



آزمون تابستان «۳۱ مرداد ۱۴۰۵» دفترچه اول اختصاصی دوازدهم ریاضی (ریاضیات)

دفترچه سوال

مدت زمان کل پاسخ‌گویی سوالات: ۱۱۵ دقیقه

تعداد کل سوالات: ۸۰ سوال

(۳۰ سوال اجباری + ۵۰ سوال اختیاری)

نام درس	تعداد سؤال	شماره سؤال	زمان پاسخگویی
اجباری	۱۰	۱-۱۰	۱۵'
اختیاری	۱۰	۱۱-۲۰	۱۲'
اختیاری	۱۰	۲۱-۳۰	۱۵'
اجباری	۱۰	۳۱-۴۰	۱۵'
اختیاری	۱۰	۴۱-۵۰	۱۳'
اختیاری	۱۰	۵۱-۶۰	۱۵'
اجباری	۱۰	۶۱-۷۰	۱۵'
اختیاری	۱۰	۷۱-۸۰	۱۵'
جمع کل	۸۰	۱-۸۰	۱۱۵'

پدیدآورندگان

نام درس	نام طراحان
ریاضی پایه و حسابان ۲	محمد مصطفی ابراهیمی - کاظم اجلالی - سعید اکبرزاده - امیر محمد باقری نصرآبادی - مسعود برملا - شاهین پروازی - سهیل حسن خان پور - عادل حسینی - افشین خاصه خان - طاهر دادستانی - علی ساوچی - یاسین سپهر - رضا سیدنجفی - علی شهرابی - جمشید عباسی - علی کردی - افشین گلستانی - سیدسپهر متولیان - مجتبی مجاهدی - امیر محمودیان - لیلا مرادی - مهرداد ملوندی - حمیدرضا نوشکاران - جهانبخش نیکنام
هندسه و آمار و ریاضیات گسسته	امیر حسین ابومحسوب - حنا نه اتفاقی - اسحاق اسفندیار - معصومه اکبری صحت - علی ایمانی - محبوبه بهادری - محسن بهرام‌پور - فرزاد جوادی - جواد حاتمی - سید محمد رضا حسینی فرد - کیوان دارابی - مصطفی دیداری - سوگند روشنی - رضا سیدنجفی - محمد صحت کار - شایان عیاجی - هومن عقیلی - فرشاد فرامرزی - احمد رضا فلاح - مرتضی فهیم‌علوی - سیدسروش کریمی - مداحی - امیر مالیر - امیر حسین ملازینل - مهرداد ملوندی - نیلوفر مهدوی - امیر وفائی

گزینشگران و ویراستاران

نام درس	ریاضی پایه و حسابان ۲	هندسه	آمار و احتمال و ریاضیات گسسته
گزینشگر	سیدسپهر متولیان	امیر حسین ملازینل	امیر حسین ملازینل
گروه ویراستاری	سینا صالحی آرین غلامی امیر حسین ابومحسوب مهرداد ملوندی	آرین غلامی امیر حسین ابومحسوب مهرداد ملوندی	آرین غلامی امیر حسین ابومحسوب مهرداد ملوندی
مسئول درس	سیدسپهر متولیان	امیر حسین ملازینل	امیر حسین ملازینل
مستند سازی	سمیه اسکندری	سجاد سلیمی	سجاد سلیمی
ویراستاران (مستند سازی)	معصومه صنعت کار - امیر محمد علیپور - مهسا محمدنیا - فرشته کمبرانی		

گروه فنی و تولید

مدیر گروه	مهرداد ملوندی
مسئول دفترچه	نرگس غنی‌زاده
گروه مستند سازی	مدیر گروه: محیا اصغری
حروف نگار	فرزانه فتح اله‌زاده
ناظر چاپ	سوران نعیمی

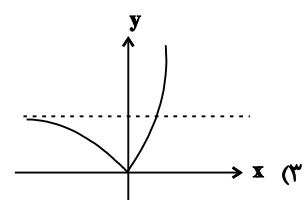
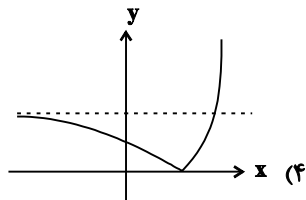
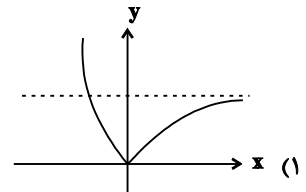
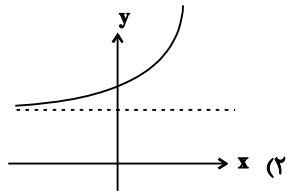
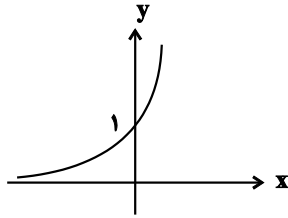
گروه آزمون
بنیاد علمی آموزشی قلمچی «وقف عام»
دفتر مرکزی: خیابان انقلاب بین مبا و فلسطین - پلاک ۹۲۳ - تلفن: ۰۲۱-۶۴۴۳

وقت پیشنهادی: ۱۵ دقیقه

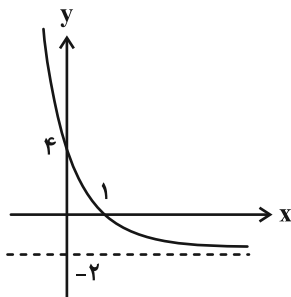
حسابان ۱: توابع نمایی و لگاریتمی: صفحه‌های ۷۱ تا ۹۰

پاسخ دادن به این سؤالات برای همه دانش‌آموزان اجباری است.

۱- اگر نمودار تابع نمایی $y = (3m-2)^x$ به صورت مقابل باشد، نمودار تابع $f(x) = |1-m^x|$ کدام است؟



۲- اگر نمودار تابع $y = a(b)^x + c$ به صورت زیر باشد، حاصل $\frac{ac}{b}$ کدام است؟



(۱) -۱

(۲) -۱۲

(۳) -۳۶

(۴) -۹۶

۳- نیمه عمر یک نوع ماده هسته‌ای ۱۸ سال است. اگر جرم نمونه‌ای از این ماده ۱۰۰ میلی گرم باشد، پس از چند سال $87/5$ میلی گرم

از آن به انرژی تبدیل می‌شود؟

(۴) ۶

(۳) ۱۸

(۲) ۳۶

(۱) ۵۴

۴- تابع $f(x) = \log_{a+1}(3x+2b)$ فقط به ازای $x \in (2, +\infty)$ تعریف شده است. اگر $f(11) = 3$ باشد، حاصل $a+b$ کدام است؟

(۴) ۵

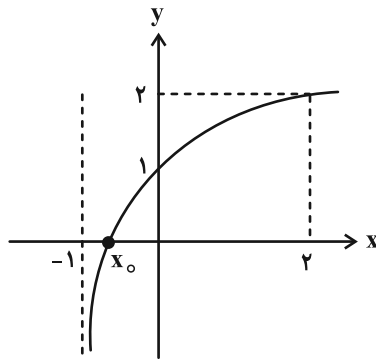
(۳) ۱

(۲) -۵

(۱) -۱

محل انجام محاسبات

۵- نمودار تابع $f(x) = \log_e(ax+b)$ در شکل زیر رسم شده است. مقدار x_0 کدام است؟



(۱) $-\frac{1}{3}$

(۲) $-\frac{1}{2}$

(۳) $-\frac{2}{3}$

(۴) $-\frac{3}{4}$

۶- در دستگاه تصفیه آب، لایه‌ای نازک از فیلتر داریم که ۲ درصد از ناخالصی‌ها را حذف می‌کند. حداقل چند لایه را پشت هم قرار

دهیم تا آب حداقل ۳۰ درصد خالص شود؟ ($\log 2 \approx 0.301$, $\log 7 \approx 0.845$)

(۲) ۱۸

(۱) ۱۷

(۴) ۲۰

(۳) ۱۹

۷- اگر $\log_7^3 = a$ باشد، حاصل $\log_{17}^{36}$ کدام است؟

(۲) $\frac{2+2a}{2+a}$

(۱) $\frac{2+2a}{1+2a}$

(۴) $\frac{a}{a+2}$

(۳) $\frac{2}{1+2a}$

۸- اگر a و b ریشه‌های معادله درجه دوم $\frac{1}{5}x^2 - 4x + 15 = 0$ باشند، حاصل $\log(3a+5) + \log(3b+5)$ کدام است؟

(۲) ۲

(۱) ۱

(۴) ۴

(۳) ۳

۹- جزء صحیح جواب بزرگ‌تر معادله $\log(2^x - 1) + 3 = \log 8^x + 5 \log 2$ کدام است؟

(۴) ۲

(۳) ۱

(۲) صفر

(۱) -۱

۱۰- اختلاف جواب‌های معادله $\log_7^{(2x+1)} - \log_{(2x+1)}^8 = 2$ کدام است؟

(۴) $\frac{11}{4}$

(۳) ۳

(۲) $\frac{15}{4}$

(۱) ۴

وقت پیشنهادی: ۱۲ دقیقه

ریاضی ۱: معادله‌ها و نامعادله‌ها + تابع: صفحه‌های ۶۹ تا ۱۰۸

پاسخ دادن به این سوالات برای همه دانش آموزان اختیاری است.

۱۱- چند مربع وجود دارد که اندازه مساحت از اندازه محیط آن، ۳ واحد کمتر باشد؟

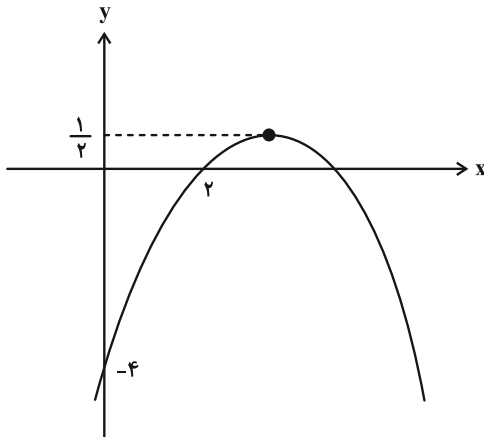
۳ (۴)

۲ (۳)

۱ (۲)

صفر (۱)

۱۲- نمودار زیر مربوط به سهمی $y = ax^2 + bx + c$ است. مقدار b کدام است؟



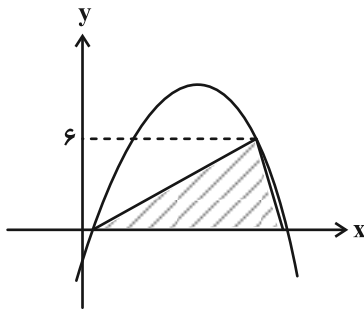
۶ (۱)

۵ (۲)

۴ (۳)

۳ (۴)

۱۳- نمودار سهمی $y = ax^2 + 10x + c$ با شرط $ac = 8$ ، در شکل زیر رسم شده است. اگر مساحت مثلث هاشورخورده برابر با $6\sqrt{17}$ باشد، مقدار $a + c$ کدام است؟



-۹ (۱)

-۸ (۲)

-۶ (۳)

-۵ (۴)

۱۴- جدول تعیین علامت عبارت $p(x) = \frac{x^2 - ax + b}{ax - b}$ به صورت زیر است. مقدار $p(2c)$ کدام است؟

x	۱	c
p(x)	-	+

$\frac{1}{3}$ (۲)

$\frac{3}{4}$ (۱)

۲ (۴)

۱ (۳)

محل انجام محاسبات

۱۵- جمع بزرگ‌ترین و کوچک‌ترین مقادیر x که در نامعادله $|x^2 - 4x| \leq 2$ صدق می‌کنند، کدام است؟

- (۱) $2\sqrt{2}$ (۲) ۴ (۳) $2\sqrt{6}$ (۴) $\sqrt{6} - \sqrt{2}$

۱۶- چند عدد طبیعی در مجموعه جواب نامعادله $3x - |2x - 1| \geq 5$ قرار نمی‌گیرد؟

- (۱) صفر (۲) ۱ (۳) ۲ (۴) ۳

۱۷- رابطه $f = \{(x+2, x^3), (-x, x^2), (x+2, x^2+2x), (2-2x, x)\}$ به ازای چند مقدار x تابع است؟

- (۱) هیچ مقدار (۲) ۱ (۳) ۲ (۴) ۳

۱۸- تابع $f(x) = \begin{cases} mx - x^2 & ; x \leq 2 \\ x^3 - \frac{m}{2}x & ; x \geq 2 \end{cases}$ مفروض است. مقدار $f(2 - \sqrt{3})$ کدام است؟

- (۱) -۱ (۲) -۳ (۳) ۱ (۴) ۳

۱۹- تابع ناتهی f را از مجموعه A به $B = \{1, 5, 10\}$ با نمایش جبری $f(x) = x^2 - 2x + 2$ ، تعریف می‌کنیم. چند مجموعه برای A

می‌توانیم پیدا کنیم؟

- (۱) ۱۲۷ (۲) ۶۳ (۳) ۳۱ (۴) ۱۵

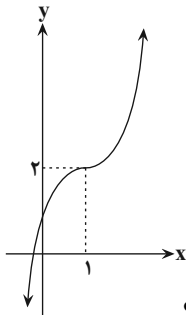
۲۰- برای تابع خطی f ، رابطه $f(x-2) + f(x+1) = 4x - 8$ برقرار است، مقدار $f(2)$ کدام است؟

- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

وقت پیشنهادی: ۱۵ دقیقه

حسابان ۲: تابع: صفحه‌های ۱۳ تا ۲۲

پاسخ دادن به این سؤالات برای همه دانش‌آموزان اختیاری است.



۲۱- نمودار تابع با ضابطه $y = (x+a)^3 - b$ به صورت روبه‌رو است. حاصل $a.b$ کدام است؟

(۱) ۲

(۲) -۲

(۳) ۳

(۴) -۳

۲۲- تابع f نزولی و همواره مثبت و تابع g نزولی و همواره منفی است. وضعیت یکنوایی تابع $\frac{1}{f} - g$ کدام است؟

(۴) نامشخص

(۳) غیریکنوا

(۲) نزولی

(۱) صعودی

۲۳- اگر $f(x) = 1 - x^3$ و $g(x) = -3x(x-1)$ باشد، تابع $|f-g|$ روی کدام بازه یکنوا است؟

(۴) $\mathbb{R} - [0, 1]$

(۳) $[1, +\infty)$

(۲) $(0, 2)$

(۱) $\mathbb{R}$

۲۴- شکل زیر نمودار تابع f را نشان می‌دهد. اگر a و b به ترتیب طول بزرگ‌ترین بازه‌هایی باشند که تابع در آن‌ها صعودی و نزولی است، حاصل $|a-b|$ برابر با

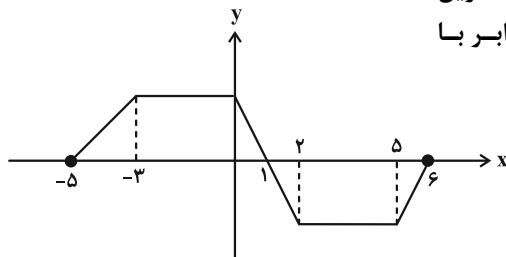
کدام است؟

(۱) ۱

(۲) ۲

(۳) ۳

(۴) ۴



۲۵- تابع $f(x) = \sqrt{x-2} - \sqrt{6-x}$ مفروض است. مجموع اعداد صحیحی که در نامعادله $f(f(x)+4) \leq 0$ صدق می‌کنند، کدام است؟

(۴) ۲۰

(۳) ۱۴

(۲) ۹

(۱) ۵

۲۶- اگر تابع پیوسته $y = f(x)$ با دامنه $\mathbb{R}$ اکیداً نزولی باشد و داشته باشیم: $f(3) = 0$ ؛ دامنه $g(x) = \sqrt[4]{(x-3)^2 f(2-x)}$ کدام است؟

(۴) $[-1, +\infty)$

(۳) $(3, +\infty)$

(۲) $[3, +\infty)$

(۱) $(-1, +\infty)$

۲۷- اگر مجموعه جواب نامعادله $(\sqrt{2}+1)x^2 - 3x + 2 < 3 + 2\sqrt{2}$ به صورت بازه (a, b) باشد، حاصل $2b - 3a$ کدام است؟

(۴) صفر

(۳) ۱

(۲) ۳

(۱) ۶

۲۸- اگر چندجمله‌ای $p(x+2)$ بر $x-3$ بخش‌پذیر باشد، چندجمله‌ای $p(1-2x)$ بر کدام چندجمله‌ای الزاماً بخش‌پذیر است؟

(۴) $x+2$

(۳) $5-2x$

(۲) $3-2x$

(۱) $x+1$

۲۹- اگر باقی‌مانده تقسیم چندجمله‌ای $p(x)$ بر $x+4$ برابر با ۲ باشد، باقی‌مانده تقسیم چندجمله‌ای $x^3 p(2x) - 4x$ بر $x+2$ کدام است؟

(۴) -۸

(۳) -۶

(۲) -۴

(۱) -۲

۳۰- باقیمانده تقسیم چندجمله‌ای $f(x)$ بر $x^2 + 4x - 5$ برابر با $x-6$ است. باقیمانده تقسیم $f(f(x))$ بر $x-1$ کدام است؟

(۴) -۱۱

(۳) -۴

(۲) ۵

(۱) -۱

مشابه سؤال‌هایی که با آیکون  مشخص شده‌اند در امتحانات تشریحی وجود دارد.

محل انجام محاسبات

وقت پیشنهادی: ۱۵ دقیقه

هندسه ۲: تبدیل‌های هندسی و کاربردها (تا انتهای دوران): صفحه‌های ۳۱ تا ۴۳

پاسخ دادن به این سؤالات برای همه دانش‌آموزان اجباری است.

۳۱- کدام یک از توابع زیر در صفحه شامل محورهای مختصات، یک تبدیل نیست؟

(۱) تابعی که هر نقطه را بر روی قرینه آن نسبت به محور y ها تصویر می‌کند.

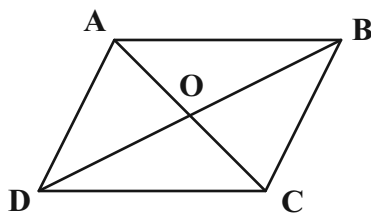
(۲) تابعی که هر نقطه را ۲ واحد در راستای افقی به طرف چپ منتقل می‌کند.

(۳) تابعی که هر نقطه را بر روی قرینه آن نقطه نسبت به مبدأ مختصات تصویر می‌کند.

(۴) تابعی که هر نقطه را بر روی پای عمود رسم شده از آن نقطه بر محور x ها تصویر می‌کند.

۳۲- متوازی‌الاضلاع $ABCD$ در شکل زیر را ابتدا با بردار $\overrightarrow{AO}$ و سپس با بردار $\overrightarrow{BO}$ منتقل می‌کنیم تا چهارضلعی $A'B'C'D'$ حاصل

شود. چهارضلعی $A'B'C'D'$ با انتقال با کدام یک از بردارهای زیر بر چهارضلعی $ABCD$ منطبق می‌شود؟



(۱) $\overrightarrow{CD}$

(۲) $\overrightarrow{BD}$

(۳) $\overrightarrow{CB}$

(۴) $\overrightarrow{CA}$

۳۳- دایره $C'(O', R')$ انتقال یافته دایره $C(O, r)$ با بردار $\vec{v}$ به طول ۵ است. وضعیت نسبی این دو دایره کدام است؟

(۴) نامعلوم

(۳) متقاطع

(۲) متخارج

(۱) مماس خارج

۳۴- مستطیل $ABCD$ به طول اضلاع $AB = 1/5$ و $BC = 4$ مفروض است. در انتقال‌های T_1 و T_2 ، به ترتیب با بردارهای $\overrightarrow{BA}$ و

$\overrightarrow{BC}$ ، اگر $T_2(T_1(A)) = A'$ باشد، طول پاره خط $A'B$ چقدر است؟

(۴) ۵

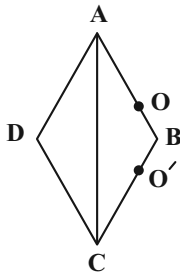
(۳) $\frac{\sqrt{73}}{2}$

(۲) ۶

(۱) $2\sqrt{10}$

محل انجام محاسبات

۳۵- لوزی ABCD به طول ضلع ۱۰ و قطر بزرگ ۱۶ را نسبت به خط گذرنده از نقاط O و O'، بازتاب می‌دهیم. اگر $OB = O'B = 3$



باشد، مساحت ناحیه مشترک بین لوزی ABCD و بازتاب یافته آن کدام است؟

(۱) ۸/۶۴

(۲) ۷/۶۸

(۳) ۶/۴۸

(۴) ۵/۴۴

۳۶- مساحت دوزنقه ABCD برابر ۵۶ و طول قاعده‌های آن $AB = 7$ و $CD = 9$ است. نیمسازهای دوزنقه A و B، یکدیگر را در

نقطه M درون دوزنقه قطع می‌کنند. اگر M' بازتاب M نسبت به AB و M'' بازتاب M' نسبت به CD باشد، طول

پاره خط MM'' کدام است؟

(۴) ۱۸

(۳) ۱۶

(۲) ۱۴

(۱) ۱۲

۳۷- نقطه O مرکز دایره محاطی داخلی مثلث متساوی‌الاضلاع ABC را نسبت به خط شامل AB بازتاب داده و O' می‌نامیم. سپس

O' را نسبت به خط شامل BC بازتاب داده و O'' می‌نامیم. طول پاره خط OO'' چند برابر طول ضلع مثلث است؟

(۴) $\frac{\sqrt{3}}{3}$

(۳) $\frac{\sqrt{2}}{2}$

(۲) $\frac{\sqrt{3}}{2}$

(۱) ۱

۳۸- مثلث قائم‌الزاویه ABC ($\hat{A} = 90^\circ$) را که در آن طول اضلاع قائمه برابر ۳ و ۱ است، به مرکز C و به اندازه 90° در جهت حرکت

عقربه‌های ساعت دوران می‌دهیم. اگر B' تصویر نقطه B در این دوران باشد، طول BB' کدام است؟

(۴) ۵

(۳) $2\sqrt{10}$

(۲) $5\sqrt{2}$

(۱) $2\sqrt{5}$

۳۹- کدام یک از چندضلعی‌های زیر با دوران 120° حول مرکز تقارن آن، بر خودش منطبق می‌شود؟

(۲) شش ضلعی منتظم

(۱) مربع

(۴) ده ضلعی منتظم

(۳) هشت ضلعی منتظم

۴۰- نقاط $A(-2, \sqrt{2})$ و $B(1, -1)$ در صفحه مفروض‌اند. نقطه B را با برداری موازی نیمساز ربع اول به نقطه B' انتقال داده‌ایم. اگر

B' دوران یافته نقطه A به مرکز مبدأ مختصات و زاویه θ باشد، طول بردار انتقال کدام است؟

(۴) $2\sqrt{2}$

(۳) $\sqrt{2}$

(۲) ۱

(۱) ۲

وقت پیشنهادی: ۱۳ دقیقه

هندسه ۱: قضیه تالس، تشابه و کاربردهای آن + چندضلعی‌ها: صفحه‌های ۴۵ تا ۶۴

پاسخ دادن به این سوالات برای همه دانش‌آموزان اختیاری است.

۴۱- مساحت یک شش ضلعی منتظم $\frac{9}{16}$ مساحت شش ضلعی منتظم دیگری است. اگر محیط شش ضلعی بزرگ‌تر برابر ۴۵ باشد،

محیط شش ضلعی دیگر کدام است؟

۳۳/۷۵ (۴)

۳۳ (۳)

۳۲/۲۵ (۲)

۳۰ (۱)

۴۲- مثلث ABC به اضلاع ۱۰، ۱۳ و ۱۳ با مثلث A'B'C' متشابه است. اگر محیط مثلث A'B'C' برابر ۴۸ باشد، اندازه بلندترین

ارتفاع آن کدام است؟

۲۱ (۴)

۲۰ (۳)

۱۸ (۲)

۱۶ (۱)

۴۳- مثلثی به طول اضلاع ۴، ۸ و $4\sqrt{3}$ با مثلثی که طول یکی از اضلاع آن $3\sqrt{3}$ است، متشابه می‌باشد. بیشترین مقدار برای مساحت

مثلث دوم کدام است؟

۱۸ (۴)

۱۶ (۳)

$13/5\sqrt{3}$ (۲)

$12/5\sqrt{3}$ (۱)

۴۴- مجموع تعداد قطرهای سه رأس دوجه‌دو غیرمجاور در یک n ضلعی محدب برابر ۱۵ است. با رسم قطرهای گذرنده از یک رأس این

n ضلعی، سطح آن به چند مثلث متمایز تقسیم می‌شود؟

۹ (۴)

۸ (۳)

۷ (۲)

۶ (۱)

۴۵- در متوازی‌الاضلاع ABCD، نقطه O محل تلاقی قطرهای آن است. اگر محیط متوازی‌الاضلاع OAB و OBC، به ترتیب

۲۴، ۱۶ و ۱۴ باشند، مجموع اندازه‌های دو قطر متوازی‌الاضلاع کدام است؟

۱۸ (۴)

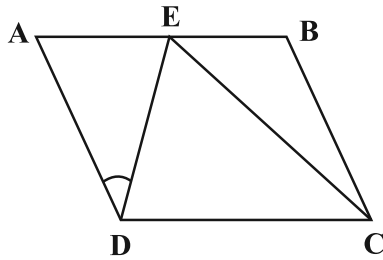
۱۶ (۳)

۱۴ (۲)

۱۲ (۱)

محل انجام محاسبات

۴۶- در متوازی‌الاضلاع شکل زیر، $CE = CD$ ، $BE = AD$ و $\widehat{ADE} = 30^\circ$ است. اندازه زاویه A چند درجه است؟



(۱) ۸۰

(۲) ۷۵

(۳) ۷۰

(۴) ۶۵

۴۷- در دوزنقه‌ای با قاعده‌های به طول ۴ و ۹ و ساق‌های به طول ۳ و ۴، اندازه پاره‌خطی که وسط‌های دو قاعده دوزنقه را به هم وصل می‌کند، چقدر است؟

(۴) ۲

(۳) ۲/۵

(۲) ۳

(۱) ۳/۵

۴۸- در دوزنقه متساوی‌الساقین $ABCD$ ، $AB = 6$ و $CD = 12$ دو قاعده دوزنقه هستند و قطر BD نیمساز زاویه D است. طول قطر BD چقدر است؟

(۴) $6\sqrt{3}$

(۳) $8\sqrt{2}$

(۲) $4\sqrt{5}$

(۱) $10\sqrt{2}$

۴۹- در مثلث قائم‌الزاویه‌ای که یک زاویه حاده آن برابر $67/5^\circ$ درجه و طول وتر آن برابر ۴ است، طول ارتفاع وارد بر وتر کدام است؟

(۴) $\frac{\sqrt{2}}{2}$

(۳) $\sqrt{2}$

(۲) $\sqrt{3}$

(۱) $\frac{\sqrt{3}}{2}$

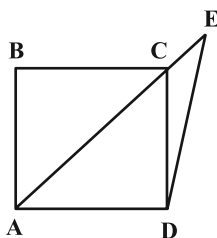
۵۰- در شکل زیر $ABCD$ مربع، $\widehat{CDE} = 15^\circ$ و $AB = 4$ است. طول DE کدام است؟

(۱) ۴

(۲) $2\sqrt{2}$

(۳) $4\sqrt{2}$

(۴) ۶



محل انجام محاسبات

وقت پیشنهادی: ۱۵ دقیقه

هندسه ۳: ماتریس و کاربردها (تا انتهای وارون ماتریس ها): صفحه های ۱۹ تا ۲۳

پاسخ دادن به این سؤالات برای همه دانش آموزان اختیاری است.

۵۱- اگر A یک ماتریس 2×2 و $B = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$ باشد، آن گاه کدام یک از روابط زیر لزوماً درست نیست؟

(۱) $A \times B = B \times A$ (۲) $B^2 \times A = I$ (۳) $A \times B^2 = B^2 \times A$ (۴) $A \times B^2 = A$

۵۲- اگر $A = \begin{bmatrix} 1 & -2 & 3 \\ -1 & 1 & 2 \\ 2 & 0 & -1 \end{bmatrix}$ باشد، آن گاه درایه سطر دوم و ستون سوم ماتریس A^3 کدام است؟

(۱) ۱۳ (۲) ۱۵ (۳) ۱۷ (۴) ۱۹

۵۳- اگر A یک ماتریس مربعی و $A^3 = \bar{O}$ باشد، حاصل عبارت $(2A^2 - A + I)(A^2 + 5A + 2I)$ برابر کدام است؟

(۱) $3A + 2I$ (۲) $2A^2 + 3A + 2I$ (۳) $7A + 2I$ (۴) $-2A^2 + 7A + 2I$

۵۴- اگر $A^2 = \begin{bmatrix} 11 & 8 \\ 20 & 19 \end{bmatrix}$ ، $B^2 = \begin{bmatrix} 5 & -4 \\ -1 & 4 \end{bmatrix}$ و $A - B = \begin{bmatrix} 2 & -2 \\ 4 & 3 \end{bmatrix}$ باشند، آن گاه حاصل $AB + BA$ کدام است؟

(۱) $\begin{bmatrix} 20 & 12 \\ 1 & 24 \end{bmatrix}$ (۲) $\begin{bmatrix} 20 & 24 \\ -1 & 14 \end{bmatrix}$ (۳) $\begin{bmatrix} 20 & 14 \\ -1 & 22 \end{bmatrix}$ (۴) $\begin{bmatrix} 20 & 14 \\ -1 & 24 \end{bmatrix}$

۵۵- اگر $A = \begin{bmatrix} 1 & -2 \\ m & 3 \end{bmatrix}$ و $A^2 = \begin{bmatrix} a & b \\ 4 & c \end{bmatrix}$ باشد، حاصل $a + b + c$ کدام است؟

(۱) -۲ (۲) -۱ (۳) ۱ (۴) ۲

۵۶- اگر $A = \begin{bmatrix} 0 & \log_2^5 \\ \log_2^2 & 0 \end{bmatrix}$ و $B = \begin{bmatrix} 0 & \tan \theta \\ \cot \theta & 0 \end{bmatrix}$ باشند، حاصل $A^{19} + B^{20}$ کدام است؟

(۱) $39I$ (۲) $A + B$ (۳) $A + I$ (۴) $B + I$

۵۷- اگر $A = \begin{bmatrix} -a & a \\ a & -a \end{bmatrix}$ و $A^{2n} = 2^{2n-1}A$ باشد، مقدار غیر صفر a کدام است؟

(۱) ۱ (۲) -۱ (۳) ۲ (۴) -۲

۵۸- اگر A یک ماتریس مربعی مرتبه ۲ بوده و دو ماتریس A و $3I - A$ وارون یکدیگر باشند، مجموع درایه های ماتریس $A + A^{-1}$ کدام است؟

(۱) ۶ (۲) ۹ (۳) ۱۸ (۴) ۳۶

۵۹- اگر $AB = \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ -1 & 2 \end{bmatrix}$ ، $B = \begin{bmatrix} 3 & 3 \\ 2 & 2 \end{bmatrix}$ و $A^2 = 3A - I$ باشد، آن گاه ماتریس $A^{-1}B$ کدام است؟

(۱) $\begin{bmatrix} 5 & 1 \\ -1 & -1 \end{bmatrix}$ (۲) $\begin{bmatrix} -2 & 6 \\ 6 & 6 \end{bmatrix}$ (۳) $\begin{bmatrix} 7 & 7 \\ 7 & 7 \end{bmatrix}$ (۴) $\begin{bmatrix} 0 & 4 \\ 4 & 4 \end{bmatrix}$

۶۰- ماتریس $A + 2I = \begin{bmatrix} |A| & |A| + 2 \\ |A| - 1 & |A| + 5 \end{bmatrix}$ را در نظر بگیرید. مجموع درایه های وارون ماتریس A کدام است؟

(۱) $-\frac{10}{9}$ (۲) $\frac{2}{9}$ (۳) $-\frac{2}{9}$ (۴) صفر

مشابه سؤال هایی که با آیکون  مشخص شده اند در امتحانات تشریحی وجود دارد.

