دفترچه پاسخ

بنیاد علمی آموزشی قلم‌چی (وقف عام)

آزمون ۲۳ خرداد ۱۴۰۴

اختصاصی دوازدهم ریاضی

	نام درس	نام طراحان
اختصاصی	ریاضی‌پایه و حسابان ۲	علی آزاد-روح اله حسنی-افشین خاصه‌خان-سینا خیرخواه-مریم زارعی-محمد زنگنه-علی سلامت-حامد قاسمیان کیان کریمی‌خراسانی-مهسان گودرزی-رضا ماجدی-مهدی نعمتی-غلامرضا نیازی-جهانبخش نیکنام
	هندسه و آمارو ریاضیات گسسته	عباس الهی- علی ایمانی-آرین تفضلی‌زاده-روح اله حسنی-افشین خاصه‌خان-محمد خندان-علیرضا شریف‌خطیبی احمدرضا فلاح-نیلوفر مهدوی
	فیزیک	مهران اسماعیلی-حسین الهی-عبدالرضا امینی‌نسب-بهزاد آزادفر-زهره آقامحمدی-علیرضا جباری محسن سلماسی‌وند-بهنام شاهینی-معصومه شریعت‌ناصری-پوریا علاقه‌مند-مصطفی کیانی-پیام مرادی محمدکاظم منشادی-محمود منصوری-سیده‌ملیحه میرصالحی-افشین مینو-ابوالفضل نکومنشی‌نژاد
	شیمی	محمدرضا پورجاوید-سعید تیزرو-علی جعفری-محمدرضا جمشیدی-امیر حاتمیان-پیمان خواجوی‌مجد-یاسر راش روزبه رضوانی-حسین شاهسواری-امیرحسین طیبی- امیرمحمد کنگرانی-محسن مجنونی- فرشید مرادی- هادی مهدی‌زاده

گزینشگران و ویراستاران

نام درس	ریاضی‌پایه وحسابان ۲	هندسه و آمارو ریاضیات‌گسسته	فیزیک	شیمی
گزینشگر	کاظم اجلالی	امیرحسین ابومحبوب	مصطفی کیانی	یاسر راش
گروه ویراستاری	امیرحسین ابومحبوب	امیرحسین ابومحبوب امیرمحمد کریمی مهرداد ملوندی	حسین بصیر ترکمبور بهنام شاهینی زهره آقامحمدی	محمدحسن محمدزاده مقدم امیرحسین مسلمی یاسر راش آرش ظریف
ویراستاران رتبه برتر	محمدپارسا سبزه‌ای سیدسپهر متولیان	محمدپارسا سبزه‌ای	سینا صالحی	احسان پنجه‌شاهی فرزاد حلاج‌مقدم
مسئول درس	مهرداد ملوندی	سرژ یقیازاریان تبریزی	حسام نادری	امیرعلی بیات
مستندسازی	سمیه اسکندری	سجاد سلیمی	علیرضا همایون‌خواه	امیرحسین توحیدی
ویراستاران مستندسازی	معصومه صنعت‌کار- علیرضا عباسی‌زاهد- محمدرضا مهدوی		سجاد بهارلویی ابراهیم نوری مهدی صالحی	آرمان ستاری محسن دستجردی آتیلا ذاکری

گروه فنی و تولید

مدیر گروه	مهرداد ملوندی
مسئول دفترچه	نرگس غنی‌زاده
گروه مستندسازی	مدیر گروه: محیا اصغری — مسئول دفترچه: الهه شهبازی
حروفنگار	فرزانه فتح اله‌زاده
ناظر چاپ	سوران نعیمی

گروه آزمون

بنیاد علمی آموزشی قلم‌چی (وقف عام)

دفتر مرکزی: خیابان انقلاب بین صبا و فلسطین – پلاک ۹۲۳ – کانون فرهنگی آموزش – تلفن: ۶۴۶۳-۰۲۱

ریاضیات

۱- **گزینهٔ «۱»** *(مهدی نعمتی)*

جملهٔ عمومی جملات دنباله به صورت $a_n = ۴n - ۳$ است:

$$۱ , ۵ , ۹ , ۱۳ , \ldots$$

تعداد جملات دستهٔ اول تا آخر دستهٔ بیستم برابر است با:

$$۲ + ۳ + ۴ + \ldots + ۲۱ = \frac{۲۱ \times ۲۲}{۲} - ۱ = ۲۳۰$$

در نتیجه: $۴(۲۳۱) - ۳ = ۹۲۱ =$ جملهٔ اول دستهٔ ۲۱ اُم

(ریاضی ۱- مجموعه، الگو و دنباله؛ صفحه‌های ۱۴ تا ۲۴)

۲- **گزینهٔ «۲»** *(علی آزاد)*

با توجه به این‌که یکی از نقاط برخورد دو منحنی بر روی محور yها است، خواهیم داشت:

$$y = ۴x - b \xrightarrow{x=۰} y = -b$$

بنابراین نقطهٔ $(۰ , -b)$ بر روی سهمی نیز قرار دارد:

$$y = -x^۲ + bx + c \xrightarrow{(۰ , -b)} -b = ۰ + ۰ + c \Rightarrow c = -b$$

$$\Rightarrow y = -x^۲ + bx - b \Rightarrow \text{طول رأس سهمی}: x = \frac{-b}{-۲} = \frac{b}{۲}$$

$$\text{عرض رأس سهمی}: y = -(\frac{b}{۲})^۲ + b(\frac{b}{۲}) - b$$

$$= -\frac{b^۲}{۴} + \frac{b^۲}{۲} - b = \frac{b^۲}{۴} - b = ۳ \Rightarrow b^۲ - ۴b - ۱۲ = ۰$$

$$\Rightarrow (b-۶)(b+۲) = ۰ \Rightarrow \begin{cases} b = ۶ \Rightarrow x = ۳ \text{ رأس} & \text{غ ق ق} \\ b = -۲ \Rightarrow x = -۱ \text{ رأس} & \text{ق ق} \end{cases}$$

در نتیجه: $\begin{cases} b = -۲ \\ c = ۲ \end{cases} \Rightarrow bc = -۴$

(ریاضی ۱- معادله‌ها و نامعادله‌ها؛ صفحه‌های ۷۸ تا ۸۲)

۳- **گزینهٔ «۲»** *(جوانبخش نیکنام)*

زمانی نمودار تابع f روی محور xها قرار می‌گیرد که f تابع ثابت باشد، پس:

$$\frac{۱ + m}{۴} = \frac{-۳}{-m} \Rightarrow m^۲ + m - ۱۲ = ۰ \Rightarrow \begin{cases} m = -۴ \\ m = ۳ \end{cases}$$

$$\begin{cases} m = -۴ \Rightarrow f(x) = \frac{-۳x - ۳}{۴x + ۴} \Rightarrow y = -\frac{۳}{۴} \quad , \quad (x \neq -۱) \\ m = ۳ \Rightarrow f(x) = \frac{۴x - ۳}{۴x - ۳} \Rightarrow y = ۱ \quad , \quad (x \neq \frac{۳}{۴}) \end{cases}$$

در نتیجه مجموع مجذورهای مقادیر k برابر می‌شود با: $\frac{۹}{۱۶} + ۱ = \frac{۲۵}{۱۶}$

(ریاضی ۱- تابع؛ صفحه‌های ۱۰۹ و ۱۱۰)

۴- **گزینهٔ «۴»** *(محمد زنگنه)*

در یک شش‌ضلعی منتظم به طول ضلع a، اندازهٔ هر زاویهٔ داخلی ۱۲۰°، اندازهٔ قطر کوچک $AE = \sqrt{۳}a$ و اندازهٔ قطر بزرگ $BE = ۲a$ می‌باشد. بنابراین:

$$\frac{S_{AEM}}{S_{FAE}} = \frac{\frac{۱}{۲}AE \times AM}{\frac{۱}{۲}FE \times AF \times \sin ۱۲۰^\circ} = \frac{\sqrt{۳}a \times \frac{۱}{۲}a}{a \times a \times \frac{\sqrt{۳}}{۲}} = ۱$$

(ریاضی ۱- مثلثات؛ صفحهٔ ۳۳)

۵- **گزینهٔ «۲»** *(روح‌اله حسنی)*

طبق فرض داریم:

		سرعت متوسط	زمان
رفت	x	v	$t_۱$
برگشت	x	$v - ۲$	$t_۲$

$$\Rightarrow \begin{cases} v = \frac{x}{t_۱} \Rightarrow t_۱ = \frac{x}{v} \\ v - ۲ = \frac{x}{t_۲} \Rightarrow t_۲ = \frac{x}{v-۲} \end{cases}$$

زمان کل: $t = t_۱ + t_۲ = \frac{x}{v} + \frac{x}{v-۲}$

$$\Rightarrow \text{سرعت متوسط کل}: \bar{v} = \frac{۲x}{t} = \frac{۲x}{x(\frac{۱}{v} + \frac{۱}{v-۲})} = \frac{۲}{\frac{۱}{v} + \frac{۱}{v-۲}}$$

$$\xrightarrow{\bar{v} = ۴/۸ \frac{m}{s} = \frac{۲۴}{۵}\frac{m}{s}} \frac{۲۴}{۵} = \frac{۲}{\frac{۱}{v} + \frac{۱}{v-۲}} \Rightarrow \frac{۱}{v} + \frac{۱}{v-۲} = \frac{۵}{۱۲}$$

$$\xrightarrow{\times ۱۲v(v-۲)} ۱۲(v-۲) + ۱۲(v) = ۵v(v-۲)$$

$$\Rightarrow ۵v^۲ - ۱۰v = ۲۴v - ۲۴ \Rightarrow \underbrace{۵v^۲ - ۳۴v + ۲۴}_{(۵v-۴)(v-۶)} = ۰$$

$$\Rightarrow \begin{cases} v = \frac{۴}{۵} & (\text{چون } v - ۲ > ۰ \text{ غیرممکن است}) \\ \text{یا} \\ v = ۶ \end{cases}$$

(حسابان ۱- جبر و معادله؛ صفحه‌های ۱۷ تا ۱۹)

۶- **گزینهٔ «۳»** *(علی سلامت)*

ابتدا دامنهٔ تابع f را حساب می‌کنیم:

$$\begin{cases} ۴ - \sqrt{۳x+۱} \geq ۰ \xrightarrow{x \geq -\frac{۱}{۳}} \sqrt{۳x+۱} \leq ۴ \Rightarrow -\frac{۱}{۳} \leq x \leq ۵ \\ [\frac{x}{۲}] - ۱ = ۰ \Rightarrow ۱ \leq \frac{x}{۲} < ۲ \Rightarrow ۲ \leq x < ۴ \end{cases}$$

$$\Rightarrow D_f = [-\frac{1}{3}, 2) \cup [4, 5]$$

بنابراین باید $(2k+1, 2k+3) \in D_f$ و در نتیجه:

حالت اول: $-\frac{1}{3} \le 2k+1 < 2k+3 \le 2$

$$\Rightarrow \begin{cases} 2k+1 \ge -\frac{1}{3} \Rightarrow k \ge -\frac{2}{3} \\ 2k+3 \le 2 \Rightarrow k \le -\frac{1}{2} \end{cases} \Rightarrow k \in [-\frac{2}{3}, -\frac{1}{2}]$$

حالت دوم: $4 \le 2k+1 < 2k+3 \le 5$

$$\Rightarrow \begin{cases} 2k+1 \ge 4 \Rightarrow k \ge \frac{3}{2} \\ 2k+3 \le 5 \Rightarrow k \le 1 \end{cases} \Rightarrow k \in \{\ \}$$

لذا: $\max(b-a) = -\frac{1}{2} + \frac{2}{3} = \frac{-3+4}{6} = \frac{1}{6}$

(حسابان ۱- تابع؛ صفحه‌های ۴۴ تا ۵۳)

۷- **گزینهٔ «۱»** *(کیان کریمی‌فراسانی)*

ضابطهٔ توابع مرکب fog و gof را می‌نویسیم:

$$\begin{cases} f(g(x)) = 10g(x) + 9 = 50x + 10a + 9 \\ g(f(x)) = 5f(x) + a = 50x + 45 + a \end{cases}$$

از تساوی دو تابع نتیجه می‌شود که $a = 4$ و در نتیجه $a^{a-2} = 16$.

(حسابان ۱- تابع؛ صفحه‌های ۶۶ تا ۷۰)

۸- **گزینهٔ «۴»** *(حامد قاسمیان)*

ضابطهٔ تابع درجهٔ سوم f را به صورت زیر ساده‌تر می‌کنیم:

$$f(x) = (x-2)^3 + 1$$

داریم: $f^{-1}(1) = a \Rightarrow f(a) = 1 \Rightarrow (a-2)^3 + 1 = 1 \Rightarrow a = 2$

در نتیجه: $(g^{-1}of^{-1})(1) = g^{-1}(2) = b \Rightarrow g(b) = 2$

$$\Rightarrow \sqrt{2b+4} = 2 \Rightarrow b = 0$$

حاصل عبارت مورد نظر برابر صفر است.

(حسابان ۱- تابع؛ صفحه‌های ۵۴ تا ۵۹ و ۶۶ تا ۶۸)

۹- **گزینهٔ «۳»** *(مهسان کوررزی)*

با توجه به صورت مسئله، نقاط مشترک توابع f و $y = x^2$، دو نقطهٔ $(1, 1)$ و $(4, 2)$ می‌باشند. بنابراین داریم:

$$\begin{cases} f(1) = 1 \Rightarrow 2^{A+B} = 1 = 2^0 \Rightarrow A + B = 0 \\ f(2) = 4 \Rightarrow 2^{2A+B} = 4 = 2^2 \Rightarrow 2A + B = 2 \end{cases}$$

$$\xrightarrow{\text{تفاضل}} A = 2 \Rightarrow B = -2$$

در این صورت: $f(x) = 2^{2x-2} \Rightarrow f^{-1}(x) = \frac{1}{2}\log_2^x + 1$

$$\Rightarrow f^{-1}(0/5) = f^{-1}(\frac{1}{2}) = \frac{1}{2}\log_2^{\frac{1}{2}} + 1 = -\frac{1}{2} + 1 = \frac{1}{2} = 0/5$$

(حسابان ۱- توابع نمایی و لگاریتمی؛ صفحه‌های ۷۵ تا ۸۵)

۱۰- **گزینهٔ «۲»** *(مریم زارعی)*

طرفین رابطهٔ $x^2 + 16y^2 = 8xy$ را با $8xy$ جمع می‌کنیم:

$$x^2 + 16y^2 + 8xy = 8xy + 8xy \Rightarrow (x+4y)^2 = 16xy$$

$$\Rightarrow (\frac{x+4y}{4})^2 = xy$$

حال از طرفین تساوی، لگاریتم می‌گیریم: $\log(\frac{x+4y}{4})^2 = \log(xy)$

$$\Rightarrow 2\log(\frac{x+4y}{4}) = \log x + \log y$$

$$\Rightarrow \log(\frac{x+4y}{4}) = \frac{1}{2}(\log x + \log y)$$

پس: $\log(\frac{x+4y}{4})$ واسطهٔ حسابی $\log(x)$ و $\log(y)$ است.

(حسابان ۱- توابع نمایی و لگاریتمی؛ صفحه‌های ۸۶ تا ۹۰)

۱۱- **گزینهٔ «۱»** *(جهانبخش نیکنام)*

با جای‌گذاری $x = 0$ به ابهام $\frac{0}{0}$ می‌رسیم که به صورت زیر از آن رفع ابهام می‌کنیم:

$$\lim_{x\to 0^-} \frac{\sqrt{2-3x}.\sqrt{2-5x} - 2}{\sqrt{2-2\cos^2 x}} = \lim_{x\to 0^-} \frac{\sqrt{4-16x+15x^2} - 2}{\sqrt{2}\,|\sin x|}$$

$$= \lim_{x\to 0^-} \frac{-16x+15x^2}{-\sqrt{2}\sin x} \times \frac{1}{\underbrace{\sqrt{4-16x+15x^2} + 2}_{4}}$$

$$= \frac{1}{-4\sqrt{2}} \lim_{x\to 0^-} \frac{x(-16+15x)}{\sin x} = -\frac{1}{4\sqrt{2}}(-16) = 2\sqrt{2}$$

توجه: $\lim_{x\to 0} \frac{x}{\sin x} = 1$

(حسابان ۱- حد و پیوستگی؛ صفحه‌های ۱۴۱ تا ۱۴۴)

۱۲- **گزینهٔ «۲»** *(مریم زارعی)*

چون $P(x) = x^3 + bx + c$ بر $x+2$ بخش‌پذیر است، بنابراین باقی‌ماندهٔ تقسیم $P(x)$ بر $x+2$ برابر با صفر است، یعنی: $P(-2) = 0$

همچنین باقی‌ماندهٔ تقسیم $P(x)$ بر $x-1$ برابر با ۳ است، پس $P(1) = 3$.

بنابراین داریم:

$$\begin{cases} P(-۲) = (-۲)^۳ + (-۲)b + c = -۸ - ۲b + c = ۰ \\ \Rightarrow -۲b + c = ۸ \\ P(۱) = (۱)^۳ + (۱)b + c = ۱ + b + c = ۳ \Rightarrow b + c = ۲ \end{cases}$$

مقادیر b و c از حل دستگاه معادلات فوق برابر می‌شوند با:

$$b = -۲ \ , \ c = ۴$$

پس $P(x) = x^۳ - ۲x + ۴$ و باقی‌ماندهٔ تقسیم آن بر $x - ۳$ برابر است با:

$$P(۳) = (۳)^۳ - ۲(۳) + ۴ = ۲۷ - ۶ + ۴ = ۲۵$$

(حسابان ۲- تابع؛ صفحه‌های ۱۸ تا ۲۰)

۱۳- **گزینهٔ «۲»** *(روح‌اله حسنی)*

طبق فرض داریم:

$$\begin{cases} (۵ \ , \ ۱) \in f \Rightarrow f(۵) = ۱ \\ (۲ \ , \ ۵) \in g \Rightarrow g(۲) = ۵ \end{cases} \Rightarrow (fog)(۲) = f(g(۲)) = f(۵) = ۱$$

باید:

$$(fog)(۳x^۲ - x - ۱) - ۱ > ۰ \Rightarrow (fog)(۳x^۲ - x - ۱) > ۱ = fog(۲)$$

$$\Rightarrow f(g(۳x^۲ - x - ۱)) > f(g(۲))$$

$$\xrightarrow{f \text{ اکیداً صعودی}} g(۳x^۲ - x - ۱) > g(۲)$$

$$\xrightarrow{g \text{ اکیداً نزولی}} ۳x^۲ - x - ۱ < ۲ \Rightarrow ۳x^۲ - x - ۳ < ۰$$

$$\Rightarrow \frac{۱ - \sqrt{۳۷}}{۶} < x < \frac{۱ + \sqrt{۳۷}}{۶}$$

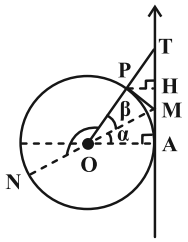
تنها اعداد صحیح در بازهٔ $(\frac{۱ - \sqrt{۳۷}}{۶} \ , \ \frac{۱ + \sqrt{۳۷}}{۶})$، چون $\frac{۱ + \sqrt{۳۷}}{۶} \simeq ۱/۱۸$

و $\frac{۱ - \sqrt{۳۷}}{۶} \simeq -۰/۸۴$، اعداد $x = ۰$ و $x = ۱$ هستند.

