



۸ اسفند ماه ۱۴۰۳

دفترچه شماره ۳

دفترچه پاسخ آزمون الکترونیکی زیستاز

آزمون شماره ۱۷

ویژه دانش آموزان پایه دوازدهم

نام درس	ریاضی پایه دوازدهم (اختیاری)
گزینشگر	سجاد عظمتی
ناظر علمی	سجاد عظمتی، فرید غلامی
مسئول آزمون	سجاد عظمتی
پاسخنامه‌نویس	سجاد عظمتی، نریمان فتح‌الهی
طراحان	سجاد عظمتی، امید شیری‌نژاد، عزیزاله علی‌اصغری، محمد مصطفی ابراهیمی، آرش باقری‌پور، نریمان فتح‌الهی، داوود بولحسنی، شمیم پهلوان شریف، نرگس رضایی
ویراستاران	نریمان فتح‌الهی

تولید فنی و گرافیک توسط نشر ویانو

چاپ، تکثیر، انتشار و یا استفاده از محتوای آزمون به هر نحوی و بدون اجازه «گروه آموزشی زیستاز» غیرقانونی، غیراخلاقی و خلاف شرع بوده و با متخلفان برابر مقررات رفتار خواهد شد.

• ویژه کنکور ۱۴۰۴ •

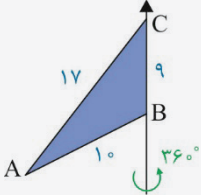


www.SanjeshCloud.ir  
T.me/SanjeshClouds

# پاسخنامه ریاضی ۱۷

## آزمون مرحله پایه دوازدهم ۸ اسفند ۱۴۰۳

۳۶. مطابق شکل، مثلث ABC با اضلاع  $AB = 10$  و  $AC = 17$  و  $BC = 9$  را حول ضلع BC به اندازه  $36^\circ$  دوران می‌دهیم. حجم شکل حاصل از دوران چقدر است؟

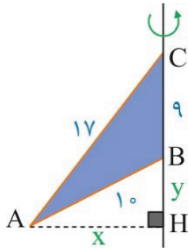


- (۱)  $126\pi$
- (۲)  $180\pi$
- (۳)  $192\pi$
- (۴)  $216\pi$

پاسخ: گزینه ۳

سرنخ اگر به شکل ناقص، دوران کنه، باید با خودتون بگید اگر کامل بود چی می‌شد؟ بعد بگید حالا اون قسمتی که حذف شده چه شکلی ایجاد می‌کنه؟

با استفاده از رابطه فیثاغورث در مثلث ABH و ACH داریم:



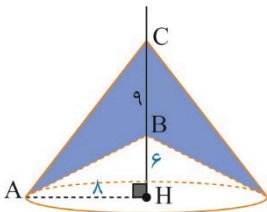
$$\triangle ABH: x^2 + y^2 = 10^2 = 100$$

$$\triangle ACH: x^2 + (y+9)^2 = 17^2$$

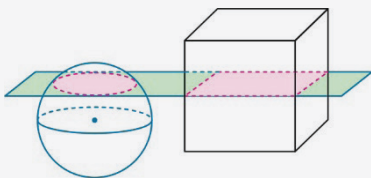
$$\Rightarrow \underbrace{x^2 + y^2}_{100} + 18y + 81 = 289 \Rightarrow 18y = 108 \Rightarrow y = 6$$

بنابراین  $x = 8$  است و مطابق شکل، حجم حاصل از دوران برابر است با:

$$\Rightarrow V = \frac{1}{3}\pi \times 8^2 \times 15 - \frac{1}{3}\pi \times 8^2 \times 6 = \frac{1}{3}\pi \times 64 \times (15 - 6) = 192\pi$$



۳۷. مطابق شکل، یک صفحه افقی، کره‌ای به شعاع ۵ واحد و مکعبی به ضلع  $3\sqrt{\pi}$  واحد را برش زده است، فاصله این صفحه از مرکز کره چقدر باشد تا مساحت سطح مقطع‌های ایجاد شده برابر باشند؟



