱۶۰۰Pa$$

گروه آموزشی ماز

۷۰- در شکل زیر، در هر دو لوله مایع یکسانی وجود دارد. اگر فشارسنج (۲)، فشار $۲۰kPa$ را اندازه بگیرد، به‌ترتیب از راست به چپ، فشارسنج (۱) چند کیلوپاسکال را اندازه می‌گیرد و چگالی مایع چند گرم بر لیتر است؟ $(g=۱۰\frac{m}{s^۲})$

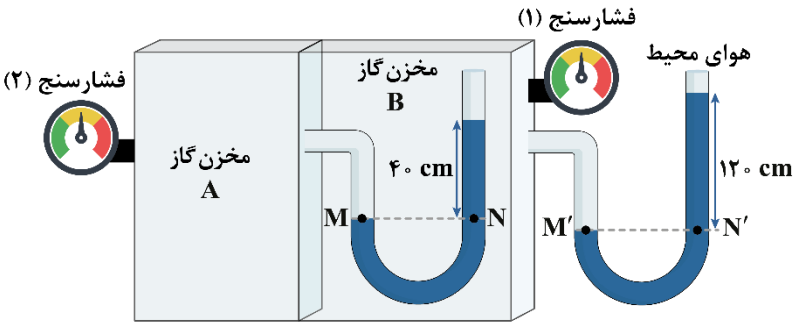
۱) ۱۵، ۱۲۵۰
۲) ۱۰، ۱۲۵۰
۳) ۱۵، ۱۵۰۰
۴) ۱۰، ۱۵۰۰



www.biomaze.ir
۱۴۰۳ - ۱۴۰۴
www.SanjeshCloud.ir
T.me/SanjeshClouds

پاسخ: گزینهٔ ۱ (متوسط ـ مفهومی/محاسباتی ـ ۱۰۰۲)

با توجه به این‌که فشارسنج‌ها فشار پیمانه‌ای را اندازه می‌گیرند، اگر فشارسنج‌های (۱) و (۲) به‌ترتیب P_1 و P_2 را نشان دهند، فشار مطلق در مخزن B برابر P_1+P_0 و در مخزن A برابر P_2+P_0 است.



رابطهٔ (۱): $P_M = P_N \Rightarrow P_2 + P_0 = P_1 + P_0 + \rho g \times 0/4 \Rightarrow 20000 = P_1 + 0/4\rho g$

رابطهٔ (۲): $P_{M'} = P_{N'} \Rightarrow P_1 + P_0 = P_0 + \rho g \times 1/2 \Rightarrow P_1 = 1/2\rho g$

با جایگذاری رابطهٔ (۲) در رابطهٔ (۱) داریم:

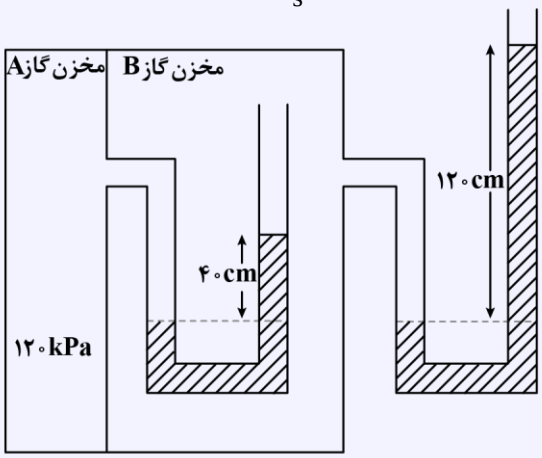
$$\Rightarrow 1/6\rho g = 20000 \xrightarrow{g=10\frac{N}{kg}} \rho = 1250\frac{kg}{m^3} = 1250\frac{g}{L}$$

$$\Rightarrow P_1 = 1/2\rho g = 1/2\times 1250\times 10 = 15000Pa = 15kPa$$

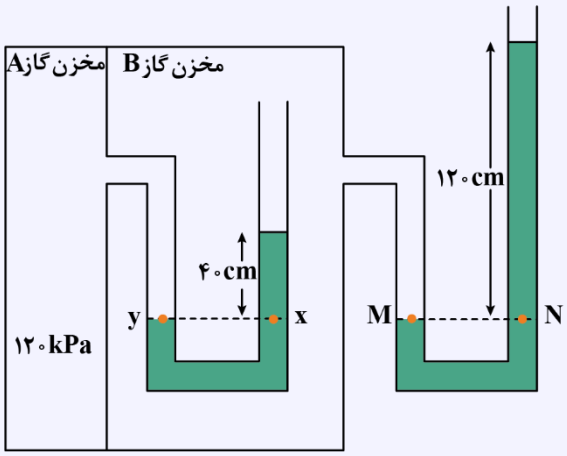
آزمون سراسری تجربی تیرماه ۱۴۰۳

۶۷- در شکل زیر، در هر دو لوله مایع یکسانی وجود دارد. چگالی مایع چند گرم بر لیتر است؟ (فشار هوای محیط را $100kPa$ و $g = 10\frac{m}{s^2}$ درنظر بگیرید.)

۱) ۱/۲۵
۲) ۱۲۵۰
۳) ۲/۵۰
۴) ۲۵۰۰



پاسخ تشریحی:



فشار در نقاط x و y باهم برابر است، پس:

$$P_x = P_y \Rightarrow \rho g h_1 + P_B = P_A \Rightarrow \rho\times 10\times 0/4 + P_B = 120\times 10^3$$

$$\Rightarrow P_B = 120\times 10^3 - 4\rho$$

فشار در نقاط M و N باهم برابر است، پس:

$$P_M = P_N \Rightarrow P_B = \rho g h_2 + P_0$$

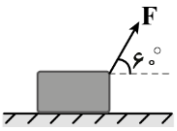
$$\Rightarrow 120\times 10^3 - 4\rho = \rho\times 10\times 1/2 + 10^5$$

$$\Rightarrow 16\rho = 20\times 10^3 \Rightarrow \rho = 1/25\times 10^3\frac{kg}{m^3} = 1250\frac{g}{L}$$

پاسخ: گزینهٔ ۲

www.biomaze.ir
۱۴۰۳ - ۱۴۰۴
www.SanjeshCloud.ir
T.me/SanjeshClouds

۷۱- مطابق شکل زیر، جسمی به جرم $1/5kg$ تحت تأثیر نیروی $F=12N$ روی سطح افقی بدون اصطکاک از حال سکون شروع به حرکت می‌کند. پس از طی چه مسافتی برحسب متر، تکانهٔ جسم به ۳۰ واحد SI می‌رسد؟



۱) ۲۵
۲) ۵۰
۳) ۷۵
۴) ۱۰۰

پاسخ: گزینهٔ ۲ (متوسط ـ محاسباتی ـ ۱۰۰۳)

از قضیهٔ کار ـ انرژی جنبشی استفاده می‌کنیم:

$$W_t = \Delta K$$

$$Fd\cos\theta = K_2 - K_1$$

$$12\times d\times\cos 60^\circ = \frac{p_2^2}{2m} - 0 \Rightarrow 6d = \frac{30^2}{2(1/5)} \Rightarrow d = 50m$$

گروه آموزشی ماز

۷۲- دمای قطعه‌یخی به جرم m از $-40°F$ به $14°F$ می‌رسد. حجم این قطعه‌یخ چند درصد افزایش می‌یابد؟ $(\alpha_{یخ} = 5\times10^{-5}\frac{1}{K})$

۱) ۰/۰۴۵
۲) ۰/۰۱۵
۳) ۰/۴۵
۴) ۰/۱۵

پاسخ: گزینهٔ ۳ (آسان ـ محاسباتی ـ ۱۰۰۴)

درصد تغییرات حجم براثر انبساط برای جامدها از رابطهٔ $3\alpha\Delta\theta\times100$ و برای مایعات از رابطهٔ $\beta\Delta\theta\times100$ به‌دست می‌آید؛ بنابراین داریم:

$$\Delta F = \frac{9}{5}\Delta\theta \Rightarrow (14-(-40)) = \frac{9}{5}\Delta\theta$$

$$\Rightarrow 54 = \frac{9}{5}\Delta\theta \Rightarrow \Delta\theta = \frac{5\times54}{9} = 30°C$$

$$\text{درصد تغییرات حجم یخ} = 3\alpha\Delta\theta\times100 = 3\times5\times10^{-5}\times30\times100 = 45\times10^{-2} = 0/45٪$$

گروه آموزشی ماز

۷۳- قطعه‌یخی به جرم $2kg$ و دمای اولیهٔ $-20°C$ را با آهنگ ثابت $1050\frac{J}{s}$ آن‌قدر گرم می‌کنیم تا تبدیل به آب $100°C$ شود. برای این کار چند ثانیه زمان لازم است؟ $(L_F = 336\frac{J}{g}, c_{یخ} = 2100\frac{J}{kg°C}, c_{آب} = 4200\frac{J}{kg°C})$

۱) ۱۵۲۰
۲) ۱۵۸۹۶
۳) ۱۲۴۸۴
۴) ۱۳۶۰

پاسخ: گزینهٔ ۱ (متوسط ـ محاسباتی ـ ۱۰۰۴)

گرمای مورد نیاز برابر است با:

$$Q = mc_{یخ}\Delta\theta_{یخ} + mL_F + mc_{آب}\Delta\theta_{آب}$$

$$\Rightarrow Q = 2\times2100\times20 + 2\times336000 + 2\times4200\times100 = 380\times4200J$$

بنابراین زمان مورد نیاز برابر است با:

$$Q = Pt \Rightarrow 380\times4200 = 1050t \Rightarrow t = 1520s$$

آزمون سراسری تجربی تیرماه ۱۴۰۳

۷۰- قطعه‌یخی به جرم $2kg$ و دمای اولیه $-20°C$ را آن‌قدر گرم می‌کنیم تا تبدیل به آب $100°C$ شود. چند کیلوژول گرما لازم است؟

$$(L_F = 336\frac{J}{g}, c_{یخ} = 2100\frac{J}{kg.°C}, c_{آب} = 4200\frac{J}{kg.°C})$$

۱) ۱۵۹۶
۲) ۱۵۱۲
۳) ۹۲۴
۴) ۸۴۶

پاسخ تشریحی:

برای راحتی کار در محاسبات مربوط به گرما می‌توان از ۴۲۰۰ در محاسبات فاکتور گرفت:

$$c_{یخ} = 4200\times\frac{1}{2}\frac{J}{kg.°C} \qquad c_{آب} = 4200\times1\frac{J}{kg.°C}$$

$$L_F = 4200\times80\frac{J}{kg}$$

www.biomaze.ir
۱۴۰۳ - ۱۴۰۴
www.SanjeshCloud.ir
T.me/SanjeshClouds

$$-۲۰^\circ C \text{ یخ} \xrightarrow[Q_۱=mc\Delta T]{} ۰^\circ C \text{ یخ} \xrightarrow{Q_۲=mL_F} ۰^\circ C \text{ آب} \xrightarrow[Q_۳=mc\Delta T]{} ۱۰۰^\circ C \text{ آب}$$

$$Q = Q_۱ + Q_۲ + Q_۳$$

$$\Rightarrow Q = ۲\times ۴۲۰۰(\frac{۱}{۲}\times ۲۰ + ۸۰ + ۱۰۰)$$

$$Q = ۸۴۰۰\times ۱۹۰ = ۱۵۹۶۰۰۰ J = ۱۵۹۶ kJ$$

پاسخ: گزینهٔ ۱

گروه آموزشی ماز

۷۴- به یک گاز کامل در فشار ثابت، مقداری گرما می‌دهیم به‌طوری که حجم آن سه برابر شود. پس‌ازاین مرحله طی یک فرایند هم‌حجم، با گرم کردن مجدد، فشار گاز را دو برابر می‌کنیم. دمای مطلق گاز نسبت به حالت اول چند برابر می‌شود؟

۱) ۶ ۲) $\frac{۳}{۲}$ ۳) $\frac{۲}{۳}$ ۴) $\frac{۱}{۶}$

پاسخ: گزینهٔ ۱ (آسان ـ محاسباتی ـ ۱۰۰۴)

گام اول:

قانون گازها را در فشار ثابت می‌نویسیم:

فشار ثابت: $\frac{V_۱}{T_۱} = \frac{V_۲}{T_۲} \Rightarrow \frac{V_۱}{T_۱} = \frac{۳V_۱}{T_۲} \Rightarrow T_۲ = ۳T_۱$

گام آخر:

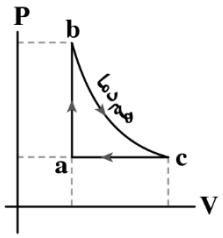
قانون گازها را در حجم ثابت می‌نویسیم:

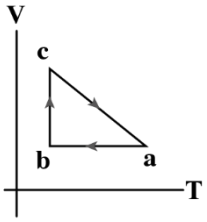
حجم ثابت: $\frac{P_۲}{T_۲} = \frac{P_۳}{T_۳} \Rightarrow \frac{P_۲}{T_۲} = \frac{۲P_۲}{T_۳} \Rightarrow T_۳ = ۲T_۲$

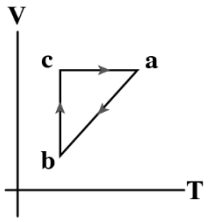
$$T_۳ = ۲(۳T_۱) = ۶T_۱ \Rightarrow \frac{T_۳}{T_۱} = ۶$$

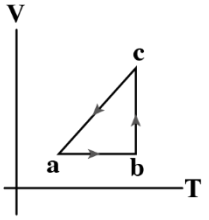
گروه آموزشی ماز

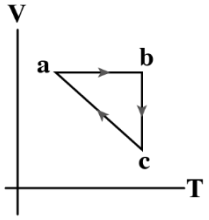
۷۵- نمودار $P-V$ سه فرایند متوالی ترمودینامیکی برای یک گاز کامل رسم شده است. نمودار $V-T$ آن کدام گزینه می‌تواند باشد؟



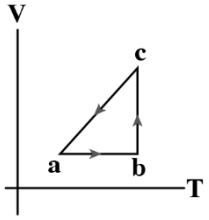
۱)


۲)


۳)


۴)


پاسخ: گزینهٔ ۳ (آسان ـ نموداری ـ ۱۰۰۵)



فرایند ca یک فرایند هم‌فشار با کاهش حجم است. همچنین در فرایند ab چون در حجم ثابت، فشار، افزایش یافته پس دما هم زیاد می‌شود. فرایند bc نیز یک فرایند هم‌دماست و نمودار $V-T$ آن به‌صورت خطی قائم است.

گروه آموزشی ماز

www.biomaze.ir
۱۴۰۳ - ۱۴۰۴
www.SanjeshCloud.ir
T.me/SanjeshClouds

شیمی

یکی از مطابقت‌های آزمون سال گذشته ماز با کنکور ۱۴۰۳

۸۴- بر اثر سوختن اوره، گازهای کربن دی‌اکسید و نیتروژن به همراه بخار آب تولید می‌شود. ضریب آب در معادله موازنه شده سوختن اوره، با ضریب این ماده در معادله موازنه شده کدام‌یک از واکنش‌های زیر برابر است؟

۱) $PH_3 + O_2 \rightarrow P_4O_{10} + H_2O$

۲) $CH_4 + NH_3 + O_2 \rightarrow HCN + H_2O$

۳) $H_2SO_4 + HI \rightarrow H_2S + H_2O + I_2$

۴) $H_2S + O_2 \rightarrow SO_2 + H_2O$

(مرحله ۴ آزمون‌های سالیانه ـ شیمی رشته ریاضی)

۸۱- مجموع ضرایب استوکیومتری مواد در واکنش زیر، پس از موازنهٔ معادلهٔ آن، کدام است؟

$$CH_4(g) + NH_3(g) + O_2(g) \rightarrow HCN(g) + H_2O(g)$$

۱) ۱۲ ۲) ۱۳ ۳) ۱۴ ۴) ۱۵

(کنکور اردیبهشت ۱۴۰۳ـ شیمی رشته ریاضی)

برای مشاهدهٔ همهٔ مطابقت‌ها اینجا رو اسکن کن!

biomaze.ir یا رو این کلیک کن!

سنجش کلاد
www.SanjeshCloud.ir
T.me/SanjeshClouds

دانش‌آموزان عزیز ماز

امیدوارم که حالتون خوب باشه و تا به اینجای کار، با موفقیت آزمون‌ها رو پشت سر گذاشته باشید! بالاخره رسیدیم به آزمون‌های جامع و همین‌جا لازمه بهتون یادآوری کنم که مهم‌تر از تراز و رتبه، این مهمه که به واسطه آزمون‌های جامع سعی کنید مهارت آزمون دادن رو در خودتون تقویت کنید و استراتژی نهایی آزمون دادن رو پیدا کنید و روی اون تمرین کنید. اینکه از بین درس‌های هر دفترچه، کدوم رو اول بزنید و چه سؤالاتی رو کنار بذارید و ...، مهارت‌های مهمی هستن که باید اون‌ها رو خیلی خوب یاد بگیرید. علاوه بر این، در آزمون‌های جامع باید سعی کنید نکاتی از مطالب رو که یادتون رفته پیدا کنید و سعی کنید اون‌ها رو مرور کنید.

بچه‌ها بهتون توصیه می‌کنم بیش از حد به تراز و رتبه آزمون‌های جامع اهمیت ندید و مدام شرایط خودتون رو با شرایط کنکور مقایسه نکنید. این آزمون‌ها، فرصت مهمی هستن تا شما بتونید شرایط خودتون رو بهبود بدین تا در کنکور نتیجه بهتری به‌دست بیارید. بازه باقیمانده تا کنکور، براتون زمان ارزشمندی رو فراهم می‌کنه تا متن کتاب درسی شیمی رو خیلی خوب بخونید. مراقب باشید که بیش از ۲۰٪ شیمی کنکور، از مباحث حفظی تشکیل شده و شما با مطالعه دقیق متن کتاب درسی، به راحتی می‌تونید به این سؤالات پاسخ بدین!

