

کد کنترل

121

A



پنجشنبه

۱۴۰۳/۰۵/۱۸



پاسخنامه آزمون الکترونیکی کنکوری‌های ریاضی - مرحله ۲

دروس	گزینشگر	ویراستاران
ریاضیات	سیدجواد نظری - مهرداد اسپیدکار	نازنین امیری
فیزیک	سجاد صادقی‌زاده	علیرضا ملک‌حسینی
شیمی	فرشاد هادیان‌فرد	محمد داوودآبادی‌فراهانی - عالیه میرزایی
مدیر آزمون: رسول خنجری		

حق چاپ و تکثیر سوالات به هر روش (الکترونیکی و...) پس از برگزاری آزمون برای تمامی اشخاص حقیقی و حقوقی تنها با مجوز «گروه ماز» مجاز می‌باشد و با متخلفین برابر مقررات رفتار می‌شود.

به دلیل عدم رضایت تیم ماز، هرگونه استفاده غیرقانونی از دفترچه سوالات و پاسخنامه ماز برای تمامی اشخاص، شرعاً حرام است.



AzmonVIP

ویژگی‌های کارنامه هوشمندماز

تحلیل هر درس بر اساس
مرفصل‌های سازنده‌ی آن

میانگین نراز داوطلب
از اولین آزمون

اطلاعات نموداری

تحلیل عملکرد داوطلب و
مقایسه با سایر آزمون‌ها

شانس پراکندگی و رتبه کشوری

دهک درصدی

پراکندگی
درصدهای مختلف

شرایط کلی داوطلب
در آزمون جاری

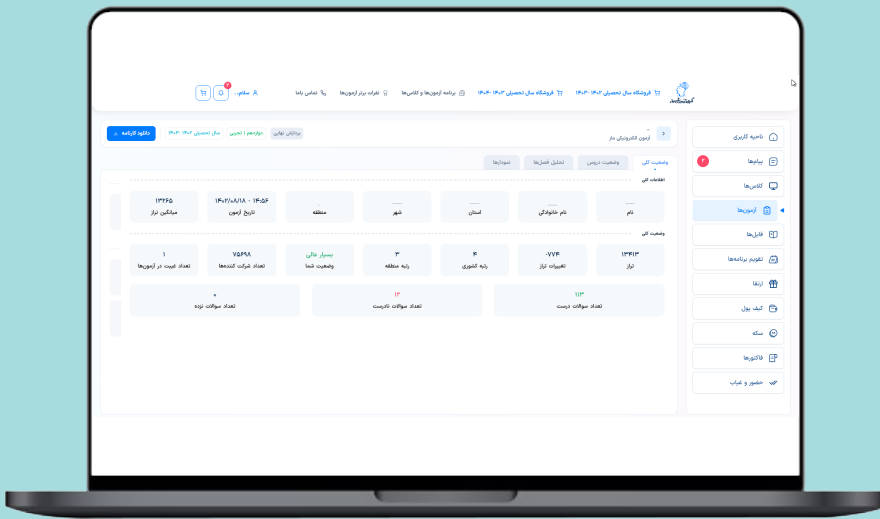




سلام دوست من!

در این متن کوتاه، می‌خواهیم به طور خلاصه ویژگی‌های کارنامه آزمون ماز رو بهت معرفی کنیم تا بتونی به خوبی، از اطلاعات موجود در این کارنامه استفاده کنی!

صفحه اول کارنامه آزمون‌های ماز، شامل دو قسمت **(اطلاعات کلی)** و **(وضعیت کلی)** می‌شود. در بخش (اطلاعات کلی) کارنامه، نام، نام خانوادگی، استان و شهر محل ثبت‌نام، منطقه مربوط به شهر داوطلب، زمان شرکت در آزمون و **میانگین تراز داوطلب** از اولین آزمون نشان داده می‌شود. توجه کنید که میانگین تراز شما در آزمون‌های ماز، وضعیت کلی شما در این آزمون‌ها از ابتدای سال تا به حال را نشان می‌دهد. در بخش (وضعیت کلی)، شرایط کلی شما در **آزمون جاری** نشان داده می‌شود.

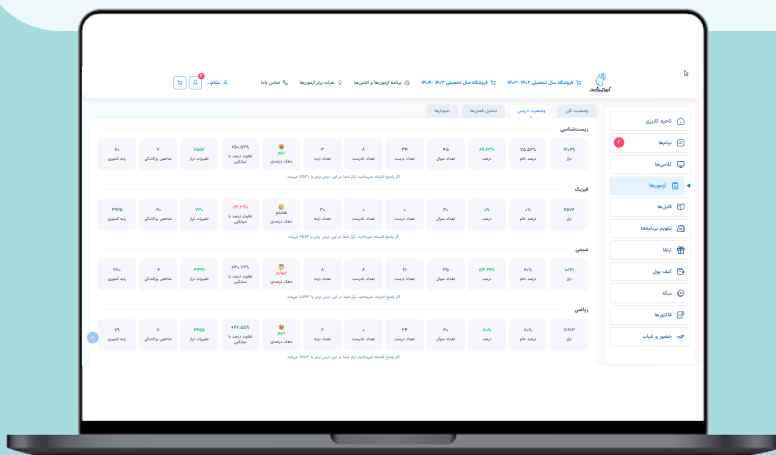


در ابتدای این قسمت، تراز کلی آزمون شما مشخص شده است. تراز، معیاری است که به شما نشان می‌دهد که در آن آزمون، **چگونه عملکردی** داشته‌اید. هرچه تراز شما بالاتر باشد، یعنی عملکرد شما در آن آزمون مناسب‌تر بوده است.

تراز نفرات برتر آزمون‌ها، در اغلب مراحل بیشتر از ۱۲۰۰۰ شده و طبعا هرچه قدر که تراز شما به این عدد نزدیک‌تر باشد، یعنی عملکرد شما در آن آزمون بهتر بوده است. به طور کلی، افراد با ترازهای بالاتر از ۱۰۰۰۰ در آزمون‌های ماز، وضعیت مناسبی داشته و همه داوطلبان باید سعی کنند در هدف‌گذاری خود، از این حد تراز عبور کنند. توجه کنید که تراز آزمون، وضعیت شما را نسبت به بقیه داوطلبان سنجیده و درجه سختی آزمون مورد نظر، تأثیری در حداکثر تراز داوطلبان ندارد. علاوه بر اطلاعات گفته شده، در صفحه اول کارنامه وضعیت کلی شما نیز مشخص شده است. این بخش، به شما نشان می‌دهد که عملکرد شما در آزمون تا چه اندازه مطلوب بوده است. اطلاعات نشان داده شده در این بخش، توسط هوش مصنوعی و **با تحلیل عملکرد شما در این آزمون و مقایسه آن با سایر آزمون‌ها** مشخص می‌شوند.



در دومین صفحه از کارنامه آزمون‌های ماز، تراز شما در هر درس مشخص شده است. تراز، معیاری است که به شما نشان می‌دهد که در آن درس، چگونه عملکردی داشته‌اید. هرچه تراز شما در یک درس بالاتر باشد، یعنی عملکرد شما در آن درس مناسب‌تر بوده است. در ادامه، درصد خام هر درس به شما نشان داده می‌شود. درصد خام، معادل با درصد شما در آن درس، بدون در نظر گرفتن نمره منفی است. پس از آن، درصد حقیقی داوطلب با در نظر گرفتن نمره منفی مشخص شده و در قسمت‌های بعدی نیز تعداد کل سوالات آن درس، تعداد پاسخ‌های درست، تعداد پاسخ‌های نادرست و تعداد سوالات نزده در آن درس مشخص می‌شود. در ادامه، دهک درصدی داوطلب مشخص شده است. دهک درصدی، به شما نشان می‌دهد که در حدفاصل میان حداقل و حداکثر درصد پاسخ‌گویی در آن درس، در چه موقعیتی قرار گرفته‌اید. باید سعی کنید در هر درس، در **دهک‌های درصدی پایین‌تر**، **مثل دهک اول تا چهارم** قرار بگیرید. هر درسی که در آن در دهک‌های بالاتر از پنجم قرار گرفته‌اید، نیاز به مطالعه جدی‌تر، حل تست بیشتر و برنامه‌ریزی دقیق‌تری دارد.



در ادامه صفحه دوم کارنامه، شاخص پراکندگی و رتبه کشوری مربوط به هر درس آورده شده است. شاخص پراکندگی، به شما نشان می‌دهد که تراز شما در دروس مختلف تا چه اندازه از هم دور بوده و پراکندگی دارد. برای مثال، اگر شاخص پراکندگی شما در یک درس با عدد ۵+ نشان داده شود، یعنی وضعیت پاسخ‌گویی شما به سوالات آن درس در مقایسه با سایر دروس خیلی بهتر بوده است. در نقطه مقابل، اگر **شاخص پراکندگی** شما در یک درس با عدد ۶- نشان داده شود، یعنی وضعیت پاسخ‌گویی شما به سوالات آن درس در مقایسه با سایر دروس خیلی ضعیف‌تر بوده است. برای بهبود عملکرد خود، باید سعی کنید درس‌هایی که شاخص پراکندگی منفی دارند را به مقدار بیشتری مطالعه کنید تا به مرور، در آن درس‌ها شرایط بهتری را پیدا کنید. باید سعی کنید در هیچ درسی، شاخص پراکندگی کمتر از ۵- نداشته باشید.





در صفحه سوم کارنامه آزمون های ماز، هریک دروس **به صورت جزئی** و بر اساس **سرفصل های سازنده آن** تحلیل شده و وضعیت شما در هر فصل از آن درس به صورت تفکیک شده مشخص می شود. این صفحه از کارنامه، حاوی اطلاعات بسیار مهمی بوده و به مقدار زیادی در راستای تحلیل آزمون و بهبود تراز به شما کمک می کند. در این بخش، هر درس به سرفصل های مختلف سازنده آن تفکیک شده و وضعیت شما در هر بخش مشخص می شود. هر فصل یا مبحثی از یک درس که در آن **درصد پاسخگویی کمتری** داشته باشید، باید در برنامه ریزی هفته های آینده شما قرار بگیرد تا با مطالعه مجدد آن، وضعیت خود در آن فصل را بهبود ببخشید.

در صفحه چهارم کارنامه آزمون های ماز، **اطلاعات نموداری** مختلف به شما ارائه شده است. اولین نمودار، **پراکندگی درصد های مختلف** شما نسبت به همدیگر و در مقایسه با میانگین درصد پاسخگویی شما نشان داده می شود. خط چین خاکستری، معادل با میانگین درصد پاسخگویی شما بوده و نمودار هر درس، در مقایسه با این خط مقایسه شده است. به طور کلی، باید سعی کنید درصد های شما در دروس مختلف پراکندگی کمتری داشته باشد. در نمودارهای بعدی، **روند تغییر تراز کل و تراز تک تک دروس** شما مشخص شده است. باید سعی کنید که در طول سال، تراز کلی شما و تراز تک تک دروس شما **رشد افزایشی** داشته باشد و ظاهر نمودار، همواره **به صورت صعودی** باشد. در ادامه صفحه چهارم کارنامه ماز، نسبتی از داوطلبان که درصد پاسخگویی آن ها در هر درس در بازه های مختلف قرار گرفته است، نشان داده شده است.

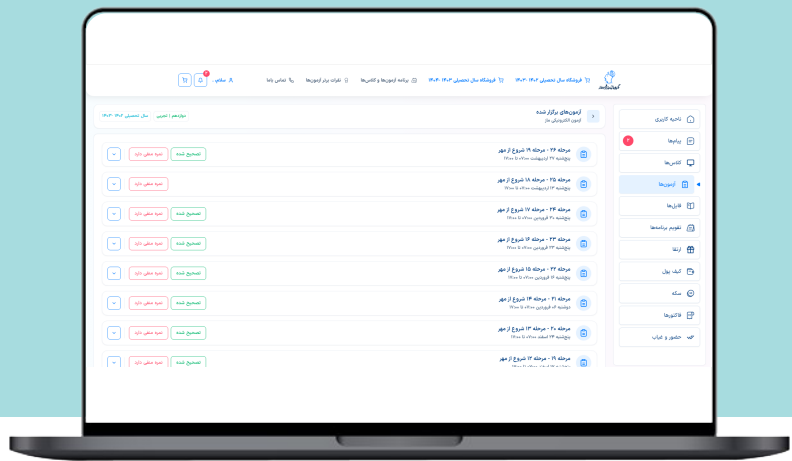


هرچقدر که یک درس درجه سختی بالاتری داشته باشد، داوطلبان در آن درس، درصد پاسخگویی پایین تری خواهند داشت و هرچقدر که یک درس درجه سختی پایین تری داشته و آسان تر باشد، بخش بیشتری از داوطلبان در آن درس، درصد پاسخگویی بالاتری خواهند داشت. با مشاهده این نمودارها، می توانید وضعیت کلی خود در مقایسه با سایر شرکت کنندگان آزمون را بسنجید.

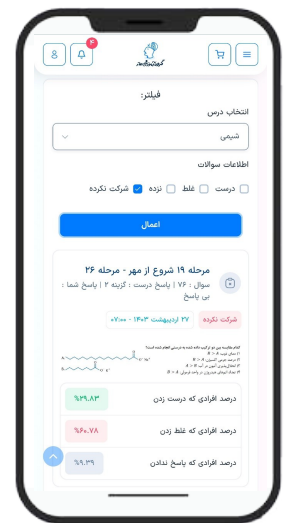
مرور شخصی سازی شده سوالات آزمون ها

به دلیل اهمیت خیلی بالای جمع بندی مطالب در روزهای نزدیک به کنکور، قسمتی تحت عنوان (مرور شخصی سازی شده) به پنل آزمون های شما در سایت ماز افزوده شده است. در این متن کوتاه، به طور خلاصه در رابطه با این ویژگی سایت ماز با شما صحبت خواهیم کرد.

یکی از مهم ترین نیازهای دانش آموزان در طول ایام جمع بندی، حل تست های مهم و چالشی است که در طول سال تحصیلی، آن ها را در آزمون های آزمایشی جواب نداده و یا به آن ها پاسخ نادرست داده اند. با مراجعه به پنل آزمون های ماز، در بخش مربوط به هر آزمون و کلیک بر روی گزینه (مشاهده جزئیات آزمون)، می توانید وارد قسمت (مرور شخصی سازی شده) شوید.



در قسمت بالای صفحه باز شده، درس مورد نظر را انتخاب کرده و پس از آن، نوع سوالات مد نظر خود که شامل سوالات درست، نادرست، نزده و یا شرکت نکرده (سوالاتی که در آزمون مربوط به آن ها شرکت نکرده اید) می شود را انتخاب کنید. با کلیک بر روی گزینه (اعمال)، لیست سوالات مورد نظر به همراه پاسخ کلیدی آن ها به شما نشان داده خواهد شد. در این بخش، میزان درصد پاسخگویی سایر داوطلبان در سوال مورد نظر نیز به شما نشان داده می شود تا بتوانید درجه سختی آن سوال را دقیق تر تعیین کنید. دقت کنید که به سوالات سخت، کمتر از ۲۵٪ از داوطلبان پاسخ درست می دهند، در حالی که درصد پاسخگویی درست برای سوالات متوسط در حدود ۲۵ تا ۵۵٪ بوده و درصد پاسخگویی درست برای سوالات آسان، بالای ۵۵٪ است.



سعی کنید در طول ایام پایانی کنکور، سوالات چالشی آزمون های آزمایشی در طول سال تحصیلی و بخصوص سوالات مطرح شده در آزمون های جامع مختلف را مجدداً بررسی کنید تا مطالب به خوبی در ذهن شما مرور شود. با جمع بندی درست و اصولی، قطعاً همه مطالب به خوبی در ذهن شما مرور شده و در کنکور، نتیجه دلخواه خود را خواهید گرفت.

کارنامه آزمون الکترونیکی ماز



رتبه، تراز، دُرست‌ها، غلط‌ها؟ آگه دنبال این اطلاعات کلی‌ای، می‌تونی تو این قسمت پیداشون کنی!

۱

اطلاعات کلی

نام	نام خانوادگی	استان	شهر	منطقه	تاریخ آزمون	میانگین تراز
-----	-----	-----	-----	-	-----	۱۳۱۶۶

وضعیت کلی

تراز	تغییرات تراز	رتبه کشوری	رتبه منطقه	وضعیت شما	تعداد شرکت کننده‌ها	تعداد غیبت در آزمون‌ها
۱۳۵۲۰	-۶۳۳	رتبه کشوری	رتبه منطقه	بسیار عالی	۱۳۴۸۰	۷

تعداد سوالات درست	تعداد سوالات نادرست	تعداد سوالات نزده
۸۵	۶	۴

می‌خواهی جزئی‌تر بدونی عملکردت چطوری بوده؟ در این قسمت میتونی تراز و درصد خام هر درس رو ببینی! (درصد خام یعنی درصدها بدون در نظر گرفتن نمره منفی)

۲

فیزیک

تراز	درصد خام	درصد	تعداد سوال	تعداد درست	تعداد نادرست	تعداد نزده	دهک درصدی	تفاوت درصد با میانگین	تغییرات تراز	شاخص پراکندگی	رتبه کشوری
۱۲۵۸۳	۷۶%	۷۰.۶۷%	۲۵	۱۹	۴	۲	دوم	+۵۵.۴%	-۲۱۹	-۵	۴۵

اگر پاسخ اشتباه نمی‌دادید، تراز شما در این درس برابر با ۱۳۰۳۹ می‌شد.

شیمی

تراز	درصد خام	درصد	تعداد سوال	تعداد درست	تعداد نادرست	تعداد نزده	دهک درصدی	تفاوت درصد با میانگین	تغییرات تراز	شاخص پراکندگی	رتبه کشوری
۱۴۳۷۸	۸۶.۶۷%	۸۴.۴۴%	۳۰	۲۶	۲	۲	اول	+۶۹.۶۵%	-۸۹۳	۴	۲

اگر پاسخ اشتباه نمی‌دادید، تراز شما در این درس برابر با ۱۴۵۸۷ می‌شد.

ریاضی

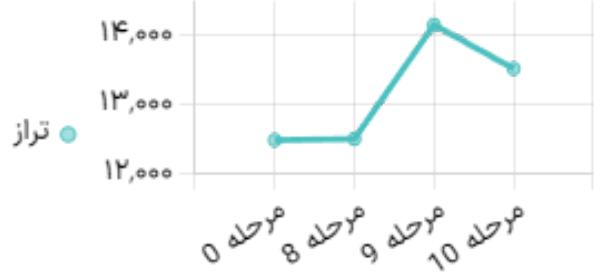
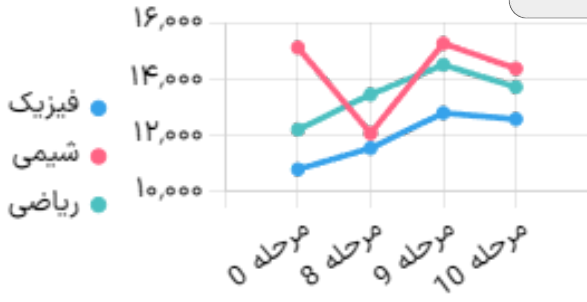
تراز	درصد خام	درصد	تعداد سوال	تعداد درست	تعداد نادرست	تعداد نزده	دهک درصدی	تفاوت درصد با میانگین	تغییرات تراز	شاخص پراکندگی	رتبه کشوری
۱۳۷۲۱	۱۰۰%	۱۰۰%	۴۰	۴۰	۰	۰	اول	+۷۹.۲۹%	-۷۹۲	۱	۱

اگر پاسخ اشتباه نمی‌دادید، تراز شما در این درس برابر با ۱۳۷۲۱ می‌شد.

وضعیت شما

فیزیک: ۱۲۵۸۳	شیمی: ۱۴۳۷۸
مینیمم تراز شما در همه دروس	ماکزیمم تراز شما در همه دروس

عدد و رقم زیاد هم میتونه گیج کننده باشه و هیچی بهتر از دیدن وضعیت تو درس های مختلف و تو آزمون های مختلف نسبت به هم نیست، تو این برکه همه عددهای بخش های قبلی رو به نمودار تبدیل کردیم که مقایسه وضعیت رو خیلی راحت تر می کنه!



در این قسمت به صورت تفکیکی میتونی درصدات رو برای مباحث و فصل های مختلف هر درس ببینی تا بتونی نقاط ضعف و قوتت رو بشناسی

فصل ۱ دوازدهم	فصل ۳ دهم	درصد	تعداد سوال
۶۶.۶۷%	۷۶.۶۷%		
۱۵	۱۰		

فصل ۱ دوازدهم	فصل ۲ دهم	درصد	تعداد سوال
۶۸.۸۹%	۱۰۰%		
۱۵	۱۵		

فصل ۲ دوازدهم	فصل ۱ دوازدهم	فصل ۴ یازدهم	فصل ۱ یازدهم	فصل ۴ دهم	فصل ۳ دهم	فصل ۲ دهم	فصل ۱ دهم	درصد	تعداد سوال
۱۰۰%	۱۰۰%	۱۰۰%	۱۰۰%	۱۰۰%	۱۰۰%	۱۰۰%	۱۰۰%		
۹	۷	۲	۱	۳	۱۰	۲	۶		

اینجا میتونی عملکردت رو تو هر دسته از سوالات (آسون؛ متوسط یا سخت) چطوری بوده، بیشتر آسون‌ها رو درست زدی یا از پس سوالات سخت و چالشی براومدی! این واسه برنامه‌ریزی‌های آینده‌ت خیلی مفیده!

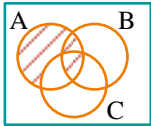


تحلیل کلی وضعیت آزمون

دسته	پاسخ درست	پاسخ غلط	سوال	نزده	سوال
آسان	۲	۰	۲۵	۰	۰
متوسط	۴	۱	۵۶	۱	۰
سخت	۰	۰	۱۲	۰	۰

دومین موردی که اینجا میبینی به ویژگی جدید از کارنامست که تحلیل تشریحی دقیق از نتیجه‌ت تو درس‌های مختلف در این بخش امسال ما برای تمام درسهات بهت مشاوره میدیم!

ریاضیات	این، اولین آزمون تو بود برای کنکور 404 و به عنوان اولین قدم، ازت توقع نتیجه بهتری رو داشتیم. این مسیر رو تازه شروع کردی و قطعاً باید یاد بگیری که در هیچ موقعیتی از اون، کوچک‌ترین جایی واسه ناامیدی وجود نداره! باید یاد بگیری بجنگی برای هدفهات و هر تلاشی که از دستت بر میاد رو بکنی تا در نهایت، تو برنده این ماجرا باشی! بدون توجه به نتیجه این آزمون، سعی کن برای ایام تابستان خودت یک نقشه راه منطقی رسم کنی و بر اساس اون، جلو بری! اگر جایی از مطالب پایه یازدهم رو اشکال داری، اول سعی کن همون اشکالات رو رفع کنی و بعد از اون، شروع کنی به مطالعه مطالب پایه دهم! اگر مطالب پایه دهم رو تا اواسط تابستان خوب پیش بردی، حتماً سعی کن قسمت‌های ابتدایی از مطالب دوازدهم رو هم در طول تابستان بخونی ♥ در زمینه آموزش این مفاهیم، قطعاً کلاس‌های سالیانه ماز میتونن بهت کمک کنن تا تو بتونی به مرور زمان، نتایج بهتری بگیری و اتفاقات بهتری رو رقم بزنی! خیلی زود، برنامه مطالعاتی خودت رو منظم کن که ازت توقع داریم توی آزمون بعدی ماز، درصدت نسبت به این آزمون کلی بالاتر بره!
شیمی	این، اولین آزمون تو بود برای کنکور 404 و به عنوان اولین قدم، ازت توقع نتیجه بهتری رو داشتیم. این مسیر رو تازه شروع کردی و قطعاً باید یاد بگیری که در هیچ موقعیتی از اون، کوچک‌ترین جایی واسه ناامیدی وجود نداره! باید یاد بگیری بجنگی برای هدفهات و هر تلاشی که از دستت بر میاد رو بکنی تا در نهایت، تو برنده این ماجرا باشی! بدون توجه به نتیجه این آزمون، سعی کن برای ایام تابستان خودت یک نقشه راه منطقی رسم کنی و بر اساس اون، جلو بری! اگر جایی از مطالب پایه یازدهم رو اشکال داری، اول سعی کن همون اشکالات رو رفع کنی و بعد از اون، شروع کنی به مطالعه مطالب پایه دهم! اگر مطالب پایه دهم رو تا اواسط تابستان خوب پیش بردی، حتماً سعی کن قسمت‌های ابتدایی از مطالب دوازدهم رو هم در طول تابستان بخونی ♥ در زمینه آموزش این مفاهیم، قطعاً کلاس‌های سالیانه ماز میتونن بهت کمک کنن تا تو بتونی به مرور زمان، نتایج بهتری بگیری و اتفاقات بهتری رو رقم بزنی! خیلی زود، برنامه مطالعاتی خودت رو منظم کن که ازت توقع داریم توی آزمون بعدی ماز، درصدت نسبت به این آزمون کلی بالاتر بره!
فیزیک	این، اولین آزمون تو بود برای کنکور 404 و به عنوان اولین قدم، ازت توقع نتیجه بهتری رو داشتیم. این مسیر رو تازه شروع کردی و قطعاً باید یاد بگیری که در هیچ موقعیتی از اون، کوچک‌ترین جایی واسه ناامیدی وجود نداره! باید یاد بگیری بجنگی برای هدفهات و هر تلاشی که از دستت بر میاد رو بکنی تا در نهایت، تو برنده این ماجرا باشی! بدون توجه به نتیجه این آزمون، سعی کن برای ایام تابستان خودت یک نقشه راه منطقی رسم کنی و بر اساس اون، جلو بری! اگر جایی از مطالب پایه یازدهم رو اشکال داری، اول سعی کن همون اشکالات رو رفع کنی و بعد از اون، شروع کنی به مطالعه مطالب پایه دهم! اگر مطالب پایه دهم رو تا اواسط تابستان خوب پیش بردی، حتماً سعی کن قسمت‌های ابتدایی از مطالب دوازدهم رو هم در طول تابستان بخونی ♥ در زمینه آموزش این مفاهیم، قطعاً کلاس‌های سالیانه ماز میتونن بهت کمک کنن تا تو بتونی به مرور زمان، نتایج بهتری بگیری و اتفاقات بهتری رو رقم بزنی! خیلی زود، برنامه مطالعاتی خودت رو منظم کن که ازت توقع داریم توی آزمون بعدی ماز، درصدت نسبت به این آزمون کلی بالاتر بره!



۱- نمودار ون مقابل کدام مجموعه را نشان نمی دهد؟

- ۱) $A - (C - B)$
- ۲) $(A - C) \cup (A \cap B)$
- ۳) $(A \cup B) - C$
- ۴) $(B \cup C) \cap A$

(متوسط - مفهومی / محاسباتی - ۱۱۰۱)

پاسخ: گزینه ۳

بررسی گزینه‌ها:

۱ در گزینه ۱، نمودار $C - B$ به صورت و $A - (C - B)$ قسمتی است که هاشور قرمز نخورده است ولی هاشور سبز خورده است، یعنی همان صورت سوال می باشد.

۲ در گزینه ۲، نمودار $A - C$ به صورت است. اجتماع آن با $A \cap B$ به صورت ، کل ناحیه هاشور خورده همان نمودار صورت سوال است.

۳ در گزینه ۳، نمودار $A \cup B$ به صورت و نمودار $(A \cup B) - C$ به صورت است که با نمودار صورت سوال برابر نیست.

۴ در گزینه ۴:

$$(B \cup C) \cap A = A - (B \cup C)' = A - (B' \cap C) = A - (C - B)$$

که همان گزینه ۱ است.

گروه آموزشی ماز

۲- مجموعه $[(A \cup B) - (A - B)]' \cap [(A \cup B) - A']$ با کدام گزینه، برابر است؟

- ۱) $A - B$
- ۲) $B - A$
- ۳) \emptyset
- ۴) $A \cap B$

(متوسط - مفهومی - ۱۱۰۱)

پاسخ: گزینه ۱

پاسخ شریقی:

به کمک قوانین جبر مجموعه‌ها، عبارت را تا حد امکان ساده می کنیم:

$$\begin{aligned} [(A \cup B) - (A - B)]' \cap [(A \cup B) - A'] &= [(A \cup B) \cap (A \cap B)'] \cap [(A \cup B) \cap A] = [(A \cup B)' \cup (A \cap B)'] \cap A \\ &= [(A' \cap B') \cup (A \cap B')] \cap A = [B' \cap (A' \cup A)] \cap A = B' \cap A = A \cap B' = A - B \end{aligned}$$

جذب A

U

قوانین مجموعه‌ها:

برای هر سه مجموعه دلخواه A و B و C داریم:

- ۱) $A - B = A \cap B'$ تفاضل
- ۲) $\begin{cases} (A \cap B)' = A' \cup B' \\ (A \cup B)' = A' \cap B' \end{cases}$ دمورگان
- ۳) $(A')' = A$ متمم متمم
- ۴) $\begin{cases} A \cup (B \cap C) = (A \cup B) \cap C \\ A \cap (B \cup C) = (A \cap B) \cup C \end{cases}$ شرکت پذیری
- ۵) $\begin{cases} A \cap (B \cup C) = (A \cap B) \cup (A \cap C) \\ A \cup (B \cap C) = (A \cup B) \cap (A \cup C) \end{cases}$ توزیع پذیری
- ۶) $\begin{cases} A \cup (A \cap B) = A \\ A \cap (A \cup B) = A \end{cases}$ جذب

- ۷) $A \cap A' = \emptyset$
 ۸) $A \cup \emptyset = A$
 ۹) $A \cup A' = U$ مرجع

گروه آموزشی ماز

۳- مجموعه‌های A و B به صورت‌های $A = \{2, 3, 4\}$ و $B = \{x^2, -1, 4\}$ تعریف شده‌اند. اگر $(A \times B) \cup (B \times A)$ دارای ۱۱ زوج مرتب باشد، آن‌گاه برای x

چند مقدار حقیقی یافت می‌شود؟

- ۰ (۱) ۲ (۲) ۴ (۳) ۴ بیش از (۴)

پاسخ: گزینه ۲ (سخت - مفهومی - ۱۱۰۱)



از تساوی $|(A \times B) \cap (B \times A)| = |(A \cap B)|^2$ بهره خواهیم برد. اگر هر دو مجموعه A و B سه عضوی باشند، آن‌گاه:

$$|(A \times B) \cup (B \times A)| = |A \times B| + |B \times A| - |(A \times B) \cap (B \times A)| = 11$$

$$\Rightarrow 9 + 9 - |(A \times B) \cap (B \times A)| = 11 \Rightarrow |(A \cap B)|^2 = 7$$

مربع هیچ عدد طبیعی‌ای برابر ۷ نیست، بنابراین B سه عضوی نبوده و دو عضوی است. یعنی:

$$\Rightarrow ? = 6 + 6 - 1 = 11$$

پس x^2 یا برابر با ۴ است یا برابر -۱، که $x^2 = -1$ غیرقابل قبول است، در نتیجه:

$$x^2 = 4 \Rightarrow x = 2 \text{ یا } x = -2$$

$$\Rightarrow A = \{2, 3, 4\}, B = \{-1, 4\}$$

برای x دو مقدار حقیقی وجود دارد.



برای دو مجموعه A و B ، ضرب دکارتی آن‌ها، مجموعه زوج مرتب‌هایی است که به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$A \times B = \{(x, y) | x \in A, y \in B\}$$



برای ضرب دکارتی مجموعه‌ها، روابط زیر برقرار است:

۱) $(A \times B) \cap (C \times D) = (A \cap C) \times (B \cap D)$

۲) $|(A \times B) \cup (C \times D)| = |(A \times B)| + |(C \times D)| - |A \cap C| \times |B \cap D|$

۳) $(A \times B) \subseteq (C \times D) \Rightarrow \begin{cases} A \subseteq C \\ B \subseteq D \end{cases}$

گروه آموزشی ماز

۴- اگر $A = (-1, 1)$ و $B = [0, 2]$ باشد، مساحت ناحیه‌ای که اعضای آن عضو حداقل یکی از مجموعه‌های $A \times B$ یا $B \times A$ هستند، تقریباً چند برابر مساحت

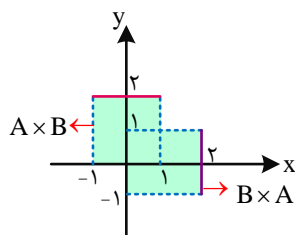
ناحیه‌ای است که اعضای آن تنها عضو یکی از مجموعه‌های $A \times B$ یا $B \times A$ می‌باشند؟

- ۱/۱۹ (۱) ۱/۱۴ (۲) ۱/۲۱ (۳) ۱/۱۶ (۴)

پاسخ: گزینه ۴ (متوسط - مفهومی - ۱۱۰۱)



ناحیه‌ای که اعضای آن عضو حداقل یکی از مجموعه‌های $A \times B$ یا $B \times A$ باشند، برابر است با: $(A \times B) \cup (B \times A)$.

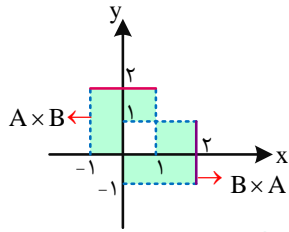


$$S_1 = (2 \times 2) + (2 \times 2) - (1 \times 1) = 7$$

اما ناحیه‌ای که اعضای آن فقط عضو یکی از مجموعه‌های $A \times B$ یا $B \times A$ باشند، برابر است با: $[(A \times B) \cup (B \times A)] - [(A \times B) \cap (B \times A)]$

$$S_T = 7 - (1 \times 1) = 6$$

$$(A \times B) \cap (B \times A)$$



پس نسبت خواسته شده برابر $\frac{7}{6} = 1\frac{1}{6}$ است.

گروه آموزشی ماز

۵- در پرتاب دو تاس، احتمال اینکه میانگین اعداد رو شده مضرب ۲ باشد چقدر است؟

- ۱) $\frac{1}{3}$ ۲) $\frac{1}{4}$ ۳) $\frac{2}{3}$ ۴) $\frac{1}{6}$

(متوسط - مفهومی / محاسباتی - ۱۱۰۲)

پاسخ: گزینه ۲



در پرتاب دو تاس فضای نمونه‌ای $n(S) = 36$ عضو دارد.

