



# آزمون ۸ اسفند ۱۴۰۴

## اختصاصی دوازدهم ریاضی

# دفترچه پاسخ

نام درس	نام طراحان
حسابان ۲ و ریاضی پایه	شاهین پروازی-علی پسندیده-سعید تن آرا-احمد حسن زاده فرد-روح اله حسنی-سید منصور حسینی-افشین خاصه خان سینا خیر خواه-مریم زارعی-سامان سلامیان-الهام شیخ مو-فاطمه صدیقی-حمید علیزاده-یاسین کشاورزی-سید سپهر متولیان حامد معنوی-مهرداد ملوندی-سید محمد موسوی-علی ناری ایبانه-غلامرضا نیازی-جهانبخش نیکنام
هندسه و آمار و ریاضیات گسسته	امیر حسین ابومحبوب-عباس الهی-علی پسندیده-روح اله حسنی-سید محمد رضا حسینی فرد-افشین خاصه خان-فرزانه خاکپاش محمد خندان-مسعود درویشی-سوگند روشنی-محمد شاه محمدی-علیرضا شریف خطیبی-حامد معنوی-مهرداد ملوندی نیلوفر مهدوی-محمد ناری ایبانه
فیزیک	مهران اسماعیلی-علی برزگر-علیرضا جباری-مهرداد حاجی-محمد رضا خادمی-رحمت اله خیراله زاده سماکوش آرمان رجب خیر فومنی-زهرا رضائی-علی عالی بری-مصطفی کیانی-احمد مرادی پور-محمد کاظم منشادی-افشین مینو محمد رضا نصیری
شیمی	هدی بهاری پور-محمد رضا پور جاوید-سعید تیزرو-مجید جلیل ناغونی-محمد رضا جمشیدی-ندا حسین پور مقدم-پیمان خواجهی مجد یاسر راش-احسان روستایی-مبینا سید حسینی-محسن مجنونی-مجتبی محبوب-مهشید نیازی

### گزینشگران و ویراستاران

نام درس	حسابان ۲ و ریاضی پایه	هندسه	آمار و ریاضیات گسسته	فیزیک	شیمی
گزینشگر	کاظم اجلائی	امیر حسین ابومحبوب	امیر حسین ابومحبوب	مصطفی کیانی	یاسر راش
گروه ویراستاری	امیر حسین ابومحبوب مهرداد ملوندی	امیر حسین ابومحبوب مهرداد ملوندی	امیر حسین ابومحبوب مهرداد ملوندی	حسین بصیر تر کمبور زهرا آقامحمدی	مهشید نیازی امیرعلی بیات امیر حسین توحیدی
بازبینی نهایی رئیس هیات برتر	آرین غلامی سینا صالحی	آرین غلامی	آرین غلامی	سینا صالحی امیررضا مرادی	فرزاد حلاج مقدم
مسئول درس	سید سپهر متولیان	محمد خندان	محمد خندان	حسام نادری	مجتبی محبوب
مستندسازی	سمیه اسکندری	سجاد سلیمی	سجاد سلیمی	محمد رضا مهدوی	علیرضا نجفی
ویراستاران مستندسازی	معصومه صنعت کار-فرشته کیمبرانی-سجاد سلیمی-مهسا محمدنیا پرهم مهر آرا سجاد بهارلویی				

### گروه فنی و تولید

مدیر گروه	مهرداد ملوندی
مسئول دفترچه	نرگس غنی زاده
گروه مستندسازی	مدیر گروه: محیا اصغری مسئول دفترچه: الهه شهبازی
حروفنگار	فرزانه فتح اله زاده
ناظر چاپ	سوران نعیمی

### گروه آزمون

### بنیاد علمی آموزشی قلم چی (وقف عام)

دفتر مرکزی: خیابان انقلاب بین صبا و فلسطین - پلاک ۹۲۳ - کانون فرهنگی آموزش - تلفن: ۰۲۱-۶۴۶۳



## حسابان ۲

گزینه «۲» ۱-

داریم:

(میوانش نیکنام)

$$(g \circ f)'(-2) = f''(-2)g'(f'(-2))$$

$$f'(x) = -\frac{\pi}{2} \sin \frac{\pi}{2} x \Rightarrow f'(-2) = 0$$

$$f''(x) = -\frac{\pi^2}{4} \cos \frac{\pi}{2} x \Rightarrow f''(-2) = \frac{\pi^2}{4}$$

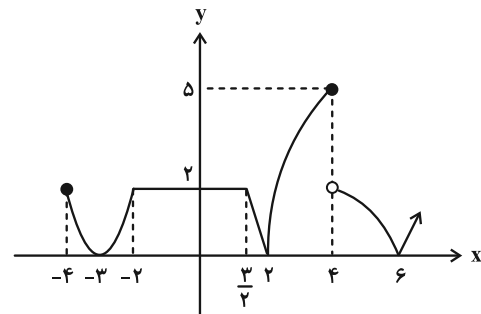
$$g'(x) = \frac{4}{2\sqrt{4x+1}} = \frac{2}{\sqrt{4x+1}} \Rightarrow g'(f'(-2)) = g'(0) = 2$$

$$\Rightarrow (g \circ f)'(-2) = \frac{\pi^2}{4} (2) = \frac{\pi^2}{2}$$

(حسابان ۲- مشتق؛ صفحه‌های ۹۸ تا ۱۰۱)

گزینه «۲» ۲-

(سعید تن آرا)

نمودار تابع  $g(x) = |f(x)|$  به صورت زیر می‌باشد:

بررسی گزینه‌ها:

۱) در  $g$  در  $[-4, 0)$  مشتق پذیر نیست، زیرا  $g'(-2)$  موجود نیست.۲) در  $g$  در  $[-2, \frac{3}{2})$  مشتق پذیر است و مشتق آن برابر صفر می‌باشد.۳) در  $g$  در  $[0, 4]$  مشتق پذیر نیست، چون  $g'(\frac{3}{2})$  و  $g'(2)$  موجود نمی‌باشند.۴) در  $g$  در  $(4, +\infty)$  مشتق پذیر نیست، چون  $g'(6)$  موجود نیست.

(حسابان ۲- مشتق؛ مشابه کار در کلاس صفحه ۹۸)

گزینه «۲» ۳-

(الهام شیخ‌ممو)

ابتدا مشتق اول را محاسبه می‌کنیم:

$$y'(x) = \frac{4(x+3) - (4x+4)}{(x+3)^2} = \frac{8}{(x+3)^2}$$

$$\Rightarrow y''(x) = \frac{0 - 2(x+3) \times 8}{(x+3)^4} = -\frac{16}{(x+3)^3}$$

$$\Rightarrow y''(1) = -\frac{16}{4^3} = -\frac{16}{64} = -\frac{1}{4}$$

(حسابان ۲- مشتق؛ صفحه ۹۸)

گزینه «۳» ۴-

(امیر حسن؛ زاره فرز)

طبق قاعده مشتق تقسیم داریم:

$$f'(x) = \frac{(1)(\sqrt{x-1}) - \frac{x}{2\sqrt{x-1}}}{(\sqrt{x-1})^2} = \frac{\sqrt{x-1} - \frac{x}{2\sqrt{x-1}}}{x-1}$$

$$\Rightarrow f'(10) = \frac{3 - \frac{10}{2}}{9} = \frac{18 - 10}{54} = \frac{8}{54} = \frac{4}{27}$$

(حسابان ۲- مشتق؛ صفحه‌های ۱۰۲ تا ۱۰۴)

(مشابه نهایی شهریور ۱۳۰۲- سوال ۱۳)

گزینه «۴» ۵-

(جهانفش نیکنام)

$$\text{آهنگ تغییر متوسط تابع } f \text{ در } [2, 10] = \frac{f(10) - f(2)}{10 - 2} = \frac{5 - 3}{8} = \frac{1}{4}$$

$$\begin{cases} f(x) = \sqrt{2x+5} \Rightarrow f(22) = 7 \\ f'(x) = \frac{2}{2\sqrt{2x+5}} \Rightarrow f'(22) = \frac{1}{7} \end{cases}$$

$$g'(x) = \frac{f(x) + (x-15)f'(x)}{2\sqrt{(x-15)f(x)}}$$

$$\Rightarrow g'(22) = \frac{f(22) + 7 \times f'(22)}{2\sqrt{7 \times f(22)}} = \frac{7+1}{2 \times 7} = \frac{4}{14} = \frac{2}{7}$$

نسبت مورد نظر برابر است با:

$$\frac{\frac{1}{4}}{\frac{2}{7}} = \frac{7}{8}$$

(حسابان ۲- مشتق؛ صفحه‌های ۱۰۲ تا ۱۰۴)

گزینه «۱» ۶-

(حامد مغنوی)

$$f(x) = x^3 + (2-m)x^2 - 2$$

$$\Rightarrow \begin{cases} f(-2) = -8 + (2-m) \times 4 - 2 = -4m - 2 \\ f(m) = m^3 + (2-m)m^2 - 2 = 2m^2 - 2 \end{cases}$$

$$f'(x) = 3x^2 + 2(2-m)x$$

$$\Rightarrow f'(m) = 3m^2 + 2(2-m)(m) = m^2 + 4m$$

$$\frac{f(m) - f(-2)}{m+2} = f'(m) + 1 \quad \text{بنابراین طبق فرض داریم:}$$

$$\Rightarrow \frac{2m^2 - 2 + 4m + 2}{m+2} = m^2 + 4m + 1$$

$$\Rightarrow \frac{2m(m+2)}{m+2} = m^2 + 4m + 1 \xrightarrow{m \neq -2} 2m = m^2 + 4m + 1$$

$$\Rightarrow \frac{m^2 + 2m + 1}{(m+1)^2} = 0 \Rightarrow m = -1$$

$$\frac{f(\frac{5+1}{2}) - f(\frac{3+1}{2})}{5-3} = \Delta \Rightarrow f(3) - f(2) = 10 \quad \text{بازه } [3, 5] \quad (2)$$

$$\frac{f(\frac{7+1}{2}) - f(\frac{5+1}{2})}{7-5} = \Delta \Rightarrow f(4) - f(3) = 14 \quad \text{بازه } [5, 7] \quad (3)$$

روابط به دست آمده را با هم جمع می‌کنیم:

$$\begin{cases} f(2) - f(1) = 4 \\ f(3) - f(2) = 10 \xrightarrow{\text{جمع طرفین}} f(4) - f(1) = 28 \\ f(4) - f(3) = 14 \end{cases}$$

آهنگ متوسط تغییر  $g(x)$  در بازه  $[1, 4]$  را می‌یابیم:

$$\frac{g(4) - g(1)}{4-1} = \frac{(4^2 + f(4)) - (1^2 + f(1))}{3} = \frac{15 + 28}{3} = \frac{43}{3}$$

(مسئله ۲- مشتق: صفحه‌های ۱۰۲ تا ۱۰۴)

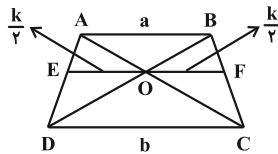
(علی پسنجیده)

۱۰- گزینه «۳»

در دوزنقه زیر اگر طول دو قاعده  $a$  و  $b$  و طول پاره خط  $EF$  برابر  $k$  باشد،

می‌توان ثابت کرد که  $OE = OF = \frac{k}{2}$ . در مثلث‌های  $ADB$  و  $BDC$

طبق تعمیم قضیه تالس داریم:



$$\begin{cases} \frac{k}{a} = \frac{DO}{DB} \quad (1) \\ \frac{k}{b} = \frac{OB}{DB} \quad (2) \end{cases} \xrightarrow{(1)+(2)} \frac{k}{2a} + \frac{k}{2b} = 1$$

$$\Rightarrow bk + ak = 2ab \Rightarrow k = \frac{2ab}{a+b}$$

$$\xrightarrow{k=EF, a=x, b=6-x} EF = \frac{2x(6-x)}{x+6-x} = \frac{1}{3}(6x - x^2)$$

$$\Rightarrow \text{نسبت به } x \text{ آهنگ لحظه‌ای تغییر } EF = \frac{1}{3}(6 - 2x)$$

$$1 = \frac{1}{3}(6 - 2x) \Rightarrow 3 = 6 - 2x \Rightarrow x = 1/5 \quad \text{طبق فرض داریم:}$$

$$\Rightarrow DC = 6 - x = 6 - 1/5 = 4/5$$

(مسئله ۲- مشتق: صفحه‌های ۱۰۲ تا ۱۰۶)

$$f'(m-2) = f'(-2) = 3(-2)^2 + 2(2)(-2) = 9 \quad \text{در نتیجه:}$$

(مسئله ۲- مشتق: صفحه‌های ۱۰۲ تا ۱۰۴)

۷- گزینه «۱» (روح اله حسینی)

آهنگ تغییر متوسط تابع  $f$  در بازه  $[\frac{1}{4}, \frac{1}{3}]$  برابر است با:

$$\frac{f(\frac{1}{3}) - f(\frac{1}{4})}{\frac{1}{3} - \frac{1}{4}} = \frac{\cos \frac{\pi}{3} - \cos \frac{\pi}{4}}{\frac{1}{12}} = \frac{1 - \frac{\sqrt{2}}{2}}{\frac{1}{12}} = \frac{1 - \sqrt{2}}{\frac{1}{12}} = 12(1 - \sqrt{2})$$

آهنگ تغییر متوسط تابع  $f$  در بازه  $[\frac{1}{6}, \frac{1}{3}]$  برابر است با:

$$\frac{f(\frac{1}{3}) - f(\frac{1}{6})}{\frac{1}{3} - \frac{1}{6}} = \frac{\cos \frac{\pi}{3} - \cos \frac{\pi}{6}}{\frac{1}{6}} = \frac{1 - \frac{\sqrt{3}}{2}}{\frac{1}{6}} = \frac{2 - \sqrt{3}}{\frac{1}{6}} = 6(2 - \sqrt{3})$$

بنابراین نسبت آن‌ها برابر است با:

$$\frac{6(1 - \sqrt{2})}{3(1 - \sqrt{3})} \times \frac{(1 + \sqrt{3})}{(1 + \sqrt{3})} = \frac{2(1 - \sqrt{2})(1 + \sqrt{3})}{1^2 - (\sqrt{3})^2} = \frac{2(1 - \sqrt{2})(\sqrt{3} + 1)}{1 - 3} = \frac{2(1 - \sqrt{2})(\sqrt{3} + 1)}{-2} = (\sqrt{2} - 1)(\sqrt{3} + 1) = \sqrt{6} + \sqrt{2} - \sqrt{3} - 1$$

(مسئله ۲- مشتق: صفحه‌های ۱۰۲ تا ۱۰۴)

۸- گزینه «۱» (امیر حسینی زاده نوری)

آهنگ تغییر متوسط تابع مذکور در بازه زمانی  $[0, 4]$  برابر می‌شود با:

$$\frac{m(4) - m(0)}{4 - 0} = \frac{(2+8) - 0}{4} = \frac{10}{4} = \frac{5}{2}$$

$$m'(t) = \frac{1}{2\sqrt{t}} + 2 \xrightarrow{\text{طبق فرض}} \frac{1}{2\sqrt{t}} + 2 = \frac{5}{2}$$

$$\frac{1}{2\sqrt{t}} = \frac{5}{2} - 2 = \frac{5-4}{2} = \frac{1}{2} \Rightarrow \sqrt{t} = 1 \Rightarrow t = 1$$

(مسئله ۲- مشتق: مشابه تمرین ۷ صفحه ۱۰)

۹- گزینه «۴» (شاهین پروازی)

آهنگ متوسط تغییر تابع  $y = f(\frac{x+1}{2})$  را در بازه‌های خواسته شده پیدا می‌کنیم:

$$\frac{f(\frac{3+1}{2}) - f(\frac{1+1}{2})}{3-1} = 2 \Rightarrow f(2) - f(1) = 4 \quad (1) \text{ بازه } [1, 3]$$

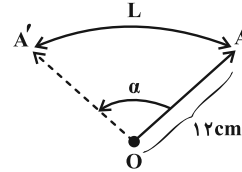


حسابان ۱

گزینه «۳» ۱۱

(سیر منتهی به مسینی)

اگر فرضیات مسئله و شکل رسم شده را در نظر بگیریم، داریم:



$$\alpha = 120^\circ = \frac{2\pi}{3}, \quad r = 12 \text{ cm}$$

$$L = r \times \alpha = 12 \times \frac{2\pi}{3} = 8\pi$$

بنابراین:

(حسابان ۱- مثلثات: صفحه ۹۶)

گزینه «۳» ۱۲

(علی ناری ایبانه)

مجموع مساحت دو قطاع با زوایای  $\alpha$  و  $\beta$  برابر  $\frac{32\pi}{3}$  سانتی متر مربع است. یعنی:

$$S = \frac{1}{2} r^2 (\alpha + \beta) \Rightarrow \frac{32\pi}{3} = \frac{1}{2} (12)^2 (\alpha + \beta) \Rightarrow \alpha + \beta = \frac{\pi}{3}$$

بنابراین زاویه قطاع باقی مانده برابر  $\theta = \frac{2\pi}{3}$  است. پس:

$$L = r \cdot \theta \Rightarrow 2\pi r = 8 \left(\frac{2\pi}{3}\right) \Rightarrow \text{شعاع قاعده مخروط} : r' = \frac{8}{3}$$

(حسابان ۱- مثلثات: صفحه ۹۶)

گزینه «۳» ۱۳

(روح اله حسینی)

$$\cos 481^\circ = \cos(360^\circ + 121^\circ) = \cos 121^\circ$$

$$= \cos(90^\circ + 31^\circ) = -\sin 31^\circ$$

$$\sin 329^\circ = \sin(360^\circ - 31^\circ) = -\sin 31^\circ$$

$$\sin 149^\circ = \sin(180^\circ - 31^\circ) = \sin 31^\circ$$

$$\sin 571^\circ = \sin(540^\circ + 31^\circ) = \sin(180^\circ + 31^\circ) = -\sin 31^\circ$$

$$k = \frac{2 \cos 481^\circ - 5 \sin 329^\circ}{-3 \sin 149^\circ + \sin 571^\circ}$$

بنابراین:

$$= \frac{-2 \sin 31^\circ + 5 \sin 31^\circ}{-3 \sin 31^\circ - \sin 31^\circ} = \frac{3 \sin 31^\circ}{-4 \sin 31^\circ} = -\frac{3}{4}$$

$$\sin k\pi = \sin\left(-\frac{3\pi}{4}\right) = -\sin\left(\frac{3\pi}{4}\right)$$

پس:

$$= -\sin\left(\pi - \frac{\pi}{4}\right) = -\sin \frac{\pi}{4} = -\frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$\cos k\pi = \cos\left(-\frac{3\pi}{4}\right) = \cos\left(\frac{3\pi}{4}\right)$$

$$= \cos\left(\pi - \frac{\pi}{4}\right) = -\cos \frac{\pi}{4} = -\frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$\sin k\pi + \cos k\pi = -\frac{\sqrt{2}}{2} - \frac{\sqrt{2}}{2} = -\sqrt{2}$$

بنابراین:

(حسابان ۱- مثلثات: صفحه‌های ۹۸ تا ۱۰۴)

گزینه «۴» ۱۴

(شاهین پروازی)

$$\sin 14^\circ = \sin(180^\circ - 4^\circ) = \sin 4^\circ$$

$$\cos 31^\circ = \cos(360^\circ - 5^\circ) = \cos 5^\circ = \sin 4^\circ$$

$$\sin 23^\circ = \sin(180^\circ + 5^\circ) = -\sin 5^\circ = -\cos 4^\circ$$

$$\sin 40^\circ = \sin(360^\circ + 4^\circ) = \sin 4^\circ$$

$$\Rightarrow A = \frac{3 \sin 4^\circ}{-4 \cos 4^\circ + \sin 4^\circ} \xrightarrow[\text{تقسیم بر } \sin 4^\circ]{\text{صورت و مخرج}} A = \frac{3}{-4 \cot 4^\circ + 1}$$

$$-4A \cot 4^\circ + A = 3 \Rightarrow \frac{A - 3}{4A} = \cot 4^\circ$$

$$\text{می دانیم: } \cot(13^\circ) = \cot(9^\circ + 4^\circ) = -\tan 4^\circ$$

$$\Rightarrow \cot 13^\circ = \frac{-4A}{A - 3} = \frac{4A}{3 - A}$$

(حسابان ۱- مثلثات: صفحه‌های ۹۸ تا ۱۰۴)

گزینه «۱» ۱۵

(میانمیش نیکبام)

داریم:

$$f\left(\frac{\pi}{2} - x\right) = \sin\left(\frac{\pi}{2} - x\right) + \sin\left(\frac{3\pi}{2} - 3x\right) = \cos x - \cos 3x$$

$$y = (\sin x + \sin 3x)^2 + (\cos x - \cos 3x)^2$$

در نتیجه:

$$= 2 - 2(\cos x \cos 3x - \sin x \sin 3x) = 2 - 2 \cos 4x$$

$$x = \frac{\pi}{24} \Rightarrow y = 2 - 2 \cos \frac{\pi}{6} = 2 - \sqrt{3}$$

(حسابان ۱- مثلثات: صفحه‌های ۹۸ و ۱۱۱)

گزینه «۲» ۱۶

(سینا فیروزه)

$$\frac{1}{\sin\left(\frac{\pi}{2} - \frac{\pi}{12}\right)} - \frac{1}{\cos\left(\frac{\pi}{2} - \frac{\pi}{12}\right)} = \frac{1}{\cos \frac{\pi}{12}} - \frac{1}{\sin \frac{\pi}{12}}$$

$$= \frac{\sin \frac{\pi}{12} - \cos \frac{\pi}{12}}{\sin \frac{\pi}{12} \cos \frac{\pi}{12}}$$

$$A = \sin \frac{\pi}{12} - \cos \frac{\pi}{12} \Rightarrow A^2 = 1 - 2 \sin \frac{\pi}{12} \cos \frac{\pi}{12}$$

$$= 1 - \sin\left(2 \times \frac{\pi}{12}\right) = 1 - \frac{1}{2} = \frac{1}{2}$$



$\Delta$  ODE  $\xrightarrow{\text{فیناگورس}}$   $OD^2 = 1^2 + 4^2 = 17 \Rightarrow OD = \sqrt{17}$

$\sin \alpha = \frac{DE}{OD} = \frac{1}{\sqrt{17}}$  در نتیجه:

$\Rightarrow \sin \theta = 1 - 2 \sin^2 \alpha = 1 - \frac{2}{17} = \frac{15}{17}$

توجه: در کتاب درسی حسابان (۲) پایه دوازدهم ریاضی، خط  $d$  را محور تنازات می‌نامیم. همچنین خط  $d'$  را نیز محور کتانزانت می‌نامند. طبق شکل صورت سؤال، می‌توان نتیجه گرفت که  $BD = \cot \alpha = 4$  و لذا داریم:

$\frac{1}{\sin^2 \alpha} = 1 + \cot^2 \alpha = 17 \Rightarrow \sin \alpha = \frac{1}{\sqrt{17}}$

(مسابان ۱- مثلثات: صفحه‌های ۹۸ و ۱۱۰ تا ۱۱۲)

۱۹- گزینه «۴» (مریم زارعی)

حاصل عبارت داده شده برابر است با:

$$\frac{2 \sin(\pi + \frac{\pi}{6}) \times \tan(\pi + \frac{\pi}{4}) - \cos(\pi - \frac{\pi}{6}) \times \tan(2\pi - \frac{\pi}{3})}{\cos^2(2\pi - \frac{\pi}{4}) + \cot^2(\pi + \frac{\pi}{3})}$$

$$= \frac{2(-\sin \frac{\pi}{6}) \times \tan(\frac{\pi}{4}) - (-\cos \frac{\pi}{6})(-\tan \frac{\pi}{3})}{\cos^2 \frac{\pi}{4} + \cot^2 \frac{\pi}{3}}$$

$$= \frac{2(-\frac{1}{2})(1) - (-\frac{\sqrt{3}}{2})(-\sqrt{3})}{(\frac{\sqrt{2}}{2})^2 + (\frac{\sqrt{3}}{3})^2} = \frac{-\frac{2}{2} - \frac{3}{2}}{\frac{1}{2} + \frac{1}{3}} = \frac{-\frac{5}{2}}{\frac{5}{6}} = -\frac{6}{2} = -3$$

(مسابان ۱- مثلثات: صفحه‌های ۹۸ تا ۱۰۴)

۲۰- گزینه «۲» (یاسین کشاورزی)

هرگاه مجموع دو زاویه  $\alpha$  و  $\beta$  برابر  $90^\circ$  (یعنی متمم یکدیگر) باشند، آنگاه  $\sin \alpha = \cos \beta$  داریم:

$(x + \frac{\pi}{3}) + (\frac{\pi}{6} - x) = \frac{\pi}{2} \Rightarrow \sin(x + \frac{\pi}{3}) = \cos(\frac{\pi}{6} - x)$

لذا طبق فرض داریم:

$\sin(x + \frac{\pi}{3}) + \sin(x + \frac{\pi}{3}) = \frac{1}{3} \Rightarrow 2 \sin(x + \frac{\pi}{3}) = \frac{1}{3}$

$\Rightarrow \sin(x + \frac{\pi}{3}) = \frac{1}{6}$

با توجه به  $\sin(\alpha + \beta) = \sin \alpha \cos \beta + \cos \alpha \sin \beta$  داریم:

$\sin(x + \frac{\pi}{3}) = \sin x \cos \frac{\pi}{3} + \cos x \sin \frac{\pi}{3}$

$= \frac{1}{2} \sin x + \frac{\sqrt{3}}{2} \cos x = \frac{1}{6} \xrightarrow{\times 6} 3 \sin x + 3\sqrt{3} \cos x = 1$

(مسابان ۱- مثلثات: صفحه‌های ۹۸ و ۱۱۰ تا ۱۱۲)

$\Rightarrow A = \pm \frac{1}{\sqrt{2}}$  با توجه به دایره مثلثاتی  $\rightarrow A = \frac{-1}{\sqrt{2}}$

در نتیجه عبارت مورد نظر برابر می‌شود با:

$$\frac{-\frac{1}{\sqrt{2}}}{\frac{1}{2} \sin \frac{\pi}{6}} = \frac{-\frac{1}{\sqrt{2}}}{\frac{1}{4}} = -\frac{4}{\sqrt{2}} = -2\sqrt{2}$$

توجه کنید که:

$\sin \frac{\pi}{12} \cos \frac{\pi}{12} = \frac{1}{2} (2 \sin \frac{\pi}{12} \cos \frac{\pi}{12}) = \frac{1}{2} \sin(2 \times \frac{\pi}{12})$

$= \frac{1}{2} \sin \frac{\pi}{6} = \frac{1}{4}$

(مسابان ۱- مثلثات: صفحه‌های ۹۸ و ۱۱۰ تا ۱۱۲)

۱۷- گزینه «۳» (علی ناری ایبانه)

تابع  $y = -\cos x$  در نقاط به طول  $\pi, 3\pi, 5\pi, \dots$  دارای ماکزیمم است.

چون نمودار باید در جهت راست محور  $x$  ها انتقال یابد، دومین نقطه

ماکزیمم با طول مثبت  $\frac{10\pi}{3} = 3\pi + \frac{\pi}{3}$  می‌باشد. نهایتاً در

تابع  $y = 1 - \cos(x - \frac{\pi}{3})$  با دو نقطه  $(\frac{10\pi}{3}, 2)$  و  $(-\frac{5\pi}{3}, 0)$  شیب

پاره‌خط را می‌نویسیم:  $m = \frac{2-0}{\frac{10\pi}{3} - (-\frac{5\pi}{3})} \Rightarrow m = \frac{2}{15\pi}$

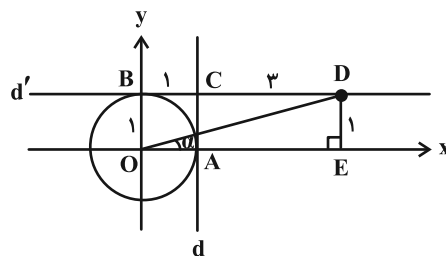
(مسابان ۱- مثلثات: صفحه‌های ۱۰۵ تا ۱۰۹)

۱۸- گزینه «۴» (غلامرضا نیازی)

$\alpha + \theta + \beta = \frac{\pi}{2} \xrightarrow{\beta=\alpha} \theta + 2\alpha = \frac{\pi}{2} \Rightarrow \theta = \frac{\pi}{2} - 2\alpha$

$\Rightarrow \sin \theta = \sin(\frac{\pi}{2} - 2\alpha) = \cos 2\alpha = 1 - 2 \sin^2 \alpha$

مطابق شکل، در دایره مثلثاتی زیر داریم:



$$\begin{cases} OB = DE = 1 \\ OA = BC = 1 \\ AE = CD = 3 \end{cases} \Rightarrow OE = 1 + 3 = 4$$

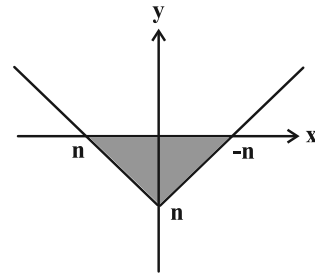


## ریاضی ۱

گزینه «۱» ۲۱-

(پویانفش نیکنام)

مساحت محدود به نمودار تابع  $y = |x + m| + n$  و محور  $x$  ها با مساحت محدود به نمودار تابع  $y = |x| + n$  و محور  $x$  ها برابر است. مطابق شکل و فرض سوال، مساحت ناحیه هاشورخورده برابر می شود با:

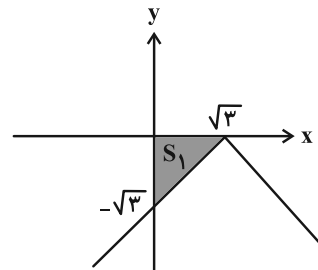


$$S = \frac{1}{2} n(2n) = n^2 = 3 \xrightarrow{n < 0} n = -\sqrt{3}$$

حال مساحت محدود به نمودار تابع  $y = -|x - \sqrt{3}|$  و محوره‌های دستگاه

$$S_1 = \frac{1}{2} \times \sqrt{3} \times \sqrt{3} = \frac{3}{2} = 1.5$$

مختصات را می یابیم:



(ریاضی ۱- تابع: صفحه‌های ۱۱۳ تا ۱۱۷)

گزینه «۱» ۲۲-

(فاطمه صریقی)

$f$  تابع همانی است، پس ورودی تابع با مقدار تابع برابر است:

$$\frac{x^3 + ax^2 + bx}{x-1} = x^2 + x \Rightarrow x^3 + ax^2 + bx = x^3 - x \Rightarrow \begin{cases} a = 0 \\ b = -1 \end{cases}$$

$g$  ثابت است. لذا مخرج کسر، ضربی از صورت کسر است که برابر ۳ می شود:

$$\Rightarrow 3x^2 + c^2x + 3c^2 = 3(x-c)^2$$

$$3x^2 + c^2x + 3c^2 = 3x^2 - 6cx + 3c^2 \Rightarrow c^2 = -6c \Rightarrow \begin{cases} c = 0 \\ c = -6 \end{cases}$$

در نتیجه مقادیر مختلف عبارت موردنظر برابر است با:

$$\frac{a+c}{b} = \frac{0+0}{-1} = 0 \quad \text{یا} \quad \frac{0-6}{-1} = 6$$

(ریاضی ۱- تابع: صفحه‌های ۱۰۹ تا ۱۱۳)

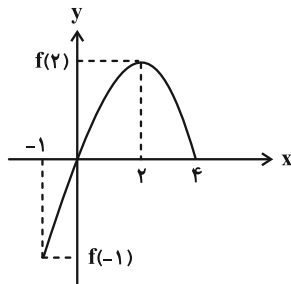
گزینه «۲» ۲۳-

(روح اله حسینی)

چون  $f$  یک تابع درجه دوم است، پس به صورت  $f(x) = a(x-h)^2 + k$  است که در آن  $S(h, k)$  رأس سهمی است. می دانیم  $h = \frac{0+4}{2} = 2$

$$\text{پس } f(x) = a(x-2)^2 + k$$

از طرفی برد این تابع بازه  $[f(-1), f(2)]$  است.



پس بنا بر فرض مسئله داریم:

اما چون  $f(2) = k$  و  $f(-1) = a(-1-2)^2 + k = 9a + k$  پس:

$$k - (9a + k) = 33 \Rightarrow -9a = 33 \Rightarrow a = -\frac{33}{9} = -\frac{11}{3}$$

بنابراین  $f(x) = -\frac{11}{3}(x-2)^2 + k$ . همچنین مطابق شکل  $f(0) = 0$ :

$$-\frac{11}{3}(0-2)^2 + k = 0 \Rightarrow k = \frac{44}{3}$$

پس:

در نتیجه  $f(x) = -\frac{11}{3}(x-2)^2 + \frac{44}{3}$ ، بنابراین:

$$f(2-\sqrt{3}) = -\frac{11}{3}(2-\sqrt{3}-2)^2 + \frac{44}{3}$$

$$= -\frac{11}{3} \times 3 + \frac{44}{3} = -\frac{33}{3} + \frac{44}{3} = \frac{11}{3}$$

(ریاضی ۱- تابع: صفحه‌های ۱۱۰ تا ۱۱۷)

گزینه «۳» ۲۴-

(روح اله حسینی)

ابتدا توجه داشته باشید که عبارت داده شده را می توان به صورت زیر نوشت:

$$(a+b+c)(x+y)(m+n+p+q) - (a+b)(x+y)(m+n) + (x+y)(m+n)$$

از طرفی هر جمله عبارت  $(a+b+c)(x+y)(m+n+p+q)$  به

صورت  $\alpha\beta\gamma$  است که در آن  $\alpha \in \{a, b, c\}$ ،  $\beta \in \{x, y\}$  و

$\gamma \in \{m, n, p, q\}$  است، پس تعداد جملات این عبارت بنا بر اصل ضرب

برابر است با:  $3 \times 2 \times 4 = 24$ . همچنین به طریق مشابه تعداد جملات

عبارت  $(a+b)(x+y)(m+n)$  برابر است با  $2 \times 2 \times 2 = 8$ ، اما چون

این جمله دقیقاً قرینه ۸ جمله عبارت قبل خودشان می باشند، همگی آن ها حذف

می شوند. تعداد جملات  $(x+y)(m+n)$  نیز برابر است با  $2 \times 2 = 4$ ؛ پس

تعداد کل جملات عبارت اصلی برابر است با  $24 - 8 + 4 = 20$ .

(ریاضی ۱- شمارش، بدون شمردن: صفحه‌های ۱۱۹ تا ۱۲۴)



۲۵- گزینه «۲»

(الهام شیخ‌ممو)

تعداد حالت‌های قرار گرفتن حروف کلمه «جهان» در کنار هم برابر است با  $4!$ ؛ حال اگر این ۴ حرف را یک حرف در نظر بگیریم با ۴ حرف باقی‌مانده به  $5!$  طریق جایگشت دارند که طبق اصل ضرب جواب برابر است با  $4! \times 5!$ .