محل انجام محاسبات

وقت پیشنهادی: ۱۵ دقیقه

آمار و احتمال: احتمال: صفحه‌های ۴۸ تا ۶۸

پاسخ دادن به این سؤالات برای همه دانش‌آموزان اجباری است.

۶۱- ۶ کتاب درسی متمایز را در کتابخانه‌ای از چپ به راست به گونه‌ای قرار می‌دهیم که کتاب ریاضی بعد از کتاب فیزیک قرار گیرد.

با کدام احتمال، این دو کتاب کنار هم قرار گرفته‌اند؟

(۱) $\frac{1}{5}$ (۲) $\frac{1}{3}$ (۳) $\frac{2}{5}$ (۴) $\frac{2}{3}$

۶۲- اگر گزاره ... درست باشد، آنگاه احتمال آنکه p و q هر دو درست باشند، برابر ... است.

(۱) $p \Rightarrow q$ (۲) $\sim p \vee q$ (۳) $\sim p \Leftrightarrow q$ (۴) $\sim p \wedge q$

۶۳- اگر A و B دو پیشامد از فضای نمونه باشند به طوری که $B \subseteq A$ ، $P(A) = \frac{3}{4}$ و $P(B) = \frac{1}{4}$ ، حاصل $\frac{P(A|B')}{P(A \cup B)}$ کدام است؟

(۱) $\frac{2}{3}$ (۲) $\frac{2}{9}$ (۳) $\frac{3}{4}$ (۴) $\frac{1}{4}$

۶۴- احتمال آن که علی دو چرخه بخرد $\frac{4}{5}$ ، احتمال آن که رایانه بخرد $\frac{4}{5}$ و احتمال آن که هر دو را بخرد $\frac{1}{5}$ می‌باشد. اگر علی

دو چرخه نخرد، احتمال آن که رایانه نیز نخرد چقدر است؟

(۱) $\frac{5}{11}$ (۲) $\frac{5}{9}$ (۳) $\frac{5}{8}$ (۴) $\frac{5}{14}$

۶۵- از جعبه‌ای که شامل ۵ مهره سفید و ۳ مهره سیاه است، سه مهره به صورت پی‌درپی و بدون جایگذاری بیرون می‌آوریم. با کدام

احتمال رنگ مهره‌های اول و سوم یکسان و با مهره دوم متفاوت است؟

(۱) $\frac{2}{7}$ (۲) $\frac{3}{14}$ (۳) $\frac{5}{28}$ (۴) $\frac{15}{56}$

محل انجام محاسبات

۶۶- در جعبه‌ای ۳ توپ قرمز و ۶ توپ آبی وجود دارد. اگر به تصادف به طور متوالی و بدون جایگذاری، ۳ توپ از این جعبه خارج کنیم، با کدام

احتمال حداقل یکی از توپ‌های انتخابی قرمز است؟

$$\begin{array}{llll} \frac{16}{21} & (1) & \frac{7}{10} & (2) \\ \frac{27}{40} & (3) & \frac{17}{24} & (4) \end{array}$$

۶۷- از یک جعبه که شامل ۳ مهره قرمز، ۳ مهره آبی و ۲ مهره سفید است، دو مهره را به تصادف و به صورت متوالی و با جای‌گذاری

بیرون می‌آوریم. با کدام احتمال این دو مهره هم‌رنگ نیستند؟

$$\begin{array}{llll} \frac{9}{32} & (1) & \frac{11}{32} & (2) \\ \frac{21}{32} & (3) & \frac{23}{32} & (4) \end{array}$$

۶۸- در دو ظرف A و B به ترتیب ۸ و ۱۰ لامپ داریم که در ظرف A، ۳ لامپ معیوب و در ظرف B، ۵ لامپ معیوب است. اگر از

ظرف A، ۴ لامپ و از ظرف B، ۶ لامپ به تصادف خارج کرده و در ظرف C بگذاریم و سپس از ظرف C یک لامپ را انتخاب

کنیم، با کدام احتمال لامپ انتخابی سالم است؟

$$\begin{array}{llll} 0/55 & (1) & 0/58 & (2) \\ 0/6 & (3) & 0/64 & (4) \end{array}$$

۶۹- دو ظرف داریم که ظرف اول دارای ۳ مهره آبی و ۵ مهره قرمز و ظرف دوم دارای ۳ مهره آبی و ۲ مهره قرمز است. یک مهره از

ظرف اول به تصادف برداشته و در ظرف دوم قرار می‌دهیم و سپس از ظرف دوم، یک مهره به تصادف انتخاب می‌کنیم. اگر مهره

خارج شده از ظرف دوم آبی باشند، با کدام احتمال مهره خارج شده از ظرف اول نیز آبی بوده است؟

$$\begin{array}{llll} \frac{4}{15} & (1) & \frac{6}{15} & (2) \\ \frac{12}{27} & (3) & \frac{15}{27} & (4) \end{array}$$

۷۰- اگر A و B دو پیشامد مستقل از یکدیگر، $P(A|B) = \frac{1}{3}$ و $P(A \cup B) = \frac{2}{5}$ باشد، آنگاه $P(B)$ کدام است؟

$$\begin{array}{llll} 0/25 & (1) & 0/2 & (2) \\ 0/15 & (3) & 0/1 & (4) \end{array}$$

وقت پیشنهادی: ۱۵ دقیقه

ریاضیات گسسته: آشنایی با نظریه اعداد (تا انتهای ویژگی ۷ هم‌نهشتی): صفحه‌های ۹ تا ۲۲

پاسخ دادن به این سؤالات برای همه دانش‌آموزان اختیاری است.

۷۱- چند عدد طبیعی فرد پنج یا شش رقمی وجود دارد به طوری که مربع کامل و مضرب ۵ باشد؟

- (۱) ۸۹ (۲) ۹۰ (۳) ۱۷۹ (۴) ۱۸۰

۷۲- اگر برای عدد طبیعی b داشته باشیم $5 \mid b+1$ و $7 \mid b-1$ ، آن‌گاه میانگین کوچک‌ترین و بزرگ‌ترین مقادیر دورقمی برای b کدام است؟

- (۱) ۶۴ (۲) ۶۶ (۳) ۶۸ (۴) ۷۲

۷۳- چه تعداد از گزاره‌های زیر مثال نقض دارند؟ 

الف) $a \mid b \Rightarrow b \mid a$

ب) $a \mid b \Rightarrow |a| \leq |b|$

ج) $a \mid b - c \Rightarrow a \mid b \wedge a \mid c$

د) هر عدد اول نسبت به همه اعداد طبیعی کوچک‌تر از خودش، اول است.

- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

۷۴- اگر $(a, b) = d$ و $[a, b] = c$ باشد، حاصل $([a, d], [b, c])$ کدام است؟ 

- (۱) $|a+b|$ (۲) $|ab|$ (۳) c (۴) d

۷۵- تفاضل بزرگ‌ترین و کوچک‌ترین عدد دو رقمی مرکب که نسبت به هر سه عدد ۶۴، ۸۱ و ۱۲۵ اول باشد، کدام است؟

- (۱) ۵۶ (۲) ۸۶ (۳) ۳۲ (۴) ۴۲

۷۶- چند عدد طبیعی وجود دارد که باقی‌مانده تقسیم ۹۶ بر هر یک از آنها، برابر ۶ باشد؟

- (۱) ۱۲ (۲) ۸ (۳) ۷ (۴) ۶

۷۷- با در نظر گرفتن همه حالات، به ازای تمام مقادیر طبیعی n ، عبارت $n^2 + 1$ در تقسیم بر ۶ چند باقی‌مانده متمایز می‌تواند داشته باشد؟

- (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴) ۵

۷۸- باقی‌مانده تقسیم عدد 4^{79} بر ۲۱ کدام است؟ 

- (۱) ۱ (۲) ۴ (۳) ۱۰ (۴) ۱۶

۷۹- اگر دو عدد ۴۵ و ۲۴ در یک دسته هم‌نهشتی به پیمانه a باشند و $(a, 3) = 1$ ، باقی‌مانده تقسیم a^{121} بر ۱۶ کدام است؟ ($a \neq 1$)

- (۱) ۳ (۲) ۵ (۳) ۷ (۴) ۹

۸۰- اگر a ، باقیمانده تقسیم عدد $1402! + 1401! + \dots + 4! + 2!$ بر عدد ۲۴ باشد، باقی‌مانده تقسیم a^{1401} بر ۴۴ کدام است؟

- (۱) ۱۲ (۲) ۲۴ (۳) ۳۶ (۴) ۴۰

مشابه سؤال‌هایی که با آیکون  مشخص شده‌اند در امتحانات تشریحی وجود دارد.

محل انجام محاسبات



آزمون تابستان «۳۱ مرداد ۱۴۰۵» دفترچه دوم اختصاصی دوازدهم ریاضی (فیزیک و شیمی)

دفترچه سوال

مدت زمان کل پاسخ گویی سوالات: ۷۰ دقیقه

تعداد کل سوالات: ۶۰ سؤال

(۲۰ سوال اجباری + ۴۰ سوال اختیاری)

نام درس	تعداد سؤال	شماره سؤال	زمان پاسخگویی
اجباری	۱۰	۸۱-۹۰	۱۵'
اختیاری	۱۰	۹۱-۱۰۰	۱۰'
اختیاری	۱۰	۱۰۱-۱۱۰	۱۵'
اجباری	۱۰	۱۱۱-۱۲۰	۱۰'
اختیاری	۱۰	۱۲۱-۱۳۰	۱۰'
اختیاری	۱۰	۱۳۱-۱۴۰	۱۰'
جمع کل	۶۰	۸۱-۱۴۰	۷۰'

پدیدآورندگان

نام درس	نام طراحان
فیزیک	خسرو ارغوانی فرد - مهران اسماعیلی - محمد اکبری - حسین الهی - زهره آقامحمدی - امیرمسعود حاجی مرادی - فرشید رسولی - محمدجواد سورچی - معصومه شریعت ناصری - مسعود قره خانی - محسن قندچلر - مصطفی کیانی - علیرضا گوته - احسان محمدی - حسین مخدومی - محمد کاظم منشادی - امیراحمد میرسعید - حسام نادری - مجتبی نکوئیان
شیمی	احمدرضا جعفری - مسعود جعفری - امیر حاتمیان - امین خوشنویسان - صادق درتومیان - حمید ذبحی - روزبه رضوانی - سیدرضا رضوی - هانی سوری - میلاد شیخ الاسلامی - سیاوش سهراب صادقی زاده - آترین صبا - رسول عابدینی زواره - سیدصدرا عادل - آرمین عظیمی - امیر قاسمی - میثم کیانی - مجتبی محبوب - کارو محمدی - سالار ملکی - نوید نقاشان - امین نوروزی - اکبر هنرمند

گزینشگران و ویراستاران

نام درس	فیزیک	شیمی
گزینشگر	حسین الهی	مجتبی محبوب
گروه ویراستاری	سینا صالحی حسین بصیر ترکمبور زهره آقامحمدی	احسان پنجه شاهی آترین صبا امیرحسین توحیدی
مسئول درس	حسین الهی	مجتبی محبوب
مستند سازی	ابراهیم نوری	علیرضا نجفی
ویراستاران (مستندسازی)	امیرعباس محمدی	فاطمه الهی محسن دستجردی

گروه فنی و تولید

مدیر گروه	مهرداد ملوندی
مسئول دفترچه	نرگس غنی زاده
گروه مستندسازی	مدیر گروه: محیا اصغری
حروف نگار	فرزانه فتح اله زاده
ناظر چاپ	سوران نعیمی

گروه آزمون

بنیاد علمی آموزشی قلمچی «وقف عام»

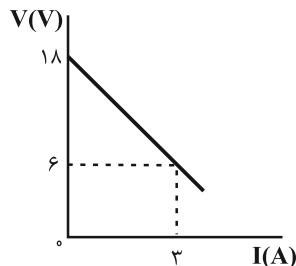
دفتر مرکزی: خیابان انقلاب بین صبا و فلسطین - پلاک ۹۲۳ - تلفن: ۰۲۱-۶۴۶۳

وقت پیشنهادی: ۱۵ دقیقه

فیزیک ۲: جریان الکتریکی و مدارهای جریان مستقیم: صفحه‌های ۶۱ تا ۸۲

پاسخ دادن به این سؤالات برای همه دانش‌آموزان اجباری است.

۸۱- نمودار اختلاف پتانسیل الکتریکی دو سر یک باتری بر حسب جریان الکتریکی عبوری از آن، مطابق شکل زیر است. به ازای



جریان ۲A اختلاف پتانسیل دو سر باتری چند ولت است؟

(۱) ۶

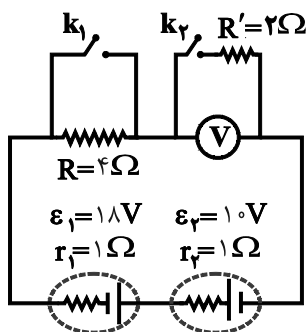
(۲) ۸

(۳) ۱۰

(۴) ۱۸

۸۲- در مدار شکل زیر، در حالی که هر دو کلید باز هستند، ولت‌سنج آرمانی مقدار V_1 را نشان می‌دهد. پس از بسته شدن کلیدهای

k_1 و k_2 ، ولت‌سنج آرمانی مقدار V_2 را نشان می‌دهد. $(V_2 - V_1)$ بر حسب ولت کدام است؟



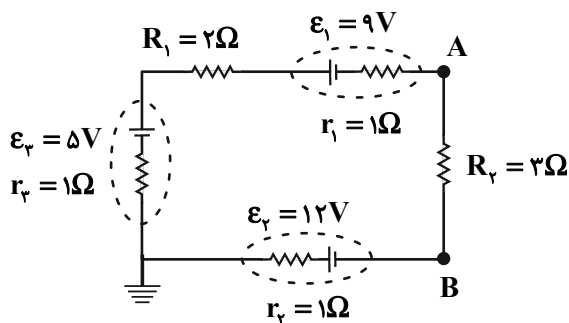
(۱) ۴

(۲) -۴

(۳) ۸

(۴) -۸

۸۳- در مدار شکل زیر پتانسیل الکتریکی نقطه A، چند برابر پتانسیل الکتریکی نقطه B است؟



(۱) $\frac{11}{8}$

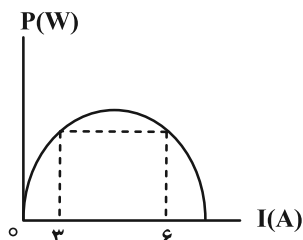
(۲) $\frac{16}{13}$

(۳) $\frac{8}{11}$

(۴) $\frac{13}{16}$

محل انجام محاسبات

۸۴- نمودار توان خروجی یک باتری بر حسب جریان الکتریکی عبوری از آن، به صورت سهمی نشان داده شده در شکل زیر است. اگر

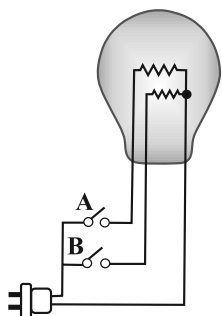


نیروی محرکه این باتری $18V$ باشد، مقاومت درونی آن چند اهم است؟

- (۱) 0.5 (۲) 1
(۳) 2 (۴) 3

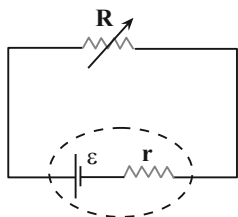
۸۵- یک لامپ سه راهه $240V$ که دو رشته دارد، مطابق شکل برای کار در سه توان مختلف ساخته شده است. اگر مقاومت رشته‌ها

برابر با 240Ω و 960Ω باشد، به ترتیب از راست به چپ کمترین و بیشترین توان مصرفی این لامپ چند وات است؟



- (۱) 240 و 60
(۲) 300 و 120
(۳) 240 و 120
(۴) 300 و 60

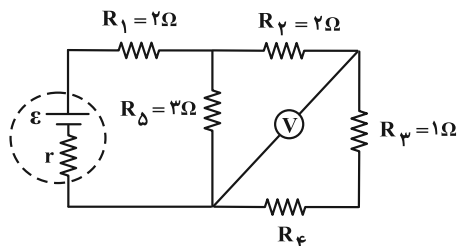
۸۶- در مدار شکل زیر، اگر مقاومت متغیر R را روی مقادیر 2Ω و 12Ω تنظیم کنیم، توان خروجی باتری به ترتیب $32W$ و $27W$



خواهد شد، بیشینه توان خروجی باتری چند وات است؟

- (۱) 24
(۲) 30
(۳) 36
(۴) 18

۸۷- در مدار شکل زیر، اگر ولت‌سنج آرمانی $4V$ را نشان دهد و توان مصرفی در مقاومت R_5 برابر با $12W$ باشد، توان خروجی باتری

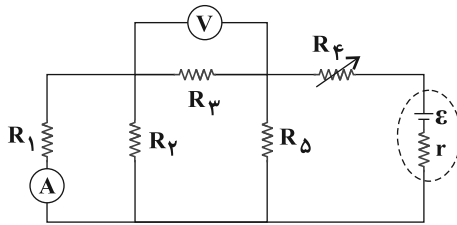


چند وات است؟

- (۱) 24
(۲) 36
(۳) 30
(۴) 18

۸۸- در مدار شکل زیر، اگر مقاومت متغیر R_F افزایش یابد، عددهایی که آمپرسنج آرمانی و ولتسنج آرمانی نشان می‌دهند،

به ترتیب از راست به چپ چگونه تغییر می‌کنند؟



(۱) افزایش می‌یابد، افزایش می‌یابد.

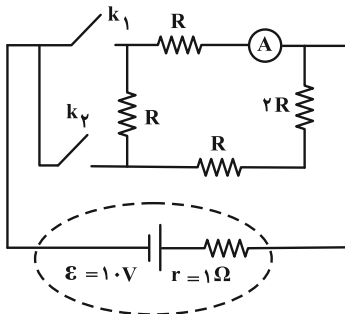
(۲) افزایش می‌یابد، کاهش می‌یابد.

(۳) کاهش می‌یابد، افزایش می‌یابد.

(۴) کاهش می‌یابد، کاهش می‌یابد.

۸۹- در مدار زیر اگر هر دو کلید بسته باشند، آمپرسنج آرمانی $6A$ را نشان می‌دهد. اگر فقط کلید k_1 را باز کنیم، عددی که

آمپرسنج آرمانی نشان می‌دهد تقریباً چگونه تغییر می‌کند؟



(۱) ۲۹ درصد افزایش می‌یابد.

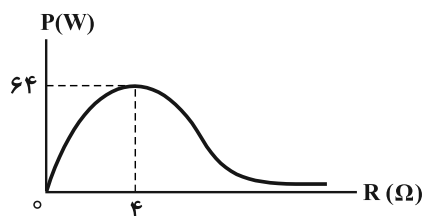
(۲) ۲۹ درصد کاهش می‌یابد.

(۳) ۷۱ درصد افزایش می‌یابد.

(۴) ۷۱ درصد کاهش می‌یابد.

۹۰- مقاومت متغیری را به دو سر یک باتری وصل می‌کنیم و نمودار توان خروجی باتری بر حسب مقاومت متغیر مطابق شکل زیر

می‌باشد. نیروی محرکه باتری چند ولت است؟



(۱) ۲۴

(۲) ۳۲

(۳) ۱۶

(۴) ۴۸

وقت پیشنهادی: ۱۰ دقیقه

فیزیک ۱: کار، انرژی و توان: صفحه‌های ۵۳ تا ۸۲

پاسخ دادن به این سوالات برای همه دانش‌آموزان اختیاری است.

۹۱- اگر تندی متحرکی $\frac{m}{s}$ افزایش یابد، انرژی جنبشی آن ۳۰۰ درصد افزایش خواهد یافت. تندی اولیه متحرک چند متر بر ثانیه بوده است؟

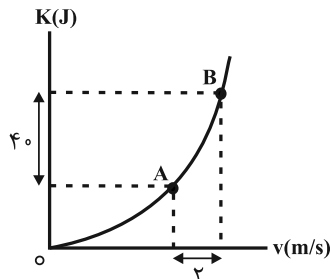
۱۸ (۴)

۶ (۳)

۱۲ (۲)

۳ (۱)

۹۲- در شکل زیر، نمودار انرژی جنبشی بر حسب تندی جسمی به جرم $m = 4 \text{ kg}$ رسم شده است. در نقطه B انرژی جنبشی جسم



چند ژول است؟

۱۲۸ (۱)

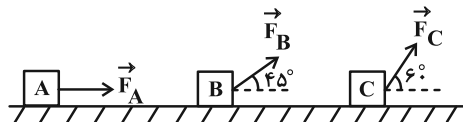
۴۸ (۲)

۳۶ (۳)

۷۲ (۴)

۹۳- مطابق شکل زیر، سه جسم A، B و C روی سطح افقی بدون اصطکاکی از حال سکون شروع به حرکت می‌کنند. در یک جابه‌جایی یکسان در راستای سطح افقی، اگر کار انجام شده توسط هر یک از این سه نیرو روی اجسام W_A ، W_B و W_C باشد،

کدام گزینه در مورد مقایسه این سه کار صحیح است؟ ($|\vec{F}_A| = |\vec{F}_B| = |\vec{F}_C|$)



$W_A > W_B > W_C$ (۱)

$W_A = W_B = W_C$ (۲)

$W_C > W_B > W_A$ (۳)

$W_A > W_C > W_B$ (۴)

۹۴- اتومبیلی به جرم دو تن با سرعت $36 \frac{\text{km}}{\text{h}}$ در مسیری مستقیم و افقی در حال حرکت است. چه نیرویی در راستای افق بر حسب نیوتون و در چه جهتی به اتومبیل وارد شود تا پس از ۴۰m جابه‌جایی، انرژی جنبشی اتومبیل به ۲۰kJ برسد؟ (از اصطکاک صرف نظر شود.)

۴۰۰۰ (۲) در خلاف جهت حرکت

۴۰۰۰ (۱) در جهت حرکت

۲۰۰۰ (۴) در خلاف جهت حرکت

۲۰۰۰ (۳) در جهت حرکت

۹۵- از یک سقف، آونگی به طول ۱۰m آویزان و در حال نوسان است. اگر تندی گلوله این آونگ هنگام عبور از پایین‌ترین نقطه

مسیر $10 \frac{m}{s}$ باشد، کمترین زاویه‌ای که راستای نخ سبک آونگ با راستای افقی می‌سازد، چند درجه است؟ (مقاومت هوا ناچیز

و $g = 10 \frac{m}{s^2}$ است.)

۹۰ (۴)

۴۵ (۳)

۶۰ (۲)

۳۰ (۱)

محل انجام محاسبات

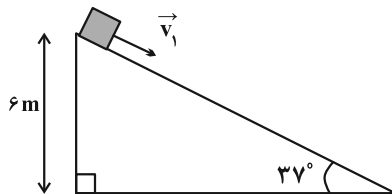
۹۶- گلوله‌ای بدون سرعت اولیه از ارتفاع h رها می‌شود و پس از طی Δh ، انرژی جنبشی آن با $\frac{3}{4}$ انرژی پتانسیل گرانشی آن برابر می‌شود. نسبت $\frac{\Delta h}{h}$ کدام است؟ (مبدأ انرژی پتانسیل گرانشی سطح زمین است و مقاومت هوا ناچیز فرض شود).

- (۱) $\frac{3}{5}$ (۲) $\frac{2}{5}$ (۳) $\frac{1}{5}$ (۴) $\frac{4}{5}$

۹۷- ریزپرنده‌ای در ارتفاع h از سطح زمین قرار دارد و محموله‌ای به جرم نامشخص در اختیار دارد و در حالت سکون آن را رها می‌کند. سپس به صورت کاملاً افقی با سرعت $8\sqrt{10} \frac{m}{s}$ به سمت جلو حرکت می‌کند و در این حالت محموله دیگری را با همان جرم رها می‌کند تا به زمین برخورد کند. اگر اختلاف تندی دو محموله هنگام رسیدن به زمین $8 \frac{m}{s}$ باشد ارتفاع h در SI کدام است؟ ($g = 10 \frac{N}{kg}$ و از مقاومت هوا صرف نظر شود).

- (۱) $68/4$ (۲) $48/6$ (۳) $64/8$ (۴) باید جرم محموله‌ها مشخص باشد.

۹۸- مطابق شکل زیر، جسمی به جرم 2 kg را از بالای سطح شیب‌داری با تندی اولیه (v_1) به طرف پایین پرتاب می‌کنیم و جسم با تندی $12 \frac{m}{s}$ به پایین سطح شیب‌دار می‌رسد. اگر اندازه نیروی اصطکاک در طول مسیر حرکت 4 N باشد، تندی اولیه جسم (v_1) چند متر بر ثانیه بوده است؟ ($g = 10 \frac{m}{s^2}$ و $\cos 37^\circ = 0.8$)

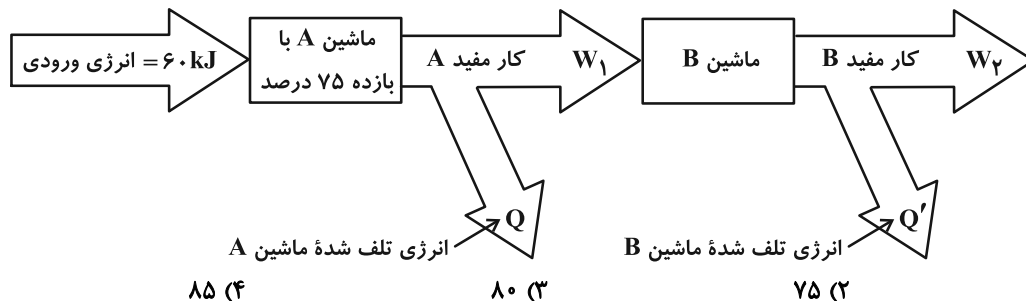


- (۱) ۸
(۲) ۶
(۳) ۱۰
(۴) ۴

۹۹- یک تلمبه برقی با توان مصرفی 2 kW ، طی مدت ۱۰ ثانیه، 100 kg آب را در عمق ۵ متری از سطح زمین و از حال سکون به سطح زمین آورده و با تندی $10 \frac{m}{s}$ به بیرون پرتاب می‌کند. بازده این تلمبه چند درصد است؟ ($g = 10 \frac{m}{s^2}$)

- (۱) ۴۲ (۲) ۵۰ (۳) ۶۰ (۴) ۷۵

۱۰۰- شکل زیر، طرح‌واره‌ای از دو ماشین A و B را نشان می‌دهد. اگر $Q - Q' = 6 \text{ kJ}$ باشد، بازده ماشین B چند درصد است؟



- (۱) ۷۰ (۲) ۷۵ (۳) ۸۰ (۴) ۸۵

وقت پیشنهادی: ۱۵ دقیقه

فیزیک ۳: حرکت بر خط راست: صفحه‌های ۱۳ تا ۲۸

پاسخ دادن به این سؤالات برای همه دانش‌آموزان اختیاری است.

۱۰۱- اگر معادله مکان - زمان متحرکی که در راستای محور x حرکت می‌کند، در SI به صورت $x = 4t^2 - 12t + 9$ باشد، بردار مکان

این متحرک چند بار تغییر جهت می‌دهد؟

۴) صفر

۳) ۱

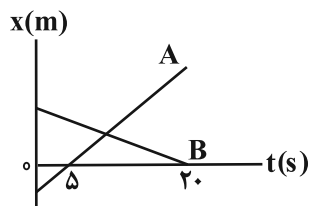
۲) ۳

۱) ۴

۱۰۲- نمودار مکان - زمان دو متحرک A و B که در مسیری مستقیم حرکت می‌کنند، مطابق شکل زیر است. اگر تندی متحرک A

دو برابر تندی متحرک B بوده و در لحظه $t = 0$ فاصله دو متحرک از یکدیگر ۷۵ متر باشد، فاصله دو متحرک از یکدیگر در

لحظه $t = 20s$ چند متر است؟



۱) ۱۵۰

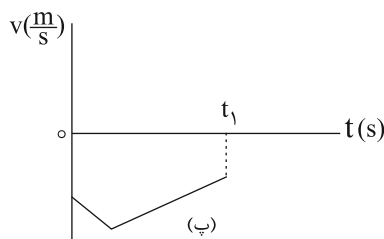
۲) ۵۰

۳) ۷۵

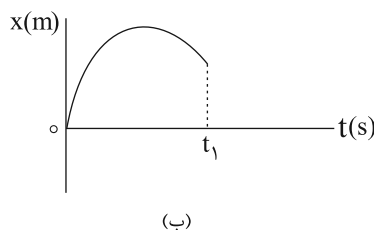
۴) ۲۵

۱۰۳- متحرکی بر روی محور x در حال حرکت است. در چند مورد از نمودارهای زیر، در بازه زمانی ۰ تا t_1 مسافت طی شده با بزرگی

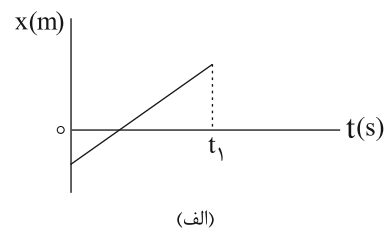
جابه‌جایی برابر است؟



۴) ۳



۳) ۲



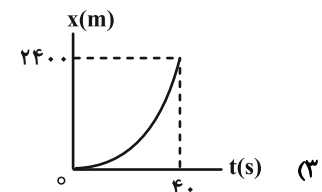
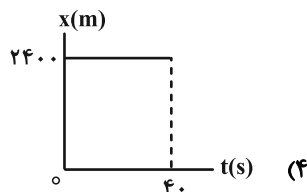
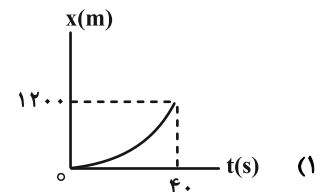
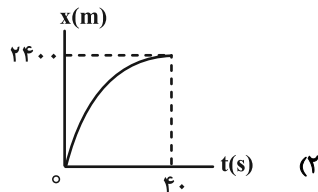
۲) ۱

۱) صفر

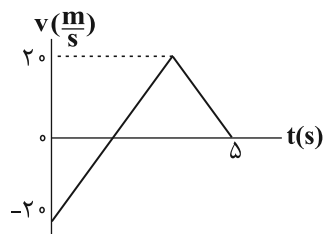
مشابه سؤال‌هایی که با آیکون  مشخص شده‌اند در امتحانات تشریحی وجود دارد.