دکتر فرشاد هادیان‌فرد ـ رتبهٔ ۲۸ کنکور ۹۴ و مسئول درس شیمی آزمون ماز

۷۶- شمار الکترون مبادله شده در تشکیل هر واحد فرمولی از کدام ترکیب، برابر با نسبت عدد کوئوردیناسیون کاتیون به عدد کوئوردیناسیون آنیون در ساختار بلور آلومینیم فلوئورید است؟

۱) سدیم هیدروکسید ۲) لیتیم کربنات ۳) آمونیوم فسفات ۴) آهن(III) اکسید

پاسخ: گزینه ۳ (آسان ـ حفظی ـ ۱۰۰۱)

به شمار نزدیک‌ترین یون‌های ناهمنام اطراف یک یون در شبکه بلور، عدد کوئوردیناسیون گفته می‌شود. نسبت عدد کوئوردیناسیون آنیون به کاتیون، برابر نسبت زیروند کاتیون به آنیون در فرمول شیمیایی است. همچنین نسبت عدد کوئوردیناسیون کاتیون به آنیون، برابر با نسبت زیروند آنیون به کاتیون در فرمول شیمیایی است. بر این اساس، می‌توان گفت نسبت خواسته شده برای آلومینیم فلوئورید با فرمول شیمیایی AlF_3، برابر ۳ است. حال شمار الکترون مبادله شده در تشکیل ترکیب‌های مطرح شده را محاسبه می‌کنیم. توجه داریم که برای محاسبه این مقدار، می‌توانیم از آنیون یا کاتیون استفاده کنیم. کافی است زیروند هر یون را در بار الکتریکی آن ضرب کنیم. در این رابطه، داریم:

$$\text{سدیم هیدروکسید یا } NaOH \Longrightarrow \begin{cases} \text{آنیون : زیروند} \times \text{اندازه بار} = ۱ \times ۱ = ۱ \\ \text{کاتیون : زیروند} \times \text{اندازه بار} = ۱ \times ۱ = ۱ \end{cases}$$

$$\text{لیتیم کربنات یا } Li_2CO_3 \Longrightarrow \begin{cases} \text{آنیون : زیروند} \times \text{اندازه بار} = ۱ \times ۲ = ۲ \\ \text{کاتیون : زیروند} \times \text{اندازه بار} = ۲ \times ۱ = ۲ \end{cases}$$

$$\text{آمونیوم فسفات یا } (NH_4)_3PO_4 \Longrightarrow \begin{cases} \text{آنیون : زیروند} \times \text{اندازه بار} = ۱ \times ۳ = ۳ \\ \text{کاتیون : زیروند} \times \text{اندازه بار} = ۳ \times ۱ = ۳ \end{cases}$$

$$\text{آهن}(III)\text{ اکسید یا } Fe_2O_3 \Longrightarrow \begin{cases} \text{آنیون : زیروند} \times \text{اندازه بار} = ۳ \times ۲ = ۶ \\ \text{کاتیون : زیروند} \times \text{اندازه بار} = ۲ \times ۳ = ۶ \end{cases}$$

همانطور که مشخص است، نسبت عدد کوئوردیناسیون کاتیون به آنیون در آلومینیم فلوئورید، با شمار الکترون‌های مبادله شده برای تولید هر واحد فرمولی از ترکیب آمونیوم فسفات برابر است.

گروه آموزشی ماز

۷۷- عنصر فرضی D_{15} دارای ۳ ایزوتوپ بوده که به‌ترتیب ۱۵، ۱۶ و ۱۸ نوترون در هسته خود دارند. اگر مجموع فراوانی دو ایزوتوپ اول ۷۰ درصد باشد، درصد فراوانی پایدارترین ایزوتوپ آن کدام است؟(جرم اتمی میانگین این عنصر برابر $۳۱/۱amu$ است.)

۱) ۵۰ ۲) ۴۰ ۳) ۴۵ ۴) ۶۰

پاسخ: گزینه ۱ (متوسط ـ مسئله ـ ۱۰۰۱)

عدد جرمی(A) هر ایزوتوپ، حاصل جمع تعداد پروتون‌ها و نوترون‌های موجود در هر اتم از آن ایزوتوپ است. توجه داریم که ایزوتوپ‌های یک عنصر همگی شمار پروتون‌های برابری دارند. بنابراین عدد جرمی ایزوتوپ‌های این عنصر به‌ترتیب برابر ۳۰، ۳۱ و ۳۳ است. طبق گفته سؤال، مجموع فراوانی دو ایزوتوپ اول ۷۰ درصد است، بنابراین اگر فراوانی سبک‌ترین ایزوتوپ یعنی ^{30}D را برابر x در نظر بگیریم، فراوانی ایزوتوپ ^{31}D برابر $۷۰ - x$ درصد خواهد بود. از طرفی مجموع درصد فراوانی ایزوتوپ‌های یک عنصر برابر ۱۰۰ است، پس می‌توان گفت درصد فراوانی سنگین‌ترین ایزوتوپ یعنی ^{33}D برابر ۳۰ درصد خواهد بود. در این رابطه، داریم:

ایزوتوپ	^{30}D	^{31}D	^{33}D
درصد فراوانی	x	$۷۰ - x$	۳۰

حال با استفاده از میانگین جرم اتمی و درصد فراوانی ایزوتوپ‌ها، مقدار x را محاسبه می‌کنیم:

$$\bar{M} = \frac{M_1F_1 + M_2F_2 + M_3F_3}{۱۰۰} \Longrightarrow ۳۱/۱ = \frac{(۳۰ \times x) + \big(۳۱ \times (۷۰ - x)\big) + (۳۳ \times ۳۰)}{۱۰۰} \Longrightarrow x = ۵۰ \text{ درصد}$$

با توجه به محاسبات انجام شده، فراوانی ایزوتوپ‌های ^{30}D، ^{31}D و ^{33}D به‌ترتیب برابر با ۵۰ ، ۲۰ و ۳۰ درصد است. ایزوتوپ ^{30}D بیشترین فراوانی را در بین ایزوتوپ‌های این عنصر داشته و پایدارترین ایزوتوپ آن به شمار می‌رود. همانطور که محاسبه کردیم، درصد فراوانی این ایزوتوپ برابر با ۵۰ درصد است.

گروه آموزشی ماز

۱۴۰۳ - ۱۴۰۴
www.biomaze.ir
www.SanjeshCloud.ir
T.me/SanjeshClouds

۷۸- کدام موارد از عبارت‌های زیر درست است؟

الف: تنها ۹۲ درصد از کل عناصر شناخته‌شده موجود در جدول تناوبی، در طبیعت یافت می‌شوند.

ب: در فراوان‌ترین ایزوتوپ منیزیم، شمار ذرات زیراتمی باردار ۲ برابر شمار ذرات بدون بار است.

پ: اغلب ایزوتوپ‌هایی که عدد جرمی آن‌ها بیش از ۲/۵ برابر عدد اتمی آن‌ها است، ناپایدار هستند.

ت: در یک مخلوط طبیعی از اورانیم، نسبت شمار ایزوتوپ ^{235}U به شمار کل اتم‌های اورانیم حدوداً برابر ۰/۷ است.

۱) «ب» و «پ» ۲) «الف» و «پ» ۳) «ب» و «ت» ۴) «الف» و «ت»

پاسخ: گزینه ۱ (آسان ـ حفظی ـ ۱۰۰۱)

عبارت‌های (ب) و (پ) درست هستند.

بررسی موارد:

«الف»: در جدول تناوبی امروزی، ۱۱۸ عنصر شناخته شده حضور دارند. از این ۱۱۸ عنصر، تنها ۹۲ عنصر در طبیعت یافت می‌شوند و ۲۶ عنصر دیگر، فقط به‌صورت ساختگی وجود دارند. برای مثال، تکنسیم یک عنصر ساختگی است. حال نسبت خواسته شده را محاسبه می‌کنیم:

$$A = \frac{۹۲}{۱۱۸} \times ۱۰۰ \simeq ۷۸ \text{ درصد}$$

رادیوایزوتوپ‌ها

رادیوایزوتوپ‌ها اگرچه بسیار خطرناک هستند، اما پیشرفت دانش و فناوری، بشر را موفق به مهار و بهره‌گیری از آن‌ها کرده است؛ به‌طوری‌که از آن‌ها در پزشکی، کشاورزی و سوخت در نیروگاه‌های اتمی استفاده می‌شود. تکنسیم($^{99}_{43}Tc$) نخستین عنصری است که در واکنشگاه(رآکتور) هسته‌ای تولید شده است. تکنسیم متعلق به دسته d از تناوب پنجم جدول دوره‌ای بوده و یک عنصر فلزی است. از این عنصر در تصویربرداری غدهٔ تیروئید انسان استفاده می‌شود. از آنجا که نیم‌عمر این عنصر کم است و نمی‌توان مقادیر زیادی از آن را تهیه و برای مدت طولانی نگهداری کرد، بسته به نیاز، آن را با یك مولد هسته‌ای تولید و سپس مصرف می‌کنند. در واقع، همه تکنسیم موجود در جهان باید به‌طور مصنوعی و با استفاده از واکنش‌های هسته‌ای ساخته شود.

«ب»: در یک نمونه طبیعی از منیزیم ایزوتوپ‌های $^{24}_{12}Mg$ ، $^{25}_{12}Mg$ و $^{26}_{12}Mg$ حضور دارند. در این بین، فراوان‌ترین ایزوتوپ منیزیم، معادل $^{24}_{12}Mg$ است که در آن شمار الکترون، پروتون و نوترون همگی برابر با ۱۲ است. از طرفی می‌دانیم منظور سؤال از ذرات باردار، الکترون‌ها و پروتون‌ها و منظور از ذرات خنثی یا بدون بار، نوترون‌ها هستند. نسبت خواسته شده در این ایزوتوپ برابر با $\frac{۲۴}{۱۲}$ یا ۲ است.

«پ»: اغلب ایزوتوپ‌هایی که شمار نوترون به پروتون آن‌ها برابر یا بیشتر از ۱/۵ است، ناپایدار هستند. حال نسبت عدد جرمی به عدد اتمی در این ایزوتوپ‌ها را محاسبه می‌کنیم:

$$\frac{A}{Z} = \frac{n+p}{p} = \frac{n}{p} + \frac{p}{p} = \frac{n}{p} + ۱ \quad , \quad \frac{n}{p} \geq ۱/۵ \Rightarrow \frac{n}{p} + ۱ \geq ۲/۵$$

«ت»: در یک مخلوط طبیعی از اورانیم، کمتر از ۰/۷ درصد اتم‌ها مربوط به ایزوتوپ ^{235}U است و سایر اتم‌ها، مربوط به ایزوتوپ‌های دیگر خواهد بود. بنابراین می‌توان گفت نسبت شمار اتم‌های ^{235}U به شمار کل اتم‌های اورانیم در یک نمونه طبیعی از این عنصر، کمتر از ۰/۰۰۷ است.

اورانیم

اورانیم شناخته‌شده‌ترین فلز پرتوزایی است که یکی از ایزوتوپ‌های آن، اغلب به‌عنوان سوخت در راکتورهای اتمی به کار می‌رود. ایزوتوپی از اورانیم که به‌عنوان سوخت هسته‌ای کاربرد دارد، با نماد $^{235}_{92}U$ نشان داده می‌شود. در یک مخلوط طبیعی از اتم‌های اورانیم، درصد فراوانی این ایزوتوپ کمتر از ۰/۷٪ است. دانشمندان موفق شده‌اند مقدار این ایزوتوپ را در مخلوط ایزوتوپ‌های اورانیم افزایش دهند. به این فرایند، غنی‌سازی ایزوتوپی گفته می‌شود. این فرایند، یکی از مراحل مهم چرخه تولید سوخت هسته‌ای است که در ایران هم انجام می‌شود. با گسترش این صنعت، می‌توان بخشی از انرژی الکتریکی مورد نیاز کشور را تأمین نمود.

گروه آموزشی ماز

۷۹- **در کدام‌یک از دماهای زیر(با واحد کلوین)، یک نمونه از مولکول‌های فراوان‌ترین گاز نجیب موجود در هواکره برخلاف یک نمونه از فراوان‌ترین گاز موجود در آن، حجم مشخصی دارد اما شکل مشخصی نداشته و به شکل ظرف محتوی خود درمی‌آید؟**

۱) ۸۰ ۲) ۷۰ ۳) ۱۱۲ ۴) ۹۵

پاسخ: گزینه ۱ (آسان ـ حفظی و مفهومی ـ ۱۰۰۲)

فراوان‌ترین گاز موجود در هواکره معادل با نیتروژن و فراوان‌ترین گاز نجیب موجود در آن، معادل با آرگون است. با توجه به اطلاعات صورت سؤال، باید به دنبال دمایی بگردیم که در آن، یک نمونه از آرگون در حالت مایع و یک نمونه از نیتروژن در حالت گاز قرار دارد. مقایسه نقطه جوش تعدادی از گازهای مهم مطرح شده در کتاب درسی، به شرح زیر است:

$$\underset{(^\circ C)}{\underset{\text{نقطهٔ جوش (نقطهٔ میعان)}:}{NH_3 > O_3 > O_2 > Ar > N_2 > H_2 > He}}$$
$$(-۳۴) \quad (-۱۱۲) \quad (-۱۸۳) \quad (-۱۸۶) \quad (-۱۹۶) \quad (-۲۵۳) \quad (-۲۶۹)$$

حالت مواد

ویژگی مواد در سه حالت جامد، مایع و گاز متفاوت است. مواد جامد شکل و حجم مشخصی دارند. در یک نمونه جامد، موقعیت ذرات نسبتاً ثابت بوده و این ذرات، فقط در جای خود می‌لغزند. نمونه‌های مایع، حجم مشخصی داشته و همانند مواد جامد تراکم‌ناپذیر هستند، اما این مواد شکل مشخصی نداشته و به شکل ظرف حاوی خود در می‌آیند. از طرفی گازها حجم و شکل مشخصی ندارند. این مواد تراکم‌پذیر بوده و به شکل ظرف محتوی خود در می‌آیند. همچنین حجم مواد گازی معادل حجم ظرفی است که در آن قرار گرفته‌اند.

۱۴۰۳ - ۱۴۰۴
www.biomaze.ir
www.SanjeshCloud.ir
T.me/SanjeshClouds

هر ماده در دمایی بالاتر از نقطه جوش خود به حالت گاز و در دمایی بین نقطه جوش و نقطه ذوب خود به حالت مایع یافت می‌شود. در دمای مد نظر، نیتروژن باید به حالت گاز یافت شود. پس این دما بالاتر از $-۱۹۶^{\circ}C$ باشد. از طرفی آرگون بایستی در این دما به حالت مایع یافت شود. پس این دما باید کمتر از $-۱۸۶^{\circ}C$ باشد. برای تبدیل واحد دما از سانتی‌گراد به کلوین باید عدد دما در واحد سانتی‌گراد را با ۲۷۳ جمع کنیم. حال داریم:

$$-۱۸۶^{\circ}C \implies -۱۸۶ + ۲۷۳ = ۸۷\ K$$
$$-۱۹۶^{\circ}C \implies -۱۹۶ + ۲۷۳ = ۷۷\ K$$

بنابراین دمای مد نظر باید بین ۷۷ تا ۸۷ کلوین باشد. جدول زیر، ویژگی‌های چهار مورد از گازهای مهم موجود در هواکره را نشان می‌دهد:

نوع ماده	دمای جوش	نکته
نیتروژن	-۱۹۶	با افزایش تدریجی دمای هوای مایع، اولین ماده‌ای است که از حالت مایع به حالت گاز در می‌آید و از مخلوط خارج می‌شود.
آرگون	-۱۸۶	یک گاز نجیب است که به کمک تقطیر جزءبه‌جزء هوا، در پتروشیمی شیراز با خلوص بالا تهیه می‌شود. از آن برای ایجاد محیط بی‌اثر طی جوشکاری نیز استفاده می‌شود.
اکسیژن	-۱۸۳	تهیه اکسیژن با خلوص ۱۰۰ درصد، به کمک تقطیر هوا فرایندی سخت است چراکه دمای جوش اکسیژن و آرگون نزدیک به هم است.
هلیم	-۲۶۹	در مخلوط هوای مایع با دمای ۲۰۰- درجه سانتی‌گراد، هلیم وجود ندارد چراکه دمای جوش آن کمتر از ۲۰۰- درجه سانتی‌گراد است و در این دما به حالت گاز باقی می‌ماند.

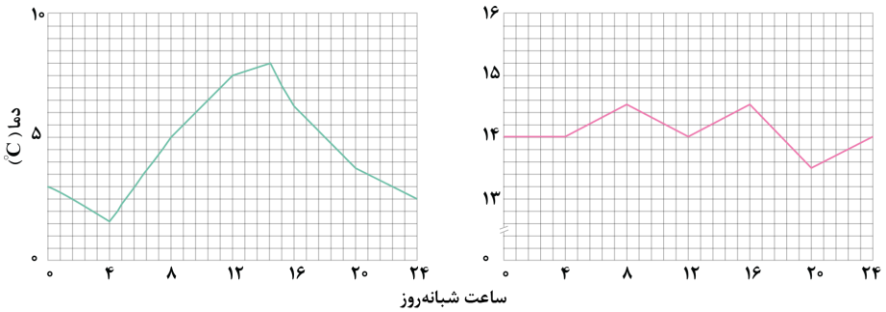
گروه آموزشی ماز

۸۰- کدام مورد درست است؟

۱) گازهای گلخانه‌ای، مانع از خروج اغلب پرتوهای الکترومغناطیسی گسیل شده توسط زمین می‌شوند.
۲) پرتوهای گسیل شده از سطح زمین، توسط گازهای گلخانه‌ای از فرابنفش به فروسرخ تبدیل می‌شوند.
۳) در یک روز زمستانی، نسبت کم‌ترین دما به بیشترین دما، در محیط درون گلخانه نسبت به هوای بیرون، بزرگ‌تر است.
۴) با گسترش صنایع، درصد حجمی گاز اکسیژن در هواکره نسبت به میلیون‌ها سال گذشته کاهش محسوسی داشته است.

پاسخ: گزینه ۳ (متوسط ـ مفهومی و حفظی ـ ۱۰۰۲)

گلخانه‌ها زمین‌های کشاورزی ویژه‌ای هستند که دور تا دور آن‌ها را تا ارتفاع معینی توسط لایه‌هایی از پلاستیک‌های شفاف می‌پوشانند و در آن‌ها گیاهان و میوه‌های گوناگونی پرورش می‌دهند. نمودارهای زیر، تغییر دما در یک روز زمستانی را نمایش می‌دهد:



نمودار سمت راست مربوط به فضای درون گلخانه و نمودار سمت چپ مربوط به فضای بیرون گلخانه است. همانطور که مشخص است تغییرات دما در گلخانه کمتر بوده و درنتیجه می‌توان گفت در محیط گلخانه، تفاوت کم‌ترین و بیشترین دما نسبت به محیط بیرون کمتر است. پس می‌توان گفت نسبت کم‌ترین دما به بیشترین دما در محیط درون گلخانه بزرگ‌تر بوده و به عدد ۱ نزدیک‌تر است.

بررسی سایر گزینه‌ها:

۱) تصویر زیر مبادله گرمایی کره زمین را نشان می‌دهد:

مطابق تصویر سرنوشت پرتوهای تابیده شده به زمین به‌صورت زیر است:

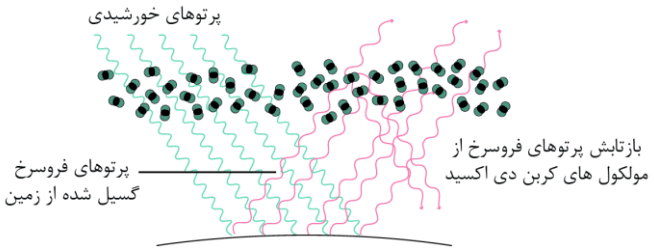
پرتوهای خورشیدی تابیده شده به سمت زمین
- بخش کوچک ← توسط هواکره جذب می‌شوند.
- بخش کوچک ← توسط هواکره به سمت خارج بازتاب می‌شوند.
- بخش عمده ← به وسیلهٔ زمین جذب می‌شوند.