(ریاضی ۱- شمارش، برون شمردن؛ صفحه ۱۳۰)

۲۶- گزینه «۴»

(موردار ملوندری)

دو حالت کلی داریم:

حالت اول: صدگان بزرگ‌تر از ۳ باشد؛ (ابتدا سراغ صدگان، سپس یکان و در آخر دهگان می‌رویم).

$$16 = \frac{2}{\{6,8\}} \times \frac{4}{\text{زوج}} \times \frac{2}{\text{زوج}} = 16 \quad (\text{الف})$$

$$12 = \frac{1}{\{7\}} \times \frac{4}{\text{زوج}} \times \frac{3}{\text{زوج}} = 12 \quad (\text{ب})$$

در این حالت  $16 + 12 = 28$  عدد مطلوب است.

حالت دوم: صدگان برابر ۳ باشد؛ در این حالت، مطابق محاسبات زیر، ۱۲ عدد داریم که دو عدد  $312$  و  $316$  قابل قبول نیست، یعنی ۱۰ عدد مطلوب خواهد بود:

$$12 = \frac{1}{\{3\}} \times \frac{4}{\text{زوج}} \times \frac{3}{\text{زوج}} = 12$$

در مجموع تعداد اعداد مورد نظر برابر می‌شود با:

$$28 + 10 = 38 \quad (\text{ریاضی ۱- شمارش، برون شمردن؛ صفحه‌های ۱۱۹ تا ۱۲۴})$$

۲۷- گزینه «۳»

(روح‌اله سستی)

می‌دانیم  $(n-1)! = (n+1)n(n-1)!$  بنابراین:

$$(n+1)n(n-1)! + 720 - 720n^3 + (n-1)! = 0$$

$$\Rightarrow (n-1)!(n(n+1)+1) - 720(n^3-1) = 0$$

$$\Rightarrow (n-1)!(n^2+n+1) - 720(n-1)(n^2+n+1) = 0$$

$$\Rightarrow (n-1)(n^2+n+1)((n-2)! - 720) = 0$$

واضح است که  $n-1$  و  $n^2+n+1$  مساوی صفر نیستند. بنابراین:

$$(n-2)! - 720 = 0 \Rightarrow (n-2)! = 720 = 6! \Rightarrow n-2 = 6 \Rightarrow n = 8$$

تعداد جایگشت‌های  $k$  تایی از  $n$  شیء متمایز برابر است با:

$$P(n, k) = \frac{n!}{(n-k)!}$$

$$P(8, 3) = \frac{8!}{(8-3)!} = \frac{8!}{5!} = \frac{8 \times 7 \times 6 \times 5!}{5!} = 336$$

پس:

(ریاضی ۱- شمارش، برون شمردن؛ صفحه‌های ۱۲۸ و ۱۲۹)

۲۸- گزینه «۳»

(سامان سلامیان)

بازیگرها و کارگردان‌ها به ترتیب به  $3!$  و  $2!$  حالت می‌توانند در کنار هم جایگشت داشته باشند، از طرفی بازیگرها می‌توانند در ابتدا قرار گیرند و کارگردان‌ها به دنبال آن‌ها و برعکس؛ پس ۲ حالت هم برای ترتیب آن‌ها داریم:

$$3! \times 2! \times 2! = 24$$

$$\text{توجه: } \begin{cases} 3! \times 2! \Rightarrow \text{ک ک ب ب ب} \\ 2! \times 3! \Rightarrow \text{ب ب ب ک ک} \end{cases} \xrightarrow{\text{جمع}} 3! \times 2! \times 2! = 24$$

(ریاضی ۱- شمارش، برون شمردن؛ صفحه‌های ۱۲۷ تا ۱۳۲)

۲۹- گزینه «۳»

(غلامرضا نیازی)

کل حالات جایزه گرفتن ۴ نفر (هر نفر یک جایزه)

$$= \boxed{6} \times \boxed{6} \times \boxed{6} \times \boxed{6} = 6^4 = 1296$$

نفر چهارم    نفر سوم    نفر دوم    نفر اول

حالتی که ۴ نفر، ۴ جایزه متفاوت بگیرند

$$= \boxed{6} \times \boxed{5} \times \boxed{4} \times \boxed{3} = 360$$

نفر چهارم    نفر سوم    نفر دوم    نفر اول

در نتیجه تعداد حالات مطلوب، طبق اصل متمم برابر است با:

$$1296 - 360 = 936$$

(ریاضی ۱- شمارش، برون شمردن؛ صفحه‌های ۱۲۷ تا ۱۳۲)

۳۰- گزینه «۱»

(سیرسپهر متولیان)

طبق صورت سوال، می‌بایست ۶ کتاب را مانند شکل زیر به صورت ۳ زوج کتاب قرار دهیم که در هر زوج، عنوان کتاب‌ها یکسان باشد:

برای تخصیص عناوین به زوج کتاب‌ها،  $3!$  حالت داریم و در هر کدام از زوج‌ها،  $2!$ 

جایگشت خواهیم داشت؛ پس جواب نهایی برابر می‌شود:

$$3! \times (2!)^3 = 6 \times 8 = 48$$

(ریاضی ۱- شمارش، برون شمردن؛ صفحه‌های ۱۲۷ تا ۱۳۲)



## هندسه ۳

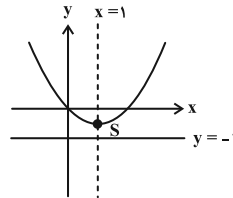
## ۳۱- گزینه «۳»

(روح اله حسینی)

معادله سهمی را به صورت متعارف می‌نویسیم:

$$3x^2 - 6x = ay \Rightarrow 3[(x-1)^2 - 1] = ay \Rightarrow 3(x-1)^2 = ay + 3$$

$$\Rightarrow (x-1)^2 = \frac{a}{3}(y + \frac{3}{a}) = 4(\frac{a}{12})(y + \frac{3}{a}) \Rightarrow \begin{cases} \text{سهمی قائم} \\ \text{رأس: } S = (1, -\frac{3}{a}) \end{cases}$$



در این سهمی فقط  $a > 0$  قابل قبول است (چرا؟). لذا دهانه سهمی رو به بالا و شکل آن مطابق شکل مقابل است:

فاصله S از خط هادی برابر  $\frac{a}{12}$  است، پس:

$$-\frac{3}{a} - (-1) = \frac{a}{12} \times 12a \rightarrow -36 + 12a = a^2$$

$$\Rightarrow a^2 - 12a + 36 = 0 \Rightarrow (a-6)^2 = 0 \Rightarrow a = 6$$

$$S = (1, -\frac{3}{6}) = (1, -\frac{1}{2})$$

بنابراین:

$$\Rightarrow F = (1, -\frac{1}{2} + \frac{a}{12}) = (1, -\frac{1}{2} + \frac{1}{2}) = (1, 0)$$

فاصله کانون  $F(1, 0)$  از خط  $y = -6$  برابر ۶ واحد است.

(هندسه ۳- آشنایی با مقاطع مخروطی: صفحه‌های ۵۴ تا ۵۶)

## ۳۲- گزینه «۳»

(مسعود درویشی)

معادله سهمی را به صورت متعارف تبدیل می‌کنیم:

$$y^2 - 2y + 4x = 12k - 5 \Rightarrow y^2 - 2y + 1 = -4x + 1 + 12k - 5$$

$$\Rightarrow (y-1)^2 = -4x + 12k - 4$$

$$\Rightarrow (y-1)^2 = -4(x - (3k-1)) \Rightarrow a = 1$$

این سهمی افقی است که دهانه آن رو به چپ باز می‌شود و مختصات رأس و کانون آن به صورت زیر است:

$$S(3k-1, 1) \Rightarrow F(3k-1-1, 1) = (3k-2, 1)$$

پس طبق فرض نتیجه می‌گیریم:

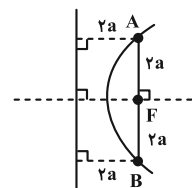
$$(3k-1) + (3k-2) = 12 \Rightarrow 6k - 3 = 12$$

$$\Rightarrow 6k = 15 \Rightarrow k = \frac{15}{6} = \frac{5}{2}$$

(هندسه ۳- آشنایی با مقاطع مخروطی: صفحه‌های ۵۴ تا ۵۶)

## ۳۳- گزینه «۲»

(ممد ناری‌ایبانه)

مطابق شکل، در هر سهمی با فاصله کانونی  $a$ ، طول پاره‌خط  $AB$  (مطابقتوضیح سوال) برابر است با  $4a$ .

ابتدا معادله سهمی را به صورت متعارف می‌نویسیم:

$$y^2 + 12x + 4y = 32 \Rightarrow (y+2)^2 - 4 = 32 - 12x$$

$$\Rightarrow (y+2)^2 = -12(x-3)$$

در نتیجه  $a = \frac{12}{4} = 3$  و طول پاره‌خط  $AB$  برابر می‌شود با  $4a = 12$ .

(هندسه ۳- آشنایی با مقاطع مخروطی: صفحه‌های ۵۴ تا ۵۶)

## ۳۴- گزینه «۴»

(عباس العی)

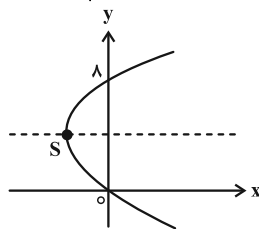
می‌دانیم در آینه‌های سهموی به قطر  $d$  و عمق آینه  $h$ ، اگر فاصله کانون تارأس برابر  $a$  باشد رابطه  $d^2 = 16ah$  برقرار است، پس:

$$320^2 = 16 \times 128 \times h \Rightarrow h = \frac{320 \times 320}{16 \times 128} = \frac{2^{10} \times 10^2}{2^{11}} = 50 \text{ cm}$$

(هندسه ۳- آشنایی با مقاطع مخروطی: مشابه تمرین ۱۳ صفحه ۵۸)

## ۳۵- گزینه «۳»

(روح اله حسینی)

نوع سهمی افقی و دهانه آن رو به راست است که از دو نقطه  $(0, 0)$  و  $(0, 8)$ می‌گذرد و لذا محور تقارن آن، خط  $y = \frac{0+8}{2} = 4$  است.

از طرفی چون رأس سهمی روی نیمساز ناحیه دوم است پس مختصات آن را  $S(h, -h)$  در نظر می‌گیریم؛ همچنین می‌دانیم که رأس سهمی روی محور تقارن است پس  $-h = 4$  و بنابراین  $h = -4$  و در نتیجه  $S(-4, 4)$ .

چون معادله سهمی به صورت  $(y-4)^2 = 4a(x+4)$  است و این سهمی از نقطه  $(0, 0)$  می‌گذرد، پس داریم:

$$(0-4)^2 = 4a(0+4) \Rightarrow 16 = 16a \Rightarrow a = 1$$

$$\Rightarrow (y-4)^2 = 4(x+4)$$

بنابراین مختصات کانون سهمی به صورت زیر است:

$$F = (-4+1, 4) = (-3, 4)$$

معادله خطی که از کانون سهمی بر محور تقارن عمود می‌کنیم به صورت  $x = -3$  است. پس مختصات نقاط برخورد این خط و سهمی، جواب

$$\begin{cases} (y-4)^2 = 4(x+4) \\ x = -3 \end{cases} \quad \text{دستگاه معادلات مقابل است:}$$

$$\Rightarrow (y-4)^2 = 4(-3+4) = 4 \Rightarrow y-4 = \pm 2 \Rightarrow \begin{cases} y = 6 \\ y = 2 \end{cases}$$

حاصل ضرب عرض این نقاط برابر است با:

(هندسه ۳- آشنایی با مقاطع مخروطی: صفحه‌های ۵۴ تا ۵۶)



۳۶ - گزینه «۱»

(مهمر شاهممیری)

معادله سهمی را به صورت متعارف می‌نویسیم:

$$(x + \frac{a}{2})^2 - \frac{a^2}{4} + by - 2a - 2b - \frac{3}{2} = 0$$

$$\Rightarrow (x + \frac{a}{2})^2 = -b(y - \frac{a^2}{4b} - \frac{2a}{b} - 2 - \frac{3}{2b})$$

طول رأس سهمی:  $x_S = 4 \Rightarrow \frac{a}{2} = -4 \Rightarrow a = -8$

$$\Rightarrow (x - 4)^2 = -b(y - \frac{16}{b} + \frac{16}{b} - 2 - \frac{3}{2b}) \Rightarrow y_S = 2 + \frac{3}{2b}$$

۳ - یا  $b = 3$  فاصله کانون تا خط هادی  $\frac{3}{2} \Rightarrow |-b| = 4 \times \frac{3}{2} \Rightarrow b = 3$

$$\Rightarrow \begin{cases} b = 3 \Rightarrow y_S = 2 + \frac{3}{6} = \frac{5}{2} = 2.5 \\ b = -3 \Rightarrow y_S = 2 - \frac{3}{6} = \frac{3}{2} = 1.5 \end{cases}$$

(هندسه ۳ - آشنایی با مقاطع مخروطی، صفحه‌های ۵۴ تا ۵۶)

۳۷ - گزینه «۲»

(مسعود روشی)

تمرین ۱۲ در صفحه ۵۸ کتاب درسی می‌گوید در صورتی که شرط‌های سوال

را در یک سهمی داشته باشیم، رابطه مقابل برقرار است:

$$\frac{FN}{FA} = \frac{NT}{TH}$$

در سهمی، رأس A از کانون F و خط هادی d به یک فاصله است. پس  $FH = 2FA$ ، بنابراین رابطه بالا به کمک ویژگی‌های تناسب به صورت زیر درمی‌آید:

$$\frac{FN}{2FA} = \frac{NT}{TH} \Rightarrow \frac{FN}{FH} = \frac{NT}{TH}$$

FT نیمساز زاویه F است  $\rightarrow$  قضیه نیمساز داخلی

$$\frac{FN}{FH} = \frac{NT}{TH} = 1 \text{ آنگاه } FT \text{ میانه باشد، آنگاه } FT$$

گزینه (۱) درست نیست، چون اگر FT میانه باشد، روی سهمی، برقرار نیست!

گزینه (۳) درست نیست، چون مرکز دایره محیطی، محل برخورد عمودمنصف‌های اضلاع این مثلث قائم‌الزاویه است و در وسط FN واقع است.

(هندسه ۳ - آشنایی با مقاطع مخروطی، مشابه تمرین ۱۲ صفحه ۵۸)

۳۸ - گزینه «۱»

(امیرمسین ابومیبوب)

چون شعاع نورانی موازی با محور تقارن سهمی (محور X ها) به آن می‌تابد، پس بازتاب آن از کانون سهمی عبور می‌کند. بنابراین ابتدا باید کانون سهمی را بیابیم.

$$y^2 = 8x \Rightarrow \begin{cases} \text{رأس سهمی } A(0,0) \\ 4a = 8 \Rightarrow a = 2 \end{cases}$$

سهمی افقی است و رو به راست باز می‌شود، پس داریم:

کانون  $F(0+2,0) = (2,0)$

حال نقطه تلاقی پرتوی نور با سهمی را به دست می‌آوریم:

$$y^2 = 8x \xrightarrow{y=2} 4 = 8x \Rightarrow x = \frac{1}{2}$$

بنابراین نقطه تلاقی پرتوی نور با سهمی، نقطه  $B(\frac{1}{2}, 2)$  است و در نتیجه داریم:

$$m_{BF} = \frac{0-2}{2-\frac{1}{2}} = -\frac{4}{3}$$

معادله پرتوی بازتاب  $y - 0 = -\frac{4}{3}(x - 2) \xrightarrow{\times 3} 3y = -4x + 8$

$$\Rightarrow 4x + 3y = 8$$

(هندسه ۳ - آشنایی با مقاطع مخروطی، صفحه ۵۶)

۳۹ - گزینه «۲»

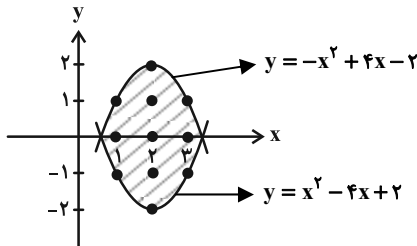
(مهمر شاهممیری)

روابط  $y = \pm(x^2 - 4x + 2)$  مربوط به سهمی هستند که معادله آن‌ها را

به صورت متعارف می‌نویسیم:  $y = x^2 - 4x + 2 \Rightarrow y = (x - 2)^2 - 2$

$$y = -x^2 + 4x - 2 \Rightarrow y = -(x - 2)^2 + 2$$

نمودار هر دو سهمی را رسم می‌کنیم که ناحیه هاشورخورده مطلوب سوال است.



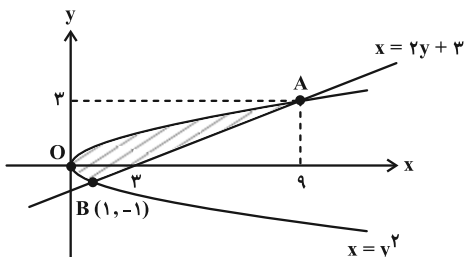
پنج نقطه  $(1,0), (2,0), (3,0), (2,1), (2,-1)$  درون ناحیه هاشورخورده هستند و در روابط داده شده صدق می‌کنند.

(هندسه ۳ - بردارها، مشابه کار در کلاس ۱ صفحه ۶۳)

۴۰ - گزینه «۴»

(مهرداد ملونزی)

ناحیه هاشورخورده زیر، شامل مجموعه نقاطی است که مورد نظر سوال می‌باشد:



نقاط A و O (مبدأ مختصات)، بیشترین و کمترین فاصله را نسبت به خط

قائم  $x = -1$  دارند و داریم:

$$a = |9 - (-1)| = 10, \quad b = |0 - (-1)| = 1 \Rightarrow a + b = 11$$

(هندسه ۳ - بردارها، صفحه‌های ۶۲ و ۶۳)



هندسه ۲

گزینه «۲» ۴۱

(مهم فندان)

بررسی گزینه‌ها:

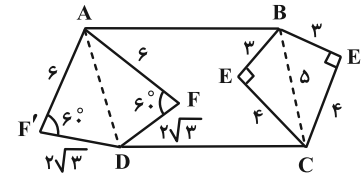
(۱) این گزاره شرطی درست است ولی تجانس مستقیم که طولی باشد، یک تبدیل همانی است (نسبت تجانس  $k=1$ )، پس مثال نقض نیست.  
 (۲) این گزاره شرطی درست است و چون تجانس زاویه بین خطوط را حفظ می‌کند ولی در حالت کلی طولی نیست، پس مثال نقض برای عکس این گزاره محسوب می‌شود.  
 (۳) تبدیل تجانس برای خود این گزاره مثال نقض است و این گزاره شرطی درست نیست.  
 (۴) تبدیل تجانس شیب خطوط و جهت اشکال را حفظ می‌کند، پس برای عکس این گزاره مثال نقض نیست.

(هنرسه ۲- تبدیل‌های هندسی و کاربردها؛ صفحه‌های ۳۳ تا ۳۸)

گزینه «۱» ۴۲

(افشین فاضلان)

مثلث  $BCE$  قائم الزویه است.



$$(BC^2 = BE^2 + CE^2)$$

با کمک بازتاب می‌توانیم بدون تغییر در محیط و تعداد اضلاع، مساحت شکل را افزایش دهیم.

میزان افزایش مساحت برابر مجموع مساحت دو شکل  $BECE'$  و  $AFDF'$  است، بنابراین:

$$S_{\text{افزایش یافته}} = S_{BECE'} + S_{AFDF'} = 2S_{BEC} + 2S_{AFD}$$

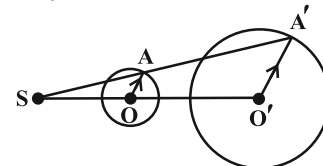
$$= 2 \times \left(\frac{1}{2} \times 3 \times 4\right) + 2 \times \left(\frac{1}{2} \times 6 \times 2\sqrt{3} \times \sin 60^\circ\right) = 12 + 18 = 30$$

(هنرسه ۲- تبدیل‌های هندسی و کاربردها؛ مشابه تمرین ۵ صفحه ۵۴)

گزینه «۲» ۴۳

(روح اله عسلی)

چون  $OO' = 13 > 10 + 2$  پس دو دایره متخارج‌اند. فرض کنیم  $S$  مرکز تجانس باشد. چون  $O'$  مجانس  $O$  است، بنابراین  $S, O, O'$  روی یک خط هستند بنابراین  $S$  روی خط گذرنده از  $OO'$  است. از طرفی اگر  $A$  نقطه‌ای دلخواه روی دایره  $C$  و نقطه  $A'$  مجانس نقطه  $A$  روی دایره  $C'$  باشد، داریم  $OA \parallel O'A'$  و بنابر قضیه تالس خواهیم داشت:



$$\frac{SO}{SO'} = \frac{OA}{O'A'} = \frac{2}{10} = \frac{1}{5} \Rightarrow SO = \frac{1}{5}SO' = \frac{1}{5}(SO + OO')$$

$$= \frac{1}{5}(SO + 13) = \frac{1}{5}SO + \frac{13}{5} \Rightarrow \frac{4}{5}SO = \frac{13}{5}$$

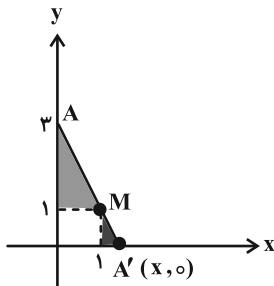
$$\Rightarrow SO = \frac{13}{4} = 3 \frac{1}{4}$$

(هنرسه ۲- تبدیل‌های هندسی و کاربردها؛ مشابه تمرین ۲ صفحه ۳۸)

گزینه «۴» ۴۴

(غامر مغوی)

توجه کنید که مجانس نقطه  $A$  یعنی  $A'$  روی خط  $AM$  است و عرض آن صفر است؛ همچنین نوع تجانس معکوس بوده و دو مثلث رنگی با نسبت تشابه  $(-k)$  متشابه‌اند و داریم:



$$\begin{cases} MA, 1, 2: \text{طول اضلاع مثلث بزرگتر} \\ MA', (x-1), 1: \text{طول اضلاع مثلث کوچکتر} \end{cases} \Rightarrow \frac{1}{2} = \frac{x-1}{1} = -k$$

$$\Rightarrow \begin{cases} k = -\frac{1}{2} \\ x-1 = -k \Rightarrow x = 1-k = 1 + \frac{1}{2} = \frac{3}{2} \Rightarrow \frac{x}{k} = -3 \end{cases}$$

(هنرسه ۲- تبدیل‌های هندسی و کاربردها؛ صفحه‌های ۳۳ تا ۳۷)

گزینه «۳» ۴۵

(غامر مغوی)

توجه کنید که  $M'$  و  $N'$  مجانس‌های نقاط  $M$  و  $N$  با نسبت  $k$  و  $k'$  هستند، بنابراین:

$$OM' = k \cdot OM \Rightarrow \frac{OM}{OM'} = \frac{1}{k}$$

$$ON' = k' \cdot ON \Rightarrow \frac{ON'}{ON} = k'$$

از طرفی با استفاده از قضیه تالس می‌نویسیم:

$$MN' \parallel M'N \Rightarrow \frac{OM}{OM'} = \frac{ON'}{ON} \Rightarrow \frac{1}{k} = k' \Rightarrow kk' = 1$$

داریم:

$$\begin{cases} kk' = 1 \\ \frac{k}{k'} = \frac{25}{9} \Rightarrow k^2 = \frac{25}{9} \xrightarrow{k>0} k = \frac{5}{3}, k' = \frac{3}{5} \end{cases}$$

$$k + k' = \frac{5}{3} + \frac{3}{5} = \frac{24}{15}$$

(هنرسه ۲- تبدیل‌های هندسی و کاربردها؛ صفحه‌های ۳۳ تا ۳۷)

گزینه «۱» ۴۶

(امیرمسین ایومویوب)

ابتدا قدرمطلق نسبت تجانس اولیه را محاسبه می‌کنیم:

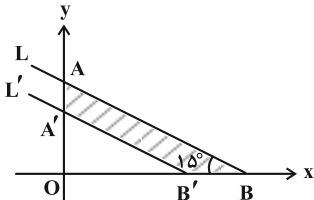
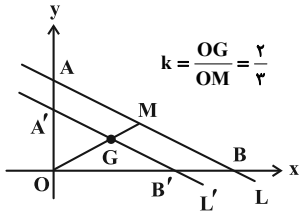
$$AB = |3-2| = 1, A'B' = |6-3| = 3$$

$$|k| = \frac{A'B'}{AB} = 3$$

$$\Rightarrow \frac{S_{OA'B'}}{S_{OAB}} = \left(\frac{2}{3}\right)^2 \Rightarrow S_{OA'B'} = \frac{4}{9} \times 18 = 8$$

خواسته مسئله به دست آوردن مساحت  $AA'B'B$  است، بنابراین:

$$S_{AA'B'B} = S_{OAB} - S_{OA'B'} = 18 - 8 = 10$$



(هنر سه ۲- تبدیل‌های هندسی و کاربردها؛ مشابه تمرین ۴ صفحه ۳۹)

۴۹- گزینه «۲» (مهمتر قدران)

برای این که یک واحد از این مسیر در ساحل رودخانه باشد، باید  $B$  را یک واحد در جهت منفی محور  $x$  ها انتقال دهیم. برای این که از پل  $NP$  عمود بر راستای رودخانه عبور کنیم باید نقطه حاصل را  $2$  واحد در جهت مثبت محور  $y$  ها انتقال دهیم. بنابراین:

$$B(5, -2) \xrightarrow[\text{در جهت } x \text{ ها}]{\text{انتقال یک واحد}} B'(4, -2) \xrightarrow[\text{در جهت } y \text{ ها}]{\text{انتقال یک واحد}} B''(4, -1)$$

طول کوتاه‌ترین مسیر  $AMNPB$  به ازای طول  $AB''$  به دست می‌آید، پس:

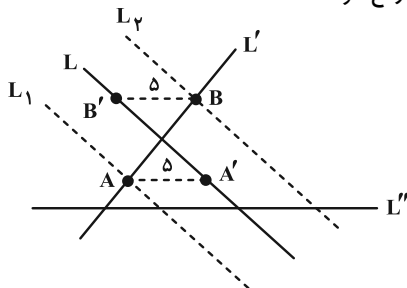
$$AB'' = \sqrt{(-2-4)^2 + (4-(-1))^2} = \sqrt{6^2 + 5^2} = 10$$

$$\min(AMNPB) = AB'' + 1 + 2 = 13$$

(هنر سه ۲- تبدیل‌های هندسی و کاربردها؛ صفحه ۵۳)

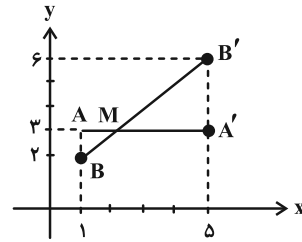
۵۰- گزینه «۳» (امیرمسین ابومیبوب)

مطابق شکل سه خط دوجه دو متقاطع  $L$ ،  $L'$  و  $L''$  را در نظر بگیرید. فرض کنید پاره‌خط مورد نظر موازی  $L''$  بوده و دو سر آن روی  $L$  و  $L'$  قرار داشته باشد. در این صورت می‌توانیم خط  $L$  را موازی با  $L''$  و در دو جهت متفاوت به اندازه  $5$  واحد انتقال دهیم تا به ترتیب خطوط  $L_1$  و  $L_2$  حاصل شود. این دو خط، خط  $L'$  را در نقاط  $A$  و  $B$  قطع می‌کنند. حال کافی است از هر کدام از نقاط  $A$  و  $B$ ، خطی موازی با  $L''$  رسم کنیم تا خط  $L$  را به ترتیب در  $A'$  و  $B'$  قطع کنند. طول هر کدام از پاره‌خط‌های  $AA'$  و  $BB'$  برابر  $5$  واحد است و موازی  $L''$  هستند. به‌طور مشابه می‌توان دو پاره‌خط موازی  $L$  و دو پاره‌خط موازی  $L'$  به طول  $5$  رسم نمود که دو سر آنها بر دو خط دیگر واقع شود.



(هنر سه ۲- تبدیل‌های هندسی و کاربردها؛ مشابه تمرین ۳ صفحه ۵۴)

مطابق شکل نقطه  $M$  محل برخورد  $AA'$  و  $BB'$ ، مرکز تجانس است. چون دو نقطه  $A$  و  $A'$  در دو طرف  $M$  قرار دارند، پس نسبت تجانس منفی است، یعنی  $k = -3$ .



بنابراین  $MA' = 3AM$  و در نتیجه اگر نسبت تجانس جدید را برابر  $k'$

$$|k'| = \frac{AA'}{MA'} = \frac{4AM}{3AM} = \frac{4}{3}$$

در نظر بگیریم، آنگاه داریم:

از طرفی دو نقطه  $M$  و  $A$  در یک طرف  $A'$  قرار دارند، پس  $k' > 0$  و در

$$\text{نتیجه } k = \frac{4}{3} \text{ است.}$$

(هنر سه ۲- تبدیل‌های هندسی و کاربردها؛ صفحه‌های ۴۳ تا ۴۶)

۴۷- گزینه «۴» (روح‌اله حسینی)

با توجه به ثابت بودن طول ضلع  $AB$ ، کمترین مقدار محیط وقتی اتفاق می‌افتد که  $AM + MB$ ، مینیمم شود. برای پیدا کردن مکان  $M$ ، نقطه  $B'$  بازتاب یافته  $B$  نسبت به نیمساز ناحیه اول و سوم را پیدا می‌کنیم. از طرفی می‌دانیم بازتاب نقطه‌ای به مختصات  $(\alpha, \beta)$  نسبت به نیمساز ناحیه اول و سوم، نقطه با مختصات  $(\beta, \alpha)$  خواهد بود، پس  $B'(6, 4)$ .