از طرفی می‌خواهیم میانگین دو تاس مضرب ۲ باشد. پس:

۱- میانگین دو تاس برابر ۲ باشد = مجموع دو تاس برابر ۴ باشد:

$$A_1 = \{(1, 3), (3, 1), (2, 2)\} \Rightarrow n(A_1) = 3$$

۲- میانگین دو تاس برابر ۴ باشد = مجموع دو تاس برابر ۸ باشد:

$$A_2 = \{(2, 6), (6, 2), (3, 5), (5, 3), (4, 4)\} \Rightarrow n(A_2) = 5$$

۳- میانگین دو تاس برابر ۶ باشد = مجموع دو تاس برابر ۱۲ باشد:

$$A_3 = \{(6, 6)\} \Rightarrow n(A_3) = 1$$

بنابراین تعداد حالت‌های مطلوب برابر است با:

$$n(A) = n(A_1) + n(A_2) + n(A_3) = 3 + 5 + 1 = 9$$

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{9}{36} = \frac{1}{4}$$

گروه آموزشی ماز

۶- جعبه‌ای شامل ۳ مهره سفید و n مهره قرمز است. در انتخاب دو مهره به تصادف از درون آن، احتمال هم‌رنگ بودن مهره‌ها $\frac{1}{4}$ است. n چند مقدار

متمايز می‌تواند داشته باشد؟

- ۱) صفر ۲) ۲ ۳) ۳ ۴) بیش از ۲

(متوسط - محاسباتی - ۱۱۰۲)

پاسخ: گزینه ۳



متمم پیشامد هم‌رنگ بودن مهره‌ها، غیر هم‌رنگ بودن آن‌هاست، پس:

$$P(\text{هم‌رنگ}) = \frac{1}{4} \Rightarrow P(\text{غیر هم‌رنگ}) = 1 - \frac{1}{4} = \frac{3}{4}$$

$$\Rightarrow \frac{\binom{3}{1} \cdot \binom{n}{1}}{\binom{n+3}{2}} = \frac{3n}{(n+3)(n+2)} = \frac{3}{4}$$

با توجه به نکته

$$\Rightarrow (n+3)(n+2) = 4n \Rightarrow n^2 - 7n + 6 = 0$$

$$\Rightarrow (n-1)(n-6) = 0 \Rightarrow n = 1 \text{ یا } n = 6$$

متمم پیشامد A:



زمانی که شمردن حالت‌های مطلوب یا همان $n(A)$ سخت یا وقت‌گیر باشد، به سراغ حالت‌های نامطلوب یا $n(A')$ می‌رویم و از رابطه زیر استفاده می‌کنیم:

$$n(A) = n(S) - n(A')$$



قوانین زیر در حل سوالات احتمال، به محاسبات شما کمک‌های زیادی می‌کند، آن‌ها را بلد باشید:

$$۱) \binom{n}{0} = \binom{n}{n} = ۱$$

$$۲) \binom{n}{1} = n$$

$$۳) \binom{n}{2} = \frac{n(n-1)}{2}$$

$$۴) \binom{n}{k} = \binom{n}{n-k}$$

گروه آموزشی ماز

۷- اگر A و B دو پیشامد ناسازگار باشند و $\frac{2}{3}P(A-B) + P(A' \cup B') - P(A-B) = \frac{2}{3}$ باشد، آن‌گاه $P(A)$ کدام است؟

$\frac{2}{5}$ (۴)

$\frac{1}{3}$ (۳)

$\frac{2}{3}$ (۲)

$\frac{1}{2}$ (۱)

(متوسط - مفهومی - ۱۱۰۲)

پاسخ: گزینه ۳



با ساده کردن عبارت موردنظر و با توجه به اینکه دو پیشامد ناسازگارند، $P(A \cap B) = 0$ است. پس خواهیم داشت:

$$2P(A-B) + P((A \cap B)') - P(A-B) = 2P(A-B) + 1 - P(A \cap B) - P(A) + P(A \cap B) = 2P(A-B) + P(A')$$

$$= P(A') = \frac{2}{3} \Rightarrow P(A) = \frac{1}{3}$$

گروه آموزشی ماز

۸- فضای نمونه یک آزمایش تصادفی $S = \{x, y, z\}$ است. اگر $P(x), P(y), P(z)$ (از راست به چپ) یک دنباله حسابی با قدرنسبت $\frac{2}{7}$ تشکیل دهند،

احتمال وقوع کدام پیشامد بیشتر است؟

$2P(y)$ (۴)

$P(\{y, z\})$ (۳)

$P(\{x, z\})$ (۲)

$P(\{x, y\})$ (۱)

(آسان - مفهومی - ۱۱۰۲)

پاسخ: گزینه ۳



فرض کنیم $P(y) = a$ باشد، در این صورت داریم:

$$P(x) = a - \frac{2}{7}$$

$$P(y) = a \xrightarrow{P(x)+P(y)+P(z)=1} (a - \frac{2}{7}) + a + (a + \frac{2}{7}) = 1 \Rightarrow 3a = 1 \Rightarrow a = \frac{1}{3}$$

$$P(z) = a + \frac{2}{7}$$

$$\text{پس } P(x) = \frac{1}{3} - \frac{2}{7} = \frac{1}{21}, P(y) = \frac{1}{3}, P(z) = \frac{1}{3} + \frac{2}{7} = \frac{13}{21}$$

حالا هر یک از گزینه‌ها را بررسی می‌کنیم:



$$P(\{x, y\}) = P(x) + P(y) = \frac{1}{21} + \frac{1}{3} = \frac{8}{21}$$

$$P(\{x, z\}) = P(x) + P(z) = \frac{1}{21} + \frac{13}{21} = \frac{14}{21}$$

$$P(\{y, z\}) = P(y) + P(z) = \frac{1}{3} + \frac{13}{21} = \frac{20}{21} \checkmark$$

$$2P(y) = 2(\frac{1}{3}) = \frac{2}{3} = \frac{14}{21}$$

گروه آموزشی ماز

پایه دهم

۹- اگر $15^\circ < x < 30^\circ$ به طوری که $\cos(2x - 15^\circ) = \frac{2-3m}{2}$ ، حدود m کدام است؟

- (۱) $(\frac{2-\sqrt{2}}{3}, 1]$ (۲) $(0, \frac{2-\sqrt{2}}{3})$ (۳) $[-\sqrt{2}, 2]$ (۴) $(\frac{\sqrt{2}}{2}, 1]$

پاسخ: گزینه ۲ (متوسط - مفهومی / محاسباتی - ۱۰۰۲)



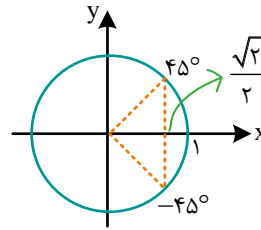
ابتدا حدود زاویه $2x - 15^\circ$ را با فرض داده شده مشخص می‌کنیم:

$$-15^\circ < x < 30^\circ \Rightarrow -30^\circ - 15^\circ < 2x - 15^\circ < 60^\circ - 15^\circ$$

پس $45^\circ < 2x - 15^\circ < 45^\circ$ ، اگر به دایره مثلثاتی توجه کنیم وقتی $45^\circ < 2x - 15^\circ < 45^\circ$ قرار می‌گیرد:

$$\frac{\sqrt{2}}{2} < \cos(2x - 15^\circ) \leq 1$$

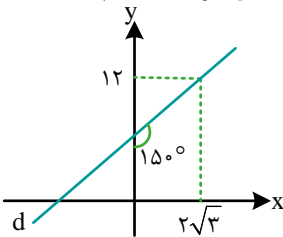
$$\frac{\sqrt{2}}{2} < \frac{2-3m}{2} \leq 1 \Rightarrow \sqrt{2} < 2-3m \leq 2 \Rightarrow 0 \leq m < \frac{2-\sqrt{2}}{3}$$



به این ترتیب:

گروه آموزشی ماز

۱۰- طول نقطه برخورد خط d در شکل مقابل با محور x ها را α و عرض نقطه برخورد آن با محور y ها را β می‌نامیم. حاصل $\alpha^2 + \beta^2$ کدام است؟



- (۱) ۴۵
(۲) ۴۸
(۳) ۳۲
(۴) ۴۰

پاسخ: گزینه ۲ (متوسط - مفهومی / محاسباتی - ۱۰۰۲)



چون شیب خط برابر تانژانت زاویه‌ای است که خط با قسمت مثبت محور x ها می‌سازد، پس طبق شکل داریم:

$$m = \tan 60^\circ = \sqrt{3}$$

$$A(2\sqrt{3}, 12)$$

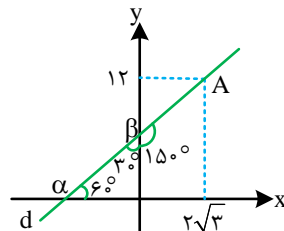
$$y - y_1 = m(x - x_1)$$

$$y - 12 = \sqrt{3}(x - 2\sqrt{3})$$

$$y = \sqrt{3}x + 6$$

$$\begin{cases} x = 0 \Rightarrow y = 6 \Rightarrow \beta = 6 \\ y = 0 \Rightarrow x = \frac{-6}{\sqrt{3}} = -2\sqrt{3} \Rightarrow \alpha = -2\sqrt{3} \end{cases}$$

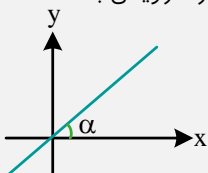
$$\alpha^2 + \beta^2 = 12 + 36 = 48$$



اکنون با داشتن یک نقطه و شیب خط معادله خط را می‌نویسیم:

ارتباط شیب خط با تانژانت زاویه:

شیب هر خط که محور افقی را قطع می‌کند، برابر است با تانژانت زاویه بین آن خط و جهت مثبت محور افقی. به عبارت دیگر، اگر α زاویه‌ای باشد که خط با جهت مثبت محور افقی می‌سازد، آن‌گاه:



$$\tan \alpha = \text{شیب خط}$$

۱۱- با فرض $\frac{\sin x}{1+\cos x} + \frac{1+\cos x}{\sin x} = \frac{5}{2}$ ، اگر $90^\circ < x < 180^\circ$ باشد، حاصل $\frac{\sin x + \cos x}{\tan x - \cot x}$ کدام است؟

- (۱) $-\frac{12}{5}$ (۲) $-\frac{12}{35}$ (۳) $-\frac{14}{125}$ (۴) $-\frac{12}{125}$

(متوسط - مفهومی / محاسباتی - ۱۰۰۲)

پاسخ: گزینه ۲

پاسخ تشریحی:

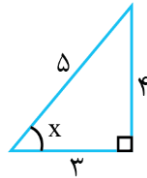
ابتدا فرض مسئله را به صورت زیر بازنویسی می‌کنیم:

$$\frac{\sin x}{1+\cos x} + \frac{1+\cos x}{\sin x} = \frac{5}{2} \Rightarrow \frac{\sin^2 x + (1+\cos x)^2}{(1+\cos x)\sin x} = \frac{5}{2} \Rightarrow \frac{\sin^2 x + \cos^2 x + 2\cos x + 1}{(1+\cos x)\sin x} = \frac{5}{2}$$

$$\Rightarrow \frac{2\cos x + 2}{(1+\cos x)\sin x} = \frac{2(1+\cos x)}{(1+\cos x)\sin x} = \frac{5}{2} \Rightarrow \frac{2}{\sin x} = \frac{5}{2} \Rightarrow \sin x = \frac{4}{5}$$

می‌دانیم که $90^\circ < x < 180^\circ$ است، پس $\cos x < 0$ و $\tan x < 0$ است، لذا:

$$\sin x = \frac{4}{5} \Rightarrow \begin{cases} \cos x = -\frac{3}{5} \\ \tan x = -\frac{4}{3} \\ \cot x = -\frac{3}{4} \end{cases}$$



$$\Rightarrow \frac{\sin x + \cos x}{\tan x - \cot x} = \frac{\frac{4}{5} - \frac{3}{5}}{-\frac{4}{3} + \frac{3}{4}} = \frac{\frac{1}{5}}{-\frac{7}{12}} = -\frac{12}{35}$$

گروه آموزشی ماز

۱۲- اگر $180^\circ < \theta < 270^\circ$ باشد، ساده شده عبارت $\frac{\sin \theta}{\sqrt{2\cos^2 45^\circ + \tan^2 \theta}} - \frac{\cos \theta}{\sqrt{4\sin^2 30^\circ + \cot^2 \theta}}$ کدام است؟

- (۱) $\sin \theta \cos \theta$ (۲) $2\cos \theta$ (۳) $2\sin \theta$ (۴) صفر

(متوسط - مفهومی - ۱۰۰۲)

پاسخ: گزینه ۴

پاسخ تشریحی:

$$\sin 30^\circ = \frac{1}{2} \Rightarrow 4\sin^2 30^\circ = 1$$

$$\cos 45^\circ = \frac{\sqrt{2}}{2} \Rightarrow 2\cos^2 45^\circ = 1$$

$$1 + \tan^2 \theta = \frac{1}{\cos^2 \theta} \Rightarrow \sqrt{1 + \tan^2 \theta} = \frac{1}{|\cos \theta|}$$

$$1 + \cot^2 \theta = \frac{1}{\sin^2 \theta} \Rightarrow \sqrt{1 + \cot^2 \theta} = \frac{1}{|\sin \theta|}$$

از طرفی:

با توجه به اینکه $180^\circ < \theta < 270^\circ$ ، پس: $\sin \theta < 0$ و $\cos \theta < 0$

$$= \frac{\sin \theta}{-1} - \frac{\cos \theta}{-1} = -\sin \theta \cos \theta + \sin \theta \cos \theta = 0$$

گروه آموزشی ماز

۱۳- با توجه به معادله $(\sqrt{9^a+3})(\sqrt{64^b-8}) = 6^{1-a}$ ، حاصل ab کدام است؟

- (۱) -9 (۲) 9 (۳) 8 (۴) -8

(متوسط - مفهومی / محاسباتی - ۱۰۰۳)

پاسخ: گزینه ۱

پاسخ تشریحی:

ابتدا هر یک از عبارتهای داده شده را تا حد ممکن ساده می‌کنیم:

$$\sqrt{9^{a+3}} = \sqrt{(3^2)^{a+3}} = 3^{\frac{2(a+3)}{2}} = 3^{a+3}$$

$$\sqrt[3]{6^b - 8} = \sqrt[3]{(4^3)^{b-8}} = 4^{\frac{3(b-8)}{3}} = 4^{b-8} = (2^2)^{b-8} = 2^{2b-16}$$

$$6^{1-a} = (2 \times 3)^{1-a} = 2^{1-a} \times 3^{1-a}$$

حالا با حل دستگاه شامل معادلات $2^{2b-16} = 2^{1-a}$ و $3^{a+3} = 3^{1-a}$ مقادیر a و b را به دست می‌آوریم:

$$3^{a+3} = 3^{1-a} \Rightarrow a+3 = 1-a \Rightarrow 2a = -2 \Rightarrow a = -1$$

$$2^{2b-16} = 2^{1-a} \Rightarrow 2b-16 = 1-a \xrightarrow{a=-1} 2b-16 = 2 \Rightarrow 2b = 18 \Rightarrow b = 9$$

در آخر برای محاسبه خواسته مسئله می‌توان نوشت:

$$ab = (-1)(9) = -9$$

گروه آموزشی ماز

۱۴- حاصل عبارت $(\sqrt{3+\sqrt{8}} - 1)(\sqrt{3-\sqrt{5}} - \sqrt{3+\sqrt{5}})$ کدام است؟

-۲ (۴)

۲ (۳)

-۱ (۲)

۱ (۱)

(متوسط - محاسباتی - ۱۰۰۳)

پاسخ: گزینه ۴

پاسخ تشریحی:

$$\sqrt{3+\sqrt{5}} > \sqrt{3-\sqrt{5}} \Rightarrow A = \sqrt{3-\sqrt{5}} - \sqrt{3+\sqrt{5}} < 0 \quad (*)$$

$$A = \sqrt{3-\sqrt{5}} - \sqrt{3+\sqrt{5}} \Rightarrow A^2 = 3 - \sqrt{5} + 3 + \sqrt{5} - 2\sqrt{9-5} = 6 - 2\sqrt{4} = 2 \Rightarrow A = \pm\sqrt{2} \xrightarrow{(*)} A = -\sqrt{2} \left. \vphantom{A} \right\} \times \rightarrow -2$$

$$\sqrt{3+\sqrt{8}} - 1 = \sqrt{3+2\sqrt{2}} - 1 = \sqrt{(\sqrt{2}+1)^2} - 1 = \sqrt{2} + 1 - 1 = \sqrt{2}$$

گروه آموزشی ماز

۱۵- برای عدد مثبت a اگر $\sqrt{a} > a$ و $\frac{1}{a^2} + a^2 = 18$ باشد، $\frac{a^6-1}{a^3}$ کدام است؟

۷۶ (۴)

-۷۶ (۳)

۸۶ (۲)

-۸۶ (۱)

(متوسط - مفهومی / محاسباتی - ۱۰۰۳)

پاسخ: گزینه ۳

پاسخ تشریحی:

$$\sqrt{a} > a \Rightarrow 0 < a < 1 \quad (*)$$

$$a^2 + \frac{1}{a^2} = 18 \xrightarrow{-2} a^2 + \frac{1}{a^2} - 2 = 16 \Rightarrow (a - \frac{1}{a})^2 = 16 \Rightarrow a - \frac{1}{a} = \pm 4 \Rightarrow a - \frac{1}{a} = -4 \quad (**)$$

$$\frac{a^6-1}{a^3} = a^3 - \frac{1}{a^3} = (a - \frac{1}{a})(a^2 + \frac{1}{a^2} + 1) \xrightarrow{(**)} (-4)(19) = -76$$

گروه آموزشی ماز

۱۶- اگر $A = \frac{17}{3\sqrt{3} - 2\sqrt{9+4}}$ باشد، $A - 2$ را به صورت 3^a می‌نویسیم. a کدام است؟

$-\frac{2}{3}$ (۴)

$-\frac{1}{3}$ (۳)

$\frac{2}{3}$ (۲)

$\frac{1}{3}$ (۱)

(متوسط - مفهومی / محاسباتی - ۱۰۰۳)

پاسخ: گزینه ۲

پاسخ تشریحی:

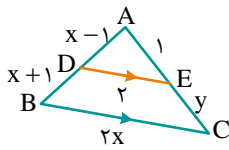
ابتدا مخرج کسر A را با توجه به این که می‌دانیم $3\sqrt[3]{3}$ برابر با $\sqrt[3]{81}$ است بازنویسی کرده و سپس با استفاده از اتحاد چاق و لاغر مخرج کسر را گویا می‌کنیم. داریم:

$$A = \frac{17}{3\sqrt[3]{3} - 2\sqrt[3]{9} + 4} = \frac{17}{\sqrt[3]{81} - 2\sqrt[3]{9} + 4} \times \frac{\sqrt[3]{9} + 2}{\sqrt[3]{9} + 2} = \frac{17(\sqrt[3]{9} + 2)}{9 + 8} = \frac{17(\sqrt[3]{9} + 2)}{17} \Rightarrow A = \sqrt[3]{9} + 2$$

چاق و لاغر

در نتیجه $3\sqrt[3]{9} = \sqrt[3]{9} - 2 = A - 2$ است و به وضوح $a = \frac{2}{3}$ می‌باشد.

گروه آموزشی ماز



۱۷- در شکل روبه‌رو، پاره خط DE موازی ضلع BC است. مقدار x+y کدام است؟

- ۶ (۱)
- ۵ (۲)
- ۸ (۳)
- ۹ (۴)

(آسان - محاسباتی - ۱۰۰۲)

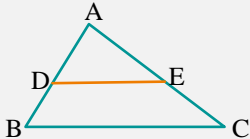
پاسخ: گزینه ۲

پاسخ تشریحی:

از تعمیم قضیه تالس داریم:

$$\frac{AD}{AB} = \frac{AE}{AC} = \frac{DE}{BC} \Rightarrow \frac{x-1}{x+1} = \frac{1}{y+1} = \frac{2}{2x} \Rightarrow \begin{cases} x-1=2 \Rightarrow x=3 \\ y+1=x=3 \Rightarrow y=2 \end{cases} \Rightarrow x+y=5$$

بله، اینم از قضیه تالس و تعمیم آن:



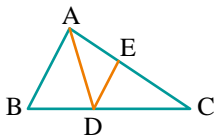
قضیه تالس: $DE \parallel BC \Rightarrow \frac{AD}{BD} = \frac{AE}{EC}$

تعمیم قضیه تالس: $DE \parallel BC \Rightarrow \frac{AD}{AB} = \frac{AE}{AC} = \frac{DE}{BC}$

گروه آموزشی ماز

۱۸- در شکل مقابل، AD نیمساز و DE موازی AB است. اگر $AB=6$ ، $AC=12$ و اگر $DC=10$ باشد، BD کدام است؟

- ۵ (۱)
- ۷/۵ (۲)
- ۱۰ (۳)
- ۲/۵ (۴)

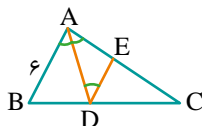


(متوسط - مفهومی / محاسباتی - ۱۰۰۲)

پاسخ: گزینه ۱

پاسخ تشریحی:

با توجه به اینکه $ED \parallel AB$ است و AD مورب، داریم:



$\hat{B}AD = \hat{A}DE$ (۱)

از آن جایی که AD نیمساز است: $\hat{B}AD = \hat{D}AE$ (۲) می‌باشد.

$(1), (2) \Rightarrow \hat{D}AE = \hat{E}DA \Rightarrow \triangle ADE \Rightarrow$ متساوی الساقین $\Rightarrow AE = ED$

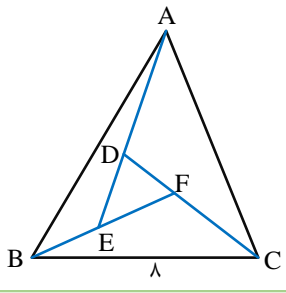
در مثلث ABC می‌دانیم $DE \parallel AB$ است، طبق قضیه تالس داریم:

$\frac{CE}{CA} = \frac{ED}{AB} \xrightarrow{AB=6, ED=EA} \xrightarrow{CE=12-EA, CA=12} \frac{12-EA}{12} = \frac{EA}{6} \Rightarrow EA = 4$

$\frac{CD}{DB} = \frac{CE}{AE} \Rightarrow \frac{10}{DB} = \frac{8}{4} \Rightarrow DB = 5$

حالا یک بار دیگر از تالس استفاده می‌کنیم:

گروه آموزشی ماز



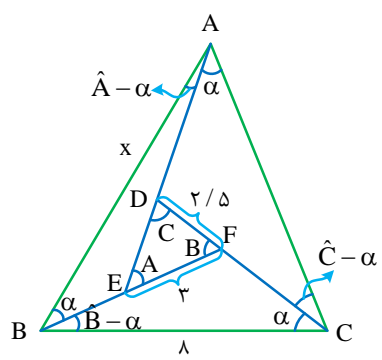
۱۹- در شکل زیر، $\hat{A}BF = \hat{C}AE = \hat{B}CD$ ، $DF = 2/5$ و $EF = 3$ است. طول AB کدام است؟

- (۱) ۸/۶
- (۲) ۷/۵
- (۳) ۱۰/۵
- (۴) ۹/۶

پاسخ: گزینه ۴ (متوسط - مفهومی / محاسباتی - ۱۰۰۲)



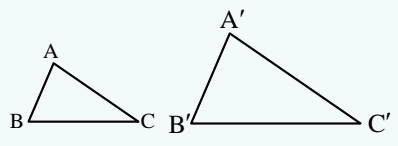
خارجی $\hat{E}FD = \hat{B} - \alpha + \alpha = \hat{B}$
 خارجی $\hat{D}EF = \hat{A} - \alpha + \alpha = \hat{A}$
 خارجی $\hat{E}DF = \hat{C} - \alpha + \alpha = \hat{C}$



بنابراین، مثلث DEF و ABC با یکدیگر متشابه‌اند و خواهیم داشت:

$$\frac{2/5}{8} = \frac{3}{x} \Rightarrow x = \frac{3 \times 8}{2/5} = 9/6$$

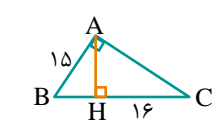
حالت‌های تشابه دو مثلث رو با هم ببینیم:



- حالت ۱) زاویه برابر: $(\hat{A} = \hat{A}', \hat{B} = \hat{B}') \Rightarrow \triangle ABC \sim \triangle A'B'C'$
- حالت ۲) تناسب ۲ ضلع و تساوی زاویه بین ۲ ضلع: $(\frac{AB}{A'B'} = \frac{AC}{A'C'}, \hat{A} = \hat{A}') \Rightarrow \triangle ABC \sim \triangle A'B'C'$
- حالت ۳) ۳ ضلع متناسب: $(\frac{AB}{A'B'} = \frac{AC}{A'C'} = \frac{BC}{B'C'}) \Rightarrow \triangle ABC \sim \triangle A'B'C'$

گروه آموزشی ماز

۲۰- در مثلث قائم‌الزاویه مقابل، AH ارتفاع، $AB = 15$ و $CH = 16$ است. AC کدام است؟



- (۱) ۱۸
- (۲) ۲۴
- (۳) ۲۰
- (۴) ۳۰

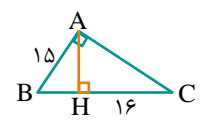
پاسخ: گزینه ۳ (آسان - محاسباتی - ۱۰۰۲)



$$AB^2 = BH \times BC$$

طبق درسنامه داریم:

$$15^2 = BH(BH + 16) \Rightarrow BH^2 + 16BH - 225 = 0 \Rightarrow \begin{cases} BH = 9 \checkmark \\ BH = -25 \times \end{cases}$$

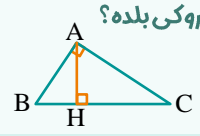


$$BC = BH + CH = 9 + 16 = 25$$

$$\text{فیثاغورس: } AB^2 + AC^2 = BC^2 \Rightarrow AC^2 = 25^2 - 15^2 = 400 \Rightarrow AC = 20$$

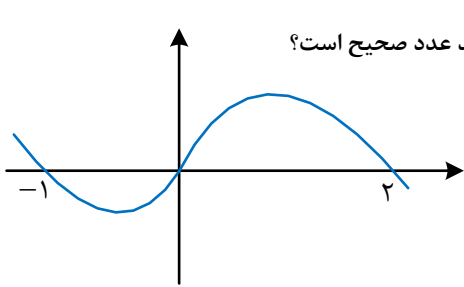
روابط طولی در مثلث قائم‌الزاویه رو کی بلده؟

- ۱) $AB^2 + AC^2 = BC^2$
- ۲) $AB^2 = BC \cdot BH$
- ۳) $AC^2 = BC \cdot CH$
- ۴) $AH^2 = BH \cdot CH$
- ۵) $AH \times BC = AB \times AC$



گروه آموزشی ماز

پایه یازدهم



۲۱- شکل زیر، نمودار تابع $y=f(x-2)$ را نشان می‌دهد. دامنه تابع $g(x)=\sqrt{\frac{f(1-x)}{f(x+1)}}$ ، شامل چند عدد صحیح است؟

- (۱) ۴
- (۲) ۲
- (۳) صفر
- (۴) بیش از ۴

(متوسط - ترکیبی / محاسباتی - ۱۱۰۲)

پاسخ: گزینه ۱

پاسخ تشریحی:

در این سؤال برای محاسبه دامنه تابع $g(x)=\sqrt{\frac{f(1-x)}{f(x+1)}}$ باید داشته باشیم:

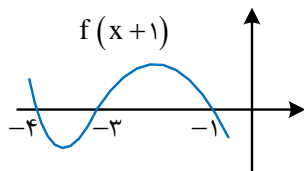
(۱) حالت: $f(1-x) \geq 0$, $f(x+1) > 0$

(۲) حالت: $f(1-x) \leq 0$, $f(x+1) < 0$

برای محاسبه ۲ حالت فوق، باید نمودار توابع $f(1-x)$ و $f(x+1)$ را داشته باشیم. پس در ابتدا از روی نمودار تابع $f(x-2)$ ، نمودار $f(x)$ را به دست آورده و سپس از روی آن، نمودار ۲ تابع خواسته شده را به دست می‌آوریم.

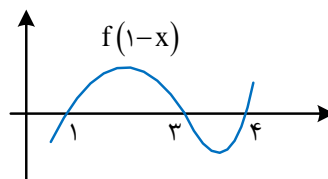


$f(x) \xrightarrow[\text{به چپ}]{\text{انتقال ۱ واحد}} f(x+1)$



حال نمودار توابع $f(1-x)$ و $f(x+1)$ را به دست می‌آوریم:

$f(x) \xrightarrow[\text{به چپ}]{\text{انتقال ۱ واحد}} f(x+1) \xrightarrow[\text{به محورهای}]{\text{قرینه نسبت}} f(-x+1)$



حالت ۱: $f(1-x) \geq 0$ و $f(x+1) > 0$

$$\left. \begin{aligned} f(1-x) \geq 0 &\Rightarrow x \in [1, 2] \cup [4, +\infty) \\ f(x+1) > 0 &\Rightarrow x \in (-\infty, -4) \cup (-3, -1) \end{aligned} \right\} \xrightarrow{\text{اشتراک}} \emptyset \quad (1)$$

حالت ۲: $f(x+1) < 0$ و $f(1-x) \leq 0$

$$\left. \begin{aligned} f(1-x) \leq 0 &\Rightarrow x \in (-\infty, 1] \cup [3, 4] \\ f(x+1) < 0 &\Rightarrow x \in (-4, -3) \cup (-1, +\infty) \end{aligned} \right\} \xrightarrow{\text{اشتراک}} (-4, -3) \cup (-1, 1] \cup [3, 4] \quad (2)$$

اجتماع (۱) و (۲) همان ۲ می‌شود پس دامنه تابع ۴ عدد صحیح ۰، ۱، ۳ و ۴ می‌باشد.

یسری نکته رو با هم مرور کنیم...

نکته ۱:

برای رسم نمودار تابع $f(ax+b)$ از روی تابع $f(x)$ ، ابتدا تابع را به اندازه b واحد به سمت منفی محور x ها برده و سپس طول نقاط نمودار تابع را در $\frac{1}{a}$ ضرب می‌کنیم. ($b > 0$)

نکته ۲:

دامنه تابع $F(x) = \sqrt{f(x)}$ به صورت $\{x \mid f(x) \geq 0\}$ می‌باشد.

نکته ۳:

دامنه تابع $G(x) = \frac{1}{g(x)}$ به صورت $\{x \mid x \in D_g, g(x) \neq 0\}$ می‌باشد.

گروه آموزشی ماز

۲۲- تابع $f(x) = [2^{1-|x|} + 1]$ با تابع $g(x) = \begin{cases} a & |x| > a \\ b & 0 < |x| \leq a \\ c & x = 0 \end{cases}$ برابر است. مقدار $a-b+c$ کدام است؟

۴ (۴)

۳ (۳)

۲ (۲)

۱ (۱)

(سخت - مفهومی / محاسباتی - ۱۱۰۲)

پاسخ: گزینه ۲



توجه کنید که:

$$|x| \geq 0 \Rightarrow -|x| \leq 0 \Rightarrow 1 - |x| \leq 1 \Rightarrow 0 < 2^{1-|x|} \leq 2^1 \Rightarrow 1 < 2^{1-|x|} + 1 \leq 3$$

بنابراین $[2^{1-|x|} + 1]$ فقط می‌تواند ۱، ۲ و یا ۳ باشد. پس a ، b و c باید مقادیر ۱، ۲ و ۳ را داشته باشند. (لزوماً با ترتیب نوشته شده نیست) اکنون توجه کنید:

$$|x| > 1 \Rightarrow -|x| < -1 \Rightarrow 1 - |x| < 0 \Rightarrow 0 < 2^{1-|x|} < 2^0 \Rightarrow 1 < 2^{1-|x|} + 1 < 2 \Rightarrow [2^{1-|x|} + 1] = 1 \Rightarrow a = 1$$

$$x = 0 \Rightarrow f(0) = g(0) \Rightarrow [2^1 + 1] = c \Rightarrow c = 3$$

$$0 < |x| \leq 1 \Rightarrow -1 \leq -|x| < 0 \Rightarrow 0 \leq 1 - |x| < 1 \Rightarrow 2^0 \leq 2^{1-|x|} < 2^1 \Rightarrow 2 \leq 2^{1-|x|} + 1 < 3$$

$$\Rightarrow 2 \leq 2^{1-|x|} + 1 < 3 \Rightarrow [2^{1-|x|} + 1] = 2 \Rightarrow b = 2$$

توجه کنید که چون $a = 1$ ، پس b را می‌توانید به صورت زیر هم به دست آورید.

$$\begin{cases} f(a) = f(1) = [2^0 + 1] = 2 \\ g(a) = g(1) = b \end{cases} \Rightarrow b = 2$$

در نتیجه: $a - b + c = 2$

مگر دو تابع هم با هم برابر میشن!؟

۲ تابع $f(x)$ و $g(x)$ را برابر گوئیم، هرگاه دامنه‌های ۲ تابع با هم و ضابطه‌هایشان نیز با هم برابر باشند:

۱) $f(x) = g(x)$ ۲) $D_f = D_g$

گروه آموزشی ماز

۲۳- ضابطه وارون تابع $f(x) = x + 2\sqrt{x}$ کدام است؟

۱) $f^{-1}(x) = x + 2 - 2\sqrt{x+1}; x \geq -1$

۲) $f^{-1}(x) = x + 2 - 2\sqrt{x+1}; x \geq 0$

۳) $f^{-1}(x) = x + 1 - \sqrt{x+1}; x \geq -1$

۴) $f^{-1}(x) = x + 1 - \sqrt{x+1}; x \geq 0$

(متوسط - مفهومی / محاسباتی - ۱۱۰۲)

پاسخ: گزینه ۲

پاسخ سریعی:

$$y = x + 2\sqrt{x} \Rightarrow y = (\sqrt{x} + 1)^2 - 1 \Rightarrow y + 1 = (\sqrt{x} + 1)^2 \Rightarrow \sqrt{x} + 1 = \sqrt{y+1} \Rightarrow \sqrt{x} = \sqrt{y+1} - 1$$

$$x = y + 1 + 1 - 2\sqrt{y+1} \Rightarrow x = y + 2 - 2\sqrt{y+1} \xrightarrow{\text{جای } x \text{ و } y \text{ را عوض می‌کنیم}} f^{-1}(x) = x + 2 - 2\sqrt{x+1}$$

حال برای دامنه تابع وارون، از برد تابع اصلی کمک می‌گیریم:

$$f(x) = x + 2\sqrt{x}$$

$$\xrightarrow{\text{با توجه به دامنه } f} x \geq 0, 2\sqrt{x} \geq 0 \Rightarrow x + 2\sqrt{x} \geq 0 \Rightarrow R_f = [0, +\infty) \Rightarrow D_{f^{-1}} = [0, +\infty)$$

حواستان باشد که دامنه تابع وارون را از روی ضابطه f^{-1} پیدا نکنید. (برطبق نکته ۳)، در این سوال اگر این کار را انجام می‌دادید، به اشتباه گزینه ۱ را انتخاب می‌کردید.

نکته ۱:

برای پیدا کردن ضابطه تابع وارون، ابتدا x را بر حسب y تنها می‌کنیم و سپس جای x و y را عوض می‌کنیم.

نکته ۲:

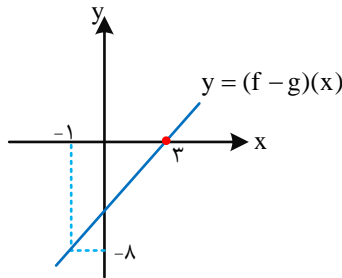
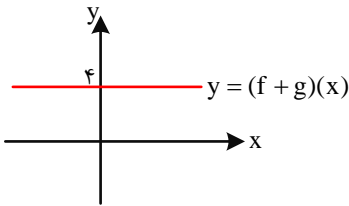
دامنه تابع اصلی برابر با برد تابع وارون و برد تابع اصلی برابر با دامنه تابع وارون است.

نکته ۳:

حواستان باشد که دامنه تابع وارون را از روی ضابطه f^{-1} پیدا نکنید.