(حسابان ۲- تابع؛ صفحه‌های ۱۵ تا ۱۸)

۱۴- **گزینهٔ «۳»** *(رضا ماجدی)*

با توجه به فرض و شکل صورت سوال داریم:



$$\overset{\Delta}{OAM} : OA^۲ + MA^۲ = OM^۲ \Rightarrow MA^۲ = \frac{۵}{۴} - ۱ = \frac{۱}{۴}$$

$$\Rightarrow MA = \frac{۱}{۲} \Rightarrow \tan(\alpha) = \frac{\frac{۱}{۲}}{۱} = \frac{۱}{۲}$$

از طرفی:

$$\cot(N\hat{O}P) = -\frac{۲}{۳} \Rightarrow \tan(N\hat{O}P) = -\frac{۳}{۲}$$

$$\Rightarrow \tan(\beta) = \frac{۳}{۲}$$

لذا داریم:

$$\tan(\alpha + \beta) = \frac{\tan\alpha + \tan\beta}{۱ - \tan\alpha\tan\beta} = \frac{\frac{۱}{۲} + \frac{۳}{۲}}{۱ - \frac{۱}{۲} \times \frac{۳}{۲}} = \frac{۲}{\frac{۱}{۴}} = ۸$$

$$\Rightarrow \frac{TA}{OA} = ۸ \xrightarrow{OA=۱} TA = ۸$$

$$\Rightarrow TM = ۸ - \frac{۱}{۲} = \frac{۱۵}{۲}$$

همچنین:

$$PH = OA - OA\cos(\alpha + \beta)$$

می‌دانیم:

$$۱ + \tan^۲(\alpha + \beta) = \frac{۱}{\cos^۲(\alpha + \beta)}$$

$$\Rightarrow ۱ + ۶۴ = \frac{۱}{\cos^۲(\alpha + \beta)} \Rightarrow \cos^۲(\alpha + \beta) = \frac{۱}{۶۵}$$

$$\xrightarrow{۰ < \alpha + \beta < \frac{\pi}{۲}} \cos(\alpha + \beta) = \frac{۱}{\sqrt{۶۵}}$$

$$\Rightarrow PH = ۱ - \frac{۱}{\sqrt{۶۵}} = \frac{\sqrt{۶۵} - ۱}{\sqrt{۶۵}} \Rightarrow S_{MPT} = \frac{۱}{۲} \times TM \times PH$$

$$= \frac{۱}{۲} \times \frac{۱۵}{۲} \times \frac{\sqrt{۶۵} - ۱}{\sqrt{۶۵}} = \frac{۱۵\sqrt{۶۵} - ۱۵}{۴\sqrt{۶۵}} = \frac{۱۵}{۴} - \frac{۱۵}{۴\sqrt{۶۵}}$$

(حسابان ۲- مثلثات؛ صفحه‌های ۴۲ و ۴۳)

۱۵- **گزینهٔ «۲»** *(افشین خاصه‌خان)*

طرفین معادله را در ۲ ضرب می‌کنیم:

$$۲\cos^۲ x + ۲\sin x\cos x = ۱ \Rightarrow ۲\cos^۲ x - ۱ + ۲\sin x\cos x = ۰$$

$$\cos ۲x + \sin ۲x = ۰ \Rightarrow \tan ۲x = -۱ = \tan(-\frac{\pi}{۴})$$

$$\Rightarrow ۲x = k\pi - \frac{\pi}{۴} \Rightarrow x = \frac{k\pi}{۲} - \frac{\pi}{۸}$$

$$\text{مجموعه جواب در } [-\pi \ , \ \pi] = \{-\frac{۵\pi}{۸} \ , \ -\frac{\pi}{۸} \ , \ \frac{۳\pi}{۸} \ , \ \frac{۷\pi}{۸}\}$$

$$\Rightarrow \text{مجموع جواب‌ها} = \frac{\pi}{۲}$$

(حسابان ۲- مثلثات؛ صفحه‌های ۴۱ و ۴۲)

۱۶- **گزینهٔ «۳»** *(رضا ماجدی)*

صورت تابع ریشه ندارد، بنابراین ریشه‌های مخرج، مجانب‌های قائم نمودار تابع $f(x)$ هستند. از آنجایی که در مخرج کسر، مجموع ضرایب جملات زوج با ضریب x برابر است، یکی از ریشه‌های آن $x = -۱$ بوده و دیگری برابر با $x = \frac{n+۱}{n}$ می‌باشد که در واقع مجانب‌های قائم نمودار تابع هستند، پس طبق فرض:

$$|\frac{n+1}{n}+1|=4 \Rightarrow \frac{2n+1}{n}=\pm 4 \Rightarrow n=\frac{1}{2}\ ,\ -\frac{1}{6}$$

حالت اول: اگر $n=\frac{1}{2}$ باشد، در این صورت $x=-1$ و $x=3$ مجانب‌های

قائم تابع هستند و همچنین: $\lim\limits_{x\to\infty} f(x)=\lim\limits_{x\to\infty}\frac{x^2+5}{\frac{1}{2}x^2-x-\frac{3}{2}}=2$

$\Rightarrow y=2$: مجانب افقی

در نتیجه $A(-1\ ,\ 2)$ و $B(3\ ,\ 2)$ نقاط برخورد مجانب‌های تابع f هستند.

حالت دوم: اگر $n=-\frac{1}{6}$ باشد، در این صورت $x=-1$ و $x=-5$

مجانب‌های قائم تابع هستند و همچنین:

$$\lim_{x\to\infty} f(x)=\lim_{x\to\infty}\frac{x^2+5}{-\frac{1}{6}x^2-x-\frac{5}{6}}=-6$$

$\Rightarrow y=-6$: مجانب افقی

در نتیجه $C(-1\ ,-6)$ و $D(-5\ ,-6)$ نقاط برخورد مجانب‌های تابع f هستند.

در بین نقاط به دست آمده، نقطهٔ D بیشترین فاصله را از مبدأ مختصات دارد: $OD=\sqrt{25+36}=\sqrt{61}$

(حسابان ۲- حدهای نامتناهی- حد در بی‌نهایت؛ صفحه‌های ۵۵ تا ۵۸ و ۶۷ تا ۶۹)

۱۷- **گزینهٔ «۴»** *(جهانبخش نیکنام)*

ابتدا مشتق تابع g را می‌یابیم: $g'(x)=2x+\frac{4}{\sqrt{x}}\Rightarrow g'(1)=6$

با توجه به فرض داریم:

۱) $g(1)=f(2)\Rightarrow 9=f(2)$

۲) $g'(x)=2f'(2x)\xrightarrow{x=1} g'(1)=2f'(2)$

$\Rightarrow 6=2f'(2)\Rightarrow f'(2)=3$

در نتیجه: $(gof)'(x)=f'(x)g'(f(x))\xrightarrow{x=2}=f'(2)g'(f(2))$

$=f'(2)g'(9)=3\times(18+\frac{4}{3})=54+4=58$

(حسابان ۲- مشتق؛ صفحه‌های ۹۰ تا ۹۷)

۱۸- **گزینهٔ «۳»** *(غلامرضا نیازی)*

$A(0\ ,\ 3)$: نقطهٔ تماس $\Rightarrow y=3 \xrightarrow{x=0} y+2x=3$

$\Rightarrow f(0)=3$

(شیب خط مماس) $m_d=-2\Rightarrow f'(0)=-2$: از طرفی

داریم:

$$g'(x)=(f^2(\frac{\cos x}{1-\cos x}))'=2f(\frac{\cos x}{1-\cos x}).(f(\frac{\cos x}{1-\cos x}))'$$

$$\Rightarrow g'(x)=2f(\frac{\cos x}{1-\cos x}).(\frac{\cos x}{1-\cos x})'.f'(\frac{\cos x}{1-\cos x})$$

$$=2f(\frac{\cos x}{1-\cos x}).f'(\frac{\cos x}{1-\cos x}).(\frac{-\sin x(1-\cos x)-\sin x.\cos x}{(1-\cos x)^2})$$

$$\Rightarrow g'(\frac{\pi}{2})=2f(0).f'(0).(\frac{-1-0}{1})=2(3)(-2)(-1)=12$$

(حسابان ۲- مشتق؛ صفحه‌های ۹۰ تا ۹۷)

۱۹- **گزینهٔ «۴»** *(سینا خیرخواه)*

با توجه به طول نقطهٔ A، ضابطهٔ تابع را به صورت زیر بازنویسی می‌کنیم:

$$x<0\Rightarrow f(x)=-x^3-2ax^2-b$$

نقطهٔ $A(-2\ ,\ 1)$ اکسترمم نسبی تابع مشتق‌پذیر f است، پس:

$$\begin{cases} f(-2)=1\Rightarrow 1=8-8a-b\Rightarrow 8a+b=7 \quad (*)\\ f'(x)=-3x^2-4ax\Rightarrow f'(-2)=-12+8a=0\Rightarrow a=\frac{3}{2}\end{cases}$$

$$\xrightarrow{(*)} 12+b=7\Rightarrow b=-5$$

در نتیجه: $2a-b=2(\frac{3}{2})+5=8$

(حسابان ۲- کاربردهای مشتق؛ صفحه‌های ۱۱۷ تا ۱۲۵)

۲۰- **گزینهٔ «۳»** *(محمد زنگنه)*

تابع محور yها را در $y=6$ قطع کرده است پس:

$$f(0)=6\Rightarrow b+1=6\Rightarrow b=5$$

از طرفی مطابق نمودار، خط مماس بر f در $x=1$ از نمودار تابع گذشته، لذا نقطهٔ عطف تابع مشتق‌پذیر $f(x)$ است، پس: $f''(1)=0$

$$f''(x)=6x+2a\xrightarrow{x=1}6+2a=0\Rightarrow a=-3$$

خط $y=ax+b$ به صورت $y=-3x+5$ تبدیل می‌شود که شبیه گزینهٔ «۳» است.

(حسابان ۲- کاربردهای مشتق؛ صفحه‌های ۱۳۷ تا ۱۴۰)

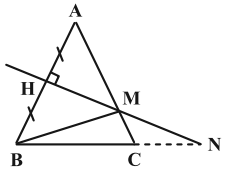
۲۱- **گزینهٔ «۳»** *(افشین خاصه‌خان)*

چون MH عمودمنصف ضلع AB است، لذا $\hat{A} = A\hat{B}M = ۲۸^\circ$ و داریم:

$$\overset{\Delta}{BMH}: B\hat{M}N \Rightarrow B\hat{M}N = A\hat{B}M + \hat{H}$$

زاویهٔ خارجی است

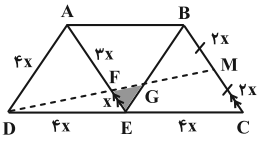
$$= ۲۸^\circ + ۹۰^\circ = ۱۱۸^\circ$$



(هندسه ۱- ترسیم‌های هندسی و استدلال؛ صفحه‌های ۱۰، ۱۸ و ۱۹)

۲۲- **گزینهٔ «۳»** *(محمد خندان)*

فرض می‌کنیم $EF = x$ باشد، طبق تعمیم قضیهٔ تالس داریم:



$$\overset{\Delta}{DMC}: EF \parallel MC \Rightarrow \frac{EF}{MC} = \frac{DE}{CD} \Rightarrow MC = ۲x \Rightarrow BC = ۴x$$

$$\Rightarrow DE = CE = AE = ۴x \Rightarrow AF = AE - EF = ۴x - x = ۳x$$

دو مثلث EFG و ADF متشابه‌اند و داریم:

$$\begin{cases} A\hat{F}D = E\hat{F}G \\ F\hat{E}G = D\hat{A}F = ۶۰^\circ \end{cases} \Rightarrow \overset{\Delta}{EFG} \sim \overset{\Delta}{ADF} \Rightarrow \frac{\overbrace{۳x}^{AF}}{\underbrace{EF}_{x}} = \frac{۴x}{GE}$$

$$\Rightarrow GE = \frac{۴}{۳}x$$

با توجه به رابطهٔ سینوسی مساحت مثلث داریم:

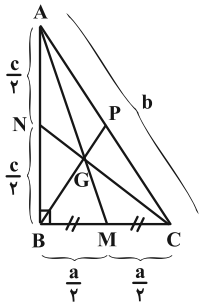
$$\frac{S_{EFG}}{S_{ABCD}} = \frac{S_{EFG}}{۳S_{ADE}} = \frac{\frac{۱}{۲}x \times \frac{۴}{۳}x \times \sin ۶۰^\circ}{۳(\frac{۱}{۲} \times ۴x \times ۴x \times \sin ۶۰^\circ)} = \frac{۱}{۳۶}$$

(هندسه ۱- قضیهٔ تالس، تشابه و کاربردهای آن؛ صفحه‌های ۳۴ تا ۴۰)

(هندسه ۲- روابط طولی در مثلث؛ صفحهٔ ۷۲)

۲۳- **گزینهٔ «۲»** *(روح‌اله حسنی)*

با توجه به شکل داریم:



$$\begin{cases} \overset{\Delta}{ABC}: a^۲ + c^۲ = b^۲ \quad (۱) \\ \overset{\Delta}{NBC}: a^۲ + \frac{c^۲}{۴} = CN^۲ \quad (۲) \\ \overset{\Delta}{ABM}: \frac{a^۲}{۴} + c^۲ = AM^۲ \quad (۳) \end{cases}$$ فیثاغورس

$$\xrightarrow{\text{جمع (۲) , (۳)}} \frac{۵a^۲}{۴} + \frac{۵c^۲}{۴} = AM^۲ + CN^۲ = ۱۰$$

$$\Rightarrow \frac{۵}{۴}(a^۲ + c^۲) = ۱۰ \xrightarrow{(۱)} \frac{۵}{۴}b^۲ = ۱۰ \Rightarrow b^۲ = ۸ \Rightarrow b = ۲\sqrt{۲}$$

در مثلث قائم‌الزاویه، می‌دانیم میانهٔ وارد بر وتر، نصف وتر است، پس $BP = \frac{b}{۲} = \sqrt{۲}$.

از آنجاکه $\frac{GP}{BP} = \frac{۱}{۳}$ در نتیجه $GP = \frac{\sqrt{۲}}{۳}$.

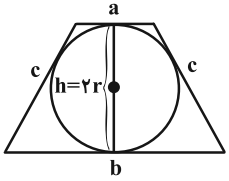
(هندسه ۱- چندضلعی‌ها؛ صفحه‌های ۶۰ و ۶۷)

۲۴- **گزینهٔ «۴»** *(علی ایمانی)*

با توجه به فرض، شعاع دایرهٔ محاطی ذوزنقه را می‌یابیم:

$$\text{مساحت دایره} = \pi r^۲ = ۱۶\pi \Rightarrow r = ۴$$

نکته: می‌دانیم در هر ذوزنقهٔ محیطی، با شعاع دایرهٔ محاطی r، طول ارتفاع وارد بر قاعده‌های ذوزنقه از رابطهٔ $h = ۲r$ به دست می‌آید، پس: $h = ۸$



از طرفی: $\text{مساحت ذوزنقه} = ۸۰ = \frac{a+b}{۲} \times ۸ \Rightarrow a + b = ۲۰$

می‌دانیم مجموع اضلاع روبه‌روی هم در یک چهارضلعی محیطی با هم برابر است، پس مطابق شکل: $a + b = ۲c$

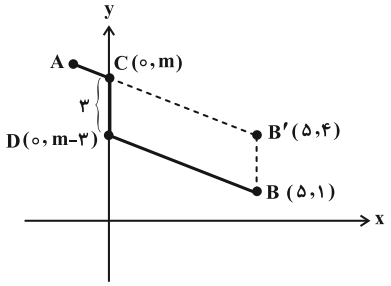
در نتیجه محیط ذوزنقه برابر می‌شود با: $a + b + ۲c = ۴۰$

(هندسه ۲- دایره؛ صفحه‌های ۲۷ تا ۲۹)

۲۵- **گزینهٔ «۳»** *(افشین خاصه‌خان)*

مطابق نمودار، کافی است طول AB' را محاسبه کرده و سپس $BB' = ۳$ را به آن اضافه نماییم. $A(-۱ , ۱۲)$, $B'(۵ , ۴)$

$$AB' = \sqrt{(-۱-۵)^۲ + (۱۲-۴)^۲} = ۱۰$$

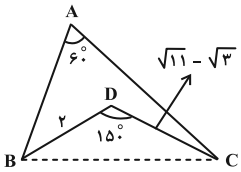


در نتیجه کمترین اندازهٔ خط شکستهٔ ACDB برابر است با $۱۳ = ۳ + ۱۰$.

