

دفترچه پاسخ

آزمون ۳ مرداد ۱۴۰۴ اختصاصی دوازدهم ریاضی



پدیدآورندگان

نام درس	نام طراحان
حسابان ۲ و ریاضی پایه	محمد مصطفی ابراهیمی - کاظم اجلائی - محمد بحیرایی - میثم بهرامی جویا - حسین پور اسماعیل - محمد ابراهیم توننده جانی - عادل حسینی - بهرام حلاج - افشین خاصه خان - عاطفه خان محمدی - وحید راحتی - میلاد سجادی لاریجانی - علی اصغر شریفی پویان - طهرانیان - حمید عزیزاده - آریسن غلامی - آریسن غنی زاده - حمید مام قادری - سید سپهر متولیان - مصطفی محمد پور مجتبی نادری - غلامرضا نیازی - جهان بخش نیکنام
هندسه	امیر حسین ابومحبوب - علی ایمانی - رضا بخشنده - محبوبه بهادری - جواد حاتمی - حسین حاجیلو - سید محمد رضا حسینی - فرد - افشین خاصه خان - محمد خندان - کیوان دارابی - یاسین سپهر - محمد طاهر شعاعی - رضا عباسی اصل - فرشاد فرامرزی - پژمان فرهادیان - امیر محمد کریمی - مهرداد ملوندی - داریوش ناظمی - محمد هجری - امیر وفائی - سرژ یقیا زاریان تبریزی
آمار و احتمال و ریاضیات گسسته	امیر حسین ابومحبوب - رضا توکلی - سعید جعفری کافی - آباد - سید محمد رضا حسینی - فرد - فرزانه خاکپاش - کیوان دارابی - سید وحید ذوالفقاری - فرهاد صابر - مر ترضی فهیم علوی - امیر محمد کریمی - نیلوفر مهدوی
فیزیک	سعید اردم - معصومه افضلی - زهره آقامحمدی - شهرام آموزگار - امیر حسین برادران - میلاد حسینی - محمد علی راست پیمان - بهنام رستمی - فرشید رسولی - مهدی زمان زاده - هاشم زمانیان - سعید شرق - محمد رضا شریفی - علی عاقلی - پوریا علاقه مند - سیاوش فارسی - مصطفی کیانی - محمد گودرزی - علیرضا گونه - امیر احمد میر سعید - سید ملیحه میر صالحی - حسام نادری - حسین ناصحی - مهدی یوسفی
شیمی	حامد اسماعیلی - امیر علی برخوردار یون - محمد رضا پور جاوید - حمید ذیحی - سهند راحمی پور - جعفر رحیمی - فرزاد رضایی - روزبه رضوانی - سید رضا رضوی - مبینا شرافتی پور - امیر حسین طیبی - رسول عابدینی زواره - محمد عظیمیان زواره - محمد کوهستانیان - علیرضا کیانی دوست - حسن لشکری - محمد حسن محمدزاده مقدم - سالار ملکی - امین نوروزی - سید رحیم هاشمی دهکردی

گزینشگران و ویراستاران

نام درس	حسابان ۲ و ریاضی پایه	هندسه	آمار و احتمال و ریاضیات گسسته	فیزیک	شیمی
گزینشگر	سید سپهر متولیان	امیر محمد کریمی	امیر محمد کریمی	حسام نادری	آرش ظریف
گروه ویراستاری	امیر حسین ابومحبوب یاسین کشاورزی مهرداد ملوندی	امیر حسین ابومحبوب مهرداد ملوندی	امیر حسین ابومحبوب مهرداد ملوندی	سینا صالحی حسین بصیر تر کمبور زهره آقامحمدی	یاسر راش مجتبی محبوب فرزاد حلاج مقدم احسان پنجه شاهی
مسئول درس	سید سپهر متولیان	امیر محمد کریمی	امیر محمد کریمی	حسام نادری	آرش ظریف
مستندسازی	سمیه اسکندری	سجاد سلیمی	سجاد سلیمی	علیرضا همایون خواه	امیر حسین توحیدی
ویراستاران (مستندسازی)	معصومه صنعت کار - مهسا محمدنیا - فرشته کمبرانی - احسان میرزینلی محسن دستجردی عرفان قره مشک آتیلا ذاکری				

گروه فنی و تولید

مدیر گروه	مهرداد ملوندی
مسئول دفترچه	نرگس غنی زاده
گروه مستندسازی	مدیر گروه: محیا اصغری مسئول دفترچه: الهه شهبازی
حروف نگار	فرزانه فتح اله زاده
ناظر چاپ	سوران نعیمی

گروه آزمون بنیاد علمی آموزشی قلمچی (وقف عام)

دفتر مرکزی: خیابان انقلاب بین صبا و فلسطین - پلاک ۹۲۳ - کانون فرهنگی آموزش - تلفن: ۰۲۱-۶۴۶۳



حسابان ۱

گزینه «۲» -۱

(آرین غلامی راد)

مجموع جملات نهم تا یازدهم برابر است با:

$$a_9 + a_{10} + a_{11} = S_{11} - S_8$$

$$\begin{cases} S_{11} = 22 \times 52 = 1144 \\ S_8 = 16 \times 37 = 592 \end{cases} \Rightarrow S_{11} - S_8 = 552$$

(مسابان ۱- صفحه های ۲۲ تا ۲۴)

گزینه «۳» -۲

(میتبی نازری)

می دانیم مجموع n جمله اول یک دنباله هندسی از

فرمول $S_n = \frac{a_1(1-q^n)}{1-q}$ به دست می آید که در آن a_1 جمله اول و q

قدرنسبت است. داریم:

$$\begin{cases} S_8 = \frac{a_1(1-q^8)}{1-q} = 765 \\ S_4 = \frac{a_1(1-q^4)}{1-q} = 45 \end{cases} \xrightarrow{\text{تقسیم}} \frac{S_8}{S_4} = \frac{a_1(1-q^8)}{a_1(1-q^4)} = \frac{765}{45}$$

$$\Rightarrow \frac{1-q^8}{1-q^4} = 17 \Rightarrow \frac{(1-q^4)(1+q^4)}{1-q^4} = 17 \Rightarrow 1+q^4 = 17$$

$$\Rightarrow q^4 = 16 \Rightarrow q = \pm \sqrt[4]{16} = \pm 2$$

$$q = 2$$

دنباله صعودی است، لذا $q > 1$ است.

$$S_4 = 45 \Rightarrow \frac{a_1(1-2^4)}{1-2} = 45 \Rightarrow -15a_1 = -45 \Rightarrow a_1 = 3$$

$$S_9 = \frac{3(1-2^9)}{1-2} = \frac{3(1-512)}{-1} = 1533$$

(مسابان ۱- صفحه های ۴ تا ۶)

گزینه «۴» -۳

(عمید علیزاده)

با فرض $\sin \alpha = x_1$ و $\cos \alpha = x_2$ رابطه $x_1^2 + x_2^2 = 1$

برقرار است و در نتیجه داریم:

$$9x^2 - 3(1+2\sqrt{2})x + k\sqrt{2} = 0 \Rightarrow \begin{cases} S = \frac{-b}{a} = \frac{1+2\sqrt{2}}{3} \\ P = \frac{c}{a} = \frac{k\sqrt{2}}{9} \end{cases}$$

$$x_1^2 + x_2^2 = S^2 - 2P = 1 \Rightarrow \frac{1+8+4\sqrt{2}}{9} - \frac{2\sqrt{2}k}{9} = 1$$

$$\Rightarrow 9+4\sqrt{2}-2\sqrt{2}k=9 \Rightarrow k=2 \Rightarrow P = \frac{2\sqrt{2}}{9}$$

$$t_1 = \tan \alpha, t_2 = \cot \alpha$$

$$S_{\text{جدید}} = t_1 + t_2 = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} + \frac{\cos \alpha}{\sin \alpha} = \frac{\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha}{\sin \alpha \cos \alpha}$$

$$= \frac{1}{P} = \frac{1}{\frac{1}{2\sqrt{2}}} = \frac{2\sqrt{2}}{1} = 2\sqrt{2}$$

$$P_{\text{جدید}} = t_1 t_2 = \tan \alpha \cot \alpha = 1$$

$$\text{معادله جدید: } x^2 - Sx + P = 0 \Rightarrow x^2 - 2\sqrt{2}x + 1 = 0$$

$$\Rightarrow 4x^2 - 9\sqrt{2}x + 4 = 0$$

(مسابان ۱- صفحه های ۷ تا ۹)

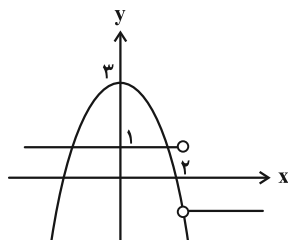
گزینه «۲» -۴

(مهممصطفی ابراهیمی)

نمودار دو تابع $f(x) = \frac{|x-2|}{2-x}$ و $g(x) = 3-x^2$ را در یک دستگاه

مختصات رسم می کنیم:

$$f(x) = \frac{|x-2|}{2-x} = \begin{cases} -1, & x > 2 \\ 1, & x < 2 \end{cases}$$



توابع f و g در ۲ نقطه متقاطع اند، پس معادله ۲ جواب دارد.

(مسابان ۱- صفحه های ۱۴ و ۲۳ تا ۲۸)

گزینه «۲» -۵

(عمید علیزاده)

$$A \xrightarrow[10 \text{ km}]{v} B \xrightarrow[24 \text{ km}]{v+2} C$$

سرعت موتور سرعت ماشین

$$t_{AB} + t_B + t_{BC} = 3/5 \quad \begin{matrix} x=vt \Rightarrow t = \frac{x}{v} \\ \text{توقف} \quad \text{ساعت} \end{matrix}$$

$$\frac{10}{v} + 0/5 + \frac{24}{v+2} = 3/5 \Rightarrow \frac{10}{v} + \frac{24}{v+2} = 3 \xrightarrow{\times v(v+2)}$$

$$10v + 20 + 24v = 3v(v+2) \Rightarrow 3v^2 - 28v - 20 = 0$$

$$\Rightarrow v = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{28 \pm 32}{6} \Rightarrow \begin{cases} v = 10 \\ v = -\frac{2}{3} \text{ غق ق} \end{cases}$$

$$\Rightarrow \frac{\text{سرعت ماشین}}{\text{سرعت موتور}} = \frac{v+2}{v} = \frac{12}{10} = 1/2$$

(مسابان ۱- صفحه های ۱۷ تا ۱۹)



۶- گزینه «۲»

(امسان غنی زاره)

$$\begin{aligned} \sqrt{x+7+6\sqrt{x}} &= 2 + \sqrt{x+3} \\ \xrightarrow{\text{به توان دو می‌رسانیم}} x+6\sqrt{x}+7 &= 4+4\sqrt{x+3}+x+3 \\ \Rightarrow x+6\sqrt{x}+7 &= x+4\sqrt{x+3}+7 \\ \Rightarrow 6\sqrt{x} &= 4\sqrt{x+3} \xrightarrow{\text{به توان دو می‌رسانیم}} 36x = 16x+48 \\ \Rightarrow 20x &= 48 \Rightarrow x = 2/4 \\ \xrightarrow{x=2/4} \frac{\sqrt{5x+4}}{2+\sqrt{15x}} &= \frac{\sqrt{16}}{2+\sqrt{36}} = \frac{4}{8} = \frac{1}{2} \end{aligned}$$

(مسایان ۱- صفحه‌های ۲۰ تا ۲۲)

۷- گزینه «۴»

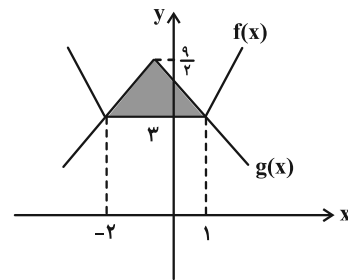
(مجتبی ناری)

نمودار توابع f و g را در یک دستگاه مختصات رسم می‌کنیم:

$$f(x) = |x-1| + |x+2| = \begin{cases} -x+1-x-2, & x \leq -2 \\ -x+1+x+2, & -2 < x < 1 \\ x-1+x+2, & x \geq 1 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} -2x-1, & x \leq -2 \\ 3, & -2 < x < 1 \\ 2x+1, & x \geq 1 \end{cases}$$

$$g(x) = -|x+\frac{1}{2}| + \frac{9}{2} = \begin{cases} -x+4; & x \geq -\frac{1}{2} \\ x+5; & x < -\frac{1}{2} \end{cases}$$



$$S = \frac{1}{2} (1 - (-2)) \times (\frac{9}{2} - 3) = \frac{1}{2} \times 3 \times \frac{3}{2} = \frac{9}{4}$$

(مسایان ۱- صفحه‌های ۲۳ تا ۲۸)

۸- گزینه «۴»

(عادل مسینی)

$$|2x+1| + |3a-2| = 5 \Rightarrow |2x+1| = 5 - |3a-2|$$

شرط آن که معادله فوق جواب نداشته باشد، این است که عبارت سمت

$$5 - |3a-2| < 0 \Rightarrow 5 < |3a-2|$$

راست منفی باشد:

$$\Rightarrow \begin{cases} 3a-2 > 5 \Rightarrow a > \frac{7}{3} \\ 3a-2 < -5 \Rightarrow a < -1 \end{cases}$$

بنابراین مجموعه جواب برابر با $\mathbb{R} - [-1, \frac{7}{3}]$ است.

(مسایان ۱- صفحه‌های ۲۶ و ۲۷)

۹- گزینه «۳»

(مجتبی ناری)

چون A و B دو سر قطر دایره‌اند، بنابراین وسط پاره‌خط AB مرکز دایره است.

$$\begin{cases} A(a, 2a+1) \\ B(2, 3) \end{cases}$$

$$\xrightarrow{\text{مرکز دایره}} O(\frac{a+2}{2}, \frac{2a+1+3}{2}) = (\frac{a+2}{2}, \frac{2a+4}{2})$$

نقطه O روی نیمساز ناحیه‌های اول و سوم قرار دارد، یعنی روی خط $y=x$ واقع است، پس طول و عرض نقطه O با هم برابرند.

$$y=x \Rightarrow \frac{2a+4}{2} = \frac{a+2}{2} \Rightarrow 2a+4 = a+2 \Rightarrow a = -2$$

لذا مختصات مرکز دایره عبارت است از: $O(0,0)$

و حال فاصله نقطه $O(0,0)$ از خط $x-2y+1=0$ را به دست می‌آوریم:

$$d = \frac{|1 \times 0 - 2 \times 0 + 1|}{\sqrt{1+4}} = \frac{1}{\sqrt{5}} = \frac{\sqrt{5}}{5}$$

(مسایان ۱- صفحه‌های ۲۹ تا ۳۶)

۱۰- گزینه «۱»

(جهانبخش نیکنام)

مثلث در رأس A قائمه می‌باشد، پس شیب AB و AC، قرینه و معکوس همدیگر هستند.

$$\begin{cases} m_{AB} = \frac{2k-6}{4} = \frac{k-3}{2} \\ m_{AC} = \frac{4}{2-k} \end{cases} \Rightarrow \frac{k-3}{2} = \frac{k-2}{4} \Rightarrow k = 4$$

$$\Rightarrow B(6,5), C(4,-1)$$

مساحت مثلث ABC به صورت زیر محاسبه می‌شود:

$$AB = \sqrt{(5-3)^2 + (6-4)^2} = \sqrt{20}$$

$$AC = \sqrt{(-1-3)^2 + (4-2)^2} = \sqrt{20}$$

$$S = \frac{1}{2} AB \times AC = \frac{1}{2} \times \sqrt{20} \times \sqrt{20} = 10$$

(مسایان ۱- پیر و معارله: صفحه‌های ۲۹ تا ۳۶)



جای x و y را عوض می‌کنیم:

$$y = x^2 + 1 \xrightarrow{\text{واحد به راست}} y = (x-3)^2 + 1; x \geq 3$$

$$\xrightarrow{\text{انبساط عمودی}} y = 2(x-3)^2 + 2$$

$$y = 10 \Rightarrow 10 = 2(x-3)^2 + 2$$

$$\Rightarrow (x-3)^2 = 4 \Rightarrow \begin{cases} x = 5 & \checkmark \\ x = 1 & \times \end{cases}$$

(حسابان ۲- صفحه‌های ۱ تا ۱۲)

(ناظم ایلالی)

۱۵- گزینه «۴»

تابع f ابتدا نسبت به محور x قرینه و عرض نقاط آن در مقدار مثبت $|a|$ ضرب شده است. سپس نمودار حاصل ۲ واحد به راست و ۲ واحد به بالا منتقل شده است و نمودار g حاصل شده است.

$$g(x) = a|x-b|+c = a|x-2|+2 \Rightarrow b=2, c=2$$

از طرفی مختصات نقطه $(\frac{1}{3}, 0)$ در ضابطه باید صدق کند:

$$0 = a|\frac{1}{3}-2|+2 \Rightarrow a = -\frac{2}{3} = -3 \Rightarrow ab+c = -6+2 = -4$$

(حسابان ۲- مشابه کار در کلاس صفحه ۷)

(کتاب آبی)

۱۶- گزینه «۱»

ابتدا ضابطه تابع را ساده می‌کنیم:

$$g(x) = \sqrt{9x+18} = \sqrt{9(x+2)} = 3\sqrt{x+2}$$

بنابراین برای رسم نمودار تابع $g(x) = 3\sqrt{x+2}$ از روی نمودار تابع

$$f(x) = \sqrt{x-1}$$

داده، سپس عرض هر نقطه را ۳ برابر کرده تا نمودار تابع

$$g(x) = 3\sqrt{x+2} = \sqrt{9x+18}$$

(حسابان ۲- صفحه‌های ۱ تا ۱۲)

حسابان ۲

۱۱- گزینه «۲»

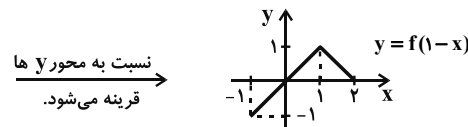
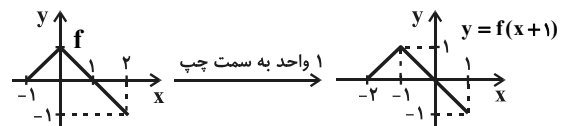
(شمیر مام قارری)

$f(-x) = f(x)$ به این معناست که اگر نمودار تابع f را نسبت به محور x ها قرینه کنیم، نمودار به دست آمده منطبق بر نمودار تابع f می‌شود. بنابراین تنها گزینه‌ای که این شرایط را دارد گزینه «۲» است.

