ماز

دفترچه پاسخ

نیم سال اول دوازدهم

پایه دهم

پنجشنبه

۱۴۰۳/۰۸/۰۳

برای دیدن پاسخنامه ویدئویی آزمون
QRcode بالارو اسکن یا روی لینک زیر کلیک کن!

مشاهدهٔ پاسخنامهٔ ویدئویی آزمون

گروه آزمایشی علوم ریاضی و فنی ــ پایهٔ دوازدهم
آزمون الکترونیکی ماز ــ مرحله ۲

درس	مسئول درس	طراحان	ویراستاران
ریاضیات	حسین شفیع‌زاده مهرداد کیوان	حسین شفیع‌زاده ـ مهرداد کیوان نوید یکتا	مهرداد اسپیدکار ـ فرزانه خاکپاش رضا سیدنجفی ـ علیرضا ملک‌حسینی
فیزیک	سجاد صادقی‌زاده سعید احمدی	سعید احمدی ـ امیرمحمد زمانی ـ حسین عبدوی‌نژاد مجید میرزائی ـ آروین صالحی ـ سینا قاضی‌سعیدی سارا قانع ـ محسن قندچلر ـ امیررضا خوینی‌ها محمدجواد سورچی	محمدجواد سورچی ـ حامد نبی‌منصور
شیمی	فرشاد هادیان‌فرد	فرشاد هادیان‌فرد ـ مهسا بایمانی‌نژاد عالیه میرزایی	فرهنگ امیری ـ بنیامین بهرامی علی‌اصغر رضایی ـ رامین رزمجو

مدیر آزمون: دکتر رسول خنجری

حق چاپ و تکثیر سؤالات به هر روش (الکترونیکی و...) پس از برگزاری آزمون برای تمامی اشخاص حقیقی و حقوقی تنها با مجوز «گروه ماز» مجاز می‌باشد و با متخلفین برابر مقررات رفتار می‌شود.
به دلیل عدم رضایت تیم ماز، هرگونه استفادهٔ غیرقانونی از دفترچه سؤالات و پاسخنامه ماز برای تمامی اشخاص، شرعاً حرام است.

AzmonVIP

سلام، به یک شروع دوباره با ماز خوش اومدین.

ما اینجاییم فقط با یک هدف:

مسیر موفقیت شما رو هموار و ساده‌تر کنیم و در این جهت از هیچ تلاشی دریغ نمی‌کنیم.

امسال برای ارتقای آزمون‌های ماز کلی فکر کردیم و هر آزمون یک سری از کارهایی که انجام شده رو بهتون می‌گیم :)

تعدادی از کارهایی که تا این لحظه برای ارتقای کیفیت آزمون ماز انجام شده:

صفحه‌آرایی و فونت دفترچه‌های ماز کاملاً یکسان با کنکور طراحی می‌شن: یعنی هر آزمون ماز یک شبیه‌ساز عینی با کنکور هست تا کاملاً حس کنکور رو درک کنید.

شباهت حداکثری با محتوای سؤالات کنکور: برای حداکثر شباهت با کنکور، حتی از تعداد کلمات استفاده شده در سؤالات هم نگذشتیم و علاوه‌بر درجهٔ سختی و تنوع و ایده‌های جدید، در تعداد کلمات و خطوط سؤالات نیز کاملاً با کنکور یکسان خواهیم بود.

به جای ماهی، ماهیگیری یاد بگیر: در تمام دروس با بیان استراتژی‌های حل سؤال، نکات کلیدی، قلق‌های حل تست و ...، کاری کردیم که بعد از تحلیل پاسخ هر تست، بتونید تست‌های مشابه‌ش رو در آینده پاسخ بدین!

در جریان اهداف کوتاه‌مدت، میان‌مدت و بلندمدت آزمون قرار بگیرید: اگه اهداف میان‌مدت رو ندونید، کورکورانه به سمت یک هدف فرضی حرکت می‌کنید و فقط یک درجه انحراف در مسیر می‌تونه کیلومترها شما رو از مقصد دور کنه. در ابتدای دفترچه سؤالات هر مرحله از آزمون، اهداف کوتاه‌مدت، میان‌مدت و بلندمدت خودتون رو مرور کنید تا با دید درست‌تر و نگاهی دقیق‌تر به سمت مقصد برنامه‌ریزی و حرکت کنید.

کارنامهٔ هوشمند برای ارزیابی دقیق‌تر: کارنامهٔ هوشمند هم به کارنامهٔ اصلی ماز اضافه شده؛ مدل کاری کارنامهٔ هوشمند این‌طوری هست که یک سیستم هوش مصنوعی، به دقت مدل و الگوی پاسخ‌دهی شما به سؤالات رو بررسی می‌کنه و با توجه به این مدل پاسخ‌گویی، در هر درس یک سری توصیه و راهنمایی می‌کنه. با استفاده از این راهنمایی‌ها، شما می‌تونید روند مطالعاتی خودتون رو اصلاح کنید و نتیجهٔ بهتری از آزمون‌ها بگیرید. برای بازدهی بهتر، کارنامهٔ هوشمند فقط در برخی از آزمون‌های ماز که بودجه‌بندی مهم‌تری دارن، فعال خواهد شد.

کلام آخر:

یک تیم با بیش از ۵۰۰ نفر در حال کار هستن تا آزمون‌های ماز با حداکثر کیفیت حاضر بشن و به شما کمک کنن و مسیر موفقیت رو براتون ساده‌تر کنن. همیشه از نظرات و کامنت‌های خوب‌تون انرژی می‌گیریم. مرسی که همراهمون هستین.

راستی! حتماً در نظرسنجی آزمون شرکت کنین و نظرات و پیشنهادات‌تون رو برامون بنویسین.

کنکوری عزیز ماز

دیگه به نظرم وقتشه که از حال و هوای تابستون در بیاین و یکم درس رو جدی بگیرین!

بریم با هم آزمون رو بررسی کنیم، در حسابان دوازدهم، تابع معکوس، اعمال جبری و انتقال توابع رو بررسی می‌کنیم که مباحث مهمی از تابع هستن. تابع معکوس **حداقل یک تست** در کنکور داره و انتقال و اعمال جبری می‌تونن به صورت مستقل تست داشته باشن یا با مفاهیم دیگری مثل حد و مشتق ترکیب بشن، پس از اهمیت اون‌ها غافل نشین. **دو تست** هم از ماتریس‌ها در کنکور داریم، پس حسابی از این درس جذاب و دوست‌داشتنی تست بزنین. از هندسهٔ دهم با اصلی‌ترین موضوع یعنی تالس، تشابه و چندضلعی‌ها مواجهین که تالس و تشابه هر کدوم **همواره یک تست** و چندضلعی‌ها هم **می‌تونن یه تست** کنکور رو برای شما تشکیل بدن، پس حواستون به این مباحث باشه و به خوبی روشون کار کنین. از طرفی در گسسته هم با بحث مهم نظریهٔ اعداد سر و کار داریم که سعی کنین تست زیاد بزنین تا با مدل‌های متنوع این بحث هم آشنا بشین.

آرزومند آرزوهایتان...

حسین شفیع‌زاده - رتبهٔ ۶ کنکور ۶۷ و مسئول درس ریاضی آزمون ماز

۱- اگر $A(۲,b)$ روی نمودار $y_۱=۳-۲f(۴-\frac{x}{۲})$ و $A'(a,۴)$ روی نمودار $y_۲=۱+f(\frac{x+۴}{a})$ متناظر با یکدیگر باشند، مقدار $a-b$ کدام است؟

۱) -۵ ۲) ۵ ۳) -۱ ۴) ۱

پاسخ: گزینه ۲ (متوسط ـ محاسباتی ـ ۱۲۰۱)

نقطه A روی نمودار تابع $y_۱$ است، پس:

$$b=۳-۲f(۴-\frac{۲}{۲})\Rightarrow b=۳-۲f(۳)\Rightarrow f(۳)=\frac{۳-b}{۲}$$

به همین ترتیب A' روی نمودار تابع $y_۲$ داده شده است. بنابراین:

$$۴=۱+f(\frac{a+۴}{a})\Rightarrow f(۱+\frac{۴}{a})=۳$$

$$۱+\frac{۴}{a}=۳\Rightarrow a=۲\ ,\ \frac{۳-b}{۲}=۳\Rightarrow b=-۳$$

$$\Rightarrow a-b=۵$$

نقطهٔ متناظر در تابع $y=f(x)$ با تابع $y=af(bx+c)+d$

هرگاه نقطهٔ $A(x_۰,y_۰)$ بر روی نمودار تابع $y=f(x)$ باشد، آن‌گاه **نقطهٔ متناظر آن** بر روی $y=af(bx+c)+d$ به صورت زیر محاسبه می‌شود:

$$\begin{cases}\text{مختصات } x \text{ متناظر}: x=\dfrac{x_۰-c}{b}\\ \text{مختصات } y \text{ متناظر}: y=af(x_۰)+d\end{cases}$$

گروه آموزشی ماز

۲- تابع $y=\frac{۱}{x+۱}$ را دو واحد به چپ انتقال داده و وارون آن را تابع $y=f(x)$ می‌نامیم. در ادامه تابع $y=\frac{۱}{x+۱}$ را در مرحله اول وارون کرده و سپس آن را دو واحد به چپ انتقال داده و آن را $g(x)$ می‌نامیم. مقدار $fog(-۳)$ چه عددی است؟

۱) $-\frac{۸}{۳}$ ۲) $-\frac{۱۰}{۳}$ ۳) $-\frac{۷}{۲}$ ۴) $-\frac{۵}{۲}$

پاسخ: گزینه ۳ (متوسط ـ مفهومی / محاسباتی ـ ۱۲۰۱)

$$y=\frac{۱}{x+۱}\xrightarrow[x\to x+۲]{\text{۲ واحد به چپ}}y=\frac{۱}{x+۳}\xrightarrow{\text{وارون}}f(x)=\frac{-۳x+۱}{x}$$

$$y=\frac{۱}{x+۱}\xrightarrow{\text{وارون}}y=\frac{-x+۱}{x}\xrightarrow[x\to x+۲]{\text{۲ واحد به چپ}}g(x)=\frac{-(x+۲)+۱}{x+۲}$$

$$g(x)=\frac{-x-۱}{x+۲}\ ,\ f(x)=\frac{-۳x+۱}{x}$$

$$fog(-۳)=f\big(g(-۳)\big)=f(-۲)=-\frac{۷}{۲}$$

۱۴۰۳ - ۱۴۰۴
www.biomaze.ir

AzmonVIP

انتقال تابع

انتقال‌های تابع را می‌توان به دو دسته بخش‌بندی کرد:

- تاثیر بر دامنه تابع
- تاثیر بر برد تابع

(k عددی مثبت فرض شود)

۱) $y = f(x) \pm k$ (تاثیر بر برد)

$y = f(x) + k$: به اندازهٔ k واحد به سمت بالا

$y = f(x) - k$: به اندازهٔ k واحد به سمت پایین

۲) $y = f(x \pm k)$ (تاثیر بر دامنه)

$y = f(x + k)$: به اندازهٔ k واحد به سمت چپ

$y = f(x - k)$: به اندازهٔ k واحد به سمت راست

۳) $y = -f(x)$ (تاثیر بر برد)

نمودار تابع را نسبت به محور xها قرینه می‌کنیم.

۴) $y = f(-x)$ (تاثیر بر دامنه)

نمودار تابع را نسبت به محور yها قرینه می‌کنیم.

۵) $y = kf(x)$ (تاثیر بر برد)

$k > ۱$: انبساط نمودار در راستای محور yها با ضریب k

$۰ < k < ۱$: انقباض نمودار در راستای محور yها با ضریب k

۶) $y = f(kx)$ (تاثیر بر دامنه)

$k > ۱$: انقباض نمودار با ضریب $\frac{۱}{k}$ در راستای محور xها

$۰ < k < ۱$: انبساط نمودار با ضریب $\frac{۱}{k}$ در راستای محور xها

گروه آموزشی ماز

۳- تابع $y = ۳f(۲ - \frac{x}{۳})$ را نسبت به مبدأ مختصات قرینه کرده و آن را وارون می‌کنیم. ضابطه تابع حاصل کدام است؟

۱) $۲f^{-۱}(-\frac{x}{۲}) + ۶$ ۲) $-۲f^{-۱}(-\frac{x}{۲}) - ۱$ ۳) $۳f^{-۱}(\frac{x}{۲}) + ۱$ ۴) $۳f^{-۱}(-\frac{x}{۳}) - ۶$

پاسخ: گزینه ۴ (آسان ـ محاسباتی ـ ۱۲۰۱)

ابتدا تابع را نسبت به مبدأ مختصات قرینه می‌کنیم، یعنی همزمان x و y را منفی می‌کنیم.

$$y = -۳f(۲ + \frac{x}{۳})$$

حال آن را وارون می‌کنیم.

$$-\frac{y}{۳} = f(۲ + \frac{x}{۳}) \Rightarrow ۲ + \frac{x}{۳} = f^{-۱}(-\frac{y}{۳})$$

$$\frac{x}{۳} = f^{-۱}(-\frac{y}{۳}) - ۲ \Rightarrow x = ۳f^{-۱}(-\frac{y}{۳}) - ۶$$

پس تابع معکوس برابر است با: $y = ۳f^{-۱}(-\frac{x}{۳}) - ۶$

قرینهٔ تابع نسبت به مبدأ مختصات

قرینه تابع $y = f(x)$ نسبت به مبدأ مختصات به صورت $y = -f(-x)$ می‌باشد.

نکته

قرینه تابع $y = f(ax + b)$ نسبت به مبدأ مختصات به صورت $y = -f(-ax + b)$ می‌باشد.

قرینه تابع نسبت به محور xها

آزمون وی ای پی

قرینه تابع $y = f(x)$ نسبت به محور xها به صورت $y = -f(x)$ می‌باشد.

نکته

قرینه تابع $y = f(ax + b)$ نسبت به محور xها به صورت $y = f(-ax + b)$ می‌باشد.

www.biomaze.ir
۱۴۰۳ - ۱۴۰۴
AzmonVIP

قرینه تابع نسبت به محور yها

قرینه تابع $y=f(x)$ نسبت به محور yها به صورت $y=f(-x)$ می‌باشد.

نکته

قرینه تابع $y=f(ax+b)$ نسبت به محور xها به صورت $y=-f(ax+b)$ می‌باشد.

قرینه تابع نسبت به خط $y=x$

قرینه تابع نسبت به خط $y=x$ همان **وارون** تابع $f(x)$ یعنی $f^{-1}(x)$ می‌باشد.

قرینه تابع نسبت به خط $x=k$

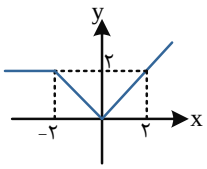
قرینه تابع $y=f(x)$ نسبت به خط $x=k$ به صورت $y=f(2k-x)$ می‌باشد.

نکته

قرینه تابع $y=f(ax+b)$ نسبت به خط $x=k$ به صورت $y=f\left(a(2k-x)+b\right)$ می‌باشد.

گروه آموزشی ماز

۴- نمودار تابع $y=2x+f(x)$ شکل روبه‌رو است. تابع $y=-x-f(x)$ در کدام بازه صعودی اکید است؟



۱) $[0,+\infty)$

۲) $[-2,2]$

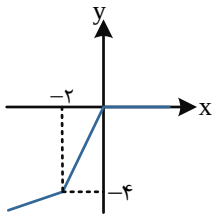
۳) $(-\infty,0]$

۴) $[0,2]$

پاسخ: گزینه ۳ (متوسط ـ مفهومی / محاسباتی ـ ۱۲۰۱)

$$2x+f(x)=\begin{cases}x & x\geq 0\\ -x & -2\leq x\leq 0\\ 2 & x\leq -2\end{cases}$$

$$f(x)=\begin{cases}-x & x\geq 0\\ -3x & -2\leq x\leq 0\\ 2-2x & x\leq -2\end{cases}\Rightarrow -x-f(x)=\begin{cases}0 & x\geq 0\\ 2x & -2\leq x\leq 0\\ x-2 & x\leq -2\end{cases}$$



در بازه $(-\infty,0]$ صعودی اکید است.

گروه آموزشی ماز

۵- سهمی $f(x)=(x-1)^2-4$ داده شده است. اگر نمودار f را یک واحد به چپ انتقال دهیم بر نمودار تابع $y=b+4f(\frac{a-x}{2})$ منطبق خواهد شد، ab کدام است؟

۱) ۱۲

۲) ۲۴

۳) -24

۴) -18

پاسخ: گزینه ۲ (متوسط ـ محاسباتی ـ ۱۲۰۱)

اگر f را یک واحد به چپ انتقال دهیم ضابطه جدید $y=x^2-4$ خواهد شد، اما از طرفی:

$$y=b+4(\frac{a-x}{2}-1)^2-16$$

$$y=b+4(\frac{x^2+a^2-2ax}{4}-a+x+1)-16\Rightarrow y=b+(x^2+a^2-2ax-4a+4x+4)-16$$

$$y=b+x^2+(4-2a)x+a^2-4a-12$$

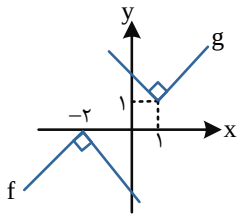
با مقایسه دو تابع داریم:

$$a=2\ ,\ a^2-4a-12+b=-4$$

$$4-8-12+b=-4\Rightarrow b=12\Rightarrow ab=24$$

گروه آموزشی ماز

۶- توابع رسم شده در شکل مقابل از انتقال و قرینه‌یابی تابع $y=|x|$ به دست آمده‌اند. اگر $g(x)+f(x+a)=b$ باشد، حاصل ab کدام است؟



۱) -3

۲) ۳

۳) ۶

۴) -6

AzmonVIP
www.biomaze.ir
۱۴۰۳ - ۱۴۰۴

پاسخ: گزینه ۱ (آسان ـ محاسباتی ـ ۱۲۰۱)

اگر نمودار $g(x)$ را ۳ واحد به چپ و یک واحد به پایین انتقال دهیم، قرینه نمودار f نسبت به محور طول‌ها خواهد شد. پس:

$$g(x+3)-1=-f(x)\Rightarrow g(x+3)+f(x)=1$$

حال می‌توانیم به جای x هر عبارت خطی را قرار دهیم، مثلاً به جای x قرار می‌دهیم $x-3$ و داریم:

$$g(x)+f(x-3)=1$$

$$a=-3\ ,b=1\Rightarrow ab=-3$$

گروه آموزشی ماز

۷- اگر $f(x)=3x+2\sqrt{x}$ به طوری که $f(4\alpha+9)<f(2-3\alpha)$ باشد، حدود α کدام است؟

۱) $(-1,\frac{2}{3})$ ۲) $(\frac{2}{3},1)$ ۳) $(-1,\frac{2}{3}]$ ۴) $(-\frac{9}{4},-1)$

پاسخ: گزینه ۳ (متوسط ـ مفهومی ـ ۱۲۰۱)

f تابع صعودی اکید با دامنه $[0,+\infty)$ است، پس:

$$x_1<x_2\Rightarrow f(x_1)<f(x_2)$$

$$\begin{cases}2-3\alpha<4\alpha+9\Rightarrow 7\alpha>-7\Rightarrow \alpha>-1 & (1)\\ 2-3\alpha\geq 0\Rightarrow \alpha\leq\frac{2}{3} & (2)\\ 4\alpha+9\geq 0\Rightarrow \alpha\geq-\frac{9}{4} & (3)\end{cases}$$

پس در نهایت:

$$\xrightarrow{(1)\cap(2)\cap(3)} -1<\alpha\leq\frac{2}{3}\Rightarrow\alpha\in(-1,\frac{2}{3}]$$

بررسی یکنوایی تابع $y=f(x)$

تابع f را اکیداً صعودی می‌نامیم هرگاه به ازای هر x_1 و x_2 عضو دامنه $y=f(x)$:

$$x_1<x_2\Rightarrow f(x_1)<f(x_2)$$

بررسی ویژگی‌های تابع اکیداً صعودی

۱) یک‌به‌یک است.

۲) وارون‌پذیر می‌باشد.

۳) وارون آن نیز اکیداً صعودی می‌باشد.

تابع f را اکیداً نزولی می‌نامیم هرگاه به ازای هر x_1 و x_2 عضو دامنه $y=f(x)$:

$$x_1<x_2\Rightarrow f(x_1)>f(x_2)$$

بررسی ویژگی‌های تابع اکیداً نزولی

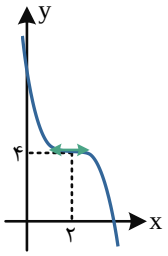
۱) یک‌به‌یک است.

۲) وارون‌پذیر می‌باشد.

۳) وارون آن نیز اکیداً نزولی می‌باشد.

گروه آموزشی ماز

۸- نمودار تابع $f(x)=-x^3+ax^2+bx+c$ شکل مقابل است. مقدار $f^{-1}(c)$ چه عددی است؟



۱) -1

۲) 1

۳) -2

۴) صفر

پاسخ: گزینه ۴ (آسان ـ محاسباتی ـ ۱۲۰۱)

با توجه به نمودار داده شده:

$$f(x)=-(x-2)^3+4\Rightarrow f(x)=-(x^3-6x^2+12x-8)+4$$

$$=-x^3+6x^2-12x+12\Rightarrow\begin{cases}a=6\\ b=-12\\ c=12\end{cases}$$

www.biomaze.ir
۱۴۰۳ - ۱۴۰۴

باید $f^{-1}(۱۲)$ را پیدا کنیم، بنابراین:

$$f^{-1}(۱۲)=\alpha \Rightarrow f(\alpha)=۱۲ \Rightarrow \alpha=۰$$

پس:

$$f^{-1}(۱۲)=۰$$

تابع درجهٔ ۳

برای رسم نمودار تابع $f(x)=a(x-b)^۳+c$ از انتقال تابع $y=x^۳$ استفاده می‌شود.

ویژگی‌های تابع $y=kx^۳$

۱) یک‌به‌یک می‌باشد.

۲) وارون‌پذیر است.

۳) $k>۰$: اکیداً صعودی می‌باشد.

$k<۰$: اکیداً نزولی می‌باشد.

۴) دامنه و برد آن برابر با $\mathbb{R}$ می‌باشد.

گروه آموزشی ماز

۹- تابع $f(x)=۲^x-۱$ مفروض است. طول نقاط نمودار f را نصف کرده و نمودار آن را ۲۱ واحد به سمت بالا انتقال می‌دهیم. تابع g به دست می‌آید. مجموع ریشه‌های معادلهٔ $g(x)=۱۲f(x)$ کدام است؟

۱) ۵ ۲) ۱۲ ۳) ۸ ۴) ۶

پاسخ: گزینه ۱ (آسان ـ مفهومی / محاسباتی ـ ۱۲۰۱)

طول نقاط را نصف کنیم تابع $f(۲x)$ به دست می‌آید و ۲۱ واحد به سمت بالا انتقال دهیم تابع $f(۲x)+۲۱$ به دست می‌آید، پس $g(x)=f(۲x)+۲۱$ است.

$$f(۲x)+۲۱=۱۲f(x) \Rightarrow ۲^{۲x}-۱+۲۱=۱۲(۲^x-۱)$$

$$۲^x=t \Rightarrow t^۲+۲۰=۱۲t-۱۲ \Rightarrow t^۲-۱۲t+۳۲=۰$$

$$\Rightarrow \begin{cases} t=۴ \Rightarrow ۲^x=۴ \Rightarrow x=۲ \\ t=۸ \Rightarrow ۲^x=۸ \Rightarrow x=۳ \end{cases} \Rightarrow \text{جمع}=۵$$

گروه آموزشی ماز

۱۰- مجموعه جواب نامعادلهٔ $(\frac{۸}{۵\sqrt{۵}})^{x^۲-۳} \le (۰/۸)^{x-۴}$ به صورت $[\alpha,\beta]$ است. حاصل $\beta-۳\alpha$ کدام است؟

۱) -۳ ۲) ۱ ۳) ۲ ۴) صفر

پاسخ: گزینه ۳ (آسان ـ مفهومی / محاسباتی ـ ۱۲۰۱)

دقت کنید که:

$$\begin{cases} ۰/۸=\frac{۴}{۵}=(\frac{۲}{\sqrt{۵}})^۲ \\ \frac{۸}{۵\sqrt{۵}}=(\frac{۲}{\sqrt{۵}})^۳ \end{cases}$$

$$(\frac{۲}{\sqrt{۵}})^{۲x-۸} \le (\frac{۲}{\sqrt{۵}})^{۳x^۲-۹}$$

پس:

چون $(\frac{۲}{\sqrt{۵}})^x$ نزولی است، پس:

$$۲x-۸ \ge ۳x^۲-۹ \Rightarrow ۳x^۲-۲x-۱ \le ۰ \Rightarrow -\frac{۱}{۳} \le x \le ۱ \Rightarrow \beta-۳\alpha=۱+۱=۲$$

گروه آموزشی ماز

www.biomaze.ir
۱۴۰۳ - ۱۴۰۴

AzmonVIP

۱۱- فرض کنید $fog(x)=a-\frac{۱}{x-۲}$ و $f(x)=\frac{۳x}{x-۱}$ باشد، اگر $g(x)$ تابعی خطی باشد، مقدار a کدام است؟

۱) ۱ ۲) ۲ ۳) ۳ ۴) ۴

پاسخ: گزینه ۳ (متوسط ـ مفهومی / محاسباتی ـ ۱۱۰۲)

فرض کنید $g(x)=t$ باشد، پس:

$$\begin{cases} f(t)=\frac{۳t}{t-۱} \\ fog(x)=f(t)=a-\frac{۱}{x-۲} \end{cases} \Rightarrow \frac{۳t}{t-۱}=a-\frac{۱}{x-۲}$$

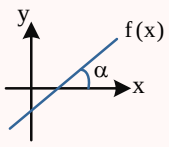
$$\Rightarrow ۳xt-۶t=(t-۱)(ax-۲a-۱) \Rightarrow ۳xt-۶t=t(ax-۲a-۱)-ax+۲a+۱$$

$$\Rightarrow t(ax-۲a-۱-۳x+۶)=ax-۲a-۱ \Rightarrow t=\frac{ax-۲a-۱}{(a-۳)x-۲a+۵}$$

به شرطی این تابع خطی است که $a=۳$ باشد.

تابع خطی

تابعی که به صورت $f(x)=ax+b$ تعریف شود را **تابع خطی** می‌نامیم.



۱) شیب خط $=a=\tan\alpha$

۲) محل تلاقی با محور yها (عرض از مبدأ) $(۰,b)$

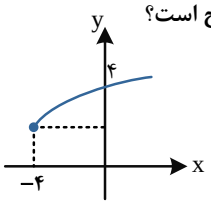
نکته

۱) هرگاه در بحث ترکیب توابع، ضابطهٔ fog و g معلوم باشد، در این حالت از تغییر متغیر $g(x)=t$ کمک می‌گیریم و x را برحسب t پیدا می‌کنیم و در ضابطهٔ $fog(x)$ قرار می‌دهیم.

۲) هرگاه در بحث ترکیب توابع، ضابطهٔ fog و f معلوم باشد، در ضابطهٔ تابع $f(x)$ به جای x، $g(x)$ قرار می‌دهیم تا $f(g(x))$ حاصل شود و بعد مساوی fog قرار می‌دهیم تا ضابطهٔ $g(x)$ حاصل شود.

گروه آموزشی ماز

۱۲- نمودار تابع $f(x)=a+\sqrt{x+b}$ به صورت مقابل است. اگر $g(x)=f(۳-x)$ باشد، دامنهٔ تابع $gof(x)$ شامل چند عدد صحیح است؟



۱) ۲۵
۲) ۲۶
۳) ۱۲
۴) ۱۳

پاسخ: گزینه ۲ (متوسط ـ ترکیبی / محاسباتی ـ ۱۱۰۲)

نمودار تابع در بازهٔ $[-۴,+\infty)$ رسم شده است، پس $b=۴$ است.

$$f(۰)=۴ \Rightarrow a+\sqrt{b}=۴ \xrightarrow{b=۴} a=۲$$

$$\Rightarrow f(x)=۲+\sqrt{x+۴}$$

$$g(x)=f(۳-x)=۲+\sqrt{۷-x}$$

$$D_{gof}=\{x\in D_f \mid f(x)\in D_g\}=\{x\geq -۴ \mid ۲+\sqrt{x+۴}\leq ۷\}$$

$$=\{x\geq -۴ \mid x\leq ۲۱\}=[-۴,۲۱]$$

این بازه شامل ۲۶ عدد صحیح است.

بررسی تابع $y=k\sqrt{ax+b}+c$

ویژگی‌ها

۱) یک‌به‌یک می‌باشد.

۲) وارون‌پذیر می‌باشد.

۳) تابع اکیداً یکنوا می‌باشد.

دامنهٔ ترکیب توابع

برای محاسبهٔ دامنهٔ ترکیب توابع داریم:

- $D_{gof}=\{x\in D_f \mid f(x)\in D_g\}$
- $D_{fog}=\{x\in D_g \mid g(x)\in D_f\}$

AzmonVIP
www.biomaze.ir
۱۴۰۳ - ۱۴۰۴

۱۳- اگر $f^{-1}=\{(۳,۲),(۴,-۱),(۵,-۲),(۲,۳)\}$ و $g(x)=\frac{۱۲}{x-۱}$ باشد، مجموع اعضای برد تابع gof کدام است؟

۱) ۲۴ ۲) ۲۵ ۳) ۲۶ ۴) ۲۷

پاسخ: گزینه ۲ آزمون وی ای پی (آسان ـ ترکیبی ـ ۱۱۰۲)

ابتدا دقت کنید که: $f=\{(۲,۳),(-۱,۴),(-۲,۵),(۳,۲)\}$

دامنهٔ gof برابر $\{x\in D_f \mid f(x)\in D_g\}$ است، پس $D_{gof}=\{۲,-۱,-۲,۳\}$ است.

$gof(۲)=g(۳)=۶$

$gof(-۱)=g(۴)=۴$

$gof(-۲)=g(۵)=۳$

$gof(۳)=g(۲)=۱۲$

$\Rightarrow gof=\{(۲,۶),(-۱,۴),(-۲,۳),(۳,۱۲)\}$

$R_{gof}=\{۶,۴,۳,۱۲\}\Rightarrow$ مجموع اعضای برد $=۲۵$

گروه آموزشی ماز

۱۴- نمودار تابع $f(x)=\frac{۲x+۳}{x+m-۱}$ بر وارون خود منطبق است. اگر نمودار تابع $y=f(-\frac{۲}{x})$ نمودار وارون خود را در نقاطی به طول α و β قطع کند، حاصل $\frac{۱}{\alpha}+\frac{۱}{\beta}$ کدام است؟

۱) $\frac{۵}{۴}$ ۲) $\frac{۴}{۳}$ ۳) $\frac{۳}{۵}$ ۴) $\frac{۴}{۵}$

پاسخ: گزینه ۱ (متوسط ـ ترکیبی / محاسباتی ـ ۱۱۰۲)

به شرطی نمودار $y=\frac{ax+b}{cx+d}$ بر وارون خود منطبق است که $a=-d$ باشد.

$۲=-(m-۱)\Rightarrow m=-۱\Rightarrow f(x)=\frac{۲x+۳}{x-۲}$

$f(\frac{-۲}{x})=\frac{-\frac{۴}{x}+۳}{-\frac{۲}{x}-۲}=\frac{۳x-۴}{-۲-۲x}$

حال نمودار $f(\frac{-۲}{x})$ را با نیمساز ناحیه اول و سوم $(y=x)$ قطع می‌دهیم. دقت کنید نقاط برخورد تابع $f(-\frac{۲}{x})$ با معکوسش فقط روی خط $y=x$ قرار می‌گیرد. پس:

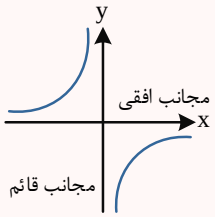
$\frac{۳x-۴}{-۲-۲x}=x\Rightarrow ۲x^۲+۵x-۴=۰$

$\frac{۱}{\alpha}+\frac{۱}{\beta}=\frac{\alpha+\beta}{\alpha\beta}=\frac{-\frac{۵}{۲}}{-\frac{۴}{۲}}=\frac{۵}{۴}$

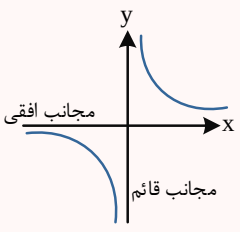
تابع هموگرافیک

تابع $f(x)=\frac{ax+b}{cx+d}$ با شرط $c\neq ۰$ و $\frac{a}{c}\neq\frac{b}{d}$ **تابع هموگرافیک** می‌گوییم، آن‌گاه:

۱) هرگاه $ad-bc>۰$ تابع در ربع دوم و چهارم مجانب‌هایش قرار می‌گیرد.



۲) هرگاه $ad-bc<۰$ تابع در ربع اول و سوم مجانب‌هایش قرار می‌گیرد.



www.biomaze.ir ۱۴۰۳ - ۱۴۰۴

AzmonVIP

۳) $D_f = \mathbb{R} - \left\{-\frac{d}{c}\right\}$ ، $R_f = \mathbb{R} - \left\{\frac{a}{c}\right\}$

۴) یک‌به‌یک می‌باشد.

۵) وارون‌پذیر است:

$$y = \frac{ax+b}{cx+d} \Rightarrow y^{-1} = \frac{-dx+b}{cx-a}$$

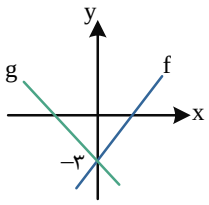
نکته

هرگاه $a + d = 0$ باشد، وارون آن بر خودش منطبق است.

$$a = -d \Rightarrow f^{-1}(x) = f(x)$$

گروه آموزشی ماز

۱۵- نمودار توابع خطی f و g به صورت مقابل است. اگر $f^{-1}og(x) = -3x + g(-1)$ باشد، مقدار $gof^{-1}(4)$ کدام است؟



۱) -18

۲) -24

۳) -15

۴) -12

پاسخ: گزینه ۲ (متوسط ـ ترکیبی / محاسباتی ـ ۱۱۰۲)

فرض کنید $f(x) = ax - 3$ و $g(x) = bx - 3$ باشد، پس: $f^{-1}(x) = \frac{x+3}{a}$

$$\frac{b}{a}x = -3x + g(-1) = -3x - b - 3 \Rightarrow \frac{b}{a}x = -3x - b - 3$$

$$\Rightarrow \begin{cases} -b - 3 = 0 \Rightarrow b = -3 \\ \frac{b}{a} = -3 \xrightarrow{b=-3} a = 1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} f(x) = x - 3 \\ g(x) = -3x - 3 \end{cases}$$

$$gof^{-1}(4) = g(7) = -24$$

گروه آموزشی ماز

۱۶- اگر $2^a = 9$ و $\log_{\sqrt{2}}^{b} = 3a - 2$ باشد، حاصل $\log_3^{6b}$ کدام است؟

۱) ۱ ۲) ۲ ۳) ۳ ۴) ۴

پاسخ: گزینه ۴ (متوسط ـ محاسباتی ـ ۱۱۰۳)

$$3a - 2 = \log_{\sqrt{2}}^{b} = 2\log_2^b \Rightarrow \log_2^b = \frac{3a-2}{2}$$

$$\Rightarrow b = 2^{\frac{3a-2}{2}} = 2^{\frac{3a}{2}} \times 2^{-1} = (2^a)^{\frac{3}{2}} \times \frac{1}{2} = (9)^{\frac{3}{2}} \times \frac{1}{2} = \frac{27}{2} \Rightarrow b = \frac{27}{2}$$

$$\Rightarrow 6b = 81 \Rightarrow \log_3^{6b} = \log_3^{81} = 4$$

ویژگی‌های توابع log $(c \neq 1, a, b, c > 0)$

۱) $\log_c^1 = 0$

۲) $\log_c^c = 1$

۳) $\log_c^{ab} = \log_c^a + \log_c^b$

۴) $\log_c^{\frac{a}{b}} = \log_c^a - \log_c^b$

۵) $\log_{c^n}^{a^m} = \frac{m}{n}\log_c^a = \log_c^{a^{\frac{m}{n}}} = \log_{c^{\frac{n}{m}}}^a$

۶) $\log_b^a = \frac{\log_c^a}{\log_c^b} \quad (b \neq 1)$

۷) $\log_c^a = \frac{1}{\log_a^c} \quad (a \neq 1)$

۸) $a^{\log_c^b} = b^{\log_c^a}$

گروه آموزشی ماز

AzmonVIP
www.biomaze.ir
۱۴۰۳ - ۱۴۰۴

۱۷- اگر $x=a$ جواب معادلهٔ $\log_{۲}^{(x-۱)^{۲}}-۲\log_{۲}^{(۱-x)}=-۲$ باشد، حاصل $(a-۱)^{۳}$ کدام است؟

۱) ۴ ۲) -۴ ۳) ۸ ۴) -۸

پاسخ: گزینه ۲ (آسان ـ محاسباتی ـ ۱۱۰۲)

با توجه به دامنه، $x-۱$ مثبت است، پس:

$$\log_{۲}^{(۱-x)}-۴\log_{۲}^{(۱-x)}=-۲\Rightarrow\log_{۲}^{(۱-x)}=\frac{۲}{۳}$$

$$\Rightarrow ۱-x=۲^{\frac{۲}{۳}}\Rightarrow x=a=۱-\sqrt[۳]{۴}\Rightarrow(a-۱)^{۳}=-۴$$

حل معادلات لگاریتمی

۱) $\log_a^{f(x)}=b\xrightarrow[(a>۰)]{a\neq۱}f(x)=a^b$

۲) $\log_a^{f(x)}=\log_a^{g(x)}\xrightarrow[a\neq۱]{(a>۰)}f(x)=g(x)$

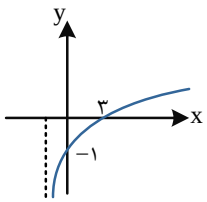
در گام اول برای حل معادلات لگاریتمی باید طرفین را تا جای ممکن ساده کرد، سپس آن را حل می‌کنیم. حواستان باشد:

جواب‌های به دست آمده از حل معادلهٔ لگاریتمی را بایستی در معادلهٔ اولیه بررسی کنید، برای این موضوع باید به دامنه لگاریتمی تسلط داشته باشید:

$$h(x)=\log_{g(x)}^{f(x)}\Rightarrow\begin{cases}f(x)>۰ & (۱)\\ g(x)>۰ & (۲)\\ g(x)\neq۱ & (۳)\end{cases}\qquad D_h=۱\cap۲\cap۳$$

گروه آموزشی ماز

۱۸- شکل مقابل، نمودار تابع $f(x)=-۲+\log_b^{(ax+۲b-۳)}$ است. حاصل $a-b$ کدام است؟



۱) -۱
۲) ۱
۳) ۳
۴) -۳

پاسخ: گزینه ۱ (متوسط ـ مفهومی ـ ۱۱۰۳)

با توجه به نمودار $f(۰)=-۱$ و $f(۳)=۰$ است. ببینید:

$$f(۰)=-۱\Rightarrow-۲+\log_b^{(۲b-۳)}=-۱\Rightarrow\log_b^{(۲b-۳)}=۱\Rightarrow۲b-۳=b\Rightarrow b=۳$$

$$f(۳)=۰\Rightarrow-۲+\log_۳^{(۳a+۳)}=۰\Rightarrow\log_۳^{(۳a+۳)}=۲\Rightarrow۳a+۳=۹\Rightarrow a=۲\Rightarrow a-b=-۱$$

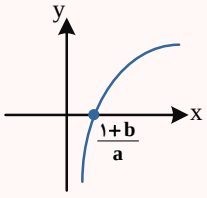
نمودارهای تابع $y=k\log_c^{(ax-b)}$

۱) $a,k>۰\ ,\ c>۱$

یک‌به‌یک است.

وارون‌پذیر می‌باشد.

تابع **اکیداً صعودی** است.

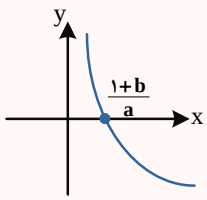


۲) $a,k>۰\ ,\ ۰<c<۱$

یک‌به‌یک است.

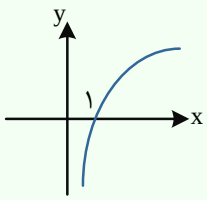
وارون‌پذیر می‌باشد.

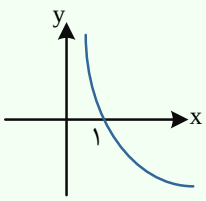
تابع **اکیداً نزولی** است.



نکته

تابع $y=\log_a^x$ همواره از نقطهٔ $(۱,۰)$ عبور می‌کند.





گروه آموزشی ماز

AzmonVIP
www.biomaze.ir
۱۴۰۳ - ۱۴۰۴

۱۹- اگر مجموع ریشه‌های معادلهٔ $x+\log_۲^{m}=\log_۲^{(n+۴^x)}$ برابر ۳ باشد. مقدار n کدام است؟

۱) ۸ ۲) ۱۰ ۳) ۱۲ ۴) ۶

پاسخ: گزینه ۱ (متوسط ـ مفهومی ـ ۱۱۰۳)

$$x=\log_۲^{(n+۴^x)}-\log_۲^{m}=\log_۲^{\frac{n+۴^x}{m}}\Rightarrow\frac{n+۴^x}{m}=۲^x\Rightarrow ۴^x-m۲^x+n=۰$$

فرض کنید $۲^x=t$، پس $t^۲-mt+n=۰$ و از طرفی، چون $x_۱+x_۲=۳$، پس $t_۱t_۲=۲^{x_۱}\times ۲^{x_۲}=۲^۳=۸$ و لذا $n=۸$ است.