(هندسه ۲- تبدیل‌های هندسی و کاربردها؛ صفحه‌های ۵۲ و ۵۳)

۲۶- **گزینهٔ «۱»** (محمد خندان)

ابتدا با کمک قضیهٔ کسینوس‌ها طول پاره‌خط BC را به دست می‌آوریم.



$$BC^۲ = BD^۲ + CD^۲ - ۲BD \times CD \times \cos ۱۵۰^\circ$$

$$\Rightarrow BC^۲ = ۲^۲ + (\sqrt{۱۱} - \sqrt{۳})^۲ - ۲ \times ۲ \times (\sqrt{۱۱} - \sqrt{۳}) \times (-\frac{\sqrt{۳}}{۲}) = ۱۲$$

$$\Rightarrow BC = ۲\sqrt{۳}$$

محل برخورد عمودمنصف‌های AB و AC، همان مرکز دایره محیطی مثلث ABC است؛ پس خواستهٔ مسئله، OA شعاع دایره محیطی است که از قضیهٔ سینوس‌ها در مثلث ABC به دست می‌آید:

$$OA = \frac{BC}{۲\sin \hat{A}} = \frac{۲\sqrt{۳}}{۲ \times \frac{\sqrt{۳}}{۲}} = ۲$$

(هندسه ۲- روابط طولی در مثلث؛ صفحه‌های ۶۲ و ۶۵)

۲۷- **گزینهٔ «۴»** (عباس الهی)

در ضرب ماتریسی $A \times A \times A \times A$، از ماتریس اولی، سطر سوم و از ماتریس آخری، ستون اول را انتخاب می‌کنیم:

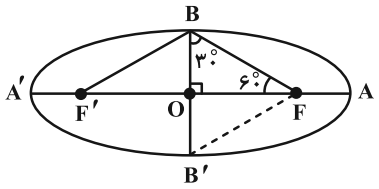
$$\begin{bmatrix} -۱ & ۳ & -۱ \end{bmatrix} \begin{bmatrix} ۱ & ۱ & ۰ \\ ۲ & ۰ & ۱ \\ -۱ & ۳ & -۱ \end{bmatrix} \begin{bmatrix} ۱ & ۱ & ۰ \\ ۲ & ۰ & ۱ \\ -۱ & ۳ & -۱ \end{bmatrix} \begin{bmatrix} ۱ \\ ۲ \\ -۱ \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} ۶ & -۴ & ۴ \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} ۳ \\ ۱ \\ ۶ \end{bmatrix} = (۶ \times ۳) + (-۴ \times ۱) + (۴ \times ۶) = ۳۸$$

(هندسه ۳- ماتریس و کاربردها؛ صفحه‌های ۱۷ تا ۲۰)

۲۸- **گزینهٔ «۲»** (علیرضا شریف‌فطیبی)

اگر از کانون‌های بیضی، مطابق شکل به دو سر قطر کوچک وصل کنیم، طبق فرض $B\hat{F}B' = ۱۲۰^\circ$ است. پس $B\hat{F}O = ۶۰^\circ$ و داریم:



$$\cos(B\hat{F}O) = \frac{OF}{BF} \Rightarrow \cos ۶۰^\circ = \frac{c}{a}$$

$$\Rightarrow \text{خروج از مرکز} : e = \frac{c}{a} = \frac{۱}{۲}$$

راه دوم: در مثلث قائم‌الزاویهٔ OBF، زاویهٔ $\hat{B}$ مساوی ۳۰° است و ضلع مقابل به زاویهٔ ۳۰ درجه، نصف وتر است، پس $OF = \frac{BF}{۲}$، یعنی:

$$e = \frac{c}{a} = \frac{۱}{۲}$$

(هندسه ۳- آشنایی با مقاطع مخروطی؛ صفحه‌های ۴۷ تا ۴۹)

۲۹- **گزینهٔ «۱»** (روح‌اله مسنی)

معادلهٔ سهمی را به صورت متعارف می‌نویسیم:

$$y = x^۲ + ۳x + n \Rightarrow y - n = x^۲ + ۳x$$

$$\xrightarrow{+\frac{۹}{۴}} (x + \frac{۳}{۲})^۲ = y - n + \frac{۹}{۴}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \text{سهمی قائم و رو به بالا} \\ \text{رأس سهمی} : S(-\frac{۳}{۲}, n - \frac{۹}{۴}) \\ ۴a = ۱ \Rightarrow a = \frac{۱}{۴} \end{cases}$$

در نتیجه:

$$\begin{cases} m = x_F = x_S = -\frac{۳}{۲} \\ y_F = y_S + a = n - \frac{۹}{۴} + \frac{۱}{۴} = n - ۲ = ۳ \Rightarrow n = ۵ \end{cases}$$

$$\Rightarrow m + n = ۵ - \frac{۳}{۲} = ۳/۵$$

(هندسه ۳- آشنایی با مقاطع مخروطی؛ صفحه‌های ۵۰ تا ۵۷)

۳۰- **گزینهٔ «۱»** *(احمدرضا فلاح)*

نکته: بردارهای $\vec{a}+\vec{b}$ و $\vec{a}-\vec{b}$ قطرهای متوازی‌الاضلاع بنا شده روی دو بردار $\vec{a}$ و $\vec{b}$ هستند و زمانی هم‌اندازه‌اند که $\vec{a}\perp\vec{b}$، به عبارتی متوازی‌الاضلاع تبدیل به حالت خاص مستطیل شود.

لذا طبق فرض داریم:

$$\vec{a}\perp\vec{b}\Rightarrow\vec{a}.\vec{b}=۰\Rightarrow(m,۱,۰).(۲,m-۳,۴)=۰$$

$$\Rightarrow ۲m+m-۳=۰\Rightarrow m=۱\Rightarrow\begin{cases}\vec{a}=(۱,۱,۰)\\ \vec{b}=(۲,-۲,۴)\end{cases}$$

حجم متوازی‌السطوح ساخته شده روی بردارهای $\vec{a}+\vec{b}$ ، $\vec{a}-\vec{b}$ و $۲\vec{a}\times\vec{b}$ برابر با قدرمطلق ضرب مختلط آن‌ها است، پس:

$$(۲\vec{a}\times\vec{b}).((\vec{a}+\vec{b})\times(\vec{a}-\vec{b}))=(۲\vec{a}\times\vec{b}).(-\vec{a}\times\vec{b}+\vec{b}\times\vec{a})$$

$$=(۲\vec{a}\times\vec{b}).(-۲\vec{a}\times\vec{b})=-۴\,|\,\vec{a}\times\vec{b}\,|^{۲}$$

$$\Rightarrow \text{حجم متوازی‌السطوح}: V=\left|-۴\,|\,\vec{a}\times\vec{b}\,|^{۲}\right|=۴\,|\,\vec{a}\times\vec{b}\,|^{۲}$$

$$\vec{a}\times\vec{b}=\begin{vmatrix}i & j & k\\ ۱ & ۱ & ۰\\ ۲ & -۲ & ۴\end{vmatrix}=(۴,-۴,-۴)$$

$$\Rightarrow V=۴\,|\,\vec{a}\times\vec{b}\,|^{۲}=۴(\sqrt{۱۶+۱۶+۱۶})^{۲}=۴\times۱۶\times۳=۱۹۲$$

(هندسه ۳- بردارها؛ صفحه‌های ۷۹ و ۸۳)

۳۱- **گزینهٔ «۳»** *(افشین خاصه‌خان)*

ابتدا گزارهٔ مقدم ترکیب شرطی را ساده می‌کنیم. طبق قانون جذب داریم:

$$(q\vee p)\wedge p\equiv p$$

می‌دانیم ارزش گزارهٔ p یا درست است یا نادرست؛ حال اگر p درست باشد ترکیب شرطی به فرم $(T\Rightarrow\overbrace{(F\Rightarrow q)}^{T})$ خواهد بود که درست است و اگر p نادرست باشد ترکیب شرطی به شکل $(F\Rightarrow ...)$ درمی‌آید که به انتفای مقدم درست است. لذا این گزاره همیشه درست است.

(آمار و احتمال- آشنایی با مبانی ریاضیات؛ صفحه‌های ۴ تا ۱۱)

۳۲- **گزینهٔ «۱»** *(علی ایمانی)*

با توجه به فرض داریم:

$۶^{۳}=۲۱۶$ = تعداد حالت‌های پرتاب ۳ تاس

در پرتاب سه تاس، تعداد حالت‌هایی که حاصل‌ضرب آن‌ها مضرب ۳ نباشد، برابر است با تعداد حالت‌هایی که هیچ کدام از اعداد رو شده ۳ و ۶ نباشد، یعنی:

$۴^{۳}=۶۴$

در نتیجه تعداد اعضای فضای نمونه‌ای جدید (با توجه به شرط) برابر است با:

$$n(S)=۲۱۶-۶۴=۱۵۲$$

مجموع ۱۸ یا مجموع ۹ = حالت‌هایی که مجموع آن‌ها مضرب ۹ باشد: A

$$\begin{cases}۶,۶,۶\Rightarrow ۱\text{حالت}\\ ۳,۳,۳\Rightarrow ۱\text{حالت}\\ ۳,۱,۵\Rightarrow ۶\text{حالت}\\ ۳,۲,۴\Rightarrow ۶\text{حالت}\\ ۶,۱,۲\Rightarrow ۶\text{حالت}\end{cases}\Rightarrow n(A)=۲۰\Rightarrow P(A)=\frac{۲۰}{۱۵۲}=\frac{۵}{۳۸}$$

(آمار و احتمال- احتمال؛ صفحه‌های ۴۸ تا ۵۱)

۳۳- **گزینهٔ «۲»** *(عباس الهی)*

با توجه به صورت سوال، احتمال سالم بودن محصول تولیدی خط‌ها برابر است با:

$$P(A)=۰/۸\ ,\ P(B)=۰/۶$$

احتمال این‌که فقط یکی از محصولات سالم باشد برابر می‌شود با:

$$P(\underbrace{(A-B)\cup(B-A)}_{C})=P(A\cup B)-P(A\cap B)$$

$$=P(A)+P(B)-۲P(A\cap B)$$

$$=۰/۸+۰/۶-۲\times(۰/۸\times۰/۶)=۱/۴-۰/۹۶=۰/۴۴$$

در نتیجه احتمال مورد نظر برابر است با:

$$P(B\,|\,C)=\frac{P(B\cap C)}{P(C)}=\frac{P(B-A)}{P(C)}=\frac{P(B)-P(A\cap B)}{P(C)}$$

$$=\frac{۰/۶-(۰/۸\times۰/۶)}{۰/۴۴}=\frac{۰/۶-۰/۴۸}{۰/۴۴}=\frac{۰/۱۲}{۰/۴۴}=\frac{۱۲}{۴۴}=\frac{۳}{۱۱}$$

(آمار و احتمال- احتمال؛ صفحه‌های ۴۹ تا ۵۴ و ۶۳ تا ۶۵)

۳۴- **گزینهٔ «۴»** *(نیلوفر مهدوی)*

ابتدا داده‌ها را از کوچک به بزرگ مرتب می‌کنیم:

$$Q_۲=\frac{۷+۷}{۲}=۷$$

$$۱,۱,\underbrace{۱,۳}_{},۴,\overbrace{۷,۷}^{},۸,\underbrace{۸,۹}_{},۹,۹,۹$$

$$Q_۱=\frac{۱+۳}{۲}=۲\qquad Q_۳=\frac{۸+۹}{۲}=۸/۵$$

اعداد کوچک‌تر از چارک اول و اعداد بزرگ‌تر از چارک سوم، اعداد بیرون جعبه محسوب می‌شوند، در نتیجه: $۱,۱,۱,۹,۹,۹$

ضریب تغییرات: $CV=\frac{\sigma}{\bar{x}}$

$$\bar{x}=\frac{۳(۱)+۳(۹)}{۶}=\frac{۳۰}{۶}=۵$$

$$\sigma=\sqrt{\frac{\sum_{i=۱}^{n}(x_i-\bar{x})^{۲}}{n}}=\sqrt{\frac{۳(۱-۵)^{۲}+۳(۹-۵)^{۲}}{۶}}$$

$$=\sqrt{\frac{۴۸+۴۸}{۶}}=\sqrt{\frac{۹۶}{۶}}=\sqrt{۱۶}=۴\Rightarrow CV=\frac{۴}{۵}=۰/۸$$

(آمار و احتمال- آمار توصیفی؛ صفحه‌های ۸۷ تا ۹۲)

۳۵- **گزینهٔ «۳»** *(علیرضا شریف‌طیبی)*

$$\text{انحراف معیار برآورد میانگین} = \frac{\sigma}{\sqrt{n}} = ۰/۴$$

$$\text{طول بازهٔ اطمینان ۹۵ درصد} = \frac{۴\sigma}{\sqrt{n}} = ۴\times ۰/۴ = ۱/۶$$

(آمار و احتمال- آمار استنباطی؛ صفحه‌های ۱۱۵ و ۱۱۶)

۳۶- **گزینهٔ «۲»** *(افشین خاصه‌خان)*

$$\underbrace{۰!+۱!+۲!+\ldots+۲۵!}_{\text{رقم یکان صفر}} = \underbrace{۱+۱+۲+۶+۲۴}_{\text{رقم یکان ۴}} + \underbrace{۱۲۰+۷۲۰+\ldots+۲۵!}_{\text{رقم یکان صفر}}$$

$$\Rightarrow \underbrace{(۰!+۱!+۲!+\ldots+۲۵!)^۲}_{\text{رقم یکان ۶}} \Rightarrow \underbrace{۰!+۱!+۲!+\ldots+۲۵!}_{\text{رقم یکان ۴}}$$

(ریاضیات گسسته- آشنایی با نظریهٔ اعداد؛ مشابه تمرین ۱۱ صفحهٔ ۲۹)

۳۷- **گزینهٔ «۳»** *(آرین تفضلی‌زاده)*

نکته: جواب کلی معادلهٔ سیالهٔ خطی $ax+by=c$ از رابطهٔ زیر به دست می‌آید که در آن $(x_۰ , y_۰)$ یک جواب اولیه و d ب. م. م اعداد صحیح a و b است.

$$\begin{cases} x = x_۰ + \frac{b}{d}k \\ y = y_۰ - \frac{a}{d}k \end{cases} \quad , \quad k \in \mathbb{Z}$$

در معادلهٔ $۲x+۵y=۲۹۳$، اعداد $x_۰=-۱$ و $y_۰=۵۹$ صدق می‌کنند، پس با توجه به فرض:

$$\begin{cases} x = -۱+۵k \geq ۰ \Rightarrow ۵k \geq ۱ \Rightarrow k \geq \frac{۱}{۵} \\ y = ۵۹-۲k \geq ۰ \Rightarrow ۵۹ \geq ۲k \Rightarrow k \leq \frac{۵۹}{۲} \end{cases} \Rightarrow ۱ \leq k \leq ۲۹$$

با توجه به حدود k، مینیمم مقدار $x+y=۵۸+۳k$ به ازای $k=۱$ به دست می‌آید: $\min(x+y)=۵۸+۳=۶۱$

(ریاضیات گسسته- آشنایی با نظریهٔ اعداد؛ صفحه‌های ۲۶ تا ۲۹)

۳۸- **گزینهٔ «۱»** *(نیلوفر مهدوی)*

همسایگی بستهٔ هر رأس در گراف G دارای ۵ عضو است، پس گراف G یک گراف ۴- منتظم است و داریم: $rp=۲q \Rightarrow ۴p=۲q \Rightarrow q=۲p$

از طرفی رابطهٔ زیر بین اندازهٔ گراف G و مکمل آن برقرار است:

$$q(G)+q(\bar{G}) = \binom{p}{۲}$$

طبق فرض $q(\bar{G})=۴q(G)$، در نتیجه:

$$q(G)+۴q(G) = \binom{p}{۲} \Rightarrow ۵q(G) = \frac{p(p-۱)}{۲}$$

$$\xrightarrow{q=۲p} ۱۰p = \frac{p(p-۱)}{۲} \Rightarrow p-۱=۲۰ \Rightarrow p=۲۱$$

$$\Rightarrow q(G) = ۲\times ۲۱ = ۴۲$$

(ریاضیات گسسته- گراف و مدل‌سازی؛ صفحه‌های ۳۵ تا ۴۰)

۳۹- **گزینهٔ «۲»** *(علیرضا شریف‌طیبی)*

ابتدا یک زوج از بین ۱۰ زوج انتخاب می‌کنیم. سپس ۲ زوج دیگر جدا کرده و از هر کدام آن‌ها، یک نفر برمی‌گزینیم:

$$\overbrace{\binom{۱۰}{۱}}^{\text{انتخاب یک زوج}} \times \underbrace{\binom{۹}{۲}}_{\substack{\text{انتخاب دو زوج دیگر که} \\ \text{قرار است زن و شوهر نباشند}}} \times \underbrace{\binom{۲}{۱}\times\binom{۲}{۱}}_{\substack{\text{از هر زوج فقط زن یا} \\ \text{همسرش انتخاب شود}}}$$

$$= ۱۰\times ۳۶\times ۴ = ۱۴۴۰$$

(ریاضیات گسسته- ترکیبیات؛ صفحه‌های ۵۶ و ۵۷)

۴۰- **گزینهٔ «۳»** *(عباس الهی)*

با توجه به شرایط مسئله، بدترین حالت زمانی اتفاق می‌افتد که اعداد انتخاب شده، عدد ۱ به همراه اعداد اول باشند که نسبت به هم اول هستند، یعنی عدد ۱ و اعداد اول ۲، ۳، ۵، ۷ و ... را انتخاب کرده باشیم که با توجه به صورت سؤال، باید عدد ۱ به همراه ۱۲ عدد اول متوالی انتخاب شده باشند، یعنی:

$$۱ , ۲ , ۳ , ۵ , ۷ , ۱۱ , ۱۳ , ۱۷ , ۱۹ , ۲۳ , ۲۹ , ۳۱ , ۳۷ , ?$$

به جای $(?)$ هر کدام از اعداد طبیعی متوالی بعد از ۳۷ تا حداکثر عدد ۴۰ (و یا اعداد مرکب بین ۱ تا ۳۷) می‌توانند باشد ولی عدد اول بعدی که ۴۱ است امکان‌پذیر نیست چون در این صورت ممکن است ۱۴ عدد انتخابی ما شامل ۴۱ هم باشند که شرایط مسئله برقرار نخواهد شد، پس:

$$k_{max} = ۴۰ \Rightarrow \text{مجموع ارقام} : ۴+۰=۴$$

(ریاضیات گسسته- ترکیبیات؛ صفحه‌های ۷۹ تا ۸۴)

فیزیک

۴۱- گزینهٔ «۲» *(علیرضا جباری)*

$$۲۰۰۰۰\,\text{سیر} = \frac{۴۰\,\text{سیر}}{۱\,\text{من تبریز}} \times \frac{۱۰۰\,\text{من تبریز}}{۱\,\text{خروار}} \times ۵\,\text{خروار} = ۵\,\text{خروار}$$

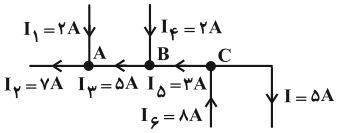
$$۴۰۰۰\,\text{سیر} = \frac{۱\,\text{سیر}}{۱۶\,\text{مثقال}} \times ۶۴۰۰۰\,\text{مثقال} = ۶۴۰۰۰\,\text{مثقال}$$

$$۲۴۰۰۰\,\text{سیر} = ۴۰۰۰\,\text{سیر} + ۲۰۰۰۰\,\text{سیر}$$

(فیزیک ۱- فیزیک و اندازه‌گیری؛ صفحه‌های ۱۰ و ۱۱)

۴۲- گزینهٔ «۳» *(مهران اسماعیلی)*

می‌دانیم در هر گره همواره مجموع جریان‌های ورودی برابر مجموع جریان‌های خروجی است.