- (۱) ۳
- (۲)  $3\sqrt{\pi}$
- (۳) ۴
- (۴)  $4\sqrt{\pi}$

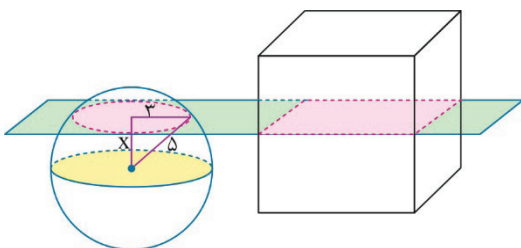
پاسخ: گزینه ۳

مطابق شکل داریم:

$$S_1 = S_2 \Rightarrow \pi r^2 = (3\sqrt{\pi})^2 \Rightarrow r^2 = 9 \Rightarrow r = 3$$

بنابراین فاصله مرکز کره از صفحه برابر است با:

$$x^2 = 3^2 = 5^2 - r^2 \Rightarrow x = 4$$



۳۸. اگر نقاط  $A(0, 6)$  و  $B(-4, 0)$  و  $C(1, -5)$  سه نقطه از یک شهر باشند، دکل مخابراتی را در کدام نقطه باید نصب کرد که سرویس دهی یکسانی به هر سه نقطه انجام شود؟

- (۱)  $(3, -4)$       (۲)  $(3, -2)$       (۳)  $(-2, 3)$       (۴)  $(-3, 4)$

پاسخ: گزینه ۳

دکل مخابراتی باید در مرکز دایره‌ی گذرنده از نقاط  $A(0, 6)$ ،  $B(-4, 0)$ ،  $C(1, -5)$  قرار بگیرد. حال معادله‌ی دایره را به صورت  $x^2 + y^2 + ax + by + c = 0$  فرض می‌کنیم و داریم:

۱)  $A(0, 6): 36 + 6b + c = 0$

$$\xrightarrow{(1)-(2)} \begin{cases} 4a + 6b = -20 \\ 5a - 5b = -10 \end{cases}$$

۲)  $B(-4, 0): 16 - 4a + c = 0$

$$\xrightarrow{(3)-(2)}$$

۳)  $C(1, -5): 1 + 25 + a - 5b + c = 0$

بنابراین  $a = 4$ ،  $b = -6$ ،  $c = 0$  به دست می‌آید. پس معادله‌ی دایره  $x^2 + y^2 + 4x - 6y = 0$  و مرکز آن  $M(-2, 3)$  است.

۳۹. دایره  $C$  بر خطهای  $y = 2$  و  $y = 14$  و محور  $y$  مماس است. طول وترى که خط  $x = 10$  از این دایره جدا می‌کند، چقدر است؟

- (۱)  $4\sqrt{5}$       (۲)  $6\sqrt{2}$       (۳)  $4\sqrt{3}$       (۴) ۶

پاسخ: گزینه ۱

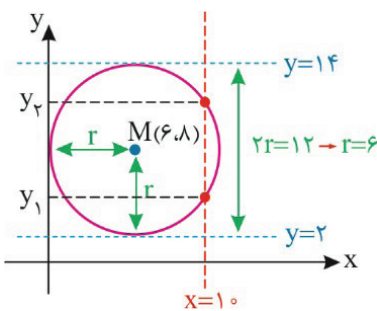
**سرنخ** از این که دایره بر محور  $y$  مماسه، سعی کنید شعاع رو پیدا کنید.

با توجه به شکل، شعاع دایره  $r = 6$ ، مرکز دایره  $M(6, 8)$  و  $(x - 6)^2 + (y - 8)^2 = 36$  معادله دایره است. معادله دایره را با خط  $x = 10$  قطع می‌دهیم و داریم:

$$(10 - 6)^2 + (y - 8)^2 = 36 \Rightarrow (y - 8)^2 = 20 \Rightarrow \begin{cases} y_2 = 8 + 2\sqrt{5} \\ y_1 = 8 - 2\sqrt{5} \end{cases}$$

