



# آزمون ۱۰ بهمن ۱۴۰۴ اختصاصی دوازدهم ریاضی

## دفترچه پاسخ

| نام درس                      | نام طراحان  |
|------------------------------|---|
| حسابان ۲ و ریاضی پایه        | شاهین پروازی-امیرحسین تقی‌زاده-سعید تن‌آرا-احمدحسین زاده-فرد-روح‌اله حسینی-افشین خاصه‌خان-سینا خیرخواه<br>مریم زارعی-محمدحسن سلامی حسینی-سامان سلامیان-فاطمه صدیقی-حمید علیزاده-مهسان گودرزی-سیدسپهر متولیان<br>حامد معنوی - سیدمحمد موسوی-نیما مهندس-علی ناری‌ایبانه-غلامرضا نیازی |
| هندسه و آمار و ریاضیات گسسته | امیرحسین ابومحبوب-علی پسندیده-رسول حاجی‌زاده-روح‌اله حسینی-سیدمحمدرضا حسینی فرد-افشین خاصه‌خان-محمد خندان<br>مصطفی دیداری-محمد شاه‌محمدی-علیرضا شریف‌خطیبی-شبثم غلامی-حامد قاسمیان-مهرداد ملوندی<br>ابوذر منتظری-نیما مهندس-محمد ناری‌ایبانه  |
| فیزیک                        | مهران اسماعیلی-حسین الهی-امیرحسین آذرکمان-زهرة آقامحمدی-علیرضا جباری-مهرداد حاجی-محمدرضا خادمی<br>رحمت‌اله خیراله‌سماکوش-محمدرضا شریفی-مهدی شریفی-مصطفی کیانی-احمد مرادی‌پور-امیراحمد میرسعید-حسام نادری<br>ابوالفضل نکومنشی‌نژاد   |
| شیمی                         | محمدرضا پورچاوید-سعید تیزرو-مجید جلیل‌ناغونی-محمدرضا جمشیدی-ندا حسین پورمقدم-پیمان خواجوی‌مجد-یاسر راش<br>احسان روستایی-رسول عابدینی‌زواره-محسن مجنون‌نوی-مجتبی محبوب-مهشید نیازی   |

### گزینشگران و ویراستاران

| نام درس                        | حسابان ۲ و ریاضی پایه   | هندسه                              | آمار و ریاضیات گسسته               | فیزیک                             | شیمی   |
|--------------------------------|---|------------------------------------|------------------------------------|-----------------------------------|--|
| گزینشگر                        | دانیال ابراهیمی   | امیرحسین ابومحبوب                  | امیرحسین ابومحبوب                  | مصطفی کیانی                       | یاسر راش                                       |
| گروه ویراستاری                 | امیرحسین ابومحبوب<br>مهرداد ملوندی  | امیرحسین ابومحبوب<br>مهرداد ملوندی | امیرحسین ابومحبوب<br>مهرداد ملوندی | حسین بصیرترکمبور<br>زهرة آقامحمدی | مهشید نیازی<br>امیرعلی بیات<br>امیرحسین توحیدی |
| بازبینی نهایی<br>رتبه‌های برتر | آرین غلامی  | آرین غلامی                         | آرین غلامی                         | سینا صالحی<br>امیررضا مرادی       | -----  |
| مسئول درس                      | سیدسپهر متولیان   | محمد خندان                         | محمد خندان                         | حسام نادری                        | مجتبی محبوب                                    |
| مستندسازی                      | سمیه اسکندری  | سجاد سلیمی                         | سجاد سلیمی                         | محمدرضا مهدوی                     | محمد صدرا وطنی                                 |
| ویراستاران مستندسازی           | معصومه صنعت‌کار-سجاد سلیمی-فرشته کمبرانی-پارسا باتقوا<br>سجاد بهارلویی<br>عرفان ترابی |                                    |                                    |                                   |  |

### گروه فنی و تولید

|                |  |
|----------------|--|
| مدیر گروه      | مهرداد ملوندی                                      |
| مسئول دفترچه   | نرگس غنی‌زاده                                      |
| گروه مستندسازی | مدیر گروه: محیا اصغری<br>مسئول دفترچه: الهه شهبازی |
| حروف‌نگار      | فرزانه فتح‌اله‌زاده                                |
| ناظر چاپ       | سوران نعیمی  |

### گروه آزمون

### بنیاد علمی آموزشی قلم‌چی (وقف عام)

دفتر مرکزی: خیابان انقلاب بین صبا و فلسطین - پلاک ۹۲۳ - کانون فرهنگی آموزش - تلفن: ۰۲۱-۶۴۶۳





حسابان ۲

گزینه «۴» -۱

(امدر مسن زاده فرور)

ابتدا شیب خط  $d$  را حساب می‌کنیم:

$$m_d = \frac{6-10}{2-0} = -2$$

$$\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(2) - f(2+h)}{2h} = \frac{1}{2} \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(2) - f(2+h)}{h}$$

$$= -\frac{1}{2} \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(2+h) - f(2)}{h}$$

$$= -\frac{1}{2} f'(2) = -\frac{1}{2} m_d = -\frac{1}{2} \times (-2) = \frac{2}{2}$$

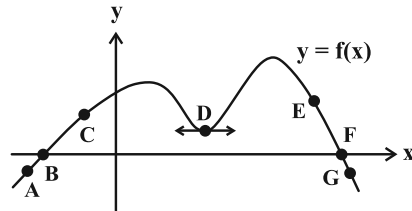
(مسابان ۲- مشتق: صفحه‌های ۷۲ تا ۷۷)

(مشابه امتحان نهایی - شهریور ۱۴۰۴)

گزینه «۳» -۲

(سینا غیرخواه)

بررسی موارد:



(الف) درست؛ فقط برای دو نقطه  $A$  و  $E$  برقرار است.

$$f \times f' < 0 \Rightarrow \text{یا} \begin{cases} f > 0, f' < 0 \Rightarrow E \\ f < 0, f' > 0 \Rightarrow A \end{cases}$$

(ب) نادرست؛ فقط برای دو نقطه  $C$  و  $G$  برقرار است.

$$\frac{f}{f'} > 0 \Rightarrow \text{یا} \begin{cases} f > 0, f' > 0 \Rightarrow C \\ f < 0, f' < 0 \Rightarrow G \end{cases}$$

(ج) نادرست؛ فقط برای سه نقطه  $B$ ,  $F$ ,  $D$  برقرار است.

$$f \times f' = 0 \Rightarrow \begin{cases} f = 0 \Rightarrow B, F \\ f' = 0 \Rightarrow D \end{cases}$$

(د) درست؛ فقط در نقطه  $E$  مقدار تابع، مثبت و مقدار مشتق، منفی است.

(مسابان ۲- مشتق: مشابه تمرین ۲ صفحه ۸)

گزینه «۲» -۳

(مهسان کورری)

ابتدا شیب خط مماس را به دست می‌آوریم:

$$m = f'(0) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(0+h) - f(0)}{h} = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{3h^2 - 2h + 1 - 1}{h}$$

$$= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{h(3h - 2)}{h} = -2$$

مختصات نقطه مورد نظر به صورت  $A = (0, 1)$  است. معادله خط مماس به صورت زیر می‌شود:

$$y - 1 = -2(x - 0) \Rightarrow y - 1 = -2x \Rightarrow y = -2x + 1$$

(مسابان ۲- مشتق: صفحه‌های ۷۴ تا ۷۸)

گزینه «۳» -۴

(سیرسپهر متولیان)

نقطه تماس خط و تابع  $f$ ، هم روی خط و هم روی نمودار تابع  $f$  می‌باشد، بنابراین داریم:

$$y(-1) = f(-1) \xrightarrow{y = -3x + 1} f(-1) = -3(-1) + 1 = 4$$

و همچنین با توجه به مفهوم خط مماس و ارتباط آن با مشتق داریم:

$$f'(-1) = \text{شیب خط} = -3$$

حاصل حد مبهم است، برای رفع ابهام از اتحاد مزدوج استفاده می‌کنیم:

$$\lim_{x \rightarrow -1} \frac{\sqrt{f(x)} - 2}{x^2 - 1} \times \frac{\sqrt{f(x)} + 2}{\sqrt{f(x)} + 2} = \lim_{x \rightarrow -1} \frac{f(x) - 4}{(x-1)(x+1) \times 4}$$

$$= \lim_{x \rightarrow -1} \frac{f(x) - 4}{x+1} \times \lim_{x \rightarrow -1} \frac{1}{x-1} \times \frac{1}{4} = (-3) \times \frac{1}{-2} \times \frac{1}{4} = \frac{3}{8}$$

(مسابان ۲- مشتق: صفحه‌های ۷۴ تا ۸۰)

گزینه «۳» -۵

(فاطمه صریقی)

با توجه به نمودار، شیب پاره خط  $BC$  با شیب خط مماس بر نمودار تابع  $f$

$$\frac{y_C - y_B}{x_C - x_B} = f'(\delta) \Rightarrow \frac{y_C - 15}{x_C - 9} = 3 \quad \text{در نقطه } B \text{ برابر است:}$$

$$\Rightarrow y_C - 15 = 12 \Rightarrow y_C = 27$$

$$\frac{y_B - y_A}{x_B - x_A} = f'(\delta) \Rightarrow \frac{15 - y_A}{5 - 2} = 3 \quad \text{همچنین به طریق مشابه:}$$

$$\Rightarrow 15 - y_A = 9 \Rightarrow y_A = 6$$

در نتیجه اختلاف عرض‌های نقاط  $B$  و  $C$  برابر است با:

$$y_C - y_A = 27 - 6 = 21$$



$$\Rightarrow -(2\alpha - 4) = -f'(\delta) \Rightarrow f'(\delta) = 2\alpha - 4$$

از طرفی خط  $d$  از دو نقطه  $(\delta, \alpha)$  و  $(\alpha, 0)$  می‌گذرد، لذا:

$$d \text{ شیب خط} = \frac{\alpha - 0}{\delta - \alpha}$$

$$\frac{\alpha}{\delta - \alpha} = 2\alpha - 4 \Rightarrow -2\alpha^2 + 14\alpha - 20 = \alpha \quad \text{بنابراین:}$$

$$\Rightarrow 2\alpha^2 - 13\alpha + 20 = 0 \Rightarrow (\alpha - 4)(2\alpha - 5) = 0 \Rightarrow \begin{cases} \alpha = 4 \\ \alpha = 2.5 \end{cases}$$

(مسئله ۲- مشتق: صفحه‌های ۷۳ تا ۸۰)

۹- گزینه «۲» (غلامرضا نیازی)

طبق فرض داریم:  $f(1) = f(-1)$

$$\begin{cases} f'(1) = 1 = \text{شیب نیمساز ناحیه اول و سوم} \\ f'(-1) = -1 = \text{شیب نیمساز ناحیه دوم و چهارم} \end{cases}$$

$$\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(1+h) - f(-1+h)}{h} \quad \text{داریم:}$$

$$= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(1+h) - f(1) - f(-1+h) + f(-1)}{h}$$

$$= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(1+h) - f(1)}{h} - \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(-1+h) - f(-1)}{h}$$

$$= f'(1) - f'(-1) = 1 - (-1) = 2$$

(مسئله ۲- مشتق: صفحه‌های ۷۴ تا ۷۸)

۱۰- گزینه «۱» (فاطمه صدیقی)

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{f^2(x) - 9}{x^2 - 2x} = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{(f(x) - 3)(f(x) + 3)}{x(x-2)}$$

$$= \lim_{x \rightarrow 2} \frac{f(x) - 3}{x-2} \times \lim_{x \rightarrow 2} \frac{f(x) + 3}{x}$$

$$= f'(2) \times \frac{f(2) + 3}{2} = 5 \times \left(\frac{3+3}{2}\right) = 15$$

(مسئله ۲- مشتق: صفحه‌های ۷۸ تا ۸۰)

توجه: در واقع برای محاسبه  $y_C - y_A$ ، نیازی به عرض نقطه  $B$  (یعنی رابطه  $f(\delta) = 15$ ) نیست و می‌توان به صورت زیر عمل کرد:

$$m_{AC} = f'(\delta) \Rightarrow \frac{y_C - y_A}{x_C - x_A} = 3 \Rightarrow y_C - y_A = 3(9 - 2) = 21$$

(مسئله ۲- مشتق: مشابه تمرین ۸ صفحه ۸۳)

۶- گزینه «۲» (امیرحسین تقی‌زاده)

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sqrt[3]{f(x)} - 2}{x^2 - 2x} = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{(\sqrt[3]{f(x)} - 2)(\sqrt[3]{f^2(x)} + 2\sqrt[3]{f(x)} + 4)}{x(x-2)(\sqrt[3]{f^2(x)} + 2\sqrt[3]{f(x)} + 4)}$$

$$= \lim_{x \rightarrow 2} \frac{f(x) - 8}{x(x-2)(\sqrt[3]{f^2(x)} + 2\sqrt[3]{f(x)} + 4)}$$

$$\Rightarrow \lim_{x \rightarrow 2} \frac{f(x) - 8}{2(x-2)(4+4+4)} = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{f(x) - 8}{24(x-2)} = \frac{1}{24} f'(2) = \frac{1}{2}$$

$$\Rightarrow f'(2) = 12$$

(مسئله ۲- مشتق: صفحه‌های ۷۸ تا ۸۰)

۷- گزینه «۴» (روح‌اله حسینی)

$$g(3) = (3(3)^2 - 1 \cdot 0(3) + 3)f(3) = 0 \times (-1) = 0 \quad \text{داریم:}$$

$$g'(3) = \lim_{x \rightarrow 3} \frac{g(x) - g(3)}{x - 3} \quad \text{از طرفی:}$$

$$= \lim_{x \rightarrow 3} \frac{(3x^2 - 1 \cdot 0x + 3)f(x) - 0}{x - 3} = \lim_{x \rightarrow 3} \frac{(x-3)(3x-1)f(x)}{x-3}$$

$$\lim_{x \rightarrow 3} (3x-1)f(x) = \lim_{x \rightarrow 3} (3x-1) \lim_{x \rightarrow 3} f(x)$$

با توجه به نمودار تابع  $f$ ، داریم  $\lim_{x \rightarrow 3} f(x) = \frac{3}{2}$ .

$$g'(3) = (3(3) - 1) \times \frac{3}{2} = 12 \quad \text{پس:}$$

بنابراین معادله خط مماس بر نمودار تابع  $g$  در  $x = 3$  به صورت زیر است:

$$y - g(3) = g'(3)(x - 3) \Rightarrow y - 0 = 12(x - 3) \Rightarrow y = 12x - 36$$

عرض از مبدأ این خط برابر  $(-36)$  است.

(مسئله ۲- مشتق: صفحه‌های ۷۸ تا ۸۰)

۸- گزینه «۱» (افشین فاضل‌فان)

شیب خط  $d$  برابر  $f'(\delta)$  است. از طرفی داریم:

$$\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(\delta - h) - \alpha}{h} = - \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(\delta - h) - f(\delta)}{-h} = -f'(\delta)$$



حسابان ۱

۱۱- گزینه «۱»

(افشین فاصه‌فان)

چون دامنه تابع  $f$  یک مجموعه تک عضوی است لذا عبارت داخل رادیکال در ضابطه تابع  $g$  باید یک عبارت درجه دوم با ضریب  $x^2$  منفی باشد که دلای آن صفر است، بنابراین:

$$\Delta = m^2 + 2m + 1 + 8(m - 5) = 0 \Rightarrow m^2 + 10m - 39 = 0$$

$$\Rightarrow (m + 13)(m - 3) = 0 \Rightarrow \begin{cases} m = -13 \\ m = 3 \end{cases}$$

$$(1) m = -13 \Rightarrow g(x) = \sqrt{-18x^2 + 12x - 2} = \sqrt{-2(3x - 1)^2}$$

$$\Rightarrow D_g = \left\{ \frac{1}{3} \right\}, \quad g\left(\frac{1}{3}\right) = 0$$

$$(2) m = 3 \Rightarrow g(x) = \sqrt{-2x^2 - 4x - 2} = \sqrt{-2(x + 1)^2}$$

$$\Rightarrow D_g = \{-1\}, \quad g(-1) = 0$$

در نتیجه توابع قابل قبول برای  $f$  به صورت زیر است:

$$f = \left\{ \left(\frac{1}{3}, 0\right) \right\}, \quad f = \{(-1, 0)\} \Rightarrow a_1 + a_2 = \frac{1}{3} - 1 = -\frac{2}{3}$$

(حسابان ۱- تابع: صفحه ۴۱)

۱۲- گزینه «۱»

(سینا فیروها)

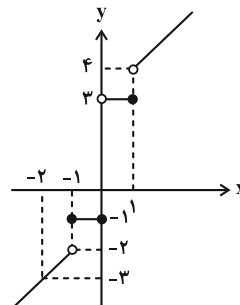
برای به دست آوردن ضابطه  $f - g$  ابتدا دامنه تابع خواسته شده را به دست می‌آوریم. برای این کار بین محدوده‌های  $x$  از دو تابع در بازه‌های شماره‌گذاری شده اشتراک می‌گیریم:

$$f(x) = \begin{cases} 2x - 1 & ; x \leq 0 \quad (1) \\ 2x + 3 & ; x > 0 \quad (2) \end{cases}$$

$$g(x) = \begin{cases} 2x & ; -1 \leq x \leq 1 \quad (3) \\ x & ; x < -1 \text{ یا } x > 1 \quad (4) \end{cases}$$

$$\Rightarrow f - g = \begin{cases} x - 1 & ; x < -1 \quad (1), (4) \\ -1 & ; -1 \leq x \leq 0 \quad (1), (3) \\ 3 & ; 0 < x \leq 1 \quad (2), (3) \\ x + 3 & ; x > 1 \quad (2), (4) \end{cases}$$

نمودار تابع  $f - g$  را رسم می‌کنیم:



همان‌طور که از شکل ملاحظه می‌کنید برد تابع  $f - g$  شامل پنج عدد صحیح  $4, 2, 1, 0, -2$  نیست.

(حسابان ۱- تابع: صفحه‌های ۶۳ تا ۶۶)

۱۳- گزینه «۴»

(عمید علیزاده)

$$\left[-x + \frac{1}{2}\right] = -2 \Rightarrow -2 \leq -x + \frac{1}{2} < -1$$

$$\frac{-1}{2} \rightarrow \frac{5}{2} \leq -x < \frac{3}{2} \xrightarrow{x(-1)} \frac{3}{2} < x \leq \frac{5}{2}$$

$$\xrightarrow{\text{توان ۲}} \frac{9}{4} < x^2 \leq \frac{25}{4} \Rightarrow 2/25 < x^2 \leq 6/25$$

$$\Rightarrow [x^2] = 2, 3, 4, 5, 6 \Rightarrow \text{مجموع} = 2 + 3 + 4 + 5 + 6 = 20$$

(حسابان ۱- تابع: صفحه‌های ۴۹ تا ۵۳)

۱۴- گزینه «۴» (سعید تن‌آرا)

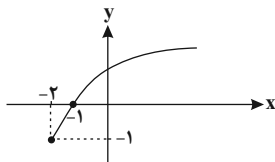
عبارت  $xf(x)$ ، زیر رادیکال با فرجه زوج و در مخرج قرار دارد، لذا باید داشته باشیم:

بنابراین عبارت  $xf(x)$  را تعیین علامت می‌کنیم. برای راحتی تعیین علامت تابع  $f$ ، نمودار آن را با استفاده از انتقال رسم می‌کنیم:

$$f(x) = \sqrt{x+2} - 1, D_f = [-2, +\infty)$$

$$f(x) = 0 \Rightarrow \sqrt{x+2} - 1 = 0 \Rightarrow x = -1$$

|         |       |      |     |           |
|---------|-------|------|-----|-----------|
| $x$     | $-2$  | $-1$ | $0$ | $+\infty$ |
| $f(x)$  | شaded | -    | +   | +         |
| $x$     | -     | -    | -   | +         |
| $xf(x)$ | شaded | +    | -   | +         |



بنابراین دامنه تابع  $y$  عبارت است از  $[-2, -1) \cup (0, +\infty)$ .

(حسابان ۱- تابع: صفحه‌های ۴۶ و ۴۷)

۱۵- گزینه «۳» (فاطمه صریقی)

ابتدا نمودار ضابطه بالایی (که یک خط است) را رسم می‌کنیم.

ضابطه پایینی به ازای  $a = 0$ ، مربوط به خط  $y = 2x + 1$  است که در آن صورت تابع  $f$  یک به یک نخواهد بود.

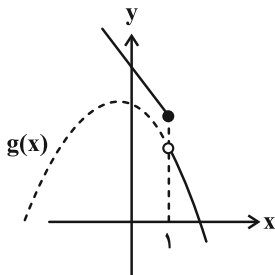
به ازای  $a \neq 0$ ، ضابطه پایینی مربوط به یک سهمی است و در صورتی تابع  $f$  یک به یک خواهد بود که  $a < 0$  باشد (چرا؟).

$$x_S = -\frac{2}{2a} = -\frac{1}{a} \text{ به صورت } g(x) = ax^2 + 2x + 1$$

است که برای آن دو حالت زیر را در نظر می‌گیریم:

حالت (۱):  $x_S = -\frac{1}{a} \leq 1$  باشد، یعنی  $a \leq -1$ ، که در آن صورت با توجه به نمودار زیر باید  $g(1) \leq 4$  باشد:

$$g(1) = a + 2 + 1 \leq 4 \Rightarrow a \leq 1 \cap (a \leq -1) \rightarrow a \leq -1$$



حالت (۲):  $x_S = -\frac{1}{a} > 1$  باشد که با توجه به شکل، تابع  $f$  یک به یک نخواهد بود!



$$OA = \sqrt{m^2 + m^2} = \sqrt{2} \Rightarrow m^2 = 1 \Rightarrow m = \pm 1$$

$$(1) m = \sqrt{\frac{1-a}{a}} = 1 \Rightarrow \frac{1-a}{a} = 1 \Rightarrow 2a = 1 \Rightarrow a = 0.5$$

$$(2) m = \sqrt{\frac{1-a}{a}} = -1 \Rightarrow \frac{1-a}{a} = -1 \Rightarrow 1-a = -a \text{ (غیرممکن)}$$

(مسابان ۱- تابع: صفحه‌های ۵۷ تا ۶۱)

(سیرسپهر متولیان)

۱۸- گزینه «۲»

$$\begin{cases} D_f : 1-x^2 \geq 0 \Rightarrow -1 \leq x \leq 1 \\ D_g : \{-3, -1, 0, 1, 2\} \end{cases} \Rightarrow D_f \cap D_g = \{-1, 0, 1\}$$

$$\begin{cases} f(-1) = -2, f(0) = -1, f(1) = 2 \\ g(-1) = 4, g(0) = 2, g(1) = -1 \end{cases}$$

$$\Rightarrow g-f = \{(-1, 6), (0, 3), (1, -3)\}$$

کوچک‌ترین عضو برد تابع  $g-f$  برابر  $-3$  است.

(مسابان ۱- تابع: صفحه‌های ۶۴ تا ۶۶)

(مهمرسن سلامی عسینی)

۱۹- گزینه «۴»

فرض کنید  $f(x) = ax + b$  که در آن  $a < 0$  است.

$$(fog)(x) = ag(x) + b = 3 - 2x \Rightarrow g(x) = \frac{-2x + 3 - b}{a}$$

حال داریم:

$$(f+g)(x) = ax + b + \frac{-2x + 3 - b}{a} = (a - \frac{2}{a})x + b + \frac{3-b}{a} = 1 - x$$

$$\Rightarrow a - \frac{2}{a} = -1 \Rightarrow a^2 + a - 2 = 0 \Rightarrow \begin{cases} a = 1 & \text{غ ق ق} \\ a = -2 & \text{✓} \end{cases}$$

$$b + \frac{3-b}{a} = b + \frac{3-b}{-2} = 1 \Rightarrow -2b + 3 = -2 \Rightarrow b = \frac{5}{2}$$

$$f(x) = -2x + \frac{5}{2} \Rightarrow f(\frac{1}{2}) = -1 + \frac{5}{2} = \frac{3}{2}$$

(مسابان ۱- تابع: صفحه‌های ۶۴ تا ۶۸)

(امیرمسین تقی‌زاده)

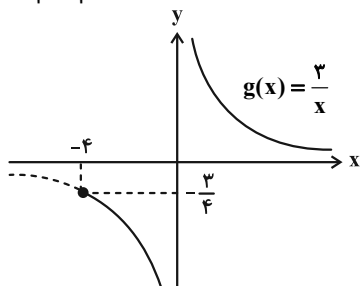
۲۰- گزینه «۳»

$$f(x) = x - 4\sqrt{x} \Rightarrow f(x) = x - 4\sqrt{x} + 4 - 4$$

$$\Rightarrow f(x) = (\sqrt{x} - 2)^2 - 4 \Rightarrow \begin{cases} D_f = [0, +\infty) \\ R_f = [-4, +\infty) \end{cases}$$

$$(gof)(x) = g(f(x))$$

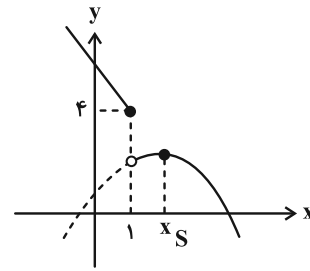
کافی است تابع  $g$  را در محدوده  $[-4, +\infty)$  رسم کنیم:



بنابراین برد تابع  $(gof)(x)$  به صورت  $R - (-\frac{3}{4}, 0]$  خواهد بود و داریم:

$$a = -\frac{3}{4}, b = 0 \Rightarrow b - 4a = 0 + 3 = 3$$

(مسابان ۱- تابع: صفحه‌های ۶۶ تا ۷۰)



در نتیجه  $a \leq -1$  و مجموعه مقادیر قابل قبول  $a$  برابر  $[-1, -\infty)$  می‌شود.

(مسابان ۱- تابع: صفحه‌های ۵۴ تا ۵۷)

(علی ناری ایبانه)

۱۶- گزینه «۴»

وارون تابع  $f$  را می‌یابیم:

$$f(x) = \frac{x+2}{3x-1} \Rightarrow y = \frac{x+2}{3x-1} \Rightarrow 3xy - y = x + 2$$

$$\Rightarrow x(3y-1) = y+2 \Rightarrow x = \frac{y+2}{3y-1} \Rightarrow f^{-1}(x) = \frac{x+2}{3x-1}$$

تلاقی  $f^{-1}$  را با خط  $y = 2x + 2$  به دست می‌آوریم:

$$\frac{x+2}{3x-1} = 2x+2 \Rightarrow x+2 = 6x^2 + 4x - 2$$

$$\Rightarrow 6x^2 + 3x - 4 = 0$$

$$\Rightarrow S = x_1 + x_2 = -\frac{3}{6} = -0.5$$

توجه: وارون تابع  $f(x) = \frac{ax+b}{cx+d}$  (در صورت وجود) به

صورت  $f^{-1}(x) = \frac{-dx+b}{cx-a}$  می‌باشد که با شرط  $a+d=0$

داریم  $f = f^{-1}$  و لذا در این تست که رابطه  $a+d=0$  برقرار است

داریم  $f^{-1} = f$

(مسابان ۱- تابع: صفحه‌های ۵۷ تا ۶۱)

(عمید علیزاده)

۱۷- گزینه «۲»

از فرض سوال نتیجه می‌گیریم که  $f$  و  $f^{-1}$  همدیگر را حتماً روی

خط  $y = x$  (نیمساز ناحیه اول و سوم) قطع کرده‌اند، زیرا اگر  $A(\alpha, \beta)$  با

شرط  $\alpha \neq \beta$  یکی از نقاط تقاطع  $f$  و  $f^{-1}$  باشد (که روی  $y = x$  قرار

ندارد) آنگاه نقطه  $A'(\beta, \alpha)$  نیز نقطه تقاطع دیگر آن‌ها خواهد بود که

غیرقابل قبول است. پس نقطه  $A$ ، نقطه تقاطع نمودار تابع  $f$  با  $y = x$  است.

$$\begin{cases} f(x) = ax^3 + x - 1 + a \\ y = x \end{cases}$$

$$ax^3 + x - 1 + a = x \Rightarrow ax^3 - 1 + a = 0$$

$$\Rightarrow x^3 = \frac{1-a}{a} \Rightarrow x = \sqrt[3]{\frac{1-a}{a}}$$

با فرض  $\sqrt[3]{\frac{1-a}{a}} = m$  مختصات نقطه  $A$  به صورت  $(m, m)$  خواهد بود

که طبق فرض داریم:

(نامر معنوی)

۲۳- گزینه «۲»

توجه کنید که معادله خط  $l_1$  به صورت زیر به دست می‌آید:

$$\begin{cases} m_{l_1} = \tan 30^\circ = \frac{\sqrt{3}}{3} \Rightarrow y = \frac{\sqrt{3}}{3}x - 5 \\ C = (0, -5) \end{cases}$$

دو خط  $l_1$  و  $l_2$  بر هم عمودند پس  $m_{l_2} = \frac{-1}{m_{l_1}} = -\sqrt{3}$  بنابراینمعادله خط  $l_2$  به صورت زیر به دست می‌آید:

$$\begin{cases} m_{l_2} = -\sqrt{3} \Rightarrow y = -\sqrt{3}x + 3 \xrightarrow{x=0} A(0, 3) \\ (\sqrt{3}, 0) \end{cases}$$

برای پیدا کردن طول نقطه B (ارتفاع BH در مثلث ABC) طول نقطه برخورد دو خط  $l_1$  و  $l_2$  را به دست می‌آوریم:

$$\frac{\sqrt{3}}{3}x - 5 = -\sqrt{3}x + 3 \Rightarrow \frac{4\sqrt{3}}{3}x = 8 \Rightarrow x = 2\sqrt{3}$$

در نتیجه:

$$S_{ABC} = \frac{AC \times BH}{2} = \frac{(y_A - y_C) \times x_B}{2} = \frac{8 \times 2\sqrt{3}}{2} = 8\sqrt{3}$$

(ریاضی ۱- مثلثات: صفحه‌های ۳۰ و ۳۱)

(عمید علیزاده)

۲۴- گزینه «۱»

در عبارت فوق از اتحاد  $\sin^2 x + \cos^2 x = 1$  استفاده می‌کنیم:

$$\begin{aligned} & \frac{\sin^2 x + \cos^2 x - \sin^2 x - \cos^2 x}{\sin x + \cos x + 2} \\ &= \frac{\sin^2 x(1 - \sin x) + \cos^2 x(1 - \cos x)}{\sin x + \cos x + 2} \\ &= \frac{(1 - \cos^2 x)(1 - \sin x) + (1 - \sin^2 x)(1 - \cos x)}{\sin x + \cos x + 2} \\ &= \frac{(1 - \cos x)(1 + \cos x)(1 - \sin x) + (1 - \sin x)(1 + \sin x)(1 - \cos x)}{\sin x + \cos x + 2} \\ &= \frac{(1 - \cos x)(1 - \sin x)(1 + \cos x + 1 + \sin x)}{(\sin x + \cos x + 2)} \\ &= (1 - \cos x)(1 - \sin x) \end{aligned}$$

(ریاضی ۱- مثلثات: صفحه‌های ۳۲ تا ۳۵)

(فاطمه صدیقی)

۲۵- گزینه «۱»

عبارت A را ساده می‌کنیم:

$$\begin{aligned} A &= 2\cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha + 5 = 2\cos^2 \alpha - (1 - \cos^2 \alpha) + 5 \\ &= 3\cos^2 \alpha + 4 \end{aligned}$$

ریاضی ۱

۲۱- گزینه «۴»

(سینا فیروزه)

$$P \text{ روی دایرهٔ مثلثاتی است} \Rightarrow \begin{cases} x_P = \cos \alpha = a \\ y_P = \sin \alpha = 3a - 1 \end{cases}$$

$$\text{از طرفی: } \sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1 \Rightarrow (3a - 1)^2 + a^2 = 1$$

$$\Rightarrow 9a^2 - 6a + 1 + a^2 = 1 \Rightarrow 10a^2 - 6a = 0$$

$$\Rightarrow a(10a - 6) = 0 \Rightarrow \begin{cases} a = 0 & \text{غ ق ق} \\ a = \frac{3}{5} \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \cos \alpha = \frac{3}{5} \\ \sin \alpha = \frac{4}{5} \end{cases} \Rightarrow \cot \alpha = \frac{3}{4}$$

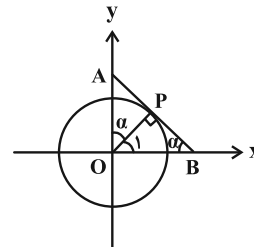
$$\cot^2 \alpha - \frac{1}{\cos \alpha} = \frac{9}{16} - \frac{5}{3} = -\frac{53}{48}$$

در نتیجه:

(ریاضی ۱- مثلثات: صفحه‌های ۳۶ تا ۳۹)

(روح اله حسینی)

۲۲- گزینه «۳»

در شکل زیر  $\hat{O}_1 + \hat{B} = 90^\circ$  و  $\hat{O}_1 + \alpha = 90^\circ$  پس  $\hat{B} = \alpha$  داریم:

$$\Delta OAP: \cos \alpha = \frac{OP}{OA} = \frac{1}{OA} \Rightarrow OA = \frac{1}{\cos \alpha}$$

$$\Delta OPB: \sin \alpha = \frac{OP}{OB} = \frac{1}{OB} \Rightarrow OB = \frac{1}{\sin \alpha}$$

اکنون در مثلث قائم الزاویه AOB، طبق قضیه فیثاغورس داریم:

$$AB^2 = OA^2 + OB^2 = \frac{1}{\cos^2 \alpha} + \frac{1}{\sin^2 \alpha}$$

$$= 1 + \tan^2 \alpha + 1 + \cot^2 \alpha = \tan^2 \alpha + \cot^2 \alpha + 2$$

$$\Rightarrow AB^2 = \tan^2 \alpha + \cot^2 \alpha + 2 \tan \alpha \cot \alpha = (\tan \alpha + \cot \alpha)^2$$

$$\Rightarrow AB = \sqrt{(\tan \alpha + \cot \alpha)^2} = |\tan \alpha + \cot \alpha|$$

اما چون  $\alpha$  زاویه‌ای حاده است پس  $\tan \alpha$  و  $\cot \alpha$  هر دو مثبت هستند و

$$AB = \tan \alpha + \cot \alpha$$

بنابراین:

(ریاضی ۱- مثلثات: صفحه‌های ۳۶ تا ۳۹ و ۴۳)



(شاهین پروازی)

۲۸- گزینه «۴»

فرض مسئله را ساده تر می کنیم:

$$A = \frac{(2\sqrt{2} + 3\sqrt{2})(2^{\frac{5}{2}} + 2^{\frac{1}{2}})}{3^{\frac{5}{2}} + 2^{\frac{5}{2}}} = \frac{5\sqrt{2} \times 2^{\frac{1}{2}}(2^2 + 1)}{5^{\frac{5}{2}}} = 3 \times 2^{\frac{5}{2}}$$

$$\Rightarrow \frac{A}{3} = 2^{\frac{5}{2}} \Rightarrow \left(\frac{A}{3}\right)^2 = 2^5 = 32$$

(ریاضی ۱- توان های گویا و عبارت های پیروی: صفحه های ۵۴ تا ۶۱)

(سیرممر موسوی)

۲۹- گزینه «۲»

داریم:

$$4x^6 - 17x^2y^2 + 4y^6 = (4x^6 - x^2y^2) - (16x^2y^2 - 4y^6)$$

$$= x^2(4x^4 - y^2) - 4y^2(4x^2 - y^2) = (x^2 - 4y^2)(4x^2 - y^2)$$

$$= (x - 2y)(x + 2y)(2x - y)(2x + y)$$

به جز گزینه «۲»، بقیه گزینه ها، در تجزیه عبارت مذکور قرار دارند.

