



۲۲ اسفندماه ۱۴۰۳

دفترچه شماره ۳

دفترچه پاسخ آزمون الکترونیکی زیستاز

آزمون شماره ۱۸

ویژه دانش آموزان پایه دوازدهم

نام درس	ریاضی	زمین
گزینشگر	سجاد عظمتی، نریمان فتح الهی	-
ناظر علمی	عزیزالله علی اصغری	-
مسئول آزمون	گروه ریاضی فیثاغورس	-
پاسخنامه‌نویس	داوود بوالحسنی	-
طراحان	سجاد عظمتی، نریمان فتح الهی، امید شیرینی‌نژاد، بهروز دُرزاده، علی احمدی قزلدشت، عزیزالله علی اصغری	-
ویراستاران	مصطفی غلامی، آرش باقری‌پور، امیرحسین ابراهیم‌پور	-

تولید فنی و گرافیک توسط نشر ویانو

چاپ، تکثیر، انتشار و یا استفاده از محتوای آزمون به هر نحوی و بدون اجازه (گروه آموزشی زیستاز) غیرقانونی، غیراخلاقی و خلاف شرع بوده و با متخلفان برابر مقررات رفتار خواهد شد.

ویژه کنکور ۱۴۰۴



پاسخنامه ریاضی ۱۸

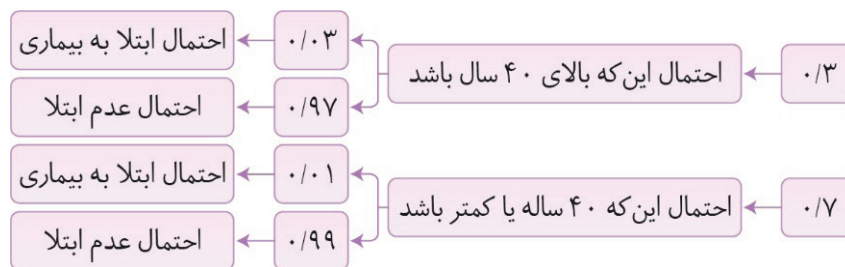
آزمون مرحله پایه دوازدهم ۲۲ اسفند ۱۴۰۳

۳۶. سه درصد از افراد بالای ۴۰ سال از یک جامعه و یک درصد از سایر افراد آن جامعه به نوعی بیماری خاص مبتلا هستند. اگر ۳۰ درصد افراد این جامعه بالای ۴۰ سال داشته باشند، چند درصد افراد این جامعه به بیماری مذکور مبتلا هستند؟

- ۱/۶ (۴)
۱/۵ (۳)
۱/۴ (۲)
۱/۲ (۱)

پاسخ: گزینه ۴

باتوجه به صورت سؤال ۳۰ درصد افراد این جامعه بالای ۴۰ سال سن دارند و ۷۰ درصد افراد، ۴۰ سال یا کمتر از ۴۰ سال سن دارند. پس با کمک نمودار درختی داریم:



پس باتوجه به قانون احتمال کل، احتمال مبتلا بودن به بیماری خاص در این جامعه برابر است با:

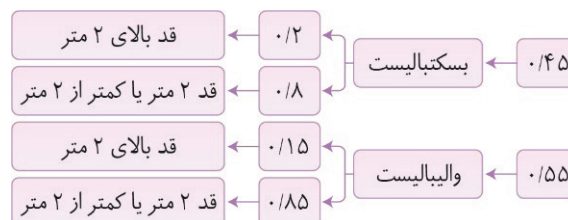
$$P(A) = (0.3 \times 0.03) + (0.7 \times 0.01) = 0.016$$

۳۷. یک اتوبوس در حال انتقال تعدادی ورزشکار از رشته های والیبال و بسکتبال است. ۴۵ درصد ورزشکارانی که در اتوبوس هستند، بسکتبالیست و ۵۵ درصد آن ها والیبالیست هستند. از طرفی ۲۰ درصد بسکتبالیست و ۱۵ درصد والیبالیست هایی که در اتوبوس هستند، قدی بالای ۲ متر دارند. اگر از میان ورزشکاران این اتوبوس فردی به تصادف انتخاب شود، با چه احتمالی فرد انتخابی قدی بالای ۲ متر خواهد داشت؟

- ۰/۱۲۲۵ (۴)
۰/۶۲۵ (۳)
۰/۱۸۱۹ (۲)
۰/۱۷۲۵ (۱)

پاسخ: گزینه ۱

با استفاده از نمودار درختی داریم:



بنابراین به کمک قانون احتمال کل این که فرد انتخابی قدی بالای ۲ متر داشته باشد، برابر است با:

$$P(A) = \left(\frac{45}{100} \times \frac{2}{10}\right) + \left(\frac{55}{100} \times \frac{15}{100}\right) = \frac{1725}{10000} = 0.1725$$

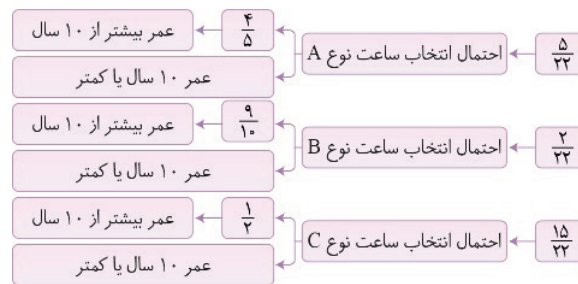
۳۸. در یک جعبه، ۵ ساعت از نوع A، ۲ تا از نوع B و ۱۵ تا از نوع C وجود دارد و احتمال این که عمری آن ها از ۱۰ سال بیشتر باشد برای نوع A، $\frac{4}{5}$ ، برای نوع B $\frac{9}{10}$ و برای نوع C، $\frac{1}{2}$ است. به تصادف یک ساعت از جعبه بیرون می آوریم. با چه احتمالی عمر این ساعت بیشتر از ۱۰ سال است؟

$$\frac{59}{110} \quad (۴) \qquad \frac{93}{110} \quad (۳) \qquad \frac{133}{220} \quad (۲) \qquad \frac{117}{220} \quad (۱)$$

پاسخ: گزینه ۲

در این جعبه، ۵ ساعت از نوع A، ۲ تا از نوع B و ۱۵ تا از نوع C وجود دارد، پس مجموعاً $5 + 2 + 15 = 22$ ساعت در این جعبه وجود دارد. بنابراین احتمال انتخاب ساعت نوع A برابر $\frac{5}{22}$ ، احتمال انتخاب ساعت نوع B برابر $\frac{2}{22}$ و احتمال انتخاب ساعت نوع C برابر $\frac{15}{22}$ است.

حالا با کمک نمودار درختی داریم:



پس احتمال این که ساعت انتخاب شده دارای عمر بیشتر از ۱۰ سال باشد، برابر است با:

$$P(A) = \left(\frac{5}{22} \times \frac{4}{5}\right) + \left(\frac{2}{22} \times \frac{9}{10}\right) + \left(\frac{15}{22} \times \frac{1}{2}\right) = \frac{40 + 18 + 75}{220} = \frac{133}{220}$$

۳۹. در یک مدرسه دوره دوم متوسطه نصف دانش آموزان پایه دهم، یک سوم آنها پایه یازدهم و یک ششم آنها پایه دوازدهم هستند. اگر رشته ورزشی ۳۰ درصد از دانش آموزان پایه دهم، ۲۵ درصد از دانش آموزان پایه یازدهم و ۲۰ درصد از دانش آموزان پایه دوازدهم، فوتبال باشد، و یک نفر به تصادف از دانش آموزان این مدرسه انتخاب شود، با چه احتمالی رشته ورزشی فرد مورد نظر فوتبال است؟

$$\frac{1}{3} \quad (۴) \qquad \frac{4}{15} \quad (۳) \qquad \frac{1}{5} \quad (۲) \qquad \frac{2}{15} \quad (۱)$$

پاسخ: گزینه ۳

اگر تعداد کل دانش آموزان این مدرسه را x در نظر بگیریم، تعداد دانش آموزان پایه دهم برابر $\frac{x}{2}$ ، تعداد دانش آموزان پایه یازدهم برابر $\frac{x}{3}$ و تعداد دانش آموزان پایه دوازدهم برابر $\frac{x}{6}$ است. پس با توجه به نمودار درختی داریم:

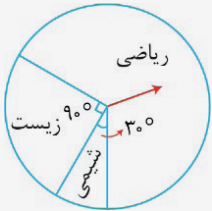


که رشته ورزشی فرد انتخاب

$$P(A) = \left(\frac{1}{2} \times \frac{30}{100}\right) + \left(\frac{1}{3} \times \frac{25}{100}\right) + \left(\frac{1}{6} \times \frac{20}{100}\right) = \frac{9+5+2}{60} = \frac{4}{15}$$

۴۰. شدن در هر بسته به ترتیب $\frac{3}{5}$ و $\frac{4}{5}$ و $\frac{24}{25}$ است. در صورتی که با چرخاندن عقربه چرخان در شکل مقابل نوع سؤال هایی که