پس طول وتر ایجاد شده توسط خط  $x = 10$  برابر است با:

$$y_2 - y_1 = (8 + 2\sqrt{5}) - (8 - 2\sqrt{5}) = 4\sqrt{5}$$

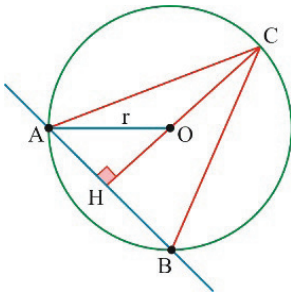


۴۰. خط  $3x + 4y + 5 = 0$  دایره  $x^2 + y^2 - 4x - 2y - 20 = 0$  را در دو نقطه  $A$  و  $B$  قطع می‌کند. اگر  $C$  یک نقطه روی این دایره باشد، بیشترین مساحت مثلث  $ABC$  کدام است؟

- (۱) ۲۰      (۲) ۲۷      (۳) ۳۲      (۴) ۶۴

پاسخ: گزینه ۳

$$x^2 + y^2 - 4x - 2y - 20 = 0 \rightarrow \text{مرکز دایره } O\left(-\frac{a}{2}, -\frac{b}{2}\right) = (2, 1)$$



$$r = \frac{1}{2} \sqrt{a^2 + b^2 - 4c} = \frac{1}{2} \sqrt{16 + 4 + 10} = 5$$

$$3x + 4y + 5 = 0$$

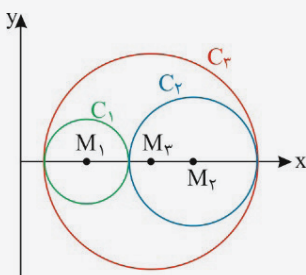
$$OH = \frac{|3(2) + 4(1) + 5|}{\sqrt{3^2 + 4^2}} = \frac{15}{5} = 3$$

$$AH = \sqrt{r^2 - OH^2} = \sqrt{25 - 9} = 4 \rightarrow AB = 2AH = 8$$

مثلث زمانی دارای بیشترین مساحت است که ارتفاع مثلث از مرکز دایره بگذرد.

$$S = \frac{1}{2} AB \times CH = \frac{1}{2} (AB)(OC + OH) = \frac{1}{2} \times 8(\Delta + 3) = 32$$

۴۱. مطابق شکل، نقطه  $M_1(4,0)$  مرکز دایره  $C_1$  و نقطه  $M_2$  مرکز دایره  $C_2$  به شعاع  $\Delta$  است. اگر مرکز دایره‌های  $C_1$  و  $C_2$



و  $C_3$  روی محور  $x$  باشند و  $|M_1M_2| = 8$ ، آنگاه مرکز دایره  $C_3$  کدام است؟

- (۱)  $(7,0)$
- (۲)  $(8,0)$
- (۳)  $(9,0)$
- (۴)  $(10,0)$

پاسخ: گزینه ۳

سرنخ دایره‌های  $C_1$  و  $C_2$  مماس خارج‌اند.

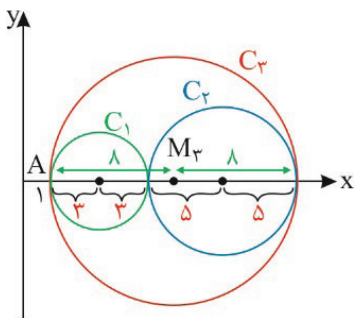
چون  $|M_1M_2| = 8$  و  $R_2 = 5$  است، با توجه به شکل داریم:

$$|M_1M_2| = 8 \Rightarrow R_1 + R_2 = 8 \Rightarrow R_1 + 5 = 8 \Rightarrow R_1 = 3$$

از طرفی قطر دایره  $C_3$  برابر مجموع قطرهای دایره‌های  $C_1$  و  $C_2$  است، پس:

$$2R_3 = 2R_1 + 2R_2 \Rightarrow R_3 = R_1 + R_2 = 3 + 5 = 8$$

در ضمن، چون  $M_1(4,0)$  مرکز دایره  $C_1$  و  $R_1 = 3$  شعاع دایره  $C_1$  می‌باشد پس نقطه تماس دایره  $C_1$  و  $C_3$ ، نقطه  $A(1,0)$  می‌باشد و شعاع دایره  $C_3$  برابر ۸ است، پس مختصات مرکز دایره  $C_3$ ،  $M_3(9,0)$  می‌باشد.