گروه آموزشی ماز

۲۴- اگر نمودار توابع $f+g$ و $f-g$ به صورت مقابل باشند، نمودار تابع $y=(f.g)(x)$ از کدام ناحیه محورهای مختصات نمی‌گذرد؟



- ۱) اول
- ۲) دوم
- ۳) سوم
- ۴) چهارم

(متوسط - ترکیبی / محاسباتی - ۱۱۰۲)

پاسخ: گزینه ۲

پاسخ سریعی:

طبق فرض مسئله $y = (f + g)(x) = 4$ است. ضابطه تابع $y = (f - g)(x)$ را با توجه به معلوم بودن دو نقطه از آن می‌نویسیم. پس داریم:

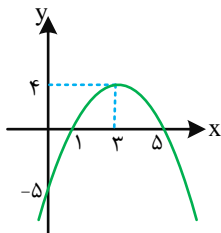
$$\begin{matrix} (-1, -8) \\ (3, 0) \end{matrix} \Rightarrow \text{شیب} = \frac{0 - (-8)}{3 - (-1)} = \frac{8}{4} = 2$$

$$\Rightarrow y - y_0 = m(x - x_0) \Rightarrow y - 0 = 2(x - 3) \Rightarrow y = 2x - 6$$

پس ضابطه تابع $y = (f - g)(x)$ برابر با $2x - 6$ است و با حل دستگاه، هر یک از توابع f و g را به دست آوریم. ببینید:

$$\begin{cases} f(x) + g(x) = 4 \\ f(x) - g(x) = 2x - 6 \end{cases} \xrightarrow{(+)} 2f(x) = 2x - 2 \Rightarrow f(x) = x - 1, g(x) = 5 - x$$

در آخر نمودار تابع $y = (f.g)(x) = (x - 1)(5 - x)$ به صورت مقابل است و همانطور که مشاهده می‌کنید از ناحیه دوم محورهای مختصات نمی‌گذرد.



گروه آموزشی ماز

۲۵- اگر $f(x) = x + [x]$ و $g(x) = f([x - f(x)])$ باشد، $f \circ g\left(-\frac{1}{3}\right)$ کدام است؟

- (۱) -۲ (۲) ۲ (۳) -۴ (۴) ۴

(متوسط - مفهومی / محاسباتی - ۱۱۰۲)

پاسخ: گزینه ۴



پاسخ تشریحی:

$$\begin{aligned} f \circ g\left(-\frac{1}{3}\right) &= f\left(g\left(-\frac{1}{3}\right)\right) = f\left(f\left(\left[-\frac{1}{3} - f\left(-\frac{1}{3}\right)\right]\right)\right) = f\left(f\left(\left[-\frac{1}{3} - \left(-\frac{1}{3} + \left[-\frac{1}{3}\right]\right)\right]\right)\right) \\ &= f\left(f\left([1]\right)\right) = f(1 + [1]) = f(2) = 2 + [2] = 4 \end{aligned}$$

تعاریف زیر را ببینید و لذت ببرید...

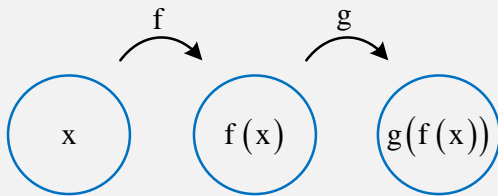
نحوه محاسبه $[x]$ به صورت زیر می باشد:

$$\begin{cases} [x] = x & x \in \mathbb{Z} \\ [x] = k & x \notin \mathbb{Z} \end{cases}$$

k : بزرگترین عدد صحیح کوچکتر از x می باشد. $(k < x < k+1)$

نکته:

اگر $f(x)$ و $g(x)$ دو تابع باشند، آن گاه $\text{gof}(x)$ به صورت نمادین زیر تعریف می گردد.



گروه آموزشی ماز

۲۶- اگر $f(x) = x^2 - x$ و $g(x) = 3 - x$ باشد، مجموع جوابهای معادله $(\text{fog})(x) = (\text{gof})(x)$ کدام است؟

- (۱) ۱ (۲) $\frac{1}{2}$ (۳) ۳ (۴) $\frac{3}{2}$

(متوسط - ترکیبی / محاسباتی - ۱۱۰۲)

پاسخ: گزینه ۳



پاسخ تشریحی:

$$(\text{fog})(x) = f(g(x)) = g^2(x) - g(x) = (3-x)^2 - (3-x)$$

$$= 9 + x^2 - 6x - 3 + x = x^2 - 5x + 6$$

$$(\text{gof})(x) = g(f(x)) = 3 - f(x) = 3 - (x^2 - x) = -x^2 + x + 3$$

توجه کنید که:

بنابراین معادله $(\text{fog})(x) = (\text{gof})(x)$ به صورت زیر است:

$$x^2 - 5x + 6 = -x^2 + x + 3 \Rightarrow 2x^2 - 6x + 3 = 0$$

مجموع جوابهای معادله بالا برابر ۳ است.

یادآوری کنیم از فصل احسابان:

حاصل جمع ریشه های معادله درجه دوم $ax^2 + bx + c = 0$ برابر $-\frac{b}{a}$ است.

گروه آموزشی ماز

۲۷- اگر $f(x) = \sqrt{x-2} - 3\sqrt{6-x}$ و $g(x) = 1 + \sqrt{x-3}$ دامنه تعریف $g \circ f$ کدام است؟

- (۱) $[3, 28]$ (۲) $[2, 7]$ (۳) $[3, 7]$ (۴) $[7, 28]$

(متوسط - ترکیبی / محاسباتی - ۱۱۰۲)

پاسخ: گزینه ۴



$$D_{(f+g) \circ g} = \{x : x \in D_g, g(x) \in D_{f+g}\} \quad x \in D_g \Rightarrow x \geq 3 \quad (1)$$

$$D_f = 2 \leq x \leq 6 \Rightarrow D_{f+g} = D_f \cap D_g = [3, 6]$$

$$g(x) \in (D_f \cap D_g) \Rightarrow 3 \leq 1 + \sqrt{x-3} \leq 6 \Rightarrow 2 \leq \sqrt{x-3} \leq 5 \Rightarrow 7 \leq x \leq 28 \quad (2)$$

با اشتراک (۱) و (۲) در نهایت، $D_y = [7, 28]$ می‌باشد.

دامنه ترکیب توابع روبروی یا بهت بگیریم!؟

$$D_{f \circ g(x)} = \{x | x \in D_g | g(x) \in D_f\}$$

گروه آموزشی ماز

۲۸- اگر $g = \{(-2, -1), (1, 3), (2, 4), (-3, 0)\}$ و $g \circ f = \{(0, 4), (1, -1), (3, 3), (-1, 0)\}$ دو تابع باشند و تابع $\frac{g \circ f^{-1}}{(f \circ g)^{-1}}$ به صورت $\{(a, b)\}$ باشد.

حاصل $a+b$ کدام است؟

- (۱) -۲ (۲) -۱ (۳) ۱ (۴) ۲

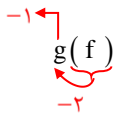
(متوسط - ترکیبی / محاسباتی - ۱۱۰۲)

پاسخ: گزینه ۲

ابتدا تابع f را پیدا می‌کنیم:

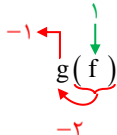
$$g = \{(-2, -1), (1, 3), (2, 4), (-3, 0)\}$$

$$g \circ f = \{(0, 4), (1, -1), (3, 3), (-1, 0)\}$$



با توجه به تابع g ، اگر ورودی ۲- را وارد تابع g کنیم، این تابع خروجی ۱- را تحویل ما می‌دهد، یعنی:

حال با توجه به تابع $g \circ f$ ، باید مشخص کنیم که این تابع به ازای چه ورودی، عدد ۱- را خارج می‌کند که با توجه به تابع $g \circ f$ آن ورودی عدد ۱ است، پس:



با توجه به روند بالا مشخص است که $f(1) = -2$ است، به همین ترتیب می‌توانیم سایر اعضای تابع f را نیز پیدا کنیم، پس:

$$f = \{(1, -2), (3, 1), (0, 2), (-1, -3)\}$$

$$f^{-1} = \{(-2, 1), (1, 3), (2, 0), (-3, -1)\}$$

$$g \circ f^{-1} = \{(-2, 3)\}$$

$$f \circ g = \{(3, -2)\} \Rightarrow (f \circ g)^{-1} = \{(-2, 3)\}$$

حال تابع f^{-1} را نیز پیدا می‌کنیم:

به کمک توابع f^{-1} و g داریم:

حال، تابع $\frac{g \circ f^{-1}}{(f \circ g)^{-1}}$ را به ازای دامنه مشترک توابع $g \circ f^{-1}$ و $(f \circ g)^{-1}$ ، یعنی $x = -2$ تشکیل می‌دهیم:

$$\frac{g \circ f^{-1}}{(f \circ g)^{-1}} = \left\{(-2, \frac{3}{3})\right\} = \{(-2, 1)\} \Rightarrow a = -2, b = 1 \Rightarrow a + b = -1$$

گروه آموزشی ماز

۲۹- دایره C با مرکز $O(-1, 1)$ و شعاع ۴ و دایره C' با مرکز $O'(3, 4)$ و شعاع ۱۰ واحد مفروضی‌اند. مساحت بزرگ‌ترین دایره‌ای که بر هر دو دایره مماس باشد، کدام است؟

- (۱) 36π (۲) $\frac{121}{4}\pi$ (۳) $\frac{361}{4}\pi$ (۴) 400π

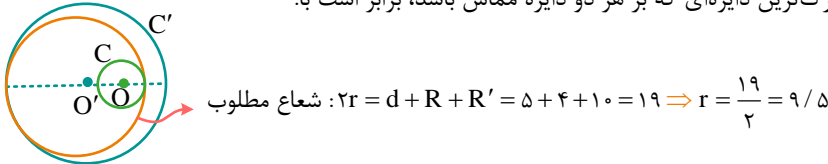


ابتدا وضعیت دو دایره را بررسی می‌کنیم:

$$d = |OO'| = \sqrt{(-1-3)^2 + (1-4)^2} = \sqrt{16+9} = 5$$

$$0 < 5 < |4-10| \rightarrow 0 < d < |R-R'|$$

در نتیجه دو دایره متداخل هستند و طبق شکل، شعاع بزرگ‌ترین دایره‌ای که بر هر دو دایره مماس باشد، برابر است با:



$$S = \pi r^2 = \frac{361}{4} \pi = 90\frac{1}{4} \pi$$

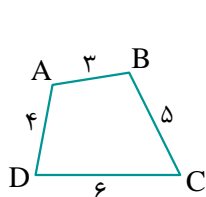
دو دایره نسبت به هم چه حالت‌هایی می‌تونن داشته باشن؟!

برای دو دایره $C(O, R)$ و $C'(O', R')$ داریم: (d فاصله مراکز است) $d = OO'$

	$d > R + R'$	دو دایره بیرون هم (متخارج)
	$d = R + R'$	دو دایره مماس بیرون
	$ R - R' < d < R + R'$	دو دایره متقاطع
	$d = R - R' $	دو دایره مماس درون
	$d < R - R' $	دو دایره متداخل
	$d = 0$	دایره‌های هم‌مرکز

گروه آموزشی ماز

۳۰- چهارضلعی ABCD محاطی است. امتداد اضلاع DA و CB یکدیگر را در نقطه M قطع می‌کنند. طول پاره خط MA چقدر است؟



$$\frac{13}{3} \quad (2)$$

$$\frac{16}{3} \quad (4)$$

$$\frac{14}{3} \quad (1)$$

$$\frac{11}{3} \quad (3)$$

(متوسط - مفهومی - ۱۱۰۱)

پاسخ: گزینه ۱

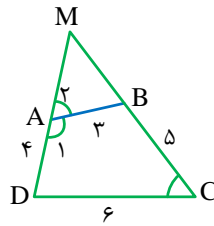
پاسخ تشریحی:

چهارضلعی ABCD محاطی است. بنابراین:

$$\hat{A}_1 + \hat{A}_3 = 180^\circ$$

$$\hat{A}_3 = \hat{C}$$

در نتیجه:



$$\hat{A}_1 + \hat{C} = 180^\circ$$

$$\begin{cases} \hat{M} = \hat{M} \\ \hat{A}_3 = \hat{C} \end{cases} \Rightarrow \triangle MAB \sim \triangle MDC$$

$$\Rightarrow \frac{MA}{MC} = \frac{MB}{MD} = \frac{AB}{DC}$$

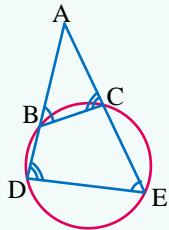
$$\Rightarrow \frac{MA}{MB+5} = \frac{MB}{MA+4} = \frac{3}{6} \Rightarrow \begin{cases} 2MA = MB+5 \\ 2MB = MA+4 \end{cases} \Rightarrow 2MA = \left(\frac{MA+4}{2}\right) + 5 = \frac{MA+4+10}{2}$$

$$\Rightarrow 4MA = MA+4+10 \Rightarrow 3MA = 14 \Rightarrow MA = \frac{14}{3}$$

نکته مهم:



اگر دو وتر در دایره را امتداد دهیم تا خارج دایره یکدیگر را قطع کنند، مثلث‌های متشابه دیده می‌شوند.

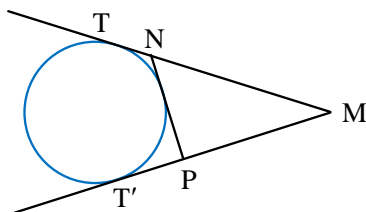


$$\triangle ABC \sim \triangle ADE$$

$$\text{زیرا: } \begin{cases} \hat{B} = \hat{E} \\ \hat{C} = \hat{D} \end{cases}$$

گروه آموزشی ماز

۳۱- در شکل زیر، از نقطه M دو مماس بر دایره رسم شده است. اگر $MT = 18$ ، $MN = 15$ و $MP = 12$ باشد، شعاع دایره کدام است؟



۴ (۱)

۶ (۲)

$4\sqrt{5}$ (۳)

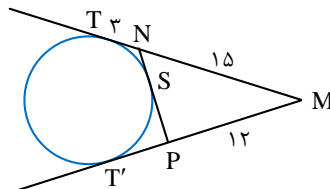
$6\sqrt{5}$ (۴)

(متوسط - مفهومی / محاسباتی - ۱۱۰۱)

پاسخ: گزینه ۲

پاسخ تشریحی:

می‌دانیم طول مماس‌های رسم شده از یک نقطه بر دایره برابر یکدیگرند، پس داریم:



$$MT' = MT = 18 \Rightarrow MP + PT' = 18$$

$$\Rightarrow 12 + PT' = 18 \Rightarrow PT' = 6$$

$$\begin{cases} NS = NT = 3 \\ PS = PT' = 6 \end{cases} \Rightarrow NP = 3 + 6 = 9$$

$$2P = 9 + 12 + 15 = 36 \Rightarrow P = 18$$

$$S = \frac{1}{2} \times 9 \times 12 = 54$$

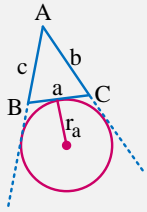
$$r_a = \frac{S}{P-a} = \frac{54}{18-9} = \frac{54}{9} = 6$$

بنابراین اضلاع مثلث MNP برابر ۹، ۱۲ و ۱۵ هستند که در رابطه فیثاغورس صدق می‌کنند، در نتیجه:

نکات زیر رومی‌دونستید؟! 

شعاع دایرهٔ معاطی داخلی: 

اگر یک دایره، محاط در یک n ضلعی به مساحت S و محیط $۲P$ باشد، آنگاه شعاع دایره معاطی برابر است با: $r = \frac{S}{P}$

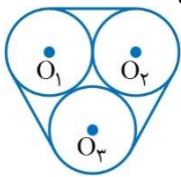


شعاع دایرهٔ معاطی خارجی مثلث: 

اگر مساحت مثلث ABC ، S و محیط آن $۲P$ باشد، داریم: $r_a = \frac{S}{P-a}$

گروه آموزشی ماز

۳۲- سه دایره به شعاع‌های برابر ۲ واحد، دو به دو بر هم مماس‌اند و مطابق شکل، به وسیلهٔ نخ بسته شده‌اند. طول نخ کدام است؟




(۱) $۱۲ + ۴\pi$

(۲) $۶ + ۲\pi$

(۳) $۱۲ + \pi$

(۴) $۶ + ۴\pi$

(متوسط - مفهومی - ۱۱۰۱)

پاسخ: گزینه ۱ 

پاسخ تشریحی:

از مرکز دایره‌ها به نقطه مماس وصل می‌کنیم و عمود است. در نتیجه:

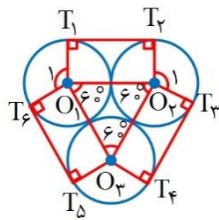
$$T_1T_2 = T_2T_3 = T_3T_4 = T_4T_5 = T_5T_6 = T_6T_1 = 2R = 2(2) = 4$$

$$O_1 \hat{O}_2 O_3 \Rightarrow \hat{O}_1 = \hat{O}_2 = \hat{O}_3 = 120^\circ$$

سه طول با کمان 120° را کنار هم بگذاریم محیط دایره‌ای به شعاع ۲ را به ما می‌دهد:

$$\text{محیط} = 2\pi R = 2\pi(2) = 4\pi$$

$$\text{طول نخ} = 3 \times 4 + 4\pi = 12 + 4\pi$$



گروه آموزشی ماز

پایه دهم

۳۳- چه تعداد از عبارات زیر درست است؟

الف: جامدهایی که در یک الگوی سه بعدی تکرار شونده، ساخته می شوند، جامد بلورین نام دارند.

ب: جامدهایی مانند شیشه، از سرد شدن آهسته یک مایع به دست می آیند.

پ: فاصله ذرات سازنده مایع و جامد تقریباً یکسان و در حدود 10^{-10} است.

ت: اندازه مولکول های هوا بین 10^{-10} تا 3×10^{-10} و فاصله بین مولکول ها در شرایط معمولی حدود 3.5×10^{-10} است.

۱ (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴)



پاسخ: گزینه ۳

(آسان - مفهومی / خطبه خط کتاب درسی - ۱۰۰۲)

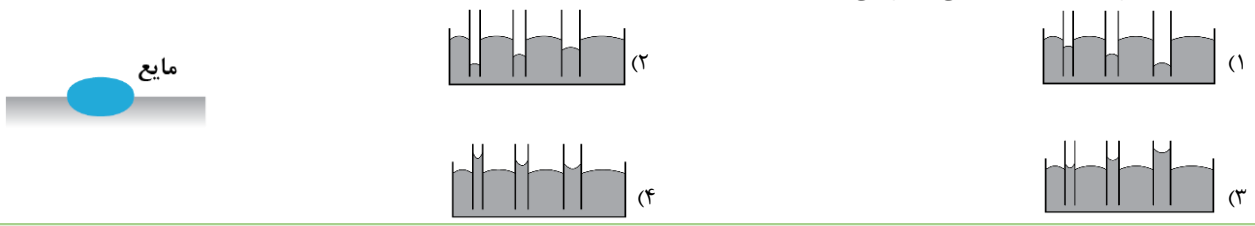
خلاصه مفظیات مربوط به حالت های ماده

- ۱- مواد از ذره های ریزی به نام اتم یا مولکول تشکیل شده اند. اندازه اتمها در حدود یک تا چند آنگستروم است و اندازه مولکولها به این بستگی دارد که از چند اتم ساخته شده باشند. اندازه برخی درشت مولکولها مانند بسپارها (پلیمرها) می تواند تا ۱۰۰۰ آنگستروم نیز باشد.
- ۲- ذره های سازنده مواد همواره در حرکت اند و به یکدیگر نیرو وارد می کنند. حالت ماده به چگونگی حرکت این ذرها و اندازه نیروی بین آنها بستگی دارد.
- ۳- حالت چهارم ماده پلاسما نامیده می شود که اغلب در دماهای خیلی بالا به وجود می آید. ماده درون ستارگان و بیش تر فضای بین ستاره های، آذرخش، شفق های قطبی، آتش و ماده داخل لوله تابان لامپ های مهتابی از پلاسما تشکیل شده است.
- ۴- جسم جامد، حجم و شکل معینی دارد. ذرات جامد به سبب نیروهای الکتریکی که به یکدیگر وارد می کنند، در کنار یکدیگر می مانند. این ذرات در مکان های معینی نسبت به یکدیگر قرار دارند و در اطراف این مکانها، نوسان های بسیار کوچکی دارند.
- ۵- جامدها به دو دسته تقسیم می شوند:
 ۱. جامدهای بلورین (کریستالی) ۲. جامدهای آمورف (بی شکل)
- ۶- جامدهای بلورین، جامدهایی هستند که اتمهای آنها در طرح های منظمی کنار هم قرار می گیرند و جامد در یک الگوی سه بعدی تکرار شونده از این واحدهای منظم ساخته می شود.
- ۷- فلزها، نمکها، الماس، یخ و بیش تر مواد معدنی از جمله جامدهای بلورین هستند.
- ۸- وقتی مایعی را به آهستگی سرد کنیم، اغلب جامد بلورین تشکیل می شود؛ زیرا در این فرایند، ذرات مایع فرصت کافی دارند تا در طرح های منظمی خود را مرتب کنند.
- ۹- جامد آمورف، جامدی است که ذرات آن در طرح های منظمی کنار هم قرار ندارند. شیشه، مثالی از جامد آمورف است.
- ۱۰- وقتی مایعی را به سرعت سرد کنیم، معمولاً جامد آمورف به وجود می آید؛ زیرا در این فرایند، ذرات، فرصت کافی ندارند تا در طرحی منظم، مرتب شوند.
- ۱۱- مولکول های مایع، نظم و تقارن جامدهای بلورین را ندارند و به صورت نامنظم و نزدیک به یکدیگر قرار گرفته اند. مایع به راحتی جاری می شود و به شکل ظرف خودش درمی آید؛ زیرا مولکول های مایع می توانند روی هم بلغزند.
- ۱۲- فاصله بین ذرات سازنده جامد و مایع تقریباً یکسان و در حدود یک آنگستروم است.
- ۱۳- حل شدن نمک در آب و پخش شدن جوهر در آب مثال هایی از پدیده های به نام پدیده پخش در مایع هستند. دلیل این پدیده به حرکت های نامنظم و کاتوره های مولکول های آب و برخورد آنها با ذرات سازنده نمک و جوهر مربوط می شود که موجب پخش آنها در آب می گردد.
- ۱۴- گاز، ماده ای است که شکل مشخصی ندارد. اتمها و مولکول های آن آزادانه و با تندی بسیار زیاد به اطراف حرکت و با یکدیگر و با دیواره های ظرفی که در آن قرار دارند، برخورد می کنند.
- ۱۵- فاصله میانگین مولکول های گاز در مقایسه با اندازه آنها، خیلی بیش تر است. مثلاً اندازه مولکول های هوا بین ۱ تا ۳ آنگستروم است، در حالی که فاصله میانگین آنها در شرایط معمولی در حدود ۳۵ آنگستروم می باشد.
- ۱۶- با ورود هوا به درون یک سرنگ می بینیم که به راحتی می توانیم سرنگ را فشرده کنیم؛ اما با ریختن آب درون آن می بینیم که نمی توان بیستون سرنگ را به پایین آورده و آن را متراکم کرد. از این آزمایش نتیجه می گیریم که گازها تراکم پذیرند اما مایعات تقریباً تراکم ناپذیر می باشند.
- ۱۷- حرکت نامنظم و کاتوره ای ذرات دود در هوا را حرکت براونی می گوئیم. دلیل این حرکت نامنظم، برخورد ذرات دود با مولکول های هوا است که به طور نامنظم و کاتوره ای در حال حرکت هستند.
- ۱۸- پدیده پخش در گازها نیز رخ می دهد. مثالی از آن را می توانیم هنگام باز کردن درب یک شیشه عطر ببینیم که پس از چند ثانیه ذرات عطر در همه جای اتاق پخش و بوی آن حس می شود. سرعت پدیده پخش در گازها از مایعات بیش تر است و دلیل آن تندتر بودن حرکت نوسانی مولکول های گاز و بیش تر بودن فاصله بین آنها است.



با توجه به درس نامه مطرح شده، عبارات های «الف»، «پ» و «ت» درست و عبارت «ب» نادرست است.

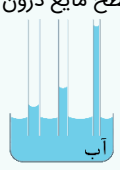
۳۴- شکل زیر، چگونگی قرارگیری مایعی را روی یک سطح شیشه‌ای تمیز نشان می‌دهد. کدام یک از شکل‌های زیر چگونگی قرارگیری این مایع را درون لوله‌های مویین شیشه‌ای به‌درستی نشان می‌دهد؟



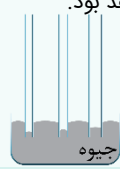
پاسخ: گزینه ۲ (متوسط - مفهومی - ۱۰۰۲)

مویینگی

هنگامی که یک لوله مویین شیشه‌ای را در یک طرف مایع فرومی‌بریم، به دلیل تفاوت نیروی هم‌چسبی بین ذرات مایع و نیروی دگرچسبی مایع با لوله، سطح مایع درون لوله بالا یا پایین می‌رود که به آن خاصیت مویینگی می‌گویند. در این باره به نکات زیر توجه کنید:
 ۱- اگر نیروی هم‌چسبی ذرات مایع کمتر از دگرچسبی آن‌ها با لوله باشد، مایع در لوله بالا می‌رود و سطح آن به صورت فرورفته (مقعر) خواهد بود. قرارگیری آب در لوله مویین شیشه‌ای تمیز به این صورت است.



۲- اگر نیروی هم‌چسبی ذرات مایع بیشتر از نیروی دگرچسبی آن‌ها با لوله باشد، مایع در لوله پایین می‌رود و سطح آن به صورت پرامده (محدب) خواهد بود. قرارگیری جیوه در لوله مویین تمیز و آب در لوله مویین چرب‌شده به این صورت است.



دقت کنید در هر دو حالت هرچه لوله باریک‌تر باشد، اختلاف ارتفاع سطح مایع در لوله با سطح مایع در ظرف بیشتر می‌شود.

پاسخ تشریحی

شکل نشان داده شده مایعی را نشان می‌دهد که نیروی هم‌چسبی بین ذرات آن قوی‌تر از نیروی دگرچسبی ذرات آن با شیشه است و در نتیجه مایع به صورت یک قطره روی سطح شیشه‌ای قرار گرفته و اصطلاحاً آن را تر نکرده است، بنابراین مایع داده شده مانند جیوه رفتار می‌کند و قرارگیری آن در لوله مویین شیشه‌ای مانند جیوه خواهد بود، پس با توجه به درس‌نامه ارائه شده، گزینه (۲) صحیح است.

گروه آموزشی ماز

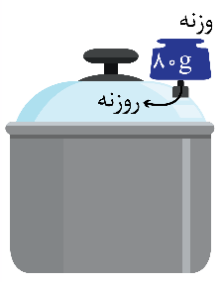
۳۵- مساحت روزنه خروج بخار آب روی دیگ زودپز 5mm^2 می‌باشد. اگر فشار هوای بیرون 1atm باشد و وزنه‌ای به جرم 80g روی روزنه قرار دهیم، فشار داخل چند اتمسفر باشد تا وزنه در حال تعادل باقی بماند؟ ($1\text{atm} = 10^5\text{Pa}$, $g = 10 \frac{\text{N}}{\text{kg}}$)

- ۱) ۳ ۲) ۶/۲ ۳) ۲ ۴) ۳/۱

پاسخ: گزینه ۲ (متوسط - محاسباتی - ۱۰۰۲)

پاسخ تشریحی

فرض کنید فشار داخل دیگ زودپز برابر است با P ، برای این‌که تعادل برقرار باشد باید فشار در طرفین روزنه یکسان باشد.



$$P + \frac{mg}{A} = P$$

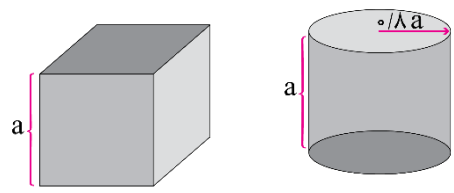
$$10^5 + \frac{0.08 \times 10}{5 \times 10^{-6}} = P$$

$$10^5 \left(1 + \frac{A}{5} \right) = P$$

$$P = \frac{13}{5} \text{atm} = 2.6 \text{atm}$$

گروه آموزشی ماز

۳۶- مطابق شکل، یک استوانه و یک مکعب، هر دو توپر هستند و از آهن ساخته شده‌اند. فشاری که استوانه بر سطح زیر خود وارد می‌کند، چند برابر فشاری است که مکعب به سطح زیر خود وارد می‌کند؟



- (۱) $\frac{4}{5}$
- (۲) $\frac{5}{4}$
- (۳) ۱
- (۴) $\frac{16}{25}$

پاسخ: گزینه ۳ (متوسط - محاسباتی - ۱۰۰۲)

فشار جامدات

۱- فشار وارد بر یک سطح برابر نیروی عمودی وارد بر واحد سطح است.

$$P = \frac{F}{A}$$

P: فشار با یکای Pa F: نیرو با یکای N A: مساحت با یکای m^2

مثال:

یکای فرعی فشار را به دست آورید.

پاسخ:

$$P = \frac{F}{A} \rightarrow P_{\text{یکای}} \equiv \frac{F_{\text{یکای}}}{A_{\text{یکای}}}$$

$$\rightarrow P_{\text{یکای}} \equiv \frac{\text{متر} \times \text{کیلوگرم}}{\text{متر مربع}} \equiv \frac{\text{کیلوگرم}}{\text{متر مربع}} \equiv \frac{\text{نیوتون}}{\text{متر مربع}}$$

۲- در محاسبه فشار جامدات به نکات زیر توجه کنید:

۱-۲. اگر جسم روی سطح ساکن باشد و نیروی خارجی به آن وارد نشود، نیروی عمودی سطح برابر وزن جسم است و فشار برابر است با:

$$P = \frac{F}{A} = \frac{mg}{A}$$

۲-۲. اگر جسم روی سطح ساکن باشد و نیروی قائمی به آن وارد شود، فشار وارد بر سطح برابر است با:

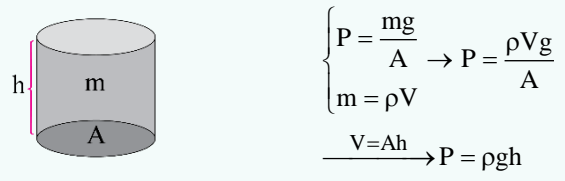


۳-۲. اگر جسم کف آسانسوری قرار داشته باشد که با شتاب a حرکت می‌کند، فشار وارد بر کف آسانسور برابر است با:

$$P = \frac{m(g \pm a)}{A}$$

+ ← اگر شتاب به سمت بالا باشد. - ← اگر شتاب به سمت پایین باشد.

۴-۲. اگر جسم جامد به گونه‌ای باشد که سطح مقطع آن در همه ارتفاعها ثابت باشد، می‌توان فشار وارد بر سطح را به صورت زیر محاسبه کرد:



دقت کنید که این رابطه فقط برای اجسامی مثل مکعب و استوانه برقرار است که مساحت مقطع آنها در همه ارتفاعها ثابت است. برای اجسامی مثل مخروط و هرم که مساحت مقطع آنها به تدریج تغییر می‌کند، استفاده از این رابطه مجاز نیست.

پاسخ تشریحی

با توجه به نکات فوق، می‌توانیم از رابطه $P = \rho gh$ برای محاسبه فشار دو جسم استفاده کنیم.

$$P = \rho gh \rightarrow \frac{P_{\text{استوانه}}}{P_{\text{مکعب}}} = \frac{\rho_{\text{استوانه}}}{\rho_{\text{مکعب}}} \times \frac{h_{\text{استوانه}}}{h_{\text{مکعب}}} = 1 \times 1 = 1$$

گروه آموزشی ماز

۳۷- شناگری مطابق شکل در عمق h در حال شنا است. اگر فشاری که آب بر قفسه سینه شناگر وارد می‌کند برابر 40000 Pa باشد، به ترتیب از راست به چپ

عمق h چند متر است و فشار پیمانه‌ای در محل شناگر چند پاسکال است؟ ($P_0 = 10^5 \text{ Pa}$ ، $\rho_{\text{آب دریا}} = 1000 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$ ، $g = 10 \frac{\text{N}}{\text{kg}}$)



- (۱) ۱۴۰۰۰۰، ۰٫۴
- (۲) ۴۰۰۰۰، ۰٫۴
- (۳) ۱۴۰۰۰۰، ۰٫۱۴
- (۴) ۴۰۰۰۰، ۰٫۴۰

پاسخ: گزینه ۲ (آسان - مفهومی و محاسباتی - ۱۰۰۲)

پاسخ تشریحی

فشار پیمانه‌ای، اختلاف فشار یک شاره و فشار هوا است، چون فشار در محل شناگر برابر مجموع فشار هوا و فشار آب است، فشار پیمانه‌ای در واقع همان فشار آب است که برابر 40000 Pa می‌باشد. فشار آب روی سینه شناگر در واقع فقط ناشی از آب است، پس می‌توان نوشت:

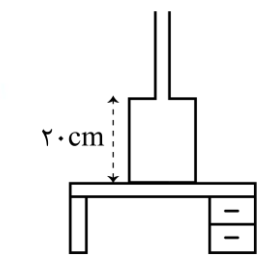
$$P = \rho gh \rightarrow 40000 = 1000 \times 10 \times h \rightarrow h = 4 \text{ m}$$

پس شناگر در عمق 4 m آب دریا در حال شنا کردن است.