محل انجام محاسبات

۱۰۴- هواپیمایی از مبدأ مکان با شتاب ثابت $\frac{3}{2} \frac{m}{s^2}$ بر روی مسیری مستقیم از حال سکون شروع به حرکت کرده و پس از ۴۰s از روی باند فرودگاه بلند می‌شود. نمودار مکان- زمان مربوط به این هواپیما از لحظه شروع حرکت تا لحظه بلند شدن از روی باند فرودگاه کدام است؟



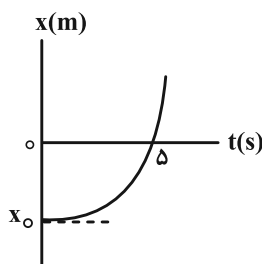
۱۰۵- نمودار سرعت - زمان متحرکی که بر روی محور x حرکت می‌کند، مطابق شکل زیر است. مسافت طی شده توسط متحرک در



مدت زمان ۵ ثانیه اول حرکت، چند متر است؟

- (۱) ۵۰
(۲) ۳۰
(۳) ۸۰
(۴) ۱۰۰

۱۰۶- شکل زیر، نمودار مکان- زمان متحرکی را نشان می‌دهد که با شتاب ثابت $\frac{3}{2} \frac{m}{s^2}$ در امتداد محور x شروع به حرکت می‌کند. به

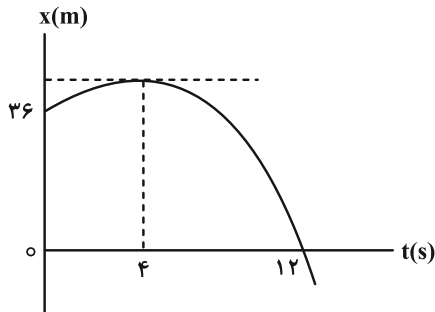


ترتیب از راست به چپ مکان متحرک در لحظه $t=0s$ چند متر و سرعت آن در لحظه $t=5s$ چند متر بر ثانیه است؟

- (۱) ۱۰ ، -۵
(۲) ۵ ، -۵
(۳) ۱۰ ، -۲۵
(۴) ۵ ، -۲۵

محل انجام محاسبات

۱۰۷- نمودار مکان- زمان متحرکی که روی محور x حرکت می کند، به صورت سهمی شکل زیر است. کمترین تندی متوسط متحرک در



یک بازه زمانی ۴ ثانیه ای چند $\frac{m}{s}$ است؟

۱ (۱)

۰/۵ (۲)

۲ (۳)

۱/۵ (۴)

۱۰۸- در شرایط خلأ، سنگی را از ارتفاع ۲۰۰ متری سطح زمین رها می کنیم. مسافت طی شده توسط سنگ در ثانیه پنجم چند برابر

مسافت طی شده توسط آن در ۳ ثانیه اول حرکت است؟ ($g = 10 \frac{m}{s^2}$)

$\frac{9}{16}$ (۴)

$\frac{11}{9}$ (۳)

۱ (۲)

$\frac{7}{9}$ (۱)

۱۰۹- از ارتفاع h از سطح زمین و در شرایط خلأ، دو گلوله با اختلاف زمانی چند ثانیه رها شوند به گونه ای که در لحظه رسیدن گلوله اول به

زمین، جابه جایی آن ۴ برابر جابه جایی گلوله دوم باشد و حداکثر فاصله دو گلوله در حین حرکت به ۱۳۵ متر برسد؟ ($g = 10 \frac{m}{s^2}$)

۵ (۴)

۴ (۳)

۳ (۲)

۲ (۱)

۱۱۰- شکل نشان داده شده یک وسیله آزمایشگاهی را نشان می دهد که به کمک آن می توان شتاب گرانشی زمین را در محل آزمایش

اندازه گرفت. در یک آزمایش به ازای $h = 20 \text{ cm}$ ، زمان سقوط گلوله آهنی 0.2 s اندازه گیری شده است. شتاب گرانشی زمین در

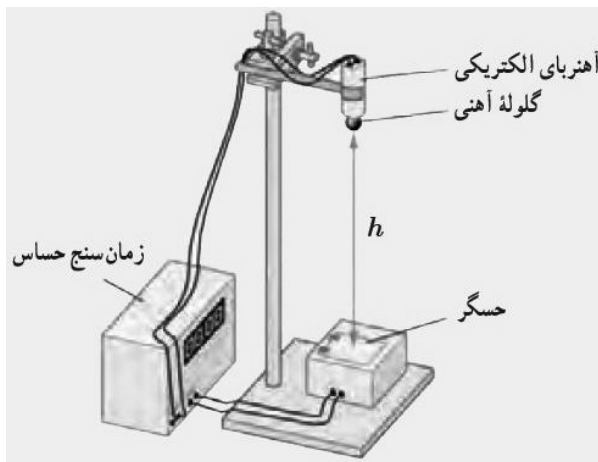
محل آزمایش چند واحد SI است؟

۱۰ (۱)

۱۱ (۲)

۱۲ (۳)

۸ (۴)



محل انجام محاسبات

وقت پیشنهادی: ۱۰ دقیقه

شیمی ۲: در پی غذای سالم (تا انتهای جمع‌پذیری واکنش‌ها): صفحه‌های ۵۱ تا ۷۷

پاسخ دادن به این سؤالات برای همه دانش‌آموزان اجباری است.

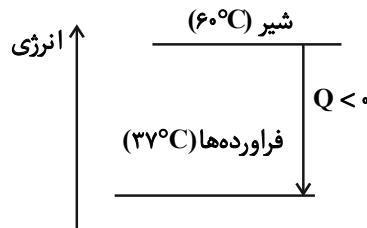
۱۱۱- کدام گزینه با توجه به کتاب درسی درست است؟

(۱) بخش عمده انرژی موجود در شیر داغ، هنگام هم دما شدن با بدن، آزاد می‌شود.

(۲) در فرایند هم دما شدن شیر داغ با بدن، همانند سایر فرایندهای گرماده، دمای سامانه (شیر) کاهش می‌یابد.

(۳) الگوی نوشتاری هم دما شدن بستنی با بدن به صورت 37°C (بستنی) $\rightarrow$ گرما + بستنی 0°C است.

(۴) سوخت و ساز شیر در بدن از دیدگاه انرژی به صورت مقابل است.



۱۱۲- لیوانی دارای ۱۰۰ گرم آب با دمای 30°C است. اگر برای ذوب کردن هر مول یخ و تبدیل آن به آب صفر درجه سلسیوس، ۶ کیلوژول

گرما نیاز باشد، چند گرم یخ صفر درجه به لیوان اضافه کنیم تا ذوب شود و دمای آب لیوان را به صفر درجه سلسیوس برساند؟

$$(H_2O = 18 \text{ g.mol}^{-1}, c_{\text{آب}} \approx 4 \text{ J.g}^{-1}.^{\circ}\text{C}^{-1})$$

۷۲ (۴)

۶۴ (۳)

۳۶ (۲)

۴ (۱)

۱۱۳- دو ظرف، اولی دارای ۲۰۰ گرم آب مقطر و دومی دارای ۲۵۰ گرم آب مقطر، هردو را در دمای 25°C و فشار یکسان در نظر

بگیرید، کدام گزینه درباره آن‌ها نادرست است؟

(۱) گرمای ویژه آب در دو ظرف، برابر است.

(۲) میانگین انرژی جنبشی مولکول‌های آب در دو ظرف، یکسان است.

(۳) ظرفیت گرمایی آب در ظرف ۲، کمتر از ظرفیت گرمایی آب در ظرف ۱، است.

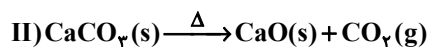
(۴) اگر گلوله فلزی داغ مشابه با دمای یکسان را در هر ظرف وارد کنیم، دمای پایانی آب دو ظرف، متفاوت است.

۱۱۴- مخلوطی از CaCO_3 و NaHCO_3 را مطابق معادله واکنش‌های شیمیایی زیر، حرارت می‌دهیم. اگر با دادن ۴۳۲۰ ژول گرما به

بخار آب حاصل از واکنش (I)، تغییر دما 10°C و با دادن ۴۲۲۴ ژول گرما به کل CO_2 تولیدشده از دو واکنش، تغییر دما

15°C شود، جرم مخلوط اولیه چند گرم بوده است؟

$$(H = 1, C = 12, O = 16, Na = 23, Ca = 40 : \text{g.mol}^{-1}) (c_{H_2O} = 4, c_{CO_2} = 0.8 : \text{J.g}^{-1}.K^{-1})$$



۱۴۷۵ (۴)

۹۳۴ (۳)

۱۲۰۸ (۲)

۱۶۵۰ (۱)

محل انجام محاسبات

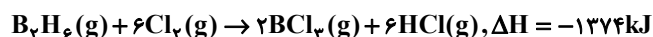
۱۱۵- چه تعداد از فرایندهای زیر گرماگیر هستند؟

- انجماد آب
 - تبخیر آب
 - تصعید یخ خشک
 - ذوب شدن بستنی
- ۴ (۱) ۳ (۲) ۲ (۳) ۱ (۴)

۱۱۶- از سوختن یک گرم از کدام هیدروکربن در دمای 25°C ، گرمای کمتری آزاد می‌شود؟ (آنتالپی سوختن C_2H_6 ، C_3H_8 ، C_4H_{10} و C_5H_{12} در دمای 25°C را به ترتیب -1560 ، -2058 ، -1410 و -1300 کیلوژول بر مول در نظر بگیرید.)
($\text{C} = 12, \text{H} = 1: \text{g.mol}^{-1}$)

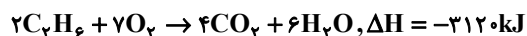
- ۱ (۱) C_5H_{12} ۲ (۲) C_4H_{10} ۳ (۳) C_3H_8 ۴ (۴) C_2H_6

۱۱۷- با توجه به واکنش‌های گرمایشیمیایی زیر ΔH واکنش $\text{BCl}_3(\text{g}) + 3\text{H}_2\text{O}(\text{l}) \rightarrow \text{H}_3\text{BO}_3(\text{s}) + 3\text{HCl}(\text{g})$ ، برابر چند کیلوژول است و با آزاد شدن $45/4 \text{ kJ}$ انرژی، چند مول $\text{BCl}_3(\text{g})$ مصرف می‌شود؟ (گزینه‌ها به ترتیب از راست به چپ خوانده شود.)



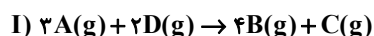
- ۱ (۱) $-113/5$ ، $0/40$ ۲ (۲) $-113/5$ ، $0/36$ ۳ (۳) $-126/5$ ، $0/40$ ۴ (۴) $-126/5$ ، $0/36$

۱۱۸- اگر آنتالپی سوختن گازهای پروپین و اتین به ترتیب -1938 و -1300 کیلوژول بر مول باشد، به تقریب چند گرم اتان باید به‌طور کامل سوزانده شود تا با انرژی آزاد شده در اثر سوختن کامل 28 گرم بوتین با خلوص 70 درصد برابری کند؟ ($\text{C} = 12$ ، $\text{H} = 1: \text{g.mol}^{-1}$)

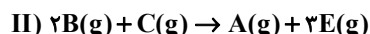


- ۱ (۱) 15 ۲ (۲) 18 ۳ (۳) 21 ۴ (۴) 36

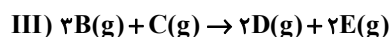
۱۱۹- با توجه به واکنش‌های گرمایشیمیایی زیر، در واکنش $\text{A}(\text{g}) + 4\text{D}(\text{g}) \rightarrow 3\text{B}(\text{g}) + 4\text{E}(\text{g})$ ضمن آزادسازی $43/6$ کیلوژول گرما، چند مول ماده گازی تولید می‌شود؟



$$\Delta H = +542 \text{ kJ}$$



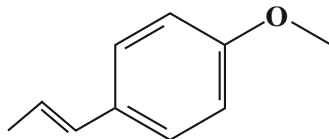
$$\Delta H = -98 \text{ kJ}$$



$$\Delta H = +891 \text{ kJ}$$

- ۱ (۱) $0/56$ ۲ (۲) $0/28$ ۳ (۳) $0/14$ ۴ (۴) $0/07$

۱۲۰- کدام یک از عبارتهای زیر در مورد ترکیب روبه‌رو نادرست است؟



- الف) طعم و بوی رازیانه به دلیل وجود این ترکیب است. ب) ترکیبی آروماتیک است و گروه عاملی اتری دارد. پ) هر مولکول آن شامل 37 جفت الکترون پیوندی است. ت) مجموع شمار اتم‌های مولکول آن برابر با مجموع شمار اتم‌های 2 -هپتانون است.
- ۱ (الف و ب) ۲ (پ و ت) ۳ (الف و پ) ۴ (ب و ت)

وقت پیشنهادی: ۱۰ دقیقه

شیمی ۱: رد پای گازها در زندگی (تا انتهای اثر گلخانه‌ای): صفحه‌های ۴۷ تا ۶۹

پاسخ دادن به این سؤالات برای همه دانش‌آموزان اختیاری است.

۱۲۱- کدام گزینه نادرست است؟

- (۱) در لایه‌های اول و سوم هواکره، روند تغییرات دما مشابه هم است.
 - (۲) در ارتفاعات بسیار بالای هواکره، فقط گونه‌های مثبت و منفی مشاهده می‌شود.
 - (۳) حدود ۷۵ درصد از جرم هواکره، در نزدیک‌ترین لایه به زمین (تروپوسفر) قرار دارد.
 - (۴) در همه لایه‌های هواکره، درصد حجمی گاز نیتروژن به تقریب برابر ۷۸ درصد است.
- ۱۲۲- ارتفاع قله اورست ۸۴۰۰ متر است، اگر دمای هوا در سطح زمین 25°C باشد، کاهش دما در قله اورست نسبت به دمای سطح زمین، در مقیاس کلوین، چند درصد خواهد بود؟

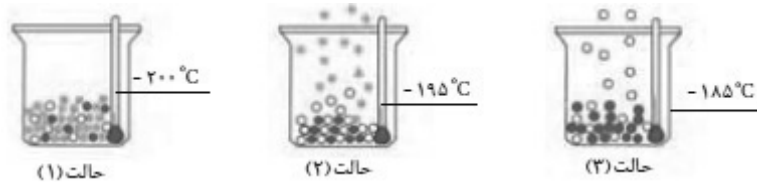
(۴) ۷/۵

(۳) ۲۵/۵

(۲) ۱۵/۳۳

(۱) ۱۶/۹۱

۱۲۳- با توجه به شکل زیر، کدام یک از مطالب زیر درست است؟



- (۱) با استفاده از این فرایند به راحتی می‌توان اکسیژن با خلوص ۱۰۰ درصد تهیه کرد.
 - (۲) با کاهش دما از 100°C به 200°C به ترتیب گازهای اکسیژن، آرگون و نیتروژن به مایع تبدیل می‌شوند.
 - (۳) عنصری که در حالت (۳) هنوز به حالت مایع وجود دارد، کمتر از ۱ درصد گازهای هوای پاک و خشک را تشکیل می‌دهد.
 - (۴) از گاز خارج شده در حالت (۲) برای خنک کردن قطعات الکترونیکی در دستگاه‌های تصویربرداری مانند MRI استفاده می‌شود.
- ۱۲۴- کدام گزینه درست است؟

- (۱) اکسیژن گازی واکنش‌پذیر است که با تمام عناصر واکنش می‌دهد.
- (۲) با افزایش ارتفاع از سطح زمین، فشار گاز اکسیژن به‌طور پیوسته افزایش می‌یابد.
- (۳) اکسیژن یکی از مهم‌ترین گازهای هواکره است که به‌طور ناهمگون در لایه‌های گوناگون هواکره توزیع شده است.
- (۴) کربن مونوکسید نسبت به کربن دی‌اکسید سطح انرژی بیشتری دارد و به دلیل داشتن پیوند سه‌گانه، پایدارتر است.

۱۲۵- نام چه تعداد از ترکیبات زیر به نادرستی ذکر شده است؟

پ (ب) Fe_2O_3 : آهن (III) اکسید	ب (ب) Al_2O_3 : آلومینیم (III) اکسید	آ (آ) MgO : منیزیم اکسید
ج (ج) N_2O_3 : دی‌نیتروژن تری‌اکسید	ث (ث) SiBr_4 : سیلیسیم تترا برمید	ت (ت) CuO : مس (I) اکسید

(۴) ۱

(۳) ۲

(۲) ۳

(۱) ۴

محل انجام محاسبات

۱۲۶- در ساختار لوویس چند مولکول زیر در مجموع ۲ جفت الکترون ناپیوندی وجود دارد؟

SO_2 •	H_2O •	CO •	HCN •
۱ (۴)	۲ (۳)	۳ (۲)	۴ (۱)

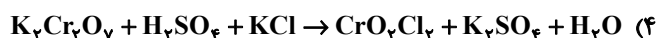
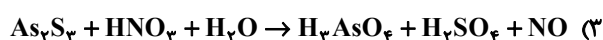
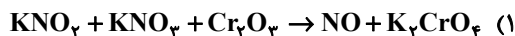
۱۲۷- کدام گزینه نادرست است؟

- (۱) تنها فراورده‌های سوختن ناقص سوخت‌های فسیلی کربن مونوکسید و بخار آب می‌باشند.
- (۲) طول موج نور حاصل از سوختن گوگرد کوتاه‌تر از طول موج نور حاصل از سوختن سدیم است.
- (۳) سوختن، واکنشی شیمیایی است که در آن، یک ماده با اکسیژن به سرعت واکنش می‌دهد و بخشی از انرژی شیمیایی آن به صورت گرما و نور آزاد می‌شود.

(۴) میل ترکیبی اکسیژن با هموگلوبین خون کمتر از ۰/۰۵ برابر میل ترکیبی کربن مونوکسید با هموگلوبین خون است.

۱۲۸- عبارت کدام گزینه به درستی بیان نشده است؟

- (۱) در معادله نمادی، حالت فیزیکی مواد مشخص است.
 - (۲) همه واکنش‌های شیمیایی از قانون پایستگی جرم پیروی می‌کنند.
 - (۳) نماد « $\xrightarrow{1200^\circ\text{C}}$ » نشان می‌دهد که واکنش‌دهنده‌ها بر اثر گرم شدن واکنش می‌دهند.
 - (۴) تغییر شیمیایی می‌تواند با تغییر رنگ، مزه، بو یا آزادسازی گاز، تشکیل رسوب و گاهی ایجاد نور و صدا همراه باشد.
- ۱۲۹- با توجه به واکنش‌های موازنه نشده زیر، مجموع ضرایب واکنش‌دهنده‌ها در کدام گزینه پس از موازنه بیشتر است؟



۱۳۰- کدام یک از گزینه‌های زیر صحیح است؟

- (۱) در سده اخیر مساحت برف در نیم کره شمالی همانند میانگین جهانی سطح آب‌های آزاد کاهش یافته است.
- (۲) در سده اخیر میزان گاز کربن دی‌اکسید در هواکره برخلاف میانگین جهانی دمای سطح زمین افزایش یافته است.
- (۳) کره زمین با لایه‌ای از گازها به نام هواکره احاطه شده و همانند لایه پلاستیکی برای گلخانه است و سبب سرد شدن کره زمین می‌شود.
- (۴) زمین بخش قابل توجهی از گرمای جذب شده را به صورت تابش فروسرخ از دست می‌دهد ولی گازهای گلخانه‌ای مانع از خروج کامل گرمای آزاد شده می‌شوند.

وقت پیشنهادی: ۱۰ دقیقه

شیمی ۳: مولکول‌ها در خدمت تندرستی: صفحه‌های ۱۶ تا ۳۶

پاسخ دادن به این سؤالات برای همه دانش‌آموزان اختیاری است.

۱۳۱- رسانایی الکتریکی کدام محلول بیشتر است؟ ($O = ۱۶, N = ۱۴, H = ۱: g \cdot mol^{-1}$)

(۱) محلول هیدروکلریک اسید با غلظت $۰/۰۵ mol \cdot L^{-1}$

(۲) محلول $۰/۵$ مولار هیدروسیانیک اسید با $\alpha = ۰/۰۲$

(۳) محلول به حجم ۵۰۰ میلی‌لیتر شامل $۰/۳۱۵$ گرم نیتریک اسید

(۴) محلول هیدروفلوئوریک اسید با غلظت $۰/۲ mol \cdot L^{-1}$ و $K_a = ۶ \times ۱۰^{-۴} mol \cdot L^{-1}$

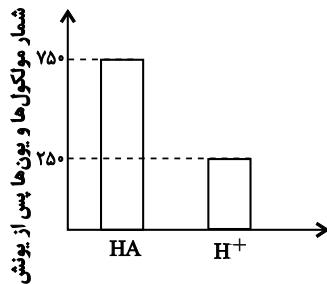
۱۳۲- با توجه به نمودار زیر، درصد یونش اسید ضعیف HA کدام است؟

(۱) $۱۴/۳$

(۲) ۲۵

(۳) $۳۳/۳$

(۴) $۱۶/۶$



۱۳۳- کدام یک از گزینه‌های زیر نادرست است؟

(۱) اغلب اسیدها همانند اسیدهای خوراکی قوی هستند و $\alpha < ۱$ دارند.

(۲) یونش اسیدهای قوی در آب کامل است و درجه یونش آن‌ها تقریباً برابر یک است.

(۳) در کربوکسیلیک اسیدها، تنها هیدروژن گروه کربوکسیل می‌تواند به یون هیدرونیوم تبدیل شود.

(۴) در اسید موجود در ریواس، شمار ناچیزی از یون‌های آب پوشیده با شمار زیادی از مولکول‌های یونیده نشده یافت می‌شود.

۱۳۴- کدام یک از گزینه‌های زیر درباره واکنش‌های تعادلی نادرست است؟

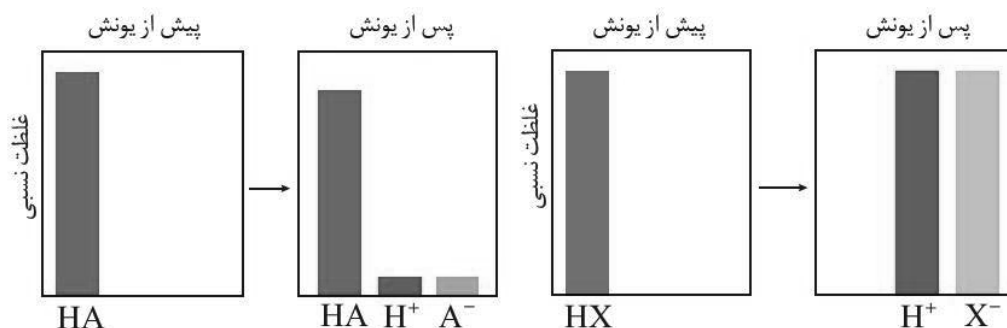
(۱) در هنگام تعادل، غلظت واکنش‌دهنده‌ها و فراورده‌ها با هم برابر است.

(۲) در هنگام تعادل، سرعت واکنش رفت و سرعت واکنش برگشت یکسان است.

(۳) مقدار عددی ثابت تعادل در دمای ثابت به مقدار اولیه واکنش‌دهنده‌ها یا فراورده‌ها بستگی ندارد.

(۴) ثابت یونش یک اسید، نسبت حاصل ضرب غلظت تعادلی یون‌های موجود در محلول را به غلظت تعادلی آن اسید نشان می‌دهد.

۱۳۵- با توجه به نمودارهای زیر، کدام گزینه نادرست است؟ (مقدار آب، دما و غلظت محلول‌ها یکسان است.)



(۱) اسید HX به طور کامل یونیده شده و محلول آن رسانایی الکتریکی بیشتری دارد.

(۲) در محلول اسید HA مولکول‌های بیشتری نسبت به محلول HX وجود دارد.

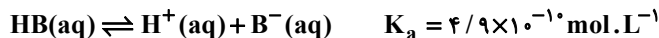
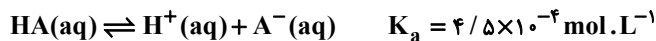
(۳) غلظت یون‌های هیدرونیوم در محلول HX کمتر از محلول HA است.

(۴) ثابت یونش اسید HX از اسید HA بزرگ‌تر است.

مشابه سؤال‌هایی که با آیکون مشخص شده‌اند در امتحانات تشریحی وجود دارد.

محل انجام محاسبات

۱۳۶- با توجه به ثابت یونش دو اسید زیر در دما و غلظت یکسان، کدام گزینه نادرست است؟



(۱) قدرت اسید HA بیشتر از قدرت اسید HB است.

(۲) در شرایط یکسان از نظر دما و غلظت، رسانایی الکتریکی محلول HA بیشتر است.

(۳) در محلول‌های با غلظت یکسان از این دو اسید در دمای 25°C ، غلظت H^+ در محلول HB کمتر اما pH آن بیشتر است.

(۴) با افزایش دما ثابت تعادل هر دو اسید تغییر نمی‌کند.

۱۳۷- با توجه به جدول داده شده، کدام نتیجه‌گیری در دمای اتاق درست است؟

(۱) در محلول ۰/۵ مولار هیدروبرمیک‌اسید، غلظت یون هیدرونیوم ۰/۵ مولار است.

(۲) در محلول ۰/۰۳ مولار هیدروفلوئوریک‌اسید، $[\text{HF}] < [\text{H}^+] = [\text{F}^-]$ است.

(۳) در محلول ۰/۰۵ مولار هیدرویدیک‌اسید، $[\text{HI}] = [\text{H}^+] = [\text{I}^-]$ است.

(۴) در محلول ۰/۳ مولار هیدروسیانیک‌اسید، $[\text{CN}^-] = ۰/۳$ است.

اسید	$K_a (\text{mol.L}^{-1})$
HF	$5/9 \times 10^{-2}$
HI	بسیار بزرگ
HBr	بسیار بزرگ
HCN	$4/9 \times 10^{-10}$

۱۳۸- در دمای ثابت 25°C دانش‌آموزی به یک لیتر آب مقدار ۰/۹۴g اسید HA اضافه کرده است. اگر غلظت تعادلی یون

هیدرونیوم برابر با 4×10^{-3} مول بر لیتر باشد، ثابت تعادل این اسید کدام است و نسبت مقدار pH این محلول به غلظت یون

هیدروکسید در آن کدام است؟ (از تغییر حجم محلول صرف‌نظر کنید؛ $A = 46: \text{g.mol}^{-1}$ ، $H = 1$) $(\log 2 \approx 0/3)$

$$(۱) \quad 9/6 \times 10^{12} , 10^{-3} \quad (۲) \quad 9/6 \times 10^{12} , 4/5 \times 10^{-4}$$

$$(۳) \quad 9/6 \times 10^{11} , 10^{-3} \quad (۴) \quad 9/6 \times 10^{11} , 4/5 \times 10^{-4}$$

۱۳۹- محلول دو مولار HA را به محلول اسید HCl که شامل ۰/۱ مول یون هیدرونیوم است اضافه می‌کنیم. اگر pH محلول نهایی

برابر ۰/۳ شود درصد یونش اسید HA در ظرف مخلوط چند است و محلول حاصل با چند گرم NaOH به‌طور کامل واکنش

می‌دهد؟ (حجم هر کدام از محلول‌های اولیه یک لیتر است و از تغییر حجم محلول‌ها پس از اضافه کردن چشم‌پوشی کنید.)

($\log 5 \approx 0/7$ ؛ گزینه‌ها را از راست به چپ بخوانید.) ($\text{Na} = 23$ ، $\text{O} = 16$ ، $\text{H} = 1: \text{g.mol}^{-1}$)

$$(۱) \quad 40 - 45 \quad (۲) \quad 84 - 45 \quad (۳) \quad 40 - 50 \quad (۴) \quad 84 - 50$$

۱۴۰- کدام مورد، با توجه به کتاب درسی نادرست است؟

(۱) جوش شیرین خاصیت بازی داشته و می‌تواند به عنوان یک ضد اسید استفاده شود.

(۲) برخلاف جوهرنمک که استفاده کردن از آن خطرناک است، محلول غلیظ سود خاصیت بازی داشته و هیچ خطری ندارد.

(۳) معمولاً در واکنش خنثی شدن اسید و باز، برخی از کاتیون‌ها و آنیون‌ها دست‌نخورده باقی می‌مانند و می‌توان آنها را از واکنش حذف کرد.

(۴) دیواره داخلی معده، به‌طور طبیعی مقدار کمی از یون‌های هیدرونیوم را جذب کرده که سبب آسیب به سلول‌های سازنده دیواره معده می‌شود.