گروه آموزشی ماز

۲۰- کالایی در پایان هر سال، ۱۲ درصد از ارزش خود را از دست می‌دهد. پس از چند سال ۲۲ درصد از ارزش آن باقی می‌ماند؟

$(\log ۲=۰/۳۰۱\ ,\ \log ۱۱=۱/۰۴۱)$

۱) ۱۳/۵ ۲) ۱۰/۵ ۳) ۱۱/۷۵ ۴) ۱۲/۲۵

پاسخ: گزینه ۳ (متوسط ـ مفهومی ـ ۱۱۰۳)

در پایان هر سال، ۸۸ درصد ارزش کالا باقی می‌ماند. بنابراین، پس از n سال، $(۰/۸۸)^n$ از ارزش کالا باقی خواهد ماند.

$$(۰/۸۸)^n=۰/۲۲\Rightarrow n=\log_{۰/۸۸}^{۰/۲۲}$$

$$\Rightarrow n=\frac{\log ۰/۲۲}{\log ۰/۸۸}=\frac{\log ۲۲-۲}{\log ۸۸-۲}=\frac{\log ۲+\log ۱۱-۲}{۳\log ۲+\log ۱۱-۲}$$

$$=\frac{۰/۳۰۱+۱/۰۴۱-۲}{۰/۹۰۳+۱/۰۴۱-۲}=\frac{۲۰۰۰-۳۰۱-۱۰۴۱}{۲۰۰۰-۹۰۳-۱۰۴۱}=\frac{۶۵۸}{۵۶}=۱۱/۷۵$$

گروه آموزشی ماز

۲۱- ماتریس $A=[a_{ij}]$ یک ماتریس ستونی با ۵ درایه است که $a_{ij}=i-j+۱$ و $B=[b_{ij}]$ یک ماتریس سطری با ۵ درایه است که $b_{ij}=j^i$ است. مجموع درایه‌های قطر اصلی ماتریس $A\times B$ کدام است؟

۱) ۱۵ ۲) ۲۵ ۳) ۴۵ ۴) ۵۵

پاسخ: ۴ (متوسط ـ محاسباتی ـ ۱۲۰۱)

ماتریس A ستونی و درایه‌های آن: $a_{۱۱}$، $a_{۲۱}$، $a_{۳۱}$، $a_{۴۱}$، $a_{۵۱}$ است.

$$a_{ij}=i-j+۱\Rightarrow a_{۱۱}=۱\ ,\ a_{۲۱}=۲\ ,a_{۳۱}=۳\ ,\ a_{۴۱}=۴\ ,\ a_{۵۱}=۵$$

ماتریس B سطری و درایه‌های آن $b_{۱۱}$، $b_{۱۲}$، $b_{۱۳}$، $b_{۱۴}$، $b_{۱۵}$ است.

$$b_{ij}=j^i\Rightarrow b_{۱۱}=۱\ ,\ b_{۱۲}=۲\ ,\ b_{۱۳}=۳\ ,\ b_{۱۴}=۴\ ,\ b_{۱۵}=۵$$

$$A\times B=\begin{bmatrix}۱\\۲\\۳\\۴\\۵\end{bmatrix}_{۵\times ۱}\times\begin{bmatrix}۱ & ۲ & ۳ & ۴ & ۵\end{bmatrix}_{۱\times ۵}=\begin{bmatrix}۱ & ۲ & ۳ & ۴ & ۵\\۲ & ۴ & ۶ & ۸ & ۱۰\\۳ & ۶ & ۹ & ۱۲ & ۱۵\\۴ & ۸ & ۱۲ & ۱۶ & ۲۰\\۵ & ۱۰ & ۱۵ & ۲۰ & ۲۵\end{bmatrix}\Rightarrow \text{مجموع درایه‌های قطر اصلی}=۱+۴+۹+۱۶+۲۵=۵۵$$

گروه آموزشی ماز

۲۲- اگر $A=[a_{ij}]_{۳\times ۲}$ و $B=[b_{ij}]_{۲\times ۳}$ و $A\times B=\begin{bmatrix}۱ & ۰ & ۱\\۰ & ۱ & -۱\\۱ & -۱ & ۲\end{bmatrix}$ باشد، $a_{۲۲}b_{۲۳}+b_{۱۳}a_{۲۱}$ کدام است؟

۱) ۱- ۲) ۰ ۳) ۱ ۴) ۲

پاسخ: گزینه ۱ (متوسط ـ مفهومی ـ ۱۲۰۱)

$a_{۲۲}b_{۲۳}+b_{۱۳}a_{۲۱}=a_{۲۱}b_{۱۳}+a_{۲۲}b_{۲۳}$ که برابر است با: $\begin{bmatrix}a_{۲۱} & a_{۲۲}\end{bmatrix}\begin{bmatrix}b_{۱۳}\\b_{۲۳}\end{bmatrix}$ یعنی درایه‌های سطر دوم ماتریس A را در ستون سوم ماتریس B ضرب کرده‌ایم که حاصل درایه واقع در سطر دوم ستون سوم ماتریس $A\times B$ است یعنی ۱-.

www.biomaze.ir
۱۴۰۳ - ۱۴۰۴

AzmonVIP

نکته

اگر $A=[a_{ij}]_{m\times n}$ و $B=[b_{ij}]_{n\times k}$ باشد، $A\times B$ ماتریس $C=[c_{ij}]_{m\times k}$ است که $c_{ij}=\sum_{t=1}^{n}a_{it}b_{tj}$

گروه آموزشی ماز

۲۳- اگر $A=\begin{bmatrix}1&0&0\\0&2&0\\0&0&2\end{bmatrix}$ و $B=\begin{bmatrix}1&1&1\\1&0&1\\0&1&0\end{bmatrix}$ و $C=\begin{bmatrix}\frac{1}{2}&0&0\\0&1&0\\0&0&\frac{1}{2}\end{bmatrix}$ باشد، مجموع درایه‌های ستون سوم $A^2B^3C^2$ کدام است؟

۱) ۶ ۲) ۵ ۳) ۲۰ ۴) ۱۲

پاسخ: گزینه ۲ (متوسط ـ محاسباتی ـ ۱۲۰۱)

$$B=\begin{bmatrix}1&1&1\\1&0&1\\0&1&0\end{bmatrix}\Rightarrow B^2=\begin{bmatrix}2&2&2\\1&2&1\\1&0&1\end{bmatrix}\Rightarrow B^3=\begin{bmatrix}4&4&4\\3&2&3\\1&2&1\end{bmatrix}$$

$$A=\begin{bmatrix}1&0&0\\0&2&0\\0&0&2\end{bmatrix}\Rightarrow A^2=\begin{bmatrix}1&0&0\\0&4&0\\0&0&4\end{bmatrix}$$

$$C=\begin{bmatrix}\frac{1}{2}&0&0\\0&1&0\\0&0&\frac{1}{2}\end{bmatrix}\Rightarrow C^2=\begin{bmatrix}\frac{1}{4}&0&0\\0&1&0\\0&0&\frac{1}{4}\end{bmatrix}$$

$$A^2B^3=\begin{bmatrix}4&4&4\\12&8&12\\4&8&4\end{bmatrix}\Rightarrow A^2B^3C^2=\begin{bmatrix}1&4&1\\3&8&3\\1&8&1\end{bmatrix}\Rightarrow 1+3+1=5$$

نکاتی از ماتریس‌های قطری

۱) اگر A یک ماتریس قطری باشد A^n از به توان n رساندن درایه‌های قطر اصلی A به دست می‌آید.

$$\begin{bmatrix}a&0&0\\0&b&0\\0&0&c\end{bmatrix}^n=\begin{bmatrix}a^n&0&0\\0&b^n&0\\0&0&c^n\end{bmatrix}$$

۲)

$$\begin{bmatrix}r_1&0&0\\0&r_2&0\\0&0&r_3\end{bmatrix}\begin{bmatrix}a_1&b_1&c_1\\a_2&b_2&c_2\\a_3&b_3&c_3\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}r_1a_1&r_1b_1&r_1c_1\\r_2a_2&r_2b_2&r_2c_2\\r_3a_3&r_3b_3&r_3c_3\end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix}a_1&a_2&a_3\\b_1&b_2&b_3\\c_1&c_2&c_3\end{bmatrix}\begin{bmatrix}r_1&0&0\\0&r_2&0\\0&0&r_3\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}r_1a_1&r_2a_2&r_3a_3\\r_1b_1&r_2b_2&r_3b_3\\r_1c_1&r_2c_2&r_3c_3\end{bmatrix}$$

گروه آموزشی ماز

۲۴- اگر $A=\begin{bmatrix}0&0&-1\\0&1&0\\1&0&0\end{bmatrix}$ باشد، A^{101} کدام است؟

۱) I ۲) A ۳) $-A$ ۴) A^2

www.biomaze.ir
۱۴۰۳ - ۱۴۰۴

پاسخ: گزینه ۲ (آسان ـ محاسباتی ـ ۱۲۰۱)

$$A^{۲}=\begin{bmatrix}-۱ & ۰ & ۰\\ ۰ & ۱ & ۰\\ ۰ & ۰ & -۱\end{bmatrix}\Rightarrow A^{۳}=\begin{bmatrix}۰ & ۰ & ۱\\ ۰ & ۱ & ۰\\ -۱ & ۰ & ۰\end{bmatrix}\Rightarrow A^{۴}=\begin{bmatrix}۱ & ۰ & ۰\\ ۰ & ۱ & ۰\\ ۰ & ۰ & ۱\end{bmatrix}=I$$

$$A^{۱۰۱}=(A^{۴})^{۲۵}\times A\Rightarrow A^{۱۰۱}=I\times A=A$$

گروه آموزشی ماز

۲۵- اگر $(A-B)(A+B)=A^{۲}-۲AB-B^{۲}$ و $BA^{۳}=kA^{۳}B$ باشد، k کدام است؟

۱) -۱ ۲) ۲ ۳) -۸ ۴) ۲۷

پاسخ: گزینه ۴ (متوسط ـ مفهومی / محاسباتی ـ۱۲۰۱)

$$(A-B)(A+B)=A^{۲}-۲AB-B^{۲}\Rightarrow A^{۲}+AB-BA-B^{۲}=A^{۲}-۲AB-B^{۲}\Rightarrow ۳AB=BA$$

$$BA^{۳}=\underbrace{BA}_{۳AB}\times A\times A=۳A\times\underbrace{B\times A}_{۳AB}\times A=۹A\times A\times\underbrace{B\times A}_{۳AB}=۲۷A^{۳}B$$

توجه!

ضرب ماتریس‌ها خاصیت جابه‌جایی ندارد، پس اتحادها برای ماتریس‌ها برقرار نیست.

گروه آموزشی ماز

۲۶- اگر k حاصل‌ضرب دو عدد طبیعی n و $n+۱$ باشد، آن‌گاه کدام گزاره نادرست است؟

۱) $(k+۱)^{۲}-۱$ بر ۸ بخش‌پذیر است.
۲) $k^{۲}$ بر ۴ بخش‌پذیر است.
۳) $۴k+۱$ مجذور یک عدد فرد است.
۴) اگر $k^{۲}$ بر ۸ بخش‌پذیر باشد، n فرد است.

پاسخ: گزینه ۴ (متوسط ـ مفهومی ـ ۱۲۰۱)

بررسی گزینه‌ها:

۱ با توجه به نکته ۱، k زوج و $k+۱$ فرد است و با توجه به نکته ۲، $(k+۱)^{۲}$ به صورت $۸t+۱$ است، پس $(k+۱)^{۲}-۱$ بر ۸ بخش‌پذیر است.

۲ طبق نکته ۱، k زوج است و طبق نکته ۵، $k^{۲}$ بر ۴ بخش‌پذیر است.

۳ $$۴k+۱=۴\big(n(n+۱)\big)+۱=۴n^{۲}+۴n+۱=(۲n+۱)^{۲}$$

۴ مثال نقض: $n=۴$ باشد، $k=۲۰$ و $k^{۲}=۴۰۰$ است که بر ۸ بخش‌پذیر است.

نکته ۱

حاصل‌ضرب هر دو عدد طبیعی متوالی، زوج است.

نکته ۲

مربع هر عدد فرد به صورت $۸t+۱$ است، یعنی باقی‌مانده تقسیم آن بر ۸ برابر ۱ است.

نکته ۳

اگر k حاصل‌ضرب ۲ عدد متوالی باشد، $۴k+۱$ مجذور یک عدد فرد است.

نکته ۴

حاصل‌ضرب دو عدد زوج متوالی بر ۸ بخش‌پذیر است.

نکته ۵

اگر m زوج باشد، m^{t} بر ۲^{t} بخش‌پذیر است.

تمرین

۵ نکته فوق را ثابت کنید.

گروه آموزشی ماز

www.biomaze.ir
۱۴۰۳ - ۱۴۰۴

۲۷- در اثبات نامساوی $۲a^۲+b^۲+c^۲\geq ab+ac$ با برهان خلف با کدام گزاره بدیهی زیر نمی‌توان به تناقض رسید؟

۱) $(a-b)^۲+(a-c)^۲+۲a^۲+b^۲+c^۲\geq ۰$

۲) $(۲a-b)^۲+(۲a-c)^۲+۳b^۲+۳c^۲\geq ۰$

۳) $(a-۲b)^۲+(a-۲c)^۲+۶a^۲\geq ۰$

۴) $(a-۲b)^۲+(۲a-c)^۲+۳a^۲+۳b^۲\geq ۰$

پاسخ: گزینه ۴ (سخت ـ محاسباتی ـ ۱۲۰۱)

بررسی گزینه‌ها:

۱ با صورت سوال هم‌ارز است. چون:

$$۲a^۲+b^۲+c^۲\geq ab+ac \Leftrightarrow ۴a^۲+۲b^۲+۲c^۲-۲ab-۲ac\geq ۰$$

$$\Leftrightarrow (a^۲+b^۲-۲ab)+(a^۲+c^۲-۲ac)+۲a^۲+b^۲+c^۲\geq ۰$$

$$\Leftrightarrow (a-b)^۲+(a-c)^۲+۲a^۲+b^۲+c^۲\geq ۰$$

۲ با صورت سوال هم‌ارز است، چون:

$$a^۲+b^۲-ab+a^۲+c^۲-ac\geq ۰ \Leftrightarrow a^۲-ab+\frac{۱}{۴}b^۲+\frac{۳}{۴}b^۲+a^۲-ac+\frac{۱}{۴}c^۲+\frac{۳}{۴}c^۲\geq ۰$$

$$\Leftrightarrow (a-\frac{۱}{۲}b)^۲+(a-\frac{۱}{۲}c)^۲+\frac{۳}{۴}b^۲+\frac{۳}{۴}c^۲\geq ۰$$

$$\Leftrightarrow (۲a-b)^۲+(۲a-c)^۲+۳b^۲+۳c^۲\geq ۰$$

۳ با نامساوی صورت سوال هم‌ارز است. چون:

$$a^۲+b^۲-ab+a^۲+c^۲-ac\geq ۰$$

$$\Leftrightarrow \frac{۳}{۴}a^۲+(\frac{۱}{۴}a^۲+b^۲-ab)+\frac{۳}{۴}a^۲+(\frac{۱}{۴}a^۲+c^۲-ac)\geq ۰$$

$$\Leftrightarrow (\frac{۱}{۲}a-b)^۲+(\frac{۱}{۲}a-c)^۲+\frac{۳}{۲}a^۲\geq ۰$$

$$\Leftrightarrow (a-۲b)^۲+(a-۲c)^۲+۶a^۲\geq ۰$$

پس در صورت اثبات با برهان خلف با این ۳ گزاره بدیهی به تناقض می‌رسیم.

برهان خلف

در برهان خلف، به جای اثبات مستقیم، عکس نقیض گزاره شرطی که با آن معادل است را ثابت می‌کنیم، یعنی فرض می‌کنیم حکم برقرار نیست و با فرض مسئله یا یک گزاره بدیهی به تناقض می‌رسیم.

گروه آموزشی ماز

۲۸- اگر $a^۷\,|\,b^۴$، آن‌گاه کدام نتیجه‌گیری درست نیست؟

۱) $a\,|\,b$ ۲) $a^۳\,|\,b^۲$ ۳) $a^۵\,|\,b^۳$ ۴) $a^۹\,|\,b^۵$

پاسخ: گزینه ۴ (متوسط ـ محاسباتی ـ ۱۲۰۱)

برای حل این سوال، عددگذاری روش خیلی سریعی است. اگر $a=۲^۴$ و $b=۲^۷$ باشد، رابطه صورت سوال برقرار است، ولی گزینه ۴ برقرار نیست.

بررسی سایر گزینه‌ها:

۱ $a^۷\,|\,b^۴ \xrightarrow{b^۴\,|\,b^۷} a^۷\,|\,b^۷ \Rightarrow a\,|\,b$

۲ $\left.\begin{matrix} a\,|\,b \Rightarrow a^۲\,|\,b^۲ \\ a^۷\,|\,b^۴ \end{matrix}\right\} \xrightarrow{\times} a^۹\,|\,b^۶ \Rightarrow a^۳\,|\,b^۲$

۳ $\left.\begin{matrix} a^۷\,|\,b^۴ \Rightarrow a^{۱۴}\,|\,b^۸ \\ a\,|\,b \end{matrix}\right\} \xrightarrow{\times} a^{۱۵}\,|\,b^۹ \Rightarrow a^۵\,|\,b^۳$

www.biomaze.ir
۱۴۰۳ - ۱۴۰۴

نکته ۱

اگر $m \le n$، آن‌گاه: $a^m \mid a^n$

نکته ۲

اگر $a^m \mid b^n$ و $\frac{n}{m} \le \frac{k}{t}$، آن‌گاه: $a^t \mid b^k$.

گروه آموزشی ماز

۲۹- اگر $a+4 \mid 2n^3+3n^2+n$ باقی‌مانده تقسیم $(a+1)^2$ بر ۱۸ کدام است؟

۱) ۳ ۲) ۶ ۳) ۹ ۴) ۱۲

پاسخ: گزینه ۳ (متوسط ـ محاسباتی ـ ۱۲۰۱)

اگر $n=1$ قرار دهیم $a+4 \mid 6$ یعنی $a+4=6k$، در نتیجه $a=6k-4$، پس $(a+1)^2=36k^2-36k+9$ یعنی $a^2=18(2k^2-2k)+9$، پس باقی‌مانده a^2 بر ۱۸ برابر با ۹ است.

بخش‌پذیری بر ۶

$n(n+1)(n+2)$ بر ۶ بخش‌پذیر است.

نتیجه: $n(n+1)(2n+1)$ بر ۶ بخش‌پذیر است.

تألیفی

اگر $a+4 \mid 2n^3+3n^2+n$ باقی‌مانده تقسیم a^2 بر ۱۲ کدام است؟

۱) ۲ ۲) ۶ ۳) ۴ ۴) ۸

گروه آموزشی ماز

۳۰- به ازای چند عدد دو رقمی a بزرگتر از ۳۳، اعداد $4a+3$ و $6a+2$ نسبت به هم اول نیستند؟

۱) ۱۱ ۲) ۱۳ ۳) ۳۷ ۴) ۶۶

پاسخ: گزینه ۲ (متوسط ـ محاسباتی ـ ۱۲۰۱)

$$(4a+3,6a+2)=d \Rightarrow \begin{matrix} d \mid 6a+2 \xrightarrow{\times 2} d \mid 12a+4 \\ d \mid 4a+3 \xrightarrow{\times 3} d \mid 12a+9 \end{matrix} \xrightarrow{-} d \mid 5 \Rightarrow d=1 \text{ یا } d=5$$

اگر دو عدد نسبت به هم اول نباشند $d=5$ است و داریم:

$$\begin{matrix} 5 \mid 6a+2 \\ 5 \mid 5a \end{matrix} \xrightarrow{-} 5 \mid a+2 \Rightarrow a=5k-2$$

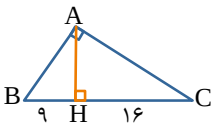
برای اینکه $33 < a < 100$ باشد، باید $7 < k \le 20$ باشد، یعنی ۱۳ مقدار برای k و در نتیجه برای a وجود دارد.

اول بودن دو عدد نسبت به هم

دو عدد نسبت به هم اولند؛ یعنی ب.م.م آن‌ها برابر با یک است. اگر ب.م.م a و b برابر با d باشد، d بزرگ‌ترین عددی است که $d \mid a$ و $d \mid b$.

گروه آموزشی ماز

۳۱- در شکل مقابل، $\triangle ABC$ در رأس A قائم‌الزاویه و AH ارتفاع وارد بر وتر است. اگر $BH=9$ و $CH=16$ باشند، نسبت تشابه دو مثلث $\triangle ABH$ و $\triangle ACH$ کدام است؟

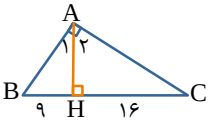


۱) $\frac{3}{4}$ ۲) $\frac{4}{7}$

۳) $\frac{9}{16}$ ۴) دو مثلث متشابه نیستند.

پاسخ: گزینه ۱ (متوسط ـ محاسباتی ـ ۱۰۰۲)

چون $\hat{C}$ و $\hat{A}_1$ هر دو متمم $\hat{A}_2$ هستند، با هم برابرند و دو مثلث قائم‌الزاویه $\triangle AHC$ و $\triangle AHB$ متشابه‌اند و داریم:



$$AH^2=HB \times HC \Rightarrow AH^2=9 \times 16 \Rightarrow AH=12$$

$$\hat{C}=\hat{A}_1 \Rightarrow \text{نسبت تشابه}=\frac{BH}{AH}=\frac{9}{12}=\frac{3}{4}$$

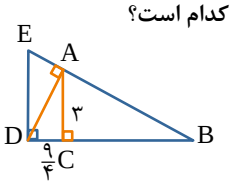
www.biomaze.ir
۱۴۰۳ - ۱۴۰۴
AzmonVIP

تشابه دو مثلث

دو مثلث قائم‌الزاویه که یک زاویه حاده برابر داشته باشند، متشابه‌اند.

گروه آموزشی ماز

۳۲- مثلث‌های $\hat{ABC}$، $\hat{ADB}$ و $\hat{EDB}$ به ترتیب در رأس‌های C، A و D قائم‌الزاویه‌اند. اگر $AC=۳$ و $CD=\frac{۹}{۴}$ باشد، ED کدام است؟



۱) $\frac{۷۵}{۱۶}$
۲) $\frac{۶۵}{۱۲}$
۳) $\frac{۴۵}{۱۱}$
۴) $\frac{۲۵}{۶}$

پاسخ: گزینه ۱ (آسان ـ محاسباتی ـ ۱۰۰۲)

در مثلث قائم‌الزاویه $\hat{ADB}$ داریم:

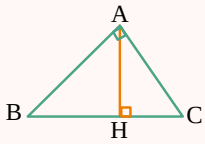
$$AC^۲ = DC \times CB \Rightarrow ۹ = \frac{۹}{۴} \times BC \Rightarrow BC = ۴$$

AC و ED هر دو بر BD عمودند، پس با هم موازیند و داریم:

$$\frac{BC}{BD} = \frac{AC}{DE} \Rightarrow \frac{۴}{\frac{۲۵}{۴}} = \frac{۳}{DE} \Rightarrow DE = \frac{۷۵}{۱۶}$$

روابط طولی در مثلث قائم‌الزاویه

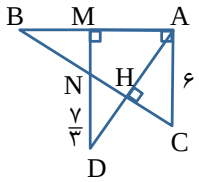
روابط طولی در مثلث قائم‌الزاویهٔ روبه‌رو عبارتند از:



$$BC^۲ = AB^۲ + AC^۲$$
$$AH^۲ = BH \times CH$$
$$AC^۲ = CH \times BC$$
$$AB^۲ = BH \times BC$$

گروه آموزشی ماز

۳۳- در مثلث قائم‌الزاویهٔ $\hat{ABC}$ که $\hat{A}=۹۰^\circ$ است. امتداد ارتفاع AH و عمودمنصف ضلع AB یکدیگر را در D قطع می‌کنند. اگر $AC=۶$ و $ND=\frac{۷}{۳}$ باشد، NH کدام است؟

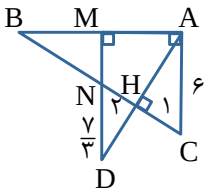


۱) ۱/۴
۲) ۲/۸
۳) ۳/۶
۴) ۴/۲

پاسخ: گزینه ۱ (سخت ـ محاسباتی ـ ۱۰۰۲)

در شکل داده شده $\hat{H}_۱ = \hat{H}_۲ = ۹۰^\circ$ و (طبق قضیه موازی مورب) $N\hat{D}H = H\hat{A}C$ است و $\hat{ACH}$ و $\hat{HDN}$ متشابه‌اند و داریم:

$$\frac{AC}{ND} = \frac{HC}{HN} \Rightarrow \frac{۶}{\frac{۷}{۳}} = \frac{HC}{HN} \Rightarrow HC = \frac{۱۸NH}{۷}$$



از طرفی، M وسط AB است و $MN \parallel AC$، پس مثلث‌های $\hat{BMN}$ و $\hat{BAC}$ متشابه با نسبت تشابه $\frac{۱}{۲}$ هستند، پس $MN = ۳$ و $BN = NC$.

از سوی دیگر، $B\hat{N}M$ و $A\hat{C}H$ هر دو متمم زاویه $\hat{B}$ هستند، پس با هم برابرند. در نتیجه مثلث‌های قائم‌الزاویه $\hat{BMN}$ و $\hat{ACH}$ متشابه‌اند و داریم:

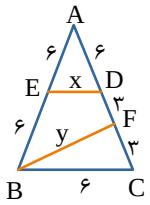
$$\frac{BN}{AC} = \frac{MN}{HC} \Rightarrow \frac{BN}{۶} = \frac{۳}{HC} \Rightarrow BN.HC = ۱۸ \xrightarrow{BN=NH+HC} (NH+HC).HC = ۱۸$$

$$\Rightarrow (NH + \frac{۱۸}{۷}NH).\frac{۱۸}{۷}NH = ۱۸ \Rightarrow \frac{۲۵}{۴۹}NH^۲ = ۱ \Rightarrow NH = \frac{۷}{۵} = ۱/۴$$

گروه آموزشی ماز

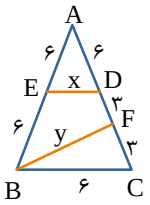
AzmonVIP
www.biomaze.ir
۱۴۰۳ - ۱۴۰۴

۳۴- در شکل مقابل، $x+y$ کدام است؟



۱) ۱۲
۲) ۶
۳) ۷
۴) ۹

پاسخ: گزینه ۴ (متوسط ـ محاسباتی ـ ۱۰۰۲)



مثلث‌های $\triangle BFC$ و $\triangle ABC$ متشابه‌اند، چون $\hat{C}$ مشترک و $\frac{CF}{CB}=\frac{CB}{AC}=\frac{۱}{۲}$، پس $\frac{BF}{AB}=\frac{۱}{۲}$، در نتیجه $y=۶$ است.

مثلث‌های $\triangle ADE$ و $\triangle ABC$ متشابه‌اند، چون $\hat{A}$ مشترک و $\frac{AE}{AC}=\frac{AD}{AB}=\frac{۱}{۲}$، پس $\frac{ED}{BC}=\frac{۱}{۲}$، در نتیجه $x=۳$ است.

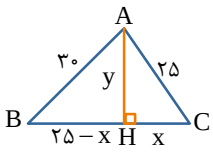
$x+y=۳+۶=۹$

گروه آموزشی ماز

۳۵- اضلاع مثلث $\triangle ABC$، $AB=۳۰$، $BC=AC=۲۵$ است، اگر AH ارتفاع این مثلث باشد، نسبت مساحت $\triangle ACH$ به $\triangle ABH$ کدام است؟

۱) $\frac{۱۱}{۱۴}$
۲) $\frac{۵}{۶}$
۳) $\frac{۲۵}{۳۶}$
۴) $\frac{۷}{۱۸}$

پاسخ: گزینه ۴ (متوسط ـ محاسباتی ـ۱۰۰۲)



در مثلث قائم‌الزاویه $\triangle AHB$ داریم: $(I)\ ۹۰۰=y^۲+(۲۵-x)^۲$

در مثلث قائم‌الزاویه $\triangle AHC$ داریم: $(II)\ ۶۲۵=y^۲+x^۲$ آزمون وی ای پی

اگر این دو رابطه را از هم کم کنیم، داریم:

$(I)-(II)=۲۷۵=(۲۵-x)^۲-x^۲ \Rightarrow ۲۷۵=۲۵\times(۲۵-۲x) \Rightarrow ۲۵-۲x=۱۱ \Rightarrow x=۷$

$\Rightarrow ۲۵-x=۱۸$

چون ارتفاع دو مثلث برابر است، نسبت مساحت‌ها برابر با نسبت قاعده‌ها است، پس جواب $\frac{۷}{۱۸}$ می‌باشد.

تألیفی

اضلاع مثلثی ۱۵،۱۴،۱۳ است. ارتفاع وارد بر ضلع به طول ۱۴ کدام است؟

۱) ۱۱
۲) ۱۲
۳) ۱۳/۵
۴) ۱۴/۵

گروه آموزشی ماز

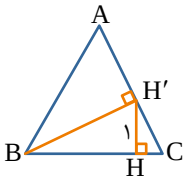
۳۶- $\triangle ABC$ مثلثی متساوی‌الساقین که $AB=AC$ و $\hat{A}=۳۰^\circ$ است، اگر BH' ارتفاع وارد بر ساق، H روی ضلع BC، HH' به طول ۱ و بر BC عمود باشد، اندازه BH کدام است؟

۱) ۳
۲) ۴
۳) $۲+\sqrt{۳}$
۴) $۳+\sqrt{۲}$

پاسخ: گزینه ۳ (متوسط ـ محاسباتی ـ ۱۰۰۳)

در مثلث $\triangle ABC$ می‌دانیم $A=۳۰^\circ$ است، پس: $\hat{C}=\hat{B}=۷۵^\circ$، پس مثلث $BH'C$ قائم‌الزاویه و زاویهٔ $H'BC=۱۵^\circ$ است،

پس $HH'=\frac{۱}{۴}BC$ یعنی $BC=۴$ است.



$HH'=BH.HC \Rightarrow ۱=x(۴-x) \Rightarrow \begin{cases} x_۱=۲+\sqrt{۳} \\ x_۲=۲-\sqrt{۳} \end{cases}$

در نتیجه $BH=۲+\sqrt{۳}$ و $CH=۲-\sqrt{۳}$

یه نکتهٔ وتری

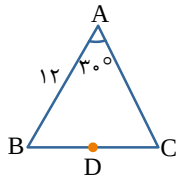
در هر مثلث قائم‌الزاویه که یک زاویه حاده آن ۱۵° باشد، ارتفاع وارد بر وتر $\frac{۱}{۴}$ وتر است.

گروه آموزشی ماز

AzmonVIP
www.biomaze.ir
۱۴۰۳ - ۱۴۰۴

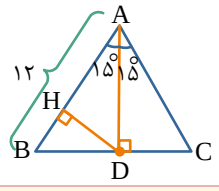
۳۷- مثلث $\hat{ABC}$ متساوی‌الساقین و طول هر ساق آن برابر ۱۲ سانتی‌متر است. اگر نقطه D وسط قاعده BC باشد، فاصله D از ساق AB کدام است؟

۱) ۲
۲) ۳
۳) ۴
۴) ۶



پاسخ: گزینه ۲ (آسان ـ محاسباتی ـ ۱۰۰۳)

در مثلث $\hat{ABC}$ میانه AD نیمساز زاویه A و ارتفاع وارد بر BC نیز هست، پس مثلث $\hat{ADB}$ قائم‌الزاویه و $B\hat{A}D = ۱۵°$ است، پس DH ارتفاع وارد بر وتر AB و اندازهٔ آن برابر با $\frac{۱}{۴}AB$ است. یعنی: $DH = ۳$

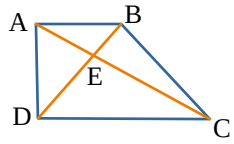


توجه!
حواستون بود توی این سوال هم از نکتهٔ سوال قبل استفاده شده بود؟ پس خوب یادش بگیرید 😁

گروه آموزشی ماز

۳۸- شکل مقابل، یک ذوزنقه قائم‌الزاویه است. اگر مثلث $\hat{ABD}$ متساوی‌الساقین و $BD = BC$ باشد، مساحت $\hat{DEC}$ چند برابر $\hat{ABE}$ است؟

۱) ۴
۲) ۳
۳) ۲/۵
۴) ۲



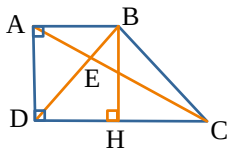
پاسخ: گزینه ۱ (متوسط ـ محاسباتی ـ ۱۰۰۲)

$\hat{ABD}$ متساوی‌الساقین $\Rightarrow AB = AD \xrightarrow{\hat{A}=\hat{D}=\hat{H}=۹۰°}$ (۱) مربع ABHD

$DH = HC$ (۲)

(۱) , (۲) $\Rightarrow DC = ۲AB$

از طرفی، $BD = BC$، پس:



مثلث‌های $\hat{AEB}$ و $\hat{EDC}$ متشابه‌اند و نسبت تشابه برابر است با: $\frac{AB}{DC} = \frac{۱}{۲}$

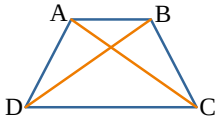
پس نسبت مساحت‌های آن‌ها ۱ به ۴ است.

نسبت مساحت چندضلعی‌ها
نسبت مساحت ۲ چندضلعی متشابه **مربع نسبت تشابه آن‌ها** است.

گروه آموزشی ماز

۳۹- در ذوزنقه متساوی‌الساقین ABCD، قطر AC نیمساز زاویه C است و قطر BD بر ضلع BC عمود است. ارتفاع وارد بر قاعده بزرگ چند برابر قاعده کوچک است؟

۱) ۱
۲) $\frac{۱}{۲}$
۳) $\frac{\sqrt{۲}}{۲}$
۴) $\frac{\sqrt{۳}}{۲}$

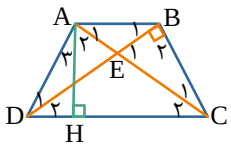


پاسخ: گزینه ۴ (متوسط ـ محاسباتی ـ ۱۰۰۳)

می‌دانیم $\hat{A_۱} = \hat{B_۱}$ و $\hat{A_۲} = \hat{C_۲}$، در نتیجه: $\hat{C_۱} = \hat{C_۲} = \hat{B_۱}$، از طرفی $\hat{C_۱} + \hat{C_۲} + \hat{B_۱} + \hat{B_۲} = ۱۸۰°$، پس: $\hat{E_۱} = ۶۰° , \hat{C_۱} = \hat{C_۲} = \hat{B_۱} = ۳۰°$.

در مثلث قائم‌الزاویه $\hat{BDC}$ زاویه $\hat{D_۲} = ۳۰°$، پس: (۱) $BC = \frac{۱}{۲}DC$

در مثلث قائم‌الزاویه $\hat{ADH}$ زاویه $A_۳ = ۳۰°$، پس: (۲) $DH = \frac{۱}{۲}AD$



AzmonVIP
www.biomaze.ir
۱۴۰۳ - ۱۴۰۴

از (۱) و (۲) نتیجه می‌شود $DH = \frac{۱}{۴}DC$ و $AB = \frac{۱}{۲}DC$. پس $AD = AB$ و $DH = \frac{۱}{۲}AB$ است.

$$AH = AD^۲ - DH^۲ \Rightarrow AH^۲ = AB^۲ - \frac{۱}{۴}AB^۲ \Rightarrow AH = \frac{\sqrt{۳}}{۲}AB$$

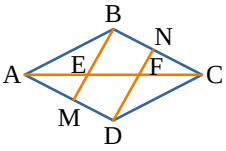
ذوزنقهٔ متساوی‌الساقین

در ذوزنقه متساوی‌الساقین، **قطرها** با هم **برابرند** و **زاویه هر قاعده** با دو ساق **برابر** است و **زاویه‌های هر ساق** با دو قاعده **مکمل**‌اند.

گروه آموزشی ماز

۴۰- ABCD یک لوزی به ضلع $۲\sqrt{۳}$ است که در آن $A\hat{B}C = ۱۲۰^\circ$ است. اگر M و N به ترتیب وسط اضلاع AD و BC باشد، اندازه EF کدام است؟

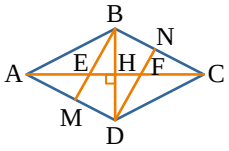
۱) ۲
۲) ۳
۳) ۱
۴) $\frac{۲\sqrt{۳}}{۳}$



پاسخ: گزینه ۱ (متوسط ـ محاسباتی ـ ۱۰۰۳)

با توجه به اینکه در لوزی، قطرها نیمساز زاویه‌ها هستند، مثلث‌های $\triangle BCD$ و $\triangle ABD$ متساوی‌الاضلاع و قطر AC دو برابر ارتفاع این مثلث‌ها هستند، پس:

$$CH = \frac{\sqrt{۳}}{۲}BC \Rightarrow CH = \frac{\sqrt{۳}}{۲} \times ۲\sqrt{۳} = ۳ \Rightarrow AC = ۶$$

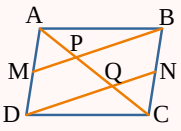


اما طبق درسنامه $AE = EF = FC$، پس: $EF = \frac{۱}{۳}AC = ۲$

متوازی‌الاضلاع

در متوازی‌الاضلاع ABCD، اگر M و N وسط AD و BC باشند، داریم:

۱) $BM \parallel DN$
۲) $AP = PQ = QC$



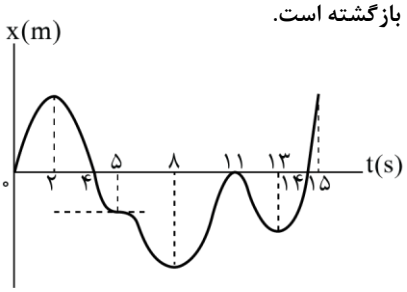
گروه آموزشی ماز

مازی‌های عزیز

امیدوارم حالتون خوب باشه و آزمون مرحلهٔ قبل رو مرور کرده و از آزمون امروزتون هم راضی بوده باشین.
برخلاف مرحلهٔ قبل که سعی کرده بودیم آزمون نسبتاً آسونی داشته باشین، در این آزمون یکم استانداردها رو بالاتر بردیم و سؤالات جدی‌تری رو براتون طرح کردیم که بتونین سطح دانشتون رو محک بزنین.
طبق معمول، تعداد قابل‌توجهی از سؤالات براساس شکل‌ها، مثال‌ها و تمرین‌های کتاب درسی و همین‌طور کنکورهای چند سال اخیر طرح شدن و در کنار اونا چند تست دشوار قرار دادیم که با ایده‌های جدید هم آشنا بشین. حتماً بعد از برگزاری آزمون، اون رو تحلیل کنین و پاسخ‌نامه و نکاتش رو خوب بخونین تا بتونیم قدم به قدم و آزمون به آزمون در کنار همدیگه پیشرفت کنیم.

سجاد صادقی‌زاده - رتبهٔ ۱ کنکور ۹۲ و مسئول درس فیزیک آزمون ماز

۴۱- با توجه به نمودار مکان ـ زمان زیر، چه تعداد از عبارت‌های زیر درست است؟ (خط مماس بر نمودار در لحظهٔ $t=5s$ افقی است.)



الف: متحرک چهار بار در مبدأ مکان بوده و یک بار به مبدأ مکان رسیده و بدون تغییر جهت بردار مکان، بازگشته است.

ب: متحرک یک بار توقف بدون تغییر جهت و چهار بار توقف با تغییر جهت داشته است.

پ: در ۵s اول حرکت، اندازهٔ بردار مکان متحرک ابتدا افزایش و سپس کاهش یافته است.

ت: جهت بردار مکان متحرک سه بار تغییر کرده است.

ث: جابه‌جایی کل در جهت محور x است.

۱) ۱ ۲) ۲
۳) ۳ ۴) ۴

پاسخ: گزینهٔ ۳ (متوسط ـ نموداری ـ ۱۲۰۱)

بررسی موارد:

الف در لحظات ۰s، ۴s، ۱۱s و ۱۴s (چهار بار) متحرک در مبدأ مکان بوده $(x=0)$ و در لحظهٔ ۱۱s متحرک از مکان منفی به مبدأ رسیده و دوباره به مکان منفی برگشته است (یک بار). (✓)

ب در لحظهٔ ۵s، متحرک توقف بدون تغییر جهت و در لحظات ۲s، ۸s، ۱۱s و ۱۳s (چهار بار) متحرک توقف با تغییر جهت داشته است. (✓)

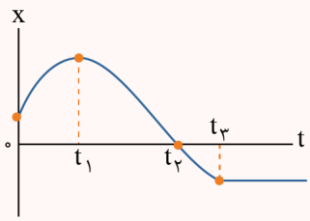
پ در ۵s اول حرکت، از لحظهٔ ۰ تا ۲s اندازهٔ بردار مکان متحرک افزایش یافته، از لحظهٔ ۲s تا ۴s اندازهٔ بردار مکان متحرک کاهش یافته و از لحظهٔ ۴s تا ۵s، اندازهٔ بردار مکان متحرک افزایش یافته است. (✗)

ت در لحظه‌های ۴s و ۱۴s (دو بار) متحرک از مبدأ مکان عبور کرده و جهت بردار مکان آن عوض شده است. (✗)

ث مکان متحرک در لحظهٔ ۱۵s جلوتر از مکان متحرک در لحظهٔ ۰s بوده و جابه‌جایی کل در جهت محور x است. (✓)

نمودار مکان ـ زمان

نمودار مکان ـ زمان مقابل را درنظر بگیرید.



