دفترچه پاسخ

# آزمون ۵ اردیبهشت ۱۴۰۴

# اختصاصی دوازدهم ریاضی

| | نام درس | نام طراحان |
|---|---|---|
| اختصاصی | ریاضی‌پایه و حسابان ۲ | کاظم اجلالی-بهمن امیدی-داود بوالحسنی-بهرام حلاج-افشین خاصه‌خان-سینا خیرخواه-محمد زنگنه کیان کریمی‌خراسانی-محمدرضا کشاورزی-حامد معنوی-مهرداد ملوندی-نیما مهندس-غلامرضا نیازی جهانبخش نیکنام |
| | هندسه و آمارو ریاضیات گسسته | امیرحسین ابومحبوب-علی ایمانی-سیدمحمدرضا حسینی‌فرد-کیوان دارابی-سوگند روشنی-شبنم غلامی-احمدرضا فلاح مهرداد ملوندی-نیلوفر مهدوی- نیما مهندس- بابک نهرینی |
| | فیزیک | مهران اسماعیلی-عبدالرضا امینی‌نسب-زهره آقامحمدی-علیرضا جباری-بهنام شاهینی-محمدرضا شریفی مهدی شریفی-مصطفی کیانی-محمد مقدم-محمود منصوری-امیراحمد میرسعید-حسام نادری |
| | شیمی | هدی بهاری‌پور-محمدرضا پورجاوید-سعید تیزرو-امیرمسعود حسینی-یاسر راش-روزبه رضوانی رسول عابدینی‌زواره-محمد عظیمیان‌زواره-محسن مجنونی-فرشید مرادی-امین نوروزی |

## گزینشگران و ویراستاران

| نام درس | ریاضی‌پایه وحسابان ۲ | هندسه و آمارو ریاضیات‌گسسته | فیزیک | شیمی |
|---|---|---|---|---|
| گزینشگر | کاظم اجلالی | امیرحسین ابومحبوب | مصطفی کیانی | یاسر راش |
| گروه ویراستاری | امیرحسین ابومحبوب | امیرحسین ابومحبوب<br>امیرمحمد کریمی<br>مهرداد ملوندی | حسین بصیر ترکمبور<br>بهنام شاهینی<br>زهره آقامحمدی | محمدحسن محمدزاده مقدم<br>امیرحسین مسلمی<br>یاسر راش<br>آرش ظریف<br>محمدحسن خردمند |
| ویراستاران رتبه برتر | محمدپارسا سبزه‌ای<br>سیدسپهر متولیان<br>سیدماهد عبدی | محمدپارسا سبزه‌ای | سینا صالحی | احسان پنجه‌شاهی |
| مسئول درس | مهرداد ملوندی | سرژ یقیازاریان تبریزی | حسام نادری | امیرعلی بیات |
| مستندسازی | سمیه اسکندری | سجاد سلیمی | علیرضا همایون‌خواه | امیرحسین توحیدی |
| ویراستاران مستندسازی | معصومه صنعت‌کار- علیرضا عباسی‌زاهد- محمدرضا مهدوی | | سجاد بهارلویی<br>ابراهیم نوری<br>پرهام مهرآرا | آرمان ستاری<br>محسن دستجردی<br>آتیلا ذاکری |

## گروه فنی و تولید

| | | |
|---|---|---|
| مدیر گروه | مهرداد ملوندی | |
| مسئول دفترچه | نرگس غنی‌زاده | |
| گروه مستندسازی | مدیر گروه: محیا اصغری | مسئول دفترچه: الهه شهبازی |
| حروفنگار | فرزانه فتح اله‌زاده | |
| ناظر چاپ | سوران نعیمی | |


**گروه آزمون**

**بنیاد علمی آموزشی قلم‌چی (وقف عام)**

**دفتر مرکزی:** خیابان انقلاب بین صبا و فلسطین – پلاک ۹۲۳ – کانون فرهنگی آموزش – تلفن: ۶۴۶۳-۰۲۱



سنجش کلاد
www.SanjeshCloud.ir
T.me/SanjeshClouds

## ریاضیات

۱- **گزینهٔ «۲»** *(محمد زنگنه)*

طبق فرض، جملات دنبالهٔ اولیه به صورت زیر است:

$$a_1 \ , \ a_1+2 \ , \ a_1+4 \ , \ a_1+6 \ , \ a_1+8 \ , \ \ldots$$

جملات دنبالهٔ ثانویه نیز برابر می‌شوند با:

$$a_1+3 \ , \ \underbrace{a_1+5}_{b_1} \ , \ a_1+7 \ , \ \underbrace{a_1+9}_{b_2} \ , \ \underbrace{a_1+11}_{b_3} \ , \ \ldots$$

$b_1$، $b_2$ و $b_3$ سه جملهٔ متوالی یک دنبالهٔ هندسی‌اند، پس:

$$(a_1+9)^2=(a_1+5)(a_1+11)$$

$$\Rightarrow a_1^2+18a_1+81=a_1^2+16a_1+55 \Rightarrow 2a_1=-26$$

$$\Rightarrow a_1=-13 \Rightarrow \alpha=-13$$

در نتیجه:

$$\beta=\frac{1}{2}=0/5$$ : قدرنسبت $\Rightarrow -2 \ , \ -4 \ , \ -8$ : جملات دنبالهٔ هندسی

*(ریاضی ۱- مجموعه، الگو و دنباله؛ صفحه‌های ۱۸ تا ۲۰ و ۲۵ تا ۲۷)*

---

۲- **گزینهٔ «۳»** *(مهرداد ملوندی)*

ابتدا عبارت $a$ را ساده می‌کنیم:

$$a=\sqrt[6]{\frac{2\times(2+\sqrt{3})}{(2-\sqrt{3})\times(2+\sqrt{3})}}-\sqrt[6]{(\sqrt{3}-1)^2}$$

$$\Rightarrow a=\sqrt[6]{4+2\sqrt{3}}-\sqrt[3]{\sqrt{3}-1}=\sqrt[3]{\sqrt{3}+1}-\sqrt[3]{\sqrt{3}-1}$$

خواستهٔ سؤال $a^2-\frac{2}{a}=\frac{a^3-2}{a}$ است، پس توان سوم $a$ را به دست می‌آوریم:

$$a^3=(\sqrt{3}+1)-3\sqrt[3]{(\sqrt{3}+1)(\sqrt{3}-1)}\times a-(\sqrt{3}-1)$$

$$\Rightarrow a^3=2-3\sqrt[3]{2}\times a \Rightarrow \frac{a^3-2}{a}=-3\sqrt[3]{2}$$

توجه: $(x-y)^3=x^3-3xy(x-y)-y^3$

*(ریاضی ۱- توان‌های گویا و عبارت‌های جبری؛ صفحه‌های ۶۲ تا ۶۷)*

---

۳- **گزینهٔ «۱»** *(محمدرضا کشاورزی)*

طبق فرض، ضابطهٔ سهمی را به صورت زیر می‌یابیم:

$$y=a(x+1)(x-2) \xrightarrow{(0\ ,\ 2)} 2=-2a \Rightarrow a=-1$$

$$y=-(x+1)(x-2)$$

$$\xrightarrow{x=-2} y=-4 \Rightarrow (-2\ ,\ -4)$$ درست

$$\xrightarrow{x=-4} y=-18 \Rightarrow (-4\ ,\ -18)$$ نادرست

$$\xrightarrow{x=3} y=-4 \Rightarrow (3\ ,\ -4)$$ نادرست

$$\xrightarrow{x=1} y=2 \Rightarrow (1\ ,\ 2)$$ نادرست

*(ریاضی ۱- معادله‌ها و نامعادله‌ها؛ صفحه‌های ۷۸ تا ۸۲)*

---

۴- **گزینهٔ «۴»** *(جهانبخش نیکنام)*

معادله را به صورت زیر ساده می‌کنیم:

$$\frac{\overset{(x+2)-(x+1)}{\uparrow}1}{(x+2)(x+1)}+\frac{\overset{(x+4)-(x+2)}{\uparrow}2}{(x+4)(x+2)}+\frac{\overset{(x+7)-(x+4)}{\uparrow}3}{(x+7)(x+4)}=6$$

$$\Rightarrow \frac{1}{x+1}-\cancel{\frac{1}{x+2}}+\cancel{\frac{1}{x+2}}-\cancel{\frac{1}{x+4}}+\cancel{\frac{1}{x+4}}-\frac{1}{x+7}=6$$

$$\Rightarrow \frac{1}{x+1}-\frac{1}{x+7}=6 \Rightarrow \frac{6}{x^2+8x+7}=6$$

$$\Rightarrow x^2+8x+7=1 \Rightarrow x^2+8x+6=0 \Rightarrow$$ مجموع جواب‌ها $=-8$

*(حسابان ۱- جبر و معادله؛ صفحه‌های ۱۷ تا ۱۹)*

---

۵- **گزینهٔ «۱»** *(داود بوالحسنی)*

ضابطهٔ تابع خطی $f$ را به صورت $f(x)=ax+b$ در نظر می‌گیریم. در این صورت:

$$f^{-1}(x)=\frac{1}{a}x-\frac{b}{a} \Rightarrow f^{-1}(2x)=\frac{2x}{a}-\frac{b}{a}$$

طبق رابطهٔ فرض داریم:

$$(ax+b)(\frac{2x}{a}-\frac{b}{a})=2x^2-x-3$$

$$\Rightarrow 2x^2-bx+\frac{2b}{a}x-\frac{b^2}{a}=2x^2-x-3$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \frac{2b}{a}-b=-1 \\ \frac{b^2}{a}=3 \Rightarrow a=\frac{b^2}{3} \end{cases} \Rightarrow \frac{2b}{\frac{b^2}{3}}-b=-1$$

$$\Rightarrow \frac{6}{b}-b=-1 \xrightarrow{\times b} 6-b^2=-b$$

$$\Rightarrow \underbrace{b^2-b-6}_{(b-3)(b+2)}=0 \Rightarrow b=3 \ , \ -2$$

www.SanjeshCloud.ir
T.me/SanjeshClouds

$$\begin{cases} b=۳ \Rightarrow a_۱=\frac{۳^۲}{۳}=۳ \Rightarrow f(x)=۳x+۳ \Rightarrow f_۱(۳)=۱۲ \\ b=-۲ \Rightarrow a_۲=\frac{(-۲)^۲}{۳}=\frac{۴}{۳} \Rightarrow f(x)=\frac{۴}{۳}x-۲ \Rightarrow f_۲(۳)=۲ \end{cases}$$

پس حاصل‌ضرب مقادیر ممکن $f(۳)$ برابر است با: $۱۲\times۲=۲۴$

*(حسابان ۱- تابع؛ صفحه‌های ۵۴ تا ۶۲)*

---

۶- **گزینهٔ «۳»** *(کاظم اجلالی)*

اگر $f^{-۱}(a)=b$ باشد، در این صورت طبق فرض داریم:

$$(gof^{-۱})(a)=۲ \Rightarrow g(f^{-۱}(a))=۲ \Rightarrow g(b)=۲$$

$$\Rightarrow b-\frac{۳}{b}=۲ \Rightarrow \underbrace{b^۲-۲b-۳}_{(b-۳)(b+۱)}=۰ \Rightarrow \begin{cases} b=۳ \\ b=-۱ \end{cases} \quad \text{غ ق ق}$$

حال مقدار $a$ را می‌یابیم:

$$b=f^{-۱}(a)=۳ \Rightarrow f(۳)=a \Rightarrow ۳+\sqrt{۹+a}=a$$

$$\Rightarrow (a-۳)^۲=۹+a \Rightarrow \underbrace{a^۲-۷a}_{a(a-۷)}=۰ \Rightarrow \begin{cases} a=۰ \\ a=۷ \end{cases} \quad \text{غ ق ق}$$

بنابراین: $g(a-۱)=g(۶)=۶-\frac{۳}{۶}=۵/۵$

*(حسابان ۱- تابع؛ صفحه‌های ۵۴ تا ۶۲)*

---

۷- **گزینهٔ «۴»** *(داود بوالحسنی)*

طبق نمودار و ضابطهٔ تابع $f$ داریم:

$$(۰,\frac{۱۵}{۸})\in f \Rightarrow \frac{۱۵}{۸}=۲+a\times۲^c \Rightarrow a\times۲^c=-\frac{۱}{۸}$$

$$(۲,۰)\in f \Rightarrow ۰=۲+a\times۲^{c+۲b} \Rightarrow \underbrace{a\times۲^c}_{-\frac{۱}{۸}}\times۲^{۲b}=-۲$$

$$\Rightarrow ۲^{۲b}=۱۶ \Rightarrow ۲b=۴ \Rightarrow b=۲$$

ضابطهٔ تابع $f$ به صورت زیر می‌شود:

$$f(x)=۲+a\times۲^c\times۲^{bx}=۲+(-\frac{۱}{۸})\times۲^{۲x}=۲-۲^{۲x-۳}$$

فرض می‌کنیم $f^{-۱}(-۶)=m$، در نتیجه:

$$f(m)=-۶ \Rightarrow -۶=۲-۲^{۲m-۳} \Rightarrow ۲^{۲m-۳}=۸$$

$$\Rightarrow ۲m-۳=۳ \Rightarrow m=۳$$

پس $f^{-۱}(-۶)=۳$ و داریم:

$$f(۱+f^{-۱}(-۶))=f(۱+۳)=f(۴)=۲-۲^{۲\times۴-۳}$$

$$=۲-۲^۵=۲-۳۲=-۳۰$$

*(حسابان ۱- توابع نمایی و لگاریتمی؛ صفحه‌های ۷۲ تا ۷۹)*

---

۸- **گزینهٔ «۴»** *(نیما مهندس)*

راه‌حل اول: می‌دانیم $\log ۵=۱-\log ۲$ و $\log ۸=۳\log ۲$، در نتیجه عبارت مورد نظر به صورت زیر می‌شود:

$$(\log ۲)^۳+۳\log ۲(۱-\log ۲)+(۱-\log ۲)^۳$$

$$=(\log ۲)^۳+۳\log ۲-۳(\log ۲)^۲+۱-۳\log ۲+۳(\log ۲)^۲-(\log ۲)^۳=۱$$

راه‌حل دوم: فرض می‌کنیم $\log ۲=a$ و $\log ۵=b$، در این صورت $a+b=۱$ و $\log ۸=۳a$ و عبارت به صورت زیر ساده می‌شود:

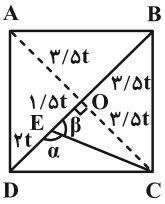
$$a^۳+\underbrace{۳ab}_{۳ab(a+b)}+b^۳=(a+b)^۳=۱$$

*(حسابان ۱- توابع نمایی و لگاریتمی؛ صفحه‌های ۸۶ تا ۹۰)*

---

۹- **گزینهٔ «۲»** *(جهانبخش نیکنام)*

مطابق شکل، قطرهای مربع با هم برابر بوده و عمودمنصف یکدیگرند. با توجه به رابطهٔ $۷DE=۲BD$، اگر $DE=۲t$ باشد آن‌گاه $BD=۷t$ و در نتیجه $BO=OD=۳/۵t$ می‌باشد و داریم:




$$\overset{\Delta}{OCE}: \tan\beta=\frac{OC}{OE}=\frac{۳/۵t}{۱/۵t}=\frac{۷}{۳}$$

$$\tan\alpha=\tan(۱۸۰^\circ-\beta)=-\tan\beta=-\frac{۷}{۳}$$

*(ریاضی ۱- مثلثات؛ صفحهٔ ۳۰)*

*(حسابان ۱- مثلثات؛ صفحه‌های ۹۹ و ۱۰۰)*

---

۱۰- **گزینهٔ «۱»** *(غلامرضا نیازی)*

ضابطهٔ تابع $f$ به صورت زیر ساده می‌شود:

$$f(x)=a\cos ۲x+\frac{۱+\cos ۲x}{۲}+۱=(a+\frac{۱}{۲})\cos ۲x+\frac{۳}{۲}$$

www.SanjeshCloud.ir
T.me/SanjeshClouds

تابع $f$ در نقطه به طول $x=0$ دارای min است (برخلاف تابع کسینوس)،

پس ضریب $\cos 2x$ منفی است و داریم:

$$a+\frac{1}{2}<0 \Rightarrow \begin{cases} \max=(a+\frac{1}{2})(-1)+\frac{3}{2}=1-a \\ \min=(a+\frac{1}{2})(1)+\frac{3}{2}=2+a \end{cases}$$

طبق فرض داریم:

$$\max-\min=(1-a)-(a+2)=-2a-1=7 \Rightarrow a=-4$$

مطابق نمودار، نقطه به طول $x=b$، ماکزیمم تابع $f$ است، پس:

$$\cos 2b=-1 \xrightarrow{\text{طبق نمودار}} 2b=-\pi \Rightarrow b=-\frac{\pi}{2}$$

در نتیجه $a\times b=2\pi$ و داریم:

$$f(ab)=f(2\pi)=(-4+\frac{1}{2})\underbrace{\cos 4\pi}_{1}+\frac{3}{2}=-\frac{7}{2}+\frac{3}{2}=-2$$

(حسابان ۲- مثلثات؛ صفحه‌های ۲۴ تا ۲۹)

---

۱۱- **گزینهٔ «۲»** (کیان کریمی‌فراسانی)

نکته: $\tan\alpha+\tan\beta=\frac{\sin(\alpha+\beta)}{\cos\alpha.\cos\beta}$

براساس نکتهٔ فوق، سمت چپ معادله را ساده می‌کنیم:

$$\tan x+\tan 3x=\frac{\sin 4x}{\cos x\cos 3x}=\frac{2\sin 2x\cos 2x}{\cos x\cos 3x}$$

حال معادله را حل می‌کنیم:

$$\frac{2\sin 2x\cos 2x}{\cos x\cos 3x}=4\sin 2x \Rightarrow \begin{cases} \sin 2x=0 & (I) \\ \frac{\cos 2x}{\cos x\cos 3x}=2 & (II) \end{cases}$$

$$(I)\ \sin 2x=0 \Rightarrow x=\frac{k\pi}{2} \quad (*)$$

همهٔ جواب‌های (*) قابل قبول نیستند و آن‌هایی که $\cos x$ و $\cos 3x$ را صفر می‌کنند باید کنار گذاشته شوند، پس فقط مضارب زوج $\frac{\pi}{2}$ را قبول می‌کنیم، یعنی:

$$x=k\pi \xrightarrow{0\le x\le\pi} x=0,\ \pi \quad \text{(دو جواب)}$$

$$(II)\ \frac{\cos 2x}{\cos x\cos 3x}=2 \Rightarrow \cos(3x-x)=2\cos x\cos 3x$$

$$\Rightarrow \cos 3x\cos x+\sin 3x\sin x=2\cos x\cos 3x$$

$$\Rightarrow \cos 3x\cos x-\sin 3x\sin x=0 \Rightarrow \cos(3x+x)=0$$

$$\Rightarrow \cos 4x=0 \Rightarrow 4x=\frac{(2k+1)\pi}{2} \Rightarrow x=\frac{(2k+1)\pi}{8}$$

$$\xrightarrow{0\le x\le\pi} x=\frac{\pi}{8},\frac{3\pi}{8},\frac{5\pi}{8},\frac{7\pi}{8} \quad \text{(چهار جواب)}$$

در نتیجه معادلهٔ صورت سؤال، ۶ جواب در بازهٔ $[0,\pi]$ دارد.

(حسابان ۲- مثلثات؛ صفحه‌های ۳۵ تا ۴۱)

---

۱۲- **گزینهٔ «۱»** (بهرام حلاج)

با جای‌گذاری $x=\frac{2}{3}$ در عبارت جلوی حد، به ابهام $\frac{0}{0}$ می‌رسیم.

با تغییر متغیر $x-\frac{2}{3}=t$، حاصل حد را می‌یابیم:

$$x=t+\frac{2}{3},\ t\to 0$$

$$\lim_{x\to\frac{2}{3}}\frac{\sin(\pi x+\frac{\pi}{3})}{(3x-2)(3x+2)}=\lim_{t\to 0}\frac{\sin(\pi t+\pi)}{3t(3t+4)}$$

$$=\lim_{t\to 0}\frac{-\sin(\pi t)}{12t}=-\frac{\pi}{12}\lim_{\pi t\to 0}\frac{\sin(\pi t)}{\pi t}=-\frac{\pi}{12}$$

(حسابان ۱- حد و پیوستگی؛ صفحه‌های ۱۲۰ و ۱۴۱ تا ۱۴۴)

---

۱۳- **گزینهٔ «۲»** (حامد معنوی)

با توجه به حاصل حد و ریشه‌های مخرج می‌نویسیم:

$$\lim_{x\to m^-}\frac{[x]-a}{x^2-3x-4}=\lim_{x\to m^-}\frac{[x]-a}{(x-4)(x+1)}=-\infty \Rightarrow \begin{cases} m=4 \\ m=-1 \end{cases}$$

همچنین:

| $x$ | $-\infty$ | | $-1$ | | $4$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $(x-4)(x+1)$ | $+$ | $\not\exists$ | $-$ | $\not\exists$ | $+$ | | |

به ازای هر دو مقدار $m$، حد داده شده را می‌نویسیم:

$$m=-1:\ \lim_{x\to(-1)^-}\frac{-2-a}{(x+1)(x-4)}=-\infty$$

$$\Rightarrow -2-a<0 \Rightarrow a>-2 \quad (1)$$

$$m=4:\ \lim_{x\to 4^-}\frac{3-a}{(x+1)(x-4)}=-\infty$$

$$\Rightarrow 3-a>0 \Rightarrow a<3 \quad (2)$$

سنجش کلاد
www.SanjeshCloud.ir
T.me/SanjeshClouds

از روابط ۱ و ۲ نتیجه می‌شود که $-۲ < a < ۳$ و در آن صورت چهار مقدار صحیح $(۲ , ۱ , ۰ , -۱)$ برای $a$ وجود دارد.

*(حسابان ۲- حدهای نامتناهی- حد در بی‌نهایت؛ صفحه‌های ۵۱ تا ۵۵)*

---

۱۴- **گزینهٔ «۴»** *(غلامرضا نیازی)*

اگر $n = ۱$ باشد، آن‌گاه $f(x) = ۰$ و $\lim\limits_{x\to\infty}(fof)(x) = ۰$ که غیرقابل قبول است.

اگر $n > ۲$ باشد، آن‌گاه $\lim\limits_{x\to\infty} f(x) = \infty$ و در نتیجه $\lim\limits_{x\to\infty} f(f(x)) = \infty$ که غیرقابل قبول است. در نتیجه فقط $n = ۲$ قابل قبول است و داریم:

$$f(x) = \frac{x^۲ - x}{x^۲ + ax + b} \Rightarrow \lim_{x\to\infty} f(x) = \lim_{x\to\infty} \frac{x^۲}{x^۲} = ۱$$

$$\lim_{x\to\infty}(fof)(x) = \lim_{x\to\infty} f(f(x)) = \lim_{t\to ۱} f(t) = \frac{۱}{۳} \qquad (*)$$

چون حد صورت ضابطهٔ تابع $f$ در $x = ۱$ برابر صفر است، پس باید حد مخرج نیز در $x = ۱$ برابر صفر باشد، یعنی: $۱ + a + b = ۰$

مخرج ضابطهٔ $f$ دارای عامل $(x - ۱)$ است، پس داریم:

$$x^۲ + ax + b = \underbrace{(x-۱)(x-m)}_{x^۲ - (m+۱)x + m} \Rightarrow m = b = -(a+۱)$$

در نتیجه ادامهٔ رابطهٔ (*) را به صورت زیر پی می‌گیریم:

$$\lim_{x\to\infty}(fof)(x) = \lim_{x\to ۱} \frac{\overbrace{x(x-۱)}^{x^۲ - x}}{(x-۱)(x-b)} = \lim_{x\to ۱} \frac{x}{x-b} = \frac{۱}{۱-b} = \frac{۱}{۳}$$

$$\Rightarrow ۱ - b = ۳ \Rightarrow b = -۲$$

*(حسابان ۲- حدهای نامتناهی- حد در بی‌نهایت؛ صفحه‌های ۶۱ تا ۶۶)*

---

۱۵- **گزینهٔ «۳»** *(سینا خیرخواه)*

تابع $g - f$ را تشکیل می‌دهیم:

$$(g-f)(x) = \frac{x}{x-۱} - \frac{۵}{(x-۱)(۲x+۳)} = \frac{۲x^۲ + ۳x - ۵}{(x-۱)(۲x+۳)}$$

$$\Rightarrow (g-f)(x) = \frac{(x-۱)(۲x+۵)}{(x-۱)(۲x+۳)} = \frac{۲x+۵}{۲x+۳} \quad , \quad x \neq ۱$$

ضابطهٔ تابع $g - f$ مربوط به یک تابع هموگرافیک است که معادلهٔ مجانب‌های آن به صورت زیر می‌باشد:

$$\begin{cases} \text{مجانب قائم} : ۲x + ۳ = ۰ \Rightarrow x = -\frac{۳}{۲} \\ \text{مجانب افقی} : \lim\limits_{x\to\infty}(g-f)(x) = \lim\limits_{x\to\infty} \frac{۲x}{۲x} = ۱ \end{cases}$$

در نتیجه نقطهٔ $(-\frac{۳}{۲} , ۱)$ محل تلاقی مجانب‌های تابع $g - f$ است.

