دفترچه پاسخ

آزمون ۱۵ فروردین ۱۴۰۴

اختصاصی دوازدهم ریاضی

بنیاد علمی آموزشی قلم‌چی (وقف عام)

	نام درس	نام طراحان
اختصاصی	حسابان ۲	علی آزاد-داود بوالحسنی-سعید تن‌آرا-بهرام حلاج-افشین خاصه‌خان-طاهر دادستانی-محمد زنگنه کیان کریمی‌خراسانی-محمدرضا کشاورزی-محمد گودرزی-مهسان گودرزی-حامد معنوی-نیما مهندس علیرضا نداف‌زاده -غلامرضا نیازی-جهانبخش نیکنام
	هندسه۳ و ریاضیات گسسته	عباس الهی-علی ایمانی-افشین خاصه‌خان-کیوان دارابی-مصطفی دیداری-سوگند روشنی-علیرضا شریف‌خطیبی هومن عقیلی- احمدرضا فلاح-نیلوفر مهدوی-نیما مهندس
	فیزیک ۳	مهران اسماعیلی-حسین الهی-عبدالرضا امینی‌نسب-زهره آقامحمدی-علی برزگر-علیرضا جباری-مسعود خندانی محسن سلماسی‌وند-بهنام شاهینی-محمدرضا شریفی-مصطفی کیانی-محمد مقدم-محمدکاظم منشادی محمود منصوری-امیراحمد میرسعید
	شیمی ۳	آرمان اکبری-علیرضا بیانی-جعفر پازوکی-سعید تیزرو-محمدرضا جمشیدی-امیر حاتمیان-امیرمسعود حسینی پیمان خواجوی‌مجد-حمید ذبحی-یاسر راش-مبینا شرافتی‌پور-رسول عابدینی‌زواره-محمد عظیمیان‌زواره امیرمحمد کنگرانی-محسن مجنونی-هادی مهدی‌زاده

گزینشگران و ویراستاران

نام درس	حسابان ۲	هندسه۳ و ریاضیات‌گسسته	فیزیک ۳	شیمی ۳
گزینشگر	کیان کریمی‌خراسانی نیما مهندس	امیرحسین ابومحبوب	مصطفی کیانی	ایمان حسین‌نژاد
گروه ویراستاری	امیرحسین ابومحبوب سیدسپهر متولیان سیدماهد عبدی	امیرحسین ابومحبوب امیرمحمد کریمی مهرداد ملوندی	بهنام شاهینی زهره آقامحمدی حسین بصیر ترکمبور	حسین شاهسواری محمدحسن محمدزاده مقدم آرش ظریف یاسر راش احسان پنجه‌شاهی
بازبینی نهایی رتبه های برتر	محمدپارسا سبزه‌ای	محمدپارسا سبزه‌ای	سینا صالحی ماهان فرهمندفر	ماهان فرهمندفر
مسئول درس	مهرداد ملوندی	سرژ یقیازاریان تبریزی	حسام نادری	امیرعلی بیات
مستندسازی	سمیه اسکندری	سجاد سلیمی	علیرضا همایون‌خواه	امیرحسین توحیدی
ویراستاران مستندسازی	معصومه صنعت‌کار- علیرضا عباسی‌زاهد- محمدرضا مهدوی		ابراهیم نوری سجاد بهارلویی مهدی صالحی	حسین داوودی محسن دستجردی آتیلا ذاکری

گروه فنی و تولید

مدیر گروه	مهرداد ملوندی
مسئول دفترچه	نرگس غنی‌زاده
گروه مستندسازی	مدیر گروه: محیا اصغری — مسئول دفترچه: الهه شهبازی
حروف‌نگار	فرزانه فتح اله‌زاده
ناظر چاپ	سوران نعیمی

گروه آزمون

بنیاد علمی آموزشی قلم‌چی (وقف عام)

دفتر مرکزی: خیابان انقلاب بین صبا و فلسطین – پلاک ۹۲۳ – کانون فرهنگی آموزش – تلفن: ۶۴۶۳-۰۲۱

سنجش کلاد
www.SanjeshCloud.ir
T.me/SanjeshClouds

حسابان ۲

۱- **گزینهٔ «۱»** *(بهرام ملاج)*

تغییرات بیان شده را روی تابع f اعمال می‌کنیم:

$$y=f(x)\xrightarrow{\text{قرینه نسبت با مبدأ}}y=-f(-x)$$

$$\xrightarrow[\text{در راستای محور x ها}]{\text{۲ برابر انبساط}}y=-f(-\frac{x}{2})$$

$$\xrightarrow{\text{۳ واحد پایین}}y=-f(-\frac{x}{2})-3$$

طبق فرض، نقطهٔ $A(-4,5)$ روی نمودار تابع $g(x)=-f(-\frac{x}{2})-3$ قرار دارد، پس:

$$5=g(-4)=-f(-\frac{-4}{2})-3\Rightarrow f(2)=-8$$

نقطهٔ $(-8,2)$ روی نمودار تابع f متناظر نقطهٔ A است و داریم:

$$2-8=-6$$

(حسابان ۲- تابع؛ صفحه‌های ۲ تا ۱۲)