مطالب زیر از نمودار مکان ـ زمان قابل استنباط است:

الف) مکان متحرک در هرلحظه: مکان متحرک در بازهٔ زمانی صفر تا t_2، مثبت و از لحظهٔ t_2 به بعد منفی است؛ به عبارت دیگر بردار مکان در بازهٔ صفر تا t_2 در جهت محور x است و از لحظهٔ t_2 به بعد، بردار مکان در خلاف جهت محور x است.

ب) لحظات عبور متحرک از مبدأ مکان: هنگامی‌که نمودار محور افقی را قطع می‌کند، متحرک از مبدأ مکان عبور کرده است. به‌عنوان مثال در نمودار بالا، در لحظهٔ t_2، متحرک از مبدأ مکان عبور کرده است.

پ) سرعت حرکت: شیب نمودار مکان ـ زمان نشان‌دهندهٔ سرعت متحرک است. در نمودار فوق، در بازهٔ صفر تا t_1، سرعت مثبت است، در بازهٔ t_1 تا t_3 منفی است و از t_3 به بعد، سرعت صفر است و متحرک ساکن است.

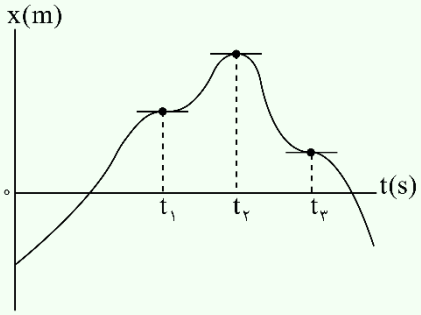
ت) سرعت متوسط: اگر هر دو نقطه از نمودار را با خط راست به‌هم وصل کنیم، شیب این خط برابر سرعت متوسط بین این دو لحظه است.

ث) لحظات تغییر جهت: در نقاط اکسترمم نسبی (قله - دره) نمودار متحرک تغییر جهت می‌دهد. به‌عنوان مثال در نمودار بالا، متحرک در لحظهٔ t_1 تغییر جهت می‌دهد.

AzmonVIP
www.biomaze.ir
۱۴۰۳ - ۱۴۰۴

نکتهٔ ۱

در حرکت بر روی خط راست، هر توقفی با تغییر جهت همراه نیست. توقف می‌تواند همراه با تغییر جهت (قله - دره) نمودار $x-t$ یا بدون تغییر جهت (جایی که شیب نمودار $x-t$ صفر است ولی قله - دره نیست) باشد. به‌عنوان مثال در شکل زیر، متحرک در لحظات t_1، t_2 و t_3 متوقف شده ولی تنها در لحظهٔ t_2 تغییر جهت حرکت داریم.



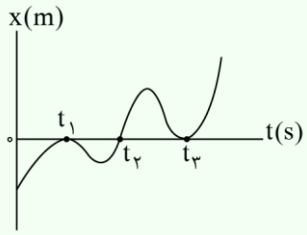
نکته ۲

در حرکت برای خط راست، هرلحظه‌ای که متحرک در مکان $x=0$ قرار دارد، به این معنی نیست که بردار مکان متحرک تغییر جهت داده است، درواقع وقتی متحرک در مکان $x=0$ (مبدأ مکان) قرار دارد، دو حالت داریم:

۱- اگر متحرک از مبدأ مکان عبور کند (نمودار $x-t$ محور t را قطع کند)، در آن لحظه تغییر جهت بردار مکان داریم.

۲- اگر متحرک به مبدأ مکان رسیده باشد و از آن عبور کند (نمودار $x-t$ به محور t برخورد کند ولی آن را قطع نکند)، در آن لحظه جهت بردار مکان تغییر نمی‌کند.

به‌عنوان مثال در شکل زیر، متحرک در لحظه‌های t_1، t_2 و t_3 در مبدأ مکان قرار دارد ولی فقط در لحظهٔ t_2، تغییر جهت بردار مکان (عبور از مبدأ مکان) را داریم.



گروه آموزشی ماز

۴۲- مطابق جدول زیر، سه متحرک A، B و C در مدت‌زمان‌های $\Delta t_A = 2s$ ، $\Delta t_B = 3s$ و $\Delta t_C = 5s$ فاصلهٔ بین مکان آغازین و مکان پایانی را طی می‌کنند. چه تعداد از این متحرک‌ها بین مکان آغازین و مکان پایانی خود، حداقل یک بار تغییر جهت داشته‌اند؟

	مکان آغازین	مکان پایانی	تندی متوسط
متحرک A	$(-2/6m)\vec{i}$	$(6/4m)\vec{i}$	$4/5\frac{m}{s}$
متحرک B	$(-1/3m)\vec{i}$	$(-2/5m)\vec{i}$	$1/9\frac{m}{s}$
متحرک C	$(2/6m)\vec{i}$	$(8/6m)\vec{i}$	$2/1\frac{m}{s}$

۱) هیچ
۲) یک
۳) دو
۴) سه

پاسخ: گزینهٔ ۳ (متوسط ـ مفهومی/محاسباتی ـ ۱۲۰۱)

می‌دانیم اگر تندی متوسط متحرک بزرگ‌تر از اندازهٔ سرعت متوسط آن باشد، متحرک در طول مسیر خود حداقل یک بار تغییر جهت داده است. پس اندازهٔ سرعت متوسط هر یک از سه متحرک را به‌دست آورده و با تندی متوسط آن‌ها مقایسه می‌کنیم؛ بنابراین داریم:

متحرک A:

$$|v_{av_A}| = \frac{|\Delta x_A|}{\Delta t_A} = \frac{|6/4-(-2/6)|}{2} = 4/5\frac{m}{s} \xrightarrow{|v_{av_A}|=s_{av_A}}$$ متحرک A تغییر جهت نداده است.

متحرک B:

$$|v_{av_B}| = \frac{|\Delta x_B|}{\Delta t_B} = \frac{|-2/5-(-1/3)|}{3} = 0/4\frac{m}{s} \xrightarrow{|v_{av_B}|<s_{av_B}}$$ متحرک B حداقل یک بار تغییر جهت داده است.

متحرک C:

$$|v_{av_C}| = \frac{|\Delta x_C|}{\Delta t_C} = \frac{|8/6-2/6|}{5} = 1/2\frac{m}{s} \xrightarrow{|v_{av_C}|<s_{av_C}}$$ متحرک C حداقل یک بار تغییر جهت داده است.

بنابراین متحرک‌های B و C حداقل یک بار بین مکان آغازین و مکان پایانی خود تغییر جهت داده‌اند.

www.biomaze.ir
۱۴۰۳ - ۱۴۰۴

AzmonVIP

مقایسهٔ مسافت و جابه‌جایی، تندی متوسط و سرعت متوسط

۱- در شکل زیر، متحرک از مسیر نشان‌داده‌شده از A به B می‌رود. در این صورت طول مسیر واقعی برابر مسافت طی‌شده است و طول پاره‌خطی که A را به B وصل می‌کند برابر اندازهٔ جابه‌جایی متحرک است. به شکل زیر دقت کنید.

۲- مسافت، کمیتی نرده‌ای است، درحالی‌که جابه‌جایی، کمیتی برداری است و جهت دارد.

۳- یکای مسافت و جابه‌جایی، هر دو در SI برابر متر (m) است.

۴- اندازهٔ جابه‌جایی همواره کوچک‌تر یا مساوی مسافت طی‌شده است.

$$|\vec{d}| \le \ell$$

۵- در شرایطی جابه‌جایی و مسافت هم‌اندازه هستند که حرکت بر روی خط راست و بدون تغییر جهت انجام شده باشد.

مثال

در کدام‌یک از حرکت‌های زیر، مسافت طی‌شده برابر اندازهٔ جابه‌جایی متحرک است؟

الف: اتومبیلی که در مسیر مستقیم به سمت شمال حرکت می‌کند.

ب: اتومبیلی که ابتدا در مسیر مستقیم به سمت شمال حرکت می‌کند و سپس در مسیر مستقیم به سمت شرق می‌رود.

پ: ماهواره‌ای که در مسیر دایره‌ای دور کرهٔ زمین می‌چرخد.

ت: شناگری که طول استخر را شنا می‌کند و دوباره به مکان اولیهٔ خود برمی‌گردد.

پاسخ: مطابق نکات فوق، برای آن‌که در حرکتی مسافت طی‌شده هم‌اندازهٔ جابه‌جایی باشد، حرکت باید بدون هیچ‌گونه تغییر جهتی انجام شود و در مسیر مستقیم باشد. در بین عبارت‌های داده‌شده، فقط در عبارت (الف) متحرک روی خط راست و بدون تغییر جهت حرکت می‌کند.

۶- با تقسیم مسافت طی‌شده بر زمان حرکت، تندی متوسط حرکت به‌دست می‌آید:

$$s_{av} = \frac{\text{مسافت}}{\text{زمان}} = \frac{\ell}{\Delta t}$$

۷- با تقسیم جابه‌جایی بر زمان حرکت، سرعت متوسط به‌دست می‌آید:

$$\vec{v}_{av} = \frac{\text{بردار جابه‌جایی}}{\text{زمان}} = \frac{\vec{d}}{\Delta t}$$

۸- تندی متوسط کمیتی نرده‌ای است، درحالی‌که سرعت متوسط کمیتی برداری است.

۹- اندازهٔ سرعت متوسط همواره کوچک‌تر یا مساوی تندی متوسط است. هنگامی این دو کمیت هم‌اندازه هستند که متحرک روی مسیر مستقیم بدون تغییر جهت حرکت کند.

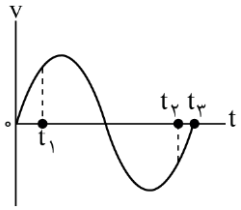
۱۰- در حرکت بر روی محور x برای محاسبهٔ جابه‌جایی و سرعت متوسط داریم:

$$\vec{d} = \Delta\vec{x} = \vec{x}_2 - \vec{x}_1$$

$$\Rightarrow \vec{v}_{av} = \frac{\Delta\vec{x}}{\Delta t}$$

گروه آموزشی ماز

۴۳- متحرکی از مبدأ مکان، روی محور x شروع به حرکت می‌کند و نمودار سرعت ـ زمان آن به‌صورت سینوسی رسم شده است. چه تعداد از موارد زیر در مورد این حرکت در بازهٔ زمانی t_1 تا t_2 نادرست است؟



الف: شتاب متوسط در خلاف جهت محور x است.

ب: بردار سرعت، دو بار تغییر جهت می‌دهد.

پ: اندازهٔ شتاب، دو بار بیشینه می‌شود.

۱) صفر ۲) ۳

۳) ۲ ۴) ۱

پاسخ: گزینهٔ ۳ (آسان ـ نموداری ـ ۱۲۰۱)

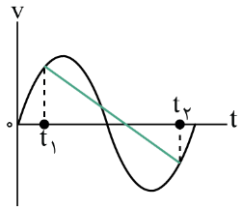
نکته

در نمودار سرعت ـ زمان:
- شیب خط واصل = شتاب متوسط
- شیب خط مماس = شتاب لحظه‌ای

AzmonVIP
www.biomaze.ir
۱۴۰۳ - ۱۴۰۴

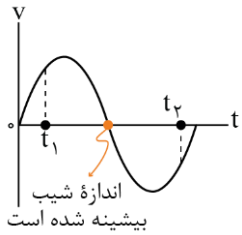
بررسی موارد:

الف در شکل زیر مشخص است که شیب خط واصل بین t_1 تا t_2 منفی است. درنتیجه شتاب متوسط منفی (در خلاف جهت محور x) است. (✓)



ب در بازهٔ زمانی t_1 تا t_2، فقط یک بار نمودار $v-t$، محور t را قطع کرده است (ریشهٔ ساده). درنتیجه بردار سرعت یک بار تغییر جهت داده است. (✗)

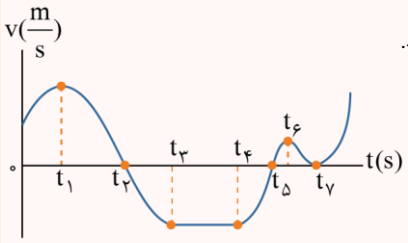
پ شیب مماس بر نمودار سرعت ـ زمان، برابر با شتاب لحظه‌ای متحرک است. چون نمودار سینوسی است، در بازهٔ t_1 تا t_2، فقط یک بار اندازهٔ شیب بیشینه شده است. (نقطهٔ عطف) (✗)



نمودار سرعت ـ زمان

در این درس‌نامه به مرورِ نکاتی می‌پردازیم که می‌توان آن‌ها را از نمودار سرعت ـ زمان حرکت یک متحرک به‌دست آورد.

برای این منظور نمودار سرعت ـ زمان زیر را درنظر بگیرید که مربوط به متحرکی است که روی محور x در حرکت است.



۱- جهت حرکت: هنگامی‌که سرعت جسم مثبت باشد، جسم درحال حرکت در جهت محور x می‌باشد و هنگامی‌که سرعت منفی باشد، جسم در خلاف جهت محور x در حرکت است. مثلاً در نمودار داده‌شده، در بازه‌ی صفر تا t_2 و از لحظهٔ t_5 به بعد متحرک درحال حرکت در جهت محور x است و در بازهٔ t_2 تا t_5 درحال حرکت در خلاف جهت محور x است. البته دقت کنید در خود لحظات t_2، t_5 و t_7 سرعت برای لحظه‌ای صفر شده و متحرک به‌طور لحظه‌ای متوقف شده است.

۲- لحظات تغییر جهت: هنگامی‌که علامت سرعت تغییر کند، متحرک تغییر جهت داده است. درواقع لحظاتی که نمودار سرعت ـ زمان محور افقی را قطع کرده و از آن عبور کند، لحظات تغییر جهت حرکت هستند. مثلاً در نمودار داده‌شده، در لحظات t_2 و t_5، جهت حرکت عوض شده است. دقت کنید در لحظهٔ t_7، علامت سرعت عوض نشده است و درنتیجه متحرک تغییر جهت نداده است.

۳- شتاب لحظه‌ای حرکت: شیب خط مماس بر نمودار سرعت ـ زمان در هرلحظه نشان‌دهندهٔ شتاب حرکت در آن لحظه است. مثلاً در نمودار داده‌شده، در بازه‌های صفر تا t_1، t_4 تا t_6 و از لحظهٔ t_7 به بعد، شتاب حرکت مثبت است و در بازه‌های t_1 تا t_3 و t_6 تا t_7 شتاب منفی است. دقت کنید در بازهٔ t_3 تا t_4، نمودار افقی است و شتاب حرکت صفر است و درنتیجه متحرک با سرعت ثابت درحال حرکت است.

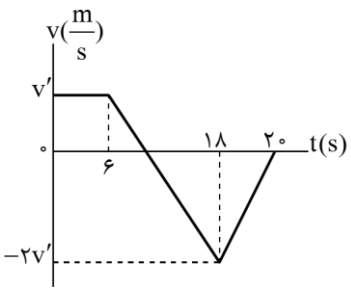
۴- شتاب متوسط حرکت: اگر دو نقطه از نمودار سرعت ـ زمان را با خط راست به هم وصل کنیم، شیب خط حاصل برابر شتاب متوسط حرکت در بازهٔ زمانی بین دو نقطه است.

۵- تندشونده یا کندشونده بودن حرکت: هرگاه نمودار سرعت ـ زمان به محور افقی نزدیک شود، حرکت کندشونده است و هرگاه درحال دور شدن از محور افقی باشد، حرکت تندشونده خواهد بود. مثلاً در نمودار داده‌شده، در بازه‌های زمانی صفر تا t_1، t_2 تا t_3، t_5 تا t_6 و از لحظهٔ t_7 به بعد حرکت تندشونده است و در بازه‌های t_1 تا t_2، t_4 تا t_5 و t_6 تا t_7 حرکت کندشونده بوده است. تندشونده بودن حرکت به معنی آن است که تندی متحرک درحال افزایش است و کندشونده بودن حرکت به معنی آن است که تندی متحرک درحال کاهش است.

۶- علاوه‌بر نکات فوق، با استفاده از نمودار سرعت ـ زمان، می‌توان کمیت‌هایی مثل جابه‌جایی، مسافت طی‌شده، سرعت متوسط و تندی متوسط را هم به‌دست آورد که این مباحث را در آزمون بعد بررسی می‌کنیم.

گروه آموزشی ماز

۴۴- نمودار سرعت ـ زمان خودرویی که در راستای محور x حرکت می‌کند در بازهٔ زمانی صفر تا ۲۰s مطابق شکل است. بزرگی شتاب متوسط خودرو در بازهٔ زمانی ۴s تا ۱۶s چند برابر بزرگی شتاب خودرو در لحظهٔ ۱۹s است؟



۱) $\frac{۱}{۲۴}$

۲) $\frac{۵}{۲۴}$

۳) $\frac{۵}{۱۲}$

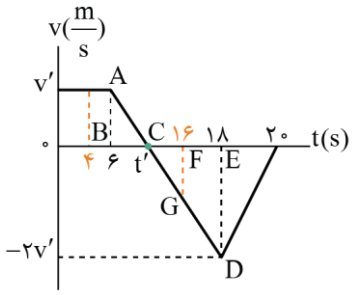
۴) $\frac{۱}{۱۲}$

www.biomaze.ir
۱۴۰۳ - ۱۴۰۴

پاسخ: گزینهٔ ۲ (متوسط ـ نموداری ـ ۱۲۰۱)

گام اول:

به کمک تشابه دو مثلث ABC و CDE لحظه‌ای که نمودار، محور زمان را قطع می‌کند به‌دست می‌آوریم:



$$\frac{DE}{AB}=\frac{EC}{BC}\Rightarrow\frac{2v'}{v'}=\frac{18-t'}{t'-6}\Rightarrow 2t'-12=18-t'\Rightarrow 3t'=30\Rightarrow t'=10s$$

گام دوم:

یک بار هم به کمک تشابه دو مثلث ABC و CFG سرعت متحرک در لحظهٔ $t=16s$ را برحسب v' حساب می‌کنیم:

$$\frac{FG}{AB}=\frac{FC}{BC}\Rightarrow\frac{FG}{v'}=\frac{6}{4}\Rightarrow FG=\frac{3}{2}v'\Rightarrow v_{16s}=-\frac{3}{2}v'$$

گام سوم:

حالا برای محاسبهٔ شتاب متوسط در بازهٔ زمانی ۴s تا ۱۶s داریم:

$$a_{av_{4s\to16s}}=\frac{\Delta v}{\Delta t}=\frac{v_{16s}-v_{4s}}{16-4}=\frac{-\frac{3}{2}v'-v'}{12}=-\frac{5}{24}v'\Rightarrow\left|a_{av_{4s\to16s}}\right|=\frac{5}{24}v'$$

گام چهارم:

از طرفی هم چون در بازهٔ زمانی ۱۸s تا ۲۰s شیب نمودار سرعت ـ زمان ثابت است، شتاب خودرو در لحظهٔ ۱۹s همان شتاب متوسط خودرو در بازهٔ زمانی ۱۸s تا ۲۰s است و داریم:

$$a_{19s}=a_{av_{18s\to20s}}=\frac{v_{20s}-v_{18s}}{20-18}=\frac{0-(-2v')}{2}=v'$$

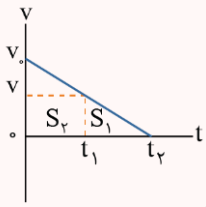
گام آخر:

درنهایت برای خواستهٔ سؤال داریم:

$$\frac{\left|a_{av_{4s\to16s}}\right|}{|a_{19s}|}=\frac{\frac{5}{24}v'}{v'}=\frac{5}{24}$$

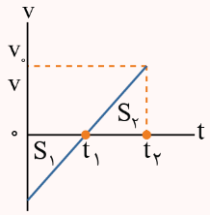
نمودار سرعت ـ زمان

در سؤالات حرکت‌شناسی و نمودارهای این بخش استفاده از تشابه مثلث‌ها بسیار پرکاربرد است. مثلاً در نمودارهای سرعت ـ زمان زیر می‌توانیم تشابه را برای مثلث‌ها به‌کار ببریم:



$$\text{نسبت تشابه مثلث‌ها}=\frac{v}{v_0}=\frac{t_2-t_1}{t_2}$$

$$\text{نسبت مساحت مثلث‌ها}=\frac{S_1}{S_1+S_2}=\left(\frac{v}{v_0}\right)^2=\left(\frac{t_2-t_1}{t_2}\right)^2$$

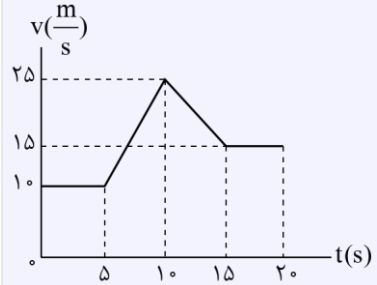


$$\text{نسبت تشابه مثلث‌ها}=\frac{v}{v_0}=\frac{t-t_1}{t_1}$$

$$\text{نسبت مساحت‌ها}=\frac{S_2}{S_1}=\left(\frac{v}{v_0}\right)^2=\left(\frac{t-t_1}{t_1}\right)^2$$

کنکور سراسری تجربی تیرماه ۱۴۰۳

نمودار سرعت ـ زمان متحرکی که روی محور x حرکت می‌کند، مطابق شکل است. شتاب متوسط در بازهٔ $t_1=7s$ تا $t_2=12s$، چند متر بر مربع ثانیه است؟



۱) ۱

۲) $\frac{1}{2}$

۳) $\frac{1}{5}$

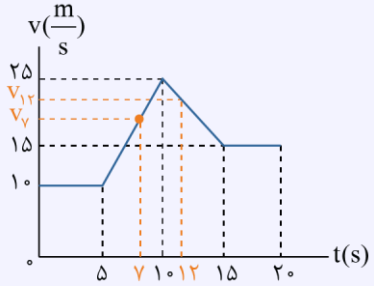
۴) صفر

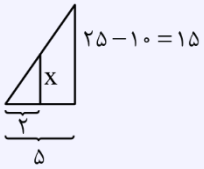
www.biomaze.ir ۱۴۰۳ - ۱۴۰۴

AzmonVIP

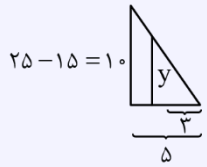
پاسخ تشریحی:

با توجه به قواعد تشابه دو مثلث v_7 و v_{12} را به‌دست می‌آوریم:





$$\frac{x}{۱۵}=\frac{۲}{۵}\Rightarrow x=۶\Rightarrow v_۷=v_۵+x=۱۰+۶=۱۶\frac{m}{s}$$



$$\frac{y}{۱۰}=\frac{۳}{۵}\Rightarrow y=۶\Rightarrow v_{۱۲}=v_{۱۵}+y=۱۵+۶=۲۱\frac{m}{s}$$

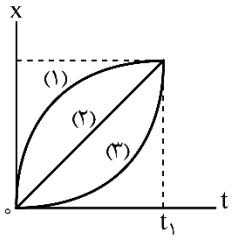
حالا شتاب متوسط در بازهٔ زمانی $t_۱=۷s$ تا $t_۲=۱۲s$ را به‌دست می‌آوریم:

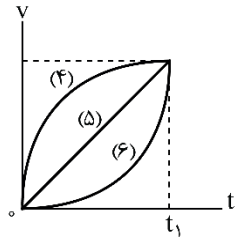
$$a_{av}=\frac{\Delta v}{\Delta t}=\frac{v_{۱۲}-v_۷}{۱۲-۷}=\frac{۲۱-۱۶}{۵}=۱\frac{m}{s^۲}$$

پاسخ: گزینهٔ ۱

گروه آموزشی ماز

۴۵- نمودار سرعت ـ زمان و مکان ـ زمان برای شش متحرک که بر روی محور x درحال حرکت‌اند، مطابق شکل‌های زیر است. چند مورد از مقایسه‌های زیر در بازهٔ صفر تا $t_۱$ درست است؟ (av نماد متوسط است.)





الف: $v_{av_۱}>v_{av_۲}>v_{av_۳}$

ب: $v_{av_۴}>v_{av_۵}>v_{av_۶}$

پ: $a_{av_۱}>a_{av_۲}>a_{av_۳}$

ت: $a_{av_۴}>a_{av_۵}>a_{av_۶}$

۱) صفر ۲) ۱ ۳) ۲ ۴) ۳

پاسخ: گزینهٔ ۲ (متوسط ـ نموداری ـ ۱۲۰۱)

الف می‌دانیم:

$$v_{av}=\frac{\Delta x}{\Delta t}$$

در نمودار مکان ـ زمان رسم‌شده، Δx هر سه متحرک یکسان است؛ بنابراین:

$v_{av_۱}=v_{av_۲}=v_{av_۳}$ (✗)

ب چون در کل مدت‌زمان $t_۱$ سرعت متحرک (۴) بیش‌تر از سایر متحرک‌هاست و سرعت متحرک (۶) کم‌تر از دو متحرک دیگر است، می‌توان نتیجه گرفت که در این بازه، سرعت متوسط متحرک (۴) نیز بیش‌تر است و سرعت متوسط متحرک (۶) نیز کم‌تر از دو متحرک دیگر است، بنابراین:

$v_{av_۴}>v_{av_۵}>v_{av_۶}$ (✓)

پ در نمودار مکان ـ زمان رسم‌شده:

- سرعت متحرک (۱) (شیب خط مماس بر نمودار) درحال کاهش به صفر است؛ بنابراین: $a_۱<۰$
- سرعت متحرک (۲) ثابت است؛ بنابراین $a_۲=۰$
- سرعت متحرک (۳) درحال افزایش است؛ بنابراین: $a_۳>۰$

$a_۳>a_۲>a_۱\longrightarrow a_{av_۳}>a_{av_۲}>a_{av_۱}$ (✗)

با توجه به دهانه و تقعر نمودار نیز می‌توان به همین نتیجه دست یافت.

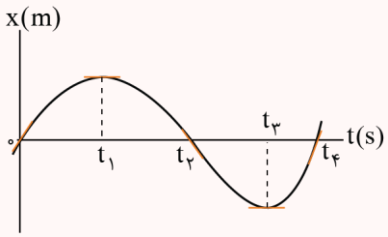
www.biomaze.ir
۱۴۰۳ - ۱۴۰۴

ت در نمودار سرعت ـ زمان رسم‌شده Δv هر سه متحرک یکسان است؛ بنابراین:

$$a_{av}=\frac{\Delta v}{\Delta t}\longrightarrow a_{av_۴}=a_{av_۵}=a_{av_۶}$$ (✗)

نمودار مکان ـ زمان

برای بررسی کیفی شتاب متوسط در نمودار مکان ـ زمان باید شیب خط مماس بر نمودار $x-t$ در ابتدا و انتهای بازهٔ زمانی را باهم مقایسه کنیم و علامت Δv را به‌دست آوریم. می‌دانیم شتاب متوسط هم‌جهت با تغییر سرعت (Δv) است. به‌عنوان مثال در نمودار $x-t$ زیر داریم:



$$(۰-t_۱):\begin{cases}v_۰>۰\\ v_{t_۱}=۰\end{cases}\Rightarrow \Delta v<۰\Rightarrow a_{av}<۰$$

$$(t_۱-t_۲):\begin{cases}v_{t_۱}=۰\\ v_{t_۲}<۰\end{cases}\Rightarrow \Delta v<۰\Rightarrow a_{av}<۰$$

$$(t_۲-t_۴):\begin{cases}v_{t_۲}<۰\\ v_{t_۴}>۰\end{cases}\Rightarrow \Delta v>۰\Rightarrow a_{av}>۰$$

گروه آموزشی ماز

۴۶- جسمی با سرعت ثابت بر روی یک مسیر مستقیم درحال حرکت است. اگر جسم در لحظهٔ $t_۱=۳s$ در مکان $x_۱=-۱۰m$ و در لحظهٔ $t_۲=۱۲s$ در مکان $x_۲=۸m$ باشد، در لحظهٔ $t=۲۰s$ فاصلهٔ آن از محل شروع حرکت چند متر است؟

۱) ۸ ۲) ۲۴ ۳) ۳۴ ۴) ۴۰

پاسخ: گزینهٔ ۴ (آسان ـ محاسباتی ـ ۱۲۰۱)

روش اول:

می‌دانیم در حرکت با سرعت ثابت، معادلهٔ مکان ـ زمان جسم به‌صورت $x=vt+x_۰$ است؛ بنابراین داریم:

$$\left.\begin{matrix}t_۱=۳s\Rightarrow x_۱=۳v+x_۰=-۱۰\\ t_۲=۱۲s\Rightarrow x_۲=۱۲v+x_۰=۸\end{matrix}\right\}\xrightarrow{\text{تفاضل دو معادله}}۹v=۱۸\Rightarrow v=۲\frac{m}{s}\xrightarrow{۳v+x_۰=-۱۰}x_۰=-۱۶m$$

$$\Rightarrow x=۲t-۱۶\xrightarrow{t=۲۰s}x=۴۰-۱۶=۲۴m$$

$$\text{فاصله از محل شروع حرکت}=|x-x_۰|=|۲۴-(-۱۶)|=۴۰m$$

روش دوم:

در این روش نیازی به محاسبهٔ مکان اولیهٔ متحرک $(x_۰)$ و مکان متحرک در لحظهٔ $t=۲۰s$ نیست.

گام اول:

سرعت حرکت را به‌دست می‌آوریم:

$$v=\frac{\Delta x}{\Delta t}=\frac{x_۲-x_۱}{t_۲-t_۱}\Rightarrow v=\frac{۸-(-۱۰)}{۱۲-۳}=\frac{۱۸}{۹}=۲\frac{m}{s}$$

گام دوم:

برای محاسبهٔ فاصلهٔ متحرک از محل شروع حرکت، می‌توانیم مقدار جابه‌جایی متحرک از لحظهٔ شروع حرکت تا لحظهٔ $t=۲۰s$ را به‌دست آوریم؛ بنابراین داریم:

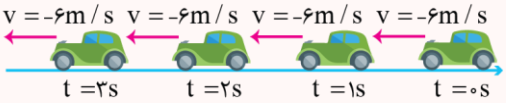
$$\Delta x=v\Delta t\xrightarrow[\Delta t=۲۰s]{v=۲\frac{m}{s}}\Delta x=۲\times ۲۰=۴۰m$$

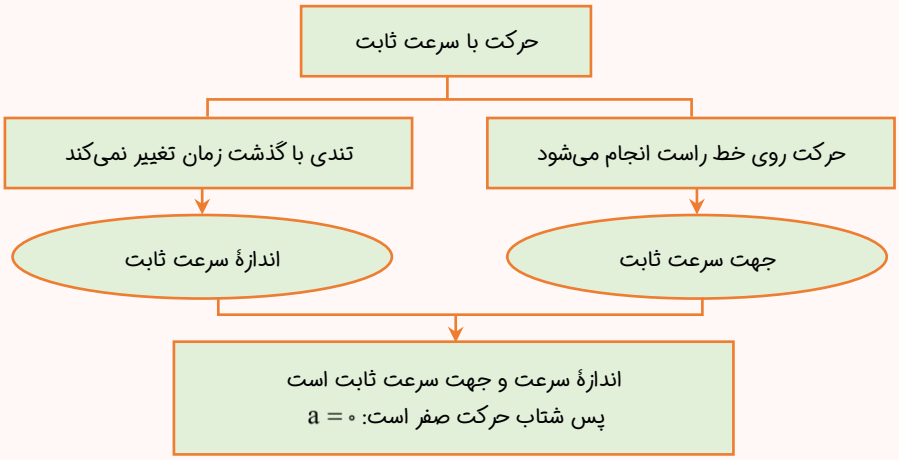
۱۴۰۳ - ۱۴۰۴
www.biomaze.ir

حرکت با سرعت ثابت

در این نوع حرکت اندازه و جهت سرعت متحرک در طول مسیر ثابت است پس در حرکت با سرعت ثابت، سرعت متوسط متحرک در هر بازهٔ زمانی دلخواه برابر سرعت لحظه‌ای آن است:

اندازهٔ سرعت متوسط = تندی متوسط = اندازهٔ سرعت لحظه‌ای = تندی لحظه‌ای





معادلهٔ مکان ـ زمان در حرکت با سرعت ثابت

$$x = vt + x_0$$

x: مکان در لحظهٔ t $\quad$ v: سرعت $\quad$ t: زمان $\quad$ x_0: مکان اولیه

معادلهٔ جابه‌جایی ـ زمان حرکت با سرعت ثابت

$$\Delta x = v\Delta t$$

Δx: جابه‌جایی $\quad$ v: سرعت $\quad$ Δt: زمان سپری‌شده

چون جهت حرکت ثابت است در این رابطه، اندازهٔ Δx برابر مسافت طی‌شده می‌باشد.

چگونه با استفاده از مکان متحرک در دو لحظهٔ t_1 و t_2، معادلهٔ مکان ـ زمان حرکت با سرعت ثابت را به‌دست آوریم؟

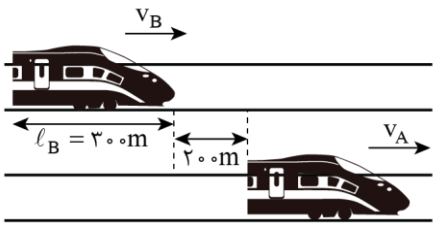
۱- در معادلهٔ مکان ـ زمان حرکت با سرعت ثابت یعنی $x = vt + x_0$ به‌جای t و x مقادیرشان را در دو نقطه جایگذاری می‌کنیم.

۲- با استفاده از دستگاه دو معادله - دو مجهول، مقادیر x_0 و v را به‌دست می‌آوریم.

۳- طبق رابطهٔ $x = vt + x_0$ با داشتن v و x_0 معادلهٔ $x - t$ را می‌نویسیم.

گروه آموزشی ماز

۴۷- مطابق شکل، قطارهای A و B که در فاصلهٔ ۲۰۰ متری از هم قرار دارند، در لحظهٔ $t = ۰$ به‌ترتیب با تندی‌های ثابت $۱۲\frac{m}{s}$ و $۲۰\frac{m}{s}$، هم‌زمان به سمت راست شروع به حرکت می‌کنند. اگر پس از گذشت مدت‌زمان ۲ دقیقه، قطار B به‌طور کامل از قطار A سبقت بگیرد، در این صورت طول قطار A چند متر است؟



۱) ۴۶۰

۲) ۹۶۰

۳) ۷۶۰

۴) ۶۰۰

پاسخ: گزینهٔ ۱ $\quad$ (متوسط ـ محاسباتی ـ ۱۲۰۱)

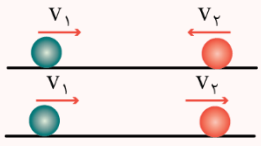
برای این‌که قطار B از قطار A به‌طور کامل سبقت بگیرد، باید انتهای قطار B از ابتدای قطار A عبور کند؛ به عبارت دیگر باید انتهای قطار B به‌اندازهٔ $\ell_A + \ell_B + ۲۰۰$ متر بیش‌تر از ابتدای قطار A حرکت کند. با توجه به این‌که سرعت قطار B به‌اندازهٔ $۲۰ - ۱۲ = ۸\frac{m}{s}$ بیش‌تر از قطار A است، می‌توان نوشت:

$$d_{\text{نسبی}} = v_{\text{نسبی}}\Delta t \Rightarrow \ell_A + \overbrace{\ell_B}^{۳۰۰m} + ۲۰۰ = ۸ \times ۲ \times ۶۰ \Rightarrow \ell_A = ۴۶۰m$$

AzmonVIP
www.biomaze.ir
۱۴۰۳ - ۱۴۰۴

سرعت نسبی

۱- اگر دو متحرک خلاف جهت یکدیگر حرکت کنند:



$$v_{نسبی} = |v_۱| + |v_۲|$$

۲- اگر دو متحرک هم‌جهت حرکت کنند:

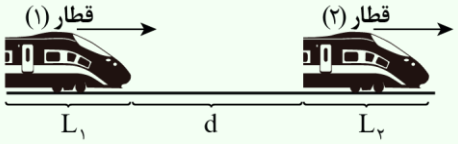
$$v_{نسبی} = |v_۱ - v_۲|$$

جابه‌جایی نسبی دو متحرک از رابطهٔ زیر به‌دست می‌آید:

$$d_{نسبی} = v_{نسبی}\Delta t$$

نکته

در سؤال‌های مربوط به حرکت نسبی دو قطار اگر قطار (۱) به‌اندازهٔ d عقب‌تر از قطار (۲) باشد، برای عبور کامل قطار (۱) از قطار (۲) جابه‌جایی نسبی برابر است با:



$$d_{نسبی} = L_۱ + L_۲ + d$$

کنکور سراسری علوم تجربی نوبت دوم خارج از کشور ۱۴۰۲

دو متحرک با تندی ثابت $v_۱$ و $v_۲ > v_۱$ روی خط راست طوری حرکت می‌کنند که اگر خلاف جهت هم بروند، فاصلهٔ آن‌ها در هر ثانیه ۱۶ متر تغییر می‌کند و اگر هم‌جهت حرکت کنند، فاصلهٔ آن‌ها در هر دقیقه ۲۴۰ متر تغییر می‌کند. $\frac{v_۲}{v_۱}$ کدام است؟

۱) $\frac{۳}{۲}$ ۲) $\frac{۴}{۳}$ ۳) $\frac{۵}{۳}$ ۴) $\frac{۷}{۵}$

پاسخ تشریحی:

در حالت اول که دو متحرک در خلاف جهت هم حرکت می‌کنند، تندی نسبی دو متحرک برابر است با مجموع تندی دو متحرک و در حالت دوم که دو متحرک در یک جهت حرکت می‌کنند، تندی نسبی دو متحرک برابر است با مقدار اختلاف تندی دو متحرک؛ بنابراین می‌توان نوشت:

$$v = v_۱ + v_۲$$
$$v' = v_۲ - v_۱$$

از طرفی با توجه به رابطهٔ $v = \frac{d}{\Delta t}$ می‌توان نوشت:

$$v = \frac{d}{\Delta t} \xrightarrow[\Delta t = ۱s]{d = ۱۶m} v = \frac{۱۶}{۱} = ۱۶\frac{m}{s}$$
$$v' = \frac{d'}{\Delta t'} \xrightarrow[\Delta t' = ۶۰s]{d' = ۲۴۰m} v' = \frac{۲۴۰}{۶۰} = ۴\frac{m}{s}$$

درنهایت با تشکیل دستگاه دو معادله و دو مجهول داریم:

$$\begin{cases} v_۱ + v_۲ = ۱۶ \\ v_۲ - v_۱ = ۴ \end{cases} \rightarrow \begin{cases} v_۲ = ۱۰\frac{m}{s} \\ v_۱ = ۶\frac{m}{s} \end{cases} \rightarrow \frac{v_۲}{v_۱} = \frac{۱۰}{۶} = \frac{۵}{۳}$$

پاسخ: گزینهٔ ۳

گروه آموزشی ماز

۴۸- دو دوندهٔ A و B که تندی A دو برابر تندی B است، هم‌زمان از دو نقطه به سمت یکدیگر شروع به دویدن می‌کنند. اگر این دو متحرک بعد از ۳ ساعت به یکدیگر برسند، چند ساعت بعد از شروع حرکت دوندهٔ B به مکان اولیهٔ دوندهٔ A می‌رسد؟

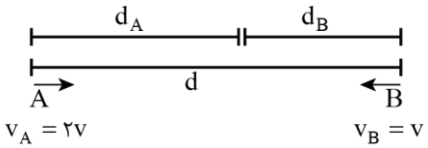
۱) ۹ ۲) ۱۲ ۳) ۸ ۴) ۴

پاسخ: گزینهٔ ۱ (متوسط ـ محاسباتی ـ ۱۲۰۱)

روش اول:

گام اول:

مسافتی که هر دو متحرک تا لحظهٔ رسیدن به هم طی می‌کنند را به‌صورت نسبی برحسب تندی دوندهٔ B محاسبه می‌کنیم:



$$d_A = ۲v \times ۳ = ۶v$$
$$d_B = v \times ۳ = ۳v$$

گام دوم:

فاصلهٔ دو متحرک در لحظهٔ شروع حرکت را هم برحسب تندی دوندهٔ B، به‌دست می‌آوریم:

$$d = d_A + d_B = ۶v + ۳v = ۹v$$

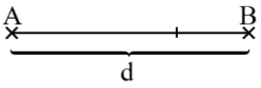
گام سوم:

طبق رابطهٔ $\Delta x = vt$ زمان رسیدن دوندهٔ B به مکان اولیهٔ دوندهٔ A به‌دست می‌آید:

$$۹v = vt \Rightarrow t = ۹h$$

روش دوم:

با توجه به این‌که دو متحرک در خلاف جهت هم حرکت می‌کنند و تندی متحرک A، دو برابر تندی متحرک B است، درمی‌یابیم مقدار سرعت نسبی برابر با $۳v_B$ است، بنابراین اگر فاصلهٔ d با سرعت $۳v_B$ در مدت ۳h پیموده شود، این فاصله با سرعت v_B یعنی $\frac{۱}{۳}$ حالت قبل در مدت‌زمان ۳ برابر یعنی ۹h طی می‌شود.