گروه آموزشی ماز

۳۸- ظرف شکل زیر، 200 گرم جرم دارد و سطح مقطع قسمت‌های پایین و بالای آن به ترتیب 10 cm^2 و 2 cm^2 است. مقداری مایع به چگالی $\frac{0.6}{\text{cm}^3} \text{ g}$

درون ظرف می‌ریزیم. اگر بزرگی نیرویی که ظرف به سطح افقی زیرینش وارد می‌کند، برابر با $3/4 \text{ N}$ باشد، بزرگی نیرویی که مایع به کف ظرف وارد می‌کند، چند نیوتون است؟ ($g = 10 \frac{\text{N}}{\text{kg}}$)



- (۱) ۲/۴
- (۲) ۱/۲
- (۳) ۴/۸
- (۴) ۳/۶

پاسخ: گزینه ۱ (سخت - مفهومی / محاسباتی - ۱۰۰۲)

نیروی حاصل از فشار

در فصل فشار، با دو نوع نیرو ممکن است در تست‌ها مواجه شوید:

۱- نیروی مایع به کف ظرف (نیروی کل وارد بر کف ظرف): اگر با این عبارت مواجه شدید، کافی است فشار مایع یا فشار کل را به دست آورده و طبق رابطه $F = PA$ ، آن را در مساحت کف ظرف ضرب نمایید؛ بنابراین:

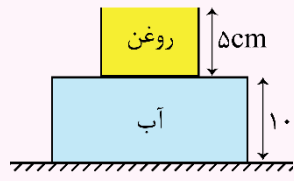
$$\begin{cases} F_{\text{کف به مایع}} = P_{\text{مایع}} A_{\text{کف}} = \rho gh A_{\text{کف}} \\ F_{\text{کل به کف}} = P_{\text{کل}} A_{\text{کف}} = (P_0 + \rho gh) A_{\text{کف}} \end{cases}$$

۲- نیروی ظرف به سطح افقی زیرینش: اگر در سؤالی با این عبارت مواجه شدید، کافی است طبق علم نیروشناسی (همان دینامیک!) به این نکته توجه کنید که نیرویی که هر جسمی بر سطح زیرین خود اعمال می‌کند (اگر نیروی عمودی دیگری بر آن جسم اعمال نشده باشد)، معادل با وزن آن جسم است؛ بنابراین:

$$F_{\text{ظرف به زیرش}} = g(m_{\text{ظرف}} + m_{\text{مایع}}) = W_{\text{ظرف}} + W_{\text{مایع}}$$

مثال:

شکل زیر از دو ظرف استوانه‌ای شکل تشکیل شده است که سطح مقطع طرف‌ها 10 cm^2 و 50 cm^2 است. بزرگی نیرویی که از طرف مایع‌ها بر کف ظرف وارد می‌شود، چند نیوتون است؟ (چگالی روغن و آب به ترتیب $0.8 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}$ و $1 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}$ است و $g = 10 \frac{\text{N}}{\text{kg}}$) (سراسری تجربی ۹۴ خارج)



- ۷ (۴) ۶ (۳) ۶/۶ (۲) ۵/۴ (۱)

پاسخ: گزینه ۴

ابتدا فشار مایع‌ها را به دست می‌آوریم:

$$P_{\text{مایع‌ها}} = (\rho g h)_{\text{آب}} + (\rho g h)_{\text{روغن}} = (1 \times 10 \times 10^{-1}) + (0.8 \times 10 \times 5 \times 10^{-2}) = 1400 \text{ Pa}$$

بنابراین بزرگی نیرویی که از طرف مایع‌ها بر کف ظرف وارد می‌شود، برابر است با:

$$F = P_{\text{مایع‌ها}} \times A_{\text{کف}} = 14 \times 10^2 \times 50 \times 10^{-4} = 7 \text{ N}$$

پاسخ تشریحی:

بزرگی نیروی ته ظرف به سطح زیرش معادل مجموع وزن مایع و ظرف هست، پس داریم:

$$F_{\text{ته ظرف}} = mg_{\text{ظرف}} + mg_{\text{مایع}} \rightarrow 3/44 = 0.2 \times 10 + m_{\text{مایع}} \times 10 \Rightarrow m_{\text{مایع}} \times 10 = 1/44 \text{ N}$$

$$\rightarrow m_{\text{مایع}} = 0.144 \text{ kg} = 144 \text{ g}$$

حجم مایع برابر است با:

$$V_{\text{مایع}} = \frac{m_{\text{مایع}}}{\rho_{\text{مایع}}} = \frac{144}{0.6} = 240 \text{ cm}^3$$

حجم قسمت پهن ظرف برابر است با:

$$V_{\text{ظرف}} = A_{\text{ظرف}} h_{\text{ظرف}} = 10 \times 20 = 200 \text{ cm}^3$$

پس به اندازه $40 \text{ cm}^3 = 240 - 200$ از مایع وارد قسمت باریک ظرف می‌شود و ارتفاع آن به این صورت به دست می‌آید:

$$V_{\text{ب}} = A_{\text{ب}} h_{\text{ب}} \rightarrow 40 = 2 h_{\text{ب}} \rightarrow h_{\text{ب}} = 20 \text{ cm}$$

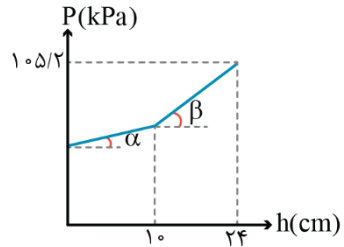
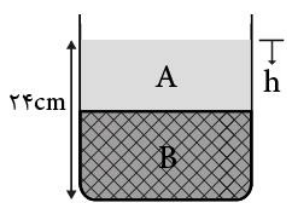
$$h_{\text{کل مایع}} = 20 + 20 = 40 \text{ cm}$$

$$F_{\text{مایع به کف}} = P_{\text{مایع}} A_{\text{ب}} = \rho g h A_{\text{ب}} = 6 \times 10^2 \times 10 \times 4 \times 10^{-1} \times 10^{-3} = 2/4 \text{ N}$$

گروه آموزشی ماز

۳۹- در ظرف زیر، نمودار تغییرات فشار بر حسب عمق از سطح آزاد مایع مطابق شکل است. اگر فشار هوای محیط ۱ bar باشد، وزن هر لیتر مایع A چند

نیوتون است؟ ($\tan \beta = 3 \tan \alpha$ و $g = 10 \frac{\text{N}}{\text{kg}}$)



- ۱۰ (۱)
۳۰ (۲)
۳ (۳)
۱ (۴)

پاسخ: گزینه ۱ (متوسط - نموداری - ۱۰۰۲)

پاسخ سریعی!

گام اول:

شیب نمودار فشار بر حسب عمق متناسب با چگالی مایع است، پس چون شیب قسمت دوم نمودار، ۳ برابر قسمت اول است، می توان نتیجه گرفت که چگالی مایع B، ۳ برابر چگالی مایع A است. فشار در کف طرف برابر ۱۰۵/۲ kPa است، بنابراین:

$$P = P_0 + \rho_A g h_A + \rho_B g h_B \Rightarrow 105/2 \times 10^3 = 10^5 + \rho_A \times 10 \times \frac{10}{100} + 3\rho_A \times 10 \times \frac{14}{100}$$

$$\Rightarrow 5200 = \rho_A + 4/2\rho_A \Rightarrow \rho_A = 1000 \frac{kg}{m^3}$$

گام آخر:

جرم و وزن هر لیتر مایع A برابر است با:

$$m = \rho_A V = 1000 \times 10^{-3} = 1kg \Rightarrow W = mg = 1 \times 10 = 10N$$

گروه آموزشی ماز

۴۰- فشار کل در عمق های ۸ متری و ۱۲ متری یک مایع به ترتیب ۷۰ و ۷۵ سانتی متر جیوه است. فشار هوای محیط چند کیلوپاسکال است؟

$$(g = 10 \frac{m}{s^2}, \rho_{\text{جیوه}} = 13/5 \frac{g}{cm^3})$$

۸۱ (۴)

۸۴ (۳)

۶۸ (۲)

۷۸ (۱)

پاسخ: گزینه ۴ (متوسط - محاسباتی - ۱۰۰۲)

پاسخ سریعی!

$$P_1 = \rho g h_1 + P_0 \rightarrow 13500 \times 10 \times 0.7 = \rho \times 10 \times 8 + P_0 \quad (1)$$

$$P_2 = \rho g h_2 + P_0 \rightarrow 13500 \times 10 \times 0.75 = \rho \times 10 \times 12 + P_0 \quad (2)$$

با کم کردن رابطه (۱) از (۲) داریم:

$$13500 \times 10 \times 0.05 = \rho \times 10 \times 4 \rightarrow \rho = \frac{675}{4} \frac{kg}{m^3}$$

با جایگذاری ρ در رابطه (۱)، فشار هوا به دست می آید.

$$13500 \times 10 \times 0.7 = \frac{675}{4} \times 10 \times 8 + P_0 \rightarrow 94500 = 13500 + P_0$$

$$\rightarrow P_0 = 81000 Pa = 81 kPa$$

گروه آموزشی ماز

۴۱- فشار گاز درون مخزن شکل زیر، برابر با ۷۰ cmHg است. اگر مخزن گاز را از مانومتر جدا کرده، ورودی مخزن را بسته و سپس شاخه B از لوله شکل

(ب) را به این مخزن متصل کنیم و مجدداً ورودی مخزن را باز نماییم، فشار گاز درون مخزن به دلیل خروج بخشی از گاز به ۶۰ cmHg خواهد رسید. اگر

سطح مقطع شاخه A، دو برابر سطح مقطع شاخه B باشد، جیوه در شاخه B نسبت به حالت اولیه خود چند سانتی متر بالاتر خواهد رفت؟

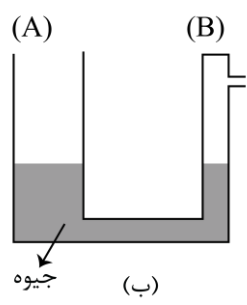
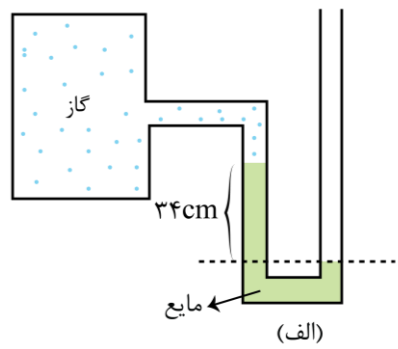
$$(\rho_{\text{جیوه}} = 13/6 \frac{g}{cm^3}, \rho_{\text{مایع}} = 2 \frac{g}{cm^3})$$

۱۰ (۱)

۷/۵ (۲)

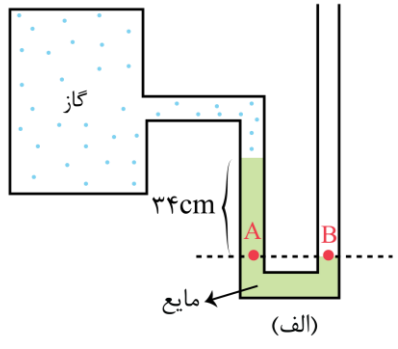
۵ (۳)

۲/۵ (۴)



پاسخ: گزینه ۱ (سخت - محاسباتی - ۱۰۰۲)

پاسخ سریعی



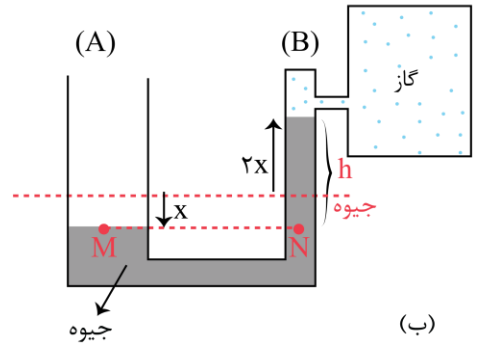
در شکل (الف) با برابر قرار دادن فشار در نقاط A و B داریم:

$$P_A = P_B \rightarrow P_{\text{گاز}} + P_{\text{مایع}} = P \quad (*)$$

ابتدا فشار مایع را بر حسب سانتی متر جیوه به دست می آوریم:

$$\rho_{\text{مایع}} h_{\text{مایع}} = \rho_{\text{جیوه}} h_{\text{جیوه}} \rightarrow 2 \times 34 = 13/6 h_{\text{جیوه}} \rightarrow h_{\text{جیوه}} = 5 \text{ cm} \rightarrow P_{\text{مایع}} = 5 \text{ cmHg}$$

$$(*) \rightarrow 70 \text{ cmHg} + 5 \text{ cmHg} = P \rightarrow P = 75 \text{ cmHg}$$



در شکل مقابل، مخزن گاز را به لوله U شکل متصل کرده ایم. از آنجاکه سطح مقطع شاخه A، دو برابر سطح مقطع شاخه B است، اگر جیوه در شاخه A به اندازه x پایین رفته باشد، در شاخه B به اندازه 2x بالا خواهد رفت. اکنون می توان چنین نوشت:

$$P_M = P_N \rightarrow P = P_{\text{گاز}} + P_{\text{جیوه}} \\ \rightarrow 75 \text{ cmHg} = 60 \text{ cmHg} + P_{\text{جیوه}} \rightarrow P_{\text{جیوه}} = 15 \text{ cmHg}$$

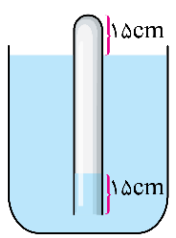
از آنجاکه ماده درون لوله جیوه است؛ بنابراین:

$$h_{\text{جیوه}} = 15 \text{ cm} \\ 2x = 15 \rightarrow x = 7.5 \text{ cm}$$

ارتفاع جیوه بالا رفته در شاخه B نسبت به حالت اولیه خود برابر با $2x = 15 \text{ cm}$ خواهد شد.

گروه آموزشی ماز

۴۲- لوله ای به طول ۹۰ cm را مطابق شکل زیر درون آب فرو می بریم. اگر مجموعه در حال تعادل باشد، فشار گاز محبوس درون لوله تقریباً چند سانتی متر جیوه است؟ ($P_0 = 10^5 \text{ Pa}$, $g = 10 \frac{\text{N}}{\text{kg}}$, $\rho_{\text{آب}} = 1 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}$, $\rho_{\text{جیوه}} = 13/6 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}$)



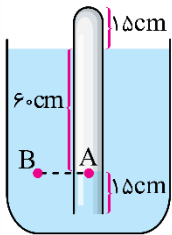
- ۸۲ (۱)
- ۸۰ (۲)
- ۷۸ (۳)
- ۷۶ (۴)

پاسخ: گزینه ۳ (متوسط - محاسباتی - ۱۰۰۲)

نکته:

اگر لوله ای را داخل ظرف مایعی فرو ببریم و داخل لوله هوا محبوس شود، برای محاسبه فشار هوای محبوس می توان از قانون برابری فشار در نقاط هم تراز کمک گرفت.

طبق نکته فوق می توان نوشت:



$$P_A = P_B$$

$$\rightarrow P_{\text{گاز محبوس}} = P + \rho gh$$

$$\rightarrow P_{\text{گاز محبوس}} = 10^5 + (10^3 \times 10 \times 0.6)$$

$$\rightarrow P_{\text{گاز محبوس}} = 106000 \text{ Pa} = 106 \text{ kPa}$$

در ادامه باید فشار را بر حسب سانتی متر جیوه محاسبه کنیم:

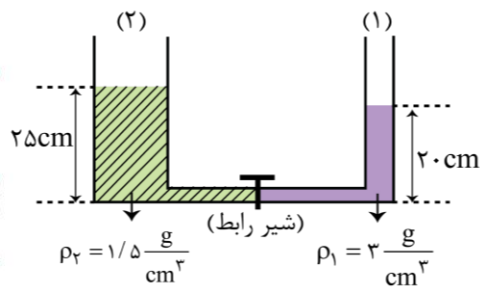
$$P_{\text{گاز محبوس}} = \rho_{\text{جیوه}} gh_{\text{جیوه}} \Rightarrow 106000 = 13600 \times 10 \times h_{\text{جیوه}}$$

$$\Rightarrow h_{\text{جیوه}} = \frac{106}{136} \approx 0.78 \text{ m} = 78 \text{ cm}$$

بنابراین فشار گاز محبوس تقریباً 78 cmHg است.

گروه آموزشی ماز

۴۳- در شکل زیر، قطر قاعده لوله (۲)، دو برابر قطر قاعده لوله (۱) است و دو مایع به وسیله شیر رابط در تعادل قرار دارند. اگر شیر رابط را باز کنیم، ارتفاع مایع در لوله (۱) چند سانتی متر می شود؟ (حجم لوله رابط افقی بین دو لوله ناچیز است.)



۶ (۱)

۶/۲۵ (۲)

۱۳/۷۵ (۳)

۱۴ (۴)

(متوسط - محاسباتی - ۱۰۰۲)

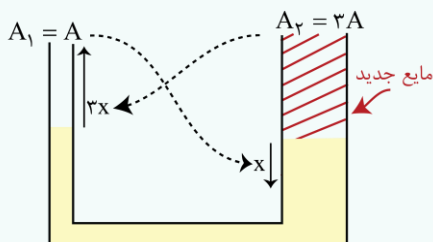
پاسخ: گزینه ۴

اضافه کردن مایع در لوله لاشکل

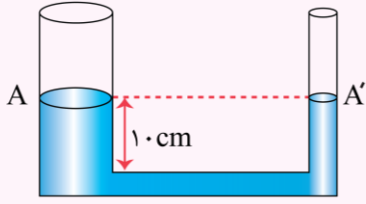
اگر در یکی از شاخه های یک لوله لاشکل مقداری از یک مایع اضافه کنیم، مایع زیرین در آن شاخه مقداری پایین تر رفته و در شاخه مقابل مقداری به بالا جابه جا خواهد شد. در این شرایط در حالت کلی، حجمی از مایع زیرین که در یک شاخه به پایین جابه جا می شود با حجمی از آن که در شاخه مقابل به بالا جابه جا می شود، برابر است. اکنون دو حالت می توان در نظر گرفت:

۱- اگر سطح مقطع دو شاخه برابر باشد، ارتفاع مایع جابه جاشده در دو شاخه نیز برابر خواهد شد؛ بنابراین در این شرایط اگر مایع زیرین در یک شاخه به عنوان مثال ۵ cm به پایین حرکت کند، در شاخه مقابل ۵ cm به بالا خواهد رفت.

۲- اگر سطح مقطع دو شاخه برابر نباشد، ارتفاع مایع جابه جاشده در دو شاخه نیز برابر نخواهد بود. در این حالت با توجه به ثابت بودن حجم مایع جابه جاشده می توان نشان داد که ارتفاع مایع جابه جاشده به نسبت معکوس سطح مقطعها خواهد بود. به مثال زیر دقت کنید:



مثال:

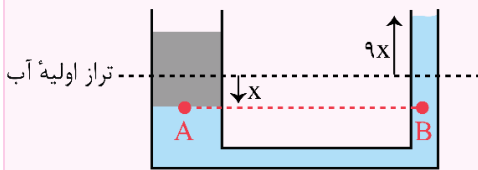


در یک لوله U شکل تا سطح AA' آب وجود دارد و قطر قاعده یکی از شاخه‌ها ۳ برابر قطر قاعده شاخه دیگر است. اگر در لوله سمت چپ تا ارتفاع ۵ سانتی‌متر نفت اضافه کنیم، آب در لوله باریک چند سانتی‌متر نسبت به حالت اول بالا می‌رود؟ ($\rho_{\text{نفت}} = 0.8 \frac{g}{cm^3}$, $g = 10 \frac{m}{s^2}$, $\rho_{\text{آب}} = 1 \frac{g}{cm^3}$)

(۱) ۱/۲ (۲) ۳/۶ (۳) ۰/۴ (۴) ۵

پاسخ: گزینه ۲

طبق رابطه $A = \pi d^2 / 4$ چون قطر قاعده شاخه سمت چپ، ۳ برابر قطر قاعده شاخه سمت راست است، پس مساحت شاخه سمت چپ، ۹ برابر مساحت شاخه سمت راست بوده و با ریختن نفت در شاخه سمت چپ اگر آب در این شاخه به اندازه x پایین رود، آب در شاخه مقابل ۹x بالا خواهد رفت. با توجه به نقاط هم‌تراز A و B داریم:

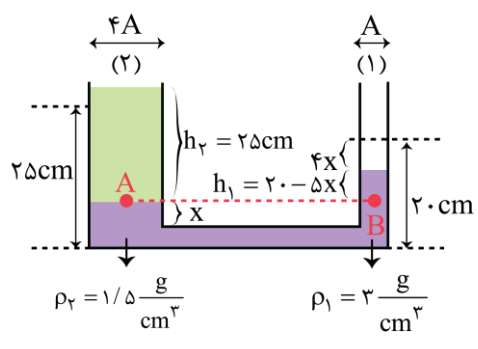


$$P_A = P_B \rightarrow P + \rho_{\text{نفت}}gh_{\text{نفت}} = P + \rho_{\text{آب}}gh_{\text{آب}}$$

$$\rightarrow \rho_{\text{نفت}}h_{\text{نفت}} = \rho_{\text{آب}}h_{\text{آب}} \rightarrow 0.8 \times 5 = 1 \times 10x \rightarrow x = 0.4 \text{ cm}$$

پس آب در شاخه سمت راست به اندازه $9 \times 0.4 = 3.6 \text{ cm}$ بالا خواهد رفت.

پاسخ تشریحی:



چون قطر لوله (۲) دو برابر قطر لوله (۱) است، پس سطح مقطع لوله (۲) چهار برابر سطح مقطع لوله (۱) است. با باز شدن شیر رابط، مایع ρ_1 پایین آمده و مایع ρ_2 به بالا رانده می‌شود. با توجه به ارتباط بین سطح مقطع لوله‌ها، اگر مایع ρ_2 به اندازه x بالا رود، مایع ρ_1 به اندازه ۴x پایین خواهد آمد. پس شکل تعادلی ظرف پس از باز شدن شیر رابط به صورت روبرو خواهد بود. اکنون می‌توان نوشت:

$$P_A = P_B \rightarrow P + \rho_2gh_2 = P + \rho_1gh_1 \rightarrow \rho_2h_2 = \rho_1h_1$$

$$\rightarrow 1/5 \times 25 = 3 \times (20 - 5x)$$

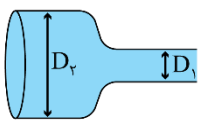
$$\rightarrow 20 - 5x = 12/5 \rightarrow x = 1/5 \text{ cm}$$

ارتفاع مایع ρ_1 در لوله (۱) (مطابق شکل) برابر است با:

$$20 - 4x = 20 - 4 \times 1/5 = 14 \text{ cm}$$

گروه آموزشی ماز

۴۴- آب با تندی $12 \frac{m}{s}$ وارد لوله روبرو شده و با تندی $\frac{4}{3} \frac{m}{s}$ خارج می‌شود. جهت جریان آب در لوله به چه صورت است و نسبت قطر قسمت پهن‌تر به قسمت باریک‌تر لوله چند است؟



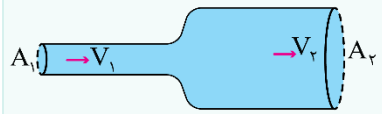
- (۱) ← ۹
- (۲) → ۳
- (۳) → ۹
- (۴) ← ۳

پاسخ: گزینه ۴

(متوسط - مفهومی و محاسباتی - ۱۰۰۲)

اصل پیوستگی

فرض کنید درون یک لوله، جریانی پایا از آب وجود دارد. نکات زیر را در مورد این جریان به‌خاطر بسپارید.



۱- آهنگ حجمی جریان آب در لوله همواره ثابت است.

ثابت Av : آهنگ حجمی جریان

$$\rightarrow A_1v_1 = A_2v_2$$

۲- مطابق رابطه فوق، تندی حرکت آب در لوله با سطح مقطع لوله رابطه عکس دارد؛ بنابراین در شکل بالا $v_1 > v_2$ است.

از معادله پیوستگی می‌دانیم که هرچه سطح مقطع بیشتر شود، تندی شاره کاهش می‌یابد. پس آب از سطح مقطع کوچک‌تر (تندی بیشتر) وارد شده و از سطح مقطع بزرگ‌تر (تندی کمتر) خارج می‌شود پس جهت جریان آب ← (از راست به چپ) است. معادله پیوستگی را می‌نویسیم:

$$A_1 v_1 = A_2 v_2 \xrightarrow{A = \pi \frac{D^2}{4}} \pi \frac{D_1^2}{4} \times 12 = \pi \times \frac{D_2^2}{4} \times 4$$

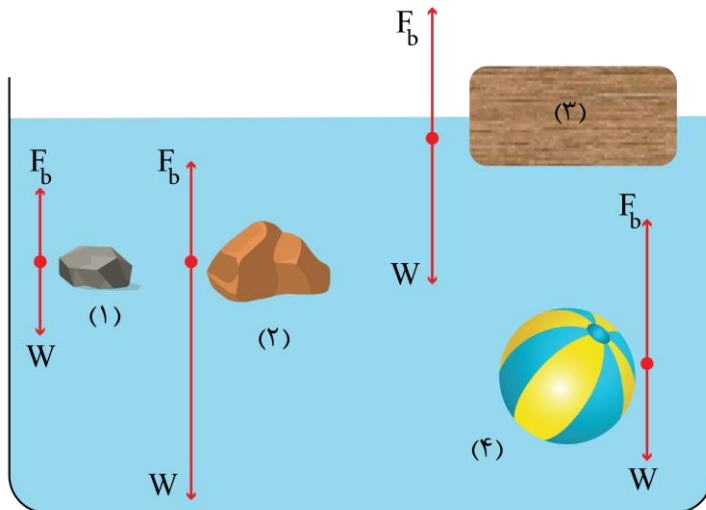
D قطر است

نسبت قطر سطح مقطع پهن‌تر به قطر سطح مقطع قسمت باریک‌تر، یعنی $\frac{D_2}{D_1}$ برابر است با:

$$\frac{D_2^2}{D_1^2} = 9 \rightarrow \frac{D_2}{D_1} = 3$$

گروه آموزشی ماز

۴۵- در شکل زیر، نیروی شناوری F_b و نیروی وزن W وارد بر ۴ جسم نشان داده شده است. در رابطه با این شکل، چه تعداد از عبارتهای زیر نادرست است؟



الف: جسم‌های (۱) و (۴) در حالت غوطه‌وری قرار می‌گیرند.
ب: در جسم‌های (۱) و (۳) نیروی شناوری وارد شده بر جسم با نیروی وزن آن‌ها برابر بوده و نیروی خالص وارد شده بر آن‌ها برابر صفر است.

پ: چگالی جسم (۲) بیش‌تر از چگالی مایع درون ظرف است.

- ۱) صفر
- ۲) ۱
- ۳) ۲
- ۴) ۳

(آسان - مفهومی - ۱۰۰۲)

پاسخ: گزینه ۲

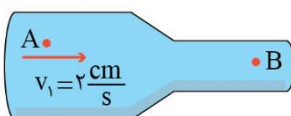
الف: در شکل نشان داده شده، جسم (۳) در حالت شناوری، جسم (۱) در حالت غوطه‌وری، جسم (۴) در حالت بالا آمدن و جسم (۲) در حالت فرورفتن قرار می‌گیرد. (۴)

ب: جسم‌های (۱) و (۳) در حالت تعادل قرار می‌گیرند؛ بنابراین بر این دو نیروهای وارد بر آن‌ها صفر است. (۷)

پ: جسم (۲) در حالت فرورفتن قرار می‌گیرد و در نتیجه چگالی جسم از چگالی مایع بیش‌تر است. (۷)

گروه آموزشی ماز

۴۶- مطابق شکل، درون لوله، آب به صورت پایا و لایه‌ای جریان دارد. در مدتی که یک قطره یک گرمی آب از نقطه A تا B جابه‌جا می‌شود، تغییرات انرژی جنبشی آن چند ژول است؟ (قطر مقطع لوله در قسمت‌های A و B آن به ترتیب ۳ cm و ۱ cm است.)



- ۱) $3/2 \times 10^{-5}$
- ۲) $1/6 \times 10^{-5}$
- ۳) $-3/2 \times 10^{-5}$
- ۴) $-1/6 \times 10^{-5}$

(متوسط - محاسباتی - ۱۰۰۲)

پاسخ: گزینه ۲

نکته:

مطابق اصل پیوستگی، هنگام حرکت پایا و لابه‌ای آب در لوله، تندی حرکت آب با سطح مقطع لوله رابطه عکس دارد.

$$A_1 v_1 = A_2 v_2 \Rightarrow \frac{v_2}{v_1} = \frac{A_1}{A_2}$$

پاسخ تشریحی:

گام اول:

تندی آب در نقطه B برابر است با:

$$A_A v_A = A_B v_B \Rightarrow \pi D_A^2 v_A = \pi D_B^2 v_B$$

$$\Rightarrow 3^2 \times 2 = 1^2 \times v_B \Rightarrow v_B = 18 \frac{\text{cm}}{\text{s}}$$

گام آخر:

تغییرات انرژی جنبشی قطره برابر است با:

$$\Delta K = \frac{1}{2} m (v_2^2 - v_1^2) = \frac{1}{2} \times 10^{-3} [(0.18)^2 - (0.02)^2] = 1.6 \times 10^{-5} \text{ J}$$

گروه آموزشی ماز

۴۷ - دلیل رخداد کدام یک از پدیده‌های زیر با اصل برنولی توجیه نمی‌شود؟

الف: پف کردن پوشش برزنتی روی کامیون زمانی که کامیون حرکت می‌کند.

ب: افزایش تندی جریان آب با کاهش سطح مقطع لوله.

پ: بالاتر بودن ارتفاع موج دریا از ارتفاع میانگین، در روزهایی که باد می‌وزد.

(۱) فقط «الف»

(۲) فقط «ب»

(۳) فقط «پ»

(۴) هر سه پدیده به وسیله اصل برنولی توجیه می‌شوند.

(آسان - مفهومی / خطبه‌خط کتاب درسی - ۱۰۰۲)

پاسخ: گزینه ۲

اصل برنولی

بنابر اصل برنولی، در مسیر حرکت شاره، با افزایش تندی، فشار شاره دچار کاهش می‌شود.

پاسخ تشریحی:

بررسی موارد:

الف: وقتی کامیون حرکت می‌کند، تندی جریان هوا در بالای پوشش برزنتی افزایش و طبق اصل برنولی، فشار در این ناحیه کاهش می‌یابد، در نتیجه فشار

قسمت درونی پوشش برزنتی بیش‌تر از فشار بیرون شده و سبب می‌شود که پوشش برزنتی پف کند. (*)

ب: طبق معادله پیوستگی حاصل ضرب $A \times v$ در قسمت‌های مختلف یک لوله مساوی است؛ بنابراین با کاهش سطح مقطع هر قسمت، تندی شاره در آن

قسمت افزایش می‌یابد. این موضوع به کمک معادله پیوستگی توجیه می‌شود و ارتباطی به اصل برنولی ندارد. (✓)

پ: زمانی که باد می‌وزد، تندی جریان هوای بالای آب افزایش و طبق اصل برنولی فشار هوا بر روی آب کاهش می‌یابد، در نتیجه ارتفاع موج‌ها بیش‌تر از ارتفاع

میانگین خواهد بود. (*)

طبق توضیحات بیان شده، عبارت «ب» به کمک اصل برنولی توجیه نمی‌شود.

گروه آموزشی ماز

پایه یازدهم

۴۸- دو صفحه فلزی مربعی شکل به ضلع ۵۰cm را در فاصله ۱mm از هم قرار می دهیم تا یک خازن تخت ساخته شود و سپس خازن را شارژ می کنیم. اگر تعداد $۲/۵ \times 10^{11}$ الکترون را از صفحه منفی خازن به صفحه مثبت آن منتقل کنیم، میدان الکتریکی درون آن بدون تغییر اندازه، تغییر جهت می دهد.

انرژی اولیه ذخیره شده در خازن چند نانوذول بوده است؟ $(e = 1/6 \times 10^{-19} C, \epsilon_0 = 9 \times 10^{-12} \frac{F}{m})$

- ۱) $\frac{۸۰}{۹}$
- ۲) $\frac{۸۰}{۳}$
- ۳) $\frac{۱۶۰}{۹}$
- ۴) $\frac{۱۶۰}{۳}$

پاسخ: گزینه ۱

(سخت - مفهومی و محاسباتی - ۱۱۰)

یادآوری:

۱- رابطه اصلی خازن:

$$q = CV$$

۲- بزرگی میدان الکتریکی بین صفحات خازن:

$$E = \frac{V}{d} = \frac{q}{\kappa \epsilon_0 A}$$

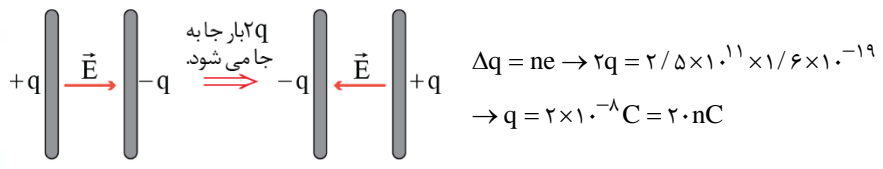
۳- انرژی ذخیره شده در خازن:

$$U = \frac{1}{2} CV^2 = \frac{1}{2} \frac{q^2}{C} = \frac{1}{2} qV$$

پاسخ تشریحی:

گام اول:

فرض کنید در ابتدا بار صفحه مثبت برابر $+q$ و بار صفحه منفی برابر $-q$ بوده است. با جابه جایی الکترون بین صفحه های خازن، اندازه میدان ثابت مانده ولی جهت آن برعکس شده است، یعنی بار صفحه مثبت اولیه به $-q$ تبدیل شده و بار صفحه منفی اولیه به $+q$ تبدیل شده است، بنابراین $2q$ بار بین دو صفحه جابه جا شده است.



گام دوم:

برای محاسبه ظرفیت خازن می توان نوشت:

$$C = \kappa \epsilon_0 \frac{A}{d} \rightarrow C = 1 \times 9 \times 10^{-12} \times \frac{(0/5)^2}{0/1 \times 10^{-3}} = 2/25 \times 10^{-8} F = 22/5 nF$$

گام آخر:

انرژی ذخیره شده در خازن در حالت اولیه برابر است با:

$$U = \frac{1}{2} \frac{q^2}{C} = \frac{1}{2} \times \frac{(20)^2}{22/5} = \frac{80}{9} nJ$$

گروه آموزشی ماز

۴۹- اگر اختلاف پتانسیل الکتریکی بین دو صفحه یک خازن، ۴ ولت تغییر کند، تعداد الکترون های هر صفحه، ۵×10^{12} تا تغییر می کند. ظرفیت این خازن

چند میکرو فاراد است؟ $(e = 1/6 \times 10^{-19} C)$

- ۱) ۰/۲
- ۲) ۲
- ۳) ۰/۸
- ۴) ۸

(متوسط - محاسباتی - ۱۱۰۱)

پاسخ: گزینه ۱

نکته:

اگر بار یک خازن به اندازه Δq و ولتاژ آن به اندازه ΔV تغییر کند، ظرفیت خازن برابر با:

$$C = \frac{\Delta q}{\Delta V}$$

پاسخ تشریحی:

محاسبه تغییرات بار الکتریکی:

$$\Delta q = ne = 5 \times 10^{12} \times 1.6 \times 10^{-19} = 8 \times 10^{-7} C = 0.8 \mu C$$

محاسبه ظرفیت خازن:

$$C = \frac{\Delta q}{\Delta V} = \frac{0.8}{4} = 0.2 \mu F$$

گروه آموزشی ماز

۵۰- یک خازن تخت را با یک باتری ۱۲ ولتی شارژ می‌کنیم و در همان حالت، فاصله صفحه‌های آن را ۵۰ درصد افزایش می‌دهیم. اگر بزرگی میدان الکتریکی

بین صفحه‌های خازن $\frac{N}{C}$ تغییر کند، فاصله صفحه‌های خازن در حالت اولیه چند میلی‌متر بوده است؟

۴ (۴)

۳ (۳)

۲ (۲)

۱ (۱)

(متوسط - محاسباتی - ۱۱۰۱)

پاسخ: گزینه ۲

نکته:

اگر خازنی به باتری متصل باشد، با تغییر ظرفیت خازن، ولتاژ دو سر خازن ثابت می‌ماند و برای مقایسه میدان الکتریکی یکنواخت بین صفحات خازن، می‌توان نوشت:

$$E = \frac{V}{d} \xrightarrow{V \text{ ثابت}} \frac{E_2}{E_1} = \frac{d_1}{d_2}$$

پاسخ تشریحی:

چون خازن به باتری وصل بوده، ولتاژ آن ثابت است و برای مقایسه میدان الکتریکی می‌توان نوشت:

$$E = \frac{V}{d} \xrightarrow{\text{ثابت}} \frac{E_2}{E_1} = \frac{d_1}{d_2} = \frac{d_1}{1.5 \cdot d_1} = \frac{2}{3}$$

$$\frac{E_2 = E_1 - 2000 \frac{V}{m}}{E_1} = \frac{2}{3} \Rightarrow E_1 = 6000 \frac{V}{m}$$

بنابراین فاصله اولیه برابر بوده است با:

$$E_1 = \frac{V}{d_1} \Rightarrow 6000 = \frac{12}{d_1} \Rightarrow d_1 = 0.002 m = 2 mm$$

گروه آموزشی ماز

۵۱- نمودار تغییرات بار الکتریکی بر حسب اختلاف پتانسیل دو سر خازن فلش یک دوربین مطابق شکل است. این خازن را با اختلاف پتانسیل ۲۰۰ V شارژ

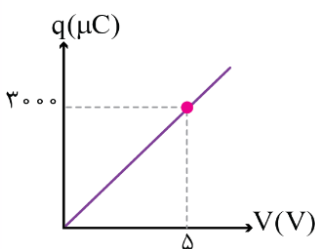
می‌کنیم. اگر این خازن در مدت ۰/۵ میلی‌ثانیه تخلیه شود، توان خروجی فلش چند وات است؟

۱۲۰۰۰ (۱)

۱۶۰۰۰ (۲)

۲۴۰۰۰ (۳)

۴۸۰۰۰ (۴)



(متوسط - نموداری - ۱۱۰۱)

پاسخ: گزینه ۳

پاسخ تشریحی:

گام اول:

محاسبه ظرفیت خازن با کمک نمودار:

$$C = \frac{q}{V} = \frac{۳۰۰۰}{۵} = ۶۰۰ \mu F$$

گام دوم:

محاسبه انرژی خازن:

$$U = \frac{1}{2} CV^2 \rightarrow U = \frac{1}{2} \times ۶۰۰ \times ۱۰^{-۶} \times ۲۰۰^2 = ۱۲ J$$

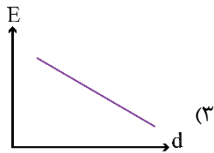
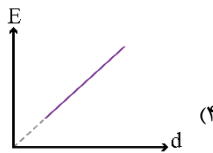
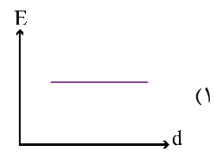
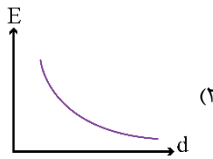
گام آخر:

محاسبه توان خروجی:

$$P = \frac{U}{t} \rightarrow P = \frac{۱۲}{.۵ \times ۱۰^{-۳}} = ۲۴۰۰۰ W$$

گروه آموزشی ماز

۵۲- خازن تختی را توسط یک باتری شارژ می‌کنیم و سپس آن را از باتری جدا می‌کنیم. در این شرایط به تدریج فاصله بین صفحه‌های خازن را افزایش می‌دهیم. نمودار تغییرات میدان الکتریکی بین صفحه‌های خازن بر حسب فاصله صفحه‌ها در کدام گزینه به درستی رسم شده است؟



(متوسط - نموداری - ۱۱۰۱)

پاسخ: گزینه ۱

برای محاسبه میدان الکتریکی خازن می‌توان از روابط زیر استفاده کرد

۱- اگر اختلاف پتانسیل و فاصله صفحه‌ها را بدانیم:

$$E = \frac{V}{d}$$

۲- اگر بار الکتریکی خازن و مساحت صفحه‌ها را بدانیم:

$$E = \frac{V}{d} = \frac{q}{Cd} = \frac{q}{\kappa \epsilon_0 \frac{A}{d} \times d} \rightarrow E = \frac{q}{\kappa \epsilon_0 A}$$

پاسخ تشریحی:

خازن از باتری جدا شده است، بنابراین بار آن ثابت می‌ماند. از طرفی طبق نکته فوق، میدان الکتریکی خازن از رابطه $E = \frac{q}{\kappa \epsilon_0 A}$ به دست می‌آید که در شرایطی

که بار خازن ثابت باشد، مستقل از فاصله بین صفحه‌هاست و در نتیجه میدان الکتریکی با تغییر فاصله صفحه‌ها، تغییر نخواهد کرد و گزینه (۱) صحیح است.