*(حسابان ۲- حدهای نامتناهی- حد در بی‌نهایت؛ صفحه‌های ۵۵ تا ۵۸ و ۶۷ تا ۶۹)*

---

۱۶- **گزینهٔ «۱»** *(محمد زنگنه)*

با توجه به فرض، نقطهٔ تماس را $(\alpha , \beta)$ می‌گیریم. داریم:

$$\begin{cases} f'(x) = ۳x^۲ - ۴x \Rightarrow \text{شیب خط } d : f'(\alpha) = ۳\alpha^۲ - ۴\alpha \\ \Delta : x + ۴y = ۵ \Rightarrow \text{شیب} : m_\Delta = -\frac{۱}{۴} \end{cases}$$

$$\xrightarrow{d\perp\Delta} ۳\alpha^۲ - ۴\alpha = ۴ \Rightarrow \underbrace{۳\alpha^۲ - ۴\alpha - ۴}_{(۳\alpha+۲)(\alpha-۲)} = ۰ \xrightarrow{\alpha>۰} \alpha = ۲$$

$$\beta = f(\alpha) = \alpha^۳ - ۲\alpha^۲ + ۱ \xrightarrow{\alpha=۲} \beta = ۱$$

معادلهٔ خط مماس $d$ را می‌نویسیم:

$$y - ۱ = ۴(x-۲) \Rightarrow y = ۴x - ۷$$

در بین گزینه‌ها، تنها نقطهٔ $(۳ , ۵)$ روی خط $d$ قرار دارد.

*(حسابان ۲- مشتق؛ صفحه‌های ۹۰ تا ۹۵)*

---

۱۷- **گزینهٔ «۳»** *(بهمن امیدی)*

براساس مشتق تابع مرکب داریم:

$$(fo\frac{۱}{f})' = (\frac{۱}{f})' \times f'(\frac{۱}{f}) = -\frac{f'(x)}{f^۲(x)} \times f'(\frac{۱}{f(x)})$$

با توجه به ضابطهٔ تابع $f$ داریم:

$$\begin{cases} f(-۴) = -۲ \\ f'(x) = -(\frac{-۱}{۲\sqrt{-x}}) = \frac{۱}{۲\sqrt{-x}} \Rightarrow f'(-۴) = \frac{۱}{۴} \end{cases}$$

در نتیجه حاصل عبارت مورد نظر برابر است با:

$$(fo\frac{۱}{f})'(-۴) = -\frac{f'(-۴)}{f^۲(-۴)} \times \overbrace{f'(\frac{۱}{f(-۴)})}^{f'(-\frac{۱}{۲})}$$

www.SanjeshCloud.ir
T.me/SanjeshClouds

$$= -\frac{\frac{1}{4}}{4} \times f'(-\frac{1}{2}) = -\frac{1}{16} \times \frac{1}{2\sqrt{\frac{1}{2}}} = -\frac{1}{\frac{32}{\sqrt{2}}} = -\frac{\sqrt{2}}{32}$$

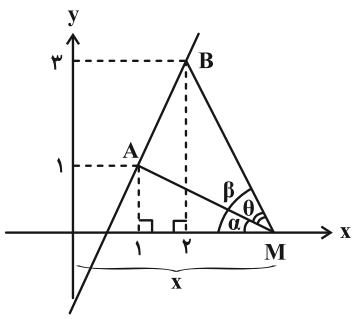
توجه: به عنوان یک راه‌حل دیگر، می‌توانید ضابطهٔ تابع $fo\frac{1}{f}$ را تشکیل دهید.

(حسابان ۲- مشتق: صفحه‌های ۹۰ تا ۹۷)

---

۱۸- **گزینهٔ «۴»** (سینا خیرخواه)

ابتدا یک شکل مطابق اطلاعات مسئله رسم می‌کنیم:




مطابق شکل: $\theta = \beta - \alpha \Rightarrow \tan\theta = \tan(\beta-\alpha) = \frac{\tan\beta - \tan\alpha}{1+\tan\beta\tan\alpha}$

از طرفی $\tan\beta = \frac{3}{x-2}$ و $\tan\alpha = \frac{1}{x-1}$ است، پس:

$$\tan\theta = \tan(\beta-\alpha) = \frac{\frac{3}{x-2} - \frac{1}{x-1}}{1+(\frac{3}{x-2})(\frac{1}{x-1})} = \boxed{\frac{2x-1}{x^2-3x+5}} \quad f(x)$$

مشتق تابع $f$ را می‌یابیم:

$$f'(x) = \frac{(2)(x^2-3x+5)-(2x-3)(2x-1)}{(x^2-3x+5)^2} = \frac{-2x^2+2x+7}{(x^2-3x+5)^2}$$

$$f'(x) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = \frac{1+\sqrt{15}}{2} \\ x = \frac{1-\sqrt{15}}{2} < 2 \quad \text{غ ق ق} \end{cases}$$

(حسابان ۲- کاربردهای مشتق: صفحه‌های ۱۱۶ تا ۱۱۹)

---

۱۹- **گزینهٔ «۲»** (افشین خاصه‌خان)

مشتق‌های اول و دوم تابع را محاسبه می‌کنیم:

$$f'(x) = 3ax^2 + b \quad \text{و} \quad f''(x) = 6ax$$

$f''(x) = 0 \Rightarrow x = 0$ (طول نقطهٔ عطف)

$\xrightarrow{y=2x+1}$ نقطهٔ عطف: $(0, 1)$

از آنجا که نقاط اکسترمم نسبی یک تابع درجهٔ ۳ (در صورت وجود) در طرفین نقطهٔ عطف قرار دارند، پس با توجه به فرض، طول نقاط اکسترمم نسبی باید $\pm 1$ باشند و داریم:

نقاط اکسترمم نسبی: $\begin{cases} x=-1 \xrightarrow{y=2x+1} y=-1 \\ x=1 \xrightarrow{y=2x+1} y=3 \end{cases}$

$$f'(1) = f'(-1) = 0 \Rightarrow 3a+b=0 \qquad (1)$$

حال مختصات نقاط عطف و اکسترمم نسبی را در ضابطهٔ تابع $f$ جای‌گذاری می‌کنیم:

$$\begin{cases} (0,1) \in f \Rightarrow c=1 \\ (1,3) \in f \Rightarrow a+b+1=3 \Rightarrow a+b=2 \end{cases} \qquad (2)$$

$$\xrightarrow{(1),(2)} \begin{cases} 3a+b=0 \\ a+b=2 \end{cases} \Rightarrow a=-1 \ , \ b=3$$

در نتیجه $a-b+c=-1-3+1=-3$.

(حسابان ۲- کاربردهای مشتق: صفحه‌های ۱۲۳، ۱۲۴ و ۱۳۷ تا ۱۴۰)

---

۲۰- **گزینهٔ «۳»** (کاظم اسلالی)

توجه کنید که:

$$f'(x) = 2\sin x\cos x - 2\cos x = 2\cos x(\sin x - 1)$$

$$f'(x) = 0 \Rightarrow \begin{cases} \cos x = 0 \Rightarrow x = k\pi + \frac{\pi}{2} \\ \sin x = 1 \Rightarrow x = 2k\pi + \frac{\pi}{2} \end{cases}$$

$$f'(x) = \sin 2x - 2\cos x \Rightarrow f''(x) = 2\cos 2x + 2\sin x$$

$$f''(x) = 0 \Rightarrow \cos 2x = -\sin x \Rightarrow \cos 2x = \cos(\frac{\pi}{2} + x)$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 2x = 2k\pi + \frac{\pi}{2} + x \Rightarrow x = 2k\pi + \frac{\pi}{2} \\ 2x = 2k\pi - \frac{\pi}{2} - x \Rightarrow x = \frac{2k\pi}{3} - \frac{\pi}{6} \end{cases}$$

بازه‌های داده شده همگی زیرمجموعهٔ $(0, 2\pi)$ هستند و علامت $f'(x)$ و $f''(x)$ در $(0, 2\pi)$ به صورت جدول زیر است:

| $x$ | $0$ | | $\frac{\pi}{2}$ | | $\frac{7\pi}{6}$ | | $\frac{3\pi}{2}$ | | $\frac{11\pi}{6}$ | | $2\pi$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $f'$ | | $-$ | $0$ | $+$ | $\|$ | $+$ | $0$ | $-$ | $\|$ | $-$ | |
| $f''$ | | $+$ | $0$ | $+$ | $0$ | $-$ | $\|$ | $-$ | $0$ | $+$ | |

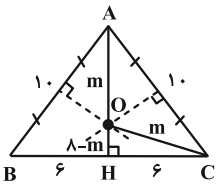
بنابراین در بازهٔ $(\frac{7\pi}{6}, \frac{3\pi}{2})$، تابع $f$ صعودی و با تقعر به سمت پایین است.

(حسابان ۲- کاربردهای مشتق: صفحه‌های ۱۲۱ و ۱۲۹)

سنجش کلاد
www.SanjeshCloud.ir
T.me/SanjeshClouds

۲۱- **گزینهٔ «۱»** (مهرداد ملوندی)

روش اول: نقطهٔ مورد نظر همان نقطهٔ همرسی عمودمنصف‌های اضلاع مثلث است. مثلث داده شده متساوی‌الساقین است و این نقطهٔ همرسی (نقطهٔ $O$) روی ارتفاع نظیر قاعده ($AH$) قرار دارد. مطابق شکل داریم:




$$\overset{\Delta}{AHC} \xrightarrow{\text{فیثاغورس}} AH = \sqrt{۱۰^۲ - ۶^۲} = ۸$$

چنانچه فاصلهٔ نقطهٔ $O$ را از سه رأس مثلث برابر $m$ در نظر بگیریم، آن‌گاه $OH = ۸ - m$ و طبق قضیهٔ فیثاغورس در مثلث قائم‌الزاویهٔ $OHC$ داریم:

$$m^۲ = ۶^۲ + (۸-m)^۲ \Rightarrow m^۲ = ۳۶ + ۶۴ + m^۲ - ۱۶m$$

$$\Rightarrow ۱۶m = ۱۰۰ \Rightarrow m = \frac{۲۵}{۴} = ۶/۲۵$$

روش دوم: به عنوان راه‌حل دیگر از کتاب هندسه (۲)، می‌توان توسط قضیهٔ سینوس‌ها این‌طور نوشت که:

$$۲R = \frac{AB}{\sin \hat{C}} = \frac{AB}{\frac{AH}{AC}} \Rightarrow ۲R = \frac{۱۰}{\frac{۸}{۱۰}}$$

$$\Rightarrow ۲R = \frac{۱۰۰}{۸} = \frac{۲۵}{۲} \Rightarrow R = \frac{۲۵}{۴} = ۶/۲۵$$

در روابط فوق $R$ شعاع دایرهٔ محیطی مثلث و برابر فاصلهٔ مرکز دایرهٔ محیطی مثلث (نقطهٔ همرسی عمودمنصف‌ها) از سه رأس مثلث است.

*(هندسه ۱- ترسیم‌های هندسی و استدلال؛ صفحه‌های ۱۸ و ۱۹)*

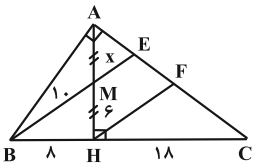
---

۲۲- **گزینهٔ «۱»** (شبنم غلامی)

طبق فرض، $CH = ۲۶ - ۸ = ۱۸$ است و در نتیجه طبق روابط طولی در مثلث قائم‌الزاویهٔ $ABC$ داریم:

$$AH^۲ = BH \times CH = ۸ \times ۱۸ = ۱۴۴ \Rightarrow AH = ۱۲$$

$$\Rightarrow AM = MH = ۶$$




طبق قضیهٔ فیثاغورس در مثلث قائم‌الزاویهٔ $BMH$ داریم:

$$BM^۲ = MH^۲ + BH^۲ = ۶^۲ + ۸^۲ = ۱۰۰ \Rightarrow BM = ۱۰$$

حال از نقطهٔ $H$، پاره‌خط $HF$ را موازی با $BE$ رسم می‌کنیم. با فرض $ME = x$ داریم:

$$\overset{\Delta}{AHF} : ME \parallel HF \xrightarrow{\text{تعمیم قضیهٔ تالس}} \frac{ME}{HF} = \frac{AM}{AH}$$

$$\Rightarrow \frac{x}{HF} = \frac{۱}{۲} \Rightarrow HF = ۲x$$

$$\overset{\Delta}{BCE} : HF \parallel BE \xrightarrow{\text{تعمیم قضیهٔ تالس}} \frac{HF}{BE} = \frac{CH}{BC}$$

$$\Rightarrow \frac{۲x}{x+۱۰} = \frac{۱۸}{۲۶} = \frac{۹}{۱۳} \Rightarrow ۲۶x = ۹x + ۹۰$$

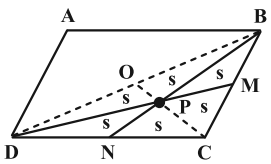
$$\Rightarrow ۱۷x = ۹۰ \Rightarrow x = \frac{۹۰}{۱۷}$$

*(هندسه ۱- قضیهٔ تالس، تشابه و کاربردهای آن؛ صفحه‌های ۳۴ تا ۴۲)*

---

۲۳- **گزینهٔ «۴»** (مهرداد ملوندی)

چنانچه قطر $BD$ را رسم کنیم، آن‌گاه در مثلث $BCD$، نقطهٔ $P$ محل همرسی میانه‌های $BN$ و $DM$ خواهد بود.




سطح مثلث $BCD$ توسط سه میانهٔ $BN$، $DM$ و $CO$ به شش مثلث هم‌مساحت تقسیم می‌شوند. از آنجا که سطح متوازی الاضلاع $ABCD$ توسط قطر $BD$ نصف می‌شود، پس داریم:

www.SanjeshCloud.ir
T.me/SanjeshClouds

$$\begin{cases} S_{ABPD} = S_{ABD} + S_{BPD} = ۶s + ۲s = ۸s \\ S_{ABCD} = ۲S_{BCD} = ۲(۶s) = ۱۲s \end{cases}$$

$$\Rightarrow \frac{S_{ABPD}}{S_{ABCD}} = \frac{۸s}{۱۲s} = \frac{۲}{۳}$$

*(هندسه ۱- چندضلعی‌ها؛ صفحه‌های ۶۵ تا ۶۷)*

---

۲۴- **گزینهٔ «۱»** *(شبنم غلامی)*

زاویهٔ محاطی $\hat{C}$ و زاویهٔ ظلی $A\hat{D}B$ هر دو روبه‌رو به کمان $BD$ هستند، بنابراین داریم:

$$\left.\begin{array}{l} \hat{C} = \frac{\overset{\frown}{BD}}{۲} \\ A\hat{D}B = \frac{\overset{\frown}{BD}}{۲} \end{array}\right\} \Rightarrow \hat{C} = A\hat{D}B$$

بنابراین دو مثلث $ADB$ و $ACD$ به حالت تساوی دو زاویه متشابه‌اند و داریم:

$$\left.\begin{array}{l} \hat{C} = A\hat{D}B \\ \hat{A} = \hat{A} \end{array}\right\} \Rightarrow \overset{\Delta}{ACD} \sim \overset{\Delta}{ADB}$$

$$\Rightarrow \underbrace{\frac{AC}{AD} = \overbrace{\frac{CD}{DB}}^{(۱)} = \frac{AD}{AB}}_{(۲)}$$

با فرض $AB = x$ و از حل معادلهٔ (۱) داریم:

$$\frac{CD}{DB} = \frac{AD}{AB} \Rightarrow \frac{۴}{۲} = \frac{AD}{x} \Rightarrow AD = ۲x$$

حال با جای‌گذاری در معادلهٔ (۲) داریم:

$$\frac{AC}{AD} = \frac{CD}{DB} \Rightarrow \frac{x+۳}{۲x} = \frac{۴}{۲} \Rightarrow x+۳ = ۴x \Rightarrow ۳x = ۳$$

$$\Rightarrow x = AB = ۱$$

*(هندسه ۲- دایره؛ صفحه‌های ۱۳ تا ۱۵، ۱۸ و ۱۹)*

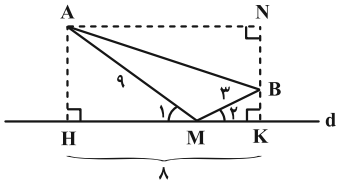
---

۲۵- **گزینهٔ «۲»** *(امیرحسین ابومحبوب)*

مطابق مسئلهٔ هرون، اگر $M$ نقطه‌ای روی خط $d$ باشد که مسیر $AMB$ به ازای آن، کوتاه‌ترین مسیر ممکن باشد، آن گاه $\hat{M}_۱ = \hat{M}_۲$ و در نتیجه دو مثلث $AMH$ و $BMK$ متشابه‌اند. در این صورت داریم:

$$\frac{MH}{MK} = \frac{AM}{MB} = \frac{۹}{۳} \Rightarrow MH = ۳MK \qquad (*)$$

$$HK = ۸ \Rightarrow MH + MK = ۸ \xrightarrow{(*)} ۴MK = ۸ \Rightarrow MK = ۲$$




طبق قضیهٔ فیثاغورس در مثلث $BMK$ داریم:

$$BK^۲ = BM^۲ - MK^۲ = ۳^۲ - ۲^۲ = ۵ \Rightarrow BK = \sqrt{۵}$$

با توجه به تشابه دو مثلث $AH = ۳\sqrt{۵}$ است. حال اگر از نقطهٔ $A$، عمود $AN$ را بر امتداد $BK$ رسم کنیم، آن گاه داریم:

$$BN = KN - BK = AH - BK = ۲\sqrt{۵}$$

$$\overset{\Delta}{ABN} : AB^۲ = AN^۲ + BN^۲ = ۸^۲ + (۲\sqrt{۵})^۲ = ۸۴$$

$$\Rightarrow AB = ۲\sqrt{۲۱}$$

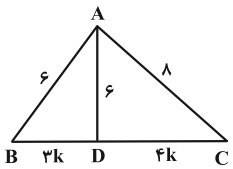
*(هندسه ۲- تبدیل‌های هندسی و کاربردها؛ صفحهٔ ۵۲)*

---

۲۶- **گزینهٔ «۴»** *(امیرحسین ابومحبوب)*

طبق قضیهٔ نیمسازها در مثلث $ABC$ داریم:

$$\frac{BD}{DC} = \frac{AB}{AC} \Rightarrow \frac{BD}{DC} = \frac{۶}{۸} = \frac{۳}{۴} \Rightarrow \begin{cases} BD = ۳k \\ DC = ۴k \end{cases}$$



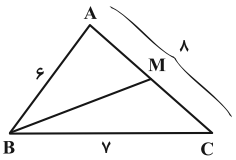

حال طبق رابطهٔ طول نیمساز زاویهٔ داخلی داریم:

$$AD^۲ = AB \times AC - BD \times DC \Rightarrow ۶^۲ = ۶ \times ۸ - ۳k \times ۴k$$

$$\Rightarrow ۱۲k^۲ = ۱۲ \Rightarrow k^۲ = ۱ \xrightarrow{k>۰} k = ۱ \Rightarrow BC = ۳ + ۴ = ۷$$

www.SanjeshCloud.ir
T.me/SanjeshClouds

با داشتن طول اضلاع مثلث $ABC$، طبق قضیهٔ میانه‌ها می‌توان نوشت:




$$AB^2+BC^2=2BM^2+\frac{AC^2}{2}\Rightarrow 6^2+7^2=2BM^2+\frac{8^2}{2}$$

$$\Rightarrow 36+49=2BM^2+32\Rightarrow 2BM^2=53$$

$$\Rightarrow BM^2=\frac{53}{2}=\frac{106}{4}\Rightarrow BM=\frac{\sqrt{106}}{2}$$

*(هندسه ۲- روابط طولی در مثلث؛ صفحه‌های ۶۷ تا ۷۰)*

---

۲۷- **گزینهٔ «۱»** *(بابک نهرینی)*

دترمینان ماتریس $A$ را به دست می‌آوریم:

$$|A|=\begin{vmatrix}2 & |A|\\ 3|A| & 1\end{vmatrix}=2-3|A|^2\Rightarrow 3|A|^2+|A|-2=0$$

$$\Rightarrow (3|A|-2)(|A|+1)=0\Rightarrow \begin{cases}|A|=\frac{2}{3}\\ |A|=-1\end{cases}\ \text{غ ق ق}$$

$$\Rightarrow A=\begin{bmatrix}2 & -1\\ -3 & 1\end{bmatrix}$$

طرفین رابطهٔ $XA=A^{-1}$ را از سمت راست در $A^{-1}$ ضرب می‌کنیم:

$$(XA)A^{-1}=(A^{-1})^2\Rightarrow X=(A^{-1})^2$$

می‌توانیم از رابطهٔ $(A^{-1})^2=(A^2)^{-1}$ استفاده کنیم:

$$X=(A^2)^{-1}=\left(\begin{bmatrix}2 & -1\\ -3 & 1\end{bmatrix}\begin{bmatrix}2 & -1\\ -3 & 1\end{bmatrix}\right)^{-1}=\begin{bmatrix}7 & -3\\ -9 & 4\end{bmatrix}^{-1}$$

$$\Rightarrow X=\frac{1}{7\times 4-9\times 3}\begin{bmatrix}4 & 3\\ 9 & 7\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}4 & 3\\ 9 & 7\end{bmatrix}$$

مجموع درایه‌های $X$ برابر می‌شود با ۲۳.

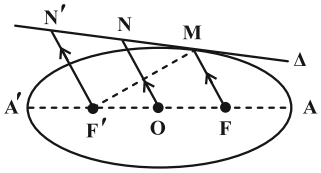
*(هندسه ۳- ماتریس و کاربردها؛ صفحه‌های ۲۲ و ۲۳)*

---

۲۸- **گزینهٔ «۳»** *(کیوان دارابی)*

طبق تمرین ۳ صفحهٔ ۵۷ کتاب درسی، اگر از $F'$ خطی موازی $FM$ رسم کنیم تا خط $\Delta$ را در $N'$ قطع کند، آن‌گاه:

$$F'M=F'N'\Rightarrow FM+F'N'=2a$$




از طرفی $ON$ در ذوزنقهٔ $MFF'N'$، پاره‌خط بین نقاط وسط ساق‌ها است و اندازهٔ آن برابر میانگین دو قاعدهٔ ذوزنقه می‌شود:

$$ON=\frac{FM+F'N'}{2}=\frac{2a}{2}=a\xrightarrow{\text{طبق فرض}}ON=a=3$$

از طرفی: $A'F'=a-c=1\Rightarrow 3-c=1\Rightarrow c=2$

در نتیجه خروج از مرکز بیضی برابر است با:

$$e=\frac{c}{a}=\frac{2}{3}$$

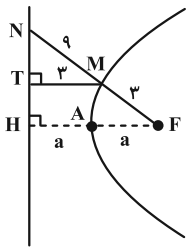
*(هندسه ۳- آشنایی با مقاطع مخروطی؛ صفحه‌های ۴۷ تا ۵۰ و ۵۷)*

---

۲۹- **گزینهٔ «۲»** *(مهرداد ملوندی)*

فاصلهٔ رأس سهمی (نقطهٔ $A$) از کانون و خط هادی برابر فاصلهٔ کانونی سهمی (پارامتر $a$) است. چون $M$ روی نمودار سهمی قرار دارد، طبق تعریف سهمی و شکل داریم:

$$MF=MT=3$$




در مثلث $NHF$ چون $MT\parallel FH$، پس طبق تعمیم قضیهٔ تالس داریم:

$$\frac{NM}{NF}=\frac{MT}{FH}\Rightarrow\frac{9}{12}=\frac{3}{2a}\Rightarrow 2a=\frac{3\times 12}{9}=4\Rightarrow a=2$$

*(هندسه ۳- آشنایی با مقاطع مخروطی؛ صفحهٔ ۵۸)*

www.SanjeshCloud.ir
T.me/SanjeshClouds

۳۰- **گزینهٔ «۳»** *(کیوان دارابی)*

طبق فرض، مساحت متوازی‌الاضلاع برابر می‌شود با:

$$S=|\vec{a}\times(\vec{a}\times\vec{b})|=200\Rightarrow|\vec{a}|\times|\vec{a}\times\vec{b}|\times\sin\underbrace{(\vec{a},\vec{a}\times\vec{b})}_{\theta=90^\circ}=200$$

$$\xrightarrow{|\vec{a}|=5}|\vec{a}\times\vec{b}|\times1=40\Rightarrow|\vec{a}|\times|\vec{b}|\sin30^\circ=40$$

$$\Rightarrow\frac{5}{2}|\vec{b}|=40\Rightarrow|\vec{b}|=16$$

*(هندسه ۳- بردارها؛ صفحه‌های ۸۱ و ۸۲)*

---

۳۱- **گزینهٔ «۳»** *(احمدرضا فلاح)*

ابتدا طرفین تساوی داده شده را با مجموعهٔ $C$ اشتراک می‌گیریم:

$$(A\cup B)\cap C'=(A\cap B)\cup C$$

$$\xrightarrow{\cap C}\underbrace{[(A\cup B)\cap C']\cap C}_{\text{شرکت‌پذیری}}=\underbrace{[(A\cap B)\cup C]\cap C}_{\text{قانون جذب}}$$

$$\Rightarrow(A\cup B)\cap(\underbrace{C'\cap C}_{\varnothing})=C$$

$$\Rightarrow\underbrace{(A\cap B)\cap\varnothing}_{\varnothing}=C\Rightarrow C=\varnothing$$

با جای‌گذاری $C=\varnothing$ در تساوی صورت سوال داریم:

$$(A\cup B)-\varnothing=(A\cap B)\cup\varnothing\Rightarrow A\cup B=A\cap B\Rightarrow A=B$$

تذکر: اگر $A\cup B=A\cap B$ باشد، آن‌گاه داریم:

$$A\subseteq(A\cup B)\xrightarrow{A\cup B=A\cap B}A\subseteq(A\cap B)$$

$$\xrightarrow{A\cap B\subseteq B}A\subseteq B\qquad(1)$$

$$B\subseteq(A\cup B)\xrightarrow{A\cup B=A\cap B}B\subseteq(A\cap B)$$

$$\xrightarrow{A\cap B\subseteq A}B\subseteq A\qquad(2)$$

$$\xrightarrow{(1),(2)}A=B$$

*(آمار و احتمال- آشنایی با مبانی ریاضیات؛ صفحه‌های ۲۱ تا ۳۰)*

---

۳۲- **گزینهٔ «۱»** *(نیلوفر مهروی)*

از رابطهٔ $A\subseteq B$، نتیجه می‌گیریم $B'\subseteq A'$، بنابراین در صورت وقوع پیشامد $B'$، پیشامد $A'$ نیز حتماً رخ داده است، یعنی $P(A'|B')=1$.