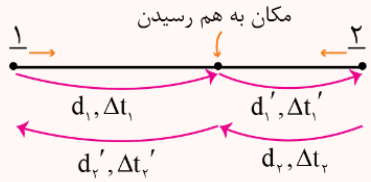


$$v_{\text{نسبی}} = v_A + v_B = ۲v_B + v_B = ۳v_B$$

$$\Delta x = v\Delta t \Rightarrow d = ۳v_B \times ۳ = v_B \times \Delta t_B$$
$$\Rightarrow \Delta t_B = ۹h$$

درس‌نامه

در حرکت دو جسم نسبت به هم در شکل زیر با سرعت ثابت می‌توان گفت:



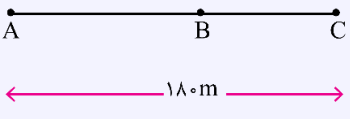
$$\begin{cases} d_۱ = d_۲' \\ d_۱' = d_۲ \end{cases} \quad , \quad \begin{cases} \Delta t_۱ = \Delta t_۲ \\ \frac{\Delta t_۱}{\Delta t_۲'} = \frac{\Delta t_۱'}{\Delta t_۲} \end{cases}$$

در حرکت با سرعت ثابت، سرعت متوسط با سرعت لحظه‌ای برابر است:

$$v = v_{av} = \frac{d}{\Delta t}$$

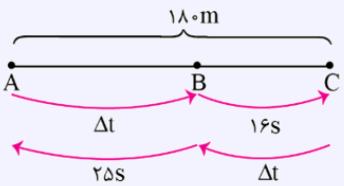
کنکور سراسری ریاضی خارج از کشور ۱۳۹۹

دو متحرک، هم‌زمان از نقطه‌های A و C با سرعت‌های ثابت به سمت یکدیگر حرکت می‌کنند و در نقطهٔ B از کنار هم می‌گذرند و در ادامه، ۱۶s طول می‌کشد تا متحرک اول از B به C برسد و ۲۵s طول می‌کشد تا دومی از B به A برسد. بزرگی سرعت متحرک اول چند متر بر ثانیه است؟



۱) ۳
۲) ۵
۳) ۶
۴) ۸

پاسخ تشریحی:



$$\text{حرکت با سرعت ثابت} \rightarrow \frac{\Delta t}{۲۵} = \frac{۱۶}{\Delta t} \rightarrow \Delta t = ۲۰s$$

پس متحرک اول از نقطهٔ A تا C را در ۳۶ ثانیه طی می‌کند:

$$v_۱ = \frac{d_{AC}}{\Delta t_۱} = \frac{۱۸۰}{۳۶} = ۵\frac{m}{s}$$

پاسخ: گزینهٔ ۲

۴۹- متحرکی بر روی مسیر مستقیمی درحال حرکت است. اگر متحرک نیمی از مسیر را با تندی v و نیمی را با تندی ۲v بپیماید، متحرک در t_1 ثانیه به مقصد می‌رسد. اگر متحرک نیمی از مدت حرکت را با تندی v و نیمی را با تندی ۲v بپیماید، متحرک در t_2 ثانیه به مقصد می‌رسد. $\frac{t_2}{t_1}$ کدام است؟

۱) $\frac{8}{9}$ ۲) $\frac{9}{8}$ ۳) ۱ ۴) ۲

پاسخ: گزینهٔ ۱ (سخت ـ محاسباتی ـ ۱۲۰۱)

روش اول:

حالت اول: سرعت متوسط متحرک در این حالت برابر است با:

$$v_{av_1}=\frac{\Delta x}{\Delta t}=\frac{\Delta x}{\frac{\frac{\Delta x}{2}}{v}+\frac{\frac{\Delta x}{2}}{2v}}=\frac{\Delta x}{\frac{2\Delta x}{2}+\frac{\Delta x}{2}}=\frac{\Delta x}{\frac{3}{2}\Delta x}=\frac{4}{3}v$$

حالت دوم: سرعت متوسط متحرک در این حالت برابر است با:

$$v_{av_2}=\frac{\Delta x}{\Delta t}=\frac{v\times\frac{t}{2}+2v\times\frac{t}{2}}{t}=\frac{3}{2}v$$

حالا نسبت زمان متحرک در دو حالت را حساب می‌کنیم:

$$v=\frac{\Delta x}{\Delta t}\Rightarrow \Delta t=\frac{\Delta x}{v}$$

$$\frac{t_2}{t_1}=\underbrace{\frac{\Delta x_2}{\Delta x_1}}_{\text{مسیر ثابت}}\times\frac{v_{av_1}}{v_{av_2}}\Rightarrow\frac{t_2}{t_1}=\frac{\frac{4}{3}v}{\frac{3}{2}v}=\frac{8}{9}$$

روش دوم:

نکته

در حرکت بر روی خط راست و بدون تغییر جهت اگر متحرک نصف زمان حرکت را با سرعت v_1 و نصف دیگر زمان را با سرعت v_2 بپیماید، سرعت متوسط برابر با میانگین دو سرعت v_1 و v_2 یعنی $v_{av}=\frac{v_1+v_2}{2}$ است.

از طرفی اگر متحرک نصف مسیر حرکت را با سرعت v_1 و نصف دیگر مسیر را با سرعت v_2 بپیماید، سرعت متوسط برابر است با:

$$v_{av}=\frac{2v_1v_2}{v_1+v_2}$$

ابتدا سرعت متوسط متحرک در دو حالت را حساب می‌کنیم:

$$v_{av_1}=\frac{2v_1v_2}{v_1+v_2}=\frac{2v\times 2v}{v+2v}=\frac{4v^2}{3v}=\frac{4}{3}v$$

$$v_{av_2}=\frac{v_1+v_2}{2}=\frac{v+2v}{2}=\frac{3}{2}v$$

حالا نسبت $\frac{t_2}{t_1}$ را به‌دست می‌آوریم:

$$v_{av}=\frac{\Delta x}{\Delta t}\Rightarrow\Delta t=\frac{\Delta x}{v_{av}}\xrightarrow{\text{یکسان }\Delta x}\frac{t_2}{t_1}=\frac{v_{av_1}}{v_{av_2}}\Rightarrow\frac{t_2}{t_1}=\frac{\frac{4}{3}v}{\frac{3}{2}v}=\frac{8}{9}$$

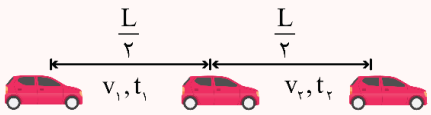
۱۴۰۳ - ۱۴۰۴
www.biomaze.ir

تندی متوسط در حرکت دوقسمتی

در این درس‌نامه می‌خواهیم دو حالت را بررسی کنیم.

۱- متحرک نیمی از مسافت حرکت خود را با تندی متوسط s_1 و نیمهٔ دیگر مسافت را با تندی متوسط s_2 طی کند:

مطابق شکل زیر، اگر کل مسیر حرکت L باشد، متحرک $\frac{L}{2}$ اول را با تندی متوسط s_1 و $\frac{L}{2}$ آخر را با تندی متوسط s_2 طی کرده است. در این صورت می‌توان نوشت:



$$\begin{cases} s_1 = \frac{\frac{L}{2}}{t_1} \rightarrow t_1 = \frac{L}{2s_1} \\ s_2 = \frac{\frac{L}{2}}{t_2} \rightarrow t_2 = \frac{L}{2s_2} \end{cases} \rightarrow t_{کل} = t_1 + t_2 = \frac{L}{2s_1} + \frac{L}{2s_2}$$

$$s_{av} = \frac{\text{مسافت کل}}{\text{زمان کل}} = \frac{L}{t_{کل}} = \frac{L}{\frac{L}{2s_1} + \frac{L}{2s_2}} = \frac{2s_1 s_2}{s_1 + s_2} \rightarrow s_{av} = \frac{2s_1 s_2}{s_1 + s_2}$$

رابطهٔ بالا را حفظ کنید و سعی کنید روش به‌دست آوردن آن را هم یاد بگیرید.

مثال

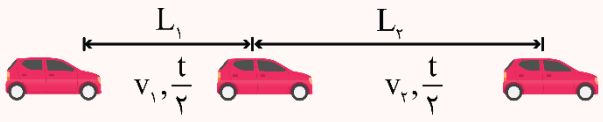
متحرکی نیمی از مسیر حرکت خود را با تندی متوسط $40\frac{m}{s}$ و نیمهٔ دیگر را با تندی متوسط $60\frac{m}{s}$ طی می‌کند. تندی متوسط در کل حرکت چند متر بر ثانیه است؟

مطابق نتیجهٔ قسمت قبل داریم:

$$s_{av} = \frac{2s_1 s_2}{s_1 + s_2} = \frac{2 \times 40 \times 60}{40 + 60} = 48\frac{m}{s}$$

۲- متحرک نیمی از زمان حرکت خود را با تندی متوسط s_1 و نیمهٔ دیگر زمان را با تندی متوسط s_2 طی کند:

مطابق شکل زیر، اگر کل زمان حرکت t باشد، متحرک $\frac{t}{2}$ اول را با تندی متوسط s_1 و $\frac{t}{2}$ آخر را با تندی متوسط s_2 طی کرده است. در این صورت می‌توان نوشت:



$$\begin{cases} s_1 = \frac{L_1}{\frac{t}{2}} \rightarrow L_1 = s_1 \frac{t}{2} \\ s_2 = \frac{L_2}{\frac{t}{2}} \rightarrow L_2 = s_2 \frac{t}{2} \end{cases} \rightarrow L_{کل} = L_1 + L_2 = s_1 \frac{t}{2} + s_2 \frac{t}{2}$$

$$s_{av} = \frac{L_{کل}}{t_{کل}} = \frac{L_1 + L_2}{t} = \frac{s_1 \frac{t}{2} + s_2 \frac{t}{2}}{t} = \frac{s_1 + s_2}{2} \rightarrow s_{av} = \frac{s_1 + s_2}{2}$$

مثال

متحرکی نیمی از زمان حرکت خود را با تندی متوسط $40\frac{m}{s}$ و نیمهٔ دیگر زمان را با تندی متوسط $60\frac{m}{s}$ طی می‌کند. تندی متوسط در کل حرکت چند متر بر ثانیه است؟

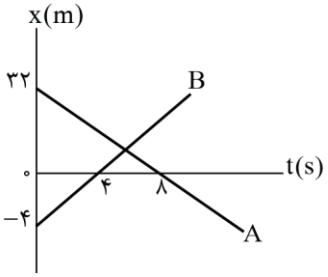
$$s_{av} = \frac{s_1 + s_2}{2} = \frac{40 + 60}{2} = 50\frac{m}{s}$$

برای تمرین بیش‌تر، سعی کنید حرکت‌های زیر را خودتان بررسی کنید.

الف) متحرک $\frac{1}{3}$ ابتدایی مسیر را با تندی متوسط s_1، $\frac{1}{3}$ بعدی را با تندی متوسط s_2 و $\frac{1}{3}$ آخر را با تندی متوسط s_3 طی کند.

ب) متحرک $\frac{1}{3}$ ابتدایی زمان حرکت را با تندی متوسط s_1، $\frac{1}{3}$ بعدی را با تندی متوسط s_2 و $\frac{1}{3}$ آخر را با تندی متوسط s_3 طی کند.

۵۰- نمودار مکان ـ زمان دو اتومبیل A و B که بر روی مسیر مستقیم درحال حرکت هستند، مطابق شکل زیر است. اختلاف زمانی بین دو لحظه‌ای که فاصلهٔ دو خودرو از یکدیگر ۶ متر می‌شود، چند ثانیه است؟



۱) ۰/۶
۲) ۱/۲
۳) ۲/۴
۴) ۳/۶

پاسخ: گزینهٔ ۳ (سخت ـ نموداری ـ ۱۲۰۱)

گام اول:

نمودار مکان ـ زمان هر دو متحرک خطی با شیب ثابت است، بنابراین هر دو متحرک با سرعت ثابت حرکت می‌کنند.

در حرکت با سرعت ثابت سرعت متوسط با سرعت متحرک در هرلحظه برابر است. درنتیجه داریم:

$$v_A = v_{av} = \frac{۰-۳۲}{۸} = -۴\frac{m}{s}$$

$$v_B = v_{av} = \frac{۰-(-۴)}{۴} = ۱\frac{m}{s}$$

گام دوم:

حالا می‌توانیم معادلهٔ حرکت دو متحرک را بنویسیم:

$$x = vt + x_۰ \Rightarrow \begin{cases} x_A = -۴t + ۳۲ \\ x_B = t - ۴ \end{cases}$$

گام آخر:

اگر بخواهیم فاصلهٔ دو متحرک از هم ۶ باشد، خواهیم داشت:

$$|x_A - x_B| = ۶ \Rightarrow |-۴t + ۳۲ - t + ۴| = ۶ \Rightarrow |-۵t + ۳۶| = ۶$$

$$\Rightarrow \begin{cases} -۵t_۱ + ۳۶ = ۶ \Rightarrow -۵t_۱ = -۳۰ \Rightarrow t_۱ = ۶s \\ -۵t_۲ + ۳۶ = -۶ \Rightarrow -۵t_۲ = -۴۲ \Rightarrow t_۲ = ۸/۴s \end{cases}$$

بنابراین اختلاف زمانی برابر $\Delta t = ۸/۴ - ۶ = ۲/۴s$ است.

حرکت با سرعت ثابت

حرکتی است که در آن اندازهٔ سرعت (تندی) متحرک و جهت آن در طول مسیر، ثابت است.

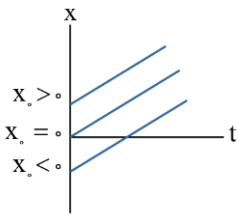
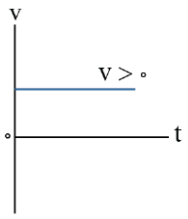
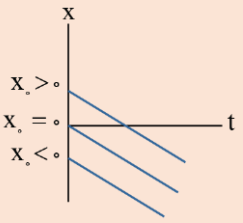
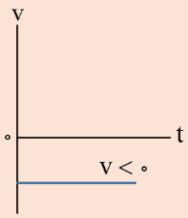
معادلهٔ مکان ـ زمان یک متحرک که با سرعت ثابت حرکت می‌کند، به شکل زیر است:

$x = vt + x_۰$ (x: مکان نهایی متحرک (m)، v: سرعت متحرک $(\frac{m}{s})$، $x_۰$: مکان اولیهٔ متحرک (m))

در حرکت با سرعت ثابت	
	۱- سرعت لحظه‌ای و سرعت متوسط باهم برابرند: $v_{av} = v$
	۲- شتاب حرکت، صفر است.
	۳- اندازهٔ جابه‌جایی و مسافت باهم برابرند $(|d| = L)$، درنتیجه در این حرکت اندازهٔ سرعت برابر تندی است $(|v| = s)$.

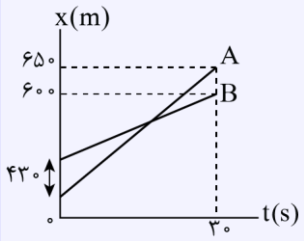
www.biomaze.ir
۱۴۰۳ - ۱۴۰۴

به نمودارهای مکان ـ زمان و سرعت ـ زمان در حرکت با سرعت ثابت توجه کنید:

نوع حرکت / معادله	مکان-زمان $x = vt + x_0$	سرعت-زمان ثابت $v =$
حرکت یکنواخت در جهت محور x		
حرکت یکنواخت در خلاف جهت محور x		

کنکور سراسری خارج از کشور ۱۳۹۴

نمودار مکان ـ زمان دو متحرک A و B به‌صورت شکل زیر است. سرعت متحرک A چند متر بر ثانیه بیش‌تر از سرعت متحرک B است؟



۱) ۱۲

۲) ۱۲/۶

۳) ۱۶

۴) ۱۶/۳

پاسخ تشریحی:

نمودار x-t هر دو متحرک به‌صورت یک تابع خطی است؛ بنابراین معادلهٔ مکان ـ زمان آن‌ها به‌صورت $x = vt + x_0$ است. در لحظهٔ $t = 30s$ متحرک A در مکان $x_A = 650m$ و متحرک B در مکان $x_B = 600m$ می‌باشد؛ پس:

$$x_A = v_A t + x_{0A} \rightarrow 650 = v_A \times 30 + x_{0A} \rightarrow 650 = 30v_A + x_{0A} \quad (1)$$

$$x_B = v_B t + x_{0B} \rightarrow 600 = v_B \times 30 + x_{0B} \rightarrow 600 = 30v_B + x_{0B} \quad (2)$$

حال طرفین معادله‌های (۱) و (۲) را از هم کم می‌کنیم:

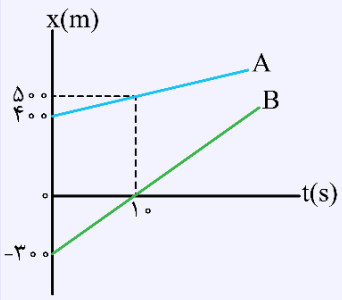
$$650 - 600 = (30v_A + x_{0A}) - (30v_B + x_{0B}) \Rightarrow 50 = 30(v_A - v_B) + (x_{0A} - x_{0B}) = 30(v_A - v_B) + (-430)$$

$$\Rightarrow 50 = 30(v_A - v_B) - 430 \Rightarrow 50 + 430 = 30(v_A - v_B) \Rightarrow 480 = 30(v_A - v_B) \Rightarrow v_A - v_B = \frac{480}{30} = 16\frac{m}{s}$$

پاسخ: گزینهٔ ۳

کنکور سراسری علوم تجربی خارج از کشور ۱۴۰۰

نمودار مکان ـ زمان دو خودرو که روی خط راست حرکت می‌کنند، مطابق شکل زیر، است. در لحظه‌های t_1 و $t_2 > t_1$ فاصلهٔ دو متحرک از هم $600m$ است. کدام $\frac{t_2}{t_1}$ است؟



۱) ۱۵

۲) ۱۳

۳) ۸

۴) ۵

پاسخ تشریحی:

ابتدا در لحظهٔ $t = 0$ ، فاصلهٔ دو متحرک $700m$ است و سپس در لحظهٔ $t = 10s$ ، فاصله به $500\ m$ رسیده است؛ بنابراین فاصله با سرعت $20\ m/s$ کاهش می‌یابد و معادلهٔ فاصلهٔ دو متحرک از هم برابر است با:

فاصله: $d = vt +$ فاصلهٔ اولیه $\rightarrow d = -20t + 700$

AzmonVIP
www.biomaze.ir
۱۴۰۳ - ۱۴۰۴

برای آن‌که فاصله برابر $۶۰۰\,m$ شود، داریم:

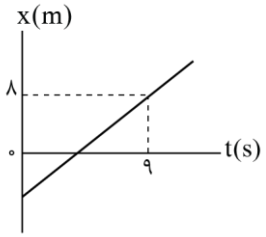
$$|d|=۶۰۰\rightarrow|-۲۰t+۷۰۰|=۶۰۰\rightarrow\begin{cases}-۲۰t+۷۰۰=۶۰۰\\-۲۰t+۷۰۰=-۶۰۰\end{cases}\rightarrow\begin{cases}t_۱=۵s\\t_۲=۶۵s\end{cases}$$

$$\rightarrow\frac{t_۲}{t_۱}=\frac{۶۵}{۵}=۱۳$$

پاسخ: گزینهٔ ۲

گروه آموزشی ماز

۵۱- نمودار مکان ـ زمان متحرکی بر روی محور x، مطابق شکل است. اگر سرعت متوسط این متحرک در ۴ ثانیهٔ سوم حرکتش، ۲ متر بر ثانیه باشد، بردار مکان این متحرک در چه لحظه‌ای تغییر جهت می‌دهد؟



۱) ۲

۲) ۴

۳) ۵

۴) ۶

پاسخ: گزینهٔ ۳ (آسان ـ نموداری ـ ۱۲۰۱)

روش اول:

چون حرکت با سرعت ثابت است، بنابراین سرعت متوسط در هر بازهٔ زمانی دلخواه، یکسان و برابر سرعت لحظه‌ای است $(v=v_{av}=۲\frac{m}{s})$؛ بنابراین با توجه به نمودار داده‌شده می‌توان نوشت:

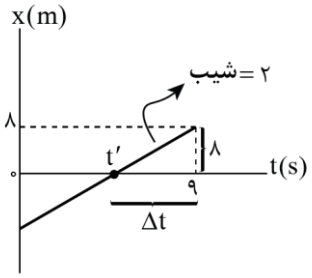
$$x=vt+x_۰\Rightarrow ۸=۲\times۹+x_۰\Rightarrow x_۰=-۱۰m$$

بردار مکان زمانی تغییر جهت می‌دهد که $x=۰$ شود؛ بنابراین داریم:

$$x=vt+x_۰\Rightarrow x=۲t-۱۰\xrightarrow{x=۰}۲t-۱۰=۰\Rightarrow t=۵s$$

روش دوم:

می‌توانیم با استفاده از شیب خط، لحظهٔ تغییر جهت بردار مکان را به‌دست آوریم. مطابق شکل زیر داریم:

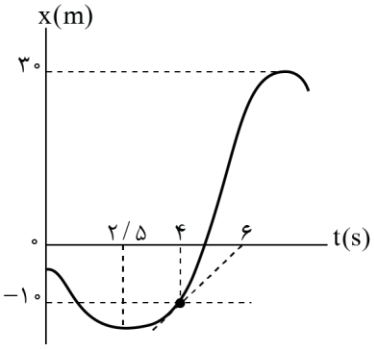


$$۲=\frac{۸}{\Delta t}\Rightarrow\Delta t=۴$$

$$\Delta t=۹-t'\Rightarrow ۴=۹-t'\Rightarrow t'=۵s$$

گروه آموزشی ماز

۵۲- نمودار مکان ـ زمان متحرکی مطابق شکل زیر است. شتاب متوسط این متحرک از لحظهٔ $t=۲/۵s$ تا لحظهٔ $t=۴s$ چند متر بر مربع ثانیه است؟



۱) ۲

۲) ۴

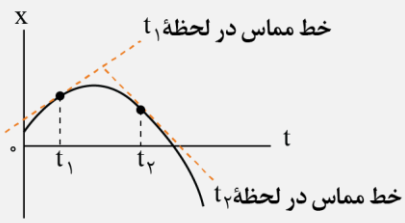
۳) $\frac{۵}{۲}$

۴) $\frac{۱۰}{۳}$

www.biomaze.ir
۱۴۰۳ - ۱۴۰۴

پاسخ: گزینهٔ ۴ (متوسط ـ نموداری ـ ۱۲۰۱)

برای محاسبهٔ شتاب متوسط از روی نمودار مکان ـ زمان طبق استراتژی زیر پیش می‌رویم



۱- سرعت متحرک در لحظهٔ t_1 (شیب خط مماس بر نمودار $x-t$ در لحظهٔ t_1) را به‌دست می‌آوریم.

۲- سرعت متحرک در لحظهٔ t_2 (شیب خط مماس بر نمودار $x-t$ در لحظهٔ t_2) را به‌دست می‌آوریم.

۳- با استفاده از رابطهٔ زیر شتاب متوسط در بازهٔ زمانی t_1 تا t_2 را حساب می‌کنیم:

$$a_{av(t_1-t_2)}=\frac{v_2-v_1}{t_2-t_1}$$

v_2 : شیب خط مماس بر نمودار $x-t$ در لحظهٔ t_2.

v_1 : شیب خط مماس بر نمودار $x-t$ در لحظهٔ t_1.

سرعت متحرک در لحظهٔ $t=4s$ برابر شیب خط مماس در این لحظه است؛ بنابراین برابر است با:

سرعت متحرک در لحظهٔ $t=4s$: $v=\frac{0-(-10)}{6-4}=5\frac{m}{s}$

از طرفی سرعت متحرک در لحظهٔ $t=2/5s$ برابر صفر است؛ بنابراین می‌توان نوشت:

$$a_{av}=\frac{\Delta v}{\Delta t}=\frac{5-0}{4-2/5}=\frac{5}{1/5}=\frac{10}{3}\frac{m}{s^2}$$

گروه آموزشی ماز

۵۳- متحرکی مسافتی مستقیم را با سرعت v در مدت‌زمان ۸ ثانیه و همان مسافت را با سرعت $v+3\frac{m}{s}$ در مدت‌زمان ۶ ثانیه طی می‌کند. اگر این متحرک همان مسافت را با سرعت $v+9\frac{m}{s}$ طی کند، چند ثانیه طول می‌کشد؟

۱) ۲ ۲) ۳ ۳) ۴ ۴) ۵

پاسخ: گزینهٔ ۳ (آسان ـ محاسباتی ـ ۱۲۰۱)

با توجه به رابطهٔ زیر می‌توان نوشت:

$$\Delta x=v\Delta t\Rightarrow\begin{cases}\Delta x=v\times 8\\ \Delta x=(v+3)\times 6\end{cases}$$

$$\Rightarrow v\times 8=(v+3)\times 6\Rightarrow 2v=18\Rightarrow v=9\frac{m}{s}$$

$$\Rightarrow \Delta x=\overbrace{\not{v}}^{9}\times 8\Rightarrow \Delta x=72m$$

بنابراین در حالت جدید می‌توان نوشت:

$$\Delta x=(v+9)\Delta t\Rightarrow 72=(9+9)\Delta t\Rightarrow \Delta t=4s$$

گروه آموزشی ماز

۵۴- متحرک A با تندی ثابت $4\frac{m}{s}$ از مکان $x=17m$ در خلاف جهت محور x شروع به حرکت می‌کند. متحرک B هم‌زمان با متحرک A از مکان $x=-10m$ با تندی ثابت شروع به حرکت می‌کند و ۲ ثانیه بعد از مبدأ مکان می‌گذرد. دو ثانیه بعد از رسیدن دو متحرک به یکدیگر، فاصلهٔ آن‌ها از یکدیگر چند متر است؟

۱) ۴ ۲) ۸ ۳) ۱۰ ۴) ۱۸

پاسخ: گزینهٔ ۴ (متوسط ـ محاسباتی ـ ۱۲۰۱)

روش اول:

معادلهٔ مکان ـ زمان دو متحرک را به‌دست می‌آوریم:

$$x_A=-4t+17$$

$$x_B=v_Bt+x_0\Rightarrow 0=v_B\times 2-10\Rightarrow v_B=5\frac{m}{s}$$

$$\Rightarrow x_B=5t-10$$

حال لحظهٔ به هم رسیدن دو متحرک را به‌دست می‌آوریم:

$$x_A=x_B\Rightarrow -4t+17=5t-10\Rightarrow 9t=27\Rightarrow t=3s$$

www.biomaze.ir
۱۴۰۳ - ۱۴۰۴

دو ثانیه بعد از رسیدن دو متحرک به یکدیگر، یعنی در لحظهٔ $t = ۵s$ ، فاصلهٔ دو متحرک از یکدیگر برابر است با:

$$t = ۵s \Rightarrow \begin{cases} x_A = (-۴\times ۵)+۱۷ = -۳m \\ x_B = (۵\times ۵)-۱۰ = ۱۵m \end{cases} \Rightarrow \Delta x = ۱۵-(-۳) = ۱۸m$$

روش دوم:

گام اول:

سرعت دو متحرک و سرعت نسبی آن‌ها را به‌دست می‌آوریم:

$$|v_A| = ۴\frac{m}{s} \xrightarrow{\text{حرکت در خلاف جهت محور}} v_A = -۴\frac{m}{s}$$

$$v_B = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{۰-(-۱۰)}{۲} = ۵\frac{m}{s}$$

دو متحرک در خلاف جهت حرکت می‌کنند؛ بنابراین سرعت نسبی دو متحرک برابر است با:

$$v_{\text{نسبی}} = ۴+۵ = ۹\frac{m}{s}$$

گام دوم:

دو ثانیه پس از رسیدن دو متحرک فاصلهٔ دو متحرک برابر است با:

$$d_{\text{نسبی}} = v_{\text{نسبی}}\Delta t = ۹\times ۲ = ۱۸m$$

گروه آموزشی ماز

۵۵- معادلهٔ سرعت ـ زمان متحرکی که بر روی خط راست حرکت می‌کند، در SI به‌صورت $v = t^۲ - ۳t - ۴$ است. شتاب متوسط این متحرک از لحظهٔ شروع حرکت تا لحظهٔ تغییر جهت متحرک چند متر بر مربع ثانیه است؟

۱) ۰/۵ ۲) ۱ ۳) ۲ ۴) ۴

پاسخ: گزینهٔ ۲ (آسان ـ محاسباتی ـ ۱۲۰۱)

گام اول:

لحظهٔ تغییر جهت متحرک برابر است با:

$$v = t^۲ - ۳t - ۴ \xrightarrow{v=۰} t^۲ - ۳t - ۴ = ۰ \Rightarrow (t-۴)(t+۱) = ۰ \Rightarrow \begin{cases} t = ۴s \\ t = -۱s \ (\times) \end{cases}$$

گام آخر:

برای محاسبهٔ شتاب متوسط از لحظهٔ شروع حرکت تا لحظهٔ تغییر جهت می‌توان نوشت:

$$\begin{cases} t_۱ = ۰ \Rightarrow v_۱ = -۴\frac{m}{s} \\ t_۲ = ۴s \Rightarrow v_۲ = ۰ \end{cases} \Rightarrow a_{av} = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{۰-(-۴)}{۴-۰} = ۱\frac{m}{s^۲}$$

چگونه از روی معادلهٔ سرعت ـ زمان، لحظهٔ تغییر جهت را پیدا کنیم؟

در لحظهٔ تغییر جهت در حرکت بر روی خط راست، سرعت متحرک صفر می‌شود؛ بنابراین در مرحلهٔ اول باید معادلهٔ $v-t$ را مساوی صفر قرار داده و ریشه یا ریشه‌های آن را به‌دست آوریم.

در مرحلهٔ بعد باید چک کنیم که ریشه قاطع است یا بازگشتی. منظورمان از ریشهٔ قاطع ریشه‌ای است که در آن نمودار $v-t$ محور t را قطع کند.

مثال ۱: در معادلهٔ $v-t$ درجهٔ (۱) به‌صورت $v = At + B$ ، با شرط $\frac{B}{A} < ۰$ متحرک در لحظهٔ $t = \frac{-B}{A}$ تغییر جهت می‌دهد.

مثال ۲: در معادلهٔ $v-t$ درجهٔ (۲) به‌صورت $v = At^۲ + Bt + C$ ، شرط‌های تغییر جهت به‌صورت زیر است:

۱- $\Delta > ۰$ باشد؛ یعنی $B^۲ - ۴AC > ۰$ باشد.

۲- مقادیر به‌دست‌آمده برای t به‌عنوان ریشه، مثبت باشند. $(t > ۰)$

دقت کنید با توجه به این‌که زمان منفی نداریم اگر ریشهٔ معادله منفی بود آن را به‌عنوان لحظهٔ تغییر جهت درنظر نمی‌گیریم.

گروه آموزشی ماز

AzmonVIP
www.biomaze.ir
۱۴۰۳ - ۱۴۰۴

۵۶- چند مورد از موارد زیر درست است؟

الف: اندازهٔ میانگین مولکول‌های گاز خیلی بیش‌تر از جامد و مایع است و در حدود ۳۵ آنگستروم می‌باشد.

ب: حرکات کاتوره‌ای در مولکول‌های مایع و گاز دیده می‌شود.

پ: نیروهای بین‌مولکولی، کوتاه‌برد هستند؛ یعنی وقتی فاصلهٔ بین مولکول‌ها چند برابر فاصلهٔ بین‌مولکولی شود، نیروهای بین‌مولکولی بسیار کوچک و عملاً صفر خواهند شد.

ت: تشکیل حباب آب و صابون و راه رفتن حشره‌ها بر روی آب را می‌توان با دلیل فیزیکی یکسانی توضیح داد.

ث: هرچه به سطح زمین نزدیک‌تر شویم، چگالی و فشار هوا کم‌تر می‌شود.

۱) ۱ ۲) ۲ ۳) ۳ ۴) ۴

پاسخ: گزینهٔ ۳ (آسان ـ خط‌به‌خط کتاب درسی ـ ۱۰۰۲)

موارد «ب»، «پ» و «ت» درست هستند.

بررسی موارد نادرست:

الف) فاصلهٔ (نه اندازهٔ مولکول) میانگین گازها خیلی بیش‌تر از جامد و مایع و حدود $35\,\mathring{A}$ است.

ث) بنا به گفته‌های کتاب درسی هرچه به سطح زمین نزدیک‌تر شویم، چگالی و فشار هوا بیش‌تر می‌شود.

خلاصهٔ حفظیات مربوط به حالت‌های ماده

۱- مواد از ذره‌های ریزی به نام اتم یا مولکول تشکیل شده‌اند. اندازهٔ اتم‌ها در حدود یک تا چند آنگستروم است و اندازهٔ مولکول‌ها به این بستگی دارد که از چند اتم ساخته شده باشند. اندازهٔ برخی درشت‌مولکول‌ها مانند بَسپارها (پلیمرها) می‌تواند تا ۱۰۰۰ آنگستروم نیز باشد.

۲- ذره‌های سازندهٔ مواد همواره در حرکت‌اند و به یکدیگر نیرو وارد می‌کنند. حالت ماده به چگونگی حرکت این ذره‌ها و اندازهٔ نیروی بین آن‌ها بستگی دارد.

۳- حالت چهارم ماده پلاسما نامیده می‌شود که اغلب در دماهای خیلی بالا به‌وجود می‌آید. مادهٔ درون ستارگان و بیش‌تر فضای بین‌ستاره‌ای، آذرخش، شفق‌های قطبی، آتش و مادهٔ داخل لولهٔ تابان لامپ‌های مهتابی از پلاسما تشکیل شده است.

۴- جسم جامد، حجم و شکل معیّنی دارد. ذرات جامد به‌سبب نیروهای الکتریکی که به یکدیگر وارد می‌کنند، در کنار یکدیگر می‌مانند. این ذرات در مکان‌های معیّنی نسبت به یکدیگر قرار دارند و در اطراف این مکان‌ها، نوسان‌های بسیار کوچکی دارند.

۵- جامدها به دو دسته تقسیم می‌شوند:

۱. جامدهای بلورین (کریستالی) ۲. جامدهای آمورف (بی‌شکل)

۶- جامدهای بلورین، جامدهایی هستند که اتم‌های آن‌ها در طرح‌های منظمی کنار هم قرار می‌گیرند و جامد در یک الگوی سه‌بُعدی تکرارشونده از این واحدهای منظم ساخته می‌شود.

۷- فلزها، نمک‌ها، الماس، یخ و بیش‌تر مواد معدنی ازجمله جامدهای بلورین هستند.

۸- وقتی مایعی را به‌آهستگی سرد کنیم، اغلب جامد بلورین تشکیل می‌شود؛ زیرا در این فرایند، ذرات مایع فرصت کافی دارند تا در طرح‌های منظمی خود را مرتب کنند.

۹- جامد آمورف، جامدی است که ذرات آن در طرح‌های منظمی کنار هم قرار ندارند. شیشه و قیر مثالی از جامد آمورف است.

۱۰- وقتی مایعی را به‌سرعت سرد کنیم، معمولاً جامد آمورف به‌وجود می‌آید؛ زیرا در این فرایند، ذرات، فرصت کافی ندارند تا در طرحی منظم، مرتب شوند.

۱۱- مولکول‌های مایع، نظم و تقارن جامدهای بلورین را ندارند و به‌صورت نامنظم و نزدیک به یکدیگر قرار گرفته‌اند. مایع به‌راحتی جاری می‌شود و به شکل ظرف خودش درمی‌آید؛ زیرا مولکول‌های مایع می‌توانند روی هم بلغزند.

۱۲- فاصلهٔ بین ذرات سازندهٔ جامد و مایع تقریباً یکسان و در حدود یک آنگستروم است.

۱۳- حل شدن نمک در آب و پخش شدن جوهر در آب مثال‌هایی از پدیده‌ای به نام پدیدهٔ پخش در مایع هستند. دلیل این پدیده به حرکت‌های نامنظم و کاتوره‌ای مولکول‌های آب و برخورد آن‌ها با ذرات سازندهٔ نمک و جوهر مربوط می‌شود که موجب پخش آن‌ها در آب می‌گردد.

۱۴- گاز، ماده‌ای است که شکل مشخصی ندارد. اتم‌ها و مولکول‌های آن آزادانه و با تندی بسیار زیاد به اطراف حرکت و با یکدیگر و با دیواره‌های ظرفی که در آن قرار دارند، برخورد می‌کنند.

۱۵- فاصلهٔ میانگین مولکول‌های گاز در مقایسه با اندازهٔ آن‌ها، خیلی بیش‌تر است. مثلاً اندازهٔ مولکول‌های هوا بین ۱ تا ۳ آنگستروم است، درحالی‌که فاصلهٔ میانگین آن‌ها در شرایط معمولی در حدود ۳۵ آنگستروم می‌باشد.

۱۶- با ورود هوا به درون یک سرنگ سربسته می‌بینیم که به‌راحتی می‌توانیم سرنگ را فشرده کنیم؛ اما با ریختن آب درون آن می‌بینیم که نمی‌توان پیستون سرنگ را به پایین آورده و آن را متراکم کرد. از این آزمایش نتیجه می‌گیریم که گازها تراکم‌پذیرند اما مایعات تقریباً تراکم‌ناپذیر می‌باشند.

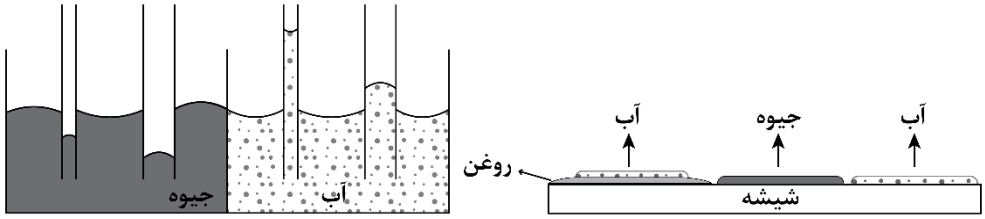
۱۷- حرکت نامنظم و کاتوره‌ای ذرات دود در هوا را حرکت براونی می‌گوییم. دلیل این حرکت نامنظم، برخورد ذرات دود با مولکول‌های هوا است که به‌طور نامنظم و کاتوره‌ای درحال حرکت هستند.

۱۸- پدیدهٔ پخش در گازها نیز رخ می‌دهد. مثالی از آن را می‌توانیم هنگام باز کردن درب یک شیشهٔ عطر ببینیم که پس از چند ثانیه ذرات عطر در همه‌جای اتاق پخش و بوی آن حس می‌شود. سرعت پدیدهٔ پخش در گازها از مایعات بیش‌تر است و دلیل آن تندتر بودن حرکت نوسانی مولکول‌های گاز و بیش‌تر بودن فاصلهٔ بین آن‌ها است.

۱۹- نیروهای بین‌مولکولی کوتاه‌بردند؛ یعنی وقتی فاصلهٔ بین مولکول‌ها چند برابر فاصلهٔ بین‌مولکولی می‌شود، نیروهای بین‌مولکولی بسیار کوچک و عملاً صفر خواهند شد.

۲۰- با افزایش فاصله از سطح زمین، چگالی و فشار هوا کاهش می‌یابد.

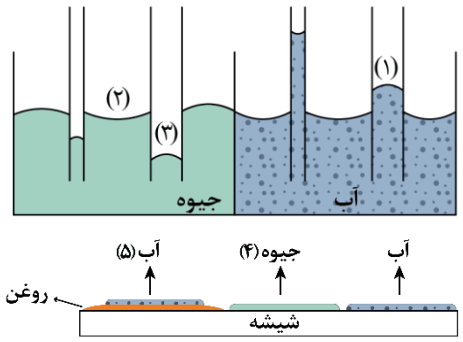
۵۷- در شکل زیر تعیین کنید چند اشتباه در مورد چگونگی قرارگیری مایعات وجود دارد؟ (تمامی لوله‌ها، سطوح و ظرف‌ها شیشه‌ای هستند و در شکل سمت راست، مایع‌ها روی سطح پخش شده‌اند.)



۱) ۲ ۲) ۵ ۳) ۴ ۴) ۳

پاسخ: گزینهٔ ۲ (متوسط ـ مفهومی ـ ۱۰۰۲)

دلیل همهٔ موارد، نیروهای هم‌چسبی و دگرچسبی می‌باشد. مطابق شکل‌های زیر داریم:



اشتباه (۱): در لولهٔ مویین قطور داخل ظرف آب، سطح آب باید فرورفته باشد (دگرچسبی بیش‌تر از هم‌چسبی).

اشتباه (۲): در ظرف جیوه بین لوله‌های مویین سطح جیوه باید برآمده باشد (هم‌چسبی بیش‌تر از دگرچسبی).

اشتباه (۳): در ظرف جیوه سطح جیوه در لولهٔ مویین قطور باید بالاتر از سطح جیوهٔ درون لولهٔ مویین و باریک‌تر باشد.

اشتباه (۴): قطرهٔ جیوه بر روی شیشه باید کروی باشد نه به‌صورت پهن‌شده (هم‌چسبی بیش‌تر از دگرچسبی).

اشتباه (۵): قطرهٔ آب روی روغن باید به‌صورت کروی باشد نه به‌صورت پهن‌شده (هم‌چسبی بیش‌تر از دگرچسبی).

نیروی بین‌مولکولی

نیروی هم‌چسبی: نیروی جاذبه بین مولکول‌های هم‌نوع (یا یک ماده) را نیروی هم‌چسبی می‌گویند.

نیروی دگرچسبی: نیروی جاذبه بین مولکول‌های نامشابه (یا دو مادهٔ مختلف) را نیروی دگرچسبی می‌گویند.

کشش سطحی: ناشی از نیروی هم‌چسبی بین مولکول‌های سطح مایع است. شناور ماندن گیره بر روی آب، تشکیل حباب صابون و ... نمونه‌هایی از کشش سطحی است.

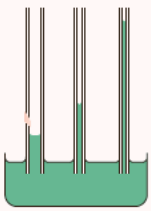
ترشوندگی: هرگاه مایعی در تماس با جسم جامدی باشد، دو حالت ممکن است اتفاق بیافتد:

۱- اگر نیروی دگرچسبی بین مولکول‌های مایع و جامد از نیروی هم‌چسبی بین مولکول‌های مایع بیش‌تر باشد، مایع، جسم جامد را تر می‌کند، مثل آب بر سطح شیشه. (مطابق شکل)

۲- اگر نیروی هم‌چسبی بین مولکول‌های مایع از نیروی دگرچسبی بین مولکول‌های مایع و جسم جامد بیش‌تر باشد، مایع، جسم جامد را تر نمی‌کند، مثل جیوه بر سطح شیشه. (مطابق شکل)

اثر مویینگی

لوله‌هایی که قطر داخلی آن‌ها حدود یک دهم میلی‌متر باشد، معمولاً لولهٔ مویین نامیده می‌شوند. دو حالت زیر را بررسی می‌کنیم:



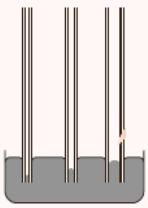
الف) لولهٔ مویین وقتی در ظرف آب قرار دارد، دارای ویژگی‌های زیر است:

۱- آب در لولهٔ مویین بالا می‌رود و سطح آن بالاتر از سطح آب در ظرف قرار می‌گیرد.

