



# آزمون ۱۸ مهر ماه ۱۴۰۴

## اختصاصی دوازدهم ریاضی

### دفترچه پاسخ

نام طراحان	نام درس	اختصاصی
علی آزاد-احمد حسن زاده-فرد روح اله حسنی-افشین خاصه-خان-احمد رضا ذاکر زاده-محمد زنگنه-ستار زواری احسان سیفی سلسله-کیان کریمی خراسانی-مهسان گودرزی-رضا ماجدی-حامد معنوی-مهرداد ملوندی-غلامرضا نیازی جهانبخش نیکنام	حسابان ۲ و ریاضی پایه	
امیر حسین ابومحبوب-اسحاق اسفندیار-عباس الهی-روح اله حسنی-سید محمد رضا حسینی-فرد-افشین خاصه-خان-محمد خندان کیوان دارابی-مصطفی دیداری-سوگند روشنی-علیرضا شریف خطیبی-هومن عقیلی-حامد قاسمیان-مهرداد ملوندی	هندسه و آمار و گسسته	
محمد احمدی-حسین الهی-ریحانه آزادیان-علیرضا جباری-محمد رضا خادمی-علی خلیلی-رحمت اله خیراله زاده-سماکوش مهدی شریفی-محمد مهدی شیبانی-مصطفی کیانی-محمد کاظم منشادی-امیر احمد میر سعید-سیده ملیحه میر صالحی محمد رضا نصیری-مجتبی نکوئیان	فیزیک	
مبین احمدی-هدی بهاری پور-محمد رضا پورچاوید-سعید تیزرو-علی جعفری-محمد رضا جمشیدی-امیر حاتمیان امیر مسعود حسینی-پیمان خواجوی مجد-یاسر راش-روزبه رضوانی-مبینا سید حسینی-عرفان شاکری-راد-حسین شاهسواری رسول عابدینی زواره-محسن مجنونی-مجتبی محبوب	شیمی	

### گزینشگران و ویراستاران

نام درس	حسابان ۲ و ریاضی پایه	هندسه	آمار و ریاضیات گسسته	فیزیک	شیمی
گزینشگر	کاظم اجلائی	امیر حسین ابومحبوب	امیر حسین ابومحبوب	مصطفی کیانی	یاسر راش
گروه ویراستاری	امیر حسین ابومحبوب مهرداد ملوندی یاسین کشاورزی مریم زارعی	امیر حسین ابومحبوب مهرداد ملوندی	امیر حسین ابومحبوب مهرداد ملوندی	حسین بصیرتر کمپور بهنام شاهی زهره آقامحمدی	مهشید نیازی امیرعلی بیات
ویراستاری رتبه های برتر	محمدپارسا سبزه‌ای سینا صالحی	محمدپارسا سبزه‌ای	محمدپارسا سبزه‌ای	سینا صالحی	فرزاد حلاج مقدم
مسئول درس	سیدسپهر متولیان	محمد خندان	محمد خندان	حسام نادری	مجتبی محبوب
مستندسازی	سمیه اسکندری	سجاد سلیمی	سجاد سلیمی	علیرضا همایون خواه	امیر حسین توحیدی
ویراستاران (مستندسازی)	پارسا عمادی-مهسا محمدنیا-معصومه صنعت کار-سجاد سلیمی-فرشته کمرانی			ابراهیم نوری	پریا اقبالی

### گروه فنی و تولید

مدیر گروه	مهرداد ملوندی
مسئول دفترچه	نرگس غنی زاده
گروه مستندسازی	مدیر گروه: محیا اصغری مسئول دفترچه: الهه شهبازی
حروف نگار	فرزانه فتح اله زاده
ناظر چاپ	سوران نعیمی

### گروه آزمون

### بنیاد علمی آموزشی قلم چی (وقف عام)

دفتر مرکزی: خیابان انقلاب بین صبا و فلسطین - پلاک ۹۲۳ - کانون فرهنگی آموزش - تلفن: ۰۲۱-۶۴۶۳



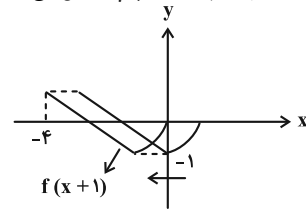


حسابان ۲

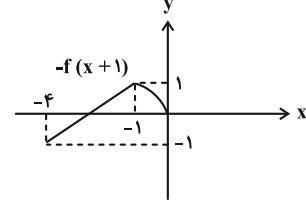
گزینه ۱

(امیر حسن زاده فرد)

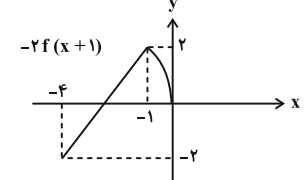
راه حل اول: نمودار را یک واحد به سمت چپ منتقل می کنیم.



قرینه نمودار را نسبت به محور x ها به دست می آوریم.



در نهایت نمودار را با ضرب ۲ در راستای محور y ها انبساط می دهیم.



راه حل دوم: کافی است تبدیل یافته نقطه  $A(0, -1)$  را بیابیم:

$$\begin{cases} f(0) = -1 \\ y = -2f(x+1) \Rightarrow -\frac{y}{2} = f(x+1) \\ \begin{cases} x+1=0 \Rightarrow x=-1 \\ -\frac{y}{2} = -1 \Rightarrow y=2 \end{cases} \Rightarrow A'(-1, 2) \end{cases}$$

پس می توان نتیجه گرفت:

با توجه به گزینه ها، نقطه  $A'(-1, 2)$  تنها روی نمودار گزینه «۱» قرار دارد.

(حسابان ۲ - صفحه های ۳ و ۷)

گزینه ۳

(علی آزاد)

برای به دست آوردن دامنه تابع  $y = \sqrt{f(-x-2)}$  باید نامعادله  $f(-x-2) \geq 0$  را حل کنیم. با توجه به نمودار تابع  $f$ ، مجموعه جواب نامعادله  $f(x) \geq 0$  برابر  $[-1, 1]$  است، پس:

$$f(-x-2) \geq 0 \Rightarrow -1 \leq -x-2 \leq 1 \Rightarrow -3 \leq x \leq -1$$

بازه  $[-3, -1]$  دامنه تابع  $y = \sqrt{f(-x-2)}$  است.

(حسابان ۲ - صفحه های ۳ و ۹)

گزینه ۳

(رضا مایرد)

$$-2 \leq \frac{1}{4}f(2x+1) - 2 \leq 8$$

متطابق نمودار داریم:

$$\Rightarrow 0 \leq \frac{1}{4}f(2x+1) \leq 10 \Rightarrow 0 \leq f(2x+1) \leq 40 \Rightarrow R_f = [0, 40]$$

برد تابع  $y = -f\left(\frac{x}{2}\right) + 2$  به صورت زیر محاسبه می شود:

$$0 \leq f\left(\frac{x}{2}\right) \leq 40 \Rightarrow -40 \leq -f\left(\frac{x}{2}\right) \leq 0$$

$$\Rightarrow -38 \leq -f\left(\frac{x}{2}\right) + 2 \leq 2 \Rightarrow R_y = [-38, 2]$$

برد این تابع تنها شامل دو عدد طبیعی ۱ و ۲ است.

(حسابان ۲ - صفحه های ۲ تا ۱۰)

گزینه ۴

(امیر سیفی سلسله)

لازم نیست تمام نمودار  $y = 3 - 2f(-2x)$  را رسم کنیم. بلکه کافی است نقاط متناظر با A و B را پیدا کنیم.

$$A(-3, 3) \in f \Rightarrow f(-3) = 3 \xrightarrow{x=\frac{3}{2}}$$

$$y = 3 - 2f\left(-2\left(\frac{3}{2}\right)\right) = 3 - 2f(-3) = 3 - 2(3) = -3 \Rightarrow A'\left(\frac{3}{2}, -3\right)$$

$$B(6, 0) \in f \Rightarrow f(6) = 0 \xrightarrow{x=-3}$$

$$y = 3 - 2f(-2(-3)) = 3 - 2f(6) = 3 - 2(0) = 3 \Rightarrow B'(-3, 3)$$

جواب این سؤال فاصله بین  $A'$  و  $B'$  است:

$$A'B' = \sqrt{\left(-\frac{9}{2}\right)^2 + (6)^2} = \frac{15}{2} = 7.5$$

(حسابان ۲ - مشابه کار در کلاس صفحه ۱۰)

گزینه ۲

(کیان کریمی فراسانی)

نمودار تابع  $f(x)$  از یک مثلث با ارتفاع ۱ و قاعده ۴ تشکیل شده است.

نمودار تابع  $(a+3)f(ax)$  از یک مثلث با ارتفاع  $|a+3|$  و قاعده  $\left|\frac{4}{a}\right|$  تشکیل شده است. مساحت مثلث جدید را می نویسیم:

$$\frac{|a+3| \times \left|\frac{4}{a}\right|}{2} = 4 \Rightarrow \frac{|a+3|}{|a|} = 2 \Rightarrow \frac{a+3}{a} = \pm 2 \Rightarrow a = 3, -1$$

مجموع مقادیر a برابر ۲ می شود.

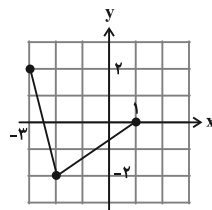
(حسابان ۲ - صفحه های ۷ و ۹)

گزینه ۴

(کیان کریمی فراسانی)

برای رسم نمودار  $g(x) = 2f(x+1)$  باید نمودار  $f(x)$  را ۱ واحد به چپ انتقال بدهیم و سپس عرض همه نقاط را ۲ برابر کنیم. با توجه به نمودار g، داریم:

$$\begin{cases} R_g = [-2, 2] \\ D_g = [-3, 1] \end{cases} \Rightarrow R_g \cap D_g = [-2, 1]$$



که این مجموعه شامل ۴ عدد صحیح است.

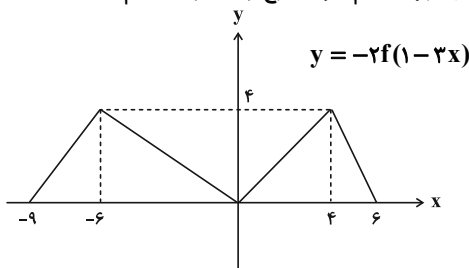
(حسابان ۲ - صفحه های ۳ و ۷)

(کتاب پرتکرار حسابان ۲، سؤال ۹)

گزینه ۲

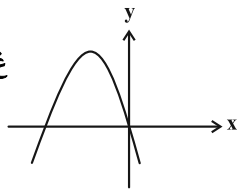
(رضا ماجری)

راه حل اول: برای رسم نمودار تابع  $f(x-2)$  داریم:





$$\Rightarrow (k-3)^2 = 1 \Rightarrow \begin{cases} \text{قق } k=4 \\ \text{غ قق } k=2 \end{cases}$$



(حسابان ۲- صفحه‌های ۳ تا ۹)

(مهردار ملونری)

۹- گزینه «۱»

در نظر می‌گیریم:  $g(x) = 2f\left(\frac{x}{2}\right) + 1$ . طبق فرض

نقطه  $A = (2, 1)$  روی تابع  $g$  قرار دارد، پس داریم:  
 $g(2) = 1 \Rightarrow 2f(1) + 1 = 1 \Rightarrow 2f(1) = 0 \Rightarrow f(1) = 0$

نقطه  $A' = (0, 0)$  روی نمودار تابع  $f$  متناظر با نقطه  $A$  است.

$$AA' = \sqrt{(2-0)^2 + (1-0)^2} = \sqrt{5}$$

(حسابان ۲- مشابه مثال صفحه ۱۰)

کتاب پرتکرار حسابان ۲، مشابه سؤال ۷ (پ)

(روح اله حسینی)

۱۰- گزینه «۳»

راه‌حل اول: قرار دهیم  $k = \frac{m}{n}$ . نقاط جدول زیر روی نمودار تابع  $y = f(x)$  است:

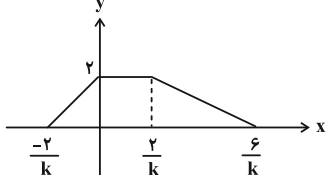
x	-۲	۰	۲	۶
y	۰	۲	۲	۰

تعبیر این نقاط روی نمودار  $y = f(kx)$  به صورت زیر است:

x	$-\frac{2}{k}$	۰	$\frac{2}{k}$	$\frac{6}{k}$
y	۰	۲	۲	۰

بنابراین نمودار تابع  $y = f(kx)$  به شکل زیر است:

(دقت کنید که چون  $m$  و  $n$  طبیعی هستند، پس  $k > 0$ )



پس ناحیه محدود به نمودار تابع و محور طول‌ها دوزنقه‌ای است که طول

قاعده کوچک آن  $\frac{2}{k}$ ، طول قاعده بزرگ آن  $\frac{6}{k}$ ، طول قاعده بزرگ آن  $\frac{6}{k} - (-\frac{2}{k}) = \frac{8}{k}$ ، ارتفاع  $\frac{2}{k}$  و ارتفاع

آن ۲ است. پس:  $15 = \frac{1}{2} \left( \frac{2}{k} + \frac{8}{k} \right) \times 2 \Rightarrow \frac{10}{k} = 15 \Rightarrow k = \frac{10}{15} = \frac{2}{3}$

بنابراین  $(m, n) = (2, 3)$  و در نتیجه  $2m + n = 7$ .

راه‌حل دوم: می‌دانیم اگر مساحت ناحیه محدود به نمودار تابع  $y = f(x)$  و محور  $x$ ‌ها برابر  $S$  باشد آن‌گاه مساحت ناحیه محدود به نمودار

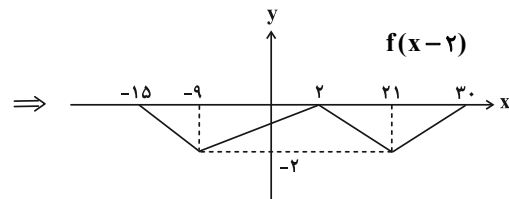
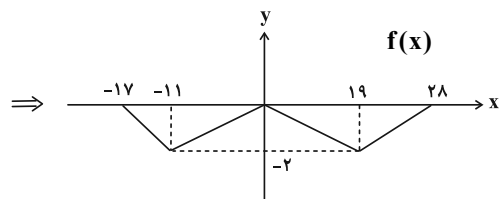
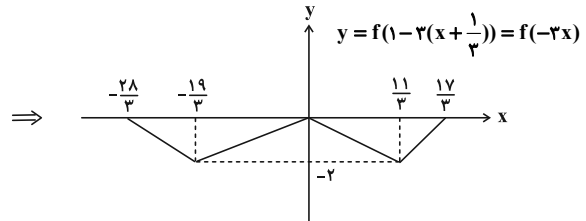
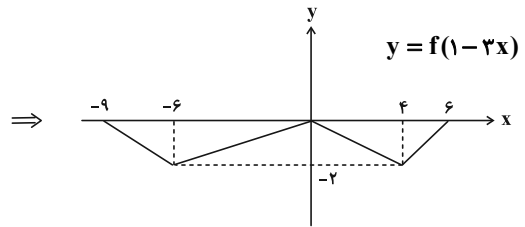
تابع  $y = f(kx)$  و محور  $x$ ‌ها برابر  $\frac{S}{k}$  خواهد بود (چرا؟)، پس مطابق

شکل صورت سؤال داریم:

$$S = \frac{(2+8) \times 2}{2} = 10 \Rightarrow \text{طبق فرض: } \frac{S}{\frac{m}{n}} = 15$$

$$\Rightarrow \frac{m}{n} = \frac{10}{15} = \frac{2}{3} \Rightarrow m=2, n=3 \Rightarrow 2m+n=7$$

(حسابان ۲- صفحه ۹)



$$\Rightarrow f(x-2) = -2 \Rightarrow \begin{cases} x_1 = -9 \\ x_2 = 21 \end{cases}$$

$$\Rightarrow x_2 - x_1 = 21 - (-9) = 30$$

راه‌حل دوم: ابتدا معادله  $f(1-3x) = -2$  را حل می‌کنیم:

$$y = -2f(1-3x) \xrightarrow{f(1-3x) = -2} y = 4$$

پس طول نقاط تقاطع نمودار داده شده با  $y = 4$ ، جواب معادله مورد نظر است:

$$\begin{cases} f(1-3(4)) = f(-11) = -2 \xrightarrow{x-2=-11} x = -9 \\ f(1-3(-6)) = f(19) = -2 \xrightarrow{x-2=19} x = 21 \end{cases}$$

اختلاف ریشه‌ها برابر ۳۰ می‌شود.

(حسابان ۲- صفحه‌های ۲ تا ۱۰)

(اخشین فاضلان)

۸- گزینه «۳»

$$f(x) = x^2 - 6x + 5 = x^2 - 6x + 9 - 4 = (x-3)^2 - 4$$

$$g(x) = -f(2x+k) - 3 \Rightarrow g(x) = -(2x+k-3)^2 + 4 - 3$$

$$= -(2x+k-3)^2 + 1$$

اگر قرار باشد سهمی فقط از ناحیه اول عبور نکند آن‌گاه باید رأس سهمی در ربع دوم واقع شده و رو به پایین باشد. یعنی:

$$2x+k-3=0 \Rightarrow \text{طول رأس سهمی: } x_S = \frac{3-k}{2} < 0 \Rightarrow k > 3$$

درضمن، حداقل مقدار  $k$  زمانی اتفاق می‌افتد که نمودار سهمی از مبدأ

$$(0, 0) \in g \Rightarrow 0 = -(0+k-3)^2 + 1$$

مختصات بگذرد:





ریاضی ۱

۱۱- گزینه «۲»

(شمار معنوی)

ابتدا شرط تعریف بازه را بررسی می‌کنیم:

$$\begin{cases} A = [m-2, 4) \Rightarrow 4 > m-2 \Rightarrow m < 6 & (1) \\ B = [-3, 3m-1) \Rightarrow 3m-1 > -3 \Rightarrow 3m > -2 \Rightarrow m > -\frac{2}{3} \end{cases}$$

برای این که دو بازه A و B جدا از هم باشند داریم:

$$3m-1 \leq m-2 \Rightarrow 2m \leq -1 \Rightarrow m \leq -\frac{1}{2} \quad (3)$$

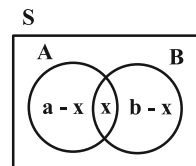
$$(1) \cap (2) \cap (3) \Rightarrow -\frac{2}{3} < m \leq -\frac{1}{2}$$

(ریاضی ۱- مجموعه، الگو و دنباله: صفحه‌های ۲ تا ۵)

۱۲- گزینه «۴»

(شمار مسن/زده‌فرد)

با فرض  $n(A) = a$  و  $n(B) = b$  و نمودار ون زیر داریم:



$$\begin{cases} |a-b| = 7 \\ a-x = 10 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} b-a = -7 \text{ یا } 7 \\ a-x = 10 \end{cases}$$

جمع  
دوتا  $\rightarrow b-x = 3 \text{ یا } 17$

در نتیجه:

$$n(A \cup B) - n(A \cap B) = (a-x) + (b-x) = a+b-2x$$

$$\Rightarrow \begin{cases} a-x = 10 \\ b-x = 3 \text{ یا } 17 \end{cases} \Rightarrow a+b-2x = \begin{cases} 10+3 = 13 \\ 10+17 = 27 \end{cases}$$

(ریاضی ۱- مجموعه، الگو و دنباله: صفحه‌های ۸ تا ۱۳)

۱۳- گزینه «۲»

(ممنوع زکنه)

جملات موجود در شکل، مربوط به دنباله حسابی  $a_n = n+3$  هستند. از

طرفی چون جملات  $a_1$  و  $a_4$  با هم  $a_3$  و  $a_6$  نسبت به  $a_9$

متساوی الفاصله هستند پس می‌توان نوشت:

$$\frac{a_2 + a_{16}}{2} = a_9 \Rightarrow a_2 + a_{16} = 2a_9$$

$$\frac{a_5 + a_{13}}{2} = a_9 \Rightarrow a_5 + a_{13} = 2a_9$$

$$\Rightarrow a_2 + a_5 + a_9 + a_{13} + a_{16} = (a_2 + a_{16}) + (a_5 + a_{13}) + a_9$$

$$= 2a_9 + 2a_9 + a_9 = 5a_9 \xrightarrow{a_9=12} 5 \times 12 = 60$$

(ریاضی ۱- مجموعه، الگو و دنباله: صفحه‌های ۱۴ تا ۲۴)

۱۴- گزینه «۳»

(انگشتین فاصله‌شان)

$$t_n = an^2 + bn + c \Rightarrow \begin{cases} t_1 = a + b + c = 5 \\ t_4 = 16a + 4b + c = 14 \\ t_5 = 25a + 5b + c = 20 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} t_4 - t_1 = 15a + 3b = 9 \\ t_5 - t_4 = 9a + b = 6 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = \frac{3}{4} \\ b = -\frac{3}{4} \end{cases}$$

$$a + b + c = 5 \Rightarrow c = 5 \Rightarrow t_n = \frac{3}{4}n^2 - \frac{3}{4}n + 5$$

$$\Rightarrow t_8 = 48 - 6 + 5 = 47$$

(ریاضی ۱- مجموعه، الگو و دنباله: صفحه‌های ۱۴ تا ۲۰)

۱۵- گزینه «۱»

(ستار زواری)

اگر بزرگ‌ترین و کوچک‌ترین عدد درج شده را به ترتیب  $y$  و  $x$  در نظر

بگیریم، داریم:  $8, x, \dots, y, 155$

طبق خاصیت دنباله حسابی:  $8 + 155 = x + y = 163 \quad (*)$

طبق صورت سؤال:  $y - x = 141 \xrightarrow{(*)} y = 152, x = 11$

پس قدرنسبت این دنباله برابر  $3 = 11 - 8$  می‌باشد.

$$d = \frac{155 - 8}{n + 1} = 3 \Rightarrow n = 48 \quad \text{حال داریم:}$$

(ریاضی ۱- مجموعه، الگو و دنباله: صفحه‌های ۲۱ تا ۲۴)



۱۶- گزینه «۲»

(موسان کورزی)

$$3^m \times 3^n = (3\sqrt{3})^2 \Rightarrow 3^{m+n} = 27 = 3^3 \Rightarrow m+n = 3$$

$$\Rightarrow \text{واسطه حسابی} = \frac{m+n}{2} = \frac{3}{2}$$

(ریاضی ۱- مجموعه، الگو و دنباله: صفحه‌های ۲۱ تا ۲۶)

۱۷- گزینه «۲»

(کیان کریمی فراسانی)

برای سه جمله متوالی در دنباله‌های هندسی داده شده داریم:

$$\begin{cases} b^2 = ac \\ (-b)^2 = (a+10)(c+10) \Rightarrow b^2 = ac + 10(a+c) + 100 \end{cases}$$

$$\xrightarrow{b^2=ac} 10(a+c) = -100 \Rightarrow \frac{a+c}{2} = -5$$

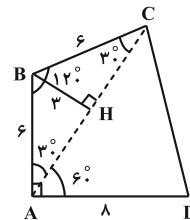
برای رد کردن بقیه گزینه‌ها کافی است اعداد  $a = -2$ ،  $b = 4$  و  $c = -8$  را در نظر بگیریم.

(ریاضی ۱- مجموعه، الگو و دنباله: صفحه‌های ۲۱ تا ۲۶)

۱۸- گزینه «۴»

(مهردار ملونری)

مطابق شکل، قطر  $AC$  را رسم می‌کنیم؛ در مثلث متساوی‌الساقین  $ABC$ ، زوایای مجاور ساق  $30^\circ$  درجه هستند و داریم:



$$\frac{BH}{BC} = \sin 30^\circ = \frac{1}{2} \Rightarrow BH = 6 \times \frac{1}{2} = 3$$

$$\frac{CH}{BC} = \cos 30^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2} \Rightarrow CH = 6 \times \frac{\sqrt{3}}{2} = 3\sqrt{3}$$

داریم  $AC = 2CH = 6\sqrt{3}$  و در نتیجه:

$$\begin{cases} S_{ABC} = \frac{BH \times AC}{2} = \frac{3 \times 6\sqrt{3}}{2} = 9\sqrt{3} \\ S_{ACD} = \frac{1}{2} AC \times AD \times \sin 60^\circ = \frac{1}{2} \times 6\sqrt{3} \times 8 \times \frac{\sqrt{3}}{2} = 36 \end{cases}$$

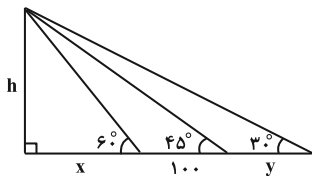
مساحت چهارضلعی  $ABCD$  برابر می‌شود با:

$$S = S_{ABC} + S_{ACD} = 36 + 9\sqrt{3}$$

(ریاضی ۱- مثلثات: صفحه‌های ۳۳ و ۳۵)

۱۹- گزینه «۲»

(علی آزار)



$$\begin{cases} \tan 60^\circ = \sqrt{3} = \frac{h}{x} \Rightarrow h = \sqrt{3}x \Rightarrow x = \frac{\sqrt{3}}{3}h \\ \tan 45^\circ = \frac{h}{x+100} = 1 \Rightarrow h = x+100 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} h = 50(3 + \sqrt{3}) \\ x = 50(\sqrt{3} + 1) \end{cases}$$

$$\tan 30^\circ = \frac{\sqrt{3}}{3} = \frac{h}{x+100+y} \Rightarrow x+100+y = \sqrt{3}h$$

$$\Rightarrow 50\sqrt{3} + 50 + 100 + y = \sqrt{3} \times 50(3 + \sqrt{3})$$

$$\Rightarrow 50\sqrt{3} + 150 + y = 150\sqrt{3} + 150 \Rightarrow y = 100\sqrt{3}$$

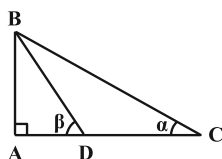
(ریاضی ۱- مثلثات: صفحه‌های ۲۹ تا ۳۵)

۲۰- گزینه «۴»

(روح‌اله سنی)

طبق فرض  $\tan \alpha = \frac{3}{4}$ ، پس مطابق شکل  $AB = 3x$  و  $AC = 4x$ ؛

همچنین  $\cot \beta = \frac{5}{12}$ ، پس  $AD = 5y$  و  $AB = 12y$  در نظر می‌گیریم.