حال احتمال وقوع پیشامد $B$ به شرط رخ دادن پیشامد $A'$ را محاسبه می‌کنیم.

$$P(B|A')=\frac{P(B\cap A')}{P(A')}=\frac{P(B-A)}{P(A')}=\frac{P(B)-P(A)}{P(A')}$$

$$=\frac{\frac{7}{10}-\frac{1}{5}}{\frac{4}{5}}=\frac{\frac{1}{2}}{\frac{4}{5}}=\frac{5}{8}$$

بنابراین حاصل عبارت صورت سؤال برابر است با:

$$\frac{P(A'|B')}{P(B|A')}=\frac{1}{\frac{5}{8}}=\frac{8}{5}$$

تذکر: چون $A\subseteq B$ است، پس $A\cap B=A$ و در نتیجه داریم:

$$P(B-A)=P(B)-P(A\cap B)=P(B)-P(A)$$

*(آمار و احتمال- احتمال؛ صفحه‌های ۴۸ تا ۵۲)*

---

۳۳- **گزینهٔ «۴»** *(سیدمحمدرضا حسینی‌فرد)*

اگر پیشامد قبولی هر کدام از آن‌ها را به ترتیب $A_1$، $A_2$ و $A_3$ بنامیم:

$$P(\text{دقیقاً ۲ نفر})=P(A_1\cap A_2\cap A_3')$$

$$+P(A_1\cap A_2'\cap A_3)+P(A_1'\cap A_2\cap A_3)$$

$$=(0/5)(0/6)(1-0/7)+(0/5)(1-0/6)(0/7)$$

$$+(1-0/5)(0/6)(0/7)=0/44$$

*(آمار و احتمال- احتمال؛ صفحه‌های ۶۳ تا ۶۷)*

---

۳۴- **گزینهٔ «۳»** *(امیرحسین ابومحبوب)*

ابتدا میانگین داده‌ها را محاسبه می‌کنیم:

$$\bar{x}=\frac{1+5+(a+1)+(3a+1)}{4}=a+2$$

سنجش کلاد
www.SanjeshCloud.ir
T.me/SanjeshClouds

واریانس داده‌ها برابر است با:

$$\sigma^2 = \frac{(1-a-2)^2+(5-a-2)^2+(a+1-a-2)^2+(3a+1-a-2)^2}{4}$$

$$= \frac{(-a-1)^2+(-a+3)^2+1+(2a-1)^2}{4} = \frac{6a^2-8a+12}{4}$$

واریانس را برابر ۵ قرار می‌دهیم:

$$\frac{6a^2-8a+12}{4} = 5 \Rightarrow 6a^2-8a+12 = 20$$

$$\Rightarrow 6a^2-8a-8 = 0 \Rightarrow 3a^2-4a-4 = 0$$

$$\Rightarrow (3a+2)(a-2) = 0 \Rightarrow \begin{cases} a = -\frac{2}{3} & \text{غ ق ق} \\ a = 2 \end{cases}$$

بنابراین میانگین داده‌ها برابر $\bar{x} = a+2 = 4$ است.

*(آمار و احتمال- آمار توصیفی؛ صفحه‌های ۸۰ تا ۸۹)*

---

۳۵- **گزینهٔ «۴»** *(سوگند روشنی)*

شرط وجود جواب برای معادلهٔ سیالهٔ مفروض در $\mathbb{Z}$ به صورت زیر است:

$$(5, 15) \mid 3n-2 \Rightarrow 5 \mid 3n-2$$

$$\begin{cases} \xrightarrow{\text{توان ۲}} 25 \mid 9n^2-12n+4 & (1) \\ \xrightarrow{\times 5} 25 \mid 15n-10 \xrightarrow{\times 2} 25 \mid 30n-20 & (2) \end{cases}$$

$25 \mid 9n^2-42n+24$ : تفاضل روابط (۱) و (۲)

با توجه به برقراری رابطهٔ $25 \mid 9n^2-42n+k$ نتیجه می‌گیریم که:

$$k = 24+25t \Rightarrow k \in \{24, 49, 74, 99\}$$

*(ریاضیات گسسته- آشنایی با نظریهٔ اعداد؛ صفحه‌های ۱۰ تا ۱۲ و ۲۵)*

---

۳۶- **گزینهٔ «۳»** *(علی ایمانی)*

در تقسیم یک عدد طبیعی بر ۴، کافی است تنها عدد دو رقمی در سمت راست آن را بر ۴ تقسیم کنیم. عدد $x$ مضرب ۴۴ است، پس هم مضرب ۴ و هم مضرب ۱۱ است. داریم:

$$x = \overline{2ab1} + \overline{3ba} \overset{4}{\equiv} 0 \Rightarrow \overline{b1} + \overline{ba} \overset{4}{\equiv} 0$$

$$1+10b+a+10b \overset{4}{\equiv} 0 \Rightarrow a+1 \overset{4}{\equiv} 0 \Rightarrow a \overset{4}{\equiv} 3 \Rightarrow a \in \{3, 7\}$$

$$x = \overline{2ab1} + \overline{3ba} \overset{11}{\equiv} 0 \Rightarrow 1-b+a-2+a-b+3 \overset{11}{\equiv} 0$$

$$2a-2b+2 \overset{11}{\equiv} 0 \Rightarrow a-b \overset{11}{\equiv} -1 \xrightarrow{-9 \le a-b \le 9} a-b = -1$$

اگر $a = 3 \Rightarrow 3-b = -1 \Rightarrow b = 4$

اگر $a = 7 \Rightarrow 7-b = -1 \Rightarrow b = 8$

کمترین مقدار $x$ در حالتی رخ می‌دهد که $a = 3$ و $b = 4$ باشد، پس:

$x_{min} = 2341 + 343 = 2684 \Rightarrow$ جمع ارقام $= 20$

*(ریاضیات گسسته- آشنایی با نظریهٔ اعداد؛ صفحه‌های ۱۸ تا ۲۳)*

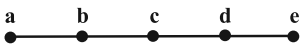
---

۳۷- **گزینهٔ «۳»** *(شبنم غلامی)*

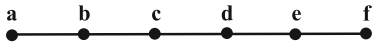
می‌دانیم عدد احاطه‌گری گراف‌های $C_n$ و $P_n$، از رابطهٔ $\gamma(G) = \left\lceil \frac{n}{3} \right\rceil$ به دست می‌آید، پس عدد احاطه‌گری هر چهار گراف داده شده برابر ۲ است و هر مجموعهٔ احاطه‌گر مینیمال غیرمینیمم در هر کدام از این گراف‌ها حداقل باید دارای ۳ عضو باشد.

حال به بررسی گزینه‌ها می‌پردازیم:

گزینهٔ «۱»: در گراف $P_5$ مطابق شکل، مجموعهٔ $\{a, c, e\}$ یک مجموعهٔ احاطه‌گر مینیمال غیرمینیمم است.

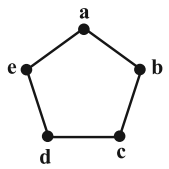



گزینهٔ «۲»: در گراف $P_6$ مطابق شکل، مجموعه‌هایی مانند $\{a, c, e\}$ و $\{b, d, f\}$، مجموعهٔ احاطه‌گر مینیمال غیرمینیمم هستند.

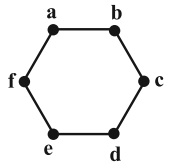



www.SanjeshCloud.ir
T.me/SanjeshClouds

گزینهٔ «۳»: در گراف $C_5$ هیچ مجموعهٔ احاطه‌گر مینیمال با بیش از دو عضو وجود ندارد، پس این گراف، مجموعهٔ احاطه‌گر مینیمال غیرمینیمم ندارد.




گزینهٔ «۴»: در گراف $C_6$ مطابق شکل، مجموعه‌های $\{a, c, e\}$ و $\{b, d, f\}$، مجموعه‌های احاطه‌گر مینیمال غیرمینیمم هستند.




*(ریاضیات گسسته- گراف و مدل‌سازی؛ صفحه‌های ۴۴ تا ۵۴)*

---

۳۸- **گزینهٔ «۱»** *(نیما مهندس)*

۳ مهرهٔ مشکی را در یک بسته قرار می‌دهیم، که به $3!$ حالت جایگشت دارند. مهره‌های سبز و قرمز نیز در یک دسته قرار می‌گیرند، که به $3! \times 3! \times 2$ روش می‌توان این مهره‌ها را نیز یک در میان چید. حالا این دو بسته به $2!$ حالت با هم جابه‌جا می‌شوند. پس پاسخ مسئله برابر است با:

$$3! \times 2 \times 3! \times 3! \times 2! = 6^3 \times 4 = 216 \times 4 = 864$$

*(ریاضی ۱- شمارش، بدون شمردن؛ صفحه‌های ۱۲۰ تا ۱۳۲)*

---

۳۹- **گزینهٔ «۲»** *(سوگند روشنی)*

درایهٔ سطر دوم و ستون اول را در نظر بگیرید. این درایه، با یکی از دو عدد ۳ و ۱ پر می‌شود:

(حالت اول)

| | | | |
|---|---|---|---|
| ۲ | ۳ | ۴ | ۱ |
| ③ | ۴ | ۱ | ۲ |
| ۱ | ۲ | ۳ | ۴ |
| ۴ | ۱ | ۲ | ۳ |

$$\Rightarrow \begin{cases} a = 1 \\ b = 3 \end{cases} \Rightarrow a + b = 4$$

(حالت دوم) در این حالت، وقتی درایهٔ سطر دوم و ستون اول را عدد ۱ می‌گذاریم، درایهٔ سطر سوم و ستون اول، با دو عدد ۳ و ۴ به صورت‌های زیر می‌تواند پُر شود:

| | | | |
|---|---|---|---|
| ۲ | ۳ | ۴ | ۱ |
| ① | ۴ | ۳ | ۲ |
| ③ | ۲ | ۱ | ۴ |
| ۴ | ۱ | ۲ | ۳ |

$$\Rightarrow \begin{cases} a = 3 \\ b = 3 \end{cases} \Rightarrow a + b = 6$$

| | | | |
|---|---|---|---|
| ۲ | ۳ | ۴ | ۱ |
| ① | ۴ | ۲ | ۳ |
| ③ | ۲ | ۱ | ۴ |
| ۴ | ۱ | ۳ | ۲ |

$$\Rightarrow \begin{cases} a = 2 \\ b = 2 \end{cases} \Rightarrow a + b = 4$$

| | | | |
|---|---|---|---|
| ۲ | ۳ | ۴ | ۱ |
| ① | ۴ | ۳ | ۲ |
| ④ | ۲ | ۱ | ۳ |
| ۳ | ۱ | ۲ | ۴ |

$$\Rightarrow \begin{cases} a = 3 \\ b = 4 \end{cases} \Rightarrow a + b = 7$$

برای $a + b$، سه مقدار ۴، ۶ و ۷ وجود دارد.

*(ریاضیات گسسته- ترکیبیات؛ صفحه‌های ۶۲ و ۶۳)*

---

۴۰- **گزینهٔ «۲»** *(شبنم غلامی)*

فرض کنید مجموعهٔ افرادی که به ترتیب انگلیسی، آلمانی و فرانسه می‌خوانند را به ترتیب با $E$، $G$ و $F$ نمایش دهیم. در این صورت تعداد کسانی که فقط فرانسه می‌خوانند، برابر است با:

$$\text{فقط فرانسه} = |F| - |F \cap E| - |F \cap G| + |F \cap E \cap G|$$

$$= 42 - 10 - 5 + 3 = 30$$

حال تعداد کسانی را محاسبه می‌کنیم که حداقل یکی از این ۳ زبان را در این مؤسسه می‌خوانند:

$$|E \cup G \cup F| = 28 + 30 + 42 - 8 - 10 - 5 + 3 = 80$$

بنابراین تعداد کسانی که در هیچ کدام از این ۳ زبان ثبت‌نام نکرده‌اند، برابر است با:

$$|\bar{E} \cap \bar{G} \cap \bar{F}| = |S| - |E \cup G \cup F| = 100 - 80 = 20$$

در نتیجه خواستهٔ سؤال برابر $\frac{30}{20} = 1/5$ است.

*(ریاضیات گسسته- ترکیبیات؛ مشابه تمرین ۳ صفحهٔ ۸۳)*

سنجش کلاد
www.SanjeshCloud.ir
T.me/SanjeshClouds

## فیزیک

**۴۱- گزینهٔ «۳»** (حسام نادری)

در فرایند غنی‌سازی اورانیم، غلظت ایزوتوپ $^{235}_{92}U$ افزایش می‌یابد. بقیهٔ گزینه‌ها طبق کتاب درسی درست‌اند.

بررسی گزینهٔ «۱»:

$$^{24}_{11}Na \rightarrow {}^{0}_{-1}e + {}^{A}_{Z}Y \Rightarrow \begin{cases} A = 24 \\ 11 = Z - 1 \Rightarrow Z = 12 \end{cases}$$

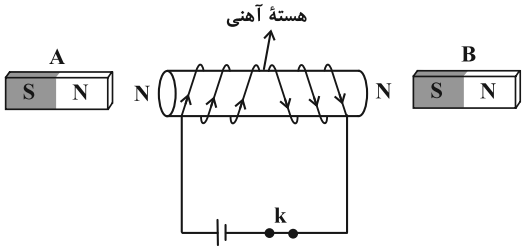
$$\Rightarrow N = A - Z = 12 \text{ نوترون}$$

(فیزیک ۳- آشنایی با فیزیک هسته‌ای؛ صفحه‌های ۱۴۰، ۱۴۴، ۱۵۰ و ۱۵۲)

---

**۴۲- گزینهٔ «۳»** (مصطفی کیانی)

بعد از بستن کلید k، قطب‌های آهن‌ربای القایی ایجاد شده مطابق شکل زیر است، لذا نیروی وارد بر آهن‌ربای A از نوع دافعه و آهن‌ربای B از نوع جاذبه است.




(فیزیک ۲- مغناطیس؛ صفحه‌های ۹۹ تا ۱۰۱)

---

**۴۳- گزینهٔ «۲»** (حسام نادری)

تابع کار فلز برابر است با:

$$W_0 = hf_0 = 4\times10^{-15}\times6\times10^{14} = 2/4\,eV$$

حال بیشینه انرژی جنبشی فوتوالکترون‌های گسیل شده را به eV تبدیل کرده و در نهایت f را به دست می‌آوریم:

$$K_{max} = 6/4\times10^{-20}\,J\times\frac{1\,eV}{1/6\times10^{-19}\,J} = 0/4\,eV$$

$$hf = K_{max} + W_0 \xrightarrow[K_{max}=0/4eV]{W_0=2/4eV} hf = 2/8\,eV$$

$$\Rightarrow f = \frac{2/8}{4\times10^{-15}} = 0/7\times10^{15}\,Hz = 7\times10^{14}\,Hz$$

(فیزیک ۳- آشنایی با فیزیک اتمی؛ صفحه‌های ۱۱۶ تا ۱۲۱)

**۴۴- گزینهٔ «۳»** (محمود منصوری)

برای ماشین A داریم:

$$\begin{cases} t = \frac{1}{2}h \\ \text{انرژی مصرفی} = 30\,kJ \\ \text{انرژی مفید} = 20\,kJ \end{cases} \Rightarrow Ra_A = \frac{20}{30}\times100 = 66/6\%$$

$$P_A = \frac{30\,kJ}{\frac{1}{2}h} = 60\frac{kJ}{h}$$

برای ماشین B داریم:

$$\begin{cases} t = 1h \\ \text{انرژی مصرفی} = 40\,kJ \\ \text{انرژی مفید} = 28\,kJ \end{cases} \Rightarrow Ra_B = \frac{28}{40}\times100 = 70\%$$

$$P_B = \frac{40\,kJ}{1h} = 40\frac{kJ}{h}$$

$$Ra_B > Ra_A \quad , \quad P_B < P_A$$

نکته: انرژی مصرفی همان انرژی کل یا ورودی است.

(فیزیک ۱- کار، انرژی و توان؛ صفحه‌های ۷۳ تا ۷۶)

---

**۴۵- گزینهٔ «۴»** (محمود منصوری)

با توجه به این‌که بارهای همنام یکدیگر را دفع می‌کنند و بارهای غیرهمنام همدیگر را جذب می‌کنند و همچنین با توجه به فاصلهٔ بین بارها خواهیم داشت:

برایند نیروهای وارد بر بار A:

$$F_{AB} = F \quad , \quad F_{CA} = \frac{F}{4} \Rightarrow F_{tA} = F + \frac{F}{4} = \frac{5F}{4}$$

برایند نیروهای وارد بر بار B:

$$F_{AB} = F \quad , \quad F_{CB} = F \Rightarrow F_{tB} = F + F = 2F$$

برایند نیروهای وارد بر بار C:

$$F_{AC} = \frac{F}{4} \quad , \quad F_{BC} = F \Rightarrow F_{tC} = F - \frac{F}{4} = \frac{3F}{4}$$

در نتیجه:

$$F_B > F_A > F_C$$

(فیزیک ۲- الکتریسیتهٔ ساکن؛ صفحه‌های ۵ تا ۱۰)

سنجش کلاد
www.SanjeshCloud.ir
T.me/SanjeshClouds

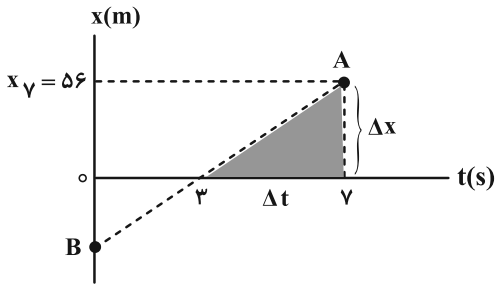
۴۶- **گزینهٔ «۱»** (محمود منصوری)

سرعت متوسط از ابتدای حرکت تا $t = ۷s$ برابر $۸\frac{m}{s}$ است. بنابراین:

$$v_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t} \Rightarrow ۸ = \frac{\Delta x}{۷} \Rightarrow \Delta x = ۵۶m \Rightarrow x_۷ - x_۰ = ۵۶m$$

$$\xrightarrow{x_۰ = ۰} x_۷ = ۵۶m$$

سرعت متحرک در لحظهٔ $t = ۷s$ برابر با شیب خط مماس بر نمودار در آن لحظه یعنی همان شیب پاره‌خط $AB$ است. برای محاسبهٔ شیب این خط از مثلث سایه‌خورده در شکل زیر استفاده می‌کنیم:




$$v_{t=۷s} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{۵۶}{۷-۳} = ۱۴\frac{m}{s}$$

همچنین چون شیب خط مماس بر نمودار در مبدأ زمان برابر با صفر است، سرعت اولیهٔ متحرک صفر می‌باشد، بنابراین شتاب متوسط در ۷ ثانیهٔ اول حرکت برابر است با:

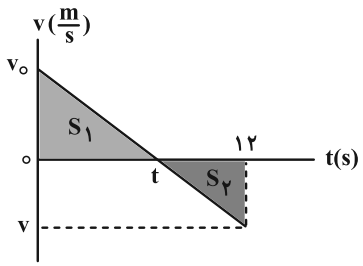
$$a_{av} = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{۱۴-۰}{۷-۰} = ۲\frac{m}{s^۲}$$

(فیزیک ۳- حرکت بر خط راست؛ صفحه‌های ۴ تا ۱۲)

---

۴۷- **گزینهٔ «۴»** (علیرضا جباری)

متحرک در مبدأ زمان در جهت محور $x$ حرکت می‌کند. بنابراین سرعت اولیهٔ آن مثبت است. همچنین چون تندی متوسط متحرک در ۱۲ ثانیهٔ اول حرکت از اندازهٔ سرعت متوسط آن در این $۱۲s$ بیشتر است، پس متحرک در این مدت تغییر جهت می‌دهد و نمودار سرعت- زمان متحرک به صورت زیر است:




مسافت و جابه‌جایی متحرک در مدت $۱۲s$ را حساب می‌کنیم:

$$s_{av} = \frac{\ell}{\Delta t} \Rightarrow \frac{۱۰}{۳} = \frac{\ell}{۱۲} \Rightarrow \ell = ۴۰m$$

$$v_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t} \Rightarrow ۲ = \frac{\Delta x}{۱۲} \Rightarrow \Delta x = ۲۴m$$

اکنون مقادیر $S_۱$ و $S_۲$ را پیدا می‌کنیم:

$$\begin{cases} S_۱ + S_۲ = ۴۰ \\ S_۱ - S_۲ = ۲۴ \end{cases} \Rightarrow ۲S_۱ = ۶۴ \Rightarrow S_۱ = ۳۲ \ , \ S_۲ = ۸$$

به کمک نسبت مساحت‌های دو مثلث متشابه، داریم:

$$\frac{S_۱}{S_۲} = (\frac{t-۰}{۱۲-t})^۲ \Rightarrow \frac{۳۲}{۸} = (\frac{t}{۱۲-t})^۲$$

$$\Rightarrow ۲ = \frac{t}{۱۲-t} \Rightarrow t = ۸s$$

در پایان با استفاده از مساحت $S_۲$، سرعت متحرک در لحظهٔ $t = ۱۲s$ را به‌دست می‌آوریم:

$$S_۲ = ۸ \Rightarrow \frac{(۱۲-۸)|v|}{۲} = ۸ \Rightarrow ۴|v| = ۱۶$$

$$\Rightarrow |v| = ۴\frac{m}{s} \xrightarrow{v<۰} \vec{v} = (-۴\frac{m}{s})\vec{i}$$

(فیزیک ۳- حرکت بر خط راست؛ صفحه‌های ۱۵ تا ۲۱)

---

۴۸- **گزینهٔ «۲»** (زهره آقامحمدی)

ابتدا جابه‌جایی اتومبیل را در این بازه محاسبه می‌کنیم. با استفاده از رابطهٔ سرعت متوسط در حرکت با شتاب ثابت داریم:

$$\begin{cases} v_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t} \\ v_{av} = \frac{v_۱ + v_۲}{۲} \end{cases} \Rightarrow \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{v_۱ + v_۲}{۲}$$

$$\xrightarrow[v_۲ = ۵۴\frac{km}{h} = ۱۵\frac{m}{s}]{\Delta t = ۲s \ , \ v_۱ = ۱۰\frac{m}{s}} \frac{\Delta x}{۲} = \frac{۱۰+۱۵}{۲} \Rightarrow \Delta x = d = ۲۵m$$