۲- هرچه قطر لوله کم‌تر باشد، ارتفاع ستون آب در آن بیش‌تر است.

۳- سطح آب در لولهٔ مویین فرورفته (یا مقعر) است.

توجیه فیزیکی این پدیده: چون نیروی دگرچسبی بین مولکول‌های آب و شیشه از نیروی هم‌چسبی بین مولکول‌های آب بیش‌تر است، آب تمایل به چسبیدن به دیوار شیشه را دارد، درنتیجه آب در لوله بالا می‌رود.



ب) لولهٔ مویین وقتی در ظرف جیوه قرار دارد، دارای ویژگی‌های زیر است:

۱- جیوه در لولهٔ مویین پایین می‌رود و سطح آن پایین‌تر از سطح جیوه در ظرف قرار می‌گیرد.

۲- هرچه قطر لوله کم‌تر باشد، ارتفاع ستون جیوه در آن کم‌تر است.

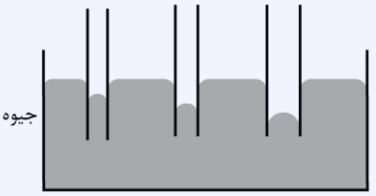
۳- سطح جیوه در لولهٔ مویین برآمده (یا محدب) است.

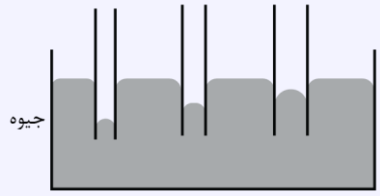
www.biomaze.ir
۱۴۰۳ - ۱۴۰۴

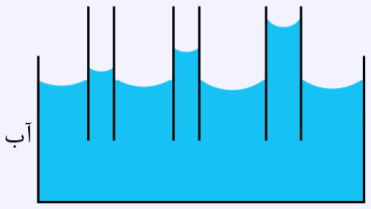
توجیه فیزیکی این پدیده: چون نیروی هم‌چسبی بین مولکول‌های جیوه از نیروی دگرچسبی بین مولکول‌های جیوه و شیشه بیش‌تر است، جیوه سطح شیشه را تر نمی‌کند، درنتیجه سطح جیوه در لولهٔ مویین، پایین‌تر از سطح جیوه در ظرف است.

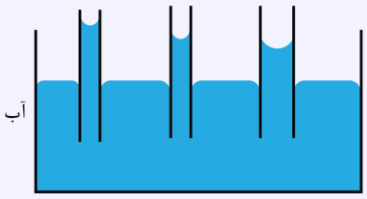
کنکور سراسری علوم تجربی داخل ۱۳۹۹

کدام‌یک از شکل‌های زیر، خاصیت مویینگی در لوله‌های شیشه‌ای را درست نشان داده است؟

۱) 

۲) 

۳) 

۴) 

پاسخ:

آب داخل لولهٔ مویین ← بالاتر از سطح آزاد ← به‌صورت فرورفته

جیوه داخل لولهٔ مویین ← پایین‌تر از سطح آزاد ← به‌صورت برآمده

هرچه لولهٔ مویین باریک‌تر باشد، آب در لولهٔ مویین بالاتر و جیوه پایین‌تر است.

پاسخ: گزینهٔ ۲

گروه آموزشی ماز

۵۸- یک جسم مکعبی‌شکل توپر با طول ضلع ۱۰cm روی یک سطح افقی قرار دارد و فشاری که به سطح زیرین خود وارد می‌کند، برابر ۲۰۰۰Pa است. چگالی مکعب چند گرم بر سانتی‌متر مکعب است؟ $(g=10\frac{m}{s^2})$

۱) ۴ ۲) ۲ ۳) ۱ ۴) ۸

پاسخ: گزینهٔ ۲ (آسان ـ محاسباتی ـ ۱۰۰۲)

گام اول:

فشاری که جسم به سطح وارد می‌کند برابر است با:

$$P=\frac{F_\perp}{A}=\frac{mg}{A}\ ;\ A=(10cm)^2=10^{-2}m^2$$

$$\Rightarrow 2000=\frac{m\times 10}{10^{-2}}\Rightarrow 10m=20\Rightarrow m=2kg=2000g$$

گام آخر:

حالا باید چگالی مکعب را پیدا کنیم:

$$V_{مکعب}=(10cm)^3=10^3cm^3\ ,\ \rho=\frac{m}{V}=\frac{2000}{10^3}=2\frac{g}{cm^3}$$

فشار جامدات

۱- فشار وارد بر یک سطح برابر نیروی عمودی وارد بر واحد سطح است.

$$P=\frac{F_\perp}{A}$$

P: فشار با یکای Pa $F_\perp$: نیروی عمودی با یکای N A: مساحت با یکای m^2

AzmonVIP
www.biomaze.ir
۱۴۰۳ - ۱۴۰۴

مثال

یکای فرعی فشار را برحسب یکاهای اصلی به‌دست آورید.

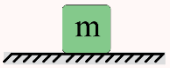
پاسخ:

$$P=\frac{F}{A}\rightarrow P_{\text{یکای}}\equiv\frac{F_{\text{یکای}}}{A_{\text{یکای}}}$$

$$\rightarrow P_{\text{یکای}}\equiv\frac{\text{نیوتون}}{\text{مترمربع}}\equiv\frac{\frac{\text{متر}\times\text{کیلوگرم}}{\text{مربع ثانیه}}}{\text{مترمربع}}\equiv\frac{\text{کیلوگرم}}{\text{مربع ثانیه}\times\text{متر}}$$

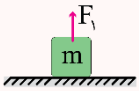
۲- در محاسبهٔ فشار جامدات به نکات زیر توجه کنید:

الف) اگر جسم روی سطح ساکن باشد و نیروی خارجی به آن وارد نشود، نیروی عمودی سطح برابر وزن جسم است و فشار برابر است با:

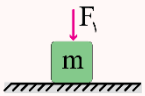


$$P=\frac{F}{A}=\frac{mg}{A}$$

ب) اگر جسم، روی سطح ساکن باشد و نیروی قائمی به آن وارد شود، فشار وارد بر سطح برابر است با:



$$P=\frac{mg-F_1}{A}$$



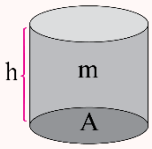
$$P=\frac{mg+F_1}{A}$$

پ) اگر جسم، کف آسانسوری قرار داشته باشد که با شتاب a حرکت می‌کند، فشار وارد بر کف آسانسور برابر است با:

$$P=\frac{m(g\pm a)}{A}$$

$+\leftarrow$ اگر شتاب به سمت بالا باشد. $-\leftarrow$ اگر شتاب به سمت پایین باشد.

ت) اگر جسم جامد به‌گونه‌ای باشد که سطح مقطع آن در همهٔ ارتفاع‌ها ثابت باشد، می‌توان فشار وارد بر سطح را به‌صورت زیر محاسبه کرد:

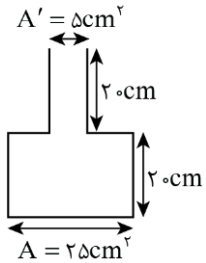


$$\begin{cases}P=\frac{mg}{A}\rightarrow P=\frac{\rho Vg}{A}\xrightarrow{V=Ah}P=\rho gh\\ m=\rho V\end{cases}$$

دقت کنید که این رابطه فقط برای اجسامی مثل مکعب و استوانه برقرار است که مساحت مقطع آن‌ها در همهٔ ارتفاع‌ها ثابت است. برای اجسامی مثل مخروط و هرم که مساحت مقطع آن‌ها به‌تدریج تغییر می‌کند، استفاده از این رابطه مجاز نیست.

گروه آموزشی ماز

۵۹- در ظرف زیر $150cm^3$ مایع (۱) با چگالی $800\frac{g}{L}$ و $510g$ مایع (۲) با چگالی $1/2\frac{g}{cm^3}$ می‌ریزیم. نیروی وارد بر کف ظرف ناشی از مایعات چند نیوتون است؟ ($g=10\frac{m}{s^2}$ و مایع‌ها باهم مخلوط نمی‌شوند.)



۱) ۹/۵

۲) ۸/۷

۳) ۳۴/۸

۴) ۷/۸

پاسخ: گزینهٔ ۲ (متوسط ـ محاسباتی ـ ۱۰۰۲)

می‌دانیم که $1\frac{g}{cm^3}=1000\frac{g}{L}$، بنابراین $0/8\frac{g}{cm^3}=800\frac{g}{L}$ است.

گام اول:

چون چگالی مایع (۲) بیش‌تر است، بنابراین پایین‌تر قرار می‌گیرد. حجم مایع (۲) برابر است با:

$$V_2=\frac{m_2}{\rho_2}=\frac{510}{1/2}=425cm^3$$

AzmonVIP
www.biomaze.ir
۱۴۰۳ - ۱۴۰۴

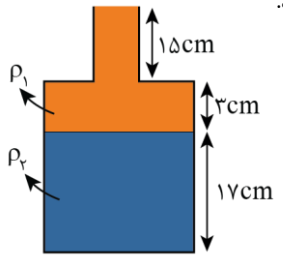
گام دوم:

این حجم از مایع در مساحت $۲۵cm^۲$ با ارتفاع $h_۲$ قرار می‌گیرد:

$$V_۲ = Ah_۲ \Rightarrow ۴۲۵ = ۲۵h_۲ \Rightarrow h_۲ = ۱۷cm$$

گام سوم:

بنابراین بخشی از مایع (۱) در ارتفاع باقی‌ماندهٔ ظرف پایینی $(۲۰ - ۱۷ = ۳cm)$ و بقیهٔ آن در ظرف بالایی قرار می‌گیرد.



حجم مایع (۱) در ظرف پایینی $= ۲۵ \times ۳ = ۷۵cm^۳$

بنابراین $۱۵۰ - ۷۵ = ۷۵cm^۳$ آن در ظرف بالایی قرار می‌گیرد. ارتفاع مایع (۱) در ظرف بالایی برابر است با:

$$V_۱ = A'h_۱ \Rightarrow ۷۵ = ۵h_۱ \Rightarrow h_۱ = ۱۵cm$$

بنابراین ارتفاع مایع (۲) برابر $۱۷cm$ و ارتفاع مایع (۱) برابر $۳ + ۱۵ = ۱۸cm$ است.

گام آخر:

نیروی وارد بر کف ظرف توسط دو مایع را حساب می‌کنیم:

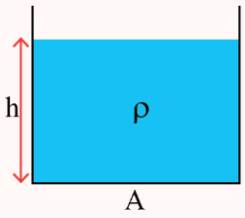
$$F_{کل} = P_{کف\,ظرف} A = (\rho_۱ gh_۱ + \rho_۲ gh_۲)A$$

$$F_{کل} = (۸۰۰ \times ۱۰ \times ۰/۱۸ + ۱۲۰۰ \times ۱۰ \times ۰/۱۷) \times ۲۵ \times ۱۰^{-۴} = ۸/۷N$$

درواقع در این رابطه Ah، حجم ستون فرضی مایع است و نه حجم کل مایع.

محاسبهٔ نیروی حاصل از مایع

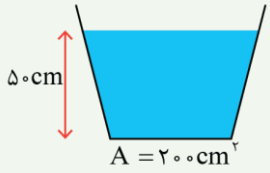
۱- برای محاسبهٔ نیرویی که یک مایع به سطوح مختلف وارد می‌کند، به‌صورت زیر عمل می‌کنیم:



$$\begin{cases} P = \rho gh \\ F = PA \end{cases} \rightarrow F = \rho ghA$$

مثال

درون ظرف مقابل، $۱۲kg$ آب وجود دارد. نیروی وارد بر کف ظرف از طرف آب چند نیوتون است؟ $(\rho_{آب} = ۱\frac{g}{cm^۳}\ ,\ g = ۱۰\frac{N}{kg})$



$$F = \rho ghA = ۱۰۰۰ \times ۱۰ \times ۰/۵ \times ۲۰۰ \times ۱۰^{-۴}$$

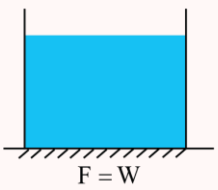
$$\rightarrow F = ۱۰۰N$$

دقت کنید که برخی از دانش‌آموزان به‌اشتباه این‌گونه استدلال می‌کنند که چون وزن آب درون ظرف $۱۲۰N$ است، نیروی وارد بر کف ظرف هم $۱۲۰N$ است که این استدلال نادرست است. درواقع مقایسهٔ وزن مایع و نیروی وارد بر کف ظرف به شکل ظرف بستگی دارد که در نکتهٔ بعد آن را بررسی می‌کنیم.

۲- مطابق شکل زیر، ظرف‌ها به‌طور کل به سه دسته تقسیم می‌شوند. اگر نیرویی که مایع در هر ظرف به کف ظرف وارد می‌کند برابر F باشد و وزن مایع درون هر ظرف W باشد، می‌توانیم F و W را در هر یک از ظرف‌ها به‌صورت زیر مقایسه کنیم.

ظرفی که دهانهٔ آن بسته می‌شود و با افزایش ارتفاع سطح مقطع ظرف کم می‌شود.

ظرفی که مساحت آن در همهٔ ارتفاع‌ها ثابت است.



ظرفی که دهانهٔ آن باز می‌شود و با افزایش ارتفاع سطح مقطع ظرف زیاد می‌شود.

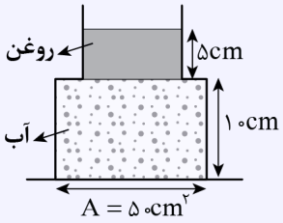
۳- در قسمت قبل، نیرویی که مایع بر کف ظرف وارد می‌کند را بررسی کردیم و دیدیم شکل ظرف بر آن تأثیرگذار است. اگر نیرویی که ظرف به تکیه‌گاه زیر خود وارد می‌کند (F_N) را بخواهیم، یادتان باشد که این نیرو برابر مجموع وزن ظرف و مایع درون آن است و ربطی به شکل ظرف ندارد.

نیروی وارد بر سطح افقی: $F_N = W_{ظرف} + W_{مایع}$

AzmonVIP
www.biomaze.ir
۱۴۰۳ - ۱۴۰۴

کنکور سراسری ریاضی خارج از کشور ۱۳۹۴

در شکل زیر، ظرف از دو قسمت استوانه‌ای تشکیل شده است که سطح مقطع استوانه‌ها $10\,cm^2$ و $50\,cm^2$ است. نیرویی که از طرف مایع‌ها بر کف ظرف وارد می‌شود چند نیوتون است؟ (چگالی روغن و آب به‌ترتیب $0/8\,\frac{g}{cm^3}$ و $1\,\frac{g}{cm^3}$ است و $g=10\,\frac{m}{s^2}$)



۱) ۴/۵

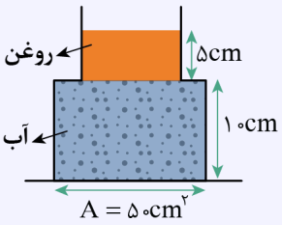
۲) ۶/۶

۳) ۶

۴) ۷

پاسخ تشریحی:

گام اول: فشار مایعات در کف ظرف برابر است با:



$$P=P_{روغن}+P_{آب}=\rho_{روغن}gh_{روغن}+\rho_{آب}gh_{آب}=800\times10\times0/05+1000\times10\times0/1=1400\,Pa$$

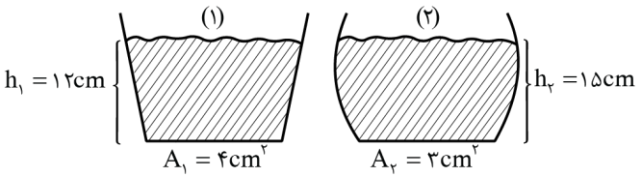
گام دوم: نیروی وارد بر کف ظرف برابر است با:

$$P=\frac{F}{A}\Rightarrow 1400=\frac{F}{5\times10^{-3}}\Rightarrow F=7\,N$$

پاسخ: گزینهٔ ۴

گروه آموزشی ماز

۶۰- در شکل زیر، دو ظرف شیشه‌ای از یک نوع مایع پر شده‌اند. با توجه به اطلاعات داده‌شده کدام گزینه صحیح است؟



۱) فشار ناشی از مایع بر کف ظرف (۱)، ۲۵ درصد بیش‌تر از ظرف (۲) است.

۲) فشار ناشی از مایع بر کف ظرف (۲)، ۷۵ درصد بیش‌تر از ظرف (۱) است.

۳) نیروی ناشی از مایع بر کف ظرف (۱)، تقریباً ۷ درصد بیش‌تر از ظرف (۲) است.

۴) نیروی ناشی از مایع بر کف ظرف (۲)، تقریباً ۷ درصد بیش‌تر از ظرف (۱) است.

پاسخ: گزینهٔ ۳ (متوسط ـ مفهومی/ محاسباتی ـ ۱۰۰۲)

مقدار ρ و g برای هر دو ظرف یکسان است.

$$\left.\begin{array}{l}\text{فشار ناشی از مایع بر کف ظرف یک}: \rho gh_1=\rho g\times0/12\\ \text{فشار ناشی از مایع بر کف ظرف دو}: \rho gh_2=\rho g\times0/15\end{array}\right\}\Rightarrow\frac{P_2}{P_1}=\frac{0/15\rho g}{0/12\rho g}=1/25$$

پس فشار ناشی از مایع بر کف ظرف (۲)، ۲۵ درصد بیش‌تر از فشار ناشی از مایع بر کف ظرف (۱) است.

$$(P=\frac{F}{A}\Rightarrow F=PA=\rho gh\times A)$$

نیروی ناشی از مایع بر کف ظرف (۱): $\rho gh_1\times A_1=\rho g\times0/12\times4\times10^{-4}=48\times10^{-6}\rho g$

نیروی ناشی از مایع بر کف ظرف (۲): $\rho gh_2\times A_2=\rho g\times0/15\times3\times10^{-4}=45\times10^{-6}\rho g$

$$\frac{F_1}{F_2}=\frac{48\times10^{-6}\rho g}{45\times10^{-6}\rho g}=\frac{16}{15}\simeq1/07$$

پس نیروی ناشی از مایع بر کف ظرف (۱)، تقریباً ۷ درصد بیش‌تر از نیروی ناشی از مایع بر کف ظرف (۲) است.

گروه آموزشی ماز

۶۱- در ارتفاع h از سطح دریا فشار هوا ۵۰cmHg است. این فشار چند kPa و ارتفاع h حدود چند m است؟

($g=10\,\frac{N}{kg}$, $\rho_{Hg}=13/6\,\frac{g}{cm^3}$, چگالی میانگین هوا $=1/17\,\frac{kg}{m^3}$ و فشار هوا در سطح دریا $=76\,cmHg$)

۱) ۵۸، ۳۰۰۰

۲) ۶۸، ۲۰۰۰

۳) ۶۸، ۳۰۰۰

۴) ۵۸، ۲۰۰۰

www.biomaze.ir
۱۴۰۳ - ۱۴۰۴
AzmonVIP

پاسخ: گزینهٔ ۳ (آسان ـ محاسباتی ـ ۱۰۰۲)

گام اول:

ابتدا فشار را برحسب kPa به‌دست می‌آوریم:

$$P_{(Pa)} = ۱۳۶۰ \times P_{(cmHg)}$$

$$P_{(Pa)} = ۱۳۶۰ \times ۵۰ = ۶۸۰۰۰Pa = ۶۸kPa$$

گام آخر:

حالا ارتفاع h را حساب می‌کنیم:

$$\begin{cases} P_{\circ} = ۷۶cmHg = ۱۳۶۰ \times ۷۶(Pa) = ۱۰۳۳۶۰Pa \\ P = ۶۸۰۰۰Pa \end{cases} \Rightarrow P = P_{\circ} - \rho gh \Rightarrow ۶۸۰۰۰ = ۱۰۳۳۶۰ - (۱/۱۷ \times ۱۰ \times h)$$

$$\Rightarrow ۳۵۳۶۰ = ۱۱/۷h \Rightarrow h \simeq ۳۰۰۰m$$

نکته

اختلاف فشار هوا بین دو نقطه (در ارتفاعات کم) از رابطهٔ زیر به‌دست می‌آید:

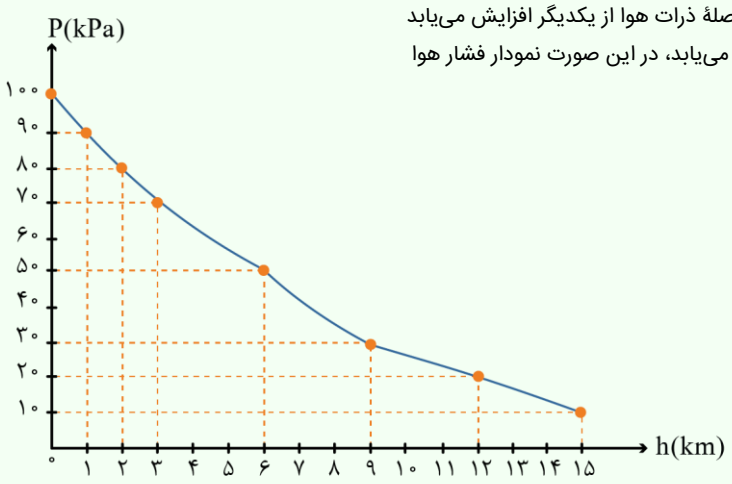
$$\Delta P = \bar{\rho} g \Delta h$$

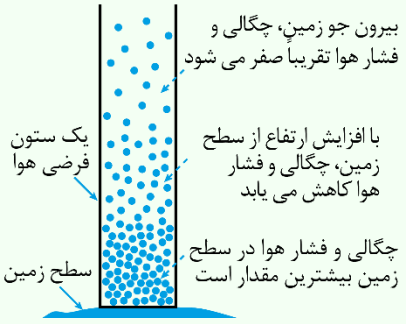
$\bar{\rho}$: چگالی متوسط هوا

Δh : اختلاف ارتفاع دو نقطه

نکته

با افزایش ارتفاع از سطح زمین، چون شتاب گرانش (g) کاهش می‌یابد، فاصلهٔ ذرات هوا از یکدیگر افزایش می‌یابد و این باعث کاهش چگالی هوا می‌شود، درنتیجه فشار هوا رفته‌رفته کاهش می‌یابد، در این صورت نمودار فشار هوا برحسب فاصله از سطح دریای آزاد به‌صورت زیر می‌شود:





نکته

اگر شتاب گرانش $۱۰\frac{m}{s^۲}$ و چگالی جیوه $۱۳/۶\frac{g}{cm^۳}$ باشد، برای تبدیل فشار برحسب یکای سانتی‌متر جیوه به پاسکال داریم:

$$P(Pa) = ۱۳۶۰ \times P(cmHg)$$

کنکور سراسری ریاضی ۱۴۰۱

در ارتفاع حدود ۳۰۰۰ متری از سطح دریا، فشار هوا ۶۸ kPa است. این فشار، چند سانتی‌متر جیوه است؟ (چگالی جیوه $= ۱۳/۶\frac{g}{cm^۳}$ و $g = ۱۰\frac{N}{kg}$)

۱) ۶۰ ۲) ۵۵ ۳) ۵۰ ۴) ۴۵

پاسخ تشریحی:

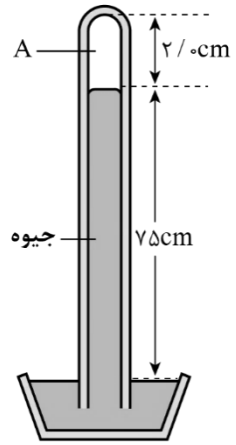
با توجه به این‌که شتاب گرانش برابر با $۱۰\frac{N}{kg}$ و چگالی جیوه برابر با $۱۳/۶\frac{g}{cm^۳}$ است، داریم:

$$P(Pa) = ۱۳۶۰ \times P(cmHg) \Rightarrow ۶۸۰۰۰ = ۱۳۶۰ \times P(cmHg)$$

$$\Rightarrow P(cmHg) = ۵۰$$

پاسخ: گزینهٔ ۳

۶۲- شکل زیر یک جوسنج سادهٔ (بارومتر) جیوه‌ای را نشان می‌دهد. کدام گزینه درست است؟ ($\rho_{\text{جیوه}} = ۱۳/۶ \frac{g}{cm^۳}$ ، ضخامت دیوارهٔ شیشه‌ای را نادیده بگیرید و همچنین در ناحیهٔ A بخار جیوه وجود دارد که فشار آن ناچیز بوده و در عمل برابر صفر فرض شود.)



۱) فشار هوای محیطی که این جوسنج (بارومتر) در آنجا قرار دارد، ۷۷ سانتی‌متر جیوه است.

۲) اگر سطح مقطع لوله افزایش یابد، ارتفاع ستون جیوه درون لوله کاهش می‌یابد.

۳) اگر این جوسنج (بارومتر) را بالای کوهی ببریم، ارتفاع ستون جیوه درون لوله افزایش می‌یابد.

۴) اگر با تغییر محیط، ارتفاع ستون جیوهٔ درون لوله ۲cm کاهش یابد، ارتفاع جدید ستون جیوه فشاری به‌اندازهٔ ۹۹۲۸۰Pa ایجاد می‌کند.

پاسخ: گزینهٔ ۴ (متوسط ـ مفهومی/ محاسباتی ـ ۱۰۰۲)

بررسی گزینه‌ها:

۱ با توجه به این‌که ارتفاع ستون جیوه ۷۵cm است، فشار هوای محیط برابر ۷۵cmHg است. (✗)

۲ ارتفاع ستون جیوه همواره برابر ۷۵cm است و به سطح مقطع لوله بستگی ندارد. (✗)

۳ با افزایش ارتفاع، فشار هوای محیط کاهش می‌یابد، پس ارتفاع ستون جیوه نیز کم می‌شود. (✗)

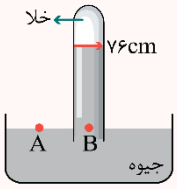
۴ ارتفاع ستون جیوه با ۲cm کاهش به ۷۳cm می‌رسد و فشار حاصل از آن برابر است با:

$$P = \rho gh = ۱۳۶۰۰ \times ۱۰ \times \frac{۷۳}{۱۰۰} = ۱۳۶۰ \times ۷۳ = ۹۹۲۸۰ Pa \quad (✓)$$

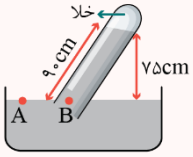
ژفشارسنج هوا یا بارومتر (آزمایش توریچلی)

برای اندازه‌گیری فشار هوا از بارومتر استفاده می‌کنیم.

مثلاً در شکل مقابل، سطح جیوه روی عدد ۷۶cm قرار دارد، پس فشار هوا در محل آزمایش برابر با ۷۶cmHg است.

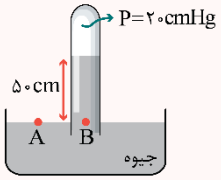


✓ ارتفاع قائم جیوهٔ درون لوله به‌اندازهٔ فشار هوا در محل آزمایش می‌باشد.



$$P_{\circ} = ۷۵\,cmHg$$

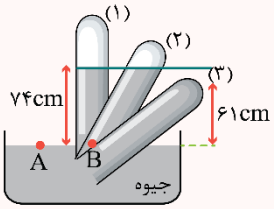
✓ اگر انتهای لوله خلأ نباشد، مجموع فشار گاز بالای لوله و ستون جیوه برابر فشار هوا است.



$$P_{\circ} = ۵۰ + ۲۰ = ۷۰\,cmHg$$

✓ اگر لولهٔ آزمایش را کج کنیم، (لولهٔ (۲)) طول ستون جیوهٔ داخل لوله، (حجم جیوهٔ داخل لوله) زیاد می‌شود ولی ارتفاع قائم جیوه تغییر نمی‌کند. ولی اگر لوله خیلی کج شود (لولهٔ (۳))، جیوه به ته لوله رسیده و نمی‌تواند تا ارتفاع موردنظر بالا برود، پس به همان مقدار به ته لوله فشار وارد می‌کند.

مثلاً در شکل زیر جیوه باید ۷۴ سانتی‌متر بالا برود، ولی فقط ۶۱ سانتی‌متر بالا رفته و باید ۱۳ سانتی‌متر دیگر بالا می‌رفت، پس به ته لوله ۱۳cmHg فشار وارد می‌شود.



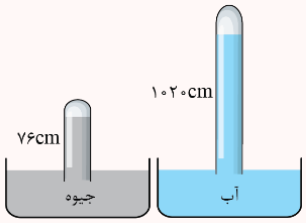
www.biomaze.ir
۱۴۰۳ - ۱۴۰۴

AzmonVIP

✓ سطح مقطع، ضخامت، شکل و طول لوله در ارتفاع جیوه مؤثر نمی‌باشد، پس اگر ضخامت لوله را افزایش دهیم، ارتفاع جیوه ثابت می‌ماند و فقط حجم جیوهٔ درون لوله زیاد می‌شود.

✓ دلیل استفاده از جیوه به‌خاطر چگالی زیاد جیوه است و به همین دلیل ارتفاع جیوه در لوله کم خواهد شد.

مثلاً اگر در آزمایش توریچلی مانند شکل زیر به‌جای جیوه از آب استفاده کنیم، ارتفاع آب ۱۰۲۰ سانتی‌متر (تقریباً ۱۰ متر) می‌شود. در این حالت برای محاسبهٔ ارتفاع مایع می‌توان نوشت:

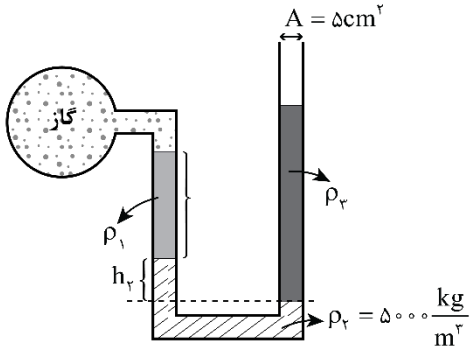


$$\rho_{\text{جیوه}} h_{\text{جیوه}} = \rho_{\text{مایع}} h_{\text{مایع}}$$

✓ تمامی نکات بالا و سؤالات مربوط به بارومتر را می‌توان با برابر قرار دادن فشار نقاط هم‌تراز درون یک مایع حل کرد.

گروه آموزشی ماز

۶۳- در شکل زیر، اگر فشار پیمانه‌ای مخزن گاز ۲kPa و جرم مایع (۳) (با چگالی ρ_3)، ۱۵۰ گرم از جرم مایع (۱) (با چگالی ρ_1) بیش‌تر باشد، ارتفاع h_2 چند سانتی‌متر است؟ ($g=10\frac{m}{s^2}$ و سطح مقطع لوله در تمام نقاط یکسان است.)



۱) ۱

۲) ۶

۳) ۲

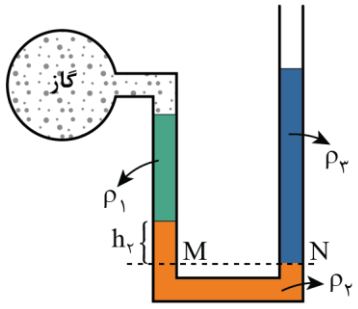
۴) ۴

پاسخ: گزینهٔ ۳ (متوسط ـ محاسباتی ـ ۱۰۰۲)

مطابق شکل زیر، نقاط M و N که هم‌تراز و هم‌فشار هستند را انتخاب می‌کنیم.

$$P_M = P_N \Rightarrow P_{\text{گاز}} + \rho_1 g h_1 + \rho_2 g h_2 = P_0 + \rho_3 g h_3$$

چون ارتفاع مایعات ρ_1 و ρ_3 داده نشده است، برای محاسبهٔ فشار از رابطهٔ $\frac{mg}{A}$ استفاده می‌کنیم. پس خواهیم داشت: $(P_g = P_{\text{گاز}} - P_0)$



$$P_g + \frac{m_1 g}{A} + \rho_2 g h_2 = \frac{m_3 g}{A}$$

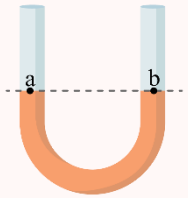
$$۲۰۰۰ + \frac{m_1 \times 10}{5\times10^{-4}} + 5000\times10 h_2 = \frac{m_3 \times 10}{5\times10^{-4}} \xrightarrow{m_3 - m_1 = 150g}$$

$$5000 h_2 = \frac{(m_3 - m_1)\times10}{5\times10^{-4}} - 2000 = \frac{0/15\times10}{5\times10^{-4}} - 2000 = 3000 - 2000 = 1000$$

$$5000 h_2 = 1000 \Rightarrow h_2 = 0/02m = 2cm$$

لوله‌های U‌شکل

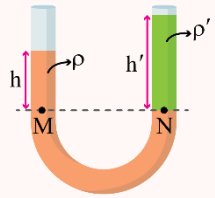
اگر در یک لولهٔ U‌شکل مقداری مایع بریزیم، به‌صورت شکل روبه‌رو درمی‌آید. در این حالت فشار در نقاط a و b برابر است.



$$P_a = P_b$$

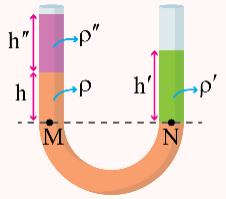
AzmonVIP
www.biomaze.ir
۱۴۰۳ - ۱۴۰۴

اگر در یکی از شاخه‌ها، مایع دیگری بریزیم (با فرض این‌که چگالی کم‌تری داشته باشد) پس از برقراری تعادل، لولهٔ U‌شکل به‌صورت زیر، خواهد شد:
فشار در نقاط M و N برابر خواهد شد (نقاط هم‌تراز در یک شاره)



$$P_M = P_N \rightarrow P_\circ + \rho gh = P_\circ + \rho' gh'$$
$$\rho h = \rho' h'$$

این پاسخ قابل‌تعمیم است، مثلاً اگر لولهٔ U‌شکل شامل سه مایع به‌صورت زیر باشد، خواهیم داشت:



$$\rho h + \rho'' h'' = \rho' h'$$

نکته

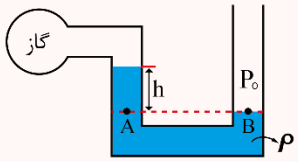
در لوله‌های U‌شکل با توجه به استوانه‌ای‌شکل بودن هر یک از شاخه‌ها، برای محاسبهٔ فشار ناشی از مایع در یکی از شاخه‌ها علاوه‌بر رابطهٔ $P = \rho gh$ می‌توانیم از رابطهٔ $P = \frac{mg}{A}$ هم استفاده کنیم.

فشار پیمانه‌ای

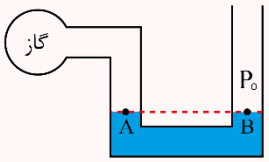
به اختلاف فشار شاره (گاز یا مایع) با فشار هوا، فشار پیمانه‌ای می‌گویند و با نماد P_g نمایش می‌دهند، یعنی:

$$P_g = P_{\text{شاره}} - P_\circ$$

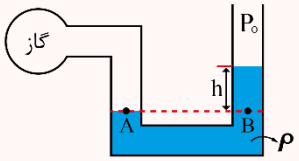
با توجه به تعریف بالا، ۳ حالت برای فشار پیمانه‌ای وجود دارد که در ادامه برای فشار پیمانه‌ای گاز در مانومتر بررسی می‌کنیم:



$P_{\text{گاز}} < P_\circ$
$P_g = P_{\text{گاز}} - P_\circ = -\rho gh$



$P_{\text{گاز}} = P_\circ$
$P_g = P_{\text{گاز}} - P_\circ = \circ$



$P_{\text{گاز}} > P_\circ$
$P_g = P_{\text{گاز}} - P_\circ = +\rho gh$

گروه آموزشی ماز

۶۴- در یک لولهٔ U‌شکل قائم و بلند به سطح مقطع $3cm^2$ آب وجود دارد. در یکی از شاخه‌های آن، روی آب، $12mL$ نفت می‌ریزیم تا آب در شاخهٔ مقابل، نسبت به محل اولیه، x_1 سانتی‌متر بالاتر بیاید. حال اگر به‌جای نفت $9mL$ جیوه بریزیم، آب در شاخهٔ مقابل، نسبت به محل اولیه، x_2 سانتی‌متر بالاتر می‌آید. $x_2 - x_1$ چند سانتی‌متر است؟ ($\rho_{\text{آب}} = 1\frac{g}{cm^3}$ ، $\rho_{\text{نفت}} = 0/8\frac{g}{cm^3}$ ، $\rho_{\text{جیوه}} = 13/6\frac{g}{cm^3}$ و در ابتدا در هر دو سمت لوله روی آب ورقه‌ای سبک، نازک و جداکننده وجود دارد، به‌طوری‌که با اضافه کردن جیوه، آب در قسمت زیرین و جیوه روی آن قرار می گیرد.)

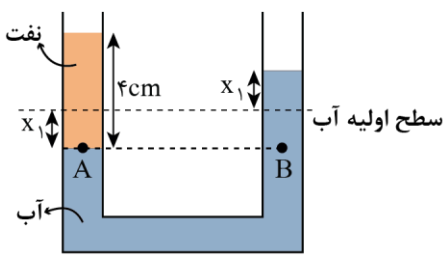
۱) ۲۰/۲ ۲) ۱۸/۸ ۳) ۱۹ ۴) ۱۸/۵

پاسخ: گزینهٔ ۲ آزمون وی ای پی (سخت ـ مفهومی/ محاسباتی ـ ۱۰۰۲)

حالت اول: اضافه کردن نفت:

با توجه به آن‌که سطح مقطع لوله $3cm^2$ است، با اضافه کردن $12cm^3$ نفت، ارتفاع نفت در لوله برابر $\frac{12}{3} = 4cm$ می‌شود.

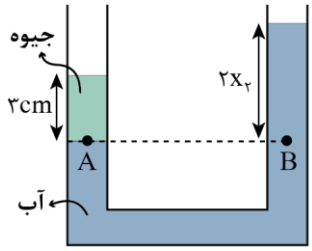
اگر آب در لولهٔ راست x_1 سانتی‌متر بالا برود، در لولهٔ چپ x_1 سانتی‌متر پایین می‌آید. با برابر قرار دادن فشار در نقاط هم‌تراز A و B داریم:



$$P_A = P_B \Rightarrow \rho_{\text{نفت}} h_{\text{نفت}} = \rho_{\text{آب}} h_{\text{آب}} \Rightarrow 0/8 \times 4 = 1 \times 2x_1$$
$$\Rightarrow x_1 = 1/6cm$$

www.biomaze.ir
۱۴۰۳ - ۱۴۰۴

حالت دوم: اضافه کردن جیوه:



با توجه به آن‌که سطح مقطع لوله $۳cm^۲$ است، با اضافه کردن $۹cm^۳$ جیوه، ارتفاع جیوه در لوله برابر $\frac{۹}{۳}=۳cm$ می‌شود.

اگر آب در لولهٔ راست $x_۲$ سانتی‌متر بالا برود، در لولهٔ چپ $x_۲$ سانتی‌متر پایین می‌آید. با برابر قرار دادن فشار در نقاط هم‌تراز A و B داریم:

$$P_A = P_B \Rightarrow \rho_{جیوه} h_{جیوه} = \rho_{آب} h_{آب} \Rightarrow ۱۳/۶ \times ۳ = ۱ \times ۲x_۲$$

$$\Rightarrow x_۲ = ۲۰/۴cm$$

بنابراین خواستهٔ سؤال برابر است با:

$$x_۲ - x_۱ = ۲۰/۴ - ۱/۶ = ۱۸/۸cm$$

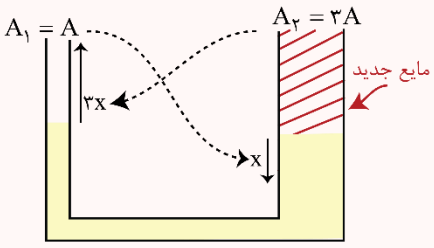
اضافه کردن مایع در لولهٔ Uشکل

اگر در یکی از شاخه‌های یک لولهٔ Uشکل مقداری از یک مایع اضافه کنیم، مایع زیرین در آن شاخه مقداری پایین‌تر رفته و در شاخهٔ مقابل مقداری به بالا جابه‌جا خواهد شد. در این شرایط در حالت کلی، حجمی از مایع زیرین که در یک شاخه به پایین جابه‌جا می‌شود با حجمی از آن که در شاخهٔ مقابل به بالا جابه‌جا می‌شود، برابر است.

اکنون دو حالت می‌توان درنظر گرفت:

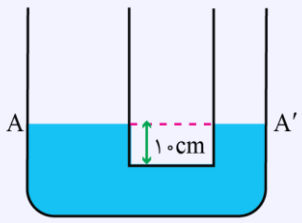
۱- اگر سطح مقطع دو شاخه برابر باشد، ارتفاع مایعِ جابه‌جاشده در دو شاخه نیز برابر خواهد شد؛ بنابراین در این شرایط اگر مایع زیرین در یک شاخه به‌عنوان مثال ۵cm به پایین حرکت کند، در شاخهٔ مقابل ۵cm به بالا خواهد رفت.