(ریاضی ۱- توان های گویا و عبارت های پیروی: صفحه های ۶۳ تا ۶۵)

(روح اله حسینی)

۳۰- گزینه «۲»

قرار می دهیم  $a = \sqrt[3]{5 + \sqrt{17}}$  و  $b = \sqrt[3]{5 - \sqrt{17}}$ . بنابراین:

$$\begin{cases} ab = \sqrt[3]{5 + \sqrt{17}} \times \sqrt[3]{5 - \sqrt{17}} = \sqrt[3]{5^2 - (\sqrt{17})^2} = \sqrt[3]{8} = 2 \\ a^3 - b^3 = (5 + \sqrt{17}) - (5 - \sqrt{17}) = 2\sqrt{17} \end{cases}$$

از طرفی داریم  $x = a - b$ ، پس می توان نوشت:

$$(a - b)^3 = a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3 = a^3 - b^3 - 3ab(a - b)$$

$$\Rightarrow x^3 = 2\sqrt{17} - 3(2)x \Rightarrow x^3 + 6x = 2\sqrt{17}$$

$$\Rightarrow (x^3 + 6x)^2 = (2\sqrt{17})^2 = 68 \Rightarrow x^6 + 12x^4 + 36x^2 = 68$$

$$\Rightarrow x^6 + 12x^4 + 36x^2 - 68 = 0$$

$$\Rightarrow \sqrt{x^6 + 12x^4 + 36x^2 - 68} = 0$$

(ریاضی ۱- توان های گویا و عبارت های پیروی: صفحه های ۶۳ تا ۶۵)

$$0 \leq \cos^2 \alpha \leq 1 \Rightarrow 0 \leq 3 \cos^2 \alpha \leq 3 \Rightarrow 4 \leq A \leq 7$$

$$\Rightarrow \min(A) = 4 = a$$

$$B = \frac{5 - \tan^2 \alpha}{1 + \tan^2 \alpha} \xrightarrow{1 + \tan^2 \alpha = \frac{1}{\cos^2 \alpha}} B = \frac{5 - \tan^2 \alpha}{\frac{1}{\cos^2 \alpha}}$$

$$= 5 \cos^2 \alpha - \cos^2 \alpha \cdot \frac{\sin^2 \alpha}{\cos^2 \alpha} = 5 \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha$$

$$= 5 \cos^2 \alpha - (1 - \cos^2 \alpha) = 6 \cos^2 \alpha - 1$$

$$0 \leq \cos^2 \alpha \leq 1 \Rightarrow 0 \leq 6 \cos^2 \alpha \leq 6 \Rightarrow -1 \leq B \leq 5$$

ولی  $B = -1$  قابل قبول نیست زیرا به ازای  $\cos \alpha = 0$  به دست آمده که

در آن صورت  $\tan \alpha$  تعریف نشده خواهد بود، پس  $-1 < B \leq 5$

قابل قبول برای  $B$  است و داریم:

$$\max(B) = 5 = b \Rightarrow a - b = 4 - 5 = -1$$

(ریاضی ۱- مثلثات: صفحه های ۳۲ تا ۳۵)

۲۶- گزینه «۳» (سینا فیرواه)

$$a - \sqrt{a + \sqrt{a}} \times 2 = (a - 2)(a + 1) \sqrt{a^2 - a + 1} = a^2 - a - \sqrt{a^2 - a} = \sqrt{a^2 - a} - a$$

$$\frac{1}{\sqrt{16}} = 2^2 \Rightarrow \sqrt{a^2 - a} = 2^2 \Rightarrow \frac{a + 4}{a^2 - a - 2} = \frac{1}{2}$$

$$\Rightarrow 2a + 8 = a^2 - a - 2 \Rightarrow a^2 - 3a - 10 = 0$$

$$\Rightarrow (a - 5)(a + 2) = 0 \Rightarrow \begin{cases} a = -2 & \text{غ قق} \\ a = 5 \end{cases}$$

عبارت مورد نظر برابر می شود با:  $5 - \sqrt{5 + 11} = \sqrt{16} = 2$

(ریاضی ۱- توان های گویا و عبارت های پیروی: صفحه های ۵۹ تا ۶۱)

۲۷- گزینه «۳» (امیر مسن زاده غور)

توجه کنید که مزدوج  $2\sqrt{3} - \sqrt{2}$ ، عبارت  $2\sqrt{3} + \sqrt{2}$  است و داریم:

$$(2\sqrt{3} + \sqrt{2})^2 = 12 + 2 + 4\sqrt{6} = 14 + 4\sqrt{6} = 2(7 + 2\sqrt{6})$$

در نتیجه عبارت مورد نظر به صورت زیر می شود:

$$\sqrt{2\sqrt{3} - \sqrt{2}} \times \sqrt{\frac{1}{2}(2\sqrt{3} + \sqrt{2})^2}$$

$$= \sqrt{2\sqrt{3} - \sqrt{2}} \times \sqrt{2\sqrt{3} + \sqrt{2}} \times \frac{1}{\sqrt{2}}$$

$$= \frac{\sqrt{12 - 2}}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{10}}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{5} \times \sqrt{2}}{\sqrt{2}}$$

$$= \sqrt{5} \times \sqrt{2} = \sqrt{5^2 \times 2} = \sqrt{50}$$

(ریاضی ۱- توان های گویا و عبارت های پیروی: صفحه های ۶۲ تا ۶۷)

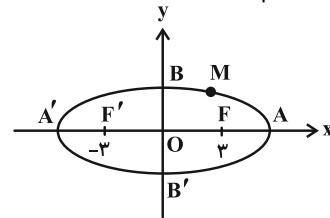


هندسه ۳

گزینه ۳» ۳۱-

(ممد ناری ایبانه)

مطابق شکل، نوع بیضی افقی و مبدأ مختصات، مرکز این بیضی است. طبق فرض و تعریف بیضی داریم:



$$MF + MF' = 2a = \lambda \Rightarrow a = \lambda$$

$$\text{فاصله کانونی } FF' = 6 \Rightarrow 2c = 6 \Rightarrow c = 3$$

$$b^2 = a^2 - c^2 = 16 - 9 = 7 \Rightarrow b = \sqrt{7}$$

در نتیجه:

نقاط  $(0, \sqrt{7})$  و  $(0, -\sqrt{7})$  رئوس ناکانونی و نقاط  $(4, 0)$  و  $(-4, 0)$  رئوس کانونی این بیضی اند.

(هنر سه ۳- آشنایی با مقاطع مخروطی: مشابه فعالیت ۲ صفحه ۴۸)

گزینه ۴» ۳۲-

(شاهر قاسمیان)

طبق فرض، نقطه M فاصله یکسانی از دو کانون F و F' دارد، پس خط d موازی FF' و نقطه M یکی از دو سر قطر کوچک بیضی است و از MN  $\perp$  d نتیجه می گیریم که N مرکز بیضی می باشد، پس داریم:

$$\begin{cases} MF = MF' = a = 2 \\ \text{قطر کوچک} = 2b = 2\sqrt{3} \Rightarrow b = \sqrt{3} \end{cases}$$

$$a^2 = b^2 + c^2 \Rightarrow c = \sqrt{4-3} = 1$$

در نتیجه  $FF' = 2c = 2$ .

(هنر سه ۳- آشنایی با مقاطع مخروطی: صفحه های ۴۷ تا ۵۰)

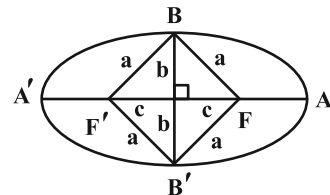
گزینه ۴» ۳۳-

(ممد قنران)

مساحت لوزی نصف حاصل ضرب طول قطرهاش است، بنابراین:

$$S_{BFB'F'} = \frac{1}{2} (2b)(2c) = 2bc = 8\sqrt{3}$$

$$\Rightarrow bc = 4\sqrt{3} \xrightarrow{\text{توان } 2} b^2 c^2 = 48$$



خروج از مرکز بیضی  $e = \frac{c}{a}$  است، پس:

$$\left. \begin{aligned} e = \frac{c}{a} = \frac{1}{2} \Rightarrow a = 2c \\ a^2 = b^2 + c^2 \Rightarrow 4c^2 = b^2 + c^2 \Rightarrow b^2 = 3c^2 \end{aligned} \right\} \Rightarrow b^2 c^2 = 3c^4 = 48$$

$$\Rightarrow c = 2 \Rightarrow a = 2c = 4$$

$\Rightarrow 2a = 8$  قطر بزرگ تر بیضی

(هنر سه ۳- آشنایی با مقاطع مخروطی: صفحه های ۴۷ تا ۴۹)

گزینه ۴» ۳۴-

(ممد ناری ایبانه)

با توجه به فرض داریم:

$$\begin{cases} \frac{c}{a} = \frac{1}{3} \Rightarrow a = 3c \\ a^2 = 9c^2 = b^2 + c^2 \\ a^2 = b^2 + c^2 \end{cases}$$

$$\Rightarrow b^2 = 8c^2 \Rightarrow b = c\sqrt{8}$$

$$\frac{ab}{a^2 + b^2} = \frac{3c \times c\sqrt{8}}{(3c)^2 + (c\sqrt{8})^2} = \frac{6\sqrt{2}c^2}{17c^2} = \frac{6\sqrt{2}}{17}$$

در نتیجه:

(هنر سه ۳- آشنایی با مقاطع مخروطی: صفحه های ۴۷ تا ۵۰)

گزینه ۲» ۳۵-

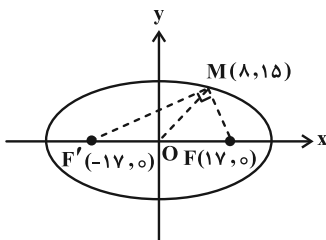
(روح اله حسینی)

چون مثلث FMF' قائم الزاویه است پس طول میانه وارد بر وتر، نصف وتر

است، به عبارت دیگر:  $c = OF = OF' = MO$

$$= \sqrt{(\lambda-0)^2 + (15-0)^2} = \sqrt{64+225} = \sqrt{289} = 17$$

بنابراین:  $F'(17, 0)$  و  $F'(-17, 0)$



$$MF = \sqrt{(17-8)^2 + (0-15)^2}$$

از طرفی داریم:

$$= \sqrt{9^2 + 15^2} = \sqrt{9(9+25)} = 3\sqrt{34}$$

$$MF' = \sqrt{(-17-8)^2 + (0-15)^2}$$

$$= \sqrt{25^2 + 15^2} = \sqrt{25(25+9)} = 5\sqrt{34}$$

پس  $2a = MF + MF' = 8\sqrt{34}$  بنابراین  $a = 4\sqrt{34}$ ، لذا خروج از

$$\frac{c}{a} = \frac{17}{4\sqrt{34}} \times \frac{\sqrt{34}}{\sqrt{34}} = \frac{17\sqrt{34}}{4 \times 34} = \frac{\sqrt{34}}{8}$$

مرکز بیضی برابر است با:

(هنر سه ۳- آشنایی با مقاطع مخروطی: صفحه های ۴۷ تا ۵۰)

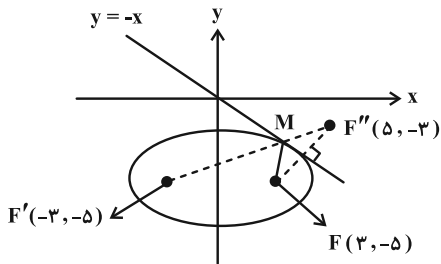
گزینه ۳» ۳۶-

(علی پسنزیره)

$$\begin{cases} 2a = 5 \Rightarrow a = \frac{5}{2} \\ 2b = 3 \Rightarrow b = \frac{3}{2} \end{cases}$$

طبق فرض داریم:

$$c^2 = a^2 - b^2 = \frac{25}{4} - \frac{9}{4} = 4 \Rightarrow c = 2$$



$$\begin{aligned} \gamma a &= MF + MF' = MF'' + MF' = F'F'' \\ &= \sqrt{(\Delta - (-3))^2 + (-3 - (-\Delta))^2} = \sqrt{64 + 4} = \sqrt{68} = 2\sqrt{17} \\ \Rightarrow a &= \sqrt{17} \end{aligned}$$

از طرفی چون  $c = 3$ ، پس  $\gamma c = FF' = 6$  داریم:

$$\begin{aligned} b^2 &= a^2 - c^2 = 17 - 9 = 8 \Rightarrow b = \sqrt{8} = 2\sqrt{2} \\ \gamma b &= 2(2\sqrt{2}) = 4\sqrt{2} \end{aligned}$$

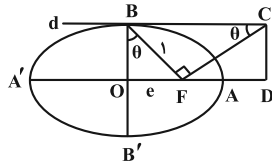
در نتیجه طول قطر کوچک بیضی برابر است با:  $4\sqrt{2}$  (هنرسه ۳- آشنایی با مقاطع مخروطی: صفحه‌های ۳۷ تا ۵۰)

گزینه «۲» ۳۹- (سیرمحمدرضا حسینی فرد)

اگر خروج از مرکز بیضی را  $e = \frac{c}{a}$  در نظر بگیریم، با فرض  $c = e$

$$\begin{cases} BF = OA = 1 \\ \theta = \angle OBF = \angle BCF \end{cases} \quad \text{چرا؟} \quad \text{و } a = 1 \text{ داریم:}$$

$$\Rightarrow \sin \theta = e \Rightarrow \frac{BF}{BC} = e \Rightarrow BC = \frac{1}{e} \Rightarrow OD = BC = \frac{1}{e}$$



از طرفی داریم:

$$\frac{AD}{AF} = \frac{OD - OA}{OA - OF} = \frac{\frac{1}{e} - 1}{1 - e} = 2 \Rightarrow \frac{1 - e}{1 - e} = 2 \Rightarrow e = \frac{1}{2}$$

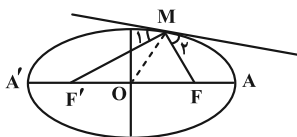
(هنرسه ۳- آشنایی با مقاطع مخروطی: مشابه تمرین ۶ صفحه ۵۷)

گزینه «۳» ۴۰- (مهمر شاه‌مهمری)

طبق فرض داریم:

$$OM = \frac{FF'}{2} \rightarrow F'MF = 90^\circ$$

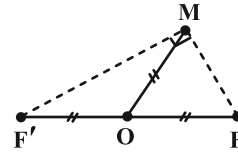
$$\Rightarrow \hat{M}_1 + \hat{M}_2 = 90^\circ$$



$$\hat{M}_2 = \hat{M}_1 = \frac{90^\circ}{2} = 45^\circ \quad \text{می‌دانیم } \hat{M}_1 = \hat{M}_2 \text{ است، پس:}$$

(هنرسه ۳- آشنایی با مقاطع مخروطی: مشابه فعالیت ۴ صفحه ۵۰)

یعنی  $OM = OF' = OF = 2$  می‌دانیم  $OM$  میانه ضلع  $FF'$  در  $MFF'$  مثلث می‌باشد و چون طول  $OM$  نصف  $FF'$  است، پس مثلث  $MFF'$  در رأس  $M$  قائمه می‌باشد و داریم:



$$MF + MF' = \gamma a \Rightarrow \frac{MF^2 + MF'^2}{FF'^2 = 4c^2} + 2MF \times MF' = \gamma a^2$$

$$\Rightarrow 4c^2 + 2MF \times MF' = \gamma a^2 \Rightarrow 2MF \times MF' = \gamma(a^2 - c^2)$$

$$\Rightarrow MF \times MF' = \gamma b^2$$

با استفاده از اتحاد چاق و لاغر، حاصل عبارت مورد نظر به صورت زیر به دست می‌آید:

$$MF^2 + MF'^2 = \frac{(MF + MF')^2}{\gamma a} - \frac{MF \times MF'}{\gamma b^2}$$

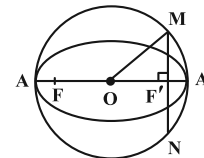
$$= \gamma a(\gamma c^2 - \gamma b^2) = \gamma \left(\frac{5}{2}\right) \left(4 \times 4 - 2 \times \frac{9}{4}\right) = \frac{115}{2} = 57.5$$

(هنرسه ۳- آشنایی با مقاطع مخروطی: صفحه‌های ۳۷ تا ۵۰)

گزینه «۱» ۳۷- (افشین فاضل‌خان)

$M$  را به مرکز بیضی وصل می‌کنیم، طبق قضیه فیثاغورس داریم:

$$a^2 = OM^2 = \frac{OF'^2}{c^2} + MF'^2$$



از طرفی  $a^2 = b^2 + c^2$ ، بنابراین  $MF' = b$  و در نتیجه  $MN = \gamma b$  طبق فرض باید  $\gamma b = \gamma c$  باشد.

$$a^2 = b^2 + b^2 = 2b^2 \Rightarrow \frac{a^2}{b^2} = 2 \quad \text{لذا:}$$

$$\Rightarrow \frac{a}{b} = \sqrt{2} \quad \text{(نسبت طول قطر بزرگ به قطر کوچک)}$$

(هنرسه ۳- آشنایی با مقاطع مخروطی: مشابه تمرین ۲ صفحه ۵۷)

گزینه «۳» ۳۸- (روح‌اله حسینی)

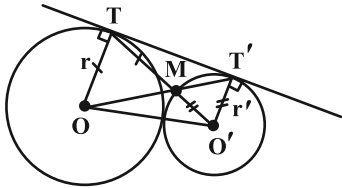
وقتی خط  $y = -x$  (نیمساز ناحیه دوم و چهارم) بر نمودار بیضی در نقطه  $M$  مماس است، آنگاه با توجه به تعریف بیضی،  $M$  نقطه‌ای روی این خط است به طوری که  $MF + MF'$  کمترین مقدار خود را داشته باشد؛ بنابراین اگر  $F''$  قرینه  $F$  نسبت به این خط باشد، آنگاه  $M$  محل برخورد  $F''F'$  و خط  $d$  است. می‌دانیم قرینه نقطه به مختصات  $A(\alpha, \beta)$  نسبت به خط  $y = -x$ ، نقطه  $A'(-\beta, -\alpha)$  است. بنابراین قرینه نقطه  $F(3, -5)$  نسبت به خط  $d$ ، نقطه  $F''(5, -3)$  است. همچنین چون  $MF = MF''$ ، لذا داریم:

(روح اله حسینی)

۴۴- گزینه «۱»

می‌دانیم طول مماس مشترک خارجی این دو دایره مماس بیرون برابر است

$$TT' = 2\sqrt{rr'} \quad \text{با:}$$



چون نقطه M (محل برخورد OT' و OT) روی دایره کوچک‌تر است

پس  $MO' = r'$ . از طرفی چون  $OT \parallel O'T'$  پس دو مثلث MOTو  $MO'T'$  متشابه‌اند و بنابراین:

$$\frac{MO'}{MT} = \frac{O'T'}{OT} \Rightarrow \frac{r'}{MT} = \frac{r'}{r} \Rightarrow MT = r$$

$$O'T = MT + MO' = r + r' \quad (1) \quad \text{در نتیجه داریم:}$$

از طرفی در مثل قائم‌الزاویه  $O'TT'$  داریم:

$$O'T^2 = TT'^2 + O'T'^2 = (2\sqrt{rr'})^2 + r'^2$$

$$\Rightarrow O'T^2 = 4rr' + r'^2 \quad (2)$$

اکنون از روابط (۱) و (۲) داریم:

$$(r + r')^2 = 4rr' + r'^2 \Rightarrow r^2 + 2rr' + r'^2 = 4rr' + r'^2$$

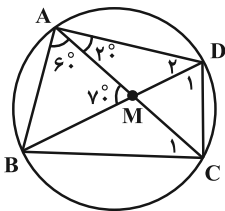
$$\Rightarrow r^2 = 2rr' \Rightarrow r = 2r' \Rightarrow \frac{r}{r'} = 2$$

(هندسه ۲- دایره: صفحه‌های ۲۰ تا ۲۳)

(مهم ناری ایبانه)

۴۵- گزینه «۲»

دایره محیطی چهارضلعی ABCD را رسم می‌کنیم. داریم:



$$\hat{D}_1 = \hat{BAC} = \frac{\widehat{BC}}{2} \Rightarrow \hat{D}_1 = 60^\circ$$

$$\Delta AMD \quad \hat{A} \quad \text{(زاویه خارجی AMD)} \quad 70^\circ = \hat{D}_1 + 20^\circ$$

$$\Rightarrow \hat{D}_1 = 70^\circ - 20^\circ = 50^\circ$$

$$\Rightarrow \hat{C}_1 = \hat{D}_1 = \frac{\widehat{AB}}{2} = 50^\circ$$

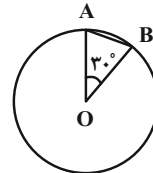
$$\Rightarrow \hat{D}_1 + \hat{C}_1 = 60^\circ + 50^\circ = 110^\circ$$

(هندسه ۲- دایره: صفحه ۲۷)

هندسه ۲

۴۱- گزینه «۲»

(مهم فندان)

فرض کنید O مرکز دایره محیطی و A و B دو رأس متوالی این دوازده ضلعی منتظم باشند. با فرض  $OA = r$  داریم:

$$\widehat{AOB} = \frac{360^\circ}{12} = 30^\circ$$

$$S_{AOB} = \frac{1}{2} OA \times OB \times \sin(\widehat{AOB}) = \frac{1}{2} \times r \times r \times \frac{1}{2} = \frac{r^2}{4}$$

این دوازده ضلعی منتظم از ۱۲ مثلث هم‌نهشت با مثلث AOB تشکیل شده است. پس مساحت آن برابر است با:

$$S = 12 \times \frac{r^2}{4} = 3r^2 = 12 \Rightarrow r = 2$$

(هندسه ۲- دایره: صفحه‌های ۲۸ و ۲۹)

۴۲- گزینه «۳»

(افشین فاضل‌نار)

طول مماس مشترک خارجی  $TT'$  برای این دو دایره مماس بیرون برابر

$$TT' = 2\sqrt{rr'} = 2\sqrt{8} = 4\sqrt{2} \quad \text{است با:}$$

مساحت دوزنقه مورد نظر که قائم‌الزاویه نیز هست، برابر می‌شود با:

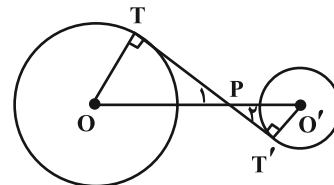
$$S = \frac{(2+4) \times 4\sqrt{2}}{2} = 12\sqrt{2}$$

(هندسه ۲- دایره: صفحه‌های ۲۱ و ۲۲)

۴۳- گزینه «۳»

(مهم ناری ایبانه)

با توجه به شکل و فرض سوال داریم:



$$\left. \begin{aligned} \hat{P}_1 &= \hat{P}_2 \\ \hat{T} &= \hat{T}' = 90^\circ \end{aligned} \right\} \Rightarrow \Delta OPT \sim \Delta O'PT'$$

$$\Rightarrow \frac{OP}{O'P} = \frac{OT}{O'T'} = \frac{8}{3} \quad \text{ترکیب نسبت در مخرج} \rightarrow \frac{OP}{OO'} = \frac{8}{11}$$

$$\frac{OO' = 22}{22} \rightarrow \frac{OP}{22} = \frac{8}{11} \Rightarrow OP = 16$$

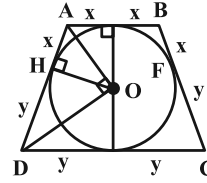
(هندسه ۲- دایره: صفحه‌های ۲۰ تا ۲۲)



۴۶- گزینه «۴»

(معمربار ملودی)

هرگاه نیمسازهای زوایای داخلی یک چندضلعی در یک نقطه هم‌رس باشند، آن چندضلعی محیطی است.



بنابراین دوزنقه متساوی‌الساقین ABCD محیط بر یک دایره است و نقطه هم‌رسی نیمسازهای زوایای داخلی آن، مرکز دایره محیطی دوزنقه است و در نتیجه فاصله آن از اضلاع دوزنقه یکسان است. در دوزنقه متساوی‌الساقین زوایای مجاور به ساق مکمل یکدیگرند، پس نیمسازهای آنها بر هم عمود و در نتیجه مثلث OAD قائم‌الزاویه است.

$$4OH = 12 \Rightarrow OH = r = 3$$

طبق روابط طولی در مثلث OAD داریم:

$$OH^2 = x \times y = 9$$

$$\Rightarrow \sqrt{AB \times CD} = \sqrt{2x \times 2y}$$

$$= 2\sqrt{xy} = 2\sqrt{9} = 6$$

(هنرسه ۲- دایره، صفحه‌های ۲۷ و ۲۸)

۴۷- گزینه «۲»

(سامر قاسمیان)

نکته: اگر  $a, b, c, d$  طول اضلاع متوالی یک چهارضلعی محیطی باشند، آن‌گاه:

$$a + c = b + d$$

$$(x + 3) + (3x - 2) = (2x + 3) + (x + 1)$$

با توجه به فرض داریم:

$$\Rightarrow 4x + 1 = 3x + 4 \Rightarrow x = 3$$

در نتیجه طول اضلاع این چهارضلعی، برابر ۶، ۹، ۷ و ۴ بوده و محیط آن برابر است با:

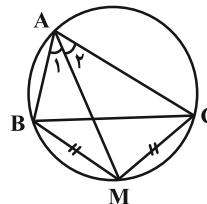
$$6 + 9 + 7 + 4 = 26$$

(هنرسه ۲- دایره، صفحه‌های ۲۷ و ۲۸)

۴۸- گزینه «۳»

(روح‌اله حسینی)

چون  $BM = MC$  است پس  $M$  روی عمودمنصف ضلع  $BC$  قرار دارد. بنابراین نقطه  $M$  محل برخورد نیمساز داخلی زاویه  $A$  و عمودمنصف ضلع  $BC$  است و لذا  $M$  روی دایره محیطی مثلث  $ABC$  قرار دارد.



$$\widehat{BCM} = \frac{\widehat{BM}}{2} = \hat{A}_1 = \frac{\hat{A}}{2}$$

از طرفی مطابق شکل داریم:

طبق فرض داریم  $\hat{A} + \widehat{BCM} = 87^\circ$ ، پس:

$$\hat{A} + \frac{\hat{A}}{2} = 87^\circ \Rightarrow \frac{3\hat{A}}{2} = 87^\circ \Rightarrow \hat{A} = 58^\circ$$

از آنجا که چهارضلعی ACMB محیطی است، در نتیجه:

$$\hat{A} + \widehat{BCM} = 180^\circ \Rightarrow \widehat{BCM} = 180^\circ - 58^\circ = 122^\circ$$

(هنرسه ۲- دایره، برگرفته از تمرین ۳ صفحه ۲۹)

۴۹- گزینه «۲»

(امیرمسین ابومصوب)

اگر  $r$  شعاع دایره محیطی داخلی و  $h_a, h_b, h_c$  طول ارتفاع‌های این مثلث باشند، آن‌گاه داریم:

$$\frac{1}{h_a} + \frac{1}{h_b} + \frac{1}{h_c} = \frac{1}{r} \Rightarrow \frac{1}{4/8} + \frac{1}{6} + \frac{1}{8} = \frac{1}{r} \Rightarrow r = 2$$

اگر  $r_a, r_b, r_c$  شعاع دایره‌های محیطی خارجی مثلث  $ABC$  باشند، آن‌گاه داریم:

$$\frac{1}{r_a} + \frac{1}{r_b} + \frac{1}{r_c} = \frac{1}{r} \Rightarrow \frac{1}{r_a} + \frac{1}{4} + \frac{1}{6} = \frac{1}{2}$$

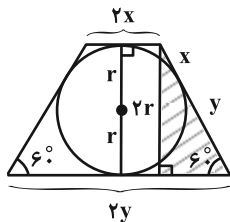
$$\Rightarrow \frac{1}{r_a} = \frac{6 - 3 - 2}{12} \Rightarrow r_a = 12$$

(هنرسه ۲- دایره، صفحه‌های ۲۹ و ۳۰)

۵۰- گزینه «۴»

(ابوزر منتظری)

با توجه به شرط مسئله، دوزنقه باید متساوی‌الساقین باشد و زوایای آن  $60^\circ$  و  $120^\circ$  هستند. با توجه به شکل، در مثلث هاشورخورده داریم:



$$(x + y) \times \sin 60^\circ = 2r \Rightarrow (x + y) = \frac{4\sqrt{3}}{3} r$$

در نتیجه مساحت دوزنقه برابر است با:

$$S = \frac{1}{2} \times (2x + 2y) \times 2r = \frac{8\sqrt{3}}{3} r^2$$

(هنرسه ۲- دایره، صفحه‌های ۲۷ و ۲۹)



هندسه ۱

گزینه «۲» ۵۱-

(امیرحسین ابومحبوب)

فرض کنید مساحت مثلث ABC برابر S باشد، در این صورت داریم:

$$h_a = \frac{2S}{a}, \quad h_b = \frac{2S}{b}, \quad h_c = \frac{2S}{c}$$

با جای گذاری این مقادیر، رابطه صورت سوال به شکل زیر درمی آید:

$$h_a = \frac{1}{2}h_b + \frac{1}{3}h_c \Rightarrow \frac{2S}{a} = \frac{2S}{2b} + \frac{2S}{3c}$$

$$\xrightarrow{+2S} \frac{1}{a} = \frac{1}{2b} + \frac{1}{3c} \xrightarrow{\substack{b=15 \\ c=6}} \frac{1}{a} = \frac{1}{30} + \frac{1}{18} = \frac{3+5}{90}$$

$$\Rightarrow a = \frac{90}{8} = 11 \frac{1}{2}$$

(هندسه ۱- قضیه تالس، تشابه و کاربردهای آن؛ صفحه‌های ۳۰ تا ۳۲)

گزینه «۲» ۵۲-

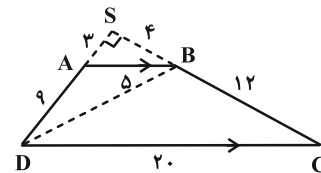
(روح اله حسینی)

نقطه تقاطع امتداد ساق‌های DA و CB را S در نظر می‌گیریم.