(حسابان ۲- مشابه تمرین ۳ صفحه ۱۲)

۱۲- گزینه «۲»

(میلار سبازی لاریجانی)



(حسابان ۲- مشابه تمرین ۳ صفحه ۱۲)

۱۳- گزینه «۱»

(سیرسپهر متولیان)

فرض می‌کنیم مختصات $A'(x_0, y_0)$ به صورت $A'(x_0, y_0)$ باشد:

$$\begin{cases} x_0 = 5 - 2 = 3 \\ y_0 - 5 = -3 \Rightarrow y_0 = 2 \end{cases}$$

پس $A'(3, 2)$ است. حال مقادیر OA' ، OA' و AA' را به دست

$$OA = \sqrt{2^2 + (-3)^2} = \sqrt{13}$$

می‌آوریم:

$$OA' = \sqrt{3^2 + 2^2} = \sqrt{13}$$

$$AA' = \sqrt{(3-2)^2 + (2-(-3))^2} = \sqrt{26}$$

طبق عکس قضیه فیثاغورس، $\triangle OAA'$ قائم‌الزاویه بوده و مساحت آن از رابطه

$$S = \frac{1}{2} OA \times OA' = \frac{13}{2}$$

زیر به دست می‌آید:

(حسابان ۲- صفحه ۱۰)

۱۴- گزینه «۳»

(علی اصغر شریفی)

قرینه نسبت به خط $y = x$ یعنی همان وارون کردن:

$$y = \sqrt{x-1}; y \geq 0 \Rightarrow y^2 = x-1 \Rightarrow y^2 + 1 = x$$



۱۷- گزینه «۲»

(جوابش نیکنام)

ابتدا دامنه تابع $y = f(2x+1)$ را بدست می آوریم:

$$D_f = [-2, 5] \Rightarrow -2 \leq 2x+1 \leq 5 \\ \Rightarrow -2 \leq x \leq 2 \Rightarrow D_{y=f(2x+1)} = D_{y=g(-2x+2)} = [-2, 2]$$

دامنه تابع g برابر است با:

$$-2 \leq x \leq 2 \Rightarrow -6 \leq -3x \leq 6 \Rightarrow -4 \leq -3x+2 \leq 8 \\ \Rightarrow D_g = [-4, 8]$$

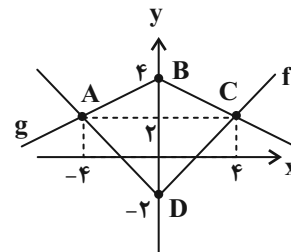
(حسابان ۲- صفحه های ۱ تا ۱۲)

۱۸- گزینه «۳»

(افشین فاضله خان)

ابتدا نمودار تابع f را رسم می کنیم.برای رسم نمودار تابع g ، طول هر نقطه تابع f باید دو برابر شود و عرض هر

نقطه قرینه شده و سپس ۲ واحد اضافه گردد.

مختصات نقاط A و C به صورت زیر به دست آمده اند:

$$|x| - 2 = -\left|\frac{x}{2}\right| + 4 = -\frac{1}{2}|x| + 4 \Rightarrow |x| = 4$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x_A = -4 \\ x_C = 4 \end{cases}, y_A = y_C = 2$$

قطرهای چهارضلعی $ABCD$ بر هم عمودند و مساحت آن برابر نصف

حاصل ضرب اندازه قطرهایست.

$$S_{ABCD} = \frac{1}{2} AC \times BD = \frac{1}{2} \times 8 \times 6 = 24$$

(حسابان ۲- صفحه های ۱ تا ۱۲)

۱۹- گزینه «۴»

(پویان طهرانیان)

خط $x = \frac{1}{3}$ محور تقارن سهمی $y = 3x^2 - 2x + 1$ است $(x = -\frac{b}{2a})$ ، پس با تقارن نسبت به این خط، ضابطه و نمودار تابعتغییری نمی کند. حال ۲ واحد به سمت x های منفی انتقال می دهیم:

$$y = 3(x+2)^2 - 2(x+2) + 1 = 3x^2 + 10x + 9$$

و سپس این تابع را با خط $y = 1 - 4x$ تقاطع می دهیم:

$$3x^2 + 10x + 9 = 1 - 4x \Rightarrow 3x^2 + 14x + 8 = 0 \\ = (3x+2)(x+4) = 0 \xrightarrow{x \in \mathbb{Z}} x = -4$$

(حسابان ۲- صفحه های ۱ تا ۱۲)

۲۰- گزینه «۲»

(افشین فاضله خان)

برای رسم نمودار تابع g ، نمودار تابع f را یک واحد به چپ می بریم، طول و عرضنقاط آن را در -2 ضرب می کنیم و در نهایت ۳ واحد به بالا انتقال می دهیم.پس برای به دست آوردن دامنه g ، بازه $[-1, 3]$ را یک واحد به چپمی بریم تا به $[-2, 2]$ تبدیل شود و سپس مقادیر این بازه را در -2 ضربمی کنیم تا به $[-4, 4]$ تبدیل شود.

$$\Rightarrow D_g = [-4, 4]$$

برای برد هم می توانیم بنویسیم:

$$1 \leq f\left(1 - \frac{x}{2}\right) \leq 5 \Rightarrow -1 \leq -2f\left(1 - \frac{x}{2}\right) \leq -2$$

$$\Rightarrow -7 \leq g(x) = 3 - 2f\left(1 - \frac{x}{2}\right) \leq 1 \Rightarrow R_g = [-7, 1]$$

$$\Rightarrow D_g - R_g = [-4, 4] - [-7, 1] = (1, 4]$$

(حسابان ۲- صفحه های ۱ تا ۱۲)



ریاضی ۱

گزینه «۴» - ۲۱

(عسین پوراسماعیل)

$$\begin{aligned} \left[-\frac{1}{2}, \frac{16}{3}\right] - \mathbb{W} &= \left[-\frac{1}{2}, \frac{16}{3}\right] - \{0, 1, 2, 3, 4, 5\} \\ &= \left[-\frac{1}{2}, 0\right) \cup (0, 1) \cup (1, 2) \cup (2, 3) \cup (3, 4) \cup (4, 5) \cup \left(5, \frac{16}{3}\right] \end{aligned}$$

که حداقل از ۷ بازه جدا از هم تشکیل شده است.

(ریاضی ۱- مجموعه، الگو و دنباله: صفحه‌های ۲ تا ۵)

گزینه «۳» - ۲۲

(محمدرامین)

$$\begin{cases} n(U) = 50 \\ n(A') = 20 \end{cases} \Rightarrow n(A) = 50 - 20 = 30$$

$$\Rightarrow n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B)$$

$$= n(A) + n(B - A) = 30 + 7 = 37$$

(ریاضی ۱- مجموعه، الگو و دنباله: صفحه‌های ۸ تا ۱۳)

گزینه «۳» - ۲۳

(مصطفی ممدپور)

$$A = \{1, 9, 81, \dots\} \text{ و } B = \{0, 1, 4, 9, 16, \dots\} \Rightarrow A \subseteq B$$

مجموعه‌های $A \cup B = B$ ، $A \cap B = A$ و A' نامتناهی هستند.مجموعه $A - B = \emptyset$ متناهی است.

(ریاضی ۱- مجموعه، الگو و دنباله: صفحه‌های ۵ تا ۷)

گزینه «۱» - ۲۴

(محمدرامین توژنده‌یانی)

در هر دنباله حسابی اختلاف هر جمله با جمله قبلیش برابر قدرنسبت است.

$$a_{\Delta}^2 + a_{\gamma}^2 = a_{\epsilon}^2 + a_{\lambda}^2 + 10$$

$$\Rightarrow (a_{\epsilon}^2 - a_{\Delta}^2) + (a_{\lambda}^2 - a_{\gamma}^2) = -10$$

$$\Rightarrow (a_{\epsilon} - a_{\Delta})(a_{\epsilon} + a_{\Delta}) + (a_{\lambda} - a_{\gamma})(a_{\lambda} + a_{\gamma}) = -10$$

$$\Rightarrow 4(a_{\epsilon} + a_{\Delta}) + 4(a_{\lambda} + a_{\gamma}) = -10$$

$$\Rightarrow a_{\Delta} + a_{\epsilon} + a_{\gamma} + a_{\lambda} = -\frac{10}{4} = -\frac{5}{2}$$

(ریاضی ۱- میمعه، الگو و دنباله: صفحه‌های ۲۱ تا ۲۴)

گزینه «۱» - ۲۵

(مینم بهرامی بیویا)

تعداد کل دایره (به صورت مستطیل): $1 \times 1, 2 \times 3, 3 \times 5, \dots, n(2n-1)$

$$\text{تعداد دایره رنگی (به صورت مثلث)} = \frac{n(n+1)}{2} \xrightarrow{n=10} \frac{10 \times 11}{2} = 55$$

$$\text{تعداد دایره‌های سفید} = n(2n-1) - \frac{n(n+1)}{2}$$

$$\xrightarrow{n=10} 10 \times 19 - \frac{10 \times 11}{2} = 135$$

$$\Rightarrow \frac{\text{رنگی}}{\text{سفید}} = \frac{55}{135} = \frac{11}{27}$$

(ریاضی ۱- مجموعه، الگو و دنباله: صفحه‌های ۱۳ تا ۲۰)

گزینه «۲» - ۲۶

(وعید رافتی)

$$3x - 2 - \underbrace{-2x + 14}_{\text{واسطه حسابی}}, 5x + 6 \Rightarrow 2(-2x + 14) = 3x - 2 + 5x + 6$$

$$\Rightarrow -4x + 28 = 8x + 4 \Rightarrow 24 = 12x \Rightarrow x = 2$$

$$16, 10, 4, \dots \Rightarrow a_1 + (n-1)d > -38$$

$$\Rightarrow 16 - 6(n-1) > -38 \Rightarrow 6n < 60 \Rightarrow n < 10$$

پس ۹ جمله این دنباله، بزرگ‌تر از -38 می‌باشند.

(ریاضی ۱- میمعه، الگو و دنباله: صفحه‌های ۲۱ تا ۲۴)

$$\Delta OAH : \tan 45^\circ = \frac{AH}{x} = 1 \Rightarrow AH = x$$

$$\Delta OBH : \tan 60^\circ = \frac{BH}{x} = \sqrt{3} \Rightarrow BH = x\sqrt{3}$$

$$\Rightarrow AB = x\sqrt{3} - x = x(\sqrt{3} - 1) = 12$$

$$\Rightarrow x = \frac{12}{\sqrt{3} - 1} = 6(\sqrt{3} + 1)$$

$$\text{مقدار جابه‌جایی} = 6(\sqrt{3} + 1) - 6 = 6\sqrt{3}$$

(ریاضی ۱- مثلثات: صفحه‌های ۲۹ تا ۳۵)

(عاطفه فان‌مهمری)

۳۰- گزینه «۴»

$$\frac{\cos 60^\circ \times \cot 45^\circ}{1 + \tan 30^\circ \times \tan 60^\circ} = \frac{\frac{1}{2} \times 1}{1 + \frac{1}{\sqrt{3}} \times \sqrt{3}} = \frac{\frac{1}{2}}{2} = \frac{1}{4}$$

حال گزینه‌ها را بررسی می‌کنیم:

$$1) \frac{\tan 60^\circ - \tan 30^\circ}{1 - \tan^2 30^\circ} = \frac{\sqrt{3} - \frac{1}{\sqrt{3}}}{1 - \left(\frac{1}{3}\right)} = \frac{\frac{2\sqrt{3}}{3}}{\frac{2}{3}} = \frac{2\sqrt{3}}{2} = \sqrt{3}$$

$$2) \frac{\cos 60^\circ \times \cot 30^\circ}{2 \sin 30^\circ} = \frac{\frac{1}{2} \times \sqrt{3}}{2 \times \frac{1}{2}} = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$3) \frac{1 - 2 \sin^2 30^\circ}{\cos^2 45^\circ} = \frac{1 - 2\left(\frac{1}{2}\right)^2}{\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^2} = \frac{1 - \frac{1}{2}}{\frac{1}{2}} = 1$$

$$4) \frac{\sin 60^\circ \times \sin 30^\circ}{\tan 60^\circ} = \frac{\frac{\sqrt{3}}{2} \times \frac{1}{2}}{\sqrt{3}} = \frac{1}{4}$$

(ریاضی ۱- مثلثات: صفحه‌های ۲۹ تا ۳۵)

(لکظم ایلالی)

۲۷- گزینه «۱»

اگر جملات دنباله هندسی به صورت $a_1, a_1q, a_1q^2, a_1q^3, a_1q^4, \dots$ باشند، باید طبق فرض سوال a_1q^4, a_1q^3, a_1q^2 سه جمله متوالی یک

$$2a_1q^2 = a_1q + a_1q^4 \quad \text{دنباله حسابی باشند. بنابراین:}$$

$$\Rightarrow 2q^2 = q + q^4 \Rightarrow q^4 - 2q^2 + q = q(q^3 - 2q + 1) = 0$$

$$\xrightarrow{q \neq 0} (q^3 - 2q + 1) = (q-1)(q^2 + q - 1) = 0$$

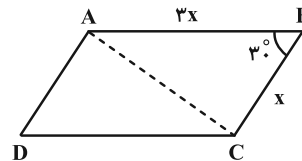
$$\xrightarrow{q \neq 1} q^2 + q - 1 = 0 \xrightarrow{q > 0} q = \frac{-1 + \sqrt{5}}{2}$$

(ریاضی ۱- مجموعه، الگو و دنباله: صفحه‌های ۲۱ تا ۲۷)

(غلامرضا نیازی)

۲۸- گزینه «۴»

ابتدا یک شکل فرضی مناسب برای سوال رسم می‌کنیم:



$$S_{\Delta ABC} = S_{\Delta ADC} \Rightarrow S_{\text{متوازی‌الاضلاع}} = 2S_{\Delta ABC}$$

$$= 2 \times \frac{1}{2} (x)(3x) \sin 30^\circ$$

$$S_{\text{متوازی‌الاضلاع}} = 3x^2 \times \frac{1}{2} \Rightarrow \frac{3}{2}x^2 = 12 \Rightarrow x = 2\sqrt{2}$$

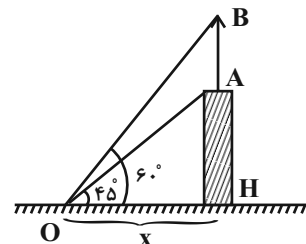
$$\Rightarrow \text{محیط} = 2(x + 3x) = 8x = 16\sqrt{2}$$

(ریاضی ۱- مثلثات: صفحه‌های ۲۹ تا ۳۵)

(بهرام علاج)

۲۹- گزینه «۲»

با رسم شکل برای موقعیت نهایی فرد داریم:





هندسه ۲

گزینه «۳» - ۳۱

(اخشین فاضله‌فان)

فرض کنید $\widehat{AD} = 3x$ باشد. در این صورت داریم:

$$AB \parallel DC \Rightarrow \widehat{AD} = \widehat{BC} = 3x \Rightarrow \widehat{AB} = \frac{1}{3} \widehat{AD} = x$$

AC قطر دایره است، بنابراین داریم:

$$\begin{aligned} \widehat{AB} + \widehat{BC} &= 180^\circ \Rightarrow x + 3x = 180^\circ \\ \Rightarrow 4x &= 180^\circ \Rightarrow x = 45^\circ \end{aligned}$$

$$\widehat{BAC} = \frac{\widehat{BC}}{2} = \frac{3 \times 180^\circ}{2} = 270^\circ$$

(هندسه ۲- دایره: صفحه‌های ۱۳ تا ۱۵)

گزینه «۴» - ۳۲

(مهمر فخران)

$$\widehat{BTC} = \frac{\widehat{BC}}{2} \Rightarrow 110^\circ = \frac{\widehat{BC}}{2} \Rightarrow \widehat{BC} = 220^\circ$$

$$\Rightarrow \widehat{BTC} = 360^\circ - 220^\circ = 140^\circ$$

فرض کنید $\widehat{TC} = z$ ، $\widehat{AT} = x$ و $\widehat{BT} = y$ باشد. در این صورت داریم:

$$\widehat{B} = 2\widehat{A} \Rightarrow \frac{z}{2} = 3x \Rightarrow z = 6x \quad (1)$$

$$\widehat{A} = \frac{\widehat{BT} - \widehat{TC}}{2} \Rightarrow \frac{y - z}{2} = x \Rightarrow y - z = 2x$$

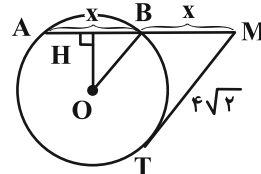
$$\xrightarrow{(1)} y - 6x = 2x \Rightarrow y = 8x$$

$$\begin{aligned} \widehat{BT} + \widehat{TC} &= 140^\circ \Rightarrow 8x + 6x = 140^\circ \Rightarrow 14x = 140^\circ \\ \Rightarrow x &= 10^\circ \Rightarrow y = 8 \times 10^\circ = 80^\circ \end{aligned}$$

(هندسه ۲- دایره: صفحه‌های ۱۳ تا ۱۶)

گزینه «۲» - ۳۳

(مهردار ملونری)



با توجه به فرض سؤال $AB = BM = x$ و $MT = 4\sqrt{2}$ ، در نتیجه طبق روابط طولی در دایره داریم:

$$MB \cdot MA = MT^2 \Rightarrow 2x^2 = 32 \Rightarrow AB = x = 4$$

از مرکز دایره، عمود OH را بر وتر AB فرود می‌آوریم. داریم:

$$BH = \frac{AB}{2} = 2, \quad OB = R = 2\sqrt{17}$$

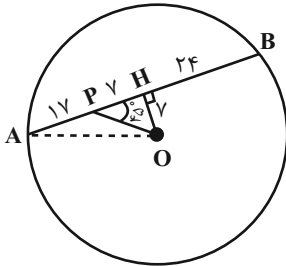
$$\xrightarrow{\text{پیتاگورس}} OH = \sqrt{OB^2 - BH^2} = \sqrt{68 - 4} = 8$$

(هندسه ۲- دایره: صفحه‌های ۱۳، ۱۸ و ۱۹)

گزینه «۱» - ۳۴

(سید ممبررضا حسینی‌فرد)

از مرکز دایره عمود OH را بر وتر AB رسم می‌کنیم نقطه H وسط وتر است و داریم:



$$AH = BH = \frac{31 + 17}{2} = 24 \Rightarrow PH = 7$$

همچنین مثلث OPH قائم‌الزاویه متساوی‌الساقین است، پس داریم:

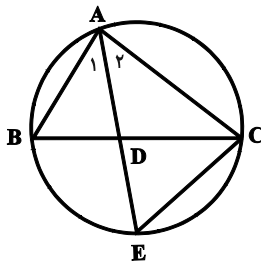
$$OH = PH = 7$$

$$\Rightarrow AO = \sqrt{AH^2 + OH^2} = \sqrt{24^2 + 7^2} = 25$$

(هندسه ۲- دایره: صفحه ۱۳)