گرهٔ A : $I_۲ = I_۱ + I_۳ \Rightarrow ۷ = ۲ + I_۳ \Rightarrow I_۳ = ۵A$

گرهٔ B : $I_۳ = I_۴ + I_۵ \Rightarrow ۵ = ۲ + I_۵ \Rightarrow I_۵ = ۳A$

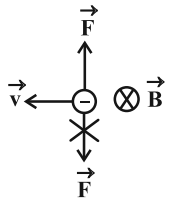
گرهٔ C : $I_۶ = I_۵ + I \Rightarrow ۸ = ۳ + I \Rightarrow I = ۵A$

همان‌طور که ملاحظه می‌شود، در گرهٔ C جریان I برابر ۵A و خروجی می‌باشد، بنابراین جهت (۲) درست است.

(فیزیک ۲- جریان الکتریکی و مدارهای جریان مستقیم؛ صفحهٔ ۷۲)

۴۳- گزینهٔ «۳» *(بهزاد آزادخر)*

جهت میدان مغناطیسی زمین به سمت شمال و در صفحهٔ کاغذ، درون‌سو می‌باشد. چون ذره الکترون است، یا از قاعدهٔ دست چپ استفاده کنید یا از همان قاعدهٔ دست راست استفاده کرده و جواب حاصل را ۱۸۰° بچرخانید. طبق قاعدهٔ دست راست داریم:



F به سمت پایین می‌شود که برای بار منفی (الکترون) آن را ۱۸۰° می‌چرخانیم.

(فیزیک ۲- مغناطیس؛ صفحه‌های ۸۹ و ۹۰)

۴۴- گزینهٔ «۲» *(علیرضا جباری)*

در مورد هستهٔ X داریم: $\left.\begin{matrix} N > Z \\ A = Z + N \end{matrix}\right\} \Rightarrow A > ۲Z \;,\; A < ۲N$

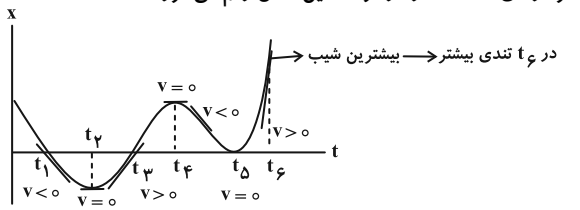
بنابراین گزینه‌های «۳» و «۴» رد می‌شوند.

از طرفی هسته‌های X و Y دارای عدد اتمی یکسان هستند، پس خواص شیمیایی یکسانی دارند و نمی‌توان آن‌ها را به روش شیمیایی از هم جدا نمود. در حالی که هسته‌های X و Y' عددهای اتمی متفاوتی دارند، بنابراین خواص شیمیایی آن‌ها یکسان نبوده و به روش شیمیایی از هم جدا می‌شوند.

(فیزیک ۳- آشنایی با فیزیک هسته‌ای؛ صفحه‌های ۱۳۸ تا ۱۴۱)

۴۵- گزینهٔ «۴» *(بهزاد آزادخر)*

قدرمطلق شیب خط مماس بر نمودار $x - t$، اندازهٔ تندی را نشان می‌دهد و هر چه این شیب تندتر باشد، تندی بیشتر است و ضمناً برای تغییر جهت باید متحرک متوقف شود و علامت سرعت آن عوض شود که در نمودارهای $x - t$، در دره و قله این اتفاق رقم می‌خورد.

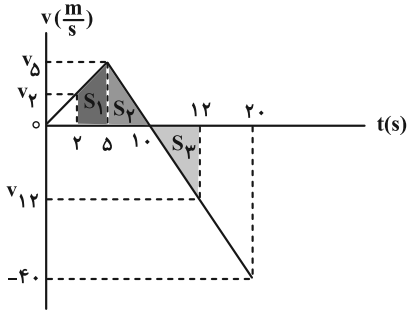


۳ تا تغییر جهت حرکت داریم.

(فیزیک ۳- حرکت بر خط راست؛ صفحه‌های ۱ تا ۱۰)

۴۶- گزینهٔ «۴» *(زهره آقامحمدی)*

چون شیب نمودار در بازهٔ زمانی ۵s تا ۲۰s ثابت است، شتاب متحرک در این بازه ثابت است، بنابراین برای محاسبهٔ سرعت در لحظهٔ $t = ۵s$، داریم:



$$a = \frac{\Delta v}{\Delta t} \Rightarrow \frac{v_{۲۰} - v_{۱۰}}{۲۰ - ۱۰} = \frac{v_{۱۰} - v_۵}{۱۰ - ۵}$$

$$\Rightarrow \frac{-۴۰ - ۰}{۱۰} = -\frac{v_۵}{۵} \Rightarrow v_۵ = ۲۰\frac{m}{s}$$

اکنون با همان روش، سرعت در لحظه‌های $t = ۲s$ و $t = ۱۲s$ را محاسبه می‌کنیم. از ثابت بودن شتاب در بازهٔ صفر تا ۵s داریم:

$$a = \frac{\Delta v}{\Delta t} \Rightarrow \frac{v_۵ - v_۲}{۵ - ۲} = \frac{v_۵ - v_۰}{۵ - ۰} \Rightarrow \frac{۲۰ - v_۲}{۳} = \frac{۲۰}{۵} \Rightarrow v_۲ = ۸\frac{m}{s}$$

از ثابت بودن شتاب در بازهٔ ۵s تا ۲۰s، داریم:

$$\frac{v_{۱۲} - v_{۱۰}}{۱۲ - ۱۰} = \frac{v_{۱۰} - v_۵}{۱۰ - ۵} \Rightarrow \frac{v_{۱۲} - ۰}{۲} = \frac{۰ - ۲۰}{۵} \Rightarrow v_{۱۲} = -۸\frac{m}{s}$$

چون در نمودار سرعت- زمان، مساحت سطح زیر نمودار برابر جابه‌جایی است، مسافت طی شده برابر است با:

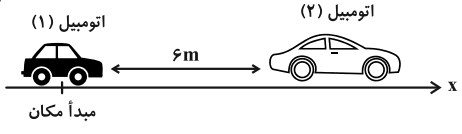
$$\ell = |\Delta x_۱| + |\Delta x_۲| + |\Delta x_۳| = S_۱ + S_۲ + S_۳$$

$$\Rightarrow \ell = \frac{(۲۰ + ۸) \times ۳}{۲} + \frac{۵ \times ۲۰}{۲} + \frac{۲ \times ۸}{۲} = ۴۲ + ۵۰ + ۸ = ۱۰۰m$$

$$s_{av} = \frac{\ell}{\Delta t} = \frac{۱۰۰}{۱۲ - ۲} = ۱۰\frac{m}{s}$$

(فیزیک ۳- حرکت بر خط راست؛ صفحه‌های ۱۰ تا ۱۲ و ۲۰)

۴۷- گزینهٔ «۳» *(بهنام شاهینی)*



ابتدا معادلهٔ حرکت هر دو اتومبیل را می‌نویسیم. حرکت اتومبیل اول با سرعت ثابت و حرکت اتومبیل دوم با شتاب ثابت و از حال سکون صورت می‌گیرد. (مکان اتومبیل (۱) را در این لحظه به عنوان مبدأ حرکت در نظر می‌گیریم.)

$$x_1 = vt + x_0 = 8t \qquad (I)$$

$$x_2 = \frac{1}{2}at^2 + v_0t + x_0 \Rightarrow x_2 = 2t^2 + 6 \qquad (II)$$

زمانی که فاصلهٔ دو متحرک از هم ۲ متر می‌شود، داریم:

$$x_2 - x_1 = \pm 2 \xrightarrow{(I),(II)} 2t^2 + 6 - 8t = \pm 2$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \text{حالت اول}: 2t^2 + 6 - 8t = 2 \Rightarrow t^2 - 4t + 2 = 0 \\ \Rightarrow t = \frac{4 \pm \sqrt{16-8}}{2} \Rightarrow \begin{cases} t_1 = (2-\sqrt{2})s \\ t_2 = (2+\sqrt{2})s \end{cases} \\ \text{حالت دوم}: 2t^2 + 6 - 8t = -2 \Rightarrow t^2 - 4t + 4 = 0 \Rightarrow t_3 = 2s \end{cases}$$

پس در لحظه‌های $t = 2-\sqrt{2}s$، $t = 2s$ و $t = 2+\sqrt{2}s$ فاصلهٔ دو متحرک از یکدیگر به ۲ متر می‌رسد که اختلاف زمانی اولین و آخرین لحظه برابر است با:

$$\Delta t = t_2 - t_1 = 2 + \sqrt{2} - 2 + \sqrt{2} = 2\sqrt{2}s$$

(فیزیک ۳- حرکت بر خط راست؛ صفحه‌های ۱۳ تا ۱۷)

۴۸- **گزینهٔ «۴»** *(علیرضا جباری)*

از لحظهٔ رها شدن گلولهٔ B به بعد، فاصلهٔ دو گلوله از یکدیگر بیشتر می‌شود و این شرایط تا زمانی که گلولهٔ A به زمین برسد، ادامه دارد، بنابراین لحظه‌ای را که گلولهٔ A به زمین می‌رسد، به دست می‌آوریم: (جهت مثبت را رو به پایین اختیار می‌کنیم.)

$$y_A = \frac{1}{2}gt^2 \xrightarrow[g=10\frac{m}{s^2}]{y_A=80m} 80 = \frac{1}{2}\times 10t^2 \Rightarrow t^2 = 16 \Rightarrow t = 4s$$

در لحظهٔ $t = 4s$ که گلولهٔ A به زمین می‌رسد، فاصلهٔ دو گلوله بیشترین مقدار خود را پیدا می‌کند. در این لحظه مسافتی را که گلولهٔ B پیموده است حساب می‌کنیم:

$$y_B = \frac{1}{2}g(t-1)^2 \xrightarrow[g=10\frac{m}{s^2}]{t=4s} y_B = \frac{1}{2}\times 10\times(4-1)^2 = 45m$$

در این لحظه فاصلهٔ دو گلوله از یکدیگر را محاسبه می‌کنیم:

$$y_A - y_B = 80 - 45 = 35m$$

(فیزیک ۳- حرکت بر خط راست؛ صفحه‌های ۲۱ تا ۲۴)

۴۹- **گزینهٔ «۲»** *(پوریا علاقه‌مند)*

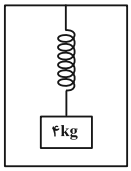
طبق قانون سوم نیوتون، بین نیرویی که شخص ۱ به ۲ وارد می‌کند و نیرویی که شخص ۲ به ۱ وارد می‌کند، رابطهٔ زیر برقرار است:

$$\vec{F}_{12} = -\vec{F}_{21} \Rightarrow m_1\vec{a}_1 = -m_2\vec{a}_2 \xrightarrow{m_2=2m_1} \vec{a}_1 = -2\vec{a}_2$$

(فیزیک ۳- دینامیک و حرکت دایره‌ای؛ صفحه‌های ۳۲ تا ۳۴)

۵۰- **گزینهٔ «۳»** *(عبدالرضا امینی‌نسب)*

جهت مثبت را هم‌جهت با حرکت آسانسور در نظر می‌گیریم و قانون دوم نیوتون را می‌نویسیم:



$$F_{net} = ma$$
$$F_e - mg = ma$$

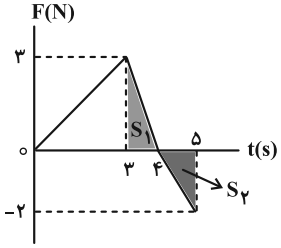
$$kx - mg = ma \xrightarrow[m=4kg]{k=200\frac{N}{m},\ x=9cm=0/09m}$$

$$200\times\frac{9}{100} - 40 = 4a \Rightarrow 18 - 40 = 4a \Rightarrow a = -\frac{22}{4} = -5/5\frac{m}{s^2}$$

(فیزیک ۳- دینامیک و حرکت دایره‌ای؛ صفحه‌های ۳۷ تا ۴۴)

۵۱- **گزینهٔ «۴»** *(معصومه شریعت‌ناصری)*

مساحت زیر نمودار $F-t$، تغییر تکانه را نشان می‌دهد. تغییرات تکانه در بازهٔ $t_1 = 3s$ تا $t_2 = 5s$ به صورت زیر محاسبه می‌شود:



$$\Delta p = S_1 - S_2 = \frac{1\times 3}{2} - \frac{1\times 2}{2} = \frac{1}{2}\frac{kg.m}{s}$$

$$\Delta p = m\Delta v \Rightarrow \Delta v = \frac{\Delta p}{m} = \frac{\frac{1}{2}}{\frac{1}{2}} = 1\frac{m}{s}$$

$$\Rightarrow a_{av} = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{1}{5-3} = \frac{1}{2}\frac{m}{s^2}$$

(فیزیک ۳- دینامیک و حرکت دایره‌ای؛ صفحه‌های ۴۷ و ۴۸)

۵۲- **گزینهٔ «۴»** *(محمدکاظم منشادی)*

$$g = G\frac{M}{r^2} \Rightarrow \frac{g_A}{g_B} = (\frac{r_B}{r_A})^2 \qquad (I)$$

برای هر دو ماهواره، شتاب گرانش همان شتاب مرکزگرا است.

$$a_c = \frac{v^2}{r} \Rightarrow \frac{a_{cA}}{a_{cB}} = (\frac{v_A}{v_B})^2\times(\frac{r_B}{r_A})$$

$$a_c = g \Rightarrow \frac{g_A}{g_B} = \frac{a_{cA}}{a_{cB}} = (\frac{v_A}{v_B})^2\times(\frac{r_B}{r_A}) \qquad (II)$$

$$\xrightarrow{(I),(II)} (\frac{r_B}{r_A})^2 = (\frac{v_A}{v_B})^2\times(\frac{r_B}{r_A})$$

$$\Rightarrow \frac{v_A}{v_B} = \sqrt{\frac{r_B}{r_A}} = \sqrt{\frac{4R}{2R}} = \sqrt{2}$$

$$p = mv \Rightarrow \frac{p_A}{p_B} = \frac{m_A}{m_B}\times\frac{v_A}{v_B} = 1\times\sqrt{2} = \sqrt{2}$$

(فیزیک ۳- دینامیک و حرکت دایره‌ای؛ صفحه‌های ۵۱ تا ۵۵)

۵۳- **گزینهٔ «۴»** *(عبدالرضا امینی‌نسب)*

می‌دانیم در لحظه‌ای که انرژی پتانسیل کشسانی، نصف مقدار بیشینه‌اش می‌شود، انرژی جنبشی و پتانسیل کشسانی با هم برابرند. به عبارت دیگر، می‌توان انرژی مکانیکی نوسانگر را محاسبه کرده و سپس مقدار آن را نصف کنیم تا انرژی جنبشی در نقطهٔ مورد نظر به دست آید. (دقت کنید، انرژی جنبشی و پتانسیل کشسانی نوسانگر در $x = \pm\frac{\sqrt{2}}{2}A$ با هم برابر است.)

$$U=\frac{1}{2}U_{max}\Rightarrow U=K$$

انرژی مکانیکی نوسانگر برابر است با:

$$\left.\begin{array}{l}E=U_{max}=K_{max}=\frac{1}{2}mA^2\omega^2\\ \omega=40\pi\frac{rad}{s}\ ,\ A=0/05m\end{array}\right\}$$

$$\Rightarrow E=\frac{1}{2}\times\frac{1}{10}\times25\times10^{-4}\times1600\pi^2\Rightarrow E=0/2\pi^2J$$

بنابراین در لحظهٔ مورد نظر، انرژی جنبشی برابر است با:

$$K=\frac{E}{2}=0/1\pi^2J$$

(فیزیک ۳- نوسان و موج؛ صفحه‌های ۶۶ و ۶۷)

۵۴- **گزینهٔ «۴»** *(بهنام شاهینی)*

می‌دانیم هر جزء از محیط انتشار موج، حرکت ذرهٔ قبل از خود را تکرار می‌کند، بنابراین با توجه به جهت حرکت موج، نقطهٔ M به سمت بالا حرکت خواهد کرد. از روی نقش موج داریم:

$$\frac{5\lambda}{4}=0/2\Rightarrow\lambda=0/16m$$

بنابراین خواهیم داشت:

$$v=\frac{\lambda}{T}\Rightarrow1=\frac{0/16}{T}\Rightarrow T=0/16s$$

ذرهٔ M در این لحظه، در حال عبور از نقطهٔ تعادل است، بنابراین بیشترین تندی را خواهد داشت:

$$v_{max}=A\omega=\frac{2\pi A}{T}=\frac{2\times3\times40\times10^{-3}}{16\times10^{-2}}=1/5\frac{m}{s}$$

(فیزیک ۳- نوسان و موج؛ صفحه‌های ۷۲ و ۷۳)

۵۵- **گزینهٔ «۲»** *(مصطفی کیانی)*

ابتدا شدت صوت داده شده را برحسب $\frac{W}{m^2}$ می‌یابیم:

$$I=1\frac{\mu W}{cm^2}\times\frac{10^{-6}W}{1\mu W}\times\frac{10^4cm^2}{1m^2}=10^{-2}\frac{W}{m^2}$$

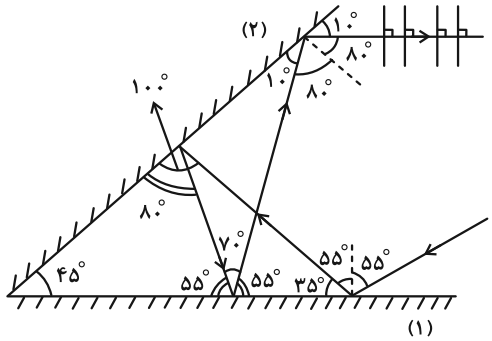
حال با در نظر گرفتن $I_0=10^{-6}\frac{\mu W}{m^2}=10^{-12}\frac{W}{m^2}$، تراز شدت صوت را محاسبه می‌کنیم:

$$\beta=10\log(\frac{I}{I_0})=10\log(\frac{10^{-2}}{10^{-12}})=10\log10^{10}=100dB$$

(فیزیک ۳- نوسان و موج؛ صفحه‌های ۸۰ و ۸۱)

۵۶- **گزینهٔ «۴»** *(محمود منصوری)*

مطابق قوانین بازتاب، زاویهٔ تابش با زاویهٔ بازتابش (زاویهٔ جبههٔ موج بازتابش با مانع) برابر است. ابتدا زاویهٔ پرتو بازتابش با مانع (۱) را به‌دست می‌آوریم، سپس زاویهٔ پرتو بازتاب از آینهٔ (۲) با مانع را به‌دست می‌آوریم. از طرفی مجموع زوایای داخلی یک مثلث برابر 180° است و به همین ترتیب با ادامهٔ برخورد پرتو با مانع، زاویهٔ بازتاب آینهٔ (۲) در دومین بازتاب (زاویهٔ جبهه‌های بازتابیده از سطح مانع (۲) و این مانع) برابر 80° است.