۲- اگر سطح مقطع دو شاخه برابر نباشد، ارتفاع مایعِ جابه‌جاشده در دو شاخه نیز برابر نخواهد بود. در این حالت با توجه به ثابت بودن حجم مایعِ جابه‌جاشده می‌توان نشان داد که ارتفاع مایعِ جابه‌جاشده به نسبت معکوس سطح مقطع‌ها خواهد بود. به مثال زیر دقت کنید:



کنکور سراسری تجربی ۱۳۹۸

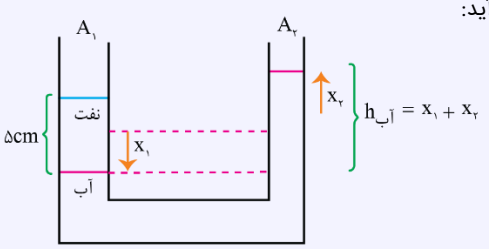
در دو لولهٔ استوانه‌ای مربوط به هم تا سطح AA' آب وجود دارد و قطر قاعدهٔ یکی از استوانه‌ها ۳ برابر قطر قاعدهٔ استوانهٔ دیگر است. اگر از لولهٔ سمت چپ تا ارتفاع ۵ سانتی‌متر نفت اضافه کنیم، آب در لولهٔ باریک چند سانتی‌متر نسبت به حالت اول بالا می‌رود؟ $(\rho_{نفت}=۰/۸\frac{g}{cm^۳}, g=۱۰\frac{m}{s^۲}, \rho_{آب}=۱\frac{g}{cm^۳})$



۱) ۱/۲
۲) ۳/۶
۳) ۴
۴) ۵

پاسخ تشریحی:

با اضافه‌کردن نفت به شاخهٔ سمت چپ، آب از شاخهٔ سمت چپ پایین رفته و از شاخهٔ سمت راست بالا می‌آید:



$$r_۱^۲ x_۱ = r_۲^۲ x_۲ \rightarrow (۳r_۲)^۲ x_۱ = r_۲^۲ x_۲ \rightarrow x_۲ = ۹x_۱$$

$$\text{تبدیل ارتفاع} \rightarrow \rho_{نفت} h_{نفت} = \rho_{آب} h_{آب} \rightarrow ۰/۸ \times ۵ = ۱ \times ۱۰ x_۱$$

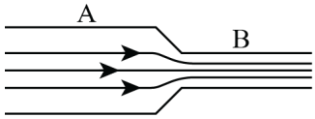
$$\rightarrow x_۱ = ۰/۴cm$$

آب در شاخهٔ سمت راست، نسبت به سطح قبلی خودش به‌اندازهٔ $۹x_۱$ بالا می‌رود:

$$۹x_۱ = ۹ \times ۰/۴ = ۳/۶cm$$

پاسخ: گزینهٔ ۲

۶۵- در شکل زیر، سیال تراکم‌ناپذیری که حجم لوله را پر کرده است، در راستای افقی جاری است؛ و شعاع مقطع لوله در قسمت A دو برابر شعاع مقطع لوله در قسمت B است. کدام‌یک از اظهارات زیر درست است؟



۱) آهنگ حجمی شارش سیال در قسمت B دو برابر قسمت A است.

۲) طبق معادلهٔ پیوستگی، فشار ناحیهٔ B بیش‌تر است.

۳) انرژی جنبشی یک قطرهٔ سیال در قسمت B چهار برابر انرژی جنبشی همان قطره در قسمت A است.

۴) تندی سیال در قسمت A، $\frac{۱}{۴}$ برابر قسمت B است.

پاسخ: گزینهٔ ۴ (آسان ـ مفهومی/ محاسباتی ـ ۱۰۰۲)

بررسی گزینه‌ها:

۱ طبق اصل پیوستگی، آهنگ شارش حجمی در نقاط A و B برابر است. (✗)

۲ طبق اصل برنولی (نه معادلهٔ پیوستگی) می‌توان ادعا کرد فشار ناحیهٔ B کم‌تر است. (✗)

۳ تندی در قسمت B، ۴ برابر قسمت A است؛ پس انرژی جنبشی ۱۶ برابر قسمت A است درصورتی‌که جرم‌ها برابر باشند. (✗)

۴ ابتدا نسبت سطح مقطع قسمت A به سطح مقطع قسمت B را حساب می‌کنیم:

$$\frac{A_A}{A_B}=(\frac{r_A}{r_B})^۲=۲^۲=۴$$

طبق معادلهٔ پیوستگی:

$$A_A v_A = A_B v_B$$

$$\frac{v_B}{v_A}=\frac{A_A}{A_B}=۴$$

بنابراین تندی سیال در ناحیهٔ A، $\frac{۱}{۴}$ برابر ناحیهٔ B است. (✓)

درنتیجه گزینهٔ (۴) صحیح است.

معادلهٔ پیوستگی

اگر فرض کنیم مایعی در یک لوله درحال حرکت باشد، آهنگ شارش حجمی این مایع به‌صورت زیر به‌دست می‌آید:

$$\text{آهنگ شارش حجمی}=\frac{\text{حجم مایع}}{\text{زمان}}=A\times v$$

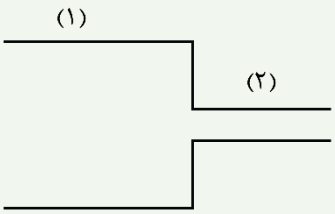
که A و v به‌ترتیب سطح مقطع و تندی شاره است.

چنان‌چه شارهٔ تراکم‌ناپذیر، جریانی لایه‌ای داشته و فاقد اصطکاک با دیوارهٔ لوله باشد، آهنگ شارش حجمی در تمام قسمت‌های مختلف لوله یکسان و ثابت بوده و طبق معادله‌ای به نام معادلهٔ پیوستگی می‌توان چنین نوشت:

$$A_۱v_۱ = A_۲v_۲$$

مثال

در شکل مقابل، آب به‌طور پیوسته جاری است. اگر قطر قسمت (۱)، سه برابر قطر قسمت (۲) و تندی آب در قسمت (۲) معادل $۱۳/۵\frac{cm}{s}$ باشد، تندی آب در قسمت (۱) چند $\frac{cm}{s}$ خواهد بود؟



پاسخ تشریحی:

طبق معادلهٔ پیوستگی داریم:

$$A_۱v_۱ = A_۲v_۲$$

$$\xrightarrow{A=\pi r^۲=\frac{\pi}{۴}d^۲} \frac{\pi}{۴}d_۱^۲\times v_۱=\frac{\pi}{۴}d_۲^۲\times v_۲$$

$$\xrightarrow[v_۲=۱۳/۵\frac{cm}{s}]{d_۱=۳d_۲} (۳d_۲)^۲\times v_۱=d_۲^۲\times ۱۳/۵$$

$$\rightarrow ۹v_۱=۱۳/۵\rightarrow v_۱=۱/۵\frac{cm}{s}$$

www.biomaze.ir
۱۴۰۳ - ۱۴۰۴

مازی‌های عزیز

امیدوارم که خوب و در حال سپری کردن اهداف خفن مطالعاتی‌تون باشین. در مراحل بعدی از آزمون‌های ماز، به‌طور جدی‌تر وارد بحث‌های مربوط به اسید و باز خواهید شد و با ماجراهایی روبرو می‌شین که به‌طور قطعی، یک یا دو سؤال در کنکور دارن. ما سعی می‌کنیم به‌واسطهٔ آزمون‌های ماز، ایده‌های روتین از این مباحث رو براتون مرور کنیم و علاوه‌بر اون، شما رو با کلی ایدهٔ جدید مواجه کنیم تا از هر نظر خیالتون راحت باشه!

دقت کنین که برای پیشروی خوب در مباحث مربوط به انتهای فصل یک شیمی دوازدهم، باید مطالب مربوط به انواع غلظت و مطالب مربوط به استوکیومتری رو به خوبی بلد باشین. بخش زیادی از سؤالات این قسمت، با ماجراهای مربوط به انواع غلظت و استوکیومتری ترکیب می‌شن. ❤

دکتر فرشاد هادیان‌فرد ـ رتبهٔ ۲۸ کنکور ۹۴ و مسئول درس شیمی آزمون ماز

۶۶- در مخلوطی از گازهای هیدروژن کلرید و هیدروژن برمید، مجموع جرم اتم‌های برم ۱۶ برابر مجموع جرم اتم‌های هیدروژن است. اگر ۲۲/۷ گرم از این مخلوط گازی را در مقداری آب حل کرده و حجم محلول را به ۲۵ لیتر برسانیم، pH محلول ایجاد شده چند برابر pH محلولی از استیک اسید با غلظت ۰/۰۴ مولار و درجه یونش ۰/۰۱ می‌شود؟

($H = ۱$ و $Cl = ۳۵/۵$ و $Br = ۸۰ : g.mol^{-۱}$)

۱) ۰/۵ ۲) ۲ ۳) ۰/۲۵ ۴) ۴

پاسخ: گزینهٔ ۱ (سخت ـ مسئله ـ ۱۲۰۱)

مخلوط مورد نظر، حاوی گازهای هیدروژن کلرید(HCl) و هیدروژن برمید(HBr) است. جرم مولی برم برابر با ۸۰ گرم بر مول بوده و جرم مولی هیدروژن، برابر با یک گرم بر مول است. طبق فرض سؤال، مجموع جرم اتم‌های برم موجود در مخلوط گازی ۱۶ برابر مجموع جرم اتم‌های هیدروژن است، پس می‌توان گفت به ازای هر یک اتم برم موجود در این مخلوط، ۵ اتم هیدروژن وجود دارد. در این حالت، خواهیم داشت:

$$\frac{\text{جرم اتم‌های برم}}{\text{جرم اتم‌های هیدروژن}} = \frac{\text{جرم مولی برم} \times \text{تعداد اتم برم}}{\text{جرم مولی هیدروژن} \times \text{تعداد اتم هیدروژن}} \Longrightarrow ۱۶ = \frac{۸۰ \times \text{تعداد اتم برم}}{۱ \times \text{تعداد اتم هیدروژن}} \Longrightarrow \frac{\text{تعداد اتم برم}}{\text{تعداد اتم هیدروژن}} = \frac{۱}{۵}$$

در ساختار هریک از گازهای هیدروژن کلرید و هیدروژن برمید، یک اتم هیدروژن و یک اتم هالوژن وجود دارد. با توجه به توضیحات داده شده، اگر شمار مول‌های گاز هیدروژن کلرید موجود در مخلوط ۴ برابر شمار مول‌های گاز هیدروژن برمید باشد، به ازای هر یک اتم برم موجود در این مخلوط، ۵ اتم هیدروژن وجود خواهد داشت. در این رابطه، داریم:

$$\text{مخلوط گازی} : \begin{cases} x\ mol\ HBr \rightarrow \begin{cases} x\ mol\ H \\ x\ mol\ Br \end{cases} \\ ۴x\ mol\ HCl \rightarrow \begin{cases} ۴x\ mol\ H \\ ۴x\ mol\ Cl \end{cases} \end{cases} \rightarrow \frac{\text{تعداد اتم برم}}{\text{تعداد اتم هیدروژن}} = \frac{x}{۵x}$$

مقدار $۴x$ مول گاز هیدروژن کلرید موجود در مخلوط اولیه، جرمی معادل با $۱۴۶x$ گرم داشته و مقدار x مول گاز هیدروژن برمید موجود در مخلوط اولیه نیز جرمی معادل با $۸۱x$ گرم دارد. بر این اساس، داریم:

$$\text{جرم مخلوط} = \text{جرم } HCl + \text{جرم } HBr = ۱۴۶x + ۸۱x = ۲۲۷x \text{ گرم}$$

با توجه به محاسبات بالا و اینکه جرم مخلوط گازی اولیه برابر با ۲۲/۷ گرم بوده است، خواهیم داشت:

$$\text{جرم مخلوط} = ۲۲۷x = ۲۲/۷ \Longrightarrow x = ۰/۱\ mol$$

بر این اساس، می‌توان گفت در مخلوط گازی اولیه ۰/۴ مول گاز هیدروژن کلرید و ۰/۱ مول گاز هیدروژن برمید وجود داشته است. این دو اسید، از جمله اسیدهای قوی بوده و به‌صورت کامل در محلول یونیده می‌شوند و یون‌های هیدروژن را تولید می‌کنند. مجموعاً ۰/۵ مول اسید در محلول حل شده است، پس طی این فرایند ۰/۵ مول یون هیدروژن نیز در محلول تولید خواهد شد. بر این اساس، داریم:

$$[H^+] = \frac{\text{مول } H^+}{\text{لیتر محلول}} = \frac{۰/۵\ mol\ H^+}{۲۵\ L \text{ محلول}} = ۰/۰۲\ mol.L^{-۱}$$

در قدم بعد، pH محلول مورد نظر را محاسبه می‌کنیم:

$$pH = -\log[H^+] = -\log(۰/۰۲) = ۱/۷$$

در قدم بعد، مقدار pH محلول استیک اسید را محاسبه می‌کنیم:

$$[H^+] = M \times \alpha \times n = ۰/۰۴ \times ۰/۰۱ \times ۱ = ۴ \times ۱۰^{-۴}\ mol.L^{-۱}$$
$$pH = -\log(۴ \times ۱۰^{-۴}) \rightarrow pH = ۴ - ۲log(۲) = ۴ - (۲ \times ۰/۳) = ۳/۴$$

بر این اساس، می‌توان گفت مقدار pH محلول اولیه نصف مقدار pH محلول استیک اسید است.

گروه آموزشی ماز

۶۷- در دمای مشخص، رابطه $[H^+] \times [OH^-] = ۱۰^{-۱۶}$ در محلولی از هیدروکلریک اسید برقرار است. اگر pH این محلول، ۰/۲۵ برابر pH یک نمونه از آب خالص در همین دما باشد، هر لیتر از محلول مورد نظر با چند میلی‌گرم لیتیم کربنات به‌طور کامل واکنش خواهد داد؟

($O = ۱۶$ و $C = ۱۲$ و $Li = ۷ : g.mol^{-۱}$)

$$Li_۲CO_۳(s) + ۲HCl(aq) \rightarrow ۲LiCl(aq) + H_۲O(l) + CO_۲(g)$$

۱) ۳۷ ۲) ۳۷۰ ۳) ۷۴ ۴) ۷۴۰

AzmonVIP
www.biomaze.ir
۱۴۰۳ - ۱۴۰۴

پاسخ: گزینهٔ ۲ (سخت ـ مسئله ـ ۱۲۰۱)

بر اساس مشاهدات تجربی، نمونه‌ای از آب **خالص**، رسانایی الکتریکی **ناچیزی** دارد که وجود آن را به حضور مقدار بسیار اندکی از یون‌های **هیدروکسید** و **هیدروژن**(یا همان هیدرونیوم) در آب خالص نسبت می‌دهند. یون‌های موردنظر، براساس واکنش $H_۲O(l) \rightleftharpoons H^+(aq) + OH^-(aq)$ در آب تولید می‌شوند. ثابت تعادل این واکنش به‌صورت زیر محاسبه می‌شود:

$$H_۲O(l) \rightleftharpoons OH^-(aq) + H^+(aq) \qquad K = K_W = [OH^-] \times [H^+]$$

آزمایش‌های مختلف نشان می‌دهد که مقدار K_W در **دمای اتاق**(دمای ۲۵ درجه سانتی‌گراد)، برابر با $۱۰^{-۱۴} mol^۲.L^{-۲}$ است که این مقدار، همانند ثابت تعادل سایر واکنش‌ها، فقط و فقط تابع **دما** است. از آن‌جا که در آب خالص، همواره غلظت یون‌های هیدروژن و هیدروکسید **با هم برابر هستند**، خواهیم داشت:

$$K_W = [H^+] \times [OH^-] = ۱۰^{-۱۴} \xrightarrow{[H^+]=[OH^-]} ۱۰^{-۱۴} = [H^+]^۲ \Rightarrow [H^+] = ۱۰^{-۷} mol.L^{-۱}$$

طبق فرض سؤال، مقدار K_W در شرایط داده شده برابر با $۱۰^{-۱۶} mol^۲.L^{-۲}$ است. از آن‌جا که در آب خالص، غلظت یون‌های هیدروژن و هیدروکسید با هم برابر هستند، خواهیم داشت:

$$K_W = [H^+] \times [OH^-] = ۱۰^{-۱۶} \xrightarrow{[H^+]=[OH^-]} ۱۰^{-۱۶} = [H^+]^۲ \Rightarrow [H^+] = ۱۰^{-۸} mol.L^{-۱}$$

در قدم بعد، pH آب خالص را در دمای مورد نظر محاسبه می‌کنیم:

$$pH = -\log[H^+] = -\log(۱۰^{-۸}) = ۸$$

بر این اساس، می‌توان گفت pH این محلول، ۰/۲۵ برابر pH یک نمونه از آب خالص، معادل با ۲ است. در رابطه با این محلول، داریم:

$$[H^+] = ۱۰^{-pH} = ۱۰^{-۲} = ۱۰^{-۲} mol.L^{-۱} \xrightarrow{\text{هیدروکلریک اسید یک اسید قوی بوده و درجه یونش آن برابر با ۱ است}} [HCl] = ۱۰^{-۲} mol.L^{-۱}$$

معادله واکنش انجام شده به‌صورت زیر است:

$$Li_۲CO_۳(s) + ۲HCl(aq) \rightarrow ۲LiCl(aq) + H_۲O(l) + CO_۲(g)$$

بر این اساس، داریم:

$$?\,mg\ Li_۲CO_۳ = ۱\ L\ \text{محلول} \times \frac{۰/۰۱\ mol\ HCl}{۱\ L\ \text{محلول}} \times \frac{۱\ mol\ Li_۲CO_۳}{۲\ mol\ HCl} \times \frac{۷۴\ g\ Li_۲CO_۳}{۱\ mol\ Li_۲CO_۳} \times \frac{۱۰۰۰\ mg\ Li_۲CO_۳}{۱\ g\ Li_۲CO_۳} = ۳۷۰\ mg$$

گروه آموزشی ماز

۶۸- ..... **محلول‌ها، ذره‌های سازندهٔ** ..... **پس از مدتی ماندگاری ته‌نشین** ..... **و این ویژگی ظاهری، باعث می‌شود که بتوان رفتار این گروه از مواد را رفتاری بین محلول‌ها و** ..... **در نظر گرفت.**

۱) برخلاف ـ کلوئیدها ـ می‌شوند ـ سوسپانسیون‌ها
۲) همانند ـ کلوئیدها ـ نمی‌شوند ـ سوسپانسیون‌ها
۳) برخلاف ـ سوسپانسیون‌ها ـ می‌شوند ـ کلوئیدها
۴) همانند ـ سوسپانسیون‌ها ـ نمی‌شوند ـ کلوئیدها

پاسخ: گزینهٔ ۲ (آسان ـ مفهومی ـ ۱۲۰۱)

همانند محلول‌ها، ذره‌های سازندهٔ کلوئیدها پس از مدتی ماندگاری ته‌نشین **نمی‌شوند**؛ به عبارت دیگر، کلوئیدها از جمله مخلوط‌های **پایدار** هستند. دلیل پایداری کلوئیدها، بار سطحی ذرات سازنده آن‌ها است. با نزدیک شدن ذرات سازنده کلوئیدها به یکدیگر، این ذرات به‌خاطر بار سطحی خود یکدیگر را دفع کرده و مجدداً از هم دور می‌شوند و به همین خاطر، این ذرات هرگز ته‌نشین نمی‌شوند. این ویژگی ظاهری باعث می‌شود که بتوان رفتار کلوئیدها را رفتاری بین محلول‌ها و سوسپانسیون‌ها در نظر گرفت. ویژگی‌های مهم کلوئیدها در مقایسه با سایر مخلوط‌ها به‌صورت زیر است:

ویژگی	مخلوط ناهمگن (سوسپانسیون)	کلوئید	مخلوط همگن (محلول)
عبور نور	نور را پخش می‌کند.	نور را پخش می‌کند.	نور را عبور می‌دهد.
همگن بودن	ناهمگن است.	ناهمگن است.	همگن است.
پایداری	ناپایدار است.	پایدار است.	پایدار است.
نوع ذره	ذره‌ها و قطعات مجزا	مولکول‌های بزرگ یا توده‌های مولکولی	یون‌ها یا مولکول‌ها

کلوئیدها

چون کلوئیدها در برخی از ویژگی‌ها مثل پایداری مشابه محلول‌ها بوده و در برخی ویژگی‌ها مثل پخش کردن نور و پخش ناهمگون ذرات در واحد حجم، مشابه مخلوط‌های ناهمگن(سوسپانسیون‌ها) هستند، می‌توان آن‌ها را مانند پلی بین مخلوط‌های ناهمگن و محلول‌ها در نظر گرفت. سوسپانسیون‌ها، نوعی از مخلوط‌های ناهمگن به شمار می‌روند. به‌عنوان مثال، شربت معده(یا همان ضد اسیدهای معده‌ای)، یک نوع سوسپانسیون است. این مخلوط، با گذشت زمان ته‌نشین می‌شود و به همین خاطر، پیش از مصرف باید تکان داده شود.

گروه آموزشی ماز

۶۹- **کدام‌یک از مطالب زیر نادرست است؟**

۱) کاتیون موجود در صابون، نقشی در از بین بردن و پاک کردن لکه‌های چربی ندارد.
۲) در ساختار هر مولکول روغن زیتون، ۱۲ جفت الکترون ناپیوندی در لایه ظرفیت اتم‌ها وجود دارد.
۳) هر یون از آب سخت که باعث ایجاد رسوب توسط صابون‌ها می‌شود، حداقل ۳ لایه پر در آرایش الکترونی خود دارد.
۴) چربی‌ها، مخلوطی از کربوکسیلیک اسیدها و استرهای بلند زنجیر بوده و نیروی بین مولکولی غالب آن‌ها وان‌درواالسی است.

AzmonVIP
www.biomaze.ir
۱۴۰۳ - ۱۴۰۴

پاسخ: گزینهٔ ۳ (متوسط ـ مفهومی و حفظی ـ ۱۲۰۱)

نوع و میزان یون‌های موجود در آب، بر قدرت پاک‌کنندگی صابون‌ها تأثیر بسزایی دارد. در صورتی که آب مورد استفاده برای شست‌وشوی لباس‌ها، حاوی کاتیون‌های **کلسیم** و **منیزیم** باشد(به چنین آب‌هایی، به اصطلاح آب سخت گفته می‌شود)، قدرت پاک‌کنندگی صابون **کاهش** پیدا می‌کند. همان‌طور که می‌دانیم، یون منیزیم در آرایش الکترونی خود دارای ۲ لایه پر از الکترون است. یون کلسیم نیز در آرایش الکترونی خود دارای ۲ لایه پر از الکترون است. آرایش الکترونی این دو یون تک‌اتمی به‌صورت زیر است:

$$_{12}Mg^{2+}: 1s^2 2s^2 2p^6 \quad , \quad _{20}Ca^{2+}: 1s^2 2s^2 2p^6 3s^2 3p^6$$

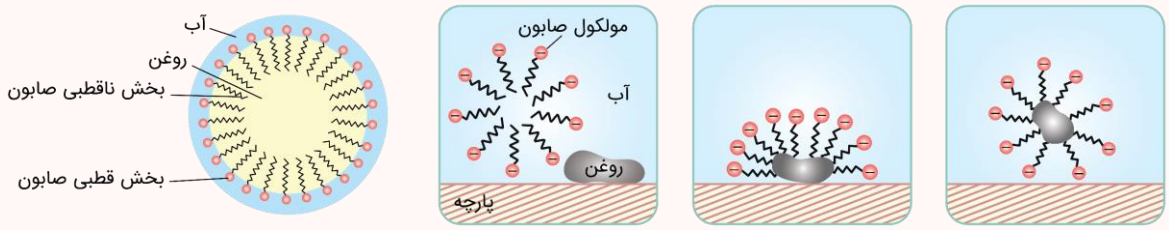
بررسی سایر گزینه‌ها:

۱ نحوه عملکرد صابون‌ها به دو بخش قطبی و ناقطبی آن‌ها بستگی دارد که هر دو، در بخش **آنیونی** صابون قرار دارند. توجه داریم که کاتیون موجود در صابون، فقط بر حالت فیزیکی آن تأثیر دارد و تأثیری روی قدرت پاک‌کنندگی صابون **ندارد**. پس از ورود صابون به محیط آبی، آنیون و کاتیون از هم جدا شده و کاتیون توسط ذرات آب موجود در محلول، آبپوشیده می‌شود.

انواع پاک‌کننده‌ها

پاک‌کننده‌ها بر اساس مکانیسم عملکرد خود به دو دسته پاک‌کننده‌های کلوئیدساز و خورنده تقسیم می‌شوند. در این رابطه، داریم:

۱. پاک‌کننده‌های کلوئیدساز که شامل صابون و پاک‌کننده غیرصابونی هستند، از دو بخش قطبی و غیرقطبی تشکیل‌شده‌اند. این پاک‌کننده‌ها از سمت بخش قطبی با مولکول‌های آب و از سمت بخش ناقطبی با مولکول‌های چربی یا روغن جاذبه برقرار می‌کنند. در این حالت، قطرات چربی به‌صورت توده مولکولی درآمده و اطراف آن را پاک‌کننده‌ها می‌پوشانند. در این حالت، ذرات پاک‌کننده به گونه‌ای قرار می‌گیرند که سمت ناقطبی آن‌ها به سمت داخل(توده چربی) و سمت قطبی آن‌ها به سمت بیرون(آب) باشد. در این رابطه، داریم:



۲. پاک‌کننده‌های خورنده شامل مواد اسیدی یا بازی هستند که علاوه‌بر داشتن برهم‌کنش فیزیکی با آلاینده‌ها، با آن‌ها واکنش شیمیایی نیز می‌دهند و آن‌ها را به مواد محلول در آب تبدیل می‌کنند. مواد محلول ایجاد شده طی این فرایند، از محل لکه شسته خواهند شد.

۲ روغن زیتون، یک استر سنگین به حالت مایع است. فرمول شیمیایی روغن زیتون به‌صورت $C_{57}H_{104}O_6$ است. در ساختار هریک از مولکول‌های سازنده این ماده، ۶ اتم اکسیژن در قالب ۳ گروه عاملی استری وجود داشته و هر اتم اکسیژن نیز دارای ۲ جفت الکترون ناپیوندی است؛ پس به‌طور کلی هر مولکول روغن زیتون ۱۲ جفت الکترون ناپیوندی دارد.

۴ چربی‌ها مخلوطی از اسیدهای چرب و استرهای بلند زنجیر هستند که بخش ناقطبی آن‌ها (زنجیره‌های هیدروکربنی موجود در ساختار مولکولی اسیدهای چرب و استرهای سنگین) بر بخش قطبی‌شان غلبه دارد و در نتیجه نیروی بین مولکولی غالب در آن‌ها از نوع واندروالسی است.

مولکول‌های سازنده چربی

هر یک از مولکول‌های سازنده موجود در چربی‌ها(اسیدهای چرب و استرهای با جرم مولی زیاد)، از یک بخش قطبی(بخش آب‌دوست) و یک بخش ناقطبی(بخش چربی‌دوست و یا آب‌گریز) تشکیل شده است. از آن‌جا که بخش اعظم این مولکول‌ها ناقطبی است، پس بخش ناقطبی مولکول به راحتی بر بخش قطبی آن غلبه کرده و در نتیجه مولکول‌های چربی در مجموع، ناقطبی به حساب می‌آیند و در حلال‌های قطبی مانند آب حل نمی‌شوند. به خاطر نامحلول بودن چربی‌ها در حلال‌های قطبی، آب به تنهایی نمی‌تواند چربی‌های موجود بر روی پوست و لباس‌ها را پاک کند و به همین دلیل، برای پاک کردن چربی‌ها باید از سایر انواع پاک‌کننده‌ها کمک بگیریم.

گروه آموزشی ماز

۷۰- تفاوت جرم اتم‌های گوگرد و اکسیژن در یک نمونه از گاز گوگرد تری‌اکسید، برابر با ۳/۲ گرم است. این نمونه گازی را در مقداری آب حل کرده و حجم محلول را با استفاده از آب خالص، به V لیتر می‌رسانیم. اگر pH محلول حاصل از این فرایند برابر با ۲ باشد، مقدار V برابر با چند لیتر است؟

($S = 32$ و $O = 16 : g.mol^{-1}$)

۱) ۱۲/۵ ۲) ۲۵ ۳) ۲۰ ۴) ۴۰

پاسخ: گزینهٔ ۴ (متوسط ـ مسئله ـ ۱۲۰۱)

فرمول شیمیایی گاز گوگرد تری‌اکسید به‌صورت SO_3 بوده و در ساختار هر مول از این ماده، یک مول اتم گوگرد(معادل با ۳۲ گرم اتم گوگرد) و ۳ مول اتم اکسیژن(معادل با ۴۸ گرم اتم اکسیژن) وجود دارد. بر این اساس، می‌توان گفت تفاوت جرم اتم‌های گوگرد و اکسیژن موجود در ساختار هر مول گاز SO_3، برابر با ۱۶ گرم است. با توجه به توضیحات داده شده، مقدار مول گاز SO_3 اولیه را محاسبه می‌کنیم:

$$?\,mol\,SO_3 = 3/2\,g \text{ تفاوت جرم} \times \frac{1\,mol\,SO_3}{16\,g \text{ تفاوت جرم}} = 0/2\,mol$$

AzmonVIP
www.biomaze.ir
۱۴۰۳ - ۱۴۰۴

گاز SO_3 از جمله اکسیدهای **اسیدی** بوده و بر اساس معادله زیر با آب واکنش می‌دهد و سولفوریک اسید را تولید می‌کند:

$$SO_3(g) + H_2O(l) \rightarrow H_2SO_4(aq) \rightarrow SO_4^{2-}(aq) + 2H^+(aq)$$

همان‌طور که مشخص است، بر اثر یونش هر مول سولفوریک اسید در محلول، ۲ مول یون هیدروژن تولید می‌شود، پس می‌توان گفت بر اثر واکنش هر مول گاز SO_3 با آب، ۲ مول یون هیدروژن در محلول تولید می‌شود. بر این اساس، مقدار مول یون هیدروژن تولید شده در محلول نهایی را محاسبه می‌کنیم:

$$?\,mol\ H^+ = 0/2\ mol\ SO_3 \times \frac{2\ mol\ H^+}{1\ mol\ SO_3} = 0/4\ mol$$

طبق فرض سؤال، مقدار pH محلول نهایی برابر با ۲ است. در رابطه با این محلول، داریم:

$$[H^+] = 10^{-pH} = 10^{-2} = 10^{-2} mol.L^{-1}$$

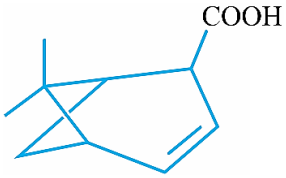
در قدم آخر، با توجه به مقدار مول یون هیدروژن و غلظت این یون در محلول، حجم محلول را محاسبه می‌کنیم:

$$[H^+] = \frac{\text{مول } H^+}{\text{لیتر محلول}} \Longrightarrow 0/01 = \frac{0/4\ mol\ H^+}{V\ L\ \text{محلول}} \Longrightarrow V = 40\ L$$

با توجه به محاسبات انجام شده، حجم محلول مورد نظر برابر با ۴۰ لیتر است.

گروه آموزشی ماز

۷۱- ترکیبی با ساختار مقابل را در نظر بگیرید:



یک نمونه به جرم ۱۶/۶ گرم از این ماده، در محلولی به حجم ۵۰ لیتر حل شده است. اگر ثابت یونش این ماده برابر با 10^{-4} باشد، pH محلول مورد نظر چقدر خواهد بود؟

($O = 16$ و $C = 12$ و $H = 1 : g.mol^{-1}$)

۱) ۲/۶ ۲) ۲/۴ ۳) ۳/۶ ۴) ۳/۴

پاسخ: گزینهٔ ۴ (سخت ـ مسئله ـ ۱۲۰۱)

ترکیب مورد نظر، در ساختار مولکولی خود دارای ۱۰ اتم کربن، ۲ اتم اکسیژن، ۲ پیوند دوگانه(یک پیوند در ساختار حلقه کربنی و یک پیوند نیز در ساختار گروه عاملی کربوکسیل) و دو حلقه کربنی است. فرمول شیمیایی این ماده به‌صورت $C_{10}H_{14}O_2$ بوده و جرم مولی این ماده نیز برابر با ۱۶۶ گرم است. در قدم اول، مقدار مول و غلظت اولیه این ماده در محلول ایجاد شده را محاسبه می‌کنیم:

$$?\,mol\ C_{10}H_{14}O_2 = 16/6\ g\ C_{10}H_{14}O_2 \times \frac{1\ mol\ C_{10}H_{14}O_2}{166\ g\ C_{10}H_{14}O_2} = 0/1\ mol$$

$$[C_{10}H_{14}O_2] = \frac{\text{مول } C_{10}H_{14}O_2}{\text{لیتر محلول}} = \frac{0/1\ mol\ C_{10}H_{14}O_2}{50\ L\ \text{محلول}} = 0/002\ mol.L^{-1}$$

ماده داده شده، نوعی کربوکسیلیک اسید بوده و همانند سایر اسیدهای آلی، از جمله اسیدهای ضعیف به شمار می‌رود. این ماده به‌صورت زیر در محلول خود یونش پیدا می‌کند:

$$C_{10}H_{14}O_2(aq) \rightleftharpoons C_{10}H_{13}O_2^-(aq) + H^+(aq)$$

بر این اساس، داریم:

$$K_a = \frac{[H^+] \times [C_{10}H_{13}O_2^-]}{[C_{10}H_{14}O_2]} \xrightarrow{[H^+]=[C_{10}H_{13}O_2^-]} K_a = \frac{[H^+]^2}{[C_{10}H_{14}O_2]}$$

غلظت اولیه اسید در محلول مورد نظر، برابر با ۰/۰۰۲ مول بر لیتر بوده است. اگر غلظت x مول بر لیتر از این اسید یونش یافته و باقی آن در محلول باقی‌مانده باشد، مقدار $[H^+]$ در محلول برابر با x مول بر لیتر شده و مقدار غلظت اسید باقیمانده در محلول یا همان $[C_{10}H_{14}O_2]$ نیز برابر با $0/002 - x$ مول بر لیتر می‌شود. موارد گفته‌شده، در جدول زیر نشان داده شده است:

	$C_{10}H_{14}O_2(aq)$ ⇌	$C_{10}H_{13}O_2^-(aq)$ +	$H^+(aq)$
غلظت اولیه	۰/۰۰۲	۰	۰
تغییر غلظت	$-x$	$+x$	$+x$
غلظت نهایی	$0/002 - x$	x	x

بر این اساس، داریم:

$$K_a = \frac{[C_{10}H_{13}O_2^-]^2}{[C_{10}H_{14}O_2]} \Longrightarrow 10^{-4} = \frac{x^2}{0/002 - x} \Longrightarrow x = 0/0004\ mol.L^{-1}$$

با توجه به مقدار مؤلفه x، غلظت یون هیدروژن در محلول نهایی ایجاد شده برابر با ۰/۰۰۰۴ مول بر لیتر است، پس داریم:

$$pH = -\log(4 \times 10^{-4}) \rightarrow pH = 4 - 2log(2) = 4 - (2 \times 0/3) = 3/4$$

گروه آموزشی ماز

AzmonVIP
www.biomaze.ir
۱۴۰۳ - ۱۴۰۴

۷۲- کدام‌یک از مطالب زیر نادرست است؟

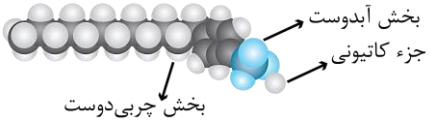
۱) شیمی‌دان‌ها، پاک‌کننده‌های غیرصابونی را با استفاده از بنزن و دیگر مواد اولیه در صنایع پتروشیمی تولید می‌کنند.
۲) صابون‌ها خاصیت اسیدی داشته و در برخورد با یک قطعه کاغذ pH، رنگ این کاغذ را از زرد به آبی تغییر می‌دهند.
۳) کلوئیدها از توده‌های مولکولی با اندازه‌های متفاوت تشکیل شده‌اند و کمتر از سوسپانسیون‌ها نور را پخش می‌کنند.
۴) از مخلوط حاوی پودر سدیم هیدروکسید و آلومینیم، برای باز کردن لوله بسته‌شده توسط چربی استفاده می‌شود.

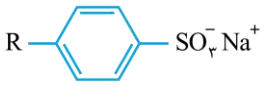
پاسخ: گزینهٔ ۲ (آسان ـ حفظی و مفهومی ـ ۱۲۰۱)

پاک‌کننده‌های صابونی، نمک آمونیوم، پتاسیم و یا سدیم اسیدهای چرب هستند. این مواد خاصیت **بازی**($pH > ۷$) داشته و در برخورد با کاغذ pH، رنگ این کاغذ را از زرد به **آبی** تغییر می‌دهند. این مواد پس از ورود به آب، غلظت یون هیدروکسید را افزایش داده و غلظت یون هیدرونیوم را کاهش می‌دهند. به همین خاطر است که این پاک‌کننده‌ها مزه تلخ دارند.

بررسی سایر گزینه‌ها:

۱ شیمی‌دان‌ها، پاک‌کننده‌های غیر صابونی را با استفاده از **بنزن** و دیگر مواد اولیه در صنایع **پتروشیمی** و طی واکنش‌های پیچیده تولید می‌کنند. تصویر زیر، ساختار پاک‌کننده‌های غیر صابونی را نشان می‌دهد:





۳ کلوئیدها از توده‌های مولکولی با اندازه‌های **متفاوت** تشکیل شده‌اند و اندازه ذرات موجود در ساختار آن‌ها کوچک‌تر از سوسپانسیون‌ها است و از این رو **کم‌تر** از سوسپانسیون‌ها نور را پخش می‌کنند. اندازه و ویژگی‌های سطحی ذرات سازنده کلوئیدها به گونه‌ای است که این ذرات با گذشت زمان ته‌نشین **نمی‌شوند**؛ درنتیجه می‌توان گفت که کلوئیدها، همانند محلول‌ها، از جمله مواد پایدار هستند. انواع رنگ‌ها(مانند رنگ‌های پوششی) و چسب‌ها، سرامیک‌ها، شیر، ژله و سس مایونز نمونه‌هایی از کلوئیدها و شربت معده و آب گل‌آلود نیز نمونه‌هایی از سوسپانسیون‌ها هستند.

۴ نوعی از پاک‌کننده‌های خورنده که به شکل پودر عرضه می‌شوند، شامل مخلوط سدیم هیدروکسید و پودر آلومینیم است. از این پاک‌کننده برای باز کردن مجاری مسدودشده توسط رسوب و تجمع چربی‌ها در برخی وسایل و دستگاه‌های صنعتی استفاده می‌شود. سدیم هیدروکسید موجود در این پاک‌کننده‌ها، رسوب‌های ایجادشده را به حالت محلول درآورده و سبب پاک‌شدن آن‌ها از محیط می‌شود. علاوه‌بر این، محتویات پاک‌کننده موردنظر براساس معادله زیر با آب واکنش می‌دهد:

$$\text{گرما + فراورده‌های دیگر} + \left(NaAl(OH)_4\right) + \text{گاز هیدروژن} \rightarrow \text{آب + پاک‌کننده (پودر آلومینیم و سدیم هیدروکسید)}$$

همان‌طور که مشخص است، طی این واکنش گاز هیدروژن و گرما تولید می‌شود. گاز هیدروژن و گرمای حاصل از این واکنش، به نفوذ بهتر پاک‌کننده به درون آلودگی‌ها کمک کرده و قدرت پاک‌کنندگی آن را افزایش می‌دهد.

گروه آموزشی ماز

۷۳- کدام موارد از مطالب زیر درست است؟

الف: در دما و غلظت یکسان، خاصیت اسیدی محلول نیتریک اسید بیشتر از خاصیت اسیدی محلولی از نیترواسید است.
ب: رسانایی الکتریکی محلول یک مولار کروم(III) نیترات از محلول یک مولار منیزیم کلرید کمتر است.
پ: اسید معده، آنزیم‌های مورد نیاز برای تجزیهٔ مواد غذایی موجود در معده انسان را از حالت غیرفعال در می‌آورد.
ت: مقدار pH خون موجود در رگ‌ها، همانند یک نمونه از آب گازدار، بیشتر از pH آب خالص است.

۱) «الف» و «پ» ۲) «الف» و «ت» ۳) «ب» و «پ» ۴) «ب» و «ت»

پاسخ: گزینهٔ ۱ (متوسط ـ مفهومی / حفظی ـ ۱۲۰۱)

عبارت‌های (الف) و (پ) درست هستند.

بررسی موارد:

الف: مقایسه قدرت اسیدی برخی از مواد مطرح شده در کتاب درسی به شرح زیر است:

قدرت اسیدی بیشتر ← نیتریک اسید ← نیترواسید ← فورمیک اسید ← استیک اسید ← هیدروسیانیک اسید ← قدرت اسیدی کمتر

با توجه به تصویر بالا، نیتریک اسید در مقایسه با نیترواسید قدرت اسیدی **بالاتری** داشته و مجموع غلظت مولی یون‌ها در محلول حاصل از آن بیشتر است؛ پس می‌توان گفت در دما و غلظت یکسان، خاصیت اسیدی و رسانایی الکتریکی محلول نیتریک اسید بیشتر از خاصیت اسیدی و رسانایی الکتریکی محلول نیترواسید است. در چنین حالتی، pH محلول نیتریک اسید کمتر از محلول نیترواسید خواهد بود.

ب: رسانایی هر محلول، تحت تأثیر مجموع غلظت مولی **یون‌های** موجود در آن محلول است. با افزایش غلظت مولی آنیون‌ها و کاتیون‌ها در یک محلول، رسانایی آن محلول افزایش پیدا می‌کند. فرمول شیمیایی کروم(III) نیترات به‌صورت $Cr(NO_3)_3$ است. در هر واحد فرمولی کروم(III) نیترات، ۴ یون و در هر واحد

۱۴۰۳ - ۱۴۰۴
www.biomaze.ir

AzmonVIP

فرمولی منیزیم کلرید($MgCl_2$) نیز ۳ یون وجود دارد، پس می‌توان گفت مجموع غلظت مولی یون‌ها در محلول یک مولار کروم(III) نیترات از محلول یک مولار منیزیم کلرید بیشتر است و این محلول رسانایی الکتریکی بیشتری دارد.