پدیدآورندگان

نام درس	نام طراحان
حسابان ۲ و ریاضی پایه	محمد مصطفی ابراهیمی - کاظم اجلالی - سعید اکبرزاده - امیر محمد باقری نصر آبادی - مسعود بر ملا - شاهین پروازی - سهیل حسن خان پور - عادل حسینی - افشین خاصه خان - طاهر دادستانی - علی ساوجی - یاسین سپهر - رضا سیدنجفی - علی شهبابی - جمشید عباسی - علی کردی - افشین گلستانی - سید سپهر متولیان - مجتبی مجاهدی - امیر محمودیان - لیل مرادی - مهرداد ملوندی - حمیدرضا نوشکاران - جهان بخش نیکنام
هندسه و آمار و ریاضیات گسسته	امیر حسین ابومحبوب - حنا آفاقی - اسحاق اسفندیار - معصومه اکبری صحت - علی ایمانی - محبوبه بهادری - محسن بهرام پور - فرزاد جواد - جواد حاتمی - سید محمد رضا حسینی فرد - کیوان دارابی - مصطفی دیداری - سوگند روشنی - رضا سیدنجفی - محمد صحت کار - شایان عیاجی - هومن عقیلی - فرشاد فرامرزی - احمد رضا فلاح - مرتضی فهم علیوی - سید سروش کریمی مداحی - امیر مالمیر - امیر حسین ملازینل - مهرداد ملوندی - نیلوفر مهدوی - امیر وفائی
فیزیک	خسرو ارغوانی فرد - مهران اسماعیلی - محمد اکبری - حسین الهی - زهره آقامحمدی - امیر مسعود حاجی مرادی - فرشید رسولی - محمد جواد سورچی - معصومه شریعت ناصری - مسعود قره خانی - محسن قندچلر - مصطفی کیانی - علیرضا گونه - احسان محمدی - حسین مخدومی - محمد کاظم منشادی - امیر احمد میر سعید - حسام نادری - مجتبی نکوئیان
شیمی	احمد رضا جعفری - مسعود جعفری - امیر حاتمیان - امین خوشنویسان - صادق درتومیان - حمید ذبحی - روزبه رضوانی - سید رضا رضوی - هانی سوری - میلاد شیخ الاسلامی - خیابان سهراب صادقی زاده - آترین صبا رسول - عابدینی زواره - سید صدرا عادل - آرمین عظیمی - امیر قاسمی - میثم کیانی - مجتبی محبوب - کارو محمدی - سالار ملکی - نوید نقاشان - امین نوروزی - اکبر هنرمند

گزینه‌گران و ویراستاران

نام درس	حسابان ۲ و ریاضی پایه	هندسه	آمار و احتمال و ریاضیات گسسته	فیزیک	شیمی
گزینه‌گر	سید سپهر متولیان	امیر حسین ملازینل	امیر حسین ملازینل	حسین الهی	مجتبی محبوب
گروه ویراستاری	سینا صالحی آرین غلامی امیر حسین ابومحبوب مهرداد ملوندی	آرین غلامی امیر حسین ابومحبوب مهرداد ملوندی	آرین غلامی امیر حسین ابومحبوب مهرداد ملوندی	سینا صالحی حسین بصیر تر کمبور زهره آقامحمدی	احسان پنجه‌شاهی آترین صبا امیر حسین توحیدی
مسئول درس	سید سپهر متولیان	امیر حسین ملازینل	امیر حسین ملازینل	حسین الهی	مجتبی محبوب
مستندسازی	سمیه اسکندری	سجاد سلیمی	سجاد سلیمی	ابراهیم نوری	علیرضا نجفی
ویراستاران (مستندسازی)	معصومه صنعت کار - امیر محمد علیپور - مهسا محمدنیا - فرشته کمرانی				
	امیر عباس محمدی				
	فاطمه الهی محسن دستجردی				

گروه فنی و تولید

مدیر گروه	مهرداد ملوندی
مسئول دفترچه	نرگس غنی زاده
گروه مستندسازی	مدیر گروه: محیا اصغری مسئول دفترچه: علیرضا همایون خواه
حروف نگار	فرزانه فتح اله زاده
ناظر چاپ	سوران نعیمی

گروه آزمون

بنیاد علمی آموزشی قلم چی (وقف عام)

دفتر مرکزی: خیابان انقلاب بین صبا و فلسطین - پلاک ۹۳۳ - کانون فرهنگی آموزش - تلفن: ۰۲۱-۶۴۶۳

حسابان ۱

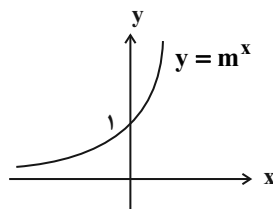
گزینه «۳»

(سعید اکبرزاده)

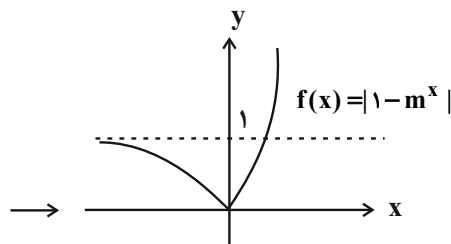
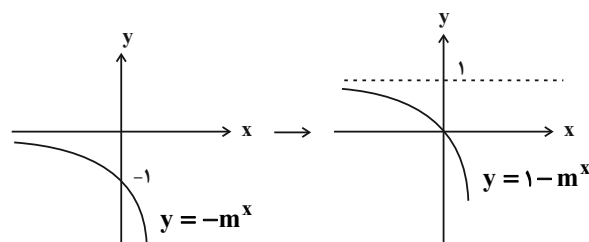
مقادیر تابع نمایی داده شده با افزایش مقادیر x افزایش می یابند. پس پایه تابع نمایی عددی بزرگتر از ۱ است.

$$1 < m \Rightarrow 1 < 3m - 2 \Rightarrow 3 < 3m \Rightarrow 1 < m$$

نمودار تابع نمایی $y = m^x$ به صورت زیر است، چون پایه یعنی عدد m بزرگتر از ۱ است.



حال نمودار تابع $f(x) = |1 - m^x|$ را رسم می کنیم.



(حسابان ۱- توابع نمایی و لگاریتمی؛ صفحه های ۷۲ تا ۷۷)

گزینه «۳»

(رضا سیرنپی)

با توجه به شکل واضح است که نمودار تابع نمایی دو واحد پایین آمده است.

یعنی $c = -2$. از طرفی تابع از نقطه $(0, 4)$ می گذرد. پس داریم:

$$4 = a(b)^0 - 2 \Rightarrow a = 6$$

با توجه به نمودار مشخص است تابع از $(1, 0)$ نیز می گذرد. در نتیجه:

$$0 = 6(b)^1 - 2 \Rightarrow b = \frac{1}{3}$$

در نهایت $\frac{ac}{b} = -36$ است.

(حسابان ۱- توابع نمایی و لگاریتمی؛ صفحه های ۷۲ تا ۷۵)

گزینه «۱»

(ناسین سپهر)

اگر T نیمه عمر یک ماده در حال فروپاشی و جرم نمونه ای (مقدار اولیه) از آن m_0 باشد، مقدار آن بعد از مدت زمان t عبارت است از:

$$m(t) = m_0 \times 2^{-\frac{t}{T}}$$

اگر از ۱۰۰ میلی گرم اولیه، ۸۷/۵ میلی گرم به انرژی تبدیل شود، یعنی ۱۲/۵ گرم از ماده باقی مانده است:

$$m(t) = 100 \times 2^{-\frac{t}{18}} = 12.5 \Rightarrow 2^{-\frac{t}{18}} = \frac{1}{8} = 2^{-3}$$

$$\Rightarrow -\frac{t}{18} = -3 \Rightarrow t = 54 \text{ سال}$$

(حسابان ۱- توابع نمایی و لگاریتمی؛ صفحه های ۷۳ تا ۷۹)

گزینه «۱»

(علی کردی)

دامنه تابع بازه $\left(-\frac{2b}{3}, +\infty\right)$ است و با توجه به بازه داده شده داریم:

$$-\frac{2b}{3} = 2 \Rightarrow b = -3$$

بنابراین $f(x) = \log_{a+1}(3x - 6)$ داریم:

$$f(1) = \log_{a+1}(3 \cdot 1 - 6) = 3 \Rightarrow \log_{a+1}(27) = 3$$

$$\Rightarrow (a+1)^3 = 27 \Rightarrow a+1 = 3 \Rightarrow a = 2 \Rightarrow a+b = -1$$

(حسابان ۱- توابع نمایی و لگاریتمی؛ صفحه های ۸۰ تا ۸۴)

گزینه «۳»

(جمشید عباسی)

دامنه تابع بازه $(-1, +\infty)$ است و از آنجا که این بازه باید جواب

نامعادله $ax + b > 0$ باشد، داریم:

$$a(-1) + b = 0 \Rightarrow a = b \quad (1)$$

عرض از مبدأ تابع برابر ۱ است. پس:

$$\log_c b = 1 \Rightarrow b = c \quad (2)$$

مختصات نقطه $(2, 2)$ هم در ضابطه صدق می کند، لذا:

$$\log_c(2a + b) = 2 \Rightarrow 2a + b = c^2 \quad (3)$$

از دستگاه معادلات (۱)، (۲) و (۳)، مقادیر قابل قبول زیر به دست می آید:

$$a = b = c = 3$$

$$\Rightarrow f(x) = \log_3(3x + 3) = 1 + \log_3(x + 1)$$

x_0 محل برخورد نمودار تابع f با محور x ها است، داریم:

$$f(x_0) = 1 + \log_3(x_0 + 1) = 0 \Rightarrow \log_3(x_0 + 1) = -1$$

$$\Rightarrow x_0 + 1 = \frac{1}{3} \Rightarrow x_0 = -\frac{2}{3}$$

(حسابان ۱- توابع نمایی و لگاریتمی؛ صفحه های ۸۰ تا ۸۵)

۶- گزینه «۲»

(شاهین پروازی)

پس از هر لایه، $0/98$ ناخالصی‌ها باقی می‌ماند؛ بنابراین پس از n لایه،

ناخالصی باقی‌مانده $(0/98)^n$ از مقدار اولیه آن خواهد بود. ما باید نامعادله

$$0/7 \leq (0/98)^n \text{ را حل کنیم. از طرفین در مبنای ۱۰ لگاریتم می‌گیریم:}$$

$$n \log 0/98 \leq \log 0/7$$

$$\Rightarrow n(\log 2 + 2 \log 7 - 2) \leq \log 7 - 1$$

$$\Rightarrow n \geq \frac{1 - \log 7}{2 - (\log 2 + 2 \log 7)}$$

حال مقادیر تقریبی را جای گذاری می‌کنیم:

$$n \geq \frac{1 - 0/845}{2 - 1/991} = \frac{0/155}{0/009} = 17/2$$

پس حداقل ۱۸ لایه باید بگذاریم.

(مسئله ۱- توابع نمایی و لگاریتمی؛ صفحه‌های ۷۶ تا ۷۹ و ۸۶)

۷- گزینه «۲»

(مهمرمضقی ابراهیمی)

$$\log_{1/2}^{3/4} = \frac{\log_2^{3/4}}{\log_2^{1/2}} = \frac{\log_2^{(2^2 \times 3^2)}}{\log_2^{(2^2 \times 3)}} = \frac{2 + 2 \log_2^3}{2 + \log_2^3} = \frac{2 + 2a}{2 + a}$$

(مسئله ۱- توابع نمایی و لگاریتمی؛ صفحه‌های ۸۶ و ۸۷)

۸- گزینه «۳»

(سیرسپهر متولیان)

$$\frac{1}{5}x^2 - 4x + 15 = 0 \Rightarrow \begin{cases} S = a + b = 20 \\ P = ab = 75 \end{cases}$$

روش اول:

$$\log(3a + 5) + \log(3b + 5) = \log(3a + 5)(3b + 5)$$

$$= \log(9ab + 15(a + b) + 25)$$

$$= \log(675 + 300 + 25) = \log 1000 = 3$$

$$\frac{1}{5}x^2 - 4x + 15 = 0 \Rightarrow a = 5, b = 15$$

روش دوم:

$$\log(3a + 5) + \log(3b + 5) = \log 20 + \log 50 = \log 1000 = 3$$

(مسئله ۱- توابع نمایی و لگاریتمی؛ صفحه‌های ۸۶ تا ۹۰)

۹- گزینه «۴»

(عادل مسینی)

ابتدا معادله را به صورت زیر بازنویسی می‌کنیم:

$$\log(2^x - 1) + \log 1000 = \log 8^x + \log 32$$

$$\Rightarrow \log 1000(2^x - 1) = \log(32 \times 8^x)$$

$$\Rightarrow 1000(2^x - 1) = 32 \times 8^x \xrightarrow{+8} 125(2^x - 1) = 4 \times 8^x = 4(2^x)^3$$

حال با تغییر متغیر $t = 2^x$ داریم:

$$125(t - 1) = 4t^3 \Rightarrow 4t^3 - 125t + 125 = 0$$

اگر معادله را به صورت $\frac{t-1}{t^3} = \frac{4}{125}$ بنویسیم، می‌بینیم که $t = 5$ جواب

معادله بالا است. پس آن را به صورت زیر بازنویسی می‌کنیم:

$$4t^3 - 125t + 125 = (t - 5)(4t^2 + 20t - 25) = 0$$

$$\Rightarrow \begin{cases} t_1 = 5 = 2^{x_1} \Rightarrow x_1 = \log_2 5 \\ t_2 = \frac{-20 + 20\sqrt{2}}{8} = 2^{x_2} \Rightarrow x_2 = \log_2 \frac{5}{2}(\sqrt{2} - 1) \end{cases}$$

می‌دانیم در تابع $y = \log_2 x$ ، با افزایش مقادیر x ، مقادیر y نیز افزایش

می‌یابد، لذا از آنجا که $5 > \frac{5}{2}(\sqrt{2} - 1)$ ، نتیجه می‌شود $x_1 > x_2$ و جواب

بزرگ‌تر معادله، برابر $x_1 = \log_2 5$ خواهد بود.

$$\Rightarrow 2 < \log_2 5 < 3 \Rightarrow [\log_2 5] = 2$$

(مسئله ۱- توابع نمایی و لگاریتمی؛ صفحه‌های ۸۰ تا ۹۰)

۱۰- گزینه «۲»

(علی شهرابی)

$$\log_2^{(2x+1)} - \log_2^{(2x+1)} = 2 \Rightarrow \log_2^{(2x+1)} - 3 \log_2^{(2x+1)} = 2$$

$$\frac{A = \log_2^{(2x+1)}}{\log_2^{(2x-1)} = \frac{1}{\log_2^{(2x-1)}}} \rightarrow A - \frac{3}{A} = 2$$

$$\xrightarrow{\times A} \frac{A^2 - 3A - 2}{(A-3)(A+1)} = 0 \Rightarrow \begin{cases} A = 3 \\ A = -1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} A = 3 \Rightarrow \log_2^{(2x+1)} = 3 \Rightarrow 2x+1 = 8 \Rightarrow x_1 = \frac{7}{2} \\ A = -1 \Rightarrow \log_2^{(2x+1)} = -1 \Rightarrow 2x+1 = \frac{1}{2} \Rightarrow x_2 = -\frac{1}{4} \end{cases}$$

$$|x_1 - x_2| = \frac{15}{4}$$

(مسئله ۱- توابع نمایی و لگاریتمی؛ صفحه‌های ۸۶ تا ۹۰)

ریاضی ۱

۱۱- گزینه «۳»

(مبتنی میانه‌ری)

ضلع مربع را با x نشان می‌دهیم، پس:

$$\begin{cases} \text{مساحت مربع} = x^2 \\ \text{از اندازه محیط کمتر است} = 4x \end{cases} \Rightarrow x^2 = 4x - 3$$

$$\Rightarrow x^2 - 4x + 3 = 0$$

عبارت $x^2 - 4x + 3$ را تجزیه می‌کنیم:

$$x^2 - 4x + 3 = (x-3)(x-1) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x-3=0 \Rightarrow x=3 \\ x-1=0 \Rightarrow x=1 \end{cases}$$

پس دو مربع با این ویژگی وجود دارد.

(ریاضی ۱- معادله‌ها و نامعادله‌ها؛ صفحه‌های ۷۰ تا ۷۷)

۱۲- گزینه «۴»

(عادل حسینی)

عرض از مبدأ سهمی برابر با -4 است. پس معادله آن را $y = ax^2 + bx - 4$ در نظر می‌گیریم. در این سهمی $x = 2$ ریشه است. پس داریم:

$$0 = a(2)^2 + b(2) - 4 \Rightarrow 2a + b = 2 \quad (1)$$

از طرفی $y = \frac{1}{4}$ عرض رأس سهمی است. حال از رابطه $y_S = -\frac{\Delta}{4a}$ استفاده می‌کنیم:

$$y_S = -\frac{b^2 - 4a(-4)}{4a} = \frac{1}{4} \Rightarrow b^2 + 16a = -2a \Rightarrow b^2 + 18a = 0 \quad (2)$$

با جای گذاری $a = \frac{2-b}{2}$ در معادله (۲) داریم:

$$b^2 + 18\left(\frac{2-b}{2}\right) = b^2 - 9b + 18 = (b-3)(b-6) = 0$$

$$\Rightarrow b = 3 \quad \text{یا} \quad b = 6$$

به ازای $b = 3$ ، $a = -\frac{1}{2}$ و به ازای $b = 6$ ، $a = -2$ به دست می‌آید.

اما در حالت $(a, b) = (-2, 6)$ سهمی $y = -2x^2 + 6x - 4$ داریم که ریشه‌های آن $x = 1$ و $x = 2$ است و این با نمودار صورت سؤال همخوانی ندارد. در نتیجه فقط $b = 3$ قابل قبول است.

(ریاضی ۱- معادله‌ها و نامعادله‌ها؛ صفحه‌های ۷۸ تا ۸۲)

۱۳- گزینه «۱»

(امیرمهر باقری نصرآبادی)

قاعده مثلث هاشورخورده، اختلاف صفرهای تابع و ارتفاع آن برابر با ۶ است.

$$\begin{cases} x_1 = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a} \\ x_2 = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a} \end{cases} \Rightarrow |x_2 - x_1| = \frac{\sqrt{\Delta}}{|a|}$$

$$\text{قاعده} = |x_2 - x_1| = \frac{\sqrt{\Delta}}{|a|} = \frac{\sqrt{100 - 4ac}}{|a|} = \frac{\sqrt{68}}{|a|} = \frac{2\sqrt{17}}{|a|}$$

$$S_{\text{مثلث}} = \frac{1}{2} \left(\frac{2\sqrt{17}}{|a|} \right) (6) = 6\sqrt{17} \Rightarrow |a| = 1$$

دهانه سهمی رو به پایین است. پس $a = -1$ و در نتیجه $c = -8$ ، پس معادله سهمی داده شده $f(x) = -x^2 + 10x - 8$ است که در آن $a + c = -9$.

(ریاضی ۱- معادله‌ها و نامعادله‌ها؛ صفحه‌های ۷۹ تا ۸۲)

۱۴- گزینه «۲»

(عادل حسینی)

با توجه به علامت‌های جدول، عبارت مخرج قطعاً یک ریشه و عبارت صورت، یک یا دو ریشه دارد. با توجه به جدول و دو عدد $x = 1$ و $x = c$ (با شرط $c > 1$) در آن، ممکن است دو حالت زیر رخ دهد:

الف) یکی از ریشه‌های صورت (ریشه $x = c$) با ریشه مخرج (یعنی $x = \frac{b}{a}$) یکسان است، پس:

$$\left(\frac{b}{a}\right)^2 - a\left(\frac{b}{a}\right) + b = 0 \Rightarrow \frac{b^2}{a^2} = 0 \Rightarrow b = 0$$

در این شرایط $p(x) = \frac{1}{a}x - 1$ است که ریشه این عبارت باید $x = 1$ باشد:

$$\frac{1}{a} - 1 = 0 \Rightarrow a = 1$$

$$p(x) = \frac{x^2 - x}{x} = \frac{x(x-1)}{x}$$

در این صورت $c = \frac{b}{a} = 0$ به دست می‌آید که غیرقابل قبول است. ($c > 1$)
ب) صورت فقط ریشه مضاعف $x = c$ و مخرج ریشه $x = 1$ دارد.

$$\begin{cases} \text{صورت } \Delta = a^2 - 4b = 0 \\ \text{ریشه مخرج: } a - b = 0 \Rightarrow a = b \end{cases}$$

$$\Rightarrow a^2 - 4a = 0 \xrightarrow{a \neq 0} a = b = 4$$

همچنین c ریشه صورت است:

$$x^2 - 4x + 4 = 0 \Rightarrow (x-2)^2 = 0 \Rightarrow c = 2$$

$$\text{پس } p(2c) = p(4) = \frac{1}{3} \text{ و } p(x) = \frac{(x-2)^2}{4(x-1)}$$

توجه: در این سوال، قطعاً a غیرصفر است، زیرا با فرض $a = 0$ ، عبارت به

$$\text{صورت } p(x) = \frac{x^2 + b}{-b} \text{ می‌شود که جدول تعیین علامت آن مطابق}$$

صورت سوال نخواهد بود؛ لذا مخرج عبارت، قطعاً یک ریشه دارد.

(ریاضی ۱- معادله‌ها و نامعادله‌ها؛ صفحه‌های ۸۶ تا ۸۸)

۱۵- گزینه «۲»

(علی ساوچی)

$$u^2 \leq a^2 \Leftrightarrow |u| \leq a \Leftrightarrow -a \leq u \leq a \quad (a > 0)$$

با توجه به نکته بالا، می‌نویسیم:

$$|x^2 - 4x| \leq 2 \Rightarrow -2 \leq x^2 - 4x \leq 2 \xrightarrow{+4} 2 \leq x^2 - 4x + 4 \leq 6$$

$$\Rightarrow 2 \leq (x-2)^2 \leq 6 \xrightarrow{\text{جذر}} \sqrt{2} \leq |x-2| \leq \sqrt{6}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \sqrt{2} \leq x-2 \leq \sqrt{6} \Rightarrow 2+\sqrt{2} \leq x \leq 2+\sqrt{6} \\ -\sqrt{6} \leq x-2 \leq -\sqrt{2} \Rightarrow 2-\sqrt{6} \leq x \leq 2-\sqrt{2} \end{cases}$$

$$\Rightarrow \max\{x\} + \min\{x\} = (2+\sqrt{6}) + (2-\sqrt{6}) = 4$$

(ریاضی ۱- معادله‌ها و نامعادله‌ها: صفحه‌های ۸۸ تا ۹۳)

۱۶- گزینه «۴»

(مهرادر ملونری)

براساس ریشه عبارت قدرمطلق که $X_0 = \frac{1}{2}$ است، نامعادله را در دو حالت

$$x \geq \frac{1}{2} \text{ و } x < \frac{1}{2}$$

$$x < \frac{1}{2} \quad (\text{غ ق ق}) \quad x < \frac{1}{2} : 3x + 2x - 1 \geq 5 \Rightarrow 5x \geq 6 \Rightarrow x \geq \frac{6}{5}$$

$$x \geq \frac{1}{2} : 3x - 2x + 1 \geq 5 \Rightarrow x \geq 4$$

بنابراین مجموعه جواب نامعادله $x \geq 4$ بوده که تنها فاقد سه عدد طبیعی است.

(ریاضی ۱- معادله‌ها و نامعادله‌ها: صفحه‌های ۸۸ تا ۹۳)

۱۷- گزینه «۲»

(امیر محمودیان)

دو زوج مرتب با مؤلفه اول یکسان $x+2$ وجود دارد. پس برای تابع شدن رابطه باید مؤلفه‌های دوم آن‌ها برابر باشند:

$$x^3 = x^2 + 2x \Rightarrow x^3 - x^2 - 2x = 0 \Rightarrow x(x^2 - x - 2) = 0$$

$$\Rightarrow x(x-2)(x+1) = 0 \Rightarrow x = 0 \text{ یا } x = -1 \text{ یا } x = 2$$

به ازای $x = 0$ رابطه را بازنویسی می‌کنیم:

$$\{(2,0), (0,0), (2,0), (2,0)\}$$

تابع است.

به ازای $x = -1$:

$$\{(1,-1), (1,1), (1,-1), (4,-1)\}$$

تابع نیست.

به ازای $x = 2$:

$$\{(4,8), (-2,4), (4,8), (-2,2)\}$$

تابع نیست.

پس تنها به ازای $x = 0$ تابع است.

(ریاضی ۱- تابع: صفحه‌های ۹۵ تا ۱۰۰)

۱۸- گزینه «۳»

(لیلا مراری)

چون $f(x)$ یک تابع است، دو ضابطه تعریف شده به‌ازای $x=2$ برابرند:

$$2m - 4 = 8 - m \Rightarrow 3m = 12 \Rightarrow m = 4$$

و از آنجا که $x = 2 - \sqrt{3}$ عددی کوچک‌تر از دو است، باید در ضابطه اول جایگذاری شود:

$$4x - x^2 = -(x-2)^2 + 4 \Rightarrow f(2-\sqrt{3}) = -(\sqrt{3})^2 + 4 = 1$$

(ریاضی ۱- تابع: صفحه‌های ۱۰۱ تا ۱۰۸)

۱۹- گزینه «۳»

(عارل حسینی)

باید x هایی را پیدا کنیم که به‌ازای آن‌ها مقادیر تابع برابر $1, 5, 10$ شوند:

$$f(x) = x^2 - 2x + 2 = (x-1)^2 + 1$$

$$\begin{cases} f(x) = 1 \Rightarrow (x-1)^2 = 0 \Rightarrow x = 1 \\ f(x) = 5 \Rightarrow (x-1)^2 = 4 \Rightarrow x = 3 \text{ یا } -1 \\ f(x) = 10 \Rightarrow (x-1)^2 = 9 \Rightarrow x = 4 \text{ یا } -2 \end{cases}$$

پس اعضای مجموعه A را باید از بین اعضای مجموعه $X = \{-2, -1, 1, 3, 4\}$ انتخاب کنیم. در واقع A زیرمجموعه‌ای ناتهی از مجموعه X است.

مجموعه X ، $32 = 2^5$ زیرمجموعه دارد که برای A ، 31 مجموعه می‌توانیم پیدا کنیم.

(ریاضی ۱- تابع: صفحه‌های ۹۵ تا ۱۰۰)

۲۰- گزینه «۱»

(یاسین سپهر)

نمایش جبری تابع خطی f به‌صورت $f(x) = ax + b$ می‌باشد.

$$f(x) = ax + b \Rightarrow \begin{cases} f(x-2) = a(x-2) + b \\ f(x+1) = a(x+1) + b \end{cases}$$

$$\Rightarrow f(x-2) + f(x+1) = ax - 2a + b + ax + a + b$$

$$\Rightarrow 4x - 8 = 2ax + (-a + 2b)$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 2a = 4 \Rightarrow a = 2 \\ -a + 2b = -8 \xrightarrow{a=2} b = -3 \end{cases}$$

$$\Rightarrow f(x) = 2x - 3 \Rightarrow f(2) = 1$$

(ریاضی ۱- تابع: صفحه ۱۰۳)

حسابان ۲

گزینه ۱» ۲۱-

(یاسین سپهر)

نمودار این تابع از انتقال‌های افقی و عمودی نمودار تابع $y = x^3$ به دست آمده است. اگر نمودار $y = x^3$ را یک واحد به سمت راست (در راستای محور x ها) و سپس دو واحد به سمت بالا (در راستای محور y ها) انتقال دهیم ضابطه $y = (x-1)^3 + 2$ به دست می‌آید که همان ضابطه مربوط به نمودار داده شده در صورت سؤال است. پس: $a = -1, b = -2 \Rightarrow a.b = 2$

(حسابان ۲- تابع: مشابه تمرین ۱ صفحه ۲۱)

گزینه ۱» ۲۲-

(عمیدرضا نوشکاران)

تابع $\frac{1}{f}$ صعودی و مثبت است. تابع g نیز صعودی و مثبت است. پس تابع $\frac{1}{f} - g$ که مجموع دو تابع صعودی است، صعودی خواهد شد.

(حسابان ۲- تابع: مشابه تمرین ۵ صفحه ۲۲)

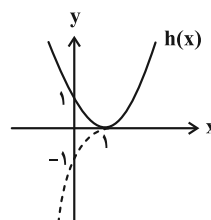
گزینه ۳» ۲۳-

(مسعود برملا)

ابتدا ضابطه تابع $h(x) = |f(x) - g(x)|$ را می‌سازیم:

$$h(x) = |1 - x^3 + 3x^2 - 3x| = |x^3 - 3x^2 + 3x - 1| = |(x-1)^3|$$

نمودار تابع $y = (x-1)^3$ و همچنین نمودار تابع h در شکل زیر رسم شده است.



تابع h روی $\mathbb{R}$ غیریکنوا است اما روی هر کدام از بازه‌های $(-\infty, 1]$ و $[1, +\infty)$ و زیرمجموعه‌های آن‌ها یکنوا است.

(حسابان ۲- تابع: صفحه‌های ۱۵ تا ۱۸)

گزینه ۳» ۲۴-

(افشین فاضله‌فان)

مطابق شکل بزرگ‌ترین بازه‌ای که تابع f روی آن صعودی است، بازه $[-5, 0]$ می‌باشد که طول آن برابر $a = 5$ است. همچنین بزرگ‌ترین بازه‌ای که تابع روی آن نزولی است، بازه $[-3, 5]$ می‌باشد که طول آن برابر $b = 8$ است. $\Rightarrow |a - b| = 3$

(حسابان ۲- تابع: صفحه‌های ۱۵ تا ۱۸)

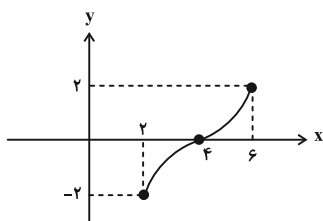
گزینه ۲» ۲۵-

(جهانپش نیکنام)

$$f(x) = \sqrt{x-2} + (-\sqrt{6-x})$$

$$D_f = [2, 6] \quad (1)$$

تابع f مجموع دو تابع اکیداً صعودی است، پس اکیداً صعودی است و نمودار آن به صورت تقریبی شبیه شکل زیر است:



ابتدا دامنه تابع $y = f(f(x) + 4)$ را حساب می‌کنیم:

$$2 \leq f(x) + 4 \leq 6 \Rightarrow -2 \leq f(x) \leq 2 \Rightarrow 2 \leq x \leq 6 \quad (2)$$

و حال نامعادله را حل می‌کنیم:

$$f(f(x) + 4) \leq f(4) \xrightarrow{f \text{ اکیداً صعودی}} f(x) + 4 \leq 4$$

$$\Rightarrow f(x) \leq 0 \Rightarrow x \in [2, 4] \quad (3)$$

$$\xrightarrow{(1), (2), (3)} x \in [2, 4]$$

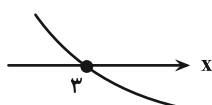
این بازه شامل سه عدد صحیح ۲، ۳ و ۴ است که مجموع آن‌ها برابر ۹ است.