اکنون با استفاده از قضیهٔ کار- انرژی جنبشی، کار نیروی موتور اتومبیل را محاسبه می‌کنیم:

$$W_t = K_۲ - K_۱ \Rightarrow W_{موتور} + W_{f_k} = \frac{۱}{۲}m(v_۲^۲ - v_۱^۲)$$

$$\xrightarrow{W_{f_k} = f_k d\cos ۱۸۰^\circ} W_{موتور} + f_k d\cos ۱۸۰^\circ = \frac{۱}{۲}m(v_۲^۲ - v_۱^۲)$$

www.SanjeshCloud.ir
T.me/SanjeshClouds

$$\xrightarrow[m=1000kg\ ,\ v_1=10\frac{m}{s}\ ,\ v_2=15\frac{m}{s}]{f_k=2000N\ ,\ d=25m\ ,\ \cos180^\circ=-1}$$

$$W_{\text{موتور}}+2000\times25\times(-1)=\frac{1}{2}\times1000\times(225-100)$$

$$\Rightarrow W_{\text{موتور}}=112500J$$

در نتیجه توان متوسط موتور اتومبیل برابر است با:

$$P_{av}=\frac{W_{\text{موتور}}}{\Delta t}=\frac{112500}{2}=56250W=56/25kW$$

*(فیزیک ۳- حرکت بر خط راست؛ صفحه‌های ۱۵، ۱۶)*

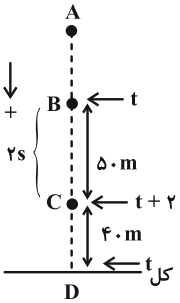
*(فیزیک ۱- کار، انرژی و توان؛ صفحه‌های ۷۳ و ۷۴)*

---

۴۹- **گزینهٔ «۱»** *(زهره آقامحمدی)*

ابتدا با استفاده از معادلهٔ مکان- زمان در حرکت با شتاب ثابت، سرعت گلوله را در نقطهٔ $B$ محاسبه می‌کنیم. با انتخاب جهت مثبت به سمت پایین و فرض کردن مبدأ محور در نقطهٔ $A$ داریم:

$$y=\frac{1}{2}gt^2$$




$$\left.\begin{aligned}y_C&=\frac{1}{2}g(t+2)^2\\ y_B&=\frac{1}{2}gt^2\end{aligned}\right\}$$

$$\Rightarrow y_C-y_B=\frac{1}{2}g((t+2)^2-t^2)$$

$$=\frac{1}{2}g(t+2-t)(t+2+t)=\frac{1}{2}g(2)(2t+2)$$

$$\xrightarrow[g=10\frac{m}{s^2}]{y_C-y_B=50m}50=\frac{1}{2}\times10\times2\times(2t+2)\Rightarrow t=1/5s$$

$$\Delta y_{CD}=y_D-y_C=\frac{1}{2}g(t_{\text{کل}}^2-t_C^2)$$

$$\xrightarrow[t_C=3/5s]{\Delta y_{CD}=40m}40=\frac{1}{2}\times10\times(t_{\text{کل}}^2-(3/5)^2)$$

$$t_{\text{کل}}^2=20/25\Rightarrow t_{\text{کل}}=4/5s$$

*(فیزیک ۳- حرکت بر خط راست؛ صفحه‌های ۲۱ تا ۲۴)*

---

۵۰- **گزینهٔ «۲»** *(مهری شریفی)*

با استفاده از قانون دوم نیوتون داریم:

$$\left.\begin{aligned}F=ma_1\Rightarrow m=\frac{F}{a_1}\\ F=Ma_2\Rightarrow M=\frac{F}{a_2}\end{aligned}\right\}\Rightarrow F=\sqrt{m^2+M^2}\times a'$$

$$F=\sqrt{(\frac{F}{a_1})^2+(\frac{F}{a_2})^2}\times a'\Rightarrow1=\frac{\sqrt{a_1^2+a_2^2}}{a_1a_2}\times a'$$

$$a'=\frac{a_1a_2}{\sqrt{a_1^2+a_2^2}}$$

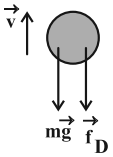
*(فیزیک ۳- دینامیک و حرکت دایره‌ای؛ صفحه‌های ۳۰ تا ۳۵)*

---

۵۱- **گزینهٔ «۳»** *(مصطفی کیانی)*

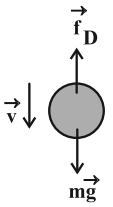
به گلوله دو نیروی وزن و نیروی مقاومت هوا وارد می‌شود. هنگامی که گلوله به طرف بالا می‌رود، هر دو نیرو رو به پایین و هنگامی که پایین می‌رود، نیروی مقاومت هوا رو به بالا و نیروی وزن رو به پایین است. بنابراین با توجه به شکل‌های زیر و قانون دوم نیوتون، ابتدا شتاب گلوله را در هر مرحله می‌یابیم:

(جهت مثبت را به سمت پایین در نظر می‌گیریم.)




$$F_{net_1}=ma_1\Rightarrow mg+f_D=ma_1$$

$$\Rightarrow a_1=(g+\frac{f_D}{m})$$




$$F_{net_2}=ma_2\Rightarrow mg-f_D=ma_2$$

$$\Rightarrow a_2=g-\frac{f_D}{m}$$

اکنون با استفاده از رابطهٔ $v^2=v_0^2+2a\Delta x$، $f_D$ را به صورت زیر می‌یابیم. برای حالت بالا رفتن، تندی اولیهٔ گلوله $v_1$ و تندی آن در انتهای مسیر صفر است. بنابراین داریم:

$$v^2=v_0^2+2a_1\Delta x\xrightarrow[\Delta x=-h]{v=0\ ,\ v_0=-v_1}0=(-v_1)^2+2a_1(-h)$$

$$\Rightarrow v_1^2=2a_1h\qquad(1)$$

سنجش کلاد
www.SanjeshCloud.ir
T.me/SanjeshClouds

برای حالت پایین رفتن، تندی اولیهٔ گلوله صفر و تندی برخورد آن به زمین برابر $v=\frac{v_1}{4}$ است. در این حالت داریم:

$$v^2=v_0^2+2a_2\Delta x \xrightarrow[v_0=0\ ,\ \Delta x=h]{v=\frac{1}{4}v_1} \frac{1}{16}v_1^2=0+2a_2h$$

$$\Rightarrow v_1^2=32a_2h \qquad (2)$$

با استفاده از رابطه‌های (۱) و (۲) داریم:

$$\xrightarrow{(1)\ ,\ (2)} 2a_1h=32a_2h \Rightarrow a_1=16a_2 \xrightarrow[a_2=g-\frac{f_D}{m}]{a_1=g+\frac{f_D}{m}}$$

$$g+\frac{f_D}{m}=16(g-\frac{f_D}{m}) \Rightarrow g+\frac{f_D}{m}=16g-\frac{16f_D}{m}$$

$$\Rightarrow \frac{17f_D}{m}=15g \xrightarrow[g=10\frac{N}{kg}]{m=0/1kg} \frac{17f_D}{0/1}=15\times 10 \Rightarrow f_D=\frac{15}{17}N$$

(فیزیک ۳- دینامیک و حرکت دایره‌ای؛ صفحه‌های ۳۲ تا ۳۷)

---

۵۲- **گزینهٔ «۴»** (علیرضا جباری)

ابتدا فاصلهٔ ماهواره‌ها از مرکز کرهٔ زمین را به دست می‌آوریم:

$$r=R_e+h$$

$$r_A=R_e+h_A \xrightarrow[R_e=6400km]{h_A=6400km} r_A=2\times 6400km$$

$$r_B=R_e+h_B \xrightarrow[R_e=6400km]{h_B=12800km} r_B=6400+12800$$

$$=3\times 6400km$$

سپس نسبت تندی دو ماهواره را حساب می‌کنیم:

$$v=\sqrt{\frac{GM_e}{r}} \Rightarrow \frac{v_A}{v_B}=\sqrt{\frac{r_B}{r_A}}=\sqrt{\frac{3\times 6400}{2\times 6400}}=\sqrt{\frac{3}{2}}$$

اکنون با معلوم بودن نسبت جرم‌ها و تندی‌ها می‌توانیم نسبت تکانهٔ آن‌ها را به‌دست آوریم:

$$\frac{p_A}{p_B}=\frac{m_Av_A}{m_Bv_B} \xrightarrow[\frac{v_A}{v_B}=\sqrt{\frac{3}{2}}]{m_B=2m_A} \frac{p_A}{p_B}=\frac{m_A}{2m_A}\times\sqrt{\frac{3}{2}}$$

$$=\frac{1}{2}\times\sqrt{\frac{3}{2}}=\sqrt{\frac{3}{8}}$$

(فیزیک ۳- دینامیک و حرکت دایره‌ای؛ صفحه‌های ۴۶، ۴۷ و ۵۳ تا ۵۶)

---

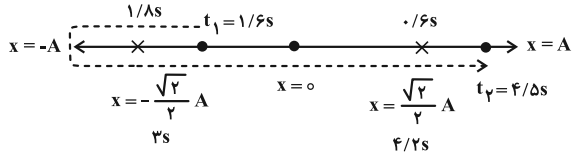
۵۳- **گزینهٔ «۲»** (علیرضا جباری)

ابتدا به کمک معادلهٔ مکان- زمان، دورهٔ حرکت را به‌دست می‌آوریم:

$$\left.\begin{matrix} x=A\cos\omega t \\ x=A\cos\frac{5\pi}{12}t \end{matrix}\right\} \Rightarrow \omega=\frac{5\pi}{12} \Rightarrow \frac{2\pi}{T}=\frac{5\pi}{12} \Rightarrow T=\frac{24}{5}=4/8s$$

از طرفی می‌دانیم در یک دوره $(T)$، انرژی‌های جنبشی و پتانسیل نوسانگر در لحظه‌های $\frac{T}{8}$، $\frac{3T}{8}$، $\frac{5T}{8}$ و $\frac{7T}{8}$ با یکدیگر برابر می‌شوند. (در این لحظه‌ها، نوسانگر در مکان $x=\pm\frac{\sqrt{2}}{2}A$ قرار دارد.)

$$\frac{T}{8}=0/6s\ ،\ \frac{3T}{8}=1/8s\ ،\ \frac{5T}{8}=3s\ ،\ \frac{7T}{8}=4/2s$$




در بازه‌هایی که $|x|>\frac{\sqrt{2}}{2}A$ است، انرژی پتانسیل بزرگ‌تر از انرژی جنبشی است. در بازهٔ زمانی $t_1$ تا $t_2$ داریم:

$$(3-1/8)+(4/5-4/2)=1/2+0/3=1/5s$$

(فیزیک ۳- نوسان و موج؛ صفحه‌های ۶۶ و ۶۷)

---

۵۴- **گزینهٔ «۴»** (محمود منصوری)

$$\omega=\sqrt{\frac{g}{L}} \Rightarrow L=\frac{g}{\omega^2} \xrightarrow{\omega=5\pi\frac{rad}{s}\ ,\ g=10\frac{N}{kg}}$$

$$L=\frac{10}{25\pi^2}=\frac{10}{25\times 10}=\frac{1}{25}m=4cm$$

(فیزیک ۳- نوسان و موج؛ صفحه‌های ۶۷ و ۶۸)

---

۵۵- **گزینهٔ «۳»** (حسام نادری)

کافی است به کمک رابطهٔ $d=vt$، اختلاف زمانی دو موج رسیده به عقرب را نوشته و در نهایت فاصلهٔ طعمه $(d)$ را به دست آوریم:

$$\Delta t=t_T-t_L=\frac{d}{v_T}-\frac{d}{v_L}=d(\frac{1}{v_T}-\frac{1}{v_L})=d(\frac{v_L-v_T}{v_Tv_L})$$

www.SanjeshCloud.ir
T.me/SanjeshClouds

$$\xrightarrow[v_T=40\frac{m}{s},\ v_L=160\frac{m}{s}]{\Delta t=6ms=6\times10^{-3}s} 6\times10^{-3}=d\left(\frac{160-40}{160\times40}\right)$$

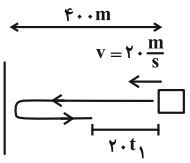
$$\Rightarrow d=0/32m=32cm$$

(فیزیک ۳- نوسان و موج؛ صفحه‌های ۷۸ و ۷۹)

---

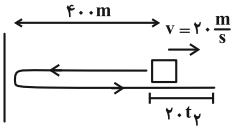
۵۶- **گزینهٔ «۲»** (محمد مقدم)

چون شخص با تندی ثابت به دیوار نزدیک می‌شود $t_1$ ثانیه بعد به اندازهٔ $20t_1$ به دیوار نزدیک می‌شود و داریم:




$$L=vt$$
$$400+(400-20t_1)=340t_1$$
$$t_1=\frac{800}{360}=\frac{20}{9}s$$

و در حال دور شدن نیز به اندازهٔ $20t_2$ از دیوار دور می‌شود.




$$L=vt$$
$$\Rightarrow 400+(400+20t_2)=340t_2$$
$$t_2=\frac{800}{320}=\frac{5}{2}s$$

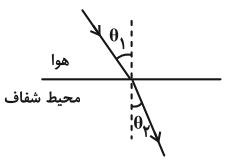
$$t_2-t_1=\frac{5}{2}-\frac{20}{9}=\frac{5}{18}s$$

(فیزیک ۳- برهم‌کنش‌های موج؛ صفحهٔ ۹۲)

---

۵۷- **گزینهٔ «۲»** (مهران اسماعیلی)

مطابق شکل زیر، چون پرتو نور از هوا وارد محیط شفاف می‌شود، زاویهٔ شکست کمتر از زاویهٔ تابش است، می‌توان نوشت:




$$\theta_1=53^\circ$$
$$\theta_2=53-16=37^\circ$$

با توجه به قانون شکست عمومی داریم:

$$\frac{\sin\theta_2}{\sin\theta_1}=\frac{v_2}{v_1}=\frac{\lambda_2}{\lambda_1}\Rightarrow\frac{\sin37^\circ}{\sin53^\circ}=\frac{\lambda_2}{\lambda_1}$$

$$\Rightarrow\frac{0/6}{0/8}=\frac{\lambda_2}{\lambda1}\Rightarrow\lambda_2=\frac{3}{4}\lambda_1$$

پس طول‌موج نور در هنگام ورود به محیط شفاف کاهش می‌یابد:

$$\text{درصد کاهش طول‌موج}=\frac{\lambda_2-\lambda_1}{\lambda_1}\times100=\frac{\frac{3}{4}\lambda_1-\lambda_1}{\lambda_1}\times100=-25\%$$

(فیزیک ۳- برهم‌کنش‌های موج؛ صفحه‌های ۹۶ و ۹۷)

---

۵۸- **گزینهٔ «۳»** (امیراحمد میرسعید)

همواره بسامد موج ورودی و بازتابی و عبوری برابر است و گزارهٔ (الف) اشتباه است، در عین حال تندی موج فرودی و بازتابی برابر است و تندی موج عبوری کوچک‌تر از آن‌ها است و گزارهٔ (ب) صحیح است و نیز طول‌موج موج فرودی برابر طول‌موج بازتابی است و از طول‌موج موج عبوری بیشتر است و گزارهٔ (پ) نیز صحیح است.

(فیزیک ۳- برهم‌کنش‌های موج؛ صفحه‌های ۹۴ تا ۹۶)

---

۵۹- **گزینهٔ «۱»** (بهنام شاهینی)

سومین حالت برانگیخته الکترون هیدروژن، تراز $n=4$ است. با توجه به این‌که انرژی الکترون در تراز $n$ برابر $E_n=-\frac{E_R}{n^2}$ است، داریم:

$$E_1=E_{n=4}-E_{n=1}=\frac{-E_R}{4^2}-\frac{(-E_R)}{1^2}=\frac{15}{16}E_R$$

انرژی $E_2$ برابر اختلاف انرژی الکترون دو تراز $n=1$ و $n=3$ (دومین حالت برانگیخته) است، داریم:

$$E_2=E_{n=3}-E_{n=1}=\frac{-E_R}{3^2}-\frac{(-E_R)}{1^2}=\frac{8}{9}E_R$$

$$\Rightarrow\frac{E_2}{E_1}=\frac{\frac{8}{9}E_R}{\frac{15}{16}E_R}=\frac{128}{135}$$

(فیزیک ۳- آشنایی با فیزیک اتمی؛ صفحه‌های ۱۲۷ و ۱۲۸)

---

۶۰- **گزینهٔ «۱»** (زهره آقامحمدی)

با توجه به نمودار صورت سؤال داریم:

$$\begin{cases}N_0=10^9\\ t=18h\\ N=12/5\times10^7\end{cases}$$

$$N=\frac{N_0}{2^n}\Rightarrow12/5\times10^7=\frac{10^9}{2^n}\Rightarrow2^n=\frac{10^9}{12/5\times10^7}=8\Rightarrow n=3$$

www.SanjeshCloud.ir
T.me/SanjeshClouds

یعنی $18h$ برابر ۳ نیمه‌عمر و هر نیمه‌عمر $6h$ است، در نتیجه یک شبانه‌روز $(24h)$ معادل ۴ نیمه عمر است.

$$n' = \frac{24}{6} = 4$$

$$N' = \frac{N_0}{2^{n'}} \Rightarrow \frac{N'}{N_0} = \frac{1}{2^{n'}} = \frac{1}{2^4} = \frac{1}{16}$$

*(فیزیک ۳- آشنایی با فیزیک هسته‌ای؛ صفحه‌های ۱۴۶ و ۱۴۷)*

---

۶۱- **گزینهٔ «۴»** *(علیرضا جباری)*

فرض می‌کنیم شعاع دایره برابر با $r$ باشد و حاصل عبارت $k\frac{q}{r^2}$ را برابر با $E$ در نظر می‌گیریم. اکنون میدان الکتریکی هر یک از بارها را در مرکز دایره تعیین می‌کنیم.

$$q_1 = q_3 = 3q \Rightarrow E_1 = E_3 = k \times \frac{3q}{r^2} = 3E$$

$$\vec{E}_1 = (3E)\,\vec{i} \quad , \quad \vec{E}_3 = (3E)\,\vec{j}$$

$$E_2 = k\frac{|q_2|}{r^2} \xrightarrow{q_2 = 4q} E_2 = k \times \frac{4q}{r^2} = 4E$$

$$\vec{E}_2 = (-4E)\,\vec{i}$$

میدان الکتریکی خالص در مرکز دایره را در حالت اول به‌دست می‌آوریم:

$$\vec{E}_T = \vec{E}_1 + \vec{E}_2 + \vec{E}_3 = (3E)\,\vec{i} + (-4E)\,\vec{i} + 3E\,\vec{j}$$

$$= (-E)\,\vec{i} + (3E)\,\vec{j}$$

$$E_T = \sqrt{E^2 + 9E^2} = E\sqrt{10}$$

در حالت دوم پس از حذف بار $q_1$، میدان الکتریکی خالص در مرکز دایره را به‌دست می‌آوریم:

$$\vec{E}' = \vec{E}_2 + \vec{E}_3 = (-4E)\,\vec{i} + (3E)\,\vec{j}$$

$$\Rightarrow E'_T = \sqrt{16E^2 + 9E^2} \Rightarrow E'_T = 5E$$

در پایان نسبت $E'_T$ به $E_T$ را حساب می‌کنیم:

$$\frac{E'_T}{E_T} = \frac{5E}{\sqrt{10}E} = \frac{5}{\sqrt{10}} = \frac{\sqrt{10}}{2}$$

*(فیزیک ۲- الکتریسیتهٔ ساکن؛ صفحه‌های ۱۲ و ۱۴)*

---

۶۲- **گزینهٔ «۲»** *(مهدی شریفی)*

ظرفیت خازن تخت از رابطهٔ مقابل به دست می‌آید:

$$C = \frac{k\varepsilon_0 A}{d}$$

هنگامی‌که خازن به باتری متصل است، اختلاف پتانسیل دو سر خازن ثابت می‌ماند. با خارج کردن دی‌الکتریک، $k$ و ظرفیت خازن کاهش می‌یابد.

رابطهٔ ظرفیت خازن با بار و اختلاف پتانسیل: $C = \frac{q}{V}$

$$\Rightarrow \downarrow C = \frac{q \downarrow}{V \text{ ثابت}}$$

بار نیز کاهش می‌یابد.

رابطهٔ انرژی ذخیره شدهٔ خازن: $\downarrow U = \frac{1}{2} \downarrow qV \text{ ثابت}$

انرژی نیز کاهش می‌یابد.

میدان ثابت می‌ماند. میدان میان صفحات خازن: $E = \frac{V \text{ ثابت}}{d \text{ ثابت}}$

*(فیزیک ۲- الکتریسیتهٔ ساکن؛ صفحه‌های ۳۲ تا ۴۰)*

---

۶۳- **گزینهٔ «۱»** *(علیرضا جباری)*

با توجه به این‌که جرم دو سیم با هم برابر است، به کمک رابطهٔ چگالی می‌توان نوشت:

$$m_A = m_B \xrightarrow{m=\rho V} \rho'_A V_A = \rho'_B V_B$$

$$\xrightarrow{V=AL} \rho'_A A_A L_A = \rho'_B A_B L_B$$

$$\xrightarrow[\rho'_A = 9\times10^3 \frac{kg}{m^3},\ \rho'_B = 2/7\times10^3 \frac{kg}{m^3}]{L_A = 1/5 L_B}$$

$$9\times10^3 \times A_A \times 1/5 L_B = 2/7\times10^3 \times A_B \times L_B$$

$$\Rightarrow 13/5 A_A = 2/7 A_B \Rightarrow A_B = 5A_A$$

حال با استفاده از رابطهٔ $R = \rho\frac{L}{A}$، می‌توانیم نسبت مقاومت الکتریکی سیم $A$ به مقاومت الکتریکی سیم $B$ را پیدا کنیم:

$$\frac{R_A}{R_B} = \frac{\rho_A}{\rho_B} \times \frac{L_A}{L_B} \times \frac{A_B}{A_A}$$

$$\xrightarrow[L_A = 1/5 L_B]{A_B = 5A_A} \frac{R_A}{R_B} = \frac{1/8\times10^{-8}}{2/7\times10^{-8}} \times \frac{1/5 L_B}{L_B} \times \frac{5A_A}{A_A}$$

$$\Rightarrow \frac{R_A}{R_B} = \frac{1/8}{2/7} \times 1/5 \times 5 = 5$$

*(فیزیک ۲- جریان الکتریکی و مدارهای جریان مستقیم؛ صفحه‌های ۵۱ و ۵۲)*

www.SanjeshCloud.ir
T.me/SanjeshClouds

۶۴- **گزینهٔ «۳»** *(علیرضا جباری)*

با توجه به نمودار و با استفاده از رابطهٔ قانون اهم، نسبت مقاومت‌ها را به‌دست می‌آوریم:

$$R=\frac{V}{I}\Rightarrow\frac{R_B}{R_A}=\frac{V_B}{V_A}\times\frac{I_A}{I_B}\Rightarrow\frac{R_B}{R_A}=\frac{۴}{۲}\times\frac{۴}{۳}=\frac{۸}{۳}$$

سپس نسبت جریان‌های الکتریکی دو رسانای $A$ و $B$ را در اختلاف پتانسیل‌های داده شده به دست می‌آوریم:

$$\frac{R_B}{R_A}=\frac{V_B}{V_A}\times\frac{I_A}{I_B}\xrightarrow[V_A=V\ ,\ V_B=۳V]{\frac{R_B}{R_A}=\frac{۸}{۳}}\frac{۸}{۳}=\frac{۳V}{V}\times\frac{I_A}{I_B}$$

$$\Rightarrow\frac{I_A}{I_B}=\frac{۸}{۹}$$

اکنون با استفاده از رابطه‌های $I=\frac{\Delta q}{\Delta t}$ و $|q|=ne$ می‌توانیم بنویسیم:

$$I=\frac{\Delta q}{\Delta t}\Rightarrow\frac{I_A}{I_B}=\frac{\Delta q_A}{\Delta q_B}\times\frac{\Delta t_B}{\Delta t_A}$$

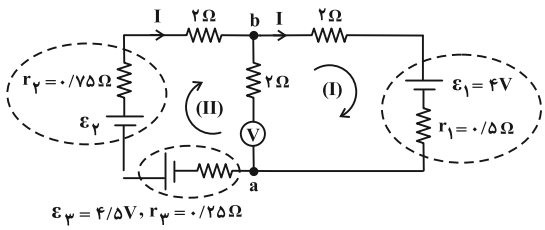
$$\xrightarrow{\Delta t_A=\Delta t_B=۱min}\frac{I_A}{I_B}=\frac{n_Ae}{n_Be}\times۱\xrightarrow{\frac{I_A}{I_B}=\frac{۸}{۹}}\frac{n_A}{n_B}=\frac{۸}{۹}$$