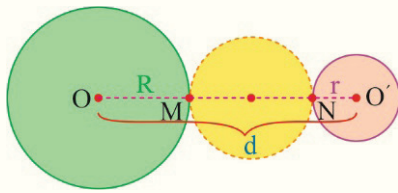


### درسنامه

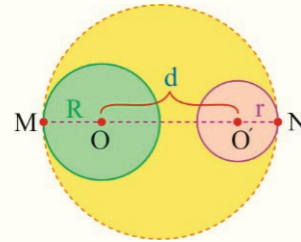
**وضعیت نسبی دو دایره:** برای این که بفهمیم دو دایره نسبت به هم چه وضعیتی دارند، باید مختصات مرکز و طول شعاع هر دایره را به دست آوریم. سپس فاصله دو مرکز را با  $R + R'$  و  $|R - R'|$  مقایسه می‌کنیم تا ببینیم دو دایره در کدام یک از حالت‌های زیر قرار دارند:

وضعیت	متخارج	مماس خارج	متقاطع	مماس داخل	متداخل
شکل					
شرط	$OO' > R + R'$	$OO' = R + R'$	$ R - R'  < OO' < R + R'$	$OO' =  R - R' $	$OO' <  R - R' $

به  $OO'$  خط مرکزین می‌گوییم و طول آن را با  $d$  نمایش می‌دهیم.  
 دو دایره متخارج  $C(O', R')$  و  $C(O, R)$  را در نظر بگیرید. قطر بزرگ‌ترین و کوچک‌ترین دایره مماس بر این دو دایره به صورت زیر است:

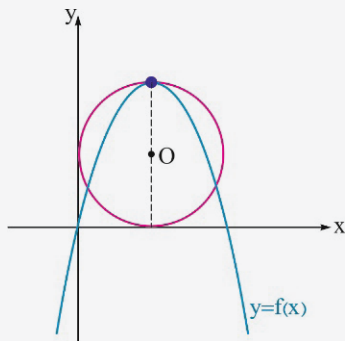


$$MN = d - R - r$$



$$MN = d + R + r$$

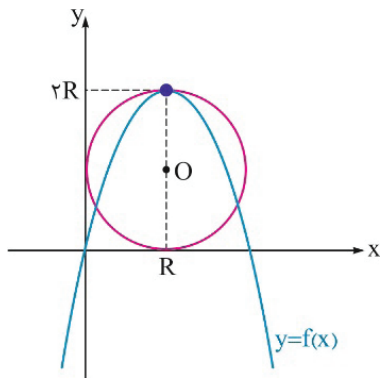
۴۲. مطابق شکل، دایره  $C$  به مرکز  $O$  بر محورهای مختصات مماس است و رأس سهمی  $f(x) = -x^2 + bx$  و مرکز دایره در یک راستا قرار گرفته‌اند. مقدار  $f(3)$  کدام است؟



- ۱ (۱)
- ۲ (۲)
- ۳ (۳)
- ۴ (۴)

پاسخ: گزینه ۳

مختصات رأس سهمی را به دست آورده در  $f$  قرار می‌دهیم:



$$\text{طول رأس} = \frac{-b}{2(-1)} = \frac{b}{2} = R \rightarrow b = 2R$$

$$\text{رأس سهمی } (R, 2R) \rightarrow f(R) = 2R$$

$$2R = -R^2 + 2R(R) \rightarrow R^2 = 2R \rightarrow \begin{cases} R = 0 \\ R = 2 \end{cases} \rightarrow b = 4$$

$$\rightarrow f(x) = -x^2 + 4x \rightarrow f(3) = -9 + 12 = 3$$

۴۳. در یک بیضی نقاط  $A(8, 2)$  و  $A'(2, 2)$  دو سر قطر بزرگ و نقاط  $B(5, 3)$  و  $B'(5, 1)$  دو سر قطر کوچک هستند. معادله دایره هم مرکز با این بیضی و گذرنده از کانون‌های آن کدام است؟