(حسابان ۲- تابع: صفحه‌های ۱۵ تا ۱۸)

گزینه ۴» ۲۶-

(افشین گلستانی)

چون f یک تابع اکیداً نزولی و پیوسته با دامنه $\mathbb{R}$ و $f(3) = 0$ است، پس می‌توان نمودار زیر را برای f فرض کرد.



(ظاهر درستانی)

۲۸- گزینه «۴»

باقی‌مانده تقسیم چندجمله‌ای $p(x+2)$ بر $x-3$ برابر با $p(5)$ است، پس $p(5) = 0$ است. در نتیجه چندجمله‌ای $p(1-2x)$ بر عبارتی بخش‌پذیر است که ریشه آن همان جواب معادله $5 = 1-2x_0$ یعنی $x_0 = -2$ باشد، پس $p(1-2x)$ قطعاً بر $x+2$ بخش‌پذیر است.

(مسئله ۲- تابع: صفحه‌های ۱۸ تا ۲۰)

(کلاطم ایلالی)

۲۹- گزینه «۴»

باقی‌مانده تقسیم $p(x)$ بر $x+4$ برابر با $p(-4)$ است، پس $p(-4) = 2$. باقی‌مانده تقسیم $p(x) = x^2 p(2x) - 4x$ بر $x+2$ برابر با $f(-2)$ است. برای این کار $x = -2$ را در عبارت $f(x)$ جای‌گذاری می‌کنیم:

$$r = f(-2) = -8p(-4) - 4(-2) = -8 \times 2 + 8 = -8$$

(مسئله ۲- تابع: صفحه‌های ۱۸ تا ۲۰)

(عادل حسینی)

۳۰- گزینه «۴»

رابطه تقسیم را برای تقسیم $f(x)$ بر $(x+5)(x-1)$ به صورت $x^2 + 4x - 5 = (x+5)(x-1)q_1(x) + x - 6$ می‌نویسیم:

$$f(x) = (x+5)(x-1)q_1(x) + x - 6 \quad (*)$$

همچنین برای تقسیم $f(f(x))$ بر $x-1$ داریم:

$$f(f(x)) = (x-1)q_2(x) + r$$

می‌بینیم که اگر $x = 1$ را در رابطه بالا جای‌گذاری کنیم، مقدار r به دست می‌آید:

$$f(1) = 0 + (1-6) \Rightarrow f(1) = -5 \Rightarrow r = f(-5)$$

$$f(-5) = 0 + (-5-6) = -11$$

مجدداً از رابطه (*) داریم:

$$\text{پس } r = -11 \text{ است.}$$

(مسئله ۲- تابع: صفحه‌های ۱۸ تا ۲۰)

دقت شود که نمودار تابع f الزاماً به شکل بالا نیست، ولی می‌توان برای تصور f از نمودار بالا استفاده کرد.

حال باید دامنه تابع داده شده را پیدا کنیم:

$$0 \leq (x-3)^2 f(2-x) \Rightarrow (x-3)^2 f(2-x) \geq 0$$

نامعادله را با تعیین علامت حل می‌کنیم:

$$\begin{cases} (x-3)^2 = 0 \Rightarrow x = 3 \\ f(2-x) = 0 \Rightarrow 2-x = 3 \Rightarrow x = -1 \end{cases}$$

x		-1	3	
$(x-3)^2 f(2-x)$	$-$	$+$	$+$	$+$

$$\Rightarrow D_g = [-1, +\infty)$$

برای فهمیدن علامت خانه‌های جدول از عددگذاری استفاده کرده‌ایم.

(مسئله ۲- تابع: صفحه‌های ۱۵ تا ۱۸)

(سویل حسن‌خان‌پور)

۲۷- گزینه «۱»

عبارت $3 + 2\sqrt{2}$ را به صورت زیر می‌نویسیم:

$$3 + 2\sqrt{2} = \sqrt{2}^2 + 2\sqrt{2} + 1^2 = (\sqrt{2} + 1)^2$$

حال این عبارت را در نامعادله سوال جای‌گذاری می‌کنیم:

$$(\sqrt{2} + 1)^{x^2 - 2x + 2} < (\sqrt{2} + 1)^2$$

تابع نمایی $y = (\sqrt{2} + 1)^t$ اکیداً صعودی است؛ در نتیجه:

$$x^2 - 2x + 2 < 2 \Rightarrow x^2 - 2x < 0$$

$$\Rightarrow x(x-2) < 0 \Rightarrow 0 < x < 2$$

$$\Rightarrow \begin{cases} b = 3 \\ a = 0 \end{cases} \Rightarrow 2b - 2a = 6$$

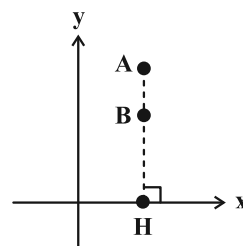
(مسئله ۲- تابع: مشابه تمرین ۹ صفحه ۲۲)

هندسه ۲

گزینه ۴» ۳۱-

(سوکنر روشنی)

تبدیل T در صفحه P، تابعی است که به هر نقطه A از صفحه P، دقیقاً یک نقطه مانند A' را از همان صفحه نظیر می‌کند و برعکس. هر نقطه A' از صفحه P، تصویر دقیقاً یک نقطه A از همان صفحه است.



در گزینه ۴» نقاط واقع بر محور xها تصویر منحصر به فرد یک نقطه از صفحه نیستند. به عنوان مثال در شکل، تصویر نقاط A و B (که طول یکسانی دارند)، تحت این تابع بر نقطه H منطبق می‌گردد.

(هندسه ۲- تبدیل‌های هندسی و کاربردها؛ صفحه ۳۴)

گزینه ۳» ۳۲-

(امیرمسین ابومبوب)

ترکیب دو انتقال با بردارهای $\vec{v}_1$ و $\vec{v}_2$ ، انتقالی با بردار $\vec{v}_1 + \vec{v}_2$ است.

مطابق شکل داریم:

$$\vec{BO} = \vec{OD} \Rightarrow \vec{AO} + \vec{BO} = \vec{AO} + \vec{OD} = \vec{AD}$$

بنابراین کافی است با برداری هم اندازه و خلاف جهت $\vec{AD}$ ، انتقال را انجام دهیم تا چهارضلعی $A'B'C'D'$ بر $ABCD$ منطبق گردد که در بین گزینه‌ها، تنها بردار $\vec{CB}$ دارای این ویژگی است، یعنی داریم:

$$\vec{CB} = \vec{DA} = -\vec{AD}$$

(هندسه ۲- تبدیل‌های هندسی و کاربردها؛ صفحه‌های ۳۸ و ۳۹)

گزینه ۲» ۳۳-

(شایان عیابی)

انتقال تبدیلی طولی است، پس شعاع دایره در انتقال تغییری نمی‌کند و $R' = 2$ است. نقطه O (مرکز دایره C) در این انتقال بر نقطه O' (مرکز دایره C') تصویر می‌شود، پس طول خط‌المرکزین دو دایره برابر طول بردار انتقال است، یعنی $OO' = 5$ بوده و در نتیجه داریم:

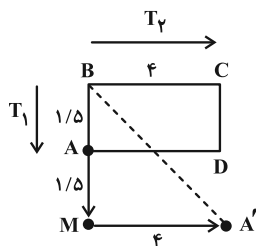
$$5 > 2 + 2 \Rightarrow OO' > R + R'$$

(هندسه ۲- تبدیل‌های هندسی و کاربردها؛ صفحه‌های ۳۸ و ۳۹)

گزینه ۴» ۳۴-

(مهردار ملونری)

مطابق شکل و فرض سؤال داریم:



$$T_1(A) = M$$

$$T_2(T_1(A)) = T_2(M) = A'$$

در مثلث قائم‌الزاویه BMA' به طول اضلاع قائمه ۴ و ۳ طبق قضیه

$$A'B = \sqrt{4^2 + 3^2} = 5 \quad \text{فیثاغورس داریم؛}$$

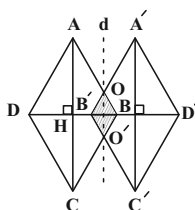
(هندسه ۲- تبدیل‌های هندسی و کاربردها؛ صفحه‌های ۳۸ و ۳۹)

گزینه ۱» ۳۵-

(سوکنر روشنی)

$$\Delta AHB : AB^2 = AH^2 + BH^2$$

$$\Rightarrow 10^2 = 8^2 + BH^2 \Rightarrow BH^2 = 36 \Rightarrow BH = 6 \Rightarrow BD = 12$$



بازتاب تبدیلی طولی است. از طرفی خط d (محور بازتاب) موازی قطر بزرگ لوزی ABCD است، بنابراین چهارضلعی $OBO'B'$ یک لوزی بوده که زوایای آن برابر زوایای لوزی ABCD است، پس این دو لوزی متشابه هستند و نسبت مساحت‌های آن‌ها برابر مجذور نسبت تشابه است و در نتیجه داریم:

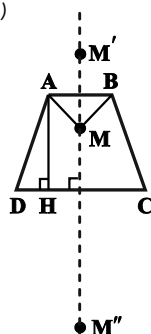
$$\frac{S_{OBO'B'}}{S_{ABCD}} = \left(\frac{OB}{AB}\right)^2 \Rightarrow \frac{S_{OBO'B'}}{\frac{1}{2} \times 16 \times 12} = \left(\frac{3}{10}\right)^2$$

$$\Rightarrow \frac{S_{OBO'B'}}{96} = \frac{9}{100} \Rightarrow S_{OBO'B'} = \frac{9 \times 96}{100} = 8.64$$

(هندسه ۲- تبدیل‌های هندسی و کاربردها؛ صفحه‌های ۳۵ تا ۳۸)

گزینه ۲» ۳۶-

(امیر وفائی)



$$S_{ABCD} = \frac{1}{2} AH(AB + CD)$$

$$\Rightarrow 56 = \frac{1}{2} AH(7 + 9)$$

$$\Rightarrow AH = 7$$

دوران تبدیلی طولیا است، پس $B'C = \sqrt{10}$ است. از طرفی در دوران، زاویه بین هر پاره خط و تصویر آن، برابر با زاویه دوران است، پس $\widehat{BCB'} = 90^\circ$ و در نتیجه مثلث BCB' قائم الزاویه است. داریم:

$$\Delta BCB' : BB'^2 = BC^2 + B'C^2 = 10 + 10 = 20 \Rightarrow BB' = 2\sqrt{5}$$

(هنر سه ۲- تبدیل های هندسی و کاربردها؛ صفحه های ۴۰ و ۴۱)

(امیرحسین ابومصوب)

۳۹- گزینه «۲»

فرض کنید از مرکز تقارن هر کدام از این چندضلعی ها به تمام رئوس آن چندضلعی وصل کنیم.

زاویه بین هر دو پاره خط متوالی در هر کدام از این چندضلعی ها به صورت زیر است:

$$\theta = \frac{360^\circ}{4} = 90^\circ \quad \text{گزینه «۱»}$$

$$\theta = \frac{360^\circ}{6} = 60^\circ \quad \text{گزینه «۲»}$$

$$\theta = \frac{360^\circ}{8} = 45^\circ \quad \text{گزینه «۳»}$$

$$\theta = \frac{360^\circ}{10} = 36^\circ \quad \text{گزینه «۴»}$$

همان طور که مشاهده می شود فقط در شش ضلعی منتظم، 120° مضربی از زاویه بین هر دو پاره خط متوالی که از مرکز تقارن به رأس ها وصل می شود، می باشد و در نتیجه، در بین گزینه ها، تحت دوران با زاویه 120° حول مرکز تقارن، فقط شش ضلعی منتظم، بر خودش منطبق می شود.

(هنر سه ۲- تبدیل های هندسی و کاربردها؛ صفحه های ۴۰ و ۴۱)

(محبوبه بهادری)

۴۰- گزینه «۱»

هر بردار انتقالی که موازی نیمساز ربع اول دستگاه مختصات (خط $y = x$) باشد را می توان به صورت $\vec{v} = (a, a)$ نمایش داد. بنابراین مختصات نقطه B' به صورت $B'(1+a, -1+a)$ خواهد بود. دوران تبدیلی طولیا است، در نتیجه اگر B' دوران یافته A به مرکز مبدأ مختصات و زاویه θ باشد، آنگاه داریم:

$$OB' = OA \Rightarrow \sqrt{(1+a)^2 + (-1+a)^2} = \sqrt{(-2)^2 + (\sqrt{2})^2}$$

$$\xrightarrow{\text{بتوان}} 1+a^2+2a+1+a^2-2a=6$$

$$\Rightarrow 2a^2=4 \Rightarrow a^2=2$$

طول بردار انتقال همان طول پاره خط BB' است، پس:

$$BB' = \sqrt{(1+a-1)^2 + (-1+a+1)^2} = \sqrt{2a^2} = \sqrt{4} = 2$$

(هنر سه ۲- تبدیل های هندسی و کاربردها؛ صفحه های ۳۸ و ۴۱)

می دانیم ترکیب دو بازتاب متوالی نسبت به دو خط موازی، معادل یک انتقال با برداری به طول دو برابر فاصله این دو خط است، بنابراین داریم:

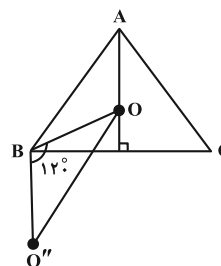
$$MM'' = 2AH = 2 \times 7 = 14$$

(هنر سه ۲- تبدیل های هندسی و کاربردها؛ برگرفته از تمرین ۳ صفحه ۴۲)

(کیوان دارابی)

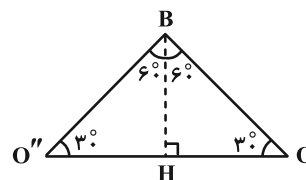
۳۷- گزینه «۱»

حاصل دو بازتاب متوالی نسبت به دو خط متقاطع یک دوران است. مطابق شکل، O'' دوران یافته O در جهت ساعتگرد و به اندازه زاویه 120° به مرکز دوران B است. (زاویه دوران دو برابر زاویه بین دو محور است) اگر طول ضلع مثلث a باشد، آنگاه:



$$BO = \frac{2}{3}h_a = \frac{2}{3} \times \frac{\sqrt{3}}{2}a = \frac{\sqrt{3}}{3}a$$

با توجه به شکل زیر داریم:



$$OH = O''H$$

$$\Rightarrow OO'' = 2OH = 2\left(\frac{\sqrt{3}}{2}BO\right) = \sqrt{3} \times \frac{\sqrt{3}}{3}a = a$$

روش دوم محاسبه OO'' : چهارضلعی $AOO''B$ متوازی الاضلاع است، زیرا:

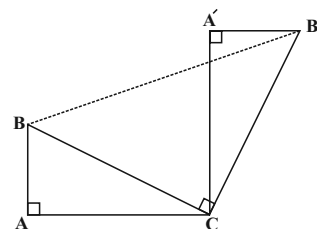
$$AO = BO'', AO \parallel BO'' \Rightarrow OO'' = AB = a$$

(هنر سه ۲- تبدیل های هندسی و کاربردها؛ برگرفته از تمرین ۵ صفحه ۴۳)

(معصومه اکبری صمد)

۳۸- گزینه «۱»

فرض کنید $AB = 1$ و $AC = 3$ باشد. در این صورت داریم:



$$\Delta ABC : BC^2 = AB^2 + AC^2 = 1 + 9 = 10 \Rightarrow BC = \sqrt{10}$$

هندسه ۱

۴۱- گزینه «۴»

(امیرحسین ابومفیوب)

می‌دانیم هر دو n ضلعی منتظم، همواره با هم متشابه‌اند. اگر نسبت تشابه

این دو شش ضلعی منتظم را برابر k در نظر بگیریم، آن‌گاه نسبت مساحت‌ها

برابر k^2 و نسبت محیط‌ها برابر k است. داریم:

$$\frac{S}{S'} = k^2 \Rightarrow k^2 = \frac{9}{16} \Rightarrow k = \frac{3}{4}$$

$$\frac{P}{P'} = k \Rightarrow \frac{P}{45} = \frac{3}{4} \Rightarrow P = 45 \times \frac{3}{4} = 33 \frac{3}{4}$$

(هنرسه ۱- قضیه تالس، تشابه و کاربردهای آن: صفحه‌های ۴۷ و ۴۸)

۴۲- گزینه «۱»

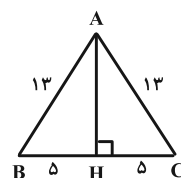
(امیرحسین ملازینل)

کافی است طول بلندترین ارتفاع را در مثلث ABC به دست آوریم و

سپس با استفاده از نسبت تشابه دو مثلث، اندازه ارتفاع متناظر را در مثلث

$A'B'C'$ پیدا کنیم. می‌دانیم بلندترین ارتفاع هر مثلث، ارتفاع وارد بر

کوچک‌ترین ضلع آن است، پس مطابق شکل داریم:



$$\Delta ABH : AH^2 = AB^2 - BH^2 = 13^2 - 5^2 = 144 \Rightarrow AH = 12$$

نسبت ارتفاع‌های متناظر در دو مثلث متشابه، برابر نسبت تشابه دو مثلث است.

از طرفی نسبت محیط‌ها در دو مثلث متشابه نیز با همین نسبت برابر است. با

توجه به این‌که محیط مثلث ABC برابر $10 + 13 + 13 = 36$ است، داریم:

$$\frac{AH}{A'H'} = \frac{\Delta ABC \text{ محیط}}{\Delta A'B'C' \text{ محیط}} \Rightarrow \frac{12}{A'H'} = \frac{36}{48} \Rightarrow A'H' = 16$$

(هنرسه ۱- قضیه تالس، تشابه و کاربردهای آن: صفحه‌های ۴۵ تا ۴۷)

۴۳- گزینه «۲»

(امیرحسین ابومفیوب)

مثلثی به طول اضلاع ۴، ۸ و $4\sqrt{3}$ ، قائم‌الزاویه است، چون طول اضلاع آن

در قضیه فیثاغورس صدق می‌کنند.

$$4^2 + (4\sqrt{3})^2 = 16 + 48 = 64 = 8^2$$

بنابراین مساحت این مثلث برابر است با: $S_1 = \frac{1}{2} \times 4 \times 4\sqrt{3} = 8\sqrt{3}$

مساحت مثلث دوم در صورتی بیشترین مقدار ممکن را دارد که ضلع به طول

$3\sqrt{3}$ متناظر با کوچک‌ترین ضلع مثلث اول باشد. در این صورت داریم:

$$\frac{S_2}{S_1} = \left(\frac{3\sqrt{3}}{4} \right)^2 \Rightarrow \frac{S_2}{8\sqrt{3}} = \frac{27}{16} \Rightarrow S_2 = 13 \frac{5}{8}\sqrt{3}$$

(هنرسه ۱- قضیه تالس، تشابه و کاربردهای آن: صفحه‌های ۴۵ تا ۴۷)

۴۴- گزینه «۲»

(امیررضا فلاح)

در یک n ضلعی از هر رأس $n-3$ قطر می‌گذرد. با توجه به قطرهای

مشترک، در مجموع $3(n-3)-3$ قطر بین آن‌ها وجود دارد. پس:

$$3(n-3)-3 = 15 \Rightarrow 3(n-3) = 18 \Rightarrow n = 9$$

با رسم قطرهای گذرنده از یک رأس n ضلعی، سطح آن به $n-2$ مثلث

تقسیم می‌شود. پس جواب $9-2=7$ می‌باشد.

(هنرسه ۱- پندرشعاعی‌ها: صفحه ۵۵)

بنابراین در دو مثلث BEC و DEC داریم:

$$\begin{cases} \alpha + 2x = 180^\circ \\ 2(\alpha - 30^\circ) + x = 180^\circ \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \alpha + 2x = 180^\circ \\ 2\alpha + x = 240^\circ \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \alpha = 100^\circ \\ x = 40^\circ \end{cases}$$

بنابراین $\widehat{A} = 180^\circ - \alpha = 80^\circ$ است.

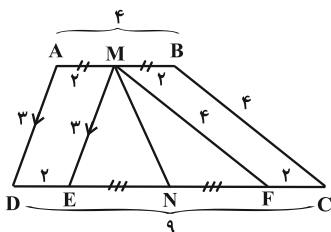
(هنر سه ۱- پنر ضلعی ها: صفحه های ۵۶ تا ۵۹)

(هومن عقیلی)

گزینه «۳» -۴۷

از M (وسط قاعده کوچک تر) خطوط ME و MF را به موازات ساق های

AD و BC رسم می کنیم.



مطابق شکل، چهارضلعی های AMED و BMFC متوازی الاضلاع هستند،

پس $ME = AD = 3$ و $MF = BC = 4$ و داریم:

$$EF = 9 - 4 = 5$$

از عکس قضیه فیثاغورس نتیجه می شود $\widehat{EMF} = 90^\circ$ و لذا MN میانه

$$\text{وارد بر وتر در مثلث قائم الزاویه MEF است و } MN = \frac{EF}{2} = \frac{5}{2} \text{ است و}$$

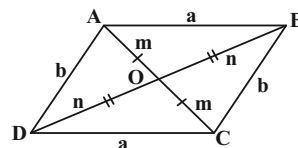
(هنر سه ۱- پنر ضلعی ها: صفحه های ۶۰ تا ۶۴)

(کتاب آبی)

گزینه «۴» -۴۵

با توجه به فرض سؤال و محیط متوازی الاضلاع ABCD داریم:

$$2(a + b) = 24 \Rightarrow a + b = 12$$



می دانیم در متوازی الاضلاع، قطرها یکدیگر را نصف می کنند، پس داریم:

$$\begin{cases} \triangle OAB \text{ محیط} = a + m + n = 16 \\ \triangle OBC \text{ محیط} = b + m + n = 14 \end{cases}$$

$$\xrightarrow{+} (a + b) + (2m + 2n) = 30 \Rightarrow 2m + 2n = 18$$

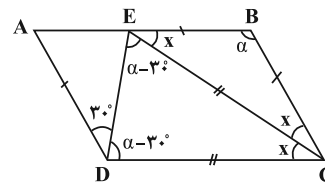
بنابراین مجموع اندازه های دو قطر برابر ۱۸ است.

(هنر سه ۱- پنر ضلعی ها: صفحه های ۵۶ تا ۵۹)

(امیر مالمیر)

گزینه «۱» -۴۶

مطابق شکل و فرض داریم:



$$BE = AD \xrightarrow{AD=BC} BE = BC$$

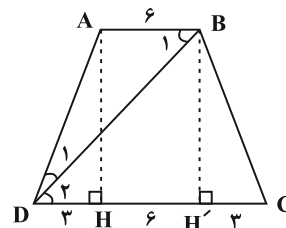
$$\Rightarrow \triangle BEC \text{ متساوی الساقین است} \Rightarrow \widehat{BEC} = \widehat{BCE} = x$$

$$BE \parallel CD \text{ و } CE \text{ مورب} \Rightarrow \widehat{DCE} = \widehat{BEC} = x$$

$$\widehat{B} = \widehat{D} \Rightarrow \alpha = 30^\circ + \widehat{CDE} \Rightarrow \widehat{CDE} = \alpha - 30^\circ$$

۴۸ - گزینه «۴»

(رضا سیرنیفی)



$$AB \parallel DC \text{ و } BD \text{ مورب} \Rightarrow \widehat{B}_1 = \widehat{D}_2 \xrightarrow{\widehat{D}_1 = \widehat{D}_2} \widehat{B}_1 = \widehat{D}_1$$

$$\xrightarrow{\Delta ABD \text{ متساوی الساقین}} AD = AB = 6$$

$$\Delta DH: AH^2 = AD^2 - DH^2 = 6^2 - 3^2 = 27$$

$$\xrightarrow{AH=BH'} BH'^2 = AH^2 = 27$$

$$\Delta DH': BD^2 = BH'^2 + DH'^2 = 27 + 9 = 36$$

$$\Rightarrow BD = 6\sqrt{3}$$

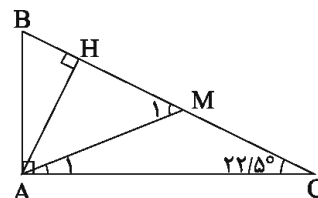
(هنر سه - ۱- پندرضلعی ها؛ صفحه های ۶۱ تا ۶۳)

۴۹ - گزینه «۳»

(سیدسروش کریمی مدراسی)

زاویه حاده دیگر در این مثلث، برابر $22/5$ درجه می شود. در این مثلث

قائم الزاویه، میانه و ارتفاع وارد بر وتر را رسم می کنیم:



می دانیم طول میانه وارد بر وتر نصف طول وتر است، مطابق شکل داریم:

$$AM = CM = \frac{1}{2} BC \Rightarrow \widehat{A}_1 = \widehat{C} = 22/5^\circ$$

$$\Delta AMC: \widehat{M}_1 = \widehat{A}_1 + \widehat{C} = 45^\circ \text{ (زاویه خارجی)}$$

در مثلث قائم الزاویه، طول ضلع روبه رو به زاویه 45° ، طول وتر است، $\frac{\sqrt{2}}{2}$

$$\Delta AMH: \widehat{M}_1 = 45^\circ$$

پس داریم:

$$\Rightarrow AH = \frac{\sqrt{2}}{2} AM = \frac{\sqrt{2}}{2} \times \frac{1}{2} BC = \frac{\sqrt{2}}{2} \times 2 = \sqrt{2}$$

(هنر سه - ۱- پندرضلعی ها؛ صفحه های ۶۰ و ۶۴)

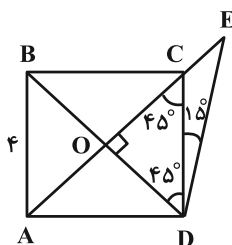
۵۰ - گزینه «۳»

(علی ایمانی)

در شکل زیر، نقطه O محل برخورد قطرهای مربع است. در مثلث DOE،

$\widehat{D} = 6^\circ$ و $\widehat{O} = 90^\circ$. بنابراین $\widehat{E} = 3^\circ$ است. از طرفی در مثلث

قائم الزاویه، طول ضلع روبه رو به زاویه 3° ، نصف طول وتر است، پس داریم:



$$DB = \sqrt{2} AB = 4\sqrt{2} \Rightarrow DO = \frac{1}{2} DB = 2\sqrt{2} \quad (*)$$

$$\Delta DOE: DO = \frac{1}{2} DE \xrightarrow{(*)} DE = 4\sqrt{2}$$

روش دوم: می دانیم در مربع، قطرهای عمود منصف یکدیگرند. از طرفی E روی

امتداد قطر AC قرار دارد، پس E روی عمود منصف BD بوده و در

نتیجه $BE = ED$. از طرفی $\widehat{BDE} = 6^\circ$ ، پس مثلث BDE

متساوی الاضلاع است و در نتیجه داریم:

$$DE = BD = \sqrt{2} AB = 4\sqrt{2}$$

(هنر سه - ۱- پندرضلعی ها؛ صفحه ۶۴)

هندسه ۳

۵۱- گزینه «۲»

(امیرحسین ابومفیوب)

ماتریس B همانی (I) است.