داریم  $AB = 12y = 3x$ ، یعنی  $x = 4y$  و در نتیجه خواهیم داشت:

$$AC = 4x = 4(4y) = 16y$$

$$\frac{DC}{AB} = \frac{11y}{12y} = \frac{11}{12} \quad \text{پس } DC = AC - AD = 11y \text{ و لذا:}$$

(ریاضی ۱- مثلثات: صفحه‌های ۲۹ تا ۳۵)



حسابان ۱

گزینه «۱» - ۲۱

(امید حسن زاده فرزند)

$$\Rightarrow S_n = \frac{n}{2} [2a_1 + (n-1)d] \xrightarrow{S_n > 400}$$

$$\frac{n}{2} [2 \times 4 + (n-1)8] > 400 \Rightarrow n[8 + 8n - 8] > 800$$

$$\Rightarrow 8n^2 > 800 \Rightarrow n^2 > 100 \Rightarrow n > 10 \Rightarrow \min(n) = 11$$

(حسابان ۱ - صفحه‌های ۲ و ۳)

گزینه «۳» - ۲۲

(علی آزار)

با توجه به این که جمع دو جمله برابر با  $\frac{1}{3}$  و ضرب آن‌ها برابر با  $\frac{4}{3}$  شده

است بنابراین با حل معادله درجه دوم  $x^2 - \frac{1}{3}x + \frac{4}{3} = 0$  می‌توان

جملات  $t_1$  و  $t_2$  را که ریشه‌های این معادله هستند به دست آورد.

$$x^2 - \frac{1}{3}x + \frac{4}{3} = 0 \xrightarrow{\times 3} 3x^2 - x + 4 = 0 \Rightarrow \Delta = 16$$

$$\Rightarrow x = \frac{1 \pm 4}{6} \Rightarrow \begin{cases} x_1 = \frac{5}{6} \Rightarrow t_1 = \frac{2}{3} \\ x_2 = -\frac{1}{2} \Rightarrow t_2 = 2 \end{cases}, t_1 = \frac{2}{3}, t_2 = 2 \Rightarrow q = 3$$

$$S_5 = \frac{\frac{2}{3}(1-3^5)}{1-3} = -\frac{1}{3}(1-3^5) = -\frac{1}{3} + 3^4$$

$$= -\frac{1}{3} + 81 = \frac{242}{3}$$

(حسابان ۱ - صفحه‌های ۳ تا ۹)

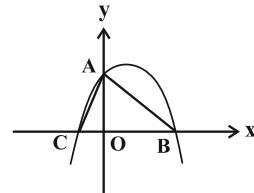
گزینه «۲» - ۲۳

(مهمرب زنگنه)

محل تقاطع تابع با محور  $y$ ‌ها برابر با  $2m$  و فرض کنیم صفرهای آن  $\alpha$  و  $\beta$  هستند به طوری که  $\alpha\beta = -2m$  و چون یکی از ریشه‌های

معادله  $-x^2 + 6x + 2m = 0$  مثبت و دیگری منفی است پس  $\alpha\beta < 0$  و

در نتیجه  $m > 0$ ، چون مثلث در رأس  $A$  قائمه است پس:



$$OA^2 = BO \times CO$$

$$(2m)^2 = |\alpha| \times |\beta| \xrightarrow{\alpha < 0} 4m^2 = -\alpha\beta$$

$$\Rightarrow 4m^2 = -\frac{c}{a} \xrightarrow{\frac{c=2m}{a=-1}} 4m^2 = 2m$$

$$\Rightarrow 2m(2m-1) = 0 \Rightarrow \begin{cases} m = 0 \\ m = \frac{1}{2} \end{cases}$$

فقط مقدار  $m = \frac{1}{2}$  قابل قبول است.

(حسابان ۱ - صفحه‌های ۸ و ۹)

گزینه «۴» - ۲۴

(علی آزار)

با توجه به معادله  $x^2 - 3x + 1 = 0$  خواهیم داشت:  $S = \alpha + \beta = 3$   
از آنجا که  $\alpha$  و  $\beta$  ریشه‌های معادله داده شده هستند بنابراین در خود معادله نیز صدق می‌کنند:

$$x^2 - 3x + 1 = 0 \xrightarrow{x=\beta} \beta^2 - 3\beta + 1 = 0 \Rightarrow \beta^2 + 1 = 3\beta$$

$$\Rightarrow \frac{\beta^2 + 1}{3} = \beta$$

$$\xrightarrow{x=\alpha} \alpha^2 - 3\alpha + 1 = 0$$

$$\Rightarrow \alpha(\alpha - 3) = -1 \Rightarrow \alpha = \frac{1}{3 - \alpha}$$

$$\frac{1}{3 - \alpha} + \frac{\beta^2 + 1}{3} = \alpha + \beta = S = 3 \quad \text{بنابراین داریم:}$$

(حسابان ۱ - صفحه‌های ۸ و ۹)

گزینه «۴» - ۲۵

(علی آزار)

ابتدا به وسیله تغییر متغیر، معادله داده شده را به معادله درجه ۲ تبدیل

$$x^6 - 7x^3 + 8 = 0 \xrightarrow{x^3=t} t^2 - 7t + 8 = 0 \quad \text{می‌کنیم.}$$

با توجه به این که  $\Delta > 0$  می‌باشد فرض می‌کنیم ریشه‌های

معادله  $t^2 - 7t + 8 = 0$  به صورت  $\alpha'$  و  $\beta'$  باشند پس داریم:

$$\alpha' + \beta' = 7, \quad \alpha'\beta' = 8$$

$$x^3 = t \Rightarrow \begin{cases} \alpha' = \alpha^3 \\ \beta' = \beta^3 \end{cases} \quad \text{از طرفی می‌دانیم:}$$

پس داریم:

$$\begin{cases} \alpha^3 \beta^3 = 8 \quad (*) \Rightarrow \alpha\beta = 2 \\ \alpha^3 + \beta^3 = 7 \xrightarrow{\text{توان } 2} \alpha^6 + \beta^6 + 2\alpha^3\beta^3 = 49 \\ \xrightarrow{(*)} \alpha^6 + \beta^6 = 33 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \frac{\alpha^6 + \beta^6}{\alpha\beta} = \frac{33}{2} = 16 \frac{1}{2}$$

(حسابان ۱ - صفحه‌های ۸ و ۹)

گزینه «۳» - ۲۶

(امیدرضا ذاکر زاده)

با توجه به فرض سؤال، نتیجه می‌شود که ضابطه تابع به صورت

$$y = -(x-2)^2 \text{ یا } y = (x-2)^2$$

فقط  $y = (x-2)^2$  قابل قبول است و داریم:



(میانبش نیکام)

۲۸- گزینه «۱»

$$-\sqrt{2x-1} = t \xrightarrow{t \leq 0} 2x-1 = t^2 \Rightarrow x = \frac{t^2+1}{2}$$

$$(3+t)\left(\frac{t^2+3}{2}\right) + \frac{19}{2} = 0 \Rightarrow (t+3)(t^2+3) + 19 = 0$$

$$\Rightarrow t^3 + 3t^2 + 3t + 9 + 19 = 0 \Rightarrow (t+1)^3 + 27 = 0$$

$$\Rightarrow t+1 = -3 \Rightarrow t = -4 \Rightarrow \sqrt{2x-1} = 4 \Rightarrow 2x-1 = 16$$

$$\Rightarrow x = \frac{17}{2} = 8.5$$

می دانیم  $8 < 8.5 < 9$  و در نتیجه جواب سؤال  $17 = 8+9$  است.

(مسایان ۱- صفحه های ۲۰ تا ۲۲)

(کیان کریمی، فراسانی)

۲۹- گزینه «۱»

از  $|t| = -t$  نتیجه می شود که  $t \leq 0$ . پس داریم:

$$|x^2 - 6x + 5| = -x^2 + 6x - 5 \xrightarrow{x^2 - 6x + 5 = t} x^2 - 6x + 5 \leq 0$$

$$\Rightarrow 1 \leq x \leq 5$$

همچنین برای نامعادله داریم:

$$|x-a| \leq b \Rightarrow -b \leq x-a \leq b \Rightarrow a-b \leq x \leq a+b$$

$$\Rightarrow \begin{cases} a-b=1 \\ a+b=5 \end{cases} \Rightarrow a=3, b=2 \Rightarrow ab=6$$

(مسایان ۱- صفحه های ۲۳ تا ۲۸)

(غلامرضا نیازی)

۳۰- گزینه «۴»

دو خط  $L$  و  $L'$  موازی اند زیرا شیب های برابر دارند در نتیجه فاصله آن ها برای اندازه یک ضلع مستطیل است.

$$L: y = 2x + \frac{3}{2}, L': y = 2x$$

$$L \text{ و } L' \text{ فاصله} = \frac{|\frac{3}{2} - 0|}{\sqrt{1+4}} = \frac{3}{2\sqrt{5}}$$

$$\begin{cases} L': y = 2x \\ L'': y = 4x \end{cases} \Rightarrow x=0=y \Rightarrow \begin{cases} L: 4x-2y+3=0 \\ L'': y-4x=0 \end{cases}$$

$$-y+3=0 \Rightarrow y=3, x=\frac{3}{4}$$

دو رأس مقابل مستطیل  $(0, 0)$  و  $(\frac{3}{4}, 3)$  می باشند.

$$\text{طول قطر} = \sqrt{\left(\frac{3}{4}\right)^2 + (3)^2} = \sqrt{9\left(\frac{17}{16}\right)} = \frac{3}{4}\sqrt{17}$$

$$\Rightarrow \text{اندازه ضلع دیگر مستطیل} = \sqrt{\left(\frac{3}{4}\sqrt{17}\right)^2 - \left(\frac{3}{2\sqrt{5}}\right)^2}$$

$$= \sqrt{\frac{729}{80}} = \frac{27}{4\sqrt{5}}$$

$$\Rightarrow \text{مساحت مستطیل} = \frac{27}{4\sqrt{5}} \times \frac{3}{2\sqrt{5}} = \frac{81}{40}$$

(مسایان ۱- صفحه های ۲۹ تا ۳۶)

$$(x+2a)^2 - 4x + b = (x-2)^2$$

$$x^2 + 4ax + 4a^2 - 4x + b = x^2 - 4x + 4$$

$$x^2 + (4a-4)x + 4a^2 + b = x^2 - 4x + 4$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 4a-4 = -4 \Rightarrow a=0 \\ 4a^2 + b = 4 \Rightarrow b=4 \end{cases}$$

$$g(x) = 4x - f(x) = 4x - (x^2 - 4x + 4) = -x^2 + 8x - 4$$

چون  $\Delta = 64 - 16 > 0$  است، پس داریم:

$$S = -\frac{b}{a} = 8 \quad P = \frac{c}{a} = 4$$

$$\frac{1}{\alpha} + \frac{1}{\beta} = \frac{S}{P} = \frac{8}{4} = 2$$

(مسایان ۱- صفحه های ۸ تا ۱۳)

(مامر معنوی)

۲۷- گزینه «۲»

معادله فرض سؤال به صورت زیر است:

$$\frac{1}{(x-2)(x+2)} + \frac{a+1}{3(x+2)} = \frac{a}{x}$$

دو طرف معادله را در  $(x-2)(x+2)(3x)$  ضرب می کنیم:

$$3x + (a+1)(x^2 - 2x) = 3a(x^2 - 4)$$

$$\Rightarrow (2a-1)x^2 + (2a-1)x - 12a = 0 \quad (*)$$

برای این که معادله فرض سؤال، یک جواب داشته باشد، دو حالت برای (\*) در نظر می گیریم:

حالت اول: معادله درجه دوم (\*), ریشه مضاعف داشته باشد، پس:

$$\Delta = (2a-1)^2 - 4(2a-1)(-12a) = 0$$

$$\Rightarrow (2a-1)(2a-1+48a) = 0 \Rightarrow \begin{cases} a = \frac{1}{2} \text{ غ ق ق} \\ a = \frac{1}{50} \text{ ق ق} \end{cases}$$

توجه کنید که به ازای  $a = \frac{1}{2}$ , معادله (\*) بی معنی خواهد بود!

حالت دوم: معادله درجه دوم (\*), دو ریشه ساده داشته باشد که یکی از آن ها در بین ریشه های مخرج های معادله فرض سؤال باشد:

$$x=0 \xrightarrow{(*)} a=0 \xrightarrow{\text{جای گذاری در } (*)} -x^2 - x = 0$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x=0 \text{ غ ق ق} \\ x=-1 \text{ ق ق} \end{cases}$$

$$x=2 \xrightarrow{(*)} (2a-1)(4) + (2a-1)(2) - 12a = 0 \Rightarrow -6 = 0 \text{ غیر ممکن}$$

$$x=-2 \xrightarrow{(*)} (2a-1)(4) + (2a-1)(-2) - 12a = 0 \Rightarrow -8a = 2$$

$$\Rightarrow a = -\frac{1}{4} \xrightarrow{\text{جای گذاری در } (*)} -\frac{3}{2}x^2 - \frac{3}{2}x + 3 = 0$$

$$\Rightarrow x^2 + x - 2 = 0 \Rightarrow \begin{cases} x=1 \text{ ق ق} \\ x=-2 \text{ غ ق ق} \end{cases}$$

پس مقادیر  $\frac{1}{50}$ , صفر و  $-\frac{1}{4}$  برای  $a$  قابل قبول است.

(مسایان ۱- صفحه های ۱۷ تا ۱۹)



هندسه ۳

گزینه «۳» - ۳۱

(اخشین فاضله‌فان)

مثال نقض برای گزینه «۱»:

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} = \bar{O}$$

مثال نقض برای گزینه «۲»:

$$\begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ -1 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 & -1 \\ 1 & 5 \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ -1 & 1 \end{bmatrix} \neq \begin{bmatrix} 2 & -1 \\ 1 & 5 \end{bmatrix}$$

تساوی گزینه «۴» تنها در صورتی درست است که دو ماتریس A و B تعویض‌پذیر باشند و در غیر این صورت این رابطه برقرار نیست.

اگر  $A = \begin{bmatrix} a & 0 \\ 0 & a \end{bmatrix}$  و  $B = \begin{bmatrix} b & 0 \\ 0 & b \end{bmatrix}$  دو ماتریس اسکالر باشند،

آن‌گاه  $AB = BA = \begin{bmatrix} ab & 0 \\ 0 & ab \end{bmatrix}$  است، پس رابطه گزینه «۳» همواره

برقرار بوده و مثال نقض ندارد.

(هنر سه - ۳ - مشابه تمرین‌های ۳، ۴ و ۱۰ صفحه‌های ۲۰ و ۲۱)

گزینه «۱» - ۳۲

(اسحاق اسفندیار)

در سطر سوم ماتریس مربعی A شماره سطر  $i = 3$  و  $j$  از ۱ تا n تغییر می‌کند.

$$\text{سطر سوم} \Rightarrow \begin{bmatrix} 3 + 2 \times 1 & 3 + 2 \times 2 & 3 + 2 \times 3 & \dots & 3 + 2 \times n \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \end{bmatrix}$$

مجموع درایه‌های سطر سوم =  $(3 + 2 \times 1) + (3 + 2 \times 2) + \dots + (3 + 2 \times n) = 96$

$$3n + 2 \left( \frac{n(n+1)}{2} \right) = 96$$

$$\Rightarrow \frac{n^2 + 4n - 96}{(n+12)(n-8)} = 0 \Rightarrow \begin{cases} n = -12 & \text{غ ق} \\ n = 8 & \text{ق ق} \end{cases}$$

بنابراین مجموع درایه‌های ستون سوم برابر است با:

$$(1 + 2 \times 3) + (2 + 2 \times 3) + \dots + (8 + 2 \times 3) = (1 + 2 + \dots + 8) + 8 \times 6 = 36 + 48 = 84$$

$$= (1 + 2 + \dots + 8) + 8 \times 6 = 36 + 48 = 84$$

(هنر سه - ۳ - صفحه‌های ۱۱ و ۱۲)

گزینه «۲» - ۳۳

(علیرضا شریف‌فطینی)

مطابق ضابطه ماتریس A داریم:

$$\begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & -1 & -2 \\ 3 & 0 & -1 \\ 4 & 5 & 0 \end{bmatrix}$$

$$B = \gamma I = \begin{bmatrix} \gamma & 0 & 0 \\ 0 & \gamma & 0 \\ 0 & 0 & \gamma \end{bmatrix} \Rightarrow BA = \begin{bmatrix} \gamma & 0 & 0 \\ 0 & \gamma & 0 \\ 0 & 0 & \gamma \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & -1 & -2 \\ 3 & 0 & -1 \\ 4 & 5 & 0 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 0 & -\gamma & -2\gamma \\ \gamma & 0 & -\gamma \\ 4\gamma & 5\gamma & 0 \end{bmatrix}$$

مجموع درایه‌های سطر سوم BA برابر است با ۱۸.

(هنر سه - ۳ - مشابه تمرین ۷ صفحه ۲۱)

گزینه «۲» - ۳۴

(سیرمحمدرضا حسینی‌فر)

$$AB = \begin{bmatrix} m & 1 \\ p & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 3 & n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2m+3 & m+n \\ 2p+3 & p+n \end{bmatrix}$$

در ماتریس اسکالر درایه‌های قطر اصلی برابرند و بقیه درایه‌ها صفرند:

$$\begin{cases} 2p+3=0 \Rightarrow p = -\frac{3}{2} \\ m+n=0 \\ 2m+3=p+n \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} m = -\frac{3}{2} \\ n = \frac{3}{2} \end{cases}$$

$$\Rightarrow A+B = \begin{bmatrix} -\frac{3}{2} & 1 \\ -\frac{3}{2} & 1 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 3 & \frac{3}{2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{2} & 2 \\ \frac{3}{2} & \frac{5}{2} \end{bmatrix}$$

(هنر سه - ۳ - صفحه‌های ۱۲ تا ۲۱)

گزینه «۳» - ۳۵

(امیرحسین ابومصوب)

ابتدا ماتریس  $A^T$  را محاسبه می‌کنیم:

$$A^T = \begin{bmatrix} 2 & 5 \\ -1 & -2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 & 5 \\ -1 & -2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix} = -I$$



(کیوان درایی)

۳۸- گزینه «۲»

بهتر است به جای ۳ بار انجام عمل ضرب، از ماتریس A فاکتور بگیریم:

$$A(B-C+A) = A \times \left( \begin{bmatrix} 2 & 0 & 1 \\ 3 & -1 & 4 \\ 1 & 2 & 7 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 2 & 2 & 4 \\ 6 & -1 & 6 \\ 3 & 5 & 7 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 3 & 1 & 2 \\ 2 & 3 & 1 \end{bmatrix} \right)$$

$$= A \times \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = A$$

$$\Rightarrow \text{مجموع درایه‌ها} = 3(1+2+3) = 18$$

(هنر سه - صفحه‌های ۱۷ تا ۲۱)

(امیرسین ابومویب)

۳۹- گزینه «۴»

ابتدا دو ماتریس سمت چپ را در هم ضرب کرده و سپس حاصل را در

$$\text{ماتریس سمت راست ضرب می‌کنیم.} \quad \begin{bmatrix} -1 & 2 \\ 1 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x & 2 \\ 1 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ -6 \end{bmatrix} = 0$$

$$\Rightarrow \begin{bmatrix} -x+2 & -4 \\ -6 & -6 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ -6 \end{bmatrix} = 0 \Rightarrow \begin{bmatrix} -x^2+2x+24 \\ -x^2+2x+24 \end{bmatrix} = 0$$

$$\Rightarrow x^2 - 2x - 24 = 0 \Rightarrow (x-6)(x+4) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x=6 \\ x=-4 \end{cases}$$

(هنر سه - صفحه‌های ۱۷ و ۱۸)

(هومن عقیلی)

۴۰- گزینه «۴»

$$\forall i, j; a_{ij} = -a_{ji}$$

$$a_{21} = -a_{12} \Rightarrow y = -4$$

$$a_{11} = -a_{11} \Rightarrow a_{11} = 0 \Rightarrow x - 2 = 0 \Rightarrow x = 2$$

$$a_{32} = -a_{23} \Rightarrow z = -(y+2) = -(-4+2) = 2$$

$$\Rightarrow A^2 = \begin{bmatrix} 0 & 4 & -7 \\ -4 & 0 & -2 \\ 7 & 2 & 0 \end{bmatrix}_{3 \times 3} \times \begin{bmatrix} 0 & 4 & -7 \\ -4 & 0 & -2 \\ 7 & 2 & 0 \end{bmatrix}_{3 \times 3}$$

$$= \begin{bmatrix} -65 & & \\ & -20 & \\ & & -53 \end{bmatrix}_{3 \times 3}$$

$$\text{جمع درایه‌های قطر اصلی} = -138$$

(هنر سه - صفحه‌های ۱۱ تا ۲۱)

حال به راحتی می‌توان به‌طور مستقیم ماتریس  $A^{1404}$  را به دست آورد:

$$A^{1404} = (A^2)^{702} = (-I)^{702} = I = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

بنابراین مجموع درایه‌های این ماتریس برابر ۲ است.

(هنر سه - مشابه تمرین ۵ صفحه ۲۰)

(هومن عقیلی)

۳۶- گزینه «۳»

با توجه به فاکتورگیری و خواص ضرب ماتریس‌ها داریم:

$$CAB + CB^T = C(A+B)B = (C)(3I)(B) = 3CB = 3 \times \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 0 & 5 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 6 & 9 \\ 0 & 15 \end{bmatrix} \Rightarrow \text{مجموع درایه‌ها} = 6+9+15+0 = 30$$

(هنر سه - صفحه‌های ۱۷ تا ۲۱)

(روح‌اله حسینی)

۳۷- گزینه «۲»

A یک ماتریس قطری است. پس برای هر  $n \in \mathbb{N}$  داریم:

$$A^n = \begin{bmatrix} 2^n & 0 & 0 \\ 0 & (-1)^n & 0 \\ 0 & 0 & 1^n \end{bmatrix}$$

$$B = I + A + A^2 + \dots + A^k \quad \text{بنابراین:}$$

$$= \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 2^2 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} + \dots + \begin{bmatrix} 2^k & 0 & 0 \\ 0 & (-1)^k & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 1+2+2^2+\dots+2^k & 0 & 0 \\ 0 & 1+(-1)+\dots+(-1)^k & 0 \\ 0 & 0 & k+1 \end{bmatrix}$$

$$\Rightarrow \text{مجموع درایه‌های B} = \begin{cases} 2^{k+1} + k, & \text{فرد } k \\ 2^{k+1} + k + 1, & \text{زوج } k \end{cases}$$

اما چون  $2^1 + 9 = 10$ ،  $2^2 + 9 = 13$ ، پس  $k+1 = 10$  و  $k = 9$ .

$$1+2+2^2+\dots+2^k = 2^{k+1} - 1$$

تذکر:

(هنر سه - صفحه‌های ۱۲ تا ۲۱)



هندسه ۱

گزینه ۳» ۴۱-

(امیرحسین ابومحبوب)

بررسی گزینه‌ها:

(۱) این حکم نادرست است، چون در مثلث قائم‌الزاویه، نقطه هم‌مرسی عمودمنصف‌ها وسط وتر، یعنی روی مثلث است.

(۲) این حکم نادرست است. به عنوان مثال نقض می‌توان مثلی به طول اضلاع ۵، ۶ و ۲ را در نظر گرفت که اندازه بزرگ‌ترین ضلع از دو برابر کوچک‌ترین ضلع، بزرگ‌تر است.