(فیزیک ۳- برهم‌کنش‌های موج؛ صفحه‌های ۹۳ و ۹۴)

۵۷- **گزینهٔ «۴»** *(مهران اسماعیلی)*

ابتدا تندی انتشار موج عرضی در تار را محاسبه می‌کنیم:

$$v=\sqrt{\frac{F}{\mu}}\xrightarrow{\mu=\frac{m}{\ell}}v=\sqrt{\frac{F\ell}{m}}\xrightarrow[m=0/008kg]{F=400N\ ,\ \ell=0/8m}$$

$$v=\sqrt{\frac{400\times0/8}{0/008}}=200\frac{m}{s}$$

با استفاده از فرمول بسامد تشدیدی تار، می‌توانیم عدد هماهنگ تار را تعیین کنیم.

$$f_n=\frac{nv}{2\ell}\xrightarrow[\ell=0/8m\ ,\ v=200\frac{m}{s}]{f_n=500Hz}500=\frac{n\times200}{2\times0/8}\Rightarrow n=4$$

حال تعداد گره‌های ایجاد شده را تعیین می‌کنیم:

$$n=\text{عدد هماهنگ}=\text{تعداد گره}-1\xrightarrow{n=4}\text{تعداد گره}=4$$

$$\Rightarrow\text{تعداد گره}=5$$

(فیزیک ۳- برهم‌کنش‌های موج؛ صفحه‌های ۱۰۵ تا ۱۰۷)

۵۸- **گزینهٔ «۳»** *(افشین مینو)*

توان تابشی مفید چشمهٔ خروجی برابر است با: $P=\frac{nhc}{\lambda t}$

$$=\frac{5\times10^{15}\times6/6\times10^{-34}\times3\times10^8}{660\times10^{-9}\times1}=15\times10^{-4}W$$

$$\Rightarrow\text{خروجی}\ P_2=1/5mW$$

$$\text{بازده}=\frac{P_2}{P_1}\times100\Rightarrow0/5=\frac{1/5}{P_1}\times100\Rightarrow P_1=\frac{150}{0/5}=300mW$$

(فیزیک ۳- آشنایی با فیزیک اتمی؛ صفحه‌های ۱۱۶ تا ۱۲۰)

۵۹- **گزینهٔ «۴»** *(علیرضا جباری)*

در دومین حالت برانگیخته، الکترون در مدار سوم قرار دارد و شعاع مدار آن برابر است با: $r_{n'}=n'^2a_0\xrightarrow{n'=2+1=3}r_{n'}=9a_0$

همچنین در سومین حالت برانگیخته، الکترون در مدار چهارم قرار دارد و شعاع مدار آن برابر است با: $r_{n''}=n''^2a_0\xrightarrow{n''=3+1=4}r_{n''}=16a_0$

با توجه به این‌که تغییر شعاع مدار الکترون $16a_0$ است، بنابراین شعاع مدار الکترون، افزایش می‌یابد و داریم:

$$\Delta r=r_n-r_{n'}\xrightarrow[r_{n'}=9a_0]{\Delta r=r_{n''}=16a_0}16a_0=r_n-9a_0\Rightarrow r_n=25a_0$$

$$r_n=n^2a_0\Rightarrow25a_0=n^2a_0\Rightarrow n=5$$

اکنون می‌توانیم اندازهٔ تغییر انرژی این الکترون را برحسب ریدبرگ به دست آوریم:

$$E_n - E_{n'} = -\frac{E_R}{n^2} - (-\frac{E_R}{n'^2}) = E_R(\frac{1}{n'^2} - \frac{1}{n^2}) \xrightarrow[n=5]{n'=3}$$

$$E_5 - E_3 = E_R(\frac{1}{9} - \frac{1}{25}) = \frac{16}{225}E_R$$

(فیزیک ۳- آشنایی با فیزیک اتمی؛ صفحه‌های ۱۲۷ و ۱۲۸)

۶۰- **گزینهٔ «۱»** *(سیده‌ملیحه میرصالحی)*

در واپاشی بتای منفی یک نوترون به یک پروتون و یک الکترون تبدیل می‌شود و طی این واپاشی عدد اتمی یک واحد افزایش و عدد نوترونی یک واحد کاهش می‌یابد اما عدد جرمی تغییر نمی‌کند. در واپاشی گاما عدد اتمی و عدد جرمی تغییری نمی‌کند و اتم از حالت برانگیختگی خارج می‌شود. در واپاشی آلفا عدد اتمی ۲ واحد کاهش می‌یابد و در واپاشی بتای مثبت عدد اتمی یک واحد کاهش می‌یابد.

(فیزیک ۳- آشنایی با فیزیک هسته‌ای؛ صفحه‌های ۱۴۲ تا ۱۴۵)

۶۱- **گزینهٔ «۱»** *(ابوالفضل نکومنشی‌نژاد)*

$$N'_A = N'_B \Rightarrow \frac{N_0}{2^{n_A}} = \frac{2N_0}{2^{n_B}} \Rightarrow 2^{n_B} = 2^{n_A} \times 2 = 2^{n_A+1}$$

$$\Rightarrow n_B = n_A + 1 \qquad (I)$$

اگر در ۶۰ ساعت، ۴ نیمه‌عمر گذشته باشد، در ۱۲۰ ساعت ۸ تا نیمه‌عمر می‌گذرد، در واقع می‌توانیم بگوییم تعداد نیمه‌عمرها دو برابر می‌شود.

$$N_A = \frac{N_0}{2^{2n_A}}$$

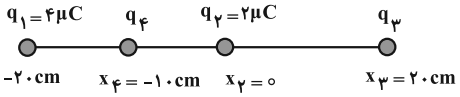
$$N_B = \frac{2N_0}{2^{2n_B}} \xrightarrow{(I)} N_B = \frac{2N_0}{2^{2(n_A+1)}} = \frac{2N_0}{2^{2n_A+2}} = \frac{2N_0}{2^{2n_A} \times 4} = \frac{N_0}{2^{2n_A} \times 2}$$

$$\Rightarrow N_B = \frac{N_A}{2} \Rightarrow \frac{N_A}{N_B} = 2$$

(فیزیک ۳- آشنایی با فیزیک هسته‌ای؛ صفحه‌های ۱۴۶ و ۱۴۷)

۶۲- **گزینهٔ «۴»** *(حسین الهی)*

ابتدا باید نوع بار q_3 را مشخص کنیم.



فرض می‌کنیم بار q_4 مثبت است، با توجه به فاصلهٔ یکسان q_1 و q_2 از بار q_4 نیرویی که بار q_1 بر بار q_4 وارد می‌کند بیشتر است، لذا بار q_3 نیز باید بار q_4 را دفع کند، پس مثبت است.

$$F_{T_4} = F_{14} - (F_{24} + F_{34}) = 0 \Rightarrow F_{14} = F_{24} + F_{34}$$

$$\Rightarrow \frac{kq_1q_4}{r_{14}^2} = \frac{kq_2q_4}{r_{24}^2} + \frac{kq_3q_4}{r_{34}^2}$$

$$\Rightarrow \frac{4}{(10)^2} = \frac{2}{(10)^2} + \frac{q_3}{(30)^2} \Rightarrow q_3 = 18\mu C \Rightarrow \frac{q_3}{q_2} = \frac{18}{2} = 9$$

(فیزیک ۲- الکتریسیتهٔ ساکن؛ صفحه‌های ۵ تا ۱۰)

۶۳- **گزینهٔ «۳»** *(ممود منصوری)*

طبق قانون پایستگی انرژی خواهیم داشت:

$$\Delta U = -\Delta K$$

$$-E|q|d\cos\theta = -(K_2 - K_1) \xrightarrow{K=\frac{1}{2}mv^2} E|q|d\cos\theta = \frac{1}{2}m(v_2^2 - v_1^2)$$

$$\xrightarrow{\substack{E=2\times10^5\frac{N}{C},\ |q|=3/2\times10^{-6}C,\ d=1/5m \\ \theta=0,\ \cos0=1,\ m=6\times10^{-3}kg,\ v_1=2\frac{m}{s}}}$$

$$2\times10^5\times3/2\times10^{-6}\times1/5 = \frac{1}{2}\times6\times10^{-3}(v_2^2 - 2^2)$$

$$\Rightarrow 0/96 = 3\times10^{-3}(v_2^2 - 4) \Rightarrow 320 = v_2^2 - 4$$

$$\Rightarrow v_2^2 = 324 \Rightarrow v_2 = 18\frac{m}{s}$$

(فیزیک ۲- الکتریسیتهٔ ساکن؛ صفحه‌های ۲۱ تا ۲۳)

۶۴- **گزینهٔ «۲»** *(زهره آقامحمدی)*

چون ظرفیت خازن ثابت است، اگر بار خازن ۲۰ درصد افزایش یابد، طبق رابطهٔ $Q = CV$، اختلاف پتانسیل دو سر خازن نیز ۲۰ درصد افزایش می‌یابد:

$$V_2 = (1+0/2)V_1 = 1/2V_1 = \frac{6}{5}V_1$$

طبق رابطهٔ انرژی ذخیره شده در خازن داریم:

$$U = \frac{1}{2}CV^2 \Rightarrow \Delta U = \frac{1}{2}C(V_2^2 - V_1^2) \xrightarrow[C=40\mu F,\ V_2=\frac{6}{5}V_1]{\Delta U=2/2\mu J}$$

$$2/2 = \frac{1}{2}\times40\times(\frac{36}{25}V_1^2 - V_1^2) = 20\times\frac{11}{25}V_1^2$$

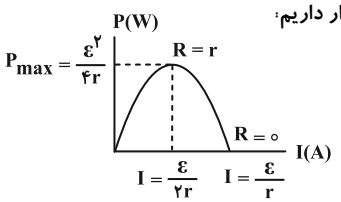
$$\Rightarrow V_1^2 = \frac{25\times2/2}{20\times11} = 0/25 \Rightarrow V_1 = 0/5V$$

$$V_2 = \frac{6}{5}V_1 = \frac{6}{5}\times0/5 = 0/6V$$

(فیزیک ۲- الکتریسیتهٔ ساکن؛ صفحه‌های ۳۳، ۳۸ و ۳۹)

۶۵- **گزینهٔ «۲»** *(ممود منصوری)*

توان خروجی باتری برحسب جریان گذرنده از آن، $(P = \varepsilon I - rI^2)$ یک تابع درجه ۲ و نمودار آن سهمی است که مقدار بیشینهٔ توان در رأس سهمی بوده و از رابطهٔ $P_{max} = \frac{\varepsilon^2}{4r}$ و مقدار جریان آن از رابطهٔ $I_{max} = \frac{\varepsilon}{2r}$ به دست می‌آید. با توجه به نمودار داریم:



$$\left.\begin{aligned} P_{max} = \frac{\varepsilon^2}{4r} \Rightarrow 18 = \frac{\varepsilon^2}{4r} \\ I = \frac{\varepsilon}{r} \Rightarrow 12 = \frac{\varepsilon}{r} \end{aligned}\right\} \Rightarrow \frac{\varepsilon^2}{4r} = \frac{\varepsilon}{4}\times\frac{\varepsilon}{r} = 18$$

$$\Rightarrow \frac{\varepsilon}{4}\times12 = 18 \Rightarrow \begin{cases} \varepsilon = 6V \\ r = 0/5\Omega \end{cases}$$

اگر ولتاژ دو سر باتری ۱/۵ ولت باشد:

$$V = \varepsilon - Ir \Rightarrow 1/5 = 6 - 0/5I \Rightarrow 0/5I = 4/5 \Rightarrow I = 9A$$

توان خروجی برابر است با:

$$P = \varepsilon I - rI^2 \xrightarrow[r=0/5\Omega]{\varepsilon=6V,\ I=9A} P = (6\times9) - (0/5\times(9)^2) = 13/5W$$

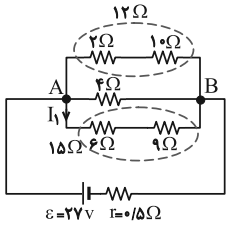
همچنین می‌توانیم از رابطهٔ $P = VI$ توان خروجی باتری را حساب کنیم:

$$P = VI = 1/5\times9 = 13/5W$$

(فیزیک ۲- جریان الکتریکی و مدارهای جریان مستقیم؛ صفحه‌های ۶۷ تا ۷۰)

۶۶- **گزینهٔ «۱»** *(زهره آقامحمدی)*

ابتدا در حالت اول که کلید در حالت (۱) است، مدار را ساده می‌کنیم:



$$\frac{1}{R_{eq}}=\frac{1}{12}+\frac{1}{4}+\frac{1}{15}=\frac{5+15+4}{60}=\frac{24}{60}\Rightarrow R_{eq}=2/5\Omega$$

جریان عبوری از باتری برابر است با: $I=\frac{\varepsilon}{r+R_{eq}}=\frac{27}{3}=9A$

اختلاف پتانسیل دو سر هر یک از شاخه‌ها برابر اختلاف پتانسیل دو سر باتری است:

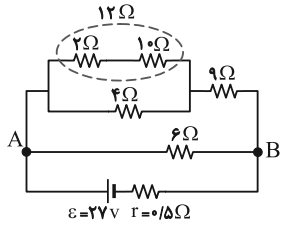
$$V=\varepsilon-Ir=27-9\times0/5=22/5V$$

$$\Rightarrow I_1=\frac{V}{15}=\frac{22/5}{15}=1/5A$$

بنابراین توان مصرفی در مقاومت 6Ω برابر است با:

$$P=RI_1^2=6\times(1/5)^2=13/5W$$

اکنون کلید را در حالت (۲) قرار می‌دهیم:



$$R_1=\frac{12\times4}{12+4}=3\Omega \quad , \quad R_2=3+9=12\Omega$$

$$R'_{eq}=\frac{12\times6}{12+6}=4\Omega$$

جریان عبوری از باتری برابر است با: $I'=\frac{\varepsilon}{r+R'_{eq}}=\frac{27}{4/5}=6A$

همان‌طور که از مدار مشخص است، اختلاف پتانسیل دو سر مقاومت 6Ω با اختلاف پتانسیل دو سر باتری برابر است:

$$V'=\varepsilon-I'r=27-6\times0/5=24V$$

$$\Rightarrow P'=\frac{V'^2}{R}=\frac{24\times24}{6}=96W\Rightarrow P'-P=82/5W$$

(فیزیک ۲- جریان الکتریکی و مدارهای جریان مستقیم؛ صفحه‌های ۶۷ تا ۷۷)

۶۷- **گزینهٔ «۱»** *(ابوالفضل نکومنشی نژاد)*

یکنواخت $E=\frac{|\Delta V|}{d}=\frac{5}{0/01}=500\frac{V}{m}$

$$F_E=|q|E=2\times10^{-6}\times500=10^{-3}N$$

$$mg=30\times10^{-3}\times10^{-3}\times10=0/3\times10^{-3}N$$

$$F_B=|q|vB\sin\underbrace{\theta}_{90^\circ}=2\times10^{-6}\times2\times10^{4}\times200\times10^{-4}\times1$$

$$=0/8\times10^{-3}N$$

$$F_B+mg=(0/3+0/8)\times10^{-3}N\Rightarrow F_B+mg=1/1\times10^{-3}N$$

$$F_{net}=F_B+mg-F_E=ma$$

$$\Rightarrow 1/1\times10^{-3}-10^{-3}=30\times10^{-3}\times10^{-3}\times a\Rightarrow a=\frac{10}{3}\frac{m}{s^2}$$

$F_{net}\Rightarrow$ رو به پایین است $\Rightarrow a\Rightarrow(-\vec{j})$ رو به پایین است

$$\Rightarrow\vec{a}=-\frac{10}{3}\vec{j}\ \frac{m}{s^2}$$

(فیزیک ۲- مغناطیس؛ صفحه‌های ۸۹ و ۹۰)

۶۸- **گزینهٔ «۳»** *(علیرضا جباری)*

در شکل (الف)؛ جریان عبوری از سیم در حال کاهش است، بنابراین شار عبوری از قاب فلزی نیز در حال کاهش است. پس مطابق قانون لنز باید جریان القایی در آن، ساعتگرد باشد تا با توجه به قانون دست راست، میدان مغناطیسی ناشی ازآن با میدان مغناطیسی سیم حامل جریان، همسو شود و با کاهش شار، مخالفت کند. بنابراین مورد (الف) نادرست است.

در شکل (ب)؛ شار مغناطیسی عبوری از قاب فلزی در حال کاهش بوده و با توجه به قانون لنز و قاعدهٔ دست راست، جریان القایی در آن ساعتگرد است. بنابراین مورد (ب) درست است.

در شکل (پ)؛ شار عبوری از قاب فلزی در حال افزایش است و با توجه به قانون لنز و قاعدهٔ دست راست، جریان القایی در آن پادساعتگرد است. بنابراین مورد (پ) درست است.

در شکل (ت)؛ شار مغناطیسی عبوری از قاب فلزی در حال کاهش است و با توجه به قانون لنز و قاعدهٔ دست راست، جریان القایی در آن ساعتگرد است. بنابراین مورد (ت) نادرست است.