چون  $AB \parallel DC$  پس بنا به تعمیم قضیه تالس داریم:

$$\Rightarrow \frac{SA}{SA+9} = \frac{SB}{SB+12} = \frac{5}{20} = \frac{1}{4}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 4SA = SA + 9 \Rightarrow SA = 3 \\ 4SB = SB + 12 \Rightarrow SB = 4 \end{cases}$$



چون بین اندازه اضلاع مثلث SAB، رابطه فیثاغورس ( $3^2 + 4^2 = 5^2$ )

برقرار است، پس بنا به عکس قضیه فیثاغورس  $\hat{S} = 90^\circ$  است. اکنون بنا بر

قضیه فیثاغورس در مثلث قائم‌الزاویه SBD داریم:

$$BD^2 = SB^2 + SD^2 = 4^2 + 12^2 = 16 + 144 = 160$$

$$\Rightarrow BD = \sqrt{160} = 4\sqrt{10}$$

(هندسه ۱- قضیه تالس، تشابه و کاربردهای آن؛ صفحه‌های ۳۴ تا ۳۷)

گزینه «۴» ۵۳-

(امیرحسین ابومحبوب)

در زاویه OBH و CAH هر دو متمم زاویه C هستند، پس برابر یکدیگرند.

$$\left. \begin{array}{l} \widehat{OBH} = \widehat{CAH} \\ \widehat{OHB} = \widehat{AHC} = 90^\circ \end{array} \right\} \xrightarrow{\text{تساوی دو زاویه}} \Delta OBH \sim \Delta CAH$$

$$\Rightarrow \frac{OH}{CH} = \frac{BH}{AH} \Rightarrow \frac{6}{BH+1} = \frac{BH}{12} \Rightarrow BH(BH+1) = 72 = 8 \times 9$$

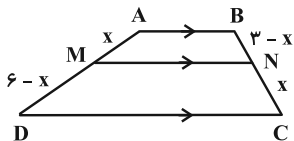
در نتیجه  $BH = 8$ .

(هندسه ۱- قضیه تالس، تشابه و کاربردهای آن؛ صفحه‌های ۳۱ تا ۳۸)

گزینه «۲» ۵۴-

(سیدمحمدرضا حسینی فر)

با فرض  $AM = CN = x$  داریم:  $BN = 3 - x$ ,  $MD = 6 - x$



طبق قضیه تالس در ذوزنقه داریم:

$$\Rightarrow x^2 = x^2 - 9x + 18 \Rightarrow x = 2 \Rightarrow BN = 3 - x = 1$$

(هندسه ۱- قضیه تالس، تشابه و کاربردهای آن؛ صفحه ۳۷)

گزینه «۳» ۵۵-

(حامد قاسمیان)

سه مثلث شکل، دوبه‌دو با هم متشابه‌اند (به حالت تساوی زوایا)، لذا داریم:

$$\Delta ABC \sim \Delta BMN \Rightarrow \frac{4}{\Delta+y} = \frac{3}{7/5} \Rightarrow y = 5$$

$$\Delta PQC \sim \Delta BMN \Rightarrow \frac{x}{2} = \frac{3}{3} \Rightarrow x = 2$$

در نتیجه:  $x + y = 7$

(هندسه ۱- قضیه تالس، تشابه و کاربردهای آن؛ صفحه‌های ۳۱ تا ۳۸)

گزینه «۴» ۵۶-

(روح اله حسینی)

دو مثلث ABM و ABC به حالت (ز) متشابه‌اند. بنابراین:

$$\frac{BM}{AB} = \frac{AM}{AC} = \frac{AB}{BC} \quad (1) \Rightarrow AB^2 = BM \times BC$$

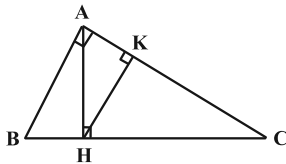


۵۹- گزینه «۱»

(امیرمسین ابومویب)

از نقطه H (بای ارتفاع وارد بر وتر در مثلث ABC)، عمود HK را بر ضلع AC رسم می‌کنیم. طبق روابط طولی در مثلث قائم‌الزاویه ABC داریم:

$$\left. \begin{aligned} AB^2 &= BH \times BC \\ AC^2 &= CH \times BC \end{aligned} \right\} \Rightarrow \left(\frac{AB}{AC}\right)^2 = \frac{BH}{CH} \quad (*)$$



از طرفی AB و HK هر دو بر ضلع AC عمودند، پس با یکدیگر موازی بوده و در نتیجه طبق قضیه تالس در مثلث ABC می‌توان نوشت:

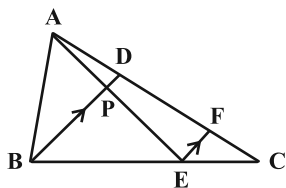
$$\begin{aligned} HK \parallel AB &\Rightarrow \frac{AK}{CK} = \frac{BH}{CH} \xrightarrow{(*)} \frac{AK}{CK} = \left(\frac{AB}{AC}\right)^2 = \left(\frac{6}{9}\right)^2 \\ &= \left(\frac{2}{3}\right)^2 = \frac{4}{9} \end{aligned}$$

(هنرسه ۱- قضیه تالس، تشابه و کاربردهای آن: صفحه‌های ۳۱ تا ۴۳)

۶۰- گزینه «۴»

(ممد شدران)

ابتدا پاره‌خط EF را موازی با BD رسم می‌کنیم.



$$\Delta CBD : EF \parallel BD \xrightarrow{\text{قضیه تالس}} \frac{CF}{DF} = \frac{CE}{BE} = \frac{1}{3}$$

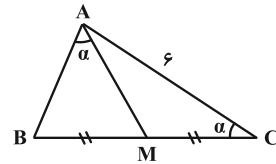
$$\Rightarrow DF = 3CF \quad (1)$$

$$\frac{AD}{AC} = \frac{1}{3} \xrightarrow{\text{تفصیل در مخرج}} \frac{AD}{DC} = \frac{1}{2} \Rightarrow \frac{AD}{CF + DF} = \frac{1}{2}$$

$$\xrightarrow{(1)} \frac{AD}{4CF} = \frac{1}{2} \Rightarrow \frac{AD}{CF} = 2 \xrightarrow{DF=3CF} \frac{AD}{DF} = \frac{2}{3}$$

$$\Delta AEF : PD \parallel EF \xrightarrow{\text{قضیه تالس}} \frac{AP}{PE} = \frac{AD}{DF} = \frac{2}{3}$$

(هنرسه ۱- قضیه تالس، تشابه و کاربردهای آن: صفحه‌های ۳۴ تا ۳۷)



و چون  $BM = \frac{BC}{2}$ ، لذا داریم:

$$AB^2 = \frac{BC}{2} \times BC = \frac{BC^2}{2} \Rightarrow \frac{AB^2}{BC^2} = \frac{1}{2} \Rightarrow \frac{AB}{BC} = \frac{1}{\sqrt{2}}$$

$$AM = \frac{AC}{\sqrt{2}} \quad \text{پس بنا بر رابطه (۱) داریم:} \quad \frac{AM}{AC} = \frac{1}{\sqrt{2}}$$

$$AM = \frac{6}{\sqrt{2}} \times \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}} = 3\sqrt{2} \quad \text{طبق فرض } AC = 6 \text{ است، بنابراین:}$$

(هنرسه ۱- قضیه تالس، تشابه و کاربردهای آن: صفحه‌های ۳۸ تا ۴۱)

۵۷- گزینه «۱»

(مهرزاد ملونری)

$$\left. \begin{aligned} AB \parallel DE &\Rightarrow \Delta ABF \sim \Delta EDF \Rightarrow \frac{AB}{DE} = \frac{BF}{DF} \\ BG \parallel AD &\Rightarrow \Delta BGF \sim \Delta DAF \Rightarrow \frac{BG}{AD} = \frac{BF}{DF} \end{aligned} \right\} \Rightarrow \frac{AB}{DE} = \frac{BG}{AD}$$

$$\Rightarrow \frac{9}{12} = \frac{4}{AD} \Rightarrow AD = \frac{16}{3} = 5\frac{1}{3}$$

(هنرسه ۱- قضیه تالس، تشابه و کاربردهای آن: صفحه‌های ۳۸ تا ۴۱)

۵۸- گزینه «۳»

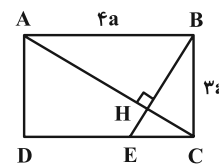
(اخشین فاصه‌فان)

با فرض  $AB = 4a$  و  $BC = 3a$ ، طبق قضیه فیثاغورس نتیجه می‌شود  $AC = 5a$ .

طبق روابط طولی در مثلث قائم‌الزاویه ABC داریم:

$$BC^2 = CH \times AC \Rightarrow (3a)^2 = CH \times 5a \Rightarrow CH = \frac{9}{5}a$$

$$\Rightarrow AH = 5a - \frac{9}{5}a = \frac{16}{5}a$$



دو مثلث قائم‌الزاویه HEC و ABC با هم متشابه‌اند (چرا؟) و داریم:

$$\frac{HE}{3a} = \frac{9}{5} \frac{a}{4a} \Rightarrow HE = \frac{27}{20}a \Rightarrow \frac{HE}{AB} = \frac{27}{20} \frac{a}{4a} = \frac{27}{80} = \frac{27}{81} = \frac{1}{3}$$

(هنرسه ۱- قضیه تالس، تشابه و کاربردهای آن: صفحه‌های ۳۹ تا ۴۴)





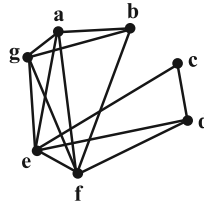
ریاضیات گسسته

گزینه ۳» ۶۱

(هامد قاسمیان)  
مجموعه  $\{d, e, g\}$  احاطه گر نیست، زیرا رأس  $b$  احاطه نمی شود.  
(ریاضیات گسسته- گراف و مدل سازی؛ مشابه کار در کلاس صفحه ۴۶)

گزینه ۱» ۶۲

(رسول غایی زاده)  
گراف مدل سازی به شکل زیر است:



توجه کنید روستاهایی مانند  $a$  و  $b$  با هم مجاور می شوند، چون فاصله دو روستای  $a$  و  $b$  از طریق گذر از  $f$ ، کمتر از  $12$  می شود. بنابراین  $\Delta = 5$  و  $q = 13$  و حاصل  $\Delta + q$  برابر  $18$  می شود.

(ریاضیات گسسته- گراف و مدل سازی؛ مشابه مثال صفحه ۴۵)

گزینه ۲» ۶۳

(علی پسنجریه)  
چون گراف  $10$  منتظم از مرتبه  $12$  است، پس هر رأس به  $10$  رأس دیگر وصل شده که این  $10$  رأس را احاطه می کند ولی یک رأس دیگر هنوز باقی مانده است که احاطه نشده است. لذا با انتخاب هر  $2$  رأس دلخواه، تمام

رئوس گراف احاطه می شوند و در نتیجه، به تعداد  $\binom{12}{2} = 66$  مجموعه احاطه گر مینیمم ( $7 -$  مجموعه) وجود دارد.

(ریاضیات گسسته- گراف و مدل سازی؛ صفحه های ۴۴ و ۴۵)

گزینه ۳» ۶۴

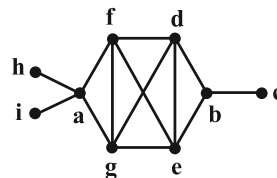
(علی پسنجریه)  
چون  $\gamma(G) = 2$  است پس هیچ رأسی نباید از درجه  $7 = p - 1$  باشد زیرا در آن صورت  $\gamma(G) = 1$  می شود! حال برای این که تعداد یال ها، حداکثر مقدار ممکن شود، می بایست تمام رأس ها را از درجه  $6$  در نظر بگیریم:

$$6, 6, 6, 6, 6, 6, 6, 6, 6, 6 \Rightarrow 2q = 8 \times 6 \Rightarrow q_{\max} = 24$$

(ریاضیات گسسته- گراف و مدل سازی؛ مشابه تمرین ۸ صفحه ۵۳)

گزینه ۲» ۶۵

(مصطفی دیراری)



الف) اگر دو رأس  $a$  و  $b$  را انتخاب کنیم، آنگاه همه رئوس احاطه می شوند و سایر رأس ها را می توانیم در مجموعه احاطه گر برداریم یا برنداریم.

پس در این حالت  $\gamma = 7$  مجموعه احاطه گر  $3$  عضوی داریم.

ب) اگر رأس  $a$  را انتخاب کنیم ولی  $b$  را برنداریم، آنگاه باید رأس  $c$  را حتماً انتخاب کنیم. در این صورت از بین  $4$  رأس  $d, e, f, g$  نیز یکی را باید به  $4 = \binom{4}{1}$  روش انتخاب کنیم.

ب) اگر رأس  $a$  را انتخاب نکنیم باید دو رأس  $h$  و  $i$  را برداریم اما سایر رئوس با یک رأس دیگر احاطه نمی شوند پس مجموعه احاطه گر  $3$  عضوی که  $a$  عضو آن نباشد وجود ندارد.

در نتیجه  $11$  مجموعه احاطه گر  $3$  عضوی داریم.

(ریاضیات گسسته- گراف و مدل سازی؛ صفحه های ۴۴ تا ۴۶)

گزینه ۴» ۶۶

(رسول غایی زاده)

وجود دو عضو  $a$  و  $b$  در مجموعه احاطه گر باعث می شود تمام رئوس  $a, b, c, d$  احاطه شوند، بنابراین اعضای  $X$  باید چنان باشند که چهار رأس دیگر نیز احاطه شوند. دو حالت زیر را در نظر می گیریم:

حالت (۱):  $f \in X$ ؛ در این صورت عضو دیگر  $X$ ، هر رأسی از رئوس هفت گانه دیگر می تواند باشد.

حالت (۲):  $f \notin X$ ؛ در این صورت عضو  $g$  حتماً در  $X$  است و عضو دیگر می تواند هر یک از دو عضو  $e$  و  $h$  باشد.

بنابراین جواب مورد نظر برابر  $9 = 2 + 7$  است.

تذکر: دقت کنید که مجموعه  $X$  می تواند عضو مشترکی با مجموعه  $\{a, b\}$  داشته باشد و مجموعه احاطه گر لزوماً  $4$  عضوی نیست.

(ریاضیات گسسته- گراف و مدل سازی؛ صفحه های ۴۴ تا ۴۶)

گزینه ۳» ۶۷

(افشین فاضله خان)

این گراف، رأس فول درجه (از درجه  $p - 1$ ) ندارد، پس  $\gamma > 1$  می باشد. مجموعه های احاطه گر  $\{b, f\}$  و  $\{g, a\}$  در بین تمام مجموعه های احاطه گر گراف، کمترین تعداد اعضا را دارند و هیچ مجموعه احاطه گر  $2$  عضوی غیر از این دو مجموعه وجود ندارد، بنابراین:

$$m = n = 2 \Rightarrow m + n = 4$$

(ریاضیات گسسته- گراف و مدل سازی؛ صفحه ۴۴)

گزینه ۲» ۶۸

(علیرضا شریف نظی)

بررسی گزینه ها:

گزینه (۱): احاطه گر است ولی احاطه گر مینیمال نیست چون رأس  $h$  توسط  $a$  احاطه شده است و می توان آن را از مجموعه حذف کرده و احاطه گر مینیمال نیز نمی باشد.

گزینه (۲): احاطه گر مینیمال است ولی مینیمم نیست.

گزینه های (۳) و (۴): هر دو مجموعه، احاطه گر مینیمم و مینیمال هستند.

(ریاضیات گسسته- گراف و مدل سازی؛ صفحه های ۴۴ تا ۴۷)

گزینه ۲» ۶۹

(ممد شاه ممدری)

تمام حالت های مطلوب به صورت مقابل هستند:

$a, b, c, d, e$

$a, b, c, d, j$

$a, b, c, d, g$

$a, b, c, d, h$

$b, c, d, e, f$

$b, c, d, e, i$

$b, c, d, e, h$

$c, d, e, a, g$

$c, d, e, a, j$

$c, d, e, a, i$

$d, e, a, b, h$

$d, e, a, b, f$

$d, e, a, b, j$

$e, a, b, c, i$

$e, a, b, c, f$

$e, a, b, c, g$

پس تعداد مجموعه های احاطه گر مطلوب برابر است با:  $16 = 1 + 3 \times 5$

(ریاضیات گسسته- گراف و مدل سازی؛ صفحه های ۴۴ تا ۴۷)

گزینه ۲» ۷۰

(نیما مهنرس)

می دانیم  $\binom{12}{2} = 66$ ، لذا گراف  $G$ ،  $3$  یال از  $K_{12}$  کمتر دارد. برای آن که  $\Delta = \delta + 1$  باشد، باید  $3$  یال را به صورت مجزا (سه یال دوهده و غیر مجاور) حذف می کنیم. پس در گراف  $G$ ، شش رأس از درجه  $10$  و شش رأس از درجه  $11$  خواهند بود که هر یک از این شش رأس (از درجه  $11$ ) می تواند مجموعه احاطه گر مینیمم باشند.

(ریاضیات گسسته- گراف و مدل سازی؛ صفحه های ۴۴ تا ۴۷)

## آمار و احتمال

۷۱- گزینه «۴»

(امیرحسین ابومیبوب)

طبق قوانین جبر مجموعه‌ها، عبارت را تا حد ممکن ساده می‌کنیم:

$$\begin{aligned} & (A - B') \cup [(A \cup B) \cap ((A - B) \cup B')] \\ &= (A \cap B) \cup [(A \cup B) \cap ((A \cap B') \cup B')] \\ & \quad \text{قانون جذب } = B' \\ &= (A \cap B) \cup [(A \cup B) \cap B'] = (A \cap B) \cup (A - B) = A \\ & \quad (A \cup B) - B \end{aligned}$$

(آمار و احتمال - آشنایی با مبانی ریاضیات: صفحه‌های ۲۱ تا ۳۰)

۷۲- گزینه «۳»

(روح‌اله حسینی)

با توجه به نمودار داده شده،  $A = (4, +\infty)$  و  $B = (2, +\infty)$  است.

$$A' = (-\infty, 4] \quad , \quad B' = (-\infty, 2]$$

بنابراین:

$$\text{پس } \{x, y\} \in B' \times A' = \{(x, y) \mid x, y \in \mathbb{R}, x \leq 2, y \leq 4\}$$

$$\mathbb{N}^2 \cap (B' \times A') = \{(x, y) \mid x, y \in \mathbb{N}, x \leq 2, y \leq 4\}$$

پس این مجموعه، شامل زوج مرتب‌های  $(x, y)$  است که درآن  $x \in \{1, 2\}$  و  $y \in \{1, 2, 3, 4\}$  می‌باشد. بنابراین تعداد عضوهای این

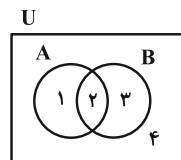
$$2 \times 4 = 8$$

مجموعه برابر است با:

(آمار و احتمال - آشنایی با مبانی ریاضیات: صفحه‌های ۳۰ تا ۳۳)

۷۳- گزینه «۲»

(امیرحسین ابومیبوب)

اگر نواحی ایجاد شده توسط مجموعه‌های  $A$  و  $B$  را مطابق شکل

شماره‌گذاری کنیم، آنگاه با توجه به فرض داریم:

$$(A - B) \cup (B - A) = \{1\} \cup \{3\} = \{1, 3\}$$

$$A' \cup B' = \{3, 4\} \cup \{1, 4\} = \{1, 3, 4\}$$

طبق فرض، دو مجموعه فوق برابر یکدیگرند، پس ناحیه (۴) تهی است. از

$$A' \cap B' = \{3, 4\} \cap \{1, 4\} = \{4\}$$

طرفی داریم:

$$\text{بنابراین } A' \cap B' = \emptyset \text{ است.}$$

(آمار و احتمال - آشنایی با مبانی ریاضیات: صفحه‌های ۲۱ تا ۳۰)

۷۴- گزینه «۳»

(رسول حاجی‌زاده)

$$\text{داریم: } |(A \times C) - (B \times D)| = |A \times C| - |(A \times C) \cap (B \times D)|$$

$$= |A \times C| - |(A \cap B) \times (C \cap D)|$$

$$= 4 \times 5 - |A \cap B| \times |C \cap D| = 20 - 3 \times 2 = 14$$

توجه: منظور از  $|A|$ ، همان تعداد اعضای مجموعه  $A$ ، یعنی  $n(A)$  است.

(آمار و احتمال - آشنایی با مبانی ریاضیات: صفحه‌های ۳۰ تا ۳۴)

۷۵- گزینه «۲»

(افشین فاضل‌فان)

در بین اعداد ۱ تا ۲۰، مجموعه‌های  $A$  و  $B$  را به ترتیب مجموعه اعداد با

سه مقسوم‌علیه طبیعی و مجموعه اعداد مربع کامل می‌گیریم. داریم:

$$A = \{4, 9\}$$

$$B = \{1, 4, 9, 16\}$$

احتمال مورد نظر برابر است با:

$$P(A \cup B) = \frac{n(A \cup B)}{n(S)} = \frac{n(A) + n(B) - n(A \cap B)}{n(S)}$$

$$= \frac{2 + 4 - 2}{20} = \frac{4}{20} = 0.2$$

روش دوم: عددی که تعداد مقسوم‌علیه‌های طبیعی آن فرد باشد، حتماً مربع

کامل است، پس  $A \subseteq B$  و در نتیجه  $A \cup B = B$  است. بنابراین داریم:

$$P(A \cup B) = P(B) = \frac{4}{20} = \frac{1}{5}$$

(آمار و احتمال - احتمال - صفحه‌های ۳۹ تا ۴۳)

۷۶- گزینه «۱»

(رسول حاجی‌زاده)

پیشامد مورد نظر به صورت زیر می‌شود:

$$A - B = \{(1, 1), (4, 4), (4, 6), (6, 4), (6, 6)\}$$

$$n(S) = 6 \times 6 = 36$$

$$\Rightarrow P(A - B) = \frac{n(A - B)}{n(S)} = \frac{5}{36}$$

(آمار و احتمال - احتمال: صفحه‌های ۳۹ تا ۴۳)



۷۷- گزینه «۴»

(امیرحسین ابومبوب)

فرض کنید  $P(B-A) = x$  باشد. در این صورت طبق فرض،  $P(A) = \frac{3}{4}x$

و  $P(A' \cap B') = 3x$  است. طبق قوانین احتمال داریم:

$$P(A' \cap B') = P[(A \cup B)'] = 1 - P(A \cup B)$$

$$= 1 - (P(A) + P(B) - \underbrace{P(A \cap B)}_{P(B-A)})$$

$$\Rightarrow 3x = 1 - (\frac{3}{4}x + x) \Rightarrow \frac{11}{4}x = 1 \Rightarrow x = \frac{4}{11}$$

در نتیجه:  $P(A' \cap B') = 3x = \frac{6}{11} \Rightarrow P(A \cup B) = 1 - \frac{6}{11} = \frac{5}{11}$

(آمار و احتمال - احتمال: صفحه‌های ۳۱ تا ۳۳)

۷۸- گزینه «۱»

(شبنم غلامی)

فرض کنید  $A$  و  $B$  زیرمجموعه‌هایی از  $S$  باشند که اعضای آن‌ها به ترتیب

بر ۸ و ۱۲ بخش‌پذیر هستند. در این صورت داریم:

$$n(A) = \lfloor \frac{200}{8} \rfloor = 25$$

$$n(B) = \lfloor \frac{200}{12} \rfloor = 16$$

$$n(A \cap B) = \lfloor \frac{200}{24} \rfloor = 8$$

زیرمجموعه‌ای از  $S$  که اعضای آن دقیقاً بر یکی از دو عدد ۸ یا ۱۲ بخش‌پذیر

باشند، معادل مجموعه  $(A-B) \cup (B-A)$  است. بنابراین می‌توان نوشت:

$$P((A-B) \cup (B-A)) = P(A-B) + P(B-A)$$

$$= P(A) + P(B) - 2P(A \cap B)$$

$$= \frac{25}{200} + \frac{16}{200} - \frac{2 \times 8}{200} = \frac{25}{200} = \frac{1}{8}$$

(آمار و احتمال - احتمال: صفحه‌های ۳۱ تا ۳۳)

۷۹- گزینه «۳»

(علیرضا شریف‌نظیری)

مجموع احتمال‌ها روی فضای نمونه‌ای برابر ۱ است، لذا طبق فرض داریم:

$$P(1) + P(2) + P(3) + P(4) + P(5) + P(6) = 1$$

$$\Rightarrow \frac{1}{10} + (\frac{1}{10} + d) + (\frac{1}{10} + 2d) + (\frac{1}{10} + 3d)$$

$$+ (\frac{1}{10} + 4d) + (\frac{1}{10} + 5d) = 1$$

$$\Rightarrow \frac{6}{10} + 15d = 1 \Rightarrow 15d = \frac{4}{10} \Rightarrow d = \frac{4}{150} = \frac{2}{75}$$

احتمال مورد نظر برابر است با:

$$P(1) + P(2) = \frac{1}{10} + (\frac{1}{10} + \frac{4}{150}) = \frac{2}{10} + \frac{4}{150} = \frac{34}{150} = \frac{17}{75}$$

(آمار و احتمال - احتمال: صفحه‌های ۳۴ تا ۳۷)

۸۰- گزینه «۲»

(روح‌اله حسینی)

داریم:  $P(a_k) = \frac{a}{k(k+1)} = a(\frac{1}{k} - \frac{1}{k+1})$

چون  $P(S) = 1$  پس:  $P(a_1) + P(a_2) + \dots + P(a_9) = 1$

$$\Rightarrow a(\frac{1}{1} - \frac{1}{2}) + a(\frac{1}{2} - \frac{1}{3}) + a(\frac{1}{3} - \frac{1}{4}) + \dots + a(\frac{1}{9} - \frac{1}{10}) = 1$$

$$\Rightarrow a[(1 - \frac{1}{2}) + (\frac{1}{2} - \frac{1}{3}) + (\frac{1}{3} - \frac{1}{4}) + \dots + (\frac{1}{9} - \frac{1}{10})] = 1$$

$$\Rightarrow a(1 - \frac{1}{10}) = 1 \Rightarrow a \times \frac{9}{10} = 1 \Rightarrow a = \frac{10}{9}$$

بنابراین:  $P(A) = P(a_2) + P(a_3) + P(a_4) + P(a_5)$

$$= a(\frac{1}{2} - \frac{1}{3}) + a(\frac{1}{3} - \frac{1}{4}) + a(\frac{1}{4} - \frac{1}{5}) + a(\frac{1}{5} - \frac{1}{6})$$

$$= a(\frac{1}{2} - \frac{1}{6}) = \frac{a}{3} = \frac{10}{9} \times \frac{1}{3} = \frac{10}{27}$$

(آمار و احتمال - احتمال: صفحه‌های ۳۴ تا ۳۷)



### فیزیک ۳

۸۱- گزینه «۳»

(معدری شریفی)

تندی انتشار موج در یک محیط به عوامل محیطی بستگی دارد و چون محیط تغییر نمی‌کند، تندی انتشار موج ( $v$ ) ثابت می‌ماند. طبق رابطه  $v = \lambda f$ ، با ثابت بودن  $v$  و افزایش بسامد، طول موج کاهش می‌یابد.

(فیزیک ۳- صفحه‌های ۷۰ تا ۷۲)

(مشابه پرسش ۱۳ آذر فصل صفحه ۸۶)

۸۲- گزینه «۳»

(علیرضا جباری)

با توجه به شکل، دامنه نوسان ( $A$ ) برابر با  $5\text{ cm}$  و نصف طول موج  $(\frac{\lambda}{2})$  نیز برابر با  $5\text{ cm}$  است و داریم:

$$\frac{\lambda}{2} = 5\text{ cm} \Rightarrow \lambda = 10\text{ cm} = 0.1\text{ m}$$

بنابراین بسامد نوسان نقطه  $O$  به دست می‌آید:

$$f = \frac{v}{\lambda} = \frac{5}{0.1} = 50\text{ Hz}$$

ذره  $O$  در حال عبور از مرکز نوسان خود بوده و بیشینه تندی خود را دارد:

$$v_{\max} = A\omega = \frac{A=5\text{cm}=5 \times 10^{-2}\text{ m}}{\omega=2\pi f=2\pi \times 50=100\pi \frac{\text{rad}}{\text{s}}}$$

$$v_{\max} = 5 \times 10^{-2} \times 100 \times \pi = 5\pi \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

از طرفی چون  $v < 0$  و جهت انتشار موج به طرف چپ است، معلوم می‌شود که ذره  $O$  در حال حرکت به طرف پایین بوده و  $\vec{v}_O = -(\Delta\pi \frac{\text{m}}{\text{s}}) \vec{j}$  است.

(فیزیک ۳- صفحه‌های ۷۰ تا ۷۲)

۸۳- گزینه «۳»

(زهره آقامحمدی)

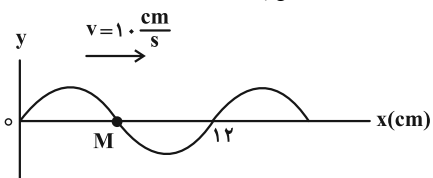
با توجه به نقش موج داده شده  $12\text{ cm} = \frac{3\lambda}{2}$  است. ابتدا دوره تناوب موج

$$\frac{3\lambda}{2} = 12 \Rightarrow \lambda = 8\text{ cm}$$

را محاسبه می‌کنیم:

$$v = \frac{\lambda}{T} \Rightarrow T = \frac{\lambda}{v} = \frac{8}{10} = 0.8\text{ s}$$

با توجه به این که هر ذره از محیط، حرکت ذره قبل خود را تکرار می‌کند. بنابراین ذره  $M$  در حال رفتن به نقطه  $+A$  است:



اکنون حساب می‌کنیم که در لحظه  $t_1$  ذره  $M$  در چه مکانی قرار دارد:

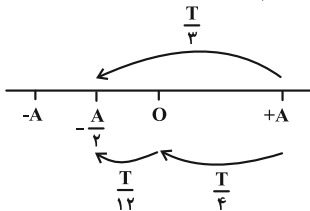
$$\frac{t_1}{T} = \frac{1}{5} = \frac{1}{4} \Rightarrow t_1 = \frac{T}{4}$$

یعنی در لحظه  $t_1$  ذره  $M$  به نقطه بازگشت  $+A$  می‌رسد. اکنون بازه زمانی  $\Delta t$  را بر حسب دوره تناوب محاسبه می‌کنیم:

$$\frac{\Delta t}{T} = \frac{t_2 - t_1}{T} = \frac{\frac{7}{15} - \frac{1}{5}}{\frac{4}{10}} = \frac{\frac{7-3}{15}}{\frac{2}{5}} = \frac{4}{15} \times \frac{5}{2} = \frac{2}{3} \Rightarrow \Delta t = \frac{2T}{3}$$

یعنی در بازه  $\Delta t$ ، ذره  $M$  از نقطه بازگشت  $+A$  به نقطه  $-\frac{A}{2}$  می‌رسد و

مسافت طی شده برابر  $\ell = \frac{3A}{2}$  است:



$$s_{av} = \frac{\ell}{\Delta t} = \frac{\frac{3A}{2}}{\frac{2T}{3}} = \frac{9A}{4T} \Rightarrow A = 8\text{ cm}$$

(فیزیک ۳- صفحه‌های ۷۰ تا ۷۴)

۸۴- گزینه «۱»

(رحمت‌اله غیرالزهرا سمالکوش)

با داشتن طول سیم و زمان پیمودن این طول توسط موج، می‌توان تندی انتشار

$$v = \frac{L}{\Delta t} = \frac{25}{0.5} = 50 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

موج را به دست آورد:

به لحاظ هندسی سیم به شکل استوانه است، پس حجم آن برابر  $AL$  است، بنابراین رابطه چگالی خطی جرم برابر است با:

$$\mu = \frac{m}{L} = \frac{\rho V}{L} = \frac{\rho AL}{L} = \rho A$$

اگر در فرمول  $v = \sqrt{\frac{F}{\mu}}$  به جای  $\mu$ ، معادله را قرار دهیم، خواهیم داشت:

$$v = \sqrt{\frac{F}{\mu}} = \sqrt{\frac{F}{\rho A}} \Rightarrow v^2 = \frac{F}{\rho A} \Rightarrow \rho = \frac{F}{v^2 (\pi r^2)}$$

$$\Rightarrow \rho = \frac{60}{(50)^2 \times 3 \times (2 \times 10^{-3})^2} = 2000 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$$

(فیزیک ۳- صفحه‌های ۷۲ تا ۷۴)

۸۵- گزینه «۴»

(علیرضا جباری)

ابتدا تندی انتشار موج عرضی در فنر را به دست می‌آوریم:

$$v = \sqrt{\frac{FL}{m}} = \sqrt{\frac{F=3/6\text{ N}, L=75\text{cm}=0.75\text{m}}{m=300\text{g}=0.3\text{kg}}}$$

$$v = \sqrt{\frac{3/6 \times 0.75}{0.3}} \Rightarrow v = 3 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

سپس طول موج ایجاد شده در فنر را حساب می‌کنیم:

$$\lambda = \frac{v}{f} \Rightarrow \lambda = \frac{3}{10} \text{ m} = 30\text{ cm}$$



## ۸۸- گزینه «۲»

(زهره آقاممیری)

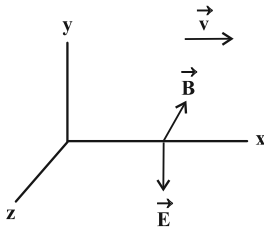
ابتدا با توجه به این که  $\frac{3\lambda}{2} = 300 \text{ nm}$  است، بسامد و دوره موج را

$$\frac{3\lambda}{2} = 300 \Rightarrow \lambda = 200 \text{ nm} = 2 \times 10^{-7} \text{ m} \quad \text{محاسبه می‌کنیم:}$$

$$c = \lambda f \Rightarrow f = \frac{c}{\lambda} = \frac{3 \times 10^8}{2 \times 10^{-7}} = 1.5 \times 10^{15} \text{ Hz} \quad \text{(نادرستی مورد الف)}$$

$$T = \frac{1}{f} = \frac{2}{3} \times 10^{-15} \text{ s} = \frac{2}{3} \times 10^{-6} \text{ ns} \quad \text{(درستی مورد ب)}$$

در لحظه‌ای که اندازه میدان مغناطیسی در خلاف جهت محور Z در حال کاهش است، اندازه میدان الکتریکی در خلاف جهت محور Y در حال کاهش است (نادرستی مورد پ).