۱۴۰۳ - ۱۴۰۴
www.biomaze.ir
سنجش کلاد
www.SanjeshCloud.ir
T.me/SanjeshClouds

بخش عمده پرتوهای خورشیدی توسط زمین جذب می‌شوند. سرنوشت این پرتوها به‌صورت زیر است:

- گرمای دفع شده توسط کرهٔ زمین
  - بخش کوچک: توسط هواکره و گازهای گلخانه‌ای، در زمین محبوس می‌شود.
  - بخش عمده: به صورت تابش‌های فروسرخ از زمین دفع شده و خارج می‌شود.

۲ تصویر زیر بازتاب پرتوهای گسیل شده از زمین توسط گازهای گلخانه‌ای را نمایش می‌دهد:



همانطور که مشخص است، پرتوهای گسیل شده از زمین همانند پرتوهای بازتابش شده توسط گازهای گلخانه‌ای، از جنس فروسرخ هستند.

۴ بررسی دانشمندان برای هوای به دام افتاده در بلورهای یخ در یخچال‌های قطبی و نیز سنگ‌های آتشفشانی نشان می‌دهد که از ۲۰۰ میلیون سال پیش تاکنون، نسبت گازهای سازنده هواکره و به دنبال آن، درصد حجمی هریک از این گازها تقریباً ثابت مانده است.

گروه آموزشی ماز

۸۱- با توجه به معادله موازنه نشده داده شده، کدام مورد درست است؟

$$C_2H_5OH(l) + O_2(g) \longrightarrow CO_2(g) + H_2O(g)$$

۱) همه اتم‌های شرکت‌کننده در واکنش، به آرایش هشت‌تایی گازهای نجیب رسیده‌اند.
۲) نسبت شمار جفت الکترون ناپیوندی، در واکنش‌دهنده ناقطبی به فراورده قطبی برابر ۲ است.
۳) واکنش از نوع سوختن بوده و ماده سوختنی مورد نظر، از واکنش دومین آلکن و آب تولید خواهد شد.
۴) انحلال‌پذیری واکنش‌دهنده قطبی در آب نسبت به حلال مورد استفاده برای انحلال چربی‌ها و انواع لاک‌ها، بیشتر است.

پاسخ: گزینه ۲ (متوسط ـ مفهومی ـ ۱۰۰۳)

معادله موازنه شده واکنش داده شده به‌صورت زیر است:

$$C_2H_5OH(l) + 3O_2(g) \longrightarrow 2CO_2(g) + 3H_2O(g)$$

گاز اکسیژن، واکنش‌دهنده ناقطبی و بخار آب، فراورده قطبی است. فرمول ساختاری این دو گونه به‌صورت زیر است:

همانطور که مشخص است در ساختار کربن دی‌اکسید و بخار آب به‌ترتیب ۴ و ۲ جفت الکترون ناپیوندی وجود دارد. در رابطه با گاز کربن دی‌اکسید، داریم:

- کربن دی‌اکسید
  - با کاهش دما تا ۷۸- درجه سانتی گراد، از حالت گاز به حالت جامد در می‌آید.
  - مولکولی ناقطبی بوده و در میدان الکتریکی جهت‌گیری پیدا نمی‌کند.
  - با حل شدن در آب، با آن واکنش داده و اسیدِ ضعیف کربنیک اسید را تولید می‌کند.
  - در طی واکنش سوختن کامل هیدروکربن‌ها و مواد آلی تولید می‌شود.
  - به‌دلیل نداشتن الکترون ناپیوندی روی اتم مرکزی، ساختاری خطی دارد.
  - در باران عادی، همانند باران اسیدی، در آب حل شده و غلظت یون هیدروژن را کاهش می‌دهد.

بررسی سایر گزینه‌ها:

۱ کربن و اکسیژن با به اشتراک گذاشتن الکترون‌های تک خود، به آرایش الکترونی هشت‌تایی گاز نجیب هم دوره خود یعنی نئون می‌رسند. اتم‌های هیدروژن نیز با به اشتراک گذاشتن تنها الکترون خود به آرایش الکترون گاز نجیب هم‌دوره خود یعنی هلیم می‌رسند. توجه داریم که لایه ظرفیت هلیم برخلاف سایر گازهای نجیب تنها شامل دو الکترون است. در رابطه با عنصر هیدروژن، داریم:

- هیدروژن
  - فراوان‌ترین عنصر موجود در سیاره مشتری و جهان است.
  - در طبیعت به شکل مولکول‌های دواتمی حضور دارد.
  - دو ایزوتوپ پایدار، یک ایزوتوپ طبیعی پرتوزا و چهار ایزوتوپ پرتوزا و ساختگی دارد.
  - اولین عنصر تولیدشده پس از مهبانگ است.
  - از نمک خوراکی برای تولید آن استفاده می‌شود.
  - پتانسیل کاهشی استاندارد آن برابر صفر درنظر گرفته شده است.
  - مبنای اندازه‌گیری پتانسیل کاهشی استاندارد سایر نیم‌سلول‌ها است.
  - فراورده تولیدشده در کاتد سلول برقکافت آب است.
  - بازده سوزاندن آن در موتور درون سوز ۲۰ و در سلول سوختی حدود ۶۰ درصد است.

www.biomaze.ir
۱۴۰۳ - ۱۴۰۴
www.SanjeshCloud.ir
T.me/SanjeshClouds

۳ به واکنش سریع مواد با اکسیژن که در اغلب موارد با آزاد شدن انرژی همراه است، سوختن می‌گویند. ماده سوختنی واکنش ذکر شده اتانول است. اتانول از واکنش بخار آب و اتن(نخستین آلکن) تولید می‌شود.

۴ اتانول واکنش‌دهنده قطبی این واکنش است. از طرفی از استون در صنعت به‌عنوان حلال برخی چربی‌ها، لاک‌ها و انواع رنگ‌ها استفاده می‌کنند. نمونه‌هایی از متانول، اتانول، پروپانول و استون به هر مقدار دلخواه در آب حل شده و نمی‌توان محلول سیرشده‌ای از آن‌ها در آب تشکیل داد. بنابراین نمی‌توان انحلال‌پذیری این مواد را با یکدیگر مقایسه کرد. در رابطه با استون، داریم:

استون
- با مولکول‌های آب برخلاف مولکول‌های خود، پیوند هیدروژنی برقرار می‌کند.
- به‌صورت نامحدود در آب حل شده و نمی‌توان از آن محلول سیرشده‌ای در آب تهیه کرد.
- ساده‌ترین ترکیب آلی با گروه عاملی کتونی است.
- در صنعت به عنوان حلال برخی چربی‌ها، لاک‌ها و رنگ‌ها کاربرد دارد.

گروه آموزشی ماز

۸۲- مجموع ضرایب مواد شرکت‌کننده در واکنش زیر، پس از موازنهٔ آن کدام است؟

$$KMnO_4 + FeSO_4 + H_2SO_4 \longrightarrow Fe_2(SO_4)_3 + K_2SO_4 + MnSO_4 + H_2O$$

۱) ۴۸ ۲) ۳۶ ۳) ۶۸ ۴) ۵۲

پاسخ: گزینه ۲ (متوسط ـ مسئله ـ ۱۰۰۲)

معادله واکنش انجام شده به‌صورت زیر است:

$$KMnO_4 + FeSO_4 + H_2SO_4 \longrightarrow Fe_2(SO_4)_3 + K_2SO_4 + MnSO_4 + H_2O$$

برای موازنه این واکنش ابتدا به K_2SO_4 ضریب ۱ می‌دهیم. در مرحله بعد، به $KMnO_4$ برای موازنه پتاسیم ضریب ۲ و سپس به $MnSO_4$ برای موازنه منگنز ضریب ۲ می‌دهیم. تا به اینجای کار داریم:

$$2KMnO_4 + ?FeSO_4 + ?H_2SO_4 \longrightarrow ?Fe_2(SO_4)_3 + 1K_2SO_4 + 2MnSO_4 + ?H_2O$$

حال مجبور به استفاده از ضرایب مجهول هستیم. ابتدا به $Fe_2(SO_4)_3$ ضریب a می‌دهیم. ترکیب $FeSO_4$ نیز برای موازنه شدن آهن ضریب $2a$ می‌گیرد. سپس به H_2SO_4 ضریب مجهول b را نسبت می‌دهیم. در مرحله بعد H_2O نیز برای موازنه شدن اتم هیدروژن ضریب b می‌گیرد. حال داریم:

$$2KMnO_4 + 2aFeSO_4 + bH_2SO_4 \longrightarrow aFe_2(SO_4)_3 + 1K_2SO_4 + 2MnSO_4 + bH_2O$$

در پایان برای محاسبه ضرایب مجهول، تعداد اتم‌های اکسیژن و گوگرد را در دو سمت معادله برابر قرار می‌دهیم:

$$\begin{cases} O: 8 + 8a + 4b = 12a + 4 + 8 + b \Rightarrow 3b - 4a = 4 \\ S: 2a + b = 3a + 1 + 2 \Rightarrow b = a + 3 \end{cases} \Rightarrow a = 5, b = 8$$

حال داریم:

$$2KMnO_4 + 10FeSO_4 + 8H_2SO_4 \longrightarrow 5Fe_2(SO_4)_3 + 1K_2SO_4 + 2MnSO_4 + 8H_2O$$

همانطور که مشخص است، مجموع ضرایب مواد شرکت‌کننده در واکنش برابر با ۳۶ است.

گروه آموزشی ماز

۸۳- در ساختار کدام ترکیب، گونه‌ای قطبی حضور داشته و از انحلال آن در آب، می‌توان الکترولیت مناسب برای ساخت سلول گالوانی استاندارد را تهیه کرد؟

۱) $NaOH$ ۲) $AgCl$ ۳) Fe_2O_3 ۴) $CaSO_4$

پاسخ: گزینه ۱ (آسان ـ مفهومی ـ ۱۰۰۳)

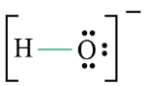
ترکیب‌های یونی دسته‌ای از مواد هستند که کنار هم قرار گرفتن یون‌هایی با بار ناهمنام(آنیون و کاتیون) تشکیل شده‌اند. این دسته از مواد، نقطه جوش بالایی نسبت به مواد مولکولی داشته و در حالت جامد شکننده‌اند. ترکیب‌های یونی در حالت مذاب و محلول در آب، برخلاف حالت جامد، رسانای جریان برق هستند.

به دو تعریف زیر به دقت توجه کنید:

• یون چند اتمی: به یونی که از کنار هم قرار گرفتن چند اتم تشکیل شده باشد، یونی چند اتمی گفته می‌شود. توجه داریم که در این تعریف منظور از چند، تعداد اتم‌ها بوده و لزومی ندارد که یون چند اتمی از کنار هم قرار گرفتن چندین اتم از عناصر مختلف تشکیل شده باشد. یون‌های CO_3^{2-}، NH_4^+ ، PO_4^{3-} و O_2^{2-} نمونه‌ای از این یون‌ها هستند.

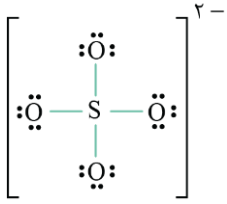
• ترکیب یونی چندتایی: به ترکیب‌های یونی که در ساختار آن‌ها حداقل ۳ نوع عنصر حضور دارند، ترکیب یونی چندتایی گفته می‌شود. توجه داریم که برای تشکیل ترکیب یونی چندتایی، حداقل یکی از یون‌های موجود در آن ترکیب باید یون چند اتمی باشد. ترکیب‌های یونی $NaOH$، $MgCO_3$ و Li_3PO_4 از جمله ترکیب‌های یونی چندتایی هستند.

یون‌های تک اتمی ناقطبی بوده و صرفاً به سمتی از میدان که بار مخالف دارد جذب می‌شوند. برای تعیین قطبی بودن یا نبودن یون‌های چند اتمی از همان معیارهای ترکیبات مولکولی استفاده می‌کنیم. برای مثال یون هیدروکسید قطبی است، چراکه این یون از دو اتم مختلف تشکیل شده است(مشابه مولکول‌های دواتمی ناجور هسته). ساختار این یون به‌صورت زیر است:



www.biomaze.ir
۱۴۰۳ - ۱۴۰۴
www.SanjeshCloud.ir
T.me/SanjeshClouds

از طرفی یون سولفات با فرمول شیمیایی SO_4^{2-} ناقطبی است. چراکه اتم‌های اطراف اتم مرکزی یکسان بوده و اتم مرکزی نیز فاقد الکترون ناپیوندی است. ساختار این یون به‌صورت زیر است:



همچنین برای تهیه نیم‌سلول استاندارد نیاز به یک ترکیب یونی داریم که بتواند به خوبی در آب حل شود. کلسیم سولفات انحلال‌پذیری ناچیزی در آب داشته و در دسته مواد کم‌محلول در آب طبقه‌بندی می‌شود. بنابراین این ماده نمی‌تواند پاسخ سؤال باشد. از طرفی هیدروکسید فلزهای قلیایی مثل سدیم هیدروکسید، انحلال‌پذیری مناسبی در آب دارند. پس می‌توان گفت جواب مناسب سؤال، $NaOH$ است.

گروه آموزشی ماز

۸۴- مخلوطی از ترکیب‌های $AgNO_3$ و $NaNO_3$، ۶۸ گرم جرم دارد. اگر در این مخلوط شمار مول یون نیترات ۳ برابر شمار مول یون نقره باشد، با حل کردن این مخلوط در ۳۰ لیتر آب خالص با چگالی ۱ گرم بر میلی‌لیتر، غلظت ppm یون نیترات به‌تقریب برابر چند واحد خواهد بود؟ (از تغییر حجم چشم‌پوشی کنید. $Ag = ۱۰۸ , Na = ۲۳ , O = ۱۶ , N = ۱۴ : g.mol^{-1}$)

۱) ۳۱۰ ۲) ۹۳۰ ۳) ۶۲۰ ۴) ۱۲۴۰

پاسخ: گزینه ۴ (متوسط ـ مسئله ـ ۱۰۰۳)

در ابتدا فرض می‌کنیم که در مخلوط، x مول سدیم نیترات و y مول نقره نیترات داریم. بنابراین جرم نقره نیترات برابر با $۱۷۰y$ گرم و جرم سدیم نیترات نیز برابر با $۸۵x$ گرم خواهد بود. با توجه به اطلاعات صورت سؤال، رابطه زیر برای جرم مخلوط برقرار است:

$$\text{جرم مخلوط} = \text{جرم نقره نیترات} + \text{جرم سدیم نیترات} \Rightarrow ۸۵x + ۱۷۰y = ۶۸\ g$$

هر مول سدیم نیترات حاوی ۱ مول یون نیترات است، بنابراین x مول از آن نیز x مول یون نیترات خواهد داشت. از طرفی هر مول نقره نیترات نیز ۱ مول یون نیترات و ۱ مول یون نقره دارد، بنابراین y مول از آن نیز y مول یون نیترات و نقره خواهد داشت. بر این اساس، داریم:

$$\text{مول یون نیترات موجود در نقره نیترات} + \text{مول یون نیترات موجود در سدیم نیترات} = \text{مول یون نیترات} = x + y$$

حال داریم:

$$\frac{\text{مول یون نیترات}}{\text{مول یون نقره}} = \frac{x+y}{y} = ۳ \Rightarrow x = ۲y$$

حال با قرار دادن معادله دوم در معادله اول، شمار مول هر گونه را در مخلوط اولیه محاسبه می‌کنیم:

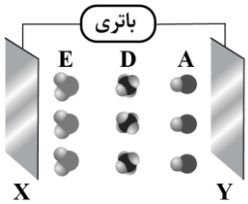
$$۸۵x + ۱۷۰y = ۸۵(۲y) + ۱۷۰y = ۳۴۰y = ۶۸ \Rightarrow y = ۰/۲ \ , \ x = ۰/۴$$

با توجه به محاسبات انجام شده، می‌توان گفت مخلوط اولیه شامل ۰/۴ مول سدیم نیترات و ۰/۲ مول نقره نیترات بوده است. هر واحد از این ترکیب‌های یونی در ساختار خود ۱ یون نیترات دارد، بنابراین می‌توان گفت در این نمونه مجموعاً ۰/۶ مول یون نیترات معادل ۳۷/۲ گرم از آن وجود دارد. جرم محلول نهایی حاصل از این فرایند نیز برابر با ۶۸ + ۳۰۰۰۰ گرم است که آن را به‌تقریب برابر با ۳۰۰۰۰ گرم در نظر می‌گیریم. در پایان غلظت ppm یون نیترات را طبق فرمول به‌دست می‌آوریم:

$$ppm = \frac{\text{جرم حل‌شونده}}{\text{جرم محلول}} \times ۱۰^۶ = \frac{۳۷/۲\ g}{\left(۳۰\ L \times \frac{۱۰۰۰\ mL}{۱\ L} \times \frac{۱\ g}{۱\ mL}\right) + ۶۸} \times ۱۰^۶ \simeq \frac{۳۷/۲\ g}{۳۰۰۰۰\ g} \times ۱۰^۶ = ۱۲۴۰$$

گروه آموزشی ماز

۸۵- با توجه به شکل داده شده، کدام مورد نادرست است؟



۱) اگر A معادل مولکول هیدروژن فلوئورید باشد، بار صفحه X منفی است.
۲) یک نمونه از مولکول‌های A برخلاف D، انحلال‌پذیری مناسبی در آب دارد.
۳) اگر E، مولکول گوگرد دی‌اکسید باشد، بار جزئی اتم مرکزی با بار صفحه X یکسان است.
۴) ذرات A، D و E به‌ترتیب می‌توانند معادل کربن مونوکسید، کربن تتراکلرید و بخار آب باشند.