اکنون  $M$  محل برخورد خط گذرنده از نقاط  $A$  و  $B'$  با خط  $y = x$  (نیمساز ناحیه اول و سوم) است. پس معادله خط گذرنده از  $A$  و  $B'$  را می‌نویسیم:

$$\begin{cases} A(1, 2) \\ B'(6, 4) \end{cases} \Rightarrow m_{AB'} = \frac{4-2}{6-1} = \frac{2}{5} \Rightarrow y = \frac{2}{5}x + \frac{8}{5}$$

بنابراین مختصات  $M$  جواب دستگاه معادلات است:

$$\begin{cases} y = x \\ y = \frac{2}{5}x + \frac{8}{5} \end{cases}$$

$$x = \frac{2}{5}x + \frac{8}{5} \Rightarrow 5x = 2x + 8 \Rightarrow x = \frac{8}{3}$$

$$\xrightarrow{y=x} y = \frac{8}{3}$$

پس  $M(\frac{8}{3}, \frac{8}{3})$  است بنابراین فاصله آن تا نقطه  $O(0, 0)$  برابر است با:

$$MO = \sqrt{\left(\frac{8}{3}-0\right)^2 + \left(\frac{8}{3}-0\right)^2} = \sqrt{\frac{64}{9} + \frac{64}{9}} = \sqrt{\frac{128}{9}} = \frac{8\sqrt{2}}{3}$$

(هنر سه ۲- تبدیل‌های هندسی و کاربردها؛ صفحه‌های ۵۲ و ۵۳)

۴۸- گزینه «۱» (مهمتر قدران)

مرکز ثقل مثلث در حقیقت محل هم‌رسی میانه‌های مثلث است. می‌دانیم در هر مثلث میانه‌ها یکدیگر را به نسبت  $2$  به  $1$  قطع می‌کنند. بنابراین نسبت

تجانس برابر  $\frac{2}{3}$  است. در مثلث قائم‌الزاویه  $OAB$ ، اندازه یک زاویه

حاده  $(\widehat{OBA})$   $15^\circ$  درجه است، پس ارتفاع وارد بر وتر یک چهارم وتر است. پس مساحت مثلث  $OAB$  برابر است با:

$$S_{OAB} = \frac{1}{2} AB \times OH = \frac{1}{2} \times 12 \times \left(\frac{12}{4}\right) = 18$$

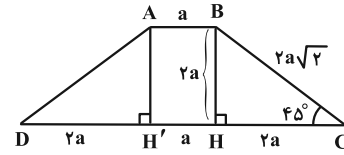


هندسه ۱

گزینه «۲»

(اخشین فاضله‌ن)

با فرض  $AB = a$  داریم  $DC = \Delta a$ . عمودهای  $BH$  و  $AH'$  را بر قاعده  $DC$  رسم می‌کنیم. مطابق شکل  $BH = CH = \sqrt{2}a$  و داریم:



$$S = \frac{(a + \Delta a) \sqrt{2}a}{2} = 54 \Rightarrow 6a^2 = 54 \Rightarrow a = 3$$

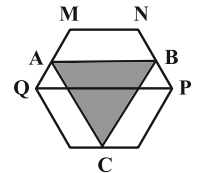
$$\Rightarrow \text{محیط دوزنقه} = 6a + 4a\sqrt{2} = 18 + 12\sqrt{2}$$

(هنرسه ۱- پندرضلعی‌ها: مشابه تمرین ۳ صفحه ۷۲)

گزینه «۱»

(سیرمهرضا عسینی‌فر)

اگر طول ضلع شش‌ضلعی منتظم را  $a$  در نظر بگیریم، آنگاه:



$$PQ = \sqrt{3}a, \quad AB = \frac{MN + PQ}{2} = \frac{3}{2}a$$

مثلث  $ABC$  متساوی‌الاضلاع است، پس:

$$\frac{S_{ABC}}{S_{\text{کل}}} = \frac{\frac{\sqrt{3}}{4}(AB)^2}{6 \times \frac{\sqrt{3}}{4}(MN)^2} = \frac{(\frac{3}{2}a)^2}{6a^2} = \frac{9}{6} = \frac{3}{2}$$

(هنرسه ۱- پندرضلعی‌ها: صفحه‌های ۶۵ و ۶۶)

گزینه «۲»

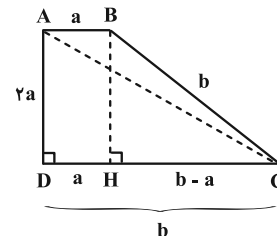
(روح‌اله عسینی)

در دوزنقه قائم‌الزاویه  $ABCD$ ، قرار می‌دهیم  $AB = a$  و  $CD = b$ . بنابراین طبق فرض  $AD = \sqrt{2}a$  و  $BC = b$ ؛ از  $B$  بر  $DC$  عمود می‌کشیم و پای عمود را  $H$  می‌نامیم. چون  $ABHD$  مستطیل است پس:

$$DH = AB = a, \quad BH = AD = \sqrt{2}a$$

$$HC = DC - DH = b - a$$

بنابراین:



اکنون در مثلث قائم‌الزاویه  $BHC$  بنابر قضیه فیثاغورس داریم:

$$BH^2 + HC^2 = BC^2 \Rightarrow (\sqrt{2}a)^2 + (b - a)^2 = b^2$$

$$\Rightarrow 2a^2 + a^2 - 2ab + b^2 = b^2 \Rightarrow 3a^2 - 2ab = 0$$

$$\Rightarrow a(3a - 2b) = 0 \xrightarrow{a \neq 0} 3a - 2b = 0$$

$$\Rightarrow 2b = 3a \Rightarrow b = \frac{3a}{2}$$

$$S_{ABCD} = \frac{(AB + DC) \times AD}{2} = \frac{(a + b) \times \sqrt{2}a}{2}$$

$$= (a + b)a = (a + \frac{3a}{2})a = \frac{5}{2}a^2$$

$$\frac{5}{2}a^2 = 56 \Rightarrow a^2 = 11.2 \Rightarrow a = \sqrt{11.2}$$

$$\Rightarrow b = \frac{3 \times \sqrt{11.2}}{2} = 1.5 \times \sqrt{11.2} = 1.5 \times 3.35 = 5.025$$

از طرفی در مثلث قائم‌الزاویه  $ADC$  بنابر قضیه فیثاغورس داریم:

$$AC^2 = AD^2 + CD^2 = a^2 + 1.5^2 a^2 = 1.25 a^2 = 1.25 \times 11.2 = 14$$

$$\Rightarrow AC = \sqrt{14} = 3.74$$

(هنرسه ۱- پندرضلعی‌ها: صفحه‌های ۶۵ و ۶۶)

گزینه «۱» (غامر معنوی)

چون دو قطر  $AC$  و  $BD$  بر هم عمودند، بنابراین مساحت چهارضلعی  $ABCD$  برابر با نصف حاصل‌ضرب این دو قطر است، پس:

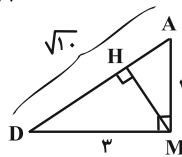
$$S_{ABCD} = \frac{1}{2} AC \times BD \Rightarrow 33 = \frac{1}{2} \times 6 \times BD \Rightarrow BD = 11$$

$$\Rightarrow DM = 11 - 8 = 3$$

در مثلث قائم‌الزاویه  $AMD$ ، ارتفاع وارد بر وتر  $AD$  را رسم می‌کنیم،

$$2S_{AMD} = AD \times MH = AM \times DM$$

$$\Rightarrow MH = \frac{1 \times 3}{\sqrt{10}} = \frac{3}{\sqrt{10}} = \frac{3\sqrt{10}}{10} = 0.947$$



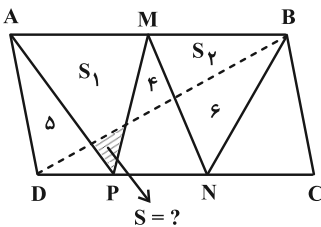
(هنرسه ۱- پندرضلعی‌ها: صفحه‌های ۶۵ و ۶۶)

گزینه «۴»

(سیرمهرضا عسینی‌فر)

می‌دانیم با رسم قطر در متوازی‌الاضلاع، مساحت متوازی‌الاضلاع نصف می‌شود، در نتیجه:

$$S_{ABD} = \frac{1}{2} S_{ABCD}$$



$$5 + S_1 + 4 + S_2 = \frac{1}{2} S_{ABCD} \quad (1)$$

از طرفی مجموع دو مساحت  $AMP$  و  $BMN$  نیز نصف مساحت متوازی‌الاضلاع است، یعنی:

$$S_{AMP} + S_{BMN} = \frac{1}{2} S_{ABCD}$$

$$\Rightarrow S_1 + S_2 + S_3 + 6 = \frac{1}{2} S_{ABCD} \quad (2)$$

$$\xrightarrow{(1), (2)} 9 + S_1 + S_2 = 6 + S_2 + S_1 + S_3 \Rightarrow S = 3$$

(هنرسه ۱- پندرضلعی‌ها: صفحه‌های ۶۵ و ۶۶)

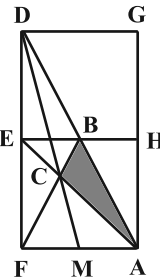


گزینه ۱» -۵۶

(مممر تاری ایانه)

مطابق شکل،  $AE$  و  $FB$  میانه‌های دو ضلع  $AD$  و  $FD$  از مثلث  $AFD$  هستند. میانه ضلع سوم  $(DM)$  را رسم می‌کنیم. می‌دانیم از برخورد میانه‌های هر مثلث، ۶ مثلث هم مساحت پدید می‌آید، پس داریم:

$$\begin{cases} S_{ABC} = \frac{1}{6} S_{AFD} \\ S_{AFD} = \frac{1}{2} S_{DGAF} \end{cases} \Rightarrow S_{ABC} = \frac{1}{12} S_{DGAF}$$



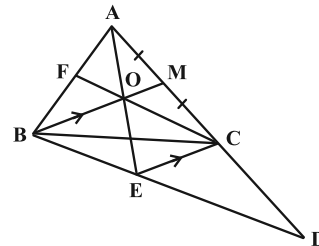
(هنر سه ۱- پندرضلعی‌ها؛ صفحه ۶۷)

گزینه ۳» -۵۷

(روح اله سنی)

چون  $\frac{CD}{MC} = 2$  پس  $CD = AC = 2MC$   
از طرفی بنا بر فرض مسئله  $\frac{ED}{BE} = 2$ ، پس  $\frac{CD}{MC} = \frac{ED}{BE}$  و بنا بر عکس قضیه تالس داریم:  $EC \parallel BM$

$$\Delta BMD : EC \parallel BM \xrightarrow{\text{تعمیم تالس}} \frac{EC}{BM} = \frac{CD}{MD}$$



اما چون  $MD = CD + MC = CD + \frac{1}{2}CD = \frac{3}{2}CD$  پس:

$$\frac{EC}{BM} = \frac{CD}{MD} = \frac{2}{3} \quad (1)$$

همچنین در مثلث  $AEC$  داریم:

$$MO \parallel EC \xrightarrow{\text{تعمیم تالس}} \frac{MO}{EC} = \frac{AM}{AC} = \frac{1}{2} \quad (2)$$

از روابط (۱) و (۲) داریم:

$$\frac{MO}{EC} \times \frac{EC}{BM} = \frac{1}{2} \times \frac{2}{3} = \frac{1}{3} \Rightarrow \frac{MO}{BM} = \frac{1}{3} \xrightarrow{\text{تفضیل در مخرج}} \frac{MO}{BO} = \frac{1}{2}$$

بنابراین  $O$  میانه  $BM$  را به نسبت ۱ به ۲ تقسیم کرده است پس  $O$  همان محل هم‌رسی میانه‌های اضلاع مثلث  $ABC$  است. در نتیجه  $CF$  نیز میانه

نظیر ضلع  $AB$  است و در نتیجه:

(هنر سه ۱- پندرضلعی‌ها؛ صفحه ۶۷)

گزینه ۳» -۵۸

(فرزانه کاکپاش)

اگر طول ضلع مثلث را با  $a$  و مساحت آن را با  $S$  نمایش دهیم، آن‌گاه داریم:

$$S = \frac{\sqrt{3}}{4} a^2 = 12\sqrt{3} \Rightarrow a^2 = 4 \times 12 = 48 \Rightarrow a = 4\sqrt{3}$$

$$\text{مجموع فواصل هر نقطه دلخواه درون یک مثلث متساوی‌الاضلاع از سه ضلع آن، برابر طول ارتفاع مثلث است. بنابراین در صورتی که فاصله نقطه } M \text{ از ضلع سوم مثلث را با } x \text{ نمایش دهیم، داریم:}$$

$$h_a = \frac{\sqrt{3}}{2} a = \frac{\sqrt{3}}{2} \times 4\sqrt{3} = 6$$

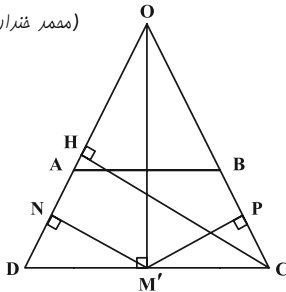
$$4 + x = 6 \Rightarrow x = 2$$

(هنر سه ۱- پندرضلعی‌ها؛ صفحه ۶۸)

گزینه ۴» -۵۹

(مممر فندان)

دو ساق  $AD$  و  $BC$  را امتداد می‌دهیم تا یکدیگر را در نقطه  $O$  قطع کنند. چون  $\hat{C} = \hat{D}$ ، پس مثلث  $OCD$  متساوی‌الساقین است.



طبق تعمیم قضیه تالس در مثلث  $OCD$  داریم:

$$\Delta OCD : AB \parallel CD \Rightarrow \frac{OA}{OD} = \frac{AB}{CD} \Rightarrow \frac{OD-9}{OD} = \frac{1/2}{10} = \frac{1}{10}$$

$$\Rightarrow 10 \cdot OD - 90 = OD \Rightarrow OD = 10$$

می‌دانیم مجموع طول عمودهای رسم شده از یک نقطه واقع بر قاعده یک مثلث متساوی‌الساقین بر دو ساق آن، برابر طول ارتفاع وارد بر ساق است. پس داریم:

$$\Delta OCD : CH \times OD = OM' \times CD \Rightarrow CH \times 10 = 8 \times 12 \Rightarrow CH = 9/6$$

توجه: طول ارتفاع  $OM'$  از نوشتن رابطه فیثاغورس در مثلث قائم‌الزاویه  $OCM'$  بدست می‌آید.

(هنر سه ۱- پندرضلعی‌ها؛ صفحه ۶۸)

گزینه ۳» -۶۰

(امیر حسین ابومصوب)

طبق فرمول پیک، مساحت چندضلعی‌های شبکه‌ای برابر  $S = \frac{b}{2} + i - 1$  است که  $b$  و  $i$  به ترتیب تعداد نقاط مرزی و درونی چندضلعی شبکه‌ای هستند. طبق فرض  $i = 3b$  و از طرفی داریم:

$$\begin{cases} b + i \leq 40 \Rightarrow 4b \leq 40 \xrightarrow{b \in \mathbb{N}} b \leq 10 \\ S = \frac{b}{2} + 3b - 1 = \frac{7}{2}b - 1 \end{cases}$$

همچنین می‌دانیم حداقل تعداد نقاط مرزی برابر ۳ است. پس مجموع مساحت چندضلعی‌های شبکه‌ای مورد نظر برابر می‌شود با:

$$\sum_{b=3}^{10} S = \left(\frac{7}{2} \times 3 - 1\right) + \left(\frac{7}{2} \times 4 - 1\right) + \dots + \left(\frac{7}{2} \times 10 - 1\right)$$

$$= \frac{7}{2} (3 + 4 + \dots + 10) - 8 \times 1 = \frac{7}{2} \left(\frac{10 \times 11}{2} - 3\right) - 8 = 174$$

$$\Rightarrow \text{میانگین مساحت‌ها} = \frac{174}{8} = 21/75$$

(هنر سه ۱- پندرضلعی‌ها؛ صفحه‌های ۶۹ تا ۷۱)



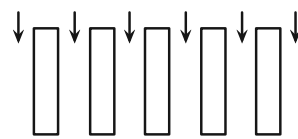
## ریاضیات گسسته

## گزینه ۱»

(سیرمهدر رضا عسینی فرد)

ابتدا دفترهای یکسان را در یک ردیف قرار می‌دهیم. این کار فقط یک حالت دارد! حال از بین جاهای خالی، قبل از اولین دفتر تا بعد از آخرین دفتر (یعنی ۶ جای خالی) ۲ تا را برای کتاب‌های یکسان ریاضی و ۲ تای دیگر را برای کتاب‌های یکسان هندسه انتخاب می‌کنیم. پس جواب برابر با  $\binom{6}{2}\binom{4}{2} = 90$  است.

۶ جای خالی برای قرار گرفتن کتاب‌ها



۵ دفتر یکسان در یک ردیف

(ریاضیات گسسته - ترکیبیات: صفحه‌های ۵۶ و ۵۷)

## گزینه ۲»

(عباس الهی)

چون عدد سه رقمی با ارقام متمایز و بخش‌پذیر بر ۳ است، پس ابتدا ارقام ۱ تا ۹ را به سه دسته  $\{۱, ۴, ۷\}$ ،  $\{۲, ۵, ۸\}$ ،  $\{۳, ۶, ۹\}$  تقسیم می‌کنیم؛ یا باید از هر کدام از دسته‌های بالا یک رقم انتخاب شود و یا تمام ارقام متمایز از یک دسته انتخاب شوند، پس تعداد حالت‌ها برابر است با:

$$\binom{3}{1}\binom{3}{1}\binom{3}{1} \times 3! + \binom{3}{1} \times 3! = 3^3 \times 3! + 3 \times 3! = 27 \times 3! + 3 \times 3! = 30 \times 3! = 30 \times 6 = 180$$

(ریاضیات گسسته - ترکیبیات: صفحه‌های ۵۶ و ۵۷)

## گزینه ۳»

(مسعود رویشی)

انتخاب ۲ رقم از A به  $\binom{4}{2} = 6$  روش و انتخاب ۳ رقم از B

به  $\binom{5}{3} = 10$  روش امکان دارد. پس انتخاب ۵ رقم به  $10 \times 6 = 60$  روش

امکان‌پذیر است. از طرفی یکان باید از A و ده‌هزارگان باید از B باشد که این کار هم به  $2 \times 3 = 6$  روش انجام می‌شود و ۳ رقم میانی هم با سه رقم باقی‌مانده (یک رقم از A و دو رقم از B) به  $6 = 3!$  روش پُر می‌شوند. پس برای هر انتخاب پنج‌تایی، تعداد جایگشت‌های خواسته شده برابر با  $3! \times 6 = 36$  است. در نهایت چون تعداد انتخاب‌ها نیز ۶۰ تا است، تعداد کل جایگشت‌ها برابر می‌شود با:

$$60 \times 36 = 2160$$

(ریاضیات گسسته - ترکیبیات: مشابه تمرین ۲ صفحه ۷۱)

## گزینه ۲»

(مسعود رویشی)

ابتدا ۵ حرف  $a, b, c, d, f$  (غیر از  $e$ ) را می‌چینیم (که به ۵! حالت جایگشت دارند). سپس مطابق شکل، قبل و بعد هر حرف را برای قرار دادن  $e$  ها جای خالی می‌گذاریم.

$$\text{--- } a \text{ --- } b \text{ --- } c \text{ --- } d \text{ --- } f \text{ ---}$$

از بین ۶ تا جای خالی، ۴ تا انتخاب می‌کنیم تا  $e$  ها را بچینیم. این کار نیز به  $\binom{6}{4}$  روش امکان‌پذیر است. طبق اصل ضرب، جایگشت‌های مورد نظر

$$\binom{6}{4} \times 5! = 15 \times 5! \quad \text{برابر می‌شود با:}$$

(ریاضیات گسسته - ترکیبیات: صفحه‌های ۵۶ و ۵۷)

## گزینه ۲»

(علی پسنزیره)

راه‌حل اول: تقسیم‌بندی (افراز) کتاب‌ها باید به صورت  $\{۳ \text{سه کتاب}\}$ ،  $\{۲ \text{دو کتاب}\}$ ،  $\{۲ \text{دو کتاب}\}$  باشد، که تعداد این افرازاها برابر می‌شود با:

$$\frac{\binom{7}{2}\binom{5}{2}\binom{3}{2}}{2!} = \frac{21 \times 10}{2} = 105$$

هر یک از این افرازاها را به ۳! حالت می‌توان به سه نفر نسبت داد، پس تعداد حالات کل برابر می‌شود:

$$105 \times 6 = 630$$

راه‌حل دوم: تقسیم کتاب‌ها به صورت  $(۲, ۲, ۳)$  صورت می‌گیرد. نفری که ۳ کتاب به آن می‌رسد، ۳ حالت متمایز دارد. در هر کدام از این ۳ حالت

$$\text{به } \binom{7}{2}\binom{5}{2}\binom{3}{3} = 210 \text{ حالت می‌توان کتاب‌ها را بین سه نفر تقسیم}$$

کرد، پس تعداد حالات مورد نظر برابر می‌شود با:

$$3 \times 210 = 630$$

(ریاضیات گسسته - ترکیبیات: مشابه تمرین ۷ صفحه ۷۱)

## گزینه ۲»

(مسعود رویشی)

انتخاب یک زوج از بین ۸ زوج به  $\binom{8}{1} = 8$  روش انجام می‌شود. حالا از میان

۷ زوج باقی‌مانده ۳ زوج انتخاب می‌کنیم که این کار هم به  $\binom{7}{3} = 35$  روش

انجام می‌شود. در نهایت از هر کدام از این ۳ زوج باید یک نفر انتخاب کنیم که این کار نیز به  $2 \times 2 \times 2 = 8$  روش امکان‌پذیر است. پس تعداد کل

روش‌های انتخاب هیئت ۵ نفره برابر است با:

$$8 \times 35 \times 8 = 2240$$

(ریاضیات گسسته - ترکیبیات: صفحه‌های ۵۶ و ۵۷)



## ۶۷- گزینه «۳»

(افشین فاضلان)

با توجه به شرایط مسئله، فقط با  $x_1 = 1$  قابل قبول است (چرا؟) و مقادیر ممکن برای  $x_4$  برابر است با ۹، ۴، ۱. پس معادله به صورت زیر می‌شود:

$$1 + x_2 + x_3 + \sqrt{x_4} = 6 \Rightarrow x_2 + x_3 + \sqrt{x_4} = 5$$

اگر از تغییر متغیر  $\sqrt{x_4} = y_4$  استفاده کنیم، آنگاه داریم:

$$x_2 + x_3 + y_4 = 5$$

$$\text{تعداد جواب‌های طبیعی} = \binom{5-1}{3-1} = \binom{4}{2} = 6$$

(ریاضیات گسسته- ترکیبیات: مشابه تمرین ۹ صفحه ۷۱)

## ۶۸- گزینه «۳»

(علیرضا شریف‌فطینی)

تعداد سیب‌های نفرات اول تا چهارم را به ترتیب با  $x_1$  تا  $x_4$  نمایش می‌دهیم؛ لذا حل این سوال، مانند محاسبه تعداد جواب‌های صحیح و نامنفی معادله زیر است:

$$\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 10 \\ x_1 \geq 2, \quad x_2 \leq 4 \end{cases}$$

با فرض  $x_1 = x_1' + 2$  داریم  $x_1' \geq 0$  و در نتیجه معادله به صورت زیر می‌شود:

$$\begin{cases} x_1' + x_2 + x_3 + x_4 = 8 \\ x_2 \leq 4 \end{cases}$$

برای حل این معادله از اصل متمم استفاده می‌کنیم. فرض کنیم  $x_2 \geq 5$ .

آنگاه با در نظر گرفتن  $x_2 = x_2' + 5$  داریم:

$$x_1' + x_2' + x_3 + x_4 = 3 \quad (\text{حالت نامطلوب})$$

در نتیجه طبق اصل متمم داریم:

تعداد حالات نامطلوب - تعداد کل حالات = تعداد حالات مطلوب

$$= \binom{8+4-1}{4-1} - \binom{3+4-1}{4-1} = \binom{11}{3} - \binom{6}{3} = 165 - 20 = 145$$

(ریاضیات گسسته- ترکیبیات: صفحه‌های ۵۹ تا ۶۱)

## ۶۹- گزینه «۲»

(روح‌اله حسینی)

معادله داده شده را می‌توان به این صورت نوشت:

$$x_1(x_2 + x_3) + x_2(x_3 + x_4) = 14 \Rightarrow (x_1 + x_2)(x_3 + x_4) = 14$$

با توجه به صحیح و نامنفی بودن  $x_i$  ها، حالت‌های زیر وجود دارد:

$$(1) \quad x_1 + x_2 = 1, \quad x_3 + x_4 = 14$$

$$x_1 + x_2 = 2 \Rightarrow \text{جواب صحیح و نامنفی و معادله}$$

$$x_3 + x_4 = 14 \Rightarrow \text{جواب صحیح و نامنفی است. پس در}$$

این حالت  $2 \times 15 = 30$  جواب وجود دارد.

$$(2) \quad x_3 + x_4 = 1, \quad x_1 + x_2 = 14; \text{ در این حالت مشابه قسمت}$$

قبل، ۳۰ جواب وجود دارد.

$$(3) \quad x_3 + x_4 = 7, \quad x_1 + x_2 = 2; \text{ در این صورت معادله}$$

$$x_1 + x_2 = 2 \Rightarrow \text{جواب صحیح و نامنفی و معادله}$$

$$x_3 + x_4 = 7 \Rightarrow \text{جواب صحیح و نامنفی است. بنابراین در}$$

این حالت  $3 \times 8 = 24$  جواب وجود دارد.

$$(4) \quad x_3 + x_4 = 2, \quad x_1 + x_2 = 7; \text{ در این حالت مشابه قسمت قبل، ۲۴}$$

جواب وجود دارد. بنابراین تعداد کل جواب‌های صحیح و نامنفی معادله برابر

$$2 \times 30 + 2 \times 24 = 108 \quad \text{است با:}$$

(ریاضیات گسسته- ترکیبیات: صفحه‌های ۵۹ تا ۶۱)

## ۷۰- گزینه «۱»

(مهمر شاه‌مهمری)

تعداد کل جواب‌های صحیح و نامنفی این معادله، برابر است با:

$$\binom{6+3-1}{3-1} = \binom{8}{2} = 28$$

همچنین توجه کنید تعداد حالت‌هایی که  $x_1 > x_2$  با تعداد حالت‌هایی

که  $x_1 < x_2$  مساوی است؛ و اگر از تعداد کل جواب‌ها، حالاتی

که  $x_1 = x_2$  را کم کنیم حالات  $x_1 > x_2$  یا  $x_1 < x_2$  به دست می‌آید.

$$2x_1 + x_2 = 6 \quad \text{تعداد حالت‌هایی که } x_1 = x_2 \text{ است:}$$

در این صورت  $x_2$  نیز قطعاً زوج است، یعنی  $x_2 = 2y_2$  و در نتیجه داریم:

$$2(x_1 + y_2) = 6 \Rightarrow x_1 + y_2 = 3 \Rightarrow \text{تعداد جواب‌ها} = \binom{4}{1} = 4$$

$$\frac{28-4}{2} = 12 \quad \text{پس تعداد جواب‌های با شرط } x_1 > x_2 \text{ برابر می‌شود با:}$$

(ریاضیات گسسته- ترکیبیات: صفحه‌های ۵۹ تا ۶۱)





## گزینه «۴» - ۷۶

(امیرمسین ابومصوب)

می‌دانیم مجموع انحراف از میانگین داده‌های آماری برابر صفر است، پس داریم:

$$a + b + 1 - 2 - 4 = 0 \Rightarrow a + b = 5$$

واریانس داده‌ها در صورتی بیشترین مقدار ممکن را خواهد داشت که اعداد  $a$  و  $b$  از نظر قدمطلق بیشترین مقدار را داشته باشند. از طرفی طبق فرض، اختلاف بین ماکزیمم و مینیمم داده‌ها برابر ۱۲ است. با توجه به این که مجموع  $a$  و  $b$  باید عددی مثبت باشد، با فرض  $a > b$  حداکثر واریانس به ازای  $a = 8$  و  $b = -3$  حاصل می‌شود. در این صورت داریم:

$$\sigma^2 = \frac{8^2 + (-3)^2 + 1^2 + (-2)^2 + (-4)^2}{5} = 18/8$$

توجه: به ازای پنج عدد  $0, 1, 2, 5, 12$ ، این مقدار واریانس به دست می‌آید. (آمار و احتمال - آمار توصیفی: صفحه ۸۸)

## گزینه «۱» - ۷۷

(سیرمهرضا حسینی فرد)

واریانس شش داده آماری صفر است پس همگی برابرند:

$$a, a, a, a, a, a, 2, 4, 6 \Rightarrow \bar{x} = 8 = \frac{6a + 12}{9} \Rightarrow a = 10$$

$$\sigma^2 = \frac{\sum (x_i - 8)^2}{9} = \frac{6(10-8)^2 + (2-8)^2 + (4-8)^2 + (6-8)^2}{9} = \frac{24 + 36 + 16 + 4}{9} = \frac{80}{9}$$

$$CV = \frac{\sigma}{\bar{x}} = \frac{\sqrt{\frac{80}{9}}}{8} = \frac{\sqrt{5}}{6}$$

(آمار و احتمال - آمار توصیفی: صفحه‌های ۸۸ تا ۹۰)

## گزینه «۴» - ۷۸

(امیرمسین ابومصوب)

ابتدا میانگین داده‌ها را بر حسب پارامتر  $a$  پیدا می‌کنیم:

$$\bar{x} = \frac{1 + 4 + (2a - 1) + (2a + 4)}{4} = a + 2$$

حال واریانس داده‌ها را محاسبه کرده و برابر  $\frac{33}{2}$  قرار می‌دهیم.

$$\sigma^2 = \frac{(-a-1)^2 + (-a+2)^2 + (a-3)^2 + (a+2)^2}{4}$$

$$\Rightarrow \frac{33}{2} = \frac{4a^2 - 4a + 18}{4} \Rightarrow a^2 - a + \frac{9}{2} = \frac{33}{2}$$

$$\Rightarrow a^2 - a - 12 = 0 \Rightarrow (a-4)(a+3) = 0$$

$$\Rightarrow \begin{cases} a = 4 \Rightarrow \bar{x} = 6 \\ a = -3 \text{ غ ق ق} \end{cases}$$

تذکر: به ازای  $a = -3$ ، داده‌های  $2a - 1$  و  $2a + 4$  منفی می‌شوند.

(آمار و احتمال - آمار توصیفی: صفحه‌های ۸۱ تا ۸۸)

## گزینه «۲» - ۷۹

(امیرمسین ابومصوب)

اگر تعداد داده  $A$  را با  $f_A$  و تعداد کل داده‌های اولیه را با  $n$  نمایش دهیم، آنگاه داریم:

$$\alpha_A = \frac{f_A}{n} \times 36^\circ \Rightarrow 3^\circ = \frac{f_A}{n} \times 36^\circ \Rightarrow \frac{f_A}{n} = \frac{1}{12}$$

$$\Rightarrow n = 12f_A$$

پس در صورتی که تعداد اولیه داده  $A$  برابر  $x$  باشد، تعداد کل داده‌های اولیه برابر  $12x$  است. اگر تعداد داده‌های  $A$ ، ۴ برابر شود و تعداد سایر داده‌ها ثابت بماند. آنگاه فراوانی جدید داده  $A$ ، برابر  $f'_A = 4x$  و فراوانی جدید کل داده‌ها برابر  $n' = 12x + 3x = 15x$  خواهد بود و در نتیجه زاویه مرکزی داده  $A$  در این حالت برابر است با:

$$\alpha'_A = \frac{f'_A}{n'} \times 36^\circ = \frac{4x}{15x} \times 36^\circ = 96^\circ$$

میزان افزایش زاویه متناظر با داده  $A$ ، برابر است با:  $96^\circ - 3^\circ = 66^\circ$

(آمار و احتمال - آمار توصیفی: صفحه‌های ۷۰ تا ۷۲)

## گزینه «۱» - ۸۰

(مهمر قدران)

اگر تعداد داده‌ها را  $n$  بگیریم، طبق جدول، تعداد داده‌های غیر ۱۳ برابر  $8n$  و در نتیجه تعداد داده‌های ۱۳ برابر  $2n$  می‌باشد. طبق

فرمول میانگین موزون داده‌ها داریم:

$$\bar{x} = \frac{\sum f_i x_i}{\sum f_i} = \frac{12 \times 0 + 5n + 13 \times 0 + 2n + 14 \times 0 + 1n + 15 \times 0 + 2n}{n} = 13$$

پس با حذف داده‌های ۱۳، میانگین داده‌های جدید تغییری نمی‌کند و

مقدار  $(x_i - \bar{x})^2$  در محاسبه واریانس جدید، بدون تغییر می‌ماند و داریم:

$$\left\{ \begin{array}{l} \sigma^2 = \frac{(x_1 - \bar{x})^2 + \dots}{n} = \frac{A}{n} \text{ واریانس قدیم} \\ \sigma'^2 = \frac{(x'_1 - \bar{x})^2 + \dots}{0/8n} = \frac{A}{0/8n} \text{ واریانس جدید} \end{array} \right.$$

$$\Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} CV = \frac{\sigma}{\bar{x}} = \frac{\sqrt{\frac{A}{n}}}{13} \text{ ضریب تغییرات قدیم} \\ (CV)' = \frac{\sigma'}{\bar{x}'} = \frac{\sqrt{\frac{A}{0/8n}}}{13} \text{ ضریب تغییرات جدید} \end{array} \right.$$

$$\Rightarrow \frac{(CV)'}{CV} = \sqrt{\frac{1}{0/8}} = \sqrt{\frac{5}{4}} = \frac{\sqrt{5}}{2} \xrightarrow{\sqrt{5} \approx 2/2} \approx \frac{2/2}{2} = 1/1$$

یعنی تقریباً ۱۰ درصد به ضریب تغییرات اضافه می‌شود.

(آمار و احتمال - آمار توصیفی: صفحه‌های ۸۱ و ۸۷ تا ۹۱)



**فیزیک ۳**

۸۱- گزینه «۲»

(مهران اسماعیلی)

با توجه به شکل، صدای اول پس از پیمودن مسافت  $d$  و صدای دوم که ناشی از پژواک است پس از پیمودن مسافت  $d + 2x$  به گوش شکارچی (۲) می‌رسد. پس می‌توان نوشت:

$$t_1 = \frac{d}{v} \xrightarrow{t_1=1s} 1 = \frac{d}{v} \Rightarrow d = v$$

$$t_2 = \frac{d + 2x}{v} \xrightarrow{t_2=4s} 4 = \frac{d + 2x}{v}$$

$$\Rightarrow d + 2x = 4d \Rightarrow x = 1.5d$$

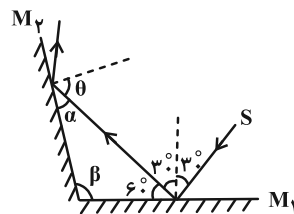
(فیزیک ۳- صفحه‌های ۹۰ تا ۹۳)

(مکمل پرسش آخر فصل صفحه ۱۱۱)

۸۲- گزینه «۲»

(رحمت‌اله خیراله زاده سماکوش)

مرحله اول: زاویه بازتاب از آینه  $M_1$  را در حالت اول به دست می‌آوریم:

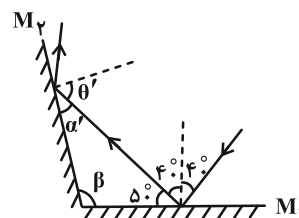


$$\alpha + 60^\circ = 180^\circ \Rightarrow \alpha = 120^\circ - \beta \quad (1)$$

$$\theta = 90^\circ - \alpha \xrightarrow{(1)} \theta = 90^\circ - (120^\circ - \beta) = \beta - 30^\circ$$

در مرحله دوم: زاویه تابش پرتوی SI،  $10^\circ$  افزایش یافته و به  $40^\circ$  می‌رسد.

در این حالت زاویه بازتاب از آینه  $M_1$  برابر است با:



$$\alpha' + 50^\circ = 180^\circ \Rightarrow \alpha' = 130^\circ - \beta \quad (2)$$

$$\theta' = 90^\circ - \alpha' \xrightarrow{(2)} \theta' = 90^\circ - (130^\circ - \beta) = \beta - 40^\circ$$

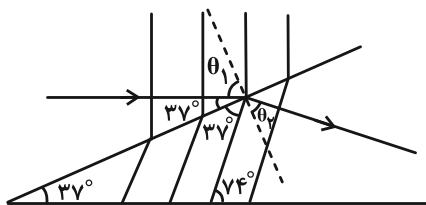
زاویه  $\theta'$  نسبت به زاویه  $\theta$ ،  $10^\circ$  کمتر می‌شود و گزینه «۲» درست است.

(فیزیک ۳- صفحه‌های ۹۰ و ۹۱)

۸۳- گزینه «۱»

(مهران اسماعیلی)

با توجه به روابط هندسی زیر، می‌توان زاویه تابش و زاویه شکست را معین کرد.



$$\theta_1 = 90^\circ - 37^\circ = 53^\circ$$

$$\theta_2 = 37^\circ$$

با استفاده از رابطه قانون شکست عمومی داریم:

$$\frac{\sin \theta_1}{\sin \theta_2} = \frac{v_1}{v_2} = \frac{\lambda_1}{\lambda_2} \xrightarrow{\theta_1=53^\circ, \theta_2=37^\circ} \frac{\sin 53^\circ}{\sin 37^\circ} = \frac{\lambda_1}{\lambda_2}$$

$$\Rightarrow \frac{\lambda_2}{\lambda_1} = \frac{0.6}{0.8} = \frac{3}{4}$$

(فیزیک ۳- صفحه‌های ۹۴ تا ۹۹)

۸۴- گزینه «۴»

(ممدکاظم منشاری)

$$t_1 = t_2 \Rightarrow \frac{x_1}{v_1} = \frac{x_2}{v_2}$$

$$\xrightarrow{v = \frac{c}{n}} x_1 n_1 = x_2 n_2$$

$$\Rightarrow \frac{h}{\cos 60^\circ} \times n_1 = \frac{h}{\cos \theta} \times n_2$$

$$\Rightarrow n_2 = 2 \cos \theta \quad (I)$$

$$n_1 \sin \theta_1 = n_2 \sin \theta_2 \Rightarrow 1 \times \sin 60^\circ = n_2 \times \sin \theta \quad (II)$$

$$\xrightarrow{(II) \cdot (I)} \frac{\sqrt{3}}{2} = 2 \sin \theta \cos \theta = \sin 2\theta$$

$$\Rightarrow 2\theta = 60^\circ \Rightarrow \theta = 30^\circ \Rightarrow n_2 = 2 \cos 30^\circ = \sqrt{3}$$

(فیزیک ۳- صفحه‌های ۹۷ و ۹۸)

۸۵- گزینه «۴»

(مهرادر فاجی)

به کمک قانون شکست اسنل می‌توان نوشت:

$$\Rightarrow \frac{x_{\text{آب}}}{16} = \frac{1}{4} \Rightarrow x_{\text{آب}} = 16 \times \frac{3}{4} = 12 \text{ mm}$$

(فیزیک ۳- صفحه‌های ۱۰۱ تا ۱۰۵)

(مکمل سوال ۱۳ مورد ب امتحان نهایی فردار ۱۳۰۴)

(ممد رضا نصیری)

۸۹- گزینه «۱»

فقط مورد (ب) صحیح است.

بررسی موارد:

(الف) نور سبز طول موج کمتری نسبت به زرد دارد. در آزمایش ینگ پهنای نوارها نسبت

مستقیم با طول موج دارد. پس با کاهش طول موج، پهنای نوارها نیز کمتر می‌شود.

(ب) به دلیل کاهش طول موج نور در آب نسبت به هوا، پدیده پراش ضعیف‌تر می‌شود.

(پ) به دلیل افزایش طول موج، بسامد صوت حاصل کاهش یافته و صدا بم‌تر می‌شود.