(فیزیک ۳- صفحه‌های ۷۴ تا ۷۷)

## ۸۹- گزینه «۱»

(علیرضا جباری)

وقتی انرژی جنبشی ذره B در حال افزایش است، یعنی تندی آن در حال افزایش است. بنابراین به سمت مرکز نوسان خود یعنی رو به بالا حرکت می‌کند. در نتیجه جهت انتشار موج در خلاف جهت محور X بوده و (الف) درست است.

در این صورت ذره A نیز حرکتی رو به پایین خواهد داشت، یعنی به طرف مرکز نوسان خود می‌رود و حرکت تندشونده دارد، یعنی مورد (پ) درست است.

اما بردار شتاب ذره C که رو به مرکز نوسان است، جهت رو به پایین یعنی در خلاف جهت محور Y دارد و مورد (ب) نادرست است.

ذره B نیز به طرف بالا حرکت می‌کند، یعنی بردار سرعت آن در جهت محور Y است و مورد (ت) نادرست است.

(فیزیک ۳- صفحه‌های ۷۰ تا ۷۴)

## ۹۰- گزینه «۱»

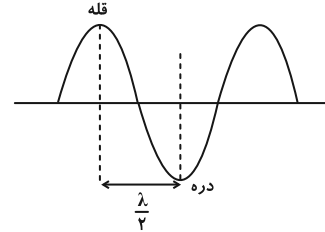
(مصطفی کیانی)

گستره امواج الکترومغناطیسی به ترتیب افزایش طول موج و کاهش بسامد عبارت‌اند از: پرتو گاما ← پرتو ایکس ← فرابنفش ← نور مرئی (بنفش ← نیلی ← آبی ← سبز ← زرد ← نارنجی ← قرمز) ← فروسرخ ← میکروموج ← رادیویی بنابراین گزینه «۱» صحیح است.

(فیزیک ۳- نوسان و امواج؛ صفحه‌های ۷۴ تا ۷۷)

(مشابه پرسش ۱۸ آثر فصل صفحه ۸۷)

در راستای انتشار موج، فاصله افقی یک قله از دره مجاور آن برابر با  $\frac{\lambda}{2}$  است.



$$\frac{\lambda}{2} = \frac{30}{2} = 15 \text{ cm}$$

(فیزیک ۳- صفحه‌های ۷۰ تا ۷۴)

(مشابه سوال ۹ امتحان نهایی فروردین ۱۴۰۱)

## ۸۶- گزینه «۲»

(علیرضا جباری)

امواج لرزه‌ای، امواج مکانیکی‌ای هستند که از لایه‌های زمین عبور می‌کنند. دو نوع از امواج لرزه‌ای، امواج اولیه (P) و امواج ثانویه (S) هستند. امواج P از نوع طولی و امواج S از نوع عرضی هستند. بنابراین (الف) درست و (ب) نادرست است.

امواج رادیویی جزئی از طیف امواج الکترومغناطیسی هستند. در این موج‌ها میدان‌های الکتریکی و مغناطیسی بر هم عمودند و هر دوی آن‌ها بر راستای انتشار موج عمود هستند. بنابراین امواج رادیویی از نوع عرضی هستند و مورد (پ) نادرست است.

در امواجی که به صورت تراکم و انبساط در امتداد یک فنر منتشر می‌شوند راستای نوسان و ذرات محیط و انتشار موج یکسان است و موج طولی محسوب می‌شوند، یعنی مورد (ت) درست است.

(فیزیک ۳- صفحه‌های ۷۴ تا ۷۸)

## ۸۷- گزینه «۱»

(امیر مرادی‌پور)

موج P از نوع طولی و موج S از نوع عرضی می‌باشد، از طرفی می‌دانیم که در یک محیط جامد تندی انتشار موج طولی از عرضی بیشتر است. ( $v_P > v_S$ )

$$v_P - v_S = 4 / 5 \frac{\text{km}}{\text{s}}$$

$$t_S - t_P = \frac{\Delta x}{v_S} - \frac{\Delta x}{v_P} \Rightarrow \Delta t = \frac{\Delta x (v_P - v_S)}{v_S v_P}$$

$$\frac{\Delta t = 3 \text{ min}}{\Delta t = 3 \times 60 \text{ s}} \rightarrow 3 \times 60 = \frac{900(4/5)}{v_S v_P}$$

$$\Rightarrow v_S v_P = 5 \times 4 / 5 = 22 / 5 \quad v_P = v_S + 4/5$$

$$v_S (v_S + 4/5) = 22/5 \Rightarrow v_S^2 + 4/5 v_S - 22/5 = 0$$

$$\Rightarrow \Delta = (4/5)^2 - 4(1)(-22/5) = 110/25$$

$$\Rightarrow \sqrt{\Delta} = 10/5$$

$$v_S = \frac{-4/5 + \sqrt{\Delta}}{2} = \frac{-4/5 + 10/5}{2} = 3 \frac{\text{km}}{\text{s}} \quad \text{جواب قابل قبول:}$$

(فیزیک ۳- صفحه‌های ۷۷ و ۷۸)



## فیزیک ۲

۹۱- گزینه «۲»

(رسمت اله فیروزه زاده سماگوش)

برداشتن دی الکتریک خازن سبب کاهش ظرفیت آن می شود.

$$C = \kappa \epsilon_0 \frac{A}{d} \rightarrow C \text{ کاهش می یابد} \quad \kappa \text{ کاهش یافته است}$$

و چون خازن از باتری جدا و منزوی است، تغییر اختلاف پتانسیل و انرژی آن را می توان به صورت زیر مشخص کرد:

$$q = CV \rightarrow C_1 \text{ کمتر از } C_2 \text{ است} \rightarrow \frac{V_2}{V_1} = \frac{C_1}{C_2} \rightarrow q \text{ ثابت است}$$

$$U = \frac{1}{2} qV \rightarrow U \text{ افزایش می یابد} \quad q \text{ ثابت است} \rightarrow V \text{ افزایش یافته است}$$

(فیزیک ۲- الکتروسیسته ساکن؛ صفحه های ۳۳ تا ۳۹)

۹۲- گزینه «۴»

(امیراحمد میرسعید)

به علت این که انرژی ذخیره شده در خازن زیاد شده حتماً بار آن نیز افزایش یافته است:

$$U_2 - U_1 = 46 \times 10^{-6} \text{ J} \Rightarrow \frac{q_2^2}{2C} - \frac{q_1^2}{2C} = 46 \times 10^{-6}$$

$$\frac{(20 \times 10^{-6} + x)^2}{2 \times 3 \times 10^{-6}} - \frac{(20 \times 10^{-6})^2}{2 \times 3 \times 10^{-6}} = 46 \times 10^{-6}$$

$$(20 \times 10^{-6} + x)^2 - 400 \times 10^{-12} = 276 \times 10^{-12}$$

$$\Rightarrow (20 \times 10^{-6} + x)^2 = 676 \times 10^{-12}$$

$$\Rightarrow 20 \times 10^{-6} + x = 26 \times 10^{-6} \Rightarrow x = 6 \times 10^{-6} \text{ C} = 6 \mu\text{C}$$

$$\text{بار درصد تغییرات} = \left( \frac{q_2}{q_1} - 1 \right) \times 100 = \left( \frac{26}{20} - 1 \right) \times 100 = 30\%$$

(فیزیک ۲- الکتروسیسته ساکن؛ صفحه های ۳۸ تا ۴۰)

۹۳- گزینه «۲»

(ممدرضا شریفی)

چون خازن توسط مولد شارژ و از آن جدا شده است، طبق قانون پایستگی بار الکتریکی، بار آن ثابت می ماند:

$$q = \text{ثابت} \Rightarrow q_1 = q_2 \Rightarrow C_1 V_1 = C_2 V_2$$

$$\frac{V_1}{V_2} = \frac{C_2}{C_1} = \frac{\kappa_2}{\kappa_1} \times \frac{A_2}{A_1} \times \frac{d_1}{d_2} = 9 \times \frac{1}{3} \times \frac{1}{3} = 1$$

$$\Rightarrow \frac{E_2}{E_1} = \frac{V_2}{V_1} \times \frac{d_1}{d_2} = 1 \times \frac{1}{3} = \frac{1}{3}$$

$$\Rightarrow \frac{\sigma_2}{\sigma_1} = \frac{q_2}{q_1} \times \frac{A_1}{A_2} = 1 \times \frac{A_1}{A_2} = 3$$

(فیزیک ۲- الکتروسیسته ساکن؛ صفحه های ۳۲ تا ۳۸)

۹۴- گزینه «۱»

(مهراون اسماعیلی)

با انتقال بار الکتریکی منفی از صفحه منفی به صفحه مثبت، تخلیه الکتریکی صورت گرفته و بار الکتریکی هر یک از صفحات خازن کاهش می یابد.

$$q_1 - q_2 = 6 \text{ mC} = 6000 \mu\text{C} \quad \text{بنابراین داریم:}$$

از طرفی با توجه به این که انرژی ذخیره شده در خازن ۳ J کاهش می یابد، داریم:

$$U_1 - U_2 = 3 \text{ J} = 3 \times 10^6 \mu\text{J} \xrightarrow{U = \frac{q^2}{2C}} \frac{q_1^2}{2C} - \frac{q_2^2}{2C} = 3 \times 10^6$$

$$\Rightarrow \frac{q_1^2 - q_2^2}{2C} = 3 \times 10^6 \Rightarrow \frac{(q_1 - q_2)(q_1 + q_2)}{2C} = 3 \times 10^6$$

$$\frac{q_1 - q_2 = 6000 \mu\text{C}}{C = 4 \mu\text{F}} \rightarrow \frac{6000(q_1 + q_2)}{2 \times 4} = 3 \times 10^6 \Rightarrow q_1 + q_2 = 4000$$

$$\begin{cases} q_1 - q_2 = 6000 \\ q_1 + q_2 = 4000 \end{cases} \Rightarrow q_1 = 5000 \mu\text{C}$$

حال با داشتن بار الکتریکی اولیه هر یک از صفحات خازن می توان اختلاف پتانسیل اولیه خازن را به دست آورد.

$$q_1 = CV_1 \xrightarrow{C = 4 \mu\text{F}, q_1 = 5000 \mu\text{C}} 5000 = 4V_1 \Rightarrow V_1 = 1250 \text{ V}$$

(فیزیک ۲- الکتروسیسته ساکن؛ صفحه های ۳۸ تا ۴۰)

۹۵- گزینه «۴»

(ممدرضا شریفی)

مطابق با متن کتاب درسی، یکای فرعی بار الکتریکی آمپر در ثانیه می باشد که در صنعت از میلی آمپر ساعت و آمپر ساعت نیز استفاده می کنند و مطابق رابطه زیر داریم:

$$\begin{cases} I_{av} = \frac{\Delta q}{\Delta t} \\ I = \frac{V}{R} \end{cases} \Rightarrow \Delta q = \left( \frac{V}{R} \right) \times \Delta t \Rightarrow [\Delta q] = \frac{\text{ولت} \cdot \text{ثانیه}}{\text{اهم}}$$

(فیزیک ۲- جریان الکتریکی و مدارهای جریان مستقیم؛ صفحه های ۴۶ تا ۴۸)



$$R = \frac{V}{I} \Rightarrow \frac{R_B}{R_A} = \frac{V_B}{V_A} \times \frac{I_A}{I_B} = \frac{2}{4} \times \frac{3}{4} \Rightarrow \frac{R_B}{R_A} = \frac{3}{8}$$

اکنون سطح مقطع دو رسانا را حساب می‌کنیم:

$$A_A = \pi r_A^2 = \pi \frac{d_A^2}{4} \xrightarrow{d_A=2\text{mm}} A_A = \pi \times \frac{4}{4} = \pi \text{mm}^2$$

$$A_B = \pi(r_B^2 - r_B'^2) \xrightarrow{\substack{r_B=4\text{mm} \\ r_B'=2\text{mm}}} A_B = \pi(4^2 - 2^2) = 12\pi \text{mm}^2$$

رابطه مقاومت رسانا را به صورت نسبی می‌نویسیم تا  $\frac{\rho_B}{\rho_A}$  به دست آید:

$$R = \rho \frac{L}{A} \Rightarrow \frac{R_B}{R_A} = \frac{\rho_B}{\rho_A} \times \frac{L_B}{L_A} \times \frac{A_A}{A_B}$$

$$\Rightarrow \frac{3}{8} = \frac{\rho_B}{\rho_A} \times 1 \times \frac{\pi}{12\pi} \Rightarrow \frac{\rho_B}{\rho_A} = \frac{9}{2}$$

(فیزیک ۲- جریان الکتریکی و مدارهای جریان مستقیم: صفحه‌های ۴۹ تا ۵۲)

(مهررادر فایبی)

۹۹- گزینه «۴»

بررسی موارد:

الف) اتصال نقاط A و C به مدار، لغزنده را از مدار خارج کرده و حرکت آن بی‌تاثیر در مقدار مقاومت رتوستا می‌شود.

ب) هر چقدر لغزنده به طرف B حرکت کند، فاصله A تا لغزنده افزایش و در نتیجه مقاومت رتوستا افزایش می‌یابد.

پ) هر چقدر لغزنده به طرف B حرکت کند، فاصله C تا لغزنده کاهش و در نتیجه مقاومت رتوستا کاهش می‌یابد.

(فیزیک ۲- جریان الکتریکی و مدارهای جریان مستقیم: صفحه‌های ۵۶ و ۵۷)

(مسام تادری)

۱۰۰- گزینه «۴»

موارد (ب) و (ت) نادرست‌اند.

علت نادرستی موارد:

ب) در مقاومت LDR با افزایش شدت نور تابیده شده بر آن، مقاومتش کاهش می‌یابد.

ت) مقاومت ویژه نیم‌رساناها با افزایش دما، کاهش می‌یابد.

(فیزیک ۲- جریان الکتریکی و مدارهای جریان مستقیم:

صفحه‌های ۵۳، ۵۸ تا ۶۱)

(سین الهی)

۹۶- گزینه «۲»

ابتدا با توجه به نمودار مقاومت سیم اولیه را حساب می‌کنیم:

$$V = RI \Rightarrow 22/5 = R \times (500 \times 10^{-3}) \Rightarrow R = 45\Omega$$

زمانی که  $\frac{2}{5}$  آن را جدا می‌کنیم، مقاومت  $\frac{3}{5}$  سیم باقی‌مانده نیز  $\frac{3}{5}$  مقدار اولیه می‌باشد، یعنی مقاومت سیم جدید قبل از کشیده شدن برابر است با:

$$R_{\text{جدید}} = \frac{3}{5} \times 45 = 27\Omega$$

برای آن که طول سیم جدید با سیم اولیه برابر شود، باید طول آن را  $\frac{5}{3}$  برابر

کنیم و در واقع با توجه به ثابت ماندن حجم سیم باید سطح مقطعش  $\frac{3}{5}$  برابر شود که در نتیجه:

$$\frac{R_2}{R_1} = \frac{L_2}{L_1} \times \frac{A_1}{A_2} = \frac{5}{3} \times \frac{5}{3} = \frac{25}{9} \Rightarrow R_2 = \frac{25}{9} \times 27 = 75\Omega$$

$$V_2 = R_2 \times I_2 = 75 \times 2 = 150 \text{V}$$

(فیزیک ۲- جریان الکتریکی و مدارهای جریان مستقیم: صفحه‌های ۴۹ تا ۵۶)

(رحمت‌اله خیراله زاده سماکوش)

۹۷- گزینه «۴»

چون نسبت قطرهای و طول‌های دو سیم معلوم‌اند، با استفاده از

رابطه  $R = \rho \frac{L}{A}$  مقاومت سیم B را به صورت زیر به دست می‌آوریم:

$$\frac{R_B}{R_A} = \frac{\rho_B}{\rho_A} \times \frac{L_B}{L_A} \times \frac{A_A}{A_B} \xrightarrow{A = \pi \frac{D^2}{4}}$$

$$\frac{R_B}{R_A} = \frac{\rho_B}{\rho_A} \times \frac{L_B}{L_A} \times \left(\frac{D_A}{D_B}\right)^2 \xrightarrow{\substack{D_A=2D_B, \rho_A=\rho_B \\ L_A=\frac{1}{2}L_B, R_A=4\Omega}}$$

$$\frac{R_B}{4} = 1 \times \frac{L_B}{\frac{1}{2}L_B} \times \left(\frac{2D_B}{D_B}\right)^2 \Rightarrow \frac{R_B}{4} = 2 \times 4 \Rightarrow R_B = 32\Omega$$

(فیزیک ۲- جریان الکتریکی و مدارهای جریان مستقیم: صفحه‌های ۵۱ تا ۵۶)

(علیرضا جباری)

۹۸- گزینه «۳»

ابتدا به کمک نمودار داده شده، نسبت مقاومت الکتریکی دو رسانای A

و B را به دست می‌آوریم:





## فیزیک ۱

## گزینه ۳» ۱-۱۰

(رسمت‌اله فیراله زاده سماکوش)

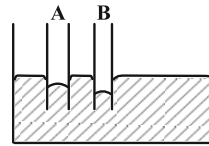
سوزن در محل تماس با سطح آب فرورفتگی ایجاد می‌کند ولی روی سطح آب شناور بوده و به زیر آب نمی‌رود. با افزودن مایع ظرفشویی، سوزن در آب فرو می‌رود زیرا مایع ظرفشویی نیروی هم‌چسبی مولکول‌های سطح آب و در نتیجه کشش سطحی آن را کاهش می‌دهد.

(فیزیک ۱- صفحه‌های ۳۰ و ۳۱)

## گزینه ۲» ۱-۱۰۲

(مهران اسماعیلی)

همان‌طور که در شکل ملاحظه می‌شود، چون نیروی هم‌چسبی بین مولکول‌های مایع بیشتر از نیروی دگرچسبی بین مایع و شیشه است، سطح مایع برآمده خواهد بود. در این حالت سطح مایع درون لوله‌ها پایین‌تر از سطح مایع درون ظرف قرار می‌گیرد. همچنین هر چه قطر لوله بیشتر باشد، ارتفاع مایع در لوله بالاتر است.



(فیزیک ۱- صفحه‌های ۲۸ تا ۳۲)

## گزینه ۱» ۱-۱۰۳

(ابوالفضل نکومشی نژاد)

با توجه به نمودار، فشار در عمق ۳ متری برابر  $۱۳۵ \text{ kPa}$  و در عمق ۶ متری برابر  $۱۸۵ \text{ kPa}$  است:

$$P = \rho gh + P_0$$

$$\frac{h=3\text{m}}{P=135\text{kPa}} \rightarrow 135 \times 10^3 = \rho \times 10 \times 3 + P_0 \quad (\text{I})$$

$$\frac{h=6\text{m}}{P=185\text{kPa}} \rightarrow 185 \times 10^3 = \rho \times 10 \times 6 + P_0 \quad (\text{II})$$

حال با حل دستگاه دو معادله دو مجهول زیر مقادیر  $\rho$  و  $P_0$  را به دست می‌آوریم:

$$\begin{cases} (\text{I}) : 135 \times 10^3 = 30\rho + P_0 \\ (\text{II}) : 185 \times 10^3 = 60\rho + P_0 \end{cases} \xrightarrow{(-)} \begin{cases} 50 \times 10^3 = 30\rho \\ 50 \times 10^3 = 30\rho \end{cases}$$

$$\Rightarrow \rho = \frac{5}{3} \times 10^3 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \quad (*)$$

$$\xrightarrow{(\text{I}), (*)} 135 \times 10^3 = 30 \times \frac{5}{3} \times 10^3 + P_0 \Rightarrow P_0 = 85 \text{ kPa}$$

(فیزیک ۱- صفحه‌های ۳۲ تا ۳۷)

## گزینه ۴» ۱-۱۰۴

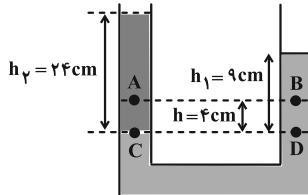
(امیر مرادی پور)

$$P_C = P_D \Rightarrow \rho_2 gh + P_A = \rho_1 gh + P_B$$

$$\xrightarrow{\rho_1 > \rho_2} P_A > P_B \Rightarrow P_A - P_B = \rho_1 gh - \rho_2 gh$$

$$\xrightarrow{P_A - P_B = 800 \text{ Pa}} 800 = (\rho_1 - \rho_2) \times 10 \times 4 \times 10^{-2}$$

$$\Rightarrow \rho_1 - \rho_2 = 2000 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$$



از طرفی داریم:

$$\rho_1 h_1 = \rho_2 h_2 \Rightarrow \frac{\rho_1}{\rho_2} = \frac{h_2}{h_1} = \frac{24}{9} = \frac{8}{3} \Rightarrow \rho_1 = \frac{8}{3} \rho_2$$

$$\rho_1 - \rho_2 = 2000 \Rightarrow \frac{8}{3} \rho_2 - \rho_2 = 2000 \Rightarrow \frac{5}{3} \rho_2 = 2000$$

$$\Rightarrow \rho_2 = 1200 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \Rightarrow \rho_1 - 1200 = 2000 \Rightarrow \rho_1 = 3200 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$$

$$\rho_1 + \rho_2 = 4400 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$$

(فیزیک ۱- صفحه‌های ۳۲ تا ۴۰)

## گزینه ۱» ۱-۱۰۵

(مهران اسماعیلی)

ابتدا فشار هوا را برحسب سانتی‌متر جیوه به دست می‌آوریم:

$$P_0 = \rho_{\text{جیوه}} gh, \quad \begin{cases} \rho_{\text{جیوه}} = 13.6 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3} = 13600 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \\ g = 10 \frac{\text{N}}{\text{kg}}, \quad P_0 = 1.02 \times 10^5 \text{ Pa} \end{cases}$$

$$1.02 \times 10^5 = 13600 \times 10 \times h_0 \Rightarrow h_0 = 0.75 \text{ m Hg} = 75 \text{ cm Hg}$$

فشار کل در ظرف قبل از اضافه کردن مایع برابر است با:

$$P_1 = P_0 + h_0 \cdot \frac{P_{\text{جیوه}} = 5 \text{ cmHg}}{h_0 = 75 \text{ cmHg}} \rightarrow P_1 = 5 + 75 = 80 \text{ cmHg}$$

باید فشار ناشی از مایع اضافه شده را به دست آوریم. برای این منظور لازم

است ابتدا ارتفاع مایع اضافه شده را محاسبه کنیم:

$$V = Ah \xrightarrow{\frac{V=544 \text{ cm}^3}{A=20 \text{ cm}^2}} 544 = 20 \cdot h \Rightarrow h = 27.2 \text{ cm}$$

باید این ارتفاع به ارتفاع معادل جیوه که همان فشار ناشی از مایع اضافه شده

برحسب سانتی‌متر جیوه است تبدیل شود:

حالا می‌توانیم فشار پیمانه‌ای گاز ( $P_g$ ) را به دست آوریم:

$$P_g = P_{\text{کاز}} - P_o = \rho_2 g h_2 - \rho_1 g h_1$$

$$= 1300 \times 10 \times \frac{2}{10} - 1000 \times 10 \times \frac{3}{10}$$

$$\Rightarrow P_g = 26000 - 30000 = -4000 \text{ Pa}$$

(فیزیک ۱- صفحه ۳۸)

(مهم‌رضا فارسی)

۱۰۸- گزینه «۲»

برای محاسبه نیرویی که مایع به‌طور عمود بر کف ظرف وارد می‌کند، ابتدا فشار ناشی از مایع را در کف ظرف محاسبه کرده و سپس در سطح مقطع قسمت پهن استوانه ضرب می‌کنیم:

$$F_{\perp} = P \times A \Rightarrow F_{\perp} = (\rho g h) \times A$$

$$\Rightarrow F_{\perp} = 1200 \times 10 \times 0 / 3 \times 50 \times 10^{-4} \Rightarrow F_{\perp} = 18 \text{ N}$$

(فیزیک ۱- صفحه‌های ۳۳ تا ۳۸)

(رحمت‌اله شیراز/زه‌سماکوش)

۱۰۹- گزینه «۴»

با وزش شدید باد، تندی حرکت هوا در سطح آب دریا و اقیانوس افزایش پیدا می‌کند. در نتیجه طبق اصل برنولی، فشار هوا در سطح آب، کاهش می‌یابد. کاهش فشار هوا در سطح آب دریا، باعث می‌شود نیروی بالابر خاصی بر آن وارد شده و ارتفاع موج‌ها بیشتر از ارتفاع میانگین شود.

(فیزیک ۱- صفحه‌های ۳۴ تا ۳۶)

(مسلم نادری)

۱۱۰- گزینه «۳»

موارد (الف) و (ت) نادرست‌اند، زیرا:

(الف) علت یخشدن جوهر در آب، حرکت کاتوره‌ای مولکول‌های آب است.  
(ت) برای شارهای در حال حرکت در یک لوله استوانه‌ای با سطح مقطع متغیر، با دو برابر شدن شعاع مقطع لوله، تندی شار  $\frac{1}{4}$  برابر می‌شود:

$$A_1 v_1 = A_2 v_2 \Rightarrow \pi r_1^2 v_1 = \pi r_2^2 v_2 \xrightarrow{r_2 = 2r_1} v_2 = \frac{1}{4} v_1$$

(فیزیک ۱- صفحه‌های ۲۵، ۳۰، ۳۶ و ۳۵)

$$\rho h = \rho_{\text{جیوه}} h_2 \xrightarrow{\rho = \frac{2 \text{ g}}{\text{cm}^3}, h = 27/2 \text{ cm}}$$

$$\rho_{\text{جیوه}} = 13/6 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}$$

$$2 \times 27/2 = 13/6 h_2 \Rightarrow h_2 = 4 \text{ cm Hg} \Rightarrow \Delta P = 4 \text{ cmHg}$$

به عبارت دیگر فشار ناشی از مایع اضافه شده، همان افزایش فشار در کف ظرف است. اکنون می‌توانیم درصد افزایش فشار در کف ظرف را به دست آوریم:

$$\text{درصد افزایش فشار} = \frac{\Delta P}{P_1} \times 100 = \frac{4}{80} \times 100 = 5\%$$

(فیزیک ۱- صفحه‌های ۳۲ تا ۴۰)

(زهره آقاممیری)

۱۰۶- گزینه «۲»

ابتدا فشار هوای محل آزمایش را بر حسب پاسکال محاسبه می‌کنیم:

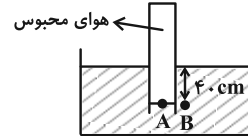
$$P_o = \rho_{\text{جیوه}} g h \xrightarrow{h = 75 \text{ cm} = 0.75 \text{ m}}$$

$$\rho_{\text{جیوه}} = 13600 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}, g = 10 \frac{\text{N}}{\text{kg}}$$

$$P_o = 13600 \times 10 \times 0.75 \Rightarrow P_o = 102000 \text{ Pa}$$

اکنون با مساوی قرار دادن فشار در نقاط هم‌تراز A و B، داریم:

$$P_A = P_B \Rightarrow P_{\text{هوای محبوس}} = \rho_{\text{مایع}} g h + P_o$$



$$\rho_{\text{مایع}} = 2500 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}, g = 10 \frac{\text{N}}{\text{kg}}$$

$$h = 0.4 \text{ m}, P_o = 102000 \text{ Pa}$$

$$P_{\text{هوای محبوس}} = 2500 \times 10 \times 0.4 + 102000 = 112000 \text{ Pa}$$

در نهایت نیروی وارد بر انتهای بسته لوله برابر است با:

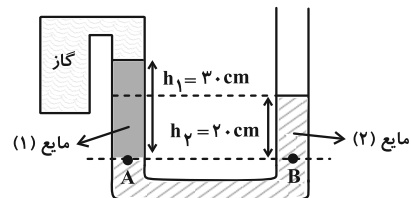
$$F = P A \xrightarrow{A = 1/5 \times 10^{-4} \text{ m}^2} F = 112000 \times 1/5 \times 10^{-4} = 16/8 \text{ N}$$

(فیزیک ۱- صفحه‌های ۳۲ تا ۳۸)

(علیرضا جباری)

۱۰۷- گزینه «۴»

در شکل زیر، فشار در دو نقطه هم‌تراز A و B را برابر با هم قرار می‌دهیم:



$$P_A = P_B \Rightarrow \rho_1 g h_1 + P_{\text{کاز}} = \rho_2 g h_2 + P$$



## شیمی ۳

## گزینه «۱»

(یاسر راش)

بررسی موارد:

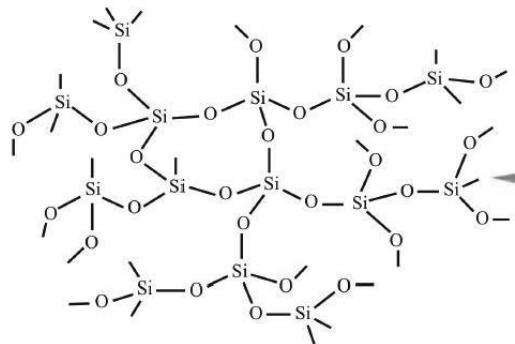
الف) درست؛ آلومینیم اکسید ( $Al_2O_3$ ) به دلیل فراوانی بالا پس از سیلیس، سهم عظیمی در بین مواد تشکیل دهنده خاک رس دارد. بنابراین در مقایسه با سایر اکسیدهای فلزی موجود در خاک رس (مانند اکسید آهن یا اکسید سدیم)، اکسید آلومینیم دارای بیشترین درصد جرمی است. جدول زیر را ببینید:

| ماده      | $SiO_2$ | $Al_2O_3$ | $H_2O$ | $Na_2O$ | $Fe_2O_3$ | $MgO$ | Au و دیگر مواد |
|-----------|---------|-----------|--------|---------|-----------|-------|----------------|
| درصد جرمی | ۴۶/۲۰   | ۳۷/۲۴     | ۱۳/۳۲  | ۱/۲۴    | ۰/۹۶      | ۰/۴۴  | ۰/۱            |

ب) درست؛ در فرایند پخت سفالینه، افزایش درصد جرمی سیلیس در مقایسه با سایر اجزا، به دلیل سهم جرمی اولیه و بزرگ تر آن در ترکیب بیشتر است. هنگامی که اجزای فرآر مانند آب از دست می روند، جرم کل کاهش می یابد اما جرم  $SiO_2$  ثابت می ماند. این کاهش در مخرج کسر (جرم کل)، باعث می شود که سهم نسبی  $SiO_2$  به دلیل بزرگ تر بودن سهم جرمی آن در مقایسه با سایر اجزا، بیشترین اختلاف درصد جرمی را در محصول نهایی تجربه کند.

پ) نادرست؛ ساختار ذره ای مواد مولکولی مانند آب، که بیش از ۱۰٪ جرمی از کل اجزای خاک رس را تشکیل می دهند، به صورت مولکول های مجزا (مشابه شکل صورت سوال) است.

ت) نادرست؛ دو ماده  $SiO_2$  و  $Al_2O_3$  با بیشترین درصد جرمی در میان اجزای سازنده خاک رس، به ترتیب دارای ساختارهای شبکه ای کوالانسی و شبکه یونی عظیم هستند و تفاوت اصلی میان ساختار ذرات آن ها در الگو و نظم شبکه و همچنین نوع ذرات آن هاست، نه صرفاً نوع پیوند! شبکه یونی  $Al_2O_3$  از یون های مثبت و منفی تشکیل شده است اما ساختار  $SiO_2$  به صورت شبکه ای متشکل از پیوندهای اشتراکی میان اتم ها بسیار در مقیاس گسترده است؛



(شیمی ۳- شیمی پلوه ای از هنر، زیبایی و ماندگاری؛ صفحه های ۶۹ و ۷۰)

## ۱۱۲- گزینه «۴»

(یاسر راش)

ابتدا یک نمونه صد گرمی از خاک رس قبل از تبخیر رطوبت درون آن را در نظر می گیریم. در این نمونه ۴۰ گرم  $SiO_2$  (سیلیس)، ۱۰ گرم رطوبت ( $H_2O$ ) و ۵۰ گرم از سایر مواد تشکیل دهنده خاک رس وجود دارد. جرم رطوبت تبخیر شده را حساب می کنیم. بر اثر پخت نمونه اولیه خاک رس، جرم اجزای تشکیل دهنده آن تغییر نمی کند و فقط از مقدار آب درون آن کاسته می شود و جرم نمونه را کاهش داده و ترکیب درصد اجزای تشکیل دهنده نمونه خاک رس را تغییر می دهد. بنابراین اگر جرم رطوبت کاسته شده از این نمونه را برابر X در نظر بگیریم، می توان نوشت:

$$100 \times \frac{\text{جرم } H_2O}{\text{جرم نمونه فراوری شده}} = \text{درصد جرمی ثانویه رطوبت}$$

$$\Rightarrow 1 = \frac{100 - X}{100 - X} \times 100$$

$$100 - X = 1000 - 100X \Rightarrow 99X = 900 \Rightarrow X = \frac{900}{99} = \frac{100}{11} \text{ g } H_2O$$

بنابراین جرم نمونه پس از پخت نمونه خاک رس برای تهیه ماده سرامیکی،

$$\text{به } \frac{100}{11} - 100 \text{ یا } \frac{1000}{11} \text{ گرم می رسد. بنابراین می توان درصد جرمی}$$

سیلیس در نمونه فراوری شده را حساب کرد:

$$100 \times \frac{\text{جرم اولیه } SiO_2}{\text{جرم نمونه فراوری شده}} = \text{درصد جرمی ثانویه سیلیس}$$

$$\Rightarrow \%SiO_2 = \frac{40}{1000} \times 1000 = \%44$$

بنابراین درصد جرمی سیلیس از ۴۰٪ در نمونه خام خاک رس به ۴۴٪ در نمونه فراوری شده برای تهیه ماده سرامیکی رسیده و در واقع ۴٪ افزایش داشته است.