به او داده می شود مشخص شود، تعیین کنید با چه احتمالی برنده خواهد شد؟

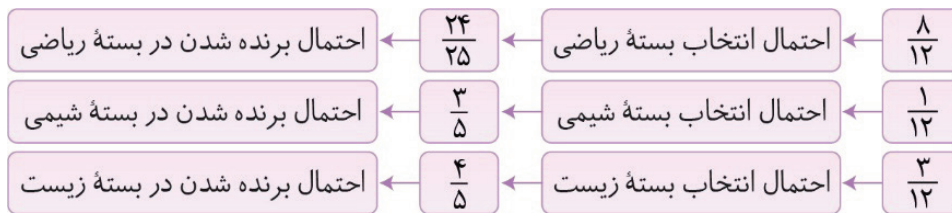


- / ۸۹ (۱)
- / ۷۳ (۲)
- / ۸۴ (۳)
- / ۷۸ (۴)

پاسخ: گزینه ۱

زاویه مربوط به بخش شیمی برابر 36° و زاویه مربوط به بخش زیست برابر 90° است. پس زاویه مربوط به بخش ریاضی 24° است. با توجه

به شکل، احتمال انتخاب بسته شیمی $\frac{36^\circ}{360^\circ} = \frac{1}{10}$ ، احتمال انتخاب بسته زیست $\frac{90^\circ}{360^\circ} = \frac{3}{10}$ و احتمال انتخاب بسته ریاضی $\frac{24^\circ}{360^\circ} = \frac{1}{15}$ است. با رسم نمودار درختی داریم:



احتمال برنده شدن آوا در این مسابقه برابر است با:

$$P = \left(\frac{1}{15} \times \frac{24}{360}\right) + \left(\frac{1}{10} \times \frac{3}{360}\right) + \left(\frac{3}{10} \times \frac{90}{360}\right) = \frac{89}{100} = 0.89$$

۴۱. یک سکه را پرتاب می کنیم اگر «پشت» بیاید، ۳ سکه دیگر را با هم پرتاب می کنیم و اگر «رو» بیاید، ۲ سکه دیگر را با هم

پرتاب می کنیم. در این آزمایش، احتمال اینکه دقیقاً دو سکه «رو» ظاهر شود، چقدر است؟

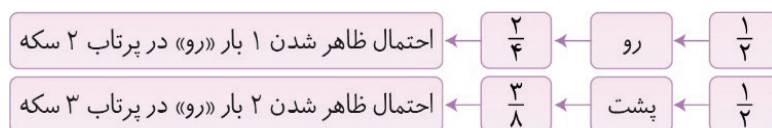
- $\frac{11}{16}$ (۱)
- $\frac{5}{16}$ (۲)
- $\frac{1}{2}$ (۳)
- $\frac{7}{16}$ (۴)

پاسخ: گزینه ۴

سکه اول با احتمال $\frac{1}{2}$ «رو» و با احتمال $\frac{1}{2}$ «پشت» ظاهر می شود. اگر سکه اول «رو» بیاید، دو سکه دیگر پرتاب می کنیم که باید یکی

از آن ها «رو» بیاید. یعنی حالت های (پ، ر)، (ر، پ) ظاهر شوند. اما اگر سکه اول «پشت» ظاهر شود، سه سکه دیگر پرتاب می کنیم

که باید دو تای آن ها «رو» ظاهر شود. توجه کنید فضای نمونه پرتاب ۳ سکه دارای $2^3 = 8$ عضو است و در سه حالت (ر، ر، پ)، (ر، پ، ر)، (پ، ر، ر) دقیقاً ۲ بار «رو» ظاهر می شود. حالا با کمک نمودار درختی داریم:



پس با کمک قانون احتمال کل، احتمال این که دقیقاً ۲ بار «رو» ظاهر شود برابر است با:

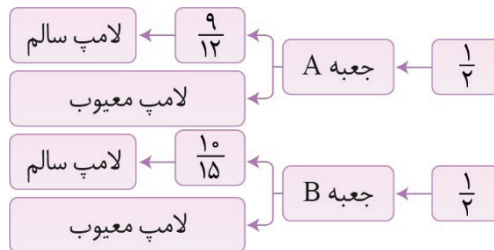
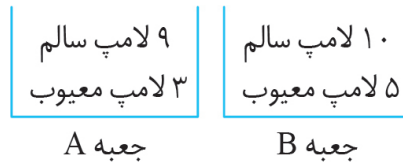
$$P(A) = \left(\frac{1}{2} \times \frac{2}{4}\right) + \left(\frac{1}{2} \times \frac{3}{8}\right) = \frac{7}{16}$$