(ت) در تشدیدگر هلمهولتز، در بسامدهای معینی تشدید رخ می‌دهد.

(فیزیک ۳- صفحه‌های ۱۰۱ تا ۱۱۰)

(علیرضا جباری)

۹۰- گزینه «۳»

ابتدا بسامد هماهنگ اصلی (اول) تار را به دست می‌آوریم:

$$f_n = \frac{nv}{2L} \xrightarrow{f_1 = \frac{v}{2L}} f_n = nf_1$$

$$f_5 - f_2 = 5f_1 - 2f_1 = 3f_1 \xrightarrow{f_5 - f_2 = 240 \text{ Hz}}$$

$$240 = 3f_1 \Rightarrow f_1 = 80 \text{ Hz}$$

وقتی در طول تار با دو انتهای بسته، ۳ گره تشکیل می‌شود یعنی ۲ شکم

ایجاد شده و تار، هماهنگ دوم خود را تولید می‌کند.

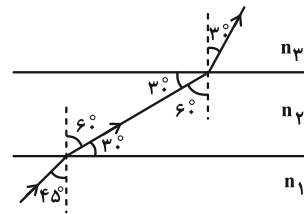
$$f_2 = 2f_1 \xrightarrow{f_1 = 80 \text{ Hz}} f_2 = 2 \times 80 = 160 \text{ Hz}$$

هر ذره از این تار در هر نوسان خود، دو بار طول پاره خط نوسانی خود را طی

می‌کند. بنابراین در یک ثانیه، داریم:

$$\text{تعداد دفعات طی پاره خط نوسانی} = 2 \times 160 = 320$$

(فیزیک ۳- صفحه‌های ۱۰۶ و ۱۰۷)



$$n_1 \sin 45^\circ = n_2 \sin 60^\circ \Rightarrow n_1 \times \frac{\sqrt{2}}{2} = n_2 \times \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\Rightarrow \sqrt{2}n_1 = \sqrt{3}n_2$$

$$n_2 \sin 60^\circ = n_3 \sin 30^\circ \Rightarrow n_2 \times \frac{\sqrt{3}}{2} = n_3 \times \frac{1}{2}$$

$$\Rightarrow \sqrt{3}n_2 = n_3 \Rightarrow \sqrt{2}n_1 = \sqrt{3}n_2 = n_3$$

بنابراین گزینه (۴) صحیح است.

(فیزیک ۳- صفحه ۹۸)

(مکمل مثال ۴-۲ صفحه ۹۸ کتاب درسی)

(رحمت‌اله فیروزه زاده سماکوش)

۸۶- گزینه «۲»

برای افزایش میزان انحراف پرتو، باید ضریب شکست منشور برای پرتو

افزایش یابد. برای این کار می‌توانیم جنس منشور را به گونه‌ای تغییر دهیم

که ضریب شکست آن افزایش یابد و یا می‌توانیم از نوری با طول موج کمتر

(مثلاً بنفش) استفاده کنیم، زیرا ضریب شکست منشور برای رنگ بنفش بیشتر

از رنگ سبز خواهد بود. بنابراین راه‌حل‌های (الف) و (ب) مناسب هستند و

گزینه «۲» درست است.

(فیزیک ۳- صفحه ۱۰۰)

(علیرضا جباری)

۸۷- گزینه «۲»

اگر طول موج را با  $\lambda$  و پهنای شکاف را با  $a$  نشان دهیم، هر چه نسبت  $\frac{\lambda}{a}$

بیشتر باشد، پراش گسترده‌تری خواهیم داشت. با توجه به طیف نور مرئی، در

بین نورهای مطرح شده در گزینه‌ها، نارنجی و زرد به ترتیب بیشترین

طول موج را دارند.

افزایش طول موج ( $\lambda$ )

بنفش	آبی	سبز	زرد	نارنجی	قرمز
------	-----	-----	-----	--------	------

(فیزیک ۳- صفحه ۱۰۲)

(آرمان رحیب فیروزمونی)

۸۸- گزینه «۳»

در آزمایش ینگ، ضخامت یک نوار روشن یا یک نوار تاریک ( $x$ ) متناسب

$$\frac{x_{\text{آب}}}{x_{\text{هوا}}} = \frac{\lambda_{\text{آب}}}{\lambda_{\text{هوا}}} = \frac{n_{\text{هوا}}}{n_{\text{آب}}} \Rightarrow \frac{x_{\text{آب}}}{x_{\text{هوا}}} = \frac{n_{\text{هوا}}}{n_{\text{آب}}}$$

با طول موج نور است.

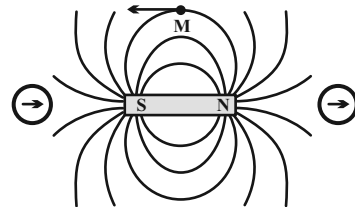


فیزیک ۲

گزینه «۴» ۹۱-

کنکور ریاضی (۱۴۰۴)

خطوط میدان مغناطیسی همواره از قطب N آهنربا خارج و به قطب S آن وارد می‌شوند. از طرف دیگر عقربه مغناطیسی همواره مماس بر خطوط مغناطیسی طوری قرار می‌گیرد که نوک آن، جهت خطوط میدان مغناطیسی را نشان می‌دهد. با این توضیحات و در نظر گرفتن جهت عقربه مغناطیسی در شکل سؤال، قطب A، همان قطب N آهنربا است که خطوط میدان از آن خارج می‌شود و جهت میدان مغناطیسی در نقطه M به سمت چپ خواهد بود.

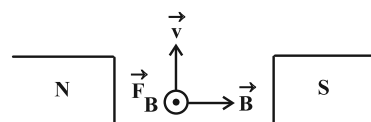


(فیزیک ۲- صفحه‌های ۸۳ تا ۸۸)

گزینه «۱» ۹۲-

(مهران اسماعیلی)

برای آن که بزرگی نیروی خالص وارد بر ذره بیشینه باشد، باید نیروهای الکتریکی و مغناطیسی هم‌جهت باشند. با توجه به این‌که بار ذره، منفی و میدان الکتریکی درون‌سو است، نیروی الکتریکی وارد بر ذره برون‌سو خواهد بود. بنابراین برای بیشینه شدن نیروی خالص وارد بر ذره، باید نیروی مغناطیسی نیز برون‌سو باشد. حال با استفاده از قاعده دست راست می‌توان جهت سرعت ذره را تعیین کرد. منتهی توجه شود که چون بار ذره منفی است از دست چپ استفاده می‌کنیم. بدین صورت که اگر چهار انگشت دست چپ را در جهت  $\vec{v}$  قرار داده و آن‌ها را در جهت چرخش طبیعی خم کنیم تا در جهت  $\vec{B}$  قرار گیرند، انگشت شست جهت  $\vec{F}_B$  را نشان می‌دهد. به این ترتیب جهت  $\vec{v}$  باید به سمت بالا باشد.



(فیزیک ۲- صفحه‌های ۸۹ تا ۹۱)

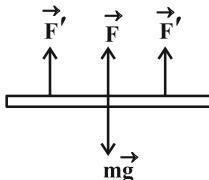
گزینه «۱» ۹۳-

(مهران اسماعیلی)

بنابه قانون دست راست، نیروی مغناطیسی وارد بر سیم به طرف بالا است و اندازه آن از رابطه زیر به دست می‌آید:

$$F = BI\ell \xrightarrow[\ell=1\text{m}]{B=0.8\text{T}, I=2\text{A}} F = 0.8 \times 2 \times 1 = 1.6\text{N}$$

با توجه به تعادل سیم و نیروهای وارد بر سیم می‌توان نیرویی که هر نیروستنج وارد می‌کند را به دست آورد:



$$2F' + F = mg \xrightarrow[g=10 \frac{\text{N}}{\text{kg}}]{F=1.6\text{N}, m=0.5\text{kg}} 2F' + 1.6 = 0.5 \times 10$$

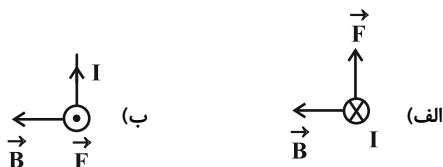
$$F' = 1.7\text{N}$$

(فیزیک ۲- صفحه‌های ۹۱ تا ۹۴)

گزینه «۱» ۹۴-

(علی عالی‌بری)

با استفاده از قانون دست راست داریم:



(فیزیک ۲- صفحه ۹۲، مشابه تمرین ۱۲ صفحه ۱۰۶)

گزینه «۲» ۹۵-

(مهرادر فانی)

رابطه میدان عبوری از پیچه به شعاع حلقه‌ها نیاز دارد؛ پس ابتدا شعاع حلقه‌ها را به دست می‌آوریم:

$$A_{\text{پیچه}} = \pi R^2 \Rightarrow 16\pi = \pi R^2 \Rightarrow R = 4\text{cm}$$

اکنون می‌توان با استفاده از رابطه میدان، جریان عبوری از پیچه را محاسبه کرد:

$$B = \mu_0 \frac{NI}{2R} \Rightarrow 6 \times 10^{-3} = 12 \times 10^{-7} \times \frac{10^2 \times I}{2 \times 4 \times 10^{-2}} \Rightarrow I = 4\text{A}$$

با استفاده از معادله جریان داده شده، داریم:

$$4t - 4 = 4 \Rightarrow 4t = 8 \Rightarrow t = 2\text{s}$$

(فیزیک ۲- صفحه‌های ۹۸ و ۹۹)



۹۶- گزینه «۳»

(رسمت‌اله فی‌الزه‌زاده‌سماکوش)

فرض می‌کنیم طول سیملوله اولیه  $\ell_1$ ، تعداد دور آن  $N_1$  و مقاومت الکتریکی‌اش  $R_1$  است. وقتی سیملوله را نصف می‌کنیم، دو سیملوله کوچک‌تر ایجاد می‌شود که هر یک طولش  $\frac{\ell_1}{2}$ ، تعداد حلقه‌هایش  $\frac{N_1}{2}$  و مقاومت الکتریکی‌شان  $\frac{R_1}{2}$  است. دو سر این سیملوله‌ها (سیملوله کامل و نصفه) را به باتری ایده‌آل یکسان وصل کرده‌ایم. چون مقاومت سیملوله نصفه، نصف مقاومت الکتریکی سیملوله اولیه است، جریان الکتریکی عبوری از آن دو برابر جریان الکتریکی عبور از سیملوله اولیه خواهد بود. پس جریان الکتریکی عبوری از سیملوله اولیه  $I_1$  و جریان عبوری از سیملوله نصفه را  $2I_1$  در نظر می‌گیریم:

$$B = \mu_0 \frac{N}{\ell} I \Rightarrow \begin{cases} \text{سیملوله اولیه: } B_1 = \mu_0 \frac{N_1}{\ell_1} I_1 \\ \text{سیملوله نصفه: } B_2 = \mu_0 \frac{(\frac{N_1}{2})}{(\frac{\ell_1}{2})} (2I_1) \end{cases} \Rightarrow \frac{B_2}{B_1} = 2$$

(فیزیک ۲- صفحه‌های ۹۹ و ۱۰۰)

۹۷- گزینه «۲»

(ممدکاتم منشاری)

در سیملوله‌ای با حلقه‌های به هم چسبیده رابطه زیر برقرار است:

$$\ell = N(2r) \Rightarrow \frac{N}{\ell} = \frac{1}{2r}$$

که در آن  $r$  شعاع مقطع سیم است.

$$B = \mu_0 \frac{NI}{\ell} \rightarrow \text{برای سیملوله‌ای با حلقه‌های به هم چسبیده}$$

$$B = \mu_0 \frac{I}{2r} :$$

$$I = \frac{V}{R} = \frac{V}{\rho \frac{L}{A}} = \frac{VA}{L\rho}$$

$$A = \pi r^2 \Rightarrow I = \frac{V\pi r^2}{L\rho} \Rightarrow B = \mu_0 \frac{\pi V r}{2L\rho} \Rightarrow r = \frac{2BL\rho}{\mu_0 \pi V}$$

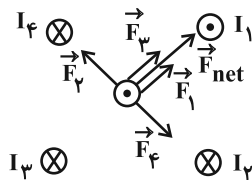
$$= \frac{2 \times 10^{-8} / 4 \times 25 \times 10^{-8} \times 10^{-8}}{4\pi \times 10^{-7} \times \pi \times 14} = 8 / 5 \times 10^{-3} \text{ m} = 0 / 85 \text{ cm}$$

(فیزیک ۲- صفحه‌های ۹۹ تا ۱۰۱)

۹۸- گزینه «۲»

(علی بزرگر)

نیروی بین دو سیم موازی حامل جریان هم‌جهت از نوع جاذبه و نیروی بین دو سیم موازی حامل جریان غیر هم‌جهت از نوع دافعه است. لذا جهت نیروهای ۴ سیم را مطابق شکل رسم کرده و برابری آن‌ها را با توجه به برابری اندازه آن‌ها به دست می‌آوریم:



(فیزیک ۲- صفحه‌های ۹۳ تا ۹۷)

۹۹- گزینه «۴»

(رسمت‌اله فی‌الزه‌زاده‌سماکوش)

چون جریان سیم‌ها هم‌سو است، میدان مغناطیسی در یک نقطه در حدفاصل A تا B صفر می‌شود، بنابراین از A تا B ابتدا میدان کاهش و سپس افزایش می‌یابد و گزینه «۴» درست است.

(فیزیک ۲- صفحه‌های ۹۳ تا ۹۶)

۱۰۰- گزینه «۳»

(ممدکاتم منشاری)

موارد (الف)، (ب) و (پ) درست اند.

بررسی مورد نادرست:

(ت) برای ساخت آهنرباهای دائمی از مواد فرومغناطیس سخت استفاده می‌شود. مواد فرومغناطیس نرم برای ساخت آهنرباهای غیردائم مناسب‌اند.

(فیزیک ۲- صفحه‌های ۱۰۲ و ۱۰۳)

## فیزیک ۱

گزینه «۲» - ۱۰۱

(معمردضا فارمی)

$$\begin{cases} F = 1/8\theta + 32 \\ F = 1/3\theta \end{cases} \Rightarrow 1/3\theta = 1/8\theta + 32 \Rightarrow -0/5\theta = 32$$

$$\Rightarrow \theta = -64^\circ\text{C}$$

$$\Rightarrow T = \theta + 273 \xrightarrow{\theta = -64^\circ\text{C}} T = -64 + 273 = 209\text{K}$$

(فیزیک ۱ - صفحه‌های ۸۳ و ۸۵)

گزینه «۳» - ۱۰۲

(علیرضا جباری)

دمای ورقه در حالت دوم را برحسب سلسیوس به دست آورده و تغییر دمای آن را حساب می‌کنیم:

$$T_r = \theta_r + 273 \Rightarrow 318 = \theta_r + 273 \Rightarrow \theta_r = 45^\circ\text{C}$$

$$\Delta\theta = \theta_r - \theta_l = 45 - 20 = 25^\circ\text{C}$$

با معلوم بودن مساحت اولیه ( $A_1$ ) و ضریب انبساط طولی ( $\alpha$ ) ورقه سربی، تغییر مساحت آن را پیدا می‌کنیم:

$$\Delta A = A_1(\alpha\Delta\theta) \xrightarrow{A_1 = 3000\text{cm}^2, \Delta\theta = 25^\circ\text{C}, \alpha = 2 \times 10^{-5}\text{K}^{-1}}$$

$$\Delta A = 3000 \times 2 \times 3 \times 10^{-5} \times 25 = 4/5\text{cm}^2$$

(فیزیک ۱ - صفحه ۹۲)

گزینه «۴» - ۱۰۳

(علیرضا جباری)

ضریب انبساط طولی فلز برحسب  $^\circ\text{F}^{-1}$  و  $^\circ\text{C}^{-1}$  متفاوت است. رابطه بین آن دو را به دست می‌آوریم:

$$\begin{cases} \Delta L = L_1 \alpha_C \Delta T \\ \Delta L = L_1 \alpha_F \Delta F \end{cases} \Rightarrow \alpha_C \Delta T = \alpha_F \Delta F \xrightarrow{\Delta F = \frac{9}{5} \Delta T}$$

$$\alpha_C \times \Delta T = \alpha_F \times \frac{9}{5} \Delta T \Rightarrow \alpha_C = \frac{9}{5} \alpha_F$$

اکنون ضریب انبساط طولی فلز را برحسب  $^\circ\text{C}^{-1}$  به دست می‌آوریم:

$$\alpha_C = \frac{9}{5} \alpha_F \xrightarrow{\alpha_F = 1/5 \times 10^{-5} \text{ } ^\circ\text{F}^{-1}} \alpha_C = \frac{9}{5} \times 1/5 \times 10^{-5}$$

$$= 2/7 \times 10^{-5} \text{ } ^\circ\text{C}^{-1}$$

در پایان ضریب انبساط حجمی را برحسب  $^\circ\text{C}^{-1}$  حساب می‌کنیم:

$$3\alpha_C = 3 \times 2/7 \times 10^{-5} = 8/1 \times 10^{-5} \text{ } ^\circ\text{C}^{-1}$$

(فیزیک ۱ - صفحه‌های ۸۸ و ۹۳)

گزینه «۲» - ۱۰۴

(رحمت‌اله خیراله زاده سماکوش)

با توجه به تعریف بازده، از رابطه زیر می‌توان درصد بازده هر سامانه را به دست آورد:

$$100 \times \frac{\text{انرژی خروجی}}{\text{انرژی ورودی}} = \text{بازده برحسب درصد}$$

فرمول فوق را می‌توان به صورت زیر نوشت:

$$100 \times \frac{\text{توان خروجی}}{\text{توان ورودی}} = \text{بازده برحسب درصد}$$

$$\Rightarrow Ra = \frac{P_r}{P_l} \times 100 \Rightarrow 84 = \frac{P_r}{1} \times 100$$

توان خروجی یا توان مفید گرمکن  $840\text{W} = 0/84\text{kW}$

$$P_r = \frac{Q_r}{\Delta t} = \frac{mc\Delta\theta}{\Delta t} \xrightarrow{m = 0/2\text{kg}, \Delta F = 90^\circ\text{F}}$$

$$840 = \frac{0/2 \times 4200 \times 50}{\Delta t} \Rightarrow \Delta t = \frac{840 \times 50}{840} = 50\text{s}$$

(فیزیک ۱ - صفحه‌های ۸۵ و ۹۸)

گزینه «۲» - ۱۰۵

(افشین مینو)

ابتدا دمای تعادل را بین ظرف و مایع درون آن به دست می‌آوریم:

$$\begin{cases} \theta_c = \frac{m_1 c_1 \theta_1 + m_2 c_2 \theta_2}{m_1 c_1 + m_2 c_2} = \frac{0/2 \times 900 \times 50 + 0/5 \times 140 \times 0}{0/2 \times 900 + 0/5 \times 140} = 36^\circ\text{C} \\ m_2 = \rho_2 V_2 = 12/5 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3} \times 40\text{cm}^3 = 500\text{g} \end{cases}$$

$$\Delta V_{\text{مایع}} = V_1 \beta \Delta\theta = 40 \times 2/5 \times 10^{-3} \times 36 = 3/6\text{cm}^3$$

(فیزیک ۱ - صفحه‌های ۹۳ تا ۱۰۱)

گزینه «۳» - ۱۰۶

(معمردکظم منشادی)

$$Q_1 + Q_2 + Q_3 = 0$$

$$\Rightarrow m_1 c_1 (\theta - \theta_1) + m_2 c_2 (\theta - \theta_2) + C_p (\theta - \theta_3) = 0$$



## ۱۱۰- گزینه «۲»

(اعمر مرادی پور)

برای این که بتوانیم تعداد مول گاز را به دست آوریم باید  $P$ ،  $V$  و  $T$  گاز را در

یک حالت داشته باشیم و سپس از رابطه  $PV = nRT$ ،  $n$  را به دست می آوریم.

$$V \propto T \rightarrow \frac{V_2}{V_1} = \frac{T_2}{T_1} \Rightarrow \frac{\Delta V}{V_1} = \frac{\Delta T}{T_1}$$

حجم دما متناسب است و در نتیجه با افزایش دما، حجم نیز زیاد می شود.

$$\frac{\Delta V = 6L}{\Delta T = \frac{20}{100} T_1} \rightarrow \frac{6}{V_1} = \frac{0.2 T_1}{T_1} \Rightarrow V_1 = \frac{6}{0.2} = 30L$$

$$\Rightarrow V_2 = 30 + 6 = 36L$$

حجم گاز در انتهای آزمایش اول و ابتدای آزمایش دوم  $36L$  است.

$$P \propto T \rightarrow \frac{P_2}{P_1} = \frac{T_2}{T_1} \Rightarrow \frac{\Delta P}{P_1} = \frac{\Delta T}{T_1}$$

فشار با دما متناسب است پس با کاهش فشار دما نیز کاهش می یابد.

$$\frac{\Delta T = \Delta \theta = -72K}{\Delta P = -\frac{20}{100} P_1} \rightarrow -\frac{0.2 P_1}{P_1} = -\frac{72}{T_1} \Rightarrow T_1 = \frac{72}{0.2} = 360K$$

$$\Rightarrow T_2 = 360 - 72 = 288K$$

دمای گاز در انتهای آزمایش دوم و ابتدای آزمایش سوم  $288K$  است.

$$P \propto \frac{1}{V} \rightarrow \frac{P_2}{P_1} = \frac{V_1}{V_2}$$

$$\frac{V_2 = \frac{160}{100} V_1 = \frac{16}{10} V_1 = \frac{8}{5} V_1}{\frac{P_2}{P_1} = \frac{5}{8}} \Rightarrow P_2 = \frac{5}{8} P_1$$

$P$  و  $V$  رابطه عکس دارند، پس با افزایش  $V$ ،  $P$  کاهش می یابد

$$\Rightarrow \Delta P = -6 \text{ atm}$$

$$\Rightarrow P_2 - P_1 = -6 \Rightarrow \frac{5}{8} P_1 - P_1 = -6 \Rightarrow -\frac{3}{8} P_1 = -6$$

$$\Rightarrow P_1 = 16 \text{ atm} \quad \text{فشار گاز در ابتدای آزمایش سوم}$$

$$\Rightarrow P_2 = 16 - 6 = 10 \text{ atm} \quad \text{فشار گاز در انتهای آزمایش سوم}$$

حجم گاز در ابتدای آزمایش سوم، همان حجم گاز در انتهای آزمایش اول

است، چون در آزمایش دوم حجم تغییری نکرده است، پس:

$$P = 16 \text{ atm}, \quad T = 288 \text{ K}, \quad V = 36 \text{ L}$$

$$PV = nRT \Rightarrow n = \frac{PV}{RT} = \frac{16 \times 10^5 \times 36 \times 10^{-3}}{8 \times 288}$$

$$= \frac{16 \times 10^2}{8 \times 8} = \frac{100}{4} = 25 \text{ mol}$$

(فیزیک ۱- صفحه های ۱۱۷ تا ۱۲۳)

$$\Rightarrow \underbrace{1 \times 4200 \times 20}_{\text{آب}} + \underbrace{1 \times 8400 \times (-50)}_{\text{فلز}} + \underbrace{C \times (-21)}_{\text{گرماسنج}} = 0$$

$$\Rightarrow C = 2000 \frac{\text{J}}{\text{K}}$$

(فیزیک ۱- صفحه های ۹۶ تا ۱۰۳)

## ۱۰۷- گزینه «۴»

(محمدرضا فارمی)

از رابطه گرمای تعادل داریم:

$$Q_{\text{net}} = 0 \Rightarrow |Q_{\text{گرفته شده}}| = |Q_{\text{داده شده}}|$$

$$|Q_V| = |Q_F| \Rightarrow mL_V = m'L_F$$

در دمای  $0^\circ\text{C}$ ،  $L_V$  آب برابر است با:  $\frac{2520 \text{ kJ}}{\text{kg}}$

جرم آب یخ زده  $m'$  و جرم آب بخار شده  $m$

$$\Rightarrow m \times 2520 = m' \times 336 \Rightarrow m' = 7/5 m \quad (1)$$

$$m + m' = 42/5 \quad (2)$$

$$\xrightarrow{(1),(2)} m + 7/5 m = 42/5 \Rightarrow m = \frac{42/5}{8/5} = 5.25 \text{ g}$$

$$\Rightarrow m' = 37/5 \text{ g}$$

(فیزیک ۱- صفحه های ۱۰۳ تا ۱۱۱)

## ۱۰۸- گزینه «۱»

(محمدرضا فارمی)

با افزایش ارتفاع از سطح آزاد دریاها و کاهش فشار هوا دمای جوش آب

کاهش می یابد، بنابراین تخم مرغ باید در آبی با دمای کمتر از  $100^\circ\text{C}$  بپزد،

پس برای پختن به مدت زمان بیشتری نیاز دارد.

(فیزیک ۱- صفحه ۱۰۹)

## ۱۰۹- گزینه «۲»

(مهران اسماعیلی)

در فلزات الکترون های آزاد می توانند حرکت کنند اما اتم ها در جای خود نوسان

می کنند و جابه جا نمی شوند. بنابراین گزینه «۲» نادرست است. اما با توجه به مطالب

متن کتاب درسی در صفحات ۱۱۱ و ۱۱۲ گزینه های دیگر درست هستند.

(فیزیک ۱- صفحه های ۱۱۱ و ۱۱۲)

## شیمی ۳

## ۱۱۱- گزینه «۱»

(هدی بهاری پور)

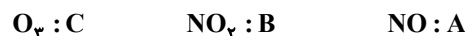
طبق توضیحات موجود در شکل ۱ صفحه ۹۴ کتاب درسی گسترش فناوری صفحه‌های نمایشگر در وسایل الکترونیک مدیون دانش شیمی است.

(شیمی ۳- شیمی، راهی به سوی آینده‌ای روشن‌تر؛ صفحه ۹۲)

(برگرفته از متن کتاب)

## ۱۱۲- گزینه «۴»

(پیمان فواهی میر)



بررسی موارد:

(الف) درست؛ در ساختار  $\text{NO}_2$  اتم N الکترون منفرد دارد.

(ب) نادرست؛ شمار جفت الکترون‌های پیوندی در مولکول‌های  $\text{NO}_2$  و  $\text{O}_3$  برابر است.

(پ) درست؛ گاز  $\text{NO}_2$  (عامل قهوه‌ای بودن هوای شهر) پس از ساعت ۸ صبح به بیشترین مقدار خود می‌رسد.

(ت) درست؛ عدد اکسایش اکسیژن مرکزی در اوزون برابر (+۱) و عدد اکسایش گوگرد در  $\text{SO}_2$  برابر (+۴) است.

(شیمی ۳- شیمی، راهی به سوی آینده‌ای روشن‌تر؛ صفحه ۹۴)

## ۱۱۳- گزینه «۲»

(یاسر راش)

موارد (ب) و (ت) درست هستند.

بررسی موارد:

(الف) نادرست؛ این روش براساس جذب پرتوهای فروسرخ توسط پیوندهای شیمیایی است و هیچ ارتباطی با رنگ ظاهری یا جذب نور مرئی ندارد و برای شناسایی آلاینده‌های بی‌رنگ مثل کربن مونوکسید هم به کار می‌رود.

(ب) درست؛ در گستره پرتوهای الکترومغناطیسی انرژی پرتوهای ایکس از انرژی پرتوهای فروسرخ بیشتر است.

(پ) نادرست؛ با توجه به این که شمار و نوع اتم‌های سازنده هر گروه عاملی متفاوت از دیگری است، هر یک از آنها تنها گستره معین و منحصر به فردی از پرتوهای فروسرخ را جذب می‌کنند. بنابراین هر گروه عاملی الگوی منحصر به فردی دارد.

(ت) درست؛ آلاینده‌ها بسته به ساختار خود طول موج‌های خاصی را جذب یا عبور می‌دهند و همین الگوی جذب اساس روش‌های طیف‌سنجی در شناسایی مواد است.

(شیمی ۳- شیمی، راهی به سوی آینده‌ای روشن‌تر؛ صفحه‌های ۹۴ تا ۹۶)

(برگرفته از متن کتاب)

## ۱۱۴- گزینه «۳»

(ممسن مینونی)

بررسی گزینه‌ها:

(۱) فسفر سفید برخلاف گاز هیدروژن در دمای اتاق و در هوا می‌سوزد، در نتیجه به انرژی فعال‌سازی کمتری نیاز دارد، پس می‌توان واکنش ۱ را به سوختن هیدروژن و واکنش ۲ را به سوختن فسفر سفید نسبت داد.

(۲) می‌دانیم سرعت واکنش‌ها با انرژی فعال‌سازی آنها رابطه عکس دارد، با توجه به این که مقایسه انرژی فعال‌سازی این سه واکنش به صورت  $2 > 1 > 3$  است، بنابراین مقایسه سرعت این واکنش‌ها به صورت  $3 > 1 > 2$  می‌باشد.

(۳) از آنجا که سطح انرژی فرآورده‌های واکنش ۳ بیشتر است، بنابراین ناپایدارترند.

(۴) با توجه به نمودارها آنتالپی واکنش‌های ۱ و ۲ منفی و آنتالپی واکنش ۳ مثبت است.

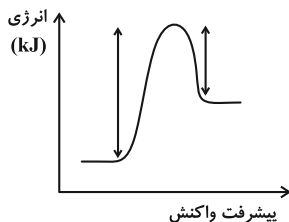
(شیمی ۳- شیمی، راهی به سوی آینده‌ای روشن‌تر؛ صفحه‌های ۹۶ تا ۹۸)

## ۱۱۵- گزینه «۴»

(مبیر جلیل ناغونی)

گزینه «۴» نادرست است.

نمودار «انرژی- پیشرفت واکنش» واکنش‌های گرماگیر به شکل زیر است:



بررسی سایر گزینه‌ها:

(۱) برای آغاز هر واکنش شیمیایی (گرماگیر و گرماده) مقدار معینی از انرژی لازم است که انرژی فعال‌سازی واکنش نام دارد.

(۲) درست

(۳) کاتالیزگر با کاهش انرژی فعال‌سازی باعث افزایش سرعت واکنش می‌شود.

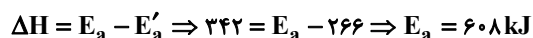
(شیمی ۳- شیمی، راهی به سوی آینده‌ای روشن‌تر؛ صفحه‌های ۹۶ تا ۱۰۰)

## ۱۱۶- گزینه «۳»

(امسان روستایی)

بررسی موارد:

(الف) درست:



(ب) نادرست؛ این واکنش گرماگیر است و در اثر تولید  $\text{B(g)}$  گرما جذب می‌شود (آزاد شدن گرما برای فرایندی گرماده است).

(پ) درست؛ در واکنش گرماگیر، سطح انرژی فرآورده‌ها بیشتر است.

(ت) نادرست؛ انرژی فعال‌سازی واکنش برگشت کمتر و در نتیجه سرعت آن نسبت به واکنش رفت بیشتر است.

(شیمی ۳- شیمی، راهی به سوی آینده‌ای روشن‌تر؛ صفحه‌های ۹۶ تا ۹۸)

## ۱۱۷- گزینه «۴»

(یاسر راش)

تفاوت در سرعت واکنش‌ها به دلیل حضور یا عدم حضور کاتالیزگر و همچنین نوع کاتالیزگر مورد استفاده است. کاتالیزگرها موادی هستند که با شرکت در واکنش، مسیر جدیدی را با انرژی فعال‌سازی کمتر فراهم می‌کنند و در نتیجه سرعت واکنش را افزایش می‌دهند.

با توجه به جدول زیر، در حضور کاتالیزگر (پودر روی یا توری پلاتینی)، سرعت واکنش به‌طور قابل توجهی افزایش می‌یابد. همچنین، نوع کاتالیزگر نیز بر سرعت واکنش تأثیر دارد. توری پلاتینی، سرعت واکنش را بیشتر از پودر روی افزایش می‌دهد و حتی باعث انفجاری شدن واکنش می‌شود.

شرایط آزمایش	دما (°C)	سرعت واکنش	آنتالپی واکنش (kJ)
بدون حضور کاتالیزگر	۲۵	ناچیز	-۵۷۲
ایجاد جرقه در مخلوط	۲۵	انفجاری	-۵۷۲
در حضور پودر روی	۲۵	سریع	-۵۷۲
در حضور توری پلاتینی	۲۵	انفجاری	-۵۷۲

سایر گزینه‌ها نادرست هستند زیرا دما و فشار در همه آزمایش‌های این سوال ثابت بوده‌اند و جدول اطلاعاتی در مورد غلظت ارائه نمی‌دهد.

(شیمی ۳- شیمی، راهی به سوی آینده‌ای روشن‌تر؛ صفحه ۹۹)

## ۱۱۸- گزینه «۴»

(مفسن مهنونی)

بررسی گزینه‌ها:

۱) فسفر سفید برخلاف گاز هیدروژن در هوا و در دمای اتاق می‌سوزد.

۲) مقایسه مقدار کاهش آلانده‌های  $\text{CO}$ ،  $\text{C}_x\text{H}_y$  و  $\text{NO}$  در صورت استفاده از کاتالیزگر به صورت  $\text{NO} < \text{C}_x\text{H}_y < \text{CO}$  می‌باشد، بنابراین کمترین کاهش مربوط به  $\text{NO}$  می‌باشد. جدول زیر را ببینید.

فرمول شیمیایی آلانده	$\text{CO}$	$\text{C}_x\text{H}_y$	$\text{NO}$
مقدار آلانده برحسب گرم به ازای طی یک کیلومتر	۵/۹۹	۱/۶۷	۱/۰۴
	۰/۶۱	۰/۰۷	۰/۰۴

۳) هنگامی که نوک کبریت روی سطح زبر قوطی کبریت کشیده می‌شود، گرما در نتیجه نیروی اصطکاک ایجاد می‌شود که فراهم‌کننده انرژی فعال‌سازی سوختن کبریت است. یعنی انرژی فعال‌سازی را کاهش نمی‌دهد؛ بلکه تأمین می‌کند.

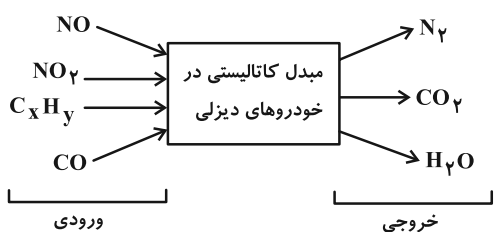
۴) برای افزایش کارایی مبدل کاتالیستی، گاهی سرامیک را به شکل میش (دانه)‌های ریز درمی‌آورند و کاتالیزگرها را روی سطح آن می‌نشانند تا سطح تماس بیشتر شود.

(شیمی ۳- شیمی، راهی به سوی آینده‌ای روشن‌تر؛ صفحه‌های ۹۸ تا ۱۰۱)

## ۱۱۹- گزینه «۳»

(نرا حسین‌پور مقدم)

با توجه به شکل ۵ صفحه ۱۰۲ کتاب درسی



(شیمی ۳- شیمی، راهی به سوی آینده‌ای روشن‌تر؛ صفحه ۱۰۲)

(برگرفته از شکل کتاب)

## ۱۲۰- گزینه «۴»

(یاسر راش)

بررسی گزینه‌ها:

۱) درست؛ در سطح سرامیک‌های درون مبدل کاتالیستی، توده‌های فلزی با قطر ۲ تا ۱۰ نانومتر وجود دارند.