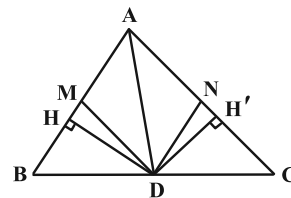
(۳) این حکم کاملاً درست و فاقد مثال نقض است. هر زاویه خارجی مثلث برابر مجموع دو زاویه داخلی غیرمجاور آن است، پس قطعاً از این دو زاویه بزرگ‌تر است.

(۴) این حکم نادرست است. به عنوان مثال نقض در مثلث قائم‌الزاویه‌ای به اضلاع قائمه ۳ و ۴، ضلع به طول ۴، ارتفاع وارد بر ضلع به طول ۳ و بزرگ‌تر از آن است.

(هنرسه ۱- صفحه‌های ۲۵ و ۲۶)

گزینه ۱» ۴۲-

(امیرحسین ابومحبوب)



از نقطه D، عمودهای DH و DH' را بر اضلاع AB و AC رسم می‌کنیم. چون D روی نیمساز زاویه A قرار دارد، پس از دو ضلع زاویه به یک فاصله است، یعنی  $DH = DH'$ . از طرفی طبق قضیه زاویه برتر در مثلث ABC داریم:

$$\hat{B} > \hat{C} \Rightarrow AC > AB \Rightarrow \frac{AC}{2} > \frac{AB}{2} \Rightarrow CN > AM$$

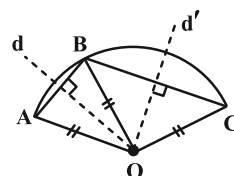
$$\frac{S_{AMD}}{S_{CND}} = \frac{\frac{1}{2} DH \times AM}{\frac{1}{2} DH' \times CN} = \frac{AM}{CN} < 1$$

(هنرسه ۱- صفحه‌های ۱۱ و ۱۲)

گزینه ۱» ۴۳-

(مهمر قنران)

مطابق شکل، سه نقطه A، B و C را روی کمان دایره مشخص می‌کنیم.



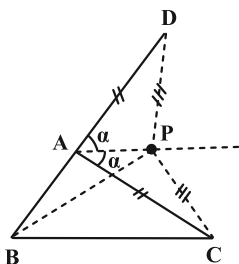
عمودمنصف پاره‌های AB و BC را رسم کرده و محل تقاطع آن‌ها را مشخص می‌کنیم، داریم:

$$\left. \begin{array}{l} \text{عمودمنصف } AB \Rightarrow AO = BO \\ \text{عمودمنصف } BC \Rightarrow BO = CO \end{array} \right\} \Rightarrow AO = BO = CO$$

در نتیجه O از سه نقطه A، B و C به یک فاصله بوده و مرکز دایره است. (هنرسه ۱- مشابه تمرین ۵ صفحه ۱۶)

گزینه ۴» ۴۴- (روح اله حسینی)

AB را از طرف A به اندازه AC تا نقطه D امتداد می‌دهیم. مثلث APD و APC به حالت (ض ض) هم‌نهشت هستند. بنابراین  $PD = PC$ . اکنون در مثلث BPD بنابه نامساوی مثلثی داریم:



$$BD < PB + PD \Rightarrow BA + AD < PB + PD$$

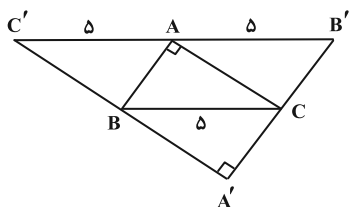
$$\frac{AD=AC}{PD=PC} \rightarrow AB + AC < PB + PC$$

(هنرسه ۱- صفحه‌های ۱۱ تا ۲۷)

گزینه ۴» ۴۵-

(سیرمهمر رضا حسینی فرد)

مثلث ABC با اضلاع ۳، ۴ و ۵ قائم‌الزاویه است و محل هم‌مرسی ارتفاع‌های آن رأس قائم (رأس A) است. این نقطه محل هم‌مرسی عمودمنصف‌های اضلاع مثلث A'B'C' است و فاصله‌اش تا هر رأس ۵ است.



$$AA' + AB' + AC' = 15$$

(هنرسه ۱- صفحه‌های ۱۸ تا ۲۰)

گزینه ۴» ۴۶-

(مهمر قنران)

نقطه M محل تقاطع عمودمنصف AC با ضلع AB طبق تعریف عمودمنصف، فاصله‌اش از A و C برابر است، بنابراین:



$$\hat{A} + \hat{B} + \hat{C} = 180^\circ \Rightarrow 4x + 3x + 2x = 9x = 180^\circ \Rightarrow x = 20^\circ$$

$$\begin{cases} \hat{A\hat{O}B} = 180^\circ - 3/5x = 180^\circ - 70^\circ = 110^\circ \\ \hat{B\hat{O}C} = 180^\circ - 2/5x = 180^\circ - 50^\circ = 130^\circ \end{cases}$$

در نتیجه:

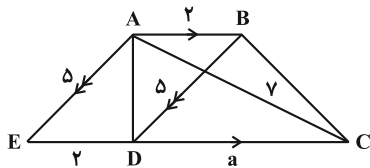
$$\frac{\hat{A\hat{O}B}}{\hat{B\hat{O}C}} = \frac{110^\circ}{130^\circ} = \frac{11}{13}$$

(هنرسه ۱- صفحه‌های ۱۹ و ۲۰)

(هومن عقیلی)

۴۹- گزینه «۳»

از A خطی به موازات قطر BD رسم می‌کنیم تا امتداد CD را در E قطع کند. پس:  $DE = 2$  و  $AE = 5$ .



$$\Delta AEC \text{ در } \underbrace{[7-5]}_2 < a + 2 < \underbrace{[7+5]}_{12} \Rightarrow (0 < a < 10) \cap (a > 2)$$

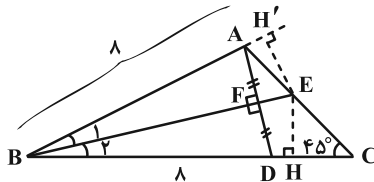
$$\Rightarrow 2 < a < 10 \Rightarrow \max(a \in \mathbb{N}) = 9$$

(هنرسه ۱- صفحه‌های ۱۵ تا ۲۷)

(مهمرب قنبران)

۵۰- گزینه «۲»

در مثلث ABD، BF عمود منصف AD است، پس  $AF = FD$  و  $\hat{B\hat{F}D} = \hat{A\hat{F}B}$  است. بنابراین دو مثلث AFB و BFD هم‌نهشت‌اند و در نتیجه  $AB = BD = 8$  و  $\hat{B}_1 = \hat{B}_2$  است.



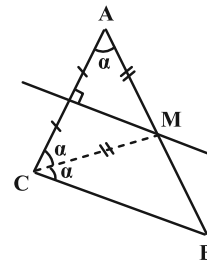
حال چون BE نیمساز است، پس فاصله E از دو ضلع AB و BC برابر است. طبق شکل EHC متساوی‌الساقین قائم‌الزاویه است، پس:

$$EH^2 + CH^2 = CE^2 \Rightarrow 2EH^2 = 16 \Rightarrow EH = 2\sqrt{2}$$

$$\xrightarrow{\text{نیمساز BE}} EH' = 2\sqrt{2} \Rightarrow S_{ABE} = \frac{1}{2} AB \times EH'$$

$$= \frac{1}{2} \times 8 \times 2\sqrt{2} = 8\sqrt{2}$$

(هنرسه ۱- صفحه‌های ۱۳ و ۱۵ تا ۲۷)



$$AM = MC \Rightarrow \hat{M\hat{A}C} = \hat{M\hat{C}A} = \alpha$$

نقطه M از دو ضلع AC و BC به یک فاصله است، پس CM نیمساز

$$\hat{M\hat{C}A} = \hat{M\hat{C}B} = \alpha \Rightarrow \hat{C} = 2\hat{A}$$

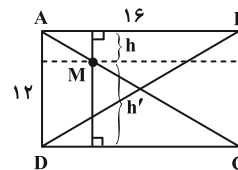
زاویه C است و داریم:

(هنرسه ۱- صفحه‌های ۱۱ تا ۲۰)

(عباس الهی)

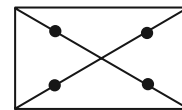
۴۷- گزینه «۳»

ابتدا شکل مورد نظر مسئله را رسم می‌کنیم، نقطه M را روی قطر AC در نظر می‌گیریم و فاصله آن تا اضلاع AB و CD را به ترتیب h و h' لحاظ می‌کنیم. پس داریم:



$$\begin{cases} h' + h = 12 \\ h' - h = 8 \end{cases} \xrightarrow{+} 2h' = 20 \Rightarrow h' = 10 \Rightarrow h = 2$$

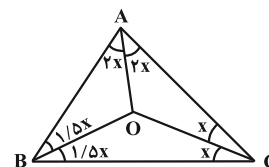
سپس با کمی دقت متوجه می‌شویم ۴ نقطه مشابه M روی قطرها به صورت زیر موجود است:



(هنرسه ۱- صفحه‌های ۱۰ و ۱۱)

(اسحاق اسفندیار)

۴۸- گزینه «۳»



$$\frac{\hat{A}}{4} = \frac{\hat{B}}{3} = \frac{\hat{C}}{2} = x \Rightarrow \begin{cases} \hat{A} = 4x \\ \hat{B} = 3x \\ \hat{C} = 2x \end{cases}$$

طبق فرض داریم:



هندسه ۲

۵۱- گزینه «۱»

(روح اله عسلی)

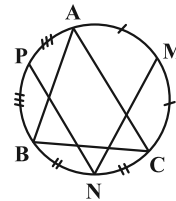
$$66^\circ = \widehat{P\hat{N}M} = \frac{\widehat{PAM}}{2} = \frac{\widehat{AP} + \widehat{AM}}{2} \Rightarrow \widehat{AP} + \widehat{AM} = 132^\circ$$

$$\xrightarrow{\times 2} 2\widehat{AP} + 2\widehat{AM} = 264^\circ$$

$$\frac{2\widehat{AP} = \widehat{AB}}{2\widehat{AM} = \widehat{AC}} \Rightarrow \widehat{AB} + \widehat{AC} = 264^\circ$$

$$\Rightarrow \widehat{BC} = 360^\circ - (\widehat{AB} + \widehat{AC}) = 360^\circ - 264^\circ \Rightarrow \widehat{BC} = 96^\circ$$

$$\Rightarrow \hat{A} = \frac{\widehat{BC}}{2} = 48^\circ$$

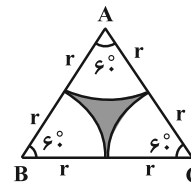


(هندسه ۲- صفحه‌های ۱۲ تا ۱۴)

۵۲- گزینه «۲»

(مهمر فندان)

اگر طول شعاع قطاع دایره‌ها  $r$  باشد، طول هر سه ضلع مثلث برابر  $2r$  بوده و نوع مثلث، متساوی‌الاضلاع است.



مساحت ناحیه رنگی برابری تفاضل مساحت مثلث متساوی‌الاضلاع ABC از سه قطاع دایره با شعاع  $r$  و زاویه  $60^\circ$  درجه است، بنابراین:

$$S_{\text{رنگی}} = S_{ABC} - 3S_{\text{قطاع دایره}} = \frac{(2r)^2 \sqrt{3}}{4} - 3\left(\frac{\pi r^2 \times 60^\circ}{360^\circ}\right)$$

$$= r^2 \sqrt{3} - \frac{\pi r^2}{2} = r^2 \left(\sqrt{3} - \frac{\pi}{2}\right) = 4\sqrt{3} - 2\pi = 4\left(\sqrt{3} - \frac{\pi}{2}\right)$$

$$\Rightarrow r = 2$$

محیط ناحیه رنگی برابر طول سه کمان دایره به شعاع  $r$  و زاویه  $60^\circ$  درجه است.

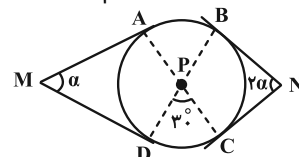
$$\text{محیط ناحیه رنگی} = 3\left(\frac{\pi R}{180^\circ} \alpha\right) = 3\left(\frac{\pi \times 2 \times 60^\circ}{180^\circ}\right) = 2\pi$$

(هندسه ۲- صفحه‌های ۱۲ و ۲۰)

۵۳- گزینه «۲»

(مهمر فندان)

طبق رابطه زاویه بین دو وتر درون دایره داریم:



$$\widehat{CPD} = \frac{\widehat{AB} + \widehat{CD}}{2} = 30^\circ \Rightarrow \widehat{AB} + \widehat{CD} = 60^\circ$$

حال طبق رابطه زاویه بین امتداد دو وتر خارج دایره داریم:

$$\hat{M} = \alpha = \frac{\widehat{AB} + \widehat{BC} + \widehat{CD} - \widehat{AD}}{2}$$

$$\hat{N} = 2\alpha = \frac{\widehat{AB} + \widehat{AD} + \widehat{CD} - \widehat{BC}}{2}$$

$$3\alpha = \widehat{AB} + \widehat{CD} = 60^\circ \Rightarrow \alpha = 20^\circ$$

(هندسه ۲- مشابه تمرین ۳ صفحه ۱۷)

۵۴- گزینه «۳»

(سیرمهمر رضا حسینی فر)

در گزینه «۳» به ازای  $x = 3$ ، مقدار شعاع دایره و فاصله مرکز دایره از خط با هم برابرند یعنی خط و دایره مماس هستند. در گزینه «۱» برای  $x = \frac{3}{2}$  خط و دایره متقاطع‌اند زیرا خط از مرکز دایره می‌گذرد، در گزینه «۲» برای  $x = 2$  خط و دایره متقاطع‌اند، در گزینه «۴» برای  $x = \frac{7}{2}$  خط و دایره بیرون از هم هستند.

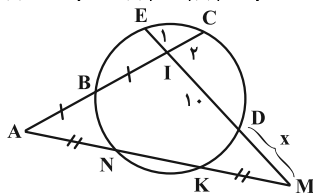
(هندسه ۲- صفحه‌های ۱۰ و ۱۱)

۵۵- گزینه «۲»

(مهمر فندان)

طبق رابطه طولی درون دایره داریم:

$$BI \times CI = EI \times DI \Rightarrow BI \times 2 = 1 \times 10 \Rightarrow BI = AB = 5$$



حال طبق رابطه طولی برای امتداد وترها در خارج دایره داریم:

$$\begin{cases} AB \times AC = AN \times AK \\ MD \times ME = MK \times MN \end{cases}$$

طبق فرض  $AN = MK$ ، پس  $AK = MN$  و در نتیجه طرف راست تساوی‌های بالا با هم برابرند و داریم:

$$AB \times AC = MD \times ME \Rightarrow 5 \times (\Delta + 7) = x(x + 11)$$

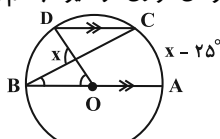
$$\Rightarrow \frac{x^2 + 11x - 60}{(x+15)(x-4)} = 0 \xrightarrow{x>0} x = 4$$

(هندسه ۲- صفحه ۱۸)

۵۶- گزینه «۱»

(سیرمهمر رضا حسینی فر)

کمان‌های محصور بین وترهای موازی دو دایره، با هم برابرند، پس:



$$\widehat{BD} = \widehat{AC} = x - 25^\circ \Rightarrow \begin{cases} \hat{O} = x - 25^\circ \\ \hat{B} = \frac{x - 25^\circ}{2} \end{cases}$$



حال با جای گذاری  $x$  داریم:

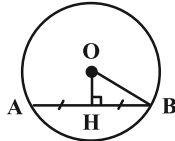
$$R^2 = \left(\frac{5}{4}\right)^2 + \left(\frac{15}{4}\right)^2 = \left(\frac{5}{4}\right)^2 (1+9) \Rightarrow R = \frac{5\sqrt{10}}{4}$$

(هندسه ۲- صفحه های ۱۲ تا ۱۸)

(مهر راز ملونری)

گزینه «۳» ۵۹

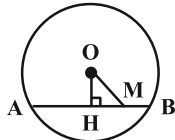
ابتدا مطابق شکل زیر، طول وتر  $AB$  را می یابیم:



$$\begin{cases} OB = R = 3\sqrt{17} \\ OH = 4\sqrt{2} \end{cases} \xrightarrow[\text{در } \triangle BOH]{\text{پیتاگورس}} BH = \sqrt{153 - 32} = 11$$

در نتیجه  $AB = 2BH = 22$ .

طبق فرض، نقطه  $M$  به فاصله ۹ واحد از مرکز دایره قرار دارد، پس مطابق شکل داریم:



$$\begin{cases} OH = 4\sqrt{2} \\ OM = 9 \end{cases} \xrightarrow[\text{در } \triangle OHM]{\text{پیتاگورس}} HM = \sqrt{81 - 32} = 7$$

لذا با توجه به شکل داریم:

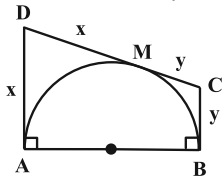
$$\begin{cases} AM = AH + HM = 11 + 7 = 18 \\ BM = BH - HM = 11 - 7 = 4 \end{cases} \Rightarrow \frac{AM}{BM} = \frac{18}{4} = \frac{9}{2}$$

(هندسه ۲- صفحه های ۱۰ تا ۱۳)

(مهر راز ملونری)

گزینه «۴» ۶۰

می دانیم طول مماس های رسم شده بر یک دایره، از نقطه ای خارج آن، با هم برابرند، پس مطابق شکل داریم:



$$\begin{cases} AD = DM = x \\ BC = CM = y \end{cases}$$

طبق فرض داریم:

$$ABCD \text{ محیط دوزنقه } = AB + 2x + 2y = 50$$

$$\xrightarrow{AB=16} 2(x+y) = 34 \Rightarrow x+y = 17$$

مساحت دوزنقه قائم الزاویه  $ABCD$  برابر می شود با:

$$S = \frac{(AD+BC) \times AB}{2} = \frac{17 \times 16}{2} = 17 \times 8 = 136$$

(هندسه ۲- صفحه های ۱۹ و ۲۰)

$$\text{زاویه خارجی در مثلث} \rightarrow x = \hat{B} + \hat{O} \Rightarrow x = x - 25^\circ + \frac{x - 25^\circ}{2}$$

$$\Rightarrow 25^\circ = \frac{x - 25^\circ}{2} \Rightarrow x = 75^\circ$$

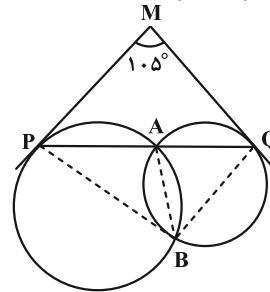
$$\Rightarrow \widehat{BD} = \widehat{AC} = 5^\circ \Rightarrow \widehat{CD} = 180^\circ - 5^\circ - 5^\circ = 170^\circ$$

(هندسه ۲- مشابه تمرین ۴ صفحه ۱۷)

(مهر راز ملونری)

گزینه «۱» ۵۷

وتر مشترک  $AB$  را رسم می کنیم.



زوایای ظلّی  $\hat{APM}$  و  $\hat{AQM}$  به ترتیب با زوایای محاطی  $\hat{ABP}$

و  $\hat{ABQ}$  برابر است (چرا؟)، لذا داریم:

$$\hat{PBQ} = \hat{ABP} + \hat{ABQ} = \hat{APM} + \hat{AQM} \quad (1)$$

در مثلث  $PMQ$  این طور می نویسیم که:

$$\hat{APM} + \hat{AQM} = 180^\circ - 105^\circ = 75^\circ$$

$$\hat{PBQ} = 75^\circ$$

در نتیجه از رابطه (۱) داریم:

(هندسه ۲- صفحه های ۱۳ تا ۱۵)

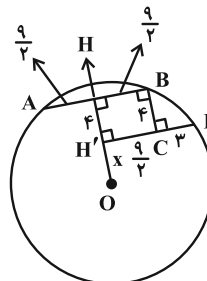
(عباس الهی)

گزینه «۲» ۵۸

از  $O$  بر وتر  $AB$  عمود  $OH$  را رسم می کنیم که آن را نصف می کند.

$$AH = HB = \frac{9}{2}$$

یعنی:



همچنین  $CD$  را امتداد می دهیم تا  $OH$  را در  $H'$  قطع کند. فرض

می کنیم  $OH' = x$ ، لذا با توجه به این که  $H'HBC$  مستطیل است، داریم:

$$\begin{cases} HH' = BC = 4 \\ CH' = BH = \frac{9}{2} \end{cases}$$

چنانچه قضیه فیثاغورس را در مثلث های قائم الزاویه  $OH'D$  و  $OHB$

$$x^2 + \left(\frac{9}{2} + 3\right)^2 = (x+4)^2 + \left(\frac{9}{2}\right)^2 = R^2$$

بنویسیم، آن گاه:

$$\Rightarrow x^2 + \left(\frac{15}{2}\right)^2 = (x+4)^2 + \left(\frac{9}{2}\right)^2 \xrightarrow{\text{نهایتاً}} x = \frac{5}{2}$$



ریاضیات گسسته

۶۱- گزینه «۴»

(اسحاق اسفندیار)

می‌دانیم برای هر دو عدد حقیقی مثبت  $a$  و  $b$  داریم:

$$\frac{a}{b} + \frac{b}{a} \geq 2$$

$$x+2 = a, \quad y+3 = b$$

$$(x+2+y+3)\left(\frac{1}{x+2} + \frac{1}{y+3}\right) = (a+b)\left(\frac{1}{a} + \frac{1}{b}\right)$$

$$= \frac{a}{a} + \frac{a}{b} + \frac{b}{a} + \frac{b}{b} = 1+1 + \frac{a}{b} + \frac{b}{a} = 2 + \frac{a}{b} + \frac{b}{a} \geq 2+2 = 4$$

(ریاضیات گسسته - مشابه تمرین ۱ صفحه ۸)

۶۲- گزینه «۳»

(افشین فاضل‌فان)

گزاره‌های ۱، ۲ و ۴ به روش اثبات با در نظر گرفتن همه حالت‌ها، ثابت می‌شوند اما گزینه «۳» به روش مستقیم اثبات می‌شود.

$$(2k-1)(2k+1)+1 = 4k^2 - 1 + 1 = 4k^2 = (2k)^2$$

(ریاضیات گسسته - صفحه ۴)

۶۳- گزینه «۱»

(افشین فاضل‌فان)

اگر  $x$  یا  $y$  یا هر دو برابر صفر شوند آن‌گاه تساوی برقرار است و اگر  $x$  و  $y$  هر دو غیر صفر باشند تساوی برقرار نیست. پس تعداد مثال نقض برابر خواهد بود با:

$$4 \times 4 = 16$$

(ریاضیات گسسته - مشابه تمرین ۳ صفحه ۸)

۶۴- گزینه «۴»

(مامر قاسمیان)

$$3x^2 + y^2 + 2z^2 + A \geq -x^2 + 12x - 8y - 2z^2 + 4z$$

$$\Rightarrow 4x^2 - 12x + y^2 + 8y + 4z^2 - 4z + A \geq 0$$

$$\Rightarrow (2x-3)^2 + (y+4)^2 + (2z-1)^2 - 26 + A \geq 0$$

برای این‌که رابطه همواره درست باشد حداقل  $A$  برابر ۲۶.

(ریاضیات گسسته - صفحه‌های ۶ تا ۸)

۶۵- گزینه «۱»

(سوکندر روشنی)

عبارت  $x^2y - xy^2 = xy(x-y)$  همواره زوج است؛ زیرا اگر  $x$  یا  $y$

حداقل یکی زوج باشد،  $xy$  زوج است و اگر  $x$  و  $y$  هر دو فرد

باشند،  $x-y$  زوج است. بنابراین مسئله جواب ندارد.

(ریاضیات گسسته - صفحه‌های ۴ تا ۶)

۶۶- گزینه «۱»

(سپهرمهرضا حسینی‌فرد)

$$\frac{n^2(n+1)^2}{4} = \text{زوج} \Rightarrow \left(\frac{n(n+1)}{2}\right)^2 = \text{زوج}$$

می‌دانیم اگر  $a$  عددی صحیح و  $a^2$  زوج باشد، آن‌گاه  $a$  زوج است، بنابراین داریم:

$$\frac{n(n+1)}{2} = \text{زوج} = 2k \Rightarrow n(n+1) = 4k$$

$$\Rightarrow \begin{cases} n = 4k' \Rightarrow n = 4, 8 \\ n+1 = 4k' \Rightarrow n = 3, 7 \end{cases}$$

توجه: دو عدد متوالی  $n$  و  $n+1$  همزمان زوج نیستند.