گروه آموزشی ماز

۵۳- چه تعداد از عبارات‌های زیر صحیح است؟

الف: اگر اختلاف پتانسیل دو سر یک سیم فلزی صفر باشد، شارش بار خالصی از هر مقطع سیم نخواهیم داشت.

ب: در سیم فلزی که اختلاف پتانسیل دو سر آن صفر است، الکترون‌ها با تندی از مرتبه $10^{-6} \frac{mm}{s}$ در جهت کاتوره‌ای حرکت می‌کنند.

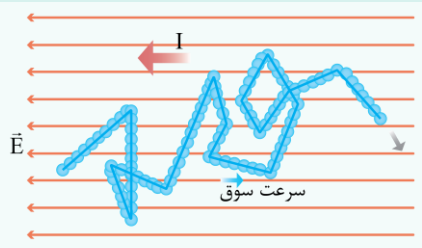
پ: اگر دو سر یک سیم فلزی را به یک باتری وصل کنیم، در آن میدان الکتریکی به وجود می‌آید که باعث ایجاد جریان الکتریکی در خلاف جهت میدان می‌شود.

ت: هر آمپر-ساعت معادل $3/6 \times 10^5$ کولن است.

- ۱ (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴)

پاسخ: گزینه ۱ (آسان - مفهومی / خطبه‌خط کتاب درسی - ۱۱۰۲)

جریان الکتریکی



شکل مقابل حرکت الکترون‌ها را درون یک رسانای فلزی در حضور میدان الکتریکی نشان می‌دهد.

در مورد این شکل به نکات زیر توجه کنید:

- ۱- در غیاب میدان الکتریکی، الکترون‌ها به صورت کاتوره‌ای و تصادفی در همه جهت‌ها حرکت می‌کنند و بار الکتریکی به طور خالص منتقل نمی‌شود؛ بنابراین جریان الکتریکی درون رسانا ایجاد نمی‌شود.
- ۲- در حضور میدان الکتریکی، الکترون‌ها با سرعتی متوسط موسوم به سرعت سوق در خلاف جهت میدان الکتریکی حرکت می‌کنند. علت این حرکت آن است که میدان الکتریکی نیرویی در خلاف جهت میدان به الکترون‌ها وارد می‌کند.
- ۳- به دلیل حرکت الکترون‌ها با سرعت سوق در خلاف جهت میدان، بار الکتریکی منفی به طور خالص در خلاف جهت میدان الکتریکی به حرکت درمی‌آید؛ بنابراین جریان الکتریکی در جهت میدان الکتریکی در رسانا ایجاد می‌شود. دقت کنید که طبق قرارداد، جهت جریان الکتریکی هم‌جهت با حرکت بارهای مثبت یا به عبارت دیگر در خلاف جهت حرکت بارهای منفی است.
- ۴- میدان الکتریکی و جریان الکتریکی هم‌جهت هستند، درحالی‌که جهت سرعت سوق الکترون‌ها در خلاف جهت آنهاست.
- ۵- سرعت سوق الکترون‌ها بسیار کم و از مرتبه $10^{-4} \frac{m}{s}$ است، در صورتی‌که سرعت حرکت کاتوره‌ای آن‌ها بسیار زیاد و از مرتبه $10^6 \frac{m}{s}$ است.

پاسخ تشریحی:

بررسی سایر موارد:

الف: اگر اختلاف پتانسیل دو سر یک سیم صفر باشد، جریانی در آن به وجود نمی‌آید. (✓)

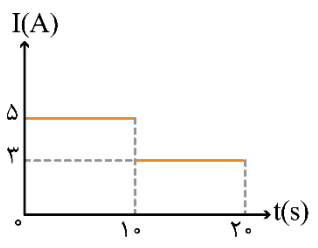
ب: سرعت حرکت کاتوره‌ای الکترون‌ها بسیار زیاد و از مرتبه $10^6 \frac{m}{s}$ است. (*)

پ: جریان الکتریکی در جهت میدان الکتریکی ایجاد می‌شود. (*)

ت: هر آمپر-ساعت معادل $3600 C$ است. (*)

گروه آموزشی ماز

۵۴- نمودار جریان الکتریکی برحسب زمان در یک مدار الکتریکی به صورت شکل زیر است. در مدت $20s$ چه تعداد الکترون از هر مقطع عرضی این مدار می‌گذرد؟ ($e = 1/6 \times 10^{-19} C$)



می‌گذرد؟ ($e = 1/6 \times 10^{-19} C$)

- ۱) $37/5 \times 10^{19}$
- ۲) $18/75 \times 10^{19}$
- ۳) 50×10^{19}
- ۴) $68/75 \times 10^{19}$

پاسخ: گزینه ۳ (آسان - نموداری - ۱۱۰۲)

آهنگ شارش بار الکتریکی

۱- آهنگ شارش بار الکتریکی در یک سیم معادل با جریان الکتریکی گذرنده از آن سیم است.

$$I_{av} = \frac{\Delta q}{\Delta t}$$

- Δq : بار الکتریکی شارش شده با یکای کولن
- Δt : مدت زمان عبور بار با یکای ثانیه
- I_{av} : جریان الکتریکی متوسط با یکای آمپر

۲- یکای جریان الکتریکی برابر آمپر (A) است که معادل با $\frac{\text{کولن}}{\text{ثانیه}}$ می باشد. دقت کنید که آمپر یکی از هفت یکای اصلی SI می باشد.

۳- طبق رابطه $\Delta q = I_{av} \Delta t$ ، علاوه بر کولن، می توان یکای (آمپر.ساعت) را هم برای بار الکتریکی استفاده کرد. هر (آمپر.ساعت) معادل با ۳۶۰۰ کولن است.

۴- در سؤالاتی که تعداد الکترون های عبوری از مقطع رسانا را در مدت زمان Δt می خواهیم، می توان به صورت زیر عمل کرد:

$$\begin{cases} I_{av} = \frac{\Delta q}{\Delta t} \\ \Delta q = ne \end{cases} \rightarrow I_{av} = \frac{ne}{\Delta t} \rightarrow n = \frac{I_{av} \Delta t}{e}$$

پاسخ تشریحی

می دانیم مساحت محصور نمودار $I-t$ با محور زمان برابر با بار خالص عبوری از مقطع سیم است، بنابراین داریم:

$$S_1 = I_1 \Delta t_1, \quad S_2 = I_2 \Delta t_2$$

$$q = S_1 + S_2 = (5 \times 10) + (3 \times 10) = 50 + 30 = 80 \text{ C}$$

$$q = ne \Rightarrow n = \frac{q}{e} = \frac{80}{1.6 \times 10^{-19}} = 50 \times 10^{19}$$

گروه آموزشی ماز

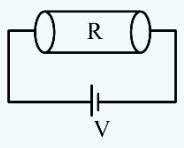
۵۵- اگر اختلاف پتانسیل دو سر یک رسانای اهمی را از ۱۸۷ به ۴۵۷ برسانیم، جریان عبوری از آن ۱۵A تغییر می کند. مقاومت الکتریکی این رسانا چند اهم است؟

- (۱) $\frac{5}{9}$
- (۲) $\frac{9}{5}$
- (۳) ۳
- (۴) $\frac{1}{3}$

پاسخ: گزینه ۲ (متوسط - محاسباتی - ۱۱۰۲)

مقاومت الکتریکی

الکترون های آزاد هنگام حرکت در رسانا با اتم های درحال ارتعاش رسانا برخورد می کنند که باعث می شود از انرژی الکترون کم شده و به انرژی درونی رسانا افزوده شود. این ایستادگی در برابر عبور جریان را مقاومت می گویند؛ پس دلیل مقاومت برخورد می باشد. نسبت اختلاف پتانسیل دو سر یک رسانا به جریان عبوری از آن را مقاومت الکتریکی رسانا گویند.



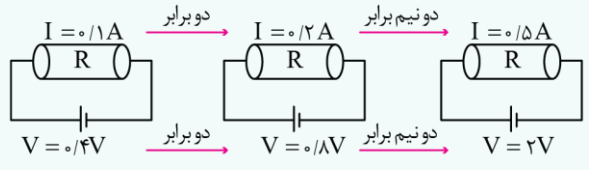
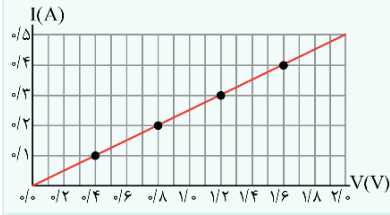
$$R = \frac{V}{I}$$

R: مقاومت الکتریکی رسانا برحسب اهم (Ω)

V: اختلاف پتانسیل الکتریکی دو سر رسانا برحسب ولت (V)

I: جریان عبوری از رسانا برحسب آمپر (A)

اسباب تحقیق قانون اهم:



پاسخ تشریحی:

باتوجه به قانون اهم داریم:

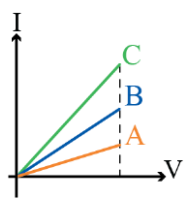
$$V_1 = 18V, V_2 = 45V \rightarrow \Delta V = 45 - 18 = 27V$$

$$\Delta I = 15A$$

$$\rightarrow R = \frac{V_1}{I_1} = \frac{V_2}{I_2} = \frac{\Delta V}{\Delta I} = \frac{27}{15} = \frac{9}{5} \Omega$$

گروه آموزشی ماز

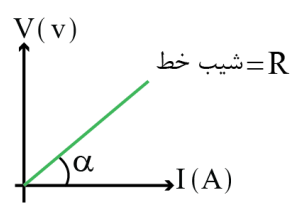
۵۶- نمودار شدت جریان عبوری بر حسب اختلاف پتانسیل الکتریکی ۳ مقاومت موازی A، B و C مطابق شکل زیر است. اگر مقاومت معادل آن‌ها برابر یک اهم باشد، مقاومت الکتریکی C چند اهم می‌تواند باشد؟



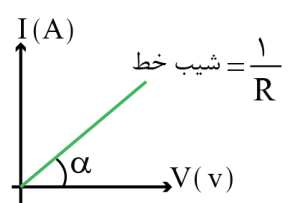
- ۱) ۲
- ۲) ۳
- ۳) ۶
- ۴) ۲ و ۳

پاسخ: گزینه ۱ (متوسط - نموداری - ۱۱۰۲)

پاسخ تشریحی:



$$V = IR$$



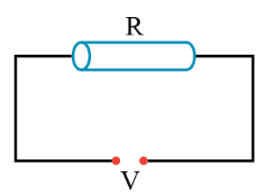
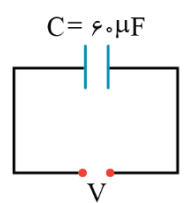
$$I = \frac{V}{R}$$

با توجه به نمودار داده شده شیب خط برابر با $\frac{1}{R}$ است یعنی هرچه شیب خط بیشتر باشد مقاومت کمتر است. پس: $R_C < R_B < R_A$

اگر فرض کنیم مقاومت‌ها یکسان باشند ($\frac{1}{R_{eq}} = \frac{1}{R_A} + \frac{1}{R_A} + \frac{1}{R_A}$) پس $R_{eq} = \frac{R_A}{3}$ پس هر کدام از سه مقاومت 3Ω می‌شوند. ولی می‌دانیم که مقاومت R_C از دیگران کوچکتر است پس R_C حتماً باید از 3Ω کمتر باشد.

گروه آموزشی ماز

۵۷- مطابق شکل زیر، یک خازن و یک مقاومت استوانه‌ای شکل توپر را به‌طور جداگانه به ولتاژ یکسانی وصل کرده‌ایم. مقاومت R چند اهم باشد تا اندازه بار ذخیره شده در هر صفحه خازن برابر اندازه باری باشد که در هر دقیقه به‌طور خالص از هر مقطع مقاومت می‌گذرد؟



- ۱) 2×10^3
- ۲) 10^3
- ۳) 10^6
- ۴) 2×10^6

پاسخ: گزینه ۳ (سخت - محاسباتی - ۱۱۰۲)

پاسخ تشریحی:

گام اول:

بار ذخیره شده در هر صفحه خازن برابر است با:

$$q_1 = CV = 60 \times 10^{-6} \times V$$

گام دوم:

بار الکتریکی گذرنده از هر مقطع مقاومت برابر است با:

$$\begin{cases} I = \frac{V}{R} \\ I = \frac{q}{\Delta t} \end{cases} \rightarrow \frac{q_r}{\Delta t} = \frac{V}{R} \rightarrow q_r = \frac{V \Delta t}{R} \xrightarrow{\Delta t = 6 \cdot s} q_r = \frac{6 \cdot V}{R}$$

گام آخر:

با برابر قرار دادن مقدار بارهای الکتریکی داریم:

$$q_1 = q_2 \rightarrow 6 \cdot 10^{-6} V = \frac{6 \cdot V}{R} \rightarrow R = \frac{6 \cdot V}{6 \cdot 10^{-6}} = 10^6 \Omega$$

گروه آموزشی ماز

۵۸- دو سر یک سیم رسانا به مقاومت ویژه $2 \times 10^{-4} \Omega \cdot m$ و طول 20 cm را به اختلاف پتانسیل $1/2$ ولت متصل می‌کنیم و شدت جریان $6A$ از آن عبور می‌کند. مساحت مقطع سیم چند میلی‌متر مربع است؟

- ۱) ۱۰ ۲) ۱۶ ۳) ۲۴ ۴) ۲۰

پاسخ: گزینه ۴ (آسان - محاسباتی - ۱۱۰۲)

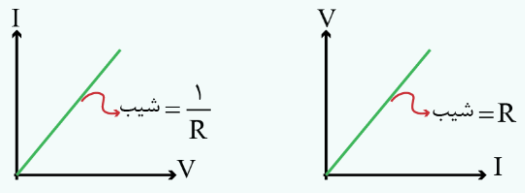
قانون اهم

۱- مطابق قانون اهم، رابطه ولتاژ و جریان یک مقاومت به صورت زیر است:

$$V = RI$$

جریان الکتریکی با یکای آمپر: I
 اختلاف پتانسیل با یکای ولت: V
 مقاومت الکتریکی با یکای اهم: R

۲- مطابق قانون اهم، نمودار تغییرات ولتاژ یک مقاومت بر حسب جریان الکتریکی آن مطابق شکل زیر به صورت یک خط راست است:



۳- مقدار مقاومت الکتریکی یک سیم به ویژگی‌های ساختمانی و دمای آن وابسته است و ربطی به ولتاژ و جریان آن ندارد. مقدار مقاومت یک سیم را می‌توانیم از رابطه زیر به دست آوریم:

$$R = \rho \frac{L}{A}$$

مقاومت ویژه با یکای (اهم × متر): ρ
 سطح مقطع سیم با یکای مترمربع: A
 مقدار مقاومت الکتریکی با یکای اهم: R
 طول سیم با یکای متر: L

۴- با توجه به رابطه $R = \rho \frac{L}{A}$ ، برای مقایسه مقاومت الکتریکی دو سیم به صورت زیر عمل می‌کنیم:

$$R = \rho \frac{L}{A} \rightarrow \frac{R_2}{R_1} = \frac{\rho_2}{\rho_1} \times \frac{L_2}{L_1} \times \frac{A_1}{A_2}$$

$$\frac{A \propto d^2}{d: \text{ قطر مقطع}} \rightarrow \frac{R_2}{R_1} = \frac{\rho_2}{\rho_1} \times \frac{L_2}{L_1} \times \left(\frac{d_1}{d_2}\right)^2$$

۵- گاهی در سؤالات مربوط به محاسبه مقاومت، از جرم و چگالی سیم هم استفاده می‌شود. برای حل این سؤالات می‌توانیم به صورت زیر عمل کنیم. دقت کنید که چگالی را با ρ' نشان داده‌ایم تا با مقاومت ویژه اشتباه نشود.



$$\rho' = \frac{m}{V} = \frac{m}{AL} \rightarrow A = \frac{m}{\rho' L}$$

$$R = \rho \frac{L}{A} \xrightarrow{A = \frac{m}{\rho' L}} R = \rho \rho' \frac{L^2}{m}$$

پاسخ تشریحی:

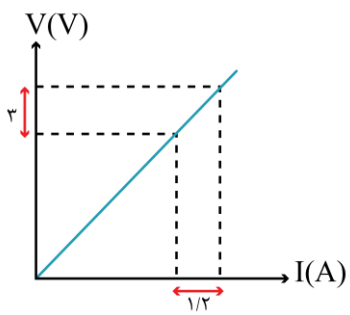
مقاومت رسانا از رابطه $R = \rho \frac{L}{A}$ به دست می آید و برای محاسبه مقاومت با مشخصات مداری می توان از رابطه $R = \frac{V}{I}$ استفاده کرد:

$$V = RI \rightarrow 1/2 = R \times 0/6 \rightarrow R = 2\Omega$$

$$R = \rho \frac{L}{A} \rightarrow 2 = 2 \times 10^{-4} \times \frac{0/2}{A} \rightarrow A = 2 \times 10^{-5} \text{ m}^2 = 20 \times 10^{-6} \text{ m}^2 = 20 \text{ mm}^2$$

گروه آموزشی ماز

۵۹- نمودار اختلاف پتانسیل بر حسب جریان عبوری از یک مقاومت به طول ۲۵ متر، مطابق شکل است. اگر مقاومت ویژه سیم $1/8 \times 10^{-8} \Omega \cdot \text{m}$ و چگالی



آن $4 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}$ باشد، جرم این سیم چند گرم است؟

- ۱۸ (۱)
- ۳۶ (۲)
- ۵۴ (۳)
- ۷۲ (۴)

پاسخ: گزینه ۱ (متوسط - نموداری - ۱۱۰۲)

پاسخ تشریحی:

گام اول:

محاسبه مقاومت الکتریکی از روی نمودار $V - I$:

$$R = \frac{\Delta V}{\Delta I} = \frac{3}{1/2} = 2/5 \Omega$$

گام دوم:

محاسبه سطح مقطع سیم:

$$R = \rho \frac{L}{A} \rightarrow 2/5 = 1/8 \times 10^{-8} \times \frac{25}{A} \rightarrow A = 18 \times 10^{-8} \text{ m}^2$$

گام آخر:

محاسبه جرم سیم:

$$m = \rho' V = \rho' (AL) = 4 \times 10^{-3} (18 \times 10^{-8} \times 25) = 18 \times 10^{-3} \text{ kg} = 18 \text{ g}$$

گروه آموزشی ماز

۶۰- مقاومت رشته درونی یک برشته کن که از جنس نیکروم است، در حالت روشن (دمای 932°F) برابر 40Ω است. مقاومت این رشته در دمای 20°C

تقریباً چند اهم است؟ (از تغییر طول و قطر رشته در اثر تغییر دما چشم پوشی شود و ضریب دمایی نیکروم $\frac{1}{K} \times 10^{-4}$ است).

- ۳۶ (۱)
- ۳۸ (۲)
- ۲۸ (۳)
- ۲۸ (۴)



با یک جایگذاری ساده می‌توان نوشت:

$$F = \frac{9}{5}\theta + 32 \Rightarrow 932 = \frac{9}{5}\theta + 32 = \theta = 500^\circ \text{C}$$

$$\Delta\theta = 20 - 500 = -480^\circ \text{C}$$

$$R_T = R_1(1 + \alpha\Delta\theta) \Rightarrow R_T = 40(1 + 4 \times 10^{-4} \times (-480))$$

$$\Rightarrow R_T = 40(1 - 0.192) = 32 / 32\Omega \approx 32\Omega$$

گروه آموزشی ماز

۶۱- چه تعداد از عبارتهای زیر، در مورد مقاومتهای LDR نادرست است؟

الف: LDR جریان الکتریکی را از یک سو عبور داده و از سوی دیگر عبور نمی‌دهد.

ب: LDR وسیله‌ای است که انرژی نورانی را به انرژی الکتریکی تبدیل می‌کند.

پ: با افزایش شدت نور تابیده شده به LDR، مقاومت الکتریکی آن افزایش می‌یابد.

۱ (۴)

۲ (۳)

۳ (۲)

۴ (صفر)

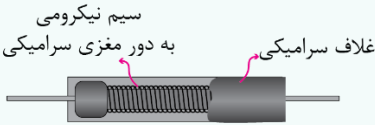
انواع مقاومتهای

در این درس‌نامه مطالب حفظی کتاب درسی در مورد انواع مقاومتهای را باهم مرور می‌کنیم.

۱- انواع اصلی مقاومت بر دو نوع هستند:

الف: مقاومتهای پیچهای
ب: مقاومتهای ترکیبی

۲- مقاومتهای پیچهای شامل پیچهای از یک سیم نازک‌اند که معمولاً جنس آن‌ها از آلیاژی مانند نیکروم یا منگانه است. شکل زیر نمونه‌ای از ساختار چنین مقاومتهایی را نشان می‌دهد. این مقاومتهای برای به دست آوردن مقاومتهای پایین بسیار دقیق و همچنین توان‌های بالا ساخته می‌شوند. بیشینه توان الکتریکی که این مقاومتهای می‌توانند تحمل کنند، بی‌آنکه بسوزند، روی آن‌ها نوشته شده است.



۳- یکی از انواع مشهور مقاومتهای پیچهای، رُوستا نام دارد که یک نوع مقاومت متغیر است. در مدارهای الکترونیکی وسیله‌ای به نام پتانسیومتر به نوعی همان نقش را انجام می‌دهد. این نوع مقاومت‌ها، متغیرند.

۴- مقاومتهای ترکیبی معمولاً از کربن، برخی نیم‌رساناها؛ و یا لایه‌های نازک فلزی ساخته شده‌اند. مقاومتهای ترکیبی را در اندازه‌های خاص استاندارد تولید می‌کنند. مقدار این مقاومتهای یا روی آن‌ها نوشته می‌شود، یا عمدتاً به صورت کدی رنگی نشان داده می‌شود که با ۳ یا ۴ حلقه رنگی روی آن‌ها مشخص شده است.

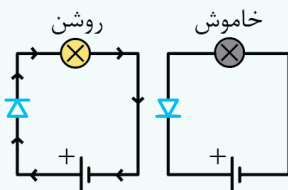
در ادامه به بررسی نکات مربوط به دو مقاومت خاص یعنی ترمیستور و مقاومتهای نوری می‌پردازیم.

۵- ترمیستور: ترمیستور نوعی از مقاومت است که بستگی مقاومت الکتریکی آن به دما با مقاومتهای الکتریکی معمولی تفاوت دارد. اغلب از ترمیستورها به عنوان حسگر دما در مدارهای حساس به دما مانند زنگ خطر آتش و دماپاها و نیز در دماسنج‌ها استفاده می‌شود.

۶- مقاومتهای نوری (LDR): مقاومتهای نوری، نوعی مقاومت است که مقاومت الکتریکی آن به نور تابیده شده به آن بستگی دارد، به طوری که با افزایش شدت نور، از مقاومت آن کاسته می‌شود. مثلاً یک LDR نوعی در تاریکی مقاومتی چند مگا اهمی دارد، در حالی که در یک نور مناسب، مقاومت آن به چند صد اهم می‌رسد. نوعی از این مقاومتهای از جنس نیم‌رسانای خالص، مانند سیلیسیم هستند که با افزایش شدت نور تابیده شده، بر تعداد حامل‌های بار الکتریکی آن‌ها افزوده شده و در نتیجه از مقاومت آن‌ها کاسته می‌شود.

در نهایت در مورد دیودها به نکته زیر توجه کنید:

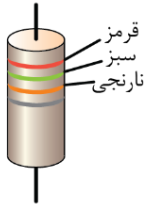
۷- دیودها: دیود قطعه‌ای است که هرگاه در مداری قرار گیرد، جریان را تنها از یک سو عبور می‌دهد و مقاومت آن در برابر عبور جریان در این سو ناچیز است. به همین دلیل، دیود را اغلب به عنوان یک سوکننده جریان در نظر می‌گیرند و آن را با نماد $\rightarrow|$ در مدارهای الکتریکی نشان می‌دهند. پیکان در این نماد جهتی را نشان می‌دهد که جریان می‌تواند از دیود عبور کند. مثلاً مدارهای ساده زیر نشان می‌دهد که با تعویض جهت دیود، جریان از مدار عبور نمی‌کند و لامپ خاموش می‌شود. همچنین از دیود در مدارهای یک سوکننده برای تبدیل جریان‌های متناوب به جریان‌های مستقیم استفاده می‌شود.



با توجه به درس نامه بالا، هر سه عبارت نادرست است.

گروه آموزشی ماز

۶۲- مقاومت شکل زیر را به یک باتری آرمانی با اختلاف پتانسیل ۱۰۰V ولت وصل می‌کنیم. در هر دقیقه چند میلی‌کولن بار الکتریکی از آن عبور می‌کند؟
(۲ = قرمز، ۵ = سبز، ۳ = نارنجی)



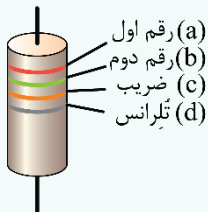
- (۱) ۲۴
- (۲) ۲۴۰
- (۳) ۴۸
- (۴) ۴۸۰

(متوسط - محاسباتی - ۱۱۰۲)

پاسخ: گزینه ۲

کدگذاری رنگی مقاومت‌ها

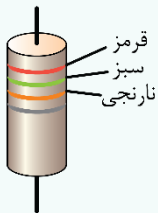
برای خواندن مقدار مقاومت‌هایی که کدگذاری رنگی شده‌اند، به صورت زیر عمل می‌کنیم:



$$R = ab \times 10^c$$

مطابق رابطه فوق، کافی است رقم مربوط به دو رنگ اول را پشت سر هم بنویسیم و سپس آن را در ۱۰ به توان رقم سوم ضرب کنیم.

مثال: مقدار مقاومت شکل مقابل چند اهم است؟ (۲ = قرمز، ۳ = نارنجی و ۵ = سبز)

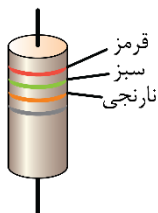


$$R = 25 \times 10^3 = 25000 \Omega$$

رنگ نارنجی رنگ سبز
 ↑ ↑
 رنگ سبز رنگ نارنجی
 ↓
 رنگ قرمز

گام اول:

مقدار مقاومت برابر است با:



$$R = 25 \times 10^3 = 25000 \Omega$$

گام دوم:

جریان عبوری از مقاومت برابر است با:

$$I = \frac{V}{R} \rightarrow I = \frac{100}{25000} = \frac{1}{250} \text{ A}$$

گام آخر:

بار الکتریکی شارش شده در یک دقیقه برابر است با:

$$\Delta q = I \Delta t = \frac{1}{250} \times 60 = 0.24 \text{ C} = 240 \text{ mC}$$

اگر...

اگر انرژی مصرف شده در مقاومت را در مدت یک دقیقه می‌خواستیم، پاسخ چه بود؟

پاسخ: اگر قسمت‌های بعدی این فصل را خوانده باشید، می‌دانید طبق رابطه $U = RI^2 \Delta t$ ، می‌توانید انرژی مصرف شده در مقاومت را محاسبه کنید، ولی آیا بدون دانستن این فرمول و فقط با کمک مطالب مربوط به بودجه‌بندی این آزمون می‌توان به این سؤال پاسخ داد؟

جواب این سؤال، مثبت است. بار الکتریکی شارش شده در مدت یک دقیقه را در سؤال محاسبه کردیم. حال می‌توانیم طبق رابطه $|\Delta U| = |q \Delta V|$ انرژی مصرف شده در مقاومت را محاسبه کنیم.

$$|\Delta U| = |q \Delta V| = 0.24 \times 100 = 24 \text{ J}$$

گروه آموزشی ماز

۶۳- کدام یک از عبارات‌های داده شده درست هستند؟

- ۱) همه ایزوتوپ‌های موجود در یک نمونه طبیعی از اتم‌های هیدروژن پایدار بوده و مقدار Z آن‌ها برابر با ۱ است.
- ۲) پروتون یکی از ذرات زیر اتمی است که با نماد p^+ نشان داده شده و جرم آن حدوداً ۲۰۰۰ برابر جرم الکترون است.
- ۳) نیلز بور، مدل کوانتومی اتم‌ها را معرفی کرد که در آن انرژی هر الکترون در اتم، با افزایش فاصله از هسته فزونی می‌یابد.
- ۴) پس از عبور دادن نور زرد حاصل از شعله فلز لیتیم از منشور، یک طیف نشری-خطی با ۴ خط رنگی ایجاد می‌شود.

پاسخ: گزینه ۲ (متوسط - مفهومی و حفظی - ۱۰۰)

پاسخ شیمی:

پروتون، همانند نوترون و الکترون، یکی از ذرات زیراتمی به شمار می‌رود. این ذرهٔ زیراتمی با نماد p^+ نشان داده شده و جرم آن حدوداً ۲۰۰۰ برابر جرم هر الکترون است. توجه داریم که نوترون نیز از جمله ذرات زیراتمی موجود در هسته اتم بوده و جرم این ذره زیراتمی نیز تقریباً ۲۰۰۰ برابر جرم هر الکترون است. جرم هر نوترون، کمی بیشتر از جرم هر پروتون است.

بررسی سایر گزینه‌ها:

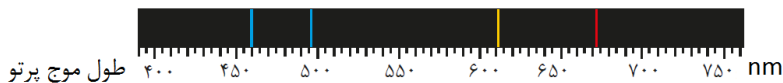
۱) جدول زیر، انواع ایزوتوپ‌های طبیعی و ساختگی عنصر هیدروژن و درصد فراوانی هریک از این ایزوتوپ‌ها را نشان می‌دهد:

ایزوتوپ	^1_1H	^2_1H	^3_1H	^4_1H	^5_1H	^6_1H	^7_1H
نیم عمر	پایدار	پایدار	۱۳/۳۲ سال	$1/4 \times 10^{-22}$ ثانیه	$9/1 \times 10^{-22}$ ثانیه	$2/9 \times 10^{-22}$ ثانیه	$2/3 \times 10^{-23}$ ثانیه
درصد فراوانی در طبیعت	۹۹/۹۸۸۵ (طبیعی)	۰/۰۱۱۴ (طبیعی)	ناچیز (طبیعی)	۰ (ساختگی)	۰ (ساختگی)	۰ (ساختگی)	۰ (ساختگی)




همانطور که مشخص است، ایزوتوپ ^3_1H در یک نمونه طبیعی از هیدروژن وجود داشته و ناپایدار است درحالی که سایر ایزوتوپ‌های طبیعی هیدروژن در یک نمونه از این عنصر پایدار بوده و به مرور زمان دچار فروپاشی نمی‌شوند.

۳) نیلز بور، مدل لایه‌ای اتم‌ها را معرفی کرد. در این مدل، الکترون‌ها در لایه‌های دایره‌ای شکل در اطراف اتم حرکت کرده و انرژی هریک از آن‌ها در اتم، با افزایش فاصله از هسته فزونی می‌یابد. اگرچه مدل بور با موفقیت توانست طیف نشری خطی عنصر هیدروژن را توجیه کند، اما توانایی توجیه طیف نشری خطی دیگر عنصرهای موجود در جدول تناوبی از جمله هلیم و لیتیم را نداشت. بر این اساس، دانشمندان پس از بور، مدل کوانتومی (یا همان مدل لایه‌ای) را برای ساختار اتم پیشنهاد دادند. این مدل جدید، دارای تعاریفی از جمله زیرلایه و ... بوده و توانایی توجیه طیف نشری خطی سایر عنصرهای موجود در جدول تناوبی از جمله هلیم و لیتیم را داشت.

۴) پس از عبور دادن نور قرمز رنگ حاصل از شعله فلز لیتیم از منشور، یک طیف نشری خطی با ۴ خط رنگی ایجاد می‌شود. طیف نشری خطی حاصل از لیتیم به صورت زیر است:



جدول زیر، رنگ شعله حاصل از برخی عناصر فلزی مثل مس، لیتیم و سدیم و ترکیبات یونی حاصل از این عناصر را نشان می‌دهد:

		
سرخ	زرد	سبز
لیتیم نیترات	سدیم نیترات	مس (II) نیترات
لیتیم کلرید	سدیم کلرید	مس (II) کلرید
لیتیم سولفات	سدیم سولفات	مس (II) سولفات
فلز لیتیم	فلز سدیم	فلز مس

با توجه به داده‌های موجود در این جدول، رنگ شعله حاصل از یک عنصر فلزی، مشابه به رنگ شعله حاصل از ترکیبات یونی آن عنصر فلزی است.



۶۴- اگر در یون $^{2-}X^{128}$ تفاوت شمار نوترون ها و الکترون ها برابر با ۲۲ عدد باشد، این عنصر در گروه از تناوب جدول دوره ای قرار داشته و در آرایش الکترونی آن الکترون با $l = 0$ وجود دارد.