پاسخ: گزینه ۴ (سخت ـ مفهومی ـ ۱۰۰۳)

گونه A نوعی مولکول دو اتمی ناجور هسته است که در میدان الکتریکی جهت‌گیری پیدا می‌کند. در کربن مونوکسید، خاصیت نافلزی اکسیژن بیشتر از کربن است؛ بنابراین در این گونه، کربن قطب مثبت و اکسیژن قطب منفی مولکول را تشکیل می‌دهد. از طرفی شعاع کربن نسبت به اکسیژن بیشتر است، پس می‌توان گفت مولکول کربن مونوکسید از سمت اتم بزرگ‌تر به سمت صفحه منفی و از سمت اتم کوچک‌تر به سمت صفحه مثبت جهت‌گیری پیدا می‌کند. با توجه به نحوه جهت‌گیری کربن مونوکسید، Y سمت منفی و X سمت مثبت باتری را نشان می‌دهد. حال وضعیت باقی گونه‌ها را بررسی می‌کنیم. گونه D در میدان الکتریکی جهت‌گیری نکرده است. مولکول کربن تترا فلوئورید نیز ناقطبی بوده و در میدان الکتریکی جهت‌گیری پیدا نخواهد کرد. بنابراین این گونه می‌تواند

۱۴۰۳ - ۱۴۰۴
www.biomaze.ir
سنجش کلاد
www.SanjeshCloud.ir
T.me/SanjeshClouds

معادل کربن تترا فلوئورید باشد. طبق تصویر، گونه E از سمت اتم مرکزی خود به سمت صفحه با بار منفی جهت‌گیری پیدا کرده است. از طرفی در مولکول‌های H_2O، اتم اکسیژن نسبت به اتم‌های هیدروژن خاصیت نافلزی بیشتری داشته و بار جزئی آن منفی است. پس با قرار گرفتن یک نمونه از بخار آب در میدان الکتریکی، اتم‌های اکسیژن به سمت مثبت باتری جهت‌گیری پیدا می‌کنند، در حالی که در این تصویر، اتم مرکزی به سمت صفحه با بار الکتریکی منفی جهت‌گیری پیدا کرده است.

قطبی و ناقطبی

برای تعیین قطبی یا ناقطبی بودن گونه‌ها از یک سری قواعد کلی استفاده می‌کنیم. مولکول‌های دواتمی با اتم‌هایی از عناصر مختلف(برای مثال CO و HF) قطبی و مولکول‌های دواتمی با اتم‌هایی از عناصر یکسان(برای مثال Cl_2) ناقطبی هستند. در گونه‌های چند اتمی در صورت وجود الکترون ناپیوندی روی اتم مرکزی(برای مثال NO_2 و O_3) یا متفاوت بودن اتم‌های اطراف اتم مرکزی (برای مثال SCO و C_2H_3Cl)، آن گونه قطبی است. در غیر این صورت، آن را جزو گونه‌های ناقطبی(برای مثال CO_2 و SO_3) طبقه‌بندی می‌کنیم. توجه داریم که گونه‌های باردار اما ناقطبی(برای مثال یون‌های سولفات و کربنات)، در میدان الکتریکی جهت‌گیری نکرده بلکه صرفاً به سمت صفحه با بار مخالف جذب خواهند شد.

بررسی سایر گزینه‌ها:

۱ در هیدروژن فلوئورید، خاصیت نافلزی فلوئور بیشتر بوده و درنتیجه، این اتم سر منفی مولکول را تشکیل می‌دهد. از طرفی اتم‌های فلوئور بزرگ‌تر از اتم‌های هیدروژن هستند. بنابراین گونه A بایستی از سر بزرگ‌تر خود یعنی اتم فلوئور به سمت مثبت باتری و از سر کوچک‌تر خود یعنی اتم هیدروژن به سمت منفی باتری جهت‌گیری پیدا کند.

۲ گونه A برخلاف گونه D در میدان الکتریکی جهت‌گیری پیدا کرده است. پس می‌توان گفت A برخلاف D قطبی است. می‌دانیم که شبیه، شبیه را در خود حل می‌کند. به این معنی که گونه‌های قطبی مانند A در حلال‌های قطبی مانند آب به خوبی حل می‌شوند. همچنین گونه‌های ناقطبی مانند D در حلال‌های ناقطبی مانند هگزان، انحلال‌پذیری مناسبی دارند.

۳ گوگرد دی‌اکسید با فرمول مولکولی SO_2، اکسید قطبی گوگرد است. در این گونه، اتم مرکزی یعنی گوگرد نسبت به اتم‌های کناری یعنی اتم‌های اکسیژن خاصیت نافلزی کم‌تری داشته و از این رو بار جزئی آن مثبت است. پس می‌توان گفت اگر این گونه معادل گوگرد دی‌اکسید باشد، از سمت اتم مرکزی خود به سمت صفحه با بار منفی جهت‌گیری می‌کند. بنابراین صفحه Y دارای بار منفی و صفحه X دارای بار مثبت است.

گروه آموزشی ماز

۸۶- **با توجه به معادله موازنه نشده زیر، اگر در اثر تجزیه ۱۳۶/۲ گرم $C_2H_5N_3O_9$، مقدار ۱۲ گرم مولکول دواتمی تولید شود، بازده واکنش انجام شده برابر چند درصد خواهد بود؟**$(O=16, N=14, C=12, H=1: g.mol^{-1})$

$$C_2H_5N_3O_9(s) \longrightarrow CO_2(g) + H_2O(g) + N_2(g) + O_2(g)$$

۱) ۶۰ ۲) ۳۶ ۳) ۴۰ ۴) ۵۴

پاسخ: گزینه ۳ (متوسط ـ مسئله ـ ۱۱۰۱)

معادله موازنه شده واکنش انجام شده به‌صورت زیر است:

$$4C_2H_5N_3O_9(s) \longrightarrow 12CO_2(g) + 10H_2O(g) + 6N_2(g) + O_2(g)$$

با توجه به معادله موازنه شده واکنش تجزیه نیتروگلیسیرین($C_2H_5N_3O_9$)، به ازای مصرف ۴ مول نیتروگلیسیرین(معادل با ۹۰۸ گرم از آن)، ۶ مول گاز نیتروژن(معادل با ۱۶۸ گرم از آن) و ۱ مول گاز اکسیژن(معادل با ۳۲ گرم از آن) تولید می‌شود. پس می‌توان گفت با مصرف ۹۰۸ گرم نیتروگلیسیرین، ۲۰۰ گرم مولکول دواتمی تولید می‌شود. حال مقدار نظری مولکول دواتمی تولید شده در این واکنش را محاسبه می‌کنیم:

$$?\,g\,X_2 = 136/2\,g\,C_2H_5N_3O_9 \times \frac{200\,g\,X_2}{908\,g\,C_2H_5N_3O_9} = 30\,g$$

در پایان با استفاده از فرمول، بازده واکنش انجام شده را به‌دست می‌آوریم:

$$\text{بازده} = \frac{\text{مقدار عملی}}{\text{مقدار نظری}} \times 100 = \frac{12\,g}{30\,g} \times 100 = \text{درصد } 40$$

بازده

واکنش‌های شیمیایی همیشه مطابق آنچه انتظار می‌رود پیش نمی‌روند؛ زیرا ممکن است واکنش‌دهنده‌ها ناخالص باشند یا ممکن است واکنش به‌طور کامل انجام نشود، حتی گاهی نیز هم‌زمان با آن واکنش‌های ناخواستهٔ دیگری انجام می‌شود. با این توصیف، مقدار واقعی فراورده از مقدار مورد انتظار کمتر است. در واقع بازده درصدی واکنش‌های شیمیایی از ۱۰۰ کمتر است. در مسائل مختلف از طریق فرمول زیر می‌توانیم بازده درصدی واکنش را محاسبه کنیم:

$$\text{بازده واکنش} = \frac{\text{مقدار عملی}}{\text{مقدار نظری}} \times 100$$

برای محاسبه سریع‌تر مقدار واکنش‌دهنده مصرف شده، ابتدا مول فراورده مورد نظر را در کسر $\frac{\text{ضریب استوکیومتری واکنش‌دهنده}}{\text{ضریب استوکیومتری فراورده}}$ ضرب می‌کنیم. در مرحله بعد مول به‌دست آمده را به بازده واکنش تقسیم می‌کنیم. همچنین برای به‌دست آوردن مقدار عملی فراورده تولید شده، ابتدا مول واکنش‌دهنده مورد نظر را در کسر $\frac{\text{ضریب استوکیومتری فراورده}}{\text{ضریب استوکیومتری واکنش‌دهنده}}$ ضرب می‌کنیم. در مرحله بعد مول به‌دست آمده را در بازده واکنش ضرب می‌کنیم. توجه داریم برای تبدیل مول یک فراورده به فراورده دیگر و همچنین یک واکنش‌دهنده به واکنش‌دهنده دیگر بازده تأثیری نخواهد داشت!

۱۴۰۳ - ۱۴۰۴
www.biomaze.ir
www.SanjeshCloud.ir
T.me/SanjeshClouds

۸۷- در یک ظرف، ۲۰۰ گرم آمونیوم دی‌کرومات ناخالص موجود است. اگر این نمونه طبق معادله موازنه نشده زیر به‌صورت کامل تجزیه شود و جرم مواد موجود در ظرف به ۱۸۶ گرم برسد، درصد خلوص فراورده‌ها در نمونه نهایی به‌تقریب برابر چند درصد خواهد بود؟ (ناخالصی در واکنش شرکت نخواهند کرد. $(Cr = ۵۲ , O = ۱۶ , N = ۱۴ , H = ۱ : g.mol^{-۱}$)

$$(NH_۴)_۲Cr_۲O_۷(s) \longrightarrow Cr_۲O_۳(s) + H_۲O(l) + N_۲(g)$$

۱) ۶۰/۲ ۲) ۳۸/۵ ۳) ۵۰/۴ ۴) ۶۹/۶

پاسخ: گزینه ۱ (سخت ـ مسئله ـ ۱۱۰۱)

معادله موازنه شده واکنش انجام شده به‌صورت زیر است:

$$(NH_۴)_۲Cr_۲O_۷(s) \longrightarrow Cr_۲O_۳(s) + ۴H_۲O(l) + N_۲(g)$$

کاهش جرم ایجاد شده در اثر انجام این واکنش، به دلیل تولید گاز نیتروژن است، چراکه گاز تولید شده از ظرف واکنش خارج شده و جرم محتویات آن کاهش پیدا می‌کند. پس می‌توان گفت در اثر انجام این واکنش، ۱۴ گرم گاز نیتروژن تولید شده است. حال با استفاده از جرم گاز نیتروژن تولید شده در این واکنش، جرم آمونیوم دی‌کرومات مصرف شده را محاسبه می‌کنیم:

$$?\,g\,(NH_۴)_۲Cr_۲O_۷ = ۱۴\,g\,N_۲ \times \frac{۱\,mol\,N_۲}{۲۸\,g\,N_۲} \times \frac{۱\,mol\,(NH_۴)_۲Cr_۲O_۷}{۱\,mol\,N_۲} \times \frac{۲۵۲\,g\,(NH_۴)_۲Cr_۲O_۷}{۱\,mol\,(NH_۴)_۲Cr_۲O_۷} = ۱۲۶\,g$$

با توجه به محاسبات انجام شده، نمونه اولیه حاوی ۱۲۶ گرم آمونیوم دی‌کرومات و ۷۴ گرم ناخالصی بوده است. طبق اطلاعات صورت سؤال، ۱۴ گرم از فراورده‌های تشکیل شده را گاز نیتروژن تشکیل داده که از ظرف واکنش خارج می‌شود. پس بر اساس قانون پایستگی جرم می‌توان گفت جرم سایر فراورده‌های تولید شده در طی این واکنش برابر با ۱۱۲(۱۴-۱۲۶) گرم خواهد بود. جرم کل مواد نیز پس از واکنش برابر با ۱۸۶ گرم است. در پایان درصد خلوص فراورده‌های نهایی را محاسبه می‌کنیم:

$$\text{درصد خلوص} = \frac{\text{جرم نمونه خالص}}{\text{جرم کل}} \times ۱۰۰ = \frac{۱۱۲}{۱۸۶} \times ۱۰۰ \simeq ۶۰/۲ \text{ درصد}$$

گروه آموزشی ماز

۸۸- کدام مورد درست است؟

۱) مواد اولیه استفاده شده در تهیه پاکت کاغذی، برخلاف کیسه پلاستیکی، کاملاً پایدار هستند.
۲) درصد جرمی اکسید آهن در یک نمونه ناخالص سنگ معدن آهن تقریباً برابر ۵۰ درصد است.
۳) دفن کردن پاکت کاغذی، برخلاف کیسه پلاستیکی، باعث افزایش غلظت گازهای گلخانه‌ای می‌شود.
۴) بیشترین سهم از نفت خام استخراج شده از منابع، جهت تولید گرما و انرژی الکتریکی مصرف می‌شود.

پاسخ: گزینه ۳ (متوسط ـ مفهومی و حفظی ـ ۱۱۰۱)

پاکت کاغذی پس از دفن شدن، تجزیه شده و متان تولید می‌کند. متان جزو گازهای گلخانه‌ای بوده و با افزایش غلظت آن در هواکره، دمای کره زمین افزایش پیدا می‌کند. این در حالی است که مواد پلاستیکی پس از دفن شدن، تجزیه نشده و باعث تولید گازهای گلخانه‌ای نمی‌شوند. در واقع، مواد پلاستیکی زیست‌تخریب‌ناپذیر هستند.

ارزیابی چرخه عمر

از ارزیابی چرخه عمر، برای ارزیابی میزان تأثیر یك فراورده بر روی محیط‌زیست در مدت طول عمر آن استفاده می‌شود. این ارزیابی شامل ارزیابی از چهار مرحله زیر تشکیل شده است:

۱. ارزیابی استخراج و تولید مواد خام برای تولید یك فراورده ۲. ارزیابی تولید و توزیع ۳. ارزیابی دفع فراورده ۴. ارزیابی مصرف

در ارزیابی چرخه عمر، میزان آب و انرژی مصرفی، پایدار بودن فرایند تأمین مواد خام، میزان زباله و پسماند ایجاد شده و سهم حمل و نقل در همه مراحل بررسی می‌شود.

بررسی سایر گزینه‌ها:

۱ مواد اولیه استفاده شده در تولید پاکت کاغذی و کیسه پلاستیکی، به‌ترتیب نسبتاً پایدار و ناپایدار هستند. برای ساخت پاکت‌های کاغذی، باید حجم زیادی از درختان کاشته شوند.

۲ با استفاده از ۲۰۰۰ کیلوگرم سنگ آهن و ۱۰۰۰ کیلوگرم از مواد دیگر، می‌توان حدود ۱۰۰۰ کیلوگرم آهن را استخراج کرد. بنابراین می‌توان گفت در ۲۰۰۰ کیلوگرم از سنگ معدن آهن، حدوداً ۱۰۰۰ کیلوگرم آهن حضور دارد. توجه داریم که آهن موجود در ساختار سنگ معدن آن، در قالب $Fe_۲O_۳$ قرار گرفته است. حال جرم آهن(III) اکسید موجود در سنگ معدن را محاسبه می‌کنیم:

$$?\,kg\,Fe_۲O_۳ = ۱۰۰۰\,kg\,Fe \times \frac{۱۰۰۰\,g}{۱\,kg} \times \frac{۱\,mol\,Fe}{۵۶\,g\,Fe} \times \frac{۱\,mol\,Fe_۲O_۳}{۲\,mol\,Fe} \times \frac{۱۶۰\,g\,Fe_۲O_۳}{۱\,mol\,Fe_۲O_۳} \times \frac{۱\,kg}{۱۰۰۰\,g} \simeq ۱۴۲۸\,kg$$

حال درصد جرمی آهن(III) اکسید را در یک نمونه سنگ معدن محاسبه می‌کنیم:

$$\text{درصد جرمی} = \frac{\text{جرم } Fe_۲O_۳}{\text{جرم سنگ معدن}} \times ۱۰۰ = \frac{۱۴۲۸\,kg}{۲۰۰۰\,kg} \times ۱۰۰ = ۷۱/۴ \text{ درصد}$$

www.biomaze.ir
۱۴۰۳ - ۱۴۰۴
www.SanjeshCloud.ir
T.me/SanjeshClouds

۴ نمودار زیر کاربردهای نفت خام استخراج شده را نمایش می‌دهد:

- کاربردهای نفت خام
  - منبع تامین انرژی (بیش از ۹۰ درصد)
    - استفاده از نفت به عنوان سوخت در وسایل نقلیه
    - استفاده از نفت برای تامین گرما و انرژی الکتریکی مورد نیاز ما
  - استفاده در صنایع پتروشیمی (کمتر از ۱۰ درصد)
    - استفاده از نفت برای تولید الیاف، پارچه‌ها، شوینده‌ها، وسایل آرایشی و بهداشتی، رنگ، پلاستیک و مواد منفجره

توجه داریم که روزانه بیش از ۸۰ میلیون بشکهٔ نفت خام(هر بشکه معادل با ۱۵۹ لیتر است) در دنیا به شکل‌های گوناگون مصرف می‌شود. همانطور که مشخص است، بیشترین کاربرد نفت خام، برای مصرف در وسایل نقلیه به‌عنوان سوخت است.

نفت خام

در زمان کشف نفت خام، شیمی‌دان‌ها نمی‌دانستند که در این مخلوط سیاه رنگ چه موادی وجود دارد، این مواد چه خواصی دارند و هنگام انجام آزمایش و بررسی آن، چه اتفاقاتی ممکن است رخ دهد. پس از آن، شیمی‌دان‌ها با بررسی بیشتر نفت خام، موفق به شناسایی برخی از مواد موجود در آن شده و با ساختار و رفتار این مواد آشنا شدند. ویژگی‌ها و رفتارهای این مواد چنان جذاب و غیرمنتظره بود که سبب افزایش پژوهش‌ها در مورد نفت خام شد. این پژوهش‌ها با یافتن کاربردهای جدید و مناسب برای مواد موجود در نفت خام، خبرهای خوشی از جمله حل مشکل حمل و نقل از شهری به شهر دیگر را نوید می‌داد. به‌خاطر همین ویژگی‌های جالب است که امروزه نفت خام را طلای سیاه می‌نامند. توجه داریم که روزانه بیش از ۸۰ میلیون بشکه نفت خام(هر بشکه معادل با ۱۵۹ لیتر است) در دنیا به شکل‌های گوناگون مصرف می‌شود.