پ: دیواره معده به‌صورت طبیعی، مقداری ترکیب اسیدی را ترشح می‌کند. اسید معده که نام شیمیایی آن هیدروکلریک اسید است، دو عملکرد مهم دارد که باید آن‌ها را بلد باشید. این موارد عبارت هستند از:

۱. موجب فعال کردن آنزیم‌ها برای تجزیه مواد غذایی می‌شود.

۲. جانداران ذره‌بینی موجود در غذا را از بین می‌برد.

توجه داریم که دلیل سوزش معده، برگشت مقداری از محتویات اسیدی معده به لولهٔ مری است.

بررسی شیمی معده

با ورود غذا به معده انسان، غدد موجود در دیواره معده برای از بین بردن میکروب‌های موجود در غذاها و فعال کردن آنزیم‌های گوارشی، شروع به ترشح هیدروکلریک اسید می‌کنند. در بدن انسان بالغ، روزانه بین ۲ تا ۳ لیتر شیره معده تولید می‌شود که غلظت یون هیدرونیوم در آن حدوداً برابر با ۰/۰۳ مول بر لیتر است. بر این اساس، می‌توان گفت pH اسید ترشح‌شده در معده تقریباً برابر ۱/۵ است و به همین خاطر، فضای درون معده را می‌توان یک محیط اسیدی به حساب آورد؛ به‌طوری که این اسید می‌تواند فلز روی را در خود حل کند. دیواره داخلی معده، به‌طور طبیعی مقدار اندکی از یون‌های هیدرونیوم ترشح‌شده را مجدداً جذب می‌کند. این فرایند، سبب نابودی برخی از سلول‌های سازنده دیواره معده می‌شود. در این شرایط، اگر مقدار اسید موجود در معده به هر دلیلی بیش از اندازه باشد، مقدار یون‌های هیدرونیوم جذب‌شده توسط دیواره معده بیشتر شده و مقدار بیشتری از سلول‌های دیواره معده آسیب می‌بینند. آسیب به سلول‌های دیواره معده، سبب درد، التهاب و گاهی خونریزی معده می‌شود.

ت: آب گازدار، یک محلول اسیدی و خون موجود در رگ‌های بدن یک محلول بازی است. محلول‌های اسیدی دارای pH کوچک‌تر از ۷ بوده و محلول‌های بازی نیز دارای pH بزرگ‌تر از ۷ هستند.

PH مناطق مختلف بدن

محتویات موجود در هر عضو از بدن انسان، براساس وظیفه و کارکرد ویژه آن عضو، مقدار pH خاصی دارند. به‌عنوان مثال، pH بزاق تقریباً برابر ۶ و pH شیره معده تقریباً برابر ۱/۷ بوده و این محلول‌ها خاصیت اسیدی دارند. در طرف مقابل، pH خون و محتویات روده به‌ترتیب برابر ۷/۴ و ۸/۵ است؛ پس این محیط‌ها خاصیت بازی دارند.

گروه آموزشی ماز

۷۴- نمونه‌ای به جرم ۱۱۱/۲ میلی‌گرم از اسید چرب $C_{17}H_{29}COOH$، با $2/5mL$ از محلول سود با درصد جرمی ۸٪ و چگالی $1/2g.mL^{-1}$ به‌طور کامل واکنش می‌دهد. به‌تقریب چند درصد از سود در واکنش شرکت کرده است؟

($H=1$ و $C=12$ و $O=16$ و $Na=23$: $g.mol^{-1}$)

$$C_{17}H_{29}COOH(s)+NaOH(aq)\longrightarrow C_{17}H_{29}COONa(aq)+H_2O(l)$$

۱) ۸۳/۳ ۲) ۶۶/۷ ۳) ۸/۳۳ ۴) ۶/۶۷

پاسخ: گزینهٔ ۴ آزمون وی ای پی (متوسط ـ مسئله ـ ۱۲۰۱)

اسیدهای چرب، از جمله مواد اسیدی بوده و بر اساس معادله زیر، با سدیم هیدروکسید(سود) واکنش داده و صابون تولید می‌کنند:

آب + صابون ← سدیم هیدروکسید + اسید چرب

معادله واکنش انجام شده بین اسید چرب داده شده با محلول سود به‌صورت زیر است:

$$C_{17}H_{29}COOH(s)+NaOH(aq)\rightarrow C_{17}H_{29}COONa(aq)+H_2O(l)$$

ابتدا تعداد مول اسید چرب و سود شرکت‌کننده در واکنش را حساب می‌کنیم. بر این اساس، داریم:

$$?\,mol\ \text{اسید چرب}=111/2\,mg\ \text{اسید چرب}\times\frac{1\,g\ \text{اسید چرب}}{1000\,mg\ \text{اسید چرب}}\times\frac{1\,mol\ \text{اسید چرب}}{278\,g\ \text{اسید چرب}}=0/0004\,mol$$

$$\text{غلظت مولی سود}=\frac{10ad}{\text{جرم مولی}}=\frac{10\times 8\times 1/2}{40}=2/4mol.L^{-1}\quad\rightarrow\quad ?\,mol\ \text{سود}=2/4mol.L^{-1}\times\left(\frac{2/5}{1000}\right)L=0/006\,mol$$

هر مول اسید چرب، با یک مول سود واکنش می‌دهد، پس می‌توان گفت از ۰/۰۰۶ مول سود اولیه، ۰/۰۰۰۴ مول در واکنش شرکت کرده و ۰/۰۰۵۶ از آن باقی می‌ماند، بنابراین داریم:

$$\text{درصد شرکت کرده از سود در واکنش}=\left(\frac{0/0004}{0/006}\right)\times 100\simeq 6/67\ \text{درصد}$$

گروه آموزشی ماز

۷۵- اگر زنجیر آلکیل متصل به بخش آب‌دوست یک صابون جامد دارای ۱۶ اتم کربن باشد، ۸۷/۶ گرم از این صابون با چند مول از منیزیم کلرید موجود در یک محلول آبی با غلظت ۰/۵ مولار به‌طور کامل واکنش می‌دهد؟

($H=1$ و $C=12$ و $O=16$ و $Na=23$: $g.mol^{-1}$)

۱) ۰/۶ ۲) ۰/۴۵ ۳) ۰/۳ ۴) ۰/۱۵

AzmonVIP
www.biomaze.ir
۱۴۰۳ - ۱۴۰۴

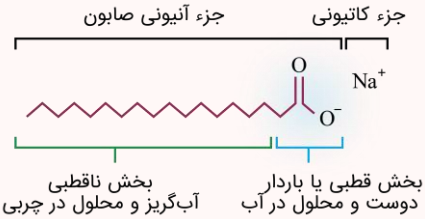
پاسخ: گزینهٔ ۴ (آسان ـ مسئله ـ ۱۲۰۱)

در ساختار صابون‌ها، یک زنجیره آلکیل به بخش قطبی(گروه $-COO^-$) متصل شده است. تعداد اتم کربن زنجیر آلکیلی(زنجیری با فرمول C_nH_{2n+1}) برابر با ۱۶ عدد بوده و درنتیجه فرمول شیمیایی صابون موردنظر به‌صورت $C_{17}H_{33}O_2Na$ خواهد بود. بر این اساس، در رابطه با صابون مورد نظر داریم:

$$\text{جرم مولی صابون موردنظر} = (17\times12)+(33\times1)+(2\times16)+23 = 292\,g.mol^{-1}$$

ساختار صابون‌ها

صابون‌های جامد، نمک سدیم اسیدهای چرب هستند و می‌توان آن‌ها را با فرمول کلی $RCOONa$ نشان داد که در آن گروه R نشان‌دهندهٔ یک زنجیر هیدروکربنی بلند است. اگر R زنجیر آلکیلی باشد، فرمول کلی این صابون‌ها به‌صورت $C_{n+1}H_{2n+1}O_2Na$ خواهد بود. فرمول ساختاری این نوع از صابون‌ها به‌صورت زیر خواهد بود:



توجه داریم که بین بخش آنیونی و کاتیونی صابون، پیوند یونی و بین بخش ناقطبی و قطبی از بخش آنیونی صابون، پیوند اشتراکی وجود دارد.

واکنش کلی صابون جامد با محلول منیزیم کلرید به‌صورت زیر است:

$$2RCOONa(s)+MgCl_2(aq)\longrightarrow(RCOO)_2Mg(s)+2\,NaCl(aq)$$

بنابراین مقدار مول موردنیاز از $MgCl_2$ موجود در محلول برابر خواهد بود با:

$$?\,mol\,MgCl_2 = 87/6\,g\ \text{صابون}\times\frac{1\,mol\ \text{صابون}}{292\,g\ \text{صابون}}\times\frac{1\,mol\,MgCl_2}{2\,mol\ \text{صابون}} = 0/15\,mol$$

گروه آموزشی ماز

۷۶- چند مورد از مطالب زیر درست هستند؟

الف: اکسید حاصل از اغلب نافلزها خاصیت اسیدی داشته و محلول‌هایی با $pH<7$ ایجاد می‌کنند.

ب: تصویر مقابل، نمایی از محلول هیدروفلوئوریک اسید را در مسیر مدار الکتریکی نشان می‌دهد.

پ: در محلولی به غلظت ۰/۱ مولار از نیترواسید در دمای اتاق، $[NO_2^-]=0/1\,mol.L^{-1}$ است.

ت: در صورت دو برابر کردن حجم محلول هیدروکلریک اسید، pH محلول ۰/۳ واحد کاهش می‌یابد.

۱) ۱ ۲) ۲ ۳) ۳ ۴) ۴

پاسخ: گزینهٔ ۲ (متوسط ـ مفهومی و مسئله ـ ۱۲۰۱)

عبارت‌های (الف) و (ب) درست هستند.

بررسی موارد:

الف: **اغلب** اکسیدهای نافلزی مثل کربن دی‌اکسید و گوگرد تری‌اکسید، خاصیت اسیدی دارند؛ اما برخی اکسیدهای نافلزی مثل CO و NO خنثی بوده و چون اصلاً با آب واکنش نمی‌دهند، در اثر حل شدن در آب، محلول‌هایی با $pH=7$ ایجاد می‌کنند.

ب: هیدروفلوئوریک اسید یک اسید **ضعیف** است که در آب به‌طور **ناقص** یونیده می‌شود. هنگامی که محلول این اسید ضعیف در مسیر یک مدار الکتریکی قرار بگیرد، آنیون‌ها(یون فلوئورید، یا همان یونی که اندازه بزرگ‌تری دارد) به سمت قطب مثبت و کاتیون‌ها(یون هیدرونیوم، یا همان یونی که اندازه کوچک‌تری دارد) به سمت قطب منفی حرکت می‌کنند.

پ: نیترواسید یا همان HNO_2، یک اسید **ضعیف** بوده و در آب به‌صورت جزئی به یون‌های H^+ و NO_2^- تفکیک می‌شود؛ پس غلظت آنیون حاصل از یونش این اسید، کمتر از غلظت اولیه اسید حل شده در محلول خواهد بود؛ بنابراین داریم:

$$[NO_2^-]<0/1 mol.L^{-1}$$

ت: فرض کنید غلظت هیدروکلریک اسید برابر M باشد. بر این اساس، داریم:

$$[H^+]_1 = M\times\alpha = M\times1 = M \xrightarrow{\text{پس از دو برابر کردن حجم محلول}} [H^+]_2 = \frac{M}{2}$$

بنابراین pH محلول از $-logM$ به $-log\frac{M}{2}$ می‌رسد؛ پس داریم:

$$pH_2 = -(logM-\log2) = \underbrace{-logM}_{pH_1}+\underbrace{\log2}_{0/3} = pH_1+0/3$$

با توجه به محاسبات بالا، مقدار pH محلول به اندازه ۰/۳ واحد افزایش یافته است.

AzmonVIP
www.biomaze.ir
۱۴۰۳ - ۱۴۰۴

رقیق کردن اسیدها و بازها

اگر محلول یک اسید را با افزودن آب خالص به آن رقیق‌تر کنیم، غلظت یون هیدروژن در آن کاهش یافته و pH محلول افزایش پیدا می‌کند(به عدد ۷ نزدیک‌تر می‌شود) و به همین ترتیب، اگر محلول یک باز را با اضافه کردن آب خالص به آن رقیق‌تر کنیم، غلظت یون هیدروکسید در محلول کاهش یافته و pH محلول نیز کم‌تر می‌شود(به عدد ۷ نزدیک‌تر می‌شود). برخلاف فرایند رقیق‌سازی، اگر غلظت اسید یا باز موجود در یک محلول را افزایش دهیم، pH محلول موردنظر از عدد ۷ دورتر می‌شود. توجه داریم که اسیدها و بازهای قوی به‌طور کامل در آب یونش یافته($\alpha = ۱$) و با تغییر غلظت محلول آن‌ها، تغییری در درجه یونش این مواد ایجاد نمی‌شود. بر این اساس، می‌توان گفت اگر محلول یک اسید قوی را n مرتبه رقیق کنیم(حجم محلول را با اضافه کردن آب به آن، n برابر کنیم)، در این شرایط غلظت اسید و به دنبال آن غلظت یون هیدروژن $\frac{۱}{n}$ برابر شده و pH این محلول به اندازه $\log n$ واحد افزایش یافته و به pH ناحیه خنثی(معادل با $pH = ۷$) نزدیک‌تر می‌شود. در نقطه مقابل، اگر محلول یک اسید قوی را n مرتبه غلیظ کنیم(حجم محلول را با تبخیر کردن آب از آن، $\frac{۱}{n}$ برابر کنیم و یا مقدار اسید موجود در محلول را n برابر کنیم)، در این شرایط غلظت اسید و به دنبال آن غلظت یون هیدروژن در محلول مورد نظر n برابر شده و pH این محلول به اندازه $\log n$ واحد کاهش یافته و از pH ناحیه خنثی($pH = ۷$) دورتر می‌شود.

گروه آموزشی ماز

۷۷- فرمول شیمیایی یک اسید چرب با زنجیره هیدروکربنی سیرشده، مشابه فرمول شیمیایی کدام ماده زیر می‌تواند باشد؟

۱) نوعی استر ۱۸ کربنه با ۲ پیوند $C = C$
۲) نوعی کتون یک عاملی سیرشده با ۶ اتم کربن
۳) یک دی‌الکل با ۱۶ اتم کربن و یک پیوند $C = C$
۴) یک ترکیب اتری سیرشده با ۱۸ اتم کربن

پاسخ: گزینهٔ ۳ (آسان ـ مفهومی ـ ۱۲۰۱)

چرک‌های موجود بر روی لباس و پوست بدن، غالباً از جنس چربی‌ها هستند. چربی‌ها، مخلوطی از اسیدهای چرب(کربوکسیلیک اسیدهایی با زنجیر بلند کربنی و جرم مولکولی زیاد) و استرهای بلندزنجیر (استرهایی با جرم مولی زیاد) هستند. اسیدهای چرب کربوکسیلیک اسیدهایی با زنجیر بلند کربنی(زنجیر کربنی که بیش از ۱۰ اتم کربن را در خود جا داده است) و جرم مولکولی زیاد هستند. فرمول شیمیایی کلی این مواد به شرط **سیرشده** و **غیرحلقوی** بودن زنجیر کربنی در آن‌ها، به‌صورت $C_nH_{۲n}O_۲$ است. اگر یک اسید چرب سیرشده دارای ۱۶ اتم کربن باشد، فرمول شیمیایی آن به‌صورت $C_{۱۶}H_{۳۲}O_۲$ می‌شود. فرمول شیمیایی یک دی‌الکل(الکلی که در ساختار خود دارای ۲ گروه عاملی هیدروکسیل است) با ۱۶ اتم کربن و یک پیوند $C = C$ نیز به‌صورت $C_{۱۶}H_{۳۲}O_۲$ خواهد بود که این فرمول شیمیایی، مشابه فرمول شیمیایی اسید چرب مورد نظر است.

بررسی سایر گزینه‌ها:

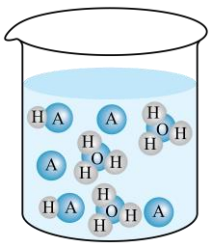
۱) اگر یک اسید چرب سیرشده دارای ۱۸ اتم کربن باشد، فرمول شیمیایی آن به‌صورت $C_{۱۸}H_{۳۶}O_۲$ می‌شود. فرمول شیمیایی نوعی استر ۱۸ کربنه با ۲ پیوند اشتراکی $C = C$، به‌صورت $C_{۱۸}H_{۳۲}O_۲$ خواهد شد.

۲) شمار اتم‌های کربن در ساختار اسیدهای چرب باید زیاد باشد، پس یک اسید چرب هرگز نمی‌تواند فرمول شیمیایی مشابهی با یک ترکیب آلی که فقط ۶ اتم کربن دارد، داشته باشد.

۴) اگر یک اسید چرب سیرشده دارای ۱۸ اتم کربن باشد، فرمول شیمیایی آن به‌صورت $C_{۱۸}H_{۳۶}O_۲$ می‌شود. فرمول شیمیایی نوعی ترکیب اتری سیرشده با ۱۸ اتم کربن، به‌صورت $C_{۱۸}H_{۳۸}O$ خواهد شد.

گروه آموزشی ماز

۷۸- تصویر مقابل، نمایی از محلول یک اسید با چگالی $۱/۲۵ g.mL^{-۱}$ را نشان می‌دهد:



اگر غلظت آنیون A^- در محلول مورد نظر برابر با $۴۸۰ ppm$ باشد، pH این محلول چقدر بوده و ثابت یونش اسید حل شده در محلول، چقدر می‌شود؟ ($A = ۶۰ g.mol^{-۱}$)

۱) ۲ ـ $۱/۵ \times ۱۰^{-۲}$
۲) ۲ ـ ۳×۱۰^{-۲}
۳) ۳ ـ $۱/۵ \times ۱۰^{-۲}$
۴) ۳ ـ ۳×۱۰^{-۲}

پاسخ: گزینهٔ ۱ (متوسط ـ مسئله ـ ۱۲۰۱)

برای تبدیل غلظت ppm یک ماده خاص در محلول به غلظت مولی آن ماده، از رابطه زیر استفاده می‌کنیم:

$$\text{غلظت مولی} = \frac{\text{چگالی} \times ppm \text{ غلظت}}{\text{جرم مولی} \times ۱۰۰۰}$$

با توجه به رابطه بالا، غلظت مولی آنیون A^- را در محلول مورد نظر محاسبه می‌کنیم.

$$[A^-] = \frac{۴۸۰ \times ۱/۲۵}{۱۰۰۰ \times ۶۰} = ۰/۰۱ \, mol.L^{-۱}$$

با دقت در تصویر داده شده، در محلول مورد نظر ۳ ذره از یون A^-، ۳ ذره از یون H^+ و دو ذره از مولکول HA وجود دارد. از طرفی، محاسبه کردیم که غلظت مولی یون A^- در محلول برابر با ۰/۰۱ مول بر لیتر است. بر این اساس، داریم:

$$pH = -\log[H^+] = -\log(۰/۰۱) = ۲$$

AzmonVIP
www.biomaze.ir
۱۴۰۳ - ۱۴۰۴

می‌دانیم که غلظت مولی هر ماده متناسب با تعداد ذرات آن ماده است. بر این اساس، می‌توان گفت غلظت مولی یون H^+ و مولکول HA نیز در محلول مورد نظر به‌ترتیب برابر با ۰/۰۱ و $\frac{۲}{۳۰۰} = \frac{۲}{۳} \times ۰/۰۱$ مول بر لیتر می‌شود. در رابطه با ثابت یونش این محلول، داریم:

$$K_a = \frac{[H^+] \times [A^-]}{[HA]} = \frac{۰/۰۱ \times ۰/۰۱}{\frac{۲}{۳۰۰}} = ۰/۰۱۵\ mol.L^{-۱}$$

بر اساس تصویر داده شده، توجه داریم که درجه یونش اسید در محلول مورد نظر، برابر با ۰/۶ معادل با ۶۰٪ است.

گروه آموزشی ماز

۷۹- محلولی از هیدروکلریک اسید با حجم ۴ لیتر و $pH = ۰$ را با ۵ لیتر محلول ۰/۱ مولار هیدروکلریک اسید مخلوط می‌کنیم. pH محلول نهایی حاصل از این فرایند چقدر می‌شود؟

۱) ۰/۳ ۲) ۱/۳ ۳) ۰/۶ ۴) ۱/۶

پاسخ: گزینهٔ ۱ (متوسط ـ مسئله ـ ۱۲۰۱)

با مخلوط کردن دو محلول اسیدی متفاوت، به‌یقین یک محلول اسیدی تولید خواهد شد. در قدم اول، غلظت یون هیدروژن در محلول ۴ لیتری را محاسبه کرده و شمار مول‌های یون هیدروژن موجود در این محلول را به‌دست می‌آوریم:

$$[H^+] = ۱۰^{-pH} = ۱۰^{۰} = ۱\ mol.L^{-۱}$$

$$?\,mol\ H^+ = ۴\ L\ \text{محلول} \times \frac{۱\ mol\ H^+}{۱\ L\ \text{محلول}} = ۴\ mol$$

در مرحله بعد، شمار مول‌های یون هیدروژن را در محلول ۵ لیتری به‌دست می‌آوریم:

$$?\,mol\ H^+ = ۵\ L\ \text{محلول} \times \frac{۰/۱\ mol\ H^+}{۱\ L\ \text{محلول}} = ۰/۵\ mol$$

در قدم آخر، غلظت یون هیدروژن را در محلول نهایی محاسبه کرده و پس از آن، مقدار pH این محلول را به‌دست می‌آوریم:

$$[H^+] = \frac{\text{مجموع شمار مول‌های } H^+}{\text{حجم محلول}} = \frac{۴ + ۰/۵}{۴ + ۵} = \frac{۴/۵}{۹} = ۰/۵\ mol.L^{-۱}$$

$$pH = -\log[H^+] = -\log(۰/۵) = \log(۲) = ۰/۳$$

گروه آموزشی ماز

۸۰- چه تعداد از مطالب زیر درست هستند؟

الف: چند هزار سال پیش، انسان علاوه‌بر آب، از موادی شبیه به صابون امروزی برای نظافت و پاکیزگی استفاده می‌کرد.

ب: شاخص امید به زندگی نشان می‌دهد با توجه به خطرات موجود در زندگی، انسان‌ها حداکثر چند سال عمر می‌کنند.

پ: بنزین، از ذرات ناقطبی ساخته شده و نسبت شمار اتم‌های هیدروژن به کربن در آن، ۰/۷۵ برابر اتیلن‌گلیکول است.

ت: قدرت پاک‌کنندگی صابون در مواجهه با پارچه‌ای با الیاف نخی، بیشتر از پارچه با الیاف مصنوعی پلی‌استری است.

۱) ۱ ۲) ۲ ۳) ۳ ۴) ۴

پاسخ: گزینهٔ ۳ (متوسط ـ مفهومی ـ ۱۲۰۱)

عبارت‌های (الف)، (پ) و (ت) درست هستند.

بررسی موارد:

الف: حفاری‌های باستانی از شهر بابِل نشان می‌دهد که چند هزار سال پیش از میلاد، انسان‌ها به همراه آب از موادی شبیه به صابون امروزی برای نظافت و پاکیزگی استفاده می‌کردند. نیاکان ما به تجربه پی‌برده بودند که اگر ظرف‌های چرب را به خاکستر آغشته کرده و سپس با آب گرم شست‌وشو دهند، این ظروف آسان‌تر تمیز می‌شوند. در واقع، خاکستر حاوی برخی از فلزهای قلیایی بوده و در تماس با چربی‌ها، صابون تولید می‌کند.

ب: شاخص امید به زندگی نشان می‌دهد با توجه به خطراتی که انسان‌ها در طول زندگی با آن مواجه هستند، به‌طور **میانگین** چند سال در این جهان زندگی می‌کنند. امید به زندگی شاخصی است که در کشورهای گوناگون و حتی در شهرهای یک کشور نیز با هم تفاوت دارد، زیرا این شاخص به عوامل گوناگونی بستگی دارد. مقدار این شاخص در سطح جهان، در حال حاضر تقریباً برابر با ۶۵ سال است.

پ: بنزین، مخلوطی از آلکان‌های مختلف است که با فرمول مولکولی تقریبی $C_۸H_{۱۸}$ مشخص می‌شود. بر این اساس، می‌توان گفت بنزین از ذرات ناقطبی ساخته شده و نسبت شمار اتم‌های هیدروژن به کربن در آن، $\frac{۳}{۴} = ۰/۷۵$ برابر اتیلن‌گلیکول($C_۲H_۶O_۲$) نیز یک الکل دو عاملی با فرمول ساختاری زیر است:

$$HO-CH_۲-CH_۲-OH$$

آلکان‌ها

با توجه به سیرشده بودن مولکول‌های سازندهٔ آلکان‌ها، این مواد تمایل چندانی به انجام واکنش‌های شیمیایی با مواد دیگر ندارند. این ویژگی سبب می‌شود تا میزان سمی بودن آلکان‌ها کمتر شده و استنشاق آنها بر شش‌ها و بدن تأثیر چندانی نداشته باشد. البته، استنشاق بخار آلکان‌ها سبب کاهش مقدار اکسیژن در هوای دم شده و از انتقال گازهای تنفسی در شش‌ها جلوگیری می‌کند و نفس کشیدن دشوار می‌شود. حتی اگر میزان بخارهای وارد شده به شش‌ها زیاد باشد، می‌تواند سبب مرگ فرد شود. به‌خاطر همین امر، هرگز برای برداشتن بنزین از باك خودرو یا بشکه نباید از مکیدن شیلنگ استفاده کنیم.

www.biomaze.ir
۱۴۰۳ - ۱۴۰۴

AzmonVIP

ت: قدرت پاک‌کنندگی صابون بر روی پارچه‌های نخی که از الیاف طبیعی پنبه‌ای(سلولزی) تشکیل‌شده‌اند، از پارچه‌های پلی‌استری که از الیاف مصنوعی ساخته‌شده‌اند، بیشتر است. علت این اتفاق، ناقطبی بودن نسبی ذرات سازنده پلی‌استرها و چسبندگی بیشتر لکه‌ها بر سطح پارچه‌های پلی‌استری می‌باشد. این در حالی است که ذرات چربی، چسبندگی زیادی با الیاف سلولزی **ندارند**.

گروه آموزشی ماز

۸۱- کدام مطلب درباره اتم چهارمین عنصر از دسته d در دوره چهارم جدول دوره‌ای امروزی، نادرست است؟

۱) شمار الکترون‌های ظرفیتی آن با شمار الکترون‌های ظرفیتی اتم اکسیژن برابر است.

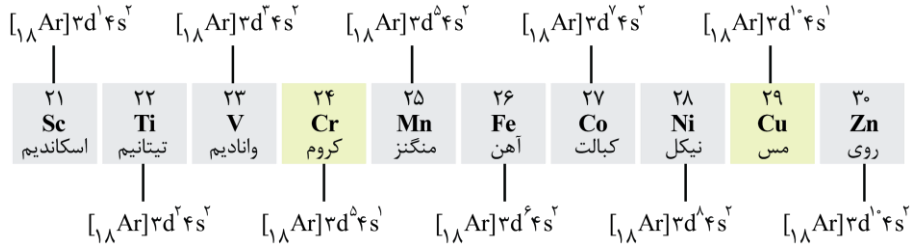
۲) تعداد زیرلایه‌های نیمه پر در هر اتم آن، دو برابر تعداد زیرلایه‌های نیمه پر در اتم $_{۳۳}As$ است.

۳) تفاوت عدد اتمی آن با عدد اتمی دومین عنصری که آرایش الکترونی آن از قاعده آفبا پیروی نمی‌کند، برابر با ۴ است.

۴) مجموع شمار الکترون‌هایی با $l = ۰$ و $l = ۲$ با شمار الکترون‌های دارای عدد کوانتومی $l = ۱$ در آن برابر است.

پاسخ: گزینهٔ ۳آزمون وی ای پ ی (متوسط ـ مفهومی ـ ۱۰۰۱)

چهارمین عنصر دستهٔ d در دورهٔ چهارم، معادل با فلز کروم$(_{۲۴}Cr)$ است. کروم **اولین** عنصری در جدول تناوبی است که از قاعدهٔ آفبا پیروی **نمی‌کند**. دومین عنصر با این ویژگی، مس$(_{۲۹}Cu)$ است که تفاوت عدد اتمی آن با کروم برابر با $۲۹ - ۲۴ = ۵$ است. آرایش الکترونی عناصر موجود در دسته d تناوب چهارم جدول دوره‌ای به‌صورت زیر است:



بررسی سایر گزینه‌ها:

۱) در رابطه با عناصر داده شده، داریم:

$[_{۲۴}Cr] = [_{۱۸}Ar]۳d^{۵}۴s^{۱}$ → شمار الکترون‌های ظرفیتی $= ۵ + ۱ = ۶$

$[_{۸}O] = [_{۲}He]۲s^{۲}۲p^{۴}$ → شمار الکترون‌های ظرفیتی $= ۲ + ۴ = ۶$

البته شمار الکترون‌های ظرفیتی را با توجه به شماره گروه عنصرها هم می‌توان تعیین کرد. بر این اساس، داریم:

$$\begin{cases} Cr: \text{گروه } ۶ \rightarrow \text{شمار الکترون‌های ظرفیتی} = \text{شماره گروه} = ۶ \\ O: \text{گروه } ۱۶ \rightarrow \text{شمار الکترون‌های ظرفیتی} = ۱۰ - \text{شماره گروه} = ۶ \end{cases}$$

۲) زیرلایه‌های نیمه‌پُر در آرایش الکترونی اتم‌های $_{۲۴}Cr$ و $_{۳۳}As$ به‌صورت زیر هستند:

$[_{۲۴}Cr] = [_{۱۸}Ar]\underline{۳d^{۵}}\ \underline{۴s^{۱}}$ → شمار زیرلایه‌های نیمه پُر $= ۲$

$[_{۳۳}As] = [_{۱۸}Ar]۳d^{۱۰}۴s^{۲}\ \underline{۴p^{۳}}$ → شمار زیرلایه‌های نیمه پُر $= ۱$

بنابراین شمار زیرلایه‌های نیمه‌پُر در $_{۲۴}Cr$، دو برابر این مقدار در $_{۳۳}As$ است.

۴) آرایش الکترونی کامل اتم Cr را رسم می‌کنیم. عددهای کوانتومی $l = ۰$، $l = ۱$ و $l = ۲$ به‌ترتیب به زیرلایه‌های الکترونی s، p و d برمی‌گردند. بر این اساس، داریم:

$$[_{۲۴}Cr] = ۱s^{۲}۲s^{۲}۲p^{۶}۳s^{۲}۳p^{۶}۳d^{۵}۴s^{۱} \rightarrow \begin{cases} l = ۰ \rightarrow ۲ + ۲ + ۲ + ۱ = ۷ \\ l = ۱ \rightarrow ۶ + ۶ = ۱۲ \\ l = ۲ \rightarrow ۵ \end{cases}$$

بنابراین مجموع شمار الکترون‌های دارای عددهای کوانتومی $l = ۰$ و $l = ۲$، با شمار الکترون‌های دارای عدد کوانتومی $l = ۱$ برابر است.

گروه آموزشی ماز

۸۲- با توجه به جدول زیر، داده‌های کدام موارد از ردیف‌های داده شده کاملاً درست است؟

ردیف	ویژگی‌ها	$_{۲۱}^{۴۵}Z$	$_{۲۹}^{۶۵}X$	$_{۲۴}^{۵۲}D$	$_{۲۰}^{۴۰}A$
۱	مجموع $n - l$ الکترون‌های لایه ظرفیت	۹	۱۴	۹	۸
۲	تفاوت شمار الکترون‌های زیرلایه‌های s و نوترون‌ها	۱۶	۲۸	۲۱	۱۲
۳	نسبت شمارهٔ گروه به شمارهٔ دوره	۰/۷۵	۲/۷۵	۱/۵	۰/۵
۴	نسبت شمار آنیون به کاتیون در سولفیدی از فلز که کاتیون پایدار آن دارای بیشترین بار الکتریکی است.	۱/۵	۱	۲	۱

۱) ۱ و ۳ ۲) ۲ و ۳ ۳) ۱ و ۲ و ۴ ۴) ۱ و ۳ و ۴

www.biomaze.ir ۱۴۰۳ - ۱۴۰۴

AzmonVIP

پاسخ: گزینهٔ ۱ (سخت ـ مفهومی ـ ۱۰۰۱)

عناصر A ، D ، X و Z به‌ترتیب معادل با عناصر Ca ، Cr ، Cu و Sc هستند. با توجه به موقعیت این عناصر، اطلاعات داده شده در ردیف‌های اول و سوم جدول مورد نظر درست هستند. مقدار مؤلفه‌های موجود در جدول مورد نظر، به شرح زیر است:

ویژگی‌ها	$^{45}_{21}Sc$	$^{65}_{29}Cu$	$^{52}_{24}Cr$	$^{40}_{20}Ca$
آرایش الکترونی	$[_{18}Ar]\ 3d^1 4s^2$	$[_{18}Ar]\ 3d^{10} 4s^1$	$[_{18}Ar]\ 3d^5 4s^1$	$[_{18}Ar]\ 4s^2$
مجموع $n-l$ الکترون‌های لایه ظرفیت عنصر	۱×(۳-۲) +۲×(۴-۰)=۹	۱۰×(۳-۲) +۱×(۴-۰)=۱۴	۵×(۳-۲) +۱×(۴-۰)=۹	۲×(۴-۰)=۸
شمار نوترون‌ها	$n = 45-21 = 24$	$n = 65-29 = 36$	$n = 52-24 = 28$	$n = 40-20 = 20$
تفاوت شمار الکترون‌های زیرلایه‌های s و نوترون‌ها	$24 - 8 = 16$	$36 - 7 = 29$	$28 - 7 = 21$	$20 - 8 = 12$
شماره گروه عنصر	۳	۱۱	۶	۲
نسبت شمارهٔ گروه به شمارهٔ دوره	$\frac{3}{4} = 0/75$	$\frac{11}{4} = 2/75$	$\frac{6}{4} = 1/5$	$\frac{2}{4} = 0/5$
نسبت آنیون به کاتیون در سولفیدی با بالاترین بار برای کاتیون	Sc_2S_3 ۱/۵	CuS ۱	Cr_2S_3 ۱/۵	CaS ۱

بررسی موارد نادرست:

ردیف دوم: مس از جمله عناصر فلزی واسطه موجود در جدول دوره‌ای است که رسم آرایش الکترونی آن از قاعده آفبا پیروی **نمی‌کند**. آرایش الکترونی این عنصر به‌صورت $_{29}Cu : [_{18}Ar]\ 3d^{10} 4s^1$ بوده و در زیرلایه‌های s آن مجموعاً ۷ الکترون وجود دارد. تعداد نوترون‌های موجود در هر اتم مس نیز برابر با ۳۶ است، پس اختلاف تعداد نوترون و الکترون‌های زیر لایه‌های s آن ۲۹ است.

ردیف چهارم: یون سولفید، از اتم گوگرد ایجاد شده و دارای بار الکتریکی ۲- است. بالاترین بار الکتریکی برای کروم برابر با ۳+ است، پس سولفیدی با بالاترین بار الکتریکی برای این عنصر معادل با Cr_2S_3 است که نسبت شمار آنیون به کاتیون در آن برابر با ۱/۵ می‌شود.

گروه آموزشی ماز

۸۳- اگر در یون $^{57}A^{3+}$، شمار نوترون‌ها ۱/۲۵ برابر شمار الکترون‌ها باشد، تفاوت شمار الکترون‌ها و نوترون‌ها در یون حاصل از اتم ^{59}A که آرایش الکترونی آن به $3d^7$ ختم می‌شود، کدام است؟

۱) ۵ ۲) ۹ ۳) ۷ ۴) ۱۲

پاسخ: گزینهٔ ۳ (سخت ـ مفهومی ـ ۱۰۰۱)

از آنجا که در نماد هر دو یون داده شده از حرف A استفاده شده است، پس این دو یون مربوط به **ایزوتوپ‌های** مختلف عنصر A هستند. اگر شمار الکترون‌ها، پروتون‌ها و نوترون‌های موجود در ایزوتوپ ^{57}A را به‌ترتیب برابر e، p و n در نظر بگیریم:

$$^{57}A^{3+}:\ p-3=e \quad و \quad 1/25 \times e = n \rightarrow 1/25(p-3) = n$$

از طرفی مجموع شمار نوترون‌ها و پروتون‌ها در این یون، برابر با عدد جرمی آن است. معادله دوم را بر اساس عدد جرمی این یون می‌نویسیم و سپس دو معادله حاصل را در یک دستگاه دو معادله و دو مجهول قرار می‌دهیم.

$$\begin{cases} n+p=57 \\ 1/25(p-3)=n \end{cases} \rightarrow n=30 \quad و \quad p=27$$

عنصر A معادل با $_{27}Co$ در جدول تناوبی است. باید یونی از این عنصر که آرایش الکترونی آن به $3d^7$ ختم شود را پیدا کنیم. در این رابطه، داریم:

$$_{27}Co : [_{18}Ar]\ 3d^7 4s^2 \xrightarrow{-2e} {}_{27}Co^{2+} : [_{18}Ar]\ 3d^7$$

با توجه به توضیحات داده شده، یون مورد نظر معادل با یون $^{59}_{27}Co^{2+}$ است. آرایش الکترونی این یون به $3d^7$ ختم می‌شود. در مرحله بعد، تفاوت شمار الکترون‌ها و نوترون‌ها را در $^{59}_{27}Co^{2+}$ به‌دست می‌آوریم:

$$\left.\begin{matrix} n = A - Z = 59 - 27 = 32 \\ e = Z - \text{بار یون} = 27 - 2 = 25 \end{matrix}\right\} \rightarrow n - e = 32 - 25 = 7$$

با توجه به محاسبات انجام شده، تفاوت شمار الکترون‌ها و نوترون‌ها در یون $^{59}_{27}A^{2+}$ برابر با ۷ است.

گروه آموزشی ماز

۸۴- اگر تعداد ذرات بدون بار در هر اتم از نخستین عنصر دوره پنجم جدول تناوبی برابر ۴۸ باشد، نسبت جرم الکترون‌ها به جرم هسته اتم این عنصر به‌تقریب کدام است؟ (جرم پروتون و نوترون را برابر با $1amu$ در نظر بگیرید.)

۱) $2/18 \times 10^{-4}$ ۲) $3/16 \times 10^{-4}$ ۳) $2/18 \times 10^{-3}$ ۴) $3/16 \times 10^{-3}$

پاسخ: گزینهٔ ۱ (آسان ـ مسئله ـ ۱۰۰۱)

نوترون و پروتون، ذرات زیراتمی موجود در **هسته** بوده و الکترون، یک ذره زیراتمی **خارج** از هسته اتم است. آخرین عنصر موجود در تناوب چهارم، کریپتون با عدد اتمی ۳۶ است، پس بر این اساس می‌توان گفت نخستین عنصر دوره پنجم جدول تناوبی عدد اتمی ۳۷ دارد. این عنصر معادل با فلز روبیدیم است. در

AzmonVIP
www.biomaze.ir
۱۴۰۳ - ۱۴۰۴

هسته هر اتم از این عنصر، ۳۷ پروتون و ۴۸ نوترون قرار گرفته است. از طرفی، می‌دانیم که جرم هر الکترون تقریباً ۰/۰۰۰۵ برابر جرم هر نوترون و یا هر پروتون بوده و معادل با $0/0005amu$ در نظر گرفته می‌شود. بر این اساس، داریم:

$$\frac{\cdot\text{»oT§}^{2}\text{H}\ ^{3}\text{o}]}{\text{¾TvÀ}\ ^{3}\text{o}]} = \frac{۳۷\times ۰/۰۰۰۵\,\text{amu}}{(۳۷+۴۸)\times ۱\,\text{amu}} = \frac{۰/۰۱۸۵}{۸۵} \simeq ۲/۱۸\times ۱۰^{-۴}$$

فلزهای قلیایی

در گروه اول جدول دوره‌ای، عناصر لیتیم($_{۳}Li$)، سدیم($_{۱۱}Na$)، پتاسیم($_{۱۹}K$)، روبیدیم($_{۳۷}Rb$)، سزیم($_{۵۵}Cs$) و فرانسیم($_{۸۷}Fr$) وجود دارند. این عناصر اصطلاحاً به فلزهای قلیایی معروف هستند. با افزایش عدد اتمی عناصر موجود در این گروه، شعاع اتمی آن‌ها افزایش یافته و به دنبال آن، واکنش‌پذیری این فلزها نیز بیشتر می‌شود. ترتیب واکنش‌پذیری این عناصر فلزی به‌صورت زیر است:

واکنش پذیری (تمایل به از دست دادن الکترون) : $Li < Na < K < Rb < Cs < Fr$

آرایش الکترونی فلزهای قلیایی به زیرلایهٔ $ns^{۱}$ ختم می‌شود. اتم‌های سازنده این عنصر با از دست دادن یک الکترون، به آرایش الکترونی گاز نجیب قبل از خود رسیده و یون پایدار X^{+} را تولید می‌کنند. به همین خاطر، این فلزها واکنش‌پذیری بسیار بالایی داشته و در طبیعت به حالت آزاد یافت نمی‌شوند. از آنجا که فلزهای قلیایی در اولین خانهٔ هر تناوب قرار دارند، خاصیت فلزی این عناصر نسبت به سایر عناصر هم‌تناوب با خود بیشتر است.