- ۱) ۱۴ - ششم - ۱۰ ۲) ۱۶ - ششم - ۸ ۳) ۱۴ - پنجم - ۸ ۴) ۱۶ - پنجم - ۱۰

پاسخ: گزینه ۴ (متوسط - مساله - ۱۰۰۱)



با توجه به بار این یون، داریم:

$$n - e = 22 \xrightarrow{e-p=2} n - p = 24$$

با توجه به معادله فوق، شمار نوترون ها و پروتون های موجود در این یون را محاسبه می کنیم.

$$\begin{cases} n + p = 128 \\ n - p = 24 \end{cases} \Rightarrow 2n = 152 \Rightarrow n = 76 \text{ و } p = 52$$

با توجه به محاسبات انجام شده، نماد این عنصر به صورت $^{128}_{52}X$ خواهد بود. برای پیدا کردن شماره گروه و تناوب این عنصر، باید موقعیت اولین گاز نجیب بعد از آن را پیدا کنیم. نماد گازهای نجیب موجود در جدول تناوبی به صورت زیر است:

شماره تناوب	۱	۲	۳	۴	۵	۶
شماره گروه	۱۸	۱۸	۱۸	۱۸	۱۸	۱۸
نماد گاز نجیب	${}_{2}He$	${}_{10}Ne$	${}_{18}Ar$	${}_{36}Kr$	${}_{54}Xe$	${}_{86}Rn$

از آنجا که عدد اتمی عنصر X بین عدد اتمی گازهای نجیب موجود در انتهای تناوب های چهارم و پنجم قرار می گیرد، پس می توان گفت این عنصر متعلق به تناوب پنجم جدول دوره ای است. از طرفی، چون عدد اتمی عنصر X به اندازه ۲ واحد کمتر از عدد اتمی عنصر ${}_{54}Xe$ است، پس می توان گفت این عنصر در گروه شانزدهم قرار دارد. با توجه به موقعیت عنصر X در جدول تناوبی، می توان گفت در هر یک از زیرلایه های s ، p ، d و f از اتم های این عنصر، ۲ الکترون جای داشته و هر اتم X در مجموع دارای ۱۰ الکترون با $l = 0$ است.

توزیع الکترون ها در لایه ها و زیر لایه ها

اتم ساختار لایه ای داشته و الکترون ها در لایه های پیرامون هسته قرار می گیرند. برای مشخص کردن لایه های الکترونی از عدد کوانتومی اصلی که با نماد n نشان داده می شود، استفاده می کنیم. اعداد کوانتومی مختلف، به شرح زیر هستند:

$$n = 1, 2, 3, \dots, \infty \text{ (عدد کوانتومی اصلی (n))}$$

هر لایه الکترونی از بخش های کوچک تری به نام زیرلایه تشکیل شده است. به هر زیرلایه یک عدد کوانتومی فرعی با نماد l نسبت می دهند. عدد کوانتومی فرعی زیرلایه های مختلف به شرح زیر خواهد بود:

$$l = 0, 1, 2, \dots, n-1 \text{ (عدد کوانتومی فرعی (l))}$$

هر زیرلایه را با نماد nl نشان می دهند. کاربردهای عدد کوانتومی اصلی (n) عبارت هستند از:

- عدد کوانتومی اصلی (n)، تعداد زیرلایه های یک لایه را نیز مشخص می کند.
- به کمک مقدار n ، حداکثر گنجایش الکترونی یک لایه را می توان محاسبه کرد. برای محاسبه گنجایش الکترونی لایه ها از رابطه زیر استفاده می شود:

$$2n^2 = \text{حداکثر گنجایش الکترونی لایه } n$$

به کمک عدد کوانتومی فرعی (l) هر زیرلایه نیز حداکثر گنجایش الکترونی آن زیرلایه را می توان به دست آورد. برای محاسبه گنجایش الکترونی زیرلایه ها از رابطه زیر استفاده می شود:

$$2(2l+1) = \text{حداکثر گنجایش الکترونی یک زیرلایه}$$

همان طور که مشخص است، گنجایش هر زیرلایه نسبت به زیرلایه قبل از خود، چهار الکترون بیشتر است.

گروه آموزشی ماز

۶۵- چند مورد از مطالب زیر درست است؟

- آ: شمار الکترون های لایه سوم در یون ${}^{+}X^{40}$ ، با شمار الکترون ها با عدد کوانتومی $l = 1$ در یون ${}^{-}Y^{28}$ برابر است.
 ب: در طیف نشری مربوط به عناصر لیتیم و هلیوم در ناحیه مرئی، بیشترین مقدار انرژی به نوار قرمز رنگ مربوط است.
 پ: در ایزوتوپ استفاده شده برای ایجاد مقیاس amu ، تعداد ذرات زیراتمی بدون بار، نصف تعداد ذرات زیراتمی باردار است.
 ت: همانند همه عناصر گروه ۱۴، عدد کوانتومی فرعی برای آخرین زیرلایه اشغال شده در همه گازهای نجیب برابر با ۱ است.

- ۱) ۱ ۲) ۲ ۳) ۳ ۴) ۴

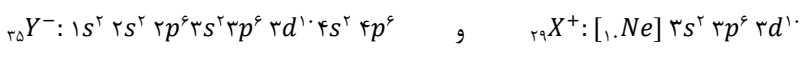
پاسخ: گزینه ۲ (سخت - مفهومی - ۱۰۰۱)



عبارت‌های (آ) و (پ) درست‌اند.



آ: آرایش الکترونی دو یون داده شده به صورت زیر است:



توجه داریم که گونه X معادل با فلز مس است. همانطور که می‌بینید، در لایه سوم یون X^{+} تعداد ۱۸ الکترون وجود دارد و در یون Y^{-} نیز $3 \times 6 = ۱۸$ الکترون با $l = ۱$ داریم.

نارسایی قاعده آفبا در برخی عناصر

آرایش الکترونی عناصر کروم (${}_{24}Cr$) و مس (${}_{44}Cu$) و سایر عناصر هم‌گروه با آن‌ها (عناصر موجود در گروه‌های ۶ و ۱۱) از تناوب پنجم، از قاعده آفبا پیروی نمی‌کند. آرایش الکترونی عناصر موجود در گروه ۶ به $(n-1)d^5 ns^1$ و آرایش الکترونی عناصر موجود در گروه ۱۱ به $(n-1)d^9 ns^1$ ختم می‌شود. همانطور که مشخص است، این عناصر تنها دارای یک الکترون در زیرلایه s خارجی‌ترین لایه خود هستند.

ب: در طیف‌های نشری خطی لیتیم و هلیوم، بیشترین طول موج (کم‌ترین مقدار انرژی) به نوار قرمز رنگ مربوط است. طیف نشری خطی عنصر لیتیم به صورت زیر خواهد بود:



پ: در مقیاس اندازه‌گیری جرم اتم‌ها از ایزوتوپ کربن-۱۲ (ایزوتوپی با نماد ${}^{12}_6C$) استفاده می‌شود که در آن ۶ پروتون، ۶ الکترون و $(۱۲ - ۶) = ۶$ نوترون وجود دارد. به عبارت دیگر، در این ایزوتوپ تعداد ذره‌های بدون بار (نوترون) نصف تعداد ذره‌های زیراتمی باردار (پروتون و الکترون) است.

ت: تمام عناصر گروه چهاردهم جدول دوره‌ای، در دسته p قرار دارند؛ بنابراین عدد کوانتومی فرعی آخرین زیرلایه اشغال شده آن‌ها $l = ۱$ است. آرایش الکترونی همه این عناصر به زیرلایه np^2 ختم می‌شود. در نقطه مقابل، عدد کوانتومی فرعی آخرین زیرلایه اشغال شده در اتم‌های سازنده عنصر هلیوم $l = ۰$ و در سایر گازهای نجیب $l = ۱$ است.

شبه‌فلزها

شبه‌فلزها، از جمله عنصر موجود در گروه ۱۴ جدول دوره‌ای هستند. این عناصر، همانند مرزی بین فلزها و نافلزهای موجود در جدول دوره‌ای قرار گرفته‌اند. خواص فیزیکی شبه‌فلزها بیشتر به فلزها شبیه بوده در حالی که رفتار شیمیایی آن‌ها اغلب همانند نافلزها است. به عنوان مثال، سیلیسیم و ژرمانیم دو عنصر شبه فلزی از گروه ۱۴ جدول هستند. خواص این دو عنصر شبه‌فلزی به شرح زیر است:

- ۱- این دو عنصر شبه‌فلزی، در حالت جامد سطحی درخشان و صیقلی داشته و پرتوهای نور تابیده شده به سمت خود را بازتاب می‌کنند.
- ۲- سیلیسیم و ژرمانیم، همانند عناصر نافلزی، چکش‌خوار نبوده و پس از اصابت ضربه چکش، خرد می‌شوند.
- ۳- این عناصر، همانند عناصر فلزی، رسانای جریان الکتریسیته و گرما هستند. البته، رسانایی الکتریکی این عناصر در مقایسه با فلزها کمتر است.
- ۴- اتم‌های سیلیسیم و ژرمانیم در واکنش با سایر اتم‌ها، می‌توانند الکترون به اشتراک بگذارند.

گروه آموزشی ماز

۶۶- کدام مورد نادرست است؟

- ۱) طول موج پرتوهای ایکس، مابین طول موج پرتوهای فرابنفش و پرتوهای گاما قرار دارد.
- ۲) به کمک تغییر رنگ شعله، می‌توان به حضور مس (II) سولفات موجود در نمونه، برخلاف اوزون موجود در آن، پی برد.
- ۳) انرژی پرتوهای گسیل شده از شعله سوختن گوگرد، از انرژی پرتوهای گسیل شده طی گرفتن لیتیم روی شعله بیشتر است.
- ۴) طیف نشری خطی، حاصل از انتقال الکترون‌ها از حالت پایه به سایر لایه‌ها بوده و برای هر یک از عناصر، منحصر به فرد است.

پاسخ: گزینه ۴ (متوسط - مفهومی - ۱۰۰۱)



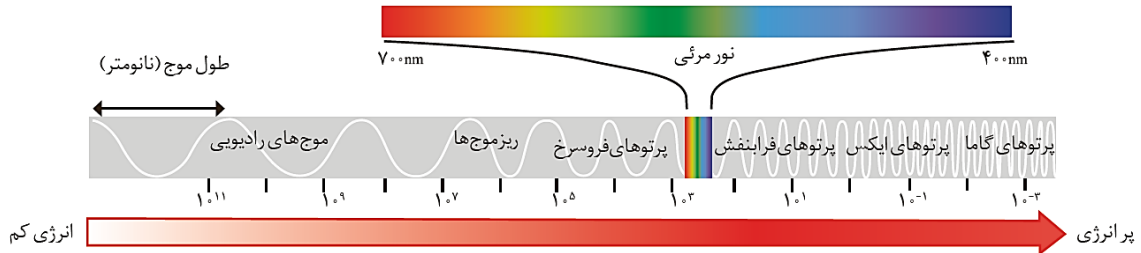
اتم‌ها با گرفتن انرژی، الکترون‌های خود را برانگیخته کرده و سطح انرژی آن‌ها افزایش پیدا می‌کند. طیف نشری خطی عناصر حاصل برگشت الکترون‌های برانگیخته شده از لایه‌های بالاتر به حالت پایه و یا لایه‌های پایین‌تر است. طی این فرایند، مقداری انرژی آزاد شده و این انرژی آزاد شده، به صورت پرتوهای الکترومغناطیسی دیده می‌شود.

حالت پایه و برانگیخته در مدل کوانتومی اتم

بر اساس مدل کوانتومی اتم، الکترون‌ها در هر لایه، آرایش و انرژی معینی دارند و اتم از پایداری نسبی برخوردار است، به طوری که گفته می‌شود اتم در حالت پایه قرار دارد. اگر به اتم‌ها در حالت پایه انرژی داده شود، الکترون‌ها با جذب انرژی به لایه‌های بالاتر (لایه‌هایی با سطح انرژی بیشتر که از هسته دورتر هستند) منتقل می‌شوند. به اتم‌ها در چنین حالتی، اتم‌های برانگیخته گفته می‌شود. از آنجا که برای الکترون، نشر نور مناسب‌ترین روش برای از دست دادن انرژی است، الکترون‌ها در بازگشت از حالت برانگیخته به حالت پایه، نوری با طول موج مشخص نشر می‌کنند. هر نوار رنگی در طیف نشری خطی، پرتوهای نشرشده هنگام بازگشت الکترون از لایه‌های بالاتر به لایه‌های پایین‌تر را نشان می‌دهد.

بررسی سایر گزینه‌ها:

۱ نور خورشید شامل گستره‌ای از پرتوهای الکترومغناطیسی بوده که نور مرئی تنها بخشی از آن است. یکی از ویژگی‌های این پرتوها، طول موج بوده که با انرژی پرتو، رابطه عکس دارد. تصویر زیر نمایی از پرتوهای الکترومغناطیسی و مقایسه سطح انرژی آن‌ها را نمایش می‌دهد.



همانطور که مشخص است، طول موج پرتوهای ایکس از پرتوهای گاما بیشتر و از نور فرابنفش کمتر است.

۲ تجربه نشان می‌دهد که بسیاری از نمک‌ها شعله رنگی دارند، به طوری که اگر مقداری از محلول نمک را با افشانه روی شعله بپاشیم، رنگ شعله تغییر می‌کند. در واقع با افشاندن مقداری از محلول یک نمک بر روی شعله آتش، می‌توان به حضور فلز موجود در محلول پی برد. شعله ترکیب‌های سدیم، لیتیم و مس هر یک رنگ منحصر به فردی دارد و رنگ نشرشده از هر یک، فقط باریکه بسیار کوتاهی از گستره طیف مرئی را در برمی‌گیرد. توجه داریم که از این روش، نمی‌توان برای تشخیص گونه‌های مولکولی فاقد اتم فلزی مانند اوزون استفاده کرد.

۳ عنصر گوگرد در اثر سوختن، باعث ایجاد نور آبی پررنگ می‌شود. لیتیم نیز در هنگام گرفتن روی شعله آتش، باعث ایجاد رنگ قرمز می‌شود. امواج مرئی قرمز رنگ نسبت به امواج آبی، انرژی کمتر و طول موج بلندتری دارند.

گروه آموزشی ماز

۶۷- درباره اتم‌های 5_2B ، ${}^{17}_2C$ و ${}^{36}_{18}A$ ، چند مورد از مطالب زیر درست است؟

آ: شماره گروه و دوره برای عنصر B یکسان است.

ب: هر سه اتم در لایه‌ای با حداکثر ظرفیت ۳۲ الکترون، ۲ الکترون دارند.

پ: در یون C^{-} ، همه زیرلایه‌های الکترونی اشغال شده، پر از الکترون هستند.

ت: در اتم B ، ۱۲ الکترون و در اتم C ، ۱۷ الکترون با عدد کوانتومی $l = 1$ وجود دارد.

ث: اتم‌های A و B با هم ایزوتوپ بوده و در واکنش‌های شیمیایی به کاتیون تبدیل می‌شوند.

- ۲ (۱) ۳ (۲) ۴ (۳) ۵ (۴)

پاسخ: گزینه ۲ (متوسط - مفهومی - ۱۰۰۱)

پاسخ تشریحی:

عبارت‌های (آ)، (پ) و (ت) درست هستند.

بررسی موارد:

آ: عدد اتمی عنصر 5_2B بین ۱۸ (عدد اتمی گاز نجیب دوره سوم) و ۳۶ (گاز نجیب دوره چهارم) قرار داشته، پس این عنصر در دوره چهارم جدول جای گرفته است. برای تعیین شمار گروه این عنصر از فرمول زیر استفاده می‌کنیم:

(عدد اتمی عنصر مورد نظر - عدد اتمی گاز نجیب هم دوره عنصر) = شماره گروه

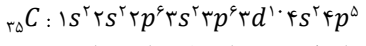
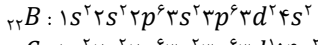
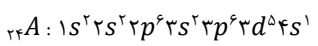
$${}^5_2B : 18 - (36 - 22) = 4$$

پس این عنصر در دوره و گروه چهارم جدول تناوبی جای داشته و معادل با تیتانیوم است.

تیتانیم، فلزی فراتر از انتظار

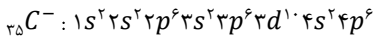
فلزها افزون بر رفتارهای مشابه، تفاوت‌های آشکاری در برخی رفتارها نشان می‌دهند. در واقع، هر فلز افزون بر رفتارهای مشترک با سایر عناصر فلزی، رفتارهای ویژه خود را نیز دارد. مثلا فلزهای دسته d (فلزهای واسطه)، همانند سایر فلزها رسانایی الکتریکی بالا، رسانایی گرمایی بالا و شکل‌پذیری دارند، اما در ویژگی‌هایی مانند سختی، نقطه ذوب و تنوع اعداد اکسایش با آنها تفاوت دارند. تیتانیم، دومین فلز واسطه موجود در تناوب چهارم جدول دوره‌ای است که به خاطر ویژگی‌های باورنکردنی و فراتر از انتظار مثل ماندگاری و استحکام مناسب، از آن در جاهای مختلفی مثل ساخت موتور جت، پروانه کشتی‌های اقیانوس‌پیما و نمای زیبای ساختمان‌ها استفاده می‌شود.

ب: آرایش الکترونی این اتم‌ها به صورت زیر است:



ظرفیت لایه‌های الکترونی از رابطه $2n^2$ محاسبه می‌شود که n در آن معادل شماره لایه است. بر این اساس، می‌توان گفت لایه‌ای با حداکثر ظرفیت ۳۲ الکترون، معادل لایه الکترونی چهارم است. همانطور که مشخص است، عناصر A ، B و C در این لایه الکترونی به ترتیب دارای ۱، ۲ و ۷ الکترون هستند. پ: عدد کوانتومی ۱ معادل زیرلایه p است و با توجه به آرایش‌های الکترونی عناصر A ، B و C ، این عناصر در زیرلایه‌های مورد نظر به ترتیب دارای ۱۲، ۱۲ و ۱۷ الکترون هستند.

ت: یون C^- معادل یون برمید بوده که با گرفتن یک الکترون به آرایش گاز نجیب بعد از خود (${}_{36}Kr$) رسیده و همه زیرلایه‌های آن پر است. آرایش الکترونی این یون به صورت زیر خواهد بود:



ث: ایزوتوپ‌های یک عنصر دارای عدد اتمی (Z) یکسان اما عدد جرمی (A) متفاوت هستند. به دیگر سخن ایزوتوپ‌ها، اتم‌های یک عنصر هستند که در شمار نوترون‌ها تفاوت دارند. از آنجا که خواص شیمیایی اتم‌های هر عنصر به عدد اتمی آن وابسته است، ایزوتوپ‌های یک عنصر همگی خواص شیمیایی یکسانی دارند و در جدول دوره‌ای عناصر تنها یک مکان را اشغال می‌کنند. این درحالی است که همین ایزوتوپ‌ها در خواص فیزیکی وابسته به جرم، مانند چگالی یا یکدیگر تفاوت دارند. با توجه به توضیحات داده شده، این دو عنصر ایزوتوپ یکدیگر نیستند؛ زیرا تعداد پروتون متفاوتی در هسته خود دارند.

گروه آموزشی ماز

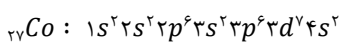
۶۸- اتم ${}_{44}^{90}Co$ دارای الکترون با $l = 1$ بوده و شمار الکترون‌های ظرفیتی موجود در اتم آن، با شمار زیرلایه‌های پر شده از الکترون در اتم برابر خواهد بود.

- ${}_{38}Sr - 12$ (۱)
- ${}_{34}Se - 12$ (۲)
- ${}_{40}Zr - 8$ (۳)
- ${}_{30}Zn - 8$ (۴)

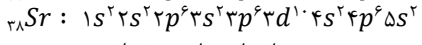
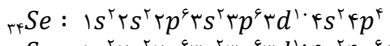
پاسخ: گزینه ۱ (آسان - مفهومی - ۱۰۰)



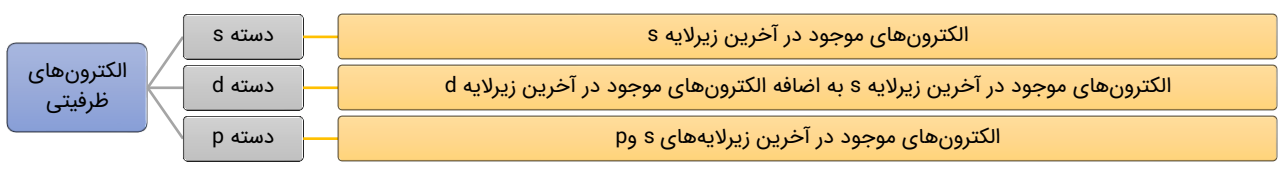
کبالت با عدد اتمی ۲۷، یکی از عناصر واسطه موجود در تناوب چهارم جدول دوره‌ای است. این عنصر، در دسته عناصر فلزی موجود در جدول دوره‌ای قرار می‌گیرد. آرایش الکترونی کبالت به صورت زیر است:



الکترون‌های موجود در زیرلایه‌های $3d$ و $4s$ اتم کبالت، الکترون‌های ظرفیتی این عنصر را تشکیل می‌دهند، پس می‌توان گفت در ساختار این اتم مجموعاً ۹ الکترون ظرفیتی وجود دارد. در ساختار این اتم، ۱۲ الکترون نیز در زیرلایه‌های p قرار گرفته که این الکترون‌ها $l = 1$ دارند. آرایش الکترونی اتم‌های سلنیم و استرانسیم نیز به صورت زیر است:



همانطور که مشخص است، در اتم استرانسیم ۹ زیرلایه به طور کامل از الکترون پر شده‌اند. الکترون‌های ظرفیتی موجود در ساختار عناصر مختلف، به صورت زیر قابل محاسبه هستند:



گروه آموزشی ماز

۶۹- کدام یک از مطالب زیر درست است؟

- ۱) شعله سومین عنصر از گروه اول، رنگ قرمز داشته و نور حاصل از آن، باریکه کوتاهی از گستره طیف مرئی را در بر می‌گیرد.
- ۲) زیرلایه‌ای از لایه $n = 3$ که دارای بالاترین مقدار عدد کوانتومی فرعی است، گنجایش حداکثر ۱۴ الکترون دارد.
- ۳) با انتقال الکترون از لایه $n = 4$ به لایه $n = 2$ در اتم هلیوم، یک پرتو با طول موج 486nm گسیل می‌شود.
- ۴) در مدل کوانتومی، انرژی الکترون‌های موجود در هر اتم با افزایش مقدار عدد کوانتومی اصلی، فزونی پیدا می‌کند.

پاسخ: گزینه ۴ (متوسط - مفهومی - ۱۰۰۱)

پاسخ شیمی:

الکترون‌های موجود در هر اتم برای گرفتن یا از دست دادن انرژی هنگام انتقال بین لایه‌ها، فقط می‌توانند مقادیر معین و مشخصی از انرژی را مبادله کنند. برای نمونه، هنگامی که به اتم‌های گازی یک عنصر با تابش نور یا گرم کردن انرژی داده می‌شود، الکترون‌ها با جذب انرژی معین از لایه‌ای به لایه بالاتر انتقال می‌یابند. با این توصیف، انرژی داد و ستد شده هنگام انتقال الکترون‌ها در اتم، کوانتومی بوده و انرژی در پیمانه‌های معینی جذب یا نشر می‌شود. به همین دلیل، چنین ساختاری را برای اتم، مدل کوانتومی اتم نامیده‌اند. براساس این مدل، الکترون‌ها در هر لایه، آرایش و انرژی معینی دارند و اتم از پایداری نسبی برخوردار است، به طوری که گفته می‌شود اتم در حالت پایه قرار دارد. در این ساختار، انرژی الکترون‌ها در اتم با افزایش فاصله از هسته فزونی می‌یابد. حال اگر به اتم در حالت پایه انرژی داده شود، الکترون‌های آن اتم با جذب انرژی به لایه‌های بالاتر انتقال می‌یابند. به اتم‌ها در چنین حالتی، اتم‌های برانگیخته می‌گویند.

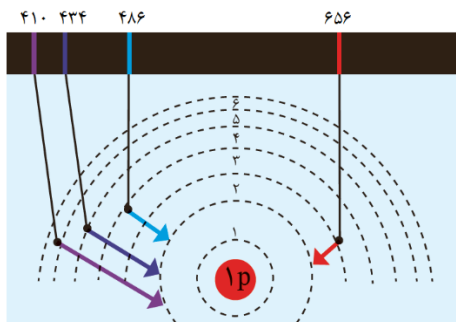
بررسی سایر گزینه‌ها:

۱) شعله فلز سدیم (سومین عنصر موجود در گروه اول) به رنگ زرد و شعله فلز لیتیم به رنگ قرمز دیده می‌شود. اگر نور حاصل از شعله این فلزها را از یک منشور عبور بدهیم، طیف نشری-خطی این عناصر که فقط شامل چندین طول موج مختلف است تشکیل می‌شود. بر این اساس، می‌توان گفت نور گسیل شده از شعله عناصر فلزی، فقط باریکه کوتاهی از گستره طیف مرئی را در بر می‌گیرد.

۲) یک لایه با عدد کوانتومی اصلی n ، شامل زیرلایه‌های الکترونی با عدد کوانتومی فرعی صفر تا $n - 1$ می‌شود. بر این اساس، می‌توان گفت لایه $n = 3$ دارای زیرلایه‌هایی با عدد کوانتومی فرعی (l) بین صفر تا ۲ می‌شود. زیرلایه‌ای با $l = 2$ از لایه سوم الکترونی، معادل با زیرلایه $3d$ است. یک زیرلایه با عدد کوانتومی فرعی l نیز حداکثر دارای گنجایش $2l + 1$ الکترون در ساختار خود است. با توجه به توضیحات داده شده، زیرلایه الکترونی $3d$ حداکثر گنجایش ۱۰ الکترون را داشته و پس از زیرلایه $4s$ شروع به پر شدن می‌کند. حداکثر گنجایش الکترونی زیرلایه‌های مختلف به شرح جدول زیر است:

زیرلایه	s	p	d	f	g
عدد کوانتومی فرعی (l)	۰	۱	۲	۳	۴
حداکثر گنجایش الکترونی	۲	۶	۱۰	۱۴	۱۸

۳) در اتم هیدروژن، با انتقال الکترون از لایه‌های بالاتر به لایه $n = 2$ ، پرتوهای مرئی گسیل می‌شود. تصویر زیر، انواع انتقال الکترونی ممکن و پرتوهای مرئی گسیل شده را در این اتم نشان می‌دهد:



با انتقال الکترون از لایه $n = 4$ به لایه $n = 2$ در اتم هیدروژن، یک پرتو با طول موج 486nm گسیل می‌شود. از آنجاکه انرژی لایه‌های الکترونی پیرامون هسته هر اتم ویژه همان اتم بوده و به عدد اتمی آن وابسته است، انرژی لایه‌ها و تفاوت انرژی میان آنها در اتم عنصرهای گوناگون، متفاوت است؛ بنابراین انتظار می‌رود هر عنصر، طیف نشری-خطی منحصر به فردی ایجاد کند. بر همین اساس، می‌توان گفت طول موج پرتو حاصل از انتقال الکترون از لایه $n = 4$ به لایه $n = 2$ در اتم هلیوم، برابر با 486 نانومتر نخواهد بود.

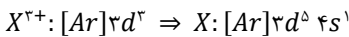


- ۷۰- اگر در آرایش الکترونی کاتیون X^{3+} که از عناصر موجود در تناوب چهارم بدست آمده است، شمار الکترون هایی با $n + l = 4$ دو برابر الکترون هایی با $n + l = 5$ باشد، کدام یک از مطالب زیر، در مورد عنصر X درست خواهد بود؟
- اتم این عنصر فلزی، دارای دو زیرلایه نیمه پر می باشد.
 - عنصر مورد نظر، دارای نماد تک حرفی بوده و کاتالیزگر واکنش ۱-هگزن مایع با هیدروژن است.
 - این عنصر چکش خوار بوده و با عنصر ${}^{43}Tc$ ، هم گروه و با عنصر ${}^{35}Br$ هم دوره است.
 - این عنصر در دمای اتاق حالت جامد داشته و همه الکترون های ظرفیتی آن، در یک لایه الکترونی قرار گرفته اند.

پاسخ: گزینه ۱ (سخت - مفهومی - ۱۰۰۱)

پاسخ تشریحی:

الکترون هایی با $n + l = 4$ در زیرلایه های $4s$ و $3p$ دیده می شوند. هم چنین الکترون هایی با $n + l = 5$ موجود در زیرلایه های $5s$ ، $4p$ و $3d$ هستند. اگر زیرلایه های $4s$ و $3p$ در ساختار یک اتم تکمیل باشند، مجموعاً ۸ الکترون دارند و با توجه به ۲ برابر بودن شمار این الکترون ها طبق فرض سوال، زیرلایه $3d$ که زودتر از دو زیرلایه $5s$ و $4p$ پر می شود، باید ۴ الکترون داشته باشد. پس حداکثر تعداد الکترون هایی با $n + l = 5$ در این گونه، برابر با ۴ است. بر این اساس، می توان نتیجه گرفت که عنصر X در حال پر کردن زیرلایه d خود است اما اگر زیرلایه $3d$ دارای ۴ الکترون باشد، زیرلایه $4s$ نمی تواند دو الکترون داشته باشد. از آن جا که گونه مورد نظر ما، یون ۳ بار مثبت است، می توان گفت در زیرلایه $4s$ خود الکترونی ندارد، پس الکترون هایی با $n + l = 4$ در این یون، فقط در زیرلایه $3p$ (مجموعاً ۶ الکترون) وجود دارند. شمار این الکترون ها دو برابر شمار الکترون ها با $n + l = 5$ است؛ پس در زیرلایه $3d$ نیز ۳ الکترون وجود دارد. پس می توان نوشت:



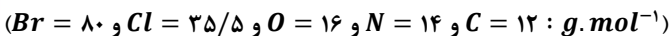
بنابراین عنصر مورد نظر، معادل با عنصر فلزی کروم است. کروم دارای دو زیرلایه نیمه پر $4s^1$ و $3d^5$ است.

بررسی سایر گزینه ها:

- کروم، دارای نماد شیمیایی دو حرفی است. در واکنش ۱-هگزن مایع با هیدروژن، هگزان مایع تولید می شود. کاتالیزگر این واکنش، نیکل است. توجه داریم که نیکل یک عنصر فلزی بوده و عدد اتمی آن برابر با ۲۸ خواهد بود.
- کروم در گروه ۶ جدول تناوبی و تکنسیم در گروه ۷ جدول تناوبی قرار دارد، پس این دو عنصر هم گروه نیستند.
- الکترون های ظرفیتی عناصر دسته d ، در دو زیرلایه ns و $(n-1)d$ قرار دارند، پس می توان گفت این الکترون ها در دو لایه متفاوت قرار دارند.

گروه آموزشی ماز

- ۷۱- اگر $10/8$ گرم از ترکیب N_2O_n ، دارای $10^{23} \times 3/01$ اتم اکسیژن باشد، جرم هر مول از ترکیب $BrCl_n$ برابر با چند گرم بوده و شمار اتم های موجود در این مقدار از ماده مورد نظر با شمار اتم ها در چند گرم گاز کربن مونوکسید برابر خواهد بود؟



$$84 - 257/5 \quad (4)$$

$$168 - 257/5 \quad (3)$$

$$84 - 186/5 \quad (2)$$

$$168 - 186/5 \quad (1)$$

پاسخ: گزینه ۴ (متوسط - مساله - ۱۰۰۱)

پاسخ تشریحی:

جرم مولی ترکیب داده شده برابر با $16n + 28$ گرم می شود. با توجه به تعداد اتم های اکسیژن موجود در ساختار مولکولی ترکیب داده شده (n) و جرم این ترکیب، می توان نوشت:

$$3/01 \times 10^{23} O \text{ اتم} = 10/8 g N_2O_n \times \frac{1 \text{ mol } N_2O_n}{28 + 16n g N_2O_n} \times \frac{n \text{ mol } O}{1 \text{ mol } N_2O_n} \times \frac{6/02 \times 10^{23} O \text{ اتم}}{1 \text{ mol } O} \implies n = 5$$

انکون جرم هر مول از ترکیب $BrCl_5$ را به دست می آوریم:

$$BrCl_5 \text{ جرم مولی} = \text{جرم مولی برم} + 5 \times \text{جرم مولی کلر} = 80 + 5 \times 35/5 = 257/5$$

هر مول $BrCl_5$ ، شامل ۶ مول اتم در ساختار مولکولی خود می شود. مقدار ۳ مول از گاز کربن مونوکسید (معادل با ۸۴ گرم گاز کربن مونوکسید) نیز شامل ۶ مول اتم در ساختار خود خواهد شد.

گروه آموزشی ماز

- ۷۲- عنصری که آرایش الکترونی اتم آن به ختم شود، در گروه جدول تناوبی جای داشته و با الکترون، به آرایش هشت تایی یک گاز نجیب می رسد.

$$(2) \quad 3p^2 - 14 - 3p^2 \text{ - گرفتن دو}$$

$$(4) \quad 4p^4 - 16 - 4p^4 \text{ - گرفتن دو}$$

$$(1) \quad 2s^1 - 1 \text{ - از دست دادن یک}$$

$$(3) \quad 4p^1 - 13 \text{ - از دست دادن سه}$$

پاسخ: گزینه ۴ (آسان - مفهومی - ۱۰۰۱)



عنصری که آرایش الکترونی اتم آن به $4p^4$ ختم شود، در دوره چهارم و گروه ۱۶ جدول تناوبی جای داشته و معادل با سلنیم (Se) است. سلنیم، عنصری نافلز بوده و با گرفتن ۲ الکترون به آرایش الکترونی کریپتون می‌رسد که آرایشی هشت تایی است. جدول زیر آرایش الکترونی لایه ظرفیت عناصر اصلی مربوط به گروه‌های مختلف جدول دوره‌ای را نمایش می‌دهد:

گروه	۱	۲	۱۳	۱۴	۱۵	۱۶	۱۷	۱۸ (غیر از هلیم)
آرایش الکترونی لایه ظرفیت	ns^1	ns^2	$ns^2 np^1$	$ns^2 np^2$	$ns^2 np^3$	$ns^2 np^4$	$ns^2 np^5$	$ns^2 np^6$
تعداد الکترون‌های ظرفیتی	۱	۲	۳	۴	۵	۶	۷	۸



۱- عنصری که آرایش الکترونی اتم آن به $2s^1$ ختم شود، در دوره دوم و گروه اول جدول تناوبی جای داشته و معادل با فلز لیتیم (Li) است. لیتیم با از دست دادن یک الکترون و تبدیل به یون Li^+ ، به آرایش پایدار گاز نجیب هلیم می‌رسد. این یون تک‌اتمی، پایدار بوده و در ساختار مواد یونی یافت می‌شود. دقت کنید که هلیم، آرایشی دوتایی دارد نه هشت تایی!

۲- عنصری که آرایش الکترونی اتم آن به $3p^2$ ختم شود، در دوره سوم و گروه ۱۴ جدول تناوبی جای داشته و معادل با سیلیسیم (Si) است. سیلیسیم، عنصری شبه‌فلزی بوده و توانایی تشکیل یون تک‌اتمی را ندارد. سیلیسیم فقط از طریق به اشتراک گذاشتن الکترون‌های ظرفیتی خود با سایر اتم‌ها، به پایداری رسیده و آرایش هشت تایی پیدا می‌کند.

۳- عنصری که آرایش الکترونی اتم آن به $4p^1$ ختم شود، در دوره چهارم و گروه ۱۳ جدول تناوبی جای داشته و معادل با گالیوم (Ga) است. یون پایدار گالیوم، به صورت Ga^{3+} است و به آرایش الکترونی هیچ گاز نجیبی نمی‌رسد.