(ریاضیات گسسته - مشابه کار در کلاس صفحه ۵)

۶۷- گزینه «۲»

(علیرضا شریف‌طیپی)

$$4x^2 + 2y^2 + 8y \geq 2x - 11$$

$$\Leftrightarrow 4x^2 + 2y^2 - 2x + 8y + 11 \geq 0$$

$$\Leftrightarrow x^2 + 3x^2 + 2y^2 - 2x + 8y + 1 + 2 + 8 \geq 0$$





(کیوان دارایی)

۶۹- گزینه «۴»

راه حل اول:

$$\lambda k + 1 = (2n + 1)^2 \Rightarrow \lambda k + 1 = 4n^2 + 4n + 1$$

$$\Rightarrow \lambda k = 4(n^2 + n) \Rightarrow 2k = n(n + 1) \Rightarrow k = \binom{n+1}{2}$$

$$29 \leq \binom{n+1}{2} \leq 113 \Rightarrow 9 \leq n+1 \leq 15$$

$$\Rightarrow 8 \leq n \leq 14 \Rightarrow n \text{ تعداد مقادیر } = 14 - 8 + 1 = 7$$

راه حل دوم:  $k \in \{29, 30, \dots, 113\}$

$$\Rightarrow \lambda k + 1 \in \{233, 241, \dots, 905\}$$

با فرض  $\lambda k + 1 = n^2$  داریم:  $233 \leq n^2 \leq 905 \Rightarrow 16 \leq n \leq 30$

$n$  عددی فرد است، پس:  $n = 17, 19, \dots, 29$  (۷ مقدار)

(ریاضیات گسسته - صفحه‌های ۴ تا ۶)

(مصطفی دبراری)

۷۰- گزینه «۴»

با برهان خلف می‌توانیم ثابت کنیم  $A$  حتماً زوج است چون اگر فرض کنیم  $A$  فرد باشد، هر سه عدد  $a_1 - b_1, a_2 - b_2, a_3 - b_3$  نیز فرد هستند. از طرفی مجموع ۳ عدد فرد، فرد است پس داریم:

$$a - b_1 + a_2 - b_2 + a_3 - b_3 = \text{فرد}$$

$$\Rightarrow (a_1 + a_2 + a_3) - (b_1 + b_2 + b_3) = \text{فرد}$$

$$\xrightarrow{\text{یک اضافه و کم}} \underbrace{(a_1 + 1 + a_2 - 1 + a_3)}_{\text{یکسان}} - (b_1 + b_2 + b_3) = \text{فرد} = \text{صفر} \Rightarrow$$

تناقض حاصل نشان می‌دهد که فرض خلف باطل و حکم درست است. یعنی  $A$  الزاماً عددی زوج است.

(ریاضیات گسسته - مشابه مثال صفحه ۶)

$$\Leftrightarrow (x^2 - 2x + 1) + 3x^2 + (2y^2 + 8y + 8) + 2 \geq 0$$

$$\Leftrightarrow (x^2 - 2x + 1) + 3x^2 + 2(y^2 + 4y + 4) + 2 \geq 0$$

$$\Leftrightarrow (x-1)^2 + 3x^2 + 2(y+2)^2 + 2 \geq 0 \text{ همواره درست است}$$

(ریاضیات گسسته - صفحه‌های ۶ تا ۸)

(کیوان دارایی)

۶۸- گزینه «۳»

بررسی گزینه‌ها:

$\alpha + \beta$  می‌تواند گنگ یا گویا باشد، مثلاً:

$$\begin{cases} \alpha = \sqrt{2} - 1 \\ \beta = \sqrt{2} + 1 \end{cases} \Rightarrow \alpha\beta = 1 \in Q, \alpha + \beta = 2\sqrt{2} \notin Q$$

یا

$$\begin{cases} \alpha = 1 - \sqrt{2} \\ \beta = 1 + \sqrt{2} \end{cases} \Rightarrow \alpha\beta = -1 \in Q, \alpha + \beta = 2 \in Q \text{ (مثال نقض)}$$

پس گزینه «۱» رد می‌شود. اما گزینه «۲» عدد گویای غیرصفر  $\alpha\beta$  در عدد نامعلوم  $\alpha + \beta$  ضرب شده است. پس گنگ یا گویا بودن آن به  $\alpha + \beta$  ربط دارد که آن هم نامعلوم است. مثلاً در صورت انتخاب اعداد  $\alpha$  و  $\beta$  مانند مثال دوم بالا، حاصل عبارت گزینه «۲»، عددی گویا خواهد بود. اما گزینه «۴»:

$$\alpha(1 - \beta) + \beta = \alpha - \alpha\beta + \beta = (\alpha + \beta) - \alpha\beta$$

چون  $\alpha\beta$  گویا است، پس باز هم گنگ یا گویا بودن این عدد مانند گزینه «۲» به  $\alpha + \beta$  بستگی دارد. اما گزینه «۳» قطعاً گنگ است، زیرا:

$$\alpha^2\beta^2(1 + \alpha) = \underbrace{\alpha^2\beta^2}_{\text{عدد گویای غیرصفر}} \times \beta(1 + \alpha) \Rightarrow \beta + \beta\alpha \in Q'$$

توجه: حاصل جمع یک عدد گویا و یک عدد گنگ، عددی گنگ است و حاصل ضرب یک عدد گنگ در یک عدد گویای غیرصفر، قطعاً گنگ است.

(ریاضیات گسسته - مشابه تمرین ۳ صفحه ۸)



**آمار و احتمال**

**گزینه ۳»**

(افشین فاضلهان)

اگر  $A$ ، یک مجموعه  $n$  عضوی باشد، تعداد زیرمجموعه‌های  $A$  برابر  $2^n$  است. طبق فرض داریم:

$$n(P(B)) = 2^{m+p} \quad n(P(C)) = 2^{m-p}$$

$$\Rightarrow 2^{m+p} - 2^{m-p} = 63 \times 2^{m-p}$$

$$2^{m+p} = 64 \times 2^{m-p} = 2^{6+m-p} \Rightarrow m+p = 6+m-p \Rightarrow p = 3$$

(آمار و احتمال - صفحه ۱۷)

**گزینه ۲»**

(امیرحسین ابومصوب)

بررسی گزینه‌ها:

(۱) اگر  $x = 0$  باشد، آن‌گاه به ازای هر عدد حقیقی  $y$ ،  $xy = 0$  و رابطه  $xy < x$  برقرار نیست.

(۲) به ازای هر عدد حقیقی  $x$ ، کافی است  $y = x^2 + 1$  انتخاب شود تا نامساوی  $x^2 < y$  برقرار باشد، پس این گزاره سوری درست است.

(۳) اگر  $x = 0$  باشد، آن‌گاه از رابطه  $1 = x^2 - y^2$ ،  $x^2 - y^2 = -1$  به دست می‌آید که امکان‌پذیر نیست و در نتیجه مقداری برای  $y$  وجود ندارد.

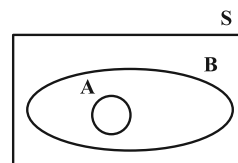
(۴) اگر  $x > 1$  باشد، آن‌گاه  $1 - x^2 < 0$  و در نتیجه  $y^2 < 0$  که امکان‌پذیر نیست و مقداری برای  $y$  یافت نمی‌شود.

(آمار و احتمال - صفحه‌های ۱۱ تا ۱۵)

**گزینه ۲»**

(روح‌اله حسینی)

با توجه به نمودار و سه ناحیه داریم:  $A$ ،  $B - A$  و  $B'$ ؛ برای  $1 \in S$  سه انتخاب داریم:  $1 \in A$  یا  $1 \in B - A$  یا  $1 \in B'$  به همین ترتیب برای  $2 \in S$ ،  $3 \in S$  و  $4 \in S$  نیز ۳ انتخاب داریم. پس بنابه اصل ضرب تعداد راه‌های انجام این کار برابر است با:



$$3 \times 3 \times 3 \times 3 = 3^4 = 81$$

(آمار و احتمال - صفحه‌های ۱۶ تا ۲۰)

**گزینه ۴»**

(سیرمهر رضا حسینی فر)

با توجه به جدول ارزش‌ها برای  $(p \wedge \sim q) \Rightarrow p$ ، در سطرهایی که این گزاره ارزش درست دارد گزاره  $(p \Leftrightarrow q) \wedge p$  ارزش نادرست دارد و در این سه سطر ارزش گزاره  $p \wedge q$  نیز نادرست است.

p	q	$p \wedge \sim q$	$p \Rightarrow (p \wedge \sim q)$	$(p \Leftrightarrow q) \wedge p$	$p \wedge q$
T	T	F	F	T	T
T	F	T	T	F	F
F	T	F	T	F	F
F	F	F	T	F	F

(آمار و احتمال - صفحه‌های ۲ تا ۱۱)

**گزینه ۴»**

(عباس العبی)

گزاره  $x - 3 = \frac{x^2 - 5x + 6}{x - 2}$  به ازای  $x = 2$  تعریف نشده است. از

طرفی با بررسی گزینه‌ها، مجموعه جواب‌ها به صورت زیر است:

$$2x^2 - 32 = 0 \Rightarrow x^2 = 16 \Rightarrow S = \{4\} \quad (1)$$

$$S = \{4, 8, 12, 16, \dots\} \quad (2)$$

$$S = \{0, 4, 5, 6, \dots\} \quad (3)$$

$$S = \{1, 2\} \quad (4)$$

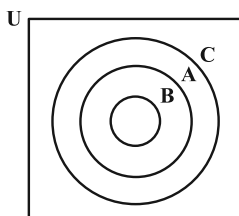
(آمار و احتمال - صفحه‌های ۲ تا ۱۵)

**گزینه ۱»**

(امیرحسین ابومصوب)

طبق فرض و با استفاده از قوانین زیرمجموعه می‌توان نوشت:

$$\left. \begin{array}{l} B - A = \emptyset \Rightarrow B \subseteq A \\ A - C = \emptyset \Rightarrow A \subseteq C \end{array} \right\} \Rightarrow B \subseteq C \Rightarrow C' \subseteq B'$$





همان طور که در نمودار ون مشاهده می شود  $C - B \neq \emptyset$  و  $B \cap C = B$ .

(آمار و احتمال - صفحه های ۱۷ تا ۲۰)

۷۷- گزینه «۱» (روح اله عسلی)

$$(\sim p \vee q) \Rightarrow (p \wedge q) \equiv \sim (\sim p \vee q) \vee (p \wedge q)$$

$$\equiv (p \wedge \sim q) \vee (p \wedge q) \equiv p \wedge (\sim q \vee q) \equiv p \wedge T \equiv p$$

بنابراین:

$$\sim [(\sim p \vee q) \Rightarrow (p \wedge q)] \vee \sim q \equiv \sim p \vee \sim q \equiv p \Rightarrow \sim q$$

(آمار و احتمال - صفحه های ۲ تا ۱۵)

۷۸- گزینه «۱» (مصطفی ریداری)

روش اول: در حالتی که  $p$  و  $q$  هر دو نادرست باشند کل گزاره به انتقای مقدم

درست است:

$p$	$q$	$p \Rightarrow q$	$(p \Rightarrow q) \Rightarrow q$	$(p \Rightarrow q) \wedge ((p \Rightarrow q) \Rightarrow q)$
ن	ن	د	ن	ن

اما در این حالت گزاره های ۳ و ۴ هر دو نادرست هستند، پس نمی توانند

هم ارز این گزاره باشند. در حالتی که  $p$  درست و  $q$  نادرست باشد

نیز  $p \Rightarrow q$  نادرست و کل گزاره به انتقای مقدم درست می شود اما در این

حالت گزاره  $\sim p \vee q$  نیز نادرست است و نمی تواند هم ارز گزاره داده شده

باشد.

روش دوم: می دانیم  $p \vee q \equiv p \Rightarrow q$ ، پس گزاره صورت سؤال به

صورت زیر می شود:

$$[(p \Rightarrow q) \wedge ((p \Rightarrow q) \Rightarrow q)] \Rightarrow (p \Rightarrow q)$$

این گزاره، هم ارز گزاره زیر می شود:

$$\sim [(p \Rightarrow q) \wedge ((p \Rightarrow q) \Rightarrow q)] \vee (p \Rightarrow q)$$

$$\equiv \underbrace{\sim (p \Rightarrow q)}_{\text{درست}} \vee \underbrace{\sim ((p \Rightarrow q) \Rightarrow q)}_{\text{درست}} \vee (p \Rightarrow q)$$

درست

$\equiv T$  (همواره درست)

(آمار و احتمال - صفحه های ۲ تا ۹)

۷۹- گزینه «۲» (مصطفی ریداری)

نقیض گزاره  $p \Rightarrow q$  به صورت  $p \wedge \sim q$  است پس داریم:

$$p \wedge \sim q \equiv (\forall x \in \mathbb{R} ; x \leq x^2) \wedge \sim (\text{برخی از اعداد فرد، اول نیستند})$$

$$\equiv p \wedge \sim (\exists x \in \mathbb{O} ; x \notin P) \equiv p \wedge (\forall x \in \mathbb{O} ; x \in P)$$

(آمار و احتمال - صفحه های ۲ تا ۱۵)

۸۰- گزینه «۴» (امیر شمسین ابومصوب)

بررسی گزینه ها:

(۱) رابطه درست است زیرا داریم:

$$A \cap D \subseteq A \subseteq B \subseteq B \cup C \Rightarrow A \cap D \subseteq B \cup C$$

(۲) هر دو مجموعه  $A - B$  و  $C - D$  برابر  $\emptyset$  هستند.

$$A - B \subseteq C - D$$

(۳) اثبات درستی رابطه به صورت زیر است:

$$\left. \begin{array}{l} C \subseteq D \Rightarrow D' \subseteq C' \\ A \subseteq B \end{array} \right\} \Rightarrow A \cap D' \subseteq B \cap C'$$

$$\Rightarrow A - D \subseteq B - C$$

(۴) این رابطه ممکن است نادرست باشد. به عنوان مثال نقض داریم:

$$A = \{2, 3\}, B = \{2, 3, 4\}, C = \{1\}, D = \{1, 2\}$$

همان طور که مشاهده می کنیم  $A \subseteq B$  و  $C \subseteq D$  است. از

$$A - C = \{2, 3\} \text{ و } B - D = \{3, 4\} \text{ و } A - C \not\subseteq B - D$$

(آمار و احتمال - صفحه های ۱۷ تا ۲۰)



**فیزیک ۳**

۸۱- گزینه «۴»

بررسی گزینه‌ها:  
 (۱) برداری که مبدأ محور را به مکان جسم در هر لحظه وصل می‌کند بردار مکان نامیده می‌شود.  
 (۲) این عبارت تعریف سرعت متوسط متحرک است نه تندی متوسط.  
 (۳) اگر متحرک روی خط راست حرکت کند و تغییر جهت ندهد تندی و اندازه سرعت متوسط برابر می‌شود.  
 (۴) تندی لحظه‌ای همواره با اندازه سرعت لحظه‌ای برابر است.

(فیزیک ۳- صفحه‌های ۲ تا ۹)  
 (مشابه نهایی فرورد ۱۴۰۳)

۸۲- گزینه «۲»

(علیرضا بیاری)  
 هرگاه متحرک از مبدأ مکان ( $x = 0$ ) عبور کند، جهت بردار مکان آن عوض می‌شود. ریشه‌های معادله مکان را به دست می‌آوریم:

$$x = 0 \Rightarrow t^2 - 7t + 10 = 0 \Rightarrow (t-2)(t-5) = 0$$

$$\Rightarrow t_1 = 2s, t_2 = 5s$$

متحرک در لحظه‌های  $t_1$  و  $t_2$  از مبدأ مکان می‌گذرد. مکان متحرک را در ۱۰ ثانیه اول حرکت تعیین علامت می‌کنیم:

t	0	2s	5s	10s
x	+	+	-	+

بنابراین بین  $t_1 = 2s$  تا  $t_2 = 5s$  بردار مکان متحرک در سوی منفی است زیرا  $x < 0$  است.

(فیزیک ۳- صفحه‌های ۴ تا ۸)

۸۳- گزینه «۳»

(امیراسمر میرسعید)  
 بررسی موارد:  
 الف) نادرست است. از  $t_1 = 6s$  تا  $t_2 = 8s$  به مدت ۲ ثانیه ساکن بوده و از صفر تا ۵ ثانیه و نیز از ۹s تا ۱۳s متحرک به مدت ۹ ثانیه در قسمت منفی محور x بوده است.  
 ب) درست است. متحرک از ۳s تا ۵s و از ۸s تا ۹s به مبدأ نزدیک می‌شده و در لحظات  $t = 5s$  و  $t = 9s$  از مبدأ مکان عبور کرده و بردار مکان تغییر جهت داده است.  
 پ) نادرست است. بیشترین فاصله از مبدأ مکان یا همان مبدأ مختصات، ۱۲m می‌باشد، ولی بیشترین فاصله از مبدأ حرکت  $14m = 10 + 4$  می‌باشد.

(فیزیک ۳- صفحه‌های ۲ تا ۱۰)

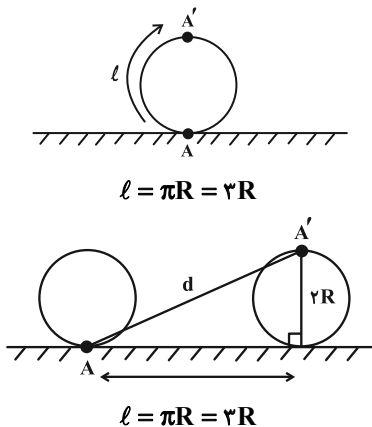
۸۴- گزینه «۲»

(مهری شریفی)  
 هنگامی که تندی متوسط از اندازه سرعت متوسط بزرگ‌تر باشد به این معنی است که مسافت طی شده از اندازه جابه‌جایی بزرگ‌تر است (نادرستی الف) و به همین دلیل متحرک تغییر جهت داده است پس برای تغییر جهت لازم است متحرک متوقف شده باشد (درستی پ)، اما الزاماً در مورد حرکت و عبور متحرک از مبدأ مکان  $x = 0$  صحبتی نشده است (نادرستی ب).

(فیزیک ۳- صفحه‌های ۲ تا ۱۰)

۸۵- گزینه «۲»

(مهمر کاظم منشاری)



$$d = \sqrt{(2R)^2 + (2R)^2} = \sqrt{13}R$$

$$\frac{d}{2R} = \frac{\sqrt{13}}{2}$$

(فیزیک ۳- صفحه ۳)

۸۶- گزینه «۱»

(مهمر اسمری)

اندازه سرعت متوسط در ۳ ثانیه چهارم ( $9s \leq t \leq 12s$ ) برابر است با:

$$|\bar{v}_{av}| = \frac{|\Delta x|}{\Delta t} = \frac{4-2}{3} = \frac{2}{3} m/s$$

تندی متوسط در ۶ ثانیه دوم ( $6s \leq t \leq 12s$ ) برابر است با:

$$s_{av} = \frac{\text{مسافت پیموده شده}}{\text{زمان}} = \frac{14+2}{6} = \frac{8}{3} m/s$$

$$\frac{|\bar{v}_{av}|}{s_{av}} = \frac{\frac{2}{3}}{\frac{8}{3}} = \frac{2}{8} = \frac{1}{4}$$

و داریم:

(فیزیک ۳- صفحه‌های ۱ تا ۱۰)

۸۷- گزینه «۳»

(سیره‌ملیه میرصالحی)

در لحظه عبور از مبدأ مکان،  $x = 0$  می‌شود:

$$x = 0 \Rightarrow t^2 - 9t + 20 = 0 \Rightarrow (t-4)(t-5) = 0$$

$$\Rightarrow t_1 = 4s, t_2 = 5s$$

بنابراین متحرک در لحظه  $t_1 = 4s$  برای اولین بار از مبدأ مکان عبور می‌کند.

$$t = 0 \Rightarrow x = 20m \quad t = 4s \Rightarrow x = 0$$

سرعت متوسط متحرک در بازه صفر تا ۴s به صورت زیر به دست می‌آید:

$$v_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{-20}{4} = -5 \frac{m}{s}$$

(فیزیک ۳- صفحه‌های ۳ تا ۷)



۸۸- گزینه ۲»

(علیرضا بیاری)

سرعت متوسط در بازه زمانی  $t_1$  تا  $t_3$  را به دست می آوریم:

$$v_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{x_3 - x_1}{t_3 - t_1} = \frac{10 - (-5)}{8 - 2} = \frac{15}{6} = 2.5 \frac{m}{s}$$

بنابراین مورد «ب» درست است. اما مورد «ت» نادرست است. زیرا بزرگی سرعت متوسط در یک بازه زمانی معین، یکتا است و ذکر کلمه حداقل برای آن بی معنی است. تندی متوسط حداقل در بازه زمانی  $t_1$  تا  $t_3$  حساب می کنیم:

$$(s_{av})_{min} = \frac{l_{min}}{\Delta t} = \frac{l_{min} = |10 - 12| + |12 - (-5)| = 21m}{\Delta t = t_3 - t_1 = 8 - 2 = 6s}$$

$$(s_{av})_{min} = \frac{21}{6} = 3.5 \frac{m}{s}$$

بنابراین مورد «پ» درست اما مورد «الف» درست نیست. زیرا برای تندی متوسط مقادیرهای دیگری هم می توان در نظر گرفت.

(فیزیک ۳- صفحه های ۳ و ۴)

۸۹- گزینه ۴»

(علیرضا بیاری)

هر سه متحرک A, B و C در بازه زمانی صفر تا T جابه جایی های یکسانی دارند. بنابراین می توان نوشت:

$$v_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t} \xrightarrow{\Delta x_A = \Delta x_B = \Delta x_C} (v_{av})_A = (v_{av})_B = (v_{av})_C$$

رد گزینه ۱»

متحرک های A و B در بازه زمانی صفر تا T علاوه بر جابه جایی یکسان، مسافت های یکسانی را نیز پیموده اند و داریم:

$$l_A = l_B = \Delta x_A = \Delta x_B$$

$$\xrightarrow{s_{av} = \frac{l}{\Delta t}} (s_{av})_A = (s_{av})_B = (v_{av})_B = (v_{av})_B$$

رد گزینه ۲»

برای مقایسه تندی متوسط متحرک C با دو متحرک دیگر می توان نوشت:

$$l_C > l_B \xrightarrow{s_{av} = \frac{l}{\Delta t}} \left. \begin{aligned} (s_{av})_C &> (s_{av})_B \\ (v_{av})_B &= (s_{av})_B \end{aligned} \right\}$$

$$\Rightarrow (s_{av})_C > (v_{av})_B$$

رد گزینه ۳»

با توجه به روابط به دست آمده داریم:

$$\left. \begin{aligned} (v_{av})_A &= (s_{av})_B \\ (s_{av})_B &< (s_{av})_C \end{aligned} \right\} \Rightarrow (v_{av})_A = (s_{av})_B < (s_{av})_C$$

(فیزیک ۳- صفحه های ۳ و ۴)

۹۰- گزینه ۳»

(ریانه آذربای)

بررسی گزینه ها:

گزینه ۱ و ۴) چون زمان مشخص نیست نمی توان نظر قطعی داد.

گزینه ۲) جابه جایی ها برابرند اما چون زمان ها برابر نیستند سرعت ها برابر نمی شوند.

(فیزیک ۳- صفحه های ۲ تا ۹)

۹۱- گزینه ۱»

(رحمت اله فیراله زاده سماکوش)

با توجه به شکل، جابه جایی متحرک از لحظه  $t_1 = 2s$  تا  $t_3 = 4s$  برابر

$$\begin{cases} t_1 = 2s \Rightarrow x_1 = -4m \\ t_3 = 4s \Rightarrow x_3 = 8m \end{cases}$$

است با:

$$v_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{8 - (-4)}{4 - 2} = \frac{12}{2} = 6 \frac{m}{s}$$

مسافت طی شده توسط متحرک در بازه زمانی  $t_1 = 2s$  تا  $t_3 = 4s$  برابر  $4 + 8 = 12m$  است با:

$$s_{av} = \frac{l}{\Delta t} = \frac{12}{2} = 6 \frac{m}{s}$$

(فیزیک ۳- صفحه های ۳ تا ۸)

(مشابه تمرین ۱- صفحه ۹ کتاب درسی)

۹۲- گزینه ۴»

(رحمت اله فیراله زاده سماکوش)

ابتدا جابه جایی در بازه زمانی صفر تا  $t_3$  را به دست می آوریم:

$$v_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t} \Rightarrow -5 \vec{i} = \frac{\Delta x}{8} \Rightarrow \Delta x_{t_3 \text{ تا } 0} = -40 \vec{i}$$

سپس جابه جایی در بازه زمانی صفر تا  $t_3$  را به دست می آوریم:

$$v_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t} \Rightarrow 2 \vec{i} = \frac{\Delta x}{12} \Rightarrow \Delta x_{t_3 \text{ تا } 0} = 8 \vec{i}$$

در نهایت جابه جایی و سرعت متوسط در بازه زمانی  $t_3$  تا  $t_3$  برابر است با:

$$\begin{aligned} \Delta x_{t_3 \text{ تا } 0} &= \Delta x_{t_3 \text{ تا } t_3} + \Delta x_{t_3 \text{ تا } 0} \\ \Rightarrow 8 \vec{i} &= -40 \vec{i} + \Delta x_{t_3 \text{ تا } t_3} \Rightarrow \Delta x_{t_3 \text{ تا } t_3} = 48 \vec{i} \end{aligned}$$

$$v_{av} = \frac{\Delta x_{t_3 \text{ تا } t_3}}{\Delta t} = \frac{48 \vec{i}}{12 - 8} = \frac{48 \vec{i}}{4} = 12 \vec{i} \left( \frac{m}{s} \right)$$

(فیزیک ۳- صفحه های ۳ و ۴)

۹۳- گزینه ۱»

(رحمت اله فیراله زاده سماکوش)

در ابتدا سرعت لحظه ای در  $t = 10s$  را به دست می آوریم. سرعت لحظه ای در  $t = 10s$  برابر شیب خط مماس بر نمودار در این لحظه است که به صورت خط چین در شکل رسم شده است.

$$v = \text{شیب خط مماس} = \frac{12 - 0}{10 - 6} = \frac{12}{4} = 3 \frac{m}{s}$$

چون سرعت لحظه ای در  $t = 10s$  برابر سرعت متوسط بین  $t_1 = 4s$  تا  $t_3 = 13s$  است پس:

$$v_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t} \Rightarrow 3 = \frac{x_3 - 7}{13 - 4} \Rightarrow 3 = \frac{x_3 - 7}{9} \Rightarrow x_3 - 7 = 27$$

$$\Rightarrow x_3 = 34m \Rightarrow \text{فاصله متحرک از مبدأ در لحظه } t = 13s \text{ برابر } 34m$$

(فیزیک ۳- صفحه های ۷ تا ۱۰)

(مکمل تمرین ۱- صفحه ۱۰ کتاب درسی)

۹۴- گزینه ۳»

(مهمر احمدی)

در  $t_1 = 2s$  متحرک در مکان  $x_1 = 8cm$  و در  $t_3 = 6s$  متحرک در

$$v_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{16 - 8}{6 - 2} = 2 \frac{cm}{s}$$

مکان  $x_3 = 16cm$  قرار دارد.