(فیزیک ۲- القای الکترومغناطیسی و جریان متناوب؛ صفحه‌های ۱۱۷ و ۱۱۸)

۶۹- **گزینهٔ «۱»** *(علیرضا جباری)*

ابتدا بیشینهٔ جریان الکتریکی گذرنده از پیچه را به دست می‌آوریم:

$$I_m=\frac{\varepsilon_m}{R}\xrightarrow[R=15\Omega]{\varepsilon_m=60V}I_m=\frac{60}{15}=4A$$

سپس با توجه به این‌که $\frac{3}{4}$ دورهٔ تناوب، برابر با $15ms$ است، دورهٔ تناوب را حساب می‌کنیم:

$$\frac{3}{4}T=15\times10^{-3}\Rightarrow T=20\times10^{-3}s=2\times10^{-2}s$$

اکنون می‌توانیم معادلهٔ جریان متناوب را بنویسیم:

$$I = I_m \sin\frac{2\pi}{T}t \xrightarrow[T=2\times10^{-2}s]{I_m=4A} I = 4\sin\frac{2\pi}{2\times10^{-2}}t = 4\sin100\pi t$$

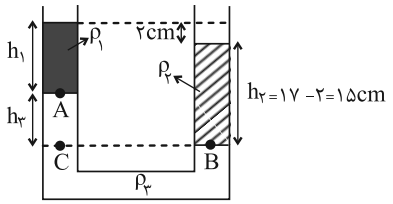
در پایان، جریان الکتریکی گذرنده از پیچه را در لحظهٔ $t = \frac{1}{120}s$ پیدا می‌کنیم:

$$I = 4\sin100\pi\times\frac{1}{120} = 4\sin\frac{5\pi}{6} = 4\times\frac{1}{2} = 2A$$

(فیزیک ۲- القای الکترومغناطیسی و جریان متناوب؛ صفحه‌های ۱۲۲ تا ۱۲۵)

۷۰- **گزینهٔ «۳»** *(علیرضا جباری)*

با توجه به شکل زیر، فشار در دو نقطهٔ B و C برابر هستند و داریم:



$$P_C = P_B \Rightarrow \rho_1 g h_1 + \rho_3 g h_3 + P_0 = \rho_2 g h_2 + P_0$$

$$1/2h_1 + 1/92h_3 = 1/6\times15$$

از طرفی داریم: $h_1 + h_3 = 17\,cm$

$$\left.\begin{matrix}1/2h_1 + 1/92h_3 = 24\\ -1/2h_1 - 1/2h_3 = -20/4\end{matrix}\right\} \Rightarrow 0/72h_3 = 3/6 \Rightarrow h_3 = 5\,cm$$

$$h_1 + 5 = 17 \Rightarrow h_1 = 12\,cm$$

اکنون می‌توانیم اختلاف فشار بین دو نقطهٔ A و B را به‌دست آوریم:

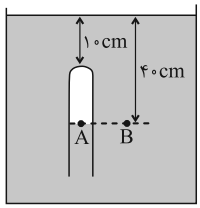
$$P_B - P_A = \rho_3 g h_3 \xrightarrow[g=10\frac{N}{kg},\ h_3=5cm=5\times10^{-2}m]{\rho_2=1/92\frac{g}{cm^3}=1920\frac{kg}{m^3}}$$

$$P_B - P_A = 1920\times10\times5\times10^{-2} = 960\,Pa$$

(فیزیک ۱- ویژگی‌های فیزیکی مواد؛ صفحه‌های ۳۳ تا ۳۵)

۷۱- **گزینهٔ «۲»** *(عبدالرضا امینی‌نسب)*

با توجه به برابری فشار در نقاط هم‌تراز یک مایع ساکن داریم:



$$P_A = P_B \Rightarrow P_A = P_0 + \rho g h_{مایع}$$

$$\Rightarrow P_A = 90000 + 1700\times10\times\frac{4}{10} = 90000 + 6800$$

$$P_A = 96800\,Pa = 96/8\,kPa$$

(فیزیک ۱- ویژگی‌های فیزیکی مواد؛ صفحه‌های ۳۷ و ۳۸)

۷۲- **گزینهٔ «۲»** *(مسین الهی)*

موارد (الف) و (ج) درست و بقیه موارد نادرست می‌باشند.

شکل درست موارد نادرست:

ب) کار نیروی وزن برای هر سه گلوله یکسان است، زیرا تغییر ارتفاع یکسان و جرم برابر دارند. $(W_{mg} = mgh)$

د) با توجه به این‌که اندازهٔ تکانه حاصل‌ضرب m و v می‌باشد و با توجه به یکسان بودن تندی گلوله‌ها هنگام خوردن به زمین و همچنین مشابه بودن جرم آن‌ها، اندازهٔ تکانهٔ آن‌ها نیز یکسان است.

هـ) چون گلولهٔ (۲) به سمت بالا پرتاب شده است، ابتدا تندی آن کاهش و سپس افزایش می‌یابد، اما توپ (۳) به پایین پرتاب شده و تندی آن همواره افزایش می‌یابد.

(فیزیک ۲- کار، انرژی و توان؛ صفحه‌های ۶۴ تا ۷۰)

۷۳- **گزینهٔ «۲»** *(پیام مرادی)*

مجموع گرماهای مبادله شده تا رسیدن به حالت تعادل برابر صفر است. ابتدا دمای تعادل را برحسب درجهٔ سلسیوس محاسبه می‌کنیم و سپس آن را به درجهٔ فارنهایت تبدیل می‌کنیم:

$$Q_{آب} + Q_{فلز} = 0 \Rightarrow m_{آب}c_{آب}\Delta\theta_{آب} + m_{فلز}c_{فلز}\Delta\theta_{فلز} = 0$$

$$\Rightarrow m(3c_{فلز})(\theta-60) + 2mc_{فلز}(\theta-20) = 0$$

$$\Rightarrow 3\theta - 180 + 2\theta - 40 = 0 \Rightarrow 5\theta = 220 \Rightarrow \theta = 44^\circ C$$

$$F = 1/8\theta + 32 = 1/8(44) + 32 = 111/2^\circ F$$

(فیزیک ۱- دما و گرما؛ صفحه‌های ۱۰۰ تا ۱۰۲)

۷۴- **گزینهٔ «۳»** *(محسن سلماسی‌وند)*

$$PV = nRT \Rightarrow n = \frac{PV}{RT}$$

$$n_1 = \frac{10\times10^5\times50\times10^{-3}}{8\times(273-23)} = 25\,mol$$

$$n_2 = \frac{6\times10^5\times50\times10^{-3}}{8\times(273+102)} = 10\,mol$$

$$\text{مول خارج شده} = 25-10 = 15\,mol \Rightarrow n = \frac{m}{M}$$

$$15 = \frac{m}{2} \Rightarrow m = 30\,g$$

(فیزیک ۱- دما و گرما؛ صفحه‌های ۱۲۲ و ۱۲۳)

۷۵- **گزینهٔ «۴»** *(زهره آقامحمدی)*

با استفاده از رابطهٔ بازده ماشین گرمایی داریم:

$$\eta = \frac{|W|}{Q_H} \xrightarrow{Q_H=|W|+|Q_C|} \eta = \frac{|W|}{|W|+|Q_C|}$$

$$\xrightarrow[\eta=0/25=\frac{1}{4}]{|Q_C|=90J} \frac{1}{4}|W| + \frac{1}{4}\times90 = |W| \Rightarrow |W| = 30\,J$$

بنابراین توان خروجی ماشین برابر است با: $P = \frac{|W|}{t} = \frac{30}{0/4} = 75\,W$

(فیزیک ۱- ترمودینامیک؛ صفحه‌های ۱۴۵ و ۱۴۶)

شیمی

۷۶- **گزینهٔ «۳»** *(فرشید مرادی)*

عنصر X در دورهٔ چهارم جدول تناوبی قرار دارد و قادر به تشکیل ترکیب یونی XF_3 است. در کاتیون سازندهٔ این ترکیب، شمار الکترون‌های دارای $l=1$ (الکترون‌های زیرلایهٔ p اشغال شده از الکترون در تمام لایه‌ها) با شمار الکترون‌های با عدد کوانتومی اصلی $n=3$ برابر است. لایهٔ الکترونی سوم ($n=3$) شامل زیرلایه‌های $3p$، $3s$ و $3d$ بوده و گنجایش متغیری از الکترون‌ها بسته به عنصر دارد (حداکثر توانایی این لایه برای پذیرش الکترون برابر ۱۸ است؛ ۲ الکترون در زیرلایهٔ $3s$، ۶ الکترون در زیرلایهٔ $3p$ و ۱۰ الکترون در زیرلایهٔ $3d$). برای یافتن عنصر X، باید به دنبال عنصری در دورهٔ چهارم بگردیم که در آرایش الکترونی کاتیون $3+$ آن، تعداد الکترون‌های p اشغال شده در تمام لایه‌ها با تعداد کل الکترون‌های موجود در لایهٔ $n=3$ برابری کند. آرایش الکترونی $[_{18}Ar]\,3d^5\,4s^2$، کاندید مناسبی به نظر می‌رسد. در صورت تشکیل یون Mn^{3+} با آرایش الکترونی $[_{18}Ar]\,3d^4$، شمار الکترون‌های p (۶ الکترون در هر کدام از زیرلایه‌های $2p$ و $3p$) برابر ۱۲ است و شمار الکترون‌های موجود در لایهٔ $n=3$ (۲ الکترون در زیرلایهٔ $3s$، ۶ الکترون در زیرلایهٔ $3p$ و ۴ الکترون در زیرلایهٔ $3d$) نیز برابر ۱۲ است. این تطابق نشان می‌دهد که عنصر X، همان عنصر فلزی منگنز بوده و یون مورد نظر در این سوال Mn^{3+} است. عنصر منگنز در دورهٔ چهارم و گروه هفتم جدول دوره‌ای قرار دارد و با نخستین رادیوایزوتوپ تولید شده (یعنی عنصر تکنسیم ($^{99}_{43}Tc$) که در دورهٔ پنجم و گروه هفتم جدول دوره‌ای قرار دارد)، هم‌گروه است.

(شیمی ۱- کیهان زادگاه الفبای هستی؛ صفحه‌های ۳۲ تا ۳۸)

۷۷- **گزینهٔ «۲»** *(هادی مهدی‌زاده)*

$$\bar{M}=M_1+(M_2-M_1)\times\frac{F_2}{100}\Rightarrow 28/8=28+(30-28)\times\frac{F_2}{100}$$

$$2\times\frac{F_2}{100}=0/8\Rightarrow F_2=40\%\Rightarrow \underbrace{F_1=60\%}_{\text{فراوانی } {}^{28}A}$$

$$?\,atom\ {}^{28}A=96\,g\ A\times\frac{1\,mol\ A}{28/8\,g\ A}\times\frac{N_A\ \text{اتم}}{1\,mol\ A}$$

$$\times\frac{60\ atom\ {}^{28}A}{100\ atom\ A}=2N_A$$

(شیمی ۱- کیهان زادگاه الفبای هستی؛ صفحهٔ ۱۵)

۷۸- **گزینهٔ «۲»** *(محمدرضا جمشیدی)*

بررسی گزینه‌ها:

۱) درست؛ زیرا به عنوان مثال در طیف نشری خطی B، علاوه بر طیف‌های نشری خطی عنصرهای A و E، خطوط طیف نشری خطی عنصرهای C و D نیز مشاهده می‌شود.

۲) نادرست؛ ۲ تا از خط‌های طیف نشری خطی F در بازهٔ ۴۰۰ تا ۵۰۰ نانومتر، در هیچ کدام از خطوط A تا E وجود ندارد، بنابراین فقط می‌تواند به یک عنصر فلزی مربوط باشد.

۳) درست؛ در طیف A، طول موج خطوط، بلندتر از طیف E است، بنابراین انرژی آزاد شدهٔ حاصل از انتقال آن‌ها کمتر است.

۴) درست؛ همهٔ خطوط طیف B با طول موج‌های معین، در مجموعه خطوط طیف‌های C و D مشاهده می‌شوند، پس طیف نشری خطی B می‌تواند نشان دهندهٔ طیف نشری خطی مخلوط دو عنصر فلزی C و D (یا آلیاژ حاصل از آن‌ها) باشد.

(شیمی ۱- کیهان زادگاه الفبای هستی؛ صفحه‌های ۱۹ تا ۲۱)

۷۹- **گزینهٔ «۳»** *(حسین شاهسواری)*

در دمای اتاق، آلکان‌هایی که دارای بیش از ۴ کربن هستند، به حالت مایع می‌باشند. از طرفی H_2O در دمای اتاق ($25^\circ C$) به حالت مایع می‌باشد.

$$C_5H_{12}+8O_2\rightarrow 5CO_2+6H_2O$$

$$?\,L=\text{تفاوت حجم گاز}\ (\text{مجموع جرم})=164\,g$$

$$\times\frac{(8-5)\,mol\ \text{تفاوت حجم گاز}}{(1\times72)+(8\times32)\,g\ \text{پنتان و اکسیژن}}\times\frac{24/4\,L}{1\,mol\ \text{گاز}}$$

$$=36/6\,L\ \text{تفاوت حجم گازها}$$

$$\Rightarrow \text{تفاوت حجم گاز } O_2 \text{ و } CO_2=36/6\,L$$

(شیمی ۱- ردپای گازها در زندگی؛ صفحه‌های ۸۰ و ۸۱)

۸۰- **گزینهٔ «۴»** *(امیرحسین طیبی)*

بررسی گزینه‌ها:

۱) درست؛ انجام این واکنش با کاهش شمار مول‌های گازی سامانه همراه است:

$$N_2+3H_2\rightarrow 2NH_3$$

۲) درست

$$H-\underset{\displaystyle H}{\overset{\displaystyle H}{\underset{|}{\overset{|}{\ddot{N}}}}}-H\quad\Rightarrow\frac{\text{جفت پیوندی}}{\text{جفت ناپیوندی}}=\frac{3}{1}=3$$

واکنش‌دهنده با نقطهٔ جوش بیشتر $\Rightarrow :N\equiv N:$

$$\Rightarrow\frac{\text{جفت پیوندی}}{\text{جفت ناپیوندی}}=\frac{3}{2}=1/5$$

۳) درست؛ کاتالیزگر ورقهٔ آهنی است. $_{26}Fe:[_{18}Ar]\,3d^6\,4s^2$

مجموع عدد کوانتومی الکترون‌های ظرفیتی آهن

$$\Rightarrow 6\times(3+2)+2\times(4+0)=38$$

۴) نادرست؛ آمونیاک به عنوان کود شیمیایی به‌طور مستقیم به خاک تزریق می‌شود.

(شیمی ۱- ردپای گازها در زندگی؛ صفحه‌های ۸۱ و ۸۲)

۸۱- **گزینهٔ «۱»** *(روزبه رضوانی)*

موارد (الف) و (ت) درست هستند.

بررسی موارد:

الف) دریاها و اقیانوس‌ها محلول‌های همگنی هستند که از حل شدن انواع یون‌ها (مانند یون‌های سدیم و کلرید) و مولکول‌ها (مانند اکسیژن) در آب تشکیل شده‌اند. این اختلاط در سطح مولکولی به قدری یکنواخت است که در هر نقطه از آب دریا، ترکیب شیمیایی آن تقریباً یکسان است.

ب) باریم سولفات و کلسیم فسفات هر دو رسوب‌هایی به رنگ سفید هستند.

پ) این عبارت که سالانه میلیاردها تن مواد از سنگ‌کره وارد آب‌کره می‌شود درست است؛ فرسایش سنگ‌ها و ورود رسوبات رودخانه‌ها به اقیانوس‌ها به‌طور مداوم مواد معدنی و شیمیایی را به آب‌ها اضافه می‌کنند. با این حال، این ادعا که جرم کل مواد حل‌شده در آب‌های کرهٔ زمین در حال افزایش است، نادرست است. در واقع، یک چرخهٔ تعادلی وجود دارد که در آن، همزمان با ورود مواد جدید، وجود فرایندهایی، باعث حذف مواد محلول از آب می‌شوند. در نتیجه، جرم کل مواد حل‌شده در آب‌های کرهٔ زمین تقریباً ثابت باقی می‌ماند و یک تعادل بین ورود و خروج مواد برقرار است.

ت) تهیهٔ محلول سیرشده مستلزم آن است که حلال قادر به حل کردن مقدار محدودی از ماده حل‌شونده باشد و پس از رسیدن به آن حد، دیگر مادهٔ حل شونده در آن حل نشود. استون و آب هر دو مولکول‌های قطبی هستند و به دلیل ایجاد پیوندهای هیدروژنی قوی بین مولکول‌هایشان، به خوبی در یکدیگر حل می‌شوند. این انحلال‌پذیری بسیار بالا بدان معناست که استون به هر نسبتی در آب حل می‌شود و هیچ حد مشخصی برای میزان حل شدن آن وجود ندارد. به همین دلیل، نمی‌توان با انحلال استون در آب به یک محلول سیرشده دست یافت، زیرا همواره می‌توان مقدار بیشتری استون را در آب حل کرد.

(شیمی ۱- آب، آهنگ زندگی؛ صفحه‌های ۸۶ تا ۹۷)

۸۲- **گزینهٔ «۱»** *(محمدرضا پورجاوید)*

در دمای $۵۰^\circ C$، انحلال‌پذیری KCl در ۱۰۰ گرم آب برابر است با:

$$S = (۰/۳ \times ۵۰) + ۲۷ = ۴۲$$

بنابراین مقدار نمکی که می‌تواند در ۵۰۰ گرم آب حل شود برابر خواهد بود با:

$$۵۰۰\,g\ \text{آب} \times \frac{۴۲\,g\ KCl}{۱۰۰\,g\ \text{آب}} = ۲۱۰\,g\ KCl$$

به این ترتیب مقدار نمک باقی‌مانده برابر با ۳۰ گرم خواهد بود $(۲۴۰ - ۲۱۰ = ۳۰g)$ که دمای مورد نیاز برای حل کردن آن در ۱۰۰ گرم آب برابر خواهد بود با:

$$۳۰ = (۰/۳ \times \theta) + ۲۷ \Rightarrow ۰/۳\theta = ۳ \Rightarrow \theta = ۱۰^\circ C$$

(شیمی ۱- آب، آهنگ زندگی؛ صفحه‌های ۱۰۱ تا ۱۰۳)

۸۳- **گزینهٔ «۴»** *(سعید تیزرو)*

واکنش‌ها انجام شده در گزینه‌ها به صورت زیر می‌باشند:

۱) $FeCl_۳(aq) + ۳NaOH(aq) \rightarrow Fe(OH)_۳(s) + ۳NaCl(aq)$

۲) $۲Na_۳PO_۴(aq) + ۳CaCl_۲(aq) \rightarrow Ca_۳(PO_۴)_۲(s) + ۶NaCl(aq)$

۳) $AgNO_۳(aq) + NaCl(aq) \rightarrow AgCl(s) + NaNO_۳(aq)$

۴) $HCl(aq) + KOH(aq) \rightarrow KCl(aq) + H_۲O(l)$

واکنش ۴ تنها واکنشی است که در آن رسوب تولید نشده و نمونه‌ای از واکنش تبدیل یک محلول به مخلوط نمی‌باشد. در واکنش‌های ۱ تا ۳ با تولید فاز جامد (رسوب)، مخلوط ناهمگن تولید می‌شود.

(شیمی ۱- آب، آهنگ زندگی؛ صفحه‌های ۸۹ و ۹۰)

۸۴- **گزینهٔ «۲»** *(یاسر راش)*

نسبت شمار الکترون‌های لایهٔ ظرفیت به شمار الکترون‌های لایهٔ اول برای چهار عنصر نافلزی A تا D در دوره‌های دوم و سوم جدول به ترتیب برابر ۲، ۳/۵، ۳ و ۲/۵ است. بنابراین عنصر A می‌تواند فقط کربن باشد، عنصر B می‌تواند فلوئور یا کلر باشد، عنصر C می‌تواند اکسیژن یا گوگرد باشد و عنصر D می‌تواند نیتروژن یا فسفر باشد. بنابراین گشتاور دوقطبی مولکول‌های $AB_۴$ (که می‌تواند $CF_۴$ یا $CCl_۴$ باشد) و $AC_۲$ (که می‌تواند $CO_۲$ یا $CS_۲$ باشد) برابر صفر بوده و گشتاور دوقطبی مولکول‌های $CB_۲$ (که می‌تواند $SCl_۲$ یا $SF_۲$ یا $OF_۲$ یا $OCl_۲$ باشد) و $DB_۳$ (که می‌تواند $PF_۳$ یا $PCl_۳$ یا $NF_۳$ یا $NCl_۳$ باشد) بزرگ‌تر از صفر است.