گروه آموزشی ماز

۷۳- در یون پایدار X^{2-} ، تعداد الکترون‌هایی با $l = 1$ ، دو برابر تعداد الکترون‌هایی با $l = 0$ است. اگر تعداد پروتون‌ها و نوترون‌های موجود در هر اتم X با هم برابر باشد، یک نمونه $2/7$ گرمی از ترکیب XF_4 شامل چند اتم فلورئور در ساختار خود می‌شود؟

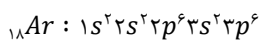
$(F = 19 \text{ g. mol}^{-1})$

- (۱) $1/204 \times 10^{23}$
- (۲) $9/03 \times 10^{23}$
- (۳) $3/01 \times 10^{23}$
- (۴) $6/02 \times 10^{23}$

پاسخ: گزینه ۴ (متوسط - مساله - ۱۰۰۱)



در یون پایدار X^{2-} ، تعداد الکترون‌هایی با $l = 1$ (الکترون‌های موجود در زیرلایه‌های p)، دو برابر تعداد الکترون‌هایی با $l = 0$ (الکترون‌های موجود در زیرلایه‌های s) است. بر این اساس، می‌توان گفت آرایش الکترونی یون مورد نظر مشابه به آرایش الکترونی گاز آرگون به صورت زیر است:



در هر اتم آرگون، ۱۲ الکترون در زیرلایه‌های p و ۶ الکترون در زیرلایه‌های s وجود دارد. بر این اساس، می‌توان گفت یون X^{2-} دارای ۱۸ الکترون است، پس اتم X دارای ۱۶ الکترون بوده و عدد اتمی آن برابر با ۱۶ است. چون در اتم X تعداد نوترون‌ها و پروتون‌ها با هم برابر است، پس عدد جرمی این عنصر برابر با ۳۲ بوده و جرم مولی آن نیز برابر با ۳۲ گرم می‌شود. با توجه به توضیحات داده شده، جرم مولی گونه XF_4 برابر با ۱۰۸ گرم بر مول می‌شود. بر این اساس، داریم:

$$? \text{ atom } F = 2/7 \text{ g } XF_4 \times \frac{1 \text{ mol } XF_4}{108 \text{ g } XF_4} \times \frac{4 \text{ mol } F}{1 \text{ mol } XF_4} \times \frac{6/02 \times 10^{23} \text{ atom } F}{1 \text{ mol } F} = 6/02 \times 10^{23} \text{ atom}$$

با توجه به محاسبات انجام شده، نمونه مورد نظر شامل $6/02 \times 10^{23}$ اتم فلورئور می‌شود.

گروه آموزشی ماز

۷۴- کدام موارد از عبارتهای زیر درست است؟

- آ: مدل بور، همانند مدل لایه‌ای اتم‌ها، توانایی توجیه طیف نشری خطی هلیم را داشت.
 ب: لایه‌هایی با $n = 2$ و $n = 3$ ، لایه‌های یکپارچه‌ای نبوده و هر کدام از آن‌ها از دو زیرلایه تشکیل شده‌اند.
 پ: در مدل لایه‌ای اتم‌ها، الکترون‌هایی با $n = 1$ ، در همه نقاط موجود در پیرامون هسته می‌توانند حضور پیدا کنند.
 ت: برای رسم آرایش الکترونی فشرده عناصر دوره چهارم، از گازی استفاده می‌شود که اتم آن دارای زیرلایه $2p$ پر است.

(۱) آ و ب (۲) ب و پ (۳) پ و ت (۴) آ و ت

پاسخ: گزینه ۳ (متوسط - مفهومی و حفظی - ۱۰۰۱)

پاسخ تشریحی:

عبارتهای (پ) و (ت) درست هستند.

بررسی موارد:

آ: مدل اتمی بور، فقط توانایی توجیه طیف نشری-خطی هیدروژن را داشت؛ درحالی که مدل لایه‌ای اتم، توانایی توجیه طیف نشری-خطی هیدروژن و سایر اتم‌های موجود در جدول تناوبی را داشت.

ب: لایه‌های دوم و سوم الکترونی در اتم‌ها، یکپارچه نبوده و هر کدام از آن‌ها، شامل چندین زیرلایه مجزا می‌شوند. دومین لایه الکترونی از دو زیرلایه الکترونی $2s$ و $2p$ تشکیل شده و سومین لایه الکترونی نیز از سه زیرلایه $3s$ ، $3p$ و $3d$ تشکیل شده است.



پ: دانشمندان به دنبال توجیه و علت ایجاد طیف نشری-خطی دیگر عنصرها و چگونگی نشر نور از اتم‌ها، ساختاری لایه‌ای برای اتم ارائه کردند. تصویر مقابل، ساختار لایه‌ای اتم را نشان می‌دهد:

در این مدل، اتم را به صورت کره‌ای در نظر می‌گیرند که هسته در فضای بسیار کوچک و در مرکز آن، جای داشته و الکترون‌ها در فضایی بسیار بزرگ‌تر و در لایه‌هایی پیرامون هسته توزیع می‌شوند. مطابق تصویر نشان داده شده، در ساختار لایه‌ای اتم هر بخش پررنگ، مهم‌ترین بخش از یک لایه الکترونی را نشان می‌دهد. بخشی که الکترون‌های آن لایه، بیشتر وقت خود را در آن فاصله از هسته سپری می‌کنند؛ به این معنا که الکترون در هر لایه‌ای که باشد، در همه نقاط پیرامون هسته حضور می‌یابد؛ اما در محدوده یاد شده احتمال حضور بیشتری دارد.

ت: برای نوشتن آرایش الکترونی فشرده یک عنصر از تناوب شماره n ، از نماد گاز نجیبی که در انتهای تناوب $n - 1$ قرار گرفته استفاده می‌شود. بر این اساس، می‌توان گفت برای رسم آرایش الکترونی فشرده عناصر دوره چهارم از گاز نجیب آرگون استفاده می‌شود که در آن، زیرلایه $2p$ پر از الکترون است.

آرگون، گازی هوشمند

آرگون، گازی بی‌رنگ، بی‌بو و غیر سمی بوده و فراوان‌ترین گاز نجیب موجود در هواکره است. واژه آرگون به معنای تنبل است؛ زیرا این گاز واکنش‌پذیری ناچیزی دارد. این گاز برخلاف اکسیژن در پتروشیمی شیراز با خلوص بسیار بالا تهیه می‌شود. آرگون به عنوان (۱) محیط بی‌اثر در جوشکاری (۲) برش فلزها (۳) در ساخت لامپ‌های رشته‌ای به کار می‌رود.

گروه آموزشی ماز

۷۵- کدام یک از مطالب داده شده نادرست است؟

- (۱) در بلور منیزیم اکسید، شمار آنیون‌ها و کاتیون‌ها با هم برابر بوده و بین ذرات پیوند یونی برقرار شده است.
 (۲) ترکیبی با فرمول NaN_3 ، سدیم نیتريد نام داشته و لایه دوم الکترونی در کاتیون آن کاملاً پر الکترون است.
 (۳) در تناوب دوم، عنصر کربن دارای بیشترین تعداد الکترون‌های جفت نشده در آرایش الکترون-نقطه‌ای خود است.
 (۴) اتم‌هایی که شمار الکترون‌های ظرفیتی آن‌ها برابر و یا کمتر از ۳ عدد باشد، در شرایط مناسب به کاتیون تبدیل می‌شوند.

پاسخ: گزینه ۲ (متوسط - مفهومی - ۱۰۰۱)

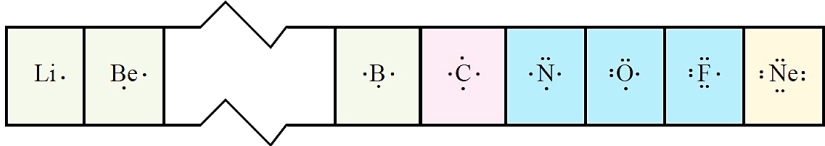
پاسخ تشریحی:

بار الکتريکی یون‌های نیتريد و سدیم، به ترتیب برابر با -3 و $+1$ است. بر این اساس، می‌توان گفت ترکیبی با فرمول شیمیایی NaN_3 ، سدیم نیتريد نام داشته و لایه دوم الکترونی (لایه $n = 2$) در کاتیون آن (کاتیون سدیم) کاملاً پر الکترون است.

بررسی سایر گزینه‌ها:

(۱) منیزیم اکسید، یک ترکیب یونی با فرمول شیمیایی MgO است. با توجه به فرمول شیمیایی منیزیم اکسید، می‌توان گفت در بلور این ماده شمار آنیون‌ها و کاتیون‌ها با هم برابر بوده و بین ذرات پیوند یونی برقرار شده است.

۳ آرایش الکترون- نقطه‌ای عناصر موجود در تناوب دوم به صورت زیر است:



همانطور که مشخص است، از میان عناصر موجود در این تناوب، کربن دارای بیشترین تعداد الکترون‌های جفت نشده است.

۴ اتم‌هایی که شمار الکترون‌های ظرفیتی آن‌ها برابر و یا کمتر از ۳ عدد باشد، اغلب فلز بوده و در شرایط مناسب، با از دست دادن الکترون‌های ظرفیتی خود به کاتیون تبدیل می‌شوند. البته، این جمله کمی اشکال علمی دارد! برای مثال، هیدروژن، هلیوم، بریلیم و بور، از جمله عناصری هستند که کمتر از ۳ الکترون ظرفیتی دارند اما به سادگی به کاتیون تبدیل نمی‌شوند. توجه داریم که این جمله، در یکی از تمرین‌های کتاب درسی آورده شده و امکان مطرح شدن آن در کنکور سراسری نیز وجود دارد.

گروه آموزشی ماز

۷۶- مخلوطی که شامل جرم برابر از نقره نیترات ($AgNO_3$) و سدیم نیترات ($NaNO_3$) می‌شود، در اختیار داریم. اگر در مخلوط مورد نظر مجموعاً $4/515 \times 10^{22}$ اتم نیتروژن وجود داشته باشد، جرم این مخلوط جامد برابر با جرم چند مول گاز آمونیاک خواهد بود؟

($Ag = 108$ و $Na = 23$ و $O = 16$ و $N = 14$ و $H = 1$: $g \cdot mol^{-1}$)

- ۵ (۱)
- ۲/۵ (۲)
- ۰/۵ (۳)
- ۰/۲۵ (۴)

پاسخ: گزینه ۳ (سخت - مساله - ۱۰۰۱)



ابتدا با توجه به اطلاعات داده شده در صورت سوال، تعداد مول اتم‌های نیتروژن را محاسبه می‌کنیم. بر این اساس، داریم:

$$? mol N = \frac{4/515 \times 10^{22} atom N \times 1 mol N}{6/0.2 \times 10^{23} atom N} = 0/0.75 mol$$

فرض می‌کنیم که x گرم نقره نیترات در اختیار داریم. با توجه به برابر بودن جرم نمونه نقره نیترات و سدیم نیترات در مخلوط اولیه، جرم نمونه سدیم نیترات موجود در این مخلوط نیز برابر با x گرم می‌شود. از آنجا که جرم مولی نقره نیترات و سدیم نیترات به ترتیب برابر با ۱۷۰ و ۸۵ گرم بر مول است، پس می‌توان گفت مقدار مول نمونه نقره نیترات معادل با $\frac{x}{170}$ و مقدار مول نمونه سدیم نیترات نیز معادل با $\frac{x}{85}$ خواهد بود. همچنین می‌دانیم که در هر مول از نقره نیترات و سدیم نیترات نیز یک مول اتم نیتروژن وجود دارد، پس مجموع تعداد مول اتم‌های نیتروژن موجود در این دو ترکیب معادل با $\frac{x}{170} + \frac{x}{85}$ است. بنابر توضیحات داده شده، داریم:

$$? mol N = \frac{x}{170} mol N + \frac{x}{85} mol N = 0/0.75 mol N \Rightarrow \frac{3x}{170} = 0/0.75 \Rightarrow x = \frac{0/0.75 \times 170}{3} = 4/25 g$$

بنابراین در مخلوط مورد نظر ۴/۲۵ گرم نقره نیترات و ۴/۲۵ گرم سدیم نیترات وجود دارد که مجموع جرم این دو ماده برابر با ۸/۵ گرم است. می‌دانیم که هر مول آمونیاک (NH_3) نیز جرمی برابر با ۱۷ گرم دارد، پس مقدار خواسته شده را به دست می‌آوریم:

$$? mol NH_3 = \frac{جرم مخلوط نقره نیترات و سدیم نیترات}{جرم مولی آمونیاک} = \frac{8/5}{17} = 0/5 mol$$

گروه آموزشی ماز

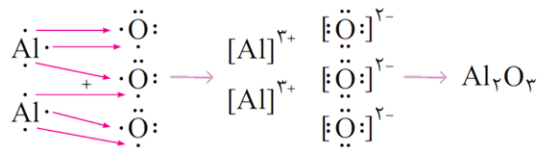
۷۷- ترکیب یونی X ، از واکنش میان سومین عنصر موجود در تناوب سوم با گاز اکسیژن بدست می‌آید. در واکنش تولید هر مول از این ترکیب یونی، چند الکترون بین گونه‌ها مبادله می‌شود؟

- ۱) $4/515 \times 10^{24}$
- ۲) $9/0.3 \times 10^{24}$
- ۳) $1/8.6 \times 10^{24}$
- ۴) $3/612 \times 10^{24}$

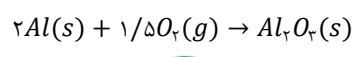
پاسخ: گزینه ۴ (آسان - مساله - ۱۰۰۱)



سومین عنصر موجود در تناوب سوم، معادل با آلومینیم است. معادله واکنش میان آلومینیم و اکسیژن به صورت زیر است:



معادله این واکنش شیمیایی به صورت زیر است:



مطابق تصویر و معادله بالا، در واکنش تولید یک مول آلومینیم اکسید، ۲ مول اتم آلومینیم، هر یک ۳ الکترون از دست داده و ۲ مول یون آلومینیم تولید شده است. بر این اساس، می توان گفت در واکنش تولید هر مول آلومینیم اکسید، ۶ مول الکترون مبادله شده است. با توجه به توضیحات داده شده، داریم:

$$? e^- = 1 \text{ mol } Al_2O_3 \times \frac{6 \text{ mol } e^-}{1 \text{ mol } Al_2O_3} \times \frac{6/0.2 \times 10^{23} e^-}{1 \text{ mol } e^-} = 3/612 \times 10^{24} e^-$$

گروه آموزشی ماز

۷۸- کدام عبارت نادرست است؟

- ۱) در فرایند جوش کاربردی، از سوختن ساده ترین عضو خانواده آلکین ها، برای جوش دادن قطعه های فلزی استفاده می شود.
- ۲) در طول سال های اخیر، میزان استخراج و مصرف مواد معدنی، همانند عناصر فلزی و سوخت های فسیلی افزایش یافته است.
- ۳) بنزین یک محلول غیرآبی بوده و با سوختن هر گرم از آن در مقایسه با هر گرم زغال سنگ، انرژی بیشتری آزاد می شود.
- ۴) آرایش الکترونی یون های پایدار حاصل از همه عناصر موجود در دسته d از تناوب چهارم به زیرلایه 3d ختم می شود.

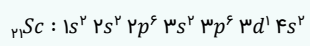
پاسخ: گزینه ۴ (متوسط - مفهومی و حفظی - ۱۱۰۱)

پاسخ تشریحی:

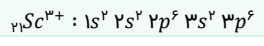
آرایش الکترونی یون های پایدار حاصل از برخی عناصر موجود در دسته d از تناوب چهارم مثل عناصر اسکاندیم و تیتانیوم، به زیرلایه 3d ختم می شود. این یون ها، به آرایش الکترونی یک گاز نجیب دست پیدا کرده اند.

اسکاندیم، نخستین فلز واسطه

اسکاندیم با نماد Sc، نخستین فلز واسطه موجود در جدول دوره ای است که در وسایل خانه مانند تلویزیون رنگی و برخی شیشه ها وجود دارد. آرایش الکترونی اسکاندیم به صورت زیر است:



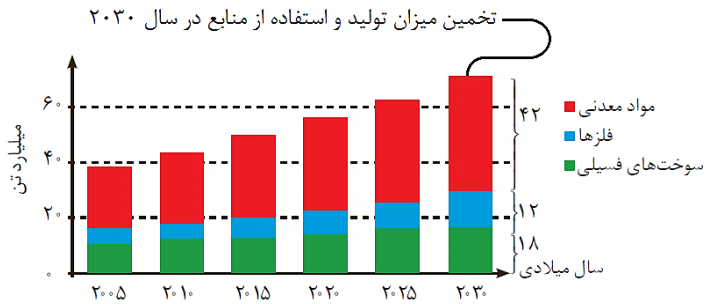
اتم های اسکاندیم با از دست دادن ۳ الکترون، به یون پایدار اسکاندیم تبدیل می شوند. آرایش الکترونی یون اسکاندیم به صورت زیر است:



بررسی سایر گزینه ها:

۱) گاز اتین با فرمول شیمیایی C_2H_2 ، ساده ترین عضو خانواده آلکین ها است. در فرایند جوش کاربردی، با سوختن گاز اتین، گرمای لازم برای جوش دادن قطعه های فلزی به یکدیگر تامین می شود.

۲) در طول سال های اخیر، میزان استخراج و مصرف مواد معدنی، همانند عناصر فلزی و سوخت های فسیلی افزایش یافته است. نمودار زیر، روند استخراج و مصرف این منابع را نشان می دهد:



با توجه به این نمودار، در سال های اخیر میزان استخراج فلزها نسبت به مواد معدنی و سوخت های فسیلی کمتر بوده است. توجه داریم که طبق این نمودار، پیش بینی می شود که در سال ۲۰۳۰، نزدیک به ۱۲ میلیارد تن فلز، ۱۸ میلیارد تن سوخت و ۴۲ میلیارد تن مواد معدنی از زمین استخراج خواهد شد.

۳) بنزین یک محلول غیرآبی بوده و به ازای سوختن هر گرم از آن در مقایسه با هر گرم زغال سنگ، انرژی بیشتری آزاد می شود. جدول زیر، ویژگی های مختلف بنزین و زغال سنگ را در مقایسه با یکدیگر نشان می دهد:

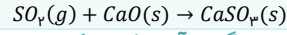
نام سوخت	گرمای آزاد شده (kJ / g)	فرآورده های سوختن	مقدار CO_2 به ازای هر کیلوژول انرژی تولید شده (g)
بنزین	۴۸	CO_2 , CO , H_2O	۰/۰۶۵
زغال سنگ	۳۰	SO_2 , CO_2 , NO_2 , CO , H_2O	۰/۱۰۴

سوختن زغال سنگ

چون بر اثر سوختن زغال سنگ آلاینده های متنوع تر و بیشتری تولید می شود، در صورت جایگزینی نفت با زغال سنگ، مقدار بیشتری از انواع آلاینده ها به هوا کره وارد شده و این امر، باعث تشدید اثر گلخانه ای می شود. علاوه بر این، آلاینده های مورد نظر منجر به تولید باران های اسیدی شده و به محیط زیست آسیب می رسانند. مشکل دیگر زغال سنگ، شرایط دشوار استخراج آن است؛ به طوری که در صد سال اخیر، بیش از ۵۰۰۰۰۰ نفر در سطح جهان بر اثر انفجار یا فروریختن معدن جان خود

را از دست داده‌اند. این انفجارها اغلب به دلیل تجمع گاز متان (CH_4) آزاد شده از زغال سنگ در معدن رخ می‌دهد. برای کاهش آلاینده‌ی زغال‌سنگ، از روش‌های زیر استفاده می‌شود:

- ✓ شست و شوی زغال سنگ به منظور حذف گوگرد و ناخالصی‌های دیگر از آن.
- ✓ به دام انداختن گاز SO_2 خارج شده از نیروگاه‌ها با عبور گازهای خروجی از روی کلسیم اکسید و با استفاده از واکنش زیر:



گروه آموزشی ماز

۷۹- مقدار $25/2$ گرم از آلکنی که تعداد پیوندهای $C-H$ در آن ۳ برابر تعداد پیوندهای $C-C$ است، به صورت جداگانه یکبار به صورت ناقص و یکبار به صورت کامل سوزانده می‌شود. تفاوت حجم اکسیژن مصرف شده طی این دو فرایند (پس از تبدیل به شرایط STP) برابر چند لیتر است؟ (از سوختن ناقص هیدروکربن‌ها، گاز کربن مونوکسید تولید می‌شود.)

$(C = 12 \text{ و } H = 1 : g.mol^{-1})$

- (۱) $17/92$
- (۲) $20/16$
- (۳) $15/68$
- (۴) $14/56$

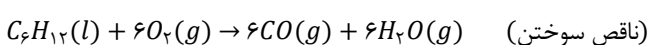
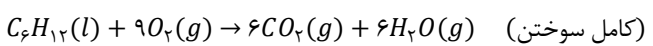
پاسخ: گزینه ۲ (سخت - مساله - ۱۱۰۱)



فرمول مولکولی آلکن‌ها به صورت C_nH_{2n} است. در ساختار یک ترکیب آلکنی، ۱ پیوند $C=C$ ، تعداد $2n$ پیوند $C-H$ و تعداد $n-2$ پیوند $C-C$ وجود دارد. در این آلکن تعداد پیوندهای $C-H$ سه برابر تعداد پیوندهای $C-C$ است. بر این اساس، داریم:

$$\frac{2n}{n-2} = 3 \implies n = 6$$

بنابراین آلکن مورد نظر معادل با هگزن است که یکبار به صورت کامل و بار دیگر به صورت ناقص سوزانده شده است. فرمول شیمیایی هگزن، به صورت C_6H_{12} است. با سوختن کامل هیدروکربن‌ها، آب و کربن دی‌اکسید تولید می‌شود و هنگام سوختن ناقص آن‌ها، کربن مونوکسید و آب تولید می‌شود. معادله سوختن کامل و ناقص هگزن را می‌نویسیم و موازنه می‌کنیم:



در قدم بعد، حجم گاز اکسیژن مورد نیاز برای سوختن کامل و ناقص $25/2$ گرم هگزن را محاسبه می‌کنیم:

$? L O_2 = 25/2 g C_6H_{12} \times \frac{1 mol C_6H_{12}}{84 g C_6H_{12}} \times \frac{9 mol O_2}{1 mol C_6H_{12}} \times \frac{22/4 L O_2}{1 mol O_2} = 60/48 L$ (سوختن کامل)

$? L O_2 = 25/2 g C_6H_{12} \times \frac{1 mol C_6H_{12}}{84 g C_6H_{12}} \times \frac{6 mol O_2}{1 mol C_6H_{12}} \times \frac{22/4 L O_2}{1 mol O_2} = 40/32 L$ (سوختن ناقص)

بنابراین اختلاف حجم گاز اکسیژن مورد نیاز در شرایط STP برابر با $20/16 L$ است.

گروه آموزشی ماز

۸۰- دانش آموزی در نام‌گذاری یک آلکان، آن را به اشتباه به صورت ۵-متیل-۴،۳-دی‌اتیل هگزان گزارش کرده است. نام درست آلکان مورد نظر کدام است؟

- (۱) ۴،۳-دی‌اتیل-۲-متیل هگزان
- (۲) ۳،۲-دی‌اتیل-۲-متیل هگزان
- (۳) ۳-اتیل-۲-متیل هپتان
- (۴) ۴،۳،۲-تری‌متیل هپتان

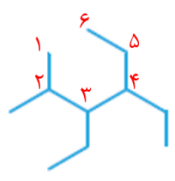
پاسخ: گزینه ۱ (آسان - مفهومی - ۱۱۰۱)



آلکان‌ها دسته‌ای از هیدروکربن‌ها هستند که در آنها هر اتم کربن با چهار پیوند یگانه به اتم‌های کناری متصل شده است. متان ساده‌ترین و نخستین عضو خانواده آلکان‌ها بوده و سایر اعضای این خانواده نیز بین ۲ تا ده‌ها اتم کربن در ساختار مولکولی خود دارند. به طور کلی، آلکان‌ها را در دو گروه راست‌زنجیر و شاخه‌دار می‌توان قرار داد. برای حل کردن این سوال، ابتدا یک زنجیر ۶ کربنه رسم کرده و روی سومین و چهارمین کربن شاخه اتیل و روی کربن شماره ۵ شاخه متیل رسم می‌کنیم. ساختار این ماده به صورت زیر خواهد بود:



در قدم بعد، شماره گذاری اتم‌های کربن از روی زنجیره اصلی را پاک کرده و این اتم‌های کربن را مجدداً به صورت درست شماره گذاری می‌کنیم. شماره گذاری باید از سمت چپ انجام شود. در این حالت، داریم:



توجه داریم که با توجه به نزدیک‌تر بودن اولین شاخه به کربن سمت چپ، شماره گذاری از این سمت اولویت دارد. با توجه به شماره گذاری جدید نام آلکان به صورت ۳، ۴-دی‌اتیل-۲-متیل هگزان است.

گروه آموزشی ماز

۸۱- کدام یک از موارد زیر، نادرست است؟ $(C = 12, H = 1 : g. mol^{-1})$

- ۱) یک مول از فراورده حاصل از سیرشدن آلکنی با ۸ پیوند $C-H$ ، در شرایط STP با $145/6$ لیتر O_2 به‌طور کامل می‌سوزد.
- ۲) درصد جرمی کربن در سبک‌ترین آلکانی که در دمای اتاق به حالت مایع یافت می‌شود، به تقریب برابر با $83/3\%$ است.
- ۳) در فرایند نام‌گذاری ساده‌ترین آلکان با شاخه فرعی اتیل، جهت شماره گذاری کربن‌ها در زنجیره اصلی تفاوتی ندارد.
- ۴) موز و گوجه رسیده، گازی را از خود آزاد می‌کنند که در گذشته با نام استیلن خوانده می‌شد.

پاسخ: گزینه ۴ (متوسط - مفهومی و مساله - ۱۱۰۱)

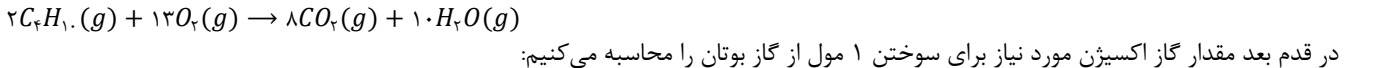


موز و گوجه رسیده بعد از رسیدن، از خود گازی به نام اتن با نام قدیمی اتیلن آزاد می‌کنند که به نوبه خود باعث رسیدن سریع‌تر باقی میوه‌ها می‌شود. به همین خاطر است که این گاز، با نام عامل عمل‌آورنده میوه نیز شناخته می‌شود. ویژگی‌های گاز اتن در نمودار زیر آورده شده است:

- ساده‌ترین آلکن بوده و در ساختار خود یک پیوند دوگانه کربن-کربن دارد
- در دمای اتاق به حالت گاز یافت می‌شود
- مولکول آن ناقطبی بوده و در میدان الکتریکی جهت‌گیری پیدا نمی‌کند
- از موز و گوجه فرنگی رسیده آزاد می‌شود
- در واکنش تولید پلی‌اتن سبک و سنگین به عنوان مونومر مصرف می‌شود
- سیرنشده بوده و با گاز هیدروژن یا بخار برم واکنش می‌دهد



۱) در همه هیدروکربن‌ها، اتم‌های هیدروژن همگی تنها با یک پیوند یگانه به یک اتم کربن متصل شده‌اند، پس در ساختار هر ماده هیدروکربنی (ماده‌ای که فقط از کنار هم قرار گرفتن اتم‌های کربن و هیدروژن ساخته شده باشد)، تعداد پیوندهای کربن-هیدروژن برابر تعداد هیدروژن‌ها است. بنابراین، آلکن موردنظر در ساختار خود دارای ۸ اتم هیدروژن بوده و معادل با بوتن است. بوتن در واکنش با گاز هیدروژن به بوتان تبدیل شده و سیر می‌شود. معادله واکنش سوختن گاز بوتان به صورت زیر است:



$$? L O_2 = 1 mol C_4H_{10} \times \frac{13 mol O_2}{2 mol C_4H_{10}} \times \frac{22.4 L O_2}{1 mol O_2} = 145/6 L$$

۲) آلکان‌هایی که در ساختار خود یک تا چهار اتم کربن دارند، نقطه جوش پایین‌تر از صفر داشته و در دمای اتاق به حالت گاز یافت می‌شوند. پنتان (C_5H_{12}) نخستین آلکانی است که در دمای اتاق حالت مایع دارد. حال درصد جرمی کربن را در این آلکان محاسبه می‌کنیم:

$$\text{درصد جرمی کربن} = \frac{\text{جرم کربن}}{\text{جرم آلکان}} \times 100 = \frac{5 \times 12}{(5 \times 12) + (12 \times 1)} \times 100 \approx 83/3\%$$

نقش شمار اتم‌های کربن در رفتار هیدروکربن‌ها

شمار اتم‌های کربن نقش مهمی در رفتار هیدروکربن‌ها دارد. در واقع، با تغییر تعداد اتم‌های کربن موجود در این مواد، اندازه و جرم مولکول‌های آن‌ها تغییر کرده و به دنبال آن، نیروی بین مولکولی، نقطه جوش و ... نیز تغییر می‌کنند. به عنوان مثال، با افزایش شمار اتم‌های کربن موجود در آلکان‌ها (n)، جرم مولی و حجم مولکول‌های سازنده این مواد افزایش یافته و به دنبال آن، قدرت نیروهای بین مولکولی (نیروی وان‌دروالسی) نیز افزایش پیدا می‌کند. برای مثال، چون جرم مولی و حجم مولکول‌های

نونان (C_9H_{18}) بیشتر از جرم مولی و حجم مولکول های هگزان (C_6H_{14}) است، می توان گفت قدرت نیروهای وان دروالسی بین مولکول های نونان نیز بیشتر از قدرت نیروهای وان دروالسی بین مولکول های هگزان است.

۳ ساده ترین آلکانی که در ساختار خود شاخه فرعی اتیل دارد، اتیل پنتان یا همان ۳-اتیل پنتان است. شماره گذاری کربن ها از هر سمتی که شروع شود، شاخه فرعی اتیل روی کربن شماره ۳ قرار می گیرد، پس جهت شماره گذاری کربن ها در این آلکان تفاوتی در نامگذاری آن ایجاد نمی کند.

گروه آموزشی ماز

۸۲ - کدام یک از مطالب زیر درست است؟

- ۱) در آلکان های راست زنجیر، اتم های کربن موجود در هر مولکول در یک راستا قرار داشته و بر روی یک خط راست قرار می گیرند.
- ۲) هگزن و سیکلو هگزان، فرمول شیمیایی یکسانی داشته و برای شناسایی آن ها از هم، از واکنش آن ها با Br_2 استفاده می شود.
- ۳) از واکنش میان ساده ترین عضو خانواده آلکن ها با مولکول های آب، می توان برای بدست آوردن الکل چوب استفاده کرد.
- ۴) بیش از ۹۰٪ نفت خام، به عنوان خوراک پتروشیمی مصرف شده و بخش کمی از آن صرف تامین انرژی می شود.

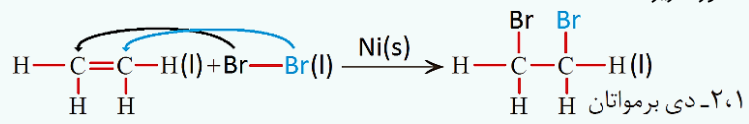
پاسخ: گزینه ۲ (متوسط - مفهومی و حفظی - ۱۱۰۱)

پاسخ شیمی:

فرمول شیمیایی هگزن و سیکلو هگزان به صورت C_6H_{12} است. با توجه به شباهت فرمول شیمیایی هگزن و سیکلو هگزان، این دو ماده نسبت به یکدیگر ایزومر هستند، اما خواص فیزیکی و شیمیایی متفاوتی دارند. از آنجا که هگزن یک هیدروکربن سیر نشده و سیکلو هگزان یک ترکیب سیر شده است، برای شناسایی این مواد از هم، از واکنش آن ها با Br_2 استفاده می شود. توجه داریم که هیدروکربن های سیر شده با بخار برم واکنش نمی دهند.

واکنش هالوژن ها با هیدروکربن های سیر نشده

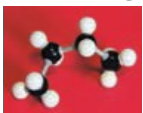
هالوژن ها (Cl_2 , F_2 , Br_2) در واکنش با آلکن ها و سایر هیدروکربن های سیر نشده، به دو اتم مجزا شکسته شده و به پیوند $C=C$ افزوده می شوند. به عنوان مثال، واکنش مولکول های اتن با برم مایع به صورت زیر است:



برم (Br_2)، عضوی از خانواده هالوژن ها است که به رنگ قرمز دیده می شود. در صورت مجاورت آلکن ها مولکول های برم، این ماده به تدریج مصرف شده و از شدت رنگ قرمز موجود در محیط مورد نظر کاسته می شود. از این فرایند، برای تشخیص این هیدروکربن ها از هیدروکربن های سیر شده استفاده می شود.

بررسی سایر گزینه ها:

۱ تصویر زیر، نمایی از مدل گلوله و میله مولکول های بوتان را نشان می دهد:

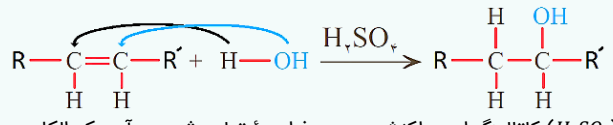


همانطور که مشخص است، اتم های کربن موجود در این مولکول بر روی یک خط راست قرار نداشته و به صورت زیگزاکی به یکدیگر متصل شده اند.

۳ از واکنش شیمیایی میان ساده ترین عضو خانواده آلکن ها (گاز اتن یا همان اتیلن) با مولکول های آب، می توان برای بدست آوردن اتانول استفاده کرد؛ درحالی که متانول به الکل چوب معروف است.

واکنش آلکن ها با آب

مولکول های آلکن ها در شرایط مناسب با آب واکنش می دهند. طی این فرایند، مولکول های آب به یک اتم هیدروژن ($-H$) و یک گروه $-OH$ شکسته شده و به پیوند دوگانه موجود در ساختار آلکن ها افزوده می شوند. معادله این واکنش به صورت زیر است:

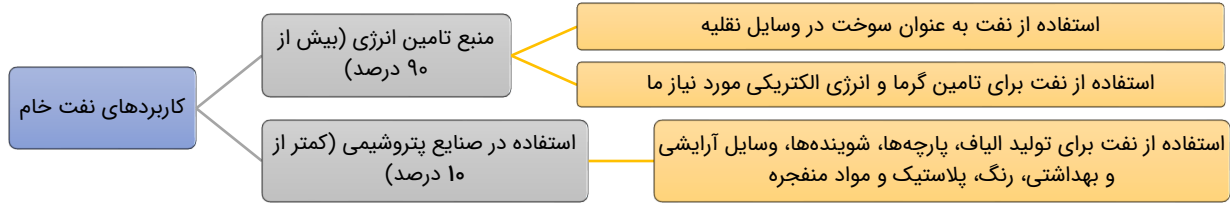


همانطور که مشخص است، سولفوریک اسید (H_2SO_4) کاتالیزگر این واکنش بوده و فرآورده تولید شده در آن یک الکل سیر شده است.

۴ کمتر از ۱۰ درصد نفت خام به عنوان خوراک پتروشیمی و به منظور تولید فرآورده های نفتی مثل الیاف و ... مصرف شده و باقیمانده آن (۹۰ درصد) صرف سوزاندن و تامین انرژی می شود.