*(فیزیک ۲- جریان الکتریکی و مدارهای جریان مستقیم؛ صفحه‌های ۴۹ و ۵۰)*

---

۶۵- **گزینهٔ «۲»** *(حسام نادری)*

توجه کنید که چون ولت‌سنج آرمانی است، از شاخهٔ ولت‌سنج جریانی عبور نمی‌کند. بنابراین ابتدا در مسیر $(I)$ پتانسیل‌نویسی (قاعدهٔ حلقه) را انجام می‌دهیم تا جریان مدار پیدا شود و به جای دو مقاومت موازی $۳\Omega$ و $۶\Omega$ معادل آن‌ها یعنی $\frac{۶\times۳}{۶+۳}=۲\Omega$ را قرار می‌دهیم:




$$V_b-۲I-۴-\frac{۱}{۲}I=V_a\Rightarrow V_b-V_a-\frac{۵}{۲}I-۴=۰$$

$$\xrightarrow{V_b-V_a=۱۱/۵V}۱۱/۵-\frac{۵}{۲}I-۴=۰\Rightarrow I=۳A$$

حال در مسیر $(II)$ پتانسیل‌نویسی کرده و $\varepsilon_۲$ را می‌یابیم:

$$V_a-\frac{۱}{۴}I+۴/۵+\varepsilon_۲-\frac{۳}{۴}I-۲I=V_b$$

$$\Rightarrow ۴/۵+\varepsilon_۲-۳I=V_b-V_a\xrightarrow[I=۳A]{V_b-V_a=۱۱/۵V}$$

$$۴/۵+\varepsilon_۲-۳\times۳=۱۱/۵\Rightarrow\varepsilon_۲=۱۶V$$

حال توان خروجی باتری (۲) و توان ورودی باتری (۱) را حساب می‌کنیم و خواستهٔ سؤال را به‌دست می‌آوریم:

$$P_۲=\varepsilon_۲I-r_۲I^۲=۱۶\times۳-\frac{۳}{۴}\times۹=۴۱/۲۵W$$

$$P_۱=\varepsilon_۱I+r_۱I^۲=۴\times۳+\frac{۱}{۲}\times۹=۱۶/۵W$$

$$\Rightarrow\frac{P_۲}{P_۱}=\frac{۴۱/۲۵}{۱۶/۵}=۲/۵$$

*(فیزیک ۲- جریان الکتریکی و مدارهای جریان مستقیم؛ صفحه‌های ۶۴ تا ۷۴)*

---

۶۶- **گزینهٔ «۳»** *(زهره آقامحمدی)*

ابتدا میدان مغناطیسی هر یک از حلقه‌ها را در نقطهٔ $O$ محاسبه می‌کنیم:

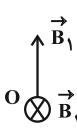
$$B=\frac{\mu_۰NI}{۲R}\Rightarrow B_۱=\frac{\mu_۰N_۱I_۱}{۲R_۱}\xrightarrow[۲R_۱=\text{قطر}=۴۰cm=۰/۴m]{N_۱=۱\ ,\ I_۱=۲A\ ,\ \mu_۰=۱۲\times۱۰^{-۷}\frac{T.m}{A}}$$

$$B_۱=\frac{۱۲\times۱۰^{-۷}\times۱\times۲}{۰/۴}=۶\times۱۰^{-۶}T$$

$$B_۲=\frac{\mu_۰N_۲I_۲}{۲R_۲}\xrightarrow[۲R_۲=\text{قطر}=۴۰cm=۰/۴m]{N_۲=۱\ ,\ I_۲=۵A\ ,\ \mu_۰=۱۲\times۱۰^{-۷}\frac{T.m}{A}}$$

$$B_۲=\frac{۱۲\times۱۰^{-۷}\times۱\times۵}{۰/۴}\Rightarrow B_۲=۱۵\times۱۰^{-۶}T$$

با توجه به قاعدهٔ دست راست، جهت میدان‌های مغناطیسی در نقطهٔ $O$ مطابق شکل زیر است. چون این میدان‌ها بر هم عمودند، بزرگی برایند آن‌ها از رابطهٔ فیثاغورس محاسبه می‌شود:




$$B_t=\sqrt{B_۱^۲+B_۲^۲}=\sqrt{(۶\times۱۰^{-۶})^۲+(۱۵\times۱۰^{-۶})^۲}$$
$$=\sqrt{۲۶۱\times۱۰^{-۱۲}}$$

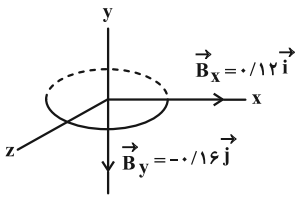
$$\Rightarrow B_t=۳\sqrt{۲۹}\times۱۰^{-۶}T\xrightarrow{۱G=۱۰^{-۴}T}B_t=۳\sqrt{۲۹}\times۱۰^{-۲}G$$

*(فیزیک ۲- مغناطیس؛ صفحه‌های ۹۷ تا ۹۹)*

www.SanjeshCloud.ir
T.me/SanjeshClouds

۶۷- **گزینهٔ «۲»** (زهره آقامحمدی)

طبق رابطهٔ شار مغناطیسی $\Phi = AB\cos\theta$ که در آن $\theta$ زاویهٔ بین نیم‌خط عمود بر حلقه و میدان مغناطیسی است. شار مغناطیسی عبوری از حلقه، ناشی از مؤلفهٔ $y$ میدان مغناطیسی است، بنابراین داریم:




$$\Phi = AB_y = \pi r^2 B_y$$

$$\xrightarrow[B_y = ۰/۱۶T]{\pi = ۳\ ,\ r = ۰/۱m} \Phi = ۳\times(۰/۱)^2\times ۰/۱۶ = ۰/۴۸\times ۱۰^{-2}\ Wb$$

$$\xrightarrow{۱Wb = ۱۰^3 mWb} \Phi = ۴/۸ mWb$$

(فیزیک ۲- القای الکترومغناطیسی و جریان متناوب؛ صفحه‌های ۱۱۱ و ۱۱۲)

---

۶۸- **گزینهٔ «۱»** (علیرضا جباری)

ابتدا معادلهٔ جریان گذرنده از لامپ را به دست می‌آوریم:

$$I = I_m \sin(\frac{2\pi}{T})t \xrightarrow[\frac{T}{2}=\frac{۱}{۱۰۰}s \Rightarrow T=\frac{۱}{۵۰}s]{I_m = ۴A} I = ۴\sin\frac{2\pi}{\frac{۱}{۵۰}}t$$

$$\Rightarrow I = ۴\sin ۱۰۰\pi t$$

حالا می‌توانیم مقدار جریان را در لحظهٔ $t = \frac{۱}{۱۲۰}s$ محاسبه کنیم:

$$I = ۴\sin(۱۰۰\pi\times\frac{۱}{۱۲۰}) = ۴\sin(\frac{۵\pi}{۶})$$

$$\xrightarrow{\sin\frac{۵\pi}{۶}=\frac{۱}{۲}} I = ۴\times\frac{۱}{۲} = ۲A$$

در پایان نیز با استفاده از قانون اهم، مقاومت $R$ را به دست می‌آوریم:

$$R = \frac{V}{I} \xrightarrow[I=۲A]{V=۱۲۰V} R = \frac{۱۲۰}{۲} = ۶۰\Omega$$

(فیزیک ۲- القای الکترومغناطیسی و جریان متناوب؛ صفحه‌های ۱۲۳ تا ۱۲۵)

---

۶۹- **گزینهٔ «۳»** (حسام نادری)

کافی است ابتدا آهنگ افزایش مساحت $(\frac{\Delta A}{\Delta t})$ لکهٔ روغن را برحسب $\frac{mm^2}{s}$ حساب کرده و سپس آن را به $\frac{inch^2}{min}$ تبدیل کنیم:

آهنگ افزایش سطح لکه $= \frac{\Delta A}{\Delta t} = \frac{۱۰ mm^2}{۰/۸ s}$

$$= ۱۲/۵\frac{mm^2}{s}\times(\frac{۱۰^{-۱}cm}{۱mm})^2\times(\frac{۱inch}{۲/۵cm})^2\times(\frac{۶۰s}{۱min})$$

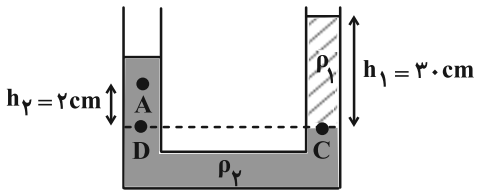
$$= \frac{۱۲/۵\times۱۰^{-2}\times۶۰}{۲/۵\times۲/۵} = ۱/۲\frac{inch^2}{min}$$

(فیزیک ۱- فیزیک و اندازه‌گیری؛ صفحه‌های ۱۰ و ۱۱)

---

۷۰- **گزینهٔ «۱»** (امیراحمد میرسعید)

مایعی که پایین قرار گرفته چگالی بیشتری دارد و $\rho_2 > \rho_1$ است.




$$P_C = P_D$$

$$\rho_1 g h_1 + P_0 = P_D \Rightarrow ۱۰۰۰\times۱۰\times\frac{۳۰}{۱۰۰} + ۱۰^5 = P_D$$

$$\Rightarrow P_D = ۱۰۳۰۰۰ Pa$$

$$P_D = P_A + \rho_2 g h_2 \Rightarrow ۱۰۳۰۰۰ = P_A + ۱۳۶۰۰\times۱۰\times\frac{۲}{۱۰۰}$$

$$\Rightarrow ۱۰۳۰۰۰ = P_A + ۲۷۲۰ \Rightarrow P_A = ۱۰۳۰۰۰ - ۲۷۲۰ = ۱۰۰۲۸۰ Pa$$

$$P_A = ۱۰۰/۲۸ kPa$$

(فیزیک ۱- ویژگی‌های فیزیکی مواد؛ صفحه‌های ۳۲ تا ۳۷)

---

۷۱- **گزینهٔ «۳»** (ریاضی خارج از کشور- ۱۴۰۳)

ابتدا چگالی مخلوط گفته شده را محاسبه می‌کنیم:

$$\rho_{مخلوط} = \frac{m_1 + m_2}{V_1 + V_2} = \frac{\rho_1 V_1 + \rho_2 V_2}{V_1 + V_2} \xrightarrow[\rho_2 = ۱/۲\frac{g}{cm^3}, V_2 = ۶۰۰mL = ۶۰۰cm^3]{\rho_1 = ۱\frac{g}{cm^3}, V_1 = ۴۰۰mL = ۴۰۰cm^3}$$

$$\rho_{مخلوط} = \frac{۱\times۴۰۰ + ۱/۲\times۶۰۰}{۴۰۰ + ۶۰۰} = ۱/۱۲\frac{g}{cm^3}$$

فشار پیمانه‌ای: $P_g = \rho g h = ۱/۱۲\times۱۰۰۰\times۱۰\times\frac{۵۰}{۱۰۰}$

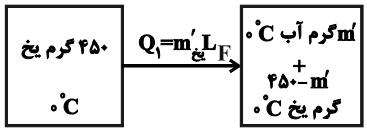
$$= ۵۶۰۰ Pa = ۵/۶ kPa$$

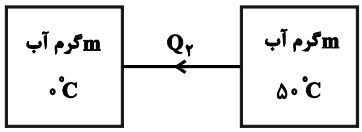
(فیزیک ۱- ویژگی‌های فیزیکی مواد؛ صفحه‌های ۳۲ تا ۳۹)

www.SanjeshCloud.ir
T.me/SanjeshClouds

۷۲- **گزینهٔ «۴»** *(سراسری ریاضی- ۹۹)*

اگر تمام ۴۵۰ گرم یخ صفر درجهٔ سلسیوس بخواهد به آب صفر درجهٔ سلسیوس تبدیل شود، به ۷۲۰ گرم آب $50^\circ C$ نیاز داریم که در این حالت مجموع آب صفر درجهٔ سلسیوس ۱۱۷۰ گرم می‌شود. (چرا؟) چون جرم آب صفر درجهٔ سلسیوس بیان شده در سؤال کمتر از این مقدار است، نشان می‌دهد که مقداری از یخ صفر درجهٔ سلسیوس آب شده $(m')$ و مقداری از آن باقی مانده $(450-m')$ و در نهایت مخلوطی از آب و یخ داریم؛ حال اگر جرم آب اضافه شده $50^\circ C$ را $m$ در نظر بگیریم، در این‌صورت طبق طرح‌وارهٔ زیر داریم:




$$Q_1+Q_2=0 \Rightarrow m'_{یخ}L_F+m_{آب}c_{آب}\Delta\theta_{آب}=0$$

$$\xrightarrow[\Delta\theta_{آب}=0-50=-50^\circ C]{L_F=80c_{آب}} m'_{یخ}80c_{آب}+m_{آب}c_{آب}\times(-50)=0$$

$$\Rightarrow 8m'_{یخ}=5m_{آب} \quad (1)$$

از طرفی مجموع آب اضافه شده و یخ ذوب شده برابر ۵۲۰ گرم است.

$$m_{آب}+m'_{یخ}=520g \xrightarrow[m'_{یخ}=\frac{5}{8}m_{آب}]{(1)} m_{آب}+\frac{5}{8}m_{آب}=520$$

$$\Rightarrow m_{آب}=\frac{520\times8}{13}=320g$$

*(فیزیک ۱- دما و گرما؛ صفحه‌های ۸۶ تا ۱۰۶)*

---

۷۳- **گزینهٔ «۲»** *(محمود منصوری)*

$$Q=\frac{1}{2}K \Rightarrow mc\Delta\theta=\frac{1}{2}(\frac{1}{2}mv^2)$$

$$v^2=4c\Delta\theta \Rightarrow v^2=4\times400\times400=64\times10^4 \Rightarrow v=800\frac{m}{s}$$

*(فیزیک ۱- دما و گرما؛ صفحه‌های ۹۶ تا ۱۰۰ و کار، انرژی و توان؛ صفحه‌های ۵۴، ۵۵)*

۷۴- **گزینهٔ «۱»** *(محمدرضا شریفی)*

$$\frac{P_1V_1}{T_1}=\frac{P_2V_2}{T_2} \xrightarrow{P_1=P_0+\rho gh\ ,\ P_2=P_0}$$

$$\frac{(P_0+\rho gh)\times V_1}{273+2}=\frac{10^5\times2/4V_1}{273+27}$$

$$\Rightarrow \frac{10^5\times2/4}{300}=\frac{10^5+10^3\times10h}{275}$$

$$10^5+10^4h=10^3\times0/8\times275 \Rightarrow 10^5+10^4h=10^3\times220$$

$$10+h=22 \Rightarrow h=12m$$

*(فیزیک ۱- دما و گرما؛ صفحه‌های ۱۱۷ تا ۱۲۳)*

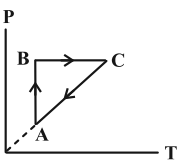
---

۷۵- **گزینهٔ «۲»** *(عبدالرضا امینی‌نسب)*

فرایند $AB$ یک فرایند هم‌دما می‌باشد که حجم گاز در آن کم شده است، بنابراین طبق رابطهٔ $PV=nRT$ هنگامی که حجم کم شود، فشار گاز افزایش می‌یابد.

فرایند $BC$ یک فرایند هم‌فشار است که دمای گاز در آن افزایش یافته است، در نتیجه حجم آن نیز افزایش یافته است.

فرایند $CA$ یک فرایند هم‌حجم است که دمای گاز در آن کم شده است و بنابراین طبق رابطهٔ $PV=nRT$ فشار آن نیز کاهش می‌یابد.




نکته: هرگاه نمودار $V-T$ پادساعتگرد باشد، آن‌گاه نمودار $P-T$ ساعتگرد می‌باشد.

*(فیزیک ۱- ترمودینامیک؛ صفحه‌های ۱۳۱ تا ۱۴۰)*

سنجش کلاد
www.SanjeshCloud.ir
T.me/SanjeshClouds

## شیمی

۷۶- **گزینهٔ «۲»** *(امین نوروزی)*

این عنصر $_{۲۴}Cr$ با آرایش الکترونی $1s^2\ 2s^2\ 2p^6\ 3s^2\ 3p^6\ 3d^5\ 4s^1$ است.

بررسی هر یک از موارد:

مورد اول: نادرست؛ ۵ زیرلایه پر شده دارد که از الکترون‌های لایهٔ ظرفیت آن $(6e^-)$، ۱ واحد کمتر است.

مورد دوم: درست؛ آرایش الکترونی لایهٔ آخر این عنصر $(4s^1)$ با آرایش الکترونی لایهٔ آخر $_{۲۹}Cu$ که دومین عنصر از جدول است که از قاعدهٔ آفبا پیروی نمی‌کند، برابر است.

مورد سوم: درست؛ شمار زیرلایه‌های اشغال شده در کروم، برابر ۷ و شمار زیرلایه‌های نیمه پر در آن برابر ۲ است. پس: $\frac{۷}{۲}=۳/۵$

مورد چهارم: درست؛ تعداد الکترون لایهٔ ظرفیت این عنصر برابر ۶ است و تعداد عناصری که در دورهٔ ۴، زیرلایهٔ 3d پر ندارند، برابر ۱۰ عنصر (Ni، Co، Fe، Mn، Cr، V، Ti، Sc، Ca و K) است و نسبت آن‌ها برابر $\frac{۶}{۱۰}$ است.

(عناصر Cu، Zn و عناصر دستهٔ p در دورهٔ چهارم، زیرلایهٔ 3d پرشده دارند.)

*(شیمی ۱- کیهان زادگاه الفبای هستی؛ صفحه‌های ۲۸ تا ۳۴)*

---

۷۷- **گزینهٔ «۱»** *(محسن مجنونی)*

واکنش سوختن پتاسیم به صورت زیر است:

$$4K(s)+O_2(g)\rightarrow 2K_2O(s)$$

تعداد مول $^{39}K$ که در واکنش سوختن شرکت می‌کند را حساب می‌کنیم:

$$?mol\ ^{39}K=188g\ K_2O\times\frac{1mol\ K_2O}{94g\ K_2O}\times\frac{4mol\ ^{39}K}{2mol\ K_2O}$$

$$=4mol\ ^{39}K$$

تعداد کل مول‌های پتاسیم در نمونهٔ اولیه برابر است با:

$$3/01\times10^{24}\ \text{اتم}\times\frac{1mol\ K}{6/02\times10^{23}\ \text{اتم}\ K}=5mol\ K$$

بنابراین تعداد مول $^{40}K$ برابر است با: $5-4=1$

حال به محاسبهٔ جرم اتمی میانگین می‌پردازیم:

$$\bar{M}=\frac{4\times39+1\times40}{5}=39/2amu$$

*(شیمی ۱- کیهان زادگاه الفبای هستی؛ صفحه‌های ۵، ۶ و ۱۳ تا ۱۹)*

---

۷۸- **گزینهٔ «۱»** *(فرشید مرادی)*

فقط مورد سوم درست است.

بررسی موارد نادرست:

مورد اول: تکنسیم برای مدت طولانی قابل نگهداری نیست و هر جا که نیاز باشد، باید تولید و سپس مصرف شود.

مورد دوم: در غنی‌سازی، واکنش هسته‌ای رخ نمی‌دهد و طی آن درصد ایزوتوپ مطلوب افزایش می‌یابد.

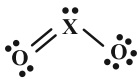
مورد چهارم: تجمع گلوکز معمولی و پرتوزا هیچ تفاوتی در اطراف تودهٔ سرطانی با یکدیگر ندارد.

*(شیمی ۱- کیهان زادگاه الفبای هستی؛ صفحه‌های ۵ تا ۹)*

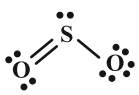
---

۷۹- **گزینهٔ «۲»** *(امین نوروزی)*

مولکول $XO_2$ دارای ۳ جفت الکترون پیوندی است پس می‌توان دریافت که یکی از اتم‌های اکسیژن دارای پیوند دوگانه و دیگری دارای پیوند یگانه است. اتم اکسیژن در حالتی که دارای پیوند دوگانه است، ۲ جفت الکترون ناپیوندی و در حالتی که دارای فقط یک پیوند یگانه است، ۳ جفت الکترون ناپیوندی دارد، پس در این مولکول، ۵ جفت الکترون ناپیوندی مربوط به اتم‌های اکسیژن و ۱ جفت الکترون ناپیوندی دیگر مربوط به اتم X است.



اتم اکسیژن برای هشت‌تایی شدن به $2e^-$ نیاز دارد. هنگامی که یک پیوند یگانه برقرار می‌کند یعنی یک الکترون از اتم دیگر گرفته و یک الکترون را به اشتراک گذاشته است. پس ساختار الکترون- نقطه‌ای X به صورت $:\dot{X}\cdot$ است، پس X در گروه ۱۶ قرار دارد. از طرفی عنصری که به صورت بخار در لامپ موجود در خیابان‌ها، بزرگراه‌ها و آزادراه‌ها وجود دارد Na بوده که در دورهٔ ۳ قرار دارد. پس X در دورهٔ ۳ و گروه ۱۶ قرار دارد و در واقع اتم گوگرد با آرایش الکترون- نقطه‌ای $:\dot{S}\cdot$ است.



سنجش کلاد
www.SanjeshCloud.ir
T.me/SanjeshClouds

بار = کل الکترون‌های پیوندی و ناپیوندی − مجموع عدد یکان گروه عناصر

$$\Rightarrow ۶+x+۶-۱۸=۰ \Rightarrow x=۶ \Rightarrow \begin{cases} \text{گروه } ۱۶ \\ \text{دورهٔ } ۳ \end{cases} \Rightarrow S$$

بررسی موارد:

الف) نادرست؛ مولکول $SO_۳$ دارای ۸ جفت الکترون ناپیوندی است، در حالی‌که $SOCl_۲$ دارای ۱۰ جفت الکترون ناپیوندی است.

ب) نادرست؛ گوگرد نافلزی زرد رنگ بوده که فاقد رسانایی گرمایی و الکتریکی است؛ در حالی‌که الماس رسانایی گرمایی دارد و رسانایی الکتریکی ندارد و یا گرافیت رسانایی الکتریکی دارد و رسانایی گرمایی ندارد. یعنی هیچ یک از دگرشکل‌های کربن هر دو خاصیت را با هم ندارند.

پ) درست؛ عنصر گوگرد با اکسیژن هم‌گروه است.

$SO_۲$ $O_۳$

ت) درست

نور و گرما $+ CO_۲(g) + SO_۲(g) + H_۲O(g) \rightarrow O_۲(g) +$ زغال‌سنگ

*(شیمی ۱- ردپای گازها در زندگی؛ صفحه‌های ۵۳ تا ۵۷، ۷۳ و ۷۴)*

---

۸۰- **گزینهٔ «۴»** *(محمد عظیمیان‌زواره)*

بررسی گزینه‌ها:

۱) درست؛ آرگون فراوان‌ترین گاز نجیب در هواکره است و درصد فراوانی آن در هواکره از مجموع درصد فراوانی دیگر گازهای نجیب هواکره بیشتر است.

۲) درست؛ عدد اکسایش S در $SO_۴^{۲-}$ و C در HCN به ترتیب برابر ۶ و ۲ می‌باشد.

$$H-C\equiv N: \quad ، \quad \left[ :\ddot{O}- \underset{\displaystyle :\ddot{O}:}{\overset{\displaystyle :\ddot{O}:}{\underset{|}{\overset{|}{S}}}} -\ddot{O}: \right]^{۲-}$$

۳) درست؛ گاز NO خروجی از اگزوز خودروها دارای الکترون جفت نشده است، در نتیجه یک رادیکال محسوب شده و در واکنش با اکسیژن هوا تولید اوزون ترپوسفری می‌نماید. $NO_۲$ جزء گازهای آلایندهٔ هواکره است ولی خروجی اگزوز خودرو نیست.

$$N_۲ + O_۲ \xrightarrow{\text{موتور خودرو}} ۲NO$$

$$NO + O_۲ \rightarrow NO_۲$$

$$NO_۲ + O_۲ \rightarrow NO + O_۳$$

۴) نوع بار جزئی S در $SO_۳$ و O در $OF_۲$ یکسان و مثبت می‌باشد.