۲) درست؛ در دماهای بالا، مولکول‌ها انرژی جنبشی بیشتری دارند، بنابراین انرژی فعال‌سازی راحت‌تر تأمین می‌شود، بنابراین تبدیل  $\text{CO}$  و هیدروکربن‌ها به  $\text{CO}_2$  و  $\text{H}_2\text{O}$  سریع‌تر انجام می‌گیرد.

۳) درست؛ انرژی فعال‌سازی بالا نشان می‌دهد بدون تامین گرما یا کاتالیزگر، مولکول‌ها توان عبور از سد انرژی فعال‌سازی را ندارند، پس واکنش به کندی انجام می‌شود یا انجام نمی‌شود.

۴) نادرست؛ نماد شیمیایی فلز رودیم، به صورت  $\text{Rh}$  است، نه  $\text{Ru}$ !

(شیمی ۳- شیمی، راهی به سوی آینده‌ای روشن‌تر؛ صفحه‌های ۱۰۰ و ۱۰۱)

## شیمی ۲

۱۲۱- گزینه «۳»

(یاسر راش)

بررسی موارد:

الف) درست؛ قاوت زودتر فاسد می‌شود، زیرا با آسیاب شدن مغز پسته و تخمه، سطح تماس واکنش‌دهنده‌ها که در معرض اکسیژن هوا قرار می‌گیرند، افزایش می‌یابد.

ب) نادرست؛ سینتیک شیمیایی علاوه بر بررسی آهنگ، عوامل موثر بر آن (مانند دما و غلظت) را نیز مورد بررسی قرار می‌دهد.

پ) درست؛ این روش‌ها با استفاده از دانش سینتیک، آهنگ فساد مواد را کم کرده و مدت نگهداری مواد غذایی را افزایش می‌دهند.

ت) نادرست؛ در محیط‌های خشک، امکان رشد میکروب‌ها وجود ندارد، اما واکنش‌های شیمیایی (مانند اکسایش مواد غذایی به وسیله اکسیژن) همچنان می‌توانند رخ دهند و تنها می‌توان خشکبار را مدت طولانی‌تری نگهداری کرد. (شیمی ۲- در پی‌غزای سالم؛ صفحه‌های ۷۷ تا ۷۹)

۱۲۲- گزینه «۴»

(امسان روستایی)

بررسی موارد:

الف) مواد موجود در خاک باغچه به عنوان کاتالیزگر باعث افزایش سرعت واکنش می‌شود.

ب) پتاسیم فلز واکنش‌پذیرتری از سدیم است و واکنش با آب را سریع‌تر انجام می‌دهد. (اثر ماهیت واکنش‌دهنده)

پ) در اثر گرم کردن (افزایش دما)، واکنش بین مواد با سرعت بیشتری انجام می‌شود.

ت) گرد آهن دارای سطح تماس بالایی بوده و سریع‌تر روی شعله می‌سوزد.

(شیمی ۲- در پی‌غزای سالم؛ صفحه‌های ۸۲ و ۸۳)

۱۲۳- گزینه «۴»

(امسان روستایی)

در بازه زمانی یکسان مثلاً ۱ دقیقه، تغییرات غلظتی هر ماده را حساب کرده و نسبت به کمترین عدد به دست آمده، تعیین می‌کنیم تا ضریب هر ماده مشخص شود، از طرفی A و B با توجه به مقدار اولیه، جزو واکنش‌دهنده‌ها هستند:

$$\left. \begin{aligned} \Delta[A] = 0.02 &\Rightarrow \frac{0.02}{0.01} = 2 \\ \Delta[B] = 0.01 &\Rightarrow \frac{0.01}{0.01} = 1 \\ \Delta[C] = 0.03 &\Rightarrow \frac{0.03}{0.01} = 3 \end{aligned} \right\} \Rightarrow 2A + B \rightarrow 3C$$

برای محاسبه سرعت واکنش در ۲ دقیقه دوم (۲ تا ۴ دقیقه) داریم:

$$\bar{R}_B = -\frac{\Delta[B]}{\Delta t} = -\frac{(0.06 - 0.08)}{2 \text{ min}} = \frac{0.02}{2} = 0.01 \text{ mol} \cdot \text{L}^{-1} \cdot \text{min}^{-1}$$

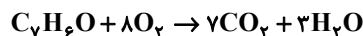
$$\bar{R}_{\text{واکنش}} = \bar{R}_B = 0.01 \frac{\text{mol}}{\text{L} \cdot \text{min}} \times \frac{1 \text{ min}}{60 \text{ s}}$$

$$= 0.17 \times 10^{-3} \text{ mol} \cdot \text{L}^{-1} \cdot \text{s}^{-1}$$

(شیمی ۲- در پی‌غزای سالم؛ صفحه‌های ۹۲ و ۹۳)

۱۲۴- گزینه «۳»

(سعید تیزرو)

معادله موازنه شده سوختن کامل بنزآلدئید ( $C_7H_6O$ ):

$$? \text{ g } CO_2 = 1/5 \text{ min} \times \frac{60 \text{ s}}{1 \text{ min}} \times \frac{0.02 \text{ mol} \cdot \text{L}^{-1} \times 10 \text{ L } O_2}{1 \text{ s}}$$

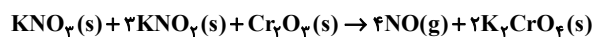
$$\times \frac{7 \text{ mol } CO_2}{8 \text{ mol } O_2} \times \frac{44 \text{ g } CO_2}{1 \text{ mol } CO_2} = 693 \text{ g } CO_2$$

(شیمی ۲- در پی‌غزای سالم؛ صفحه‌های ۷۱ و ۸۵ تا ۹۰)

۱۲۵- گزینه «۱»

(پیمان فواپوی‌میر)

ابتدا معادله واکنش را موازنه می‌کنیم:



در ۱۰۰ ثانیه دوم ۱۵ لیتر گاز NO تولید شده است.

$$? \text{ g } KNO_3 = 15 \text{ L } NO \times \frac{1 \text{ mol } NO}{25 \text{ L } NO} \times \frac{3 \text{ mol } KNO_3}{4 \text{ mol } NO}$$

$$\times \frac{85 \text{ g } KNO_3}{1 \text{ mol } KNO_3} = 38/25 \text{ g } KNO_3$$

از ابتدا تا ثانیه ۲۰۰، ۷۵ لیتر گاز NO تولید شده است.

$$75 \text{ L } NO \times \frac{1 \text{ mol } NO}{25 \text{ L } NO} = 3 \text{ mol } NO$$

$$\bar{R}_{NO} = \frac{3 \text{ mol}}{\frac{200}{60} \text{ min}} = 0.9 \text{ mol} \cdot \text{min}^{-1}$$

$$\bar{R}_{\text{واکنش}} = \frac{\bar{R}_{NO}}{4} = \frac{0.9}{4} = 0.225 \text{ mol} \cdot \text{min}^{-1}$$

(شیمی ۲- در پی‌غزای سالم؛ صفحه‌های ۸۵ تا ۸۹، ۹۲ و ۹۳)

۱۲۶- گزینه «۱»

(مهمدرضا جمشیدی)

جرم کاهش یافته همان مجموع جرم  $CO_2$  و  $H_2O$  گازی آزاد شده است، می‌توان مول  $CO_2$  تولید شده را از روی کاهش جرم محاسبه کرد:

$$? \text{ mol } CO_2 = 37/2 \text{ g } (CO_2 + H_2O) \times \frac{1 \text{ mol } CO_2}{44 \text{ g } CO_2 + 18 \text{ g } H_2O}$$

$$= 0.6 \text{ mol } CO_2$$



با توجه به این که پس از لحظه  $t_p = 10s$  سرعت واکنش ثابت شده است پس می توان سرعت واکنش را با  $A_p$  (یا مواد دیگر) تا لحظه پایان واکنش

یعنی  $t'$  را این طور نوشت:

$$\bar{R} = \bar{R}' \quad 10 < t < 20 \quad 10 < t' < 20$$

$$\left. \begin{aligned} \bar{R}_{A_p}(10 < t < 20) &= \frac{-(2-4) \times 0 / 2}{2 \times 10 \times \frac{1}{60}} = 1/2 \\ \bar{R}_{A_p}(10 < t' < 20) &= \frac{-(-4) \times 0 / 2}{2 \times (t' - 10) \times \frac{1}{60}} = \frac{24}{t' - 10} \end{aligned} \right\}$$

$$\Rightarrow \frac{24}{t' - 10} = 1/2 \Rightarrow t' = 30s$$

روش دوم: با توجه به ثابت بودن سرعت واکنش پس از  $t_p$ ، می توان میان مقدار مصرفی مواد و زمان مصرف آن ها تناسب گرفت:

$$t_p \text{ تا } t_p \quad t' \text{ تا } t_p$$

$$\frac{A_p \text{ مقدار مصرفی}}{A_p \text{ زمان مصرف}} = \frac{2}{10} = \frac{2}{x} \Rightarrow x = 10s$$

پس  $10s$  پس از  $t_p$  (یعنی  $30s$ ) واکنش پایان می یابد.

(شیمی ۲- در پی غذای سالم: صفحه های ۸۵ تا ۸۹، ۹۲ و ۹۳)

### ۱۳۰- گزینه «۲» (یاسر راش)

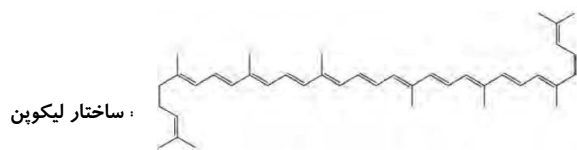
بررسی موارد:

مورد اول: درست؛ با افزایش شهرنشینی، تولید سنتی غذا دیگر پاسخگوی نیاز کلان شهرها نبود و ذخیره سازی و صادرات غذا صنعتی شد.

مورد دوم: درست؛ نگهدارنده ها سرعت واکنش هایی که منجر به فساد می شوند (مانند اکسایش به وسیله اکسیژن) را کاهش می دهند.

مورد سوم: نادرست؛ رادیکال ها گونه هایی ناپایدار هستند، زیرا الکترون جفت نشده دارند و محتوی اتم هایی هستند که از قاعده هشت تایی پیروی نمی کنند.

مورد چهارم: درست؛ مطابق با زیر نویس شکل زیر که در کتاب درسی آمده است، این عبارت درست است.



فرمول مولکولی لیکوپن:  $C_{11}H_{156}$



هندوانه و گوجه فرنگی محتوی لیکوپن بوده که فعالیت رادیکال ها را کاهش می دهد.

(شیمی ۲- در پی غذای سالم: صفحه های ۸۴، ۹۰ و ۹۱)

$$\bar{R}_{CO_2} = \frac{\Delta n}{\Delta t(s)} = \frac{0 / 6 \text{ mol}}{600s} = 10^{-3} \text{ mol} \cdot s^{-1}$$

$$\Rightarrow \bar{R}_{\text{واکنش}} = \bar{R}_{CO_2} = 10^{-3} \text{ mol} \cdot s^{-1}$$

(شیمی ۲- در پی غذای سالم: صفحه های ۸۵ تا ۸۹، ۹۲ و ۹۳)

### ۱۲۷- گزینه «۳» (ممرضها پوریاوید)

تغییر تعداد مول مواد در طول انجام یک واکنش نزولی است. بنابراین در مورد میزان تغییرات تعداد مول  $N_2O_5$  می توان گفت:

تغییرات در بازه زمانی  $20$  تا  $10$   $> 30$  تا  $20$  تغییرات در بازه زمانی  $10$  تا  $20$

$$\Rightarrow 3/8 - 3/0 > 3/0 - x \Rightarrow x > 2/2$$

تغییرات در بازه زمانی  $30$  تا  $40$   $> 40$  تا  $30$  تغییرات در بازه زمانی  $20$  تا  $30$

$$\Rightarrow 3/0 - x > x - 2/4 \Rightarrow 5/4 > 2x \Rightarrow 2/7 > x$$

تغییرات در بازه زمانی  $40$  تا  $50$   $> 50$  تا  $40$  تغییرات در بازه زمانی  $30$  تا  $40$

$$\Rightarrow x - 2/4 > 2/4 - 2/3 \Rightarrow x > 2/5$$

به این ترتیب  $x$  باید عددی بین  $2/5$  تا  $2/7$  باشد.

(شیمی ۲- در پی غذای سالم: صفحه های ۸۵ تا ۸۹)

### ۱۲۸- گزینه «۲» (مبیر جلیل ناغونی)

با اعمال تغییرات سوم و چهارم سرعت تولید گاز  $H_2$  کاهش می یابد.

\* کاهش شیب نمودار مول- زمان گاز  $H_2$  به معنی کاهش سرعت تولید این گاز است.

بررسی موارد:

مورد اول: با افزایش دما سرعت تولید گاز  $H_2$  افزایش می یابد.

مورد دوم: با کاهش مقدار آب محلول، غلظت اسید افزایش و سرعت تولید  $H_2$  نیز زیادتر می شود.

مورد سوم: در صورت استفاده از یک تکه روی به جای گرد آن، به دلیل کاهش سطح تماس واکنش دهنده ها سرعت تولید گاز  $H_2$  کاهش می یابد.

مورد چهارم: با کاهش غلظت اسید، سرعت تولید گاز هیدروژن کمتر می شود.

(شیمی ۲- در پی غذای سالم: صفحه های ۸۲، ۸۳ و ۸۵ تا ۸۸)

### ۱۲۹- گزینه «۱» (ممس مبنونی)

با توجه به این که پس از  $10$  ثانیه از شروع واکنش تعداد ذرات  $A_p$  از  $8$  به  $4$  کاهش پیدا کرده است داریم:

$$\bar{R}_{\text{واکنش}} = \bar{R}_{A_p} = \frac{-(4-8) \times 0 / 2 \text{ mol}}{2L \times 10s \times \frac{1 \text{ min}}{60s}} = 2/4 \text{ mol} \cdot L^{-1} \cdot \text{min}^{-1}$$



شیمی ۱

## ۱۳۱- گزینه «۳»

(یاسر راش)

بررسی موارد:

الف) درست؛ یکی از اصول کلیدی شیمی سبز، پیشگیری از تولید پسماند است. به این معنا که طراحی فرایندها باید به گونه‌ای باشد که کمترین میزان پسماند، خصوصاً پسماندهای خطرناک تولید شود.

ب) نادرست؛ سوخت سبز علاوه بر کربن و هیدروژن، باید حاوی اکسیژن باشد و از پسماندهای گیاهی به دست می‌آید.

پ) نادرست؛ هدف شیمی سبز، کاهش یا توقف تولید موادی است که ردپای سنگینی روی زمین برجای می‌گذارند.

ت) درست؛ زیست‌تخریب‌پذیری یعنی تجزیه شدن توسط جانداران ذره‌بینی به مواد ساده‌تر در طبیعت

(شیمی ۱- ردپای گازها در زندگی؛ صفحه‌های ۷۰ و ۷۱)

## ۱۳۲- گزینه «۳»

(ندرا حسین پورمقدم)

بررسی گزینه‌ها:

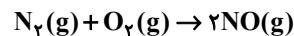
۱) درست؛ دمای  $12^{\circ}\text{C}$  - کمی پایین‌تر از نقطه جوش اوزون است ( $112^{\circ}\text{C}$  -)، بنابراین در این دما اوزون به صورت مایع باقی می‌ماند.

نام دگرشکل	نقطه جوش ( $^{\circ}\text{C}$ )
اکسیژن ( $\text{O}_2$ )	-۱۸۳
اوزون ( $\text{O}_3$ )	-۱۱۲

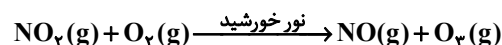
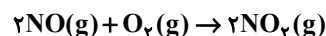
۲) درست

۳) نادرست؛ با گرم کردن مخلوطی مایع حاوی اوزون و اکسیژن با توجه به نقطه جوش آن‌ها ابتدا اکسیژن شروع به جدا شدن می‌کند زیرا نقطه جوش پایین‌تری دارد. در دماهای بالاتر ( $112^{\circ}\text{C}$  -) اوزن نیز شروع به جدا شدن می‌کند.

۴) درست؛



این واکنش در دمای بالای موتور خودروها (بالاتر از  $1000^{\circ}\text{C}$  درجه سانتی‌گراد) یا در حضور رعد و برق انجام می‌شود.



(شیمی ۱- ردپای گازها در زندگی؛ صفحه‌های ۷۲ تا ۷۵)

## ۱۳۳- گزینه «۴»

(مهمرضا جمشیری)

بررسی نادرستی سایر گزینه‌ها:

۱) گازها، برخلاف جامدات و مایعات تراکم‌پذیرند.

۲) شیمی‌دان‌ها دمای صفر درجه سانتی‌گراد و فشار یک اتمسفر را به عنوان شرایطی استاندارد (STP) در نظر گرفته‌اند.

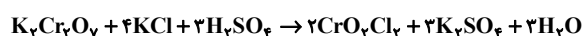
۳) با افزایش فشار گاز، نیروهای بین مولکولی آن افزایش و در نتیجه تراکم گاز افزایش می‌یابد.

(شیمی ۱- ردپای گازها در زندگی؛ صفحه‌های ۷۶ تا ۷۸)

## ۱۳۴- گزینه «۲»

(میشی مصوب)

ابتدا واکنش سوال را موازنه می‌کنیم و سپس مقدار جرم آب تولید شده را به دست می‌آوریم:



$$? \text{ g H}_2\text{O} = 298 \text{ g KCl} \times \frac{1 \text{ mol KCl}}{74.5 \text{ g KCl}} \times \frac{3 \text{ mol H}_2\text{O}}{4 \text{ mol KCl}}$$

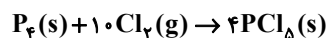
$$\times \frac{18 \text{ g H}_2\text{O}}{1 \text{ mol H}_2\text{O}} = 54 \text{ g H}_2\text{O}$$

(شیمی ۱- ردپای گازها در زندگی؛ صفحه‌های ۷۹ و ۸۰)

## ۱۳۵- گزینه «۱»

(یاسر راش)

معادله موازنه شده واکنش به صورت زیر است:



در ادامه با استفاده از کسرهای تبدیل، خواسته مسئله را حساب می‌کنیم:

$$? \text{ PCl}_5 = 11/2 \text{ L Cl}_2 \times \frac{1 \text{ mol Cl}_2}{22/4 \text{ L Cl}_2} \times \frac{4 \text{ mol PCl}_5}{10 \text{ mol Cl}_2}$$

$$\times \frac{6/02 \times 10^{23} \text{ PCl}_5}{1 \text{ mol PCl}_5} = 1/204 \times 10^{23} \text{ PCl}_5$$

$$? \text{ g P}_4 = 0/5 \text{ mol Cl}_2 \times \frac{1 \text{ mol P}_4}{10 \text{ mol Cl}_2} \times \frac{124 \text{ g P}_4}{1 \text{ mol P}_4} = 6/2 \text{ g P}_4$$

(شیمی ۱- ردپای گازها در زندگی؛ صفحه‌های ۷۸ تا ۸۰)



## ۱۳۶- گزینه «۲»

(میثا سیرمینی)

معادله موازنه شده به صورت زیر است:



با توجه به این معادله جرم HCN تولید شده را محاسبه می‌کنیم:

$$? \text{ g HCN} = 9 / 0.3 \times 10^{23} \text{ CH}_4 \times \frac{1 \text{ mol CH}_4}{6 / 0.2 \times 10^{23} \text{ CH}_4}$$

$$\times \frac{2 \text{ mol HCN}}{2 \text{ mol CH}_4} \times \frac{27 \text{ g HCN}}{1 \text{ mol HCN}} = 40 / 5 \text{ g HCN}$$

به ازای مصرف شدن ۱/۵ مول متان در این واکنش ۱/۵ مول

HCN (معادل ۴۰/۵ گرم) و ۱/۵ مول H<sub>2</sub>O (معادل ۲۷ گرم) و ۰/۷۵مول H<sub>2</sub> (معادل ۱/۵ گرم) تولید می‌شود در نتیجه مجموع جرم فرآورده‌های

تولید شده در این واکنش به ازای مصرف ۱/۵ مول متان برابر با ۶۹ گرم

است. با توجه به جرم HCN و مجموع جرم فرآورده‌های تولید شده درصد

جرمی HCN را محاسبه می‌کنیم:

$$\text{جرم HCN} = \frac{\text{جرم HCN}}{\text{مجموع جرم فرآورده‌ها}} \times 100$$

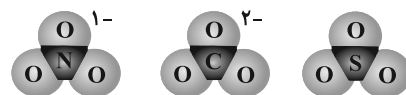
$$= \frac{40 / 5}{69} \times 100 \approx 58 / 7\%$$

(شیمی ۱- رد پای گازها در زندگی: صفحه‌های ۷۸ تا ۸۰)

## ۱۳۷- گزینه «۳»

(مفسر مهنونی)

بررسی گزینه‌ها:

(۱) مدل فضاپرکن یون‌های نیترات و کربنات و مولکول SO<sub>3</sub> به شکل زیر است.

مشاهده می‌شود که در هر سه گونه اتم‌های اکسیژن روی صفحه قرار دارند.

(۲) در زیست کره، درشت مولکول‌ها نقش اساسی ایفا می‌کنند.

(۳) فرمول شیمیایی آهن (III) سولفات، سدیم فسفات و کلسیم نیترات به

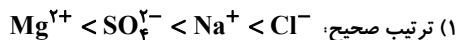
ترتیب Fe<sub>2</sub>(SO<sub>4</sub>)<sub>3</sub>، Na<sub>3</sub>PO<sub>4</sub>، و Ca(NO<sub>3</sub>)<sub>2</sub> می‌باشد. اختلافشمار اتم‌ها در Fe<sub>2</sub>(SO<sub>4</sub>)<sub>3</sub> و Na<sub>3</sub>PO<sub>4</sub> با شمار اتم‌هادر Ca(NO<sub>3</sub>)<sub>2</sub> برابر و هر دو برابر ۹ می‌باشند.(۴) ترکیب Mg(OH)<sub>2</sub> نامحلول است.

(شیمی ۱- آب، آهنگ زندگی: صفحه‌های ۸۶، ۹۱، ۹۲ و ۹۸)

## ۱۳۸- گزینه «۳»

(پیمان فواپوی مبر)

بررسی گزینه‌ها:



(۲) ترتیب صحیح به صورت «قیانوس‌ها &lt; کوه‌های یخ &lt; آب‌های زیرزمینی &lt; چشمه‌ها»

می‌باشد.

(۴) ترتیب صحیح به صورت «ذوب کردن یخ جاده‌ها &lt; تولید سدیم کربنات &lt;

تغذیه جانوران &lt; مصرف خانگی» است.

(شیمی ۱- آب، آهنگ زندگی: صفحه‌های ۸۷، ۸۸، ۹۳ و ۹۸)

## ۱۳۹- گزینه «۳»

(یاسر راش)

نصف جرم محلول اولیه حذف می‌شود و با همان جرم از محلولی با غلظت

یکسان (۱۰٪) جایگزین می‌شود. از آنجا که غلظت محلول حذف شده و

محلول اضافه شده کاملاً یکسان است، نسبت جرم حل‌شونده به جرم کل پس

از عملیات جایگزینی ثابت می‌ماند.

توجه: حذف بخشی از یک محلول همگن و جایگزینی آن با همان مقدار از

همان محلول، هیچ تاثیری بر درصد جرمی نخواهد داشت.

(شیمی ۱- آب، آهنگ زندگی: صفحه ۹۶)

## ۱۴۰- گزینه «۴»

(موشیر نیازی)

$$\text{جرم حل‌شونده} \times 100 = \frac{\text{جرم حل‌شونده}}{\text{جرم محلول}} \times 100$$

$$\text{ppm} = \frac{\text{جرم حل‌شونده}}{\text{جرم محلول}} \times 10^6 \Rightarrow \text{ppm} = \text{درصد جرمی} \times 10^4$$

$$\text{ppm} = 0 / 000002 \times 10^4 = 0 / 02 \text{ ppm}$$

$$0 / 001 \text{ ppm} < 0 / 02 \text{ ppm} < 0 / 05 \text{ ppm}$$

بنابراین غلظت یون CrO<sub>4</sub><sup>2-</sup> در این نمونه برای سلامتی انسان مناسب و

برای سلامتی ماهی‌ها و آبزیان مضر و خطرناک است.

(شیمی ۱- آب، آهنگ زندگی: صفحه‌های ۹۳ تا ۹۶)

حسابان ۲- پیشروی سریع

۱۴۱- گزینه «۱»

(سامان سلامیان)

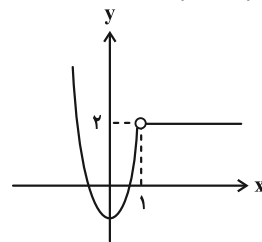
$y = (x^2 - 1)^3 \Rightarrow y' = 3(2x)(x^2 - 1)^2 = 6x(x+1)^2(x-1)^2$   
 ریشه‌های ساده و مرتبه فرد معادله  $y' = 0$ ، طول نقاط اکسترمم‌اند. لذا این تابع فقط در  $x = 0$  اکسترمم دارد.

(حسابان ۲- کاربردهای مشتق؛ صفحه‌های ۱۲۲ تا ۱۲۴)

۱۴۲- گزینه «۳»

(غلامرضا نیازی)

تابع را برای  $x \neq 1$  رسم می‌کنیم:



تابع در  $x = 1$  دارای  $\max$  نسبی است  $\Rightarrow f(1) = k \geq 2$  اگر

تابع در  $x = 1$  دارای  $\min$  نسبی است  $\Rightarrow f(1) = k < 2$  اگر

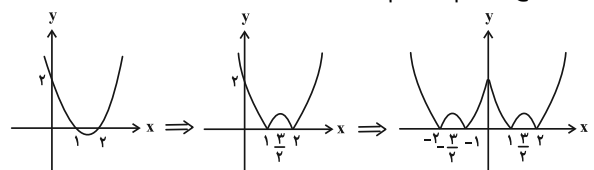
در نتیجه هر مقداری به جای  $k$  قرار دهیم، آنگاه تابع دارای اکسترممی به طول  $x = 1$  می‌باشد. ( $k \in \mathbb{R}$ )

(حسابان ۲- کاربردهای مشتق؛ مشابه فعالیت صفحه ۱۱۵)

۱۴۳- گزینه «۴»

(علی ناری ایبانه)

نمودار تابع را رسم می‌کنیم.



$$f(x) = x^2 - 3x + 2 \Rightarrow y = |f(x)| \Rightarrow y = |f(|x|)|$$

نقاط به طول  $\pm 2, \pm 1, \pm \frac{3}{2}, \pm \frac{1}{2}$  در تابع  $y = |f(|x|)|$  نقاط بحرانی هستند.

(حسابان ۲- کاربردهای مشتق؛ صفحه ۱۱۷)

۱۴۴- گزینه «۳»

(جوانبش نیکنام)

ابتدا دامنه تابع  $f$  را می‌یابیم:

$$a^2 - x^2 \geq 0 \Rightarrow x^2 \leq a^2 \xrightarrow{a>0} D_f = [-a, a]$$

سپس ریشه‌های مشتق  $f$  را می‌یابیم.

$$f'(x) = \frac{-2x}{2\sqrt{a^2 - x^2}} - 1 = 0 \Rightarrow \sqrt{a^2 - x^2} = -x \quad (*)$$

از رابطه (\*) متوجه می‌شویم  $x \leq 0$  است و داریم:

$$a^2 - x^2 = x^2 \Rightarrow 2x^2 = a^2 \Rightarrow x^2 = \frac{a^2}{2}$$

$$\xrightarrow{a>0} x = -\frac{a}{\sqrt{2}} \Rightarrow \begin{cases} f(a) = -a & \text{(مینیمم مطلق)} \\ f(-a) = a \\ f(-\frac{a}{\sqrt{2}}) = a\sqrt{2} & \text{(ماکزیمم مطلق)} \end{cases}$$

طبق فرض داریم:  $a\sqrt{2} - (-a) = 6 \Rightarrow a(\sqrt{2} + 1) = 6$

$$\Rightarrow a = \frac{6}{\sqrt{2} + 1} = 6(\sqrt{2} - 1) \approx 6 \times 0.41 = 2.46 \Rightarrow [a] = 2$$

(حسابان ۲- کاربردهای مشتق؛ صفحه‌های ۱۱۶ تا ۱۱۹)

۱۴۵- گزینه «۱»

(علی پسنزیره)

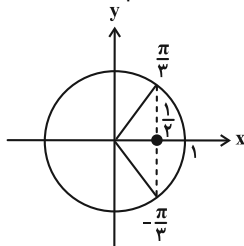
ابتدا ضابطه تابع را ساده می‌کنیم:

$$y = 2(2\cos^2 x - 1) - 2\cos^2 x - \cos x + 5$$

$$\Rightarrow y = 4\cos^2 x - 2 - 2\cos^2 x - \cos x + 5$$

$$\Rightarrow y = 2\cos^2 x - \cos x + 3$$

مطابق دایره مثلثاتی، اگر  $-\frac{\pi}{3} \leq x \leq \frac{\pi}{3}$  باشد، آنگاه  $-\frac{1}{2} \leq \cos x \leq 1$  خواهد بود. با فرض  $\cos x = t$  داریم:



$$y = 2t^2 - t + 3 \quad ; \quad \frac{1}{2} \leq t \leq 1$$

$$y' = 4t - 1 = 0 \Rightarrow t = \frac{1}{4} \notin [\frac{1}{2}, 1]$$

$$\left\{ \begin{aligned} f(\frac{1}{2}) &= 2(\frac{1}{2})^2 - (\frac{1}{2}) + 3 = 3 & \text{(min مطلق)} \\ f(1) &= 2(1)^2 - (1) + 3 = 4 & \text{(max مطلق)} \end{aligned} \right.$$

$$\Rightarrow \text{max مطلق} - \text{min مطلق} = 4 - 3 = 1$$

(حسابان ۲- کاربردهای مشتق؛ صفحه‌های ۱۱۶ تا ۱۱۹)

۱۴۶- گزینه «۱»

(آخشین فاضله‌فان)

ابتدا مختصات نقاط A و B را محاسبه می‌کنیم:

$$f(-3) = -\frac{2}{3}(-3)^3 - (-3)^2 + 4(-3) + 1 = -2 \Rightarrow A = (-3, -2)$$

$$f(2) = -\frac{2}{3}(2)^3 - (2)^2 + 4(2) + 1 = -\frac{1}{3} \Rightarrow B = (2, -\frac{1}{3})$$

حال مختصات نقاط C و D:

$$f'(x) = -2x^2 - 2x + 4 = 0 \Rightarrow -2(x^2 + x - 2) = 0 \Rightarrow x = -2, x = 1$$

$$f(-2) = -\frac{2}{3}(-2)^3 - (-2)^2 + 4(-2) + 1 = -\frac{17}{3} \Rightarrow C = (-2, -\frac{17}{3})$$

$$f(1) = -\frac{2}{3}(1)^3 - (1)^2 + 4(1) + 1 = \frac{1}{3} \Rightarrow D = (1, \frac{1}{3})$$



با جای گذاری مختصات نقطه P در خط فوق به دست می آوریم:  $s = \frac{9t}{t-1}$

لذا داریم:  $f(t) = |OA| + |OB| = t + s = t + \frac{9t}{t-1}$

با مشتق گیری از  $f(t)$  نسبت به  $t$  داریم:  $f'(t) = 1 + \frac{-9}{(t-1)^2}$

از حل معادله  $f'(t) = 0$  به دست می آوریم  $t = -2, 4$  و چون  $t$  مثبت می باشد لذا  $t = 4$  قابل قبول است. با توجه به جدول تغییرات، حداقل مقدار

عبارتست از:  $f(4) = 4 + \frac{36}{3} = 16$

توجه: جدول تعیین علامت مشتق تابع  $f$ ، حول  $t = 4$  به صورت زیر است:

$t$	۴		
$f'(t)$	-	۰	+
$f(t)$	↘	↓	↗

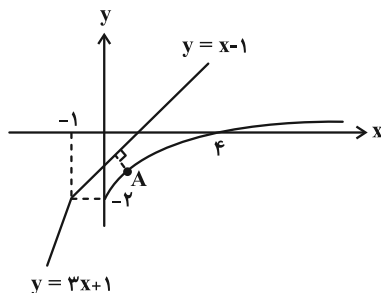
(مسئله ۲- کاربردهای مشتق؛ صفحه های ۱۱۶ تا ۱۱۹)

### ۱۵- گزینه «۱»

(علی ناری ایبانه)

با رسم نمودار دو تابع، معلوم می شود باید کمترین فاصله نقاط نمودار  $y = \sqrt{x} - 2$  را از خط  $y = x - 1$  محاسبه کنیم.

$$y = 2x - |x + 1| = \begin{cases} x - 1 & ; x \geq -1 \\ 3x + 1 & ; x < -1 \end{cases}$$



نقطه  $A(x, y)$  را روی  $y = \sqrt{x} - 2$  فرض می کنیم و فاصله اش را تا خط  $x - y - 1 = 0$  می نویسیم:

$$d = \frac{|x - y - 1|}{\sqrt{2}} = \frac{|x - (\sqrt{x} - 2) - 1|}{\sqrt{2}} \Rightarrow d = \frac{1}{\sqrt{2}} |x - \sqrt{x} + 1|$$

$$d' = 0 \Rightarrow 1 - \frac{1}{2\sqrt{x}} = 0 \Rightarrow x = \frac{1}{4}$$

$$d_{\min} = \frac{1}{\sqrt{2}} \left| \frac{1}{4} - \frac{1}{2} + 1 \right| \Rightarrow d_{\min} = \frac{3\sqrt{2}}{8}$$

(مسئله ۲- کاربردهای مشتق؛ صفحه های ۱۱۸ و ۱۱۹)

$$m_{AB} = \frac{-2 - (-\frac{1}{3})}{-3 - 2} = \frac{-\frac{5}{3}}{-5} = \frac{1}{3}$$

$$m_{CD} = \frac{-\frac{17}{3} - \frac{10}{3}}{-2 - 1} = \frac{-9}{-3} = 3$$

$$m_{AB} \times m_{CD} = \frac{1}{3} \times 3 = 1$$

در نتیجه:

(مسئله ۲- کاربردهای مشتق؛ صفحه های ۱۱۶ تا ۱۱۹)

(مشابه نوایی فردر ۱۳۰۴- سوال ۱۶)

### ۱۴۷- گزینه «۲»

(عمیر علیزاده)

$$f(x) = \begin{cases} 2x - 1 & ; 1 < x \leq 2 \\ 2x^2 - x & ; 0 < x \leq 1 \end{cases}$$

دامنه تابع، بازه  $(0, 2]$  می باشد و تابع در  $x = 1$  و در نتیجه در بازه  $(0, 2]$  پیوسته است. تابع در  $x = 2$ ، از چپ پیوسته ولی مشتق ناپذیر است.

$$f'(x) = \begin{cases} 2 & ; 1 < x < 2 \Rightarrow f'_+(1) = 2 \\ 4x - 1 & ; 0 < x < 1 \Rightarrow f'_-(1) = 3 \end{cases}$$

$\Rightarrow f'(1)$  = موجود نیست  $\Rightarrow$  نقطه بحرانی است

$$f'(x) = 0 \Rightarrow 4x - 1 = 0 \Rightarrow x = \frac{1}{4} \in (0, 1)$$

بنابراین تابع دارای سه نقطه بحرانی به طول های  $x = 1$ ،  $x = \frac{1}{4}$  و  $x = 2$  می باشد.