نمودار زیر، کاربردهای دقیق نفت خام را نشان می‌دهد:



گروه آموزشی ماز

۸۳- مخلوطی از ۲،۲-دی‌متیل بوتان و ۲-هگزن به جرم ۲۵ گرم، با ۳۳۶۰ میلی‌لیتر گاز کلر در شرایط STP و در مجاورت کاتالیزگر $FeCl_3$ به طور کامل واکنش می‌دهد. درصد جرمی هیدروکربن با واکنش‌پذیری کمتر در مخلوط اولیه و جرم ترکیب کلردار در مخلوط نهایی به ترتیب کدام است؟

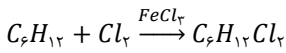
$$(Cl = 35/5, C = 12, H = 1 : g.mol^{-1})$$

- ۱) ۴۹/۶ - ۳۳/۲۵ ۲) ۵۰/۴ - ۲۳/۲۵ ۳) ۴۹/۶ - ۲۲/۷۵ ۴) ۵۰/۴ - ۲۲/۷۵

پاسخ: گزینه ۱ (متوسط - مساله - ۱۱۰۱)



بین دو هیدروکربن داده شده، تنها ۲-هگزن با گاز کلر واکنش می‌دهد. معادله واکنش انجام شده به صورت زیر است:



توجه داریم که واکنش‌پذیری آلکن‌ها از آلکن‌ها بیشتر است و این گروه از هیدروکربن‌ها برخلاف آلکن‌ها در شرایط مناسب با گازهای Cl_2 و HCl واکنش می‌دهند. ابتدا جرم ۲-هگزن مصرف شده و جرم ۳،۲-دی‌کلرو هگزان تولید شده را حساب می‌کنیم:

$$? g C_6H_{12} = 3360 \text{ ml } Cl_2 \times \frac{1 \text{ mol } Cl_2}{22400 \text{ ml } Cl_2} \times \frac{1 \text{ mol } C_6H_{12}}{1 \text{ mol } Cl_2} \times \frac{84 \text{ g } C_6H_{12}}{1 \text{ mol } C_6H_{12}} = 12/6 \text{ g } C_6H_{12}$$

$$? g C_6H_{11}Cl = 0/15 \text{ mol } Cl_2 \times \frac{1 \text{ mol } C_6H_{11}Cl}{1 \text{ mol } Cl_2} \times \frac{155 \text{ g } C_6H_{11}Cl}{1 \text{ mol } C_6H_{11}Cl} = 23/25 \text{ g } C_6H_{11}Cl$$

در مخلوط اولیه، $12/6 = 49/6 - 25 = 12/4$ گرم از هیدروکربن با واکنش‌پذیری کمتر (۲،۲-دی‌متیل بوتان) وجود دارد که درصد جرمی آن برابر است با:

$$\text{درصد جرمی هیدروکربن با واکنش‌پذیری کمتر} = \frac{12/4}{25} \times 100 = 49/6 \text{ درصد}$$

ویژگی‌های مشترک در اعضای خانواده آلکن‌ها

فرمول کلی اعضای خانواده آلکن‌ها به صورت C_nH_{2n} بوده و حداقل مقدار n در آن برابر با ۲ است. بر این اساس، در همه آلکن‌ها شمار اتم‌های هیدروژن ۲ برابر شمار اتم‌های کربن است. برای عنوان مثال، C_6H_{12} و C_8H_{16} اعضای این خانواده هستند. با توجه به فرمول شیمیایی کلی آلکن‌ها و جرم مولی اتم‌های هیدروژن و کربن، برای محاسبه درصدی جرمی کربن در اعضای این خانواده از رابطه زیر استفاده می‌کنیم:

$$\text{درصد جرمی کربن} = \frac{\text{جرم مولی کربن} \times n}{\text{جرم مولی آلکن}} \times 100 = \frac{12 \times n}{14 \times n} \times 100 = 85/71$$

همانطور که مشخص است، درصد جرمی اتم‌های کربن در همه اعضای خانواده آلکن‌ها با یکدیگر برابر بوده و معادل با ۸۵/۷۱ درصد است. از آنجا که در ساختار آلکن‌ها فقط اتم‌های هیدروژن و کربن وجود دارند، گشتاور دوقطبی (μ) مولکول‌های سازنده این مواد تقریباً برابر با صفر بوده و این مواد ناقطبی به شمار می‌روند. بر این اساس، نوع نیروهای بین‌مولکولی در آلکن‌ها از نوع وان‌دروالسی است.

گروه آموزشی ماز

۸۴- کدام یک از عبارات‌های زیر در رابطه با نفت خام نادرست است؟

- ۱) نفت خام یک سوخت فسیلی بوده و به شکل مایع غلیظ سیاه رنگ یا قهوه‌ای متمایل به سبز از زمین استخراج می‌شود.
- ۲) از عنصر اصلی سازنده نفت خام، برای ایجاد یک سنجه مناسب جهت اندازه‌گیری جرم اتمی استفاده شده است.
- ۳) نفت خام، مخلوطی از هیدروکربن‌ها بوده و برخی از آلکن‌های موجود در آن، به عنوان سوخت هواپیما کاربرد دارند.
- ۴) برای جداسازی اجزای سازنده نفت خام، از فرایند تقطیر جبهه‌جز این ماده استفاده می‌شود.

پاسخ: گزینه ۳ (متوسط - مفهومی و حفظی - ۱۱۰۱)



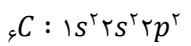
نفت خام، مخلوطی از هیدروکربن‌های خطی و حلقوی است. نزدیک به ۹۰ درصد از نفت خام توسط آلکن‌ها تشکیل شده است. این ترکیب‌ها سیرشده بوده و اغلب در واکنش‌های شیمیایی استفاده نمی‌شوند. به همین خاطر، از این هیدروکربن‌ها اغلب به عنوان سوخت استفاده می‌شود. در واقع، بیش از ۹۰ درصد نفت خام صرف سوزاندن و تأمین انرژی می‌شود و تنها مقدار کمی از آن به عنوان خوراک پتروشیمی در تولید مواد پتروشیمیایی (موادی مثل لیاف، پارچه،

مواد شوینده، پلاستیک و ... به کار می‌رود. سوخت هواپیما، به طور عمده از نفت سفید تشکیل شده و نفت سفید نیز مخلوطی از آلکان‌ها است که در ساختار خود بین ۱۰ تا ۱۵ اتم کربن دارند.

بررسی سایر گزینه‌ها:

۱) نفت خام (طلای سیاه) یکی از سوخت‌های فسیلی بوده که به شکل مایع غلیظ سیاه رنگ یا قهوه‌ای متمایل به سبز از دل زمین استخراج می‌شود.

۲) عنصر اصلی سازنده نفت خام، کربن است؛ پس برای پی‌بردن به ویژگی‌ها و خواص نفت خام، نخست باید رفتارها و ویژگی‌های کربن را بشناسیم. عنصر کربن (C) در خانه شماره ۶ جدول دوره‌ای جای داشته و متعلق به دسته p است. این اتم رفتارهای منحصر به فردی دارد که آن را از اتم دیگر عنصرهای جدول متمایز می‌کند. به همین خاطر، ترکیب‌های شناخته شده از اتم کربن، از مجموع ترکیب‌های شناخته شده از دیگر عنصرهای جدول دوره‌ای بیشتر است. آرایش الکترونی کربن به صورت زیر است:



توجه داریم که از یکی از ایزوتوپ‌های کربن، برای ساختن مقیاس جرمی amu استفاده می‌شود.

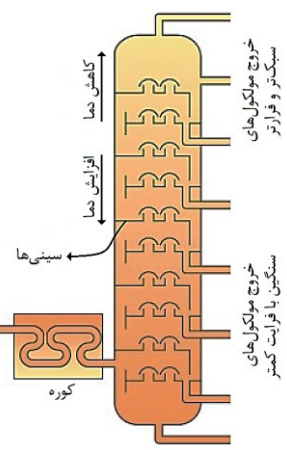
amu سنج‌های مناسب و در دسترس برای اندازه‌گیری جرم اتم‌ها

دانشمندان برای اینکه بتوانند خواص فیزیکی و شیمیایی مواد را در محیطی مانند بدن انسان، محیط زیست و محیط آزمایش بررسی و اثر آن را گزارش کنند، باید بدانند که چه جرمی از اتم‌ها یا مولکول‌های آن ماده وارد محیط شده است. به همین خاطر، آنها همواره در پی یافتن سنج‌های مناسب و در دسترس برای اندازه‌گیری جرم اتم‌ها بوده‌اند. سرانجام، دانشمندان از مقیاس amu برای بررسی جرم نسبی سایر اتم‌ها استفاده کردند. در این مقیاس، هر واحد جرم اتمی برابر با $\frac{1}{12}$ جرم اتمی کربن-۱۲ است.

۴) برای جداسازی اجزای سازنده نفت خام بر اساس تفاوت نقطه جوش این مواد، از فرایند تقطیر جزء به جزء این ماده استفاده می‌شود. این فرایند، در برج تقطیر نفت خام انجام می‌شود.

تقطیر جزء به جزء نفت خام

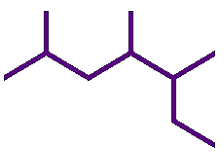
نفت خام، مخلوطی از انواع هیدروکربن‌ها و مقداری از مواد دیگر مثل آب، اسید و برخی از انواع نمک‌ها است. پس از استخراج نفت خام از چاه‌های نفت، نمک‌ها، اسیدها و آب موجود در این ماده را از آن جدا کرده و مخلوط باقیمانده را وارد پالایشگاه می‌کنند. در پالایشگاه، با استفاده از فرایند تقطیر جزء به جزء، انواع هیدروکربن‌های موجود در نفت خام را به صورت مخلوط‌هایی با نقطه جوش نزدیک به هم جدا می‌کنند. برای انجام فرایند تقطیر جزء به جزء، نفت خام را درون محفظه بزرگی (کوره) گرم کرده و آن را به سمت برج تقطیر هدایت می‌کنند. در برج تقطیر، دما با حرکت از سمت پایین به بالا کاهش پیدا می‌کند. هنگامی که نفت خام داغ به قسمت پایین برج وارد می‌شود، مولکول‌های سبک‌تر و فراتر (موادی که نقطه جوش پایین‌تری دارند) از جمله مواد پتروشیمیایی، از مایع بیرون آمده و به سوی بالای برج حرکت می‌کنند. به تدریج که این مولکول‌ها بالاتر می‌روند، سرد شده و به مایع تبدیل می‌شوند و در سینی‌هایی که در فاصله‌های گوناگون برج قرار دارند وارد شده و از برج خارج می‌شوند. تصویر مقابل، نمایی از یک برج تقطیر نفت خام را نشان می‌دهد.



گروه آموزشی ماز

۸۵- کدام موارد از عبارتهای زیر درست است؟

- آ: نام ترکیب مقابل بر اساس قواعد آیوپاک به صورت ۲-اتیل-۳-۵-دی‌متیل هگزان است.
- ب: در ساختار دی‌متیل پروپان، یکی از اتم‌های کربن به هیچ اتم هیدروژنی متصل نشده است.
- پ: در فرمول پیوند-خط مولکول‌های ۳-اتیل-۲،۴-دی‌متیل پنتان، ۹ خط راست دیده می‌شود.
- ت: ساده‌ترین آلکان، موجب انفجار در معادن زغال‌سنگ شده و گشتاور دوقطبی آن برابر صفر است.



- (۱) آ و پ
- (۲) ب و پ
- (۳) آ و ت
- (۴) ب و ت

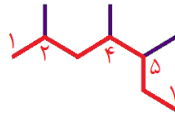
پاسخ: گزینه ۴ (متوسط - مفهومی - ۱۱۰۱)

پاسخ شریعی:

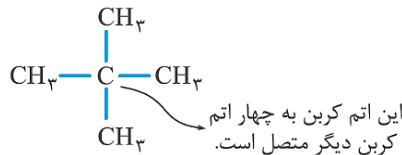
عبارتهای (ب) و (ت) درست هستند.

بررسی سایر موارد:

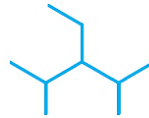
الف: زنجیره اصلی در ترکیب آلکانی داده شده به صورت زیر است:



به زنجیره اصلی ۷ کربنی این آلکان، ۳ شاخه متیل متصل شده است؛ پس نام این ترکیب به صورت ۲،۴،۵-تری‌متیل‌پنتان می‌شود.
 ب: دی‌متیل‌پروپان، ساده‌ترین آلکان شاخه‌داری است که در آن یکی از اتم‌های کربن به هیچ اتم هیدروژنی متصل نشده است. ساختار این ترکیب آلکانی ۵ کربنه به صورت زیر است:



پ: به طور کلی، در ساختار پیوند-خط یک آلکان n کربنه، $n - 1$ خط وجود دارد. ترکیب ۳-اتیل-۴،۵-دی‌متیل‌پنتان، یک آلکان ۹ کربنه با فرمول مولکولی C_9H_{20} است؛ پس در ساختار پیوند-خط این ترکیب ۸ خط راست وجود خواهد داشت. ساختار پیوند-خط ترکیب مورد نظر به صورت زیر است:



ت: متان (CH_4)، ساده‌ترین ترکیب آلکانی است. تجمع گاز متان در معادن زغال سنگ، در حالتی که غلظت این گاز به بیشتر از ۵٪ برسد، باعث ایجاد انفجار در این معادن می‌شود. بدیهی است هرچه غلظت گاز متان در هوای معدن بالاتر باشد، احتمال انفجار نیز بیشتر خواهد بود. بر این اساس، غلظت گاز متان در هوای معدن باید به طور پیوسته اندازه‌گیری و کنترل شده و با استفاده از تهویه مناسب و قوی، غلظت این گاز در هوای معدن کاهش پیدا کند.
 جدول زیر، ساده‌ترین ترکیب‌های آلی که در هر خانواده قرار می‌گیرند را نشان می‌دهد:

خانواده	فرمول شیمیایی کلی	ساده‌ترین عضو	فرمول شیمیایی ساده‌ترین عضو	ساختار ساده‌ترین عضو
آلکان‌ها	C_nH_{2n+2}	متان	CH_4	
آلکن‌ها	C_nH_{2n}	اتن (اتیلن)	C_2H_4	
آلکین‌ها	C_nH_{2n-2}	اتین	C_2H_2	
سیکلوآلکان‌ها	C_nH_{2n}	سیکلوپروپان	C_3H_6	

از میان خانواده‌های مطرح شده در این جدول، زوج ترکیب‌های آلکن‌ها و سیکلوآلکان‌ها در صورت داشتن تعداد اتم‌های کربن برابر (مساوی بودن مقدار n)، نسبت به یکدیگر ایزومر (همپار) محسوب می‌شوند.

گروه آموزشی ماز

۸۶- شمار پیوندهای اشتراکی موجود در هر مولکول ۲-اوکتن، چند برابر شمار این پیوندها در هر مولکول هیدروژن سیانید است؟

۸ (۴)

۱۲ (۳)

۶ (۲)

۴ (۱)

پاسخ: گزینه ۲ (آسان - مفهومی - ۱۱۰۱)



پاسخ تشریحی:

جدول زیر، مشخصات کلی هیدروکربن‌ها را نشان می‌دهد:

تعداد کل پیوندها	پیوند هیدروژن-کربن	کل پیوندهای کربن-کربن	پیوند سه‌گانه کربن-کربن	پیوند دوگانه کربن-کربن	پیوند یگانه کربن-کربن	فرمول مولکولی	گروه هیدروکربن
$3n + 1$	$2n + 2$	$n - 1$	-	-	$n - 1$	$C_n H_{2n+2}$	آلکان
$3n$	$2n$	n	-	۱	$n - 2$	$C_n H_{2n}$	آلکن
$3n - 1$	$2n - 2$	$n + 1$	۱	-	$n - 2$	$C_n H_{2n-2}$	آلکین

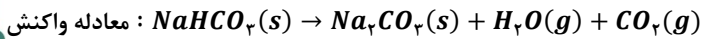
ترکیبی با نام ۲-اوکتن، یک آلکن ۸ کربنه است؛ پس می‌توان گفت در ساختار این ترکیب ۲۴ پیوند اشتراکی بین اتم‌ها قرار گرفته است. هیدروژن سیانید نیز یک ترکیب مولکولی با خاصیت اسیدی و فرمول شیمیایی HCN است. ساختار این ترکیب مولکولی به صورت زیر است:



در هر مولکول هیدروژن سیانید، ۴ پیوند اشتراکی بین اتم‌ها وجود دارد.

گروه آموزشی ماز

۸۷- یک نمونه ۱۲ گرمی از مولکول‌های ۲-متیل بوتان را در حضور مقدار کافی گاز اکسیژن می‌سوزانیم. بخار آب تولید شده در این فرایند، بر اثر تجزیه چند گرم سدیم هیدروژن کربنات بر اساس معادله موازنه نشده زیر تولید می‌شود؟
($Na = 23, O = 16, C = 12, H = 1 : g \cdot mol^{-1}$)



۱۶۸ (۴)

۸۴ (۳)

۱۲۶ (۲)

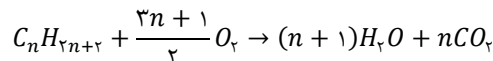
۶۳ (۱)

پاسخ: گزینه ۴ (متوسط - مساله - ۱۱۰۱)

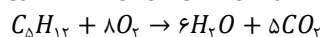


پاسخ تشریحی:

آلکان‌ها از جمله ترکیب‌های آلی سیر شده هستند و تمایل چندانی به انجام واکنش‌های شیمیایی ندارند. واکنش سوختن، یکی از معدود واکنش‌هایی است که آلکان‌ها در آن شرکت می‌کنند. معادله واکنش سوختن کامل این مواد به صورت زیر است:



ترکیبی به نام ۲-متیل بوتان، یک آلکان ۵ کربنی است. معادله سوختن کامل این ترکیب به صورت زیر است:



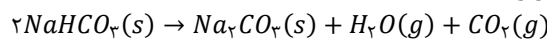
با توجه به معادله این واکنش، به ازای سوختن هر مول آلکان، ۶ مول بخار آب تولید می‌شود. در قدم اول، شمار مول‌های بخار آب تولید شده بر اثر سوزاندن ۱۲ گرم ۲-متیل بوتان را محاسبه می‌کنیم.

$$? \text{ mol } H_2O = 12 \text{ g } C_5 H_{12} \times \frac{1 \text{ mol } C_5 H_{12}}{72 \text{ g } C_5 H_{12}} \times \frac{6 \text{ mol } H_2O}{1 \text{ mol } C_5 H_{12}} = 1 \text{ mol}$$

برای محاسبه مقدار بخار آب تولید شده با استفاده از روش تناسب، به روش زیر عمل می‌کنیم:

$$\frac{C_5 H_{12} \text{ گرم}}{\text{ضریب } \times \text{جرم مولی}} = \frac{H_2O \text{ مول}}{\text{ضریب}} \implies \frac{12 \text{ g } C_5 H_{12}}{72 \times 1} = \frac{x \text{ g } H_2O}{6} \implies x = 1 \text{ mol } H_2O$$

معادله تجزیه سدیم هیدروژن کربنات به صورت زیر است:



با توجه به معادله این واکنش، جرم واکنش‌دهنده مورد نیاز برای تولید ۱ مول آب را محاسبه می‌کنیم.

$$? \text{ g } NaHCO_3 = 1 \text{ mol } H_2O \times \frac{2 \text{ mol } NaHCO_3}{1 \text{ mol } H_2O} \times \frac{84 \text{ g } NaHCO_3}{1 \text{ mol } NaHCO_3} = 168 \text{ g}$$

گروه آموزشی ماز



همانطور که مشخص است، در هر مولکول نفتالن ۵ پیوند دوگانه و در هر مولکول بنزن نیز ۳ پیوند دوگانه وجود دارد.

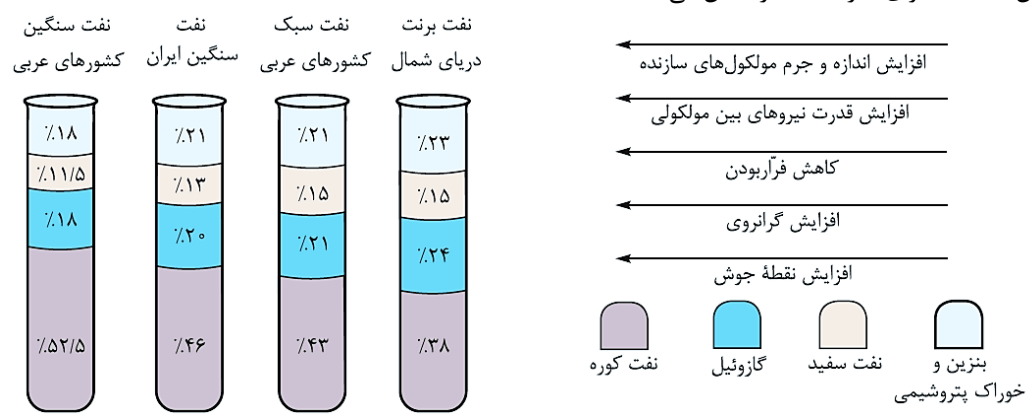
بنزن، سرگروه ترکیب های آروماتیک

بنزن، سرگروه خانواده مهمی از مواد به نام ترکیب های آروماتیک (آروماتیک یعنی خوش بو و معطر) است. در ساختار مولکول های سازنده این گروه از مواد، یک حلقه شش ضلعی کربنی دیده می شود که پیوندهای کربن-کربن موجود در آن، به صورت یکی در میان، دوگانه هستند. نفتالن با فرمول شیمیایی $C_{10}H_8$ نیز یک ترکیب آروماتیک به شمار می رود.

بررسی سایر گزینه ها:

فرمول شیمیایی سیکلوهگزان و پروپین به ترتیب به صورت C_6H_{12} و C_3H_4 است. چون نسبت میان شمار اتم های هیدروژن به شمار اتم های کربن در این دو ترکیب با هم برابر است، می توان گفت درصد جرمی کربن نیز در این دو ترکیب برابر می شود. درصد جرمی اتم های کربن در مولکول های سیکلوهگزان و پروپین برابر با ۸۵/۷ درصد است.

تصویر زیر، خواص مختلف اجزای سازنده نفت را نشان می دهد:



با توجه به تصویر فوق، فراریت (تمایل به تبخیر شدن) نفت سفید بیشتر از فراریت یک نمونه از گازوئیل است. سوخت هواپیما طی پالایش نفت خام در برج های تقطیر پالایشگاه ها تولید می شود. این سوخت به طور عمده از نفت سفید تهیه می شود. نفت سفید، شامل آلکان هایی می شود که در ساختار آن ها ۱۰ الی ۱۵ عدد اتم کربن وجود دارد.

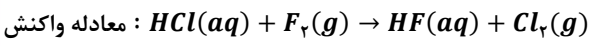
جدول زیر، خواص مختلف بنزین و زغال سنگ را نشان می دهد:

نام سوخت	گرمای آزاد شده (kJ / g)	فرآورده های سوختن	مقدار CO_2 به ازای هر کیلوژول انرژی تولید شده (g)
بنزین	۴۸	CO_2, CO, H_2O	۰/۰۶۵
زغال سنگ	۳۰	$SO_2, CO_2, NO_2, CO, H_2O$	۰/۱۰۴

با توجه به داده های موجود در این جدول، گرمای حاصل از سوختن ۱ گرم زغال سنگ، کمتر بوده و بر اثر سوختن این ماده، آلاینده های متنوع تری در مقایسه با زمان سوختن بنزین تولید می شود.

گروه آموزشی ماز

۹۰- برای تامین گاز کلر مورد نیاز برای واکنش با ۱۴ گرم گاز ۲-بوتن، باید چند لیتر محلول ۰/۲ مولار هیدروکلریک اسید را بر اساس معادله موازنه نشده زیر با مقدار کافی گاز فلوئور وارد واکنش کنیم؟ ($H = 1$ و $C = 12$)

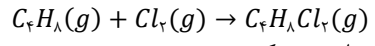


۱) ۰/۷۵ ۲) ۱/۵ ۳) ۱/۲۵ ۴) ۲/۵

پاسخ: گزینه ۴ (آسان - مساله - ۱۱۰۱)

پاسخ تشریحی:

ترکیب آلکنی ۲-بوتن بر اساس معادله زیر با گاز کلر واکنش می دهد:



با توجه به معادله این واکنش، مقدار گاز کلر مورد نیاز را محاسبه می کنیم.

$? mol Cl_2 = 14 g C_4H_8 \times \frac{1 mol C_4H_8}{56 g C_4H_8} \times \frac{1 mol Cl_2}{1 mol C_4H_8} = 0.25 mol$

در مرحله بعد، حجم محلول مورد نیاز برای انجام شدن واکنش $2HCl(aq) + F_2(g) \rightarrow 2HF(aq) + Cl_2(g)$ را محاسبه می کنیم.

$$? L \text{ محلول} = \frac{2 \text{ mol HCl}}{1 \text{ mol Cl}_2} \times \frac{1 \text{ L محلول}}{0.25 \text{ mol Cl}_2} = 2/5 L$$

با توجه به محاسبات انجام شده، به ۲/۵ لیتر محلول هیدروکلریک اسید نیاز داریم.

گروه آموزشی ماز

۹۱- چند مورد از مطالب زیر درست است؟ ($C = 12$ و $H = 1 : g.mol^{-1}$)

- آ: بیش از نیمی از نفت خامی که از چاه بیرون کشیده می شود، برای تامین الکتریسیته و گرما به کار می رود.
- ب: نیم مول از ترکیب C_nH_{2n-2} می تواند حداکثر با ۲ مول بخار برم و حداقل با ۱ مول بخار برم واکنش دهد.
- پ: در بنزن، برخلاف ۱-اوکتن، تعداد اتم های کربن متصل به سه اتم از تعداد اتم های کربن متصل به چهار اتم بیشتر است.
- ت: جرم مولی سومین عضو خانواده سیکلوآلکان ها، ۲ برابر جرم مولی چهارمین عضو خانواده آلکین ها خواهد بود.

۱ (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴)

پاسخ: گزینه ۱ (سخت - مفهومی - ۱۱۰)

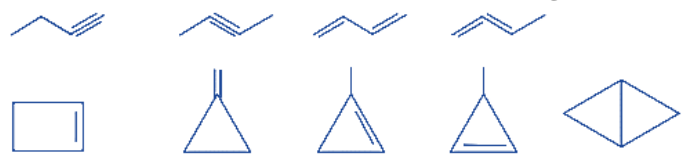


تنها مورد (پ) درست است.

بررسی موارد

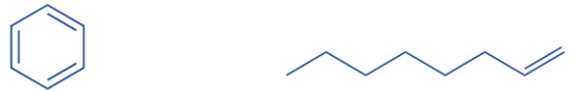
آ: بیش از نیمی از نفتی که از چاه ها بیرون کشیده می شود، به عنوان سوخت استفاده می شود. بخش اعظمی از نیمه دیگر نفت خام استخراج شده هم صرف تولید گرما و الکتریسیته می گردد و مابقی برای تولید الیاف، پارچه، شوینده و ... بکار برده می شود.

ب: هیدروکربن C_nH_{2n-2} می تواند دارای ۲ پیوند دوگانه یا یک پیوند سه گانه یا دو حلقه یا یک حلقه و یک پیوند دوگانه باشد. در حالت اول و دوم، هر مول از هیدروکربن با ۲ مول برم واکنش می دهد و در حالت چهارم، هر مول از آن تنها با یک مول برم واکنش می دهد و در حالت سوم نیز ترکیب کاملا سیر شده است. ایزومرهای مختلف نیز بر همین اساس تشکیل می شوند. به عنوان مثال، ایزومرهای مختلف C_6H_6 به صورت زیر هستند:



همانطور که مشخص است، در بین این مواد ایزومری وجود دارد که در ساختار مولکولی خود فاقد پیوند دوگانه یا سه گانه است و بر این اساس، اصلا با بخار برم واکنش نمی دهد.

پ: با توجه به مدل ساختاری بنزن و ۱-اوکتن، در بنزن همه اتم های کربن به ۳ اتم متصل هستند (۶تا) اما در اوکتن تعداد اتم های متصل به سه اتم (۲تا) در محل پیوند دوگانه از اتم های متصل به چهار اتم (۶ اتم کربن) کمتر است.



ت: اولین عضو خانواده سیکلوآلکان ها، سیکلوپروپان بوده و دارای ۳ اتم کربن است. بر این اساس، می توان گفت سومین عضو سیکلوآلکان ها، معادل با سیکلوپنتان است. (C_5H_{10}) و چهارمین عضو آلکین ها نیز معادل با پنتین (C_5H_8) است. توجه داریم که جرم مولی سیکلوپنتان تقریبا ۱/۱ برابر پنتین است. جدول زیر، اعضای از خانواده سیکلوآلکان ها را نشان می دهد:

فرمول مولکولی	C_7H_{14}	C_5H_{10}	C_4H_8	C_3H_6	نام
	سیکلوپنتان	سیکلوپنتان	سیکلوپنتان	سیکلوپروپان	
ساختار					

گروه آموزشی ماز

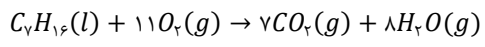
۹۲- کربن دی اکسید حاصل از سوختن کامل ۳۰ گرم هپتان، بر اثر سوختن کامل چند گرم استون (C_7H_6O) بدست می آید؟

($O = 16$ و $C = 12$ و $H = 1 : g.mol^{-1}$)

۲۰/۳ (۱) ۱۷/۴ (۲) ۴۰/۶ (۳) ۳۴/۸ (۴)



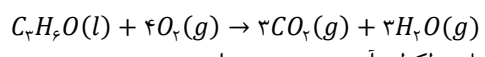
معادله سوختن هپتان به صورت زیر است:



با توجه به معادله واکنش داده شده، شمار مول‌های کربن دی‌اکسید حاصل از سوختن ۳۰ گرم هپتان را محاسبه می‌کنیم.

$$? g CO_2 = 30 g C_7H_{16} \times \frac{1 mol C_7H_{16}}{100 g C_7H_{16}} \times \frac{7 mol CO_2}{1 mol C_7H_{16}} = 2/1 mol$$

استون، بر اساس معادله زیر به طور کامل می‌سوزد:



استون، ساده‌ترین عضو خانواده کتون‌ها بوده و ساختار مولکولی آن به صورت زیر است:



ویژگی‌های استون (C_3H_6O) مطابق با نمودار زیر است:



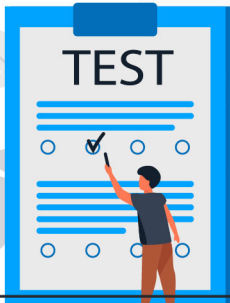
در مرحله بعد، جرمی از استون که بر اثر سوختن آن ۲/۱ مول گاز کربن دی‌اکسید حاصل می‌شود را محاسبه می‌کنیم:

$$? g C_3H_6O = 2/1 mol CO_2 \times \frac{1 mol C_3H_6O}{3 mol CO_2} \times \frac{58 g C_3H_6O}{1 mol C_3H_6O} = 40/6 g$$

برای محاسبه جرم استون مورد نیاز با استفاده از روش تناسب نیز به صورت زیر عمل می‌کنیم:

$$\frac{CO_2 \text{ مول}}{\text{ضریب}} = \frac{C_3H_6O \text{ جرم}}{\text{ضریب} \times \text{جرم مولی}} \implies \frac{2/1 mol}{3} = \frac{x g}{58 \times 1} \implies x = 40/6 g$$

تا کنکوری شدن



۱

مشخص کردن هدف

قبل از اینکه مطالعه کنکوری را شروع کنید بهتر است هدفتان را مشخص کنید. اگر به فکر تحصیل در رشته حقوق یا پزشکی دانشگاه تهران هستید در نظر داشته باشید باید میانگین ۷۰ تا ۸۰ درصد بزنید و میانگین نمرات امتحانات نهایی شما ۱۸ باشد. (اعداد فرضی هستند هر سال با توجه به سطح کنکور و امتحان نهایی درصدها متفاوت هستند.)

کسی که قصد قبول شدن در رشته‌های تاپ و دانشگاه‌های برتر را دارد لازم است تا ساعت مطالعه مناسب با آن را نیز داشته باشد. اگر دانش آموز متوسط و قوی باشد با مطالعه سبک از پایه یازدهم کنکوری خواندن را شروع می‌کند اگر ضعیف از دهم یا یازدهم با مطالعه ۵ تا ۶ ساعت شروع میکند. در سال کنکور هم بالای ۸ ساعت. در نتیجه رشته مورد علاقه شما ساعت مطالعه شمارا مشخص می‌کند.

۲

کتابهای درسی مناسب خودتان را بخرید

با توجه به هر درس و به نسبت ضعیف یا قوی بودن‌تان، کتابی متناسب با شرایط خودتان انتخاب کنید. اگر در این زمینه تخصصی ندارید، حتماً از یک مشاور کمک بگیرید.

۳

برنامه‌ریزی درسی مخصوص خود را داشته باشید

در سال کنکور، برنامه‌ریزی مثل یک فانوس در دل تاریکی است؛ باعث روشنایی مسیر و هدفمند کردن تلاش شما می‌شود. یک برنامه درسی خوب باید یک دید بلند مدت به شما بدهد که در یک سال قرار است چه مباحثی را مطالعه کنید. یک دید میان مدت به شما بدهد و برنامه یک الی ۲ هفته شمارا مشخص کند و یک برنامه کوتاه مدت داشته باشد که به نسبت وقت و زمانی که در طول روز دارید آن برنامه را اجرا کنید.

۷

شروع کنید

۴ در دروسی که ضعیف هستید در کلاس‌های کمک آموزشی ثبت نام کنید

گاهی اوقات دانش آموزان مباحث را در کلاس درس یاد نمی‌گیرند، حتی از دوستان خودشان کمک می‌گیرند اما تاثیری ندارد. در این شرایط بهتر است یک دبیر آن درس را به آنان آموزش بدهد.

گاهی اوقات دانش آموز با سبک تدریس مدرسه نمی‌تواند تست‌های آموزشی را حل کند. در این شرایط نیز بهتر است در کلاس‌های کمک آموزشی شرکت کند تا پایه درسی او قوی شود و نکات کنکوری را در کلاس‌ها آموزش ببیند.

۵

آزمون آزمایشی مناسب خود را انتخاب کنید

اگر دوست دارید از همان ابتدا وارد فضای رقابت کنکوری شوید و مدام خودتان را محک بزنید و ببینید آیا پیشرفتی در درس داشته‌اید یا نه، حتماً آزمون آزمایشی ثبت نام کنید. مزایای شرکت در آزمون‌های آزمایشی:

- ✓ داشتن یک برنامه هدفمند با دید بلند مدت + ایستگاه‌های جبرانی
- ✓ اطلاع از نقاط قوت و ضعف
- ✓ یادگیری مدیریت زمان در تست زنی
- ✓ کاهش استرس و ترس از کنکور
- ✓ شرکت در آزمون‌های آزمایشی همواره پیشنهاد تمام مشاوران بوده است و پیشنهاد رتبه برترها آزمون‌های ما.

۶

شیوه صحیح مطالعه دروس و تست زنی را یاد بگیرید

برای شروع لازم است روش صحیح مطالعه و تست زنی را بدانید تا از همان ابتدا از زمان مطالعه‌تان بهترین بهره را ببرید.

حال که تمام موارد لازم برای یک شروع پر قدرت برای کنکور را دارید، وقت آن رسیده است که دست به کار شوید و درس خواندن را شروع کنید. برای شروع کردن منتظر روز خاص یا ساعت خاص نباشید.

اگر عادت به مطالعه نداشته‌اید بهتر است با ساعت مطالعه کم شروع کنید و به مرور ساعت مطالعه‌تان را افزایش دهید. اگر انگیزه‌ای برای درس خواندن ندارید و تنبلی می‌کنید بهتر است از دروسی شروع کنید که به آن علاقه دارید.