گزینه «۳» - ۳۵

(سرژ یقیازاریان تبریزی)



$$\widehat{A}_1 = \widehat{BCE} = \frac{\widehat{BE}}{2} \xrightarrow{\widehat{A}_1 = \widehat{A}_2} \widehat{A}_2 = \widehat{BCE}$$

$$\left. \begin{aligned} \widehat{A}_2 &= \widehat{BCE} \\ \widehat{E} &= \widehat{E} \end{aligned} \right\} \xrightarrow{\text{تساوی دوزاویه}} \triangle AEC \sim \triangle DEC \Rightarrow \frac{DE}{CE} = \frac{CE}{AE}$$

$$\Rightarrow AE \times DE = CE^2 \quad (1)$$

حال طبق روابط طولی در دایره داریم:

$$AD \times DE = BD \cdot DC \quad (2)$$

با کم کردن طرفین رابطه‌های (۱) و (۲) داریم: $DE^2 = CE^2 - BD \cdot DC$

(هندسه ۲- دایره: صفحه‌های ۱۸ و ۱۹)

گزینه «۳» - ۳۶

(امیر وفائی)

$$\triangle ABD : AB = AD \Rightarrow \widehat{D} = \widehat{B} \quad (*)$$

$$\left. \begin{aligned} \widehat{BAC} &= \frac{\widehat{AC}}{2} \text{ (زاویه ظلی)} \\ \widehat{D} &= \frac{\widehat{AC}}{2} \text{ (زاویه محاطی)} \end{aligned} \right\} \xrightarrow{(*)} \widehat{BAC} = \widehat{D} \xrightarrow{\triangle ABC} BC = AC = 10$$

(رضا بشنره)

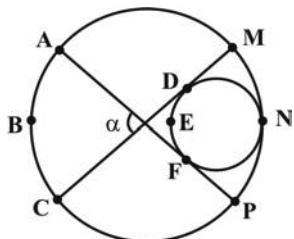
۳۹- گزینه «۴»

با فرض $\widehat{MNP} = 102^\circ$ و $\widehat{ABC} = \widehat{DEF} = x$ ، مطابق شکل داریم:

$$\alpha = \frac{\widehat{ABC} + \widehat{MNP}}{2} \Rightarrow 2\alpha = x + 102^\circ \quad (1)$$

$$\alpha = \frac{\widehat{DNF} - \widehat{DEF}}{2} \Rightarrow \alpha = \frac{(260^\circ - x) - x}{2}$$

$$\Rightarrow \alpha = 180^\circ - x \quad (2)$$



با جمع طرفین تساوی‌های (۱) و (۲) خواهیم داشت:

$$2\alpha + \alpha = (x + 102^\circ) + (180^\circ - x) \Rightarrow 3\alpha = 282^\circ \Rightarrow \alpha = 94^\circ$$

(هنر سه ۲- رایره: صفحه‌های ۱۵ و ۱۶)

(میبویه بیاری)

۴۰- گزینه «۱»

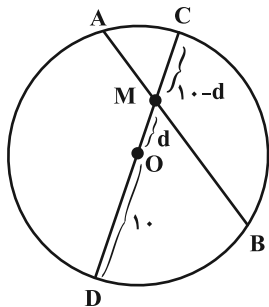
مطابق شکل فرض کنید $DM = \sqrt{3}CM$ باشد. در این صورت طبق روابط طولی برای دو وتر متقاطع درون دایره داریم:

$$AM \times BM = CM \times DM \Rightarrow \sqrt{3}CM \times BM = CM \times \sqrt{3}CM$$

$$\Rightarrow BM = \frac{\sqrt{3}}{2}CM = \frac{\sqrt{3}}{2} \times \frac{1}{\sqrt{3}}AM = \frac{1}{2}AM$$

$$AB = 11 \Rightarrow AM + BM = 11 \Rightarrow AM + \frac{1}{2}AM = 11$$

$$\Rightarrow \frac{3}{2}AM = 11 \Rightarrow AM = \frac{22}{3} \Rightarrow BM = \frac{1}{2} \times \frac{22}{3} = \frac{11}{3}$$



حال طبق روابط طولی در دایره داریم:

$$AM \cdot BM = MC \cdot MD = (10-d)(10+d) = 100 - d^2$$

$$\Rightarrow \frac{11}{3} \times \frac{22}{3} = 100 - d^2 \Rightarrow d^2 = 72 \Rightarrow d = 6\sqrt{2}$$

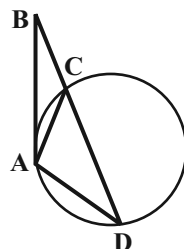
(هنر سه ۲- رایره: صفحه ۱۸)

طبق رابطه طولی در دایره داریم:

$$AB^2 = BC \times BD \Rightarrow 256 = 10 \times BD$$

$$\Rightarrow BD = 25.6 \Rightarrow CD = 15.6$$

$$\Delta \text{ محیط } ACD = 15.6 + 10 + 16 = 41.6$$



(هنر سه ۲- رایره: صفحه‌های ۱۳ تا ۱۵)

۳۷- گزینه «۳»

(داریوش ناظمی)

$$\widehat{E} = \frac{\widehat{AD} - \widehat{BC}}{2} \Rightarrow \widehat{AD} - \widehat{BC} = 2x \quad (1)$$

$$\widehat{A} = \frac{\widehat{DC} + \widehat{BC}}{2} \Rightarrow \widehat{DC} + \widehat{BC} = 6x \xrightarrow{\widehat{DC} = 2x} \widehat{BC} = 4x \quad (2)$$

$$(1), (2) \Rightarrow \widehat{AD} = 6x$$

$$\widehat{AD} + \widehat{DC} + \widehat{BC} = 180^\circ \Rightarrow 12x = 180^\circ$$

$$\Rightarrow x = 15^\circ$$

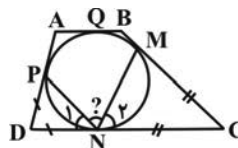
(هنر سه ۲- رایره: صفحه‌های ۱۳ تا ۱۷)

(مهوراد ملونری)

۳۸- گزینه «۲»

چون ABCD دوزنقه است، پس:

$$\widehat{D} = 180^\circ - \widehat{A} = 70^\circ, \widehat{C} = 180^\circ - \widehat{B} = 40^\circ$$



می‌دانیم اگر از نقطه‌ای خارج دایره، دو مماس بر آن دایره رسم کنیم، طول

دو مماس با هم برابر است. پس:

$$\begin{cases} DP = DN \Rightarrow \widehat{N}_1 = \frac{180^\circ - \widehat{D}}{2} = \frac{110^\circ}{2} = 55^\circ \\ CM = CN \Rightarrow \widehat{N}_2 = \frac{180^\circ - \widehat{C}}{2} = \frac{140^\circ}{2} = 70^\circ \end{cases}$$

$$\Rightarrow \widehat{MNP} = 180^\circ - (\widehat{N}_1 + \widehat{N}_2) = 180^\circ - 125^\circ = 55^\circ$$

(هنر سه ۲- رایره: صفحه‌های ۱۹ و ۲۰)



$$AB = \begin{bmatrix} 2 & a \\ b & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & -2 \\ 2 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2+2a & -4+a \\ b-2 & -2b-1 \end{bmatrix}$$

$$\xrightarrow{\text{قطری}} \begin{cases} -4+a=0 \Rightarrow a=4 \\ b-2=0 \Rightarrow b=2 \end{cases}$$

$$AC = \begin{bmatrix} 2 & 4 \\ 2 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} c & 5 \\ 2 & d \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2c+8 & 10+4d \\ 2c-2 & 10-d \end{bmatrix}$$

$$\xrightarrow{\text{قطری}} \begin{cases} 10+4d=0 \Rightarrow d=-2/5 \\ 2c-2=0 \Rightarrow c=1 \end{cases}$$

$$\Rightarrow a+b+c+d=4+2+1-2/5=4/5$$

(هنر سه -۳ ماتریس و کاربردها؛ صفحه‌های ۱۲ و ۱۷ تا ۱۹)

(امیرحسین ابومحبوب)

۴۴ - گزینه «۲»

چون ماتریس A ، ماتریسی قطری است، پس درایه‌های غیرواقع بر قطر اصلی

آن برابر صفر هستند. داریم:

$$2b+1=0 \Rightarrow 2b=-1 \Rightarrow b=-\frac{1}{2}$$

$$a-2b=0 \Rightarrow a+1=0 \Rightarrow a=-1$$

با جای‌گذاری مقادیر a و b در ماتریس A داریم:

$$A = \begin{bmatrix} c^2-1 & 0 \\ 0 & 3 \end{bmatrix} \Rightarrow A \times A = \begin{bmatrix} (c^2-1)^2 & 0 \\ 0 & 3^2 \end{bmatrix}$$

ماتریس $A \times A$ ، ماتریسی اسکالر است، پس درایه‌های واقع بر قطر اصلی

آن برابر یکدیگرند:

$$(c^2-1)^2 = (3)^2 \Rightarrow \begin{cases} c^2-1=3 \Rightarrow c^2=4 \Rightarrow \begin{cases} c=2 \\ c=-2 \end{cases} \\ c^2-1=-3 \Rightarrow c^2=-2 \quad \times \end{cases}$$

$$\Rightarrow \max(a+c) = -1+2=1$$

(هنر سه -۳ ماتریس و کاربردها؛ صفحه‌های ۱۲ و ۱۷ تا ۱۹)

هندسه ۳

۴۱ - گزینه «۲»

(افشین فاضل‌نار)

$$A = \begin{bmatrix} a & 0 & 0 \\ 0 & a & 0 \\ 0 & 0 & a \end{bmatrix} \Rightarrow A+B+C = A + \frac{1}{2}A - 4A$$

$$= \frac{-5}{2}A = -\frac{5}{2} \begin{bmatrix} a & 0 & 0 \\ 0 & a & 0 \\ 0 & 0 & a \end{bmatrix}$$

$$\Rightarrow A+B+C = \text{مجموع درایه‌های} = \frac{-5}{2} \times 3a = \frac{-15}{2} \Rightarrow a=1$$

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = I \Rightarrow B = \frac{1}{2}I$$

(هنر سه -۳ ماتریس و کاربردها؛ صفحه‌های ۱۲ تا ۱۴)

(امیرمحمد کریمی)

۴۲ - گزینه «۴»

$$AB = \begin{bmatrix} 2\alpha+1 & 1 \\ 1 & \beta \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ -1 & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2\alpha & 2\alpha+1 \\ 1-\beta & 1 \end{bmatrix}$$

می‌دانیم در ماتریس قطری تمام درایه‌های غیرواقع بر قطر اصلی برابر با صفر

هستند، بنابراین داریم:

$$\begin{cases} 2\alpha+1=0 \Rightarrow \alpha=-\frac{1}{2} \Rightarrow \alpha^2+\alpha\beta = \frac{1}{4}-\frac{1}{2} = -\frac{1}{4} \\ 1-\beta=0 \Rightarrow \beta=1 \end{cases}$$

(هنر سه -۳ ماتریس و کاربردها؛ صفحه‌های ۱۲ و ۱۷ تا ۱۹)

(مشابه کار در کلاس صفحه ۱۸)

(امیرحسین ابومحبوب)

۴۳ - گزینه «۲»

یک ماتریس مربعی، قطری است هرگاه تمام درایه‌های غیرواقع بر قطر اصلی

آن برابر صفر باشند، بنابراین داریم:



۴۵ - گزینه «۴»

(یاسین سپهر)

دو ماتریس هم مرتبه با هم برابرند هرگاه درایه‌های نظیر به نظیر برابر داشته باشند. بنابراین داریم:

$$\begin{cases} x-y=1 \\ 2x+y=11 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x=4 \\ y=3 \end{cases}$$

$$y-3=t+1 \xrightarrow{y=3} t+1=0 \Rightarrow t=-1$$

$$-t+1=z \xrightarrow{t=-1} z=2$$

با توجه به مقادیر به دست آمده داریم:

$$x+y+z+t=8$$

(هنر سه ۳- کاربردها: صفحه ۱۳)

(مشابه مثال صفحه ۱۳)

۴۶ - گزینه «۳»

(علی ایمانی)

$$\begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 0 & -2 \end{bmatrix} + 2X = \begin{bmatrix} 4 & 1 \\ 2 & 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 4 & 0 \\ 0 & 4 \end{bmatrix} \Rightarrow 2X = \begin{bmatrix} 8 & 1 \\ 2 & 4 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 0 & -2 \end{bmatrix}$$

$$\Rightarrow 2X = \begin{bmatrix} 6 & -2 \\ 2 & 6 \end{bmatrix} \Rightarrow X = \begin{bmatrix} 3 & -1 \\ 1 & 3 \end{bmatrix}$$

بنابراین حاصل جمع درایه‌های ماتریس X، برابر ۶ است.

(هنر سه ۳- کاربردها: صفحه‌های ۱۳ تا ۱۶)

۴۷ - گزینه «۳»

(سرژ یقیا زاریان تبریزی)

$$\left. \begin{aligned} c_{11} = 2a_{11} - b_{11} &\Rightarrow c_{11} = 2(3) - a = 6 - a \\ c_{22} = 2a_{22} - b_{22} &\Rightarrow c_{22} = 2m - (-1) = 2m + 1 \end{aligned} \right\} \xrightarrow{c_{11}=c_{22}} 2m + a = 5$$

$$\left. \begin{aligned} c_{11} = 2a_{11} - b_{11} &\Rightarrow c_{11} = 2(a-1) - (-a) = 3a - 2 \\ c_{22} = 2a_{22} - b_{22} &\Rightarrow c_{22} = 2(-1) - 2 = -4 \end{aligned} \right\} \xrightarrow{c_{11}=-c_{22}} a = 2$$

$$2m + a = 5 \xrightarrow{a=2} m = \frac{3}{2} \Rightarrow a - 2m = -1$$

(هنر سه ۳- کاربردها: صفحه‌های ۱۳ تا ۱۶)

۴۸ - گزینه «۲»

(امیرمحمدر کریمی)

$$\begin{bmatrix} \cos^2 22/5^\circ & \sin 22/5^\circ \cos 22/5^\circ \\ -\sin 22/5^\circ \cos 22/5^\circ & \cos^2 22/5^\circ \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \sin^2 22/5^\circ & -\sin 22/5^\circ \cos 22/5^\circ \\ \sin 22/5^\circ \cos 22/5^\circ & \sin^2 22/5^\circ \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos^2 22/5^\circ + \sin^2 22/5^\circ & 0 \\ 0 & \cos^2 22/5^\circ + \sin^2 22/5^\circ \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

(هنر سه ۳- ماتریس و کاربردها: صفحه‌های ۱۳ تا ۱۶)

۴۹ - گزینه «۱»

(محمدر هجری)

$$\begin{bmatrix} x & 1 \\ y & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x & y \\ y & x \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x^2+y & xy+x \\ xy+y & y^2+x \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 18 & 12 \\ 10 & 8 \end{bmatrix}$$

$$\begin{aligned} (x^2+y) - (y^2+x) &= (x^2-y^2) - (x-y) \\ &= (x-y)(x+y-1) = 18-8=10 \quad (1) \end{aligned}$$

$$(xy+x) - (xy+y) = x-y = 12-10=2 \quad (2)$$

$$\xrightarrow{(1),(2)} 2(x+y-1) = 10$$

$$\Rightarrow x+y-1=5 \Rightarrow x+y=6$$

$$\left. \begin{aligned} x-y &= 2 \\ x+y &= 6 \end{aligned} \right\} \Rightarrow \begin{aligned} x &= 4 \\ y &= 2 \end{aligned}$$

حال داریم:

(هنر سه ۳- کاربردها: صفحه‌های ۱۷ تا ۱۹)

۵۰ - گزینه «۴»

(یاسین سپهر)

ماتریس A را به صورت زیر تشکیل می‌دهیم:

$$A = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2(1)-2 & 2+3 & 3+3 \\ 2+1+1 & 2(2)-2 & 3+3 \\ 3+1+1 & 3+2+1 & 2(3)-2 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 0 & 5 & 6 \\ 4 & 2 & 6 \\ 5 & 6 & 4 \end{bmatrix} \Rightarrow A = \text{مجموع درایه‌های } A = 38$$

(هنر سه ۳- کاربردها: صفحه‌های ۱۰ و ۱۱)

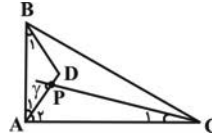
(مشابه مثال صفحه ۱۱)



هندسه ۱

گزینه «۴» ۵۱

با توجه به شکل و فرض داریم:



$$\hat{A} = \hat{C} = 8^\circ \Rightarrow \begin{cases} \hat{A} = 8^\circ \\ \hat{C} = 4^\circ \end{cases}$$

$$\Rightarrow \hat{B} = 180^\circ - (\hat{A} + \hat{C}) = 6^\circ$$

چون نقطه D روی عمودمنصف AB واقع است، پس $AD = DB$ و مثلث ABD متساوی الساقین است و $\hat{A}_1 = \hat{B}_1$ ، بنابراین:

$$\hat{A}_1 = \hat{B}_1 = \frac{180^\circ - \hat{ADB}}{2} = \frac{180^\circ - 13^\circ}{2} = 25^\circ$$

$$\Rightarrow \hat{A}_2 = \hat{A} - \hat{A}_1 = 8^\circ - 25^\circ = 55^\circ$$

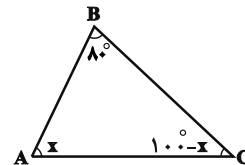
$$\hat{C}_1 = \frac{\hat{C}}{2} = \frac{4^\circ}{2} = 2^\circ$$

$$\Rightarrow \gamma = \hat{A}_2 + \hat{C}_1 = 55^\circ + 2^\circ = 57^\circ$$

(هندسه ۱- ترسیم‌های هندسی و استرلال: صفحه‌های ۱۱ تا ۱۴)

گزینه «۳» ۵۲

(رضا عباسی اصل)



فرض کنیم $\hat{A} = x$ باشد، در این صورت مطابق شکل $\hat{C} = 100^\circ - x$ است و طبق فرض داریم:

$$BC > AB \Rightarrow \hat{A} > \hat{C} \Rightarrow x > 100^\circ - x \Rightarrow 2x > 100^\circ \Rightarrow x > 50^\circ$$

$$\frac{x \in \mathbb{Z}}{\rightarrow} \min(x) = 51^\circ$$

(هندسه ۱- ترسیم‌های هندسی و استرلال: صفحه‌های ۲۱ و ۲۲)

گزینه «۴» ۵۳

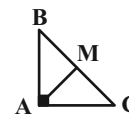
(کیوان دارابی)

بین اندازه‌های اضلاع داده شده رابطه فیثاغورس برقرار است:

$$(17)^2 = (15)^2 + 8^2$$

بنابراین مثلث قائم‌الزاویه است. پس رأس قائمه محل هم‌مرسی ارتفاع‌ها و نقطه وسط وتر محل هم‌مرسی عمودمنصف‌ها است. فاصله مورد نظر برابر می‌شود با:

$$AM = \frac{BC}{2} = \frac{17}{2} = 8.5$$



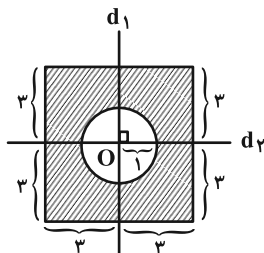
(هندسه ۱- ترسیم‌های هندسی و استرلال: صفحه‌های ۱۸ و ۱۹)

گزینه «۳» ۵۴

(فرشاد فرامرزی)

نقطاتی که از یک خط داده شده به فاصله ۳ واحد باشند، دو خط به موازات آن و به فاصله ۳ واحد در دو طرف آن می‌باشند؛ بنابراین نقاط واقع در بین این دو خط فاصله‌ای کمتر از سه واحد تا خط اولیه دارند. از طرفی، مجموعه نقطاتی که فاصله آن‌ها تا نقطه O، بیشتر از یک واحد باشد، نقاط خارج دایره‌ای به مرکز O و شعاع یک واحد هستند. دو خط به موازات هر یک از خطوط d_1 و d_2 و به فاصله ۳ واحد از آن‌ها و همچنین دایره‌ای به مرکز O و شعاع ۱ واحد رسم می‌کنیم. نقاط واقع در ناحیه بین آن‌ها، جواب مسئله هستند. داریم:

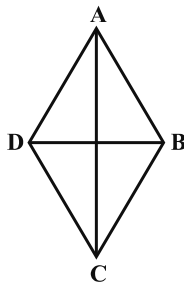
$$S_{\text{هاشورخورده}} = S_{\text{مربع}} - S_{\text{دایره}} = 6^2 - \pi \times 1^2 = 36 - \pi$$



(هندسه ۱- ترسیم‌های هندسی و استرلال: صفحه‌های ۱۰ تا ۱۶)

گزینه «۴» ۵۵

(امیرحسین ایوب‌میوب)



لوزی ABCD را مطابق شکل در نظر بگیرید، به گونه‌ای که طول اضلاع آن برابر ۸ و طول قطر AC برابر ۲۰ باشد. در این صورت در مثلث ABC داریم: $AB + BC = 8 + 8 = 16, AC = 20 \Rightarrow AB + BC < AC$ بنابراین چنین مثلثی قابل رسم نیست (طبق اصل نامساوی مثلثی) و در نتیجه لوزی ABCD قابل رسم نمی‌باشد.