بررسی گزینه‌ها:

(۱) درست: $A \times I = I \times A = A$

(۲) تساوی را ساده می‌کنیم:

$$B^2 \times A = I \Rightarrow (I)^2 \times A = I \Rightarrow A = I$$

تساوی تنها در حالتی برقرار است که $A = I$ باشد و در نتیجه در حالت

کلی برقرار نیست.

$$A \times \underbrace{(I)^2}_I = \underbrace{(I)^2}_I \times A = A$$

(۳) درست:

$$A \times \underbrace{(I)^2}_I = A$$

(۴) درست:

(هنر سه ۳- ماتریس و کاربردها؛ برگرفته از کاردرکلاس صفحه ۱۹)

۵۲- گزینه «۲»

(مهمر صحت‌کار)

درایه سطر i ام و ستون j ام ماتریس ABC برابر است با حاصل ضرب

ماتریسی زیر:

(ستون j ام ماتریس C) (ماتریس B) (سطر i ام ماتریس A)

بنابراین درایه سطر دوم و ستون سوم ماتریس A^3 برابر است با:

$$\begin{bmatrix} -1 & 1 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & -2 & 3 \\ -1 & 1 & 2 \\ 2 & 0 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 3 \\ 2 \\ -1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 & 3 & -3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 3 \\ 2 \\ -1 \end{bmatrix}$$

$$= 6 + 6 + 3 = 15$$

(هنر سه ۳- ماتریس و کاربردها؛ صفحه‌های ۱۹ تا ۲۱)

۵۳- گزینه «۱»

(مهردار ملونری)

چون $A^2 = \bar{O}$ است، پس $A^4 = \bar{O}$ ؛ ضرب دو ماتریس را انجام می‌دهیم:

$$\begin{aligned} (A^2 + 5A + 2I)(2A^2 - A + I) \\ = 2A^4 + (-1+10)A^3 + (1-5+4)A^2 + (5-2)A + 2I \\ = \bar{O} + \bar{O} + \bar{O} + 3A + 2I = 3A + 2I \end{aligned}$$

(هنر سه ۳- ماتریس و کاربردها؛ صفحه‌های ۱۹ تا ۲۱)

۵۴- گزینه «۳»

(مهمر صحت‌کار)

$$\begin{aligned} (A-B)^2 &= (A-B)(A-B) = A^2 - AB - BA + B^2 \\ \Rightarrow AB + BA &= A^2 + B^2 - (A-B)^2 \end{aligned}$$

$$(A-B)^2 = \begin{bmatrix} 2 & -2 \\ 4 & 3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 & -2 \\ 4 & 3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -4 & -10 \\ 20 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\Rightarrow AB + BA = \begin{bmatrix} 11 & 8 \\ 20 & 19 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 5 & -4 \\ -1 & 4 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} -4 & -10 \\ 20 & 1 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 20 & 14 \\ -1 & 22 \end{bmatrix}$$

(هنر سه ۳- ماتریس و کاربردها؛ صفحه‌های ۱۹ تا ۲۱)

۵۵- گزینه «۱»

(امیرحسین ابومفیوب)

ماتریس A^2 را محاسبه کرده و درایه‌هایش را نظریه‌نظیر با درایه‌های

ماتریس صورت سوال برابر قرار می‌دهیم:

$$A^2 = A \times A \Rightarrow \begin{bmatrix} a & b \\ c & c \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & -2 \\ m & 3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & -2 \\ m & 3 \end{bmatrix}$$

$$\Rightarrow \begin{bmatrix} a & b \\ c & c \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1-2m & -8 \\ 4m & -2m+9 \end{bmatrix}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 4m = 4 \Rightarrow m = 1 \\ a = 1-2m = 1-2 = -1 \\ b = -8 \\ c = -2m+9 = -2+9 = 7 \end{cases}$$

$$a + b + c = -1 - 8 + 7 = -2$$

بنابراین داریم:

(هنر سه ۳- ماتریس و کاربردها؛ مشابه تمرین ۵ صفحه ۲۰)

۵۶- گزینه «۳»

(سوکنر روشنی)

برای دو ماتریس A و B به ترتیب داریم:

$$A^2 = \begin{bmatrix} 0 & \log_2^5 \\ \log_2^2 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & \log_2^5 \\ \log_2^2 & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} = I$$

$$\Rightarrow A^{19} = (A^2)^9 A = (I)^9 A = IA = A$$

$$B^2 = \begin{bmatrix} 0 & \tan \theta \\ \cot \theta & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & \tan \theta \\ \cot \theta & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} = I$$

$$\Rightarrow B^{20} = (B^2)^{10} = (I)^{10} = I$$

$$A^{19} + B^{20} = A + I$$

بنابراین داریم:

(هندسه ۳- ماتریس و کاربردها: صفحه‌های ۱۹ و ۲۰)

۵۷- گزینه «۲»

(پوار ماتمی)

ابتدا ماتریس A^2 را محاسبه می‌کنیم:

$$A^2 = \begin{bmatrix} -a & a \\ a & -a \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -a & a \\ a & -a \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2a^2 & -2a^2 \\ -2a^2 & 2a^2 \end{bmatrix} = -2a \begin{bmatrix} -a & a \\ a & -a \end{bmatrix}$$

$$\Rightarrow A^2 = (-2a)A \xrightarrow{\text{به توان } 2} A^4 = (-2a)^2 A^2 = (-2a)^3 A$$

$$A^{2n} = (-2a)^{2n-1} \times A$$

با ادامه این روند نتیجه می‌گیریم:

و با مقایسه رابطه بالا با عبارت صورت سؤال داریم:

$$(-2a)^{2n-1} = 2^{2n-1} \Rightarrow -2a = 2 \Rightarrow a = -1$$

(هندسه ۳- ماتریس و کاربردها: صفحه‌های ۱۹ و ۲۰)

۵۸- گزینه «۱»

(اممدرضا فلاح)

طبق فرض، دو ماتریس A و $3I - A$ وارون یکدیگرند، از طرفی دو

ماتریس A^{-1} وارون ماتریس A می‌باشد، بنابراین با توجه به قضیه یکتایی

وارون ماتریس‌ها داریم:

$$A^{-1} = 3I - A \Rightarrow A + A^{-1} = 3I \Rightarrow A + A^{-1} = \begin{bmatrix} 3 & 0 \\ 0 & 3 \end{bmatrix}$$

$$\Rightarrow \text{مجموع درایه‌ها} = 3 + 3 = 6$$

(هندسه ۳- ماتریس و کاربردها: برگرفته از هاشیه صفحه ۲۳ کتاب درسی)

۵۹- گزینه «۳»

(سیرمحمدرضا حسینی فرد)

با توجه به رابطه $A^2 = 3A - I$ و این نکته که $AA^{-1} = I$ است، داریم:

$$A^2 = 3A - I \xrightarrow{A^{-1} \times} A = 3I - A^{-1} \Rightarrow A^{-1} = 3I - A$$

$$\Rightarrow A^{-1}B = 3B - AB = 3 \begin{bmatrix} 3 \\ 2 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 2 \\ -1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 7 \\ 7 \end{bmatrix}$$

تذکر: دقت کنید که A ماتریسی 2×2 است.

(هندسه ۳- ماتریس و کاربردها: صفحه ۲۲)

۶۰- گزینه «۴»

(اسحاق اسفندیار)

$$A + 2I = \begin{bmatrix} |A| & |A| + 2 \\ |A| - 1 & |A| + 5 \end{bmatrix}$$

$$\Rightarrow A = \begin{bmatrix} |A| & |A| + 2 \\ |A| - 1 & |A| + 5 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 2 \end{bmatrix}$$

$$\Rightarrow A = \begin{bmatrix} |A| - 2 & |A| + 2 \\ |A| - 1 & |A| + 3 \end{bmatrix}$$

از طرفین تساوی ماتریسی به دست آمده دترمینان می‌گیریم:

$$|A| = (|A| - 2)(|A| + 3) - (|A| + 2)(|A| - 1)$$

$$\Rightarrow |A| = |A|^2 + |A| - 6 - |A|^2 - |A| + 2$$

$$\Rightarrow |A| = -4 \Rightarrow A = \begin{bmatrix} -6 & -2 \\ -5 & -1 \end{bmatrix} \Rightarrow A^{-1} = \frac{1}{-4} \begin{bmatrix} -1 & 2 \\ 5 & -6 \end{bmatrix}$$

$$\xrightarrow{\text{جمع درایه‌ها}} -\frac{1}{4}(-1+2+5-6) = 0$$

بنابراین جمع درایه‌های ماتریس مذکور برابر صفر می‌شود.

(هندسه ۳- ماتریس و کاربردها: صفحه‌های ۲۲ و ۲۳)

آمار و احتمال

۶۱- گزینہ «۲»

(سوگند، روشن)

احتمال شرطی مورد نظر را از طریق کاهش فضای نمونه حل می‌کنیم. تعداد

حالت‌های فضای نمونه با در نظر گرفتن اینکه کتاب ریاضی بعد از کتاب

$$n(S) = \frac{6!}{2} = 360$$

فیزیک قرار گرفته باشد، برابر است با:

برای محاسبه تعداد حالت‌هایی که کتاب ریاضی بلافاصله بعد از کتاب

فیزیک قرار گیرد، می‌بایست دو کتاب به صورت یک بسته در نظر گرفته

شوند. داریم:

ریاضی فیزیک



$$\Rightarrow n(A) = 5! = 120$$

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{120}{360} = \frac{1}{3}$$

(آمار و احتمال - احتمال: صفحه‌های ۴۹ تا ۵۲)

۶۲- گزینہ «۲»

(سید محمد رضا حسین، فرد)

ابتدا جدول ارزش گزاره‌ها را رسم می‌کنیم:

p	q	$\sim p$	$p \Rightarrow q$	$\sim p \vee q$	$\sim p \Leftrightarrow q$	$\sim p \wedge q$
د	د	ن	د	د	ن	ن
د	ن	ن	ن	ن	د	ن
ن	د	د	د	د	د	د
ن	ن	د	د	د	ن	ن

تنها در ردیف اول جدول، ارزش هر دو گزاره p و q درست است، پس

احتمال درست بودن دو گزاره p و q در صورت درستی هر کدام از

گزاره‌های $p \Rightarrow q$ یا $p \vee q \sim$ (این دو گزاره هم‌ارز هستند)، برابر $\frac{1}{3}$ و

در صورت درستی گزاره $\sim p \wedge q$ یا $\sim p \Leftrightarrow q$ ، امکان درست بودن هر

دو گزاره p و q وجود ندارد و احتمال آن برابر صفر است.

(آمار و احتمال - احتمال: صفحه‌های ۴۹ تا ۵۲)

۶۳- گزینہ «۱»

(نیلوخر مہدوی)

$B \subseteq A \Rightarrow \begin{cases} A \cup B = A \\ A \cap B = B \end{cases}$ با توجه به قوانین جبر مجموعه‌ها داریم:

حال طبق قانون احتمال شرطی داریم:

$$P(A | B') = \frac{P(A \cap B')}{P(B')} = \frac{P(A - B)}{P(B')} = \frac{P(A) - P(A \cap B)}{P(B')}$$

$$= \frac{P(A) - P(B)}{1 - P(B)} = \frac{\frac{3}{4} - \frac{1}{2}}{1 - \frac{1}{2}} = \frac{\frac{1}{4}}{\frac{1}{2}} = \frac{1}{2}$$

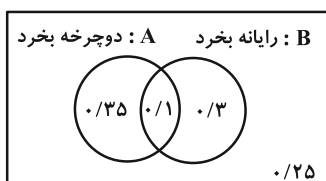
$$\Rightarrow \frac{P(A|B')}{P(A \cup B)} = \frac{P(A|B')}{P(A)} = \frac{\frac{1}{2}}{\frac{2}{3}} = \frac{3}{4}$$

(آمار و احتمال - احتمال: صفحه‌های ۴۹ تا ۵۲)

۶۴- گزینہ «۱»

(غیرزاد بیوادی)

مطابق فرض و نمودار ون داریم:



با توجه به صورت سوال، باید احتمال $P(B' | A')$ را به دست بیاوریم:

$$\begin{aligned} P(B' | A') &= \frac{P(A' \cap B')}{P(A')} = \frac{P[(A \cup B)']}{1 - P(A)} \\ &= \frac{1 - [P(A) + P(B) - P(A \cap B)]}{1 - P(A)} = \frac{1 - [0.45 + 0.4 - 0.1]}{1 - 0.45} \\ &= \frac{1 - 0.75}{0.55} = \frac{0.25}{0.55} = \frac{25}{55} = \frac{5}{11} \end{aligned}$$

(آما، و احتمال - احتمال: صفحه‌های ۴۹ تا ۵۲)

۶۵- گزینه «۴»

(فرشاد خرامری)

احتمال موردنظر برابر است با:

$P(\text{سیاه، سفید، سیاه}) + P(\text{سفید، سیاه، سفید})$

$$= \frac{5}{8} \times \frac{3}{7} \times \frac{4}{6} + \frac{3}{8} \times \frac{5}{7} \times \frac{2}{6} = \frac{10}{56} + \frac{5}{56} = \frac{15}{56}$$

(آمار و احتمال - احتمال: صفحه‌های ۵۲ تا ۵۴ و ۶۵ تا ۶۷)

۶۶- گزینه «۱»

(شانه اتفاقی)

اگر پیشامد اینکه حداقل یکی از توپ‌های انتخابی قرمز باشد را A بنامیم،

آنگاه A' پیشامد آن است که هر سه توپ انتخابی آبی باشند. در این

صورت داریم:

$$P(A') = \frac{6}{9} \times \frac{5}{8} \times \frac{4}{7} = \frac{5}{21}$$

$$P(A) = 1 - P(A') = 1 - \frac{5}{21} = \frac{16}{21}$$

(آمار و احتمال - احتمال: صفحه‌های ۵۲ تا ۵۴ و ۶۵ تا ۶۷)

۶۷- گزینه «۳»

(امیرحسین ابومصوب)

پیشامدهای انتخاب دو مهره به طور متوالی و با جای گذاری، مستقل از

یکدیگر هستند.

اگر پیشامد هم‌رنگ بودن دو مهره خارج شده از جعبه را با A نمایش دهیم،

داریم:

$$P(A) = \frac{3}{8} \times \frac{3}{7} + \frac{3}{8} \times \frac{3}{7} + \frac{2}{8} \times \frac{2}{7} = \frac{9}{64} + \frac{9}{64} + \frac{4}{64} = \frac{22}{64} = \frac{11}{32}$$

دومهره سفید دومهره آبی دومهره قرمز

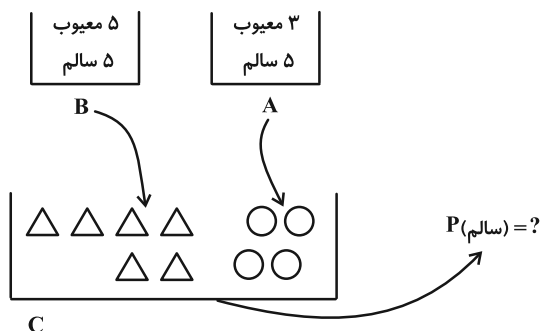
بنابراین احتمال هم‌رنگ نبودن دو مهره برابر است با:

$$P(A') = 1 - P(A) = 1 - \frac{11}{32} = \frac{21}{32}$$

(آمار و احتمال - احتمال: مشابه تمرین ۹ صفحه ۶۸)

۶۸- گزینه «۱»

(سوکندر روشنی)



$$P(\text{salam}) = \frac{4}{10} \times \frac{5}{8} + \frac{6}{10} \times \frac{5}{10} = \frac{25}{100} + \frac{30}{100} = \frac{55}{100} = 0.55$$

(آمار و احتمال - احتمال: صفحه‌های ۵۵ تا ۵۷)

۶۹- گزینه «۳»

(امیرحسین ابومصوب)

مطابق نمودار درختی داریم:

مهره آبی از ظرف اول	$\frac{3}{8}$	مهره آبی از ظرف دوم	$\frac{4}{6}$
مهره قرمز از ظرف اول	$\frac{5}{8}$	مهره آبی از ظرف دوم	$\frac{3}{6}$

در حالت اول مهره انتخابی از ظرف اول، آبی است. بنابر قانون بیز احتمال

مورد نظر برابر است با:

$$\frac{\frac{3}{8} \times \frac{4}{6}}{\frac{3}{8} \times \frac{4}{6} + \frac{5}{8} \times \frac{3}{6}} = \frac{12}{12+15} = \frac{12}{27}$$

(آمار و احتمال - احتمال: صفحه‌های ۵۵ تا ۶۰)

۷۰- گزینه «۴»

(مرتضی فویم‌علوی)

دو پیشامد A و B مستقل از یکدیگرند، پس $P(A) = P(A|B) = \frac{1}{3}$

است. از طرفی برای دو پیشامد مستقل A و B ،

رابطه $P(A \cap B) = P(A)P(B)$ برقرار است، بنابراین داریم:

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

$$\Rightarrow \frac{2}{5} = \frac{1}{3} + P(B) - \frac{1}{3}P(B)$$

$$\Rightarrow \frac{2}{3}P(B) = \frac{2}{5} - \frac{1}{3} = \frac{1}{15} \Rightarrow P(B) = \frac{3}{2} \times \frac{1}{15} = 0.1$$

(آمار و احتمال - احتمال: صفحه‌های ۶۳ تا ۶۵)

ریاضیات گسسته

۷۱- گزینه «۲»

(امیرحسین ابومحبوب)

فرض کنید عدد طبیعی n عددی فرد و مربع کامل باشد. در این صورت n را می توان به صورت k^2 ، $(k \in \mathbb{N})$ ، نوشت به طوری که k عددی فرد باشد. از طرفی n مضرب ۵ است، پس k نیز باید مضرب ۵ باشد، یعنی $k = 5t$ ، $(t \in \mathbb{N})$ ، و t فرد است (چون k عددی فرد است). در این صورت داریم:

$$1000 \leq 5t < 10000 \xrightarrow{\text{جنر}} 10^6 < (5t)^2 \leq 10^4 \Rightarrow 10^4 \leq n < 10^6$$

$$\xrightarrow{+5} 20 \leq t < 200 \Rightarrow t = 21, 23, \dots, 199$$

$$\frac{199-21}{2} + 1 = 90$$

تعداد این اعداد فرد برابر است با:

(ریاضیات گسسته - آشنایی با نظریه اعداد؛ صفحه های ۹ تا ۱۲)

۷۲- گزینه «۱»

(محمدرضا صحت کار)

$$\begin{cases} 5 \mid b+1 \xrightarrow{\times 7} 35 \mid 7b+7 \\ 7 \mid b-1 \xrightarrow{\times 5} 35 \mid 5b-5 \end{cases}$$

طبق فرض داریم:

طرف دوم دو رابطه را از هم کم می کنیم:

$$35 \mid 7b+12 \Rightarrow 35 \mid 2(b+6) \Rightarrow 35 \mid b+6$$

$$\Rightarrow b+6 = 35q \Rightarrow b = 35q-6 \quad (q \in \mathbb{Z})$$

اعداد دو رقمی ممکن برای b عبارتند از:

q	۱	۲	۳
b	۲۹	۶۴	۹۹

میانگین بزرگ ترین و کوچک ترین مقدار b برابر است با:

$$\frac{29+99}{2} = \frac{128}{2} = 64$$

توجه: از $35 \mid 2(b+6)$ نتیجه می شود $2(b+6)$ مضرب ۳۵ است و چون عوامل ۵ و ۷ در عدد ۲ وجود ندارد، لذا $(b+6)$ مضرب ۳۵ خواهد بود. یعنی $35 \mid b+6$ ؛ استدلال فوق به «لیم اقلیدس» معروف است.

(ریاضیات گسسته - آشنایی با نظریه اعداد؛ صفحه های ۹ تا ۱۲)

۷۳- گزینه «۳»

(فرزاد بواری)

بررسی گزاره ها:

الف) $a = 2$ و $b = -2$ مثال نقض می باشد.

ب) گزاره شرطی (ب) زمانی برقرار است که $b \neq 0$ باشد، زیرا اگر $b = 0$ باشد، نمی توان گفت الزاماً رابطه $|a| \leq |b|$ درست است.

بنابراین $a = 2$ و $b = 0$ مثال نقضی برای این گزاره می باشد چرا که $2 \mid 0$ ولی $0 \nmid 2$.

ج) عکس گزاره قسمت (ج) درست است. اما خود گزاره (ج) لزوماً درست نمی باشد. (کافی است $a = 5$ و $b = 7$ و $c = 2$ گرفته شود).

د) گزاره درست می باشد و مثال نقض ندارد.

پس در کل سه مورد از چهار گزاره بالا با مثال نقض رد می شوند.

(ریاضیات گسسته - آشنایی با نظریه اعداد؛ صفحه های ۹ تا ۱۲)

(برگرفته از متن کتاب درسی)

۷۴- گزینه «۴»

(مصطفی دیداری)

طبق تعریف $b \mid m$ و $k \mid m$ داریم:

$$\begin{cases} d \mid a \Rightarrow (a, d) = d \\ b \mid c \Rightarrow [b, c] = c \end{cases}$$

همچنین $d \mid c$ ، پس $(d, c) = d$ است.

(ریاضیات گسسته - آشنایی با نظریه اعداد؛ صفحه های ۱۳ و ۱۴)

(برگرفته از کاردرکلاس (۱) صفحه ۱۱۳)

۷۵- گزینه «۴»

(محمدرضا صحت کار)

با در نظر گرفتن این که $64 = 2^6$ ، $81 = 3^4$ و $125 = 5^3$ ، نتیجه می گیریم اعدادی نسبت به هر سه عدد اول هستند که نه عامل ۲ داشته باشند، نه عامل ۳ و نه عامل ۵. در این شرایط کوچک ترین عدد دو رقمی مرکب $49 = 7^2$ و بزرگ ترین عدد دو رقمی مرکب $91 = 7 \times 13$ است. پس جواب مسئله برابر است با:

$$91 - 49 = 42$$

(ریاضیات گسسته - آشنایی با نظریه اعداد؛ صفحه های ۱۳ و ۱۴)

۷۶- گزینه «۳»

(پوار فاطمی)

طبق قضیه تقسیم، با شرط $a = bq + r$ ، $b \in \mathbb{N}$ است به طوری که $0 \leq r < b$ باشد. بنابراین داریم:

$$96 = bq + 6 \Rightarrow 90 = bq \Rightarrow q = \frac{90}{b} \quad (b > 6)$$

چون q عددی صحیح است، b باید یکی از مقسوم علیه های ۹۰ باشد که از ۶ بزرگ تر است. بنابراین مجموعه مقادیر ممکن برای عدد طبیعی b عبارتند از:

$$b = 9, 10, 15, 18, 30, 45, 90$$

پس برای b مقدار طبیعی وجود دارد.

(ریاضیات گسسته - آشنایی با نظریه اعداد: صفحه های ۱۴ و ۱۵)

۷۷- گزینه «۳»

(سیرمحمدرضا حسینی فرد)

برای عدد n می توان ۶ حالت در نظر گرفت:

$$n = 6k \rightarrow n' + 1 = 6k' + 1$$

$$n = 6k + 1 \rightarrow n' + 1 = 6k' + 2$$

$$n = 6k + 2 \rightarrow n' + 1 = 6k' + 5$$

$$n = 6k + 3 \rightarrow n' + 1 = 6k' + 4$$

$$n = 6k + 4 \rightarrow n' + 1 = 6k' + 5$$

$$n = 6k + 5 \rightarrow n' + 1 = 6k' + 2$$

پس عبارت حاصل به یکی از صورت های $6k' + 1$ ، $6k' + 2$ ، $6k' + 4$ و

$6k' + 5$ می باشد که k' عددی صحیح است.

(ریاضیات گسسته - آشنایی با نظریه اعداد: صفحه های ۱۵ و ۱۶)

۷۸- گزینه «۲»

(نیلوفر مهروری)

طبق ویژگی های هم نهشتی داریم:

$$4^3 = 64 = 3 \times 21 + 1 \Rightarrow 4^3 \equiv 1^{21}$$

$$\xrightarrow{\text{به توان ۲۶}} 4^{78} \equiv 1^{21} \xrightarrow{\times 4} 4^{79} \equiv 4^{21}$$

(ریاضیات گسسته - آشنایی با نظریه اعداد: صفحه های ۱۸ تا ۲۱)

(مشابه مثال صفحه ۲۱)

۷۹- گزینه «۳»

(علی ایمانی)

طبق تعریف هم نهشتی می توان گفت:

$$45 \equiv 24^a \Rightarrow a \mid 45 - 24 \Rightarrow a \mid 21$$

$$\xrightarrow{a \neq 1} a = 3 \text{ یا } 7$$

$$a = 7 \xrightarrow{a \text{ نباید عامل ۳ داشته باشد}} (a, 3) = 1 \text{ : طبق فرض}$$

$$7^{16} \equiv 49 \equiv 1 \Rightarrow 7^{120} \equiv 1 \xrightarrow{\times 7} 7^{121} \equiv 7$$

(ریاضیات گسسته - آشنایی با نظریه اعداد: صفحه های ۱۸ تا ۲۱)

۸۰- گزینه «۲»

(مسن بهرام پور)

ابتدا a را بدست می آوریم:

$$2! + 4! + 6! + \dots + 1402! \equiv 2 + 0 + 0 + \dots + 0 \equiv 2$$

برای به دست آوردن باقی مانده تقسیم 2^{1401} بر ۴۴ کافی است ۴۴ را به

صورت ضرب دو عدد ۴ و ۱۱ که نسبت به هم اول هستند بنویسیم:

$$\begin{cases} 2^{1401} \equiv 0 \\ 2^5 = 32 \equiv -1 \xrightarrow{\text{به توان ۲۸۰}} 2^{1400} \equiv 1 \xrightarrow{\times 2} 2^{1401} \equiv 2 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 2^{1401} \equiv 0 + 24 = 24 \\ 2^{1401} \equiv 2 + 22 = 24 \end{cases} \Rightarrow 2^{1401} \equiv 24 \pmod{44}$$

(ریاضیات گسسته - آشنایی با نظریه اعداد: صفحه های ۱۸ تا ۲۱)

فیزیک ۲

۸۱- گزینه «۳»

(فسین مفرومی)

اختلاف پتانسیل دو سر یک باتری برحسب جریان عبوری از آن، از رابطه $V = \mathcal{E} - Ir$ به دست می آید.

با توجه به نمودار $\mathcal{E} = 18V$ می باشد و در ولتاژ $6V$ ، جریان عبوری برابر با $3A$ است، پس داریم: $V = \mathcal{E} - Ir \Rightarrow 6 = 18 - 3r \Rightarrow r = 4\Omega$
حال به ازای جریان $2A$ ، ولتاژ دو سر باتری را حساب می کنیم.

$$V = \mathcal{E} - Ir \Rightarrow V = 18 - 2 \times 4 = 10V$$

(فیزیک ۲- صفحه های ۶۱ تا ۶۶)

۸۲- گزینه «۲»

(مفسن قنبرچله)

در حالت اول، ولت سنج آرمانی به صورت متوالی در مدار قرار دارد و در نتیجه جریان الکتریکی در مدار برقرار نمی شود. در این صورت برای ولت سنج (V_1) خواهیم داشت:

$$V_1 = \mathcal{E}_{\text{محرکه}} - \mathcal{E}_{\text{ضدمحرکه}} = 18 - 10 = 8V$$

وقتی هر دو کلید بسته باشند، مقاومت $R = 4\Omega$ اتصال کوتاه شده و مقاومت $R' = 2\Omega$ در مدار قرار می گیرد. در این حالت جریان عبوری از مدار برابر است با:

$$I = \frac{\mathcal{E}_{\text{محرکه}} - \mathcal{E}_{\text{ضدمحرکه}}}{R_{\text{eq}} + r_T} = \frac{18 - 10}{2 + (1 + 1)} = 2A$$

ولت سنج اختلاف پتانسیل دو سر مقاومت $R' = 2\Omega$ را نشان می دهد.

$$V_T = R'I = 2 \times 2 = 4V$$

بنابراین:

$$V_T - V_1 = 4 - 8 \Rightarrow V_T - V_1 = -4V$$

بنابراین:

(فیزیک ۲- صفحه های ۶۱ تا ۶۶)

۸۳- گزینه «۳»

(فسرو ارغوانی فرد)

در این مسئله باتری های $\mathcal{E}_1$ و $\mathcal{E}_3$ محرکه و باتری $\mathcal{E}_2$ ضدمحرکه است؛ بنابراین جهت جریان در مدار ساعتگرد می باشد. ابتدا جریان را به دست می آوریم:

$$I = \frac{\mathcal{E}_2 + \mathcal{E}_3 - \mathcal{E}_1}{R_1 + R_2 + r_1 + r_2 + r_3} = \frac{12 + 5 - 9}{2 + 3 + 1 + 1 + 1} = \frac{8}{8} = 1A$$

حال یک بار از نقطه A و بار دیگر از نقطه B ساعتگرد حرکت می کنیم تا به نقطه اتصال به زمین ($V = 0$) برسیم و تغییر پتانسیل هر جزء مدار را می نویسیم:

$$V_A - R_1 I + \mathcal{E}_2 - r_2 I = 0$$

$$\Rightarrow V_A - 3 \times 1 + 12 - 1 \times 1 = 0 \Rightarrow V_A = -8V$$

$$V_B + \mathcal{E}_3 - r_3 I = 0 \Rightarrow V_B + 12 - 1 \times 1 = 0 \Rightarrow V_B = -11V$$

$$\frac{V_A}{V_B} = \frac{-8}{-11} = \frac{8}{11}$$

بنابراین:

(فیزیک ۲- صفحه های ۶۱ تا ۶۶)

۸۴- گزینه «۳»

(مصطفی کیانی)

با توجه به نمودار داده شده، به ازای جریان های الکتریکی $I_1 = 3A$ و $I_2 = 6A$ ، توان خروجی باتری یکسان است. بنابراین می توان نوشت:

$$P_1 = P_2 \xrightarrow{P = \mathcal{E}I - rI^2} \mathcal{E}I_1 - rI_1^2 = \mathcal{E}I_2 - rI_2^2$$

$$\Rightarrow r(I_2^2 - I_1^2) = \mathcal{E}(I_2 - I_1)$$

$$\Rightarrow r(I_2 + I_1)(I_2 - I_1) = \mathcal{E}(I_2 - I_1)$$

$$\xrightarrow{I_2=6A, I_1=3A} r \times (6+3) = 18 \Rightarrow r = 2\Omega$$

(فیزیک ۲- صفحه های ۶۷ تا ۷۰)

۸۵- گزینه «۴»

(زهره آقاممیری)

توان الکتریکی از رابطه $P = \frac{V^2}{R}$ به دست می آید. کم ترین توان مربوط به

حالتی است که R بیشترین مقدار ممکن را دارد و از آنجا که مقاومت معادل دو مقاومت موازی کوچک تر از هر یک از آن ها است، بیشترین مقدار

$$P_{\min} = \frac{V^2}{R_{\max}} = \frac{(240)^2}{960} = 60W \quad \text{ممکن } 960\Omega \text{ است.}$$

بیشترین توان مربوط به حالتی است که R کمترین مقدار را دارد. این در حالتی است که هر دو کلید بسته باشند، چون در به هم بستن موازی مقاومت ها، مقاومت معادل کوچکتر از هر یک از مقاومت ها است:

$$\frac{1}{R} = \frac{1}{240} + \frac{1}{960} = \frac{5}{960} \Rightarrow R_{\min} = 192\Omega$$

$$P_{\max} = \frac{V^2}{R_{\min}} = \frac{(240)^2}{192} = 300W$$

(فیزیک ۲- صفحه های ۶۷ تا ۷۷)

۸۶- گزینه «۳»

(ممد اکبری)

با توجه به اینکه توان مصرفی مقاومت R برابر با توان خروجی باتری است، ابتدا جریان الکتریکی مدار را به ازای مقاومت های $R_1 = 2\Omega$ و $R_2 = 12\Omega$ ، به دست می آوریم:

$$P_1 = R_1 I_1^2 \xrightarrow{P_1=32W, R_1=2\Omega} 32 = 2 \times I_1^2 \Rightarrow I_1 = 4A$$

$$P_2 = R_2 I_2^2 \xrightarrow{P_2=27W, R_2=12\Omega} 27 = 12 \times I_2^2 \Rightarrow I_2^2 = \frac{9}{4} \Rightarrow I_2 = \frac{3}{2}A$$

اکنون با استفاده از رابطه $I = \frac{\mathcal{E}}{R+r}$ مقادیر $\mathcal{E}$ و r را پیدا می کنیم:

$$I_1 = \frac{\mathcal{E}}{R_1 + r} \Rightarrow 4 = \frac{\mathcal{E}}{2 + r} \Rightarrow \mathcal{E} = 8 + 4r \quad (I)$$

$$I_2 = \frac{\mathcal{E}}{R_2 + r} \xrightarrow{(I)} \frac{3}{2} = \frac{8 + 4r}{12 + r} \Rightarrow 36 + 3r = 16 + 4r$$

$$\Rightarrow r = 4\Omega \xrightarrow{(I)} \mathcal{E} = 8 + 4 \times 4 = 24V$$

در آخر، بیشینه توان خروجی باتری را از رابطه زیر، می یابیم:

$$P_{\max} = \frac{\mathcal{E}^2}{4r} = \frac{24 \times 24}{4 \times 4} \Rightarrow P_{\max} = 36W$$

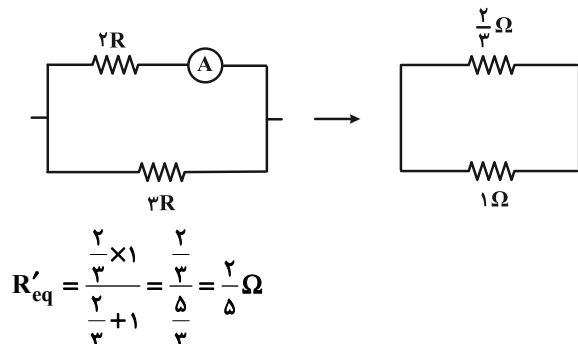
(فیزیک ۲- صفحه های ۶۱ تا ۷۰)



$$I_{\text{کل}} = \frac{\varepsilon}{R_{\text{eq}} + r} \xrightarrow{I_{\text{کل}} = 8A} 8 = \frac{10}{R_{\text{eq}} + 1}$$

$$\Rightarrow R_{\text{eq}} = \frac{1}{4} \Omega \Rightarrow \frac{1}{4} = \frac{R \times 2R}{R + 2R} \Rightarrow R = \frac{1}{3} \Omega$$

اگر فقط کلید k_1 را باز کنیم، مطابق شکل زیر داریم:



$$I'_{\text{کل}} = \frac{\varepsilon}{R'_{\text{eq}} + r} = \frac{10}{\frac{2}{5} + 1} \Rightarrow I'_{\text{کل}} = \frac{10}{\frac{7}{5}} = \frac{50}{7} A$$

جریان گذرنده از آمپرسنج در این حالت برابر است با:

$$I' = \frac{2R}{2R + 2R} I'_{\text{کل}} = \frac{2}{5} \times \frac{50}{7} = \frac{20}{7} A$$

بنابراین درصد تغییرات جریان عبوری از آمپرسنج برابر است با:

$$\frac{\Delta I}{I} = \frac{I' - I}{I} \times 100 = \frac{\frac{20}{7} - 8}{8} \times 100 = \frac{-\frac{36}{7}}{8} \times 100 = -\frac{9}{14} \times 100 \approx -64.3\%$$

(فیزیک ۲ - صفحه‌های ۷۰ تا ۷۷)

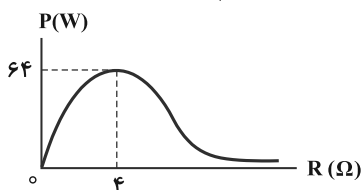
۹۰. گزینه «۲»

(کتاب آبی فیزیک کتلور ریاضی)

برای حل این سؤال باید دو مطلب را یادآوری کنیم:

(۱) به ازای $R = r$ ، توان خروجی باتری بیشینه است.