و با توجه به نمودار جهت حرکت متحرک ۴ بار تغییر کرده است.

(فیزیک ۳- صفحه های ۱ تا ۱۰)

(مکمل پرسش ۱- صفحه ۱ کتاب درسی)



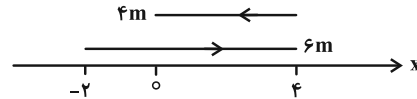
۹۵- گزینه ۲»

(معمدرضا نصیری)

الف) نادرست؛ در لحظه  $t = 1s$  متحرک از مبدأ مکان  $(x = 0)$  عبور کرده است.  
ب) نادرست؛ در ثانیه ششم (۵ تا ۶ ثانیه)، تندی حرکت ثابت است زیرا شیب خط مماس بر نمودار ثابت است. (در این بازه نمودار مکان- زمان به شکل خط راست است)

ج) درست؛ متحرک از مکان  $x = -2m$  در نهایت به مکان  $x = 0m$  رسیده یعنی جابه‌جایی  $2m$  است.

د) نادرست؛ مسیر حرکت مطابق شکل زیر است و متحرک مسافت  $10m$  را طی نموده است.



(فیزیک ۳- صفحه‌های ۱۰ تا ۱۰)

۹۶- گزینه ۲»

(معمدرضا فارمی)

هنگامی که مسیر حرکت بخش‌بندی شده باشد، برای به‌دست آوردن تندی متوسط ابتدا باید زمان طی شده را در هر قسمت محاسبه کنیم. اگر کل مسافت پیموده شده را  $l$  در نظر بگیریم، داریم:

$$\begin{aligned} & \xrightarrow{\Delta t_1} \xrightarrow{\frac{1}{3}\Delta t_2} \xrightarrow{\frac{1}{3}\Delta t_2} \\ & \xleftarrow{\Delta t_1} \xleftarrow{\frac{1}{3}\Delta t_2} \xleftarrow{\frac{1}{3}\Delta t_2} \\ & \begin{matrix} A & l_1 = \frac{l}{3} & l_2 & l_3 \end{matrix} \\ & s_{av} = \frac{l}{\Delta t} \Rightarrow s_1 = \frac{l_1}{3\Delta t_1} = 10 \Rightarrow \Delta t_1 = \frac{l}{30} \\ & \left. \begin{aligned} s_2 = \frac{l_2}{\frac{1}{3}\Delta t_2} = 2 \Rightarrow \Delta t_2 = l_2 \\ s_3 = \frac{l_3}{\frac{1}{3}\Delta t_2} = 8 \Rightarrow \Delta t_2 = \frac{l_3}{4} \end{aligned} \right\} \Rightarrow l_2 = \frac{l_3}{4} \Rightarrow l_3 = 4l_2 \\ & \Rightarrow l_2 + l_3 = \frac{2}{3}l \Rightarrow l_2 = \frac{2l}{15} \end{aligned}$$

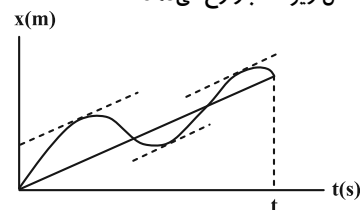
$$s_{av} = \frac{l}{\Delta t_{کل}} = \frac{l}{\Delta t_1 + \Delta t_2} = \frac{l}{\frac{l}{30} + \frac{2l}{15}} = \frac{l}{\frac{5l}{30}} = \frac{l}{\frac{l}{6}} = 6 \frac{m}{s}$$

(فیزیک ۳- صفحه‌های ۳۰ تا ۳۰)

۹۷- گزینه ۳»

(معمری شریفی)

در نمودار مکان- زمان سرعت متوسط برابر شیب خط واصل بین دو نقطه و سرعت لحظه‌ای برابر شیب خط مماس بر نمودار است. برابری سرعت متوسط و سرعت لحظه‌ای به معنی هم‌شیب بودن و موازی بودن خطوط واصل و مماس است که مطابق شکل زیر سه بار رخ می‌دهد.



(فیزیک ۳- صفحه‌های ۱۰ تا ۱۰)

(مکمل مثال ۱- ۷ صفحه ۱۰ کتاب درسی)

۹۸- گزینه ۲»

(معمری شریفی)

جابه‌جایی فقط به مکان اولیه و نهایت بستگی دارد:

$$|\Delta x| = |x_2 - x_1| = 6m$$

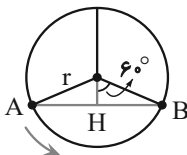
متحرک ابتدا در جهت مثبت محور  $x$  در حال حرکت بوده و برای آن که به مکان  $14m$  برسد قطعاً باید تغییر جهت داده باشد و به همین دلیل اندازه سرعت متوسط و تندی متوسط برابر نیستند.

(فیزیک ۳- صفحه‌های ۱۰ تا ۱۰)

۹۹- گزینه ۴»

(کتاب آبی)

ابتدا شکل مدار زمین را با فرض این که مسیر حرکت آن به دور خورشید با ساعتگرد است، رسم می‌کنیم و شعاع مدار را  $r$  می‌گیریم.



حال می‌خواهیم نسبت مسافت طی شده زمین را به جابه‌جایی آن در مدت ۴ ماه حساب کنیم. زمین در مدت ۴ ماه معادل  $\frac{4}{12} = \frac{1}{3}$  دایره کامل مدارش را طی می‌کند، بنابراین مسافت طی شده یعنی طول کمان  $\widehat{AB}$  برابر  $\frac{1}{3}$  محیط دایره خواهد بود و داریم:

$$\widehat{AB} = \frac{2\pi r}{3}$$

اما بزرگی جابه‌جایی برابر طول وتر  $AB$  است و مطابق شکل خواهیم داشت:

$$AB = 2HB \quad HB = r \sin 60^\circ \rightarrow AB = 2r \times \frac{\sqrt{3}}{2} = \sqrt{3}r$$

$$\frac{\text{مسافت طی شده}}{\text{بزرگی جابه‌جایی}} = \frac{\frac{2\pi r}{3}}{\sqrt{3}r} = \frac{2\pi}{3} \times \frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{2\sqrt{3}\pi}{9}$$

(فیزیک ۳- صفحه‌های ۲ و ۳)

۱۰۰- گزینه ۴»

(کتاب اول)

شیب خط مماس بر نمودار مکان- زمان، سرعت را نشان می‌دهد که باید در شروع حرکت این شیب صفر باشد (گزینه‌های «۲»، «۳» و «۴»). از طرفی چون در لحظه  $t$  بایستی متحرک متوقف شود، شیب خط مماس بر نمودار در این لحظه صفر است. در شروع حرکت متحرک در جهت مثبت محور حرکت می‌کند پس باید شیب خط مماس بر نمودار در بازه زمانی صفر تا  $t$  مثبت باشد، بنابراین گزینه «۴» صحیح است.

بررسی گزینه «۲»: در شروع حرکت، شیب خط مماس بر نمودار، منفی است و متحرک در خلاف جهت مثبت محور حرکت می‌کند.

(فیزیک ۳- صفحه‌های ۲ تا ۹)

(مشابه پرسش ۸ آذر فصل صفحه ۲۶)



فیزیک ۱

گزینه «۳» - ۱۰۱

(ممد احمدی)

با انجام صحیح تبدیل یکا به روش تبدیل زنجیره‌ای به پاسخ درست می‌رسیم:

$$۳۶ \frac{\text{km}}{\text{h}} \times \frac{۱۰^۳ \text{ m}}{۱ \text{ km}} \times \frac{۱ \text{ dm}}{۱۰^{-۱} \text{ m}} \times \frac{۱ \text{ h}}{۳۶۰۰ \text{ s}} \times \frac{۱۰^۱ \text{ s}}{۱ \text{ das}} = ۱ \times ۱۰^۳ \frac{\text{dm}}{\text{das}}$$

بررسی سایر گزینه‌ها:

$$۲۲۰ \text{ km} \times \frac{۱۰^۳ \text{ m}}{۱ \text{ km}} \times \frac{۱ \text{ Mm}}{۱۰^۶ \text{ m}} = ۰/۲۲ \text{ Mm} \quad (۱)$$

$$۶۴۰ \text{ cm}^۲ \times \frac{۱۰^{-۴} \text{ m}^۲}{۱ \text{ cm}^۲} \times \frac{۱ \text{ dam}^۲}{۱۰^۲ \text{ m}^۲} = ۶/۴ \times ۱۰^{-۴} \text{ dam}^۲ \quad (۲)$$

$$۲ \frac{\mu\text{N}}{\text{ns}^۲} \times \frac{۱۰^{-۶} \text{ N}}{۱ \mu\text{N}} \times \frac{۱ \text{ kN}}{۱۰^۳ \text{ N}} \times \frac{۱ \text{ ns}^۲}{۱۰^{-۱۸} \text{ s}^۲} \times \frac{۱۰^{-۱۲} \text{ s}^۲}{۱ \mu\text{s}^۲} \quad (۴)$$

$$= ۲ \times ۱۰^{-۳} \frac{\text{kN}}{\mu\text{s}^۲}$$

(فیزیک ۱ - صفحه‌های ۷ تا ۱۴)

گزینه «۱» - ۱۰۲

(مبتنی نکوتیان)

اگر جابه‌جایی کشتی را با  $\Delta x$  و تندی حرکت آن را با  $v$  نشان دهیم، داریم:

$$\Delta x = ۶ \times ۱۰^۳ \text{ mile} = ۶ \times ۱۰^۳ \text{ mile} \times \frac{۱۸۰۰ \text{ m}}{۱ \text{ mile}} = ۱/۰۸ \times ۱۰^۷ \text{ m}$$

$$v = ۱۶۰ \text{ گره} = ۱۶۰ \times \frac{۱۸۰ \text{ m}}{۱ \text{ گره}} = ۸۰ \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

با توجه به رابطه جابه‌جایی با سرعت ثابت بر روی خط

راست ( $\Delta x = v\Delta t$ ) می‌توان نوشت:

$$\Delta x = v\Delta t \Rightarrow ۱/۰۸ \times ۱۰^۷ = ۸۰ \Delta t \Rightarrow \Delta t = ۱/۳۵ \times ۱۰^۵ \text{ s}$$

$$\Delta t = ۱/۳۵ \times ۱۰^۵ \text{ s} = ۱/۳۵ \times ۱۰^۵ \text{ s} \times \frac{۱ \text{ Ms}}{۱۰^۶ \text{ s}} = ۱/۳۵ \times ۱۰^{-۱} \text{ Ms}$$

(فیزیک ۱ - صفحه‌های ۱۰ تا ۱۳)

گزینه «۱» - ۱۰۳

(ممد رضا فارمی)

از روش تبدیل زنجیره‌ای داریم:

$$۱۲ \frac{\text{m}}{\text{s}^۲} \times \frac{۱۰۰ \text{ cm}}{۱ \text{ m}} \times \frac{۱ \text{ in}}{۲/۵ \text{ cm}} \times \frac{۱ \text{ ft}}{۱۲ \text{ in}} \times \left(\frac{۶۰ \text{ s}}{۱ \text{ min}}\right)^۲$$

$$= \frac{۱۲ \times ۱۰۰ \times ۳۶۰۰}{۲/۵ \times ۱۲} = ۱۴۴ \times ۱۰^۳ \frac{\text{ft}}{(\text{min})^۲} = ۱/۴۴ \times ۱۰^۵ \frac{\text{ft}}{(\text{min})^۲}$$

(فیزیک ۱ - صفحه‌های ۱۰ تا ۱۳)

گزینه «۲» - ۱۰۴

(فسین الهی)

$$\left[\frac{\text{kg} \cdot \text{m}^۲}{\text{s}^۳}\right] = \frac{[B]}{\left[\frac{\text{m}^۲}{\text{s}^۲}\right]} + \left[\frac{\text{m}}{\text{s}^۲}\right][C]$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \left[\frac{\text{kg} \cdot \text{m}^۲}{\text{s}^۳}\right] = \frac{[B]}{\left[\frac{\text{m}^۲}{\text{s}^۲}\right]} \Rightarrow [B] = \left[\frac{\text{kg} \cdot \text{m}^۴}{\text{s}^۵}\right] \\ \left[\frac{\text{kg} \cdot \text{m}^۲}{\text{s}^۳}\right] = \left[\frac{\text{m}}{\text{s}^۲}\right][C] \Rightarrow [C] = \left[\frac{\text{kg} \cdot \text{m}}{\text{s}}\right] \end{cases}$$

$$\Rightarrow \frac{[B]}{[C]} = \frac{[B]}{[C]} = \frac{\left[\frac{\text{kg} \cdot \text{m}^۴}{\text{s}^۵}\right]}{\left[\frac{\text{kg} \cdot \text{m}}{\text{s}}\right]} = \left[\frac{\text{m}^۳}{\text{s}^۴}\right]$$

(فیزیک ۱ - صفحه‌های ۷ تا ۱۴)

گزینه «۴» - ۱۰۵

(ممد کاظم منشاری)

جرم ظرف را  $m$  و حجم آن را  $V$  در نظر می‌گیریم.

حالت اول:  $m + m_۱ = ۱۲۰$

$$\rho_۱ = \frac{m_۱}{V} \Rightarrow m_۱ = \rho_۱ V = ۲V \Rightarrow m + ۲V = ۱۲۰ \quad (I)$$

حالت دوم:  $m + m_۲ = ۱۸۰$

$$\rho_۲ = \frac{m_۲}{V} \Rightarrow m_۲ = \rho_۲ V = ۵V \Rightarrow m + ۵V = ۱۸۰ \quad (II)$$

$$\xrightarrow{(I), (II)} \begin{cases} m = ۸۰ \text{ g} \\ V = ۲۰ \text{ cm}^۳ \end{cases}$$

(فیزیک ۱ - صفحه‌های ۱۶ تا ۱۸)



۱۰۶- گزینه «۲»

(عمت اله فیراه زاده سماکوش)

از مقایسه چگالی دو جسم داریم:

$$\frac{\rho_A}{\rho_B} = \frac{m_A}{m_B} \times \frac{V_B}{V_A}$$

با توجه به اطلاعات سوال:

$$\rho_B = 0.4 \rho_A, \quad m_A = m_B - \frac{36}{100} m_B = \frac{64}{100} m_B = 0.64 m_B$$

با جایگذاری موارد فوق در رابطه نوشته شده داریم:

$$\frac{\rho_A}{0.4 \rho_A} = \frac{0.64 m_B}{m_B} \times \frac{a^3}{\frac{4}{3} \pi r^3} \xrightarrow{\pi=3} \frac{10}{4} = \frac{64}{100} \times \frac{a^3}{4r^3}$$

$$\Rightarrow \left(\frac{a}{r}\right)^3 = \frac{1000}{64} \Rightarrow \left(\frac{a}{r}\right)^3 = \left(\frac{10}{4}\right)^3 \Rightarrow \frac{a}{r} = \frac{10}{4}$$

$$\frac{r}{a} = 0.4 \Rightarrow r = 0.4 a$$

(فیزیک ۱- صفحه های ۱۶ تا ۱۸)

۱۰۷- گزینه «۱»

(مهمردی شیبانی)

می دانیم شیب این نمودار  $\frac{m}{V}$  یا همان  $\rho$  (چگالی) براساس  $\frac{g}{cm^3}$  است.

$$\rho_A = 3/6 \frac{g}{cm^3} = 3600 \frac{kg}{m^3}$$

پس:

$$\rho_B = 1/2 \frac{g}{cm^3} = 1200 \frac{kg}{m^3}$$

اگر حجم مساوی  $V$  از هر کدام مخلوط کنیم:

$$\rho_1 = \frac{3600V + 1200V}{V + V} = 2400 \frac{kg}{m^3}$$

اگر جرم مساوی  $m$  از هر کدام مخلوط کنیم:

$$\rho_2 = \frac{m + m}{\frac{m}{3600} + \frac{m}{1200}} = 1800 \frac{kg}{m^3}$$

(فیزیک ۱- صفحه های ۱۶ تا ۱۸)

۱۰۸- گزینه «۱»

(علیرضا جباری)

ابتدا چگالی های دو فلز A و B را برحسب  $\frac{g}{cm^3}$  به دست می آوریم:

$$\rho_A = 3000 \frac{g}{L} \times \frac{1L}{10^3 cm^3} = 3 \frac{g}{cm^3}$$

$$\rho_B = 2000 \frac{g}{L} \times \frac{1L}{10^3 cm^3} = 2 \frac{g}{cm^3}$$

با توجه به این که هنگام تشکیل آلیاژ، حجم آن به اندازه  $15 cm^3$  کاهش یافته است، داریم:

$$\rho_{آلیاژ} = \frac{m_A + m_B}{V_A + V_B - \Delta V} = \frac{\rho_A V_A + \rho_B V_B}{V_A + V_B - \Delta V} = \frac{3 \times 60 + 2 \times 45}{60 + 45 - 15}$$

$$\Rightarrow \rho_{آلیاژ} = \frac{270}{90} = 3 \frac{g}{cm^3}$$

$$\Rightarrow \rho_{آلیاژ} = 3 \frac{g}{cm^3} \times \frac{10^{-3} kg}{1g} \times \frac{1 cm^3}{10^{-6} m^3} = 3000 \frac{kg}{m^3}$$

(فیزیک ۱- صفحه های ۱۶ تا ۱۸)

۱۰۹- گزینه «۲»

(مهمردکاتم منشاری)

$$\rho_{فلز} = \frac{m_{فلز}}{V_{فلز}} \Rightarrow V_{فلز} = \frac{m_{فلز}}{\rho_{فلز}} = \frac{2000}{2/5} = 800 cm^3$$

$$V_{حفره} + V_{فلز} = V_{آب بیرون ریخته}$$

$$\Rightarrow 900 = 800 + V_{حفره} \Rightarrow V_{حفره} = 100 cm^3$$

(فیزیک ۱- صفحه های ۱۶ تا ۱۸)

۱۱۰- گزینه «۲»

(مصطفی کیانی)

دقت اندازه گیری در ابزارهای رقمی (دیجیتالی)، برای یک واحد از آخرین رقمی است که آن ابزار می خواند که در اینجا برای عدد  $0.057 cm$ ، آخرین رقمی که می خواند  $0.007 cm$  است؛ لذا یک واحد از آخرین رقم آن برابر  $0.001 cm$  می شود. بنابراین، دقت اندازه گیری ریزسنج برابر است با:

$$\text{دقت اندازه گیری} = 0.001 cm \xrightarrow{1 cm = 10 mm} \rightarrow$$

$$\text{دقت اندازه گیری} = 0.001 \times 10 = 0.01 mm$$

(فیزیک ۱- صفحه های ۱۳ تا ۱۶)





فیزیک ۲

گزینه ۲ - ۱۱۱

(علی غلیلی)

طبق متن کتاب، در جدول سری الکتروسیته مالشی، مواد پایین تر جدول نسبت به مواد بالاتر در جدول الکترون خواهی بیشتری دارند. یعنی اگر دو ماده در این جدول با یکدیگر تماس پیدا کنند، الکترون از ماده بالاتر به ماده پایین تر منتقل می شود. به تعبیری دیگر جسم بالاتر بار مثبت و جسم پایین تر بار منفی پیدا می کند. طبق توضیحات بالا فقط گزینه «۲» صحیح است.

(فیزیک ۲ - صفحه ۴)

گزینه ۲ - ۱۱۲

(مهمرضا فارمی)

همان طور که می دانیم منظور از بار الکتریکی هسته یک اتم، بار الکتریکی مجموع پروتون های آن می باشد.  $q = 6e$  هسته اتم کربن  $Na^+$  چون یک الکترون از دست داده است، پس تعداد الکترون های آن با توجه به عدد اتمی  $Z = 11$  به  $n_e = 10$  رسیده است.

$$q_{Na^+} = -10e$$

$$\Rightarrow \frac{q_{\text{هسته اتم کربن}}}{q_{\text{الکترون های } Na^+}} = \frac{6e}{-10e} = -\frac{3}{5}$$

(فیزیک ۲ - صفحه های ۲ تا ۵)

گزینه ۳ - ۱۱۳

(مهمرهی شبانی)

اندازه نیروی میان دو بار الکتریکی نقطه ای از رابطه  $F = \frac{k |q_1| |q_2|}{r^2}$  به دست می آید. نیروی الکتریکی را در حالت اول به دست می آوریم:

$$F_1 = \frac{k \times 4 \times 10^{-6} \times 5 \times 10^{-6}}{0.09} = \frac{2}{9} k \times 10^{-9}$$

حال ۲۵٪ یعنی  $\frac{1}{4}$  از بار  $4 \mu C$  را که  $-1 \mu C$  است، به بار  $q_1$  می دهیم:

$$q'_1 = 5 \mu C + (-1 \mu C) = 4 \mu C$$

حالا یک بار  $q'_1 = 4 \mu C$  و یک بار  $q'_2 = -3 \mu C$  داریم که نیروی میان آنها را محاسبه می کنیم:

$$F_2 = \frac{k \times 4 \times 10^{-6} \times 3 \times 10^{-6}}{0.09} = \frac{4}{3} k \times 10^{-9}$$

و نسبت  $\frac{F_2}{F_1}$  برابر  $\frac{3}{5}$  است که برابر  $\frac{60}{100}$  است. یعنی ۴۰ درصد کاهش یافته است.

(فیزیک ۲ - صفحه های ۵ تا ۸)

گزینه ۳ - ۱۱۴

(مهمرضا فارمی)

ابتدا به کمک قانون کولن هر یک از نیروهای وارد بر بار  $q_1$  را محاسبه می کنیم:

$$F_{21} = \frac{k |q_1| |q_2|}{r_{21}^2} = \frac{9 \times 10^9 \times 2 \times 10^{-6} \times 4 \times 10^{-6}}{4 \times 10^{-4}} = 180 \text{ N}$$

$$\Rightarrow \vec{F}_{21} = (180 \text{ N}) \vec{j}$$

$$F_{31} = \frac{k |q_1| |q_3|}{r_{31}^2} = \frac{9 \times 10^9 \times 2 \times 10^{-6} \times 2 \times 10^{-6}}{9 \times 10^{-4}} = 40 \text{ N}$$

$$\Rightarrow \vec{F}_{31} = (40 \text{ N}) \vec{j}$$

$$F_{41} = \frac{k |q_1| |q_4|}{r_{41}^2} = \frac{9 \times 10^9 \times 6 \times 10^{-6} \times 2 \times 10^{-6}}{36 \times 10^{-4}} = 30 \text{ N}$$

$$\Rightarrow \vec{F}_{41} = (30 \text{ N}) \vec{i}$$

پس بردار نیروی خالص عبارت است از:

$$\vec{F}_T = \vec{F}_{21} + \vec{F}_{31} + \vec{F}_{41} \Rightarrow \vec{F}_T = (30 \text{ N}) \vec{i} + (220 \text{ N}) \vec{j}$$

(فیزیک ۲ - صفحه های ۵ تا ۱۰)

گزینه ۲ - ۱۱۵

(مهم کاتم منشاری)

با توجه به همنام بودن بارها، نقطه M بین بارها قرار خواهد گرفت.