(هندسه ۱- ترسیم‌های هندسی و استرلال: صفحه‌های ۱۰، ۱۱، ۱۵ و ۱۶)

گزینه «۴» ۵۶

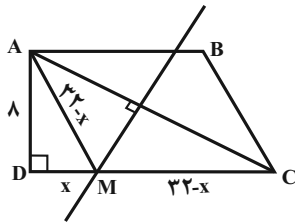
(پژمان فرهاریان)

طول اضلاع مثلث باید در نامساوی مثلثی صدق کند. داریم:

$$2x - 2 + x + 7 > x + 2 \Rightarrow x > -\frac{3}{2}$$

$$x + 7 + x + 2 > 2x - 2 \Rightarrow 9 > -2$$

$$2x - 2 + x + 2 > x + 7 \Rightarrow x > 3/5$$



$$AM^2 = AD^2 + DM^2 \Rightarrow (32-x)^2 = 64 + x^2$$

$$1024 - 64x = 64 \Rightarrow x = \frac{960}{64} = 15$$

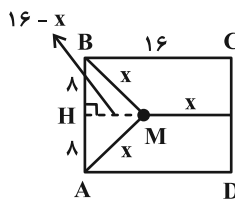
(هنرسه ۱: ترسیم‌های هندسی و استرلال: صفحه‌های ۱۳ و ۱۴)

(کیوان داریی)

۶۰. گزینه «۲»

فرض کنید نقطه M واقع بر عمود منصف ضلع AB، به فاصله برابر از رئوس A و

B و ضلع CD قرار دارد. اگر این فاصله را با x نمایش دهیم، مطابق شکل داریم:



$$\triangle MHB: BM^2 = BH^2 + HM^2 \Rightarrow x^2 = 8^2 + (16-x)^2$$

$$\Rightarrow x^2 = 64 + 256 + x^2 - 32x$$

$$\Rightarrow 32x = 320 \Rightarrow x = 10$$

با توجه به شکل، مساحت مثلث BMD به صورت زیر به دست می‌آید:

$$S_{BMD} = |S_{BMC} + S_{CMD} - S_{BCD}|$$

$$\Rightarrow S_{BMD} = \left| \frac{16 \times 8}{2} + \frac{10 \times 16}{2} - \frac{16 \times 16}{2} \right|$$

$$\Rightarrow S_{BMD} = |64 + 80 - 128| = 16$$

(هنرسه ۱- ترسیم‌های هندسی و استرلال: صفحه‌های ۱۳ و ۱۸)

بنابراین مقادیر قابل قبول برای x، به صورت $x > \frac{3}{5}$ است.

$$\text{محیط مثلث} = x + 7 + 2x - 2 + x + 2 = 4x + 7$$

$$x > \frac{3}{5} \Rightarrow 4x > 12 \Rightarrow 4x + 7 > 21$$

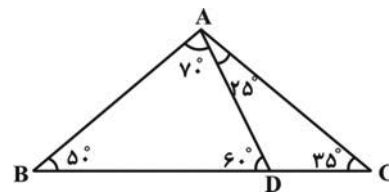
پس تنها عدد ۲۲ در بین گزینه‌ها می‌تواند محیط این مثلث باشد.

(هنرسه ۱- ترسیم‌های هندسی و استرلال: صفحه‌های ۱۰ و ۱۱)

(ممدطاهر شعاعی)

۵۷. گزینه «۲»

مثلث ABC به صورت زیر می‌شود:



گزینه «۲»: در مثلث ABD، $\hat{BAD} > \hat{BDA}$ ، پس $BD > AB$.

سایر گزینه‌ها صحیح‌اند:

گزینه «۱»: $\triangle ABC: \hat{B} > \hat{C} \Rightarrow AC > AB$

گزینه «۳»: $\triangle ACD: \hat{ADC} > \hat{C} \Rightarrow AC > AD$

گزینه «۴»: $\triangle ABD: \hat{BAD} > \hat{B} \Rightarrow BD > AD$

(هنرسه ۱- ترسیم‌های هندسی و استرلال: صفحه‌های ۲۰ تا ۲۲)

(امیرمسین ابومصوب)

۵۸. گزینه «۱»

عکس قضیه شرطی گزینه «۱» عبارت است از: «اگر دو ضلع و یک زاویه

مثلثی با دو ضلع و یک زاویه مثلثی دیگر برابر باشد این دو مثلث

هم‌نهشتند.» واضح است که این موضوع در حالت کلی صحیح نیست، پس

عبارت مورد نظر نمی‌تواند یک قضیه شرطی باشد.

(هنرسه ۱- ترسیم‌های هندسی و استرلال: صفحه‌های ۲۵ و ۲۶)

(پوادر هاتمی)

۵۹. گزینه «۱»

چون M روی عمود منصف AC قرار دارد پس از دو سر پاره‌خط به یک فاصله است

(MA = MC). با فرض $DM = x$ داریم $AM = MC = 32 - x$ و

لذا در مثلث قائم‌الزاویه ADM طبق قضیه فیثاغورس داریم:



آمار و احتمال

۶۱- گزینه «۳»

(امیرحسین ابومصوب)

مطابق جدول ارزش گزاره‌های p ، q و r داریم:

p	q	r	$p \vee q$	$(p \vee q) \Rightarrow r$
د	د	د	د	د
د	د	ن	د	ن
د	ن	د	د	د
د	ن	ن	د	ن
ن	د	د	د	د
ن	د	ن	د	ن
ن	ن	د	ن	د
ن	ن	ن	ن	د

همان‌طور که مشاهده می‌شود، در ۳ حالت از جدول، ارزش گزاره

 $(p \vee q) \Rightarrow r$ ، نادرست است.راه حل دوم: ارزش گزاره $(p \vee q) \Rightarrow r$ وقتی نادرست است که r نادرست و $p \vee q$ درست باشد. ارزش گزاره r در ۴ حالت نادرست است.ارزش $p \vee q$ در ۳ حالت از ۴ حالت ارزش گزاره‌های p و q درست است.

(آمار و احتمال - آشنایی با مبانی ریاضیات: صفحه‌های ۵ تا ۹)

۶۲- گزینه «۲»

(مرتضی فعیم‌علوی)

می‌دانیم که عکس نقیض هر گزاره، با آن گزاره معادل است. عکس نقیض

گزاره صورت سؤال به شکل زیر است:

$$\sim (x \leq -3 \vee x \geq 3) \Rightarrow \sim (x^2 \leq 9)$$

$$\equiv (x > -3 \wedge x < 3) \Rightarrow x^2 > 9$$

$$\equiv (-3 < x < 3) \Rightarrow x^2 > 9$$

(آمار و احتمال - آشنایی با مبانی ریاضیات: صفحه‌های ۷ تا ۱۱)

۶۳- گزینه «۳»

(امیرحسین ابومصوب)

گزینه «۱»: معادله $\frac{x^2-9}{x+3} = x-3$ به ازای $x \neq -3$ و در نتیجه برایهمه اعضای مجموعه A ، صحیح است. پس این گزاره سوری درست است.

$$x^2 + 5x - 6 = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = 1 \in A \\ x = -6 \end{cases} \quad \text{گزینه «۲»}$$

در نتیجه این گزاره سوری درست است.

گزینه «۳»:

$$|3-x| < 2 \Rightarrow |x-3| < 2 \Rightarrow -2 < x-3 < 2 \Rightarrow 1 < x < 5$$

بنابراین نامساوی به ازای $x=1$ برقرار نیست و در نتیجه گزاره سوری

نادرست است.

گزینه «۴»:

$$x^2 \geq x \Rightarrow x^2 - x \geq 0 \Rightarrow x(x-1) \geq 0 \Rightarrow (x \leq 0) \vee (x \geq 1)$$

چون همه اعضای A بزرگ‌تر یا مساوی ۱ هستند. پس گزاره درست است.

(آمار و احتمال - آشنایی با مبانی ریاضیات: صفحه‌های ۱۱ تا ۱۵)

۶۴- گزینه «۳»

(مرتضی فعیم‌علوی)

طبق جدول ارزش گزاره‌ها، اگر $r \equiv [p \Rightarrow (q \Rightarrow p)]$ و

$$s \equiv [(q \Rightarrow p) \Rightarrow q]$$
 باشند، آنگاه داریم:

p	q	$q \Rightarrow p$	r	s	$r \wedge s$
د	د	د	د	د	د
د	ن	د	د	ن	ن
ن	د	ن	د	د	د
ن	ن	د	د	ن	ن

همان‌طور که مشاهده می‌شود، گزاره مورد نظر هم‌ارز منطقی با گزاره q است.

$$q \wedge (p \vee q) \equiv q \quad \text{حال طبق قانون جذب داریم:}$$

(آمار و احتمال - آشنایی با مبانی ریاضیات: صفحه‌های ۶ تا ۱۱)

۶۵- گزینه «۱»

(مرتضی فعیم‌علوی)

فرض کنید مجموعه A دارای m عضو و مجموعه B دارای n عضو باشد.

در این صورت داریم:

$$2^m = 16 \times 2^n \Rightarrow 2^m = 2^{n+4} \Rightarrow m = n + 4$$

$$2^{m+1} - 2^{n+2} = 192 \Rightarrow 2^{m+1} - 2^{m-1} = 192$$

$$\Rightarrow 2^{m-1}(4-1) = 192 \Rightarrow 2^{m-1} = 64 \Rightarrow m = 7$$



بنابراین نقیض گزاره صورت سؤال، عبارت است از:

$$\exists x \in \mathbb{R}; x \leq 2 \vee x \geq 5$$

(آمار و احتمال - آشنایی با مبانی ریاضیات: صفحه‌های ۱۱ تا ۱۵)

(امیرمسین ابومیبوب)

۶۹- گزینه «۱»

اگر گزاره‌های p و q درست باشند، آن‌گاه گزاره $p \leftrightarrow \sim q$ نادرست بوده

و داریم: $v(p \leftrightarrow \sim q) = 0$

با بررسی گزینه‌ها، مقدار سه عبارت (۲)، (۳) و (۴) برابر ۱ می‌شود که رد

خواهند شد و مقدار عبارت (۱) برابر صفر خواهد بود:

$$\text{گزینه (۱): } 1 \times (1-1) + (1-1) \times 1 = 0$$

$$\text{گزینه (۲): } 1 \times 1 + (1-1)(1-1) = 1$$

$$\text{گزینه (۳): } \max\{1, 1\} = 1$$

$$\text{گزینه (۴): } 1 + 1 - 1 \times 1 = 1$$

(آمار و احتمال - آشنایی با مبانی ریاضیات: صفحه‌های ۶ تا ۱۱)

(فخرزانه فاکپاش)

۷۰- گزینه «۲»

یک مجموعه n عضوی، دارای 2^n زیرمجموعه است، بنابراین داریم:

$$\frac{2^{n(B)}}{2^{n(A)}} = 4 \Rightarrow 2^{n(B)-n(A)} = 2^2 \Rightarrow n(B) - n(A) = 2$$

$$\Rightarrow n(B) = n(A) + 2$$

$$2^{n(A \cup B)} = 512 = 2^9 \Rightarrow n(A \cup B) = 9$$

$$n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B)$$

$$\Rightarrow 9 = n(A) + (n(A) + 2) - 1 \Rightarrow 2n(A) + 1 = 9 \Rightarrow n(A) = 4$$

$$\Rightarrow A = 2^4 = 16 = \text{تعداد زیرمجموعه‌های } A$$

(آمار و احتمال - آشنایی با مبانی ریاضیات: صفحه‌های ۱۶ و ۱۷)

حال می‌دانیم یک مجموعه k عضوی 2^{k-1} زیرمجموعه زوج عضوی دارد

پس $2^6 = 64$ زیرمجموعه مطلوب خواهیم داشت.

(آمار و احتمال - آشنایی با مبانی ریاضیات: صفحه‌های ۱۶ و ۱۷)

(مرتضی فعیم‌علوی)

۶۶- گزینه «۲»

دو عبارت $p \Rightarrow q$ و $\sim p \vee q$ ، هم‌ارز منطقی هستند. پس داریم:

$$(\sim p \Rightarrow q) \wedge [(p \Rightarrow q) \wedge \sim q]$$

$$\equiv (p \vee q) \wedge [(\sim p \vee q) \wedge \sim q]$$

$$\equiv (p \vee q) \wedge [(\sim p \wedge \sim q) \vee \underbrace{(q \wedge \sim q)}_F]$$

$$\equiv (p \vee q) \wedge (\sim p \wedge \sim q)$$

$$\equiv (p \vee q) \wedge \sim(p \vee q) \equiv F$$

(آمار و احتمال - آشنایی با مبانی ریاضیات: صفحه‌های ۵ تا ۱۱)

(مرتضی فعیم‌علوی)

۶۷- گزینه «۲»

زیرمجموعه مدنظر نباید صفر را داشته باشد. حال یک زیرمجموعه دلخواه

از $A - \{0\}$ مثل B را در نظر بگیرید. بین B و $B - \{0\}$ یکی

شرایط مسئله را دارد. پس نصف زیرمجموعه‌های مجموعه $A - \{0\}$ مطلوبند

$$\frac{2^{18}}{2} = 2^{17} \text{ یعنی}$$

(آمار و احتمال - آشنایی با مبانی ریاضیات: صفحه‌های ۱۶ و ۱۷)

(سعید یعقوبی کافی‌آباد)

۶۸- گزینه «۳»

نقیض گزاره سوروی « $\forall x; P(x)$ » به صورت « $\exists x; \sim P(x)$ » است. از

طرفی داریم:

$$\sim (2 < x < 5) \equiv \sim [x > 2 \wedge x < 5]$$

$$\equiv \sim (x > 2) \vee \sim (x < 5) \equiv x \leq 2 \vee x \geq 5$$



ریاضیات گسسته

۷۱- گزینه «۴»

(فرهاد صابر)

گویا بودن هر یک از گزینه‌های ۱ تا ۳ بررسی می‌کنیم:

توجه کنید که عملیات‌های انجام شده عدد گویا را گویا نگه می‌دارد.

گزینه «۱»:

$$\frac{m-3n}{m+2n} \times 2 \rightarrow \frac{2m-6n}{m+2n} \xrightarrow{+3} \frac{5m}{m+2n}$$

$$\xrightarrow{\times \left(\frac{1}{5}\right)} \frac{m}{m+2n} \quad (I)$$

گزینه «۲»:

$$\frac{m}{m+2n} \xrightarrow{\text{وارون}} \frac{m+2n}{m} \xrightarrow{-1} \frac{2n}{m} \xrightarrow{+2} \frac{n}{m} \quad (II)$$

گزینه «۳»:

$$\xrightarrow{(I),(II)} \frac{mn}{m^2+2mn} \xrightarrow{\times 2} \frac{2mn}{m^2+2mn} \xrightarrow{+1} \frac{m^2+2mn}{m^2+2mn}$$

مثال نقض برای گزینه «۴»:

$$n = \sqrt{2} \Rightarrow \frac{m-3n}{m+2n} = 0 \in \mathbb{Q}$$

$$m = 3\sqrt{2}$$

$$\frac{m-n}{m^2+n^2+mn} = \frac{2\sqrt{2}}{26} \in \mathbb{Q}'$$

(ریاضیات گسسته - آشنایی با نظریه اعداد: صفحه‌های ۲ تا ۸)

۷۲- گزینه «۲»

(امیرحسین ابومصوب)

$$\text{گزینه «۲» : } (x-1)(x^2+2x-3) = 0$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x-1=0 \Rightarrow x=1 \\ x^2+2x-3=0 \Rightarrow \begin{cases} x=1 \\ x=-3 \end{cases} \end{cases}$$

یعنی اگر $(x-1)(x^2+2x-3) = 0$ باشد، x می‌تواند برابر ۱ یا (-۳) باشد.

پس عکس قضیه در حالت کلی برقرار نیست.

درستی سایر گزینه‌ها را به عنوان تمرین خودتان بررسی کنید.