$$(x - 5)^2 + (y - 2)^2 = 4 \quad (۲)$$

$$(x - 5)^2 + (y - 2)^2 = 8 \quad (۱)$$

$$(x - 2)^2 + (y - 5)^2 = 4 \quad (۴)$$

$$(x - 2)^2 + (y - 5)^2 = 8 \quad (۳)$$

پاسخ: گزینه ۱

فاصله دو نقطه‌ی  $A(8, 2)$  و  $A'(2, 2)$  برابر  $2a = 8 - 2 = 6$  و فاصله دو نقطه‌ی  $B(5, 3)$  و  $B'(5, 1)$  برابر  $2b = 3 - 1 = 2$  است. از

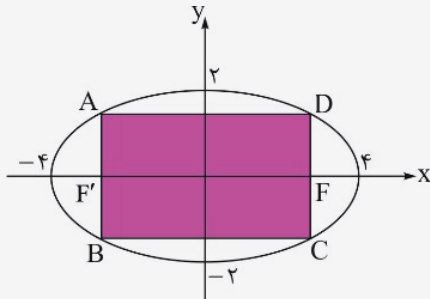
طرفی مختصات مرکز  $O(\frac{2+8}{2}, \frac{1+3}{2})$  است:

$$\Rightarrow C^2 = a^2 - b^2 = 3^2 - 1^2 = 8 \Rightarrow c = \sqrt{8}$$

حال باید معادله‌ی دایره به مرکز  $O(5, 2)$  و شعاع  $r = c = \sqrt{8}$  را به دست آوریم:

$$(x - 5)^2 + (y - 2)^2 = 8$$

۴۴. در شکل مقابل، رأس‌های مستطیل ABCD روی بیضی قرار دارند و کانون‌های بیضی روی اضلاع AB و CD قرار دارند.



مساحت این مستطیل کدام است؟

- (۱)  $2\sqrt{3}$
- (۲)  $4\sqrt{3}$
- (۳)  $8\sqrt{3}$
- (۴)  $16\sqrt{3}$

پاسخ: گزینه ۳

مطابق شکل  $a = 4$  و  $b = 2$  است.

$$c^2 = a^2 - b^2 = 16 - 4 = 12 \rightarrow c = 2\sqrt{3}$$

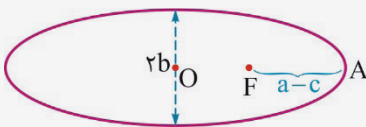
$$\text{طول مستطیل} = BC = 2c$$

$$\text{عرض مستطیل} = AB = \text{وتر کانونی} = \frac{2b^2}{a}$$

$$\text{مساحت مستطیل} = 2c \times \frac{2b^2}{a} = 4 \times 2\sqrt{3} \times \frac{4}{4} = 8\sqrt{3}$$

۴۵. در یک بیضی فاصله کانون تا نزدیک‌ترین راس کانونی بیضی  $\frac{1}{3}$  برابر طول قطر کوچک آن است خروج از مرکز بیضی

کدام است؟



- (۲)  $\frac{4}{5}$
- (۴)  $\frac{3}{5}$

- (۱)  $\frac{5}{13}$
- (۳)  $\frac{12}{13}$

پاسخ: گزینه ۱

$$\frac{a-c}{2b} = \frac{1}{3} \rightarrow 3a - 3c = 2b \xrightarrow{\div a} 3 - 3e = \frac{2b}{a}$$

$$3 - 3e = 2\sqrt{1-e^2} \rightarrow 9 + 9e^2 - 18e = 4 - 4e^2$$

$$\Rightarrow 13e^2 - 18e + 5 = 0 \begin{cases} e = 1 \times \\ e = \frac{5}{13} \checkmark \end{cases}$$

# آزمون وی آی پی

اولین بخش آزمون ها در تلگرام

آرشیو آزمون های سال گذشته 🤯

جهت دانلود آزمون ها در کانال ما با آیدی  
زیر در تلگرام عضو باشید:

**@AzmonVip**  
t.me/AzmonVip

دانلود



www.SanjeshCloud.ir  
T.me/SanjeshCloud



آموزش  
فرهنگی