*(شیمی ۱- ردپای گازها در زندگی؛ صفحه‌های ۴۹، ۵۰، ۶۵، ۷۵ و ۷۶)*

*(شیمی ۳- آسایش و رفاه در سایه شیمی؛ صفحه‌های ۳۹ تا ۴۱)*

---

۸۱- **گزینهٔ «۲»** *(یاسر راش)*

قسمت اول: با استفاده از کسرهای تبدیل، مقدار n را به دست می‌آوریم:

$$۷/۶۴\,g\ Cu_۳(PO_۴)_n \times \frac{۱\,mol\ Cu_۳(PO_۴)_n}{(۳(۶۴)+۹۵n)\,g\ Cu_۳(PO_۴)_n}$$

$$\times \frac{۳\,mol\ Cu^{n+}}{۱\,mol\ Cu_۳(PO_۴)_n} \times \frac{۶/۰۲\times۱۰^{۲۳}\,Cu^{n+}}{۱\,mol\ Cu^{n+}}$$

$$= ۳/۶۱۲\times۱۰^{۲۲}\,Cu^{n+} \Rightarrow n=۲$$

قسمت دوم: فرمول شیمیایی ترکیب یونی مورد نظر به صورت $Cu_۳(PO_۴)_۲$ است. بنابراین می‌توان نوشت:

$$?\,g\ PO_۴^{۳-} = ۹۵۵۰\times۱۰^{-۳}\,g\,Cu_۳(PO_۴)_۲$$

$$\times \frac{۱\,mol\,Cu_۳(PO_۴)_۲}{۳۸۲\,g\ Cu_۳(PO_۴)_۲} \times \frac{۲\,mol\ PO_۴^{۳-}}{۱\,mol\ Cu_۳(PO_۴)_۲}$$

$$\times \frac{۹۵\,g\ PO_۴^{۳-}}{۱\,mol\ PO_۴^{۳-}} = ۴/۷۵\,g\ PO_۴^{۳-}$$

در ادامه با استفاده از رابطهٔ ppm می‌توان نوشت:

$$ppm = \frac{\text{جرم حل‌شونده}}{\text{جرم محلول}} \times ۱۰^۶$$

$$\Rightarrow ppm_{(PO_۴^{۳-})} = \frac{۴/۷۵\,g\ PO_۴^{۳-}}{۸۰۰\,g\ (\text{محلول})} \times ۱۰^۶ = ۵۹۳۷/۵$$

*(شیمی ۱- آب، آهنگ زندگی؛ صفحه‌های ۹۲ تا ۹۶)*

---

۸۲- **گزینهٔ «۱»** *(رسول عابدینی‌زواره)*

مولکول‌های $H_۲O$ و $H_۲S$ هر دو از نوع قطبی بوده و در میدان الکتریکی جهت‌گیری می‌کنند. مولکول‌های $H_۲O$ در دمای اتاق مایع اما مولکول‌های $H_۲S$ در دمای اتاق به صورت گاز هستند. نیروی جاذبهٔ بین مولکولی غالب در آب از نوع پیوند هیدروژنی است اما $H_۲S$ نمی‌تواند پیوند هیدروژنی تشکیل دهد. هر دو مولکول در ساختار خود دو جفت الکترون ناپیوندی دارند.

سنجش کلاد
www.SanjeshCloud.ir
T.me/SanjeshClouds

(شیمی ۱- آب، آهنگ زندگی؛ صفحه‌های ۱۰۵ تا ۱۰۷)

---

۸۳- **گزینهٔ «۴»** (سعید تیزرو)

بررسی گزینه‌ها:

۱) انحلال هر دو نمک گرماگیر بوده (با افزایش دما مقدار انحلال‌پذیری افزایش یافته است) و در نتیجه با انحلال آن‌ها در آب، دمای آب کاهش می‌یابد.

۲) با توجه به مقادیر ارائه شده، شیب نمودار انحلال‌پذیری سدیم نیترات بیشتر از پتاسیم کلرید بوده و با توجه به عرض از مبدأ بیشتر نمودار سدیم نیترات، این عبارت درست است.

۳) تفاوت انحلال‌پذیری در دو دما (رسوب تولید شده):

$$۹۶ - ۸۰ = ۱۶\,g$$

$$\left.\begin{matrix} ۱۶ \text{ گرم رسوب در } ۱۹۶ \text{ گرم محلول} \\ x \text{ گرم رسوب در } ۵۸۸ \text{ گرم محلول} \end{matrix}\right\} \Rightarrow x = ۴۸\,g \text{ رسوب}$$

۵۴۰ گرم محلول باقی مانده = ۴۸ گرم رسوب − ۵۸۸ گرم محلول

۴) در ۱۳۶ گرم محلول سیرشدهٔ KCl در دمای $۳۰^\circ C$، ۳۶ گرم از آن وجود دارد. بنابراین می‌توان نوشت:

$$\text{نمک } ۱۸۰\,g = \text{محلول } ۶۸۰\,g \times \frac{\text{نمک } ۳۶\,g}{\text{محلول } ۱۳۶\,g}$$

$$\Rightarrow ۱۸۰\,g\ KCl \times \frac{۱\,mol\ KCl}{۷۴/۵\,g\ KCl} \simeq ۲/۴\,mol\ K$$

(شیمی ۱- آب، آهنگ زندگی؛ صفحه‌های ۱۰۲ و ۱۰۳)

---

۸۴- **گزینهٔ «۲»** (سعید تیزرو)

درصد جرمی نمک حل شده در آب میان دریاهای نام برده شده در کتاب درسی به صورت «دریای مرده > دریای سرخ > دریای مدیترانه > اقیانوس آرام» می‌باشد.

از طرفی ترکیبات یونی $MgSO_4$، $CaSO_4$ و $BaSO_4$ به ترتیب محلول، کم‌محلول و نامحلول در آب هستند.

نقطهٔ جوش HF از $NH_3$ و نقطهٔ جوش $NH_3$ از $CH_4$ بیشتر است.

بررسی موارد نادرست:

$CO_2$ به دلیل واکنش با آب و همچنین جرم مولی بالاتر نسبت به NO، در شرایط یکسان به مقدار بیشتری در آب حل می‌شود. گشتاور دوقطبی آب حدود دو برابر گشتاور دوقطبی $H_2S$ است. گشتاور دوقطبی $I_2$ برابر صفر است.

(شیمی ۱- آب، آهنگ زندگی؛ صفحه‌های ۹۴، ۱۰۰، ۱۰۶، ۱۰۷، ۱۱۱ و ۱۱۵)

---

۸۵- **گزینهٔ «۳»** (امیرمسعود حسینی)

بررسی گزینه‌ها:

۱) A معادل با کربن بوده و با توجه به ترتیب واکنش‌پذیری $Na > C > Fe$، واکنش $FeO + C \rightarrow$ برخلاف واکنش $Na_2O + C \rightarrow$ به‌طور طبیعی انجام می‌شود.

۲) عنصر E، فلوئور است. عنصر نافلزی G پس از C و E بیشترین واکنش‌پذیری را دارد. پس مربوط به عنصر $_8O$ بوده و ترکیب آن با فلوئور به صورت $GE_2$ خواهد بود.

۳) عنصر نافلزی B پس از A کمترین واکنش‌پذیری را دارد. پس مربوط به عنصر $_7N$ است.

$\dot{\underset{\cdot\cdot}{N}}\cdot$ : آرایش الکترون- نقطه‌ای $_7N$

۴) عنصر فلزی C همان $_3Li$ است.

$۳Li : ۱s^2\ ۲s^1$ $\qquad$ $۲s^1$ برای الکترون‌های $n + l$ = مجموع $= ۲$

(شیمی ۱- کیهان زادگاه الفبای هستی؛ صفحه‌های ۲۷ تا ۳۵)

(شیمی ۲- قدر هدایای زمینی را بدانیم؛ صفحه‌های ۱۰ تا ۱۴، ۲۰ و ۲۱)

---

۸۶- **گزینهٔ «۳»** (هدی بهاری‌پور)

$$\underset{\substack{۰/۵\,mol \\ ۸۰٪}}{C_7H_{16}} + ۱۱O_2 \rightarrow \underset{?\,mol}{۷CO_2} + ۸H_2O$$

$$۰/۵\,mol\ C_7H_{16} \times \frac{۸۰}{۱۰۰} \times \frac{۷\,mol\ CO_2}{۱\,mol\ C_7H_{16}}$$

$$= ۲/۸\,mol\ CO_2 \quad \text{(حاصل از واکنش سوختن)}$$

سنجش کلاد
www.SanjeshCloud.ir
T.me/SanjeshClouds

$$K_2O + 2CO_2 + H_2O \rightarrow 2KHCO_3$$

$$KHCO_3 = 39+1+12+3\times16 = 100\,g.mol^{-1}$$

$$2/8\,mol\ CO_2 \times \frac{2\,mol\ KHCO_3}{2\,mol\ CO_2} \times \frac{100\,g\ KHCO_3}{1\,mol\ KHCO_3}$$

$$= 280\,g\ KHCO_3 \quad \text{نظری}$$

$$\text{بازده} = \frac{90}{100} = \frac{\text{عملی}}{\text{نظری}} \Rightarrow \frac{90}{100} = \frac{\text{عملی}}{280}$$

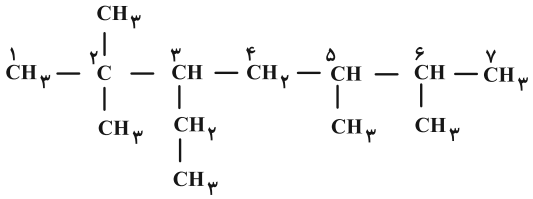
پتاسیم هیدروژن کربنات تولید شده $= 252\,g$ مقدار عملی

*(شیمی ۲- قدر هدایای زمینی را بدانیم؛ صفحه‌های ۲۲ تا ۲۴)*

---

۸۷- **گزینهٔ «۲»** *(محسن مجنونی)*

فرمول ساختاری آلکان مورد نظر به صورت زیر می‌باشد:



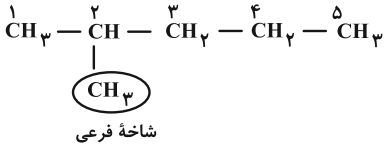
بررسی گزینه‌ها:

۱) با توجه به شماره گذاری کربن‌های زنجیرهٔ اصلی نام آن ۳- اتیل- ۲، ۲، ۵، ۶- تترامتیل هپتان می‌باشد.

۲) فرمول مولکولی این ترکیب $C_{13}H_{28}$ است.

$$\left.\begin{array}{l} \text{تعداد پیوندهای کووالانسی} = \frac{4\times13+1\times28}{2} = 40 \\ \text{مجموع اعداد اکسایش کربن‌ها}: 13C + 28(+1) = 0 \\ \Rightarrow 13C = -28 \xrightarrow{\text{قرینه}} 28 \end{array}\right\} \Rightarrow 40-28 = 12$$

۳) با قرار دادن $H$ به جای گروه‌های متیل این ترکیب، به ترکیب زیر می‌رسیم:




۴) تعداد اتم‌های کربن زنجیرهٔ اصلی این ترکیب برابر ۷ می‌باشد.

۱) $C=C-C-C-C-C-C$ (۱- هپتن)

۲) $C-C=C-C-C-C-C$ (۲- هپتن)

۳) $C-C-C=C-C-C-C$ (۳- هپتن)

*(شیمی ۲- قدر هدایای زمینی را بدانیم؛ صفحه‌های ۳۶ تا ۴۲)*

*(شیمی ۳- آسایش و رفاه در سایه شیمی؛ صفحه‌های ۳۹ تا ۴۱)*

۸۸- **گزینهٔ «۳»** *(امین نوروزی)*

ابتدا به کمک گرمای داده شده و رابطهٔ $Q = mc\Delta\theta$، جرم آلومینیم را محاسبه می‌کنیم:

$$Q = 7/776\,kJ \times \frac{1000\,J}{1\,kJ} = 7776\,J$$

$$c = 0/9\,J.g^{-1}.C^{-1} \quad ، \quad \Delta\theta = 40^\circ C$$

$$Q = mc\Delta\theta \Rightarrow 7776 = m\times0/9\times40 \Rightarrow m = 216\,g\ Al$$

در ادامه به کمک رابطهٔ چگالی، حجم قطعهٔ آلومینیم را به دست می‌آوریم:

$$\text{چگالی} = \frac{\text{جرم}}{\text{حجم}} \Rightarrow 2/7 = \frac{216}{x} \Rightarrow x = \frac{216\times10}{27} = 80\,cm^3\ Al$$

*(شیمی ۲- در پی غذای سالم؛ صفحه‌های ۵۸ تا ۶۰)*

---

۸۹- **گزینهٔ «۱»** *(محسن مجنونی)*

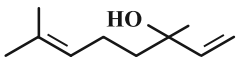
موارد (الف)، (ب) و (ث) نادرست هستند.

بررسی موارد:

الف) کیسه‌های سرمازا حاوی آمونیوم نیترات $(NH_4NO_3)$ می‌باشند. انحلال کلسیم کلرید در آب گرماده و انحلال آمونیوم نیترات در آب گرماگیر است.

ب) محلول پتاسیم منگنات بنفش نیست، بلکه محلول پتاسیم پرمنگنات بنفش رنگ می‌باشد که با اسیدهای آلی در دمای بالاتر، سریع‌تر واکنش می‌دهد.

پ) عامل طعم و بوی گشنیز (مولکول زیر) حلقهٔ بنزنی ندارد.




ت) ارزش سوختن چربی‌ها ۳۸ کیلوژول بر گرم و ارزش سوختی پروتئین و کربوهیدرات‌ها ۱۷ کیلوژول بر گرم است.

ث) پیوندهای $C-O$ و $C=O$ در چندین ترکیب مختلف (مانند الکل‌ها و آلدهیدها) می‌توانند وجود داشته باشند اما پیوند $C\equiv O$، منحصراً در کربن مونوکسید $(CO)$ قابل مشاهده است. پس استفاده از لفظ میانگین آنتالپی پیوند برای آن مجاز نیست.

*(شیمی ۲- در پی غذای سالم؛ صفحه‌های ۶۷، ۶۸ و ۹۶)*

---

۹۰- **گزینهٔ «۲»** *(سعید تیزرو)*

ابتدا به کمک حجم گاز داده شده در سؤال، آنتالپی واکنش را محاسبه می‌کنیم:

$$448\,L\ gas \times \frac{1\,mol\ gas}{22/4\,L\ gas} \times \frac{x\,kJ}{1\,mol\ gas} = 220\,kJ$$

$$x = 11 \Rightarrow \text{واکنش گرماده} \Rightarrow \Delta H = -11\,kJ$$

سنجش کلاد
www.SanjeshCloud.ir
T.me/SanjeshClouds

مطابق با قانون هس، لازم است واکنش (I) را در $(-\frac{۱}{۶})$، واکنش (II) را در $(\frac{۱}{۲})$ و واکنش (III) را در $(-\frac{۱}{۳})$ ضرب کنیم تا به واکنش صورت سؤال برسیم. در ادامه آنتالپی واکنش‌های (I)، (II) و (III) را پس از اعمال تغییرات برابر با آنتالپی واکنش صورت سؤال (که تا پیش از این برابر ۱۱- کیلوژول به دست آوردیم) قرار می‌دهیم. اگر آنتالپی واکنش (I) را برابر x درنظر بگیریم، می‌توان نوشت:

$$-۱۱ = -\frac{x}{۶} + \frac{۱}{۲}(-۲۳) - \frac{۱}{۳}(۱۸) \Rightarrow x = -۳۹\,kJ$$

گرمای آزاد شده در واکنش (I) به ازای مصرف ۶۴۰ گرم $Fe_۲O_۳$:

$$۶۴۰\,g\ Fe_۲O_۳ \times \frac{۱\,mol\ Fe_۲O_۳}{۱۶۰\,g\ Fe_۲O_۳} \times \frac{۳۹\,kJ}{۳\,mol\ Fe_۲O_۳}$$

$$= ۵۲\,kJ \quad \text{(گرمای آزاد شده)}$$

$$Q = mc\Delta\theta \Rightarrow m = \frac{Q}{c\Delta\theta} \Rightarrow m = \frac{۵۲\,kJ}{۴/۲ \times ۵} \simeq ۲/۴۸\,kg \quad \text{آب}$$

*(شیمی ۲- در پی غذای سالم؛ صفحه‌های ۷۴ و ۷۵)*

---

۹۱- **گزینهٔ «۴»** *(یاسر راش)*

ابتدا حساب می‌کنیم که پس از ۸۰ ثانیه، چند مول واکنش‌دهنده ($CO$ یا $NO$) مصرف می‌شود. (با $CO$ پیش می‌رویم.)

$$?\,mol\ CO = ۱۴۴\,kJ \times \frac{۲\,mol\ CO}{۷۲۰\,kJ} = ۰/۴\,mol\ CO$$

قسمت اول: با استفاده از مقدار مصرف شدهٔ $CO$، سرعت متوسط واکنش را در مدت ۸۰ ثانیه حساب می‌کنیم:

$$\begin{cases} \bar{R}_{(\text{واکنش})} = \dfrac{\bar{R}_{CO}}{۲} \\ \bar{R}_{CO} = -\dfrac{\Delta n_{(CO)}}{\Delta t} \end{cases} \Rightarrow \bar{R}_{(\text{واکنش})} = -\frac{\Delta n_{(CO)}}{۲ \times \Delta t\,(min)}$$

$$\Rightarrow \bar{R}_{(\text{واکنش})} = -\frac{(-۰/۴)\,mol}{۲ \times (۸۰\,s \times \frac{۱\,min}{۶۰\,s})} = ۰/۱۵\,mol.min^{-۱}$$

قسمت دوم: مطابق ضرایب استوکیومتری در معادلهٔ موازنه شدهٔ واکنش، بر اثر مصرف ۰/۴ مول $CO$، ۰/۴ مول $NO$ نیز مصرف و به ترتیب ۰/۴ مول $CO_۲$ و ۰/۲ مول $N_۲$ تولید می‌شود. در ابتدا ۵ ذرهٔ $CO$ و ۵ ذرهٔ $NO$ وجود داشته که ۲ تا از هر یک از آن‌ها مصرف (و ۳ ذره از هر یک از آن‌ها باقی می‌ماند) و ۲ ذرهٔ $CO_۲$ و یک ذرهٔ $N_۲$ تولید می‌شود.

بنابراین حالت (II)، ترکیب درصد اجزای واکنش را پس از ۸۰ ثانیه به درستی نمایش می‌دهد.

*(شیمی ۲- در پی غذای سالم؛ صفحه‌های ۸۵ تا ۹۰)*

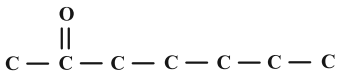
---

۹۲- **گزینهٔ «۱»** *(سعید تیزرو)*

برای به دست آوردن تعداد پیوندهای اشتراکی در یک مولکول می‌توان از رابطه «$\frac{\text{ظرفیت هر اتم} \times \text{تعداد هر اتم}}{۲}$» استفاده کرد. برای مثال تعداد پیوندهای اشتراکی در مولکول با فرمول $C_۸H_۸$ (استیرن) برابر است با:

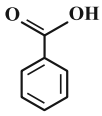
$$\text{پیوند اشتراکی} = \frac{۸ \times ۴ + ۸ \times ۱}{۲} = ۲۰$$

● ساختار ۲- هپتانون



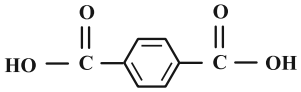
$$\frac{\text{تعداد } C-C}{\text{تعداد کل پیوندها}} = \frac{۶}{۲۲}$$

● ساختار بنزوئیک اسید



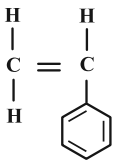
$$\frac{\text{تعداد } C-C}{\text{تعداد کل پیوندها}} = \frac{۴}{۱۹}$$

● ساختار ترفتالیک اسید



$$\frac{\text{تعداد } C-C}{\text{تعداد کل پیوندها}} = \frac{۵}{۲۳}$$

● ساختار استیرن



$$\frac{\text{تعداد } C-C}{\text{تعداد کل پیوندها}} = \frac{۴}{۲۰}$$

*(شیمی ۲- پوشاک، نیازی پایان‌ناپذیر؛ صفحه‌های ۱۰۵ تا ۱۰۷)*

---

۹۳- **گزینهٔ «۳»** *(امیرمسعود حسینی)*

براساس شکل (۳) در صفحهٔ ۱۰۳ کتاب درسی صحیح است.

بررسی گزینه‌های نادرست:

۱) درشت مولکول‌هایی مانند روغن زیتون جرم و حجم بسیار بیشتری نسبت به کوچک مولکول‌هایی مانند آب دارند. بنابراین نیروهای واندروالسی در درشت مولکول‌ها از پیوند هیدروژنی در کوچک مولکول‌ها (در حالت فیزیکی مشابه) قوی‌تر است.

سنجش کلاد
www.SanjeshCloud.ir
T.me/SanjeshClouds

۲) قدرت نیروهای بین مولکولی در تفلون از گاز تترافلوئورو اتن بیشتر است.

اما نیروهای بین مولکولی در هر دو از نوع واندروالسی است.

۴) هر دو واکنش در دما و فشار بالا انجام می‌شوند. دما و فشار لازم برای فرایند هابر ۴۵۰ درجهٔ سلسیوس و ۲۰۰ اتمسفر است.

*(شیمی ۲- پوشاک، نیازی پایان‌ناپذیر؛ صفحه‌های ۱۰۲ تا ۱۰۴ و ۱۰۶)*

---

۹۴- **گزینهٔ «۴»** *(محسن مجنونی)*

هر چهار مورد صحیح است.

بررسی موارد:

الف) با توجه به محتوای کتاب درسی از پلی استیرن در ساخت ظروف یکبار مصرف و از پلی اتیلن ترفتالات در ساخت بطری‌های آب معدنی استفاده می‌شود.

ب) مونومر سازندهٔ پلیمر I، استیرن و دی الکل سازندهٔ پلیمر II، اتیلن گیلکول است.

$$\text{استیرن } (C_8H_8) = 8\times12+8 = 104\,g.mol^{-1}$$

$$\text{اتیلن گلیکول } (C_2H_6O_2) = 2\times12+6\times1+2\times16 = 62\,g.mol^{-1}$$

$$\Rightarrow 104-62 = 42\,g.mol^{-1}$$

پ) گروه عاملی استری در پلیمر II وجود دارد، می‌دانیم ویتامین C هم دارای یک گروه عاملی استری است.

ت) با توجه به واکنش موازنه شدهٔ زیر داریم:

$$(C_{10}H_8O_4)_n + 10n\,O_2 \rightarrow 10n\,CO_2 + 4n\,H_2O$$

$$?\ \text{واحد تکرارشونده} = 1\,mol\ \text{پلیمر} \times \frac{4n\,mol\ H_2O}{1\,mol\ \text{پلیمر}}$$

$$\times\frac{18\,g\ H_2O}{1\,mol\ H_2O}\times\frac{1\,kg\ H_2O}{1000\,g\ H_2O} = 288\,kg\ H_2O$$

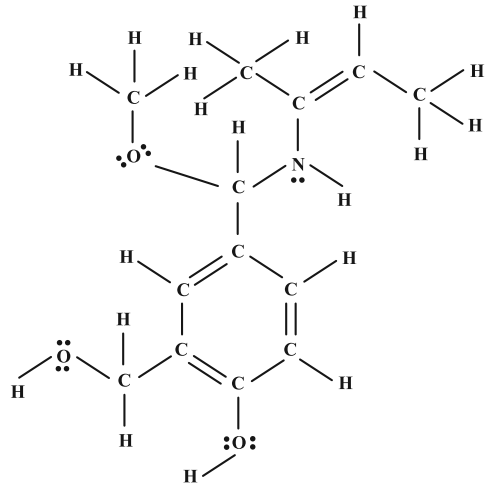
$$\Rightarrow n = 4000\ \text{تعداد واحدهای تکرارشونده}$$

*(شیمی ۲- پوشاک، نیازی پایان‌ناپذیر؛ صفحه‌های ۱۰۶، ۱۰۹، ۱۱۰ و ۱۱۳)*

---

۹۵- **گزینهٔ «۴»** *(محمدرضا پورجاوید)*

ساختار گستردهٔ مولکول داده شده عبارت است از:



این ساختار فاقد گروه عاملی آلدهیدی است و دارای یک گروه عاملی اتری، یک گروه عاملی آمینی و دو گروه عاملی هیدروکسیل می‌باشد.

این ترکیب دارای ۴۰ جفت الکترون پیوندی و ۷ جفت الکترون ناپیوندی (هر اکسیژن ۲ جفت و نیتروژن یک جفت) است.

فرمول مولکولی آن $C_{13}H_{19}NO_3$ بوده و تعداد اتم‌های هیدروژن آن (۱۹ عدد) بیش از ۳ برابر تعداد کربن‌های سیکلوهگزان $(C_6H_{12})$ است.

*(شیمی ۲- ترکیبی؛ صفحه‌های ۷۰، ۷۱ و ۱۱۱)*

---

۹۶- **گزینهٔ «۴»** *(رسول عابدینی‌زواره)*

مخلوط آب و الکل نوعی محلول است و ذرات سازندهٔ آن مولکول‌ها هستند و نور را پخش نمی‌کند. (انحلال الکل در آب به صورت مولکولی است.)