(شیمی ۱- آب، آهنگ زندگی؛ صفحه‌های ۱۰۵ تا ۱۰۷)

۸۵- **گزینهٔ «۲»** *(محمدرضا جمشیدی)*

بررسی موارد نادرست:

مورد اول: واکنش‌پذیری هالوژن‌ها با افزایش جرم مولی (یعنی از بالا به پایین در جدول تناوبی) کاهش می‌یابد.

مورد سوم: در عنصرهای دورهٔ سوم جدول تناوبی، با افزایش عدد اتمی (یعنی از چپ به راست) شعاع اتمی آن‌ها کاهش می‌یابد.

مورد چهارم: با افزایش عدد اتمی عنصرهای گروه ۱۴ جدول تناوبی (یعنی از بالا به پایین)، شعاع اتمی آن‌ها افزایش می‌یابد.

(شیمی ۲- قدر هدایای زمینی را بدانیم؛ صفحه‌های ۸ تا ۱۲)

۸۶- **گزینهٔ «۳»** *(علی جعفری)*

موارد (ب) و (ت) درست هستند.

بررسی موارد نادرست:

الف) واکنش انجام شده در فرایند ترمیت به صورت زیر است:

$۲Al(s) + Fe_۲O_۳(s) \rightarrow ۲Fe(l) + Al_۲O_۳(s)$ ؛ واکنش ترمیت فراوردهٔ مذاب این واکنش $Fe(l)$ می‌باشد نه $Al(l)$.

پ) براساس توسعهٔ پایدار باید در تولید یک ماده یا عرضهٔ خدمات، همهٔ هزینه‌ها و ملاحظه‌های اقتصادی، اجتماعی و زیست‌محیطی را درنظر گرفت.

(شیمی ۲- قدر هدایای زمینی را بدانیم؛ صفحه‌های ۲۴ و ۲۷)

۸۷- **گزینهٔ «۴»** *(امیرحسین طیبی)*

واکنش موازنه شده:

$$۱۶HCl + ۲KMnO_۴ + ۱۰KBr \rightarrow ۸H_۲O + ۱۲KCl + ۵Br_۲ + ۲MnCl_۲$$

مجموع ضرایب استوکیومتری: ۵۵

به ازای تولید ۸ مول $H_۲O$، ۵ مول $Br_۲$ (مواد مولکولی) تولید و ۲ مول پتاسیم پرمنگنات مصرف می‌شود.

$$۸\,mol\ H_۲O \times \frac{۱۸\,g\ H_۲O}{۱\,mol\ H_۲O} = ۱۴۴\,g\ H_۲O$$

$$۵\,mol\ Br_۲ \times \frac{۱۶۰\,g\ Br_۲}{۱\,mol\ Br_۲} = ۸۰۰\,g\ Br_۲$$

$$? \text{ g مادهٔ مولکولی} = ۱۱۸/۵ \text{ g } KMnO_۴ \times \frac{P}{۱۰۰}$$

$$\times \frac{۱ \text{mol } KMnO_۴}{۱۵۸ \text{ g } KMnO_۴} \times \frac{۹۴۴ \text{ g مادهٔ مولکولی}}{۲ \text{mol } KMnO_۴} = ۲۴۷/۸ \text{ g}$$ مادهٔ مولکولی

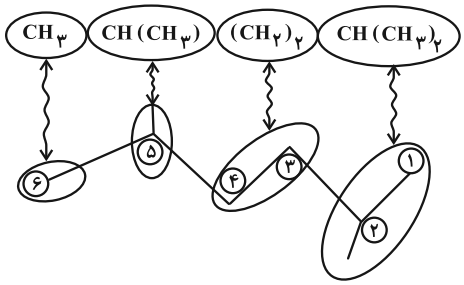
$$\Rightarrow P = ٪۷۰$$ درصد خلوص

(شیمی ۲- قدر هدایای زمینی را بدانیم؛ صفحه‌های ۲۲ تا ۲۵)

۸۸- **گزینهٔ «۳»** *(یاسر راش)*

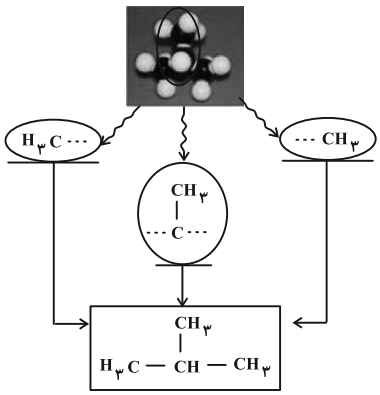
فقط مورد دوم به نادرستی نام‌گذاری شده است.

بررسی ترکیب دوم:



۲، ۵- دی متیل هگزان

بررسی ترکیب چهارم:



۲- متیل پروپان یا متیل پروپان

(شیمی ۲- قدر هدایای زمینی را بدانیم؛ صفحه‌های ۳۶ تا ۴۰)

۸۹- **گزینهٔ «۱»** *(فرشید مرادی)*

گاز اتن سنگ بنای صنایع پتروشیمی است که در واکنش با آب، تولید اتانول می‌کند که یکی از مهم‌ترین حلال‌های صنعتی است.

بررسی سایر گزینه‌ها:

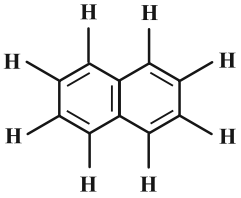
۲) هر هیدروکربنی که دارای پیوند دوگانه باشد، می‌تواند با برم واکنش داده و در صورت کافی بودن، می‌تواند رنگ قرمز آن را از بین ببرد.

۳) معادلهٔ سوختن یک مول سیکلوپنتان $(C_۵H_{۱۰})$ به صورت زیر است:

$$۲C_۵H_{۱۰} + ۱۵O_۲ \rightarrow ۱۰CO_۲ + ۱۰H_۲O$$

اختلاف شمار مول‌های فراورده‌ها با واکنش‌دهنده‌ها به ازای مصرف ۲ مول سیکلوپنتان، ۳ مول است که البته به ازای سوختن یک مول $C_۵H_{۱۰}$، این اختلاف برابر ۱/۵ مول می‌شود.

۴) نفتالن $(C_{۱۰}H_۸)$ مدت‌ها به عنوان ضد بید استفاده می‌شد و ساختار آن به صورت زیر است. اختلاف مورد نظر در این گزینه برابر ۳ است.



(شیمی ۲- قدر هدایای زمینی را بدانیم؛ صفحه‌های ۴۱ تا ۴۳)

۹۰- **گزینهٔ «۴»** *(حسین شاهسواری)*

فرمول مولکولی آن به صورت $C_{۱۰}H_۹O_۴NCl_۲$ است پس نسبت جرمی نیتروژن به هیدروژن $(\frac{۱۴}{۹} \simeq ۱/۵۵)$ کمتر از ۲ است.

بررسی سایر گزینه‌ها:

۱) $\underbrace{۱۰\times۴}_{C} + \underbrace{۹\times۱}_{H} + \underbrace{۴\times۶}_{O} + \underbrace{۱\times۵}_{N} + \underbrace{۲\times۷}_{Cl} = ۹۲$: الکترون‌های ظرفیت

۲) این مولکول حاوی یک گروه الکلی و یک پیوند $C-N$ است.

۳) مولکول داده شده، به علت داشتن گروه عاملی الکلی، کربوکسیل و آمینی، می‌تواند در واکنش تشکیل پلی‌آمید و پلی‌استر شرکت کند.

(شیمی ۲- در پی غذای سالم؛ صفحه‌های ۱۰۹ تا ۱۱۱، ۱۱۶ و ۱۱۷)

۹۱- **گزینهٔ «۱»** *(امیر حاتمیان)*

ابتدا آنتالپی واکنش خواسته شده را محاسبه می‌کنیم:

$$N_۲H_۴(g) + O_۲(g) \rightarrow N_۲(g) + ۲H_۲O(g)$$

۱) واکنش (I) را معکوس می‌کنیم.

$$I)\ N_۲H_۴(g) + H_۲(g) \rightarrow ۲NH_۳(g)$$
$$\Delta H_۱' = -۱۸۳ \text{ kJ}$$

۲) معادلهٔ واکنش (II) بدون تغییر باقی بماند.

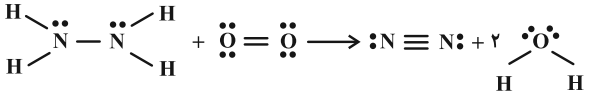
$$II)\ ۲H_۲(g) + O_۲(g) \rightarrow ۲H_۲O(g)$$
$$\Delta H_۲' = -۴۸۶ \text{ kJ}$$

۳) معادلهٔ واکنش (III) را در عدد ۲ ضرب می‌کنیم.

$$III)\ ۲NH_۳(g) \rightarrow N_۲(g) + ۳H_۲(g)$$
$$\Delta H_۳' = ۹۲ \text{ kJ}$$

$$\Delta H_{\text{کل}} = \Delta H_۱' + \Delta H_۲' + \Delta H_۳' = -۱۸۳ - ۴۸۶ + ۹۲ = -۵۷۷ \text{ kJ}$$

ساختار مولکول‌های موجود در معادلهٔ واکنش:



$$\Delta H_{\text{کل}} = [۴\Delta H_{N-H} + \Delta H_{N-N} + \Delta H_{O=O}]$$
$$-[\Delta H_{N\equiv N} + ۴\Delta H_{O-H}]$$
$$-۵۷۷ = [۴\Delta H_{N-H} + ۱۶۲ + ۴۹۵] - [۹۴۴ + ۴\times۴۶۳]$$
$$\Delta H_{N-H} = ۳۹۰/۵ \text{ kJ.mol}^{-۱}$$

(شیمی ۲- در پی غذای سالم؛ صفحه‌های ۶۷، ۶۸ و ۷۴ تا ۷۷)

۹۲- **گزینهٔ «۱»** *(امیرمحمد کنگرانی)*

قسمت اول:

$$\Delta t(h) = ۹۰s \times \frac{۱h}{۳۶۰۰s} = ۰/۰۲۵h$$

حجم گاز تولید شده تا پایان ثانیهٔ ۹۰

$$= ۳۳۶ + ۲۲۴ + ۱۱۲ + ۵۶ + ۲۸ + ۱۴ = ۷۷۰mL$$

سرعت تولید گاز در ۹۰ ثانیهٔ ابتدایی

$$= \frac{(\frac{۷۷۰}{۲۲۴۰۰})mol\ CO_۲}{۰/۰۲۵h} = ۱/۳۷۵mol.h^{-۱}$$

قسمت دوم: در انتهای ثانیهٔ ۱۵ اُم، ۳۳۶ میلی‌لیتر گاز $CO_۲$ در شرایط STP تولید شده است و جرم مخلوط برابر ۶۵/۴۴ گرم است، بنابراین به اندازهٔ جرم ۳۳۶ میلی‌لیتر گاز $CO_۲$ در شرایط STP از جرم مخلوط اولیه کم شده و به ۶۵/۴۴ گرم رسیده است، در نتیجه جرم مخلوط اولیه برابر خواهد بود با:

$$۶۵/۴۴ + (\frac{۳۳۶}{۲۲۴۰۰}) \times ۴۴ = ۶۶/۱g$$

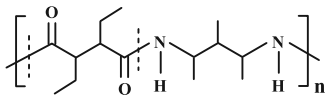
(شیمی ۲- در پی غذای سالم: صفحه‌های ۸۵ تا ۹۰، ۹۲ و ۹۳)

۹۳- **گزینهٔ «۳»** *(هادی مهدی‌زاده)*

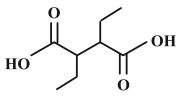
ساختار دی‌آمین و دی‌اسید سازندهٔ پلیمرهای داده شده در هر گزینه به صورت زیر است:

گزینهٔ «۱»:

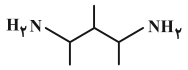
ساختار پلی‌آمید:



ساختار دی‌اسید:

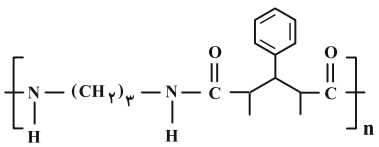


ساختار دی‌آمین:

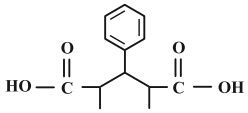


گزینهٔ «۲»:

ساختار پلی‌آمید:



ساختار دی‌اسید:

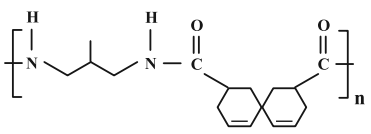


ساختار دی‌آمین:

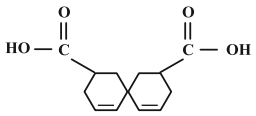
$H_۲N - (CH_۲)_۳ - NH_۲$

گزینهٔ «۳»:

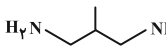
ساختار پلی‌آمید:



ساختار دی‌اسید:

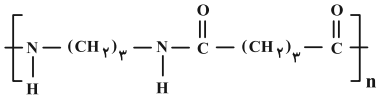


ساختار دی‌آمین:

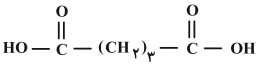


گزینهٔ «۴»:

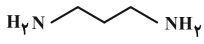
ساختار پلی‌آمید:



ساختار دی‌اسید:



ساختار دی‌آمین:



یا $H_۲N - (CH_۲)_۳ - NH_۲$

(شیمی ۲- پوشاک، نیازی پایان‌ناپذیر: صفحهٔ ۱۱۷)

۹۴- **گزینهٔ «۲»** *(سعید تیزرو)*

بررسی گزینه‌ها:

۱) آشناترین کربوکسیلیک اسید، همان استیک اسید $(CH_۳COOH)$ و ساده‌ترین استر همان متیل متانوآت $(HCOOCH_۳)$ یا $(C_۲H_۴O_۲)$ است. این دو ترکیب ایزومر یکدیگر محسوب می‌شوند.

۲) چگالی پلی‌اتن سبک (۰/۹۲) از پلی‌اتن سنگین (۰/۹۷) کمتر است، اما هر دو نوع پلی‌اتن به دلیل چگالی کمتری که نسبت به آب دارند، روی سطح آن شناور باقی می‌مانند.

۳) تفاوت ساختار استر عامل بو و طعم آناناس (اتیل بوتانوات یا $C_۶H_{۱۲}O_۲$) و استر عامل بو و طعم سیب (متیل بوتانوات) یا $C_۵H_{۱۰}O_۲$ تنها در یک گروه $CH_۲$ است که جرم مولی آن برابر $۱۴g.mol^{-۱}$ است. از طرفی دو آلکان متوالی نیز در یک گروه $CH_۲$ اختلاف دارند، پس اختلاف‌های مورد نظر برابر هستند.

۴) از سولفوریک اسید $(H_۲SO_۴)$ به عنوان کاتالیزگر در واکنش «اتن با آب» و «استری شدن» استفاده می‌شود.

(شیمی ۲- پوشاک، نیازی پایان‌ناپذیر: صفحه‌های ۱۰۸، ۱۰۹ و ۱۱۱ تا ۱۱۳)

۹۵- **گزینهٔ «۱»** *(پیمان خواجوی‌مجد)*

هرگاه دو اسید با قدرت اسیدی متفاوت، pH مشابه داشته باشند به این معنی است که غلظت اسید ضعیف‌تر بیشتر بوده است. همچنین می‌دانیم که در واکنش فلز منیزیم با اسید، مقدار $H_۲$ تولید شده وابسته به مقدار غلظت اولیهٔ دو اسید است، نه pH محلول!

از آنجا که ثابت یونش HB کمتر است، پس غلظت اولیهٔ آن، بیشتر از غلظت اولیهٔ HA است، پس بر اثر واکنش مقدار کافی فلز منیزیم با حجم‌های برابر از محلول این دو اسید، در واکنش فلز منیزیم با محلول اسید HB، گاز $H_۲$ بیشتری تولید می‌شود.

بررسی سایر گزینه‌ها:

۲) شمار مولکول‌های یونیده نشده در محلول HB بیشتر است.

۳) با رقیق‌تر کردن محلول یا کاهش غلظت در دمای ثابت، درجهٔ یونش افزایش می‌یابد، اما ثابت یونش فقط بر اثر تغییر دمای محلول، تغییر می‌کند.

۴) مطابق اصل لوشاتلیه، OH^- حاصل از انحلال اسید فلزی با H^+ حاصل از یونش اسید واکنش می‌دهد و واکنش تعادلی یونش اسید، برای جبران کاهش غلظت H^+، به سمت رفت حرکت می‌کند، در نتیجه درجهٔ یونش اسید افزایش می‌یابد.