گروه آموزشی ماز

۸۹- در یک ظرف، مخلوطی به جرم ۴۴ گرم از اتن و پروپین حضور دارد. با وارد کردن مقدار کافی گاز هیدروژن به ظرف، واکنش به‌صورت کامل انجام شده و جرم نمونه به ۴۷/۶ گرم می‌رسد. درصد جرمی اتم‌های هیدروژن در نمونه اولیه به‌تقریب کدام است؟ $(C = ۱۲ , H = ۱ : g.mol^{-۱})$

۱) ۱۵/۲ ۲) ۱۲/۷ ۳) ۱۰/۳ ۴) ۹/۶

پاسخ: گزینه ۲ (سخت ـ مسئله ـ ۱۱۰۱)

اتن و پروپین طبق معادله‌های موازنه شده زیر با گاز هیدروژن واکنش داده و به‌ترتیب به اتان و پروپان تبدیل می‌شوند.

$$C_۲H_۴(g) + H_۲(g) \longrightarrow C_۲H_۶(g) \qquad C_۳H_۶(g) + ۲H_۲(g) \longrightarrow C_۳H_۸(g)$$

مول گازهای اتن و پروپین را به‌ترتیب برابر x و y فرض می‌کنیم. بر این اساس، x مول از گاز اتن، جرمی برابر $۲۸x$ گرم و y مول از گاز پروپین، جرمی برابر $۴۰y$ گرم خواهد داشت. پس می‌توان گفت:

$$۲۸x + ۴۰y = ۴۴\ g$$

مقدار x مول از گاز اتن در واکنش با گاز هیدروژن کافی، x مول گاز اتان تولید می‌کند. جرم x مول از اتان برابر $۳۰x$ گرم خواهد بود. مقدار y مول از پروپین نیز در واکنش با هیدروژن، y مول پروپان تولید می‌کند. جرم y مول پروپان نیز برابر $۴۴y$ گرم خواهد بود. پس می‌توان گفت:

$$۳۰x + ۴۴y = ۴۷/۶\ g$$

حال می‌توانیم مقدار x و y را مشخص کنیم:

$$\begin{cases} ۲۸x + ۴۰y = ۴۴ \\ ۳۰x + ۴۴y = ۴۷/۶ \end{cases} \Longrightarrow \quad x = ۱\ mol \quad , \quad y = ۰/۴\ mol$$

با توجه به محاسبات انجام شده، در نمونه اولیه ۱ مول گاز اتن و ۰/۴ مول گاز پروپین حضور داشته است. هر واحد اتن، ۴ اتم هیدروژن دارد. بنابراین در ۱ مول آن نیز ۴ مول اتم هیدروژن داریم. از طرفی هر واحد پروپین نیز ۴ اتم هیدروژن دارد، پس می‌توان گفت ۰/۴ مول از آن، ۱/۶ مول اتم هیدروژن دارد؛ بنابراین در نمونه اولیه ۵/۶ مول اتم هیدروژن حضور داشته است. در پایان درصد جرمی اتم هیدروژن را در نمونه اولیه محاسبه می‌کنیم:

$$\text{درصد جرمی هیدروژن} = \frac{\text{جرم اتم‌های هیدروژن}}{\text{جرم کل}} \times ۱۰۰ = \frac{۵/۶\ mol\ H \times \frac{۱\ g\ H}{۱\ mol\ H}}{۴۴} \times ۱۰۰ \simeq \text{درصد } ۱۲/۷$$

در رابطه با گاز اتن، داریم:

- اتن
  - ساده‌ترین آلکن بوده و در ساختار خود یک پیوند دوگانه کربن-کربن دارد.
  - در دمای اتاق به حالت گاز یافت می‌شود.
  - مولکول آن ناقطبی بوده و در میدان الکتریکی جهت‌گیری پیدا نمی‌کند.
  - از موز و گوجه فرنگی رسیده آزاد می‌شود.
  - در واکنش تولید پلی‌اتن سبک و سنگین به عنوان مونومر مصرف می‌شود.
  - سیرنشده بوده و با گاز هیدروژن یا بخار برم واکنش می‌دهد.

گروه آموزشی ماز

۹۰- هیدروکربنی با فرمول مولکولی $C_۷H_{۱۶}$، چند ایزومر دارد که نام آن‌ها به (پنتان) ختم می‌شود؟

۱) ۵ ۲) ۳ ۳) ۴ ۴) ۶

www.biomaze.ir
۱۴۰۳ - ۱۴۰۴
www.SanjeshCloud.ir
T.me/SanjeshClouds

پاسخ: گزینه ۱ (متوسط ـ مفهومی ـ ۱۱۰۱)

هیدروکربنی با فرمول مولکولی $C_۷H_{۱۶}$ که در آن شمار اتم‌های هیدروژن، از دو برابر شمار اتم‌های کربن دو تا بیشتر است، قطعاً متعلق به نوعی آلکان است. قاعده مشخصی برای حل سؤالات مربوط به مبحث ایزومری وجود ندارد و با تغییر یک کلمه در صورت سؤال، ممکن است روند حل سؤال کاملاً تغییر بکند. برای حل این سؤالات، باید حالت‌های مختلف از ساختار یک ماده آلی را رسم کنیم. به این منظور ابتدا باید زنجیر اصلی را پنج کربنه در نظر بگیریم. پس می‌توان گفت از کربن‌های این هیدروکربن، ۵ کربن در ساختار زنجیر اصلی قرار گرفته و دوتا از آن‌ها در ساختار شاخه‌های فرعی قرار خواهند گرفت.

برای شاخه‌های فرعی می‌توان دو حالت کلی را در نظر گرفت:

«الف»: حالتی که در آن صرفاً یک شاخه فرعی اتیل داشته باشیم: شاخه فرعی اتیل در یک زنجیر هیدروکربنی ۵ کربنه، صرفاً می‌تواند روی کربن وسط یعنی کربن شماره ۳ قرار بگیرد؛ چراکه در باقی حالت‌ها، زنجیر اصلی تغییر پیدا کرده و دیگر ۵ کربنه نخواهد بود. نام این هیدروکربن ۳-اتیل پنتان یا اتیل پنتان است. توجه داریم به دلیل اینکه شاخه فرعی اتیل در این هیدروکربن روی کربن دیگری نمی‌تواند قرار بگیرد، لزومی به اشاره به شماره کربن نیست. فرمول نقطه-خط این هیدروکربن به‌صورت زیر است:

«ب»: حالتی که در آن دو شاخه فرعی متیل داریم: در این حالت، شاخه‌های فرعی می‌توانند روی کربن‌های ۲ و ۲ ، ۲ و ۳ ، ۲ و ۴ و همچنین ۳ و ۳ قرار گیرند. فرمول پیوند-خط این هیدروکربن‌ها به‌صورت زیر است:

پس می‌توان گفت نام ۵ مورد از ایزومرهای $C_۷H_{۱۶}$ به پنتان ختم می‌شود.

گروه آموزشی ماز

۹۱- با توجه به واکنش‌های داده شده، آنتالپی واکنش $C_۲H_۶(g) \longrightarrow C_۲H_۴(g) + H_۲(g)$ برابر چند kJ است؟

$I)\ ۲C_۲H_۶(g) + ۷O_۲(g) \longrightarrow ۴CO_۲(g) + ۶H_۲O(g) \quad \Delta H = -۳۱۲۰\ kJ$

$II)\ ۲H_۲(g) + O_۲(g) \longrightarrow ۲H_۲O(g) \quad \Delta H = -۵۷۲\ kJ$

$III)\ C_۲H_۴(g) + ۳O_۲(g) \longrightarrow ۲CO_۲(g) + ۲H_۲O(g) \quad \Delta H = -۱۴۱۱\ kJ$

۱) $+۲۴۲$ ۲) -۱۳۷ ۳) $+۱۳۷$ ۴) -۲۴۲

پاسخ: گزینه ۳ (متوسط ـ مسئله ـ ۱۱۰۲)

برای محاسبه آنتالپی واکنش خواسته شده باید از قانون هس استفاده کنیم. طبق قانون هس، اگر یک معادله، از جمع معادله چند واکنش دیگر به‌دست آید، آنتالپی آن معادله نیز از جمع آنتالپی معادله‌های جمع شده محاسبه می‌شود. برای استفاده از قانون هس باید ابتدا از میان مواد شرکت‌کننده در واکنش‌ها، موادی که غیرتکراری هستند را انتخاب کنیم و واکنش‌ها را به گونه‌ای تغییر دهیم که ضریب و جهت مواد غیر تکراری مشابه واکنش اصلی شود. سپس اگر واکنشی باقی ماند، در میان مواد شرکت‌کننده در این واکنش، به دنبال ماده‌ای می‌گردیم که در واکنش اصلی نبوده و تنها در یک واکنش دیگر دیده می‌شود. این واکنش را به گونه‌ای تغییر می‌دهیم که ضریب این ماده در واکنش باقی‌مانده برابر واکنش دیگر شود، اما جهت آن عکس شود تا این مواد که در واکنش اصلی حضور ندارند، با یکدیگر ساده شده و در واکنش نیایند. در نهایت آنتالپی واکنش‌های به‌دست آمده را با یکدیگر جمع می‌کنیم. معادله واکنش خواسته شده به‌صورت زیر است:

$$C_۲H_۶(g) \longrightarrow C_۲H_۴(g) + H_۲(g)$$

در معادله خواسته شده، $C_۲H_۶$ با ضریب ۱ در سمت واکنش‌دهنده‌ها مصرف می‌شود. در معادله (I) این ماده با ضریب ۲ در سمت واکنش‌دهنده‌ها مصرف می‌شود. بنابراین باید این معادله را در ۰/۵ ضرب کنیم. حال داریم:

$$I')\ C_۲H_۶(g) + ۳/۵O_۲(g) \longrightarrow ۲CO_۲(g) + ۳H_۲O(g) \quad \Delta H = -۱۵۶۰\ kJ$$

ترکیب $C_۲H_۴$ در معادله خواسته شده با ضریب ۱ در سمت فراورده‌ها تولید می‌شود. در معادله (III) این ماده با ضریب ۱ در سمت واکنش‌دهنده‌ها مصرف می‌شود. بنابراین باید این معادله را در ۱- ضرب کنیم. حال داریم:

$$III')\ ۲CO_۲(g) + ۲H_۲O(g) \longrightarrow C_۲H_۴(g) + ۳O_۲(g) \quad \Delta H = +۱۴۱۱\ kJ$$

گاز $H_۲$ در معادله خواسته شده با ضریب ۱ در سمت فراورده‌ها تولید می‌شود. در معادله (II) نیز این ماده با ضریب ۲ در سمت واکنش‌دهنده‌ها مصرف می‌شود. بنابراین باید این معادله را در ۰/۵- ضرب کنیم. حال داریم:

$$II')\ ۱H_۲O(g) \longrightarrow ۱H_۲(g) + ۰/۵O_۲(g) \quad \Delta H = +۲۸۶\ kJ$$

حال با جمع آنتالپی معادله‌های تغییر یافته، آنتالپی واکنش خواسته شده را محاسبه می‌کنیم:

$$\Delta H_T = \Delta H_{I'} + \Delta H_{II'} + \Delta H_{III'} = -۱۵۶۰ + ۲۸۶ + ۱۴۱۱ = ۱۳۷\ kJ$$

گروه آموزشی ماز

۹۲- کدام مورد درست است؟

۱) آلوتروپ پایدارتر کربن، نسبتاً نرم بوده و رسانای جریان برق است.

۲) آب اکسیژنه از واکنش مستقیم گازهای اکسیژن و هیدروژن قابل تولید است.

۳) اکسایش، واکنش کنترل‌شده مواد با اکسیژن بوده و همیشه با آزادسازی انرژی همراه است.

۴) با استفاده از یک گرماسنج می‌توان آنتالپی تشکیل کربن مونوکسید از عناصر سازنده را به‌طور مستقیم محاسبه کرد.

www.biomaze.ir
۱۴۰۳ - ۱۴۰۴
www.SanjeshCloud.ir
T.me/SanjeshClouds

پاسخ: گزینه ۱ (متوسط ـ مفهومی و حفظی ـ ۱۱۰۲)

دو آلوتروپ کربن شامل گرافیت و الماس است. این دو آلوتروپ طبق معادله‌های زیر با گاز اکسیژن به سرعت واکنش داده و می‌سوزند:

$$C\left(s, \text{گرافیت}\right) + O_2(g) \longrightarrow CO_2(g) \qquad \Delta H = -۳۹۳/۵\ kJ$$

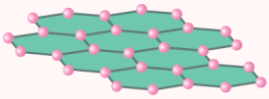
$$C\left(s, \text{الماس}\right) + O_2(g) \longrightarrow CO_2(g) \qquad \Delta H = -۳۹۵/۴\ kJ$$

با توجه به معادله‌های گرماشیمی بالا، هر دو آلوتروپ در طی واکنش با اکسیژن به فراورده یکسانی می‌رسند. این در حالی است که الماس انرژی بیشتری در حین واکنش آزاد می‌کند. پس می‌توان گفت انرژی شیمیایی گرافیت نسبت به الماس پایین‌تر بوده و آلوتروپ پایدارتر کربن، معادل با گرافیت است. گرافیت نرم بوده و رسانای جریان برق است. در رابطه با عنصر کربن، داریم:

- کربن
  - دو آلوتروپ آن شامل گرافیت و الماس هستند.
  - از آن هیچ یون تک‌اتمی شناخته نشده‌است.
  - در واکنش با سایر اتم‌ها، الکترون به اشتراک می‌گذارد و یون تک اتمی از آن شناخته نشده‌است.
  - در ساخت تیغه الکترود اغلب سلول‌های الکترولیتی کاربرد دارد.
  - از یکی از ایزوتوپ‌های آن به عنوان سنجه‌ای برای تعیین جرم نسبی اتم‌ها استفاده می‌شود.
  - در استخراج آهن از سنگ معدن خود، به عنوان واکنش‌دهنده و منبع تامین انرژی کاربرد دارد.
- گرافیت
  - دو بعدی است.
  - رسانای الکتریسیه است.
  - نرم و شکننده است.
- الماس
  - سه بعدی است.
  - رسانای گرما است.
  - سخت است.

گرافن

به هر یک از لایه‌های سازنده گرافیت، گرافن گفته می‌شود که در آن اتم‌های کربن با پیوندهای اشتراکی، حلقه‌های شش‌گوشه تشکیل داده‌اند. گرافن با الگوی خاص در ساختار خود(الگویی مانند کندوی زنبورعسل)، استحکام ویژه‌ای دارد به‌طوری که مقاومت کششی آن حدود ۱۰۰ برابر فولاد است. با توجه به این‌که ضخامت گرافن به اندازه یک اتم کربن است، این ماده را می‌توان یک گونه شیمیایی دوبعدی در نظر گرفت. ساختار گرافن به‌صورت زیر است:



گرافن، یک گونهٔ شفاف و انعطاف‌پذیر است. این ماده، همانند گرافیت، رسانای جریان الکتریسیته است. چون رسانایی الکتریکی این ماده توسط الکترون‌های موجود در آن انجام می‌شود، گرافیت یک رسانای الکترونی به شمار می‌رود. یک روش ساده برای تهیهٔ گرافن، استفاده از نوارچسب و گرافیت برای جداکردن لایه‌هایی از آن است. با این کار، لایه‌ای به ضخامت نانومتر از اتم‌های کربن در سطح نوارچسب ایجاد می‌شود که همان گرافن است.

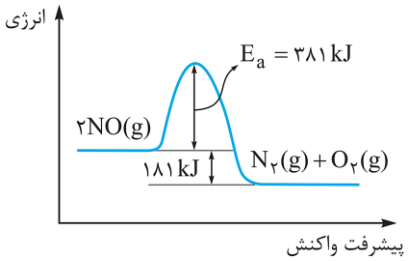
بررسی سایر گزینه‌ها:

۲ هیدروژن پراکسید با نام تجاری آب اکسیژنه از واکنش آب و گاز اکسیژن به‌دست می‌آید. معادله موازنه شده واکنش انجام شده به‌صورت زیر است:

$$۲H_2O(l) + O_2(g) \longrightarrow ۲H_2O_2(aq)$$

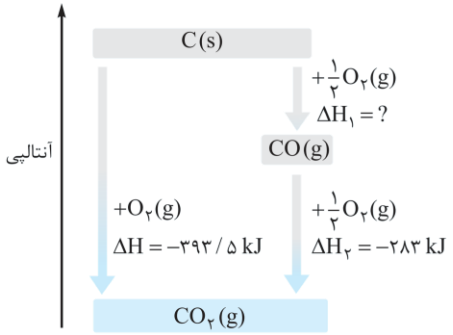
توجه داریم که چون آب پایدارتر از هیدروژن پراکسید است، از واکنش مستقیم گاز اکسیژن و هیدروژن، آب به دست می‌آید.

۳ به واکنش سریع مواد با اکسیژن که گرماده بوده و با آزاد شدن انرژی همراه است، سوختن می‌گویند. واکنش کنترل‌شده و کند مواد با اکسیژن، معادل با فرایند اکسایش است. توجه داریم که واکنش اکسایش بعضی مواد مانند نیتروژن مونوکسید با گاز اکسیژن گرماگیر بوده و با مصرف انرژی همراه است. تصویر زیر نمودار پیشرفت واکنش-انرژی تجزیه نیتروژن مونوکسید به عناصر سازنده خود را نشان می‌دهد که عکس فرایند اکسایش نیتروژن است:



www.biomaze.ir
۱۴۰۳ - ۱۴۰۴
www.SanjeshCloud.ir
T.me/SanjeshClouds

۴ آنتالپی واکنش تولید کربن مونوکسید از عناصر سازنده آن به‌طور مستقیم قابل اندازه‌گیری نیست، چرا که این ماده بسیار ناپایدار بوده و به سرعت در واکنش با گاز اکسیژن، به اکسید پایدارتر کربن یعنی کربن دی‌اکسید تبدیل می‌شود. نمودار زیر، تغییر انرژی مواد در طی سوختن کربن را نمایش می‌دهد:



۹۳- کدام‌یک از موارد زیر درباره واکنش موازنه نشده زیر، نادرست است؟ $(Ca = 40, Si = 28, O = 16, C = 12 : g.mol^{-1})$

$$Ca_3(PO_4)_2(s) + SiO_2(s) + C(s) + O_2(g) + H_2O(l) \longrightarrow CaSiO_3(s) + CO_2(g) + H_3PO_4(aq)$$

۱) مدت زمان مصرف ۰/۴ مول نمک با مدت زمان تولید ۱/۲ مول نمک در این واکنش شیمیایی برابر است.

۲) اگر در مدت معین ۴ مول کربن دی‌اکسید تولید شود، در نصف این مدت، ۶ مول سیلیسیم دی‌اکسید مصرف می‌شود.

۳) سرعت متوسط مصرف واکنش‌دهنده حاوی فسفر و تولید فراورده دارای کربن، با سرعت متوسط واکنش برابر است.

۴) سرعت متوسط تشکیل ۸۸ گرم CO_2 و سرعت تشکیل ۶۹۶ گرم $CaSiO_3$ و سرعت مصرف ۶۴ گرم O_2 برابر است.