(ریاضیات گسسته - آشنایی با نظریه اعداد: صفحه‌های ۶ و ۷)

۷۳- گزینه «۱»

(سیرومیر زوالفقاری)

مثال نقض برای گزینه‌های «۲»، «۳» و «۴» عبارت‌اند از:

$$\text{گزینه «۲» : } (1)^2 = (-1)^2 \text{ ولی } 1 \neq -1$$

$$\text{گزینه «۳» : } (-3)^4 < 2^4 \text{ ولی } -3 < 2$$

$$\text{گزینه «۴» : } -2 < 2 \text{ ولی } -\frac{1}{2} < \frac{1}{2}$$

(ریاضیات گسسته - آشنایی با نظریه اعداد: مشابه کار در کلاس، صفحه‌های ۷ و ۸)

(مشابه کار در کلاس صفحه ۷)

۷۴- گزینه «۴»

(سیدمحمدرضا حسینی فرد)

گزاره گزینه «۱» با مثال نقض $\{2, 3\}$ قابل رد کردن است.

گزاره گزینه «۲» نادرست است و قابل اثبات نیست.

گزاره گزینه «۳» نادرست است، زیرا برهان خلف برای اثبات درستی یک

حکم استفاده می‌شود، نه برای رد کردن آن.

اثبات درستی گزاره گزینه «۴» به صورت زیر است:

$$a = 2k + 1, b = 2q + 1$$

$$\Rightarrow ab = (2k+1)(2q+1) = 4kq + 2k + 2q + 1$$

$$= 2(2kq + k + q) + 1 = 2q' + 1$$

(ریاضیات گسسته - آشنایی با نظریه اعداد: صفحه‌های ۲ تا ۸)

(مشابه کار در کلاس صفحه ۳)

۷۵- گزینه «۴»

(رضا توکلی)

حکم (اگر $A \cap B = A \cap C$ ، آن‌گاه $B = C$) غلط است و برای رد کردن آناز مثال نقض استفاده می‌کنیم. باید طوری مثال بزنیم که $A \cap B = A \cap C$ باشد اما $B \neq C$ که گزینه ۴ جواب است.

(ریاضیات گسسته - آشنایی با نظریه اعداد: صفحه‌های ۲ و ۳)

(مشابه کار در کلاس صفحه ۳)



۷۶- گزینه «۲»

(کیوان دارابی)

$$\text{گویا} = \text{گویا} \times \text{گویا} = (\alpha + \beta)^2 = 4\alpha\beta + (\alpha - \beta)^2$$

از طرفی با برهان خلف می توان نشان داد که $4\alpha + \beta$ گنگ است.

برهان خلف:

$$\alpha, \beta \in Q', 4\alpha + \beta \in Q, \alpha + \beta \in Q \Rightarrow 4\alpha + \beta - (\alpha + \beta) \in Q$$

$$3\alpha \in Q \Rightarrow \alpha \in Q$$

که خلاف فرض است.

(ریاضیات گسسته- آشنایی با نظریه اعداد: صفحه های ۵ و ۶)

۷۷- گزینه «۱»

(امیرمسین ابومبوب)

ابتدا طرفین نامساوی را در ۲ ضرب می کنیم.

$$2a^2 + 10b^2 + 10 - 6a - 2b - 6ab \leq 0$$

$$\Leftrightarrow (a^2 - 6a + 9) + (b^2 - 2b + 1) + (a^2 - 6ab + 9b^2) \leq 0$$

$$\Leftrightarrow (a-3)^2 + (b-1)^2 + (a-3b)^2 \leq 0$$

سه عبارت $(a-3)^2$ ، $(b-1)^2$ و $(a-3b)^2$ همگی مربع کامل و روابط

همگی برگشت پذیر هستند، پس برای درست بودن رابطه کافی است داشته باشیم:

$$\begin{cases} a-3=0 \Rightarrow a=3 \\ b-1=0 \Rightarrow b=1 \\ a-3b=0 \Rightarrow a=3b \end{cases}$$

$$a^2 + 3b = 9 + 3 = 12$$

که خواهیم داشت:

(ریاضیات گسسته- آشنایی با نظریه اعداد: صفحه های ۶ تا ۸)

۷۸- گزینه «۲»

(نیلوخر معروی)

$$5x^2 + y^2 + z^2 \geq 3xy + xz + yz \Leftrightarrow 10x^2 + 2y^2 + 2z^2 \geq 6xy + 2xz + 2yz$$

$$\Leftrightarrow 10x^2 + 2y^2 + 2z^2 - 6xy - 2xz - 2yz \geq 0$$

$$\Leftrightarrow (9x^2 - 6xy + y^2) + (x^2 - 2xz + z^2) + (y^2 - 2yz + z^2) \geq 0$$

$$\Leftrightarrow (3x-y)^2 + (x-z)^2 + (y-z)^2 \geq 0 \quad \text{همواره درست}$$

(ریاضیات گسسته- آشنایی با نظریه اعداد: صفحه های ۶ تا ۸)

۷۹- گزینه «۲»

(امیرمسین ابومبوب)

گزینه «۱»: اگر $n=3$ باشد، آنگاه هیچ کدام از اعداد $4^3 - 1 = 63$ و

$$4^3 + 1 = 65$$
 عدد اول نیستند.

$$\text{گزینه «۲»}: \frac{n(n+1)}{2} = \text{میانگین} \Rightarrow \frac{n(n+1)}{2} = \frac{n+1}{2} \Rightarrow 1+2+\dots+n = \frac{n(n+1)}{2}$$

گزینه «۳»: اگر $x = \frac{1}{2}$ باشد، آنگاه $\frac{1}{2} < \frac{1}{2}$ است.گزینه «۴»: اگر $\alpha = \sqrt{2}$ و $\beta = -\sqrt{2}$ باشد، آنگاه $\alpha + \beta = 0$ عددی

$$\text{گویاست ولی } 2\alpha - 2\beta = 5\sqrt{2}$$
 عددی گنگ است.

(ریاضیات گسسته- آشنایی با نظریه اعداد: صفحه های ۲ و ۳)

۸۰- گزینه «۱»

(امیرممد کریمی)

یادآوری: از کتاب درسی آمار و احتمال به یاد داریم که گزاره مرکب

« $p \Rightarrow q$ » به صورت « q شرط لازم برای p است» نیز خوانده می شود.

همه عبارت ها را به سمت چپ می بریم:

$$x^2 + 4y^2 - 4xy + 4y^2 + z^2 - 4yz + 3x^2 - 6x + 3 = 0$$

$$\Rightarrow (x^2 + 4y^2 - 4xy) + (4y^2 + z^2 - 4yz) + 3(x^2 - 2x + 1) = 0$$

$$\Rightarrow (x-2y)^2 + (2y-z)^2 + 3(x-1)^2 = 0$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x-1=0 \Rightarrow x=1 \\ 2y-z=0 \Rightarrow 2y=z \Rightarrow x=2y=z=1 \\ x-2y=0 \Rightarrow x=2y \end{cases}$$

(ریاضیات گسسته- آشنایی با نظریه اعداد: صفحه های ۲ تا ۸)



فیزیک ۲

۸۱- گزینه «۲»

(غرشیر رسولی)

فقط مورد (ت) نادرست است چرا که بار الکتریکی کمیت کوانتومی و ناپیوسته است.

(فیزیک ۲- صفحه‌های ۲۵ تا ۵)

۸۲- گزینه «۱»

(مسین ناصبی)

ابتدا بار الکتریکی 6×10^{13} الکترون را به دست می‌آوریم:

$$\Delta q = -ne \Rightarrow \Delta q = -6 \times 10^{13} \times 1.6 \times 10^{-19} = -9.6 \times 10^{-6} C$$

اگر علامت بار جسم تغییر نکند:

$$q_2 = 2q_1$$

$$q_2 - q_1 = \Delta q \Rightarrow \frac{\Delta q = -9.6 \mu C}{q_2 = 2q_1} \rightarrow$$

$$2q_1 - q_1 = -9.6 \Rightarrow q_1 = -9.6 \mu C$$

اگر علامت بار جسم تغییر کند:

$$q_2 = -2q_1$$

$$q_2 - q_1 = \Delta q \Rightarrow \frac{\Delta q = -9.6 \mu C}{q_2 = -2q_1} \rightarrow -2q_1 - q_1 = -9.6$$

$$\Rightarrow -3q_1 = -9.6 \Rightarrow q_1 = 3.2 \mu C$$

$$\Rightarrow 3.2 + (-9.6) = -6.4 \mu C$$

(فیزیک ۲- صفحه‌های ۲۵ تا ۵)

۸۳- گزینه «۱»

(پوریا علاقه‌مند)

چون خواسته سؤال چند برابر شدن اندازه نیرو است، بهتر است از رابطه مقایسه‌ای قانون کولن استفاده کنیم. داریم:

$$q_A = q_B = q \Rightarrow \text{بارها در حالت اول}$$

طبق اصل پایستگی بار الکتریکی داریم:

$$q_A + q_B = q'_A + q'_B \Rightarrow \frac{q_A = q_B = q}{q'_B = -2q} \rightarrow q'_A = 4q$$

$$F = \frac{k|q_A||q_B|}{r^2} \Rightarrow \frac{F'}{F} = \frac{|q'_A|}{|q_A|} \times \frac{|q'_B|}{|q_B|} \times \left(\frac{r}{r'}\right)^2 \Rightarrow \frac{r'}{r} = 2 \rightarrow$$

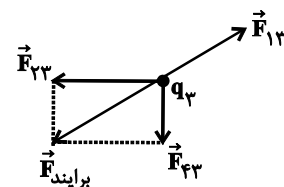
$$\frac{F'}{F} = \frac{4|q| \times 2|q|}{|q| \times |q|} \times \left(\frac{r}{2r}\right)^2 \Rightarrow \frac{F'}{F} = 2 \Rightarrow F' = 2F$$

(فیزیک ۲- صفحه‌های ۵ تا ۱۰)

۸۴- گزینه «۴»

(میلاد سستی)

ابتدا نیروهای وارد بر بار q_3 را رسم و محاسبه می‌کنیم:



$$F_{13} = \frac{k|q_1||q_3|}{r_{13}^2} = \frac{9 \times 10^9 \times 25\sqrt{5} \times 10^{-6} \times 8 \times 10^{-6}}{(10\sqrt{5} \times 10^{-2})^2} = 36\sqrt{5} N$$

$$F_{43} = \frac{k|q_4||q_3|}{r_{43}^2} = \frac{9 \times 10^9 \times 5 \times 10^{-6} \times 8 \times 10^{-6}}{(0.1)^2} = 36 N$$

برایند دو نیروی عمود بر هم \vec{F}_{23} و \vec{F}_{43} باید با نیروی \vec{F}_{13} خنثی شود. بنابراین:

$$\sqrt{(F_{23})^2 + (F_{43})^2} = F_{13}$$

$$\Rightarrow \sqrt{F_{23}^2 + 36^2} = 36\sqrt{5} \Rightarrow F_{23}^2 + 36^2 = (36\sqrt{5})^2$$

$$\Rightarrow F_{23}^2 = (72)^2 \Rightarrow F_{23} = 72 N$$

$$\Rightarrow F_{23} = \frac{k|q_2||q_3|}{r^2} \Rightarrow 72 = \frac{9 \times 10^9 \times |q_2| \times 8 \times 10^{-6}}{(0.2)^2}$$

$$\Rightarrow |q_2| = 4 \mu C \Rightarrow q_2 = +4 \mu C$$

دقت کنید که برای تعادل داشتن بار q_3 ، بار q_2 الزاماً باید مثبت باشد.

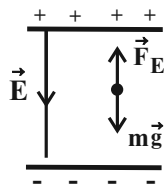
(فیزیک ۲- صفحه‌های ۵ تا ۱۰)

۸۵- گزینه «۳»

(زهرا آقاممدری)

با توجه به پایانه‌های باتری متوجه می‌شویم که صفحه بالایی دارای پتانسیل مثبت و صفحه پایینی دارای پتانسیل منفی است و خط‌های میدان الکتریکی از بالا به پایین برقرار است. برای محاسبه بزرگی میدان بین دو صفحه داریم:

$$E = \frac{|\Delta V|}{d} = \frac{10 \times 10^3}{10 \times 10^{-2}} = 10^5 \frac{V}{m}$$



چون ذره معلق است، طبق قانون اول نیوتون، نیروی خالص وارد بر آن صفر است:

$$F_E = mg \Rightarrow E|q| = mg \Rightarrow 10^5 \times |q| = 8 \times 10^{-15} \times 10$$

$$\Rightarrow |q| = 8 \times 10^{-19} C$$

طبق اصل کوانتیده بودن بار الکتریکی، داریم:

$$|q| = ne \Rightarrow n = \frac{|q|}{e} = \frac{8 \times 10^{-19}}{1.6 \times 10^{-19}} = 5$$

(فیزیک ۲- صفحه‌های ۳ و ۱۷ تا ۲۷)

۸۶- گزینه «۴»

(معصومه افشلی)

با توجه به شکل خطوط میدان الکتریکی، دو بار ناهم‌نام هستند. خطوط میدان از بار q_2 خارج و به بار q_1 وارد می‌شوند، یعنی بار q_2 مثبت و بار q_1 منفی است.



$$E_B = \frac{9 \times 10^9 \times 6 / 0.5 \times 10^{-6}}{121 \times 10^{-4}} = 45 \times 10^5 \frac{N}{C}$$

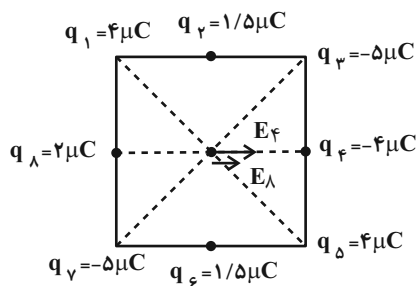
$$E_T = \sqrt{E_A^2 + E_B^2} \Rightarrow E_T = \sqrt{(18 \times 10^5)^2 + (45 \times 10^5)^2}$$

$$\Rightarrow E_T = 9\sqrt{29} \times 10^5 \frac{N}{C}$$

(فیزیک ۲ - صفحه‌های ۱۰ تا ۱۶)

(زهره آقاممیری)

۹۰ - گزینه «۴»



در مرکز مربع، اندازه میدان الکتریکی حاصل از بارهای q_1 و q_3 با هم،

بارهای q_2 و q_4 با هم و بارهای q_3 و q_1 نیز با هم برابر و در خلاف جهت

یکدیگر می‌باشد، بنابراین این میدان‌ها دو به دو اثر هم‌دیگر را خنثی می‌کنند.

بنابراین فقط کافی است اندازه میدان الکتریکی ناشی از بارهای q_4 و q_2 را

در مرکز مربع محاسبه کنیم و با توجه به جهت آن‌ها، میدان خالص را در مرکز

مربع حساب کنیم، داریم:

$$E_4 = k \frac{|q_4|}{r_4^2} = 9 \times 10^9 \times \frac{4 \times 10^{-6}}{(2 \times 10^{-2})^2} = 9 \times 10^7 \frac{N}{C}$$

$$E_2 = k \frac{|q_2|}{r_2^2} = 9 \times 10^9 \times \frac{2 \times 10^{-6}}{(2 \times 10^{-2})^2} = 4 / 5 \times 10^7 \frac{N}{C}$$

$$E_t = E_4 + E_2 = 13 / 5 \times 10^7 \frac{N}{C}$$

(فیزیک ۲ - صفحه‌های ۱۰ تا ۱۷)

با توجه به تراکم خطوط میدان، چون تراکم خطوط اطراف بار q_1 بیشتر است، بنابراین اندازه بار q_1 بزرگتر از اندازه بار q_2 است.

(فیزیک ۲ - صفحه‌های ۱۷ تا ۲۲)

(سعید شرق)

۸۷ - گزینه «۲»

چون الکترون در جهت خط‌های میدان الکتریکی پرتاب می‌شود، پس رفته رفته به صفحه منفی نزدیک خواهد شد و انرژی پتانسیل الکتریکی آن

افزایش خواهد یافت. طبق قانون پایستگی انرژی، به همان میزان نیز انرژی

جنبشی اولیه خود را از دست می‌دهد و داریم:

(دقت کنید برای آن که الکترون به صفحه دیگر برخورد نکند باید در آستانه

برخورد به آن متوقف شود، یعنی $K_2 = 0$)

$$\Delta U = -\Delta K$$

$$\Rightarrow q\Delta V = -(K_2 - K_1) \Rightarrow 1/6 \times 10^{-19} \times (-20) = 0 - K_1$$

$$\Rightarrow 1/6 \times 10^{-19} \times 20 = \frac{1}{2} \times 9 \times 10^{-31} \times v^2$$

$$\Rightarrow v = \sqrt{\frac{1/6 \times 10^{-19} \times 20 \times 2}{9 \times 10^{-31}}} = \frac{8}{3} \times 10^6 \frac{m}{s}$$

(فیزیک ۲ - صفحه‌های ۲۱ تا ۲۷)

(معصومه افضلی)

۸۸ - گزینه «۴»

در یک رسانا که در تعادل الکتریکی قرار دارد، تمام نقاط آن دارای پتانسیل

الکتریکی یکسان هستند، پس $V_A = V_B$ و می‌دانیم در نقاط نوک تیز تراکم بار

الکتریکی نیز بیشتر است، بنابراین تراکم بار در نقطه B بیشتر است.

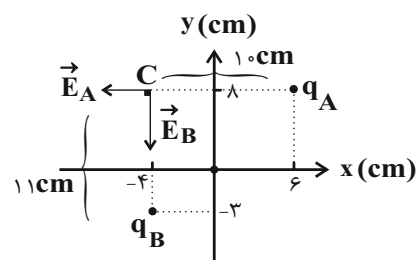
(فیزیک ۲ - صفحه‌های ۲۷ تا ۳۱)

(سعید ارم)

۸۹ - گزینه «۴»

با توجه به شکل محورهای مختصات و محل قرارگیری بارها و نقطه C،

خواهیم داشت:



$$E = \frac{k|q|}{r^2}$$

$$E_A = \frac{9 \times 10^9 \times 2 \times 10^{-6}}{(10 \times 10^{-2})^2} = 18 \times 10^5 \frac{N}{C}$$



فیزیک ۳

۹۱- گزینه «۲»

(ممدعلی راست پیمان)

هر متحرک در هر لحظه فقط می‌تواند در یک مکان قرار داشته باشد. (نمودارهای الف) و (ج). در نمودارهای (ب) و (د) که با تعریف تابع هم سازگار نیست، متحرک در یک لحظه معین در دو مکان متفاوت قرار دارد که چنین چیزی ممکن نیست.