(شیمی ۳- شیمی پلوه ای از هنر، زیبایی و ماندگاری؛ صفحه های ۶۹ و ۷۰)

## ۱۱۳- گزینه «۳»

(مجتبی محبوب)

عبارت گزینه «۳» طبق خود را بیازماید صفحه ۷۱ کتاب درسی درست است. بررسی گزینه های نادرست:

(۱) استفاده از واژه مولکول برای جامدات کوالانسی نادرست است.

(۲) چینش اتم ها تنها در الماس سه بعدی بوده و در گرافیت دوبعدی است. همچنین سختی بالا از جمله ویژگی های الماس است.

(۴) چگالی یا همان نسبت جرم به حجم در الماس که فقط شامل پیوندهای یگانه است بیشتر از گرافیت است، که گرافیت علاوه بر پیوندهای یگانه، پیوند دوگانه نیز دارد.

(شیمی ۳- شیمی پلوه ای از هنر، زیبایی و ماندگاری؛ صفحه های ۷۱ و ۷۲)

(برگرفته از فود را بیازماید)



## ۱۱۴ - گزینه «۴»

(ندرا حسین پورمقدم)

بررسی گزینه‌ها:

- (۱) نادرست؛ یخ و گرافن هر دو شفاف هستند.  
 (۲) نادرست؛ طبق متن کتاب درسی سیلیسیم در طبیعت به صورت خالص یافت نمی‌شود.  
 (۳) نادرست؛ چینش یخ منظم و سه بعدی است. در حالی که چینش گرافن دوبعدی است ولی هر دو ساختار شش گوشه دارند.  
 (۴) درست؛ در ساختار گرافیت، هر اتم کربن با تشکیل دو پیوند یگانه و یک پیوند دوگانه و در ساختار الماس هر اتم کربن با تشکیل چهار پیوند یگانه به آرایش گاز نجیب هم‌دوره خود می‌رسد.

(شیمی ۳- شیمی پلوه‌ای از هنر، زیبایی و مانرگاری؛ صفحه‌های ۷۰ تا ۷۴)

## ۱۱۵ - گزینه «۴»

(میر جلیل ناغونی)

بررسی گزینه‌ها:

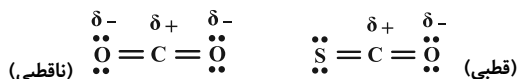
- (۱) این دو عنصر در ترکیبات مولکولی مانند کربن دی‌اکسید ( $\text{CO}_2$ ) و سیلیسیم تتراکلرید ( $\text{SiCl}_4$ ) و ترکیبات یونی مانند سدیم کربنات ( $\text{Na}_2\text{CO}_3$ ) و کلسیم سیلیکات ( $\text{Ca}_2\text{SiO}_6$ ) یافت می‌شوند.  
 (۲) گرافن و گرافیت نمونه خالص از کربن و کوارتز از نمونه‌های خالص سیلیس (نه سیلیسیم) محسوب می‌شود.  
 (۳) این دو عنصر توانایی گرفتن یا از دست دادن الکترون ندارند و یون تک اتمی  $+4$  یا  $-4$  تشکیل نمی‌دهند.  
 (۴) در ساختار یک نمونه خالص  $\text{SiO}_2$ ، بین تمامی اتم‌های  $\text{O}$  و  $\text{Si}$ ، پیوند اشتراکی برقرار است.

(شیمی ۳- شیمی پلوه‌ای از هنر، زیبایی و مانرگاری؛ صفحه‌های ۷۰ تا ۷۲)

## ۱۱۶ - گزینه «۲»

(مهمدرشا پوریاوید)

- با توجه به شکل، دو مولکول از نظر شمار جفت الکترون‌های پیوندی، مشابه هستند و تفاوت کربن دی‌اکسید و کربونیل سولفید در جهت‌گیری آن‌ها در میدان الکتریکی است. (که  $\text{CO}_2$  فاقد جهت‌گیری بوده ولی کربونیل سولفید در میدان جهت‌گیری می‌کند.) برای درک شباهت این دو مولکول در سایر موارد گفته شده، به ساختارهای زیر توجه کنید:



(شیمی ۳- شیمی پلوه‌ای از هنر، زیبایی و مانرگاری؛ صفحه‌های ۷۵ تا ۷۷)

(برگرفته از فور را بازمایید)

## ۱۱۷ - گزینه «۲»

(امسان روستایی)

بررسی موارد نادرست:

- (پ) میزان سختی الماس از گرافیت بیشتر است.  
 (ت) طول پیوند  $\text{C}-\text{C}$  (به دلیل شعاع کمتر  $\text{C}$  نسبت به  $\text{Si}$ ) کوتاه‌تر بوده و برای شکستن آن به انرژی بیشتری نیاز است.

(شیمی ۳- شیمی پلوه‌ای از هنر، زیبایی و مانرگاری؛ صفحه‌های ۷۰ تا ۷۲ و ۷۴)

## ۱۱۸ - گزینه «۴»

(پیمان فواجوی مهر)

بررسی سایر گزینه‌ها:

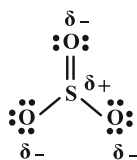
- (۱) نادرست؛ بین مولکول‌های  $\text{CH}_4$  پیوند هیدروژنی برقرار نمی‌شود.  
 (۲) نادرست؛  $\text{SO}_3$  جامد کووالانسی نیست.  
 (۳) نادرست؛  $\text{O}_3$  مولکولی قطبی است.

(شیمی ۳- شیمی پلوه‌ای از هنر، زیبایی و مانرگاری؛ صفحه‌های ۷۰ تا ۷۷)

## ۱۱۹ - گزینه «۳»

(سعید تیزرو)

- $\text{SO}_3$  با ساختار لوئیس زیر تنها ترکیبی است که دارای هر سه ویژگی مطرح شده در صورت سوال می‌باشد:



$$\frac{\text{تعداد اتم‌های کناری}}{\text{تعداد اتم مرکزی}} = \frac{3}{1} = 3$$

$$\frac{\text{تعداد جفت الکترون ناپیوندی}}{\text{تعداد جفت الکترون پیوندی}} = \frac{8}{4} = 2$$

(شیمی ۳- شیمی پلوه‌ای از هنر، زیبایی و مانرگاری؛ صفحه ۷۷)

## ۱۲۰ - گزینه «۴»

(میشی ممیوب)

- شماره قسمت C طبق شکل صفحه ۷۸ کتاب بخار آب است که دارای مولکول‌های قطبی است و برای سرد شدن وارد قسمت D یعنی سردکننده می‌شود.

بررسی سایر گزینه‌ها:

- (۱) در لوله‌های قسمت A یک شماره یونی در جریان است.  
 (۲) طبق کتاب درسی نقش قسمت B منبع ذخیره انرژی گرمایی است.  
 (۳) قسمت E مولد جریان برق است.

(شیمی ۳- شیمی پلوه‌ای از هنر، زیبایی و مانرگاری؛ صفحه ۷۸)

(برگرفته از با هم بیندیشیم)

## شیمی ۲

## ۱۲۱- گزینه «۱»

(یاسر راش)

بررسی موارد:

مورد اول: ارزش حقیقی و محرک اصلی اکتشافات اعماق دریا، نه جنبه‌های تاریخی و تزئینی، بلکه نیاز مبرم جهان به تأمین منابع فلزی حیاتی و شیمیایی است که در پوسته زمین رو به اتمام هستند.

مورد دوم: گنج اعماق دریا دو شکل اصلی دارد:

(۱) سولفید چندین فلز واسطه

(۲) در برخی مناطق دیگر کلوخه‌ها و پوسته‌های غنی از فلزهای منگنز، کبالت، آهن، نیکل، مس و ... در برخی مناطق دیگر کارایی اقتصادی آن‌ها نه تنها به غلظت، بلکه به نوع فلزات موجود (فلزات واسطه در سولفیدها در مقابل فلز موجود در کلوخه‌ها) بستگی دارد.

مورد سوم: انگیزه اکتشاف این منابع با ارزش دوگانه بوده است؛ علاوه بر کمبود منابع موجود در خشکی، نیاز فزاینده صنایع مدرن به تأمین مستمر مواد شیمیایی مورد نیاز برای تولید نیز عاملی تعیین کننده در این جستجو بوده است.

مورد چهارم: تعریف موفقیت در توسعه پایدار دقیقاً همین است: رسیدن به وضعیتی که در آن، مجموع تأثیرات منفی بر سه رکن اصلی (اقتصاد، اجتماع و محیط زیست) به پایین‌ترین حد ممکن کاهش یافته باشد. در شیمی دهم آموختید که براساس توسعه پایدار باید در تولید یک ماده یا عرضه خدمات، همه هزینه‌ها و ملاحظه‌های اقتصادی، اجتماعی و زیست محیطی را در نظر گرفت به طوری که اگر مجموع هزینه‌های بهره‌برداری از یک معدن با در نظر گرفتن این ملاحظه‌ها، کمترین مقدار ممکن باشد، در آن صورت در مسیر پیشرفت پایدار حرکت می‌کنیم.

مورد پنجم: منابع دریایی (سولفیدها و کلوخه‌ها) حاوی فلزات با ترکیبات پیچیده و خلوص پایین هستند که نیاز به روش‌های انتخابی شیمیایی دارند. این فرایندها باید دائماً بهینه‌سازی شوند تا هم فلز مورد نظر با خلوص بالا جداسازی شود و هم اثرات زیست محیطی به حداقل برسد.

(شیمی ۲- قدر هدایای زمینی را بدانیم؛ صفحه‌های ۲۵ تا ۲۷)

## ۱۲۲- گزینه «۱»

(یاسر راش)

با توجه به جدول زیر، کیسه پلاستیکی بر اثر دفن شدن، تجزیه نشده و برای سالیان طولانی در زمین باقی می‌ماند، در حالی که پاکت کاغذی تجزیه می‌شود، اما در فرایند تجزیه شدن، گاز متان تولید می‌کند که آلاینده هوا است.

| مراحل چرخه عمر | پاکت کاغذی   | کیسه پلاستیکی  |
|----------------|--|--|
| دفن کردن       | تجزیه می‌شود اما گاز متان تولید می‌کند که آلاینده هوا است. | تجزیه نمی‌شود و در زمین برای سالیان طولانی باقی می‌ماند.                                 |
| دفع            | سبب انتشار گازهای گلخانه‌ای و آلودگی هوا می‌شود.           | سبب انتشار گازهای گلخانه‌ای و آلودگی هوا می‌شود.   |
| بازیافت        | حمل و نقل پسماندهای کاغذی سبب آلودگی هوا می‌شود.           | حمل و نقل پسماندهای پلاستیکی و ذوب کردن آن‌ها انرژی مصرف می‌کند و سبب آلودگی هوا می‌شود. |

بررسی سایر گزینه‌ها:

(۲) حمل و نقل پسماندهای پلاستیکی همانند حمل و نقل پسماندهای کاغذی سبب آلودگی هوا می‌شود.

(۳) سوزاندن زباله هر دو مورد، سبب انتشار گازهای گلخانه‌ای و آلودگی هوا می‌شود.

(۴) هر سه مرحله دفع پاکت‌های کاغذی می‌تواند باعث آلودگی هوا شود.

(شیمی ۲- قدر هدایای زمینی را بدانیم؛ صفحه ۲۹)

## ۱۲۳- گزینه «۳»

(نرا مسین پورمقدم)

بررسی گزینه‌ها:

(۱) نفت خام در دنیای کنونی دو نقش اساسی ایفا می‌کند. نقش نخست آن، منبع تأمین انرژی بوده و در نقش دوم ماده اولیه برای تهیه بسیاری از مواد و کالاهایی است که در صنایع گوناگون از آن‌ها استفاده می‌شود.

(۲) در استخراج ۱ کیلوگرم آهن، تقریباً ۲ کیلوگرم سنگ معدن آهن و ۱ کیلوگرم از منابع معدنی دیگر استفاده می‌شود.

(۳) با توجه به جدول زیر درست است.

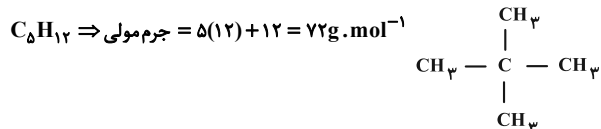
| نام سوخت | گرمای آزاد شده (kJ / g) |
|----------|-------------------------|
| بنزین    | ۴۸                      |
| زغال سنگ | ۳۰                      |

(۴) انرژی ذخیره شده حاصل از بازیافت هفت قوطی فولادی می‌تواند یک لامپ ۶۰ واتی را در حدود ۲۵ ساعت روشن نگه دارد.

(شیمی ۲- قدر هدایای زمینی را بدانیم؛ صفحه‌های ۲۸، ۳۰ و ۳۶)

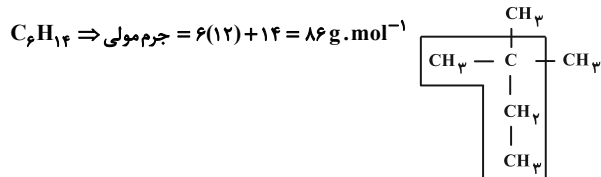
## ۱۲۴- گزینه «۳»

(رسول عابدینی زواره)



۲-۲ دی متیل پروپان

با قرار گرفتن اتیل به جای یکی از شاخه‌های متیل ترکیب زیر حاصل می‌شود.



۲-۲ دی متیل بوتان

$$\frac{86 - 72}{72} \times 100 = 19.4\%$$

(شیمی ۲- قدر هدایای زمینی را بدانیم؛ صفحه‌های ۳۷ تا ۴۰)

## ۱۲۵- گزینه «۱»

(امسان روستایی)

بررسی گزینه‌ها:

(۱) فرمول مولکولی این ترکیب  $C_{13}H_{28}$  است. پس برای درصد جرمی

$$\%C = \frac{13 \times 12}{(13 \times 12) + 28} \times 100 = \frac{156}{184} \times 100 = 84.78\% \approx 85\%$$

(۲) این ترکیب ناقصی بوده و در میدان الکتریکی جهت‌گیری نمی‌کند.

(۳) نام درست این ترکیب ۴-۶ دی اتیل -۳ متیل اوکتان است.

(۴) نخستین عضو خانواده آلکن‌ها، اتن با ۲ کربن است و نفتالن هم ۱۰ کربن دارد که در مجموع ۱۲ کربن دارند و با تعداد کربن این ترکیب برابر نمی‌باشد.

(شیمی ۲- قدر هدایای زمینی را بدانیم؛ صفحه‌های ۳۳ تا ۴۰ و ۴۳)

## ۱۲۶- گزینه «۳»

(مبیر جلیل ناغونی)

به جز مقایسه سوم، سایر مقایسه‌ها درست است.

بررسی موارد:

• هپتان ( $C_7H_{16}$ ) به دلیل بیشتر بودن اندازه و جرم مولی، نسبت به بوتان ( $C_4H_{10}$ ) نیروی بین مولکولی قوی‌تری دارد.





## شیمی ۱

## گزینه «۴» - ۱۳۱

(ممد رضا یمشیری)

بررسی نادرستی سایر گزینه‌ها:

- (۱) با توجه به رابطه  $4I + 2 = 2$  گنجایش زیرلایه‌ای با  $I = 2$  برابر ۱۰ است.  
 (۲) زیرلایه  $d$  ۲۰ عنصر در جدول تناوبی (یعنی تا عنصر کلسیم با عدد اتمی ۲۰) خالی از الکترون است.  
 (۳) با دور شدن از هسته اتم، تفاوت انرژی میان دو لایه متوالی کمتر می‌شود و انرژی لایه‌ها بیشتر می‌شود.

(شیمی ۱- کیهان زارگه الفبای هستی؛ صفحه‌های ۲۴ و ۲۷ تا ۳۰)

## گزینه «۱» - ۱۳۲

(امسان روستایی)

در بین عناصر دوره سوم، عناصر  $Na$  و  $Al$  دارای زیرلایه یک الکترونی هستند.در بین عناصر دوره چهارم، عناصر با عدد اتمی ۲۹ تا ۳۶ دارای زیرلایه  $d$  پر هستند که تعداد آن‌ها ۸ تا است.

(شیمی ۱- کیهان زارگه الفبای هستی؛ صفحه‌های ۳۰ تا ۳۳)

## گزینه «۳» - ۱۳۳

(ندا عسین پورمقدم)

بررسی گزینه‌ها:

- (۱) نادرست؛ انرژی زیرلایه‌ها به  $n$  و  $n+1$  وابسته است به طوری که اگر  $n+1$  برای دو یا چند زیرلایه یکسان باشد، زیرلایه با  $n$  بزرگ‌تر، انرژی بیشتری دارد و دیرتر از الکترون پر می‌شود. مطابق قاعده آفبا، هنگام افزودن الکترون به زیرلایه‌ها، نخست زیرلایه‌های نزدیک‌تر به هسته پر می‌شود که دارای انرژی کمتری هستند ( $n+1$  کوچک‌تر) و سپس زیرلایه‌های دورتر از هسته پر خواهند شد که دارای انرژی بیشتری هستند ( $n+1$  بزرگ‌تر).

(۲) نادرست؛ طبق متن کتاب درسی در ساختار لایه‌ای اتم الکترون در هر لایه‌ای که باشد در همه نقاط پیرامون هسته حضور می‌یابد اما در برخی بخش‌ها احتمال حضور بیشتری دارد.

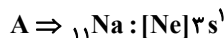
(۳) درست؛ با توجه به کتاب درسی

(۴) نادرست؛ با استفاده از قاعده آفبا آرایش الکترونی اغلب عناصر جدول تناوبی به درستی قابل پیش‌بینی است اما برای اتم برخی از عناصر جدول نارسایی دارد مانند ( $Cr$ ،  $Cu$  و ...) که امروزه به کمک روش‌های طیف‌سنجی پیشرفته، آرایش الکترونی چنین اتم‌هایی را با دقت تعیین می‌کنند.

(شیمی ۱- کیهان زارگه الفبای هستی؛ صفحه‌های ۲۶ تا ۳۲)

## گزینه «۱» - ۱۳۴

(امسان روستایی)



بررسی گزینه‌ها:

- (۱) یون عنصر  $A$  به آرایش  $Ne$  و یون عنصر  $B$  به آرایش  $Ar$  می‌رسد.  
 (۲) اتم  $A$  یون  $A^+$  و اتم  $B$  یون  $B^{2-}$  را تشکیل می‌دهد که فرمول شیمیایی ترکیب حاصل از آن‌ها  $A_2B$  است.  
 (۳) عنصر  $B$  در گروه ۱۶ و دوره ۳ جدول تناوبی قرار دارد. پس اختلاف شماره گروه و دوره آن برابر ۱۳ است.

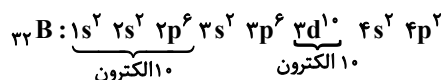
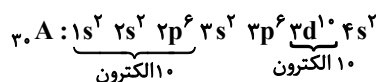
(۴) همان  $Na$  و  $B$  همان  $S$  است که تفاوت عدد اتمی آن‌ها برابر ۵ است.

(شیمی ۱- کیهان زارگه الفبای هستی؛ صفحه‌های ۳۰ تا ۳۸، ۳۹ و ۳۸)

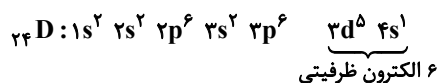
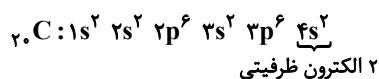
## گزینه «۳» - ۱۳۵

(ممد رضا پورجاوید)

با توجه به آرایش الکترونی  $A$  و  $B$ ، در هر دو عنصر، تعداد الکترون‌های با عدد کوانتومی  $l = 2$  (زیرلایه  $d$ ) با تعداد الکترون‌های موجود در دو لایه اول الکترونی (زیرلایه‌های  $s$ ،  $p$  و  $s$ ) برابر است:



در عنصر  $A$  الکترون‌های موجود در زیرلایه‌های  $s$  و  $d$  (در مجموع ۱۲ الکترون) به عنوان الکترون ظرفیتی در نظر گرفته می‌شوند و الکترون‌های موجود در زیرلایه‌های  $s$  و  $p$  (در مجموع ۴ الکترون) نیز الکترون‌های ظرفیتی عنصر  $B$  را تشکیل می‌دهند. تعداد الکترون‌های ظرفیتی عنصرهای  $C$  و  $D$  نیز برابر است با:

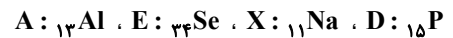


(شیمی ۱- کیهان زارگه الفبای هستی؛ صفحه‌های ۳۰ تا ۳۳)



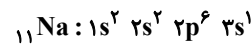
## ۱۳۶- گزینه «۳»

(میدر جلیل ناغونی)



بررسی گزینه‌ها:

(۱) آرایش الکترونی سدیم به شکل زیر است:

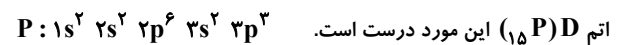


مجموع اعداد کوانتومی اصلی

$$2 \times 1 + 2 \times 2 + 6 \times 2 + 1 \times 3 = 21$$

برای  $3s^1$  برای  $2p^6$  برای  $2s^2$  برای  $1s^2$ 

دقت کنید که پتاسیم (اولین عنصر دوره چهارم) دارای عدد اتمی ۱۹ است.

(۲) از واکنش آلومینیم با اکسیژن ترکیب با فرمول شیمیایی  $\text{Al}_2\text{O}_3$  تشکیل می‌شود که نسبت شمار آنیون به کاتیون در آن برابر ۱/۵ است.(۳) مجموع شمار الکترون‌های ظرفیتی E ( ${}_{34}\text{Se}$ ) و A ( ${}_{13}\text{Al}$ ) برابر ۹ (۶ تا برای Se و ۳ تا هم برای Al است) که مطابق آرایش الکترونی

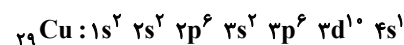
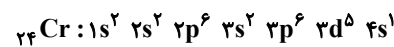
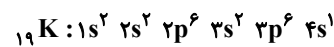
(۴) فقط در بیرونی‌ترین زیرلایه اتم فسفر ۳ الکترون یافت می‌شود.

(شیمی ۱- کیهان زاگله الفبای هستی: صفحه‌های ۳۰ تا ۳۸)

## ۱۳۷- گزینه «۳»

(موشیر نیازی)

عنصری از دوره چهارم که آخرین زیرلایه S آن (زیرلایه ۴s) نیمه پر است می‌تواند یکی از عناصر زیر باشد:



بررسی گزینه‌ها:

(۱) عنصر  ${}_{19}\text{K}$  دارای ۸ الکترون با  $n=3$  است اما به علت وجود الکترون در زیرلایه ۳d عناصر  ${}_{24}\text{Cr}$  و  ${}_{29}\text{Cu}$ ، این عناصر تعداد الکترون‌های بیشتری در لایه سوم خود (با  $n=3$ ) دارند.(۲) عناصر  ${}_{19}\text{K}$  و  ${}_{29}\text{Cu}$  تنها یک زیرلایه نیمه پر در ساختار خود دارند (۴s)، اما در آرایش الکترونی  ${}_{24}\text{Cr}$  علاوه بر زیرلایه ۴s، زیرلایه ۳d هم نیمه پر است.(۳) هر سه عنصر  ${}_{19}\text{K}$ ،  ${}_{24}\text{Cr}$  و  ${}_{29}\text{Cu}$  فلز بوده و با اکسیژن واکنش داده و با از دست دادن الکترون ترکیب یونی تشکیل می‌دهند.(۴) تعداد الکترون ظرفیت  ${}_{19}\text{K}$  برابر با یک است و با از دست دادن آن به آرایش پایدار هشت‌تایی می‌رسد ولی برای عناصر  ${}_{24}\text{Cr}$  و  ${}_{29}\text{Cu}$  این گونه نیست و تعداد الکترون‌های ظرفیت آن‌ها به ترتیب برابر با ۶ و ۱۱ است و با از دست دادن الکترون و تشکیل یون به آرایش هشت‌تایی نمی‌رسند.

(شیمی ۱- کیهان زاگله الفبای هستی: صفحه‌های ۳۰ تا ۳۹)

## ۱۳۸- گزینه «۱»

(ممد رضا پورچاویر)

با توجه به آرایش‌های الکترونی لایه ظرفیت، یون‌های پایدار حاصل از عنصرهای مورد نظر عبارتند از:  $A^+$ ،  $B^{3-}$ ،  $C^{2+}$ ،  $D^{2-}$

به این ترتیب فرمول شیمیایی ترکیب‌های یونی حاصل از این یون‌ها و نسبت تعداد آنیون به کاتیون آن‌ها برابر است با:

| فرمول شیمیایی | $A_3B$ | $A_2D$ | $C_3B_3$ | CD |
|---------------|--------|--------|----------|----|
| تعداد آنیون   | ۱      | ۱      | ۲        | ۱  |
| تعداد کاتیون  | ۳      | ۲      | ۳        | ۱  |

(شیمی ۱- کیهان زاگله الفبای هستی: صفحه‌های ۳۰ تا ۳۹)

## ۱۳۹- گزینه «۱»

(پیمان فواجوی مهر)

نسبت شماره گروه به دوره در  $Zn$  برابر ۳ (۱۲/۴) است.

بررسی سایر گزینه‌ها:

(۲) نادرست؛ مجموع  $n+1$  برای الکترون‌های ظرفیت  ${}_{31}\text{Ga}$  برابر ۱۳ است.

(۳) نادرست؛ عنصر E، عنصر  ${}_{34}\text{Ge}$  است که اختلاف عدد اتمی آن با  ${}_{36}\text{Kr}$  برابر ۴ است.

(۴) نادرست؛ در این پنج عنصر، سه فلز واسطه و یک فلز اصلی (گالیم) وجود دارد.

(شیمی ۱- کیهان زاگله الفبای هستی: صفحه‌های ۲۸ تا ۳۴)

## ۱۴۰- گزینه «۳»

(یاسر راش)

موارد (الف) و (ت) درست هستند.

بررسی موارد:

(الف) طبق متن کتاب درسی مورد الف درست است. رفتار شیمیایی هر اتم به شمار الکترون‌های ظرفیت آن بستگی دارد. به‌طور که می‌توان دستیابی به آرایش گاز نجیب را مبنای رفتار آن‌ها دانست. در واقع اتم‌ها می‌توانند با دادن الکترون، گرفتن الکترون و نیز به اشتراک گذاشتن آن به آرایش یک گاز نجیب برسند یا هشت‌تایی شوند تا پایدارتر گردند.

(ب) یون‌ها در ترکیبات یونی دوتایی لزوماً دارای بار یکسان نیستند؛ برای مثال،  $\text{CaO}$  از یون‌های با بار  $+2$  و  $-2$ ،  $\text{Al}_2\text{O}_3$  از یون‌های  $+3$  و  $-2$  تشکیل شده‌اند که نسبت‌ها براساس خنثی‌سازی بار تعیین می‌شود، اما هر دو مثال بیان شده در دسته ترکیبات یونی دوتایی قرار می‌گیرند، زیرا از دو نوع عنصر تشکیل شده‌اند.

(پ) معمولاً به اشتراک گذاشتن الکترون برای رسیدن به آرایش هشت‌تایی منجر به تشکیل پیوند کووالانسی می‌شود و فراورده نهایی معمولاً یک ترکیب مولکولی است. (نه یونی!)

(ت) فسفر دارای ۵ الکترون ظرفیت است و در رسم آرایش الکترون - نقطه‌ای آن ابتدا چهار الکترون را به صورت منفرد و سپس الکترون پنجم را به صورت جفت در کنار یکی از الکترون‌های دیگر قرار می‌دهیم و در نهایت آرایش الکترون - نقطه‌ای ( $\text{P} \cdot \cdot \cdot$ ) حاصل می‌شود.

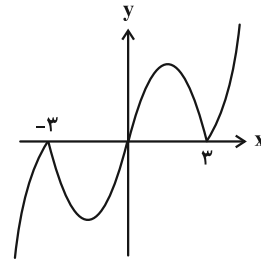
(شیمی ۱- کیهان زاگله الفبای هستی: صفحه‌های ۳۴ تا ۴۰)

## حسابان ۲ - پیشروی سریع

گزینه «۳» - ۱۴۱

(سامان سلامیان)

نقاطی که تابع  $f$  می‌تواند در آن‌ها مشتق‌ناپذیر باشد، ریشه‌های داخل قدرمطلق است. با حساب کردن مقادیر مشتق چپ و راست در آن نقاط درمی‌یابیم که برای هر کدام از این نقاط، این دو مقدار با هم برابر نیستند. مشتق‌ناپذیری تابع در  $x = 3$  و  $x = -3$  از روی نمودار آن نیز معلوم است:



(حسابان ۲ - مشتق؛ مشابه مثال صفحه ۸۶)

گزینه «۳» - ۱۴۲

(شاهین پروازی)

تابع  $f(x)$  در  $x = 2$  پیوسته نیست، پس در  $x = 2$  مشتق‌پذیر نیست. توابع  $g(x)$  و  $k(x)$  در  $x = 2$  پیوسته‌اند ولی مشتق چپ و راست برابر ندارند، پس مشتق‌پذیر نیستند. اکنون تابع  $h(x)$  را بررسی می‌کنیم:

تابع  $h$  در  $x = 2$  پیوسته است  $\Rightarrow \lim_{x \rightarrow 2^+} h(x) = \lim_{x \rightarrow 2^-} h(x) = h(2) = 0$

$$h'_+(2) = \lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{[x]}{x-2} = \lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{x-2}{[x]} = 0$$

به طریق مشابه  $h'_-(2) = 0$ چون  $h'_+(2) = h'_-(2) = 0$ ، پس تابع  $h$  در  $x = 2$  مشتق‌پذیر است.

(حسابان ۲ - مشتق؛ صفحه‌های ۸۴ تا ۸۹)

گزینه «۱» - ۱۴۳

(امیر حسن زاده فرخ)

طبق قضیه صفحه ۸۶ کتاب درسی حسابان ۲، اگر تابع  $f$  در  $x = a$  مشتق‌پذیر باشد، آنگاه  $f$  در  $a$  پیوسته است.

لذا داریم:  $\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = f(1)$ ؛ شرط پیوستگی

$$\Rightarrow a(1)^2 + 1 = b(1) - 2 \Rightarrow a + 1 = b - 2 \Rightarrow b = a + 3 \quad (1)$$

$$f'_+(1) = \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{f(x) - f(1)}{x - 1}$$

همچنین:

$$= \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{ax^2 + 1 - (a+1)}{x-1} = \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{a(x^2 - 1)}{x-1}$$

$$= \lim_{x \rightarrow 1^+} a(x+1) = 2a$$

$$f'_-(1) = \lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{f(x) - f(1)}{x - 1} = \lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{bx - 2 - (b-2)}{x-1}$$

$$= \lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{b(x-1)}{x-1} = b$$

$$\text{باید: } f'_-(1) = f'_+(1) \Rightarrow b = 2a \quad (2)$$

$$(1), (2) \rightarrow \begin{cases} b = 2a \\ b = a + 3 \end{cases} \Rightarrow 2a = a + 3 \Rightarrow a = 3, b = 6$$

در نتیجه  $a + b = 9$ .

(حسابان ۲ - مشتق؛ مشابه تمرین ۶ صفحه ۱۰۰)

گزینه «۱» - ۱۴۴

(حامد معنوی)

خط  $L$  از نقاط  $A(0, -5)$  و  $B(\frac{5}{3}, 0)$  می‌گذرد، بنابراین شیب خط  $L$  به صورت زیر به دست می‌آید:

$$m_L = \frac{0 + 5}{\frac{5}{3} - 0} = 3 \Rightarrow L: y = 3x - 5 \Rightarrow f'(1) = 3, f(1) = -2$$

$$f(1) = -2 \Rightarrow 1 + m + n - 1 = -2 \Rightarrow m + n = -2 \quad (1)$$

$$f'(x) = 3x^2 + 2mx + n \Rightarrow f'(1) = 3 + 2m + n = 3$$

$$\Rightarrow 2m + n = 0 \quad (2)$$

$$(1), (2) \rightarrow \begin{cases} m + n = -2 \\ 2m + n = 0 \end{cases} \Rightarrow m = 2, n = -4$$

بنابراین  $m - n = 6$ .