پاسخ: گزینه ۲ (سخت ـ مفهومی و مسئله ـ ۱۱۰۲)

معادله موازنه شده واکنش انجام شده به‌صورت زیر است:

$$Ca_3(PO_4)_2(s) + 3SiO_2(s) + C(s) + O_2(g) + 3H_2O(l) \longrightarrow 3CaSiO_3(s) + CO_2(g) + 2H_3PO_4(aq)$$

همانطور که مشخص است، ضریب استوکیومتری سیلیسیم دی‌اکسید ۳ برابر ضریب استوکیومتری کربن دی‌اکسید است. پس می‌توان گفت سرعت متوسط مصرف سیلیسیم دی‌اکسید ۳ برابر سرعت متوسط تولید کربن دی‌اکسید است. بنابراین اگر در یک بازه زمانی، ۴ مول کربن دی‌اکسید تولید شود، می‌توان گفت در آن بازه زمانی ۱۲ مول سیلیسیم دی‌اکسید مصرف می‌شود. از طرفی توجه داریم که در گذر زمان، سرعت مصرف واکنش‌دهنده‌ها و درنتیجه سرعت تشکیل فراورده‌ها کاهش پیدا می‌کند. پس نمی‌توان گفت اگر در یک باز زمانی ۱۲ مول سیلیسیم دی‌اکسید مصرف شود، در نصف آن بازه زمانی ۶ مول سیلیسیم دی‌اکسید مصرف شده است.

سرعت متوسط واکنش

شیب نمودار مول-زمان برا هر یک از مواد شرکت‌کننده در واکنش، متناسب با ضریب استوکیومتری آن ماده در معادله موازنه‌شده واکنش است. به عبارت دیگر، اگر ضریب استوکیومتری شرکت‌کننده‌ها یکسان نباشد، سرعت متوسط آن‌ها متفاوت از یکدیگر خواهد بود. شیمی‌دان‌ها برای درک آسان‌تر روند پیشرفت واکنش‌ها در واحد زمان، از یک مفهوم کاربردی به نام سرعت واکنش استفاده می‌کنند. سرعت واکنش، از تقسیم سرعت متوسط مصرف یا تولید هر ماده شرکت‌کننده در واکنش بر ضریب استوکیومتری آن ماده به‌دست می‌آید. به‌عنوان مثال در واکنش $3A(g) + 2B(g) \longrightarrow C(g) + 2D(g)$ برای محاسبه سرعت متوسط واکنش در بازه زمانی Δt به روش زیر عمل می‌کنیم:

$$R_{\text{واکنش}} = \frac{|\Delta n_A|}{3\times\Delta t} = \frac{|\Delta n_B|}{2\times\Delta t} = \frac{|\Delta n_C|}{1\times\Delta t} = \frac{|\Delta n_D|}{2\times\Delta t}$$

بررسی سایر گزینه‌ها:

۱ در معادله موازنه شده، ضریب استوکیومتری $CaSiO_3$، ۳ برابر ضریب استوکیومتری $Ca_3(PO_4)_2$ است. پس می‌توان گفت سرعت متوسط تولید نمک $CaSiO_3$، ۳ برابر سرعت متوسط مصرف نمک $Ca_3(PO_4)_2$ است. بنابراین در بازه‌ای که ۰/۴ مول از نمک $Ca_3(PO_4)_2$ مصرف می‌شود، ۱/۲ مول نمک $CaSiO_3$ ، تولید خواهد شد.

۳ ضریب استوکیومتری واکنش‌دهنده دارای فسفر یعنی $Ca_3(PO_4)_2$ و همچنین فراورده دارای کربن یعنی کربن دی‌اکسید، هر دو برابر ۱ است. پس می‌توان گفت سرعت متوسط تولید کربن دی‌اکسید و همچنین سرعت متوسط مصرف $Ca_3(PO_4)_2$ با سرعت متوسط واکنش برابر است.

۴ مقدار ۸۸ گرم CO_2 معادل ۲ مول از آن، ۶۹۶ گرم از $CaSiO_3$ معادل ۶ مول از آن و ۶۴ گرم O_2 معادل ۲ مول از آن است. نسبت مصرف و تولید مواد مختلف در واکنش به نسبت اندازه سرعت متوسط آن‌ها بوده و با ضریب استوکیومتری آن‌ها در ارتباط است. پس می‌توان گفت نسبت تولید و مصرف مواد ذکر شده کاملاً صحیح است، چراکه مول تولید شده از CO_2 با مول مصرف شده از O_2 برابر بوده و $\frac{1}{3}$ برابر مول تولید شده از $CaSiO_3$ است.

www.biomaze.ir
۱۴۰۳ - ۱۴۰۴
www.SanjeshCloud.ir
T.me/SanjeshClouds

۹۴- چند مورد از موارد زیر درست است؟

الف: شمار اتم‌های H در واحد تکرار شونده پلی‌اتن، با شمار اتم‌های H در مونومر تشکیل‌دهنده آن برابر است.

ب: کاتالیزگر واکنش آبکافت استرها، در تهیه اتانول از واکنش میان گاز اتان و آب نیز نقش دارد.

پ: فراورده حاصل از پلیمری شدن استیرن در ساخت ظروف یکبار مصرف کاربرد دارد.

ت: سیب‌زمینی و نان، حاوی پلیمری از گلوکز هستند که ساختار مارپیچ دارد.

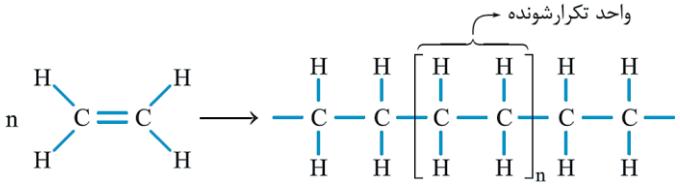
۱) ۱ ۲) ۲ ۳) ۳ ۴) ۴

پاسخ: گزینه ۳ (متوسط ـ حفظی و مفهومی ـ ۱۱۰۳)

عبارت‌های (الف)، (پ) و (ت) درست هستند.

بررسی موارد:

«الف»: واکنش تهیه پلی‌اتن از مونومر آن یعنی اتن به‌صورت زیر است:

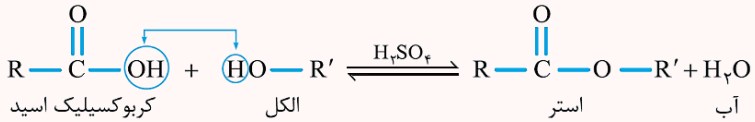


همانطور که مشخص است، در هر واحد تکرار شونده پلیمر، همانند هر واحد از مونومر واکنش‌دهنده، ۴ اتم هیدروژن حضور دارد.

«ب»: از سولفوریک اسید با فرمول شیمیایی H_2SO_4 می‌توان به‌عنوان کاتالیزگر در واکنش‌های تولید اتانول از اتن و همچنین آبکافت استرها به الکل و کربوکسیلیک اسید سازنده خود استفاده کرد. توجه داریم که سولفوریک اسید از جمله اسیدهای قوی بوده و درجه یونش آن به تقریب برابر ۱ است. این ماده از واکنش گاز گوگرد تری‌اکسید با آب به‌دست می‌آید.

استری شدن

استرها را می‌توان از واکنش میان الکل‌ها($R' - OH$) و کربوکسیلیک اسیدها($R - COOH$) به‌دست آورد. فرایند انجام شده به‌صورت زیر است:

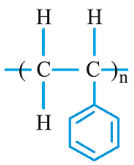


این واکنش، اصطلاحاً استری شدن نام دارد. با توجه به معادلهٔ نشان داده شده، کاتالیزگر واکنش مورد نظر سولفوریک اسید(H_2SO_4) است. استرها طی یک واکنش برگشت‌پذیر تولید شده و در شرایط مناسب می‌توانند به اسید و الکل سازندهٔ خود تجزیه شوند. به واکنش استرها با مولکول‌های آب که منجر به تجزیهٔ این مواد به الکل و اسید سازندهٔ آن‌ها می‌شود، اصطلاحاً واکنش آب‌کافت گفته می‌شود.

«پ»: اطلاعات کلی مربوط به پلیمرهای افزایشی به‌صورت زیر است:

نام پلیمر	نام مونومر	کاربرد
پلی‌اتن	اتن	کیسه‌های پلاستیکی ـ بطری پلاستیکی ـ لولهٔ پلاستیکی
پلی‌سیانواتن	سیانواتن	پتو و پارچه
پلی‌پروپن	پروپن	تهیه و تولید سرنگ
پلی‌استیرن	استیرن	تولید ظرف یکبار مصرف
تفلون	تترافلوئورواتن	نخ دندان ـ کفی اتو ـ تولید ظروف نچسب
پلی‌وینیل کلرید	وینیل کلرید(کلرواتن)	کیسه‌های خون

فراورده حاصل از پلیمری شدن استیرن، پلی استیرن بوده که در تهیه ظروف یکبار مصرف کاربرد دارد. ساختار پلی استیرن را در تصویر زیر مشاهده می‌کنید:



«ت»: سیب‌زمینی و نان حاوی نشاسته هستند. نشاسته و سلولز هر دو از جمله پلیمرهای گلوکز هستند. با این تفاوت که نشاسته ساختار مارپیچ و سلولز ساختار خطی دارد. ساختار نشاسته و سلولز به‌صورت زیر است:

www.biomaze.ir
۱۴۰۳ - ۱۴۰۴
www.SanjeshCloud.ir
T.me/SanjeshClouds

نشاسته

هرچند که نشاسته از اتصال مارپیچی مولکول‌های گلوکز به یکدیگر ساخته شده است، اما این ماده در حالت عادی مزه شیرین ندارد. نشاسته در نان و سیب‌زمینی وجود دارد. با جویدن یک قطعه نان در دهان، نشاسته موجود در دهان در تماس با آنزیم‌های گوارشی قرار گرفته و براساس معادله زیر تجزیه می‌شوند:

$$\text{نشاسته} + \text{آب} \rightarrow \text{گلوکز}(C_6H_{12}O_6)$$

در واقع گوارش نشاسته، که از دهان آغاز می‌شود، شامل واکنش شیمیایی تجزیهٔ این ماده است که به کمک آنزیم‌های گوارشی تسریع می‌شود. گلوکز تولید شده در این فرایند، باعث ایجاد مزهٔ شیرین در دهان می‌شود.

گروه آموزشی ماز

۹۵- کدام مورد درست است؟

۱) کولار نوعی پلی‌آمید بوده و مقاومت آن با نمونه‌ای از فولاد هم جرم خود برابر است.

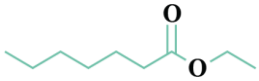
۲) الکل سازنده استر موجود در انگور، به هر نسبتی در آب حل می‌شود.

۳) بوی ماهی به‌دلیل حضور موادی با گروه عاملی کربوکسیل در آن است.

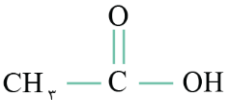
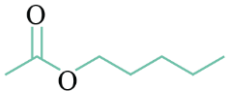
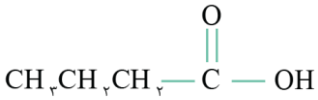
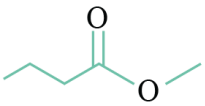
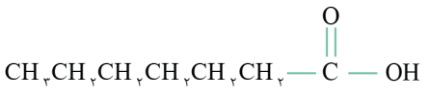
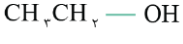
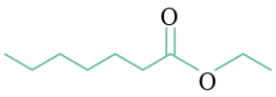
۴) ویتامین (کا)، همانند ویتامین (دی)، در ساختار خود حاوی گروه عاملی الکلی است.

پاسخ: گزینه ۲ (آسان ـ حفظی ـ ۱۱۰۳)

استر موجود در انگور، اتیل هپتانوات است. این استر از واکنش اتانول و هپتانوئیک اسید حاصل می‌شود. توجه داریم که در طی این واکنش، علاوه بر اتیل هپتانوات، مقداری آب نیز تولید می‌شود. فرمول ساختاری این استر به‌صورت زیر است:

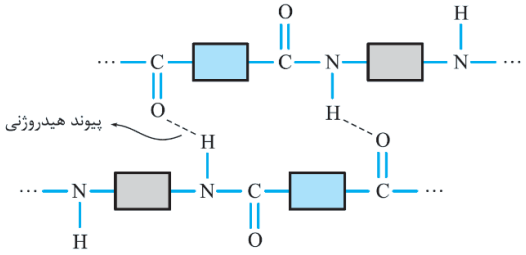


اتانول همانند متانول و پروپانول، از جمله الکل‌هایی است که به هر نسبتی در آب حل می‌شود. جدول زیر، ویژگی‌های برخی از انواع استرهای موجود در گیاهان را نشان می‌دهد:

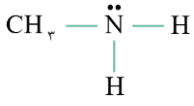
ساختار کربوکسیلیک اسید سازنده	ساختار الکل سازنده	ساختار استر سازنده	نام استر	نام گل یا میوه
 اتانوئیک اسید	۱ـ پنتانول	 $(C_7H_{14}O_2)$	پنتیل اتانوات	موز
 بوتانوئیک اسید	متانول	 $(C_5H_{10}O_2)$	متیل بوتانوات	سیب
 هپتانوئیک اسید	 اتانول	 $(C_9H_{18}O_2)$	اتیل هپتانوات	انگور

بررسی سایر گزینه‌ها:

۱ کولار نوعی پلی‌آمید ساختگی بوده که نسبت به فولاد هم جرم خود ۵ برابر مقاوم‌تر است. از کولار در تهیه تایر اتومبیل، قایق بادبانی، لباس‌های مخصوص مسابقات موتورسواری، جلیقه‌های ضدگلوله و ... استفاده می‌شود.ساختار کولار را می‌توان به‌صورت زیر نشان داد:

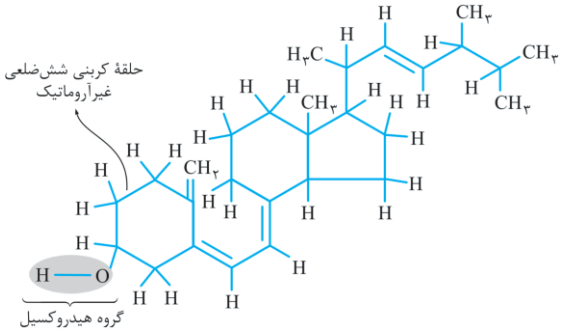


۳ بوی ماهی به دلیل حضور متیل آمین و سایر ترکیبات آمینی است. ساختار مولکول متیل آمین به‌صورت زیر است:

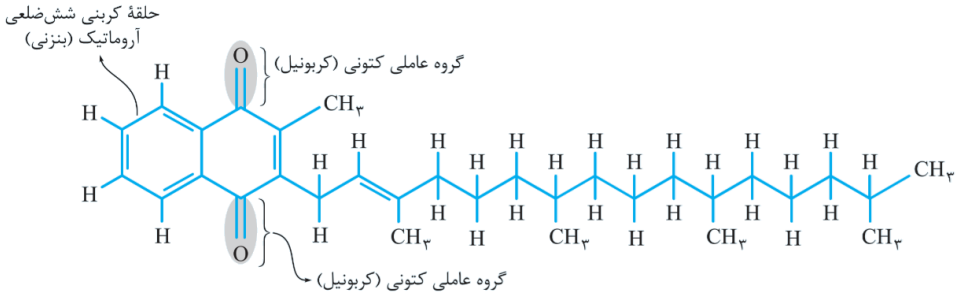


www.biomaze.ir
۱۴۰۳ - ۱۴۰۴
www.SanjeshCloud.ir
T.me/SanjeshClouds

۴ فرمول ساختاری ویتامین (دی) به‌صورت زیر است:



فرمول ساختاری ویتامین (کا) به‌صورت زیر است:



همانطور که مشخص است، ویتامین (کا) برخلاف ویتامین (دی)، فاقد گروه عاملی هیدروکسیل(الکلی) است.

گروه آموزشی ماز

۹۶- در دما و غلظت آغازی یکسان، از انحلال کدام ماده در آب، غلظت یون هیدروژن افزایش یافته و در محلول حاوی آن، نسبت غلظت یون هیدروژن به غلظت یون هیدروکسید کوچک‌تر است؟

۱) NH_3 ۲) CH_3OH ۳) HF ۴) $HCOOH$

پاسخ: گزینه ۴ (آسان ـ مفهومی ـ ۱۴۰۱)

با حل کردن یک اسید آرنیوس در آب، غلظت یون هیدروژن در محلول افزایش پیدا کرده و غلظت یون هیدروکسید در آن کاهش پیدا می‌کند. همچنین با حل کردن یک باز آرنیوس در آب، غلظت یون هیدروکسید در محلول افزایش پیدا کرده و غلظت یون هیدروژن در آن کاهش پیدا می‌کند. پس می‌توان گفت ماده مورد نظر صورت سؤال، نوعی اسید آرنیوس بوده و تا به اینجای کار آمونیاک نمی‌تواند گزینه مناسبی باشد. از طرفی الکل‌هایی مانند CH_3OH به‌صورت مولکولی در آب حل شده و غلظت یون‌ها را تغییر نمی‌دهند. پس متانول نیز نمی‌تواند گزینه مد نظر طراح سؤال باشد. در محلول حاوی اسید با غلظت آغازی یکسان، هرچه اسید ما قوی‌تر باشد(یعنی در دمای یکسان، درجه یونش و ثابت یونش بالاتری داشته باشد)، غلظت یون هیدروژن حاصل از انحلال آن بالاتر بوده و غلظت یون هیدروکسید حاصل از آن پایین‌تر خواهد بود.

مقایسه زیر را درباره قدرت اسیدهای مختلف در دمای یکسان به خاطر بسپارید.

اسید ضعیف‌تر ← هیدرو سیانیک اسید ← اتانوئیک اسید ← متانوئیک اسید ← نیترو اسید ← هیدروفلوئور یک اسید ← اسید قوی‌تر

همانطور که مشخص است، هیدروفلوئوریک اسید نسبت به متانوئیک اسید قوی‌تر بوده و در یک نمونه از محلول این دو اسید با غلظت آغازی یکسان، نسبت غلظت یون هیدروژن به یون هیدروکسید، در محلول حاوی متانوئیک اسید کوچک‌تر است.

گروه آموزشی ماز

۹۷- کدام مورد عبارت زیر را درباره محلول‌های فرمیک اسید و استیک اسید در دمای یکسان به‌درستی تکمیل می‌کند؟

«اگر ..... در محلول حاوی فرمیک نسبت به محلول حاوی استیک اسید ..... باشد، قطعاً ..... .»

۱) غلظت یون هیدروژن ـ برابر ـ غلظت آغازی استیک اسید کمتر بوده است.
۲) شمار آنیون‌های حاصل از یونش ـ بیشتر ـ pH محلول فرمیک اسید کوچک‌تر است.
۳) غلظت آغازی ـ کمتر ـ pH محلول فرمیک اسید به pH آب مقطر نزدیک‌تر خواهد بود.
۴) غلظت آغازی اسید ـ بیشتر ـ غلظت یون هیدروژن در محلول فرمیک اسید بیشتر خواهد بود.