(شیمی ۳- مولکول‌ها در خدمت تندرستی؛ صفحه‌های ۱۸ تا ۲۸ + شیمی، راهی به سوی آینده‌ای روشن‌تر؛ صفحه‌های ۱۰۳ تا ۱۰۵)

۹۶- **گزینهٔ «۴»** *(امیرحسین طیبی)*

قسمت اول:

محاسبهٔ pH اسید:

$$K_a=\frac{[H^+]^2}{M-[H^+]}\xrightarrow{K_a<10^{-5}}K_a=\frac{[H^+]^2}{M}$$

$$\Rightarrow [H^+]=\sqrt{K_a.M}$$

$$[H^+]=\sqrt{3\times10^{-7}\times75\times10^{-3}}=15\times10^{-5}$$

$$\Rightarrow pH=5-(\log3+\log5)=5-1/2=3/8$$

محاسبهٔ pH باز:

$$K_b=\frac{[OH^-]^2}{M-[OH^-]}\Rightarrow 5\times10^{-2}=\frac{[OH^-]^2}{0/1-[OH^-]}$$

$$\Rightarrow [OH^-]^2+5\times10^{-2}[OH^-]-5\times10^{-3}=0$$

$$\Delta=25\times10^{-4}-4(-5\times10^{-3})(1)=225\times10^{-4}$$

$$\Rightarrow [OH^-]=\frac{-5\times10^{-2}\pm15\times10^{-2}}{2}=5\times10^{-2}\ mol.L^{-1}$$

$$\xrightarrow{[H^+][OH^-]=10^{-14}}[H^+]=\frac{10^{-14}}{5\times10^{-2}}=2\times10^{-13}\ mol.L^{-1}$$

$$\xrightarrow{-\log[H^+]}pH=13-\log2=12/7$$

محاسبهٔ تفاوت pH ها: $\Delta pH=12/7-3/8=8/9$

قسمت دوم:

محاسبهٔ درجهٔ یونش اسید: روش اول:

$$K_a=\frac{M\alpha^2}{1-\alpha}\xrightarrow{K_a<10^{-5}}K_a=M\alpha^2\Rightarrow\alpha=\sqrt{\frac{K_a}{M}}$$

$$\alpha=\sqrt{\frac{3\times10^{-7}}{75\times10^{-3}}}\Rightarrow\alpha_{HA}=2\times10^{-3}$$

روش دوم:

$$\alpha_{HA}=\frac{[H^+]}{M_{HA}}=\frac{15\times10^{-4}}{0/075}=2\times10^{-3}$$

محاسبهٔ درجهٔ یونش باز: $\alpha_{KOH}=\frac{[OH^-]}{M}=\frac{5\times10^{-2}}{0/1}=0/5$

محاسبهٔ نسبت خواسته شده: $\frac{\alpha_{KOH}}{\alpha_{HA}}=\frac{0/5}{2\times10^{-3}}=250$

(شیمی ۳- مولکول‌ها در خدمت تندرستی؛ صفحه‌های ۱۸ تا ۲۸)

۹۷- **گزینهٔ «۱»** *(خرشید مرادی)*

$$ppm=\frac{\text{جرم حل‌شونده}}{\text{جرم محلول}}\times10^6\Rightarrow460=\frac{Na^+\ \text{جرم}}{2000}\times10^6$$

$$\Rightarrow Na^+\ \text{جرم}=0/92g$$

$$0/92g\ Na^+\times\frac{1mol\ Na^+}{23g\ Na^+}=0/04mol\ Na^+$$

$$\text{چگالی محلول}=\frac{\text{جرم محلول}}{\text{حجم محلول}}\Rightarrow1/25\frac{kg}{L}=\frac{2kg}{\text{حجم محلول (L)}}$$

$$\Rightarrow \text{حجم محلول}=1/6L$$

$$Na^+\ \text{غلظت مولی}=\frac{0/04mol}{1/6L}=0/025mol.L^{-1}$$

$$NaOH(aq)\rightarrow Na^+(aq)+OH^-(aq)$$

$$\xrightarrow{M_{NaOH}=[OH^-]}M_{NaOH}=0/025mol.L^{-1}$$

$$\Rightarrow \text{در محلول HCl}: M_{HCl}=[H^+]=10^{-2/3}=5\times10^{-3}mol.L^{-1}$$

$$n_a.M_a.V_a=n_b.M_b.V_b$$

$$\Rightarrow 1\times5\times10^{-3}\times V_a=1\times0/025\times0/25$$

$$\Rightarrow V_a=1/25L$$

(شیمی ۳- مولکول‌ها در خدمت تندرستی؛ صفحه‌های ۲۴ تا ۳۰)

۹۸- **گزینهٔ «۲»** *(محمدرضا پورجاوید)*

معادلهٔ واکنش موازنه شده، به صورت زیر است:

$$3Zn+8HNO_3\rightarrow3Zn(NO_3)_2+2NO+4H_2O$$

Zn گونهٔ کاهنده بوده (عدد اکسایش آن از صفر به ۲+ افزایش یافته) و HNO_3 گونهٔ اکسنده است که عدد اکسایش N در آن از ۵+ به ۲+ (در NO) کاهش یافته است.

بررسی همهٔ گزینه‌ها:

۱) در این واکنش ۶ الکترون مبادله شده است که این تعداد، ۲ برابر ضریب استوکیومتری $Zn(NO_3)_2$ می‌باشد.

۲) ضریب استوکیومتری گونهٔ اکسنده (HNO_3)، $\frac{8}{3}$ برابر ضریب استوکیومتری گونهٔ کاهنده (Zn) است.

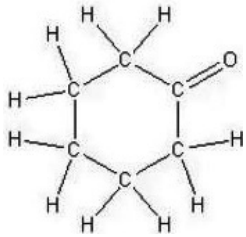
۳) مجموع ضرایب استوکیومتری واکنش‌دهنده‌ها و فراورده‌ها به ترتیب برابر ۱۱ و ۹ است.

۴) از بین ۸ اتم نیتروژن موجود در واکنش‌دهنده‌ها $(8HNO_3)$، تنها عدد اکسایش ۲ اتم نیتروژن (در $2NO$) تغییر یافته است. عدد اکسایش هر اتم N از ۵+ به ۲+ رسیده است و در نتیجه مجموع تغییرات عدد اکسایش ۲ اتم نیتروژن برابر با ۶ واحد بوده است که این مقدار ۳ برابر ضریب استوکیومتری NO است.

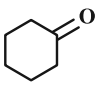
(شیمی ۳- آسایش و رفاه در سایهٔ شیمی؛ صفحه‌های ۴۰ تا ۴۵)

۹۹- **گزینهٔ «۳»** *(یاسر راش)*

با توجه به نام ترکیب (سیکلوهگزانون) و فرمول ارائه شده، سیکلوهگزانون یک ترکیب آلی حلقوی (کتون حلقوی) است که یک حلقهٔ شش کربنی دارد و یکی از کربن‌ها مربوط به گروه کربونیل $(C=O)$ است (ساختار زیر).



یا



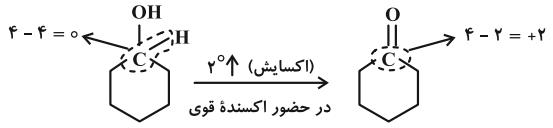
بررسی همهٔ گزینه‌ها:

۱) سیکلوهگزانون به دلیل ساختار مولکولی و قطبیت کم، حلالیت بسیار کمی در آب دارد و انحلال‌پذیری آن در آب کمتر از انحلال‌پذیری گلوکز در آب است.

۲) $\left.\begin{array}{l}\text{سیکلوهگزانون}: C_6H_{10}O = 6(12)+10(1)+1(16) = 98\,g.mol^{-1} \\ \text{بنزوئیک اسید}: C_7H_6O_2 = 7(12)+6(1)+2(16) = 122\,g.mol^{-1}\end{array}\right\} \xrightarrow{\text{اختلاف}} 24\,g.mol^{-1}$

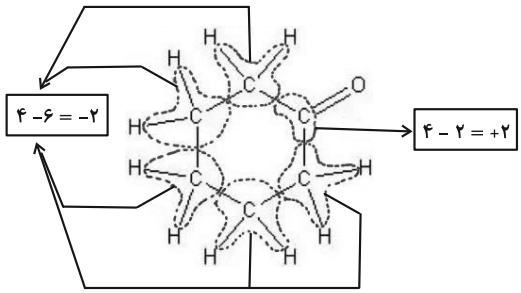
جرم مولی اتین (C_2H_2) برابر $2(12)+2(1) = 26\,g.mol^{-1}$ است.

۳) به فرایند زیر توجه کنید:



عدد اکسایش کربن متصل به اتم اکسیژن، بر اثر اکسایش در حضور یک اکسندهٔ قوی از صفر به ۲+ در سیکلوهگزانون می‌رسد.

۴) با توجه به شکل زیر اختلاف بیشترین و کمترین عدد اکسایش اتم‌های کربن در سیکلوهگزانون برابر ۴ است.



(شیمی ۲- در پی غذای سالم؛ صفحه‌های ۷۰ و ۷۱)

(شیمی ۳- آسایش و رفاه در سایهٔ شیمی؛ صفحهٔ ۴۰)

۱۰۰- **گزینهٔ «۲»** *(محسن میمونی)*

موارد (پ) و (ت) نادرست هستند.

بررسی موارد:

الف) معادلهٔ موازنه شده واکنش کلی زنگ زدن آهن به صورت زیر است:

$$4Fe(s)+6H_2O(l)+3O_2(g) \rightarrow 4Fe(OH)_3(s)$$

$$?\,Fe(OH)_3\,g = 3/612\times10^{22}\,e^- \times \frac{1\,mol\,e^-}{6/02\times10^{23}\,e^-} \times \frac{4\,mol\,Fe(OH)_3}{12\,mol\,e^-} \times \frac{107\,g\,Fe(OH)_3}{1\,mol\,Fe(OH)_3} = 2/14\,g\,Fe(OH)_3$$

ب) هر چه pH محیط کمتر باشد، یعنی غلظت یون هیدرونیوم $[H^+]$ بیشتر است. لذا محیط اسیدی‌تر بوده و می‌دانیم که در محیط اسیدی، آهن سریع‌تر زنگ می‌زند.

پ)

نیم‌واکنش کاهش زنگ زدن آهن: $O_2(g)+2H_2O(l)+4e^- \rightarrow 4OH^-(aq)$

نیم‌واکنش کاتدی در برقکافت آب: $2H_2O(l)+2e^- \rightarrow H_2(g)+2OH^-(aq)$

ت) با توجه به واکنش کلی این نسبت برابر ۳/۲۵ است.

(شیمی ۳- آسایش و رفاه در سایهٔ شیمی؛ صفحه‌های ۵۴، ۵۵، ۵۷ و ۵۸)

۱۰۱- **گزینهٔ «۳»** *(فرشید مرادی)*

اتم‌های کربن در ساختار الماس و گرافیت، دارای ۴ پیوند اشتراکی هستند، اما شمار اتم‌های متصل به هر اتم کربن در الماس ۴ تا و در گرافیت ۳ تا اتم است.

بررسی سایر گزینه‌ها:

۱) گرافیت مانند الماس، نقطهٔ ذوب بالایی دارد؛ زیرا هر دو جزو جامدهای کووالانسی هستند. در جامدهای کووالانسی، برای ذوب کردن باید بر پیوند کووالانسی غلبه کرد.

۲) گرافیت دارای ساختار لایه‌ای است و برخلاف الماس که ساختار سه بعدی دارد، نرم است.

۴) گرافیت یک جامد کووالانسی با چینش دو بُعدی اتم‌ها است.

(شیمی ۳- شیمی، جلوه‌ای از هنر، زیبایی و ماندگاری؛ صفحهٔ ۷۱)

۱۰۲- **گزینهٔ «۴»** *(هادی مهدی‌زاده)*

برای مقایسهٔ آنتالپی فروپاشی شبکه ابتدا باید به مجموع اندازهٔ بار آنیون و کاتیون دقت کرد. هر چه این عدد بزرگ‌تر باشد، آنتالپی فروپاشی شبکه بزرگ‌تر خواهد بود. اگر برای دو ترکیب این عدد مشابه بود (مثل LiCl و NaBr)، باید به شعاع آنیون و کاتیون توجه کرد. هر چه مجموع شعاع یون‌های سازندهٔ یک ترکیب بیشتر باشد، آنتالپی فروپاشی شبکه کمتر خواهد بود.

موارد بالا در گزینه‌های «۱»، «۲» و «۳» رعایت شده‌اند، مقایسهٔ انجام شده در گزینهٔ «۴» نادرست است.

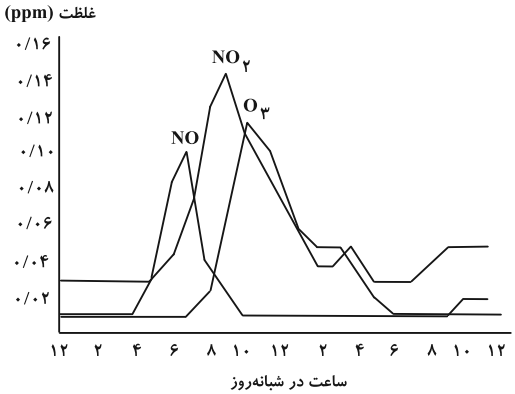
در رابطه با دلیل نادرستی گزینهٔ «۴»، می‌توان گفت که آنتالپی فروپاشی شبکهٔ KF از LiBr بیشتر است (مطابق نمودار کتاب درسی) و آنتالپی فروپاشی LiBr از LiI بیشتر است (به دلیل بزرگ‌تر بودن آنیون I^- نسبت به Br^-)، بنابراین: $KF > LiI$: آنتالپی فروپاشی شبکه

(شیمی ۳- شیمی، جلوه‌ای از هنر، زیبایی و ماندگاری؛ صفحه‌های ۸۰ تا ۸۳)

۱۰۳- **گزینهٔ «۱»** *(محمدرضا جمشیری)*

بررسی گزینه‌ها:

۱) با توجه به شکل زیر درست است:

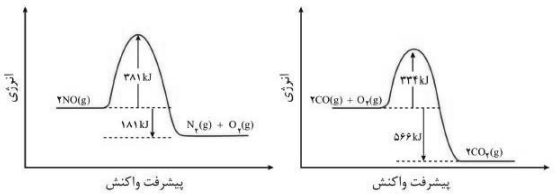


۲) با توجه به جدول زیر، مقدار گاز CO خروجی از اگزوز خودروها، چند برابر مقدار NO همراه آن است.

فرمول شیمیایی آلاینده	مقدار آلاینده به ازای طی یک کیلومتر (گرم)
CO	۵/۹۹
C_xH_y	۱/۶۷
NO	۱/۰۴

۳) نماد عنصر فلزی رودیم به صورت Rh است.

۴) با توجه به نمودار زیر E_a واکنش تبدیل CO به CO_2، کمتر از E_a واکنش تبدیل NO به N_2 است.



(شیمی ۳- شیمی راهی به سوی آینده‌ای روشن‌تر؛ صفحه‌های ۹۴ و ۱۰۰)

۱۰۴- **گزینهٔ «۱»** *(یاسر راش)*

ابتدا ثابت تعادل را در حالت اولیه و قبل از اعمال تغییر حجم به دست می‌آوریم:

$$\begin{cases}[N_2]=\frac{5\times 0/02}{2L}=0/05\,mol.L^{-1}\\ [H_2]=\frac{10\times 0/02}{2L}=0/1\,mol.L^{-1}\\ [NH_3]=\frac{3\times 0/02}{2L}=0/03\,mol.L^{-1}\end{cases}$$

$$\Rightarrow K=\frac{[NH_3]^2}{[N_2][H_2]^3}=\frac{(0/03)^2}{(0/05)(0/1)^3}=18L^2.mol^{-2}$$

از آنجایی که در دمای ثابت، حجم کاهش یافته است، بنابراین مقدار ثابت تعادل تغییر نکرده و مقدار آن در تعادل جدید نیز برابر حالت اول خواهد بود. با کاهش حجم سامانه، تعادل مطابق اصل لوشاتلیه به سمت شمار مول‌های گازی کمتر یعنی سمت فراورده پیشروی می‌کند تا تغییر تحمیل شده بر تعادل تا حد امکان تعدیل شود. پس در تعادل جدید شمار مول‌های واکنش‌دهنده‌ها، کمتر از شمار مول‌های آن‌ها در تعادل اولیه خواهد بود، بنابراین شکل‌های گزینه‌های «۲» و «۳» نادرست است.

(شیمی ۳- شیمی راهی به سوی آینده‌ای روشن‌تر؛ صفحه‌های ۱۰۳ تا ۱۰۷)

۱۰۵- **گزینهٔ «۴»** *(یاسر راش)*

معادلهٔ موازنه شدهٔ واکنش‌ها به صورت زیر است:

$$I)\ C_7H_8+2KMnO_4\rightarrow C_6H_5COOH+2MnO_2+2KOH$$

$$II)\ C_8H_{10}+4KMnO_4\rightarrow C_8H_6O_4+4MnO_2+4KOH$$

بررسی موارد:

مورد اول: مواد معدنی در واکنش‌ها، ترکیب‌های $KMnO_4$، MnO_2 و KOH هستند. مجموع ضرایب این مواد در واکنش (II)، دو برابر مجموع ضرایب آن‌ها در واکنش (I) است.

تذکر: بدون موازنهٔ معادلهٔ واکنش‌ها نیز می‌توان به درستی این عبارت پی برد! سه مادهٔ غیرآلی در واکنش‌ها یکسان هستند و ضرایب فراورده‌های معدنی قطعاً با ضریب گونهٔ اکسنده $(KMnO_4)$ برابر خواهد بود؛ زیرا نسبت بین آن‌ها یک به یک است. از طرفی شمار گروه‌های متیل اکسیدشونده در پارازایلن، دو برابر شمار این گروه‌ها در تولوئن است، بنابراین شمار الکترون‌هایی که در واکنش (II)، بین گونه‌های اکسنده و کاهنده مبادله می‌شود، دو برابر شمار این الکترون‌ها در واکنش (I) بوده و در نتیجه گزارهٔ مطرح شده درست است.

مورد دوم: عامل اکسنده در واکنش‌ها یون پرمنگنات (MnO_4^-) است. این گونه، الکترون‌ها را از گروه‌های متیل در واکنش‌دهنده‌های آلی می‌گیرد و خود به گونهٔ MnO_2 کاهش می‌یابد. در این فرایند گروه‌های متیل به گروه‌های کربوکسیل در فراورده‌های آلی اکسید می‌شود.

مورد سوم: افزایش دما معمولاً در افزایش سرعت واکنش‌های شیمیایی نقش مؤثری دارد. از طرفی، یون H^+ که به واسطهٔ اسیدی بودن محیط واکنش حضور پیدا می‌کند، در نقش یک کاتالیزگر عمل کرده و قدرت اکسندگی گونهٔ اکسنده را نیز افزایش می‌دهد.

مورد چهارم: یون پرمنگنات گونه‌ای اکسنده است و سبب اکسایش گونه‌های دیگر می‌شود. با وجود غلظت بالای آن، باز هم شرایط تبدیل پارازایلن به ترفتالیک اسید تأمین نمی‌شود. مگر آن‌که دمای مخلوط واکنش افزایش یابد. با افزایش دما اگرچه شرایط انجام واکنش تأمین شده است، اما بازده همچنان مطلوب نیست. همهٔ این‌ها نشان می‌دهد که اکسایش پارازایلن به ترفتالیک اسید دشوار است. از این‌رو شیمی‌دان‌ها در پی یافتن شرایطی آسان‌تر برای انجام این واکنش با بازده بالا هستند. آن‌ها با پژوهش‌های فراوان دریافتند که استفاده از اکسیژن هوا و کاتالیزگرهای مناسب می‌تواند راهگشا باشد. البته پژوهش‌ها برای یافتن واکنشی پربازده و باصرفه اقتصادی همچنان ادامه دارد.

(شیمی ۳- شیمی راهی به سوی آینده‌ای روشن‌تر؛ صفحه‌های ۱۱۵ تا ۱۱۸)