(۲) توان بیشینه باتری از رابطه $P_{\text{max}} = \frac{\varepsilon^2}{4r}$ محاسبه می‌شود.



با توجه به مطالب بالا و نمودار داده شده، داریم:

$$P_{\text{max}} = \frac{\varepsilon^2}{4r} \xrightarrow{P_{\text{max}} = 64W, R=r=4\Omega}$$

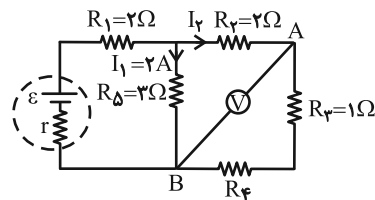
$$64 = \frac{\varepsilon^2}{4 \times 4} \Rightarrow \varepsilon^2 = 210 \Rightarrow \varepsilon = 25 = 32V$$

(فیزیک ۲ - صفحه‌های ۶۷ تا ۷۰)

۸۷. گزینه «۲»

(زهره آقاممیری)

با توجه به این که توان مصرفی در مقاومت R_D برابر با $12W$ است، داریم:



$$P = R_D I_1^2 \Rightarrow 12 = 3 I_1^2 \Rightarrow I_1 = 2A$$

از طرفی ولت‌سنج اختلاف پتانسیل دو نقطه A و B را نشان می‌دهد:

$$V_{AB} = R_D I_1 - R_P I_2 \Rightarrow 4 = 6 - 2 I_2 \Rightarrow I_2 = 1A$$

چون جریان I_2 ، $\frac{1}{4}$ برابر جریان I_1 است، پس مقاومت معادل R_P ، R_3 و R_F نیز دو برابر مقاومت R_D است.

$$R_P + R_3 + R_F = 6 \Rightarrow R_F = 3\Omega$$

R_D با R_2, R_3, R_F موازی است و معادل آن‌ها R' می‌باشد که داریم:

$$\frac{1}{R'} = \frac{1}{3} + \frac{1}{6} \Rightarrow R' = 2\Omega$$

مقاومت معادل کل مدار برابر است با:

$$R_{\text{eq}} = R_1 + R' \Rightarrow R_{\text{eq}} = 2 + 2 = 4\Omega$$

و جریان کل مدار برابر است با:

$$I_{\text{کل}} = I_1 + I_2 = 2 + 1 = 3A$$

توان خروجی باتری با توان مصرفی مقاومت معادل برابر است، پس داریم:

$$P_{\text{خروجی باتری}} = R_{\text{eq}} I^2 = 4 \times (3)^2 = 36W$$

(فیزیک ۲ - صفحه‌های ۶۷ تا ۷۷)

۸۸. گزینه «۴»

(مجتبی نکلویان)

با افزایش مقاومت متغیر R_F ، مقاومت معادل مدار افزایش می‌یابد؛ بنابراین

طبق رابطه $I = \frac{\varepsilon}{R_{\text{eq}} + r}$ ، جریان گذرنده از باتری کاهش می‌یابد. با توجه

به ثابت بودن مقادیر مقاومت‌های R_1 ، R_2 ، R_3 و R_D می‌توان گفت که

با کاهش جریان گذرنده از باتری، جریان گذرنده از مقاومت

R_P که (I_P) می‌باشد نیز کاهش می‌یابد. پس طبق رابطه $V = R_P I_P$ ،

اختلاف پتانسیل دو سر مقاومت R_P کاهش می‌یابد. با کاهش جریان

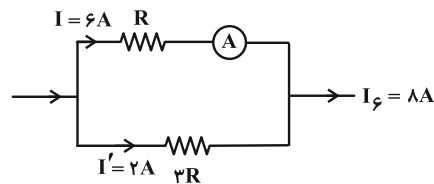
گذرنده از مقاومت R_3 ، جریان گذرنده از مقاومت R_1 نیز کاهش می‌یابد.

(فیزیک ۲ - صفحه‌های ۷۰ تا ۷۷)

۸۹. گزینه «۲»

(معصومه شریعت‌نابری)

اگر هر دو کلید بسته باشند، مقاومت R در سمت چپ اتصال کوتاه شده و داریم:



جریان این شاخه یک سوم شاخه بالاست

$$\Rightarrow W_f = 20000 - \frac{1}{2} \times 2000 \times 10^2 \Rightarrow W_f = -80000 \text{ J}$$

چون در یک جابه‌جایی افقی، کار نیروی افقی منفی شده است. بنابراین بردار نیرو و بردار جابه‌جایی در خلاف جهت هم هستند و در نتیجه $\theta = 180^\circ$ است. با استفاده از تعریف کار یک نیرو، می‌توان نوشت:

$$W_F = W_f = Fd \cos 180^\circ = -80000$$

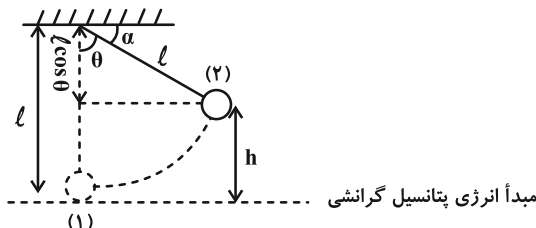
$$\Rightarrow F \times 40 = 80000 \Rightarrow F = 2000 \text{ N}$$

(فیزیک ۱- صفحه‌های ۶۱ تا ۶۴)

(مصطفی کیانی)

۹۵- گزینه «۱»

اگر پایین‌ترین نقطه مسیر حرکت گلوله آونگ را مبدأ انرژی پتانسیل گرانشی فرض کنیم، در این نقطه گلوله فقط انرژی جنبشی و در بالاترین نقطه مسیر (در نقطه‌ای که راستای نخ با خط قائم بیشترین زاویه یعنی زاویه θ را می‌سازد)، فقط انرژی پتانسیل گرانشی دارد. با توجه به شکل زیر و با استفاده از اصل پایستگی انرژی مکانیکی، می‌توان نوشت:



$$E_1 = E_2 \Rightarrow U_1 + K_1 = U_2 + K_2$$

$$\Rightarrow 0 + \frac{1}{2}mv_1^2 = mgh + 0$$

$$\xrightarrow{h=l(1-\cos\theta)} v_1^2 = 2gl(1-\cos\theta)$$

$$\Rightarrow 10^2 = 2 \times 10 \times 10 \times (1-\cos\theta)$$

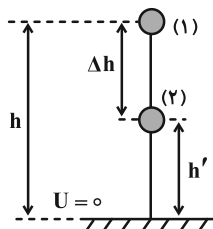
$$\Rightarrow \cos\theta = \frac{1}{2} \Rightarrow \theta = 60^\circ \Rightarrow \alpha = 90^\circ - \theta = 90^\circ - 60^\circ = 30^\circ$$

(فیزیک ۱- صفحه‌های ۶۸ تا ۷۰)

(مسین الهی)

۹۶- گزینه «۱»

با استفاده از اصل پایستگی انرژی مکانیکی در دو نقطه نشان داده شده در مسیر حرکت، داریم:



$$E_1 = E_2 \Rightarrow K_1 + U_1 = K_2 + U_2 \xrightarrow{K_1=0}$$

$$U_1 = U_2 + K_2 \xrightarrow{K_2=\frac{3}{2}U_r} U_1 = U_2 + \frac{3}{2}U_r = \frac{5}{2}U_r$$

$$\Rightarrow mgh = \frac{5}{2}mgh' \Rightarrow h' = \frac{2}{5}h$$

فیزیک ۱

۹۱- گزینه «۳»

(علیرضا کونه)

با استفاده از رابطه انرژی جنبشی و با توجه به اینکه $v_2 = v_1 + \frac{m}{s}$

$$v_1 \text{ و } K_2 = K_1 + \frac{300}{100}K_1 = \frac{400}{100}K_1 = 4K_1 \text{ است. به صورت زیر}$$

را می‌یابیم:

$$K_2 = 4K_1 \xrightarrow{K=\frac{1}{2}mv^2} \frac{1}{2}mv_2^2 = 4 \times \frac{1}{2}mv_1^2$$

$$v_2^2 = 4v_1^2 \xrightarrow{\text{جذر می‌گیریم}} v_2 = 2v_1 \xrightarrow{v_2=v_1+\frac{m}{s}}$$

$$v_1 + \frac{m}{s} = 2v_1 \Rightarrow \frac{m}{s} = v_1 \Rightarrow v_1 = \frac{m}{s}$$

(فیزیک ۱- صفحه‌های ۵۴ و ۵۵)

(ممسن خندوپلر)

۹۲- گزینه «۴»

برای دو نقطه A و B، رابطه انرژی جنبشی را می‌نویسیم. دقت کنید

$$\text{که } v_B = v_A + \frac{m}{s} \text{ و } K_B = K_A + 40 \text{ J است.}$$

$$A : K_A = \frac{1}{2}mv_A^2 \Rightarrow K_A = \frac{1}{2}(4)v_A^2 = 2v_A^2 \quad (I)$$

$$B : K_B = \frac{1}{2}mv_B^2 \Rightarrow K_A + 40 = \frac{1}{2}(4)(v_A + \frac{m}{s})^2 \quad (II)$$

$$\xrightarrow{(II), (I)} 2v_A^2 + 40 = 2v_A^2 + 8v_A + 8$$

$$\Rightarrow v_A = 4 \frac{m}{s} \Rightarrow v_B = 6 \frac{m}{s} \Rightarrow K_B = \frac{1}{2}(4)(6)^2 = 72 \text{ J}$$

(فیزیک ۱- صفحه‌های ۵۴ و ۵۵)

(مصطفی کیانی)

۹۳- گزینه «۱»

با استفاده از تعریف کار داریم:

$$W = Fd \cos \theta \xrightarrow{\theta_A=0, \theta_B=45^\circ, \theta_C=60^\circ}$$

$$\begin{cases} W_A = F_A d_A \\ W_B = \frac{\sqrt{2}}{2} F_B d_B \xrightarrow{\frac{F_A=F_B=F_C}{d_A=d_B=d_C}} W_A > W_B > W_C \\ W_C = \frac{1}{2} F_C d_C \end{cases}$$

(فیزیک ۱- صفحه‌های ۵۵ تا ۶۰)

(مهمدرکاتم منشاری)

۹۴- گزینه «۴»

با استفاده از قضیه کار و انرژی جنبشی می‌توان نوشت:

$$W_t = K_2 - K_1 \Rightarrow W_t = K_2 - \frac{1}{2}mv_1^2$$

$$v_1 = 36 \frac{km}{h} = \frac{36}{3.6} = 10 \frac{m}{s}$$



$$(U_f + K_f) - (U_i + K_i) = -f_k d \xrightarrow{U_f=0}$$

$$(0 + \frac{1}{2}mv_f^2) - (mgh_i + \frac{1}{2}mv_i^2) = -f_k d \xrightarrow{v_f=12\frac{m}{s}, f_k=4N, m=2kg, h_i=6m}$$

$$\frac{1}{2} \times 2 \times 144 - 2 \times 10 \times 6 - \frac{1}{2} \times 2 \times v_i^2 = -4 \times 10$$

$$v_i^2 = 64 \Rightarrow v_i = 8 \frac{m}{s}$$

(فیزیک ۱- صفحه‌های ۷۱ تا ۷۳)

۹۹- گزینه «۲» (مسعود قره‌فانی)

ابتدا توان خروجی پمپ را محاسبه می‌کنیم:

$$P_{\text{خروجی}} = \frac{W}{t} = \frac{mg\Delta h + \frac{1}{2}mv^2}{t}$$

$$\Rightarrow P_{\text{خروجی}} = \frac{100 \times 10 \times 5 + \frac{1}{2} \times 100 \times 10^2}{10} = 1000 W = 1 kW$$

حال طبق رابطه بازده داریم:

$$100 \times \frac{\text{توان خروجی}}{\text{انرژی ورودی}} = 100 \times \frac{\text{انرژی خروجی}}{\text{بازده}}$$

$$\Rightarrow \text{بازده} = \frac{1}{2} \times 100 = 50\%$$

(فیزیک ۱- صفحه‌های ۷۳ تا ۷۶)

۱۰۰- گزینه «۳» (محمدرضا سورشی)

ابتدا با داشتن بازده ماشین W_1 ، A و Q را حساب می‌کنیم:

$$A = \frac{W_1}{\text{انرژی ورودی}} \times 100$$

$$\Rightarrow 75 = \frac{W_1}{60} \times 100 \Rightarrow W_1 = 45 kJ$$

$$\text{انرژی ورودی} = W_1 + Q \Rightarrow 60 = 45 + Q \Rightarrow Q = 15 kJ$$

حال Q' را حساب می‌کنیم:

$$Q - Q' = 6 kJ \Rightarrow 15 - Q' = 6 \Rightarrow Q' = 9 kJ$$

در نهایت بازده ماشین B را به دست می‌آوریم:

$$\text{بازده بر حسب درصد} = \frac{W_2}{W_1} \times 100 = \frac{W_1 - Q'}{W_1} \times 100$$

$$\Rightarrow \text{بازده بر حسب درصد} = \frac{45 - 9}{45} \times 100 = 80\%$$

(فیزیک ۱- صفحه‌های ۷۳ تا ۷۶)

برای محاسبه $\frac{\Delta h}{h}$ به صورت زیر عمل می‌کنیم:

$$\frac{\Delta h}{h} = \frac{h - h'}{h} = \frac{h - \frac{2}{5}h}{h} = \frac{3}{5}$$

(فیزیک ۱- صفحه‌های ۶۸ تا ۷۰)

(سراسری ریاضی ۹۷ با انرژی تغییر)

۹۷- گزینه «۳» (مسین الهی)

با نوشتن اصل پایستگی انرژی مکانیکی برای دو محموله بین نقاط رها شدن و رسیدن به زمین داریم:

$$A \text{ محموله: } E_1 = E_f \Rightarrow U_1 + K_1 = U_f + K_f$$

$$\Rightarrow U_1 = K_f \Rightarrow mgh = \frac{1}{2}mv_f^2 \quad (I)$$

$$B \text{ محموله: } E'_1 = E'_f \Rightarrow U'_1 + K'_1 = U'_f + K'_f$$

$$\Rightarrow \frac{1}{2}mv_i'^2 + mgh = \frac{1}{2}mv_f'^2 \quad (II)$$

با کم کردن دو طرف معادلات (I) و (II)

$$\Rightarrow \frac{1}{2}mv_i'^2 = \frac{1}{2}mv_f'^2 - \frac{1}{2}mv_f^2 \Rightarrow v_i'^2 = v_f'^2 - v_f^2$$

$$\Rightarrow v_i'^2 = \underbrace{(v_f' - v_f)(v_f' + v_f)}_8 \Rightarrow 640 = 8(v_f' + v_f)$$

$$\Rightarrow v_f' + v_f = 80 \frac{m}{s}$$

$$\begin{cases} v_f' + v_f = 80 \frac{m}{s} \\ v_f' - v_f = 80 \frac{m}{s} \end{cases} \Rightarrow v_f' = \frac{80}{2} = 40 \frac{m}{s} \Rightarrow v_f = 40 \frac{m}{s}$$

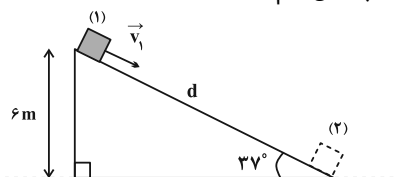
$$\xrightarrow{\text{جای گذاری در (I)}} gh = \frac{1}{2}v_f^2 \Rightarrow 10 \times h = \frac{1}{2}(40)^2$$

$$\Rightarrow h = 80 m$$

(فیزیک ۱- صفحه‌های ۶۸ تا ۷۰)

۹۸- گزینه «۱» (مسعود قره‌فانی)

ابتدا طول سطح شیبدار را پیدا می‌کنیم:



مبدأ انرژی پتانسیل گرانشی

$$\sin 37^\circ = \frac{h}{d} \xrightarrow{h=6m, \sin 37^\circ=0.6}$$

$$\frac{6}{10} = \frac{6}{d} \Rightarrow d = 10 m$$

اکنون با استفاده از قانون پایستگی انرژی، تبدی اولیه جسم را می‌یابیم:

$$E_f - E_1 = W_{f_k} \xrightarrow{W_{f_k} = f_k d \cos 180^\circ = -f_k d} E = U + K$$



فیزیک ۳

۱۰۱- گزینه «۴»

(امسان مضمیری)

در لحظاتی که متحرک از مبدأ مکان عبور می کند، x و به دنبال آن بردار مکان تغییر علامت می دهند. پس داریم:

$$x = 4t^2 - 12t + 9 = 0 \Rightarrow (2t - 3)^2 = 0$$

چون این معادله تغییر علامت نمی دهد. پس، هیچ گاه از مبدأ مکان عبور نمی کند و در نتیجه بردار مکان آن تغییر جهت نمی دهد.

(فیزیک ۳- صفحه های ۲ تا ۲۱)

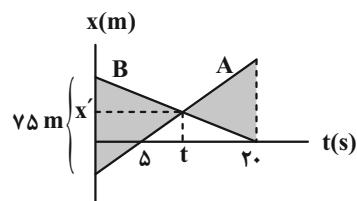
۱۰۲- گزینه «۳»

(امیرمسعود عابدی مرادی)

طبق صورت سوال، تندی متحرک A دو برابر تندی متحرک B است و چون سرعت متحرک A مثبت و سرعت متحرک B منفی است، بنابراین مطابق شکل زیر می توان نوشت:

$$v_A = -2v_B \Rightarrow \frac{x' - 0}{t - 5} = -2 \times \frac{0 - x'}{20 - t} \Rightarrow t = 10s$$

حال با توجه به تشابه مثلث ها، فاصله دو متحرک از یکدیگر در لحظه $t = 20s$ برابر با $75m$ خواهد شد.



(فیزیک ۳- صفحه های ۱۳ تا ۱۵)

۱۰۳- گزینه «۳»

(غرشید رسولی)

در نمودارهای «الف» و «ب» در بازه زمانی 0 تا t_1 جهت حرکت متحرک ثابت است؛ بنابراین بزرگی جابه جایی و مسافت طی شده با یکدیگر برابر است. در نمودار «ب» در بازه زمانی 0 تا t_1 جهت حرکت متحرک عوض می شود. بنابراین مسافت طی شده و بزرگی جابه جایی با یکدیگر برابر نیستند.

(فیزیک ۳- صفحه های ۲ تا ۱۵)

۱۰۴- گزینه «۳»

(مسین الهی)

با توجه به اینکه حرکت هواپیما تا لحظه بلند شدن از روی باند با شتاب ثابت انجام می شود، بنابراین نمودار مکان- زمان آن سهمی است و در نتیجه گزینه (۴) نادرست است.

همچنین هواپیما از حال سکون شروع به حرکت کرده است، بنابراین سرعت اولیه آن صفر بوده و در نتیجه خط مماس بر نمودار مکان- زمان در لحظه شروع ($t = 0$) باید افقی باشد؛ بنابراین گزینه (۲) نیز نادرست است.

حال با استفاده از رابطه مکان- زمان در حرکت با شتاب ثابت، مکان هواپیما را در لحظه $t = 40s$ می یابیم. (مبدأ مکان، شروع حرکت هواپیما فرض می شود):

$$v_0 = 0, x_0 = 0, t = 40s, a = 3 \frac{m}{s^2}$$

$$x = \frac{1}{2}at^2 + v_0t + x_0$$

$$\Rightarrow x = \frac{1}{2} \times 3 \times 40^2 = 2400m$$

بنابراین گزینه (۳) صحیح است.

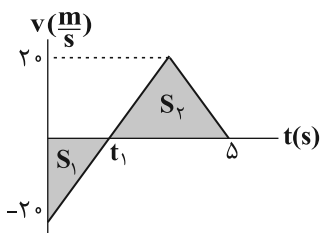
(فیزیک ۳- صفحه های ۱۵ تا ۱۸)

(برگرفته از کتاب درسی)

۱۰۵- گزینه «۱»

(علیرضا کونه)

لحظه ای که سرعت متحرک برابر با صفر می شود را t_1 می نامیم. برای به دست آوردن مسافت طی شده توسط متحرک کافی است مساحت های محصور بین نمودار سرعت- زمان و محور زمان را بدون توجه به علامت آن ها با یکدیگر جمع کنیم.



$$\ell = |S_1| + S_2$$

$$\Rightarrow \ell = \frac{20 \times t_1}{2} + \frac{20 \times (5 - t_1)}{2} = 10t_1 + 10(5 - t_1) = 50m$$

(فیزیک ۳- صفحه های ۲، ۳، ۱۹ و ۲۰)

۱۰۶- گزینه «۳»

(مصطفی کیانی)

با توجه به نمودار، خط مماس بر آن در لحظه $t = 0$ افقی می باشد که یعنی $v_0 = 0$ ، پس:

$$x = \frac{1}{2}at^2 + v_0t + x_0 \xrightarrow{v_0=0} x = \frac{1}{2}at^2 + x_0$$

متحرک در لحظه $t = 5s$ ، در مکان $x = 0$ قرار دارد. پس داریم:

$$0 = \frac{1}{2}(2)(5)^2 + x_0 \Rightarrow x_0 = -25m$$

معادله سرعت- زمان در حرکت شتاب ثابت، $v = at + v_0$ ، می باشد و

$$v = 2 \times 5 + 0 = 10 \frac{m}{s} \quad \text{برای محاسبه سرعت در لحظه } t = 5s \text{ داریم:}$$

(فیزیک ۳- صفحه های ۱۵ تا ۱۷)

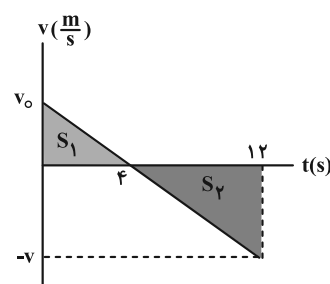
(برگرفته از آزمون نهایی فروردین ماه سال ۱۳۰۰)



۱۰۷- گزینه «۴»

(امیراعمر میرسعید)

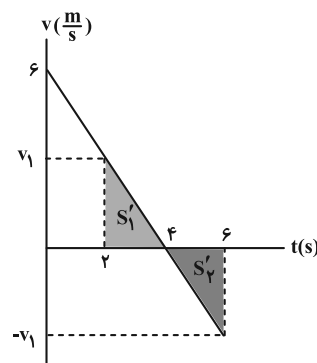
کمترین تندی متوسط در مدت ۴ ثانیه مربوط به زمانی است که تندی متحرک به کمترین مقدار می‌رسد، یعنی اطراف مکانی که تندی صفر است. پس ۲ ثانیه بعد از $v = 0$ و ۲ ثانیه قبل از $v = 0$ یعنی از لحظه $t_1 = 2s$ تا $t_2 = 6s$ را در نظر می‌گیریم، برای حل این مسئله در گام اول نمودار سرعت- زمان را رسم می‌کنیم، با توجه به شکل، سرعت اولیه مثبت ولی شتاب منفی است. پس:



$$\text{تشابه: } \frac{v_0}{4} = \frac{v}{12-4} \Rightarrow v = 2v_0$$

$$S_1 + S_2 = 0 \Rightarrow -\frac{v_0 \times 4}{2} + \frac{8 \times -2v_0}{2} = -36$$

$$\Rightarrow 2v_0 - 8v_0 = -36 \Rightarrow v_0 = 6 \frac{m}{s}$$



$$\text{تشابه: } \frac{6}{4} = \frac{v_1}{2} \Rightarrow v_1 = 3 \frac{m}{s}$$

$$S'_1 = \frac{3 \times 2}{2} = 3, \quad S'_2 = \frac{-3 \times 2}{2} = -3$$

$$\text{تندی متوسط: } s_{av} = \frac{S'_1 + |S'_2|}{4} = \frac{6}{4} = 1.5 \frac{m}{s}$$

(فیزیک ۳- صفحه‌های ۱۵ تا ۲۱)

۱۰۸- گزینه «۲»

(مسعود قره‌فانی)

برای محاسبه مسافت پیموده شده توسط سنگ در ثانیه پنجم داریم:

$$y = -\frac{1}{2}gt^2 \Rightarrow y_{f(s)} = -\frac{1}{2} \times 10 \times 4^2 = -80m$$

$$y_{\delta(s)} = -\frac{1}{2} \times 10 \times 5^2 = -125m$$

$$\Rightarrow \Delta y_{f-\delta} = y_{\delta(s)} - y_{f(s)} = -125 - (-80) = -45m$$

$$\Rightarrow |\Delta y_{f-\delta}| = 45m$$

یعنی متحرک از $t = 4s$ تا $t' = 5s$ مسافت $45m$ را به سمت پایین حرکت کرده است. حال مسافت پیموده شده در ۳ ثانیه اول حرکت را به دست می‌آوریم:

$$\Delta y_3 = -\frac{1}{2} \times 10 \times 3^2 = -45m \Rightarrow |\Delta y_3| = 45m$$

$$\Rightarrow \frac{|\Delta y_{f-\delta}|}{|\Delta y_3|} = \frac{45}{45} = 1$$

(فیزیک ۳- صفحه‌های ۲۱ تا ۲۴)

۱۰۹- گزینه «۲»

(مهران اسماعیلی)

اگر گلوله اول پس از زمان t_1 به زمین برسد و برای گلوله دوم زمان t_2 سپری شده باشد، می‌توان نوشت:

$$\begin{cases} h_1 = \frac{1}{2}gt_1^2 \\ h_2 = \frac{1}{2}gt_2^2 \end{cases} \xrightarrow{\frac{h_1=4}{h_2}} \frac{\frac{1}{2}gt_1^2}{\frac{1}{2}gt_2^2} = 4 \Rightarrow \frac{t_1^2}{t_2^2} = 4 \Rightarrow \frac{t_1}{t_2} = 2 \Rightarrow t_1 = 2t_2$$

در لحظه رسیدن گلوله اول به زمین، دو گلوله حداکثر فاصله را از یکدیگر دارند.

$$h_1 - h_2 = 135m \Rightarrow \frac{1}{2}gt_1^2 - \frac{1}{2}gt_2^2 = 135m$$

$$\xrightarrow{g=10 \frac{m}{s^2}} t_1^2 - t_2^2 = 27$$

$$(2t_2)^2 - t_2^2 = 27 \Rightarrow t_2^2 = 9 \Rightarrow t_2 = 3s$$

$$t_1 = 2t_2 = 6s \Rightarrow t_1 - t_2 = 3s$$

(فیزیک ۳- صفحه‌های ۲۱ تا ۲۴)

۱۱۰- گزینه «۱»

(مسام ناری)

با کمک معادله مکان- زمان، به صورت زیر عمل می‌کنیم:

$$t = 0.2s = \frac{1}{5}s, \quad h = 20cm = \frac{1}{5}m$$

$$\Delta y = \frac{1}{2}gt^2 \Rightarrow \frac{1}{5} = \frac{1}{2} \times g \times \left(\frac{1}{5}\right)^2 \Rightarrow g = 10 \frac{m}{s^2}$$

(فیزیک ۳- صفحه‌های ۲۱ تا ۲۴)

(مشابه تمرین ۱- ۱۲ صفحه ۲۴)

شیمی ۲

گزینه ۳» ۱۱۱-

(میدر زبلی)

گزینه اول نادرست است. بخش عمده انرژی شیر داغ، هنگام سوخت و ساز به بدن می‌رسد.

گزینه دوم نادرست است. در فرآیندهای گرماده، دما می‌تواند تغییر نکند.

گزینه سوم درست است.

گزینه چهارم نادرست است. در فرآیند سوخت و ساز شیر در بدن، شیر (۳۷°C) به فرآورده‌های (۳۷°C) تبدیل می‌شود.