(مسئله ۲- کاربردهای مشتق؛ صفحه ۱۱۷)

### ۱۴۸- گزینه «۳»

(اخشین فاضله)

چون علامت  $f'$  در بازه  $(0, 5)$  نامنفی است (نمودار بالای محور  $x$  ها و فقط در یک نقطه، مقدار صفر دارد) پس حداکثر مقدار  $a$  برابر ۵ می باشد. در نقطه  $x = 3$  مشتق بی نهایت است یعنی مماس قائم و مشتق چپ و راست  $+\infty$  است لذا تابع در همسایگی  $x = 3$  پیوسته و اکیداً صعودی است. در بازه  $(5, 6)$  مشتق تابع صفر است و تابع نمی تواند اکیداً صعودی باشد.

(مسئله ۲- کاربردهای مشتق؛ مشابه فعالیت صفحه ۱۲۰)

### ۱۴۹- گزینه «۳»

(سیرمهر موسوی)

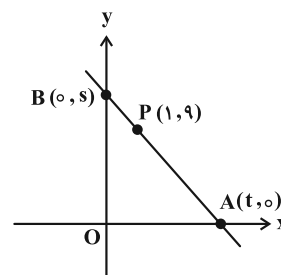
اگر  $A$  و  $B$  به ترتیب دارای مختصات  $(t, 0)$  و  $(0, s)$  باشند، آنگاه شیب

$$\frac{s - 0}{0 - t} = -\frac{s}{t}$$

خط مطلوب عبارتست از:

$$y = -\frac{s}{t}(x - 0) + s$$

معادله خط به صورت مقابل است:



## هندسه ۳- پیشروی سریع

۱۵۱- گزینه «۴»

(علی پسندیده)

پاره خط AB فصل مشترک دو صفحه  $Z=4$  و  $y=0$  می باشد که X در

$$AB: \begin{cases} 0 \leq x \leq 3 \\ y = 0 \\ z = 4 \end{cases}$$

آن محدود بین صفر و ۳ است:

معادله وجه DCEF به این صورت است که روی صفحه  $y=2$  واقع است ولی X در آن در محدوده  $0 \leq x \leq 3$  و Z در آن نیز در محدوده  $0 \leq z \leq 4$ 

$$DCEF: \begin{cases} 0 \leq x \leq 3 \\ y = 2 \\ 0 \leq z \leq 4 \end{cases}$$

قرار دارد:

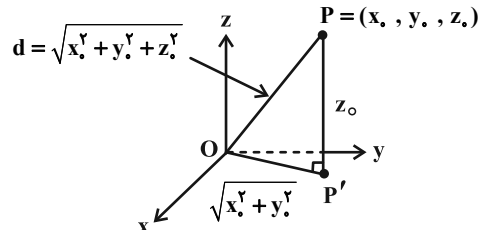
(هندسه ۳- بردارها؛ مشابه کار در کلاس صفحه ۶۸)

۱۵۲- گزینه «۱»

(روح اله حسینی)

برای پیدا کردن فاصله نقطه  $P(x_0, y_0, z_0)$  (در ناحیه ۱) از محور Z ها، کافی است از نقطه P عمودی بر صفحه XY رسم کنیم و پای آن را  $P'$  نام گذاری کنیم؛ اگر O مبدأ مختصات باشد طول پاره خط  $OP'$  برابر فاصله نقطه P از محور Z هاست. بنابراین مطابق شکل و بنابر قضیه فیثاغورس،

فاصله P از محور Z ها برابر  $\sqrt{x_0^2 + y_0^2}$  است. به طریق مشابه، فاصله P از محور X ها و محور Y ها به ترتیب برابر  $\sqrt{y_0^2 + z_0^2}$  و  $\sqrt{x_0^2 + z_0^2}$  است. پس بنابر داده های مسئله داریم:



$$\begin{cases} \sqrt{y_0^2 + z_0^2} = 5 \\ \sqrt{x_0^2 + z_0^2} = 6 \\ \sqrt{x_0^2 + y_0^2} = 7 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} y_0^2 + z_0^2 = 25 \\ x_0^2 + z_0^2 = 36 \\ x_0^2 + y_0^2 = 49 \end{cases}$$

$$\xrightarrow{\text{جمع}} 2x_0^2 + 2y_0^2 + 2z_0^2 = 25 + 36 + 49 = 110$$

$$\Rightarrow x_0^2 + y_0^2 + z_0^2 = 55$$

بنابراین فاصله نقطه P از مبدأ مختصات برابر است با:

$$OP = \sqrt{x_0^2 + y_0^2 + z_0^2} = \sqrt{55}$$

(هندسه ۳- بردارها؛ صفحه ۶۶)

۱۵۳- گزینه «۲»

(عباس الهی)

چون نقطه M روی صفحه XY قرار دارد، پس مؤلفه Z آن برابر صفر است، لذا:

$$k^3 - k = 0 \Rightarrow k(k^2 - 1) = 0 \Rightarrow k = 0, \pm 1 \quad (\text{I})$$

از طرفی نقطه N روی محور Y ها می باشد، یعنی مؤلفه های X و Z آن برابر صفر است، در نتیجه:

$$\begin{aligned} t - 3 = 0 &\Rightarrow t = 3 \\ k^2 + 3k + 2 = 0 &\Rightarrow (k+1)(k+2) = 0 \\ \Rightarrow k = -1, -2 &\quad (\text{II}) \end{aligned}$$

با توجه به (I) و (II) متوجه می شویم که  $k = -1$  می باشد، پس:

$$2k + t = 2(-1) + 3 = 1$$

(هندسه ۳- بردارها؛ صفحه های ۶۴ تا ۶۸)

۱۵۴- گزینه «۲»

(روح اله حسینی)

چون M، N، P به ترتیب وسط اضلاع AB، BC و AC هستند، پس:

$$\begin{cases} \overline{OM} = \frac{1}{2}(\overline{OA} + \overline{OB}) \\ \overline{ON} = \frac{1}{2}(\overline{OB} + \overline{OC}) \\ \overline{OP} = \frac{1}{2}(\overline{OA} + \overline{OC}) \\ \overline{OA} + \overline{OB} = 2\overline{OM} \\ \overline{OB} + \overline{OC} = 2\overline{ON} \\ \overline{OA} + \overline{OC} = 2\overline{OP} \end{cases}$$

پس:

$$\xrightarrow{\text{جمع}} 2(\overline{OA} + \overline{OB} + \overline{OC}) = 2(\overline{OM} + \overline{ON} + \overline{OP})$$

$$\Rightarrow \overline{OM} + \overline{ON} + \overline{OP} = \overline{OA} + \overline{OB} + \overline{OC}$$

$$\overline{OA} = \overline{OM} + \overline{ON} + \overline{OP} - \overline{(OB + OC)} = \overline{OM} + \overline{OP} - \overline{ON}$$

$$\begin{cases} \overline{OB} = \overline{OM} + \overline{ON} - \overline{OP} \\ \overline{OC} = \overline{ON} + \overline{OP} - \overline{OM} \end{cases}$$

به طریق مشابه داریم:

$$\overline{OA} = (4, 5, \frac{7}{2}) + (-\frac{1}{2}, \frac{5}{2}, \frac{11}{2}) - (\frac{1}{2}, \frac{5}{2}, 2) = (3, 5, 7)$$

$$\Rightarrow A(3, 5, 7)$$

$$\overline{OB} = (4, 5, \frac{7}{2}) + (\frac{1}{2}, \frac{5}{2}, 2) - (-\frac{1}{2}, \frac{5}{2}, \frac{11}{2}) = (5, 5, 0)$$

$$\Rightarrow B(5, 5, 0)$$

$$\overline{OC} = (\frac{1}{2}, \frac{5}{2}, 2) + (-\frac{1}{2}, \frac{5}{2}, \frac{11}{2}) - (4, 5, \frac{7}{2}) = (-4, 0, 4)$$

$$\Rightarrow C(-4, 0, 4)$$

و در نتیجه:

$$\begin{cases} AB^2 = (3-5)^2 + (5-5)^2 + (7-0)^2 \\ = 4 + 0 + 49 = 53 \\ BC^2 = (5-(-4))^2 + (5-0)^2 + (0-4)^2 \\ = 81 + 25 + 16 = 122 \end{cases} \Rightarrow AB^2 + BC^2 = 175$$

(هندسه ۳- بردارها؛ صفحه های ۷۳ تا ۷۶)

۱۵۵- گزینه «۳»

(عباس الهی)

با کمی دقت در صورت سوال متوجه می شویم که صفحات  $X=5$  و  $X=2$  موازی صفحه  $YZ$  و صفحات  $Y=2$  و  $Y=-1$  موازی صفحه  $XZ$  و صفحات  $Z=3$  و  $Z=-2$  موازی صفحه  $XY$  می باشند و ناحیه بین این صفحات، ناحیه درون و روی یک مکعب مستطیل است که ابعاد آن برابر  $(3-(-2)=5)$ ،  $(2-(-1)=3)$ ،  $(5-2=3)$  می باشد. پس بیشترین فاصله بین نقاط واقع در این ناحیه، همان طول قطر این مکعب

$$\sqrt{3^2 + 3^2 + 5^2} = \sqrt{43}$$

مستطیل است که برابر می شود با:

(هندسه ۳- بردارها؛ صفحه های ۶۴ تا ۶۸)



۱۵۶ - گزینه «۴»

(افشین فاضل‌نشان)

گزینه «۱»: با توجه به بردارها چون اندازه  $r\vec{a}$  از اندازه  $\vec{a}$  بزرگ‌تر بوده و در خلاف جهت هم هستند لذا  $r < 0$  و  $|r| > 1$ ؛ پس  $|r| < 2$  الزاماً نمی‌تواند صحیح باشد؛ به عنوان مثال  $r = -\frac{1}{2}$  در محدوده  $|r| < 2$  واقع است، که قابل قبول نیست.

گزینه «۲»: با توجه به بردارها چون اندازه  $r\vec{a}$  از اندازه  $\vec{a}$  کوچک‌تر بوده و هم‌جهت هستند پس  $0 < r < 1$  و حدود  $|r| < 1$  الزاماً درست نیست.  
گزینه «۳»: در بردارها اندازه  $r\vec{a}$  از اندازه  $\vec{a}$  بزرگ‌تر بوده و هم‌جهت هستند لذا  $r > 1$  و حدود  $r > 0$  الزاماً درست نیست.  
گزینه «۴»: از بردارها می‌توان نتیجه گرفت اندازه  $r\vec{a}$  از اندازه  $\vec{a}$  کوچک‌تر بوده و در خلاف جهت هم هستند بنابراین  $|r| < 1$  و  $r < 0$  همان  $-1 < r < 0$  خواهد بود.

(هنر سه ۳- بردارها؛ مشابه متن کتاب درسی صفحه ۷۰)

۱۵۷ - گزینه «۴»

(مسعود درویشی)

طول بردارهای  $\vec{OA}$  و  $\vec{OB}$  را به دست می‌آوریم:

$$|\vec{OA}|^2 = |\vec{OB}|^2 = t^2 + (1-t)^2 + (2t)^2$$

چون این بردارها یک‌جهت هستند، پس:

$$|\vec{OA}| = |\vec{OB}| = 1 \Rightarrow t^2 + (1-t)^2 + (2t)^2 = 1$$

$$t^2 + (1+t^2 - 2t) + 4t^2 = 1 \Rightarrow 6t^2 - 2t = 0$$

$$\Rightarrow 2t(3t-1) = 0 \Rightarrow t = 0, t = \frac{1}{3}$$

طبق فرض  $t > 0$ ، پس فقط  $t = \frac{1}{3}$  قابل قبول است.

نقطه  $M$  وسط پاره‌خط  $AB$  است، پس:

$$\vec{OM} = \left( \frac{t+2t}{2}, \frac{1-t+t}{2}, \frac{2t+1-t}{2} \right) = \left( \frac{3t}{2}, \frac{1}{2}, \frac{t+1}{2} \right)$$

$$\xrightarrow{t=\frac{1}{3}} \vec{OM} = \left( \frac{1}{2}, \frac{1}{2}, \frac{2}{3} \right)$$

در نهایت، طول بردار  $\vec{OM}$  برابر است با:

$$|\vec{OM}| = \sqrt{\left(\frac{1}{2}\right)^2 + \left(\frac{1}{2}\right)^2 + \left(\frac{2}{3}\right)^2} = \sqrt{\frac{1}{4} + \frac{1}{4} + \frac{4}{9}}$$

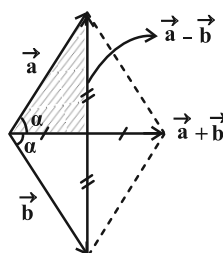
$$= \sqrt{\frac{17}{18}} = \frac{\sqrt{17}}{3\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{17}}{6} \times \sqrt{2}$$

(هنر سه ۳- بردارها؛ صفحه‌های ۷۵ و ۷۶)

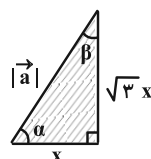
۱۵۸ - گزینه «۲»

(مهمر شاه‌مهمری)

می‌دانیم  $\vec{a} + \vec{b}$  و  $\vec{a} - \vec{b}$  قطرهای متوازی‌الاضلاع هستند که روی  $\vec{a}$  و  $\vec{b}$  تشکیل می‌شود؛ مطابق شکل، اگر قطرها بر هم عمود باشند، این متوازی‌الاضلاع، لوزی خواهد بود.



از طرفی طبق فرض، یک قطر  $\sqrt{3}$  برابر قطر دیگر است و می‌دانیم قطرهای لوزی، عمودمنصف یکدیگرند، پس:



$$\text{فیثاغورس: } |\vec{a}|^2 = 3x^2 + x^2 = 4x^2 \Rightarrow |\vec{a}| = 2x$$

$$\xrightarrow{\text{یک ضلع نصف و تراست.}} \beta = 30^\circ \Rightarrow \alpha = 60^\circ$$

بنابراین زاویه بین دو بردار  $\vec{a}$  و  $\vec{b}$  برابر است با:

(هنر سه ۳- بردارها؛ صفحه‌های ۶۹ تا ۷۴)

۱۵۹ - گزینه «۳»

(سیدمحمدرضا حسینی‌فر)

$$\vec{a} + \vec{b} = (m+1)\vec{i} + 2\vec{j} + m\vec{k} \quad \text{طبق فرض داریم:}$$

$$|\vec{a} + \vec{b}| = \sqrt{(m+1)^2 + 4 + m^2} = 3 \Rightarrow 2m^2 + 2m - 4 = 0$$

$$\Rightarrow 2(m+2)(m-1) = 0 \Rightarrow m = -2, 1$$

$$m = 1 \Rightarrow \vec{a} = (1, 0, 1), \vec{b} = (1, 2, 0) \quad \text{(الف)}$$

$$\Rightarrow 2\vec{a} - \vec{b} = (1, -2, 2) \Rightarrow |2\vec{a} - \vec{b}| = 3$$

$$m = -2 \Rightarrow \vec{a} = (1, 0, -2), \vec{b} = (-2, 2, 0) \quad \text{(ب)}$$

$$\Rightarrow 2\vec{a} - \vec{b} = (4, -2, -4) \Rightarrow |2\vec{a} - \vec{b}| = 6$$

(هنر سه ۳- بردارها؛ مشابه تمرین ۵ صفحه ۷۶)

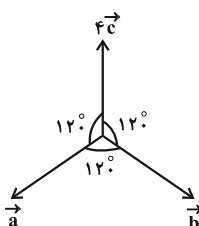
۱۶۰ - گزینه «۳»

(مهمر شاه‌مهمری)

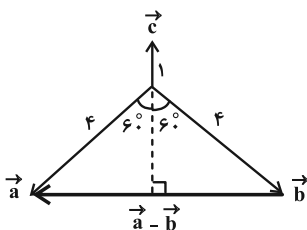
برای آن‌که سه بردار با طول‌های مساوی، برابندشان صفر باشد، باید زاویه

$$\begin{cases} |\vec{a}| = |\vec{b}| = |\vec{c}| = 4 \\ \vec{a} + \vec{b} + \vec{c} = \vec{0} \end{cases}$$

بین هر دو تای آن‌ها  $120^\circ$  باشد:



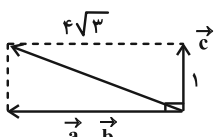
پس:



$$|\vec{a} - \vec{b}| = 4\sqrt{3}$$

$$\frac{\sqrt{3}}{2} \times 4 = 2\sqrt{3}$$

واضح است که  $\vec{c} \perp (\vec{a} - \vec{b})$ ، بنابراین مطابق شکل داریم:



$$|\vec{a} - \vec{b} + \vec{c}| \xrightarrow{\text{فیثاغورس}} \sqrt{16 + 16} = \sqrt{32} = 4\sqrt{2}$$

(هنر سه ۳- بردارها؛ صفحه‌های ۷۳ تا ۷۶)



ریاضیات گسسته - پیشروی سریع

۱۶۱ - گزینه «۲»

(سیرمهر رضا حسینی فرد)

فقط مطابق مربع لاتین ۳×۳ زیر می توان برنامه ریزی را کامل کرد:

کلاس (۱) کلاس (۲) کلاس (۳)

B	C	A
A	B	C
C	A	B

روز اول

روز دوم

روز سوم

در بین گزینه ها، فقط گزینه (۲) صحیح است.

(ریاضیات گسسته - ترکیبیات: صفحه های ۶۲ تا ۶۴)

۱۶۲ - گزینه «۳»

(علیرضا شریف فطیعی)

(۱) ابتدا  $a_{33} = 3$  برابر ۴ می شود و از آنجا  $a_{33} = 3$  خواهد شد.

(۲) درایه  $a_{11}$  مساوی ۲ می شود و از آنجا  $x = 1$  و  $a_{21} = 4$  شده و در

نهایت  $y = 3$  می شود.

(۳) درایه  $a_{44}$  یعنی  $Z$  با توجه به معلوم بودن بقیه خانه های کناری، مساوی

$$x + y + z = 1 + 3 + 2 = 6$$

۲ می شود، پس:

$y \rightarrow 3$		۱	
۴		۳	$z \rightarrow 2$
۲	۳	۴	$x \rightarrow 1$
۱		۲	

(ریاضیات گسسته - ترکیبیات، صفحه های ۶۲ تا ۶۴)

۱۶۳ - گزینه «۲»

(امیرحسین ابومصوب)

دو مربع لاتین ۳×۳ در صورتی متعامد هستند که در یکی از آنها

درایه های قطر اصلی یکسان بوده و در دیگری درایه های قطر فرعی یکسان

باشد. در این صورت با فرض این که در مربع لاتین سمت چپ، درایه های قطر

اصلی یکسان باشند،  $a = 1$  و به طور مشابه  $z = 1$  است و دو مربع لاتین به

صورت زیر کامل می شوند.

۱	۲	۳
۳	۱	۲
۲	۳	۱

۲	۳	۱
۳	۱	۲
۱	۲	۳

$$ax + by + cz = 1 \times 2 + 2 \times 3 + 3 \times 1 = 11$$

بنابراین داریم:

بدیهی است در صورتی که  $c = x = 1$  فرض شود، فقط جای دو مربع عوض

شده و حاصل عبارت تغییری نمی کند.

(ریاضیات گسسته - ترکیبیات: مشابه مثال صفحه ۶۵)

۱۶۴ - گزینه «۴»

(مسعود رویشی)

درایه سطر دوم و ستون دوم را می توان با یکی از عددهای ۱ یا ۳ پر کرد.

پس دو حالت پیش می آید.

حالت اول: اگر  $a = 1$  باشد، در این صورت  $b$  می تواند یکی از مقادیرهای ۱

یا ۲ را بگیرد و داریم:

۱	۲	۳	۴
۲	۱	۴	۳
۳	۴	۱	۲
۴	۳	۲	۱

۱	۲	۳	۴
۲	۱	۴	۳
۳	۴	۲	۱
۴	۳	۱	۲

$$a + b = 2 \quad \text{یا} \quad a + b = 3$$

حالت دوم: اگر  $a = 3$  باشد، در این صورت  $b$  فقط می تواند برابر با ۱ باشد

$$a + b = 4$$

و داریم:

۱	۲	۳	۴
۲	۳	۴	۱
۳	۴	۱	۲
۴	۱	۲	۳

پس مجموع سه مقدار قابل قبول برای  $a + b$  برابر با  $9 = 4 + 3 + 2$  است.

(ریاضیات گسسته - ترکیبیات: صفحه های ۶۲ تا ۶۴)

۱۶۵ - گزینه «۲»

(نیلوفر مهروی)

عددی نسبت به ۷۲ اول است که نه بر ۲ و نه بر ۳ بخش پذیر باشد. مجموعه

اعداد بخش پذیر بر ۲ را با  $A$  و مجموعه اعداد بخش پذیر بر ۳ را با  $B$

$$|A| = \left\lfloor \frac{999}{2} \right\rfloor = 499$$

نشان می دهیم. داریم:

$$|B| = \left\lfloor \frac{999}{3} \right\rfloor = 333$$

$$|A \cap B| = \left\lfloor \frac{999}{6} \right\rfloor = 166$$

با کمک اصل شمول و عدم شمول داریم:

$$|A' \cap B'| = |S| - |A \cup B| = |S| - (|A| + |B| - |A \cap B|)$$

$$= 999 - (499 + 333 - 166) = 999 - 666 = 333$$

راه حل دوم: اعدادی که نسبت به ۲ و ۳ اول هستند به صورت  $6k \pm 1$  نوشته

می شوند؛ داریم:

$$1 \leq 6k + 1 \leq 999 \Rightarrow k = 0, 1, \dots, 166 \quad (تا ۱۶۷)$$

$$1 \leq 6k - 1 \leq 999 \Rightarrow k = 1, 2, \dots, 166 \quad (تا ۱۶۶)$$

در مجموع تعداد اعداد مورد نظر برابر  $333 = 166 + 167$  می باشد،

یعنی  $\frac{1}{3}$  تعداد کل اعداد طبیعی حداکثر سه رقمی.

(ریاضیات گسسته - ترکیبیات: صفحه های ۷۳ تا ۷۶)



۱۶۶- گزینه «۱»

(روح اله حسینی)

مجموعه S را مجموعه تمام اعداد چهار رقمی با ارقام ۱, ۲, ۳, ۴, ۵ در نظر

$$|S| = 5 \times 5 \times 5 \times 5 = 625$$

می‌گیریم. بنابراین:

سه مجموعه  $A_1, A_2, A_3$  زیرمجموعه‌هایی از مجموعه S در نظر

می‌گیریم که به ترتیب فاقد رقم‌های ۱, ۲ و ۳ باشند. بنابراین:

$$|A_1| = |A_2| = |A_3| = 4 \times 4 \times 4 \times 4 = 256$$

پس مجموعه  $A_1 \cap A_2$  زیرمجموعه‌ای از مجموعه S است که فاقد دو رقم

$$|A_1 \cap A_2| = 3 \times 3 \times 3 \times 3 = 81$$

۱ و ۲ می‌باشد. بنابراین:

$$\text{به طریق مشابه } |A_2 \cap A_3| = |A_3 \cap A_1| = 81.$$

از طرفی  $A_1 \cap A_2 \cap A_3$  زیرمجموعه‌ای از مجموعه S است که فاقد هرسه رقم ۱, ۲ و ۳ است. پس:  $|A_1 \cap A_2 \cap A_3| = 2 \times 2 \times 2 \times 2 = 16$ اما چون خواسته سوال، معادل تعداد عضوهای مجموعه  $A'_1 \cap A'_2 \cap A'_3$ 

است، لذا بنابر اصل شمول و عدم شمول داریم:

$$|A'_1 \cap A'_2 \cap A'_3| = |S| - (|A_1| + |A_2| + |A_3|)$$

$$+ (|A_1 \cap A_2| + |A_2 \cap A_3| + |A_1 \cap A_3|) - (|A_1 \cap A_2 \cap A_3|)$$

$$= 625 - 3 \times 256 + 3 \times 81 - 16 = 625 - 768 + 243 - 16 = 84$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{چهار رقم متمایز: } 4 \times 3 \times 2 \times 1 = 24 \\ \text{یک رقم تکراری: } 3 \times \frac{4!}{2!} = 36 \end{array} \right. \xrightarrow{\text{مجموع}} 84$$

راه حل دوم:

(ریاضیات گسسته- ترکیبیات: مشابه تمرین ۴ صفحه ۸۳)

۱۶۷- گزینه «۴»

(علیرضا شریف‌فطیعی)

به کمک اصل شمول و عدم شمول، تعداد کلماتی که هیچ یک از حروف I

و O سر جای خودشان قرار نمی‌گیرند را حساب می‌کنیم:

$$\left\{ \begin{array}{l} U: \text{مجموعه کل کلمات} \\ A: \text{مجموعه کلماتی که سر جای خود باشد} \\ B: \text{مجموعه کلماتی که I سر جای خود باشد} \end{array} \right.$$

$$\text{مطلوب سوال: } |A' \cap B'| = |U| - |A \cup B|$$

$$= 6! - (5! + 5! - 4!) = 720 - 216 = 504$$

(ریاضیات گسسته- ترکیبیات: صفحه‌های ۷۳ تا ۷۶)

۱۶۸- گزینه «۴»

(مهمر شاه‌ممدی)

در این سوال داریم:  $5! =$  تعداد اعداد ۵ رقمی با ارقام متمایز

$$4! \rightarrow \text{---} |12| \text{ : تعداد حالاتی که } |12| \text{ باشد.}$$

$$4! \rightarrow \text{---} |35| \text{ : تعداد حالاتی که } |35| \text{ باشد.}$$

$$3! \rightarrow \text{---} |12| \text{ } |35| \text{ : تعداد حالاتی که } |12| \text{ و } |35| \text{ هر دو باشند.}$$

$$|A \cup B| = |A| + |B| - |A \cap B| \quad \text{می‌دانیم:}$$

پس:  $42 = 4! + 4! - 2! =$  تعداد حالاتی که  $|12|$  یا  $|35|$  در عدد باشند.بنابراین:  $=$  تعداد حالاتی که  $|12|$  و  $|35|$  در عدد نباشند(تعداد حالاتی که  $|12|$  یا  $|35|$  باشند) - تعداد اعداد ۵ رقمی

$$= 5! - 42 = 120 - 42 = 78$$

(ریاضیات گسسته- ترکیبیات: صفحه‌های ۷۳ تا ۷۶)

۱۶۹- گزینه «۱»

(مسعود رویشی)

مسئله را به کمک اصل شمول و عدم شمول حل می‌کنیم. شرط  $f(a) = f(b)$ 

می‌گوید که اگر مقدار تابع برای a مشخص باشد، هم به همان مقدار تصویر

می‌شود؛ یعنی به جای حل این مسئله، تعداد تابع‌های پوشا از مجموعه‌ای ۵

عضوی به مجموعه‌ای ۳ عضوی را به دست می‌آوریم. با توجه به فرمول این

تعداد (در صفحه ۷۸ کتاب درسی) برابر است با:

$$3^n - 3 \times 2^n + 3 = 3^5 - 3 \times 2^5 + 3 = 243 - 3 \times 32 + 3 = 150$$

(ریاضیات گسسته- ترکیبیات: مطابق تذکر صفحه ۷۸ کتاب درسی)

۱۷۰- گزینه «۲»

(روح اله حسینی)

اگر  $f(1) + f(2) + \dots + f(701)$  عددی فرد باشد برای این که A فردباشد باید  $f(702)$  زوج باشد  $(f(702) \in \{100, 102\})$  واگر  $f(1) + f(2) + \dots + f(701)$  عددی زوج باشد برای این که A فردباشد باید  $f(702)$  فرد باشد  $(f(702) \in \{99, 101\})$  به عبارت دیگر برایهر  $k \in \{1, 2, \dots, 701\}$  داریم  $k \in \{99, 100, 101, 102\}$ . امابرای  $f(702)$  فقط دو مقدار وجود دارد. پس تعداد کل این توابع برابر است با:

$$\begin{array}{ccccccc} f(1) & f(2) & \dots & f(701) & f(702) & & \\ \downarrow & \downarrow & & \downarrow & \downarrow & & \\ 4 \times & 4 \times & \dots & 4 \times & 2 & & \end{array}$$

$$= 4^{701} \times 2 = (2^2)^{701} \times 2 = 2^{1402} \times 2 = 2^{1403}$$

روش دوم: در نیمی از توابع تعریف شده، عدد A زوج و در نیمی دیگر

عدد A فرد باشد، پس داریم:

$$\text{تعداد کل توابع: } \begin{array}{ccccccc} 4 & \times & 4 & \times & \dots & \times & 4 \\ \downarrow & & \downarrow & & & & \downarrow \\ f(1) & & f(2) & & & & f(702) \end{array}$$

$$= 4^{702} = 2^{1404} \xrightarrow{+2} 2^{1403}$$

(ریاضیات گسسته- ترکیبیات: صفحه‌های ۷۷ و ۷۸)



### فیزیک ۳ - پیشروی سریع

۱۷۱ - گزینه «۴»

(ممدکاکظم منشاری)

$$I = \frac{P}{A} \Rightarrow P = IA = 2 \times 200 \times 10^{-4} = 0.04 \text{ W}$$

$$P = \frac{E}{t} \Rightarrow E = Pt = 0.04 \times 60 = 2.4 \text{ J}$$

$$E = 2.4 \text{ J} = 2.4 \times \frac{1}{1.6 \times 10^{-19}} \text{ eV} = 1.5 \times 10^{19} \text{ eV}$$

$$E = nhf = n \frac{hc}{\lambda} \Rightarrow 1.5 \times 10^{19} = n \frac{1240}{496} \Rightarrow n = 6 \times 10^{18}$$

(فیزیک ۳ - صفحه‌های ۱۱۷ تا ۱۲۰)

۱۷۲ - گزینه «۲»

(آرمان ربیب فیرفومنی)

از رابطه توان و انرژی فوتون استفاده می‌کنیم:

$$Pt = E = \frac{nhc}{\lambda} \Rightarrow 30 \times 10 \times 60 = \frac{n \times 6.6 \times 10^{-34} \times 3 \times 10^8}{660 \times 10^{-9}}$$

$$\Rightarrow n = 6 \times 10^{22}$$

(فیزیک ۳ - صفحه‌های ۱۱۷ تا ۱۲۰)

(مشابه مثال ۵-۱ صفحه ۱۱۹ کتاب درسی)

۱۷۳ - گزینه «۳»

(مهران اسماعیلی)

معادله فوتوالکتتریک را بر حسب طول موج پرتو تابیده شده و طول موج آستانه

$$K_{\max} = hf - W_0 \quad \begin{matrix} f = \frac{c}{\lambda} \\ W_0 = hf_0 = \frac{hc}{\lambda_0} \end{matrix} \quad \text{فلز می‌نویسیم:}$$

$$\Rightarrow K_{\max} = hc \left( \frac{1}{\lambda} - \frac{1}{\lambda_0} \right) \Rightarrow \frac{K_{\max A}}{K_{\max B}} = \frac{hc \left( \frac{1}{\lambda_A} - \frac{1}{\lambda_{0A}} \right)}{hc \left( \frac{1}{\lambda_B} - \frac{1}{\lambda_{0B}} \right)}$$

$$\frac{\lambda_A = \lambda_B = \frac{1}{4} \lambda_{0A}}{K_{\max A} = 2K_{\max B}} \rightarrow \frac{2K_{\max B}}{K_{\max B}} = \frac{\frac{1}{4} \lambda_{0A} - \lambda_{0A}}{\frac{1}{4} \lambda_{0A} - \lambda_{0B}}$$

$$\Rightarrow 2 = \frac{\frac{4}{\lambda_{0A}} - \frac{1}{\lambda_{0A}}}{\frac{4}{\lambda_{0A}} - \frac{1}{\lambda_{0B}}} \Rightarrow \frac{3}{\lambda_{0A}} = \frac{2}{\lambda_{0B}}$$

$$\Rightarrow \frac{5}{\lambda_{0A}} = \frac{2}{\lambda_{0B}} \Rightarrow \frac{\lambda_{0A}}{\lambda_{0B}} = 2.5$$

(فیزیک ۳ - صفحه‌های ۱۱۶ تا ۱۲۱)

۱۷۴ - گزینه «۱»

(علی عالی‌بری)

با توجه به رابطه تابع کار می‌توان نوشت:

$$W_0 = hf_0 \Rightarrow 5/2 = 4 \times 10^{-15} \times f_0$$

$$\Rightarrow f_0 = \frac{5/2}{4 \times 10^{-15}} \Rightarrow f_0 = 1/3 \times 10^{15} \text{ Hz}$$

(فیزیک ۳ - صفحه ۱۱۹)

(مشابه مثال ۵-۲ صفحه ۱۱۹ کتاب درسی)

۱۷۵ - گزینه «۲»

(رحمت‌اله شیراله‌زاده‌سماکوشن)

نمودارها نشان می‌دهند که بسامد آستانه برای مس، ۲ برابر بسامد آستانه برای

سدیم است. بنابراین طبق رابطه  $W_0 = hf_0$  نتیجه می‌گیریم که تابع کار مسنیز ۲ برابر تابع کار سدیم است یعنی  $W_{0Cu} = 2W_{0Na}$  است. اکنونمی‌توانیم اطلاعات نمودار را در رابطه  $K_{\max} = hf - W_0$  قرار دهیم:

$$(W_0 = W_{0Na})$$

$$6 = (4 \times 10^{-15})f' - W_0 \quad \text{(I)}$$

$$4 = (4 \times 10^{-15})f' - 2W_0 \quad \text{(II)}$$

با حذف  $W_0$  از روابط (I) و (II)،  $f'$  به راحتی به دست می‌آید:

$$\text{Na: } 6 = 4f' \times 10^{-15} - W_0 \quad \text{طرفین را در ۲ ضرب می‌کنیم} \rightarrow$$

$$-12 = -8f' \times 10^{-15} + 2W_0 \quad (1)$$

$$\text{Cu: } 4 = 4f' \times 10^{-15} - 2W_0 \quad (2)$$

اکنون طرفین تساوی‌های (۱) و (۲) را با هم جمع می‌کنیم:

$$-8 = -4f' \times 10^{-15} \Rightarrow f' = 2 \times 10^{15} \text{ Hz}$$

(فیزیک ۳ - صفحه‌های ۱۱۶ تا ۱۲۰)



۱۷۶- گزینه «۲»

(مهران اسماعیلی)

بلندترین طول موج فرابنفش مربوط به طیف بالمر ( $n' = 2$ ) است که برای تابش موج فرابنفش با  $n = 7$  متناظر است. بنابراین:

$$\frac{1}{\lambda_1} = R \left( \frac{1}{n'^2} - \frac{1}{n^2} \right) \xrightarrow{n'=2, n=7} \frac{1}{\lambda_1} = R \left( \frac{1}{2^2} - \frac{1}{7^2} \right) = \frac{45}{196} R$$

$$\Rightarrow \lambda_1 = \frac{196}{45 R}$$

کوتاه‌ترین طول موج فرورسرخ مربوط به طیف پاشن ( $n' = 3$ ) است که در این طیف تابش موج فرورسرخ با کوتاه‌ترین طول موج با  $n = \infty$  متناظر است.

$$\frac{1}{\lambda_2} = R \left( \frac{1}{n'^2} - \frac{1}{n^2} \right) \xrightarrow{n'=3, n=\infty}$$

بنابراین:

$$\frac{1}{\lambda_2} = R \left( \frac{1}{3^2} - \frac{1}{\infty} \right) = \frac{R}{9} \Rightarrow \lambda_2 = \frac{9}{R}$$

$$\frac{\lambda_1}{\lambda_2} = \frac{\frac{196}{45 R}}{\frac{9}{R}} = \frac{196}{405}$$

(فیزیک ۳- صفحه‌های ۱۲۱ تا ۱۲۴)

۱۷۷- گزینه «۱»

(علیرضا جباری)

در اولین حالت برانگیخته،  $n = 2$  است. انرژی الکترون در این مدار را

$$E_n = -\frac{E_R}{n^2} \xrightarrow{n=2} E_2 = -\frac{E_R}{2^2} = -\frac{E_R}{4}$$

به دست می‌آوریم:

رابطه اختلاف انرژی بین دو مدار را براساس الگوی اتمی بور می‌نویسیم:

$$E_U - E_L = hf \xrightarrow{hf = \frac{3}{16} E_R, E_U = E_{n'}, E_L = E_2 = -\frac{E_R}{4}} E_{n'} - \left( -\frac{E_R}{4} \right) = \frac{3}{16} E_R$$

$$\Rightarrow E_{n'} = \frac{3}{16} E_R - \frac{E_R}{4} = -\frac{E_R}{16} = -\frac{E_R}{4^2} \Rightarrow n' = 4$$

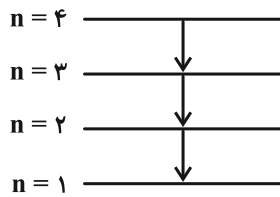
بنابراین الکترون به تراز چهارم می‌رود.