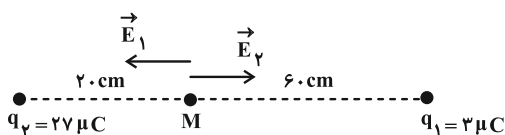
$$E_1 = E_2 \Rightarrow \frac{k |q_1|}{(r_1)^2} = \frac{k |q_2|}{(r_2)^2} \Rightarrow \frac{2}{r_1^2} = \frac{27}{r_2^2}$$

$$\Rightarrow \left(\frac{r_2}{r_1}\right)^2 = 9 \Rightarrow r_2 = 3r_1 \quad (I)$$

$$r_1 + r_2 = 80 \quad (II)$$

$$\xrightarrow{(I), (II)} \begin{cases} r_1 = 20 \text{ cm} \\ r_2 = 60 \text{ cm} \end{cases}$$

در حالت بعدی داریم:



$$\left. \begin{aligned} E_2 &= \frac{k |q_2|}{r_2^2} = \frac{9 \times 10^9 \times 3 \times 10^{-6}}{(20 \times 10^{-2})^2} = 60.75 \times 10^5 \frac{\text{N}}{\text{C}} \\ E_1 &= \frac{k |q_1|}{r_1^2} = \frac{9 \times 10^9 \times 27 \times 10^{-6}}{(60 \times 10^{-2})^2} = 0.75 \times 10^5 \frac{\text{N}}{\text{C}} \end{aligned} \right\}$$

$$\Rightarrow E_T = |E_2 - E_1| = 6 \times 10^6 \frac{\text{N}}{\text{C}}$$

(فیزیک ۲ - صفحه های ۱۰ تا ۱۷)

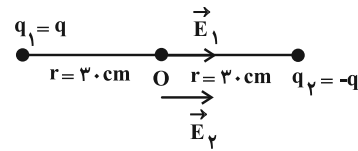




۱۱۶ - گزینه «۴»

(علیرضا بیاری)

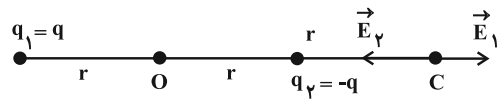
اندازه میدان الکتریکی ناشی از بار  $|q|$  را در فاصله  $r = ۳۰ \text{ cm}$  از آن، برابر با  $E$  در نظر می‌گیریم و میدان الکتریکی خالص را در نقطه  $O$  برحسب  $E$  به دست می‌آوریم:



$$E = k \frac{|q|}{r^2}$$

$$\vec{E}_O = \vec{E}_1 + \vec{E}_2 \quad E_1 = E_2 = E \rightarrow \vec{E}_O = \vec{E} + \vec{E} = 2\vec{E}$$

میدان الکتریکی هر یک از بارهای  $q_1$  و  $q_2$  را در نقطه  $C$  به دست می‌آوریم:



$$E_2 = E$$

$$\frac{E_2}{E_1} = \left(\frac{r_1}{r_2}\right)^2 = \left(\frac{3r}{r}\right)^2 = 9 \Rightarrow E_1 = \frac{E_2}{9} \xrightarrow{E_2=E} E_1 = \frac{E}{9}$$

اکنون میدان الکتریکی خالص در نقطه  $C$  را پیدا می‌کنیم:

$$\vec{E}_C = \vec{E}_1 + \vec{E}_2 = \frac{\vec{E}}{9} - \vec{E} = -\frac{8}{9}\vec{E}$$

در پایان نسبت  $\left| \frac{\vec{E}_O}{\vec{E}_C} \right|$  را حساب می‌کنیم:

$$\left| \frac{E_O}{E_C} \right| = \left| \frac{2E}{-\frac{8}{9}E} \right| = \frac{2 \times 9}{8} = \frac{9}{4}$$

(فیزیک ۲ - صفحه‌های ۱۲ و ۱۴)

۱۱۷ - گزینه «۲»

(سیده ملیحه میرصالحی)

چون انرژی پتانسیل الکتریکی بار  $۴ \mu\text{J}$  کاهش یافته،  $\Delta U = -۴ \mu\text{J}$  است. درباره پتانسیل الکتریکی نقطه  $B$  از رابطه  $\Delta U = q\Delta V$  برای دو نقطه از  $A$  تا  $B$  داریم:

$$\Delta U = q(V_B - V_A) \xrightarrow{\frac{\Delta U = -4 \mu\text{J}}{q = -2 \mu\text{C}}} -4 = -2(V_B - 20)$$

$$\Rightarrow 2 = V_B - 20 \Rightarrow V_B = 22\text{V}$$

(فیزیک ۲ - صفحه‌های ۲۳ تا ۲۷)

۱۱۸ - گزینه «۴»

(محمدرضا فارمی)

اگر بار هر قطره کوچک را  $q$ ، چگالی سطحی بار الکتریکی آن را  $\sigma$  بنامیم و حجم آن را  $V$  فرض کنیم، داریم:

$$V' = ۶۴V \Rightarrow \frac{4}{3}\pi R'^3 = ۶۴ \left(\frac{4}{3}\pi R^3\right) \Rightarrow R' = ۴R$$

پس با توجه به رابطه  $\sigma = \frac{|q|}{A}$  می‌توان نوشت:

$$\frac{\sigma'}{\sigma} = \frac{q'}{q} \times \frac{A}{A'} \Rightarrow \frac{\sigma'}{\sigma} = \frac{q'}{q} \times \left(\frac{R}{R'}\right)^2 \Rightarrow \sigma' = ۶۴ \times \frac{1}{۱۶} \times \left(\frac{\mu\text{C}}{\text{cm}^2}\right)$$

$$\Rightarrow \sigma' = ۴ \times ۱۰^{-۲} \frac{\text{C}}{\text{m}^2}$$

(فیزیک ۲ - صفحه‌های ۲۹ تا ۳۱)

۱۱۹ - گزینه «۴»

(مهم‌مهری شبانی)

در ابتدا با توجه به این که نیروی الکتریکی از رابطه  $F = \frac{k|q_1q_2|}{r^2}$  به

دست می‌آید،  $F_1$  را به دست می‌آوریم:

$$F_1 = \frac{k \times (-۶ \times ۱۰^{-۶}) \times (۱۴ \times ۱۰^{-۶})}{r^2}$$

در اثر تماس دو گوی رسانا، دو گوی باری برابر و به اندازه  $\frac{q_1 + q_2}{2}$  پیدا

می‌کنند که اینجا برابر  $۴ \mu\text{C} = \frac{۱۴ + (-۶)}{2} \mu\text{C}$  است. نیروی  $F_2$  برابر

$$F_2 = \frac{k \times ۴ \times ۱۰^{-۶} \times ۱۴ \times ۱۰^{-۶}}{r^2} \quad \text{است با:}$$

$\frac{F_2}{F_1} = \frac{۴}{۲۱}$  و چون نیروی بین دو گلوله قبل از تماس، جاذبه و پس از تماس،

دافعه است، پس  $\vec{F}_1$  و  $\vec{F}_2$  خلاف جهت یکدیگرند.

(فیزیک ۲ - صفحه‌های ۵ تا ۱۰)

۱۲۰ - گزینه «۲»

(تهرانی - فارح ۱۴۰۲)

بار  $q < 0$  در خلاف جهت خطوط میدان جابه‌جا شده است و از طرفی نیروی

وارد بر بار  $q < 0$  در خلاف جهت خطوط میدان است. پس مطابق رابطه

تعریف کار ( $W = F_E d \cos \theta$ ) چون  $\theta = 0$  است پس کار نیروی میدان

الکتریکی مثبت است. ( $\cos \theta = 1$ )

دقت کنید در مورد تغییر انرژی جنبشی بار نمی‌توان اظهار نظر نمود چون در

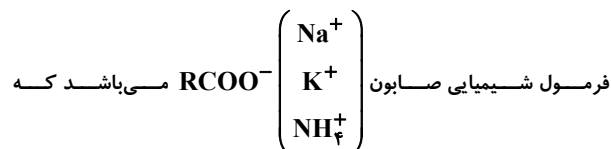
صورت سؤال اندازه و جهت بقیه نیروهای وارد بر بار مشخص نشده است.

(فیزیک ۲ - صفحه‌های ۲۱ تا ۲۳)

## شیمی ۳

۱۲۱- گزینه «۴»

(مبنا سیرسینی)



بخش  $\text{RCOO}^-$  بخش آنیونی و بخش شامل یون مثبت بخش کاتیونی می‌باشد که نسبت شمار آنیون به کاتیون آن ۱ است. پاک‌کننده غیرصابونی دارای فرمول  $\text{RC}_6\text{H}_4\text{SO}_3\text{Na}$  می‌باشد که بخش کاتیونی  $\text{Na}^+$  و بخش آنیونی  $\text{RC}_6\text{H}_4\text{SO}_3^-$  می‌باشد که نسبت شمار آنیون به کاتیون آن نیز ۱ می‌باشد.

بررسی سایر گزینه‌ها:

(۱) وازلین برخلاف عسل دارای گروه عاملی هیدروکسیل نیست و در آب نیز نامحلول می‌باشد.

(۲) عسل و آب با هم محلول ساخته که با توجه به کتاب درسی نور را برخلاف کلئوئید (مخلوط آب و روغن و صابون) پخش نمی‌کنند و مسیر عبور نور در آن‌ها مشخص نیست.

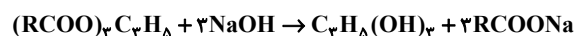
(۳) با توجه به متن کتاب درسی گفته شده که بیماری وبا هنوز هم می‌تواند برای هر جامعه تهدیدکننده باشد.

(شیمی ۳- صفحه‌های ۲، ۷، ۱۰ و ۱۱)

۱۲۲- گزینه «۳»

(یاسر راش)

معادله واکنش انجام شده به صورت زیر است:



در ادامه جرم مولی گروه R را حساب می‌کنیم:

$$221 \text{ g (استر)} \times \frac{1 \text{ mol (استر)}}{(\underbrace{3(M_R + 44)}_{(\text{RCOO})_3} + \underbrace{3(12)}_{\text{C}_7} + \underbrace{5}_{\text{H}_5}) \text{ g (استر)}}$$

$$\times \frac{3 \text{ mol RCOONa}}{1 \text{ mol (استر)}} \times \frac{(M_R + 67) \text{ g RCOONa}}{1 \text{ mol RCOONa}}$$

$$= 228 \text{ g RCOONa} \Rightarrow M_R = 237 \text{ g} \cdot \text{mol}^{-1}$$

قسمت اول: جرم مولی استر را حساب می‌کنیم:

$$3(237 + 44) + 36 + 5 = 884 \text{ g} \cdot \text{mol}^{-1}$$

در میان گزینه‌ها جرم مولی ترکیب  $\text{C}_{57}\text{H}_{104}\text{O}_6$  برابر با ۸۸۴ گرم بر مول است.

قسمت دوم: جرم مولی صابون را حساب می‌کنیم:

$$3(237 + 1(12) + 2(16) + 1(23)) = 304 \text{ g} \cdot \text{mol}^{-1}$$

(شیمی ۳- صفحه‌های ۵ و ۶)

۱۲۳- گزینه «۱»

(عمرخان شاکری رار)

فقط مورد (ب) صحیح است.

بررسی سایر موارد:

(الف) برخی محلول‌ها همانند محلول کات کبود می‌توانند رنگی باشند.

(ج) در کلئوئیدها و سوسپانسیون‌ها برخلاف محلول‌ها مسیر حرکت نور مشخص است.

(د) در مخلوط‌های همگن (محلول‌ها) برخلاف کلئوئیدها و سوسپانسیون‌ها حالت

فیزیکی و ترکیب شیمیایی در همه قسمت‌ها یکسان است.

(شیمی ۳- مشابه فور را پیازهای صفحه‌های ۶ و ۷)

۱۲۴- گزینه «۱»

(پیمان فواپوی میر)

موارد (آ) و (پ) صحیح هستند.

بررسی سایر موارد:

(ب) نادرست؛ زیرا ترکیب B پاک‌کننده غیرصابونی است و با آب سخت

تشکیل رسوب نمی‌دهد بنابراین می‌تواند پاک‌کننده خوبی باشد.

(ت) نادرست؛ صابون‌ها با آلاننده‌ها برهم‌کنش دارند و واکنش انجام نمی‌دهند.

(شیمی ۳- صفحه‌های ۴ تا ۶ و ۸ تا ۱۱)

۱۲۵- گزینه «۳»

(روزبه رضوانی)

برای جلوگیری از تشکیل رسوب در آب سخت، از صابون فسفات‌دار استفاده می‌شود.

در تهیه صابون مراغه از روغن‌های جانوری مانند دنبه گوسفند استفاده می‌شود.

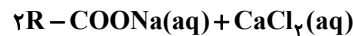
برای از بین بردن میکروب‌ها از صابون با ماده شیمیایی کلردار استفاده می‌شود.

(شیمی ۳- صفحه‌های ۸، ۹، ۱۱ و ۱۳)



۱۲۶ - گزینه «۳»

(رسول عابدینی زواره)



$$\frac{\text{مقدار نظری}}{\text{مقدار عملی}} \times 100 = 80 \Rightarrow \frac{10/0.8g}{x} \times 100 = 80 \Rightarrow x = 10/1 g$$

$$10/1 g \text{ رسوب} \times \frac{1 \text{ mol رسوب}}{\left( \frac{2(M_R + 44)}{RCOO} + \frac{40}{Ca} \right) g \text{ رسوب}}$$

$$\times \frac{2 \text{ mol صابون}}{1 \text{ mol رسوب}} \times \frac{\left( \frac{RCOO}{(M_R + 44)} + \frac{Na}{23} \right) g \text{ صابون}}{1 \text{ mol صابون}} = 10/2 g \text{ صابون}$$

$$\Rightarrow M_R = 239 g \cdot mol^{-1}$$

$$\Rightarrow 239 + 44 + 23 = 306 g \cdot mol^{-1} \text{ جرم مولی صابون}$$

$$C_n H_{2n+1} COONa = 12n + 2n + 1 + 12 + 2(16) + 23 = 306$$

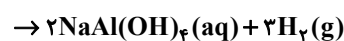
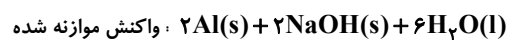
$$\Rightarrow n = 17 \Rightarrow \text{فرمول مولکولی صابون } C_{17}H_{35}COONa$$

۱۸ اتم کربن در ساختار صابون وجود دارد.

(شیمی ۳ - صفحه ۹)

۱۲۷ - گزینه «۳»

(سعید تیزرو)



واکنش این مخلوط با آب گرماده بوده و سبب افزایش دمای محیط می‌شود.

در واکنش‌های گرماده، سطح انرژی فرآورده‌ها پایین‌تر از واکنش‌دهنده‌ها

قرار دارد.

(شیمی ۳ - مشابه با هم بیندیشیم صفحه ۱۳)

۱۲۸ - گزینه «۱»

(مجتبی محبوب)

بررسی گزینه‌های نادرست:

(۲) اسیدها با اغلب فلزات واکنش می‌دهند، نه همه آن‌ها.

(۳) اسید طبق تعریف آرنیوس ماده‌ای است که در آب سبب افزایش غلظت

یون هیدرونیوم می‌شود.

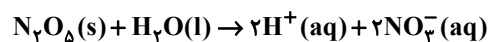
(۴) پیش از آن که ساختار اسیدها و بازها شناخته شود، شیمی‌دانان با برخی از واکنش‌های آن‌ها آشنا بودند.

(شیمی ۳ - صفحه‌های ۱۳ تا ۱۶)

۱۲۹ - گزینه «۱»

(ممنن مینونی)

دی‌نیتروژن پنتا اکسید ( $N_2O_5$ ) یک اکسید نافلزلی است و با انحلال در آب، رنگ کاغذ pH را قرمز می‌کند. معادله یونش آن به صورت زیر است:



هر یک مول از  $N_2O_5$ ، چهار مول یون تولید می‌کند پس هر نیم مول از آن دو مول یون تولید می‌کند.

بررسی سایر گزینه‌ها:

(۲) برخی از اسیدها در ساختار خود هیدروژن دارند و هنگام حل شدن در آب  $H^+$  آزاد می‌کنند. اما دسته دیگری از اسیدها هستند که در ساختار

خود هیدروژن ندارند اما با انحلال خود در آب سبب پدیدار شدن  $H^+$  می‌شوند مانند  $SO_3$ .

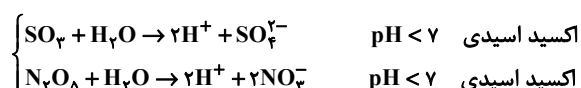
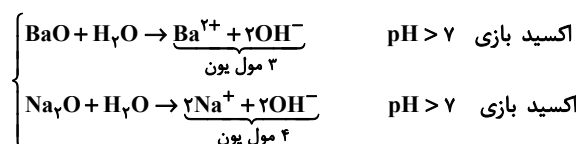
(۳) بازها در آب سبب افزایش یون هیدروکسید ( $OH^-$ ) می‌شوند و نه هیدروکسیل ( $-OH$ )

(۴) طبق مدل آرنیوس نمی‌توان میزان اسیدی یا بازی بودن یک محلول را مشخص کرد.

(شیمی ۳ - صفحه‌های ۱۳ تا ۱۶)

۱۳۰ - گزینه «۱»

(رسول عابدینی زواره)



(شیمی ۳ - مشابه فور را پیازمایید صفحه ۱۶)



شیمی ۱

۱۳۱- گزینه «۳»

(امیرمسعود حسینی)

فراوان ترین عنصر سیاره زمین، آهن که درصد فراوانی آن کمتر از ۰.۵٪ است و فراوان ترین عنصر سیاره مشتری، هیدروژن است که درصد فراوانی هیدروژن در آن بیش از ۹۰٪ است.

بررسی سایر گزینه‌ها:

(۱) دومین عنصر فراوان مشتری، هلیوم است که در طیف نشری خطی خود، در ناحیه مرئی ۶ خط رنگی دارد.

(۲) در میان ۸ عنصر فراوان سیاره زمین، ۴ عنصر Mg, Si, S, Al و در

دوره سوم جدول دوره‌ای جای دارد:  $\frac{4}{8} \times 100 = 50\%$

(۴) مشتری نزدیک ترین سیاره گازی به خورشید و به طور کلی، پنجمین سیاره نزدیک به خورشید است. زمین سومین سیاره نزدیک به خورشید بوده و به دلیل فاصله کمتری که نسبت به مشتری از خورشید دارد، دمای سطح آن بالاتر است.

(شیمی ۱- صفحه‌های ۳، ۱۱، ۱۲ و ۲۳)

۱۳۲- گزینه «۳»

(هدی بهاری پور)

$${}_{25}^{50}\text{A}^{2-} \Rightarrow \begin{cases} p = 25 \\ n = 25 \Rightarrow e - n = 2 \\ e = 27 \end{cases}$$

$${}^1_1\text{H} \Rightarrow n = 1 \quad {}^2_1\text{H} \Rightarrow n = 2$$

$$\frac{\text{شمار نوترون } {}^2_1\text{H}}{\text{شمار نوترون } {}^1_1\text{H}} = \frac{2}{1}$$

(شیمی ۱- صفحه‌های ۵ و ۶)

۱۳۳- گزینه «۴»

(پیمان فواهی میر)

در ایزوتوپ‌های لیتیم ترتیب فراوانی به صورت  ${}^7_3\text{Li} > {}^6_3\text{Li}$  است، بدیهی است که نسبت عدد اتمی به عدد جرمی در  ${}^6_3\text{Li}$  کوچک‌تر از  ${}^7_3\text{Li}$  است. بررسی سایر گزینه‌ها:

(۱) نیتروژن برخلاف فلزات جزو ۸ عنصر فراوان سیاره مشتری محسوب می‌شود.

(۲) اختلاف عدد اتمی E و D برابر ۱۵ (عدد اتمی فسفر) است که طبق کتاب رادیوایزوتوپ فسفر در ایران تولید می‌شود.

(۳) اختلاف شمار الکترون و نوترون در یون  ${}^{51}_{23}\text{C}^{3+}$  برابر ۸ است.

(شیمی ۱- صفحه‌های ۳ و ۱۱)

۱۳۴- گزینه «۴»

(مهمرضا جمشیدی)

بررسی گزینه‌های نادرست:

(۱) تمامی رادیوایزوتوپ‌ها از جمله رادیوایزوتوپ طبیعی هیدروژن ( ${}^1_1\text{H}$ ) ناپایدار هستند.

(۲) یکی از ایزوتوپ‌های اورانیوم، اغلب به عنوان سوخت در راکتورهای اتمی به کار می‌رود.

(۳) در هر خانه از جدول تناوبی، به دلیل وجود ایزوتوپ‌های آن عنصر، جرم اتمی میانگین آن عنصر نوشته شده است.

(شیمی ۱- صفحه‌های ۶ تا ۸ و ۱۰ تا ۱۲)

۱۳۵- گزینه «۴»

(مهمرضا پورجاوید)

نخستین عنصر ساخته شده به دست بشر،  ${}^{99}_{43}\text{Tc}$  است که نیم عمر کمی داشته و در طبیعت یافت نمی‌شود. اندازه یون یدید با اندازه یکی از یون‌های حاوی تکنسیم (و نه خود یون تکنسیم) مشابه است و در نتیجه غده تیروئید در هنگام جذب یون یدید، این یون را نیز جذب می‌کند.

(شیمی ۱- صفحه‌های ۷ و ۸)

۱۳۶- گزینه «۲»

(رسول عابدینی زواره)

$$\bar{M} = \frac{m_1 F_1 + m_2 F_2 + m_3 F_3}{100}$$

$$F_1 = \frac{6/02 \times 10^{22}}{6/02 \times 10^{23}} \times 100 = 10\%$$

$$F_2 = \frac{1/204 \times 10^{23}}{6/02 \times 10^{23}} \times 100 = 20\%$$

$$F_3 = \frac{4/214 \times 10^{23}}{6/02 \times 10^{23}} \times 100 = 70\%$$

$$\bar{M} = \frac{26(10) + 25(20) + 24(70)}{100} = 24/4 \text{ amu}$$

$$M F_3 = 24/4 + (2 \times 19) = 62/4 \text{ g} \cdot \text{mol}^{-1}$$

(شیمی ۱- صفحه‌های ۱۵ تا ۱۹)

۱۳۷- گزینه «۱»

(سعید تیزرو)

$$\text{درصد فراوانی ایزوتوپ‌های X} \begin{cases} \text{ایزوتوپ سبک‌تر} : \frac{4}{20} \times 100 = 20\% \\ \text{ایزوتوپ سنگین‌تر} : \frac{16}{20} \times 100 = 80\% \end{cases}$$



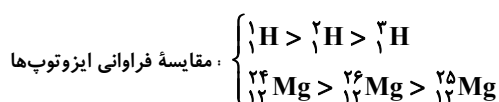
۲) نور زرد لامپها به دلیل وجود بخار سدیم در آنها است و سدیم جزو هشت عنصر فراوان موجود در سیاره زمین نیست.

۳) در دما و فشار اتاق ۷ عنصر به شکل مولکولهای ۲ اتمی وجود دارند که عبارتند از:

$H_2, N_2, O_2, F_2, Cl_2, Br_2, I_2$ . در بین این عناصر تنها کلر و برم

نماد دو حرفی دارند:  $\frac{2}{7} \approx 28/5\%$

۴) هر دو عنصر هیدروژن و منیزیم سه ایزوتوپ طبیعی دارند:



(شیمی ۱- صفحه‌های ۵، ۶، ۱۰، ۱۱ و ۱۹ تا ۲۳)

۱۴۰- گزینه «۳» (یاسر راش)

بررسی گزینه‌ها:

۱) نادرست؛ رنگ شعله بیشتر برای شناسایی کیفی عناصر کاربرد دارد، نه تعیین مقدار دقیق آنها. همچنین، وجود عناصر دیگر می‌تواند بر رنگ شعله تأثیر بگذارد و دقت را کاهش دهد.

۲) نادرست؛ نشر پرتوهای الکترومغناطیسی می‌تواند در هر سه حالت ماده (جامد، مایع و گاز) رخ دهد.

۳) درست؛ هر عنصر، زمانی که انرژی دریافت می‌کند (مثلاً حرارت می‌بیند)، نور با طول موجهای مشخصی ساطع می‌کند. این طول موجها یک الگوی خاص را تشکیل می‌دهند که برای هر عنصر منحصر به فرد است. این الگو (طیف نشری خطی)، مانند اثر انگشت یا بارکد، به ما امکان می‌دهد تا عنصر مورد نظر را شناسایی کنیم.

۴) نادرست؛ مشاهده رنگ شعله تنها یک روش تقریبی است. برای شناسایی دقیق مواد، تحلیل طیف نشری خطی و بررسی طول موجهای دقیق نشر شده ضروری است.