(حسابان ۲ - مشتق؛ صفحه‌های ۹۲ و ۹۳)

گزینه «۲» - ۱۴۵

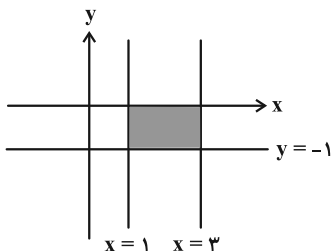
(علی تازی ایبانه)

$$f(x) = \sqrt[3]{x^2 - 4x + 3} \Rightarrow f'(x) = \frac{2x - 4}{3\sqrt[3]{(x^2 - 4x + 3)^2}} = 0$$

$$\Rightarrow x = 2 \Rightarrow f(2) = \sqrt[3]{4 - 8 + 3} = -1$$

مشتق تابع  $f$  در  $x = 2$  برابر صفر است و  $y = -1$  خط مماس بر منحنی نمودار  $f$  است. (مماس افقی)

مشتق تابع  $f$  در  $x = 1$  و  $x = 3$  (ریشه‌های مخرج) تعریف نشده است و خطوط مماس در این نقاط بر نمودار تابع، قائم است.

با توجه به شکل زیر، مساحت خواسته شده برابر  $2 \times 1 = 2$  می‌باشد.

(حسابان ۲ - مشتق؛ صفحه‌های ۸۸، ۸۹، ۹۳ و ۹۶)

گزینه «۴» - ۱۴۶

(موسان کورزی)

به ازای  $x \rightarrow -1^-$  حاصل  $x + 8$  و  $x + 9$  منفی است. همچنین عبارت

$|x + 10|$  به ازای  $x \rightarrow (-10)^+$ ، برابر  $x + 10$  و به ازای

$x \rightarrow (-10)^-$ ، برابر  $-(x + 10)$  است. به ازای  $x \rightarrow (-10)^+$ ، ضابطه

تابع به صورت زیر می‌شود:

$$y = |x(x+1)| \dots (x+9) + |x+10| + (-x-8)(-x-9)$$

و در همسایگی راست  $x = 1$  داریم  $|x^3 - 1| = x^3 - 1$  پس:

$$x \rightarrow 1^+ : g(x) = \frac{x^3 - 1}{f(x) + 1} \rightarrow \text{عامل صفرشونده صورت}$$

$$g'_+(1) = (x^3 - 1)'_{x=1} \times \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{1}{f(x) + 1} = (3 \times 1^2) \times \left(\frac{1}{2+1}\right) = 1$$

$$|g'_+(1) - g'_-(1)| = \left|1 - \left(-\frac{3}{2}\right)\right| = \frac{5}{2}$$

(مسئله ۲- مشتق: صفحه‌های ۸۷ تا ۹۳)

(نیمه مهندسی)

۱۵- گزینه «۴»

طبق فرض، خطوط مماس مورد نظر، با محورهای مختصات زوایای حاده یکسان می‌سازند، پس شیب آن‌ها فقط مقادیر  $\pm 1$  می‌تواند باشد. پس باید جواب‌های معادله  $f'(x) = \pm 1$  را پیدا کنیم:

$$f'(x) = 1 \Rightarrow \frac{2x^2 + x - 1}{(2x-1)(x+1)} = 0 \Rightarrow x = -1 \text{ یا } x = \frac{1}{2}$$

$$f'(x) = -1 \Rightarrow 2x^2 + x + 1 = 0 \xrightarrow{\Delta < 0} \text{فاقد جواب}$$

حالا معادله هر یک از خطوط مماس را می‌نویسیم:

$$\begin{cases} (-1, -\frac{1}{6}) \in \ell_1 \xrightarrow{m_{\ell_1}=1} y + \frac{1}{6} = x + 1 \\ \Rightarrow y = x + \frac{5}{6} \\ (\frac{1}{2}, \frac{5}{24}) \in \ell_2 \xrightarrow{m_{\ell_2}=1} y - \frac{5}{24} = x - \frac{1}{2} \\ \Rightarrow y = x - \frac{7}{24} \end{cases}$$

$$(h+g)(\alpha) = 2\alpha + \frac{13}{24} = \frac{109}{24} \Rightarrow \alpha = 2 \text{ لذا طبق فرض داریم:}$$

حال داریم:

$$(f \circ g)'(\alpha) = f'(\alpha)g'(f(\alpha)) = f'(2) \cdot f'(f(2)) = 10 \times f'\left(\frac{22}{3}\right)$$

$$\frac{f'(-\frac{47}{6}) = f'\left(\frac{22}{3}\right)}{f'(-\frac{47}{6})} \rightarrow \frac{(f \circ g)'(\alpha)}{f'(-\frac{47}{6})} = 10$$

توجه: در تابع درجه دوم  $f'(x) = 2x^2 + x$  دو نقطه به طول  $\frac{22}{3}$

$$\frac{47}{6} - \frac{22}{3} = \frac{47}{6} - \frac{44}{6} = \frac{3}{6} = \frac{1}{2} \text{ و هم‌عرض هستند، زیرا: } \frac{b}{a} = -\frac{1}{2}$$

$$f'\left(\frac{22}{3}\right) = f'\left(-\frac{47}{6}\right)$$

(مسئله ۲- مشتق: صفحه‌های ۹۰ تا ۹۷)

$$y = |x \dots (x+9)| (x+10) + x^2 + 17x + 72$$

در نتیجه مشتق راست تابع  $y$  در  $x = -10$  برابر می‌شود با:

$$y'_+(-10) = (|x \dots (x+9)| + 2x + 17)|_{x=-10} = |(-10) \dots (-1)| - 20 + 17 = 10! - 3$$

به ازای  $x \rightarrow (-10)^-$  ضابطه تابع به صورت زیر می‌شود:

$$y = -|x \dots (x+9)| (x+10) + x^2 + 17x + 72$$

در نتیجه مشتق چپ تابع  $y$  در  $x = -10$  برابر می‌شود با:

$$y'_-(-10) = (-|x \dots (x+9)| + 2x + 17)|_{x=-10} = -|(-10) \dots (-1)| - 20 + 17 = -10! - 3$$

بنابراین مجموع مشتق‌های چپ و راست برابر است با:

$$(10! - 3) + (-10! - 3) = -6$$

(مسئله ۲- مشتق: صفحه‌های ۸۷ تا ۹۳)

۱۴۷- گزینه «۳» (روح‌اله حسینی)

$$\text{می‌دانیم } \frac{1 - \cos x}{\sin x} = \frac{\sin x}{1 + \cos x} \text{ بنابراین } f(x) = \frac{1 - \cos x}{\sin x}$$

$$h(x) = f(x) + g(x) = \frac{1 - \cos x}{\sin x} + \cot x$$

$$= \frac{1 - \cos x}{\sin x} + \frac{\cos x}{\sin x} = \frac{1}{\sin x}$$

$$h'(x) = f'(x) + g'(x) = \frac{-\cos x}{\sin^2 x} \text{ پس:}$$

$$= -\frac{\cos x}{\sin x \times \sin x} = -\cot x \times \frac{1}{\sin x} = -\frac{\cot x}{\sin x}$$

(مسئله ۲- مشتق: مشابه کار در کلاس صفحه ۹۶)

۱۴۸- گزینه «۴» (مریم زارعی)

$$h(x) = \sqrt{4 + 3f(x)} \Rightarrow h'(x) = \frac{3f'(x)}{2\sqrt{4 + 3f(x)}} \text{ داریم:}$$

$$\Rightarrow h'(1) = \frac{3f'(1)}{2\sqrt{4 + 3f(1)}} = \frac{3 \times 4}{2\sqrt{4 + 3(7)}} = \frac{3 \times 4}{2\sqrt{25}} = \frac{12}{10} = \frac{6}{5}$$

$$= \frac{12}{2\sqrt{25}} = \frac{12}{10} = \frac{6}{5}$$

(مسئله ۲- مشتق: صفحه‌های ۹۴ تا ۹۶)

۱۴۹- گزینه «۳» (شاهین پروازی)

برای محاسبه مشتق چپ تابع  $g(x)$  در  $x = 1$ ، توجه کنید که  $|x^3 - 1|$  در همسایگی چپ  $x = 1$  منفی است. پس:

$$x \rightarrow 1^- : g(x) = \frac{1 - x^3}{f(x) + 1} \rightarrow \text{عامل صفرشونده صورت}$$

$$g'_-(1) = (1 - x^3)'_{x=1} \times \lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{1}{f(x) + 1} = (-3 \times 1^2) \times \frac{1}{1+1} = -\frac{3}{2}$$

هندسه ۳- پیشروی سریع

گزینه ۳» ۱۵۱-

(امیرحسین ابومصوب)

بنابر ویژگی سهمی، هر نقطه روی سهمی، فاصله‌اش از کانون و از خط هادی آن یکسان است. ابتدا فاصله A تا خط هادی را محاسبه می‌کنیم.

$$AH = |9 - (-1)| = 10$$

در ادامه فاصله A را از نقاط داده شده بدست می‌آوریم.

$$1) AF = \sqrt{(3-1)^2 + (9-(-3))^2} = 2\sqrt{37} \quad \times$$

$$2) AF = \sqrt{(3-(-1))^2 + (9-3)^2} = 2\sqrt{13} \quad \times$$

$$3) AF = \sqrt{(3-(-3))^2 + (9-1)^2} = 10 \quad \checkmark$$

$$4) AF = \sqrt{(3-3)^2 + (9-(-3))^2} = 12 \quad \times$$

(هنر سه ۳- آشنایی با مقاطع مخروطی؛ مشابه فعالیت ۶ صفحه ۵۲)

گزینه ۱» ۱۵۲-

(فامر قاسمیان)

نوع سهمی داده شده، افقی است که دهانه آن رو به چپ باز می‌شود و داریم:

$$\begin{cases} S = (\alpha, \beta) = (4, 5) \text{ : رأس سهمی} \\ 4a = 10 \Rightarrow a = \frac{5}{2} \end{cases}$$

$$x = \alpha + a = 4 + \frac{5}{2} = \frac{13}{2} \quad \text{معادله خط هادی این سهمی عبارتست از:}$$

نقطه تقاطع دو خط مورد نظر به صورت زیر به دست می‌آید:

$$\begin{cases} x = \frac{13}{2} \\ y - 2x + 5 = 0 \end{cases} \Rightarrow y - 13 + 5 = 0 \Rightarrow y = 8$$

مختصات نقطه تقاطع  $(\frac{13}{2}, 8)$  است.

(هنر سه ۳- آشنایی با مقاطع مخروطی؛ صفحه‌های ۵۲ تا ۵۴)

گزینه ۴» ۱۵۳-

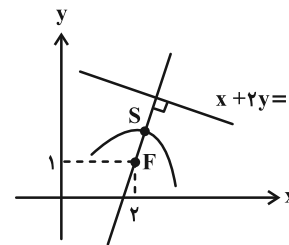
(روح‌اله سمنی)

محور تقارن سهمی که رأس سهمی

روی آن قرار دارد، خطی است که

از کانون سهمی گذشته و بر خط

هادی عمود می‌باشد.



$$\text{خط هادی سهمی: } x + 2y = 6 \Rightarrow y = -\frac{1}{2}x + 3$$

چون شیب خط هادی  $(-\frac{1}{2})$  است پس شیب محور تقارن سهمی برابر ۲ خواهد بود. بنابراین معادله محور تقارن سهمی به صورت زیر است:

$$y - 1 = 2(x - 2) \Rightarrow y = 2x - 3$$

$$y - 1 = 2(x - 2) \Rightarrow y = 2x - 3$$

چون رأس  $S(a, b)$  روی این خط است، پس  $b = 2a - 3$  و بنابراین:

$$2a - b = 3$$

(هنر سه ۳- آشنایی با مقاطع مخروطی؛ صفحه‌های ۵۰ تا ۵۴)

گزینه ۳» ۱۵۴-

(سیرمهرضا سپینی فر)

سهمی  $x + 8y^2 = 0$  را به فرم استاندارد  $y^2 = -\frac{1}{8}x$  تبدیل می‌کنیم.

پس نوع سهمی، افقی با دهانه رو به چپ و  $4a = \frac{1}{8}$  است، یعنی در این

سهمی، فاصله کانون تا خط هادی برابر  $2a = \frac{1}{16}$  است.

(هنر سه ۳- آشنایی با مقاطع مخروطی؛ مشابه مثال صفحه ۵۳)

گزینه ۱» ۱۵۵-

(مهرراز ملونری)

فاصله کانون تا خط هادی دو برابر فاصله کانونی است. بنابراین فاصله نقطه

$F(-2, 3)$  از خطوط داده شده باید برابر با ۴ باشد. اگر سهمی افقی باشد،

معادله خط هادی به یکی از دو صورت  $x = -2 - 4$  یا  $x = -2 + 4$  یا

می‌تواند باشد. اگر سهمی قائم باشد، معادله خط هادی به یکی از دو

صورت  $y = 3 + 4$  یا  $y = 3 - 4$  خواهد بود.

(هنر سه ۳- آشنایی با مقاطع مخروطی؛ صفحه‌های ۵۰ تا ۵۳)

گزینه ۳» ۱۵۶-

(غشبین فاضله‌فان)

مکان هندسی بیان شده در فرض سوال، یک سهمی افقی رو به چپ با

رأس  $O = (0, 0)$  می‌باشد که در آن  $4 = 2 - (-2) = 2a$ ، پس  $a = 2$

و لذا معادله این سهمی عبارت است از  $y^2 = -4(2)x$ ؛ حال نمودار سهمی

را با دایره قطع می‌دهیم:

$$\begin{cases} y^2 = -8x \\ x^2 - 8x = 20 \end{cases} \Rightarrow x^2 - 8x - 20 = 0$$

$$\Rightarrow x^2 - 8x - 20 = 0 \Rightarrow (x - 10)(x + 2) = 0$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x = -2 \text{ ق ق} \\ y = 4 \\ y = -4 \end{cases}$$

طبق فرض، نقطه مشترک در ربع دوم است، پس مختصات این نقطه به

صورت  $(-2, 4)$  بوده و مجموع مؤلفه‌های آن برابر است با:  $-2 + 4 = 2$

(هنر سه ۳- آشنایی با مقاطع مخروطی؛ مشابه تمرین ۱۰ صفحه ۵۸)

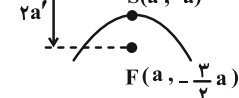
گزینه ۱» ۱۵۷-

(مهمر شاه‌مهمری)

خط هادی سهمی، افقی است پس نوع سهمی، قائم می‌باشد. دو حالت در نظر می‌گیریم:

حالت (۱): اگر  $a > 0$  باشد، آنگاه مطابق شکل

داریم:



$$2a' = -\frac{a}{2} - (-\frac{3}{2}a) = a \Rightarrow a' = \frac{a}{2}$$

$$\xrightarrow{\text{دهانه رو به پایین}} (x-a)^2 = -4(\frac{a}{2})(y+a)$$

$$\xrightarrow{(1,-1)} (1-a)^2 = -2a(-1+a) \Rightarrow 1+a^2-2a = 2a-2a^2$$

$$\Rightarrow \frac{3a^2 - 4a + 1}{(3a-1)(a-1)} = 0 \Rightarrow \begin{cases} a = 1 \Rightarrow S(1, -1) \\ a = \frac{1}{3} \Rightarrow S(\frac{1}{3}, -\frac{1}{3}) \end{cases}$$



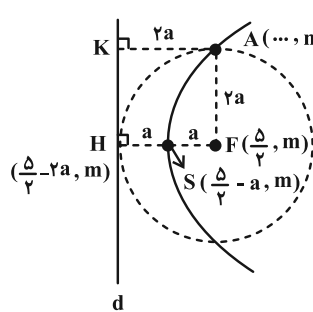
سهمی با خط هادی  $y = 2$ ، یک سهمی قائم با دهانه رو به پایین است و داریم:  
 $S_p(0, 1)$ ، رأس سهمی  $a_p = |S_p F| = 1$   
 $\Rightarrow (x-0)^2 = -4(1)(y-1) \Rightarrow x^2 = -4y + 4$   
 به ازای  $x = 0$ ، مقدار  $y = 1$  به دست می‌آید که چون نقطه  $(0, 1)$  رأس سهمی است قابل قبول نیست.

به ازای  $y = 0$  (محور  $x$  ها)، آنگاه  $x^2 = 4$  و در نتیجه  $x = \pm 2$  و دو نقطه  $(2, 0)$  و  $(-2, 0)$  به دست می‌آید ولی نقطه  $(2, 0)$  رأس سهمی اولی است که قابل قبول نیست، پس فقط نقطه  $C(-2, 0)$  می‌ماند که رأس سوم (و آخر) چندضلعی مورد نظر است. مساحت مثلث  $ABC$  برابر می‌شود با:

$$S_{ABC} = \frac{1}{2} CF \times AB = \frac{1}{2} \times 2 \times 8 = 8$$

(هنر سه ۳- آشنایی با مقاطع مخروطی: صفحه‌های ۵۰ تا ۵۴)

(ممر شاه‌ممری)



۱۶- گزینه «۴»

اگر  $a$  پارامتر سهمی باشد، آنگاه  $2a$  اندازه شعاع دایره مورد نظر است (چرا؟). فرض کنید  $A$  نقطه تقاطع دایره با نمودار سهمی باشد که عرض آن  $m+3$  است.

از آنجا که  $AF = 2a$  و  $FH = 2a$  و همچنین تساوی  $AF = AK$  (طبق تعریف سهمی) نتیجه می‌گیریم که  $AK = 2a$  و این بدان معناست که نقاط  $A$  و  $F$  به فاصله یکسان از خط هادی سهمی (که خطی قائم است) می‌باشند و در نتیجه  $A$  و  $F$  هم‌طول بوده و داریم:

$$AF = y_A - y_F \Rightarrow 2a = (m+3) - m = 3 \Rightarrow a = \frac{3}{2}$$

پس معادله سهمی با فرض این که دهانه آن به سمت راست باز شود، به صورت زیر می‌شود:

$$(y-k)^2 = 4a(x-h) \rightarrow (y-m)^2 = 4\left(\frac{3}{2}\right)(x-1) \rightarrow (y-m)^2 = 6(x-1)$$

$$\Rightarrow (y-m)^2 = 6(x-1)$$

طبق فرض، نقطه  $(7, -4)$  روی نمودار سهمی قرار دارد، پس:

$$(-4-m)^2 = 6(7-1) = 36 \Rightarrow m+4 = \pm 6 \Rightarrow \begin{cases} m = -10 \\ m = 2 \end{cases}$$

مختصات نقطه تماس برابر است با:

$$H\left(\frac{5}{2} - 2a, m\right) = \left(-\frac{1}{2}, 2\right) \quad \text{یا} \quad \left(-\frac{1}{2}, -10\right)$$

توجه: اگر دهانه سهمی رو به چپ باز شود، آن‌گاه  $a = \frac{3}{2}$  و مختصات رأس سهمی و معادله سهمی عبارتست از:

$$S\left(\frac{5}{2} + a, m\right) = (4, m)$$

$$(y-m)^2 = -4\left(\frac{3}{2}\right)(x-4) = -6(x-4)$$

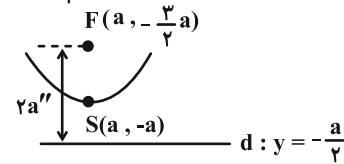
حال اگر مختصات نقطه  $(7, -4)$  را در معادله سهمی جای‌گذاری کنیم،

$$(-4-m)^2 = -6(7-4) = -18 \quad (\text{غ ق ق})$$

آنگاه:

(هنر سه ۳- آشنایی با مقاطع مخروطی: صفحه‌های ۵۰ تا ۵۴)

حالت (۲): اگر  $a < 0$  باشد، آنگاه مطابق شکل داریم:



$$2a'' = -\frac{3}{2}a - \left(-\frac{a}{2}\right) = -a \Rightarrow a'' = -\frac{a}{2}$$

در این حالت، دقیقاً همان مقادیر حالت قبل برای  $a$  به دست می‌آید که قابل قبول نیستند.

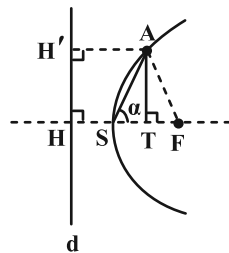
(هنر سه ۳- آشنایی با مقاطع مخروطی: صفحه‌های ۵۰ تا ۵۴)

۱۵۸- گزینه «۲»

(علی پسنجیده)

می‌دانیم فاصله هر نقطه روی نمودار سهمی از کانون و خط هادی سهمی یکسان است، پس:

$$SF = SH = a$$



$$ST = \frac{a}{3}, \quad FT = \frac{2a}{3}$$

چون  $FT = 2ST$ ، پس:

$$AF = AH' = HT = a + \frac{a}{3} = \frac{4a}{3} \quad \text{و داریم:} \quad AF = AH'$$

در مثلث قائم‌الزاویه  $ATF$ ، قضیه فیثاغورس را می‌نویسیم:

$$AF^2 = AT^2 + FT^2 \rightarrow \left(\frac{4a}{3}\right)^2 = AT^2 + \left(\frac{2a}{3}\right)^2 \rightarrow \frac{16a^2}{9} = AT^2 + \frac{4a^2}{9}$$

$$\Rightarrow AT^2 = \frac{12a^2}{9} = \frac{4a^2}{3} \Rightarrow AT = \frac{2a}{\sqrt{3}}$$

نسبت مثلثاتی تانژانت را برای زاویه  $\alpha$  در مثلث قائم‌الزاویه  $AST$  می‌نویسیم:

$$\tan \alpha = \frac{AT}{ST} = \frac{\frac{2a}{\sqrt{3}}}{\frac{a}{3}} = 2\sqrt{3}$$

(هنر سه ۳- آشنایی با مقاطع مخروطی: صفحه‌های ۵۰ تا ۵۴)

۱۵۹- گزینه «۱»

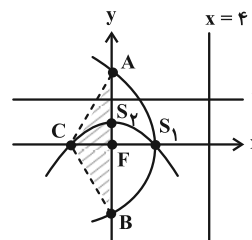
(روح‌اله سمنی)

سهمی با خط هادی  $x = 4$ ، یک سهمی افقی با دهانه رو به چپ است و داریم:  
 $S_1(2, 0)$ ، رأس سهمی  $a_1 = |S_1 F| = 2$

$$\Rightarrow (y-0)^2 = -4(2)(x-2) \Rightarrow y^2 = -8x + 16$$

به ازای  $y = 0$ ، مقدار  $x = 2$  به دست می‌آید که چون نقطه  $(2, 0)$  رأس سهمی است قابل قبول نیست. به ازای  $x = 0$  (محور  $y$  ها)، آنگاه

$y^2 = 16$  و در نتیجه  $y = \pm 4$  و بنابراین نقاط زیر دو رأس از چندضلعی مورد نظر هستند:



$$A(0, 4) \quad , \quad B(0, -4)$$



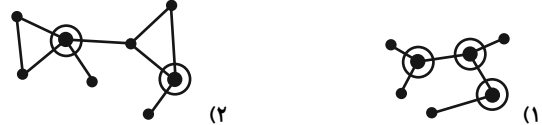


## ریاضیات گسسته - پیشروی سریع

۱۶۱- گزینه «۲»

(رسول ماهی زاده)

می‌دانیم که رأسی از درجه ۱ یا باید خود در مجموعه احاطه‌گر باشد و یا تنها رأس مجاورش؛ عدد احاطه‌گری گراف‌های موجود در گزینه‌های ۱، ۳ و ۴ برابر ۳ و عدد احاطه‌گری گراف موجود در گزینه «۲» برابر ۲ به دست می‌آید:



(ریاضیات گسسته - گراف و مدل‌سازی؛ صفحه‌های ۴۷ تا ۵۱)

۱۶۲- گزینه «۳»

(مهمر شاه‌مهمری)

می‌دانیم  $\gamma \geq \left\lceil \frac{n}{\Delta+1} \right\rceil$ ، پس با توجه به نمودار گراف داریم:

$$\gamma \geq \left\lceil \frac{9}{5+1} \right\rceil \Rightarrow \gamma \geq 2$$

از طرفی مجموعه‌های احاطه‌گر به شکل زیر هستند و مشخص است که  $\gamma = 3$ ، چون  $b, e, g$  با دو رأس احاطه نمی‌شوند:

 $\{c, f, h\}$  $\{c, e, h\}$  $\{c, f, g\}$ 

توجه: می‌توان گفت در  $\gamma$ -مجموعه، رأس  $c$  حتماً باید باشد، چون دو رأس درجه یک  $a$  و  $b$  به آن متصل است. از طرفی نباید  $d$  یا  $i$  را انتخاب کرد، چون در این صورت  $e$  و  $g$  باید هر دو انتخاب شوند و تعداد اعضای مجموعه احاطه‌گر برابر ۴ می‌شود!

پس باید از  $e$  و  $f$ ، یک رأس و از  $g$  و  $h$  هم یک رأس انتخاب کنیم:

$$2 \times 2 = 4$$

اما  $e$  و  $g$  هم‌زمان نباید انتخاب شوند؛ چون در این حالت  $i$  احاطه نمی‌شود.بنابراین تعداد مجموعه‌های احاطه‌گر برابر است با:  $4 - 1 = 3$ 

(ریاضیات گسسته - گراف و مدل‌سازی؛ مشابه کار در کلاس صفحه ۴۷)

۱۶۳- گزینه «۲»

(علیرضا شریف‌فطیمی)

عدد احاطه‌گری این گراف  $\gamma = 4$  است و فقط دو مجموعه احاطه‌گر مینیممزیر را دارد:  $\{d, k, b, g\}, \{d, k, a, g\}$ 

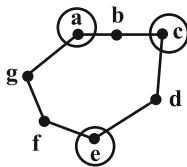
(ریاضیات گسسته - گراف و مدل‌سازی؛ صفحه‌های ۴۷ تا ۵۱)

۱۶۴- گزینه «۴»

(علی پسنیرده)

چون گراف غیرتهی است،  $k$  نمی‌تواند صفر باشد. اگر چنانچه  $k = 1$  باشدتعداد رأس‌ها نمی‌تواند ۷ باشد، پس  $k$  باید ۲ باشد یعنی گراف ۲-منتظم است

که در آن صورت ۷ یال دارد و عدد احاطه‌گری ۳ می‌باشد، مانند گراف زیر:



با توجه به نمودار، این گراف بیش از یک مجموعه احاطه‌گر مینیمم دارد، مثلاً:

 $\{a, e, c\}$ ،  $\{a, e, d\}$ اما عدد احاطه‌گری برابر  $3 = \left\lceil \frac{\gamma}{2+1} \right\rceil$  می‌باشد.

(ریاضیات گسسته - گراف و مدل‌سازی؛ صفحه‌های ۴۷ تا ۵۱)

۱۶۵- گزینه «۲»

(مصطفی دیداری)

مطابق شکل، رئوس گراف را به ۴ بخش تقسیم می‌کنیم. تعداد حالت‌های

مطلوب در هر بخش برای تشکیل مجموعه احاطه‌گر مینیمال نوشته شده که

طبق اصل ضرب، تعداد مجموعه‌های موردنظر برابر می‌شود با:

$$2 \times 2 \times 2 \times 4 = 32$$



بنابراین مقادیر  $n$  به صورت  $7 \leq n \leq 12$  است و لذا  $n$  دارای ۶ مقدار متمایز است.

(ریاضیات گسسته-گراف و مدل سازی؛ صفحه های ۴۷ تا ۵۱)

۱۶۸- گزینه «۲» (رسول هابی زاده)

با بودن هر دو عضو  $b$  و  $c$  در  $X$  تمام رئوس  $a, b, c, d, e$  احاطه می شوند. بنابراین عضو یا اعضای باید به  $X$  چنان اضافه شوند که سه رأس  $f, g, h$  نیز احاطه شده و به مینیمال بودن لطمه نزنند:

\* اگر  $X$  دارای ۳ عضو باشد فقط مجموعه  $X = \{b, c, g\}$  حادث می شود.

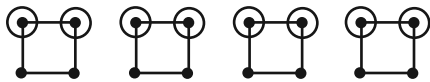
\* اگر  $X$  دارای ۴ عضو باشد نیز فقط مجموعه  $X = \{b, c, f, h\}$  حادث می شود.

بنابراین فقط ۲ مجموعه شرایط مسئله را دارند.

(ریاضیات گسسته-گراف و مدل سازی؛ صفحه های ۴۷ تا ۵۱)

۱۶۹- گزینه «۴» (امیرمسین ابومصوب)

در بین گراف های ۲- منظم از مرتبه ۱۶، بیشترین عدد احاطه گری متعلق به گراف زیر است:



مطابق شکل عدد احاطه گری این گراف برابر ۸ است.

برای این که این گراف ناهمبند به گرافی همبند تبدیل شود، حداقل ۳ یال مطابق شکل زیر باید به آن افزوده شود.

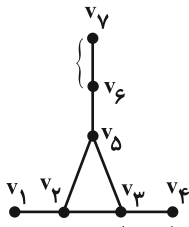


بنابراین  $\gamma = 8$  و  $m = 3$  است و در نتیجه داریم:  $\gamma - m = 8 - 3 = 5$

(ریاضیات گسسته-گراف و مدل سازی؛ صفحه های ۴۷ تا ۵۱)

۱۷۰- گزینه «۳» (مهرراز ملونزی)

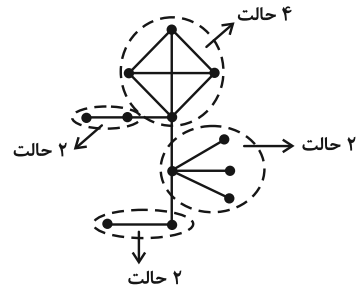
از هر کدام از مجموعه های  $\{v_1, v_2\}$ ،  $\{v_3, v_4\}$  و  $\{v_5, v_6\}$  باید یک رأس در مجموعه احاطه گری انتخاب شود، پس  $\gamma \geq 3$ .



مجموعه احاطه گری  $\{v_1, v_4, v_6\}$  مینیمم است و داریم  $\gamma = 3$ . به راحتی می توان نشان داد که مجموعه احاطه گری مینیمال غیر مینیمم باید ۴ عضوی باشد که فقط مجموعه  $\{v_1, v_4, v_5, v_7\}$  برای این گراف، احاطه گری مینیمال و غیر مینیمم است.

توجه: به عنوان مثال، مجموعه  $\{v_1, v_4, v_5, v_7\}$  احاطه گری مینیمال نیست، چون که با حذف  $v_5$ ، مجموعه حاصل همچنان احاطه گری است!

(ریاضیات گسسته-گراف و مدل سازی؛ صفحه های ۴۷ تا ۵۴)



(ریاضیات گسسته-گراف و مدل سازی؛ مشابه فعالیت ۲ صفحه ۵۱)

۱۶۶- گزینه «۴» (علی پسندیده)

مجموعه های احاطه گری مینیمم و عدد احاطه گری را در گزینه ها بررسی می کنیم:

گزینه (۱):  $\{a, b\}$   $\left[ \frac{6}{2+1} \right] = 2$

گزینه (۲):  $\{a, b, c\}$   $\left[ \frac{10}{3+1} \right] = 3$

گزینه (۳):  $\{a, b\}$   $\left[ \frac{9}{5+1} \right] = 2$

گزینه (۴):  $\{a, b, c\}$   $\left[ \frac{11}{5+1} \right] = 2$

در گزینه (۴)، عدد احاطه گری از رابطه مذکور به دست نمی آید.

(ریاضیات گسسته-گراف و مدل سازی؛ مشابه کار در کلاس صفحه ۴۹)

۱۶۷- گزینه «۴» (امیرمسین ابومصوب)

گراف  $P_7$  گرافی از کمترین مرتبه به صورت  $P_n$  است که مجموعه احاطه گری مینیمال ۴ عضوی دارد.



از طرفی گراف  $P_{17}$  دارای عدد احاطه گری ۴ و در واقع گرافی از بیشترین مرتبه به صورت  $P_n$  است که مجموعه احاطه گری مینیمال ۴ عضوی دارد.