(فیزیک ۳- حرکت بر خط راست؛ صفحه ۶)

(مشابه سوال ۷ صفحه ۲۶، پرسش‌های آخر فصل)

۹۲- گزینه «۴»

(پوریا علاقه‌مند)

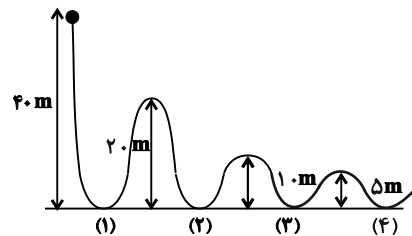
با توجه به شکل و تعریف مسافت و جابه‌جایی، داریم:

$$\text{مسافت} = \ell = 40 + 20 + 20 + 10 + 10 + 5 + 5 = 110 \text{ m}$$

$$\text{جابه‌جایی} = |\Delta x| = 40 \text{ m}$$

$$\frac{|\Delta x|}{d} = \frac{40}{110} = \frac{4}{11}$$

بنابراین:



(فیزیک ۳- حرکت بر خط راست؛ صفحه‌های ۲ و ۳)

۹۳- گزینه «۳»

(علیرضا کونه)

با توجه به این که بردار سرعت متوسط متحرک در SI و در بازه زمانی

$$t_1 = 0 \text{ تا } t_2 = 4 \text{ s برابر با } 1 \cdot \vec{i} \text{ و نیز در بازه زمانی } t_2 = 4 \text{ s تا}$$

$$t_3 = 12 \text{ s برابر با } 3 \vec{i} \text{ می‌باشد، می‌توان نوشت:}$$

$$\vec{v}_{av} = \frac{\vec{d}}{\Delta t} \Rightarrow \begin{cases} 1 \cdot \vec{i} = \frac{\vec{d}_2 - \vec{d}_0}{4 - 0} \\ 3 \vec{i} = \frac{\vec{d}_3 - \vec{d}_2}{12 - 4} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \vec{d}_2 - \vec{d}_0 = 4 \vec{i} \\ \vec{d}_3 - \vec{d}_2 = 3 \vec{i} \end{cases}$$

$$\Rightarrow \vec{d}_3 - \vec{d}_0 = 7 \vec{i}$$

در نهایت بردار سرعت متوسط متحرک در بازه زمانی $t_1 = 0$ تا

$$t_3 = 12 \text{ s برابر است با:}$$

$$\vec{v}_{av} = \frac{\vec{d}_{12} - \vec{d}_0}{12 - 0} = \frac{7 \vec{i}}{12} = \left(\frac{7}{12} \text{ m/s}\right) \vec{i}$$

(فیزیک ۳- حرکت بر خط راست؛ صفحه‌های ۲ تا ۵)

۹۴- گزینه «۳»

(علی عاقلی)

در ۲ ثانیه دوم، در لحظه $t = 3 \text{ s}$ که شیب خط مماس بر نمودار صفر شده و علامت آن تغییر می‌کند، جهت حرکت متحرک عوض شده است و در بازه 3 s تا 4 s که شیب خط واصل مثبت است، سرعت متوسط نیز مثبت می‌باشد.

(فیزیک ۳- حرکت بر خط راست؛ صفحه‌های ۲ تا ۱۰)

۹۵- گزینه «۴»

(امیرمسین برادران)

بررسی گزینه‌ها:

(۱) درست

(۲) درست، با توجه به رابطه سرعت متوسط، بردار سرعت متوسط و بردار

$$\vec{v}_{av} = \frac{\Delta \vec{x}}{\Delta t} \text{ (همواره مثبت است)}$$

(۳) درست، اگر تندی متحرک در یک بازه زمانی صفر نشود، در این بازه جهت حرکت متحرک تغییر نکرده و بنابراین بزرگی جابه‌جایی و مسافت طی شده با یکدیگر برابرند و مطابق رابطه تندی متوسط و بزرگی سرعت متوسط این دو کمیت نیز با یکدیگر برابرند.

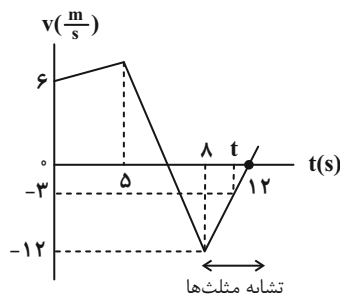
(۴) نادرست، بردار سرعت لحظه‌ای به جهت حرکت متحرک بستگی دارد و الزاماً هم‌جهت با بردار مکان نیست.

(فیزیک ۳- حرکت بر خط راست؛ صفحه‌های ۲ تا ۱۰)

۹۶- گزینه «۲»

(مسام نادری)

سومین بار در لحظه‌ای بین ۸ s و ۱۲ s تندی متحرک نصف تندی اولیه

یعنی $\frac{3}{4} \text{ m/s}$ می‌شود. برای محاسبه این زمان، داریم:



۹۹- گزینه «۱»

(بنام رستمی)

با استفاده از تعریف تندی متوسط داریم:

$$s_{av} = \frac{\ell}{\Delta t} = \frac{200 + 300}{200} = 2.5 \frac{m}{s}$$

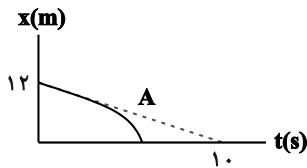
این عدد (تندی متوسط)، یعنی این شخص در هر ثانیه، 2.5 m از طول مسیر حرکت خود را طی کرده است.

(فیزیک ۳- حرکت بر فط راست؛ صفحه‌های ۱۰ تا ۱۲)

۱۰۰- گزینه «۲»

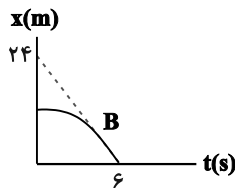
(امیرامیر میرسعید)

تندی در مبدأ زمان، یعنی تندی در لحظه $t = 0$ و تندی در مبدأ مکان، یعنی تندی در لحظه‌ای که متحرک از مبدأ مکان عبور می‌کند؛ یعنی در لحظه $t = 6 \text{ s}$. بنابراین کافی است، شیب مماس بر نمودار مکان - زمان را در لحظه‌های فوق حساب کنیم:



$$t = 0 \text{ در لحظه } t = 0: v_0 = \frac{-12}{10} = -1.2 \frac{m}{s}$$

(خط A)



$$(B \text{ خط}) t = 6 \text{ s در لحظه } t = 6 \text{ s}: v_{(t=6s)} = \frac{-24}{6} = -4 \frac{m}{s}$$

می‌بینیم، تندی متحرک در لحظه $t = 6 \text{ s}$ (مبدأ مکان) به

$$\text{اندازه } |\Delta v| = 4 - 1/2 = 2/8 \frac{m}{s} \text{ (مبدأ زمان)}$$

بیشتر است.

(فیزیک ۳- حرکت بر فط راست؛ صفحه‌های ۹ و ۱۰)

(مشابه تمرین (۱-۳)، صفحه ۱۰ کتاب درسی)

$$\Rightarrow \frac{12}{3} = \frac{12-8}{12-t} \Rightarrow t = 11 \text{ s}$$

$$\xrightarrow{t=0} v_0 = 6 \frac{m}{s}, \quad \xrightarrow{t=11s} v_{11} = -3 \frac{m}{s}$$

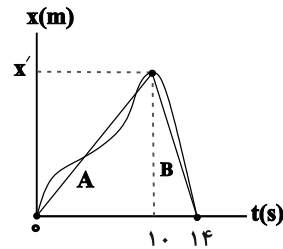
$$a_{av} = \frac{v_{11} - v_0}{11 - 0} = \frac{-3 - 6}{11} = \frac{-9}{11} \frac{m}{s^2} \Rightarrow |a_{av}| = \frac{9}{11} \frac{m}{s^2}$$

(فیزیک ۳- حرکت بر فط راست؛ صفحه‌های ۱۰ تا ۱۲)

۹۷- گزینه «۴»

(سیاوش فارسی)

برای محاسبه سرعت متوسط بین دو نقطه از نمودار مکان - زمان، باید شیب خط واصل بین دو نقطه را محاسبه کنیم. بنابراین، با توجه به شکل زیر داریم:



$$\vec{v}' = -2/5 \vec{v} \Rightarrow \frac{v' - 0}{14 - 10} = \frac{0 - 0}{14 - 10} \Rightarrow \vec{v}' = -2/5 \vec{v}$$

(فیزیک ۳- حرکت بر فط راست؛ صفحه‌های ۹ و ۱۰)

۹۸- گزینه «۳»

(مصطفی کیانی)

بررسی گزینه‌ها:

(۱) شیب خطی که مکان‌های جسم را در لحظه‌های t_1 و t_2

به هم وصل می‌کند، منفی است؛ در نتیجه، سرعت متوسط نیز منفی می‌باشد.

(۲) درست است. در بازه زمانی $t = 0$ تا t_2 جهت بردار جابه‌جایی در جهت محور x است.(۳) نادرست است. در لحظه‌های t_1 و t_2 جهت حرکت تغییر می‌کند و درلحظه‌های t_1 و t_2 متحرک از مبدأ مکان عبور کرده است.(۴) درست است. در لحظه t_2 متحرک در مبدأ مکان و در لحظه t_1 متحرک در مکان $x < 0$ است. بنابراین، در بازه زمانی t_1 تا t_2 متحرک

در حال نزدیک شدن به مبدأ مکان خواهد بود.

(فیزیک ۳- حرکت بر فط راست؛ صفحه‌های ۷ تا ۱۰)

(مشابه پرسش (۱-۳)، صفحه ۸ کتاب درسی)



فیزیک ۱

گزینه «۳» - ۱۰۱

(شهرام آموزگار)

بررسی گزینه نادرست:

آزمایش و مشاهده در فیزیک، اهمیت زیادی دارد، اما آنچه بیش از همه در پیشبرد و تکامل علم فیزیک نقش ایفا کرده و می‌کند، تفکر نقادانه و اندیشه‌ورزی فعال فیزیک‌دانان نسبت به پدیده‌هایی است که با آن‌ها مواجه می‌شوند.

(فیزیک ۱ - صفحه‌های ۲ و ۳)

گزینه «۲» - ۱۰۲

(مهدی کورزی)

کمیت‌های فشار، تندی، انرژی و مسافت، همگی کمیت‌هایی نرده‌ای و کمیت‌های شتاب، نیرو، گشتاور، سرعت متوسط و جابه‌جایی همگی کمیت‌هایی برداری‌اند. لذا کمیت‌های ذکر شده در گزینه «۲» همگی نرده‌ای‌اند.

(فیزیک ۱ - صفحه ۶)

گزینه «۲» - ۱۰۳

(مهدی رضا شریفی)

$$۱) ۲۰۲ \text{ km} = ۲ / ۰۲ \times ۱۰^۲ \text{ km} \times \frac{۱۰^۳ \text{ m}}{۱ \text{ km}} \times \frac{۱ \mu\text{m}}{۱۰^{-۶} \text{ m}} = ۲ / ۰۲ \times ۱۰^{۱۱} \mu\text{m}$$

$$۲) ۰ / ۴۸۲۳ \mu\text{s} = ۴ / ۸۲۳ \times ۱۰^{-۱} \mu\text{s} \times \frac{۱۰^{-۶} \text{ s}}{1 \mu\text{s}} \times \frac{۱ \text{ Ms}}{۱۰^۶ \text{ s}} = ۴ / ۸۲۳ \times ۱۰^{-۱۳} \text{ Ms}$$

$$۳) ۴ \text{ cm}^۲ = ۴ \text{ cm}^۲ \times \frac{۱۰^{-۴} \text{ m}^۲}{۱ \text{ cm}^۲} \times \frac{۱ \text{ mm}^۲}{۱۰^{-۶} \text{ m}^۲} = ۴ \times ۱۰^۲ \text{ mm}^۲$$

$$۴) ۹ \text{ m}^۳ = ۹ \text{ m}^۳ \times \frac{۱ \text{ dm}^۳}{۱۰^{-۳} \text{ m}^۳} = ۹ \times ۱۰^۳ \text{ dm}^۳$$

(فیزیک ۱ - صفحه‌های ۱۰ تا ۱۳)

گزینه «۲» - ۱۰۴

(سیره ملیحه میرحالی)

با توجه به این که مساحت مثلث بر حسب یکای دسی‌متر مربع خواسته شده، لازم است در ابتدا همه ابعاد شکل به یکای متر تبدیل شوند. با استفاده از روش تبدیل زنجیره‌ای، داریم:

ارتفاع مثلث: $h = ۱۵ \text{ mm}$

$$= ۱۵ \text{ mm} \times \frac{۱۰^{-۳} \text{ m}}{۱ \text{ mm}} = ۱۵ \times ۱۰^{-۳} \text{ m}$$

قاعده مثلث: $a = ۱۰^۲ \text{ hm}$

$$= ۱۰^۲ \text{ hm} \times \frac{۱۰^۲ \text{ m}}{۱ \text{ hm}} = ۱۰^۴ \text{ m}$$

در نتیجه مساحت مثلث برابر خواهد بود با:

$$S = \frac{۱}{۲} (a \times h) = \frac{۱}{۲} \times ۱۵ \times ۱۰^{-۳} \times ۱۰^۴ = ۷۵ \text{ m}^۲ \times \frac{۱۰^۲ \text{ dm}^۲}{۱ \text{ m}^۲}$$

$$= ۷ / ۵ \times ۱۰^۳ \text{ dm}^۲$$

(فیزیک ۱ - صفحه‌های ۱۰ تا ۱۳)

گزینه «۳» - ۱۰۵

(مهری زمان‌زاده)

ابتدا حجم استخر را بر حسب سانتی‌متر مکعب ($\text{cm}^۳$) محاسبه می‌کنیم:

$$V = ۴ \times ۱۰ \times ۱۲ = ۴۸۰ \text{ m}^۳ = ۴۸۰ \times ۱۰^۶ \text{ cm}^۳$$

چون آهنگ خروج آب $۵۰ \frac{\text{cm}^۳}{\text{s}}$ است، یعنی در هر ثانیه، $۵۰ \text{ cm}^۳$ آب از

استخر خارج می‌شود؛ پس به کمک یک تناسب، مدت زمان خالی شدن نصف استخر را به دست می‌آوریم:

$$\frac{\text{حجم}}{۵۰ \text{ cm}^۳} = \frac{\text{زمان}}{۱ \text{ s}} \Rightarrow t = ۴۸ \times ۱۰^۵ \text{ s}$$

$$۲۴۰ \times ۱۰^۶ \quad t = ?$$

در انتها، باید ببینیم $۴۸ \times ۱۰^۵ \text{ s}$ ، معادل چند شبانه‌روز است:

$$۴۸ \times ۱۰^۵ \text{ s} \times \frac{۱ \text{ h}}{۳۶۰۰ \text{ s}} \times \frac{۱ \text{ day}}{۲۴ \text{ h}} = \frac{۴۸ \times ۱۰^۵}{۲۴ \times ۳۶۰۰} = ۵۵ / ۵ \text{ day}$$

این یعنی در میانه شبانه‌روز ۵۶، حجم آب استخر نصف می‌شود.

(فیزیک ۱ - صفحه‌های ۱۰ تا ۱۳)

گزینه «۲» - ۱۰۶

(مهری یوسفی)

دقت اندازه‌گیری در ابزارهای مدرج برابر با کمینه تقسیم‌بندی آن ابزار و در ابزارهای دیجیتال برابر با یک واحد از آخرین رقمی است که ابزار گزارش می‌دهد. حال با توجه به این مفهوم دقت اندازه‌گیری هر یک از وسیله‌ها برابر است با:



(زهره آقاممیری)

۱۰۹- گزینه «۳»

با توجه به اینکه جرم فلز ۰/۴ برابر جرم کره است، داریم:

$$(*) \text{ فلز فلز } \rho = \rho \text{ کره } = \rho \text{ کره } \frac{m}{V} \rightarrow \rho \text{ کره } \frac{m}{V} = \rho \text{ فلز } \frac{m}{V}$$

حجم فلز و کره برابر است با:

$$V_{\text{فلز}} = \frac{4}{3} \pi R_{\text{حفره}}^3 = 4 \times 2^3 = 32 \text{ cm}^3$$

$$V_{\text{کره}} = \frac{4}{3} \pi (R_{\text{کره}}^3 - R_{\text{حفره}}^3) = 4 \times (3^3 - 2^3) \text{ cm}^3 = 4 \times 19 \text{ cm}^3$$

با استفاده از رابطه (*) داریم:

$$\rho \text{ فلز } V_{\text{فلز}} = \rho \text{ کره } V_{\text{کره}}$$

$$\Rightarrow \rho_{\text{کره}} = \frac{5/7 \times 32}{0/4 \times 4 \times 19} = 6 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}$$

(فیزیک ۱- صفحه‌های ۱۶ تا ۱۸)

(هاشم زمانیان)

۱۱۰- گزینه «۲»

به بررسی دلیل نادرستی گزینه‌های دیگر می‌پردازیم:

(۱) چون چگالی بنزین کمتر از چگالی آب است، در هنگام آتش‌سوزی بنزین

نباید روی آن آب باشید، زیرا بنزین روی آب قرار می‌گیرد و آب عملاً در

خاموش کردن بنزین بی‌اثر است.

(۳) هنگامی که چند مایع مختلف را که با هم مخلوط نمی‌شوند، در یک ظرف

می‌ریزیم، مایعی که چگالی کمتری نسبت به بقیه مایع‌ها دارد، بالاتر از همه

قرار می‌گیرد.

(۴) با محاسبه چگالی جسمی ناشناخته نمی‌توان جنس آن را تعیین کرد زیرا

ممکن است داخل جسم ناخالصی داشته باشیم و یا ممکن است چگالی یک

آلیاژ با جسمی دیگر برابر شود و ما را به اشتباه بیندازد.

(فیزیک ۱- صفحه‌های ۱۶ تا ۱۸)

$$\text{الف) } \frac{1 \text{ cm}}{5} = 0/2 \text{ cm} = \text{دقت اندازه‌گیری}$$

$$\text{ب) } \frac{2.80 \text{ mA}}{10} = 0/01 \text{ mA} = 10^{-5} \text{ A} = 10 \mu\text{A} = \text{دقت اندازه‌گیری}$$

$$\text{پ) } \frac{20}{5} = 4 \frac{\text{km}}{\text{h}} = \text{دقت اندازه‌گیری}$$

$$\text{ت) } \frac{0.016 \text{ mg}}{10} = 0/001 \text{ mg} = 1 \mu\text{g} = \text{دقت اندازه‌گیری}$$

(فیزیک ۱- صفحه‌های ۱۴ و ۱۵)

۱۰۷- گزینه «۳» (زهره آقاممیری)

با توجه به رابطه مقایسه‌ای چگالی داریم:

$$\rho = \frac{m}{V} \Rightarrow \frac{\rho_1}{\rho_2} = \frac{m_1}{m_2} \times \frac{V_2}{V_1}$$

چون حجم ظرف ثابت است، پس $V_1 = V_2$ است. از طرفی جرم مایع در

هر حالت برابر عدد ترازو منهای جرم ظرف است، پس داریم:

$$\frac{\rho_1}{\rho_2} = \frac{550 - 250}{800 - 250} = \frac{300}{550} = \frac{6}{11}$$

(فیزیک ۱- صفحه‌های ۱۶ تا ۱۸)

(زهره آقاممیری)

۱۰۸- گزینه «۱»

با استفاده از رابطه چگالی و داده‌های نمودار داریم:

$$\rho = \frac{m}{V} \xrightarrow{\text{ثابت } V} \frac{\rho_A}{\rho_B} = \frac{m_A}{m_B} = \frac{75}{50} = 1/5 \Rightarrow \rho_A = 1/5 \rho_B (*)$$

چگالی مخلوط برای دو مایع A و B برابر است با:

$$\rho_{\text{مخلوط}} = \frac{\rho_A V_A + \rho_B V_B}{V_A + V_B} \xrightarrow{(*)} \frac{\rho_B V_A + \rho_B V_B}{V_A + V_B} \rightarrow$$

$$\rho_{\text{مخلوط}} = \frac{1/5 \rho_B \times 4 + \rho_B \times 6}{4 + 6} = \frac{12 \rho_B}{10} = 1/2 \rho_B$$

(فیزیک ۱- صفحه‌های ۱۶ تا ۱۸)



شیمی ۲

گزینه ۳» ۱۱۱

(امیرعلی برفورداریون)

بررسی موارد نادرست:

الف) توضیحات داده شده مربوط به عنصر ژرمانیم می باشد که نماد آن (Ge) است.