شیر مخلوطی پایدار (نوعی کلوییدی) است. ذرات سازندهٔ کلوییدها توده‌های مولکولی با اندازه‌های متفاوت می‌باشد و کلوئیدها جزء مواد ناهمگن هستند.

شربت خاکشیر یک نوع سوسپانسیون است و نور را پخش می‌کند و ذرات سازندهٔ آن ذرات ریز ماده است.

*(شیمی ۳- مولکول‌ها در خدمت تندرستی؛ صفحه‌های ۶ و ۷)*

---

۹۷- **گزینهٔ «۲»** *(خرشید مرادی)*

بررسی همهٔ گزینه‌ها:

۱) درست؛ زیرا اسید ضعیف و غلظت‌های اولیه برابر است:

$$\frac{M-M\alpha_{HB}}{M-M\alpha_{HA}} = \frac{1-\alpha_{HB}}{1-\alpha_{HA}} = 1/5$$

سنجش کلاد
www.SanjeshCloud.ir
T.me/SanjeshClouds

$$\Rightarrow ۱/۵-۱/۵\alpha_{HA}=۱-\alpha_{HB} \xrightarrow{\alpha_{HA}=۳\alpha_{HB}} \alpha_{HB}=\frac{۱}{۷}$$

۲) شمار یون‌ها علاوه بر درجهٔ یونش، به غلظت اسید و ظرفیت آن نیز بستگی دارد.

مجموع غلظت یون‌ها در اسید ضعیف تک ظرفیتی: $۲M\alpha_{\text{اسید}}$

۳) $\underset{M-M\alpha_{HA}}{HA} \rightleftharpoons H^+ + A^-$

$\alpha_{HB} < \alpha_{HA}$

$\Rightarrow$ یون‌های حاصل از یونش HB < یون‌های حاصل از یونش HA

$\Rightarrow$ رسانایی در دما و غلظت یکسان : $HB < HA$

از طرفی مشخص می‌شود که شمار مولکول‌های یونیده نشدهٔ HB بیشتر است.

۴) HBr یک اسید قوی است و درجهٔ یونش آن ۱ است. پس درجهٔ یونش HA برابر ۰/۶ و درجهٔ یونش HB برابر ۰/۲ است.

$$\underset{\underbrace{۱-۱\times ۰/۲}_{۰/۸}}{HB} \rightleftharpoons \underset{۰/۲}{H^+} + \underset{۰/۲}{B^-}$$

$$\Rightarrow [H^+]+[B^-]=۰/۴\,mol.L^{-۱}$$

*(شیمی ۳- مولکول‌ها در خدمت تندرستی؛ صفحه‌های ۱۳ تا ۲۱)*

---

۹۸- **گزینهٔ «۴»** *(فرشید مرادی)*

ابتدا با توجه به pH و درصد یونش داده شده، مقدار اولیهٔ استیک اسید را در محلول محاسبه می‌کنیم:

$$pH=x \Rightarrow [H^+]=۱۰^{-x}$$

$$\Rightarrow pH=۲/۳ \;,\; [H^+]=۱۰^{-۲/۳}=۱۰^{-۳}\times ۱۰^{۰/۷}$$

$$=۵\times ۱۰^{-۳}\,mol.L^{-۱}$$

$$\alpha=۲۰٪=\frac{[H^+]}{M}\times ۱۰۰=\frac{۵\times ۱۰^{-۳}}{M}\times ۱۰۰$$

$$\Rightarrow \text{غلظت اولیهٔ } CH_۳COOH = ۰/۰۲۵\,mol.L^{-۱}$$

حال می‌توان گفت در محلولی به حجم ۴ لیتر، $۴\times ۰/۰۲۵=۰/۱\,mol$ استیک اسید وجود دارد. با توجه به اضافه شدن باز به محلول، از مقدار اسید داخل محلول کاسته می‌شود.

$$۵۰۰\,mL\ Ba(OH)_۲\times\frac{۱\,L\ Ba(OH)_۲}{۱۰۰۰\,mL\ Ba(OH)_۲}$$

$$\times\frac{۰/۰۳\,mol\ Ba(OH)_۲}{۱\,L\ Ba(OH)_۲}=۰/۰۱۵\,mol\ Ba(OH)_۲$$

با توجه به فرمول باریم هیدروکسید، هر مول از آن دو مول یون هیدروکسید تولید می‌کند:

$$۰/۰۱۵\,mol\ Ba(OH)_۲\times\frac{۲\,mol\ OH^-}{۱\,mol\ Ba(OH)_۲}$$

$$=۰/۰۳\,mol\ OH^-$$

با توجه به خنثی شدن اسید توسط باریم هیدروکسید، مقدار ۰/۰۷ مول اسید باقی می‌ماند:

مقدار اسید باقی‌مانده : $۰/۱\,mol$ اسید $-۰/۰۳\,mol\ OH^-$

$=۰/۰۷\,mol$ اسید باقی مانده

حال مقدار $Ca(OH)_۲$ لازم برای خنثی کردن این مقدار اسید را محاسبه می‌کنیم:

$$۰/۰۷\ mol\ \text{اسید}\times\frac{۱\,mol\ OH^-}{۱\,mol\ \text{اسید}}\times\frac{۱\,mol\ Ca(OH)_۲}{۲\,mol\ OH^-}$$

$$\times\frac{۷۴\,g\ Ca(OH)_۲}{۱\,mol\ Ca(OH)_۲}\times\frac{۱۰^۶\,g\ (\text{محلول})}{۵۱۸\,g\ Ca(OH)_۲}\times\frac{۱\,kg\ (\text{محلول})}{۱۰^۳\,g\ (\text{محلول})}$$

$$=۵\,kg\ (\text{محلول})$$

*(شیمی ۳- مولکول‌ها در خدمت تندرستی؛ صفحه‌های ۲۴ تا ۲۸، ۳۰ و ۳۱)*

---

۹۹- **گزینهٔ «۱»** *(محسن مجنونی)*

بررسی موارد:

الف) با توجه به جدول ۱ صفحهٔ ۲۳ کتاب درسی، ثابت یونش فورمیک اسید بسیار بزرگ‌تر از ثابت یونش هیدروسیانیک اسید می‌باشد و لذا قدرت اسیدی بیشتری دارد. لازم به ذکر است که قدرت اسیدی تابع $K_a$ اسید است.

ب) حاصل‌ضرب $[H_۳O^+][OH^-]$ در دمای $۲۵^\circ C$ برابر $۱۰^{-۱۴}$ می‌باشد. در مورد دماهای دیگر هم مقدار آن کمتر یا بیشتر می‌شود. اما شیب آن تغییر نمی‌کند و همواره به صورت یک خط افقی می‌باشد.

پ) محلول لوله‌بازکن محتوی NaOH است که یک باز قوی می‌باشد و محلول شیشه پاک‌کن محتوی $NH_۳$ است که یک باز ضعیف است. با توجه به این‌که خصلت بازی به غلظت $OH^-$ مربوط می‌شود، اگر در یک محلول لوله‌بازکن مقدار بسیار اندکی از NaOH حل شده باشد و در یک محلول شیشه‌پاک‌کن مقدار بسیار زیادی از آمونیاک حل شده باشد. ممکن است غلظت $OH^-$ در محلول لوله‌بازکن از غلظت $OH^-$ در محلول $NH_۳$ کمتر شود و لذا خصلت بازی کمتری داشته باشد.

سنجش کلاد
www.SanjeshCloud.ir
T.me/SanjeshClouds

ت) هر ترکیب قطبی در آب لزوماً یونیده یا تفکیک نمی‌شود. برای مثال شکر در آب به صورت مولکولی حل می‌شود اما رسانایی الکتریکی آب را زیاد نمی‌کند.

مواد غیرالکترولیت قطبی مثل گلوکز و الکل‌ها، با انحلال در آب رسانایی ایجاد نمی‌کنند.

*(شیمی ۳- مولکول‌ها در خدمت تندرستی؛ صفحه‌های ۲۳ تا ۳۲)*

---

۱۰۰- **گزینهٔ «۴»** *(فرشید مرادی)*

۲ دقیقه و چهل ثانیه = ۱۶۰ ثانیه

$$۲H_۲O(g) \rightarrow ۲H_۲(g) + O_۲(g) \sim ۴e^-$$

قسمت اول:

$$\left.\begin{matrix} ۴g\ H_۲ \\ ۳۲g\ O_۲ \end{matrix}\right\} \xrightarrow{\text{مجموع}} ۳۶g \text{ گاز} \quad \text{به ازای هر ۲ مول آب} \Rightarrow$$

$$?\,LH_۲ = ۹۰g\ (\text{گاز}) \times \frac{۴g\ H_۲}{۳۶g\ (\text{گاز})} \times \frac{۱mol\ H_۲}{۲g\ H_۲} \times \frac{۲۲/۴L\ H_۲}{۱mol\ H_۲}$$

$$= ۱۱۲L\ H_۲$$

$$\bar{R}_{H_۲} = \frac{\Delta V_{H_۲}}{\Delta t} = \frac{۱۱۲L}{۱۶۰s} = ۰/۷\frac{L}{s}$$

قسمت دوم:

$$۱۱۲L\ H_۲ \times \frac{۱mol\ H_۲}{۲۲/۴L\ H_۲} \times \frac{۴mol\ e^-}{۲mol\ H_۲}$$

$$= ۱۰mol\ e^-$$ (مبادله شده)

فرایند هال: $۲Al_۲O_۳ + ۳C \rightarrow ۴Al + ۳CO_۲ \sim ۱۲e^-$

$+۳$ ↓ , $۰$ ↓

$۲ \times ۲ \times ۳ = ۱۲$

$$۱۰mol\ e^- \times \frac{۴mol\ Al}{۱۲mol\ e^-} \times \frac{۲۷g\ Al}{۱mol\ Al} = ۹۰g\ Al$$ (تولید شده)

*(شیمی ۳- آسایش و رفاه در سایه شیمی؛ صفحه‌های ۵۴، ۵۵، ۶۱ و ۶۲)*

---

۱۰۱- **گزینهٔ «۳»** *(امیرمسعود حسینی)*

مادهٔ سمت چپ از نیم‌واکنش با $E^\circ$ بالاتر با مادهٔ سمت راست از نیم‌واکنش با $E^\circ$ پایین‌تر به‌طور خودبه‌خودی واکنش می‌دهد. بنابراین $Hg(l)$ را برخلاف $I_۲(s)$ می‌توان در ظرفی از جنس $Pb(s)$ نگهداری کرد.

$$Hg^{۲+}(aq) + ۲e^- \rightarrow Hg(l) \qquad E^\circ = ۰/۸۵V$$

$$I_۲(s) + ۲e^- \rightarrow ۲I^-(aq) \qquad E^\circ = ۰/۵۴V$$

$$Pb^{۲+}(aq) + ۲e^- \rightarrow Pb(s) \qquad E^\circ = -۰/۱۳V$$

بررسی سایر گزینه‌ها:

۱) ابتدا نیم‌واکنش‌های اکسایش و کاهش را می‌نویسیم. نیم‌واکنش اکسایش را در ۳ ضرب کرده تا ضریب الکترون در دو نیم‌واکنش برابر شود، پس از جمع دو نیم‌واکنش، واکنش کلی به دست می‌آید.

نیم‌واکنش اکسایش: $۳Ce^{۳+}(aq) \rightarrow ۳Ce^{۴+} + ۳e^-$

نیم‌واکنش کاهش: $Cr^{۳+}(aq) + ۳e^- \rightarrow Cr(s)$

واکنش کلی: $Cr^{۳+}(aq) + ۳Ce^{۳+}(aq) \rightarrow Cr(s) + ۳Ce^{۴+}(aq)$

۲) $E^\circ_{\text{سلول}} = E^\circ_{\text{کاتد}} - E^\circ_{\text{آند}}$ ؛ سلول «وانادیم- کروم»

$$= E^\circ_{(Cr^{۳+}/Cr)} - E^\circ_{(V^{۲+}/V)} = -۰/۷۴ - (-۱/۲) = ۰/۴۶V$$

$E^\circ_{\text{سلول}} = E^\circ_{\text{کاتد}} - E^\circ_{\text{آند}}$ ؛ سلول «کروم- سرب»

$$= E^\circ_{(Pb^{۲+}/Pb)} - E^\circ_{(Cr^{۳+}/Cr)} = -۰/۱۳ - (-۰/۷۴) = ۰/۶۱V$$

۴) $E^\circ$ مربوط به $Ce^{۴+}(aq)$ نسبت به $E^\circ$ مربوط به $Pb^{۲+}(aq)$ کوچک‌تر است. بنابراین قدرت اکسندگی $Ce^{۴+}(aq)$ از $Pb^{۲+}(aq)$ کمتر است.

*(شیمی ۳- آسایش و رفاه در سایه شیمی؛ صفحه‌های ۴۴ تا ۴۸)*

---

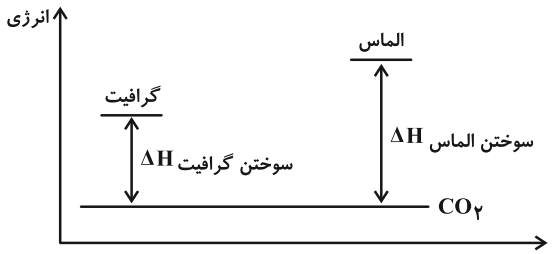
۱۰۲- **گزینهٔ «۳»** *(روزبه رضوانی)*

بررسی مقایسه‌های نادرست:

مقایسهٔ اول: سیلیسیم به دلیل آنتالپی پیوند کم $Si-Si$ در طبیعت به صورت خالص یافت نمی‌شود. به عبارت دیگر، پیوند بین اتم‌های سیلیسیم به اندازهٔ کافی قوی نیست که بتواند در برابر عوامل محیطی پایدار بماند. به همین دلیل، سیلیسیم در طبیعت بیشتر به صورت ترکیباتی مانند $SiO_۲$ (سیلیس) یافت می‌شود. در این ترکیب، اتم‌های سیلیسیم با اتم‌های اکسیژن پیوند قوی‌تری برقرار می‌کنند و ساختار پایدارتری ایجاد می‌کنند.

www.SanjeshCloud.ir
T.me/SanjeshClouds

مقایسهٔ دوم: سطح انرژی الماس از گرافیت بالاتر است، بنابراین از سوختن یک مول الماس در مقایسه با سوخت یک مول گرافیت، گرمای بیشتری آزاد می‌شود.




مقایسهٔ چهارم: چگالی الماس از گرافیت بیشتر است.

*(شیمی ۳- شیمی جلوه‌ای از هنر، زیبایی و ماندگاری؛ صفحه‌های ۷۱ و ۷۲)*

---

۱۰۳- **گزینهٔ «۱»** *(محمدرضا پورجاوید)*

در مورد گزینه‌های «۲» و «۳» باید توجه داشت که آنتالپی فروپاشی شبکهٔ $LiF$ از $NaCl$ و $KCl$ بیشتر است. چراکه هم شعاع کاتیون آن ($Li^+$) از شعاع کاتیون‌های $Na^+$ و $K^+$ کوچک‌تر است و هم آنیون آن ($F^-$) در مقایسه با آنیون $Cl^-$ شعاع کمتری دارد.

در گزینهٔ «۴» نیز با توجه به این‌که مجموع بار الکتریکی کاتیون و آنیون در $CaO$ ($۴ = ۲ + ۲$)، بیشتر از این مجموع در $NaCl$ و $KF$ ($۲ = ۱ + ۱$) است، بنابراین آنتالپی فروپاشی شبکهٔ آن نیز باید بیشتر باشد.

*(شیمی ۳- شیمی جلوه‌ای از هنر، زیبایی و ماندگاری؛ صفحه‌های ۸۰ تا ۸۳)*

---

۱۰۴- **گزینهٔ «۴»** *(روزبه رضوانی)*

$A$، $B$ و $C$، به ترتیب $NO$، $NO_2$ و $O_3$ هستند.

بررسی گزینه‌ها:

۱) از جدول ساعت ۹ صبح به دلیل انجام واکنش:

$$NO_2(g) + O_2(g) \xrightarrow{\text{نور خورشید}} NO(g) + O_3(g)$$

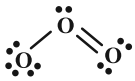
غلظت $NO_2$ کاهش و غلظت $O_3$ افزایش می‌یابد.

۲) هوای آلوده، به علت حضور گاز $NO_2$ به رنگ قهوه‌ای دیده می‌شود.

۳) پیدایش گاز $NO$ در موتور خودرو به دلیل واکنش گازهای نیتروژن و اکسیژن در دمای بالای داخل موتور است.

$$N_2(g) + O_2(g) \rightarrow 2NO(g)$$

۴) مادهٔ $C$ گاز اوزون است که در تروپوسفر یک آلاینده و در استراتوسفر مفید و ضروری است و چون اتم مرکزی آن یک جفت الکترون ناپیوندی دارد، مولکولی قطبی محسوب می‌شود.



*(شیمی ۳- شیمی، راهی به سوی آینده‌ای روشن‌تر؛ صفحه‌های ۹۴ و ۹۵)*

---

۱۰۵- **گزینهٔ «۲»** *(محمدرضا پورجاوید)*

با توجه به اطلاعات داده شده در سؤال، اگر مقدار اولیهٔ گاز $SO_3$ را $a$ مول در نظر بگیریم، می‌توان نوشت:

$$2SO_3 \rightleftharpoons 2SO_2 + O_2$$

| | | | |
|---|---|---|---|
| مول اولیه: | $a$ | $-$ | $-$ |
| میزان تغییرات مول: | $-2x$ | $+2x$ | $+x$ |
| مقدار مول تعادلی: | $a-2x$ | $2x$ | $x$ |

از آنجا که مقدار $SO_2$ تعادلی برابر با ۴ مول است، می‌توان مقدار $x$ را به دست آورد:

$$\text{مقدار } SO_2 \text{ تعادلی} = 4\,mol \Rightarrow 2x = 4 \Rightarrow x = 2\,mol$$

به این ترتیب با توجه به رابطهٔ ثابت تعادل خواهیم داشت:

$$K = \frac{[SO_2]^2[O_2]}{[SO_3]^2} \Rightarrow \frac{2}{9} = \frac{(\frac{2\times 2\,mol}{4\,L})^2(\frac{2\,mol}{4\,L})}{(\frac{(a-2\times 2)\,mol}{4\,L})^2}$$

$$\Rightarrow \frac{2}{9} = \frac{1\times\frac{1}{2}}{(\frac{a-4}{4})^2} \Rightarrow \frac{2}{9} = \frac{4^2}{2(a-4)^2} \Rightarrow \frac{4}{9} = \frac{4^2}{(a-4)^2}$$

$$\Rightarrow \frac{2}{3} = \frac{4}{a-4} \Rightarrow 2(a-4) = 12 \Rightarrow a = 10\,mol$$

*(شیمی ۳- شیمی، راهی به سوی آینده‌ای روشن‌تر؛ صفحه‌های ۱۰۴ تا ۱۰۹)*

www.SanjeshCloud.ir
T.me/SanjeshClouds

# دفترچهٔ پاسخ فرهنگیان

## (تعلیم و تربیت اسلامی و هوش و استعداد)

# ۵ اردیبهشت ۱۴۰۴

**ریاضی و فیزیک، علوم تجربی، هنر و زبان**


**گروه آزمون**

**بنیاد علمی آموزشی قلم‌چی (وقف عام)**

**آدرس دفتر مرکزی: خیابان انقلاب- بین صبا و فلسطین- پلاک ۹۲۳ - تلفن چهار رقمی: ۶۴۶۳-۰۲۱**



سنجش کلاد
www.SanjeshCloud.ir
T.me/SanjeshClouds

## تعلیم و تربیت اسلامی

۲۵۱- **گزینهٔ «۴»** *(فردین سماقی)*

امام صادق (ع) فرمود: «لباس نازک و بدن‌نما نپوشید؛ زیرا چنین لباسی نشانهٔ سستی و ضعف دینداری فرد است.»

*(دین و زندگی۱، فضیلت آراستگی، صفحهٔ ۱۴۰)*

---

۲۵۲- **گزینهٔ «۳»** *(محسن بیاتی)*

موارد «الف» و «د» به‌درستی بیان شده است.

**بررسی موارد نادرست:**

ب) زنان باید پوشش خود را به گونه‌ای تنظیم کنند که علاوه بر موی سر، گریبان و گردن آن‌ها را هم بپوشاند.

ج) ادعای خانه‌نشین‌کردن زنان با نگاه قرآن و سیرهٔ پیشوایان دین، ناسازگار است.

*(دین و زندگی۱، زیبایی پوشیدگی، صفحهٔ ۱۴۷، ۱۴۹ و ۱۵۰)*

---

۲۵۳- **گزینهٔ «۱»** *(فردین سماقی)*

مفاد آیهٔ «و من الناس من یتخذ من دون الله اندادا یحبونهم کحب الله (جبههٔ مخالفان حق) و الذین آمنوا اشدّ حبّاً لله (محبان حق)» اشاره به رویارویی و تقابل دو جبههٔ محبّان و مخالفان حق دارد.

*(دین و زندگی۱، دوستی با خدا، صفحهٔ ۱۱۲)*

---

۲۵۴- **گزینهٔ «۳»** *(کنکور فرهنگیان ۱۴۰۳- رشتهٔ ریاضی)*

خداوند عمل به دستوراتش را که توسط پیامبر (ص) ارسال شده است، شرط اصلی دوستی با خود اعلام می‌کند و امام صادق (ع) نیز در این باره می‌فرماید: «ما أحبّ الله مَن عصاه: کسی که از فرمان خدا سرپیچی می‌کند، او را دوست ندارد.»

*(دین و زندگی۱، دوستی با خدا، صفحه‌های ۱۱۳ و ۱۱۴)*

---

۲۵۵- **گزینهٔ «۱»** *(فردین سماقی)*

حکم حجاب نه تنها سبب کاهش حضور زنان نمی‌شود، بلکه سبب می‌شود تا زن حضوری مطمئن و همراه با امنیت داشته باشد و از نگاه نااهلانی که در جامعه حضور دارند، ایمن باشد.

*(دین و زندگی۱، زیبایی پوشیدگی، صفحهٔ ۱۴۹)*

---

۲۵۶- **گزینهٔ «۴»** *(میثم هاشمی)*

خداوند در آیهٔ ۴۰ سورهٔ بقره می‌فرماید: «به پیمانی که با من بسته‌اید وفا کنید تا من نیز به پیمان شما وفا کنم.» و هم‌چنین یکی از بهترین زمان‌های محاسبهٔ برنامهٔ سالانهٔ خود، شب‌های قدر ماه مبارک رمضان است تا بتوانیم تصمیم‌های بهتری برای آینده بگیریم.

*(دین و زندگی۱، آهنگ سفر، صفحه‌های ۱۰۰ و ۱۰۲)*

---

۲۵۷- **گزینهٔ «۴»** *(کنکور فرهنگیان ۱۴۰۳- رشتهٔ هنر)*

امام صادق (ع) می‌فرماید: «هر کس می‌خواهد بداند آیا نمازش پذیرفته شده یا نه، باید ببیند که نماز، او را از گناه و زشتی بازداشته است یا نه. به هر مقدار که نمازش سبب دوری او از گناه و منکر شود، این نماز قبول شده است.» که این مفهوم در عبارت قرآنی «... إن الصلاة تنهی عن الفحشاء و المنکر ...: ... نماز از کار زشت و ناپسند بازمی‌دارد ...» نیز متجلی است.

*(دین و زندگی۱، یاری از نماز و روزه، صفحه‌های ۱۲۴ و ۱۲۵)*

---

۲۵۸- **گزینهٔ «۳»** *(کنکور فرهنگیان- ریاضی ۱۴۰۳)*

زن و مرد اگرچه در ویژگی‌های انسانی با هم مشترک هستند و خداوند برای هر دو هدف واحدی معین کرده است، اما از جهت «زن‌بودن» و «مردبودن»، یعنی از نظر خصوصیات جسمی با هم متفاوت‌اند. این تفاوت‌ها به گونه‌ای است که هر دو را به هم نیازمند کرده است؛ بدون این که یکی بر دیگری برتری داشته باشد.

*(دین و زندگی۲، پیوند مقدس، صفحهٔ ۱۵۰)*

---

۲۵۹- **گزینهٔ «۱»** *(مرتضی محسنی کبیر)*

نوجوانی و جوانی بهترین زمان برای پاسخ منفی دادن به تمایلات گاه و بی‌گاه است. انسانی که در این دورهٔ سنی به‌سرمی‌برد، هنوز به گناه عادت نکرده و خواسته‌های نامشروع در وجود او ریشه‌دار نشده است و به تعبیر پیامبر اکرم (ص) چنین کسی به آسمان نزدیک‌تر است؛ یعنی گرایش به خوبی‌ها در او قوی‌تر است، بنابراین نوجوان و جوان، بهتر از هر آدمی می‌تواند ایستادگی در برابر تمایلات منفی را تمرین کند و عزت نفس خود را تقویت کند.