(فیزیک ۳- صفحه‌های ۱۲۵ تا ۱۲۸)

۱۷۸- گزینه «۱»

(زهرا رضائی)

با توجه به توضیحات سوال، حرکت الکترون به حالت زیر بوده است:



زیرا در این حالت است که بیشترین تعداد گسیل فوتون را خواهیم داشت.

آخرین فوتون گسیل شده مربوط به گذار الکترون از تراز  $n = 2$  به  $n' = 1$  می‌باشد که مربوط به طیف سری لیمان می‌شود. طبق معادله ریدبرگ مربوط

$$\frac{1}{\lambda} = R \left( \frac{1}{1^2} - \frac{1}{n^2} \right), \quad n = 2$$

$$\Rightarrow \frac{1}{\lambda} = 0.011 \left( 1 - \frac{1}{2^2} \right) = 0.011 \left( 1 - \frac{1}{4} \right) = 0.011 \times \frac{3}{4} = \frac{33}{4000}$$

$$\Rightarrow \lambda = \frac{4000}{33} \text{ nm}$$

(فیزیک ۳- صفحه‌های ۱۲۱ تا ۱۲۴)

۱۷۹- گزینه «۱»

(مهمدرضا غامدی)

موارد (ب) و (ث) نادرست می‌باشند.

زیرا رنگ نور منتشر شده در لامپ‌ها برای تشکیل طیف به نوع گاز درون آن

وابسته است. همچنین کاهش انرژی و شعاع مطابق با نظریه فیزیک کلاسیک

باعث افزایش بسامد می‌شود.

(فیزیک ۳- صفحه‌های ۱۲۱ تا ۱۲۴)

۱۸۰- گزینه «۴»

(مصطفی کیانی)

در شکل (ب) اگر فوتونی با انرژی معادل  $E_U - E_L$  تابیده شود، گسیل

القایی رخ می‌دهد. سایر گزینه‌ها طبق متن کتاب درسی درست‌اند.

(فیزیک ۳- صفحه‌های ۱۳۲ و ۱۳۳)

(مشابه پرسش ۱۶ آذر فصل صفحه ۱۳۵)

## شیمی ۳- پیشروی سریع

۱۸۱- گزینه «۲»

(یاسر راش)

بررسی موارد:

مورد اول: نادرست؛ گیاهان علاوه بر  $\text{CO}_2$  و  $\text{H}_2\text{O}$ ، نیازمند عناصر معدنی مانند  $\text{K}$ ،  $\text{P}$ ،  $\text{N}$  و ... برای رشد خود هستند.

مورد دوم: درست؛ این ترکیبات در خاک به یون‌های نیترژن‌دار (آمونیم و نیترات) تبدیل شده و توسط ریشه جذب می‌شوند و رشد گیاه را افزایش می‌دهند.

مورد سوم: درست؛ کودهای شیمیایی راهگشای افزایش بهره‌وری در تولید محصولات کشاورزی هستند.

مورد چهارم: نادرست؛ در دمای اتاق انرژی فعال‌سازی بسیار بالاست و حتی با جرقه یا کاتالیزگر، این واکنش نمی‌شود.

(شیمی ۳- شیمی، راهی به سوی آینده‌ای روشن‌تر؛ صفحه ۱۰۳)

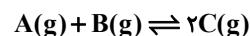
(برگرفته از متن کتاب)

۱۸۲- گزینه «۲»

(پیمان فواوی میز)

ثابت تعادل واکنش برابر است با:  $K = \frac{[\text{C}]^2}{[\text{A}][\text{B}]} = \frac{1}{2 \times 2} = \frac{1}{4}$

با تغییر اعمال شده داریم: (تعادل به سمت برگشت جابه‌جا می‌شود.)



ابتدا	۲	۲	۱+۲	
تعداد جدید	۲+x	۲+x	۳-۲x	

با توجه به عدم تغییر ثابت تعادل داریم:

$$\frac{1}{4} = \frac{(3-2x)^2}{(2+x)^2} \Rightarrow \frac{1}{2} = \frac{3-2x}{2+x} \Rightarrow 6-4x = 2+x \Rightarrow x = 0 / 8 \text{ mol}$$

پس مقدار  $\text{A}$  به  $2/8$  مول و مقدار  $\text{C}$  به  $1/4$  مول می‌رسد.

(شیمی ۳- شیمی، راهی به سوی آینده‌ای روشن‌تر؛ صفحه ۱۰۴)

۱۸۳- گزینه «۱»

(امسان روستایی)

بررسی گزینه‌ها:

(۱) درست؛ تعادل گرماگیر بوده و با کاهش دما در جهت برگشت حرکت می‌کند و در نتیجه  $K$  کم می‌شود.

(۲) نادرست؛ با افزایش دما سرعت واکنش‌های رفت و برگشت افزایش می‌یابد.

(۳) نادرست؛ به دلیل برابر بودن تعداد مول‌های گاز در دو طرف با کاهش حجم، تعادل جابه‌جا نمی‌شود اما باعث می‌شود مواد در حجم کمتری قرار گرفته و غلظت مواد افزایش یابد.

(۴) نادرست؛ در دمای ثابت مقدار  $K$  ثابت می‌ماند.

(شیمی ۳- شیمی، راهی به سوی آینده‌ای روشن‌تر؛ صفحه‌های ۱۰۵ تا ۱۰۹)

(برگرفته از با هم بیندیشیم صفحه ۱۰۸)

۱۸۴- گزینه «۴»

(میدر جلیل ناغونی)

مطابق با اصل لوشاتلیه، با کاهش دما واکنش در جهت رفت جابه‌جا می‌شود و ثابت تعادل همانند درصد مولی هیدروژن برمید ( $\text{HBr}$ ) در تعادل افزایش می‌یابد.

بررسی سایر گزینه‌ها:

(۱) با افزایش دما سرعت واکنش‌های رفت و برگشت زیاد می‌شود.

(۲) از آنجا که مجموع مول‌های گاز در دو سمت واکنش با هم برابر است، با تغییر حجم واکنش در جهت رفت یا برگشت پیشروی نمی‌کند و مقدار مول

مواد ثابت می‌ماند ولی چون حجم نصف شده بنابراین غلظت مولی مواد ۲ برابر می‌شود.

(۳) استفاده از کاتالیزگر در واکنش‌های تعادلی تاثیری در جابه‌جایی تعادل در جهت رفت یا برگشت ندارد.

(شیمی ۳- شیمی، راهی به سوی آینده‌ای روشن‌تر؛ صفحه‌های ۱۰۵ تا ۱۰۸)

۱۸۵- گزینه «۱»

(میدر جلیل ناغونی)

موارد (الف) و (ب) درست هستند.

بررسی موارد:

(الف) از آنجا که مجموع مول‌های گاز واکنش‌دهنده و فراورده برابر است، با کاهش حجم ظرف تعادل جابه‌جا نمی‌شود. بنابراین مقدار تمامی مواد ثابت

می‌ماند و به دلیل ثابت ماندن مقدار ماده رنگی  $\text{B}_2$  و کاهش حجم ظرف، غلظت  $\text{B}_2(\text{g})$  زیاد می‌شود و در نهایت مخلوط پررنگ‌تر می‌شود.

(ب) اگر تمامی  $0/2$  مول  $\text{A}_2$  مصرف شود، مول  $\text{AB}$  به میزان  $0/4$  تغییر می‌کند ولی اثر تغییر در تعادل به‌طور کامل از بین نمی‌رود و میزان تغییر

مول  $\text{AB}$  کمتر از  $0/4$  مول خواهد بود.

(پ) واکنش گرماده است و با افزایش دما (از  $\theta$  به  $\theta'$ ) ثابت تعادل کاهش می‌یابد.

(ت) با افزایش دما واکنش در جهت برگشت (مصرف  $\text{AB}$ ) پیشرفت می‌کند ولی با تغییرات فشار، تعادل در جهت رفت یا برگشت جابه‌جا نمی‌شود.

(شیمی ۳- شیمی، راهی به سوی آینده‌ای روشن‌تر؛ صفحه‌های ۱۰۵ تا ۱۰۹)

۱۸۶- گزینه «۱»

(نزا حسین پورمقدم)

بررسی گزینه‌ها:

(۱) درست؛ برطبق اصل لوشاتلیه اگر غلظت محصول ( $\text{NO}_2$ ) زیاد شود، سیستم برای جبران اثر آن، به سمت چپ (واکنش‌دهنده‌ها) پیش می‌رود. اگر

غلظت اکسیژن ( $\text{O}_2$ ) کم شود، چون یکی از واکنش‌دهنده‌ها کم شده، سیستم برای جبران آن به سمت چپ (واکنش‌دهنده‌ها) می‌رود.

(۲) نادرست؛ کاهش غلظت  $\text{NO}_2$  تعادل را به سمت راست (فراورده) پیش می‌برد.

(۳) نادرست؛ چون واکنش گرماده است، کاهش دما تعادل را به سمت راست (فراورده) پیش می‌برد (گرما تولید می‌کند).

(۴) نادرست؛ کاهش حجم سبب جابه‌جایی تعادل به سمت تعداد مول‌های کمتر می‌شود بنابراین کاهش حجم تعادل را به سمت راست (فراورده) پیش می‌برد.

(شیمی ۳- شیمی، راهی به سوی آینده‌ای روشن‌تر؛ صفحه‌های ۱۰۵ تا ۱۰۸)

(برگرفته از متن کتاب)

۱۸۷- گزینه «۴»

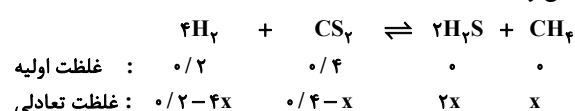
(ممد رضا پورباویر)

در ابتدا لازم است غلظت اولیه واکنش‌دهنده‌ها را به دست آوریم:

$$[\text{H}_2]_{\text{اولیه}} = \frac{50 \text{ L H}_2}{10 \text{ L}} \times \frac{1 \text{ mol H}_2}{25 \text{ L H}_2} = 0 / 2 \text{ mol} \cdot \text{L}^{-1}$$

$$[\text{CS}_2]_{\text{اولیه}} = \frac{4 \text{ mol CS}_2}{10 \text{ L}} = 0 / 4 \text{ mol} \cdot \text{L}^{-1}$$

حال می‌توان گفت:





$$\Rightarrow \text{جای گذاری در رابطه ثابت تعادل} \quad \frac{(\frac{0}{2})^2 (\frac{0}{1})}{(\frac{0}{V})^2} = 0/05$$

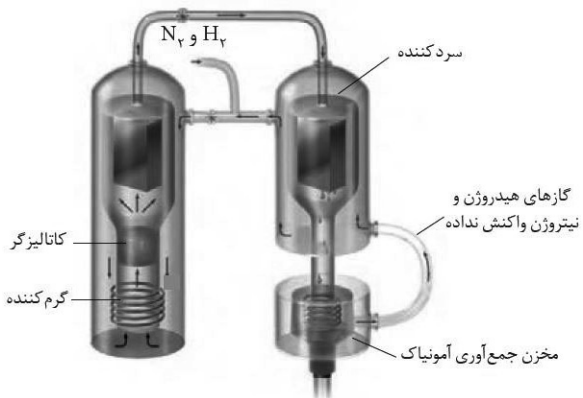
$$\Rightarrow V = 0/125L = 125mL$$

(شیمی ۳- شیمی، راهی به سوی آینده‌ای روشن‌تر: صفحه‌های ۱۰۳ تا ۱۰۵)

(یاسر راش)

گزینه «۴» - ۱۹۰

شکل تکمیل شده به صورت زیر است:



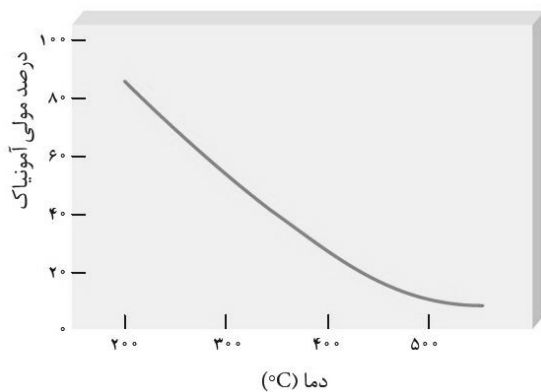
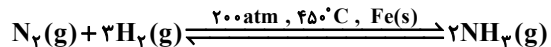
بررسی گزینه‌ها:

۱) بخش B همان کاتالیزگر را نشان می‌دهد که برای فرایند هابر، از ورقه آهنی برای این منظور استفاده می‌شود.

۲) دمای سرد کننده برای جداسازی آمونیاک، باید کمی پایین‌تر از نقطه جوش این ماده (کمی کمتر از  $-33^{\circ}C$ ) باشد، بنابراین دمای  $4^{\circ}C$  - مناسب‌تر و به صرفه‌تر از  $20^{\circ}C$  - است.

۳) استفاده از تفاوت در نقاط جوش، روشی عملی برای جداسازی و خالص‌سازی آمونیاک مایع است که در پایان واکنش هابر به دست می‌آید. این روش به سادگی اجازه می‌دهد تا آمونیاک با نقطه جوش بالاتر از هیدروژن و نیتروژن باقی مانده جدا شده و محصول نهایی به دست آید.

۴) با افزایش دمای سامانه تا  $50^{\circ}C$ ، این تعادل از نقطه بهینه خود منحرف شده و درصد مولی آمونیاک در مخلوط نهایی کاهش می‌یابد.



(شیمی ۳- شیمی، راهی به سوی آینده‌ای روشن‌تر: صفحه‌های ۱۰۸ و ۱۱۰)

از آنجا که مقدار  $H_2$  مصرفی ۵۰٪ مقدار اولیه آن است، خواهیم داشت:

$$\text{مقدار } H_2 \text{ مصرفی} = 4x = \frac{50}{100} \times 0/2 = 0/1$$

$$\Rightarrow x = 0/025 \text{ mol} \cdot L^{-1}$$

به این ترتیب برای محاسبه ثابت تعادل خواهیم داشت:

$$K = \frac{[H_2S]^2 [CH_4]}{[H_2]^4 [CS_2]} = \frac{(2 \times 0/025)^2 (0/025)}{(0/2 - 4 \times 0/025)^4 (0/4 - 0/025)} = \frac{0/0025 \times 0/025}{0/0001 \times 0/375} \approx 1/67$$

(شیمی ۳- شیمی، راهی به سوی آینده‌ای روشن‌تر: صفحه‌های ۱۰۳ تا ۱۰۵)

(امسان روستایی)

گزینه «۱» - ۱۸۸

$$\text{mol CaCO}_3 = \frac{75}{100} = 0/75$$



0/75 mol	0	0
-x	+x	+x
0/75-x	+x	+x

$$\Rightarrow 0/75 - x + x + x = 1 \Rightarrow x = 0/25 \text{ mol}$$

$$\Rightarrow [CO_2] = \frac{0/25 \text{ mol}}{1L} = 0/25 \text{ mol} \cdot L^{-1}$$

$$\Rightarrow K = [CO_2] = 0/25 \text{ mol} \cdot L^{-1}$$

(شیمی ۳- شیمی، راهی به سوی آینده‌ای روشن‌تر: صفحه‌های ۱۰۳ و ۱۰۴)

(یاسر راش)

گزینه «۲» - ۱۸۹

$$K = \frac{[Y]^2 [Z]}{[X]^2}$$

رابطه ثابت تعادل به صورت زیر است:

در ادامه تغییرات را به صورت زیر در نظر می‌گیریم:



مول اولیه	:	1	0	0
تغییرات مقدار مول	:	-2x	+2x	+x
مول تعادلی	:	1-2x	2x	x

با توجه به این که حجم سامانه تعادلی برای همه مواد یکسان است، اگر در حالت تعادل غلظت X چهار برابر غلظت Y باشد، تعداد مول تعادلی X نیز چهار برابر تعداد مول تعادلی Y خواهد بود. بنابراین می‌توان نوشت:

$$\frac{[X]}{[Y]} = \frac{1-2x}{2x} = 4 \Rightarrow x = 0/1$$

حالا که مقدار مول تعادلی مواد را در اختیار داریم، حجم سامانه تعادلی را با استفاده از ثابت تعادل می‌توان حساب کرد:

	$2X(g)$	$\rightleftharpoons$	$2Y(g)$	+	$Z(g)$
مقدار مولی تعادلی	1-2x		2x		x
	↓		↓		↓
	1-2(0/1)		2(0/1)		0/1
	↓		↓		↓
	0/8		0/2		0/1



# دفترچه پاسخ ✓

عمومی دوازدهم

رشته ریاضی، تجربی، هنر، منحصراً زبان

۸ اسفند ماه ۱۴۰۴

## طراحان

فارسی	حسن افتاده، حسین پرهیزگار، سعید جعفری، نازنین فاطمه حاجیلو، ابوالفضل عباسزاده، محسن فدایی
عربی، زبان قرآن	آرمین ساعدپناه، محمدرضا سوری، مهران سعیدنیا، امیرعلی فردین، حمیدرضا قائدامینی
دین و زندگی	محسن بیاتی، فردین سماقی، مرتضی محسنی کبیر، میثم هاشمی
زبان انگلیسی	محمد مهدی دغلاوی، آرمین رحمانی، محمد سلیمانی

## گزینشگران و ویراستاران

نام درس	مسئول درس و گزینشگر	گروه ویراستاری	رتبه برتر	مسئول درس‌های مستندسازی
فارسی	نازنین فاطمه حاجیلو	محسن اصغری، الهام محمدی، مرتضی منشاری	—	فریبا رئوفی، زهرا شمسایی، محسن جمشیدی، مانده ملکی
عربی، زبان قرآن	آرمین ساعدپناه	درویشعلی ابراهیمی	—	لیلا ایزدی، مهدی یعقوبیان، محمد قزی
دین و زندگی	بهنام رسولی	امیرمهدی افشار	—	سجاد حقیقی پور، سیدمجتبی رضا زاده، علی ابراهیمی آرانی
اقلیت‌های مذهبی	دبورا حاتاتبان	معصومه شاعری	—	—
زبان انگلیسی	رحمت‌اله استیری	طاها اصغریان، فاطمه نقدی	مانده سالاری	سپهر اشتیاقی، علیرضا رمضانزاده

## کلاس‌های آنلاین عمومی

نام درس	نام دبیر	روز	ساعت
زبان انگلیسی ۳	محدثه مرآتی	سه شنبه	۱۷-۱۸
عربی، زبان قرآن ۳	ابوطالب درانی	سه شنبه	۱۹-۲۰
دین و زندگی ۳	سجاد حقیقی پور	چهارشنبه	۱۹-۲۰
فارسی ۳	نازنین حاجیلو	پنج‌شنبه	۱۹-۲۰

مدیر گروه	الهام محمدی
مسئول دفترچه	معصومه شاعری
مستندسازی و مطابقت با مصوبات	مدیر: محیا اصغری، مسئول دفترچه: فریبا رئوفی
حروف‌نگار و صفحه‌آرا	زهرا تاجیک
ناظر چاپ	سوران نعیمی

گروه آزمون

بنیاد علمی آموزشی قلم چی (وقف عام)

آدرس دفتر مرکزی: خیابان انقلاب - بین صبا و فلسطین - پلاک ۹۲۳ - تلفن چهار رقمی: ۰۲۱-۶۴۶۳



## فارسی ۳

## ۲۱۱- گزینه ۱

(حسین پرهیزگار - سبزواری)

در این مصراع «منتشا» به معنی نوعی عصا برگرفته از شهری به نام «منتشا» است.  
(واژه، واژه‌نامه)

## ۲۱۲- گزینه ۳

(نازنین فاطمه هابیلومفازاره)

## تشریح گزینه‌های دیگر:

گزینه «۱»: «سورت» شکل درست املایی است. (صورت: چهره/ سورت: تندی و تیزی)

گزینه «۲»: «هول» شکل درست املایی است. (حول: اطراف، پیرامون، درباره / هول: ترسناک)

گزینه «۴»: «ضجه» شکل درست املایی است.

(املا، صفحه‌های ۱۱۱، ۱۱۲، ۱۱۵ و ۱۱۶)

## ۲۱۳- گزینه ۴

(مفسن فدایی - شیراز)

واژه‌های «شغاد» و «خوار» هر دو نقش دستوری «مسند» دارند:

او (نهاد) شغاد (مسند) بود (فعل اسنادی) / دوزخ (نهاد) از این سخن (حرف اضافه و متمم) برای من (حرف اضافه و متمم) خوار (مسند) گشت (فعل اسنادی)

(دستور، صفحه ۱۱۵)

## ۲۱۴- گزینه ۳

(حسن افتخار - تبریز)

در عبارت (ب) سه گروه اسمی به شرح زیر وجود دارد:

قصه / او / شغاد نابردار

## تشریح گزینه‌های دیگر:

گزینه «۱»: در عبارت (ج) یک نوع وابسته پیشین در واژه (هر: از نوع صفت مبهم) وجود دارد و ضمیر متصل «ش» وابسته پسین از نوع مضاف‌الیه است.

گزینه «۲»: در عبارت (الف) دو وابسته پسین (ش در یالش و رویش) وجود دارد و در عبارت (ب) واژه «شغاد» هسته گروه اسمی است.

گزینه «۴»: توضیح این گزینه در صورت سؤال، کاملاً صحیح است.

## نکته مهم درسی:

در شمارش تعداد گروه اسمی، حروف (مانند «از، به، که، اگر و ...») افعال و قیدها (مانند «بی‌شک») را به حساب نمی‌آوریم.

(دستور، صفحه‌های ۱۱۴ تا ۱۱۶)

## ۲۱۵- گزینه ۲

(نازنین فاطمه هابیلومفازاره)

نخستین نقش تبعی: تهمتن، گرد سجستانی: بدل

جمله پایانی: اکنون تهمتن با رخس غیرتمند، در بن این چاه آبش زهر شمشیر و سنان، گم بود. / نوع «و» موجود در آن: عطف (زیرا میان دو کلمه آمده است:

شمشیر و سنان)

(دستور، صفحه ۱۱۴)

## ۲۱۶- گزینه ۴

(ابوالفضل عباس‌زاده)

به ترتیب، آرایه‌های مذکور در گزینه «۴» صحیح است.

## بررسی آرایه‌های هر سروده:

«الف»: «دم» مجاز از «سخن»/ دم (مشبه)، چونان (ادات تشبیه)، حدیث آشنایش (مشبه به)، گرم بودن (وجه شبه)/ گرم بودن سخن، «حس آمیزی» دارد/ گرم بودن سخن، کنایه از «دلنشین و گیرا بودن سخن» است./ چوب‌دستی (مشبه)، مانند (ادات تشبیه)، منتشا (مشبه به)/ «دست» مجاز از «کف دست» است/ «مست شور بودن» کنایه از «شوق و شور زیاد»/ «گرم گفتن بودن» کنایه از «با گیرایی و شوق سخن گفتن» است. / «دست» و «مست» جناس دارد.

«ب»: «نابردار بودن» ایهام دارد: (۱) برادر ناتنی (۲) کنایه از «تاج‌انمرد بودن» است./ «تیر» و «زیر» جناس دارد.

«ج»: «بی شرم بودن چاه»، تشخیص دارد./ بی شرمی چاه (مشبه)، چونان (ادات تشبیه)، ژرفی و پهنای چاه (مشبه به)، وجه شبه (ناباور بودن) / «شمشیر و سنان» مجاز از «سلاح‌های جنگی» است/ «زهر شمشیر» و «زهر سنان» تشبیه است (شمشیر به زهر و سنان به زهر مانند شده است)./ «زهر (شمشیر و سنان)» (مشبه)، آب چاه (مشبه به).

(آرایه، صفحه‌های ۱۱۱، ۱۱۳ و ۱۱۶)

## ۲۱۷- گزینه ۳

(نازنین فاطمه هابیلومفازاره)

لحنی که برای خوانش گزینه «۳» به کار می‌گیریم، حماسی و کوبنده است.

اما در گزینه‌های دیگر، مناسب است، لحن اندرزی و نصیحت‌کننده به کار می‌گیریم.

(قلمرو ادبی، صفحه ۱۱۷)

## ۲۱۸- گزینه ۲

(حسین پرهیزگار - سبزواری)

هر مصراع این گزینه از بیتي جداگانه است:

- تو بوم کردی از نابودی و با مهر پروردی / فدای نام تو بود و نبودم، میهن ای میهن!

- به هر مجلس به هر زندان به هر شادی به هر ماتم / به هر حالت که بودم با تو بوم؛ میهن ای میهن!

(شعر ففقی، صفحه ۱۱۹)

## ۲۱۹- گزینه ۱

(سعید جعفری)

## تشریح گزینه‌های دیگر:

گزینه «۲»: اشاره به دورویی و خیانت دارد.

گزینه «۳»: اشاره به مرگ رستم دارد.

گزینه «۴»: اشاره به گیرایی سخن نقال دارد.

(مفهوم، صفحه‌های ۱۱۱، ۱۱۳ و ۱۱۶)

## ۲۲۰- گزینه ۲

(سعید جعفری)

گزینه «۲» به «شادی همیشگی رستم» اشاره دارد.

(مفهوم، صفحه‌های ۱۱۲ و ۱۱۴)



## عربی، زبان قرآن ۳

## ۲۲۱- گزینه «۳»

(مهمدرضا سوری)

## تشریح گزینه‌های دیگر:

گزینه «۱»: «ضائر»: زبان‌رساننده

گزینه «۲»: «نقی»: پاک و خالص

گزینه «۴»: «سَمَحَ» (در این جا): اجازه دادند

(واژگان، برگرفته از امتحانات مدارس، صفحه ۵۱)

## ۲۲۲- گزینه «۴»

(همیدرضا قانرازمینی)

«الحلّ»: [مردم] بیرون احرام

(واژگان، برگرفته از امتحانات مدارس، صفحه‌های ۵۰ و ۵۱)

## ۲۲۳- گزینه «۲»

(امیرعلی فردرین)

«هذا ابني»: این پسر من می‌باشد (رد سایر گزینه‌ها) / «یکاد یكونُ شاعراً عظيماً»:

نزدیک است شاعر بزرگی شود (رد سایر گزینه‌ها)

(ترجمه، برگرفته از امتحانات مدارس، صفحه ۵۰)

## ۲۲۴- گزینه «۱»

(آرمین ساعدرپناه)

«هذا الّذي»: این کسی است که «همان» در گزینه ۳ اضافی است؛ رد گزینه ۳ /

«تعرف البطحاء وطأته»: سرزمین مکه جای پایش را می‌شناسد (رد گزینه‌های ۳ و

۴) / «البيت يعرفه والحرم»: خانه [خدا] و مردم محدوده احرام او را می‌شناسند (رد

سایر گزینه‌ها)

(ترجمه، برگرفته از سؤال چهارم امتحان نهایی شهریور ۱۴۰۰، صفحه ۳۹)

## ۲۲۵- گزینه «۴»

(آرمین ساعدرپناه)

## تشریح گزینه‌های دیگر:

گزینه «۱»: «لم یجهر»: آشکار نکرد / «ضاعت»: تباه شد

گزینه «۲»: «لن یترک ... البطحاء»: دشت مکه را ترک نخواهد کرد / «الأمان»:

امنیت

گزینه «۳»: «استلمة إستلاماً سهلاً»: آن را به آسانی مسح کرد

(ترجمه، برگرفته از امتحانات مدارس، صفحه‌های ۵۰ و ۵۱)

## ۲۲۶- گزینه «۳»

(مهران سعیرنیا)

## تشریح گزینه‌های دیگر:

گزینه «۱»: «منطقة بالکویت»: منطقه‌ای در کویت

گزینه «۲»: «کان یستر»: پنهان می‌کرد

گزینه «۴»: «کان ... عاش»: زندگی کرده بود

(ترجمه، برگرفته از امتحانات مدارس، صفحه‌های ۵۰ و ۵۱)

## ۲۲۷- گزینه «۴»

(آرمین ساعدرپناه)

ترجمه صحیح عبارت: «هشام ترسید که امام شناخته شود و مردم به او علاقه‌مند

شوند.»

(ترجمه، برگرفته از سؤال اول امتحان نهایی شهریور ۱۳۹۸، صفحه‌های ۵۰ و ۵۱)

## ۲۲۸- گزینه «۳»

(امیرعلی فردرین)

«تَقَرَّبوا»: نزدیک شوید

(ترجمه فعل، برگرفته از امتحانات مدارس، ترکیبی)

## ۲۲۹- گزینه «۱»

(آرمین ساعدرپناه)

«مُحِبّاً» به معنای «دوست‌دار» اسم فاعل است.

(قواعد، برگرفته از امتحانات مدارس، صفحه ۵۰)

## ۲۳۰- گزینه «۲»

(آرمین ساعدرپناه)

«الفرزدق» در این عبارت نقش مبتدا را دارد. دقت کنید که در جملات بدون فعل،

فاعلی نیز وجود ندارد.

(محل اعرابی، برگرفته از امتحانات مدارس، صفحه ۵۰)

## دین و زندگی ۳

## ۲۳۱- گزینه ۱

(مرتضی مفسنی کبیر)

اولین معیار تمدن اسلامی یکتاپرستی (توحید) است و رسول خدا (ص) این رسالت بزرگ را از شهر مکه آغاز کرد و سپس با هجرت به مدینه و با کمک یاران خود پایه‌های یک جامعه دینی را بنا نهاد و حرکت به سوی تمدن اسلامی را آغاز کرد.

(درس ۹، صفحه ۱۰۹)

## ۲۳۲- گزینه ۲

(مرتضی مفسنی کبیر)

قرآن کریم، در آنجا که اوصاف نمازگزاران را بیان می‌کند، یکی از ویژگی‌های آن‌ها را این‌گونه ذکر می‌کند که آنان در مال خود برای محرومان و فقیران نیز حق معینی قرار داده‌اند و آن‌جا که می‌خواهد تکذیب‌کنندگان دین را معرفی کند، از کسانی یاد می‌کند که یتیمان را از خود می‌رانند و دیگران را به اطعام مساکین تشویق نمی‌نمایند.

(درس ۹، صفحه ۱۱۰)

## ۲۳۳- گزینه ۲

(مرتضی مفسنی کبیر)

از جمله برنامه‌های یک انسان مسلمان، مشارکت و تلاش او در ایجاد جامعه‌ای بر اساس معیارهای اسلامی است. از این‌رو، لازم است ابتدا معیارهای یک تمدن اسلامی را که قرآن کریم و پیشوایان به ما معرفی کرده‌اند، بشناسیم و برای تحقق هرچه بهتر آن‌ها در جامعه، برنامه‌ریزی و تلاش کنیم.

(درس ۹، صفحه ۱۰۸)

## ۲۳۴- گزینه ۲

(فرزین سماقی)

یکی از اهداف مهم پیامبر اکرم (ص)، ارتقای جایگاه خانواده، به عنوان کانون رشد و تربیت انسان‌ها و مانع اصلی فساد و تباهی بود. احیای منزلت زن و ارزش‌های اصیل او از عناصر اصلی این برنامه به شمار می‌رفت.

(درس ۹، صفحه ۱۱۲)

## ۲۳۵- گزینه ۳

(فرزین سماقی)

مفاد آیه مبارکه «لقد ارسلنا رسلنا بالبینات و انزلنا معهم الكتاب و المیزان ليقوم الناس بالقسط» اشاره به برقراری جامعه عدالت‌محور به عنوان یکی از معیارهای تمدن اسلامی دارد و پیامبر (ص) با گفتار و رفتار خویش توانست انقلاب عظیمی در جایگاه خانواده و زن پدید آورد.

(درس ۹، صفحه‌های ۱۱۲ و ۱۱۱)

## ۲۳۶- گزینه ۱

(مفسر بیاتی)

پیامبر (ص) همواره دست دخترش را می‌بوسید و درباره او می‌فرمود: «فاطمه پاره‌ای از تن من است، هرکه او را بیازارد مرا آزرده است و هرکس مرا بیازارد خدا را آزرده است.» مفهوم این حدیث با آیه شریفه «و من آیاته ان خلق لکم من انفسکم ازواجاً لتسکنوا الیها و جعل بینکم مودة و رحمة ان فی ذلک لآیات لقوم یتفکرون» به این دلیل که بر پنجمین معیار تمدن اسلامی یعنی اصالت خانواده و احیای منزلت زن اشاره دارد، هم‌مفهوم می‌باشند.