ب) عنصر قلع (Sn) رسانای گرمایی و الکتریکی بالایی دارد و در اثر ضربه خرد نمی شود.

(شیمی ۲- قدر هدایای زمینی را برانیم: صفحه های ۷ و ۸)

گزینه ۳» ۱۱۲

(مس لشکری)

تنها عبارت «ب» نادرست است.

بررسی برخی عبارات:

ب) در یک دوره شعاع اتم ها از چپ به راست کاهش می یابد.



ت) تمایل اتم ${}_{11}\text{Na}$ برای از دست دادن الکترون بیشتر از ${}_{12}\text{Mg}$ است زیرا فلزات گروه اول واکنش پذیری بیشتری از گروه دوم دارند.

(شیمی ۲- قدر هدایای زمینی را برانیم: صفحه های ۹ تا ۱۳)

گزینه ۴» ۱۱۳

(ممد رضا پوریاوید)

عبارت اول تنها مورد نادرست در مورد این عناصر است.

فلزهای دسته d در مقایسه با فلزهای دسته s واکنش پذیری کمتری دارند و سرعت کدر شدن آن ها کمتر است.

(شیمی ۲- قدر هدایای زمینی را برانیم: صفحه های ۱۴ تا ۱۷)

گزینه ۲» ۱۱۴

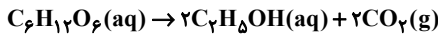
(رسول عابدینی زواره)

خصلت فلزی در یک گروه از بالا به پایین افزایش می یابد. بنابراین با افزایش خصلت فلزی در گروه هفدهم جدول دوره ای، شعاع اتمی و جرم اتمی میانگین افزایش می یابد، اما نسبت شمار الکترون ظرفیتی به شمار پروتون ها و واکنش پذیری آن ها کاهش می یابد.

(شیمی ۲- قدر هدایای زمینی را برانیم: صفحه های ۶ تا ۱۴)

گزینه ۴» ۱۱۵

(ممدرفسن ممدزاده مقدم)



$$? \text{ mL C}_7\text{H}_5\text{OH} = 355 \text{ mL CO}_2 \times \frac{0 / 44 \text{ g CO}_2}{1000 \text{ mL CO}_2}$$

$$\times \frac{1 \text{ mol CO}_2}{44 \text{ g CO}_2} \times \frac{2 \text{ mol C}_7\text{H}_5\text{OH}}{2 \text{ mol CO}_2} \times \frac{1000 \text{ mL C}_7\text{H}_5\text{OH}}{0 / 1 \text{ mol C}_7\text{H}_5\text{OH}}$$

$$= 35 / 5 \text{ mL C}_7\text{H}_5\text{OH}(\text{aq})$$

با توجه به این که CO_2 و $\text{C}_7\text{H}_5\text{OH}$ هر دو فراورده هستند نیازی به محاسبه بازده نمی باشد.

(شیمی ۲- صفحه های ۲۲ تا ۲۵)

گزینه ۱» ۱۱۶

(امین نوروزی)

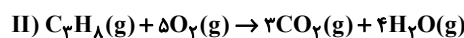
$$? \text{ LH}_2 = 480 \text{ g Fe}(\text{خالص}) \times \frac{60 \text{ g خالص}}{100 \text{ g خالص}} \times \frac{1 \text{ mol Fe}}{56 \text{ g Fe}}$$

$$\times \frac{1 \text{ mol LH}_2}{1 \text{ mol Fe}} \times \frac{22 / 4 \text{ LH}_2}{1 \text{ mol LH}_2} = 115 / 2 \text{ LH}_2$$

(شیمی ۲- قدر هدایای زمینی را برانیم: صفحه های ۲۲ تا ۲۵)

گزینه ۴» ۱۱۷

(غرزاد رضایی)

ابتدا واکنش ها را موازنه می کنیم و سپس مقدار خالص NaNO_3 را به دست می آوریم:

$$\text{جرم ماده خالص} = \frac{\text{جرم ماده خالص}}{\text{جرم ماده ناخالص}} \times 100$$

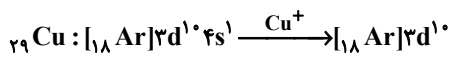
$$\Rightarrow 37 / 5 = \frac{x \text{ g NaNO}_3}{34} \times 100 \Rightarrow x = \frac{34 \times 3}{8} \text{ g NaNO}_3$$

اکنون مقدار O_2 تولیدی در واکنش (I) را به دست می آوریم:

$$? \text{ mol O}_2 = \frac{34 \times 3}{8} \text{ g NaNO}_3 \times \frac{1 \text{ mol NaNO}_3}{85 \text{ g NaNO}_3}$$

$$\times \frac{1 \text{ mol O}_2}{2 \text{ mol NaNO}_3} \times \frac{80}{100} = \frac{3}{50} \text{ mol O}_2$$

بازده



$3d^1$ یک زیرلایه با $n+l = 5$ است.

مورد پنجم: در واکنش اول با مصرف ۱ مول فلز پتاسیم، ۰/۵ مول فلز آهن تولید می‌شود و در واکنش دوم با مصرف ۱ مول فلز منیزیم، ۲ مول فلز مس تولید می‌شود.

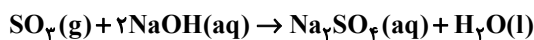
اتم $\text{mol} / 5 = 1 / 5 \text{ mol} = 0.2 \text{ mol} =$ اختلاف مول اتم‌های فلز آزاد شده

$$\text{اتم} \frac{6/02 \times 10^{23}}{1 \text{ mol اتم}} = 9/03 \times 10^{23} \text{ اتم}$$

(شیمی ۲- قدر هدایای زمینی را برانیم: صفحه‌های ۱۱ تا ۱۳، ۱۵ و ۱۶ و ۱۹ تا ۲۲)

۱۲۰- گزینه «۱»

(سیدرفیم هاشمی‌دهکردی)



ابتدا، محاسبه مقدار عملی

$$300 \text{ mL NaOH} \times \frac{1 \text{ L NaOH}}{1000 \text{ mL NaOH}} \times \frac{0.5 \text{ mol NaOH}}{1 \text{ L NaOH}}$$

$$\times \frac{1 \text{ mol SO}_3}{2 \text{ mol NaOH}} \times \frac{1 \text{ mol Sc}_2(\text{SO}_4)_3}{3 \text{ mol SO}_3}$$

$$\times \frac{378 \text{ g Sc}_2(\text{SO}_4)_3}{1 \text{ mol Sc}_2(\text{SO}_4)_3} \times \frac{100 \text{ g Sc}_2(\text{SO}_4)_3}{80 \text{ g Sc}_2(\text{SO}_4)_3} \text{ خالص}$$

$$\approx 1/181 \text{ g Sc}_2(\text{SO}_4)_3$$

$$\text{مقدار نظری} \times 100 = \text{مقدار عملی} = \text{بازده درصدی}$$

$$\Rightarrow 50 = \frac{1/181}{\text{مقدار نظری}} \times 100 \Rightarrow \text{جرم نمونه} \approx 2/36 \text{ g}$$

(شیمی ۲- قدر هدایای زمینی را برانیم: صفحه‌های ۲۲ تا ۲۵)

اکنون مقدار گاز تولیدی را در واکنش (II) برحسب لیتر به دست می‌آوریم:

$$\text{گاز} \frac{21}{10} \text{ L} = \frac{25 \text{ L گاز}}{1 \text{ mol گاز}} \times \frac{3 \text{ mol O}_2}{5} \times \frac{1 \text{ mol گاز}}{5} = 2/1 \text{ L گاز}$$

(شیمی ۲- قدر هدایای زمینی را برانیم: صفحه‌های ۲۲ تا ۲۵)

۱۱۸- گزینه «۲»

(ممدرضا پوریاوید)

بررسی عبارت‌های نادرست:

پ: شبه‌فلزها از نظر شیمیایی خواصی یکسان نافلزها دارند و خواص فیزیکی آنها به فلزها شباهت دارد.

ت: ${}_{21}\text{Sc}$ اولین عنصر دوره چهارم جدول دوره‌ای نیست، بلکه ${}_{19}\text{K}$ اولین عنصر این دوره به شمار می‌رود.

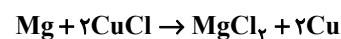
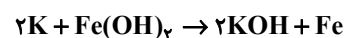
(شیمی ۲- قدر هدایای زمینی را برانیم: صفحه‌های ۶ تا ۱۲، ۱۶ و ۱۸)

۱۱۹- گزینه «۲»

(امیرمسین طیبی)

فقط مورد دوم نادرست است.

واکنش‌های کامل شده:



بررسی همه موارد:

مورد اول: چون واکنش‌پذیری اتم فلز تنها از فلز موجود در ترکیب بیشتر است، در نتیجه واکنش انجام‌پذیر است و واکنش‌دهنده‌ها به فرآورده‌هایی با پایداری بیشتر تبدیل می‌شوند.

مورد دوم: $\text{Fe}(\text{OH})_2$ یک رسوب سبزرنگ می‌باشد.

مورد سوم: به علت شعاع اتمی بیشتر Ca نسبت به Mg ، واکنش‌پذیری بیشتری داشته و سرعت واکنش افزایش خواهد یافت.

مورد چهارم: فلز Cu به صورت کاتیون Cu^+ در ترکیب CuCl وجود دارد.



شیمی ۳

گزینه ۱»

(ممد کوهستانیان)

حفاری‌های باستانی از شهر بابل نشان می‌دهد که چند هزار سال پیش از میلاد، انسان‌ها به همراه آب از موادی شبیه صابون امروزی برای نظافت و پاکیزگی استفاده می‌کردند.

(شیمی ۳ - صفحه‌های ۱ تا ۹)

گزینه ۱»

(امیرعلی برفوراریون)

بررسی گزینه‌های نادرست:

گزینه ۲: «صابون همه لکه‌ها را به یک اندازه از بین نمی‌برد، زیرا نوع پارچه، دما، نوع آب و نیز نوع و مقدار صابون بر روی قدرت پاک‌کنندگی آن تاثیر دارد.

گزینه ۳: «ساده‌ترین و مؤثرترین راه پیشگیری از بروز بیماری وبا، رعایت بهداشت فردی و همگانی است.

گزینه ۴: «با توجه به نمودار صفحه ۲ کتاب درسی، با گذشت زمان، امید به زندگی افزایش یافته و به دنبال آن، جمعیت افراد بالای ۸۰ سال بیشتر شده است.

(شیمی ۳ - صفحه‌های ۱ تا ۹)

گزینه ۴»

(ممد عظیمیان زواره)

اسیدهای چرب، زنجیره‌های بلند کربنی هستند که به گروه‌های کربوکسیل انتهایی (COOH) ختم می‌شوند.

(شیمی ۳ - صفحه‌های ۱ تا ۹)

(مطابق «فرد را بیازمایید» صفحه‌های ۲ و ۳، «با هم بیندیشیم» صفحه‌های ۵ و ۶)

گزینه ۳»

(روزبه رضوانی)

بعد از انحلال صابون یون سدیم جداشده و سر آب‌دوست صابون دارای بار منفی خواهد بود (سمت ۲) و سمت دیگر صابون انتهای گروه هیدروکربنی است که به واسطه نیروی ناطقی (واندرالس) با لکه چربی جاذبه برقرار می‌کند.

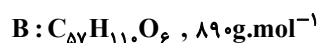
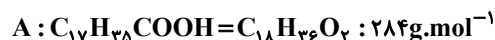
(شیمی ۳ - صفحه ۸)

گزینه ۲»

(علیرضا کیانی دوست)

مورد اول درست است. زیرا هر دو مولکول ناطقی هستند. در مولکول A بخش ناطقی بر قطبی غلبه دارد.

مورد دوم درست است.



$$\frac{\text{g}}{\text{mol}} = 890 - 284 = 606$$

مورد سوم نادرست است.



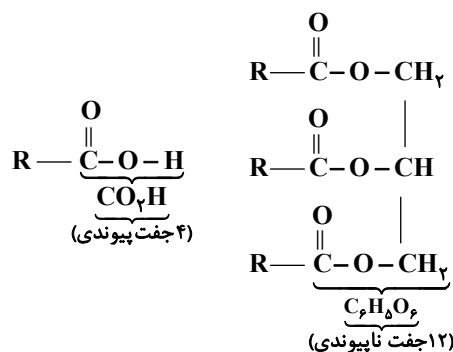
$$? LCO_2 = 89 \text{ g } C_{57}H_{110}O_6 \times \frac{1 \text{ mol}}{890 \text{ g}} \times \frac{57 \text{ mol } CO_2}{1 \text{ mol } C_{57}H_{110}O_6}$$

$$\times \frac{22}{4} LCO_2 = 127 / 68 LCO_2$$

مورد چهارم درست است. گاز بوتان برای پر کردن فنک استفاده می‌شود.

نیروی بین مولکولی غالب در این مولکول‌ها از نوع وان‌درالس است.

مورد پنجم درست است.



(شیمی ۳ - مولکول‌ها در فرمت تندرستی: صفحه‌های ۴ تا ۶)

(مرتبط با صفحه ۵ کتاب درسی، با هم بیندیشیم)

گزینه ۴»

(مینا شرافتی‌پور)

صابون مورد نظر مایع بوده و فرمول آن به صورت RCOOK است که در آن، C_nH_{2n+1} می‌باشد. طبق گفته صورت سؤال، تعداد کربن‌های زنجیره هیدروکربنی برابر ۱۵ بوده و فرمول صابون به صورت $C_{15}H_{31}CO_2K$ خواهد بود.



پس ۲۵٪ NaOH خالص واکنش نداده است.

$$100\text{gNaOH} \times \frac{40}{100} \times \frac{25}{100} = 10\text{gNaOH}$$

⇐ فرمول صابون: $C_{18}H_{37}COONa$

$$100\text{gNaOH} \times \frac{40\text{g خالص}}{100\text{g ناخالص}} \times \frac{1\text{molNaOH}}{40\text{gNaOH}} \times \frac{1\text{mol صابون}}{1\text{molNaOH}}$$

$$\frac{320\text{g صابون}}{100\text{ صابون}} \times \frac{75}{100} = 240\text{g صابون}$$

(شیمی ۳- صفحه‌های ۴ تا ۶)

۱۲۹- گزینه «۳» (ممد عظیمیان زواره)

عبارت‌های (آ)، (ب) و (ث) درست‌اند.

بررسی عبارت‌ها:

عبارت (آ): فرمول مولکولی این ترکیب و استر سه عاملی موجود در روغن

زیتون به ترتیب $C_{57}H_{110}O_6$ و $C_{57}H_{104}O_6$ می‌باشد.

تفاوت شمار اتم‌های هیدروژن در این مولکول‌ها برابر ۶ است.

عبارت (ب): از سوختن کامل هر مول از آن ۵۵ مول H_2O تولید می‌شود.

عبارت (پ): $CH_3(CH_2)_6COO^-K^+$ یک صابون مایع می‌باشد.

عبارت (ت): فرمول مولکولی اسید چرب سازنده آن به صورت

$CH_3(CH_2)_6COOH$ و بخش ناقطبی این اسید دارای ۱۷ اتم کربن است.

عبارت (ث): از واکنش هر مول از آن با ۳ مول NaOH می‌توان ۳ مول

صابون جامد به دست آورد.

(شیمی ۳- صفحه‌های ۴ تا ۸)

۱۳۰- گزینه «۳» (عمید زینی)

فرمول مولکولی اتیلن گلیکول $C_2H_6O_2$ است.

(شیمی ۳- مولکول‌ها در فرمت تندرستی: صفحه‌های ۴ تا ۶)

(مرتبط با صفحه ۴ کتاب درسی، فور را بیازمایید)

$$? \text{kg صابون} = 4 / 175 \text{kgK} \times \frac{1 \text{molK}}{39 \text{gK}} \times \frac{1 \text{mol صابون}}{1 \text{molK}}$$

$$\times \frac{294 \text{g صابون}}{1 \text{mol صابون}} = 36 / 75 \text{kg صابون}$$

در این کارخانه روزانه ۳۶/۷۵ کیلوگرم صابون تولید می‌شود. پس در یک

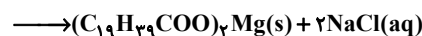
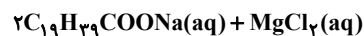
ماه ۱۱۰۲/۵ کیلوگرم صابون تولید می‌شود.

(شیمی ۳- صفحه‌های ۵ و ۶)

۱۲۷- گزینه «۲» (میینا شراختی‌پور)

فرمول صابون جامد ۲۰ کربنه به صورت $C_{19}H_{39}COO^-Na^+$ می‌باشد و

واکنش این صابون با منیزیم کلرید به صورت زیر است:



از غلظت نمک خوراکی (NaCl) حاصل به مقدار صابون شرکت کرده در

واکنش می‌رسیم:

$$? \text{g صابون} = 4 \text{L} \times \frac{2 / 5 \times 10^{-3} \text{molNaCl}}{1 \text{L محلول}} \times \frac{2 \text{mol صابون}}{2 \text{molNaCl}}$$

$$\times \frac{334 \text{g صابون}}{1 \text{mol صابون}} = 3 / 34 \text{g صابون}$$

$$= \frac{16 / 7 - 3 / 34}{16 / 7} \times 100 = 80\% = \text{درصد صابون شرکت نکرده در واکنش}$$

(شیمی ۳- صفحه‌های ۵، ۶، ۸ و ۹)

۱۲۸- گزینه «۲» (میینا شراختی‌پور)

$$4 / 32 \text{g AB} \times \frac{100 \text{gH}_2\text{O}}{32 \text{gAB}} = 13 / 5 \text{gH}_2\text{O}$$

$$100 \text{gNaOH} \times \frac{40 \text{g خالص}}{100 \text{g ناخالص}} \times \frac{1 \text{molNaOH}}{40 \text{gNaOH}} \times \frac{1 \text{molH}_2\text{O}}{1 \text{molNaOH}}$$

$$\times \frac{18 \text{gH}_2\text{O}}{1 \text{molH}_2\text{O}} \times \frac{x}{100} = 13 / 5 \text{gH}_2\text{O} \Rightarrow x = 75\%$$



شیمی ۱

۱۳۱- گزینه «۲»

(سالار ملکی)

تعداد الکترونهای X^{2+} برابر با $n+m$ و تعداد نوترونهای E^- برابر با $n-m$ است. بنابراین:

$$\frac{n+m}{n-m} = 2 \Rightarrow n+m = 2n-2m \Rightarrow 3m = n$$

برای یافتن تعداد نوترونهای Z داریم:

$$6m + 7 - 2n - 2 = 2(3m - n) + 5 = 5$$

(شیمی ۱- صفحه‌های ۵ و ۱۵)

۱۳۲- گزینه «۳»

(مبینا شرافتی پور)

بررسی گزینه‌ها:

گزینه «۱»: پرتوی D مربوط به رنگ بنفش است که بیشترین انرژی و کمترین طول موج را میان رنگ‌های رنگین کمان دارد.