*(دین و زندگی۲، عزت نفس، صفحهٔ ۱۴۲)*

---

۲۶۰- **گزینهٔ «۴»** *(میثم هاشمی)*

انسان، با رسیدن به سن بلوغ و دورهٔ جوانی وارد مرحلهٔ مسئولیت‌پذیری می‌شود و این شایستگی را به دست می‌آورد که مخاطب خداوند قرار گیرد (رد گزینه‌های ۱ و ۲)

جملهٔ «عمل هر کسی عکس‌العملی دارد که قسمتی از آن در این جهان و تمام آن در جهان دیگر ظاهر می‌شود.» اشاره به عدالت نظام هستی دارد (رد گزینهٔ ۳).

*(دین و زندگی۲، پیوند مقدس، صفحه‌های ۱۵۱ و ۱۵۲)*

---

۲۶۱- **گزینهٔ «۱»** *(فردین سماقی)*

نباید فاصلهٔ میان بلوغ جنسی و عقلی با زمان ازدواج زیاد شود و تشکیل خانواده به تأخیر افتد. به همین علت پیشوایان ما همواره دختران و پسران را به ازدواج تشویق و ترغیب کرده‌اند.

*(دین و زندگی۲، پیوند مقدس، صفحهٔ ۱۵۵)*

سنجش کلاد
www.SanjeshCloud.ir
T.me/SanjeshClouds

---

**۲۶۲- گزینهٔ «۴»** *(یاسین ساعدی)*

اگر فردی بخواهد به شیوه‌ای غیر از شیوه‌های مطرح‌شده از سوی دین، یعنی به «شیوهٔ ناصحیح» به نیاز جنسی خود پاسخ دهد، در آن صورت لذت آنی برخاسته از گناه پس از چندی روح و روان فرد را پژمرده می‌کند و شخصیت او را می‌شکند. این گونه اشخاص به جای بازگشت به مسیر درست برای فرار از این پژمردگی به افراط در گناه کشیده می‌شوند؛ اما نمی‌دانند که روحشان مانند تشنه‌ای است که هر چه بیشتر از آب شور دریا می‌نوشد بر تشنگی‌اش افزوده می‌شود و بی‌قراری‌اش شدّت می‌یابد.

*(دین و زندگی۲، پیوند مقدس، صفحهٔ ۱۵۶)*

---

**۲۶۳- گزینهٔ «۳»** *(یاسین ساعدی)*

پیشوایان ما همواره دختران و پسران را به ازدواج تشویق و ترغیب کرده و از پدران و مادران خواسته‌اند که با کنارگذاشتن رسوم غلط، شرایط لازم را برای آنان فراهم کند و به‌خاطر پندارهای باطل همچون فراهم‌شدن همهٔ امکانات زندگی، فرزندان خود را به گناه نکشانند و جامعه را گرفتار آسیب نسازند.

*(دین و زندگی۲، پیوند مقدس، صفحه‌های ۱۵۵ و ۱۵۶)*

---

**۲۶۴- گزینهٔ «۱»** *(مرتضی محسنی کبیر)*

«من عمل صالحاً من ذکر او انثی و هو مؤمن فلنحیینه حیاة طیبة: هر کس کار شایسته‌ای کند، چه مرد یا زن، درحالی که مؤمن باشد، به زندگی پاک و پسندیده زنده‌اش می‌داریم.»

خدای تعالی می‌فرماید: «یا أیها الذین آمنوا استجیبوا لله و للرّسول اذا دعاکم لما یحییکم: ای کسانی که ایمان آورده‌اید! هر گاه خدا و رسول، شما را به چیزی که حیات‌بخش شماست دعوت می‌کنند، بپذیرید.»

*(مهارت معلمی، ارزش و امتیاز کار معلمی، صفحه‌های ۲۷ و ۲۸)*

---

**۲۶۵- گزینهٔ «۴»** *(مرتضی محسنی کبیر)*

بر اساس آیات قرآن کریم، در بهشت، همه به یکدیگر سلام می‌کنند: «الّا قیلا سلاماً سلاما»

پیامبر اکرم (ص) مأمور بود که اگر چیزی را نمی‌داند، به آن اذعان کند: «قل إن أدری أ قریبٌ ما تُوعدون أمْ یجعل لَهُ ربی أمَداً: بگو: من نمی‌دانم که آیا آن‌چه وعده داده می‌شوید نزدیک است، یا پروردگارم برای تحقق آن مدتی [طولانی] قرار می‌دهد.»

*(مهارت معلمی، وظایف معلم، صفحه‌های ۸۰ و ۹۴)*

---

**۲۶۶- گزینهٔ «۲»** *(مرتضی محسنی کبیر)*

پیامبر اسلام (ص) بهای آزادی کسانی را که در جنگ اسیر می‌شدند، آموزش خواندن و نوشتن به ده نفر از مسلمانان قرار داد.

علم حقیقی، نگاه انسان را توحیدی می‌کند. در حدیث می‌خوانیم: «ثمرة العلم عبادة: ثمرهٔ علم، بندگی خداست»

*(مهارت معلمی، ارزش و امتیاز کار معلمی، صفحه‌های ۲۴ و ۲۶)*

---

**۲۶۷- گزینهٔ «۴»** *(یاسین ساعدی)*

آشنایی با مقاومت و صبر دیگران، برای انسان مایهٔ تسلی و دلداری است.

در قرآن می‌خوانیم که تمام انبیا (ع) از سوی برخی مردم تکذیب می‌شدند. «و لقد کذبت رسل من قبلک فصبروا علی ما کذبوا و أوذوا حتّی أتاهم نصرنا» و همهٔ آن‌ها مورد استهزا قرار گرفتند: «الا کانوا به یستهزئون»

*(مهارت معلمی، وظایف معلم، صفحهٔ ۱۱۵)*

---

**۲۶۸- گزینهٔ «۱»** *(مرتضی محسنی‌کبیر)*

اولین دعای حضرت موسی (ع) پس از مأمورشدن به ارشاد و هدایت مردم از جانب خداوند، این بود که: «رب اشرح لی صدری: پروردگارا سینه‌ام را گشاده گردان».

*(مهارت معلمی، صفات معلم، صفحهٔ ۳۳)*

---

**۲۶۹- گزینهٔ «۲»** *(مرتضی محسنی‌کبیر)*

استادی موفق و محبوب است که انتقاد مصلحانه را بپذیرد؛ چنان‌که در دعای مکارم‌الاخلاق می‌خوانیم: «اللهم وفقنی لطاعة من سدّدنی و متابعة من ارشدنی: خدایا! مرا به اطاعت و پیروی کسی که مرا به راه سداد و صلاح خواند و هدایت نمود، موفق ساز.»

*(مهارت معلمی، وظایف معلم، صفحهٔ ۱۰۱)*

---

**۲۷۰- گزینهٔ «۱»** *(مرتضی محسنی کبیر)*

داشتن صبر و پایداری، رمز موفقیت هر کاری است؛ به ویژه در تعلیم و تربیت و مسائل فرهنگی. خداوند تعالی به پیامبرش دستور صبر می‌دهد: «و لربّک فاصبر».

عده‌ای که تن به کار نمی‌دهند و زیر بار مسئولیت نمی‌روند و پیشرفت‌های کشور خود را نمی‌بینند، اما فقط زبان به مدح کشورهای غربی می‌گشایند و کشور پیشرفته‌ای را بدون کار و وجدان کاری انتظار می‌کشند، خیال‌گرا هستند، پس معلم باید متصف به صفت واقع‌گرابودن باشد.

*(مهارت معلمی، صفات معلم، صفحهٔ ۶۱)*

سنجش کلاد
www.SanjeshCloud.ir
T.me/SanjeshClouds

## هوش و استعداد معلّمی

**۲۷۱- گزینهٔ «۳»** *(مسین تورانیان)*

کلمات مدّنظر به‌ترتیب متن: نقش – انفعال – روز - سیر

تعداد نقطه‌ها: $۶+۲+۱+۲=۱۱$

*(هوش کلامی)*

---

**۲۷۲- گزینهٔ «۳»** *(مسین تورانیان)*

«محدود بودنِ تصوّر دیگران»، «کمک به زندگی همهٔ انسان‌ها» و «لازم و ملزوم بودنِ غم و تنهایی» نادرستی دیگر گزینه‌هاست

*(هوش کلامی)*

---

**۲۷۳- گزینهٔ «۳»** *(حامد کریمی)*

عقاب و کرکس و هدهد پرنده‌اند، ولی خفّاش با این‌که پرواز می‌کند، نه در دستهٔ پرندگان، بلکه در دستهٔ پستانداران است.

*(هوش کلامی)*

---

**۲۷۴- گزینهٔ «۴»** *(حامد کریمی)*

این الگو، بر اساس ترتیب جایگاه‌های حروف کلمهٔ «حسین» و «زیبا» در جدول الفبا است:

| | | | |
|---|---|---|---|
| ح: ۸ | س: ۱۵ | ی: ۳۲ | ن: ۲۹ |
| ز: ۱۳ | ی: ۳۲ | ب: ۲ | ا: ۱ |

*(هوش کلامی)*

---

**۲۷۵- گزینهٔ «۲»** *(حامد کریمی)*

سعدی: $\underset{س}{(۱۸+۰)}+\underset{ع}{(۱۲+۰)}+\underset{د}{(۲۳+۰)}+\underset{ی}{(۱+۰)}$

زوج $۱۸+۱۲+۲۳+۱=۵۴$

حافظ: $\underset{ح}{(۲۵+۰)}+\underset{ا}{(۳۲+۰)}+\underset{ف}{(۱۰+۱۰)}+\underset{ظ}{(۱۳+۱۳)}$

فرد $۲۵+۳۲+۲۰+۲۶=۱۰۳$

نظامی: $\underset{ی}{(۱+۰)}+\underset{م}{(۵+۰)}+\underset{ا}{(۳۲+۰)}+\underset{ظ}{(۱۳+۱۳)}+\underset{ن}{(۴+۴)}$

زوج $۸+۲۶+۳۲+۵+۱=۷۲$

خیام: $\underset{م}{(۵+۰)}+\underset{ا}{(۳۲+۰)}+\underset{یـ}{(۱+۲)}+\underset{خ}{(۲۴+۲۴)}$

زوج $۴۸+۳+۳۲+۵=۸۸$

*(هوش کلامی)*

---

**۲۷۶- گزینهٔ «۳»** *(مسین شمس مهرآبادی)*

می‌توانیم از کلماتی که حروف مشترک دارند برای به‌دست‌آوردن رمز تعدادی از حروف استفاده کنیم:

حسین = ۲۷۳ ، تحسین = ۳۱۳ $\leftarrow$ ت = ۴۰

مادر = ۵۳۰ ، مار = ۴۷۰ $\leftarrow$ د = ۶۰

کاوشی = ۲۴۵ ، کاشی = ۲۲۰ $\leftarrow$ و = ۲۵

عبارت «کشتی ماتادور» شامل حروف ک، ش، ی، ا، ت، ت، م، ا، د، ر، و» است.

پس رمز آن برابر است با:

$$\underset{\text{کاشی}}{۲۲۰}+\underset{\text{ت}}{۴۰}+\underset{\text{ت}}{۴۰}+\underset{\text{مادر}}{۵۳۰}+\underset{\text{و}}{۲۵}=۸۵۵$$

*(هوش کلامی)*

---

**۲۷۷- گزینهٔ «۴»** *(حمید اصفهانی)*

می‌توانیم جدول را رسم و اطلاعات را به این ترتیب به آن اضافه کنیم:

۱) شخص دوم که صحبت می‌کند، شخص اول را آقای «کُرد» می‌نامد (ب)

۲) پس نژاد آقای «کُرد»، ترک یا فارس است، چرا که خود او گفته است که نامش با نژادش هماهنگ نیست. (الف – ج)

۳) اما نفر دوم نژاد تُرک دارد، یعنی آقای کُرد از نژاد تُرک نیست. (هـ - د - و)

| نام خانوادگی | نژاد |
|---|---|
| کرد | فارس |
| فارس | ترک |
| ترک | کرد |

*(هوش کلامی)*

---

**۲۷۸- گزینهٔ «۲»** *(فاطمه راسخ)*

یک جدول می‌کشیم و افراد را در آن مشخص می‌کنیم.

۱) فاطمه با ۵ نفر دست داده است، یعنی با همه دست داده است.

۲) مینا فقط با ۱ نفر دسته داده است، پس فقط با فاطمه دست داده است.

۳) زهرا با ۳ نفر دیگر به‌جز فاطمه دست داده است. طبق خط قبلی، او با مینا دست نداده است، پس با سارا، مریم و نیلوفر دست داده است.

۴) مریم فقط با ۲ نفر دست داده است، پس فقط با فاطمه و زهرا دست داده است.

۵) نیلوفر باید با ۱ نفر دیگر به‌جز فاطمه و زهرا دست داده باشد، این فرد طبق خط‌های بالا، قطعاً مینا و مریم نیست. پس او با سارا دست داده است.

| | |
|---|---|
| سارا | فاطمه، زهرا، نیلوفر |
| مینا | فاطمه |
| مریم | فاطمه، زهرا |
| نیلوفر | فاطمه، زهرا، سارا |
| زهرا | فاطمه، سارا، مریم، نیلوفر |
| فاطمه | با همه دست داده |

پس طبق جدول بالا، سارا با فاطمه، زهرا و نیلوفر دست داده است.

*(هوش منطقی ریاضی)*

---

سنجش کلاد
www.SanjeshCloud.ir
T.me/SanjeshClouds

**۲۷۹- گزینهٔ «۳»** *(فاطمه راسخ)*

دقت کنید ما نمی‌دانیم زمانی که شخص با پلیس تماس گرفته است، عقربهٔ دقیقه‌شمار کدام عدد را نشان داده است. اما می‌دانیم این شخص در زمان‌هایی که عقربهٔ دقیقه‌شمار روی عددهای ۴ و ۶ است، یعنی دو بار پشت سر هم، حقیقت را گفته است. پس رنگ سیم اصلی یا سبز است یا زرد:

۱) قرمز، زرد، سبز، سبز، زرد، زرد

۲) قرمز، زرد، سبز، سبز، زرد، زرد

در حالت اول، عقربهٔ دقیقه‌شمار عددهای زیر را نشان خواهد داد:

۱) قرمز، زرد، سبز، سبز، زرد، زرد

۱۰ ۸ ۶ ۴ ۲ ۱۲

و در حالت دوم، این عقربه عددهای زیر را نشان می‌دهد:

۲) قرمز، زرد، سبز، سبز، زرد، زرد

۶ ۴ ۲ ۱۲ ۱۰ ۸

در حالت اول، نقضی در برنامه نیست ولی در حالت دوم، پاسخ شخص در زمان‌هایی که عقربه عددهای ۴ و ۶ را نشان می‌دهد، با پاسخ او در زمان‌هایی که عقربه عدد ۱۰ را نشان می‌دهد یکسان است، که این با فرض صورت سؤال مخالف است. پس تنها همان حالت نخست باقی می‌ماند و سبز بودنِ رنگ سیم، قطعی است.

*(هوش منطقی ریاضی)*

---

**۲۸۰- گزینهٔ «۳»** *(مهدی وکی فراهانی)*

فهرست روزهای هفته و شیفت‌های آنان را می‌نویسیم:

شنبه: حسین، رامان، پارسا

یکشنبه: رامان، امیر، پارسا

دوشنبه: رامان، امیر، محمد

سه‌شنبه: پارسا، حسین

چهارشنبه: حسین

معلوم است که محمد باید روزهای دوشنبه در سالن باشد. امیر هم به‌جز روز دوشنبه، فقط یکشنبه را دارد، پس یکشنبه‌ها برای امیر است. رامان به‌جز دوشنبه‌ها و یکشنبه‌ها، فقط شنبه‌ها می‌تواند در سالن باشد، پس شنبه‌ها هم برای رامان است. پارسا نمی‌تواند چهارشنبه‌ها در سالن باشد، پس او سه‌شنبه‌ها در سالن خواهد بود و حسین، چهارشنبه‌ها:

شنبه: رامان　　یکشنبه: امیر

دوشنبه: محمد　　سه‌شنبه: پارسا

چهارشنبه: حسین

*(هوش منطقی ریاضی)*

---

**۲۸۱- گزینهٔ «۴»** *(فاطمه راسخ)*

اسکندر دو نوشابه آورده است، که هر کدام به اندازهٔ دو لقمهٔ کوچک ارزش داشته است. پس ارزش کلّ خوراکیِ خورده‌شده، ۱۱ لقمهٔ کوچک است:

$(۲\times۲)$ لقمهٔ کوچک $+ ۷$ لقمهٔ کوچک $= ۲$ نوشابه $+ ۷$ لقمهٔ کوچک $= (۷+۴) = ۱۱$

پشنگ و چنگیز و اسکندر مقداری یکسان از خوراکی‌ها خورده‌اند، $\frac{۱۱}{۳}$ لقمه هم به هر شخص رسیده است. چنگیز ۷ لقمهٔ کوچک آورده بود، پس به اندازهٔ $۷-\frac{۱۱}{۳}=\frac{۲۱}{۳}-\frac{۱۱}{۳}=\frac{۱۰}{۳}$ از لقمه‌های او را پشنگ و اسکندر خورده‌اند. اسکندر هم ۲ نوشابه آورده بود که به اندازهٔ $۲\times۲=۴$ لقمهٔ کوچک ارزش داشته است. پس او معادل $۴-\frac{۱۱}{۳}=\frac{۱۲}{۳}-\frac{۱۱}{۳}=\frac{۱}{۳}$ از ارزش آنچه را آورده است نخورده است. معلوم است که آنچه چنگیز به دو نفر دیگر داده است، مجموعاً ده برابرِ آن چیزی است که اسکندر بخشیده است: پس باید از یازده سکّه، ده سکّه را به چنگیز داد و یک سکّه را به اسکندر.

*(هوش منطقی ریاضی)*

---

**۲۸۲- گزینهٔ «۲»** *(حمید اصفهانی)*

یکان، دهگان و صدگان ارقام تک‌رقمی هستند. یکان نیز صفر نیست. پس حالات مختلف را که در آن دهگان سه برابر یکان است، دسته‌بندی می‌کنیم:

| یکان | دهگان | صدگان | |
|---|---|---|---|
| ۱ | ۳ | – | قابل قبول است. |
| ۲ | ۶ | – | |
| ۳ | ۹ | – | |
| ۴ | ۱۲ | – | از این‌جا به بعد درست و پذیرفتنی نیست، چون رقم دهگان باید تک رقمی باشد. |
| ⋮ | ⋮ | ⋮ | |

حالا حالاتی را که صدگان پنج واحد از دهگان بیشتر است وارد محاسبات می‌کنیم:

| یکان | دهگان | صدگان | |
|---|---|---|---|
| ۱ | ۳ | ۸ | قابل قبول است. |
| ۲ | ۶ | ۱۱ | از این‌جا به بعد درست و پذیرفتنی نیست، چون رقم دهگان باید تک رقمی باشد. |
| ⋮ | ⋮ | ⋮ | |

پس عدد موردنظر ۸۳۱ است. حال دو برابر آن را به‌دست می‌آوریم. حاصل‌ضرب ارقام آن را می‌نویسیم:

$۸۳۱\times۲=۱۶۶۲ \Rightarrow ۱\times۶\times۶\times۲=۷۲$

*(هوش منطقی ریاضی)*

---

سنجش کلاد
www.SanjeshCloud.ir
T.me/SanjeshClouds

**۲۸۳- گزینهٔ «۲»** *(فاطمه راسخ)*

تاریخ‌هایی که عدد روز و عدد ماه در آن یکسان است، به بدفهمی منجر نمی‌شود: ۱/۱، ۲/۲، ۳/۳، ۴/۴، ۵/۵، ۶/۶

همچنین تاریخ‌هایی که عدد روز آن‌ها از ۱۲ بیشتر است، چرا که مثلاً ۱۳/۱ معنا ندارد:

۱۳/۱ ... ۱۴/۱ ۳۱/۱
۱۳/۲ ... ۱۴/۲ ۳۱/۲
⋮
۱۳/۶ ... ۱۴/۶ ۳۱/۶

در حالت نخست، شش روز هست. در حالت دوم هم، $\frac{۳۱-۱۳}{۱}+۱=۱۹$ ستون و شش ردیف هست، یعنی $۱۹\times۶=۱۱۴$ روز. پس مجموعاً $۱۱۴+۶=۱۲۰$ روز.

*(هوش منطقی ریاضی)*

---

**۲۸۴- گزینهٔ «۲»** *(حسین شمس مهرآبادی)*

در الگوی صورت سؤال، عددها در مرحله‌ها یکی در میان دو برابر می‌شوند، یا جایگاه آن‌ها برعکس می‌شود:

۶ , ۱۲ , ۲۱ , ۴۲ , ۲۴ , ۴۸ , ۸۴ , ۱۶۸
(×۲، جابه‌جایی، ×۲، جابه‌جایی، ×۲، جابه‌جایی، ×۲)

پس اعداد جایگزین علامت سؤال، ۲۱ و ۱۶۸ و اختلاف این دو عدد، $۱۶۸-۲۱=۱۴۷$ است.

*(هوش منطقی ریاضی)*

---

**۲۸۵- گزینهٔ «۱»** *(فاطمه راسخ)*

هر ردیف از جدول، دنباله‌ای از اعداد هست که به‌صورت پراکنده قرار گرفته‌اند:

$۲۸ \xrightarrow{+۵} ۳۳ \xrightarrow{+۵} ۳۸ \xrightarrow{+۵} \boxed{۴۳}$

$۱۳ \xrightarrow{+۶} ۱۹ \xrightarrow{+۶} ۲۵ \xrightarrow{+۶} ۳۱$

$۱۶ \xrightarrow{+۷} \boxed{۲۳} \xrightarrow{+۷} ۳۰ \xrightarrow{+۷} ۳۷$

$۲ \xrightarrow{+۹} ۱۱ \xrightarrow{+۹} ۲۰ \xrightarrow{+۹} ۲۹$

*(هوش منطقی ریاضی)*

---

**۲۸۶- گزینهٔ «۳»** *(خرزاد شیرمحمدلی)*

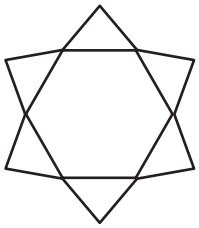
دو مثلثِ گوشه‌های مربع الگوی صورت سؤال، در هر اتصال الگو از چپ به راست، خلاف جهت هم به اندازهٔ یک ضلع جابه‌جا می‌شوند و دو مثلث دیگر در مرکز ضلع مربع رسم شده‌اند و در هر مرحله از انتقال، به اندازهٔ یک ضلع، پادساعتگرد، تنها یکی از آن‌ها جابه‌جا می‌شود و دیگری ثابت می‌ماند.

*(هوش غیرکلامی)*

---

**۲۸۷- گزینهٔ «۲»** *(مهدی ونکی فراهانی)*

شکل مدّ نظر:

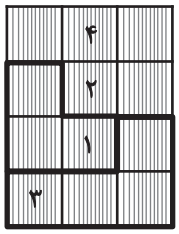


*(هوش غیرکلامی)*

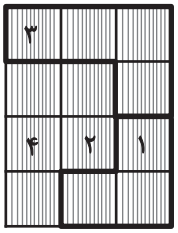
---

**۲۸۸- گزینهٔ «۲»** *(هادی زمانیان)*

چیدمان‌های مختلف ممکن:




**با این روش چیدمان، عدد ۱ روی دایرهٔ رنگی قرار می‌گیرد.**




**با این روش چیدمان، عدد ۲ روی دایرهٔ رنگی قرار می‌گیرد.**

*(هوش غیرکلامی)*

---

**۲۸۹- گزینهٔ «۱»** *(مهدی ونکی فراهانی)*

شکل‌های ۱، ۶ و ۷ هر سه نوعی متوازی‌الاضلاع هستند.

شکل‌های ۲، ۵ و ۹ هر سه شکل‌هایی منتظم هستند.

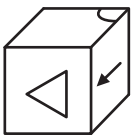
شکل‌های ۳، ۴ و ۸ نیز شکل‌هایی دایره‌ای دارند.

*(هوش غیرکلامی)*

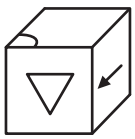
---

**۲۹۰- گزینهٔ «۳»** *(حسین تورانیان)*

به شکل‌های جهت‌دار دقت کنید:



**گزینهٔ «۳»**



**گزینه‌های «۱»، «۲» و «۴»**

*(هوش غیرکلامی)*

---

www.SanjeshCloud.ir
T.me/SanjeshClouds