۴۲. دو جعبه داریم. درون یکی از آن ها ۹ لامپ سالم و ۳ لامپ معیوب قرار دارد و درون جعبه دیگر ۱۵ لامپ قرار دارد که ۵ تای آن ها معیوب است. به تصادف جعبه ای انتخاب کرده و یک لامپ از آن بیرون می آوریم. چقدر احتمال دارد لامپ مورد نظر سالم باشد؟

$$(۱) \frac{11}{12} \quad (۲) \frac{5}{8} \quad (۳) \frac{2}{3} \quad (۴) \frac{17}{24}$$

پاسخ: گزینه ۴

می دانیم احتمال انتخاب هر جعبه برابر $\frac{1}{2}$ است، پس با کمک نمودار درختی داریم:



بنابراین به کمک قانون احتمال کل، احتمال انتخاب لامپ سالم برابر است با:

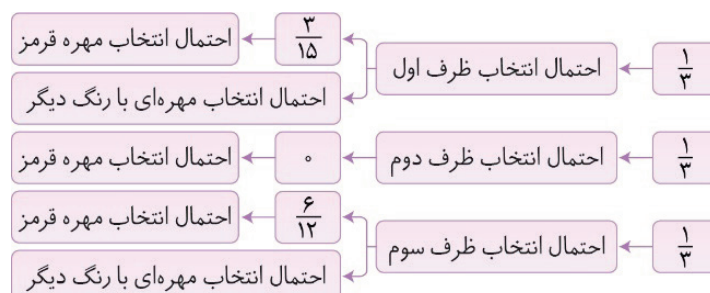
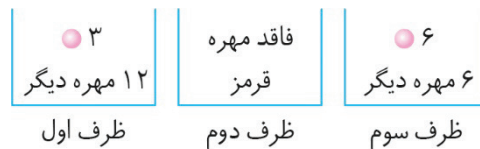
$$P(A) = \left(\frac{1}{2} \times \frac{9}{12}\right) + \left(\frac{1}{2} \times \frac{10}{15}\right) = \frac{9}{24} + \frac{10}{24} = \frac{19}{24}$$

۴۳. سه ظرف یکسان داریم. در اولین ظرف ۱۵ مهره قرار دارد که ۳ تای آن ها قرمز است. در ظرف دوم، هیچ مهره قرمزی وجود ندارد و در ظرف سوم، ۱۲ مهره داریم که ۶ تای آن ها قرمز است. با چشم بسته، یک ظرف را انتخاب کرده و یک مهره از آن خارج می کنیم. با چه احتمالی، این مهره، قرمز است؟

$$(۱) \frac{11}{15} \quad (۲) \frac{11}{30} \quad (۳) \frac{7}{15} \quad (۴) \frac{7}{30}$$

پاسخ: گزینه ۴

احتمال انتخاب هر ظرف یکسان و برابر $\frac{1}{3}$ است. با رسم نمودار درختی، داریم:



بنابراین به کمک قانون احتمال کل، احتمال انتخاب مهره قرمز برابر است با:

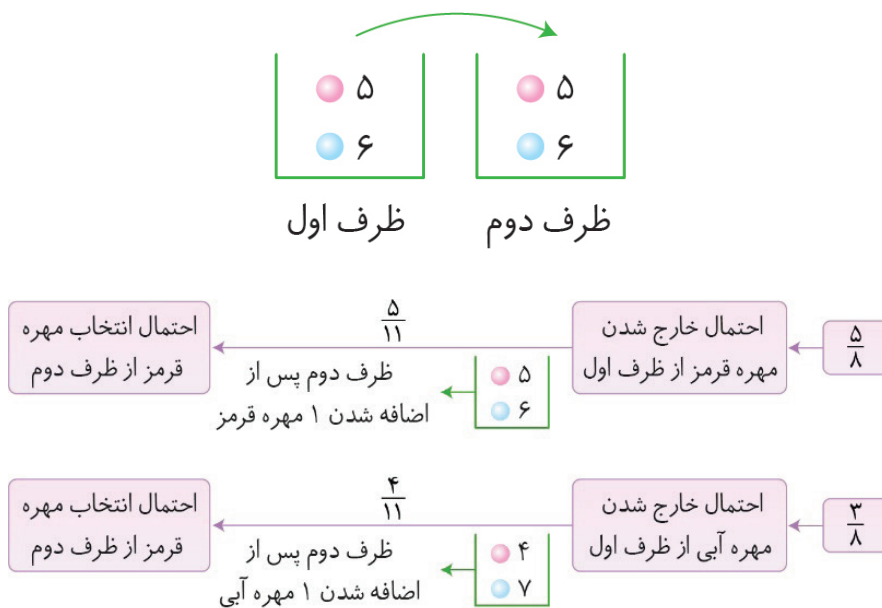
$$P(A) = \left(\frac{1}{3} \times \frac{3}{15}\right) + \left(\frac{1}{3} \times 0\right) + \left(\frac{1}{3} \times \frac{6}{12}\right) = \frac{2}{30} + 0 + \frac{5}{30} = \frac{7}{30}$$