پاسخ: گزینه ۴ (متوسط ـ مفهومی ـ ۱۴۰۱)

فرمیک اسید و استیک اسید هر دو جزو کربوکسیلیک اسیدها هستند. در دمای یکسان، فرمیک اسید ثابت یونش بالاتری داشته و نسبت به استیک اسید، اسید قوی‌تری محسوب می‌شود. در دما و غلظت یکسان، درجه یونش فرمیک اسید بیشتر بوده و غلظت تعادلی یون هیدروژن حاصل از آن نیز بالاتر خواهد بود. با افزایش

www.biomaze.ir
۱۴۰۳ - ۱۴۰۴
www.SanjeshCloud.ir
T.me/SanjeshClouds

غلظت آغازی اسید، غلظت یون هیدروژن در محلول حاصل افزایش پیدا می‌کند. پس می‌توان گفت اگر غلظت آغازی فرمیک اسید در محلول حاوی آن، بالاتر از غلظت آغازی اتانوئیک اسید باشد، قطعاً غلظت یون هیدروژن حاصل از آن و غلظت ذرات اسیدی یونیده نشده موجود در محلول آن نیز قطعاً بالاتر خواهد بود.

کربوکسیلیک اسیدها

کربوکسیلیک اسیدها دسته‌ای از مواد آلی هستند که در ساختار خود گروه کربوکسیل($-COOH$) دارند. این ترکیب‌ها مزه ترش دارند. به‌طوری‌که عامل مزه ترش میوه‌هایی مانند انگور، لیمو ترش، کیوی، گوجه سبز و ... ناشی از وجود چنین مولکول‌هایی در آن‌هاست. متانوئیک اسید(فرمیک اسید) اولین عضو خانواده کربوکسیلیک اسیدها بوده که در اثر گزش مورچه سرخ وارد بدن شده و باعث سوزش و خارش محل گزیدگی می‌شود. اتانوئیک اسید(استیک اسید) یک اسید دو کربنی است که یکی از پرکاربردترین اسیدها در زندگی روزمره است.

بررسی سایر گزینه‌ها:

۱ فرمیک اسید نسبت به استیک اسید، اسید قوی‌تری است و در محلولی از آن‌ها که غلظت اولیه اسیدها برابر باشد، غلظت یون هیدروژن در محلول حاوی فرمیک اسید بالاتر خواهد بود، پس می‌توان گفت اگر در محلول‌های جداگانه‌ای از این دو اسید، غلظت یون هیدروژن برابر باشد، غلظت اولیه فرمیک اسید در محلول خود کوچک‌تر بوده است.

۲ بر اثر یونش هر واحد فرمیک اسید، یک واحد یون هیدروژن و یک واحد فرمات ($HCOO^-$) تولید می‌شود. پس می‌توان گفت شمار آنیون‌های تولید شده در محلول با شمار یون‌های هیدروژن تولید شده برابر است. در محلول حاوی استیک اسید نیز از یونش هر واحد از مولکول اسیدی، یک واحد یون هیدروژن و یک واحد استات (CH_3COO^-) تولید می‌شود. پس می‌توان گفت در محلول حاوی استیک اسید نیز شمار آنیون‌های تولید شده، با شمار یون‌های هیدروژن تولید شده برابر است. ثابت یونش اسیدها، نسبت غلظت یون‌های حاصل از یونش به غلظت مولکول‌های اسید باقی‌مانده را نشان می‌دهد. اسیدی که ثابت یونش بالاتری داشته باشد، در دما و غلظت یکسان، غلظت یون هیدروژن تولید شده حاصل از یونش آن نیز بالاتر خواهد بود. توجه داریم که ثابت یونش و pH محلول بر اساس غلظت یون هیدروژن تعریف شده و لزوماً با شمار این یون‌ها ارتباط مستقیم ندارد. این در حالی است که در عبارت داده شده، از مقدار مول ذرات صحبت شده و حرفی از غلظت نیامده است.

۳ برای مقایسه pH محلول‌های اسیدی، از مقایسه غلظت یون هیدروژن آن‌ها استفاده می‌کنیم. غلظت یون هیدروژن از حاصل ضرب غلظت آغازی اسید در درجه یونش حاصل می‌شود. طبق گفته صورت سؤال، غلظت فرمیک اسید پایین‌تر از استیک اسید است. از طرفی فرمیک اسید در این شرایط، درجه یونش بالاتری نسبت به استیک اسید دارد. بنابراین نمی‌توان مقایسه دقیقی در مورد غلظت یون هیدروژن حاصل از آن‌ها و درنتیجه pH محلول آن‌ها انجام داد.

گروه آموزشی ماز

۹۸- مقدار ۵۰۰ میلی‌لیتر محلول حاوی اسید قوی HA با $pH = ۰/۳$ در اختیار داریم. ابتدا a میلی‌لیتر آب به آن اضافه کرده و سپس $۰/۵a$ میلی‌لیتر از محلول حاصل را برداشته و با اضافه کردن ۲/۵ گرم سدیم هیدروکسید به آن، pH محلول را به ۷ می‌رسانیم. مقدار a کدام است؟

($Na = ۲۳ , O = ۱۶ , H = ۱ : g.mol^{-۱}$)

۱) ۲۵۰ ۲) ۴۰۰ ۳) ۵۰۰ ۴) ۱۰۰۰

پاسخ: گزینه ۳ (سخت ـ مسئله ـ ۱۲۰۱)

ابتدا با توجه به pH محلول، غلظت یون هیدروژن موجود در محلول را محاسبه کنیم:

$$pH = -\log[H^+] \Rightarrow ۰/۳ = -\log[H^+] \Rightarrow [H^+] = ۰/۵\, mol.L^{-۱}$$

با افزودن a میلی‌لیتر آب مقطر به محلول، حجم آن $\frac{۵۰۰+a}{۵۰۰}$ برابر شده و درنتیجه غلظت آن $\frac{۵۰۰}{۵۰۰+a}$ برابر می‌شود. پس می‌توان گفت غلظت یون هیدروژن در این محلول به $\frac{۱}{۲} \times \frac{۵۰۰}{۵۰۰+a} = \frac{۲۵۰}{۵۰۰+a}$ می‌رسد. سدیم هیدروکسید طبق معادله موازنه شده زیر با اسید قوی HA واکنش می‌دهد:

$$NaOH(s) + HA(aq) \longrightarrow NaA(aq) + H_۲O(l)$$

توجه داریم که واکنش خنثی شدن به‌صورت کامل انجام شده و pH محلول به pH خنثی یعنی ۷ می‌رسد. حال بر اساس مول سدیم هیدروکسید مصرف شده، مقدار عددی a را محاسبه می‌کنیم. توجه داریم که اسید مورد نظر قوی بوده و درجه یونش آن برابر ۱ است. پس می‌توان گفت غلظت یون هیدروژن آن با غلظت آغازی اسید برابر است. بر این اساس، داریم:

$$۲/۵\, g\, NaOH = ۰/۵a\, mL\ \text{محلول} \times \frac{۱\ L\ \text{محلول}}{۱۰۰۰\ mL\ \text{محلول}} \times \frac{\left(\frac{۲۵۰}{۵۰۰+a}\right) mol\ HA}{۱\ L\ \text{محلول}} \times \frac{۱\ mol\ NaOH}{۱\ mol\ HA} \times \frac{۴۰\ g\ NaOH}{۱\ mol\ NaOH} \Rightarrow$$

$$۲/۵ = \frac{۵۰۰۰a}{۵۰۰۰۰۰ + ۱۰۰۰a} \Rightarrow a = ۵۰۰\ mL$$

در رابطه با واکنش خنثی‌شدن، داریم:

خنثی شدن

- به صورت کلی این واکنش را می‌توان به صورت زیر نوشت:
  $H^+ + OH^- \longrightarrow H_۲O$
- واکنش خنثی شدن، مبنایی برای کاربرد شوینده‌ها و پاک‌کننده‌هاست.
- این واکنش همچنین مبنای داروهای ضداسید است.

www.biomaze.ir
۱۴۰۳ - ۱۴۰۴
www.SanjeshCloud.ir
T.me/SanjeshClouds

۹۹- نسبت عدد اکسایش اتم کربن موجود در ساختار متانول، به اندازه اختلاف میانگین عدد اکسایش اتم‌های کربن موجود در بنزن و فراورده حاصل از سوختن کامل آن کدام است؟

۱) -۱ ۲) -۰/۴ ۳) ۱ ۴) +۰/۴

پاسخ: گزینه ۲ (آسان ـ مفهومی ـ ۱۲۰۲)

برای محاسبه عدد اکسایش عناصر مختلف از روش زیر استفاده می‌کنیم:

۱ الکترون‌های ناپیوندی هر اتم، متعلق به همان اتم است.

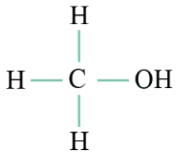
۲ اگر پیوند بین اتم‌های یکسان باشد، به هر اتم شرکت‌کننده در پیوند یک الکترون نسبت می‌دهیم.

۳ اگر پیوند بین اتم‌های غیریکسان باشد، هر دو الکترون پیوند متعلق به اتمی با خاصیت نافلزی بیشتر است.

۴ در پایان با استفاده از فرمول زیر عدد اکسایش اتم را محاسبه می‌کنیم:

عدد اکسایش = عدد الکترون لایه ظرفیت − تعداد الکترون نسبت داده شده

فرمول ساختاری متانول به‌صورت زیر است:



در ساختار متانول، اتم کربن الکترون ناپیوندی بر روی خود ندارد. از طرفی خاصیت نافلزی کربن نسبت به اکسیژن کمتر است. بنابراین الکترونی از این پیوند به کربن نسبت داده نمی‌شود. از طرفی خاصیت نافلزی کربن نسبت به هیدروژن بیشتر است. پس می‌توان گفت تمام الکترون‌های پیوندی بین کربن و اتم‌های هیدروژن(۶ الکترون) به کربن نسبت داده می‌شود. طبق توضیحات داده شده، ۶ الکترون به کربن نسبت داده می‌شود. از طرفی کربن اولین عنصر گروه چهاردهم جدول تناوبی بوده و شمار الکترون‌های ظرفیتی آن برابر ۴ است. در پایان عدد اکسایش کربن در این گونه را محاسبه می‌کنیم:

عدد اکسایش = عدد الکترون لایه ظرفیت − تعداد الکترون نسبت داده شده = ۴ − ۶ = −۲

از روش دیگری نیز می‌توانیم عدد اکسایش کربن را در گونه‌های آلی محاسبه کنیم. بنزن گونه‌ای خنثی با فرمول مولکولی C_6H_6 است. پس می‌توان گفت مجموع عدد اکسایش اتم‌های آن برابر صفر است. از طرفی عدد اکسایش اتم‌های هیدروژن در تمام ترکیبات آلی برابر ۱+ است. بنابراین مجموع عدد اکسایش اتم‌های هیدروژن در بنزن برابر ۶+ است و مجموع عدد اکسایش ۶ اتم کربن حاضر در ساختار بنزن باید برابر ۶- باشد. در نتیجه میانگین عدد اکسایش اتم‌های کربن موجود در بنزن برابر ۱- است. فراورده کربن دار حاصل از سوختن کامل هیدروکربن‌ها، کربن دی‌اکسید با فرمول مولکولی CO_2 است. عدد اکسایش هر اتم اکسیژن در این ترکیب برابر با ۲- است. پس عدد اکسایش اتم کربن موجود در آن باید ۴+ باشد. در پایان نسبت خواسته شده را محاسبه می‌کنیم:

$$A = \frac{-2}{|-1-(+4)|} = -0/4$$

گروه آموزشی ماز

۱۰۰- تیغه‌ای به جرم ۶۵۰ گرم از آلیاژی از فلزهای مس و روی در اختیار داریم. اگر با قرار دادن تیغه در محلول حاوی آهن(II) نیترات و انجام کامل واکنش، جرم تیغه به ۵۹۶ گرم برسد، چند درصد جرم تیغه اولیه را فلز واکنش‌پذیرتر تشکیل داده است؟ (فرض کنید که تمام اتم‌های فلزی تشکیل‌شده، روی تیغه رسوب می‌کنند. $Zn = 65 , Cu = 64 , Fe = 56 : g.mol^{-1}$)

۱) ۸۰ ۲) ۶۰ ۳) ۴۰ ۴) ۲۰

پاسخ: گزینه ۲ (متوسط ـ مسئله ـ ۱۲۰۲)

مقایسه واکنش‌پذیری سه فلز آهن، روی و مس به‌صورت $Zn > Fe > Cu$ است. پس می‌توان گفت روی برخلاف مس، می‌تواند یون آهن را از ترکیبات خود جدا کرده و جایگزین آن شود. واکنش انجام شده به‌صورت زیر است:

$$Zn(s) + Fe(NO_3)_2(aq) \longrightarrow Zn(NO_3)_2(aq) + Fe(s)$$

در طی این واکنش، به ازای مصرف هر مول فلز روی(معادل ۶۵ گرم از فلز روی)، ۱ مول آهن(معادل ۵۶ گرم از فلز آهن) تولید می‌شود. مصرف شدن فلز روی باعث کاهش جرم تیغه و تولید شدن آهن و رسوب آن روی تیغه، باعث افزایش جرم تیغه می‌شود. پس می‌توان گفت به ازای مصرف ۱ مول روی، جرم تیغه به اندازه ۹ گرم(۹ = ۵۶ − ۶۵) کاهش پیدا می‌کند. با توجه به اطلاعات سؤال، با انجام این واکنش، جرم تیغه از ۶۵۰ گرم به ۵۹۶ گرم رسیده و به اندازه ۵۴ گرم کاهش پیدا کرده است. حال مقدار روی مصرف شده در این واکنش را محاسبه می‌کنیم:

$$?\,g\,Zn = 54\,g\ \text{کاهش} \times \frac{1\,mol\,Zn}{9\,g\ \text{کاهش}} \times \frac{65\,g\,Zn}{1\,mol\,Zn} = 390\,g$$

www.biomaze.ir
۱۴۰۳ - ۱۴۰۴
www.SanjeshCloud.ir
T.me/SanjeshClouds

حال درصد جرمی فلز واکنش‌پذیرتر یعنی روی را به‌دست می‌آوریم:

$$\text{درصد جرمی} = \frac{\text{جرم روی}}{\text{جرم آلیاژ}} \times ۱۰۰ = \frac{۳۹۰\ g}{۶۵۰\ g} \times ۱۰۰ = \text{درصد } ۶۰$$

گروه آموزشی ماز

۱۰۱- کدام موارد از عبارت‌های زیر درست است؟

الف: در میان پرتوهای منعکس شده از جسم آبی، برخلاف جسم قرمز، پرتوهایی با طول موج حدود $۷۰۰nm$ حضور ندارند.

ب: پرتوهای هم‌رنگ با محلول حاوی وانادیم(V) نسبت به پرتوهای هم‌رنگ با محلول وانادیم(IV) طول موج بلندتری دارند.

پ: اجسامی که سطح آن‌ها توسط تیتانیم(IV) اکسید پوشانده شده باشد، همه پرتوهای مرئی را جذب می‌کنند.

ت: رنگ‌های شیمیایی انواعی از مخلوط‌هایی هستند که ناپایدار و به ظاهر ناهمگن هستند.

۱) «ب» و «ت» ۲) «الف» و «ب» ۳) «الف» و «پ» ۴) «پ» و «ت»

پاسخ: گزینه ۲ (متوسط ـ مفهومی ـ ۱۲۰۳)

عبارت‌های (الف) و (ب) درست هستند.

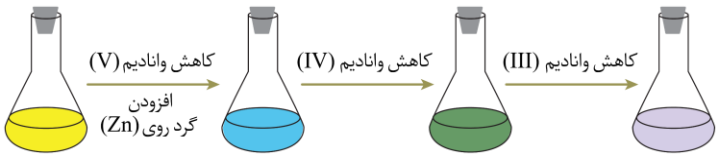
بررسی موارد:

«الف»: پرتوهایی با طول موج حدود $۷۰۰nm$ مربوط به پرتوهای قرمز رنگ هستند. اجسام آبی همه پرتوهای مرئی به‌جز پرتوهای آبی را جذب کرده و پرتوهای آبی را منعکس می‌کنند. اجسام قرمز همه پرتوهای مرئی به‌جز پرتوهای قرمز را جذب کرده و پرتوهای قرمز را منعکس می‌کنند.

رنگ

امروزه با پیشرفت و گسترش تولید فراورده‌های صنعتی، این فراورده‌ها افزون بر رقابت در جنبه‌های کمی و کیفی، باید از دیدگاه زیباشناختی نیز رنگ و رنگ‌آمیزی جذاب و مناسبی داشته باشند. بر این اساس، امروزه رنگ‌های ساختگی گوناگونی تولید می‌شوند که از آن‌ها در صنایع غذایی، نساجی و ساختمانی استفاده می‌شود. رنگ‌هایی که برای پوشش سطح استفاده می‌شوند (مثل رنگ‌های روغنی)، نوعی کلوئید هستند که لایه نازکی روی سطح ایجاد می‌کنند تا افزون بر زیبایی، از نفوذ رطوبت و اکسیژن به لایه‌های زیرین جلوگیری کرده و مانع خوردگی اجسام در برابر اکسیژن، رطوبت و مواد شیمیایی شوند.

«ب»: جدول زیر، اطلاعات مربوط به محلول‌های حاصل از نمک‌های وانادیم را نشان می‌دهد:



محلولی از نمک وانادیم (II)	محلولی از نمک وانادیم (III)	محلولی از نمک وانادیم (IV)	محلولی از نمک وانادیم (V)	محلول
بنفش	سبز	آبی	زرد	رنگ محلول
$[_{۱۸}Ar]۳d^{۳}$	$[_{۱۸}Ar]۳d^{۲}$	وانادیم در این محلول به شکل یون چنداتمی است.	وانادیم در این محلول به شکل یون چنداتمی است.	آرایش الکترونی وانادیم

رنگ این محلول‌ها را می‌توان با اسم رمز «بساز» به‌خاطر سپرد که حروف آن به‌ترتیب نماد رنگ‌های بنفش، سبز، آبی و زرد هستند. پرتوهای حاصل از محلول حاوی نمک وانادیم(V) زرد رنگ و پرتوهای حاصل از محلول حاوی نمک وانادیم(IV) آبی رنگ است. طول موج پرتو زرد، بلندتر از طول موج پرتو آبی است.