(شیمی ۲- در پی غذای سالم؛ صفحه‌های ۶۰ و ۶۱)

گزینه ۲» ۱۱۲-

(میلاد شیخ‌الاسلامی فیاضی)

گرمای از دست رفته توسط آب ۳۰°C صرف ذوب شدن یخ صفر درجه و تبدیل آن به آب صفر درجه خواهد شد پس گرمای از دست رفته توسط آن را به دست می‌آوریم:

$$Q = mc\Delta\theta \Rightarrow Q = 100 \times 4 \times (0 - 30)$$

(علامت منفی نشان‌دهنده آزاد شدن گرماست). -12000 J

همین مقدار گرما توسط یخ صفر درجه جذب شده و به آب صفر درجه تبدیل می‌شود. طبق گفته سوال هر مول یخ برای ذوب شدن به ۶۰۰۰ گرما نیاز دارد پس ۱۲۰۰۰ ژول گرما می‌تواند ۲ مول یخ را به آب صفر درجه تبدیل کند. با توجه به جرم مولی آب، جرم یخ ذوب شده برابر است

$$\text{یخ } 36 \text{ g} = \frac{\text{یخ } 18 \text{ g}}{\text{مول یخ}} \times 2 \text{ mol}$$

(شیمی ۲- در پی غذای سالم؛ صفحه ۶۰)

گزینه ۳» ۱۱۳-

(آترین صبا)

گرمای ویژه آب به مقدار آن بستگی ندارد (درستی گزینه اول). دما معیاری از سردی و گرمی اجسام بوده و میانگین انرژی جنبشی ذرات سازنده ماده را نشان می‌دهد. با توجه به یکسان بودن دمای دو ظرف، میانگین انرژی جنبشی مولکول‌های آب نیز در دو ظرف برابر است (درستی گزینه دوم). ظرفیت گرمایی یک ماده علاوه بر نوع و حالت فیزیکی آن ماده، به مقدارش هم بستگی دارد و با افزایش مقدار آب، C بیشتر می‌شود (نادرستی گزینه سوم). در اثر انداختن گلوله فلزی داغ مشابه در دو ظرف، دمای نهایی آب در ظرف اول بیشتر از ظرف دوم است، زیرا ظرفیت گرمایی آب در ظرف اول کمتر بوده و با دریافت مقدار گرمای یکسان نسبت به ظرف دوم افزایش دمای بیشتری دارد (درستی گزینه چهارم).

(شیمی ۲- در پی غذای سالم؛ صفحه‌های ۵۷ تا ۶۰)

(برگرفته از کنکور تهرانی ۱۴۰۰)

گزینه ۲» ۱۱۴-

(اکبر هنرمند)

در واکنش (I)، به ازای مصرف x مول NaHCO_3 ، $\frac{x}{2}$ مول CO_2 و $\frac{x}{2}$ مول H_2O و در واکنش (II)، به ازای مصرف y مول CaCO_3 ، y مول CO_2 تولید می‌شود. بنابراین:

$$n_{\text{H}_2\text{O}} = \frac{x}{2} \quad n_{\text{CO}_2} = \frac{x}{2} + y$$

با توجه به گرمای داده شده به فرآورده‌ها، می‌توان مول هر فرآورده را به دست آورد:

$$m_{\text{H}_2\text{O}} = \frac{Q}{c\Delta\theta} = \frac{4320}{4 \times 10} = 108 \text{ g}$$

$$n_{\text{H}_2\text{O}} = 108 \text{ g H}_2\text{O} \times \frac{1 \text{ mol H}_2\text{O}}{18 \text{ g H}_2\text{O}} = 6 \text{ mol} \Rightarrow x = 12$$

$$m_{\text{CO}_2} = \frac{Q}{c\Delta\theta} = \frac{4224}{0.8 \times 15} = 352 \text{ g}$$

$$n_{\text{CO}_2} = 352 \text{ g CO}_2 \times \frac{1 \text{ mol CO}_2}{44 \text{ g CO}_2} = 8 \text{ mol} \Rightarrow y = 2$$

حالا می‌توان جرم مخلوط را محاسبه نمود:

$$\text{جرم مخلوط} = (12 \times 84) + (2 \times 100) = 1208 \text{ g}$$

(شیمی ۲- در پی غذای سالم؛ صفحه‌های ۵۸ تا ۶۰)

گزینه ۲» ۱۱۵-

(مسعود یعقوبی)

فرایندهای گرماگیر:

تبخیر آب - تصعید یخ خشک - ذوب شدن بستنی

در این فرایندها سامانه با جذب گرما به سطح انرژی بالاتر می‌رود.

انرژی



(شیمی ۲- در پی غذای سالم؛ صفحه‌های ۶۰ و ۶۱)

گزینه ۲» ۱۱۶-

(سالار ملکی)

گرمای آزاد شده از سوختن یک گرم از هر یک از هیدروکربن‌ها را محاسبه می‌کنیم.

$$1) \text{ g C}_2\text{H}_6 \times \frac{1 \text{ mol}}{30 \text{ g}} \times \frac{-1560 \text{ kJ}}{1 \text{ mol}} = -52 \text{ kJ}$$

$$2) \text{ g C}_3\text{H}_8 \times \frac{1 \text{ mol}}{44 \text{ g}} \times \frac{-2088 \text{ kJ}}{1 \text{ mol}} = -47 \text{ kJ}$$

$$3) \text{ g C}_4\text{H}_{10} \times \frac{1 \text{ mol}}{58 \text{ g}} \times \frac{-1410 \text{ kJ}}{1 \text{ mol}} = -24.3 \text{ kJ}$$

$$4) \text{ g C}_5\text{H}_{12} \times \frac{1 \text{ mol}}{72 \text{ g}} \times \frac{-1300 \text{ kJ}}{1 \text{ mol}} = -18.1 \text{ kJ}$$

(شیمی ۲- در پی غذای سالم؛ صفحه‌های ۷۲ و ۷۳)

۱۱۷- گزینه «۱»

(خارج از کشور تهرانی ۱۴۰۰)

برای محاسبه $|\Delta H|$ واکنش موردنظر، ضرایب واکنش اول را بدون تغییر جهت معادله در ۳ ضرب می‌کنیم، واکنش دوم را معکوس کرده و ضرایب آن را نصف می‌کنیم و ضریب‌های واکنش سوم را بدون تغییر جهت در $\frac{1}{4}$ ضرب می‌کنیم:

$$\Delta H = 3\Delta H_1 + \left(-\frac{1}{4}\right)\Delta H_2 + \frac{1}{4}\Delta H_3$$

$$= 3(-184/6) + \frac{1374}{4} - \frac{493/4}{2}$$

$$\Delta H = -113/5 \text{ kJ}$$

$$? \text{ mol BCl}_3 = 45/4 \text{ kJ} \times \frac{1 \text{ mol BCl}_3}{113/5 \text{ kJ}} = 0/4 \text{ mol BCl}_3$$

(شیمی ۲- در پی غذای سالم: صفحه‌های ۷۲ تا ۷۵)

۱۱۸- گزینه «۲»

(میانگین)

ابتدا تغییر آنتالپی سوختن پروپین و اتین را که به دلیل اضافه شدن یک گروه CH_3 به وجود می‌آید را حساب می‌کنیم، سپس آنتالپی سوختن بوتین را محاسبه می‌کنیم:

$$\Delta H(\text{CH}_3) = \Delta H(\text{C}_3\text{H}_4) - \Delta H(\text{C}_2\text{H}_2)$$

$$= -1938 - (-1300) = -638 \text{ kJ.mol}^{-1}$$

$$\Delta H(\text{C}_4\text{H}_6) = \Delta H(\text{C}_3\text{H}_4) + \Delta H(\text{CH}_3)$$

$$\Rightarrow -1938 - 638 = -2576 \text{ kJ}$$

حالا انرژی آزاد شده از سوختن بوتین را محاسبه می‌کنیم:

$$? \text{ kJ} = 28 \text{ g C}_4\text{H}_6 \times \frac{2576}{100} \times \frac{1 \text{ mol C}_4\text{H}_6}{54 \text{ g C}_4\text{H}_6}$$

$$\times \frac{-2576 \text{ kJ}}{1 \text{ mol C}_4\text{H}_6} \approx -935 \text{ kJ}$$

$$? \text{ g C}_4\text{H}_6 = -935 \text{ kJ} \times \frac{2 \text{ mol C}_4\text{H}_6}{-3120 \text{ kJ}}$$

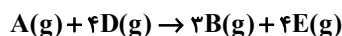
$$\times \frac{30 \text{ g}}{1 \text{ mol C}_4\text{H}_6} \approx 18 \text{ g C}_4\text{H}_6$$

(شیمی ۲- در پی غذای سالم: صفحه‌های ۷۲ و ۷۳)

۱۱۹- گزینه «۱»

(کارو ممدری)

اجزای واکنش (II) را در ۲ ضرب کرده، (III) را معکوس می‌کنیم واکنش (I) را بدون تغییر باقی می‌گذاریم. با جمع کردن این واکنش‌ها می‌توان به واکنش مورد نظر سؤال رسید.



$$\Delta H = \Delta H_1 + 2\Delta H_2 - \Delta H_3 = 542 + 2(-98) - 891$$

$$= -545 \text{ kJ}$$

در این واکنش، به ازای تولید هفت مول گاز

$$545 \text{ kJ} = 3 \text{ mol B(g)} + 4 \text{ mol E(g)} = 7 \text{ mol (g)}$$

کیلوژول گرما آزاد می‌شود.

$$? \text{ mol گاز} = 43/6 \text{ kJ} \times \frac{7 \text{ mol گاز}}{545 \text{ kJ}} = 0/56 \text{ mol گاز}$$

(شیمی ۲- در پی غذای سالم: صفحه‌های ۷۲ تا ۷۵)

۱۲۰- گزینه «۲»

(امین فوشنوسان)

عبارت «پ» و «ت» نادرست است.

تعداد کربن‌ها (n) برابر ۱۰ عدد است. برای محاسبه تعداد H ها، تعداد پیوندهای دوگانه و حلقه را با هم جمع کرده و در عدد ۲ ضرب کرده و از $2n + 2$ کم می‌کنیم.

$$\text{H} : (2n + 2) - [(4 + 1) \times 2] \xrightarrow{n=10} \text{H} = 12$$

پس فرمول ترکیب داده شده $\text{C}_{10}\text{H}_{12}\text{O}$ می‌باشد و فرمول مولکولی ۲-

هپتانون $\text{C}_7\text{H}_{14}\text{O}$ است مجموع شمار اتم‌ها در این دو مولکول به ترتیب ۲۳ و ۲۲ می‌باشد.

برای محاسبه پیوند اشتراکی از رابطه زیر استفاده می‌شود:

$$\text{تعداد پیوند اشتراکی} = \frac{(4 \times \text{C}) + (\text{H}) + (2 \times \text{O})}{2}$$

$$= \frac{10(4) + (12 \times 1) + (1 \times 2)}{2} = 27$$

(شیمی ۲- در پی غذای سالم: صفحه‌های ۶۸ تا ۷۰)

شیمی ۱

۱۲۱- گزینه «۲»

(عمید زبئی)

بررسی همه گزینه‌ها:

(۱) درست؛ در لایه‌های اول و سوم هواکره، با افزایش ارتفاع، دما کاهش می‌یابد.

(۲) نادرست؛ در ارتفاعات بسیار بالا، گونه‌های خنثی و مثبت یافت می‌شود.

(۳) درست؛ حدود ۷۵ درصد جرم هواکره را تروپوسفر تشکیل می‌دهد.

(۴) درست؛ با افزایش ارتفاع، غلظت گازها در هواکره کاهش می‌یابد اما درصد حجمی آن‌ها ثابت است.

(شیمی ۱- ردپای گازها در زندگی؛ صفحه‌های ۳۹ تا ۵۱)

۱۲۲- گزینه «۱»

(روزبه رضوانی)

$$T = \theta + 273 \rightarrow 25 + 273 = 298K$$

با توجه به اینکه به ازای هر کیلومتر ۶ درجه سانتی‌گراد کاهش دما داریم؛

از آنجایی که تغییرات دمای سلیوس و کلون با هم برابر است، داریم:

$$8400m \times \frac{-6^\circ C}{1000m} = -50 / 4^\circ C = \Delta\theta \Rightarrow \Delta T = -50 / 4K$$

$$298 - 50 / 4 = 247 / 6K$$

$$\text{درصد تغییرات} = \frac{|247/6 - 298|}{298} \times 100 \approx 16/91$$

(شیمی ۱- ردپای گازها در زندگی؛ صفحه ۵۰)

۱۲۳- گزینه «۲»

(امیر هاتمیان)

بررسی همه گزینه‌ها:

(۱) تهیه اکسیژن صد درصد خالص در این فرایند، دشوار است. زیرا نقطه جوش آن نزدیک به آرگون است.

(۲) نقطه جوش گازهای اکسیژن، آرگون و نیتروژن برحسب درجه سلسیوس،

به ترتیب برابر ۱۸۳-، ۱۸۶- و ۱۹۶- است. بنابراین طی کاهش دما، ابتدا

اکسیژن، سپس آرگون و در نهایت گاز نیتروژن به حالت مایع تبدیل می‌شود.

(۳) در حالت (۳) آرگون به صورت گاز از هوای مایع خارج می‌شود اما گاز

اکسیژن همچنان به صورت مایع در ظرف وجود دارد که در هواکره درصد

حجمی بالایی (حدود ۲۰٪) دارد.

(۴) گاز خارج شده در حالت (۲) نیتروژن است ولی از هلیوم برای خنک کردن

قطعات الکترونیکی در دستگاه‌های تصویربرداری مانند MRI استفاده می‌شود.

(شیمی ۱- ردپای گازها در زندگی؛ صفحه‌های ۳۹ تا ۵۳)

۱۲۴- گزینه «۳»

(سیدرضا رضوی)

بررسی گزینه‌های نادرست:

(۱) عنصر اکسیژن با اغلب (نه همه) عناصر واکنش می‌دهد.

(۲) با افزایش ارتفاع نسبت به سطح زمین، فشار گاز اکسیژن و همچنین

غلظت آن کاهش می‌یابد.

(۴) کربن مونوکسید نسبت به کربن دی‌اکسید سطح انرژی بیشتری دارد و

ناپایدارتر است.

(شیمی ۱- ردپای گازها در زندگی؛ صفحه‌های ۴۹، ۵۲، ۵۳ تا ۵۸)

۱۲۵- گزینه «۳»

(امیررضا جعفری)

موارد (ب)، (ت) نادرست هستند. Al_2O_3 : آلومینیم اکسید؛ CuO : مس

(II) اکسید؛

دقت کنید: اگر در فرمول مولکولی یک ترکیب، تنها یک اتم از عنصر سمت

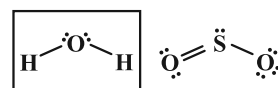
چپ وجود داشته باشد، پیشوند مونو را به کار نمی‌بریم.

(شیمی ۱- ردپای گازها در زندگی؛ صفحه‌های ۵۶ تا ۵۸)

۱۲۶- گزینه «۳»

(امیر قاسمی)

ساختار لوویس ترکیبات مذکور به صورت زیر است:



(شیمی ۱- ردپای گازها در زندگی؛ صفحه‌های ۵۷ و ۵۸)

۱۲۷- گزینه «۱»

(میلاد شیخ الاسلامی فیاوی)

بررسی همه گزینه‌ها:

۱) نادرست؛ فراورده سوختن ناقص سوخت‌های فسیلی فقط کربن مونوکسید و بخار آب نیست و طبق متن کتاب درسی فراورده‌های دیگر نیز تولید می‌شوند.

۲) درست؛ نور حاصل از سوختن گوگرد آبی و نور حاصل از سوختن سدیم زرد است. طول موج نور آبی کوتاه‌تر از زرد است.

۳) درست؛ سوختن واکنشی شیمیایی است که در آن، یک ماده با اکسیژن به سرعت واکنش می‌دهد و بخشی از انرژی شیمیایی آن به صورت گرما و نور آزاد می‌شود.

۴) درست؛ میل ترکیبی کربن مونوکسید با هموگلوبین خون بیش از ۲۰۰ برابر اکسیژن است در نتیجه میل ترکیبی اکسیژن با هموگلوبین خون کمتر از پنج هزارم برابر $\left(\frac{1}{۲۰۰}\right)$ کربن مونوکسید است.

(شیمی ۱- ردپای گازها در زندگی؛ صفحه‌های ۵۶ تا ۶۰)

۱۲۸- گزینه «۳»

(صارق در تومیان)

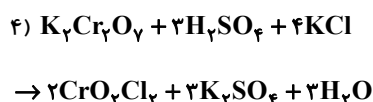
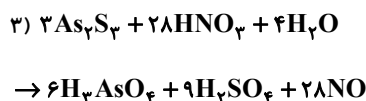
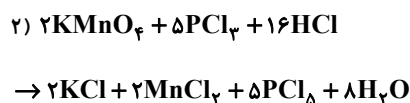
در معادله نمادی، حالت فیزیکی مواد مشخص می‌گردد. نماد « Δ » نشان می‌دهد که واکنش‌دهنده‌ها بر اثر گرم شدن واکنش می‌دهند.

(شیمی ۱- ردپای گازها در زندگی؛ صفحه‌های ۶۲ و ۶۳)

۱۲۹- گزینه «۳»

(مبتنی محبوب)

واکنش‌های مورد نظر به شکل زیر، موازنه می‌شوند و با توجه به آن گزینه «۳» درست است.



(شیمی ۱- ردپای گازها در زندگی؛ صفحه‌های ۶۲ تا ۶۵)

۱۳۰- گزینه «۴»

(مبتنی محبوب)

طبق شکل صفحه ۶۹ کتاب درسی زمین بخش قابل توجهی از گرمای جذب شده را به صورت تابش فروسرخ از دست می‌دهد ولی گازهای گلخانه‌ای مانع از خروج کامل گرمای آزاد شده می‌شوند.

بررسی نادرستی سایر گزینه‌ها:

۱) در سده اخیر میانگین جهانی سطح آب‌های آزاد افزایش یافته است.

۲) در سده اخیر میانگین جهانی دمای سطح زمین افزایش یافته است.

۳) هواکره همانند لایه پلاستیکی برای گلخانه است و سبب گرم شدن کره زمین می‌شود.

(شیمی ۱- ردپای گازها در زندگی؛ صفحه‌های ۶۷ تا ۶۹)

شیمی ۳

۱۳۱- گزینه «۱»

(عمید زبئی)

هرچه غلظت یون‌های آزاد موجود در یک محلول بیشتر باشد، رسانایی محلول بیشتر است.

بررسی گزینه‌ها:

گزینه «۱»: محلول HCl اسیدی قوی می‌باشد.

$$[\text{H}^+] = M = 0.05 \text{ mol} \cdot \text{L}^{-1}$$

$$\Rightarrow \text{غلظت کل یون‌ها} = 0.1 \text{ mol} \cdot \text{L}^{-1}$$

گزینه «۲»: در محلول HCN ، غلظت H_3O^+ با غلظت CN^- برابر است.

$$[\text{H}_3\text{O}^+] = M\alpha = \frac{2}{100} \times 0.05 = 0.001 \text{ mol} \cdot \text{L}^{-1}$$

$$\text{غلظت کل یون‌ها} = 2 \times 0.001 = 0.002 \text{ mol} \cdot \text{L}^{-1}$$

گزینه «۳»: HNO_3 اسید قوی به شمار می‌آید.

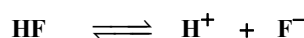
$$? \text{ mol HNO}_3 = 0.0315 \text{ g HNO}_3 \times \frac{1 \text{ mol HNO}_3}{63 \text{ g HNO}_3} = 0.005 \text{ mol HNO}_3$$

$$[\text{HNO}_3] = \frac{0.005 \text{ mol}}{0.05 \text{ L}} = 0.1 \text{ mol} \cdot \text{L}^{-1}$$

$$\Rightarrow [\text{H}_3\text{O}^+] = 0.1 \text{ mol} \cdot \text{L}^{-1}$$

$$\Rightarrow \text{غلظت کل یون‌ها} = 2 \times 0.1 = 0.2 \text{ mol} \cdot \text{L}^{-1}$$

گزینه «۴»: HF اسید ضعیفی می‌باشد. برای تعیین غلظت یون‌ها جدول تغییرات تنظیم می‌کنیم:



$$0.2 - x \qquad x \qquad x$$

$$K_a = \frac{[\text{H}^+][\text{F}^-]}{[\text{HF}]} \Rightarrow 6 \times 10^{-4} = \frac{x^2}{0.2 - x} \Rightarrow x \approx 0.01 \text{ mol} \cdot \text{L}^{-1}$$

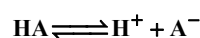
$$\text{غلظت کل یون‌ها} = 2x \approx 0.02 \text{ mol} \cdot \text{L}^{-1}$$

(شیمی ۳- مولکول‌ها در فرمت تندرستی؛ صفحه‌های ۱۶ تا ۲۴)

۱۳۲- گزینه «۲»

(آرمین عطیمی)

معادله یونش اسید HA به صورت زیر است:



رابطه درصد یونش به صورت زیر است:

$$\text{درصد یونش} = \frac{\text{شمار مولکول‌های یونیده شده}}{\text{شمار کل مولکول‌های حل شده}} \times 100$$

$$= \frac{250}{750 + 250} \times 100 = 25\%$$

(شیمی ۳- مولکول‌ها در فرمت تندرستی؛ صفحه‌های ۱۸ و ۱۹)

۱۳۳- گزینه «۱»

(رسول عابدینی زواره)

بررسی همه گزینه‌ها:

(۱) در زندگی روزانه با انواع اسیدها سروکار داریم که برخی قوی و اغلب ضعیف هستند. اسیدهای خوراکی و اسید موجود در مرکبات نیز ضعیف هستند.

(۲) اسیدها را براساس درجه یونش آن‌ها به دو دسته قوی و ضعیف دسته‌بندی می‌کنند. اسیدهایی قوی هستند که می‌توان یونش آن‌ها را در آب کامل در نظر گرفت ($\alpha \approx 1$).

(۳) تنها هیدروژن گروه کربوکسیل در کربوکسیلیک اسیدها می‌تواند به صورت یون هیدرونیوم وارد محلول شود.

(۴) اسید موجود در ریواس اسید ضعیف است. در اسیدهای ضعیف مقدار کمی از یون‌های آب پوشیده به همراه شمار زیادی از مولکول‌های یونیده نشده در محلول یافت می‌شوند.

(شیمی ۳- مولکول‌ها در فرمت تندرستی؛ صفحه‌های ۱۶ تا ۱۹)

(برگرفته از متن کتاب)

۱۳۴- گزینه «۱»

(امیر هاتمیان)

نکته: سامانه تعادلی را می‌توان از دیدگاه کیفی و کمی بررسی کرد. محلول اسیدهای ضعیف در آب سامانه تعادلی است. از دیدگاه کیفی رفتاری که سبب می‌شود غلظت تعادلی همه گونه‌ها در سامانه، ثابت (و نه الزاماً برابر) بماند این است که سرعت تولید هرگونه با سرعت مصرف آن برابر است. از دیدگاه کمی ثابت تعادل بررسی می‌شود.

(۱) نادرست - در واکنش‌های تعادلی غلظت گونه‌های شرکت کننده در تعادل ثابت است، ولی لزوماً برابر نیست.

(۲) درست - در هنگام تعادل، سرعت واکنش رفت با سرعت واکنش برگشت برابر است.

(۳) درست - ثابت تعادل هر سامانه تعادلی فقط تابع دما است.

(۴) درست - ثابت یونش یک اسید، نسبت حاصل ضرب غلظت تعادلی یون‌های موجود در محلول را به غلظت تعادلی آن اسید نشان می‌دهد.

(شیمی ۳- مولکول‌ها در فرمت تندرستی؛ صفحه‌های ۲۰ تا ۲۳)

۱۳۵- گزینه «۳»

(رسول عابدینی زواره)

بررسی گزینه‌ها:

گزینه «۱»: درست؛ اسید HX به طور کامل یونیده شده است، یعنی میزان یون‌های آن بیشتر است؛ پس در غلظت برابر با اسید دیگر رسانایی الکتریکی بیشتری دارد.

گزینه «۲»: درست؛ در محلول HX مولکول یونیده نشده وجود ندارد؛ چون به طور کامل به یون تبدیل شده است.

گزینه «۳»: نادرست؛ در اسید قوی‌تر HX غلظت یون هیدرونیوم بیشتر، اما غلظت یون هیدروکسید کمتر است.

گزینه «۴»: درست؛ اسید HX اسید قوی‌تری نسبت به اسید HA است و ثابت یونش بیشتری هم دارد.

(شیمی ۳- مولکول‌ها در فرمت تندرستی؛ صفحه‌های ۱۶ تا ۲۴)

(برگرفته از با هم بیندیشیم صفحه ۱۸)

۱۳۶- گزینه «۴»

(نویز نقاشان)

از آنجا که ثابت یونش اسیدی برای HA بیشتر از HB است، پس در دما و غلظت یکسان HA اسید قوی‌تر از HB می‌باشد.
بررسی گزینه‌ها:

گزینه «۱»: قدرت اسیدی HA بیشتر از HB است.

گزینه «۲»: در شرایط یکسان از نظر دما و غلظت، از آنجا که اسید HA قوی‌تر است، پس رسانایی الکتریکی محلول حاوی اسید HA بیشتر است.

گزینه «۳»: از آنجا که اسید HB ضعیف‌تر است، در شرایط یکسان از نظر دما و غلظت، غلظت H^+ در محلول حاوی اسید HB کمتر و در نتیجه pH آن محلول بیشتر است.

گزینه «۴»: ثابت تعادل تغییر می‌کند ولی دقیق نمی‌توان محاسبه نمود فقط می‌توانیم نتیجه بگیریم که K_a هر دو واکنش تغییر می‌کند.

(شیمی ۳- مولکول‌ها در فرمت تدرستی: صفحه‌های ۱۶ تا ۲۸)

۱۳۷- گزینه «۱»

(امین نوروزی)

۱) محلول HBr اسید قوی است پس با یونش کامل در نظر گرفته می‌شود و در محلول نهایی، HBr مولکولی (یونیده نشده) تقریباً صفر است و غلظت نهایی H^+ و Br^- با غلظت اولیه HBr برابر است.

۲) محلول HF اسید ضعیف است. پس $[F^-] = [H^+] > [HF]$ است.

۳) HI اسید قوی است و تقریباً HI یونیده نشده (مولکولی) در محلول آن یافت نمی‌شود: $(HI) \approx 0$

۴) محلول HCN اسید ضعیف است و شمار ناچیزی از یون‌های آب پوشیده H^+ و CN^- در محلول آن وجود دارد و کمتر از $0.3M$ مربوط به CN^- است.

(شیمی ۳- مولکول‌ها در فرمت تدرستی: صفحه‌های ۱۹، ۲۲ و ۲۳)

۱۳۸- گزینه «۳»

(سیدرضا عادل)

$$0.94g HA \times \frac{1 \text{ mol } HA}{47g HA} = 0.02 \text{ mol } HA$$

HA	$\rightleftharpoons$	H^+	+	A^-	
۰/۰۲		۰		۰	غلظت اولیه
-4×10^{-3}		$+4 \times 10^{-3}$		$+4 \times 10^{-3}$	تغییرات غلظت
۰/۰۱۶		4×10^{-3}		4×10^{-3}	غلظت تعادلی

$$K_a = \frac{[H^+][A^-]}{[HA]} \Rightarrow \frac{(4 \times 10^{-3})(4 \times 10^{-3})}{16 \times 10^{-3}} = 10^{-3} \text{ mol.L}^{-1}$$

دقت کنید که به ازای تولید هر مول A^- همان مقدار H^+ تولید می‌شود.
مقدار pH محلول برابر است با:

$$pH = -\log[H^+] = -\log 4 \times 10^{-3} = 3 - \log 4$$

$$= 3 - 2 \log 2 = 2/4$$

$$[H^+].[OH^-] = 10^{-14} \Rightarrow [OH^-] = \frac{10^{-14}}{[H^+]} = \frac{10^{-14}}{4 \times 10^{-3}}$$

$$= 2/5 \times 10^{-12} \text{ mol.L}^{-1}$$

$$\frac{pH}{[OH^-]} = \frac{2/4}{2/5 \times 10^{-12}} = 9/6 \times 10^{11}$$

(شیمی ۳- مولکول‌ها در فرمت تدرستی: صفحه‌های ۱۸ تا ۲۸)

۱۳۹- گزینه «۲»

(هانی سوری)

محلول HA طبق $[HA] = M.V$ شامل ۲ مول HA است.
حجم محلول نهایی ۲ لیتر خواهد بود.

$$\alpha = \frac{[H^+]}{M} \text{ مقدار } [H^+] \text{ در محلول } HA \text{ برابر است با:}$$

$$[H^+] = M.\alpha$$

$$(M.\alpha) + 0/1 \text{ مقدار مول } H^+ \text{ محلول نهایی برابر است با:}$$

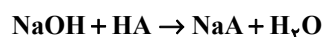
$$pH = -\log[H^+] \Rightarrow 0/3 = -\log[H^+]$$

$$[H^+] = 10^{-0/3} = 10^{-1} \times 10^{0/7} = 0/5$$

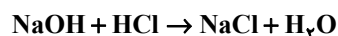
$$[H^+].V = H^+ \Rightarrow 0/5 \times 2 = 1 \text{ mol } H^+$$

$$\Rightarrow 1 = M.\alpha + 0/1 \Rightarrow 2 \times \alpha = 0/9 \Rightarrow \alpha = 0/45$$

$$\Rightarrow 45\% = \text{درصد یونش}$$



$$2 \text{ mol } HA \times \frac{1 \text{ mol } NaOH}{1 \text{ mol } HA} \times \frac{40g NaOH}{1 \text{ mol } NaOH} = 80g NaOH$$



$$0/1 \text{ mol } HCl \times \frac{1 \text{ mol } NaOH}{1 \text{ mol } HCl} \times \frac{40g NaOH}{1 \text{ mol } NaOH} = 4g NaOH$$

پس $80 + 4 = 84$ گرم $NaOH$ نیاز است.

(شیمی ۳- مولکول‌ها در فرمت تدرستی: صفحه‌های ۱۸، ۱۹ و ۲۴ تا ۳۲)

۱۴۰- گزینه «۲»

(سهراب صادقی‌زاده)

هنگام استفاده از محلول غلیظ سود، رعایت نکات ایمنی ضروری است؛ زیرا تماس این محلول با بدن و تنفس بخارات آن آسیب جدی به دنبال دارد.

(شیمی ۳- مولکول‌ها در فرمت تدرستی: صفحه‌های ۱۲ و ۳۰ تا ۳۲)

(برگرفته از متن کتاب)