**فیزیک ۳ - پیشروی سریع**

۱۷۱ - گزینه «۳»

(مسام نارری)

با استفاده از رابطه  $\Delta x = v \Delta t$  داریم:

$$\Delta t = \frac{\Delta x}{v} = \frac{\Delta x = 0.85 \text{ m}}{v = 340 \frac{\text{m}}{\text{s}}} \rightarrow \Delta t = \frac{0.85}{340} = 0.0025 \text{ s} = 2.5 \mu\text{s}$$

(فیزیک ۳ - صفحه‌های ۷۹ و ۸۰)

(مشابه سوال ۹ امتحان نوبت دوم - دی ۱۴۰۱)

۱۷۲ - گزینه «۱»

(مهران اسماعیلی)

ابتدا باید شدت صوت را در فاصله ۱۰۰ متری تعیین کنیم:

$$\beta = 10 \log \frac{I}{I_0} \quad \beta = 80 \text{ dB} \rightarrow 80 = 10 \log \frac{I}{10^{-12} \frac{\text{W}}{\text{m}^2}}$$

$$\Rightarrow \log \frac{I}{10^{-12}} = 8 \Rightarrow \frac{I}{10^{-12}} = 10^8 \Rightarrow I = 10^{-4} \frac{\text{W}}{\text{m}^2}$$

حال با داشتن شدت صوت، می‌توانیم توان متوسط چشمه صوت را به دست آوریم:

$$I = \frac{P_{\text{av}}}{4\pi R^2} \quad I = 10^{-4} \frac{\text{W}}{\text{m}^2} \rightarrow 10^{-4} = \frac{P_{\text{av}}}{4 \times 3.14 \times 100^2}$$

$$\Rightarrow P = 12 \text{ W}$$

(فیزیک ۳ - صفحه‌های ۷۸ تا ۸۱)

۱۷۳ - گزینه «۳»

(زهرا آقاممیری)

ابتدا با توجه به رابطه شدت صوت، نسبت شدت صوت را در فاصله داده

شده، محاسبه می‌کنیم:

$$I = \frac{P}{4\pi r^2} \quad P \text{ ثابت است} \rightarrow \frac{I_2}{I_1} = \left(\frac{r_1}{r_2}\right)^2$$

$$\frac{r_1 = 400 \text{ m}}{r_2 = 400 - 80 = 320 \text{ m}} \rightarrow \frac{I_2}{I_1} = \left(\frac{400}{320}\right)^2 = \frac{25}{16}$$

$$\text{درصد تغییرات شدت صوت} = \left(\frac{I_2}{I_1} - 1\right) \times 100 = \left(\frac{25}{16} - 1\right) \times 100 = 56.25\%$$

یعنی شدت صوت دریافتی ۵۶/۲۵٪ افزایش می‌یابد. (نادرستی گزینه‌های ۱ و ۲)

اکنون تغییر تراز شدت صوت را محاسبه می‌کنیم:

$$\beta = 10 \log \frac{I}{I_0} \Rightarrow \Delta\beta = 10 \log \frac{I_2}{I_1}$$

$$\frac{I_2}{I_1} = \left(\frac{r_1}{r_2}\right)^2 \rightarrow \Delta\beta = 10 \log \left(\frac{r_1}{r_2}\right)^2$$

$$\Rightarrow \Delta\beta = 20 \log \frac{r_1}{r_2} = 20 \log \frac{400}{320}$$

$$\Rightarrow \Delta\beta = 20 \log \frac{10}{8} = 20(\log 10 - \log 8)$$

$$\log 2 = 0.3 \rightarrow \Delta\beta = 20(1 - 3 \times 0.3) = 2 \text{ dB}$$

بنابراین تراز شدت صوت دریافتی، ۲dB افزایش می‌یابد.

(فیزیک ۳ - صفحه‌های ۷۸ تا ۸۱)

۱۷۴ - گزینه «۳»

(امیرمسین آزرکمان)

با استفاده از رابطه:

$$\Delta\beta = 10 \log \frac{I_2}{I_1} \Rightarrow 99 - 35 = 10 \log \frac{I_2}{I_1}$$

$$\Rightarrow 64 = \log \frac{I_2}{I_1}$$

در ادامه داریم:

$$64 = \log \frac{I_2}{I_1} \quad (7-0/6) = ((7)-(2 \times 0/3)) \rightarrow$$

$$(7 \log 10 - 2 \log 2) = \log \frac{I_2}{I_1} \Rightarrow (\log 10^7 - \log 2^2) = \log \frac{I_2}{I_1}$$

$$\Rightarrow \log \frac{10^7}{4} = \log \frac{I_2}{I_1} \Rightarrow \frac{I_2}{I_1} = \frac{10^7}{4} = 2.5 \times 10^6$$

(فیزیک ۳ - صفحه‌های ۷۸ تا ۸۱)

۱۷۵ - گزینه «۱»

(ممدرضا شریفی)

$$r_2 = r_1 - 12$$

در حالت اول:

$$\beta_2 = \beta_1 + 6 \Rightarrow \beta_2 - \beta_1 = 6 \text{ dB}$$

$$\Delta\beta = 10 \log \frac{I_2}{I_1} = 20 \log \left(\frac{r_1}{r_2}\right)$$

$$\Rightarrow 6 = 20 \log \left(\frac{r_1}{r_2}\right) \Rightarrow 0.3 = \log \frac{r_1}{r_2} \Rightarrow \log 2 = \log \frac{r_1}{r_2}$$



## ۱۷۸- گزینه «۳»

(رسمت اله فیراه زاده سماکوش)

شخص در حال نزدیک شدن به چشمه است، پس بسامد دریافتی اش بیشتر از بسامد تولیدی چشمه است اما چون تندی شخص ثابت است و همچنین چشمه صوت ساکن است تغییری در بسامد دریافتی اش اتفاق نمی افتد، چراکه در بازه های زمانی یکسان، تعداد جبهه های موجی که با آن ها مواجه می شود تغییر نمی کند. واضح است که با نزدیک تر شدن شنونده به چشمه صوت، شدت صوت دریافتی اش زیاد می شود. انتشار صوت از هر چشمه صوتی همراه با انتقال بی درپی انرژی از ناحیه ای از محیط به ناحیه دیگر از آن است. انرژی از لایه های مختلف محیط منتقل و در تمام جهت ها منتشر می شود.

(فیزیک ۳- صفحه های ۷۸ تا ۸۱)

## ۱۷۹- گزینه «۲»

(مهران اسماعیلی)

همان طور که می دانید، هنگامی که چشمه صوت حرکت می کند، تراکم جبهه های موج در جلوی چشمه بیشتر از پشت چشمه است. با توجه به این که تراکم جبهه های موج در سمت شنونده B بیشتر از سمت شنونده A است، پس چشمه موج از A به سمت B در حرکت است. بنابراین برای شنونده A طول موج صوت دریافتی بلندتر از  $\lambda_S$  و برای شنونده B کوتاه تر از  $\lambda_S$  خواهد بود. یعنی  $\lambda_A > \lambda_S > \lambda_B$ . از طرفی دیگر با توجه به شکل جبهه های موج ملاحظه می شود، چشمه صوت از جبهه های موجی که قبلاً ایجاد کرده، عبور نمی کند، بنابراین تندی چشمه صوت کمتر از تندی انتشار صوت در محیط است یعنی  $v_S < v$ .

(فیزیک ۳- صفحه های ۸۱ تا ۸۴)

## ۱۸۰- گزینه «۳»

(مصطفی کیانی)

آشکارسازی برای یک کهکشان انتقال به سرخ را ثبت کرده است. کهکشان در حال دور شدن از آشکارساز است و بسامد نور دریافتی آن کاهش یافته است.

(فیزیک ۳- صفحه ۸۳)

(مشابه سوال ۱۳ امتحان نهایی فروردین ۱۴۰۲)

$$\Rightarrow 2 = \frac{r_1}{r_1 - 12} \Rightarrow r_1 = 24 \text{ m}$$

در حالت دوم:  $r_2 = 12 \text{ m}$ ,  $r_3 = 12 - x$ ,  $\Delta\beta = 12 \text{ dB}$ 

$$12 = 20 \log \frac{r_2}{r_3} \Rightarrow 0.6 = \log \left( \frac{12}{12-x} \right) \Rightarrow \log 2^2 = \log \left( \frac{12}{12-x} \right)$$

$$2^2 = \frac{12}{12-x} \Rightarrow 4 = \frac{12}{12-x} \Rightarrow 48 - 4x = 12$$

$$\Rightarrow 4x = 36 \Rightarrow x = 9 \text{ m}$$

(فیزیک ۳- صفحه های ۷۸ تا ۸۱)

## ۱۷۶- گزینه «۱»

(مهرادر شاهی)

چون هر دو موج صوتی در یک محیط منتشر می شود، تندی برابر دارند.

$$\lambda_A = \frac{2\lambda_B}{3} \xrightarrow{f=\frac{v}{\lambda}} f_A = \frac{3}{2}f_B \quad \text{با توجه به نمودار، داریم:}$$

$$A_A = \frac{3}{2}A_B \Rightarrow \frac{I_A}{I_B} = \left( \frac{A_A}{A_B} \times \frac{f_A}{f_B} \times \frac{r_B}{r_A} \right)^2 = \left( \frac{3}{2} \times \frac{3}{2} \times 1 \right)^2 = 1$$

$$\Rightarrow I_A = I_B$$

از برابری شدت دو صوت A و B می توان برابری تراز شدت این دو صوت

$$\beta = 10 \log \frac{I}{I_0} \xrightarrow{I_A=I_B} \beta_A = \beta_B \quad \text{را نیز نتیجه گرفت:}$$

(فیزیک ۳- صفحه های ۸۰ تا ۸۱)

## ۱۷۷- گزینه «۳»

(رسمت اله فیراه زاده سماکوش)

ارتفاع و بلندی دو موردی هستند که به درک انسان از صدا بستگی دارد. ارتفاع صوت درک گوش انسان از بسامد صوت است و بلندی صوت درکی است که گوش انسان از شدت صوت دارد.

(فیزیک ۳- صفحه ۸۱)

(مشابه سوال ۸ امتحان نهایی دی ۱۴۰۲)

## شیمی ۳- پیشروی سریع

## ۱۸۱- گزینه «۴»

(رسول عابرنی زواره)

بررسی گزینه‌ها:

۱) نادرست؛ در گروه هالوژن‌ها از بالا به پایین شعاع یون‌های هالید افزایش یافته، بنابراین آنتالپی فروپاشی سدیم هالیدها کاهش می‌یابد.

۲) نادرست؛ فرمول شیمیایی هر ترکیب یونی، ساده‌ترین نسبت شمار کاتیون‌ها و آنیون‌های سازنده آن را نشان می‌دهد.

۳) نادرست؛ عدد کوئوردیناسیون شمار نزدیک‌ترین یون‌های ناهمنام موجود در پیرامون هر یک از یون‌ها را نشان می‌دهد.

۴) درست؛ با توجه به متن کتاب درسی این گزینه درست است.

(شیمی ۳- شیمی پلوه‌ای از هنر، زیبایی و مانرگاری؛ صفحه‌های ۸۰ تا ۸۳)

## ۱۸۲- گزینه «۳»

(امسان روستایی)

بررسی گزینه‌ها:

۱) نادرست؛  $Ca^{2+}$  شعاع بیشتری نسبت به  $Mg^{2+}$  دارد، در نتیجه آنتالپی فروپاشی  $CaO$  از  $MgO$  کمتر است. از طرفی با توجه به بار بیشتر  $Ca^{2+}$  نسبت به  $Na^+$  باید آنتالپی فروپاشی  $CaO$  از  $Na_2O$  بیشتر باشد.

۲) نادرست؛  $Al^{3+}$  بار بیشتری نسبت به  $Mg^{2+}$  دارد پس آنتالپی فروپاشی  $Al_2O_3$  باید از  $MgO$  بیشتر باشد.

۳) درست؛ با توجه به بار کمتر یون‌ها در  $Li^+F^-$  نسبت به  $Mg^{2+}$  و  $O^{2-}$ ، آنتالپی فروپاشی  $LiF$  از  $MgO$ ،  $MgF_2$  و  $Na_2O$  کمتر است. از طرفی با توجه به شعاع کمتر  $Li^+$  نسبت به  $Na^+$ ، آنتالپی فروپاشی  $LiF$  از  $NaF$  بیشتر است.

۴) نادرست؛ با توجه به شعاع بیشتر یون‌ها در  $K^+Cl^-$  نسبت به  $Na^+F^-$ ، آنتالپی فروپاشی  $KCl$  باید کمتر از  $NaF$  باشد.

(شیمی ۳- شیمی پلوه‌ای از هنر، زیبایی و مانرگاری؛ صفحه‌های ۸۰ تا ۸۳)

## ۱۸۳- گزینه «۳»

(مفسر مهنونی)

عنصر A ۱۹، پتاسیم است که در گروه ۱ جدول دوره‌ای قرار دارد و B ۱۲ هم منیزیم از گروه ۲ جدول دوره‌ای می‌باشد.

همه موارد صحیح می‌باشند.

بررسی موارد:

مورد اول: A و B به ترتیب توانایی تشکیل کاتیون‌های  $A^+$  و  $B^{2+}$  را دارند. با توجه به ترکیب‌های  $BX$  و  $A_2X$ ، می‌توان نتیجه گرفت که عنصر X آنیون  $X^{2-}$  تشکیل می‌دهد. با توجه به بار یون‌ها، آنتالپی فروپاشی شبکه بلور  $BX$  از  $A_2X$  بیشتر است.

مورد دوم: عناصر A و B به ترتیب عضو گروه فلزات قلیایی و فلزات قلیایی خاکی جدول دوره‌ای هستند.

مورد سوم: گفتمیم A عنصر پتاسیم (K) است. مقایسه آنتالپی فروپاشی شبکه بلور سه ترکیب  $NaF$ ،  $KCl$  و  $KF$  به صورت  $NaF > KF > KCl$  می‌باشد. پس می‌توان نتیجه گرفت تفاوت آنتالپی شبکه بلور  $NaF$  و  $KCl$  از تفاوت آنتالپی شبکه بلور  $NaF$  و  $KF$  بیشتر است.

مورد چهارم:  $A_2SO_4 : 7$ 

$$\Rightarrow \frac{Y}{Y} = \text{نسبت شمار اتم‌ها} = 1$$

 $B_2SiO_4 : 7$ 

(شیمی ۳- شیمی پلوه‌ای از هنر، زیبایی و مانرگاری؛ صفحه‌های ۷۹ تا ۸۳)

## ۱۸۴- گزینه «۳»

(نرا مسین پورمقدم)

در مقایسه چگالی بار یون‌ها به موارد زیر توجه کنید:

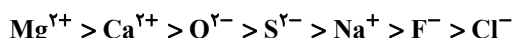
$$\frac{\text{چگالی بار یون}}{\text{شعاع یون}} = \text{چگالی بار یون}$$

۱- هر چه بار یون بیشتر باشد با توجه به رابطه داده شده چگالی بار یون بزرگ‌تر می‌شود.

۲- اگر بار یون‌ها با یکدیگر برابر بود به شعاع یون‌ها توجه می‌کنیم هر چه شعاع یون بزرگ‌تر باشد با توجه به رابطه داده شده چگالی بار یون کوچک‌تر می‌شود.

با توجه به مطالب عنوان شده و جدول صفحه ۸۱ کتاب درسی چگالی بار یون‌ها را به صورت زیر بدانید:

ترتیب چگالی بار یون‌ها:



(شیمی ۳- شیمی پلوه‌ای از هنر، زیبایی و مانرگاری؛ صفحه‌های ۸۰ و ۸۱)

(برگرفته از با هم بیندیشیم)



## ۱۸۵- گزینه «۱»

(یاسر راش)

دریای الکترونی در ساختار فلزها، سیالی با بار الکتریکی منفی است که با جابه‌جایی آزادانه و یکنواخت میان کاتیون‌های شبکه، نیروی یکنواختی به کاتیون‌ها اعمال کرده و چیدمان آن‌ها را حفظ می‌کند.

بررسی سایر گزینه‌ها:

(۲) فلزات به دلیل داشتن الکترون‌های آزاد، رسانای خوبی هستند، اما این موضوع به معنای واکنش‌پذیری بالای آن‌ها نیست. برخی از فلزات مانند طلا و پلاتین، بسیار پایدار و مقاوم در برابر خوردگی هستند.

(۳) درست است که فلزات رسانای خوبی هستند، اما این خاصیت به‌طور مستقیم با پایداری آن‌ها مرتبط نیست.

(۴) پیوندهای یونی در فلزات وجود ندارند. پیوند بین اتم‌های فلز، پیوندی فلزی است که ناشی از جاذبه بین یون‌های مثبت و دریای الکترونی است.

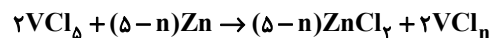
نکته: طبق متن کتاب درسی مدل دریای الکترونی در فلزات برای توجیه برخی از رفتارهای فیزیکی آن‌ها به کار می‌رود.

(شیمی ۳- شیمی پلوه‌ای از هنر، زیبایی و مانرگاری: صفحه ۸۴)

## ۱۸۶- گزینه «۱»

(موشیر نیازی)

معادله واکنش را به صورت موازنه شده می‌نویسیم:

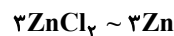


قسمت اول: از مقدار مول  $ZnCl_2$  تولید شده به کمک کسرهای تبدیل به مقدار مول  $VCl_5$  اولیه می‌رسیم و مقدار  $n$  را به صورت مجهول قرار می‌دهیم. (این کار را به صورت برعکس هم می‌توان انجام داد یعنی از مقدار مول  $VCl_5$  اولیه به مقدار مول  $ZnCl_2$  تولیدی برسیم.)

$$0.15 \text{ mol } ZnCl_2 \times \frac{2 \text{ mol } VCl_5}{(\Delta - n) \text{ mol } ZnCl_2} = 0.1 \text{ mol } VCl_5$$

$\Rightarrow n = 2$  رنگ محلول  $VCl_2$  بنفش رنگ است.

قسمت دوم: حال برای محاسبه درصد خلوص گرد روی لازم است مقدار روی خالص که در واکنش شرکت کرده را محاسبه کنیم:



$$0.15 \text{ mol } ZnCl_2 \times \frac{3 \text{ mol } Zn}{3 \text{ mol } ZnCl_2} \times \frac{65 \text{ g } Zn}{1 \text{ mol } Zn} = 9.75 \text{ g } Zn$$

جرم روی خالص شرکت کرده در واکنش

$$\%75 = \frac{9.75 \text{ g}}{13 \text{ g}} \times 100 = \frac{\text{جرم ماده خالص}}{\text{جرم کل ماده}} \times 100 = \text{درصد خلوص ماده}$$

(شیمی ۳- شیمی پلوه‌ای از هنر، زیبایی و مانرگاری: صفحه ۸۶)

## ۱۸۷- گزینه «۴»

(یاسر راش)

شکنندگی و سختی بالا از ویژگی‌های معمول فلزات محسوب نمی‌شود. فلزات به دلیل وجود پیوند فلزی، در شبکه خود الکترون‌های آزاد دارند که امکان لغزش لایه‌های ذرات را فراهم می‌کند، بنابراین چکش‌خوار و شکل‌پذیر هستند و بر اثر ضربه به جای شکستن، تغییر شکل می‌دهند. در مقابل، ترکیبات یونی و مواد غیرفلزی معمولاً شکننده‌اند و در اثر فشار یا ضربه به آسانی خرد می‌شوند. ویژگی‌هایی چون رسانایی بالا، جلای فلزی و ... همگی نشانه ساختار ویژه پیوند فلزی در فلزات هستند، نه شکنندگی!

(شیمی ۳- شیمی پلوه‌ای از هنر، زیبایی و مانرگاری: صفحه‌های ۸۳ و ۸۴)

(برگرفته از متن کتاب)

## ۱۸۸- گزینه «۲»

(ممد رضا پوریاوید)

در نمودار داده شده، بیشترین درصد نور بازتابیده شده مربوط به طول موج تقریباً  $550 \text{ nm}$  است. بنابراین جسم مورد نظر این طول موج را بازتاب کرده و بقیه طول موج‌ها را جذب می‌کند.

(شیمی ۳- شیمی پلوه‌ای از هنر، زیبایی و مانرگاری: صفحه ۸۵)

## ۱۸۹- گزینه «۲»

(مشقی محبوب)

طبق جدول کتاب درسی، چگالی و واکنش با ذره‌های موجود در آب دریا در فولاد بیشتر از تیتانیوم است ولی نقطه ذوب و مقاومت در برابر خوردگی در تیتانیوم نسبت به فولاد بیشتر است. بنابراین مقایسه‌های الف و پ صحیح می‌باشند.

(شیمی ۳- شیمی پلوه‌ای از هنر، زیبایی و مانرگاری: صفحه ۸۷)

(مشابه با هم بیندیشیم)

## ۱۹۰- گزینه «۳»

(پیمان فواپوی میر)

آلیاژ نیتینول از دو فلز نیکل و تیتانیوم ساخته می‌شود. با توجه به کوچک‌تر بودن عدد اتمی تیتانیوم از نیکل، A نیکل و B تیتانیوم است. در جرم برابر، حجم فولاد از تیتانیوم کمتر است زیرا چگالی فولاد از تیتانیوم بیشتر است.

(شیمی ۳- شیمی پلوه‌ای از هنر، زیبایی و مانرگاری: صفحه‌های ۸۷ و ۸۸)



# دفترچه پاسخ ✓

## عمومی دوازدهم

### رشته ریاضی، تجربی، هنر، منحصراً زبان

### ۱۰ بهمن ماه ۱۴۰۴

#### طراحان

|                 |  |
|-----------------|--|
| فارسی           | حسن افتاده، سعید جعفری، نازنین فاطمه حاجیلو، محسن فدایی          |
| عربی، زبان قرآن | آرمین ساعدپناه، محمدرضا سوری، حمیدرضا قائدامینی، افشین کرمان فرد |
| دین و زندگی     | محسن بیاتی، فردین سماقی، مرتضی محسنی کبیر، میثم هاشمی            |
| زبان انگلیسی    | رحمت‌اله استیری، محمدمهدی دغلاوی، آرمین رحمانی                   |

#### گزینشگران و ویراستاران

| نام درس         | مسئول درس و گزینشگر | گروه ویراستاری           | رتبه برتر   | مسئول درس‌های مستندسازی                             |
|-----------------|---------------------|--------------------------|-------------|---|
| فارسی           | نازنین فاطمه حاجیلو | محسن اصغری، مرتضی منشاری | —           | فریبا رتوفی، مهدی یعقوبیان، مانده ملکی، محسن جمشیدی |
| عربی، زبان قرآن | آرمین ساعدپناه      | درویشعلی ابراهیمی        | —           | لیلا ایزدی، زهرا شمسایی، مهدی یعقوبیان              |
| دین و زندگی     | بهنام رسولی         | امیرمهدی افشار           | فاطمه محمدی | سجاد حقیقی پور، مجتبی رضازاده، علی ابراهیمی آرانی   |
| اقلیت‌های مذهبی | دبورا حاتانیان      | معصومه شاعری             | —           | —   |
| زبان انگلیسی    | رحمت‌اله استیری     | طاها اصغریان، فاطمه نقدی | آترین صبا   | سپهر اشتیاقی، علیرضا رمضان‌زاده                     |

#### کلاس‌های آنلاین عمومی

| نام درس           | نام دبیر       | روز      | ساعت  |
|-------------------|----------------|----------|-------|
| زبان انگلیسی ۳    | محدثه مرآتی    | سه شنبه  | ۱۷-۱۸ |
| عربی، زبان قرآن ۳ | ابوطالب درانی  | سه شنبه  | ۱۹-۲۰ |
| دین و زندگی ۳     | سجاد حقیقی پور | چهارشنبه | ۱۹-۲۰ |
| فارسی ۳           | نازنین حاجیلو  | پنج‌شنبه | ۱۹-۲۰ |

|                              |   |
|------------------------------|---|
| مدیر گروه                    | الهام محمدی                                 |
| مسئول دفترچه                 | معصومه شاعری                                |
| مستندسازی و مطابقت با مصوبات | مدیر: محیا اصغری، مسئول دفترچه: فریبا رتوفی |
| حروف‌نگار و صفحه‌آرا         | زهرا تاجیک                                  |
| ناظر چاپ                     | سوران نعیمی                                 |

#### گروه آزمون

#### بنیاد علمی آموزشی قلم‌چی (وقف عام)

آدرس دفتر مرکزی: خیابان انقلاب - بین صبا و فلسطین - پلاک ۹۲۳ - تلفن چهار رقمی: ۰۲۱-۶۴۶۳





## فارسی ۳

## ۲۱۱- گزینه ۲

(تازنین فاطمه هابیلوصفازاره)

## تشریح گزینه‌های دیگر:

گزینه «۱»: حد فاصل میان دو چیز، زمان بین مرگ تا رفتن به بهشت یا دوزخ، فاصله بین دنیا و آخرت  
گزینه «۳»: ضربه، ضربه زدن  
گزینه «۴»: بخشندگی، سخاوت

(واژه، واژه‌نامه)

## ۲۱۲- گزینه ۴

(تازنین فاطمه هابیلوصفازاره)

واژگان هم‌آوا، واژگانی هستند که در تلفظ، کاملاً مشابه هم می‌باشند اما شکل نوشتاری و معنای آن‌ها، متفاوت است.  
در این گزینه، چنین کلمه‌ای یافت نمی‌شود.

## تشریح گزینه‌های دیگر:

گزینه «۱»: صبا (باد بهاری)، سبا (تمدن و سرزمینی کهن)  
گزینه «۲»: قاضی (قضاوت‌گر)، غازی (جنگی) / قضایی (مربوط به قضاوت و داور)، غذایی (مربوط به غذا و خوراک)  
گزینه «۳»: غربت (دوری و رنجوری)، قربت (نزدیکی و صمیمیت)

(املا، صفحه ۸۸)

## ۲۱۳- گزینه ۱

(مسن افتاره - تبریز)

نقش دستوری واژه «برگ و بار» در گزینه «۱» مفعول است.  
نقش دستوری واژگان مشخص شده در سایر گزینه‌ها صحیح می‌باشد.

(دستور، صفحه‌های ۸۶ و ۸۷)

## ۲۱۴- گزینه ۴

(مسن افتاره - تبریز)

نقش دستوری واژه‌های فصل به ترتیب (نهاد) / (مسند) / (مسند) است و نوع حذف فعل در این گزینه لفظی است.

این فصل، فصل من و توست: این فصل (گروه نهادی)، فصل من و تو (گروه مسندی)، است (فعل اسنادی)

[این فصل] (گروه نهادی که در این جمله حذف شده است)، فصل شکوفایی ما (گروه مسندی)، [است]

این فصل، فصل من و توست، فصل شکوفایی ما [است]: فعل «است» به قرینه لفظی حذف شده است.

## تشریح گزینه‌های دیگر:

گزینه «۱»: «با این نسیم سحرخیز برخیز» یک جمله ساده مستقل است و وابسته ندارد.

گزینه «۲»: «من و تو» در مصراع اول و دوم: «او» میان دو کلمه قرار گرفته است. بنابراین «او» عطف است. / «این فصل» ترکیب وصفی است: «این» صفت اشاره، «فصل» هسته

گزینه «۳»: بیت اول جمله مرکب دارد: اگر جان سپردیم: جمله وابسته (پیرو) / در باغ می‌ماند، گل یادگار من و تو: جمله هسته (پایه)

بیت «لف» چهار جمله دارد: ۱- با این نسیم سحرخیز برخیز ۲- اگر جان سپردیم ۳- در باغ می‌ماند گل یادگار من و تو ۴- ای دوست (منادا) که یک جمله محسوب می‌شود.

(دستور، صفحه‌های ۸۶ و ۸۷)

## ۲۱۵- گزینه ۴

(مسن فرایی - شیراز)

«غبار» نماد آلودگی و کهنگی ناشی از ظلم / «جویبار» نماد جنبش، پویایی و پاکیزگی / «دریا» نماد اتحاد و همبستگی

(آرایه، صفحه‌های ۸۶ و ۸۷)

## ۲۱۶- گزینه ۱

(مسن فرایی - شیراز)

جناس: «باغ و داغ» و «من و چمن»

مجاز: «دیروز»: دوران قبل از انقلاب / «امروز»: دوران بعد از انقلاب

تشخیص: غربت باغ

ایهام تناسب: داغ: ماتم (معنای مورد نظر) / گرما (معنایی که با خورشید تناسب دارد، ولی مقصود شاعر نیست).

نکته: چون خورشید نماد است می‌تواند تشخیص داشته باشد.

تفاوت نماد با استعاره: واژه‌ای که نماد باشد می‌تواند در معنای حقیقی خود به کار برود، ولی واژه‌ای که «استعاره» باشد نمی‌تواند در معنای «حقیقی» خود به کار برود.

(آرایه، صفحه ۸۶)

## ۲۱۷- گزینه ۴

(تازنین فاطمه هابیلوصفازاره)

## تشریح گزینه‌های دیگر:

گزینه «۱»: دارای اشعار در انواع گوناگونی است.

گزینه «۲»: از نوع «ادبیات پایداری» است.

گزینه «۳»: از نوع «ادبیات سفر و زندگی» است.

(تاریخ ادبیات، صفحه‌های ۸۵ و ۸۷)

## ۲۱۸- گزینه ۲

(سعیر یعفری)

الف) «برخ سرد» و «شب» هر دو اشاره به دوران ستم و خودکامگی دارد.

ب) «بهار» و «فصل شکوفایی» به دوره پیشرفت و پیروزی انقلاب اسلامی اشاره دارد نه دوران خودکامگی.

پ) اشاره به همراهی با انقلاب و شهادت دارد.

ت) «دیروز»، «غربت باغ» و «داغ» اشاره به روزگار ستم و خودکامگی دارد.

(مفهوم، صفحه‌های ۸۶ و ۸۷)

## ۲۱۹- گزینه ۳

(سعیر یعفری)

همه عبارات درباره بخشندگی و کرامت است؛ ولی عبارت گزینه «۳» درباره پرهیز از خودبینی و غرور است.

(مفهوم، صفحه ۸۹)

## ۲۲۰- گزینه ۴

(تازنین فاطمه هابیلوصفازاره)

## تشریح گزینه‌های دیگر:

گزینه «۱»: «باغ» در «تیرانا» جزو خود واژه است و «باغ» نشانه منادا نیست؛ بلکه از روی مفهوم، بی می‌بریم جمله ندایی است. (شکل درست آن: ای تیرانا) / «م» در «گرم»، ضمیر «سرنوشت» است: سرنوشت من

گزینه «۲»: مفهوم جمله نخست نادرست آمده است: همین (چیز) برای (وجوب) سپاسگزاری کردن من از آفریدگار، کافی باشد... / «م» در «سعادت» مضاف‌الیه «رهنمون» است: بدین سعادت، رهنمون من بود.

گزینه «۳»: ... در هر بامداد... / ابر، (بر سر تو) گوهرافشانی می‌کند (باران می‌باراند).

(مفهوم، صفحه ۸۹)



## عربی، زبان قرآن ۳

## ۲۲۱- گزینه «۴»

(آزمین ساعربناه)

## ترجمه گزینه‌ها:

گزینه «۱»: شاعر

گزینه «۲»: نویسنده

گزینه «۳»: اندیشمند

گزینه «۴»: دبیرستان

(واژگان، برگرفته از امتحانات مدارس، صفحه‌های ۳۴، ۳۵ و ۳۶)

## ۲۲۲- گزینه «۲»

(معمدرضا سوری)

## تشریح گزینه‌های دیگر:

گزینه «۱»: «التَّحْدِيدُ»: محدود کردن

گزینه «۳»: «أَمْتَعُ»: لذت بخش تر

گزینه «۴»: «وَأَتَّقُ»: مطمئن

(واژگان، برگرفته از امتحانات مدارس، صفحه‌های ۳۴ و ۳۵)

## ۲۲۳- گزینه «۱»

(آزمین ساعربناه)

«تَعَلَّمَ الْإِنْجِلِيْزِيَّةَ»: انگلیسی را یاد گرفت («زبان» در گزینه‌های ۲ و ۳ اضافی است؛ رد گزینه‌های ۲ و ۳ / «مَنْ السَّيَّاحِ الَّذِيْنَ»: از گردشگرانی که / «كَانُوا يَأْتُوْنَ»: می‌آمدند (رد سایر گزینه‌ها) / «إِلَى مِصْرَ»: به مصر («کشور» در گزینه ۲ اضافی است و «إِلَى» در گزینه ۴ ترجمه نشده است؛ رد گزینه‌های ۲ و ۴) / «لِزِيَارَةِ الْأَثَارِ التَّأْرِيخِيَّةِ»: برای دیدن آثار تاریخی (رد گزینه ۴)

(ترجمه، برگرفته از امتحانات مدارس، صفحه ۳۶)

## ۲۲۴- گزینه «۲»

(افشین کریمیان فرورد)

«الْعِلْمُ صَيْدٌ»: دانش شکار است (رد گزینه‌های ۱ و ۴) / «الْكَتَابَةُ قَيْدٌ»: نوشتن بند [است] (رد سایر گزینه‌ها) / «فَقَيَّدُوا الْعِلْمَ»: پس دانش را به بند آورد (رد گزینه ۱) / «بِالْكَتَابَةِ»: با نوشتن (رد گزینه ۳)

(ترجمه، برگرفته از امتحانات مدارس، صفحه ۳۲)

## ۲۲۵- گزینه «۴»

(همیدرضا قانرازمینی)

«يُقَالُ»: گفته می‌شود (رد گزینه‌های ۲ و ۳) / «لَمْ يَدْرَسْ إِلَّا فِي الْمَرْحَلَةِ الْإِبْتِدَائِيَّةِ»: فقط در دوره ابتدایی درس خواند، جز در دوره ابتدایی درس نخواند (رد گزینه‌های ۱ و ۳) / «لِعَدَمِ وُجُودِ الْمَدْرَسَةِ»: به‌خاطر عدم وجود مدرسه (رد گزینه‌های ۱ و ۳) / «فِي مَحَافِظَةِ نَشَأَ فِيهَا»: در استانی که در آن پرورش یافت (رد سایر گزینه‌ها)

(ترجمه، برگرفته از امتحانات مدارس، صفحه ۳۶)

## ۲۲۶- گزینه «۴»

(افشین کریمیان فرورد)

«صَحْفَى»: روزنامه‌نگار

(ترجمه، برگرفته از امتحانات مدارس، صفحه‌های ۳۴، ۳۵ و ۳۶)

## ۲۲۷- گزینه «۳»

(معمدرضا سوری)

«قَدْ يَنْصَفِحُ»: گاهی ورق می‌زند، شاید ورق بزند، گاهی سریع مطالعه می‌کند، شاید

سریع مطالعه کند

(ترجمه فعل، برگرفته از امتحانات مدارس، صفحه‌های ۳۵ و ۳۶)

## ۲۲۸- گزینه «۳»

(آزمین ساعربناه)

«أَهَمُّ (مهم‌ترین)» اسم تفضیل است و «كُتِّبَ (جمع «كَاتِبٌ»)» به معنای

«نویسندگان» اسم فاعل است.