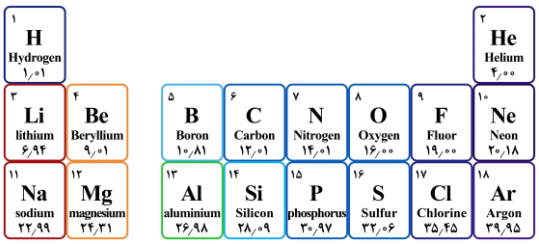
گروه آموزشی ماز

۸۵- در مجموع عناصر سه دوره نخست جدول دوره‌ای، در آرایش الکترون-نقطه‌ای اتم چند عنصر، الکترون جفت شده وجود دارد؟

۱) ۱۰ ۲) ۱۱ ۳) ۹ ۴) ۸

پاسخ: گزینهٔ ۳ (متوسط ـ مفهومی ـ ۱۰۰۱)

شکل زیر عناصر سه دوره نخست جدول تناوبی را نمایش می‌دهد:



در آرایش الکترون-نقطه‌ای هر اتم، الکترون‌های لایه ظرفیت اتم را به‌صورت نقطه در اطراف نماد عناصر قرار می‌دهیم. در فرایند نقطه‌گذاری باید دقت کنیم که ابتدا چهار طرف چپ، راست، بالا و پایین نماد عنصر دارای نقطه باشد. اگر الکترون دیگری وجود داشت، دور دوم آغاز شده و فرایند را ادامه می‌دهیم. بر این اساس، عناصر موجود در گروه‌های ۱۵ تا ۱۸(معادل با ۹ عنصر از ۱۸ عنصر موجود در تناوب‌های اول تا سوم) دارای الکترون جفت شده هستند. در جدول زیر، آرایش الکترون-نقطه‌ای اتم عناصر مختلف موجود در هر گروه را مشاهده می‌کنید:

شمارهٔ گروه عنصر	۱	۲	۱۳	۱۴	۱۵	۱۶	۱۷	۱۸
آرایش لایهٔ ظرفیت	$ns^{۱}$	$ns^{۲}$	$ns^{۲}np^{۱}$	$ns^{۲}np^{۲}$	$ns^{۲}np^{۳}$	$ns^{۲}np^{۴}$	$ns^{۲}np^{۵}$	$ns^{۲}np^{۶}$
تعداد الکترون ظرفیت	۱	۲	۳	۴	۵	۶	۷	۸
نماد الکترون ـ نقطه	Li•	Be••	B•••	·C··	·N···	·O:·	:F:·	:Ne:·

همان‌طور که مشخص است، عناصر گروه ۱۵ تا ۱۸ دارای جفت الکترون هستند. در آرایش الکترون-نقطه‌ای اتم هلیم نیز الکترون منفرد وجود نداشته و فقط یک جفت الکترون وجود دارد. آرایش الکترون-نقطه‌ای هلیم به‌صورت زیر است:

He

گروه آموزشی ماز

۸۶- کدام موارد از مطالب زیر درست است؟

الف: هر زیرلایه، گنجایش تعداد مشخصی از الکترون را داشته و برای نشان دادن آن، از نماد nl استفاده می‌شود.

ب: در طیف نشری عنصر هیدروژن، نوار سرخ ناشی از انتقال الکترون از لایهٔ الکترونی $n=۲$ به $n=۱$ است.

پ: در طیف نشری هر اتم، با نزدیک‌تر شدن به طول موج‌های کوتاه‌تر، مبدأ انتقال الکترون به هسته نزدیک‌تر می‌شود.

ت: اختلاف عدد اتمی اولین و دومین عنصر از تناوب چهارم با ۵ زیرلایه ۲ الکترونی، با عدد اتمی یک گاز نجیب برابر است.

۱) «الف» و «پ» ۲) «الف» و «ت» ۳) «ب» و «پ» ۴) «ب» و «ت»

پاسخ: گزینهٔ ۲ (متوسط ـ مفهومی ـ ۱۰۰۱)

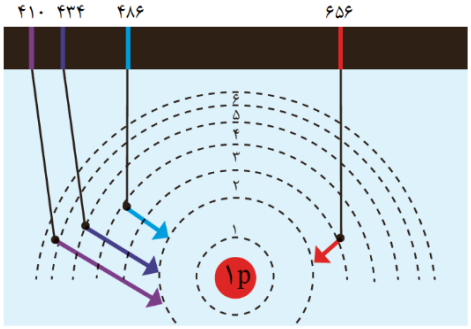
عبارت‌های (الف) و (ت) درست هستند.

AzmonVIP
www.biomaze.ir
۱۴۰۳ - ۱۴۰۴

بررسی موارد:

الف: هر زیرلایه، گنجایش تعداد مشخصی از الکترون را دارد که با توجه به مقدار عدد کوانتومی فرعی(l) مشخص می‌شود. توجه داریم که برای نشان دادن هر زیرلایه الکترونی، از نماد nl استفاده می‌شود.

ب: در طیف نشری- خطی هیدروژن، نوار سرخ ناشی از انتقال الکترون از لایهٔ $n=3$ به $n=2$ است. به‌طور کلی، در اتم هیدروژن نوارهای رنگی وقتی ایجاد می‌شوند که الکترون‌ها از لایه‌های بالاتر به سمت لایه $n=2$ منتقل شوند. شکل زیر، انتقال‌های الکترونی در اتم هیدروژن در ناحیه مرئی را نشان می‌دهد:



مدل بور

نیلز بور پس از پژوهش‌های بسیار، با توجه به طیف نشری-خطی هیدروژن توانست مدلی برای اتم این عنصر ارائه کند. اگرچه مدل بور با موفقیت توانست طیف نشری-خطی هیدروژن را توجیه کند، اما توانایی توجیه طیف نشری-خطی دیگر عنصرها از جمله هلیم، لیتیم و ... را نداشت. پس از بور، دانشمندان به دنبال توجیه و علت ایجاد طیف-نشری خطی دیگر عنصرها و نیز چگونگی نشر نور از اتم‌ها، ساختاری لایه‌ای برای اتم ارائه کردند. در این مدل، اتم را کره‌ای در نظر می‌گیرند که هسته در فضایی بسیار کوچک و در مرکز آن جای دارد و الکترون‌ها در فضایی بسیار بزرگ‌تر و در لایه‌هایی پیرامون هسته اتم توزیع می‌شوند.

پ: در طیف نشری- خطی همه اتم‌ها، با نزدیک شدن به طول موج‌های کوتاه‌تر(پرتوهایی با سطح انرژی بالاتر)، از هسته اتم **دورتر** می‌شویم. به‌عنوان مثال، در اتم هیدروژن اگر مقصد انتقال الکترون ثابت و معادل با لایه $n=2$ باشد، هرچه مبدأ انتقال الکترون از هسته اتم دورتر شود، تفاوت انرژی لایه‌های مبدأ و مقصد بیشتر شده و طول موج پرتو نشر شده در طیف نشری-خطی نیز کوتاه‌تر خواهد بود.

ت: عناصری از دوره چهارم جدول تناوبی که ۵ زیرلایه دو الکترونی در آرایش الکترونی اتم خود دارند، تیتانیم($_{22}Ti$) و ژرمانیم($_{32}Ge$) هستند. آرایش الکترونی اتم این عناصر به‌صورت زیر است:

$$_{22}Ti: 1s^2 2s^2 2p^6 3s^2 3p^6 3d^2 4s^2 \quad , \quad _{32}Ge: 1s^2 2s^2 2p^6 3s^2 3p^6 3d^{10} 4s^2 4p^2$$

تیتانیم **فلزی** واسطه از دسته d جدول تناوبی است، اما ژرمانیم عنصری **شبه‌فلزی** از دسته p جدول دوره‌ای است. اختلاف عدد اتمی دو عنصر تیتانیم و ژرمانیم برابر با ۱۰ است و این مقدار، با عدد اتمی دومین گاز نجیب یعنی $_{10}Ne$ برابر است.

ویژگی‌های تیتانیم

تیتانیم($_{22}Ti$) یکی از عناصر موجود در دسته d تناوب چهارم جدول دوره‌ای است که به خاطر ویژگی‌های باورنکردنی و فراتر از انتظار مثل ماندگاری و استحکام مناسب، از آن در جاهای مختلفی مثل ساخت موتور جت، پروانه کشتی‌های اقیانوس‌پیما و نمای زیبای ساختمان‌ها استفاده می‌شود. اجسام ساخته شده از فلز تیتانیم، همانند فولاد زنگ‌نزن، مقاومت بسیار بالایی در برابر سایش دارند. با توجه به زیبایی ظاهری تیتانیم و مقاومت بالای این فلز در مقابل خوردگی و سایش، ساخت بناهایی از جمله موزه گوگنهایم با پوشش بیرونی تیتانیم، باعث افزایش ماندگاری این بناها شده است.

گروه آموزشی ماز

۸۷- اگر جرم $۱/۸۰۶ \times ۱۰^{۲۱}$ مولکول از $P_۴S_x$ برابر با ۰/۵۶۷ گرم باشد، نسبت شمار اتم‌های موجود در آن به شمار یون‌های موجود در ۲۴۰ گرم منیزیم اکسید چقدر است؟ ($g.mol^{-1}$: $O=16$ و $Mg=24$ و $P=31$ و $S=32$)

۱) ۲×۱۰^{-۳} ۲) $۲/۵ \times ۱۰^{-۳}$ ۳) $۱/۵ \times ۱۰^{-۳}$ ۴) $۱۰^{-۳}$

پاسخ: گزینهٔ ۳ (متوسط ـ مسئله ـ ۱۰۰۱)

ابتدا باید مقدار x را در فرمول شیمیایی $P_۴S_x$ به‌دست آورد. برای به‌دست آوردن آن به‌صورت زیر عمل می‌کنیم:

$$۰/۵۶۷\ g\ P_۴S_x = ۱/۸۰۶ \times ۱۰^{۲۱}\ \text{مولکول}\ P_۴S_x \times \frac{۱\ mol\ P_۴S_x}{۶/۰۲ \times ۱۰^{۲۳}\ \text{مولکول}\ P_۴S_x} \times \frac{(۹۳+۳۲x)\ g\ P_۴S_x}{۱\ mol\ P_۴S_x} \Rightarrow x=۳$$

پس فرمول شیمیایی مولکول مورد نظر به‌صورت $P_۴S_۳$ بوده است. اکنون می‌توان تعداد مول اتم‌های موجود در $۱/۸۰۶ \times ۱۰^{۲۱}$ مولکول از آن را به‌دست آورد. در این رابطه، داریم:

$$?\ mol\ atom = ۱/۸۰۶ \times ۱۰^{۲۱}\ \text{مولکول}\ P_۴S_۳ \times \frac{۱\ mol\ P_۴S_۳}{۶/۰۲ \times ۱۰^{۲۳}\ \text{مولکول}\ P_۴S_۳} \times \frac{۶\ mol\ atom}{۱\ mol\ P_۴S_۳} = ۰/۰۱۸\ mol$$

تعداد مول یون‌های موجود در ۲۴۰ گرم منیزیم اکسید(MgO) نیز به‌صورت زیر به‌دست می‌آید:

$$?\ mol\ ion = ۲۴۰\ g\ MgO \times \frac{۱\ mol\ MgO}{۴۰\ g\ MgO} \times \frac{۲\ mol\ ion}{۱\ mol\ MgO} = ۱۲\ mol$$

اکنون می‌توان نسبت خواسته‌شده در سؤال را محاسبه کرد:

$$\frac{\text{تعداد اتم‌های } P_4S_3}{\text{تعداد یون‌های } MgO} = \frac{\text{شمار مول اتم‌های } P_4S_3}{\text{شمار مول یون‌های } MgO} = \frac{۰/۰۱۸}{۱۲} = ۱/۵ \times ۱۰^{-۳}$$

تعداد اتم‌های موجود در ۰/۵۶۷ گرم P_4S_3، معادل با $۱/۵ \times ۱۰^{-۳}$ برابر تعداد یون‌های موجود در ۲۴۰ گرم MgO است. همان‌طور که مشاهده کردید، محاسبه دقیق تعداد اتم‌ها لازم نیست. برای روشن‌تر شدن قضیه به محاسبات زیر دقت کنید:

$$\frac{\text{تعداد اتم‌های } P_4S_3}{\text{تعداد یون‌های } MgO} = \frac{۰/۰۱۸\ mol\ atom \times \frac{۶/۰۲ \times ۱۰^{۲۳}\ atom}{۱\ mol\ atom}}{۱۲\ mol\ ion \times \frac{۶/۰۲ \times ۱۰^{۲۳}\ ion}{۱\ mol\ ion}} = ۱/۵ \times ۱۰^{-۳}$$

گروه آموزشی ماز

۸۸- چگالی بلور کلسیم اکسید برابر با $۳/۳۶ g.cm^{-۳}$ است. در مراحل تولید یک نمونه از این ترکیب به حجم $۱۵\ cm^۳$ از عناصر سازنده آن، چند مول الکترون بین گونه‌های شرکت‌کننده در واکنش مبادله می‌شود؟ ($Ca = ۴۰$ و $O = ۱۶ : g.mol^{-۱}$)

۱) ۱/۳۵ ۲) ۰/۴۵ ۳) ۰/۹ ۴) ۱/۸

پاسخ: گزینهٔ ۴ (آسان ـ مسئله ـ ۱۰۰۱)

واکنش تولید کلسیم اکسید از عناصر سازنده آن به‌صورت زیر است:

$$۲Ca(s) + O_۲(g) \rightarrow ۲Ca^{۲+}(s) + ۲O^{۲-}(s) \rightarrow ۲CaO(s)$$

با توجه به معادله این واکنش، به ازای مصرف شدن ۲ مول اتم کلسیم و ۲ مول اتم اکسیژن(معادل با یک مول گاز اکسیژن)، ۴ مول الکترون بین گونه‌ها مبادله شده است. طی این فرایند، ۲ مول یون کلسیم و ۲ مول یون اکسید تولید شده است. در این رابطه، داریم:

$$\text{دو مول یون کلسیم} \xrightarrow{\text{انتقال ۴ مول الکترون به اکسیژن}} \text{دو مول اتم کلسیم}$$

بر این اساس، داریم:

$$?\ mol\ e = ۱۵\ cm^۳\ CaO \times \frac{۳/۳۶\ g\ CaO}{۱\ cm^۳\ CaO} \times \frac{۱\ mol\ CaO}{۵۶\ g\ CaO} \times \frac{۲\ mol\ Ca}{۲\ mol\ CaO} \times \frac{۲\ mol\ e}{۱\ mol\ Ca} = ۱/۸\ mol$$

با توجه به محاسبات انجام شده، طی این فرایند ۱/۸ مول الکترون مبادله شده است.

گروه آموزشی ماز

۸۹- کدام‌یک از مطالب زیر نادرست است؟

۱) مجموع تعداد عناصر موجود در دسته p جدول دوره‌ای امروزی، ۰/۹ برابر تعداد عناصر دسته d است.

۲) عنصری که آرایش الکترونی آن به $۴p^۳$ ختم می‌شود، در لایه سوم الکترونی خود هجده الکترون دارد.

۳) بیشترین مقدار عدد کوانتومی فرعی در یک اتم که دارای n لایه الکترونی کاملاً پر است، برابر $n - ۱$ می‌شود.

۴) الکترون برانگیخته، سطح انرژی بالایی داشته و برای آن، نشر نور مرئی تنها شیوه برای از دست دادن انرژی است.

پاسخ: گزینهٔ ۴ (متوسط ـ مفهومی ـ ۱۰۰۱)

الکترون برانگیخته، نسبت به الکترون‌هایی که در حالت پایه قرار گرفته‌اند، سطح انرژی **بالاتری** داشته و با از دست دادن انرژی اضافی خود، می‌تواند به لایه‌های الکترونی پایین‌تر منتقل شود. توجه داریم که برای الکترون، نشر نور(پرتوهای مرئی مثل نور سبز، آبی و ... و یا پرتوهای نامرئی مثل فرابنفش و فروسرخ) مناسب‌ترین شیوه برای از دست دادن انرژی است، اما این روش، **تنها** شیوه برای از دست دادن انرژی نیست!

بررسی سایر گزینه‌ها:

۱ دسته p جدول دوره‌ای، در **تناوب‌های دوم تا هفتم** قرار داشته و گروه‌های ۱۳ تا ۱۸ از این تناوب‌ها را اشغال می‌کند، پس می‌توان گفت این عناصر در ۶ گروه آخر از ۶ تناوب جدول دوره‌ای قرار داشته و تعداد آن‌ها برابر با ۳۶ عدد است. دسته d جدول دوره‌ای نیز در **تناوب‌های چهارم تا هفتم** قرار داشته و گروه‌های ۳ تا ۱۲ از این تناوب‌ها را اشغال می‌کند، پس می‌توان گفت این عناصر در ۱۰ گروه از ۴ تناوب جدول دوره‌ای قرار داشته و تعداد آن‌ها برابر با ۴۰ عدد است. با توجه به توضیحات داده شده، مجموع تعداد عناصر موجود در دسته p جدول دوره‌ای امروزی، ۰/۹ برابر تعداد عناصر دسته d است.

۲ در تمام عناصر دسته p در دورهٔ چهارم(عناصری با عدد اتمی ۳۱ تا ۳۶ که از گالیم شروع شده و به کریپتون ختم می‌شوند)، زیرلایهٔ $۳d$ کاملاً پر شده است؛ بنابراین این عنصرها در لایه سوم خود ۱۸ الکترون دارند. آرایش الکترونی لایه سوم در این اتم‌ها به‌صورت زیر است:

$$۳s^۲۳p^۶۳d^{۱۰}$$

۳ عدد کوانتومی **اصلی** را با n و عدد کوانتومی **فرعی** را با l نمایش می‌دهند. عدد کوانتومی فرعی می‌تواند شمار الکترون‌های هر زیرلایه را تعیین کند. محدوده مجاز عدد کوانتومی فرعی به‌صورت زیر است:

$$l = ۰ \text{ و } ۱ \text{ و } \ldots \text{ و } (n-۱)$$

با توجه به توضیحات بالا، بیشترین مقدار عدد کوانتومی فرعی در هر لایه الکترونی برابر با $n - ۱$ است.

AzmonVIP
www.biomaze.ir
۱۴۰۳ - ۱۴۰۴

ساختار لایه‌ای اتم‌ها

اتم ساختار لایه‌ای داشته و الکترون‌ها در لایه‌های پیرامون هسته قرار می‌گیرند. برای مشخص کردن لایه‌های الکترونی از عدد کوانتومی اصلی که با نماد n نشان داده می‌شود، استفاده می‌کنیم. اعداد کوانتومی مختلف، به شرح زیر هستند:

عدد کوانتومی اصلی(n) = ۱،۲،۳، ... ،۷

هر لایه الکترونی از بخش‌های کوچک‌تری به نام زیرلایه تشکیل شده است. به هر زیرلایه یک عدد کوانتومی فرعی با نماد l نسبت می‌دهند. عدد کوانتومی فرعی زیرلایه‌های مختلف به شرح زیر خواهد بود:

عدد کوانتومی فرعی(l) = ۰ ، ۱ ، ... ، $n-1$

عدد کوانتومی اصلی (n)، تعداد زیرلایه‌های یک لایه را نیز مشخص می‌کند. به کمک مقدار n، حداکثر گنجایش الکترونی یک لایه را می‌توان محاسبه کرد. برای محاسبه گنجایش الکترونی لایه‌ها از رابطه زیر استفاده می‌شود:

حداکثر گنجایش الکترونی لایه nام = $2n^2$

به کمک عدد کوانتومی فرعی (l) هر زیرلایه، حداکثر گنجایش الکترونی آن زیرلایه را می‌توان به‌دست آورد. برای محاسبه گنجایش الکترونی زیرلایه‌ها از رابطه زیر استفاده می‌شود:

حداکثر گنجایش الکترونی یک زیرلایه = $4l+2$

همان‌طور که مشخص است، گنجایش هر زیرلایه نسبت به زیرلایه قبل از خود، چهار الکترون بیشتر است.

گروه آموزشی ماز

۹۰- مجموع مقادیر عدد کوانتومی اصلی و عدد کوانتومی فرعی برای چند مورد از الکترون‌های موجود در آرایش الکترونی اتم‌های $^{48}_{22}Ti$ بزرگ‌تر از ۳ است؟

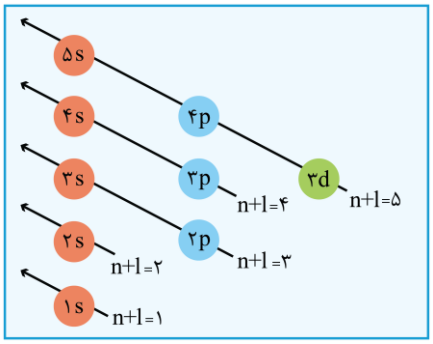
۱) ۴ ۲) ۶ ۳) ۱۰ ۴) ۸

پاسخ: گزینهٔ ۳ (آسان ـ مفهومی ـ ۱۰۰۱)

آرایش الکترونی اتم‌های تیتانیم به‌صورت زیر است:

$_{22}Ti: 1s^2 2s^2 2p^6 3s^2 3p^6 3d^2 4s^2$

تصویر زیر، مجموع مقادیر عدد کوانتومی اصلی و فرعی را برای زیرلایه‌های الکترونی مختلف نشان می‌دهد:



همان‌طور که مشخص است، مجموع مقادیر عدد کوانتومی اصلی و فرعی($n+l$) برای زیرلایه‌های $3d$، $4s$ و $3p$ بزرگ‌تر از ۳ است و در هریک از اتم‌های تیتانیم نیز ۱۰ الکترون در این زیرلایه‌ها وجود دارد.

گروه آموزشی ماز

۹۱- چه تعداد از مطالب زیر درست هستند؟

الف: در ساختار لایه‌ای اتم، احتمال حضور الکترون پیرامون هسته، در یک فضای محدود بیشتر از سایر نقاط است.

ب: با استفاده از رنگ شعله سدیم اکسید، می‌توان نوع آنیون و کاتیون موجود در ساختار آن را مشخص کرد.

پ: در ۸ مورد از عناصر موجود در تناوب چهارم جدول دوره‌ای، لایه الکترونی $n=3$ کاملاً پر از الکترون است.

ت: تفاوت سطح انرژی لایه‌های الکترونی $n=6$ و $n=7$ در اتم هیدروژن، کمتر از لایه‌های $n=3$ و $n=4$ است.

۱) ۱ ۲) ۲ ۳) ۳ ۴) ۴

پاسخ: گزینهٔ ۳ (متوسط ـ مفهومی ـ ۱۰۰۱)

عبارت‌های (الف)، (پ) و (ت) درست هستند.

بررسی موارد:

الف: لایه‌های الکترونی، فضاهای کروی‌شکل موجود در اطراف هسته اتم هستند. الکترون در هر لایه‌ای که باشد، در همهٔ نقاط پیرامون هسته حضور می‌یابد، اما احتمال حضور آن در یک فضای محدود(که در ساختار لایه‌ای اتم آن را پررنگ‌تر نشان می‌دهند) **بیشتر** از سایر نقاط است. به‌عنوان مثال، تصویر زیر نمایی از مدل لایه‌ای را برای یک اتم نشان می‌دهد:

AzmonVIP
www.biomaze.ir
۱۴۰۳ - ۱۴۰۴

همان‌طور که مشخص است، اتم مورد نظر دارای ۲ لایهٔ الکترونی در اطراف هسته خود است.

ب: با گرفتن ترکیبات سدیم دار از جمله سدیم اکسید بر روی شعله آتش، رنگ شعله زرد می‌شود که به کمک آن، می‌توان نوع کاتیون به کار رفته در این ترکیب را تشخیص داد؛ چرا که آزمون شعله فقط برای تشخیص انواع **عناصر فلزی** کاربرد دارد و از آن نمی‌توان برای تشخیص عناصر نافلزی موجود در یک ماده استفاده کرد. در واقع رنگ شعله تمام ترکیبات سدیم دار مثل سدیم اکسید، سدیم سولفید، سدیم نیترات و ... مشابه به‌هم و زرد رنگ است. جدول زیر، رنگ شعله فلزهای منیزیم، آهن، لیتیم و مس را نشان می‌دهد:

فلز	لیتیم	آهن	منیزیم	مس
رنگ شعله	سرخ	نارنجی	سفید	سبز

پ: لایه الکترونی $n = ۳$، شامل زیرلایه‌های $۳s$، $۳p$ و $۳d$ می‌شود. از میان عناصر موجود در تناوب چهارم، از عنصری با عدد اتمی ۲۹ به بعد، زیرلایه‌های $۳s$، $۳p$ و $۳d$ همگی پر از الکترون هستند. این عناصر شامل مس، روی، گالیم، ژرمانیم، آرسنیک، سلنیم، برم و کریپتون می‌شوند. آرایش الکترونی عنصر مس، به‌عنوان اولین عنصری که در آن زیرلایه‌های $۳s$، $۳p$ و $۳d$ پر از الکترون هستند، به‌صورت زیر است:

$$_{۲۹}Cu : [_{۱۸}Ar]\, ۳d^{۱۰}\, ۴s^{۱}$$

ت: با افزایش عدد کوانتومی اصلی لایه‌های الکترونی، تفاوت سطح انرژی این لایه‌ها به‌تدریج **کاهش** پیدا می‌کند. به‌عنوان مثال، تفاوت سطح انرژی لایه‌های الکترونی $n = ۳$ و $n = ۲$ در اتم هیدروژن، کمتر از لایه‌های $n = ۲$ و $n = ۱$ است.

گروه آموزشی ماز

۹۲- یک نمونه از هیدروژن کلرید، با استفاده از ایزوتوپ‌های موجود در جدول زیر تولید شده است:

ایزوتوپ	^{۳۵}Cl	^{۳۷}Cl	^{۱}H	^{۲}H
درصد فراوانی	۷۵	۲۵	۹۰	۱۰

مقداری از این ماده گازی که در آن مجموعاً $۱/۲۰۴ \times ۱۰^{۲۳}$ الکترون بین اتم‌ها به اشتراک گذاشته شده است، چند گرم جرم دارد؟

۱) ۱/۸۳ ۲) ۵/۴۹ ۳) ۳/۶۶ ۴) ۷/۳۲

پاسخ: گزینهٔ ۳ (متوسط ـ مسئله ـ ۱۰۰۱)

برای محاسبه جرم اتمی میانگین یک عنصر از رابطه زیر استفاده می‌کنیم :

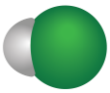
$$\text{جرم اتمی میانگین} = \frac{(\text{جرم اتمی ایزوتوپ اول} \times \text{درصد فراوانی ایزوتوپ اول}) + (\text{جرم اتمی ایزوتوپ دوم} \times \text{درصد فراوانی ایزوتوپ دوم}) + \ldots}{۱۰۰}$$

با توجه به رابطه بالا، جرم اتمی میانگین عناصر کلر و هیدروژن را محاسبه می‌کنیم:

$$\text{جرم اتمی میانگین : هیدروژن} = \frac{(۹۰ \times ۱) + (۱۰ \times ۲)}{۱۰۰} = ۱/۱\ amu \longrightarrow \text{جرم مولی هیدروژن برابر با ۱/۱ گرم است}$$

$$\text{جرم اتمی میانگین : کلر} = \frac{(۷۵ \times ۳۵) + (۲۵ \times ۳۷)}{۱۰۰} = ۳۵/۵\ amu \longrightarrow \text{جرم مولی کلر برابر با ۳۵/۵ گرم است}$$

ساختار مولکول هیدروژن کلرید به‌صورت زیر است:



آرایش الکترون-نقطه‌ای اتم‌ها در ساختار این مولکول به‌صورت زیر است:

همان‌طور که مشخص است، میان دو اتم سازنده این ماده، یک جفت الکترون(معادل با ۲ عدد الکترون) به اشتراک گذاشته شده است. جرم مولی این گاز نیز برابر با مجموع جرم مولی اتم‌های سازنده آن و معادل با ۳۶/۶ گرم بر مول است. بر این اساس، داریم:

$$?\, g\ HCl = ۱/۲۰۴ \times ۱۰^{۲۳}\ \text{پیوندی } e \times \frac{۱\ \text{پیوندی } mol\ e}{۶/۰۲ \times ۱۰^{۲۳}\ \text{پیوندی } e} \times \frac{۱\ mol\ HCl}{۲\ mol\ e\ \text{پیوندی}} \times \frac{۳۶/۶\ g\ HCl}{۱\ mol\ HCl} = ۳/۶۶\ g$$

گروه آموزشی ماز

۹۳- کدام‌یک از مطالب زیر درست است؟

۱) پرتوهای بنفش رنگ حاصل از تجزیه نور خورشید، پرانرژی‌ترین پرتوهای موجود در این نور هستند.
۲) برای نوشتن آرایش الکترونی فشرده فسفر و بور، به‌ترتیب از نماد عناصر نئون و هلیم استفاده می‌شود.
۳) حداکثر گنجایش الکترونی یک زیرلایه با $l = ۳$، سه برابر حداکثر گنجایش الکترونی زیرلایه $۳p$ است.
۴) اگر تعداد الکترون‌های ظرفیت اتمی کمتر یا برابر ۳ باشد، اتم مورد نظر به‌یقین تمایل دارد به کاتیون تبدیل شود.

پاسخ: گزینهٔ ۲ (متوسط ـ مفهومی و حفظی ـ ۱۰۰۱)

برای نوشتن آرایش الکترونی فشرده یک عنصر از تناوب شماره n، از نماد گاز نجیبی که در انتهای تناوب $n-1$ قرار گرفته استفاده می‌شود. فسفر و بور، به‌ترتیب متعلق به تناوب‌های سوم و دوم جدول دوره‌ای هستند و عدد اتمی آن‌ها به‌ترتیب برابر با ۱۵ و ۵ است؛ پس برای نوشتن آرایش الکترونی فشرده این عناصر به‌ترتیب از نماد گازهای نجیبی که در انتهای تناوب‌های دوم و اول جدول دوره‌ای قرار گرفته است استفاده می‌شود. آرایش الکترونی این عناصر از جدول دوره‌ای به‌صورت زیر است:

$${}_{15}P : [Ne]3s^2 3p^3 \qquad {}_{5}B : [He]2s^2 2p^1$$

بررسی سایر گزینه‌ها:

۱ اگرچه نور خورشید سفید به نظر می‌رسد، اما با عبور آن از قطره‌های آب موجود در هوا، این نور تجزیه شده و گستره‌ای پیوسته از رنگ‌ها را ایجاد می‌کند. این گسترهٔ رنگی، شامل **بی‌نهایت** طول موج از رنگ‌های گوناگون است که یک طیف مرئی از رنگ قرمز تا بنفش را شامل می‌شود. بررسی‌ها نشان می‌دهد که نور خورشید شامل گسترهٔ بسیار **بزرگ‌تری** از پرتوها است. پرتوهایی که از نوع پرتوهای الکترومغناطیسی بوده و با خود انرژی حمل می‌کنند؛ به‌طوری که هر چه طول موج آن پرتوها کوتاه‌تر باشد، انرژی بیشتری با خود حمل می‌کنند.

۳ جدول زیر، اطلاعات مربوط به زیرلایه‌های الکترونی مختلف را نشان می‌دهد:

نماد زیرلایه	s	p	d	f
حداکثر گنجایش زیرلایه	۲	۶	۱۰	۱۴
مقدار مجاز l	۰	۱	۲	۳

با توجه به داده‌های موجود در این جدول، حداکثر گنجایش الکترونی زیرلایه‌های f برابر با ۱۴ الکترون و حداکثر گنجایش الکترونی زیرلایه‌های p نیز برابر با ۶ الکترون است.

۴ طبق متن باهم بیندیشیم کتاب درسی شیمی دهم، اگر تعداد الکترون‌های ظرفیت اتمی کمتر یا برابر ۳ باشد، آن اتم تمایل دارد که الکترون‌های ظرفیتی خود را از دست داده و در شرایط مناسب، به کاتیون(یونی با بار مثبت) تبدیل شود. هرچند که این قاعده **به‌طور کلی** درست بوده و در رابطه با اغلب اتم‌ها درست است، اما مثال‌های رد کننده‌ای نیز برای آن وجود دارد. برای مثال، اتم هلیم در واکنش‌ها اصلاً الکترون مبادله نمی‌کند اما تعداد الکترون‌های ظرفیتی آن برابر با ۲ عدد است که این مقدار، کمتر از ۳ است.

گروه آموزشی ماز

۹۴- شمار الکترون‌های ظرفیتی در ساختار ۱۱/۲ گرم فلز آهن، با شمار الکترون‌های ظرفیتی در چند گرم کربن برابر است؟

$(Fe = ۵۶ \text{ و } C = ۱۲ : g.mol^{-1})$

۱) ۲/۴ ۲) ۷/۲ ۳) ۹/۶ ۴) ۴/۸

پاسخ: گزینهٔ ۴ (آسان ـ مسئله ـ ۱۰۰۱)

به‌طور کلی، چون عناصر هم‌گروه تعداد الکترون ظرفیتی برابری دارند، می‌توان گفت خواص مختلف عناصری که در یک گروه **مشابه** قرار می‌گیرند، شبیه به هم است. به‌عنوان مثال، آلومینیم و گالیم خواص نسبتاً مشابهی نسبت به هم دارند. شمار الکترون‌های ظرفیتی عناصری که در گروه‌های مختلف جدول دوره‌ای قرار می‌گیرند به شرح زیر است:

گروه	۱	۲	۳	۴	۵	۶	۷	۸	۹	۱۰	۱۱	۱۲	۱۳	۱۴	۱۵	۱۶	۱۷	۱۸
تعداد الکترون ظرفیتی	۱	۲	۳	۴	۵	۶	۷	۸	۹	۱۰	۱۱	۱۲	۳	۴	۵	۶	۷	۸

توجه داریم که در عناصر دسته d، الکترون‌های موجود در زیرلایه‌های s و d آخر، الکترون‌های ظرفیتی را تشکیل می‌دهند. الکترون‌های ظرفیتی موجود در عناصر مختلف، به‌صورت زیر هستند:

الکترون‌های ظرفیتی:
- دستهٔ s: الکترون‌های موجود در آخرین زیرلایه s
- دستهٔ d: الکترون‌های موجود در آخرین زیرلایه s به اضافه الکترون‌های موجود در آخرین زیرلایه d
- دستهٔ p: الکترون‌های موجود در آخرین زیرلایه‌های s و p

آرایش الکترونی عناصر آهن و کربن به‌صورت مقابل است: ${}_{6}C : 1s^2 2s^2 2p^2$ ${}_{26}Fe : 1s^2 2s^2 2p^6 3s^2 3p^6 3d^6 4s^2$

در آرایش الکترونی این عناصر، به‌ترتیب الکترون‌های $3d^6 4s^2$ و $2s^2 2p^2$، الکترون‌های ظرفیتی را تشکیل می‌دهند، پس می‌توان گفت در ساختار هر اتم آهن و کربن، به‌ترتیب ۸ و ۴ الکترون ظرفیتی وجود دارد. بر این اساس، داریم:

$$\text{آهن : ظرفیتی } e \text{ mol } ? = ۱۱/۲ \text{ g } Fe \times \frac{۱ \text{ mol } Fe}{۵۶ \text{ g } Fe} \times \frac{۸ \text{ mol } e \text{ ظرفیتی}}{۱ \text{ mol } Fe} = ۱/۶ \text{ mol}$$

www.biomaze.ir
۱۴۰۳ - ۱۴۰۴

در قدم بعد، باید جرمی از کربن را محاسبه کنیم که حاوی ۱/۶ مول الکترون ظرفیتی است. بر این اساس، داریم:

$$?\,g\,C = ۱/۶\,mol\,e^-\ \text{ظرفیتی} \times \frac{۱\,mol\,C}{۴\,mol\,e^-\ \text{ظرفیتی}} \times \frac{۱۲\,g\,C}{۱\,mol\,C} = ۴/۸\,g$$

گروه آموزشی ماز

۹۵- چه تعداد از مطالب زیر درست هستند؟

الف: تعداد الکترون جفت نشده در آرایش الکترون-نقطه‌ای هلیم، برابر با تعداد این الکترون‌ها در $_{۱۶}S$ است.

ب: مدل بور، توانایی توجیه طیف نشری-خطی حاصل از عناصری که فقط یک لایه الکترونی دارند را داشت.

پ: عنصری که عدد اتمی آن برابر با ۱۴ است، در ترکیب با اتم‌های $_{۱}H$، مولکولی با ظاهر مقابل را ایجاد می‌کند.

ت: اگر آرایش الکترونی استرانسیم به‌صورت $[Kr]۵s^۲$ باشد، اتم Sr در شرایط مناسب یون $Sr^{۲+}$ را می‌سازد.

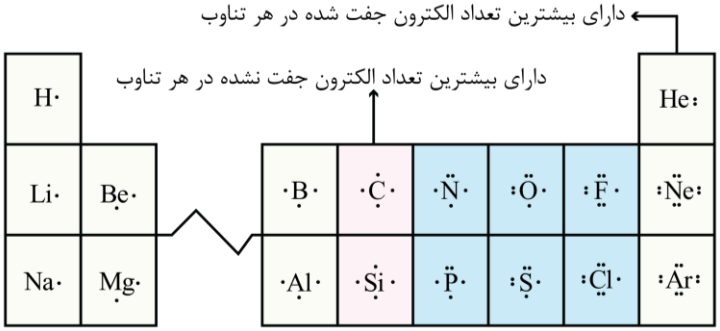
۱) ۱ ۲) ۲ ۳) ۳ ۴) ۴

پاسخ: گزینهٔ ۱ (متوسط ـ مفهومی ـ ۱۰۰۱)

فقط عبارت (ت) درست است.

بررسی موارد:

الف: تصویر زیر، آرایش الکترون-نقطه‌ای اتم‌های مختلف از تناوب‌های اول تا سوم را نشان می‌دهد:



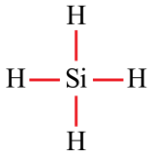
همان‌طور که مشخص است، در آرایش الکترون-نقطه‌ای هلیم هیچ الکترون جفت نشده‌ای وجود ندارد. این در حالی است که در ساختار گوگرد، ۲ الکترون جفت‌نشده وجود دارد.

ب: هیدروژن و هلیم، تنها عناصری هستند که در آرایش الکترونی خود فقط یک لایه دارند. این در حالی است که مدل بور، **فقط** توانایی توجیه طیف نشری-خطی حاصل از **هیدروژن** را داشت و طیف حاصل از بقیه عناصر را توجیه نمی‌کرد.

پ: آرایش الکترونی اتمی که $Z = ۱۴$ دارد، به $۳p^۲$ ختم می‌شود. این عنصر، جزء عناصر دسته p بوده و در دوره سوم و گروه ۱۴ قرار دارد. این عنصر معادل با سیلیسیم بوده و آرایش الکترونی اتم آن به‌صورت زیر است:

$$_{۱۴}Si: ۱s^۲۲s^۲۲p^۶۳s^۲۳p^۲$$

سیلیسیم، دارای ۴ الکترون جفت نشده(تک) در لایه ظرفیت خود است و می‌تواند با ۴ اتم هیدروژن، ۴ پیوند اشتراکی یگانه تشکیل دهد. آرایش الکترون-نقطه‌ای ترکیب حاصل از واکنش هیدروژن و سیلیسیم($SiH_۴$) به‌صورت زیر است:



مدل فضا پرکن این مولکول شبیه مدل فضا پرکن مولکول متان است. این ساختار، به‌صورت زیر خواهد بود:

این ماده، سیلیسیم تتراهیدرید نام دارد. توجه داریم که برای نمایش دادن ساختار مولکول‌ها در سه بعد، می‌توان از مدل گلوله و میله و مدل فضا پرکن استفاده کرد. در مدل گلوله و میله، اتم‌ها را با گلوله و پیوندها را با میله نمایش می‌دهند؛ در نتیجه پیوندهای اشتراکی بین اتم‌ها مشخص است. در نقطه مقابل، در مدل فضا پرکن این پیوندها مشخص نیستند.

ت: اگر آرایش الکترونی Sr به‌صورت $[Kr]۵s^۲$ باشد، این عنصر در گروه ۲ جدول تناوبی جای گرفته و هر اتم آن در شرایط مناسب با از دست دادن ۲ الکترون به یون $Sr^{۲+}$ تبدیل می‌شود.

گروه آموزشی ماز

۱۴۰۳ - ۱۴۰۴
www.biomaze.ir

AzmonVIP

گروه آموزشی ماز

اشتراک الماس

.. کامل‌ترین بسته کنکور کشور ..

پوشش کامل کنکور و امتحانات نهایی

معرفی اشتراک:

- دسترسی کامل به محصولات تا روز کنکور
- شامل تمام آزمون‌ها، کلاس‌ها و همایش‌ها
- پوشش کامل هر دو کنکور

محصولات کلاس محور:

- کلاس آنلاین همه دروس + جزوه و تکالیف
- کلاس های آمادگی امتحان نهایی
- تست طلایی
- کمپ ۴۴ روزه فشرده
- دوره کمربند مشکی
- همایش های موضوعی

مزایای اشتراک:

- ۶۲٪ الی ۶۸٪ تخفیف نسبت به خرید جداگانه
- دسترسی کامل به تمام محصولات
- بدون نیاز به پرداخت هزینه اضافی تا پایان کنکور

هشدار: ظرفیت این اشتراک ویژه محدود است.

محصولات آزمون محور:

- آزمون الکترونیکی ماز
- دوپینگ
- آزمون تشریحی شبیه‌ساز

دوازدهم (اشتراک یک ساله):	۱۰/۹۴۶/۰۰۰
یازدهم (اشتراک دو ساله):	۱۲/۷۴۶/۰۰۰
دهم (اشتراک سه ساله):	۱۳/۷۴۶/۰۰۰

برای ثبت نام اشتراک الماس کلیک کنید

AzmonVIP