(شیمی ۱- صفحه‌های ۲۲ و ۲۳)

$$\bar{M} = M_1 + (M_2 - M_1) \frac{F_2}{100}$$

$$\Rightarrow 10/8 = M_1 + (1) \frac{80}{100} \Rightarrow M_1 = 10 \text{ amu}, M_2 = 11 \text{ amu}$$

با توجه به اختلاف تعداد ذرات داخل هسته دو ایزوتوپ سنگین تر می‌توان تعداد پروتونهای هسته (عدد اتمی عنصر X) را به دست آورد:

$$\begin{cases} n - p = 1 \\ n + p = 11 \end{cases} \Rightarrow n = 6, p = 5$$

عنصر X با عدد اتمی ۵، عنصر B می‌باشد.

بررسی مورد الف) هر دو عنصر B و  ${}_{81}Tl$  متعلق به گروه سیزدهم جدول می‌باشند. بررسی مورد ب) بیشترین نیمه عمر در بین ایزوتوپهای ساختگی هیدروژن  ${}^5_1H$  است که عدد جرمی آن با عدد اتمی عنصر B برابر است. بررسی مورد پ) عناصر پایین B در جدول،  ${}_{13}Al$  و  ${}_{31}Ga$  هستند که نماد شیمیایی هر دو به صورت دو حرفی است.

(شیمی ۱- صفحه‌های ۵، ۶ و ۱۰ تا ۱۵)

۱۳۸- گزینه «۳» (مبین احمدی)

$$Br_2 \times \frac{1 \text{ mol } Br_2}{160 \text{ g } Br_2} \times \frac{2 \text{ mol } Br}{1 \text{ mol } Br_2} = \text{تعداد اتم هر گرم } Br_2$$

$$\times \frac{N_A Br}{1 \text{ mol } Br} = \frac{N_A}{80}$$

$$\begin{cases} m = O \text{ تعداد اتمهای} \\ n = N \text{ تعداد اتمهای} \end{cases}$$

$$1/4 \times \frac{N_A}{80} = 0/27 \text{ g نمونه} \times \frac{1 \text{ mol نمونه}}{(16m + 14n) \text{ g نمونه}} \times \frac{(m+n) \times N_A}{1 \text{ mol}}$$

$$\Rightarrow 108m + 108n = 98n + 112m \Rightarrow 10n = 4m \Rightarrow \frac{n}{m} = 0/4$$

(شیمی ۱- صفحه‌های ۱۷ تا ۱۹)

۱۳۹- گزینه «۲» (سعید تیزرو)

عبارت مطرح شده در صورت سؤال و گزینه «۲» درست است و سایر گزینه‌ها نادرست می‌باشند.

بررسی گزینه‌ها:

۱) هر نوار رنگی در طیف نشری خطی عناصر، ناشی از بازگشت الکترون از لایه‌های بالاتر به لایه‌های پایین‌تر (نه لزوماً لایه اول) است.





## شیمی ۲

## ۱۴۱- گزینه «۴»

بررسی موارد:

الف) نادرست؛ نظم چرخه‌های طبیعی به دلیل مصرف بی‌رویه مواد معدنی و نفتی و تولید جمع انبوهی از زباله‌ها به هم می‌خورد.

(ب) درست

(پ) درست

(ت) درست

(شیمی ۲- صفحه‌های ۱ تا ۵)

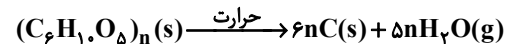
## ۱۴۲- گزینه «۱»

(عرفان شاکری‌راد)

ابتدا جرم تمام درخت‌ها را به دست می‌آوریم:

$$200 \times 1350 = 270000 \text{ kg}$$

سپس از طریق روابط استوکیومتری جرم سلولز را محاسبه می‌کنیم.



سپس: ۱- ابتدا جرم کربن خالص در زغال را به دست می‌آوریم:

$$\text{کربن خالص } 97200 \text{ kg} = \frac{1000 \text{ kg}}{1 \text{ تن}} \times 72 \text{ kg} \times \frac{1000 \text{ kg}}{100 \text{ kg}} \times \frac{1 \text{ تن}}{1}$$

۲- حال از طریق روابط استوکیومتری، جرم سلولز را به دست می‌آوریم:

$$\begin{aligned} & 97200 \text{ kg C} \times \frac{1000 \text{ g C}}{1 \text{ kg C}} \times \frac{1 \text{ mol C}}{12 \text{ g C}} \times \frac{1 \text{ mol}}{6n \text{ mol C}} \\ & \times \frac{162 \text{ ng سلولز}}{1 \text{ mol سلولز}} \times \frac{1 \text{ kg سلولز}}{1000 \text{ g سلولز}} = 218700 \text{ kg سلولز} \end{aligned}$$

حال با تقسیم به جرم کل، درصد سلولز درخت‌ها به دست می‌آید:

$$\frac{218700}{270000} \times 100 = 81\%$$

راه ساده‌تر: تمام روابط و عملیات‌ها را اگر یکباره انجام دهیم، مقدار خیلی

زیادی از آن‌ها با یکدیگر ساده می‌شوند:

$$\text{کربن } 12 \text{ g} \times \frac{1 \text{ mol}}{12 \text{ g}} \times \frac{1000 \text{ kg}}{1 \text{ تن}} \times 72 \text{ kg} \times \frac{1000 \text{ kg}}{100 \text{ kg}} \times \frac{1 \text{ تن}}{1} \times 135$$

$$\frac{1 \text{ mol سلولز}}{6n \text{ mol C}} \times \frac{162 \text{ ng سلولز}}{1 \text{ mol سلولز}} \times \frac{100}{200 \times 1350} = 81\%$$

(شیمی ۲- صفحه‌های ۲۲ تا ۲۴)

## ۱۴۳- گزینه «۳»

(مسین شاهسواری)

بررسی موارد نادرست:

(ب) در دمای ۲۹۸ کلوین یا دمای اتاق فلوئور و کلر با گاز هیدروژن واکنش می‌دهند که فلوئور به آرایش هشت‌تایی نتون می‌رسد. (نه الزاماً آرگون)

(د) در دمای بالاتر از ۶۷۳ کلوین یا  $400^\circ\text{C}$  فلوئور، کلر، برم و ید با گاز هیدروژن واکنش می‌دهند که فلوئور، کلر و برم در دمای اتاق جامد نیستند.

(شیمی ۲- قدر هدایای زمینی را برانیم؛ صفحه‌های ۱۳، ۱۴)

## ۱۴۴- گزینه «۱»

(امیر هاتمیان)

فرض می‌کنیم (کلسیم کربنات)  $x \text{ mol CaCO}_3$  و گرافیت  $y \text{ mol}$  داریم.

$$? \text{ g CaCO}_3 = x \text{ mol CaCO}_3 \times \frac{100 \text{ g CaCO}_3}{1 \text{ mol CaCO}_3}$$

$$= 100x \text{ g CaCO}_3$$

$$\text{گرافیت } 12y \text{ g} = y \text{ mol گرافیت} \times \frac{12 \text{ g C}}{1 \text{ mol C}}$$

$$? \text{ g CO}_2 = (x+y) \text{ mol مخلوط اولیه} \times \frac{1 \text{ mol CO}_2}{1 \text{ mol مخلوط اولیه}}$$

$$\times \frac{44 \text{ g CO}_2}{1 \text{ mol CO}_2} = 44(x+y) \text{ g CO}_2$$

$$100x + 12y = (x+y) \times 44 \Rightarrow \frac{y}{x} = \frac{y}{4}$$

$$\times 100 = \frac{\text{جرم گرافیت}}{\text{جرم گرافیت} + \text{جرم کلسیم کربنات}} \times 100$$

$$= \frac{12y}{100x + 12y} \times 100 \xrightarrow{y = \frac{y}{4}x} \frac{12(\frac{y}{4}x)}{(100x + 12(\frac{y}{4}x))}$$

$$= \frac{21x}{121x} = 17.3\%$$

(شیمی ۲- صفحه‌های ۲۲ تا ۲۴)

## ۱۴۵- گزینه «۱»

(علی یعفری)

موارد الف) و ب) درست هستند.

بررسی موارد نادرست:

(پ) خصلت فلزی در یک گروه از جدول دوره‌ای از بالا به پایین، افزایش می‌یابد.

(ت) خصلت نافلزی رابطه عکس با شعاع دارد و از چپ به راست، افزایش می‌یابد.

(شیمی ۲- صفحه‌های ۹ تا ۱۳)



## ۱۴۶- گزینه «۳»

(پیمان فواوی میز)

عدد اتمی X برابر ۲۴ و عدد اتمی Y برابر ۲۹ است.

بررسی گزینه‌ها:

(۱) نادرست؛ آرایش الکترونی  $Cr$  و  $Cu$  از قاعده آفیا پیروی نمی‌کند.(۲) نادرست؛  $Cu$  با  $ZnSO_4$  واکنش نمی‌دهد.(۳) درست؛ مجموع  $n+l$  برای الکترون‌های ظرفیت  $Cr$  ( $3d^5 4s^1$ )

برابر ۲۹ است.

(۴) نادرست؛  $Cr$  و  $Cu$  ترکیبات رنگین تشکیل می‌دهند.

(شیمی ۲- صفحه‌های ۱۴ تا ۱۶ و ۱۹ تا ۲۱)

## ۱۴۷- گزینه «۴»

(امیرمسعود حسینی)

بررسی گزینه‌های نادرست:

(۱) وجود نمونه‌هایی از فلزهای طلا، نقره، مس و پلاتین نیز به شکل آزاد

(عنصری) در طبیعت گزارش شده است.

(۲) طلا واکنش پذیری بسیار کمی دارد به گونه‌ای که با گازهای موجود در

هواکره و همچنین مواد موجود در بدن انسان واکنش نمی‌دهد.

(۳) برای استخراج مقدار کمی طلا باید از حجم انبوهی خاک معدن استفاده

کرد. از این رو استخراج طلا همانند دیگر فعالیت‌های صنعتی آثار زیان‌بار

محیط زیستی بر جای می‌گذارد.

(شیمی ۲- صفحه‌های ۱۷ و ۱۸)

## ۱۴۸- گزینه «۳»

(یاسر راش)

بررسی همه گزینه‌ها:

(۱) عبارت باید برعکس باشد، «هر چه فلز فعال‌تر باشد، میل بیشتری به ایجاد

ترکیب دارد و استخراج آن سخت‌تر است.»

(۲) استخراج آهن از اکسید آن نیازمند شرایط خاص و استفاده از

واکنش‌دهنده‌هایی مانند کربن یا سدیم است.

(۳) واکنش‌پذیری هر عنصر به معنای تمایل اتم آن به انجام واکنش شیمیایی

است. هر چه این تمایل بیشتر باشد، واکنش‌پذیری آن عنصر بیشتر است.

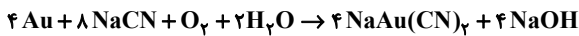
(۴) در فرایند استخراج آهن، استفاده از مواد بازیافتی و کاهش مصرف انرژی

نقش مهمی در کاهش آلودگی و بهینه‌سازی هزینه‌های تولید دارد.

(شیمی ۲- صفحه‌های ۱۸ تا ۲۱)

## ۱۴۹- گزینه «۲»

(رسول عابرنی زواره)



$$?g NaOH = 4 / 925g Au \text{ ناخالص} \times \frac{80g Au}{100g Au} \text{ ناخالص}$$

$$\times \frac{1mol Au}{197g Au} \times \frac{4mol NaOH}{4mol Au} \times \frac{40g NaOH}{1mol NaOH} = 0.8g NaOH$$

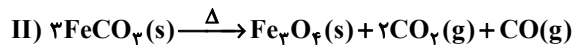
$$\text{مقدار نظری} \times 100 = \frac{x}{0.8} \times 100 \Rightarrow 90 = \frac{x}{0.8} \times 100 \Rightarrow x = 0.72g$$

$$\Rightarrow x = 0.72g$$

(شیمی ۲- صفحه‌های ۲۲ تا ۲۴)

## ۱۵۰- گزینه «۳»

(امیرمسعود حسینی)



$$P_{KMnO_4} = 2P_{FeCO_3} \quad P = \text{درصد خلوص ماده}$$

$$m g KMnO_4 \text{ ناخالص} \times \frac{2P_{FeCO_3} g KMnO_4}{100g KMnO_4 \text{ ناخالص}}$$

$$\times \frac{1mol KMnO_4}{158g KMnO_4} \times \frac{1mol O_2}{2mol KMnO_4} \times \frac{32g O_2}{1mol O_2}$$

$$\times \frac{R(I)}{100} = \frac{m \times P_{FeCO_3} \times 16 \times R(I)}{100 \times 79 \times 100} g O_2$$

$$m g FeCO_3 \text{ ناخالص} \times \frac{P_{FeCO_3} g FeCO_3}{100g FeCO_3 \text{ ناخالص}}$$

$$\times \frac{1mol FeCO_3}{116g FeCO_3} \times \frac{116}{3mol FeCO_3} \times \frac{R(II)}{100}$$

$$= \frac{m \times P_{FeCO_3} \times R(II)}{100 \times 3 \times 100} g \text{ گاز}$$

$$\frac{m \times P_{FeCO_3} \times 16 \times R(I)}{100 \times 79 \times 100} = \frac{m \times P_{FeCO_3} \times R(II)}{100 \times 3 \times 100}$$

$$\Rightarrow \frac{R(II)}{R(I)} = \frac{3 \times 16}{79} \approx 0.6$$

(شیمی ۲- صفحه‌های ۲۲ تا ۲۴)



# پاسخ تشریحی

دروس عمومی

# دوازدهم ریاضی

گروه آزمون

بنیاد علمی آموزشی قلمچی (وقف عام)



# دفترچه پاسخ ✓

## عمومی دوازدهم

### رشته ریاضی

### ۱۸ مهر ماه ۱۴۰۴

#### طراحان به ترتیب حروف الفبا

فارسی	حسن افتاده، حسین پرهیزگار، نازنین فاطمه حاجیلو، سعید جعفری، ابوالفضل عباسزاده، محسن فدایی
عربی، زبان قرآن	آرمین ساعدیناه، مهران سعیدنیا، افشین کریمان فرد، نگار مستی
دین و زندگی	محسن بیاتی، فردین سماقی، محمدمهدی مانده‌علی، مرتضی محسنی کبیر، میثم هاشمی
زبان انگلیسی	رحمت‌اله استیری، محمدمهدی دغلاوی، آرمین رحمانی، بیتا قربان‌پور، عقیل محمدی‌روش

#### گزینشگران و ویراستاران به ترتیب حروف الفبا

نام درس	مسئول درس	گزینشگر	گروه ویراستاری	رتبه یوتو	مسئول درس‌های مستندسازی
فارسی	نازنین فاطمه حاجیلو	نازنین فاطمه حاجیلو	مرتضی منشاری	—	فریبا رنوفی
عربی، زبان قرآن	آرمین ساعدیناه	آرمین ساعدیناه	درویشعلی ابراهیمی	جواد جلیلیان	لیلا ایزدی
دین و زندگی	محمدمهدی مانده‌علی	محمدمهدی مانده‌علی	امیرمهدی افشار سکینه گلشنی	محمدفرحان فخاریان	محمدصدرا پنجه‌پور
اهلیت‌های مذهبی	دبورا حاتانیان	دبورا حاتانیان	معصومه شاعری	—	—
زبان انگلیسی	رحمت‌اله استیری	رحمت‌اله استیری	طاها اصغریان، فاطمه نقدی	مانده سالاری	سپهر اشتیاقی

مدیران گروه	الهام محمدی
مسئول دفترچه	معصومه شاعری
مستندسازی و مطابقت با مصوبات	مدیر: محیا اصغری، مسئول دفترچه: فریبا رنوفی
حروف نگار و صفحه‌آرا	زهرا تاجیک

### گروه آزمون

### بنیاد علمی آموزشی قلمچی (وقف عام)

آدرس دفتر مرکزی: خیابان انقلاب- بین صبا و فلسطین- پلاک ۹۲۳ - تلفن چهار رقمی: ۰۲۱-۶۴۶۳



## فارسی ۳

## ۲۰۱- گزینه ۱

واژه‌هایی که نادرست معنا شده‌اند:

روی: مجازاً امکان، چاره

بنان: انگشت، سرانگشت

قسیم: صاحب‌جمال

مطاع: فرمانروا، اطاعت‌شده، کسی که دیگری فرمان او را می‌برد.

فاحش: واضح و آشکار

(مسین پرهیزگار - سبزواری)

(لغت، واژه‌نامه)

## ۲۰۲- گزینه ۲

(حسن افتخار - تبریز)

غلط املائی در گزینه ۲ در واژه «سنا» می‌باشد که شکل صحیح آن، «ثنا» است.

(سنا: روشنایی / ثنا: ستایش)

سایر گزینه‌ها از نظر املائی صحیح می‌باشند.

(املا، صفحه ۱۰)

## ۲۰۳- گزینه ۳

(مسن فرایی - شیراز)

گنه بنده کرده‌ست و او شرمسار [است] (فعل «است» به قرینه لفظی حذف شده

است.)

## تشریح گزینه‌های دیگر:

گزینه «۱»: بنده همان به [است] که ز تقصیر خویش / عذر به درگاه خدای آورد

(فعل «است» به قرینه معنایی حذف شده است.)

گزینه «۲»: چه غم [است] دیوار امت را که دارد چون تو پشتیبان؟ / چه باک از موج

بحر [است] آن را که باشد نوح کشتیبان (فعل «است» به معنای «وجود دارد» به

قرینه معنایی حذف شده است.)

گزینه «۴»: همه از بهر تو سرگشته و فرمانبردار [هستند] / شرط انصاف نباشد که تو

فرمان نبری (فعل «هستند» به قرینه معنایی حذف شده است.)

(دستور، صفحه‌های ۱۲ تا ۱۴)

## ۲۰۴- گزینه ۳

(سعید پفقری)

در گزینه ۳، نقش ضمیر پیوسته، مفعولی است (من را مست کرد). در دیگر

گزینه‌ها مضاف‌الیه است.

(دستور، صفحه‌های ۱۰ تا ۱۸)

## ۲۰۵- گزینه ۴

(نازنین فاطمه هایلو صفحہ ۱۲ تا ۱۴)

## تشریح گزینه‌های دیگر:

گزینه «۱»: استعاره از حقایق معنوی و الهی

گزینه «۲»: نماد عاشق غیرحقیقی و مدعی (پروانه، نماد عاشق حقیقی است.)

گزینه «۳»: استعاره از چمن (این استعاره هنوز آنچنان فراگیر نشده است که یک

نماد تلقی شود.)

(آرایه، صفحه‌های ۱۲ تا ۱۴)

## ۲۰۶- گزینه ۳

(نازنین فاطمه هایلو صفحہ ۱۲ تا ۱۴)

آرایه‌های شاخص عبارت صورت سؤال، تشبیه (باران رحمت، خوان نعمت) و سجع

(رسیده و کشیده) است که سجع در گزینه «۳» نیز یافت می‌شود (قربت و نعمت).

## تشریح گزینه‌های دیگر:

گزینه «۱»: آرایه شاخص این گزینه مجاز است. ابر و باد و مه و خورشید: مجاز از

همه آفریده‌های طبیعی، نان: مجاز از خوراک روزانه و روزی، کف: مجاز از کل دست

گزینه «۲»: آرایه شاخص این گزینه تلمیح است؛ به آیه ۱۰ سوره «ق»، اشاره دارد.

گزینه «۴»: آرایه شاخص این گزینه، کنایه است. از دست رفتن دامن، کنایه از «از

خود بی خود شدن» است.

(آرایه، صفحه‌های ۱۲ تا ۱۴)

## ۲۰۷- گزینه ۱

(مسین پرهیزگار - سبزواری)

برای پاسخ به این سؤال نیازی به مراجعه به کتاب‌نامه نیست فقط کافی است بدانید

گلستان نثر آمیخته به نظم است و کلیله و دمنه ترجمه است نه تألیف.

(تاریخ ادبیات، صفحه‌های ۱۴ و ۱۸)

## ۲۰۸- گزینه ۳

(نازنین فاطمه هایلو صفحہ ۱۲ تا ۱۴)

ستارالعیوب بودن، یعنی او گناهان بندگان را بسیار می‌پوشاند و علام‌العیوب بودن،

یعنی خداوند به همه احوال بندگان (چه پنهان، چه آشکار) آگاه است.

## تشریح گزینه‌های دیگر:

گزینه «۱»: ادراک‌ناپذیر بودن ماهیت خداوند

گزینه «۲»: قادر مطلق بودن خداوند

گزینه «۴»: ناتوانی انسان در وصف و ستایش خداوند و ادراک‌ناپذیری ماهیت او

(مفهوم ۳، صفحه ۱۰)

## ۲۰۹- گزینه ۳

(سعید پفقری)

بیت گزینه «۳» و صورت پرسش هر دو این پیام را می‌رسانند که فردی که خدا را

شناخت نمی‌تواند درباره او چیزی بگوید.

(مفهوم ۳، صفحه‌های ۱۲، ۱۳ و ۱۷)



## ۲۱۰- گزینه «۱»

(مفسن فرایی - شیراز)

مفهوم حکایت: خطرات اشتباهات و گمان‌های نادرست که در وجود انسان ناامیدی ایجاد می‌کند

(مفهوم، صفحه ۱۸)

## ۲۱۱- گزینه «۳»

(مفسن فرایی - شیراز)

افعال پایانی ابیات زیر هر دو «مضارع التزامی» هستند: به غفلت «نخوری» و تو فرمان «تبری».

**نکته مهم درسی:**

گاهی در ابتدای افعال مضارع التزامی به جای «ب»، «ن» منفی قرار می‌گیرد که در این صورت به آن‌ها «مضارع التزامی منفی» گویند.

(دستور، صفحه ۱۲)

## ۲۱۲- گزینه «۲»

(ابوالفضل عباس‌زاده)

در مصراع مذکور، «حذف به قرینه معنایی» به کار رفته است (در جملاتی که منادا در آن‌ها به کار رفته است، حذف به قرینه معنایی وجود دارد).

در گزینه «۲» نیز «حذف به قرینه معنایی» به کار رفته است: گفته [است] فرموده [است].

توجه: گاهی فعل کمکی ماضی نقلی، به قرینه معنوی حذف می‌شود.

در سایر گزینه‌ها، «حذف به قرینه لفظی» به کار رفته است.

**تشریح گزینه‌های دیگر:**

گزینه «۱»: وظیفهٔ روزی [بندگان] به خطای منکر نبرد.

گزینه «۳»: چون برمی‌آید مفرح ذات [است].

گزینه «۴»: در بحر مکاشفت مستغرق شده [بود].

(دستور، صفحه‌های ۱۲ تا ۱۴)

## ۲۱۳- گزینه «۱»

(ابوالفضل عباس‌زاده)

ارکان تشبیه در موارد «ب» و «د» به درستی مشخص شده است:

ب) جلال و بزرگی خداوند، به کعبه تشبیه شده است: جلال (مشبه)، کعبه (مشبه‌به)

د) برگ‌ها به لباس سبزی مانند شده که درختان آن را بر تن کرده‌اند: ورق (مشبه)،

قبا (مشبه‌به)

**تشریح گزینه‌های دیگر:**

الف) «جیب مراقبت» اضافهٔ تشبیهی نیست.

ج) «خوان نعمت» اضافهٔ تشبیهی است که نعمت، مشبه آن است.

ه) در این بیت تشبیهی به کار نرفته است.

(آرایه، صفحه‌های ۱۲ تا ۱۴)

## ۲۱۴- گزینه «۳»

(حسن افتاره - تبریز)

«بوستان» در گزینه «۳»، استعاره از «عالم عرفان و معنویت» است.

«پردهٔ ناموس» در گزینه «۱» اضافهٔ تشبیهی و «فرش زمردین» در گزینه «۲»

استعاره از «سبزه و چمن» و «زبان» در گزینه «۴» مجاز از «گفتار» است.

(آرایه، صفحه‌های ۱۲ و ۱۴)

## ۲۱۵- گزینه «۴»

(نازنین فاطمه هابیلوصفاغزازه)

«ما عبدناک حق عبادتک» حدیث پیامبر (ص) است.

**تشریح گزینه‌های دیگر:**

گزینه «۱»: شعری عربی از خود سعدی است و تضمین نیست.

گزینه «۲»: شعری عربی از خود سعدی است و تضمین نیست و عبارت «صلوا علیه و

آله» تلمیح به آیهٔ ۵۶ سورهٔ احزاب دارد: «إِنَّ اللَّهَ وَمَلَائِكَتَهُ يُصَلُّونَ عَلَى النَّبِيِّ يَا أَيُّهَا

الَّذِينَ آمَنُوا صَلُّوا عَلَيْهِ وَسَلِّمُوا تَسْلِيمًا»

گزینه «۳»: تضمین ندارد.

(آرایه، صفحه‌های ۱۳ و ۱۴)

## ۲۱۶- گزینه «۱»

(مفسن فرایی - شیراز)

مسخر: رام و فرمانبر

معنای بیت: پروردگار، همهٔ اجزای این عالم را مسخر و فرمانبردار انسان ساخته است؛ پس

شرط عدل و انصاف نیست که آدمی این نکته را فراموش کند و فرمانبردار حق نباشد.