گزینه «۲»: پرتوی A به رنگ سرخ بوده که هم‌رنگ با رنگ شعله فلز لیتیم (سبک‌ترین عنصر دوره دوم جدول تناوبی) می‌باشد.

گزینه «۳»: پرتوی C، آبی رنگ است. با این‌که در طیف نشری خطی هیدروژن و لیتیم طیف آبی رنگ وجود دارد، اما طول موج آن‌ها با هم متفاوت است.

گزینه «۴»: میزان انحراف B (سبز) از انحراف D (بنفش) کمتر و از انحراف A (سرخ) بیشتر است.

(شیمی ۱- صفحه‌های ۲۰، ۲۲، ۲۳)

۱۳۳- گزینه «۱»

(یعفر رحیمی)

ابتدا جرم اتمی میانگین لیتیم را به دست می‌آوریم:

$$\bar{M} = \frac{M_1F_1 + M_2F_2}{100} = \frac{(7 \times 94) + (6 \times 6)}{100} = 6.94 \text{ amu}$$

سپس با استفاده از جرم مولی LiCl، جرم اتمی میانگین Cl را به دست می‌آوریم:

جرم اتمی میانگین Li + جرم اتمی میانگین Cl = جرم مولی LiCl

$$\Rightarrow 42 / 44 = \text{جرم اتمی میانگین Cl}$$

$$\Rightarrow \text{جرم اتمی میانگین Cl} = 35 / 5 \text{ amu}$$

در پایان درصد فراوانی ایزوتوپ سنگین‌تر کلر را به دست می‌آوریم:

$$35 / 5 = \frac{35(100 - f_p) + 37f_p}{100} \Rightarrow f_p = 25\%$$

LiCl دارای یک اتم لیتیم و یک اتم کلر می‌باشد بنابراین برای لیتیم دو مورد و برای کلر دو مورد می‌توان گذاشت:

$$6 + 35 = 41 \text{ g.mol}^{-1}$$

$$6 + 37 = 43 \text{ g.mol}^{-1}$$

$$7 + 35 = 42 \text{ g.mol}^{-1}$$

$$7 + 37 = 44 \text{ g.mol}^{-1}$$

(شیمی ۱- کیهان، زادگاه الفبای هستی؛ صفحه‌های ۵ و ۱۵)

۱۳۴- گزینه «۳»

(سهند رامی پور)

$$\left. \begin{array}{l} n+p=107 \\ p=e+2 \\ e=\frac{3}{4}n \end{array} \right\} \Rightarrow n + \frac{3}{4}n + 2 = 107 \Rightarrow n = 60, p = 107 - 60 = 47$$

(شیمی ۱- کیهان، زادگاه الفبای هستی؛ صفحه ۵)

۱۳۵- گزینه «۲»

(غریزاد رضایی)

رایزوتوپ A و B در طول ۴ ساعت به ترتیب ۸ و ۴ نیم عمر طی می‌کنند

$$T = 30 \text{ min} \quad \text{پس:}$$

$$A \xrightarrow{T} \frac{A}{2} \xrightarrow{T} \frac{A}{4} \xrightarrow{T} \frac{A}{8} \xrightarrow{T} \frac{A}{16} \xrightarrow{T} \frac{A}{32}$$

$$\xrightarrow{T} \frac{A}{64} \xrightarrow{T} \frac{A}{128} \xrightarrow{T} \frac{A}{256}$$

$$T' = 60 \text{ min} \quad \frac{A}{256} \text{ : مقدار باقی مانده A پس از ۴ ساعت}$$

$$B \xrightarrow{T'} \frac{B}{2} \xrightarrow{T'} \frac{B}{4} \xrightarrow{T'} \frac{B}{8} \xrightarrow{T'} \frac{B}{16}$$

$$\frac{15}{16} B \text{ : مقدار تجزیه شده B پس از ۴ ساعت}$$

$$\frac{A}{256} = \frac{15}{16} B \rightarrow \frac{A}{B} = 15 \times 16 = 240$$

$$\frac{A \text{ جرم مولی}}{B \text{ جرم مولی}} = \frac{A \text{ گرم}}{B \text{ گرم}} \times \frac{B \text{ مول}}{A \text{ مول}} = 240$$

(شیمی ۱- کیهان، زادگاه الفبای هستی؛ صفحه ۶)



۱۳۶- گزینه ۳»

(سیدرضا رضوی)

در زمان تشکیل سبحایی، دما کاهش می‌یابد.

(شیمی ۱-کیهان، زاگله الفبای هستی؛ صفحه‌های ۳، ۴ و ۱۵)

۱۳۷- گزینه ۳»

(حامد اسماعیلی)

ذره‌های زیر اتمی باردار غالب در یون HXO_4^- ، همان الکترون‌ها هستند.اگر شمار پروتون‌های عنصر مجهول را X در نظر بگیریم، شمار الکترون‌های

این یون به صورت زیر قابل محاسبه است:

$$[(1 \times 1) + (X \times 1) + (4 \times 8) + 1] = 34 + X$$

شمار پروتون‌ها در یون « PF_6^- » نیز برابر با مجموع شمار پروتون‌های یک

اتم فسفر و شش اتم فلوئور است؛ پس مجموع شمار پروتون‌های این یون برابر

با $69 = [(1 \times 15) + (6 \times 9)]$ است؛ بنابراین نسبت خواسته شده برابر با

$$\frac{34 + X}{69} \text{ است. از آنجا که این نسبت در صورت سوال برابر } \frac{17}{23} \text{ است،}$$

$$\frac{34 + X}{69} = \frac{17}{23} = \frac{51}{69} \Rightarrow X = 17$$

می‌توان نوشت:

با توجه به اینکه شمار پروتون‌های این اتم برابر با کلر (${}_{17}\text{Cl}$) ۱۷ است،پس عنصر مورد نظر همان (${}_{17}\text{Cl}$) ۱۷ است.

(شیمی ۱-کیهان، زاگله الفبای هستی؛ صفحه‌های ۵ و ۱۵)

۱۳۸- گزینه ۲»

(مهمدرضا پوریاوید)

ایزوتوپ‌های یک عنصر از نظر پایداری در طبیعت، نقطه ذوب و جوش چگالی،

(ویژگی‌های فیزیکی وابسته به جرم) عدد جرمی و تعداد نوترون‌ها (ذره‌های

زیراتمی خنثی) با یکدیگر تفاوت دارند.

(شیمی ۱-کیهان، زاگله الفبای هستی؛ صفحه‌های ۵ و ۶)

۱۳۹- گزینه ۲»

(مهمدرضا پوریاوید)

عبارت اول و سوم درست است.

بررسی عبارت‌های نادرست:

مورد دوم) از تکنسیم برای تشخیص بیماری تیروئید استفاده می‌شود و نه

برای درمان آن.

مورد چهارم) نخستین عنصر ساخته شده در راکتور هسته‌ای ${}^{99}\text{Tc}$ است که

دارای ۴۳ پروتون و ۵۶ نوترون است که ۱۳ واحد با یکدیگر اختلاف دارند.

(شیمی ۱-کیهان، زاگله الفبای هستی؛ صفحه‌های ۶ تا ۸، ۱۴ و ۱۵)

۱۴۰- گزینه ۱»

(امیرحسین طیبی)

ابتدا به کمک اطلاعاتی که در مورد تعداد اتم‌ها داده شده است، جرم اتمی

میانگین عنصر A را محاسبه می‌کنیم.

$$? \text{ atom} = 523 / \Delta g \text{ AF}_3 \times \frac{1 \text{ mol AF}_3}{\text{Mg AF}_3} \times \frac{4 \text{ mol atom}}{1 \text{ mol AF}_3}$$

$$\times \frac{6 / 0.2 \times 10^{23} \text{ atom}}{1 \text{ mol atom}} = 1 / 20.4 \times 10^{25} \text{ atom}$$

$$\Rightarrow M = 104 / \text{yg} \cdot \text{mol}^{-1} = \bar{M}_A + 3\bar{M}_F = \bar{M}_A + 3(19)$$

$$\Rightarrow \bar{M}_A = 47 / \text{yg} \cdot \text{mol}^{-1}$$

سپس به محاسبه درصد فراوانی ایزوتوپ‌ها می‌پردازیم:

$$\begin{cases} F_1 + F_2 + F_3 = 100 \\ F_1 + F_3 = F_2 + 20 \end{cases} \Rightarrow F_2 = 40$$

فراوانی‌های ایزوتوپ‌ها را به صورت $F_1 = x$ ، $F_2 = 40$ ، $F_3 = 60 - x$ و $F_1 = x$ در نظر می‌گیریم.

$$\bar{M} = \frac{M_1 F_1 + M_2 F_2 + M_3 F_3}{F_1 + F_2 + F_3}$$

$$\Rightarrow 47 / 7 = \frac{46x + (48 \times 40) + 49(60 - x)}{100}$$

$$\Rightarrow x = 30 \Rightarrow F_1 = 30\%, F_2 = 40\%, F_3 = 30\%$$

$$\frac{49 \text{ A فراوانی}}{46 \text{ A فراوانی}} = \frac{30}{30} = 1$$

(شیمی ۱-کیهان، زاگله الفبای هستی؛ صفحه‌های ۶، ۱۳ تا ۱۹)



دفترچه پاسخ

آزمون هوش و استعداد
(دوره دوم)
۳ مرداد

تعداد کل سوالات آزمون: ۲۰
زمان پاسخ‌گویی: ۳۰ دقیقه

گروه فنی تولید

حمید لنجان‌زاده اصفهانی	مسئول آزمون
فاطمه راسخ	ویراستار
محیا اصغری	مدیر گروه مستندسازی
علیرضا همایون‌خواه	مسئول درس مستندسازی
حمید اصفهانی، فاطمه راسخ، حمید گنجی، حامد کریمی، سپهر حسن‌خان‌پور، فرزاد شیرمحمدلی	طراحان
معصومه روحانیان	حروف‌چینی و صفحه‌آرایی
حمید عباسی	ناظر چاپ

استعداد تحلیلی

۲۵۱- گزینه ۳»

(مامد کریمی)

دزه بین برای بزرگنمایی است نه اندازه گیری، اما دیگر وسایل برای اندازه گیری زمان، فشار و وزن به کار می روند.

(هوش کلامی)

۲۵۲- گزینه ۳»

(سپهر حسن فان پور)

معلوم است که روی تخته سیاه با گچ می نویسند و روی وایت بورد با ماژیک. دسته دومی نیز جدیدتر است.

(هوش کلامی)

۲۵۳- گزینه ۱»

(ممیر اصفهانی)

متن می گوید مأمون به دو فرزندش دستور داده بود هر گاه معلّم برمی خاست تا کفش بپوشد و برود، هر یک از دو فرزند بدونند و یکی از دو لنگه کفش معلّم را پیش پای او بگذارند تا او خم نشود و راحت کفش بپوشد. این نشانه احترامی است که جایگاه معلّم دارد.

(هوش کلامی)

۲۵۴- گزینه ۱»

(سپهر حسن فان پور)

متن می گوید آدمی باید نخست خود از دیگری علم بیاموزد و سپس ادعای آموزگاری کند.

(هوش کلامی)

۲۵۵- گزینه ۳»

(مامد کریمی)

طبق متن، نظرات وبر در انکار نقش کاربما در مشروعیت بخشی به حاکم نیست، اما می گوید این که قوانین و نهادهای سیاسی در جوامع مدرن تعیین کننده اند، یعنی مشروعیت قانونی عقلانی مهمتر است.

(هوش کلامی)

۲۵۶- گزینه ۲»

(مامد کریمی)

جان لاک معتقد بود اگر حکومتی حقوق طبیعی مردم را نقض کند، مردم حق این را دارند که برای تغییر آن اقدام کنند.

(هوش کلامی)

۲۵۷- گزینه ۳»

(مامد کریمی)

چه نمونه رفتارهایی ممکن است عامل کاهش رضایت عمومی و بحران مشروعیت یک حکومت باشد؟ فساد، ناکارآمدی، سرکوب و یا نارضایتی اجتماعی. دو پرسش دیگر در متن پاسخ نگرفته اند.

(هوش کلامی)

۲۵۸- گزینه ۱»

(مامد کریمی)

کافی است به این نکته توجه کنیم که حسن و یعقوب برادرند و فرزندان ایشان پسرعموی یکدیگرند. معلوم است که ما از نسبت بین مادران این دو اطلاعی نداریم.

(هوش منطقی ریاضی)

۲۵۹- گزینه ۲»

(مامد کریمی)

حسن برادر مه پاره است، پس حسن، دایی فرزند مه پاره است. معلوم است که پسر حسن، پسر دایی فرزند مه پاره است. زن حسن، خواهر شوهر مه پاره است. پس زن حسن برای فرزند مه پاره، عمه است. معلوم است که پسر حسن، پسر عمه مه پاره هم هست.

(هوش منطقی ریاضی)

۲۶۰- گزینه ۴»

(مامد کریمی)

پسر حسن، با دختر برادر زن عموی خود ازدواج کرده است. پس زن عموی پسر حسن، برای آن دختر، عمه است. پس زن عموی حسن، عمه زن پسر حسن است.

(هوش منطقی ریاضی)

۲۶۱- گزینه ۱»

(ممیر اصفهانی)

ابتدا جدول را کامل می کنیم. امین کوچکترین فرزند است. امیر بزرگترین فرزند نیست. اصغر نیز بزرگترین فرزند نیست. پس بزرگترین فرزند اکبر است. او کمربند دارد. فقط یک نفر از آن که کراوات دارد بزرگتر است، پس آن که کراوات دارد بیست سال دارد. امیر کراوات ندارد. پس امیر هفده سال دارد و اصغر بیست سال.

سن	۲۲	۲۰	۱۷	۱۴
نام	اکبر	اصغر	امیر	امین
رنگ پیراهن				
لباس دیگر	کمربند	کراوات		

آن که پاپیون دارد، پیراهنش آبی است و کوچکترین فرزند نیست. یعنی امین نیست، پس امیر است. آن که نه کمربند دارد، نه کراوات و نه پاپیون، یعنی امین، قرمز پوشیده است. رنگ پیراهن اکبر و اصغر هم معلوم نیست.

سن	۲۲	۲۰	۱۷	۱۴
نام	اکبر	اصغر	امیر	امین
رنگ پیراهن	معلوم نیست	معلوم نیست	آبی	قرمز
لباس دیگر	کمربند	کراوات	پاپیون	ندارد

طبق جدول، اصغر کراوات زده است.

(هوش منطقی ریاضی)

۲۶۲- گزینه ۳»

(ممید اصفهانی)

طبق جدول پاسخ قبلی، آن که پاپیون زده است، آبی پوشیده است.

(هوش منطقی ریاضی)

۲۶۳- گزینه ۴»

(ممید اصفهانی)

طبق جدول پاسخ‌های قبلی، آن که کمربند دارد، اکبر است که ۲۲ سال دارد.

(هوش منطقی ریاضی)

۲۶۴- گزینه ۲»

(ممید اصفهانی)

طبق داده‌های بالا، معلوم است که رنگ پیراهن اکبر و اصغر معلوم نیست.

(هوش منطقی ریاضی)

۲۶۵- گزینه ۲»

(ممید کنهی)

کارخانه طبق نمودار در فصل‌های بهار و پاییز سودده بوده است، ولی میزان سود در این ماه‌ها طبق نمودار، دقیق قابل مقایسه نیست. حتی اگر تقریبی هم بگوییم، به نظر می‌رسد فصل پاییز سوددهی بیشتری داشته است.

(هوش منطقی ریاضی)

۲۶۶- گزینه ۳»

(فاطمه راسخ)

یکی از نقطه‌ها در همه شکل‌ها در محل اشتراک دایره‌ها و مربع است. این فضا در گزینه ۳» اصلاً نیست. دیگر نقطه‌ها جایگاه نسبی مشابهی دارند.

(هوش غیرکلامی)

۲۶۷- گزینه ۲»

(فاطمه راسخ)

تعداد پاره‌خط‌های شکل بیرونی در همه شکل‌ها، دقیقاً یکی بیش‌تر از تعداد پاره‌خط‌های شکل درونی است، به‌جز گزینه ۲».

(هوش غیرکلامی)

۲۶۸- گزینه ۴»

(فاطمه راسخ)

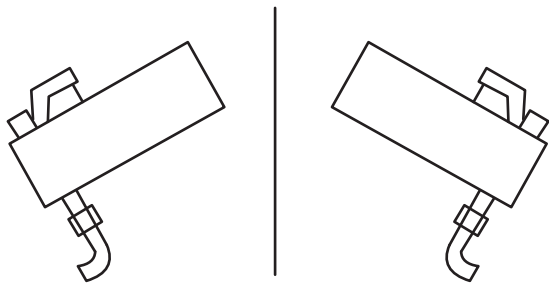
در همه شکل‌ها، دایره‌ای هست و دو چندضلعی. همواره بخش مشترک دایره با آن چندضلعی که تعداد اضلاع کم‌تری دارد، رنگی است به‌جز گزینه ۴».

(هوش غیرکلامی)

۲۶۹- گزینه ۲»

(ممید کنهی)

تقارن مدنظر:

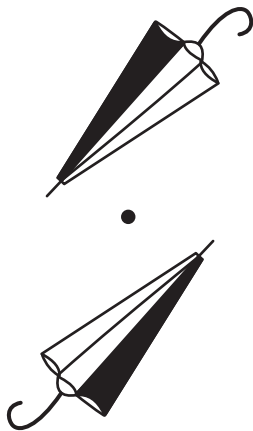


(هوش غیرکلامی)

۲۷۰- گزینه ۴»

(غرزاد شیرممنانی)

تقارن مدنظر:



(هوش غیرکلامی)