مقایسه طول موج پرتوهای مرئی به‌صورت زیر است:

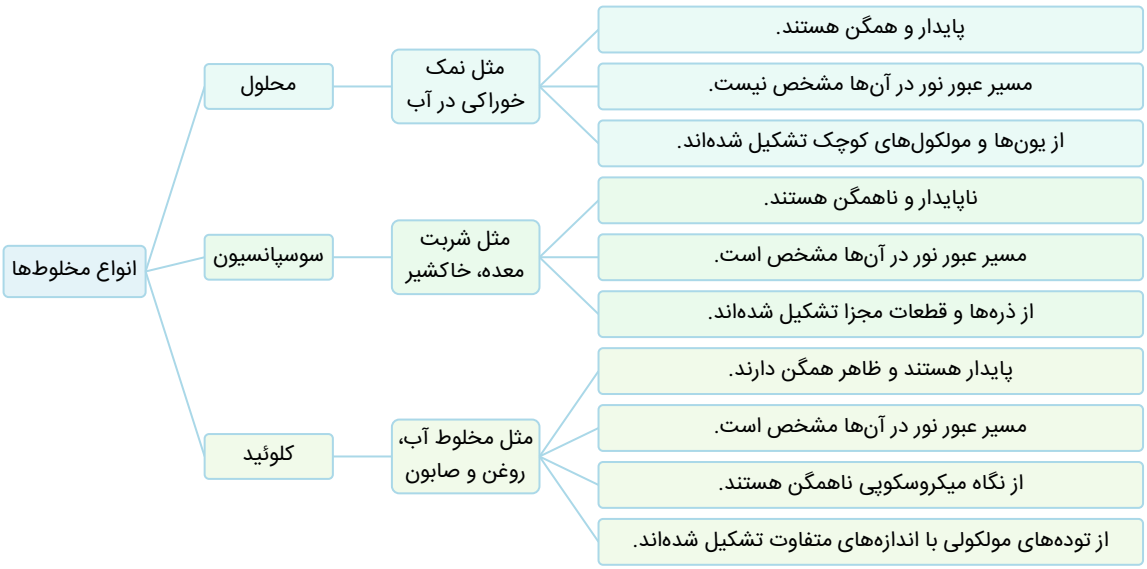
طول موج بلندتر ← قرمز ← نارنجی ← زرد ← سبز ← آبی ← نیلی ← بنفش ← طول موج کوتاه‌تر

«پ»: از تیتانیم(IV) اکسید با فرمول شیمیایی $TiO_۲$ به‌عنوان رنگ‌دانه سفید استفاده می‌شود. اجسام سفید رنگ همه پرتوهای مرئی تابیده شده به خود را بازتابش می‌کنند. در رابطه با عنصر تیتانیم، داریم:

تیتانیم:
- نقطه ذوب آن از فولاد بالاتر و چگالی آن کمتر است.
- همراه با نیکل، در ساخت نیتینول کاربرد دارد.
- با ذرات موجود در آب دریا به سختی واکنش می‌دهد.
- در برابر سایش و خوردگی مقاوم است.
- به صورت $Ti^{۲+}$ و $Ti^{۴+}$ در ترکیب‌های یونی دیده می‌شود.

www.biomaze.ir
۱۴۰۳ - ۱۴۰۴
www.SanjeshCloud.ir
T.me/SanjeshClouds

«ت»: رنگ‌های شیمیایی نوعی کلوئید هستند. کلوئیدها ظاهر همگنی دارند اما از نگاه میکروسکوپی، ناهمگن هستند. نمودار زیر ویژگی‌های انواع مخلوط‌ها را مقایسه می‌کند:



گروه آموزشی ماز

۱۰۲- کدام موارد از مقایسه‌های زیر درست است؟

الف: نقطه جوش: $CH_3CH_2OH > CH_3OCH_3$

ب: گشتاور دوقطبی: $NH_3 > PH_3$

پ: آنتالپی فروپاشی شبکه: $Li_2O > MgO$

ت: شمار الکترون ناپیوندی: $CO_3^{2-} > ClO_3^-$

۱) «پ» و «ت» ۲) «الف» و «پ» ۳) «ب» و «ت» ۴) «الف» و «ب»

پاسخ: گزینه ۴ (آسان ـ مفهومی ـ ۱۲۰۳)

عبارت‌های (الف) و (ب) درست هستند.

بررسی موارد:

«الف»: اتانول با فرمول مولکولی CH_3CH_2OH، دومین عضو خانواده الکل‌های تک عاملی و دی‌متیل‌اتر با فرمول مولکولی CH_3OCH_3، نخستین عضو خانواده اترها است. الکل‌ها برخلاف اترها، در ساختار خود اکسیژن متصل به هیدروژن داشته و به همین دلیل بین مولکول‌های آن‌ها پیوند هیدروژنی حضور دارد. از طرفی جرم مولی این دو ترکیب برابر است. پس می‌توان گفت به دلیل وجود پیوندهای هیدروژنی بین مولکول‌های اتانول، نیروی بین مولکولی آن نسبت به دی‌متیل‌اتر قوی‌تر بوده و نقطه جوش بالاتری نیز دارد.

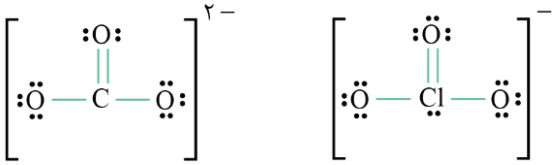
«ب»: خاصیت نافلزی نیتروژن بیشتر از فسفر است و در یک نمونه از NH_3، بر خلاف PH_3 بین مولکول‌ها، پیوند هیدروژنی حضور دارد. پیوند هیدروژنی باعث افزایش گشتاور دوقطبی گونه و درنتیجه قوی‌تر شدن نیروی بین ذرات می‌شود.

«پ»: مجموع اندازه بار یون‌ها در منیزیم اکسید با فرمول شیمیایی MgO، برابر ۴ و مجموع اندازه بار یون‌ها در لیتیم اکسید با فرمول شیمیایی Li_2O برابر ۳ است. پس می‌توان گفت آنتالپی فروپاشی منیزیم اکسید از لیتیم اکسید بالاتر است.

چگالی بار

اگر هر یون را کره‌ای باردار در نظر بگیریم، چگالی بار هم‌ارز با نسبت اندازه بار به حجم آن است. کمیتی که برای مقایسه میزان برهمکنش میان یون‌ها به کار می‌رود. نسبت ساده‌تری که می‌توان به‌کار برد، نسبت مقدار بار به شعاع یون است. هرچه مجموع اندازه بار یون‌های یک ترکیب یونی بیشتر باشد، آنتالپی فروپاشی ترکیب آن بالاتر است. از طرفی هرچه شعاع یون‌های سازنده آن کمتر باشد، طول پیوند کمتر بوده و آنتالپی فروپاشی آن بالاتر است. البته توجه داریم که تأثیر اندازه بار یون‌ها در آنتالپی فروپاشی یک ترکیب یونی، بیشتر از اندازه شعاع یون‌ها است.

«ت»: فرمول ساختار یون‌های کلرات(ClO_3^-) و کربنات(CO_3^{2-}) به‌صورت زیر است:



همانطور که مشخص است، در یون کلرات ۱۰ جفت الکترون ناپیوندی و در یون کربنات، ۸ جفت الکترون ناپیوندی وجود دارد.

گروه آموزشی ماز

www.biomaze.ir
۱۴۰۳ - ۱۴۰۴
www.SanjeshCloud.ir
T.me/SanjeshClouds

۱۰۳- واکنش زیر در شرایط استاندارد در یک ظرف در حال انجام است. کدام‌یک از تغییرات زیر باعث افزایش درصد پیشرفت واکنش در معادله زیر نخواهد شد؟

$$2SO_2(g) + O_2(g) \rightleftharpoons 2SO_3(g) + Q$$

۱) افزودن مقداری SO_2 به ظرف واکنش
۲) خارج کردن مدام فراورده از ظرف واکنش
۳) انتقال مواد شرکت‌کننده به ظرف کوچک‌تر
۴) انجام واکنش در دما و فشار انتهای لایه استراتوسفر

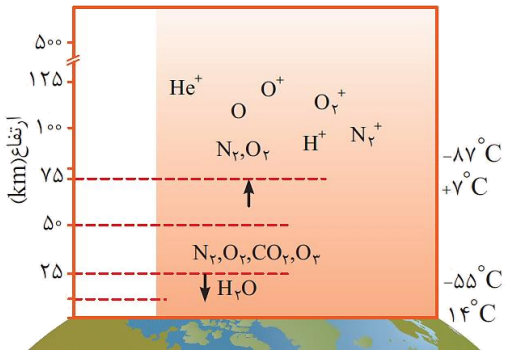
پاسخ: گزینه ۴ (متوسط ـ مفهومی ـ ۱۲۰۴)

اکسیدهای گوگرد شامل گوگرد دی‌اکسید(SO_2) و گوگرد تری‌اکسید(SO_3) هستند. از واکنش SO_2 با گاز اکسیژن، SO_3 تولید می‌شود. معادله موازنه شده انجام این واکنش به‌صورت زیر است:

$$2SO_2(g) + O_2(g) \rightleftharpoons 2SO_3(g) + Q$$

با افزایش ارتفاع در هواکره، فشار هوا پیوسته کاهش پیدا می‌کند. با کاهش فشار، واکنش تعادلی به سمتی پیشرفت می‌کند که مول گازی بیشتری تولید شود. یعنی سمتی که در آن مجموع ضرایب مواد گازی موجود در واکنش بیشتر است. پس می‌توان گفت اثر کاهش فشار بر این واکنش، پیشرفت واکنش به سمت واکنش‌دهنده‌ها و کاهش بازده واکنش است. از طرفی دمای هوا در انتهای لایه استراتوسفر به تقریب برابر ۷°C است. این دما بالاتر از دمای شرایط استاندارد یعنی ۰°C است. با افزایش دما در واکنش گرماگیر، تعادل به سمت مصرف گرما یعنی سمت برگشت پیشرفت می‌کند. بنابراین می‌توان گفت با انتقال ظرف به انتهای لایه استراتوسفر، هر دو عامل فشار و دما باعث خواهند شد که واکنش به سمت برگشت پیش رود و مقدار فراورده و درنتیجه بازده کاهش پیدا کند.

تصویر زیر دمای هواکره در لایه‌های مختلف را نمایش می‌دهد:



بررسی سایر گزینه‌ها:

۱ با افزودن مقداری گاز گوگرد دی‌اکسید به ظرف واکنش، تعادل به سمت مصرف آن یعنی به سمت رفت پیشروی کرده و مقدار فراورده بیشتری نیز طی این فرایند تولید می‌شود.

۲ با خارج کردن مدام فراورده از ظرف واکنش، تعادل به سمت تولید آن، یعنی سمت رفت پیشروی کرده و مقدار فراورده بیشتری نیز تولید خواهد شد.

۳ با انتقال مواد شرکت‌کننده در واکنش به ظرف کوچک‌تر، غلظت همه مواد ناگهان افزایش پیدا می‌کند. در این شرایط واکنش به سمتی پیش می‌رود که مجموع مول گازها کاهش پیدا کند. با توجه به اینکه مجموع ضرایب مواد گازی در سمت فراورده‌ها کوچک‌تر است، با انتقال مواد به ظرف کوچک‌تر، واکنش به سمت رفت پیش رفته و فراورده بیشتری نیز تولید خواهد شد.

گروه آموزشی ماز

۱۰۴- واکنش گازی $2A(g) + 4B(g) \rightleftharpoons C(g) + 2D(g)$، با تزریق ۶ مول از هر کدام از واکنش‌دهنده‌ها به یک ظرف در بسته انجام می‌شود. اگر ثابت تعادل واکنش برابر با $8\ L^3.mol^{-3}$ باشد و در لحظه تعادل مجموع مول گازهای درون ظرف ۹ مول باشد، حجم ظرف واکنش چند لیتر است؟

۱) ۲ ۲) ۴ ۳) ۸ ۴) ۱۶

پاسخ: گزینه ۳ (متوسط ـ مسئله ـ ۱۲۰۴)

معادله تعادلی واکنش انجام شده به‌صورت زیر است:

$$2A + 4B \longrightarrow C + 2D \quad , \quad K = 8\ L^3.mol^{-3}$$

طبق گفته صورت سؤال، در ابتدا ۶ مول از هر واکنش‌دهنده در ظرف واکنش حضور داشته است. حال فرض می‌کنیم تا لحظه برقراری تعادل، x مول C تولید شود. بر این اساس می‌توان گفت تا لحظه برقراری تعادل $2x$ مول از گاز A و $4x$ مول از گاز B مصرف شده و x مول از گاز C و $2x$ مول از گاز D تولید می‌شود. حال داریم:

ماده	A	B	C	D
مول اولیه	۶	۶	۰	۰
تغییر مول	$-2x$	$-4x$	$+x$	$+2x$
مول تعادلی	$6-2x$	$6-4x$	x	$2x$

حال با استفاده از مجموع مول گازها در لحظه تعادل، مقدار x را محاسبه می‌کنیم:

$$\text{مجموع مول‌های گازی} = (6-2x) + (6-4x) + x + 2x = 12 - 3x = 9 \Longrightarrow x = 1$$

www.biomaze.ir
۱۴۰۳ - ۱۴۰۴
www.SanjeshCloud.ir
T.me/SanjeshClouds

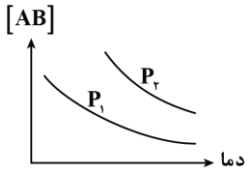
با توجه به محاسبات انجام شده، مول گازهای A، B، C و D به‌ترتیب برابر ۴، ۲، ۱ و ۲ خواهد بود. در پایان با استفاده از ثابت تعادل واکنش مورد نظر، حجم ظرف را به‌دست می‌آوریم:

$$K = \frac{n_C \times (n_D)^۲}{(n_A)^۲ \times (n_B)^۴} \times \left(\frac{۱}{V}\right)^{\Delta n} \xrightarrow{\Delta n = -۳} ۸ = \frac{۱ \times ۴}{۱۶ \times ۱۶} \times V^۳ \Rightarrow V^۳ = ۵۱۲ \Rightarrow V = ۸\,L$$

توجه داریم که در فرمول بالا برای محاسبه مقدار Δn ، مجموع ضرایب مواد گازی واکنش‌دهنده‌ها را از مجموع ضرایب مواد گازی فراورده‌ها کم می‌کنیم.

گروه آموزشی ماز

۱۰۵- نمودار مقابل غلظت تعادلی گاز AB را در واکنش $۲AB(g) \rightleftharpoons ۲A(g) + B_۲(g)$ نمایش می‌دهد. با توجه به این نمودار، کدام‌یک از گزینه‌های زیر درست است؟



۱) $P_۲ > P_۱$ و با کاهش دما مقدار ثابت تعادل نیز کاهش پیدا می‌کند.
۲) $P_۲ > P_۱$ و با افزایش دما، تغییر مول فراورده‌ها با یکدیگر برابر است.
۳) $P_۱ > P_۲$ و با افزایش حجم، غلظت AB در تعادل جدید بیشتر از تعادل اولیه خواهد بود.
۴) $P_۱ > P_۲$ و با افزایش فشار غلظت فراورده‌ها در تعادل جدید بیشتر از تعادل اولیه خواهد بود.

پاسخ: گزینه ۱ (متوسط ـ مفهومی ـ ۱۲۰۴)

معادله موازنه شده واکنش تعادلی انجام شده به‌صورت زیر است:

$$۲AB(g) \rightleftharpoons ۲A(g) + B_۲(g)$$

با توجه به نمودار دما و غلظت واکنش‌دهنده در این تعادل، در یک دمای یکسان، غلظت گاز AB در فشار $P_۲$ بالاتر است. از طرفی می‌دانیم در یک واکنش تعادلی، با افزایش فشار، تعادل به سمتی پیش می‌رود که مجموع ضرایب مواد گازی کوچک‌تر باشد. پس می‌توان گفت که در این تعادل با افزایش فشار، تعادل به سمت تولید بیشتر گاز AB پیش می‌رود. بنابراین می‌توان گفت $P_۲$ از $P_۱$ بزرگ‌تر است. از طرفی در این تعادل با کاهش دما، غلظت فراورده‌ها و درنتیجه ثابت تعادل کاهش پیدا می‌کند. پس می‌توان گفت این تعادل گرماگیر است. در رابطه با واکنش‌های گرماده و گرماگیر، داریم:

- انواع واکنش
  - گرماگیر
    - انرژی فراورده‌ها از واکنش‌دهنده‌ها بالاتر است.
    - فراورده‌ها نسبت به واکنش‌دهنده‌ها ناپایدارتر هستند.
    - از این واکنش‌ها در بسته‌های سرمازا استفاده می‌شود.
    - اندازه انرژی فعال‌سازی بزرگ‌تر از اندازه آنتالپی واکنش است.
    - ثابت تعادل آن‌ها با افزایش دما افزایش و با کاهش دما کاهش پیدا می‌کند.
  - گرماده
    - انرژی فراورده‌ها از واکنش‌دهنده‌ها پایین‌تر است.
    - فراورده‌ها نسبت به واکنش‌دهنده‌ها پایدارتر هستند.
    - از این واکنش‌ها در بسته‌های گرمازا استفاده می‌شود.
    - اندازه انرژی فعال‌سازی بزرگ‌تر، مساوی یا کوچک‌تر از اندازه آنتالپی واکنش است.
    - ثابت تعادل آن‌ها با افزایش دما کاهش و با کاهش دما افزایش پیدا می‌کند.

بررسی سایر گزینه‌ها:

۲ این تعادل از نوع گرماگیر بوده و با افزایش دما در جهت مصرف گرما یعنی به سمت فراورده‌ها پیش می‌رود. با ایجاد تغییر ذکر شده، مول هر کدام از فراورده‌ها به نسبت ضریب استوکیومتری خود در معادله موازنه شده افزایش پیدا می‌کند. به این معنی که تغییر مول گاز A، دو برابر تغییر مول گاز $B_۲$ خواهد بود.

۳ با افزایش حجم ظرف، غلظت همه گازهای موجود در تعادل ناگهان کاهش پیدا می‌کند. واکنش برای مقابله با این تغییر، به سمتی پیش می‌رود که مجموع ضرایب مواد گازی بیشتر است. به این معنی که پس از افزایش حجم، واکنش‌دهنده مصرف شده و فراورده‌ها تولید می‌شوند. توجه داریم که در تعادل جدید، غلظت همه گازها نسبت به غلظت آن‌ها در تعادل اولیه کوچک‌تر است.

۴ با افزایش فشار، غلظت همه گازهای موجود در تعادل ناگهان افزایش پیدا می‌کند. واکنش برای مقابله با این تغییر، به سمتی پیش می‌رود که مجموع ضرایب مواد گازی کمتر است. به این معنی که پس از افزایش فشار، فراورده‌ها مصرف شده و واکنش‌دهنده تولید می‌شود. توجه داریم که در تعادل جدید، غلظت همه گازها نسبت به غلظت آن‌ها در تعادل اولیه بزرگ‌تر است.

گروه آموزشی ماز

۱۴۰۳ - ۱۴۰۴
www.biomaze.ir
سنجش کلاد
www.SanjeshCloud.ir
T.me/SanjeshClouds

مجموعه کتاب های جمع بندی در

۲۴ ساعت

..مسیر یک ساله رو یک شبه طی کن..

منو اسکن کن

سنجش کلاد
www.SanjeshCloud.ir
T.me/SanjeshClouds
digimaze.org