(مفهوم، صفحه ۱۲)

## ۲۱۷- گزینه «۲»

(حسین پرهیزگار - سبزوار)

سعدی، به مکاشفت و شهود حقایق می‌پردازد و جلوهٔ جمال حق او را مدحوش می‌کند.

(مفهوم، صفحه ۱۴)

## ۲۱۸- گزینه «۳»

(حسن افتاره - تبریز)

ه) معنای مصراع: فقط به درگاه تو روی می‌آورم و فقط در جست‌وجوی احسان و

نیکیی تو هستیم. = معنای آیه: تنها تو را می‌پرستیم و تنها از تو یاری می‌جوییم.

ج) معنای مصراع: نمی‌توان کسی را به تو مانند کرد، زیرا تو از خیال و تصور ما

بیرون هستی. = معنای آیه: کسی مانند او نیست.

د) معنای مصراع: تو سراسر نور و شادی هستی و بخشنده و پاداش‌دهنده هستی. =

معنای آیه: خداوند نور آسمان‌ها و زمین است.

ب) معنای مصراع: خدایا، تو همهٔ غیب‌ها را می‌دانی و همهٔ عیب‌ها را می‌پوشانی. =

معنای آیه: دانای نهان و آشکار هستی.

(مفهوم، صفحه ۱۰)



۲۱۹- گزینه «۴»

(مسیر پرهیزگر - سبزواری)

بیت دوم نفی دقیق افراد مدعی در عشق است؛ پس هدف اصلی دو بیت بی ادعا بودن در عشق است (سکوت و رازداری عاشقانه).

(مفهوم، ۳، صفحه ۱۴)

۲۲۰- گزینه «۲»

(سیر بیغری)

باز اعراض کند: دوباره خداوند روی بگرداند.

(مفهوم، ۳، صفحه ۱۳)

### عربی، زبان قرآن ۳

۲۲۱- گزینه «۱»

(نگار مستی)

مفرد «الأصنام (بت‌ها)» به صورت «الصنم» صحیح است.

(واژگان، صفحه ۴)

۲۲۲- گزینه «۴»

(آرمین ساعرنابه)

«الصراع» و «النزاع» هر دو به معنای «کشمکش» مترادف یکدیگر هستند نه متضاد!

(واژگان، صفحه‌های ۲، ۳ و ۴)

۲۲۳- گزینه «۴»

(آرمین ساعرنابه)

«كلنا نعلم»: همه ما می‌دانیم (رد گزینه‌های ۱ و ۳) / «علق فأسه»: تبرش را آویخت (رد سایر گزینه‌ها) / «كتف أكبر الصنم»: کتف بزرگ‌ترین بت (رد سایر گزینه‌ها)

(ترجمه، صفحه ۳)

۲۲۴- گزینه «۳»

(مهران سعیرنیا)

«قد حدثنا»: با ما سخن گفته است (رد گزینه ۴) / «القرآن الکریم»: قرآن کریم (در) اضافی است؛ رد گزینه ۴ / «الأنبياء (ع)»: پیامبران (ع) (رد گزینه ۱) / «صراعهم»: کشمکش آنان (رد گزینه‌های ۱ و ۲) / «أقوامهم الکافرین»: اقوام کافرشان (رد سایر گزینه‌ها)

(ترجمه، صفحه ۳)

۲۲۵- گزینه «۴»

(مهران سعیرنیا)

«يَتَجَنَّبُ النَّاسُ الْمَعَاصِيَ»: مردم باید از گناهان دوری کنند

(ترجمه، صفحه‌های ۲ و ۳)

۲۲۶- گزینه «۳»

(آرمین ساعرنابه)

«لم تكسر»: نشکست

(ترجمه فعل، صفحه ۴)

۲۲۷- گزینه «۱»

(نگار مستی)

از میان حروف مشابه بالفعل، حرف «إن» جمله بعد از خود را مورد تأکید قرار می‌دهد.

(قواعد، صفحه ۵)

۲۲۸- گزینه «۱»

(آرمین ساعرنابه)

ترجمه عبارت: «مدیر گفت: امید است معلم به دانش‌آموز تنبیل درس بدهد.»

از میان کلمات گزینه‌ها صرفاً «لعل» می‌تواند به درستی جای خالی را تکمیل کند.

(قواعد، صفحه ۶)

۲۲۹- گزینه «۲»

(انوشین کریمیان فرور)

از میان حروف مشابه بالفعل «لکن» برای کامل کردن پیام و برطرف کردن ابهام جمله قبل از خود می‌آید.

(قواعد، صفحه ۶)

۲۳۰- گزینه «۱»

(آرمین ساعرنابه)

از میان حروف مشابه بالفعل، حرف «لیت» برای بیان حسرت و آرزوهایی می‌باشد که غالباً امیدی به وقوعشان نیست.

(قواعد، صفحه ۶)

### دین و زندگی (۳)

۲۳۱- گزینه «۴»

(مرتضی مهسنی کبیر)

اندیشه، بهار جوانی را پرطراوت و زیبا می‌سازد. پیامبر اسلام (ص) درباره آن می‌فرماید: «افضل العبادة ايمان التفکر فی الله و فی قدرته: بهترین عبادت، اندیشیدن مداوم درباره خدا و قدرت اوست.»

(دین و زندگی ۳، درس ۱، صفحه ۲)

۲۳۲- گزینه «۴»

(مرتضی مهسنی کبیر)

این بیت از عبدالرحمان جامی درباره مقدمه دوم از استدلال نیازمندی جهان به خدا در پیدایش است و آن عبارت است از اینکه پدیده‌هایی که وجودشان از خودشان نیست، برای موجود شدن نیازمند به پدیدآورنده‌ای هستند که خودش پدیده نباشد، بلکه وجودش از خودش باشد.

(دین و زندگی ۳، درس ۱، صفحه ۷)





۲۳۳- گزینه «۴»

(مهم‌مهری مانده‌علی)

حدیث شریف امام علی (ع)، مبنی بر این‌که «ما رأیت شیئاً آلاً و رأیت الله قبله و بعده و معه: هیچ چیزی را ندیدم مگر اینکه خدا را قبل و بعد و با آن دیدم.» بیانگر این است که تمامی موجودات، وجود خود را از خداوند دریافت می‌کنند و در تمامی احوال به او نیازمند هستند که نیازمندی موجودات به خداوند در بقا از بخش «بعده و معه» برداشت می‌گردد؛ زیرا موجودات پس از پیدایش نیز دائماً وابسته به وجود خداوند می‌باشند.

(دین و زندگی ۳، درس ۱، صفحه‌های ۹ و ۱۲)

۲۳۴- گزینه «۳»

(مسن بیاتی)

موارد «ب، د» صحیح می‌باشند.

**بررسی نادرستی سایر موارد:**

الف) رابطه خداوند با جهان تا حدی شبیه رابطه مولد برق با جریان برق است.

دقت شود خداوند شبیه به مولد برق است نه جریان برق!

ج) رابطه خداوند با جهان مانند رابطه بنا با مسجد نیست و یک تفاوت بنیادین میان این دو رابطه وجود دارد.

(دین و زندگی ۳، درس ۱، صفحه ۹)

۲۳۵- گزینه «۳»

(مسن بیاتی)

آیه «و الله هو الغنی الحمید: و خداست که تنها بی‌نیاز ستوده است.» یک مبنای قرآنی برای ستوده بودن خداوند می‌باشد.

(دین و زندگی ۳، درس ۱، صفحه ۱۰)

۲۳۶- گزینه «۴»

(مسن بیاتی)

موجودات دائماً با زبان حال، به پیشگاه الهی عرض نیاز می‌کنند. زبان حال موجودات را مولوی این‌گونه بیان می‌کند:

«... ما همه شیران ولی شیر علم / حمله‌مان از باد باشد دم به دم»

(دین و زندگی ۳، درس ۱، صفحه‌های ۹ و ۱۰)

۲۳۷- گزینه «۱»

(میثم هاشمی)

انسان‌های ناآگاه نسبت به نیاز دائمی انسان به خداوند، بی‌توجه‌اند؛ اما انسان‌های آگاه دائماً سایه لطف و رحمت خدا را احساس می‌کنند و خود را نیازمند عنایات پیوسته او می‌دانند.

(دین و زندگی ۳، درس ۱، صفحه ۱۰)

۲۳۸- گزینه «۴»

(میثم هاشمی)

خداوند نور هستی است؛ یعنی تمام موجودات وجود خود را از او می‌گیرند، به سبب او پیدا و آشکار شده و یا به عرصه هستی می‌گذارند و وجودشان به وجود او وابسته است.

(دین و زندگی ۳، درس ۱، صفحه ۱۱)

۲۳۹- گزینه «۳»

(میثم هاشمی)

خداوند نور هستی است. یعنی تمام موجودات، وجود خود را از او می‌گیرند و به سبب او یا به عرصه هستی می‌گذارند. در واقع هر موجودی در حد خودش، تجلی خداوند و نشانگر حکمت، قدرت، رحمت و سایر صفات الهی است.

(دین و زندگی ۳، درس ۱، صفحه ۱۱)

۲۴۰- گزینه «۳»

(فخرزین سماقی)

لازمه شناخت هر چیزی احاطه و دسترسی به آن است.

(دین و زندگی ۳، درس ۱، صفحه ۱۲)

### زبان انگلیسی ۳

۲۴۱- گزینه «۲»

(آرمین رهمانی)

ترجمه جمله: «اردوی مدرسه به کوه‌های سرسبز و زیبا به‌عنوان سرگرم‌کننده‌ترین رویداد سال در نظر گرفته شد.»

(۱) متولد شدن (با فعل be) (۲) در نظر گرفتن

(۳) درمان کردن (۴) غذا دادن

(واژگان)

۲۴۲- گزینه «۳»

(آرمین رهمانی)

ترجمه جمله: «مدیر مدرسه ما یک مهمان برجسته را به ما معرفی کرد که حقایق جالبی در مورد حیوانات و طبیعت با ما در میان گذاشت.»

(۱) آرام (۲) تکراری

(۳) برجسته (۴) شفاهی

(واژگان)





## ۲۴۳- گزینه «۱»

(آزمین رمانی)

ترجمه جمله: «باید یاد بگیرید وقتی دوستانتان اشتباه می کنند سرشان داد نزنید، چون این کار می تواند احساساتشان را جریحه دار کند.»

- (۱) فریاد زدن، داد زدن (۲) اختصاص دادن، وقف کردن  
(۳) بغل کردن (۴) شکستن

(واژگان)

## ۲۴۴- گزینه «۴»

(آزمین رمانی)

ترجمه جمله: «دکتر توضیح داد که بعضی از افراد پس از این که سال ها در معرض صداهای بلند قرار می گیرند دچار کم شنوایی می شوند.»

- (۱) فقیر (۲) آرام، ساکت  
(۳) ناگهانی (۴) سخت

## نکته مهم درسی:

به ترکیب واژگانی "hard of hearing" در معنای «کم شنوا» دقت کنید.

(واژگان)

## ۲۴۵- گزینه «۱»

(آزمین رمانی)

ترجمه جمله: «وقتی که او خبر غم انگیز را شنید، ناگهان به گریه افتاد و برای دقایقی نتوانست جلوی گریه اش را بگیرد.»

- (۱) ترکیدن (۲) بخشیدن  
(۳) ضبط کردن (۴) تماشا کردن

## نکته مهم درسی:

به ترکیب واژگانی "burst into tears" در معنای «ناگهان زیر گریه زدن» دقت کنید.

(واژگان)

## ۲۴۶- گزینه «۳»

(آزمین رمانی)

ترجمه جمله: «برای همه ما مفید است که دفتر خاطرات داشته باشیم، زیرا می توانیم چیزهای مهم و خاطرات شاد خود را به خاطر بسپاریم.»

- (۱) بیماری (۲) کتاب درسی  
(۳) دفتر خاطرات (۴) گلدان

## نکته مهم درسی:

به ترکیب واژگانی "keep a diary" به معنای «خاطرات نوشتن» دقت کنید.

(واژگان)

## ترجمه متن درک مطلب:

حفاظت از محیط زیست برای سیاره ما بسیار مهم است. ما باید از طبیعت مراقبت کنیم تا زمین را تمیز و سالم نگه داریم. کارهای ساده زیادی وجود دارند که می توانیم برای کمک به محیط زیست انجام دهیم. به عنوان مثال، می توانیم کاغذ، پلاستیک و شیشه را بازیافت کنیم. بازیافت به کاهش زباله و صرفه جویی در منابع کمک می کند. راه دیگر برای حفاظت از محیط زیست، صرفه جویی در [مصرف] آب است. هنگام مسواک زدن باید شیر آب را ببندیم و دوش های کوتاه تر بگیریم. همچنین، استفاده کمتر از برق نیز می تواند کمک کننده باشد. خاموش کردن چراغ ها در مواقعی که به آن ها نیاز نداریم و استفاده از لامپ های کم مصرف می تواند تفاوت بزرگی ایجاد کند.

علاوه بر این، کاشت درختان نیز برای محیط زیست بسیار مفید است. درختان هوا را پاک می کنند و برای حیوانات خانه فراهم می کنند. آن ها همچنین به پایدار نگه داشتن آب و هوا کمک می کنند. همه ما می توانیم در باغ های خود درختی بکاریم یا به یک رویداد اجتماعی کاشت درختان بپیوندیم. استفاده از حمل و نقل عمومی، پیاده روی یا دوچرخه سواری به جای رانندگی با ماشین به کاهش آلودگی کمک می کند. ماشین ها گازهای مضر زیادی تولید می کنند که هوا را آلوده می کنند. با انتخاب راه های دیگر برای سفر، می توانیم هوا را تمیز نگه داریم و ردپای [تولید] کربن خود را کاهش دهیم. با ایجاد تغییرات کوچک در زندگی روزمره خود، می توانیم تفاوت بزرگی برای سیاره خود ایجاد کنیم.

## ۲۴۷- گزینه «۲»

(مهمموری رگلاوی)

ترجمه جمله: «ایده اصلی متن چیست؟»

«راه هایی برای حفاظت از محیط زیست»

(درک مطلب)

## ۲۴۸- گزینه «۱»

(مهمموری رگلاوی)

ترجمه جمله: «عبارت "cut down on" در پاراگراف «۱» از نظر معنایی به کلمه ... نزدیک ترین است.»

«reduce» (کاهش دادن)

(درک مطلب)

## ۲۴۹- گزینه «۴»

(مهمموری رگلاوی)

ترجمه جمله: «طبق متن، چرا هنگام مسواک زدن باید شیر آب را ببندیم؟»

«برای صرفه جویی در [مصرف] آب»

(درک مطلب)

## ۲۵۰- گزینه «۴»

(مهمموری رگلاوی)

ترجمه جمله: «کدام فعالیت به عنوان راهی برای کمک به محیط زیست در متن ذکر نشده است؟»

«محدود کردن زباله های خانگی»

(درک مطلب)







# دفترچه پاسخ

آزمون هوش و استعداد

(دوره دوم)

۱۸ مهر

تعداد کل سوالات آزمون: ۲۰

زمان پاسخ‌گویی: ۳۰ دقیقه

گروه فنی تولید

حمید لنجان‌زاده اصفهانی	مسئول آزمون
حامد کریمی	مسئول دفترچه
امیرحسین افجه، امیرعلی حسینی‌زاده	ویراستار
محیا اصغری	مدیر گروه مستندسازی
علیرضا همایون‌خواه	مسئول درس مستندسازی
حمید اصفهانی، فاطمه راسخ، حمید گنجی، حامد کریمی، امیرحسین افجه، علی کریمی‌فرع، فرزاد شیرمحمدلی	طراحان
معصومه روحانیان	حروف‌چینی و صفحه‌آرایی
حمید عباسی	ناظر چاپ

استعداد تحلیلی

۲۵۱- گزینه «۲»

(مامد کریمی)

کلی ترین پاسخ گزینه‌ی «۲» است. دیگر گزینه‌ها پاسخ را به تحصیل، ورزش، اقتصاد یا خلافت و هنر محدود کرده است.

(هوش کلامی)

۲۵۲- گزینه «۳»

(مامد کریمی)

کلی ترین و مربوط ترین پاسخ گزینه‌ی «۳» است. بحران هویت طبق متن ممکن است به بروز سردرگمی شخصیتی و کاهش اعتماد به نفس منجر شود.

(هوش کلامی)

۲۵۳- گزینه «۱»

(مامد کریمی)

برداشت «ج» کاملاً از متن دور است. عبارت «ب» نیز دقیقاً بر عکس متن است.

(هوش کلامی)

۲۵۴- گزینه «۱»

(عمید اصفوانی)

عبارت «استراق سمع» مدتظر است.

(هوش کلامی)

۲۵۵- گزینه «۳»

(عمید اصفوانی)

شکل درست بیت که هفده نقطه دارد:

سخن را سر است ای خردمند و بن / میاور سخن در میان سخن

(هوش کلامی)

۲۵۶- گزینه «۲»

(کتاب منظومه هوش)

متن به وضوح سه سنت را در سه زمان و سه مکان مختلف مثال زده است که به سه دین بزرگ ابراهیمی مربوطند: اسلام، مسیحیت، یهود. دیگر گزینه‌ها از متن بر نمی‌آید.

(هوش کلامی)

۲۵۷- گزینه «۲»

(کتاب منظومه هوش)

نویسنده ختام را در موردی به حافظ شبیه کرده است. لابد آن ویژگی در حافظ آشکارتر است که می‌توان شخصی را به او مانند کرد.

(هوش کلامی)

۲۵۸- گزینه «۲»

(علی کریمی فرع)

اگر حجم آب داخل ظرف را  $x$  و حجم ظرف را با  $v$  نشان دهیم داریم:

$$x + 24 = \frac{4}{10}v \Rightarrow v = 60 + \frac{5}{2}x$$

$$A = \frac{x}{2} \Rightarrow x = 2A, B = \frac{v}{3} = 20 + \frac{5}{6}x$$

می‌دانیم:

پس داریم:

$$\Rightarrow B = 20 + \frac{5}{6} \times 2A = 20 + \frac{5}{3}A \Rightarrow B > A$$

(هوش منطقی ریاضی)

۲۵۹- گزینه «۲»

(امیرمسین افیه)

فرض کنیم جرم خاک ۱۰۰ گرم بوده باشد. پس ۶۰ گرم سیلیس و ۳۰ گرم آب داشته‌ایم. اگر ۹۰ درصد آب تبخیر شود، ۲۷ گرم تبخیر می‌شود:

$$\frac{90}{100} \times 30 = 27$$

بنابراین جرم خاک، ۷۳ گرم خواهد بود:

$$100 - 27 = 73$$

و این یعنی درصد جرمی «سیلیس»، تقریباً ۸۲ درصد می‌شود:

$$\frac{60}{73} = 82\% / 2$$

یعنی تقریباً ۲۲ درصد بیش‌تر می‌شود:

$$82 - 60 = 22$$

(هوش منطقی ریاضی)

۲۶۰- گزینه «۲»

(امیرمسین افیه)

کوچک‌ترین مضرب مشترک سه عدد را به دست می‌آوریم:

$$42 = 6 \times 7$$

$$60 = 6 \times 10 \Rightarrow [42, 60, 78] = 6 \times 7 \times 10 \times 13 = 5460$$

$$78 = 6 \times 13$$

این ۵۴۶۰ دقیقه یعنی ۹۱ ساعت:

$$5460 \div 60 = 91$$

$$91 = 3 \times 24 + 19$$

که یعنی سه شبانه‌روز و نوزده ساعت:

سه شبانه‌روز و نوزده ساعت پس از ساعت ۹:۳۰ صبح روز یکشنبه، ساعت

۴:۳۰ صبح روز پنج‌شنبه است.

(هوش منطقی ریاضی)

۲۶۱- گزینه «۴»

(علی کریمی فرع)

هر سه نفر با هم در دو روز کار انجام می‌دهند، یعنی در هر روز نصف کار را به پایان می‌رسانند. پس به شخصی نیاز دارند که در یک روز، نیمی دیگر را از کار انجام دهد. این شخص قطعاً کل کار را در دو روز انجام می‌دهد.

(هوش منطقی ریاضی)

۲۶۲- گزینه «۲»

(امیرمسین افیه)

در مرحله n، همواره داریم:

$n^2$ : تعداد کل نقاط

$\frac{n(n-1)}{2}$ : تعداد نقاط رنگی

پس در n موردنظر داریم:

$$\frac{n(n-1)}{2} = \frac{45}{100} \Rightarrow \frac{n^2 - n}{2n^2} = \frac{45}{100}$$

$$\Rightarrow 100n^2 - 100n = 90n^2 \Rightarrow 10n^2 = 100n$$

$$\Rightarrow n = 10$$

پس مرحله  $2n + 2$ ، شکل بیست و دوم است:

$$2n + 2 = 2 \times 10 + 2 = 22$$

و تعداد نقطه‌های رنگی آن، برابر است با:

$$\frac{22 \times 21}{2} = 11 \times 21 = 231$$

(هوش منطقی ریاضی)

۲۶۳- گزینه «۳»

(معبده کیش)

قطعاً زوج عددهای (۱ و ۶)، (۲ و ۵) و (۳ و ۴) کنار همند. معلوم است که با دانستن جایگاه یک یا دو عدد، نمی‌توان هر شش مستطیل را پُر کرد. جدول فرضی زیر را درنظر بگیرید:

		۳, ۴	۴, ۳
۲		۲	۵
۱		۱	۶

ولی اگر یکی از دو خانه ردیف بالا ۴ معلوم باشد، تکلیف همه خانه‌ها معلوم است.

(هوش منطقی ریاضی)

۲۶۴- گزینه «۳»

(فاطمه اسخ)

حاصل جمع اختلاف‌های دو عدد مجاور در الگوی صورت سؤال در وسط شکل نوشته شده است:

$$(5-2) + (9-3) = 3 + 6 = 9$$

$$(7-1) + (5-2) = 6 + 3 = 9$$

$$(?-2) + (9-7) = 5 \Rightarrow ?-2 = 3 \Rightarrow ? = 5$$

(هوش منطقی ریاضی)

۲۶۵- گزینه «۴»

(فاطمه اسخ)

اختلاف دو عدد کنار هم منتظر است:

$$7253: 7-2=5, 5-2=3, 5-3=2$$

$$532: 5-3=2, 3-2=1$$

$$21: 2-1=1$$

$$9274: 9-2=7, 7-2=5, 7-4=3$$

$$753: 7-5=2, 5-3=2$$

$$22: 2-2=0$$

(هوش منطقی ریاضی)

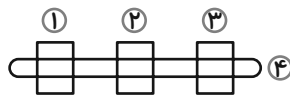
۲۶۶- گزینه «۲»

(فاطمه اسخ)

چهار شکل  $\rightarrow$ ،  $\rightarrow$ ،  $\rightarrow$  و  $\rightarrow$  در هر مرحله از این

الگو، یک واحد شیفت دارند و از چپ به راست و در نهایت به خط زیرین

منتقل می‌شوند:



همچنین شکلی که در جایگاه‌های اول و سوم قرار می‌گیرد، در جهت

شکلی که در جایگاه دوم قرار می‌گیرد در جهت  $\swarrow$  و شکل زیرین در

جهت  $\rightarrow$  قرار می‌گیرد.

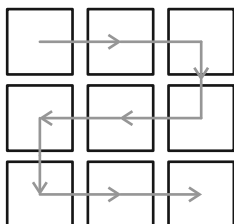
(هوش غیرکلامی)

۲۶۷- گزینه «۲»

(فرزاد شیرممدری)

دایره درون مربع‌ها روی رأس‌ها و در مسیر زیر به شکل ساعتگرد جابه‌جا

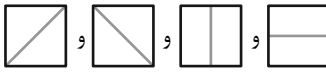
می‌شود.



(هوش غیرکلامی)

۲۶۸- گزینه «۳»

(فاطمه، اسخ)

هر یک از چهار شکل  در هر ردیف و هر ستون از مربع بزرگ شکل، یکبار وجود دارد.

(هوش غیرکلامی)

-----

۲۶۹- گزینه «۴»

(فاطمه، اسخ)

نقطه چین صورت سؤال خارج از دو کمان، از مرکز دایره و از یکی از رأس‌های مستطیل می‌گذرد. چنین نقطه‌ای تنها در گزینه «۴» هست.



در سایر گزینه‌ها، در گزینه‌های «۱» و «۳» مرکز دایره روی رأس مستطیل نیست. در گزینه «۲» نیز این نقطه، بین دو کمان موازی است.

(هوش غیرکلامی)

-----

۲۷۰- گزینه «۳»

(شمیر کثیر)

دقت کنید نوک مثلث - که جهت آن را نشان می‌دهد. باید رو به مرکز پاره‌خط باشد. تنها گزینه «۳» است که این ویژگی را دارد.

(هوش غیرکلامی)

-----