(قواعد، برگرفته از امتحانات مدارس، صفحه ۳۶)

## ۲۲۹- گزینه «۴»

(همیدرضا قانرازمینی)

## تشریح گزینه‌های دیگر:

گزینه «۱»: نقش «مَعْرِفَةٌ» مفعول است.

گزینه «۲»: نقش «الْمُفِيدُ» صفت است.

گزینه «۳»: نقش «الْإِنْسَانُ» مضاف‌الیه است.

(محل اعرابی، برگرفته از امتحانات مدارس، صفحه ۳۵)

## ۲۳۰- گزینه «۴»

(آزمین ساعربناه)

ضمیر متصل «نا» در «كُتِّبْنَا (کتاب‌های ما)» نقش مضاف‌الیه را دارد و «كُتِّبَ» به

تنهایی مبتداست.

(محل اعرابی، برگرفته از امتحانات مدارس، صفحه ۳۴)

## دین و زندگی ۳

## ۲۳۱- گزینه ۳»

(مفسر بیاتی)

امام کاظم (ع) فرمودند: «اگر بنده می‌بود، بندگی می‌کرد و حرمت صاحب خود را نگه می‌داشت» این جمله چون تیری بر قلب بشر بن حارث نشست و او را تکان داد.

(درس ۷، صفحه ۸۱)

## ۲۳۲- گزینه ۲»

(مفسر بیاتی)

خدای متعال به حضرت داود (ع) فرمود: «ای داود! اگر آنان که از من روی گردانده‌اند می‌دانستند که چگونه انتظار آن‌ها را می‌کشم و شوق بازگشتشان را دارم، بدون شک از شوق آمدن به سوی من جان می‌دادند و بند بند وجودشان از محبت من از هم می‌گست.»

(درس ۷، صفحه ۸۰)

## ۲۳۳- گزینه ۱»

(میثم هاشمی)

توبه نه تنها گناه را پاک می‌کند، بلکه اگر ایمان و عمل صالح نیز به دنبال آن بیاید، گناهان را به حسنات تبدیل می‌کند. خداوند می‌فرماید: «کسی که بازگردد و ایمان آورد و عمل صالح انجام دهد، خداوند گناهان آنان را به حسنات تبدیل می‌کند، زیرا خداوند آمرزنده و مهربان است.»

(درس ۷، صفحه ۸۳)

## ۲۳۴- گزینه ۱»

(میثم هاشمی)

توبه در لغت به معنای بازگشت است و در اصطلاح دینی به معنای بازگشت از گناه به سوی خداوند و قرار گرفتن در دامن عفو و غفران است. امام باقر (ع) می‌فرماید: برای توبه کردن پشیمانی کافی است.

(درس ۷، صفحه ۸۲)

## ۲۳۵- گزینه ۲»

(میثم هاشمی)

«توفیق توبه همیشه میسر نیست.» (نادرستی الف)

«آدمی هر چقدر بد هم باشد با توبه واقعی، قطعاً خداوند توبه‌اش را می‌پذیرد.»

(نادرستی د)

اما موارد «ب» و «ج» کاملاً درست هستند.

(درس ۷، صفحه‌های ۸۲ و ۸۳)

## ۲۳۶- گزینه ۱»

(فخررین سماقی)

شیطان، برای دور کردن انسان از توبه، تلاش فراوان می‌کند و با حيله و فریب مانع توبه انسان‌ها می‌شود.

(درس ۷، صفحه ۸۴)

## ۲۳۷- گزینه ۳»

(فخررین سماقی)

حيله و فریب به تأخیر انداختن توبه (تسویف) بیشتر برای همراه کردن جوانان به کار می‌رود. شیطان به او می‌گوید تو هنوز جوانی و فرصت توبه داری، بالاخره در آینده می‌توانی توبه کنی اما این یک دام است و سبب عادت جوانان به گناه می‌شود، به طوری که ممکن است ترک گناه برایش سخت گردد.

(درس ۷، صفحه ۸۵)

## ۲۳۸- گزینه ۴»

(مرتضی مفسنی کبیر)

مهم‌ترین راه اصلاح و معالجه جامعه از انحراف‌های اجتماعی انجام دادن وظیفه امر به معروف و نهی از منکر (نظارت همگانی) است. اگر مردم در انجام این وظیفه کوتاهی کنند و اقدامات دلسوزان جامعه به جایی نرسد و به تدریج انحراف از حق ریشه بدواند، اصلاح آن مشکل می‌شود و نیاز به تلاش‌های بسیار و فعالیت‌های اساسی و زیربنایی پیدا می‌شود تا آن‌جا که ممکن است نیاز باشد انسان‌های بزرگی جان و مال خود را تقدیم کنند تا جامعه را از تباهی برهانند و مانع خاموشی کامل نور هدایت شوند.

(درس ۷، صفحه ۸۸)

## ۲۳۹- گزینه ۲»

(مرتضی مفسنی کبیر)

توبه‌کننده تلاش می‌کند حقوقی را که با گناه خود ضایع کرده است جبران نماید. دسته‌ای از این حقوق، مربوط به خداوند است. مهم‌ترین حق خداوند نیز، حق اطاعت و بندگی اوست. توبه‌کننده باید بکوشد کوتاهی‌های خود را در پیشگاه خداوند جبران کند؛ برای مثال، نمازها یا روزه‌های از دست داده را به تدریج قضا نماید و عبادت‌های ترک شده را به‌جا آورد.

(درس ۷، صفحه ۸۷)

## ۲۴۰- گزینه ۲»

(مرتضی مفسنی کبیر)

درست است که سراسر عمر ظرف زمان توبه است، اما بهترین زمان برای توبه، دوره‌ای است که امکان توبه بیشتر و انجام آن آسان‌تر و جبران گذشته راحت‌تر است. صفات ناپسندی که در ما پدید می‌آیند، شبیه ریشه‌های نهالی هستند که در ابتدا نفوذ کمی در خاک دارند اما هر قدر زمان می‌گذرد، نفوذ آن بیشتر می‌شود و قوی‌تر می‌گردد تا جایی که کندن آن درخت بسیار سخت می‌شود.

(درس ۷، صفحه ۸۸)



## زبان انگلیسی ۳

## ۲۴۱- گزینه ۲»

(رهمت اله استیری)

ترجمه جمله: «اگر او جدی تر درس می خواند، در هر درس نمرات خیلی بهتری به دست می آورد.»

## نکته مهم درسی:

در قسمت نتیجه جملات شرطی نوع ۲ از ساختار «فعل ساده would» استفاده می کنیم.

(گرامر)

## ۲۴۲- گزینه ۴»

(رهمت اله استیری)

ترجمه جمله: «ما این ماه کسبوکار کوچکمان را شروع می کردیم اگر والدینم از این ایده حمایت می کردند.»

## نکته مهم درسی:

در قسمت شرط جملات شرطی نوع ۲ از ساختار گذشته ساده استفاده می کنیم.

(گرامر)

## ۲۴۳- گزینه ۱»

(رهمت اله استیری)

ترجمه جمله: «اگر شماره تلفن او را می دانستم، شاید فوراً برای روشن کردن وضعیت به او زنگ می زدم.»

## نکته مهم درسی:

در جای خالی حتماً نیاز به یک فاعل داریم (رد گزینه های «۳» و «۴»). هیچ دلیلی برای استفاده از ساختار سوالی در جای خالی وجود ندارد (رد گزینه «۲»).

(گرامر)

## ۲۴۴- گزینه ۴»

(آرمین رهمانی)

ترجمه جمله: «دانشمندان از آنتن های قدرتمند رادیویی برای انتقال داده های مهم پژوهشی به رصدخانه های واقع در مناطق دورافتاده استفاده می کنند.»

- |                   |                 |
|-------------------|-----------------|
| (۱) توضیح دادن    | (۲) احاطه کردن  |
| (۳) احترام گذاشتن | (۴) انتقال دادن |

(واژگان)

## ۲۴۵- گزینه ۲»

(رهمت اله استیری)

ترجمه جمله: «استاد چندین منبع آنلاین را در دسترس قرار داد تا به دانشجویان کمک کند مؤثرتر درس بخوانند.»

- |           |              |
|-----------|--------------|
| (۱) خیالی | (۲) در دسترس |
| (۳) فوری  | (۴) مستقیم   |

(واژگان)

## ۲۴۶- گزینه ۱»

(رهمت اله استیری)

ترجمه جمله: «کتابخانه دسترسی رایگان به رایانه ها و کتابها را برای افرادی که توانایی خرید آنها برای خود را ندارند فراهم می کند.»

- |            |            |
|------------|------------|
| (۱) دسترسی | (۲) اعتیاد |
| (۳) فرهنگ  | (۴) دستگاه |

(واژگان)

## ترجمه متن درک مطلب:

شنبه گذشته تیم مدرسه ما آخرین مسابقه فصل را برگزار کرد. آسمان تیره بود و درست لحظه ای که داور سوت را به صدا درآورد، باران شدیدی شروع شد؛ در عرض چند دقیقه چمن تبدیل به یک دریاچه گل آلود شد و توپ نارنجی مدام در چاله های عمیق آب گیر می کرد. پیراهن های سفید ما خیلی زود قهوه ای شدند، اما هیچ کس نمی خواست دست از بازی بکشد. در دقیقه بیست و سوم، رضا در میان آب سر خورد و با ضربه ای که آب را مثل فواره به اطراف پاشید، گل زد و ما آن قدر بلند تشویق کردیم که حتی صدای رعد و برق هم آرام به نظر می رسید. تیم حریف درست قبل از نیمه اول، بازی را به تساوی کشاند.

در حالی که تنها یک دقیقه باقی مانده بود، من کنار پرچم کرنر ایستادم، نفسی کشیدم و محکم به توپ ضربه زدم؛ توپ قوس بلندی برداشت، یک بار جلوی دروازه زمین خورد و در حالی که دروازه بان لیز خورد، به آرامی درون تیرک دورتر غلتید. باران دقیقاً لحظه ای که سوت پایان زده شد، قطع شد. سرد، خیس و خندان، جام نقره ای کوچک را بالای سرمان بردیم در حالی که والدین عکس های تاری می گرفتند که می دانیم سالها به آنها خواهیم خندید.

## ۲۴۷- گزینه ۴»

(مهممهری رغلاوی)

ترجمه جمله: «ایده اصلی این متن چیست؟»

«تیم مدرسه در یک روز بارانی برنده یک جام شد.»

(درک مطلب)

## ۲۴۸- گزینه ۳»

(مهممهری رغلاوی)

ترجمه جمله: «کدام یک از موارد زیر در متن ذکر نشد؟»

«نام داور»

(درک مطلب)

## ۲۴۹- گزینه ۳»

(مهممهری رغلاوی)

ترجمه جمله: «کلمه "it" (آن) در پاراگراف «۲» به چه چیزی اشاره دارد؟»

«the ball» (توپ)»

(درک مطلب)

## ۲۵۰- گزینه ۲»

(مهممهری رغلاوی)

ترجمه جمله: «بر اساس متن، کدام یک از جملات زیر صحیح است؟»

«گل پیروزی از روی یک ضربه کرنر به ثمر رسید.»

(درک مطلب)





# دفترچه پاسخ فرهنگیان

(تعلیم و تربیت اسلامی و هوش و استعداد)

۱۰ بهمن ماه ۱۴۰۴

گروه آزمون

بنیاد علمی آموزشی قلمچی (وقف عام)

آدرس دفتر مرکزی: خیابان انقلاب- بین صبا و فلسطین- پلاک ۹۲۳ - تلفن چهار رقمی: ۰۲۱-۶۴۶۳



## تعلیم و تربیت اسلامی

## ۲۵۱- گزینه «۴»

(میثم هاشمی)

از امیرالمؤمنین علی (ع) پرسیدند: زیرک‌ترین انسان کیست؟ فرمود: کسی که از خود و عمل خود برای بعد از مرگ حساب بکشد. پرسیدند چگونه؟

فرمود: چون صبح تا شب به کار و زندگی پرداخت در شب به خود برگردد و بگوید:

ای نفس امروز روزی بود که بر تو گذشت و دیگر باز نمی‌گردد. خدا درباره این روز از تو خواهد پرسید که آن را چگونه گذراندی و در آن چه کردی؟ آیا به یاد او و سپاس از او بودی؟ آیا گره از کار فرو بسته مؤمنی گشودی؟ آیا گرد غم از چهره‌ای زدودی؟ آیا...؟ که این حدیث اشاره به محاسبه و ارزیابی دارد.

(رشته انسانی، دین و زندگی، آهنگ سفر، صفحه‌های ۹۹ و ۱۰۰)

(سایر رشته‌ها، دین و زندگی، آهنگ سفر، صفحه ۱۰۲)

## ۲۵۲- گزینه «۴»

(ممنسن بیاتی)

سرنوشت ابدی انسان‌ها بر اساس اعمال آنان در دنیا تعیین می‌شود. - آدمی با عزم خویش، آن چه را که انتخاب کرده است، عملی می‌سازد.

(انسانی، دین و زندگی، آهنگ سفر، صفحه‌های ۹۶ و ۹۷)

(سایر رشته‌ها، دین و زندگی، آهنگ سفر، صفحه‌های ۹۸ و ۹۹)

## ۲۵۳- گزینه «۳»

(یاسین ساعری)

عزم به معنای اراده و تصمیم بر انجام کاری است. آدمی با عزم خویش، آن چه را که انتخاب کرده است عملی می‌سازد. البته عزم و اراده انسان‌ها متفاوت است. هر قدر عزم قوی‌تر باشد رسیدن به هدف آسان‌تر است. استواری بر هدف، شکیبایی و تحمل سختی‌ها برای رسیدن به آن هدف از آثار عزم قوی است.

(رشته انسانی، دین و زندگی، آهنگ سفر، صفحه ۹۷)

(سایر رشته‌ها، دین و زندگی، آهنگ سفر، صفحه ۹۹)

## ۲۵۴- گزینه «۳»

(میثم هاشمی)

خداوند متعال در آیه ۷۷ سوره آل عمران می‌فرماید: کسانی که پیمان الهی و سوگندهای خود را به بهای ناچیزی می‌فروشند آن‌ها بهره‌ای در آخرت نخواهند داشت و خداوند با آن‌ها سخن نمی‌گوید و به آنان در قیامت نمی‌نگرد و آن‌ها را از گناه پاک نمی‌سازد و عذاب دردناکی برای آن‌هاست.

(رشته انسانی، دین و زندگی، آهنگ سفر، صفحه ۹۸)

(سایر رشته‌ها، دین و زندگی، آهنگ سفر، صفحه ۱۰۰)

## ۲۵۵- گزینه «۳»

(میثم هاشمی)

حضرت علی (ع) می‌فرماید: «گذشت ایام، آفاتی در پی دارد و موجب از هم‌گسیختگی تصمیم‌ها و کارها می‌شود» و راه چاره‌ی آن مراقبت است.

(رشته انسانی، دین و زندگی، آهنگ سفر، صفحه ۹۹)

(سایر رشته‌ها، دین و زندگی، آهنگ سفر، صفحه ۹۸)

## ۲۵۶- گزینه «۴»

(غردین سماقی)

وجود الگوها، اولاً به ما ثابت می‌کند که راه، موفقیت‌آمیز است؛ ثانیاً می‌توان از تجربه آنان استفاده نمود و مانند آنان عمل کرد و از همه مهم‌تر این‌که می‌توان از آنان کمک گرفت و با دنباله‌روی از آنان سریع‌تر به هدف رسید.

(رشته انسانی، دین و زندگی، آهنگ سفر، صفحه ۱۰۱)

(سایر رشته‌ها، دین و زندگی، آهنگ سفر، صفحه ۱۰۳)

## ۲۵۷- گزینه «۲»

(یاسین ساعری)

بعد از مراقبت نوبت محاسبه است تا میزان موفقیت و وفاداری به عهد به‌دست آید و عوامل موفقیت یا عدم موفقیت شناخته شود. بعد از محاسبه اگر معلوم شود که در انجام عهد خود موفق بوده‌ایم خوب است خدا را سپاس بگوییم و شکرگزار او باشیم؛ زیرا می‌دانیم که او بهترین پشتیبان ما در انجام پیمان‌هاست.

(رشته انسانی، دین و زندگی، آهنگ سفر، صفحه ۹۹)

(سایر رشته‌ها، دین و زندگی، آهنگ سفر، صفحه ۱۰۱)

## ۲۵۸- گزینه «۴»

(میثم هاشمی)

پیشوایان ما با تکیه بر بندگی خداوند و پیوند با او توانستند در سخت‌ترین شرایط، عزت‌مندان زندگی کنند و هیچ‌گاه تن به ذلت و خواری ندهند. عزت از صفاتی است که قرآن کریم بیش از ۹۵ بار خداوند را بدان توصیف کرده است.

(رشته انسانی، دین و زندگی، عزت نفس، صفحه‌های ۱۹۶ و ۲۰۰)

(سایر رشته‌ها، دین و زندگی، عزت نفس، صفحه‌های ۱۳۸ و ۱۴۱)

## ۲۵۹- گزینه «۳»

(میثم هاشمی)

حد و مرز توجه به این تمایلات را خدا می‌داند و خداوند با احکام خود چگونگی بهره‌مندی از این تمایلات را مشخص کرده تا انسان بتواند در عین بهره‌مندی از آن‌ها، به کمال واقعی برسد.

(رشته انسانی، دین و زندگی، عزت نفس، صفحه ۲۰۱)

(سایر رشته‌ها، دین و زندگی، عزت نفس، صفحه ۱۴۲)



## ۲۶۰- گزینه «۴»

(یاسین ساعری)

«من كان يريد العزة فلله العزة جميعاً: هرکس عزت می‌خواهد (بداند) که هرچه عزت هست از آن خداست.»

(رشته انسانی، دین و زندگی ۲، عزت نفس، صفحه ۱۹۷)

(سایر رشته‌ها، دین و زندگی ۲، عزت نفس، صفحه ۱۴۲)

## ۲۶۱- گزینه «۴»

(یاسین ساعری)

خداوند در قرآن می‌فرماید: «وَالَّذِينَ كَسَبُوا السَّيِّئَاتِ جَزَاءُ سَيِّئَةٍ بَمِثْلِهَا وَ تَزَهُمُهُمْ ذَلَّةً». آنان که بدی پیشه کردند، جزای بد به اندازه عمل خود می‌بینند و بر چهره آنان غبار ذلت می‌نشیند.»

(رشته انسانی، دین و زندگی ۲، عزت نفس، صفحه ۱۳۹)

(سایر رشته‌ها، دین و زندگی ۲، عزت نفس، صفحه ۱۴۲)

## ۲۶۲- گزینه «۴»

(فرزین سماقی)

خداوند با وضع احکام خود چگونگی بهره‌مندی از تمایلات دانی را مشخص کرده است تا انسان بتواند در عین بهره‌مندی از آن‌ها به رشد و کمال واقعی خود برسد.

(رشته انسانی، دین و زندگی ۲، عزت نفس، صفحه ۲۰)

(سایر رشته‌ها، دین و زندگی ۲، عزت نفس، صفحه ۱۴۴)

## ۲۶۳- گزینه «۳»

(فرزین سماقی)

از دیدگاه پیامبر (ص) نوجوان و جوان به آسمان نزدیک می‌باشند؛ یعنی گرایش به خوبی‌ها در او قوی‌تر است.

(رشته انسانی، دین و زندگی ۲، عزت نفس، صفحه ۲۰)

(سایر رشته‌ها، دین و زندگی ۲، عزت نفس، صفحه ۱۴۴)

## ۲۶۴- گزینه «۴»

(یاسین ساعری)

وقتی می‌گویند خداوند «عزیز» است، معنایش این است که کسی نمی‌تواند در اراده او نفوذ نماید و او را تسلیم خود کند.

(رشته انسانی، دین و زندگی ۲، عزت نفس، صفحه ۱۹۷)

(سایر رشته‌ها، دین و زندگی ۲، عزت نفس، صفحه ۱۴۴)

## ۲۶۵- گزینه «۳»

(مرتضی ممسنی کبیر)

حدیث «اطلبوا العلم من المهد الى اللحد» مرتبط با این ارزش کار معلمی است که کار خود را مقدس بدانیم.

در قرآن کریم آمده است که گروهی جذب اموال قارون شده بودند و می‌گفتند: «ای کاش ما هم مثل قارون ثروتمند بودیم.» ولی کسانی که اهل علم بودند به آن‌ها چنین تذکر می‌دادند: «ویلکم ثواب الله خیر»؛ «وای بر شما! پاداش الهی بهتر است.»

(مهارت معلمی، ارزش و امتیاز کار معلمی، صفحه‌های ۲۴ و ۲۵)

## ۲۶۶- گزینه «۴»

(مرتضی ممسنی کبیر)

نشانه فقیه آن است که مردم را از شر دشمنانشان آزاد سازد: «و انقذهم من اعدائهم»

(مهارت معلمی، ارزش و امتیاز کار معلمی، صفحه ۲۴)

## ۲۶۷- گزینه «۴»

(مرتضی ممسنی کبیر)

رسول خدا (ص) فرمودند: «بالاترین صدقات آن است که انسان چیزی را یاد بگیرد و به دیگران بیاموزد.» عده‌ای از قیامت غافل‌اند: «نساو یوم الحساب».

(مهارت معلمی، ارزش و امتیاز کار معلمی، صفحه‌های ۱۸ و ۲۲)

## ۲۶۸- گزینه «۳»

(مرتضی ممسنی کبیر)

قرآن کریم درباره بعضی از انسان‌ها می‌فرماید: «اولئك كالانعام بل هم اضل»؛ «آن‌ها مثل حیوانات هستند، بلکه پست‌تر.» سپس دلیل انحراف آن‌ها را این‌گونه بیان می‌کند: «اولئك هم الغافلون».

علم را مقدس بدانیم؛ زیرا خداوند هم به قلم قسم خورده است، هم به آن چه نوشته می‌شود: «ن و القم و ما یسطرون»

(مهارت معلمی، ارزش و امتیاز کار معلمی، صفحه‌های ۲۱ و ۲۵)

## ۲۶۹- گزینه «۱»

(یاسین ساعری)

در قرآن برای توصیف انبیا (ع) عبارات متعددی به کار رفته؛ ولی آن‌چه بیش از همه استفاده شده، تعبیر «يُعَلِّمُهُمُ الْكِتَابَ وَ الْحِكْمَةَ وَ يَزَكِّيهِمْ» است که نشان می‌دهد کار پیامبران، تعلیم کتاب و حکمت و تزکیه بوده است.

(مهارت معلمی، ارزش و امتیاز کار معلمی، صفحه‌های ۱۶ و ۱۷)

## ۲۷۰- گزینه «۳»

(یاسین ساعری)

- سیزده آیه در قرآن به سؤال‌های مردم از پیامبر اکرم (ص) اختصاص یافته که با کلمه «یستلونک» همراه است.

- تعلیم و تربیت، مبارک‌ترین کاری است که خداوند آن را بر دوش انبیا و اوصیا (ع) گذاشته است.

(مهارت معلمی، ارزش و امتیاز کار معلمی، صفحه‌های ۱۷ و ۱۸)

استعداد تحلیلی

۲۷۱- گزینه «۲»

(مامد کریمی)

عبارت «از دست دادن هویت‌های محلی» کلید حل سؤال است: فرهنگ‌سازی‌های ناشی از ورود کالاهای جهانی و جایگزینی آن با کالاها و فرهنگ‌های محلی ممکن است باعث از دست دادن هویت‌های محلی شود. (درک متن، هوش کلامی)

۲۷۲- گزینه «۳»

(مامد کریمی)

باید گزینه‌ای را انتخاب کرد که بار معنایی منفی برای ارتباطات گسترده‌تر ایجاد کند: افزایش آسیب‌پذیری در برابر بحران‌های جهانی، با سرعت‌بخشیدن به انتشار اطلاعات نادرست یا ایجاد وحشت در زمان بحران ممکن است.

(درک متن، هوش کلامی)

۲۷۳- گزینه «۳»

(مامد کریمی)

طبق متن، هویت ثابت نیست. همچنین محدود به موارد کنونی نیست و از تاریخ نیز ناشی می‌شود. پس دیگر گزینه‌ها نادرست‌اند.

(درک متن، هوش کلامی)

۲۷۴- گزینه «۴»

(ممید اصفهانی)

فردیناند دو سوسور طبق متن، با تأکید بر مطالعه «زبان»، یک نظام انتزاعی و «گفتار» و کاربرد فردی آن، و تمایز میان مطالعات هم‌زمانی و درزمانی، چارچوبی نوین برای تحلیل زبان ارائه داده است.

(درک متن، هوش کلامی)

۲۷۵- گزینه «۳»

(ممید اصفهانی)

عبارت گزینه پاسخ اصلاً در متن صورت سؤال نیست. دیگر عبارات‌ها صحیح‌اند.

(درک متن، هوش کلامی)

۲۷۶- گزینه «۱»

(ممید اصفهانی)

عبارت «اکنون، متن دیگر تنها به اشکال چایی ... نیست.» با کلمه «قالب» به معنای «پیکره» کامل نمی‌شود.

(تکمیل متن، هوش کلامی)

۲۷۷- گزینه «۴»

(ممید اصفهانی)

واژه «مترصد» مدّ نظر است.

(کلمه‌سازی، هوش کلامی)

۲۷۸- گزینه «۲»

(فاطمه راسخ)

در الگوی صورت سؤال داریم:

$$(17-5) + (6-2) = 12 + 4 = 16$$

$$(9-3) + (11-8) = 6 + 3 = 9$$

$$(7-1) + (10-4) = 6 + 6 = 12$$

$$(10-4) + (?-6) = 7 \Rightarrow (?-6) = 7-6 \Rightarrow ? = 7$$

(الگوهای عددی، هوش منطقی ریاضی)

۲۷۹- گزینه «۴»

(فاطمه راسخ)

$$(6-4) \times 5 = 10, (8-2) \times 3 = 18, (9-2) \times 2 = 14$$

$$(5-3) \times ? = 20 \Rightarrow ? = \frac{20}{2} = 10$$

(الگوهای عددی، هوش منطقی ریاضی)

۲۸۰- گزینه «۳»

(فاطمه راسخ)

کسر کار امیر و محمود در هر ساعت:  $\frac{1}{8}$

$$6 \times \frac{1}{8} = \frac{6}{8} = \frac{3}{4}$$

کسر کار امیر و محمود پس از شش ساعت:

$$1 - \frac{3}{4} = \frac{1}{4}$$

کسر کار علی:

زمان کار علی: ۶ ساعت

$$\frac{1}{6} \times \frac{1}{4} = \frac{1}{24}$$

کسر کار علی در هر ساعت:

$$\frac{1}{8} + \frac{1}{24} = \frac{3}{24} + \frac{1}{24} = \frac{4}{24} = \frac{1}{6}$$

کسر کار هر سه نفر در هر ساعت:

کل زمان انجام کار برای هر سه نفر: ۶ ساعت

(کسر و تناسب، هوش منطقی ریاضی)

۲۸۱- گزینه «۴»

(ممید کنی)

اگر عدد X باشد، داریم:

$$\left. \begin{array}{l} \text{الف} = 3 \frac{X}{2} \\ \text{ب} = \frac{X}{4} + 200 \end{array} \right\} \Rightarrow \text{ب} \circ \text{الف} :::: \frac{3X}{2} \circ \frac{X}{4} + 200$$

$$::: 6X \circ X + 800$$

$$::: 5X \circ 800 ::: X \circ 160$$

پس تعیین تکلیف معادله به عدد X بستگی دارد.

(کفایت داده، هوش منطقی ریاضی)

۲۸۲- گزینه ۱

(ممبر کنه)

سن مینا را  $M$ ، پدر را  $P$  و سینا را  $S$  می‌گیریم:

$$(P+3) = 2(M+3+S+3) \Rightarrow P = 2M + 2S + 9$$

$$S = M + 3$$

$$P = M + 27$$

$$\Rightarrow M + 27 = 2M + 2M + 6 + 9$$

$$\Rightarrow 3M = 12 \Rightarrow M = 4$$

$$\Rightarrow S = 7, P = 31$$

داریم:

$$\left. \begin{aligned} \text{الف} = P + 2 = 31 + 2 = 33 \\ \text{ب} = S \times M = 7 \times 4 = 28 \end{aligned} \right\} \Rightarrow 33 > 28 \Rightarrow \text{الف}$$

(کفایت داده، هوش منطقی ریاضی)

۲۸۳- گزینه ۱

(ممبر اصفهانی)

۱) اسکندر را در پنجاه‌سالگی و سه‌شنبه را برای او در نظر می‌گیریم. ۲) دارا و سارا در دورترین جایگاه‌ها نسبت به هم هستند و پریسا از سارا کوچکتر است، پس سارا بزرگترین و دارا کوچکترین فرد هستند. ۳) پریسا از عطیه بزرگتر است، پس جایگاه این دو نیز معلوم می‌شود. ۴) پریسا متولد چهارشنبه است. ۵) فرد سی ساله، متولد ماه مهر است که عطیه است و متولد دوشنبه. ۶) متولد یکشنبه کنار متولد سه‌شنبه نیست، پس ماه دارا و سارا هم معلوم است. ۷) متولد ماه تیر، متولد شنبه است. ۸) عطیه از متولد ماه دی بزرگتر است.

| ۶۰         | ۵۰          | ۴۰           | ۳۰         | ۲۰         |
|------------|-------------|--------------|------------|------------|
| سارا (۲)   | اسکندر (۱)  | پریسا (۳)    | عطیه (۳)   | دارا (۲)   |
| یکشنبه (۶) | سه‌شنبه (۱) | چهارشنبه (۴) | دوشنبه (۵) | یکشنبه (۶) |
| دی (۸)     | ؟           | ؟            | مهر (۵)    | تیر (۷)    |

بر این اساس، متولد دی دارا است.

(مقیقت‌یابی، هوش منطقی ریاضی)

۲۸۴- گزینه ۳

(ممبر اصفهانی)

طبق پاسخ قبلی عطیه متولد مهر است.

(مقیقت‌یابی، هوش منطقی ریاضی)

۲۸۵- گزینه ۳

(ممبر اصفهانی)

طبق پاسخ قبلی، ماه تولد پریسا و اسکندر معلوم نیست.

(مقیقت‌یابی، هوش منطقی ریاضی)

۲۸۶- گزینه ۲

(فاطمه اسخ)

با جایگزینی شکل گزینه ۲ به جای علامت سؤال الگو، طرح زیر ۵ بار در آن دیده خواهد شد:



(الگوی فطی، هوش غیرکلامی)

۲۸۷- گزینه ۳

(فرزاد شیرممدلی)

در ردیف نخست الگوی صورت سؤال، شکل سمت چپ از چرخش پادساعتگرد و نود درجه‌ای شکل سمت راست حاصل می‌شود. در ردیف دوم نیز اگر شکل گزینه ۳ را به جای علامت سؤال قرار دهیم، همین موضوع صادق خواهد بود.

(ماتریس، هوش غیرکلامی)

۲۸۸- گزینه ۴

(فرزاد شیرممدلی)

تعداد بخش‌های رنگی شکل‌ها از چپ به راست در الگوی صورت سؤال، یکی یکی کمتر شده است پس تنها گزینه ۴ ممکن است الگو را کامل کند.

(الگوی فطی، هوش غیرکلامی)

۲۸۹- گزینه ۲

(ممبر کنه)

شکل صورت سؤال را می‌توان گلی با دوازده گلبرگ در هر لایه دید. مجموعاً شش لایه، هر کدام با تعداد متفاوتی ناحیه سفید:

$$12 \times (1+2+9+8+14+7) = 12 \times 41 = 492$$

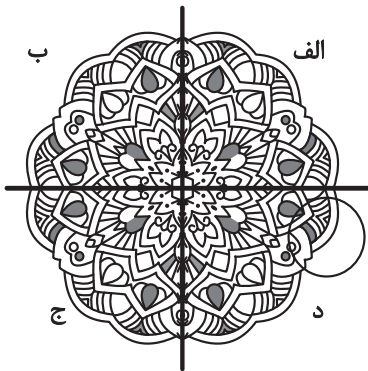
دقت کنید در گزینه‌ها فقط یک گزینه مضرب ۱۲ است که با توجه به آن، به راحتی می‌توان به سؤال پاسخ داد.

(شمارش، هوش غیرکلامی)

۲۹۰- گزینه ۴

(فرزاد شیرممدلی)

تصحیح ناحیه خطا در بخش «د»:



(قرینه‌یابی، هوش غیرکلامی)