۴۴. دو ظرف یکسان داریم. ظرف اول شامل ۵ مهره قرمز و ۳ مهره آبی و ظرف دوم شامل ۴ مهره قرمز و ۶ مهره آبی است. از ظرف اول مهره ای انتخاب کرده و در ظرف دوم قرار می دهیم. سپس یک مهره به تصادف از ظرف دوم انتخاب می کنیم. با چه احتمالی این مهره قرمز است؟

$$\frac{37}{88} \quad (۱) \qquad \frac{35}{44} \quad (۲) \qquad \frac{31}{88} \quad (۳) \qquad \frac{29}{44} \quad (۴)$$

پاسخ: گزینه ۱

چون رنگ مهره انتخاب شده از ظرف اول مشخص نیست، با رسم نمودار درختی احتمال خارج شدن مهره قرمز از ظرف دوم را به دست می آوریم:



بنابراین به کمک قانون احتمال کل، احتمال انتخاب مهره قرمز رنگ از ظرف دوم برابر است با:

$$P(A) = \left(\frac{5}{11} \times \frac{5}{12}\right) + \left(\frac{6}{11} \times \frac{4}{11}\right) = \frac{25}{132} + \frac{24}{132} = \frac{49}{132}$$

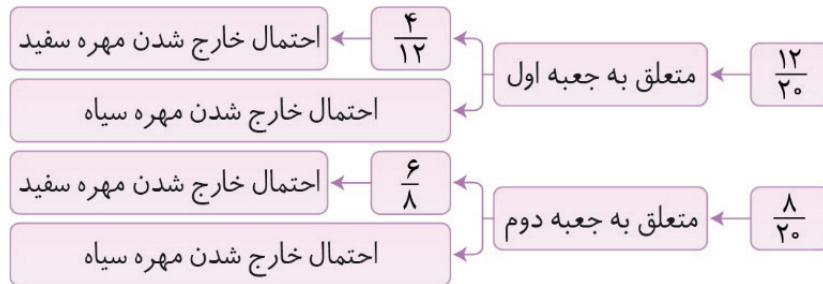
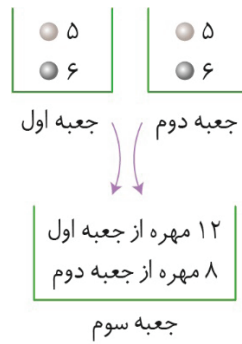
۴۵. دو جعبه داریم که در اولی ۴ مهره سفید و ۸ مهره مشکی و در دومی ۶ مهره سفید و ۲ مهره مشکی قرار دارد. اگر تمام مهره های هر دو جعبه را در یک جعبه سوم بریزیم و یک مهره به تصادف از جعبه سوم خارج کنیم، با چه احتمالی مهره مورد نظر سفید است؟

$$\frac{1}{3} \quad (۱) \qquad \frac{1}{2} \quad (۲) \qquad \frac{2}{3} \quad (۳) \qquad \frac{1}{4} \quad (۴)$$

پاسخ: گزینه ۲

(A) مطابق شکل، ۱۲ مهره از جعبه اول و ۸ مهره از جعبه دوم در جعبه سوم می ریزیم. مهره انتخاب از جعبه سوم با احتمال $\frac{12}{20}$ متعلق به جعبه اول و با احتمال $\frac{8}{20}$ متعلق به جعبه دوم است.

ب) با کمک نمودار درختی احتمال خارج شدن مهره سفید از جعبه سوم را پیدا می کنیم:



پس باتوجه به قانون احتمال کل داریم:

$$P(A) = \left(\frac{12}{20} \times \frac{4}{12}\right) + \left(\frac{8}{20} \times \frac{6}{8}\right) = \frac{6}{30} + \frac{9}{30} = \frac{15}{30} = \frac{1}{2}$$