(درس ۹، صفحه ۱۱۳)

## ۲۳۷- گزینه ۲

(مفسر بیاتی)

- رسول خدا (ص) دعوت خود را در جامعه‌ای جاهلی آغاز کرد که نشانه‌هایی بسیار اندک از تعقل و تفکر و دانایی داشت.  
- اولین آیاتی که بر رسول خدا (ص) نازل شد و آغازگر رسالت وی بود، درباره دانش و آموختن بود.

(درس ۹، صفحه ۱۱۴)

## ۲۳۸- گزینه ۲

(میثم هاشمی)

ملاصدرا، فیلسوف بزرگ اسلامی درباره هماهنگی میان دین و تفکر عقلی می‌گوید: «نمی‌شود قوانین این دین بر حق الهی، که چون خورشید روشن و درخشان است، با دانش استدلالی یقینی مخالفت داشته باشد. نیست باد آن فلسفه‌ای که قوانینش با کتاب قرآن و سنت رسول خدا (ص) و ائمه اطهار (ع) مطابقت نداشته باشد»

(درس ۹، صفحه ۱۱۶)

## ۲۳۹- گزینه ۳

(میثم هاشمی)

نیاکان ما در جهان اسلام توانستند علوم و دانش بشری را از چند شاخه محدود به پانصد شاخه برسانند و این، به معنای توسعه زیاد علم بود که ناچار بودند آن را شاخه‌شاخه کنند و به‌صورت تخصصی بدان بپردازند. شوق و علاقه آنان به دانش سبب شد که در بسیاری از شهرها در کنار هر مسجد، مدرسه‌ای نیز بنا کنند.

(درس ۹، صفحه ۱۱۶)

## ۲۴۰- گزینه ۱

(میثم هاشمی)

پیامبر (ص) روزی به یارانش فرمود: «کسی که دوست می‌دارد نگاهش به چهره کسانی افتد که از آتش دوزخ در امان‌اند، به جویندگان علم بنگرد.»

(درس ۹، صفحه ۱۱۵)

## زبان انگلیسی ۳

## ۲۴۱- گزینه ۲

(آزمین رممانی)

ترجمه جمله: «ما باید از منابع طبیعی مان مثل آب پاک و درختان برای آینده فرزندانمان محافظت کنیم.»

- (۱) کارخانه  
(۲) منابع (در حالت جمع)  
(۳) لامپ  
(۴) شخصیت

(واژگان، صفحه ۷۷)

## ۲۴۲- گزینه ۴

(آزمین رممانی)

ترجمه جمله: «آن بازی کامپیوتری جدید می تواند تمام وقت آزادت را بگیرد اگر مراقب نباشی که چه مقدار آن را بازی می کنی.»

- (۱) تبدیل کردن  
(۲) تولید کردن  
(۳) جایگزین کردن  
(۴) مصرف کردن

(واژگان، صفحه ۷۸)

## ۲۴۳- گزینه ۱

(آزمین رممانی)

ترجمه جمله: «برای علاقه مند ماندن به ورزش، انواع مختلفی از فعالیت ها هم چون پیاده روی، شنا کردن یا دوچرخه سواری را امتحان کنید.»

- (۱) تنوع، انواع  
(۲) گیاه  
(۳) نشانه، علامت  
(۴) طرح

(واژگان، صفحه ۷۹)

## ۲۴۴- گزینه ۱

(مهمر سلیمانی)

ترجمه جمله: «فرودگاهها و مدارس معمولاً به دلیل کاهش شدید دید و آلودگی خطرناک هوا مجبور به تعطیلی می شوند.»

- (۱) آلوده  
(۲) تجدیدپذیر  
(۳) مکانیکی  
(۴) طبیعی

## نکته مهم درسی:

به ترکیب "polluted air" به معنی هوای آلوده دقت کنید.

(واژگان، صفحه ۸۰)

## ۲۴۵- گزینه ۳

(مهمر سلیمانی)

ترجمه جمله: «با افزایش جمعیت تقاضا برای آب شیرین بیشتر می شود در نتیجه دولت ها باید راه های بهتری برای مدیریت این منبع محدود پیدا کنند.»

- (۱) بالکن  
(۲) سوخت  
(۳) تقاضا  
(۴) جزر و مد

(واژگان، صفحه ۷۹)

## ۲۴۶- گزینه ۲

(مهمر سلیمانی)

ترجمه جمله: «بعد از غذا خوردن، بدن به آرامی مواد مغذی مهم را از غذا جذب می کند که این کار به سالم ماندن ما و داشتن انرژی کافی کمک می کند.»

- (۱) مخفف کردن / کوتاه کردن  
(۲) جذب کردن  
(۳) به یاد آوردن  
(۴) کامل کردن

(واژگان، صفحه ۷۹)

## ترجمه متن درک مطلب:

آشپزی در خانه در سال های اخیر به طور فزاینده ای محبوب شده است. بسیاری از مردم در حال کشف این موضوع هستند که تهیه وعده های غذایی توسط خودشان مزایای متعددی دارد. این عادت ساده ای است که می تواند در مقایسه با غذا خوردن منظم در رستوران ها، هم سلامت و هم وضعیت مالی را بهبود بخشد.

یک مزیت عمده این است که آشپزی خانگی معمولاً سالم تر است. وقتی برای خودتان آشپزی می کنید، مواد اولیه را کنترل می کنید و می توانید از نمک، شکر و چربی های ناسالم بیش از حد اجتناب کنید. این کار، حفظ یک رژیم غذایی متعادل و مدیریت مؤثر وزن را آسان تر می کند.

مزیت دیگر صرفه جویی در پول است. وعده های غذایی رستوران اغلب بسیار گران تر از غذاهای خانگی تمام می شوند. با آشپزی در خانه، خانواده ها می توانند هزینه های ماهانه غذای خود را به طور قابل توجهی کاهش دهند. پول پس انداز شده می تواند برای سایر نیازها یا فعالیت های مهم استفاده شود.

آشپزی در خانه همچنین خانواده ها را به هم نزدیک می کند. تهیه غذا به صورت گروهی فرصت هایی برای گفت و گو و ایجاد پیوند عاطفی فراهم می کند. کودکان می توانند در حالی که به والدین خود در آشپزخانه کمک می کنند، مهارت های ارزشمندی بیاموزند. این لحظات اغلب به خاطراتی شیرین تبدیل می شوند.

علاوه بر این، آشپزی خانگی به شما اجازه می دهد سبک های مختلف آشپزی را کاوش کنید و دستور پخت های جدید را آزمایش کنید. شما می توانید غذاها را مطابق با سلیقه خود تغییر دهید. این فرآیند خلاقانه می تواند هم آرامش بخش و هم رضایت بخش باشد.

## ۲۴۷- گزینه ۳

(مهمر مهری رغلاوی)

ترجمه جمله: «ایده اصلی این متن چیست؟»

«آشپزی در خانه مزایای زیادی برای سلامتی، امور مالی و زندگی خانوادگی دارد.»

(درک مطلب)

## ۲۴۸- گزینه ۲

(مهمر مهری رغلاوی)

ترجمه جمله: «کلمه "numerous" (متعدد) در پاراگراف «۱» به بهترین شکل با کدام کلمه می توان جایگزین شود؟»

«many» (بسیار / زیاد)

(درک مطلب)

## ۲۴۹- گزینه ۴

(مهمر مهری رغلاوی)

ترجمه جمله: «کدام یک از موارد زیر در متن ذکر نشده بود؟»

«آشپزی خانگی زمان کمتری نسبت به غذا خوردن بیرون می برد.»

(درک مطلب)

## ۲۵۰- گزینه ۳

(مهمر مهری رغلاوی)

ترجمه جمله: «بر اساس متن، کدام یک از جملات زیر صحیح است؟»

«آشپزی خانگی به شما اجازه می دهد آنچه می خورید را کنترل کنید.»

(درک مطلب)



# دفترچه پاسخ فرهنگیان

(تعلیم و تربیت اسلامی و هوش و استعداد معلّمی)

۸ اسفند ماه ۱۴۰۴

گروه آزمون

بنیاد علمی آموزشی قلمچی (وقف عام)

آدرس دفتر مرکزی: خیابان انقلاب- بین صبا و فلسطین- پلاک ۹۲۳ - تلفن چهار رقمی: ۰۲۱-۶۴۶۳

## تعلیم و تربیت اسلامی

## ۲۵۱- گزینه ۱

(میثم هاشمی)

اگر شرط غصبی نبودن لباس و مکان نمازگزار را رعایت کنیم، کمتر به کسب درآمد از راه حرام متمایل خواهیم شد.

(سایر رشته‌ها: دین و زندگی، یاری از نماز و روزه، صفحه ۱۲۵)

(رشته انسانی: دین و زندگی، یاری از نماز و روزه، صفحه ۱۳۱)

## ۲۵۲- گزینه ۱

(میثم هاشمی)

توجه به حضور خدا در زندگی و نظارت او بر اعمال، موجب می‌شود تا انسان دست به هر کاری نزند و از گناهان دوری کند. خداوند در قرآن کریم می‌فرماید: «وَأَقِمِ الصَّلَاةَ وَنَمَازٍ بِرِ بَا دَارٍ»، «إِنَّ الصَّلَاةَ تَنْهَى عَنِ الْفَحْشَاءِ وَالْمُنْكَرِ؛ كِه نَمَازِ از كَارِ زَشْتِ وَ نَآپَسَنْدِ بَازِمِ دَارِد»، «وَلَذِكْرُ اللَّهِ أَكْبَرُ وَاللَّهُ يَعْلَمُ مَا تَصْنَعُونَ» وَ قَطْعاً يَادِ خُودِ بَالَاتِرِ اسْتِ وَ خُودِ مِ دَانْدِ چِه مِ كَنْيِد.»

(سایر رشته‌ها: دین و زندگی، یاری از نماز و روزه، صفحه ۱۲۴)

(رشته انسانی: دین و زندگی، یاری از نماز و روزه، صفحه ۱۳۰)

## ۲۵۳- گزینه ۳

(یاسین ساعری)

پیامبر اکرم (ص) می‌فرماید: «برای دختران و پسران خود امکان ازدواج فراهم کنید تا خداوند اخلاقشان را نیکو کند و در رزق و روزی آن‌ها توسعه دهد و عفاف و غیرت آن‌ها را زیاد گرداند.»

(سایر رشته‌ها: دین و زندگی، پیوند مقدس، صفحه ۱۵۶)

(رشته انسانی: دین و زندگی، پیوند مقدس، صفحه ۲۲۶)

## ۲۵۴- گزینه ۲

(مرتضی ممسنی کبیر)

نباید فاصله میان بلوغ جنسی و عقلی با زمان ازدواج زیاد شود و تشکیل خانواده به تأخیر افتد. به همین علت، پیشوایان ما همواره دختران و پسران را به ازدواج تشویق و ترغیب کرده‌اند و از پدران و مادران خواسته‌اند که با کنار گذاشتن رسوم غلط شرایط لازم را برای آنان فراهم کنند و با توجه به حدیث شریف امام علی (ع): «حُبُّ الشَّيْءِ يَعْصِي وَ يُصَمِّ عِلَاقَةً شَدِيدَةً بِه چِيزِي، آدَمِ رَا كُورِ وَ كَرِ مِ كَنْد» از این‌رو، پیشوایان دین از ما خواسته‌اند که در مورد همسر آینده با پدر و مادر خود مشورت کنیم تا به انتخابی درست برسیم.

(سایر رشته‌ها: دین و زندگی، پیوند مقدس، صفحه‌های ۱۵۳ تا ۱۵۶)

(رشته انسانی: دین و زندگی، پیوند مقدس، صفحه‌های ۲۲۳ و ۲۲۵)

## ۲۵۵- گزینه ۱

(مرتضی ممسنی کبیر)

قرآن کریم به پیامبر (ص) می‌فرماید: «وَقُلْ رَبِّ زِدْنِي عِلْمًا: بگو: پروردگارا! علم مرا زیاد کن.» و نمی‌فرماید: «رَبِّ زِدْ عِلْمِي». در جمله «زدنی علما» توسعه روح نهفته شده؛ یعنی زیاد شدن خود من از طریق تحصیل. نه تنها علم، بلکه هر نعمتی نیازی به ظرفیت دارد؛ چرا که اگر آن نعمت را بدون ظرفیت لازم به ما بدهند، اسباب دردسر می‌شود. مثلاً اگر کسی به پول زیادی برسد، درحالی که ظرفیت آن را ندارد، از پول خود مغرور می‌شود؛ به‌گونه‌ای که امام صادق (ع) به داود رقی فرمودند: «ای داود! گر دست خود را تا مرفق، در دهان افعی (اژدها) بگذاری، بهتر از حاجت خواستن از نداری است که دارنده شده است.» عبارتی قرآنی و سخن امام صادق (ع) هر دو به صفت «باظرفیت بودن» معلم اشاره می‌کند.

(همه رشته‌ها: معارف معلمی، صفات معلم، صفحه ۶۴)

## ۲۵۶- گزینه ۲

(مرتضی ممسنی کبیر)

داشتن عزم در سه آیه از قرآن کریم، کلید موفقیت معرفی شده است و در هر سه آیه، صبر، نشانه عزم دانسته شده است.

(همه رشته‌ها: معارف معلمی، صفات معلم، صفحه ۵۲)

## ۲۵۷- گزینه ۴

(مرتضی ممسنی کبیر)

امام باقر (ع) فرمودند: «کسی که از عدالت سخن بگوید ولی عادل نباشد، سخت‌ترین حسرت را در قیامت خواهد داشت.» از حضرت عیسی (ع) نیز روایت شده است: «کسی که نزد مردم به علم معروف است، ولی به عمل معروف نیست، شقی‌ترین مردم است.»

(همه رشته‌ها: معارف معلمی، صفات معلم، صفحه ۵۲)

## ۲۵۸- گزینه ۲

(مرتضی ممسنی کبیر)

ترجمه آیه: «مشرکین در آینده از سوآلاتی خواهند داشت که تو باید آماده جواب باشی»، این آیه بیان می‌کند که استاد و مربی باید آماده پاسخ‌گویی به سوآلات باشد.

(همه رشته‌ها: معارف معلمی، صفات معلم، صفحه‌های ۵۷ و ۵۸)

## ۲۵۹- گزینه ۲

(مرتضی ممسنی کبیر)

پیامبر اکرم (ص) اسوه اخلاق بودند؛ تا جایی که خداوند متعال در میان صفات و ویژگی‌های آن حضرت، بر خلق ایشان تأکید کرده و آن را عظیم خوانده است: «وَأَنْتَ لَعَلَى خَلْقٍ عَظِيمٍ.»

وقتی عده‌ای از شاگردان علامه طباطبایی (ره) از ایشان درخواست برگزاری کلاس اخلاق کردند، ایشان فرمودند: «اخلاق علم نیست؛ عمل است.»

\* قرآن درباره خلق پیامبر (ص): «وَأَنْتَ لَعَلَى خَلْقٍ عَظِيمٍ: وَ حَقّاً تُو بَرِ اخِلاقِ بزرگی استواری.»

\* عایشه درباره اخلاق پیامبر: «كَانَ خَلْقَهُ الْقُرْآنُ: اخِلاقِ پیامبر (ص)، تجسم قرآن است.»

(همه رشته‌ها: معارف معلمی، صفات معلم، صفحه‌های ۵۳ و ۵۴)

## ۲۶۰- گزینه ۱

(یاسین ساعری)

امام سجاد (ع) در سحرهای ماه رمضان و در دعای ابوحمزه ثمالی از بی‌نشاطی در عبادت گلایه کرده است.

در همین راستا امام صادق (ع) می‌فرماید: «أَلَيْسَ لِي أَعُوذُ بِكَ مِنَ الْكَسَلِ: پروردگارا از تنبلی (کسالت) به تو پناه می‌برم.»

(همه رشته‌ها: معارف معلمی، صفات معلم، صفحه ۷۲)

## ۲۶۱- گزینه ۱

(یاسین ساعری)

خداوند در قرآن در آیه ۹۰ سوره مائده می‌فرماید: «ای مردمی که ایمان آورده‌اید، به راستی شراب و قمار و بت‌پرستی و تیرک‌های بخت‌آزمایی، پلید و از کارهای شیطان است پس از آن‌ها دوری کنید تا رستگار شوید.»

(سایر رشته‌ها: دین و زندگی، یاری از نماز و روزه، صفحه ۱۲۷)

(رشته انسانی: دین و زندگی، یاری از نماز و روزه، صفحه ۱۳۳)

## ۲۶۲- گزینه ۴

(میثم هاشمی)

اگر نماز، ما را از گناه و زشتی باز ندارد، معلوم می‌شود که عیب و نقصی در نماز خواندن ما هست. باید جست و جو کنیم تا آن عیب را بیابیم و برطرف کنیم.

(سایر رشته‌ها: دین و زندگی، یاری از نماز و روزه، صفحه ۱۲۵)

(رشته انسانی: دین و زندگی، یاری از نماز و روزه، صفحه ۱۳۱)



## ۲۶۳- گزینه ۲»

(مفسر رضایی بقای)

کفاره جمع زمانی بر روزه‌دار واجب می‌شود که با چیز حرامی روزه‌اش را باطل کند. یکی از کارهای حرامی که روزه را باطل می‌کند، دروغ‌بستن بر خدا و پیامبر (ص) است.

(سایر رشته‌ها: دین و زندگی، یاری از نماز و روزه، صفحه ۱۳۰)

(رشته انسانی: دین و زندگی، یاری از نماز و روزه، صفحه ۱۳۷)

## ۲۶۴- گزینه ۱»

(یاسین ساعری)

اگرچه تمامی احکام و دستورات خداوند در جهت مصلحت ما است؛ اما انسان دوست دارد حکمت و علت احکام الهی را بداند و با معرفت بیشتر دستورات الهی را انجام دهد. از این رو، خدای متعال برخی از فایده‌های مهم‌ترین احکام خود را از طریق آیات قرآن کریم و سخنان معصومان به اطلاع ما رسانده است.

(سایر رشته‌ها: دین و زندگی، یاری از نماز و روزه، صفحه ۱۲۲)

(رشته انسانی: دین و زندگی، یاری از نماز و روزه، صفحه ۱۲۸)

## ۲۶۵- گزینه ۳»

(مفسر رضایی بقا)

یکی از شرایطی که مسافر باید نمازش را شکسته بخواند و روزه نگیرد، این است که سفر او کمتر از ده روز باشد. چون در شهر الف، یک هفته می‌ماند و کمتر از ده روز است، پس نمازش شکسته است و نباید روزه بگیرد؛ اما چون در شهر (ب) دو هفته می‌ماند و بیش از ده روز است، پس باید نمازش را کامل بخواند و روزه‌اش را بگیرد.

(سایر رشته‌ها: دین و زندگی، یاری از نماز و روزه، صفحه ۱۳۱)

(رشته انسانی: دین و زندگی، یاری از نماز و روزه، صفحه ۱۳۷)

## ۲۶۶- گزینه ۴»

(یاسین ساعری)

رسول خدا (ص) می‌فرماید: «در اسلام هیچ بنایی نزد خدا محبوب‌تر از ازدواج نیست.» و از نظر قرآن کریم، مهم‌ترین معیار همسر شایسته، بالیمان بودن است. هر قدر ایمان یک فرد قوی‌تر باشد، شایستگی او برای همسری بیش‌تر است.

(سایر رشته‌ها: دین و زندگی، یاری از نماز و روزه، صفحه‌های ۱۴۸ و ۱۵۴)

(رشته انسانی: دین و زندگی، یاری از نماز و روزه، صفحه‌های ۲۲۲ و ۲۲۴)

## ۲۶۷- گزینه ۲»

(فردین سماقی)

شایسته است محیط خانواده، محیط هم‌دلی، اعتماد به بزرگ‌ترها، شنیدن نظرات یکدیگر و محیط محبت و خیرخواهی باشد تا بهترین تصمیم‌ها گرفته شود و کمتر به حسرت و پشیمانی منجر شود.

(سایر رشته‌ها: دین و زندگی، یاری از نماز و روزه، صفحه ۱۵۴)

(رشته انسانی: دین و زندگی، یاری از نماز و روزه، صفحه ۲۲۳)

## ۲۶۸- گزینه ۳»

(مفسر رضایی بقای)

انسان با رسیدن به سن بلوغ و دوره جوانی وارد مرحله مسئولیت‌پذیری می‌شود و این شایستگی را به‌دست می‌آورد که مخاطب خداوند قرار گیرد. لازمه آرامش در خانواده، دوستی و مهربانی و مودت و رحمت است که در عبارت قرآنی «لتسکنوا الیها و جعل بینکم مودة و رحمة» به آن اشاره شده است.

(سایر رشته‌ها: دین و زندگی، یاری از نماز و روزه، صفحه‌های ۱۴۹ و ۱۵۱)

## ۲۶۹- گزینه ۲»

(مفسر رضایی بقا)

تفاوت‌های میان زن و مرد به جهت وظایف مختلفی است که خالق حکیم برعهده هر یک از زن و شوهر نهاده است تا هر کدام از آن‌ها بتوانند در زندگی مشترک و خانوادگی نقش‌های خاصی را برعهده بگیرند و یک خانواده متعادل را پدید آورند. به‌طور مثال توانمندی عاطفی بالای زنان و قدرت جسمی بیشتر مردان برای آن است که زن با محبت مادری، فرزندان را رشد دهد و مرد با کار کردن، نان‌آور خانواده باشد.

(سایر رشته‌ها: دین و زندگی، یاری از نماز و روزه، صفحه ۱۵۱)

## ۲۷۰- گزینه ۲»

(عباس سیرشستر)

در آیه شریفه «وَمِنْ آيَاتِهِ أَنْ خَلَقَ لَكُمْ...» عبارت «أَنَّ فِي ذَلِكَ لآيَاتٍ لِقَوْمٍ يَعْتَبِرُونَ» حتماً در آن برای کسانی که می‌اندیشند نشانه‌هایی است» را می‌خوانیم.

قرآن کریم از دختران و پسران می‌خواهد که قبل از ازدواج حتماً عفاف پیشه کنند تا خداوند به بهترین صورت زندگی آنان را سامان دهد.

(سایر رشته‌ها: دین و زندگی، یاری از نماز و روزه، صفحه ۱۴۹)

## پاسخ سوالات ویژه انسانی

## ۲۶۸- گزینه ۳»

(یاسین ساعری)

دین اسلام به همه نیازها و خواسته‌های انسان چه نیازهای فطری اخلاقی و معنوی و چه نیازهای مختلف غریزی و جسمی توجه کرده است و با واقع‌بینی کامل برای شرایط گوناگون راه‌حل‌هایی حکیمانه ارائه داده است تا نه فرد گرفتار هیجانات و طغیان‌های غیراخلاقی شود و نه جامعه دچار بحران‌های اجتماعی.

(رشته انسانی: دین و زندگی، یاری از نماز و روزه، صفحه ۲۲۶)

## ۲۶۹- گزینه ۲»

(میثم هاشمی)

پس از تعیین هدف ازدواج، انتخاب همسر مناسب مطرح می‌شود، طبق مقررات اسلامی رضایت کامل دختر و پسر برای ازدواج ضروری است و اگر عقدی به‌زور انجام بگیرد، باطل است و مشروعیت ندارد.

(رشته انسانی: دین و زندگی، یاری از نماز و روزه، صفحه ۲۲۳)

## ۲۷۰- گزینه ۲»

(میثم هاشمی)

لطافت‌های روحی دختر، آن‌گاه که در فضای محبت و علاقه جنس مخالف قرار می‌گیرد، احتمال نادیده گرفتن برخی واقعیت‌ها را به دنبال دارد، علاوه بر این، چون دختران به‌خاطر حیا و عزت‌نفس قوی خود، در ازدواج پیش‌قدم نمی‌شوند و طلب و درخواست از طرف پسر صورت می‌گیرد، ممکن است حیا مانع از آن شود که دختر همه ویژگی‌های پسر و سابقه او را بشناسد و با آگاهی تصمیم‌گیری کند. در چنین مواقعی، پدر که بر احساسات خود غلبه دارد و نیز تجارب فراوان و شناخت کامل از جنس مرد دارد می‌تواند همانند باغبانی دلسوز و کاردان از گل لطیف و ظریف خویش مراقبت کند و به راهنمایی او بپردازد و لذا اجازه پدر برای ازدواج دختر ضروری است.

(رشته انسانی: دین و زندگی، یاری از نماز و روزه، صفحه ۲۲۳)

## استعداد تحلیلی

## ۲۷۱- گزینه «۱»

(مهمبر اصفهانی)

«اطلاق می‌شود» به معنای استعمال کلمه‌ای در معنایی خاص است:

عبارت «اصطلاح «پلی‌مرفیسم» به وجود دو یا چند شکل متفاوت از یک ژن یا ویژگی در یک جمعیت اطلاق می‌شود» یعنی «اصطلاح «پلی‌مرفیسم» به معنای وجود دو یا چند شکل متفاوت از یک ژن یا ویژگی در یک جمعیت است.»

(درک متن کوتاه، هوش کلامی)

## ۲۷۲- گزینه «۴»

(مهمبر اصفهانی)

نسبت وجود با ماوراءطبیعه در متن یعنی نسبت وجود با آن چه در فیزیک و ماده طبیعت نیست. «ماوراءطبیعه» در این متن یعنی «متافیزیک»، یعنی مجرد از ماده، نه شگفت‌آور.

(درک متن کوتاه، هوش کلامی)

## ۲۷۳- گزینه «۳»

(مهمبر اصفهانی)

عبارت «آنها که تاریخ را مطالعه نمی‌کنند، محکوم به تکرار آن هستند.» به این معناست که تاریخ را می‌توان مطالعه کرد تا از تکرار آن جلوگیری شود. این عبارت بر اختیار آدمی تأکید می‌کند و نقش او در تعیین سرنوشتش. مطلبی به معنای «تجذیب تکرار ظلم در تاریخ»، «ایجاد امکان شک در روایت‌های تاریخی»، «تشویق به روایت تاریخ مطابق با فرهنگ سرزمینی» و «نکوهش نگاه نو به تاریخ» در متن نیست.

(درک متن کوتاه، هوش کلامی)

## ۲۷۴- گزینه «۳»

(مامد کریمی)

طبق متن صورت سؤال، مکتب «پساساختارگرایی»، هرگونه مرکزیت معنایی را در ادبیات به چالش می‌کشد، یعنی این موضوع را که شخصی تنها یک تفسیر اثر را درست بداند رد می‌کند، بلکه بر پلورالیسم تفسیری و سیالیته دلالت‌ها تأکید می‌ورزد، یعنی این که تفسیری را که به شخص مؤلف، اهداف مؤلف و یا محیط مؤلف محدود باشد، تنها تفسیر درست نمی‌داند، بلکه بر اهمیت مخاطب تأکید می‌کند که این به نوعی به معنای مرگ مؤلف است، یعنی وجود او پس از خلق اثر دیگر اهمیتی ندارد.

(درک متن کوتاه، هوش کلامی)

## ۲۷۵- گزینه «۳»

(مامد کریمی)

طبق متن، «تنوع زیستی برای پایداری بوم‌سازگان‌ها و بقای انسان حیاتی است؛ زیرا خدمات بوم‌سازگانی نظیر تولید اکسیژن، تصفیه آب، گرده‌افشانی محصولات و کنترل آفات را فراهم می‌آورد.» معلوم است که از دست دادن تنوع زیستی به دلیل ایجاد اختلال در خدمات بوم‌سازگانی حیاتی مانند تولید اکسیژن و تصفیه آب، تهدیدی جدی برای سلامت سیاره و آینده بشر محسوب می‌شود

(درک متن کوتاه، هوش کلامی)

## ۲۷۶- گزینه «۱»

(کتاب استعدادهای تحلیلی هوش کلامی)

متن درباره همه ویژگی‌های زنبورها صحبت نمی‌کند. همچنین درباره «فواید زنبور یا آسیب‌های نیش آن» نیست. متن به مقایسه «زنبورهای عسل» و «زنبورهای وحشی» می‌پردازد و عنوان «زنبورهای عسل، زنبورهای وحشی» برای آن مناسب‌تر است.

(درک متن کوتاه، هوش کلامی)

## ۲۷۷- گزینه «۲»

(کتاب استعدادهای تحلیلی هوش کلامی)

«نهنگ‌ها برای انسان عمدتاً جانوران بی‌خطری به شمار می‌آیند»، اما عکس آن صادق نیست، یعنی انسان‌ها برای نهنگ‌ها، موجوداتی خطرناک به شمار می‌آیند.

(الگوهای عددی، هوش کلامی)

## ۲۷۸- گزینه «۱»

(غریزاد شیرمهمردلی)

در هر مربع الگوی صورت سؤال داریم:

$$4 \times 3 \div 1 - 2 = 10$$

$$5 \times 4 \div 2 - 3 = 7$$

$$9 \times 4 \div 4 - 5 = 4$$

$$9 \times 8 \div 12 - ? = 5 \Rightarrow ? = 72 \div 12 - 5 = 6 - 5 = 1$$

(الگوهای عددی، هوش کلامی)

## ۲۷۹- گزینه «۴»

(مهمبر اصفهانی)

در هر شکل الگوی صورت سؤال داریم:

$$(9 + 6) - (10 + 5) = 0$$

$$(3 + 17) - (12 + 6) = 20 - 18 = 2$$

$$(11 + 1) - (4 + 7) = 12 - 11 = 1$$

$$(2 + 13) - (8 + ?) = 3 \Rightarrow ? = 15 - 8 - 3 = 4$$

(الگوهای عددی، هوش کلامی)

## ۲۸۰- گزینه «۲»

(فاطمه راسخ)

بزرگترین شمارنده مشترک دو عدد سمت چپ هر شکل الگوی صورت سؤال ضرب در عدد روی صندلی، عدد درون دایره را می‌سازد:

$$(9, 6) = 3, 3 \times 10 = 30$$

$$(18, 2) = 2, 2 \times 19 = 38$$

$$(14, 5) = 1, 1 \times 1 = 1$$

$$(12, 8) = 4, 4 \times 8 = 32$$

پس:

(الگوهای عددی، هوش کلامی)

## ۲۸۱- گزینه «۱»

(فاطمه راسخ)

در الگوی صورت سؤال، عدد ۴ ثابت و نوع عملیات متناوباً تغییر می‌کند. داریم:

$$20 \div 4 = 5, 16 \div 4 = 4, 4 \times 4 = 16, 8 \div 4 = 2, 32 \div 4 = 8, 28 \div 4 = 7, 7 \times 4 = 28, 11 \div 4 = 2.75, 44 \div 4 = 11, 11 \times 4 = 44$$

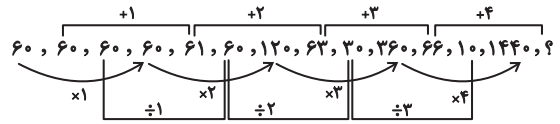
(الگوهای عددی، هوش کلامی)



۲۸۲- گزینه «۲»

(ممیز کنی)

سه الگو در صورت سؤال هست:



? = 66 + 4 = 70

پس:

(الگوهای عددی، هوش کلامی)

۲۸۳- گزینه «۲»

(ممیز کنی)

حاصل جمع و حاصل تفریق تعداد اضلاع چندضلعی‌های هر شکل صورت سؤال در آن نوشته شده است:

3, 8 → 8 - 3 = 5, 8 + 3 = 11

4, 6 → 6 - 4 = 2, 6 + 4 = 10

3, 5 → 5 - 3 = 2, 5 + 3 = 8

4, 7 → 7 - 4 = 3 → 7 + 4 = 11 → 11 + 3 = 14

(الگوهای عددی، هوش کلامی)

۲۸۴- گزینه «۱»

(ممیز اصفهانی)

در عملیات هر پرانتز صورت سؤال، حاصل جمع بزرگترین شمارنده‌های غیرمشترک هر یک از دو عدد، به‌جز خودش که عدد دیگر بر آن بخشپذیر نیست، برای آن دو عدد نوشته شده است:

14 = 2 × 7, 12 = 2 × 6 → 7 + 6 = 13

15 = 3 × 5, 9 = 3 × 3 → 5 + 3 = 8

42 = 6 × 7, 24 = 6 × 4 → 7 + 4 = 11

72 = 12 × 6, 60 = 12 × 5 → 6 + 5 = 11

پس داریم:

(الگوهای عددی، هوش کلامی)

۲۸۵- گزینه «۴»

(فاطمه راسخ)

در الگوی صورت سؤال، عددها یکی در میان دو برابر، یا با عدد ۳ جمع می‌شود:

2, 4, 7, 14, 17, 34, 37, 74, 77, 154  
 $\times 2 + 3 \quad \times 2 + 3 \quad \times 2 + 3 \quad \times 2 + 3 \quad \times 2 + 3 \quad \times 2$

عدد سمت چپ 74 در این الگو، عدد 37 و سومین عدد سمت راست این عدد، 154 است.

(الگوهای عددی، هوش کلامی)

۲۸۶- گزینه «۳»

(فاطمه راسخ)

هر یک از شکل‌های زیر در هر یک از سه سطر و ستون مربع صورت سؤال دقیقاً یک بار قرار گرفته است:



(الگوهای تصویری غیرفظی، هوش غیرکلامی)

۲۸۷- گزینه «۴»

(فرزاد شیرممدری)

بخش‌های مشترک شکل‌های ردیف‌های اول و سوم در هر ستون از الگوی صورت سؤال، در ردیف وسط تکرار شده است.

(الگوهای تصویری غیرفظی، هوش غیرکلامی)

۲۸۸- گزینه «۳»

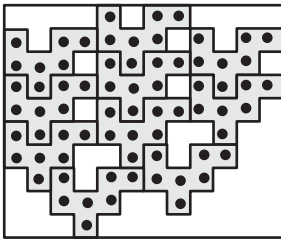
(فرزاد شیرممدری)

در هر ستون، بخش‌هایی از هر مربع چهار در چهار که در هیچ‌یک از دو مربع ردیف‌های بالا و وسط رنگ نشده است. در ردیف پایین رنگ شده است.

(الگوهای تصویری غیرفظی، هوش غیرکلامی)

۲۸۹- گزینه «۲»

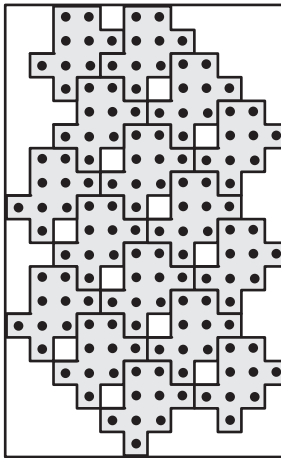
(فرزاد شیرممدری)



(الگوهای تصویری غیرفظی، هوش غیرکلامی)

۲۹۰- گزینه «۳»

(ممیز کنی)



(الگوهای تصویری غیرفظی، هوش غیرکلامی)