۲- **گزینهٔ «۲»** *(جهانبخش نیکنام)*

با توجه به ضابطهٔ تابع $g(x)=af(ax-1)+3$ و نمودار تابع f داریم:

$$D_f=[-3,4]\xrightarrow{a>0}D_g=[-\frac{2}{a},\frac{5}{a}]$$

$$R_f=[0,2]\xrightarrow{a>0}R_g=[3,2a+3]$$

طبق فرض داریم:

$$R_g\subseteq D_g\Rightarrow\begin{cases}-\frac{2}{a}\le 3\xrightarrow{a>0}-\frac{2}{3}\le a\Rightarrow a>0\\ 2a+3\le\frac{5}{a}\xrightarrow{a>0}\underbrace{2a^2+3a-5}_{(2a+5)(a-1)}\le 0\\ \Rightarrow -\frac{5}{2}\le a\le 1\Rightarrow 0<a\le 1\end{cases}$$

$$\xrightarrow{\text{اشتراک}}0<a\le 1$$

(حسابان ۲- تابع؛ صفحه‌های ۲ تا ۱۲)

۳- **گزینهٔ «۳»** *(محمد گودرزی)*

ابتدا ضابطهٔ تابع f را به صورت $f(x)=(x+1)^3+2$ می نویسیم. اگر نمودار تابع f را k واحد به سمت راست و m واحد به سمت بالا انتقال دهیم، نمودار تابع $y=f(x-k)+m$ به دست می‌آید، یعنی $f(x-k)+m=g(x)$؛ بنابراین:

$$g(x)=(x-k+1)^3+2+m$$

از طرفی داریم: $g(x)=(x^3-3x^2+3x-1)+4=(x-1)^3+4$

در نتیجه:

$$\begin{cases}-k+1=-1\Rightarrow k=2\\ 2+m=4\Rightarrow m=2\end{cases}\Rightarrow m+k=4$$

(حسابان ۲- تابع؛ صفحه‌های ۲ تا ۵، ۱۳ و ۱۴)

۴- **گزینهٔ «۳»** *(محمد زنگنه)*

با توجه به دامنهٔ تابع f، باید:

$$\begin{cases}3-x\ge 1\Rightarrow x\le 2 & (1)\\ 3x+2\ge 1\Rightarrow x\ge -\frac{1}{3} & (2)\end{cases}$$

دامنهٔ تابع رادیکالی مفروض به صورت زیر به دست می‌آید:

$$f(3-x)-f(3x+2)\ge 0\xrightarrow[\text{نزولی بودن}]{\text{با توجه به شرط}}3-x\le 3x+2$$

$$\Rightarrow 1\le 4x\Rightarrow x\ge\frac{1}{4}\qquad(3)$$

اشتراک روابط (۱)، (۲) و (۳)، دامنهٔ تابع مورد نظر را بیان می‌کند:

$$\frac{1}{4}\le x\le 2\Rightarrow\alpha=\frac{1}{4}\ ,\quad\beta=2\Rightarrow\beta-\alpha=2-\frac{1}{4}=\frac{7}{4}$$

(حسابان ۲- تابع؛ صفحه‌های ۱۵ تا ۱۸)

۵- **گزینهٔ «۱»** *(غلامرضا نیازی)*

با توجه به نمودار داریم $D_f=(0,+\infty)$، پس:

$$D_{fof}=\{x\in D_f\mid f(x)\in D_f\}=\{x>0\mid f(x)>0\}=(0,2)\quad(1)$$

$$f(|x|-1):|x|-1>0\Rightarrow|x|>1\Rightarrow x>1\ \text{یا}\ x<-1\quad(2)$$

دامنهٔ نامعادلهٔ مذکور، اشتراک (۱) و (۲) است: $x\in(1,2)$

از طرفی f در دامنه‌اش نزولی است، در نتیجه داریم:

$$f(f(x))<f(|x|-1)\Rightarrow f(x)>|x|-1\qquad(*)$$

f تابعی خطی است با شیب $m=-1$ که از نقطهٔ $(0,2)$ می‌گذرد، در نتیجه ضابطهٔ آن برابر است با:

$$y-0=-1\times(x-2)\Rightarrow y=2-x\ ,\ (x>0)$$

در نتیجه، نامعادلهٔ (*) به صورت زیر می‌شود:

$$f(x)>|x|-1\Rightarrow 2-x>|x|-1\xrightarrow{x>0}2-x>x-1$$

سنجش کلاد
www.SanjeshCloud.ir
T.me/SanjeshClouds

$$\Rightarrow ۲x < ۳ \Rightarrow x < \frac{۳}{۲} \xrightarrow{x \in (۱,۲)} ۱ < x < \frac{۳}{۲}$$

$$\Rightarrow b - a = \frac{۳}{۲} - ۱ = \frac{۱}{۲}$$

(حسابان ۲- تابع؛ صفحه‌های ۱۵ تا ۱۸)

۶- **گزینهٔ «۴»** (مهسان کوررزی)

طبق فرض داریم:

$$P(x) = x(x-۳)Q_۱(x) + (۳x+m) \Rightarrow \begin{cases} P(۳) = ۹+m \\ P(۰) = m \end{cases}$$

$$P(x) = x(x+۳)Q_۲(x) + (nx+۱) \Rightarrow \begin{cases} P(-۳) = -۳n+۱ \\ P(۰) = ۱ \end{cases}$$

$$P(x) = (x-۳)(x+۳)Q_۳(x) + (۲x+r) \Rightarrow \begin{cases} P(۳) = ۶+r \\ P(-۳) = -۶+r \end{cases}$$

از برابری‌های بالا، مقادیر مجهول به صورت زیر می‌شوند:

$$m = ۱ , n = ۱ , r = ۴ \Rightarrow m+n+r = ۶$$

(حسابان ۲- تابع؛ صفحه‌های ۱۸ تا ۲۰)

۷- **گزینهٔ «۴»** (افشین خاصه‌خان)

اگر n زوج باشد، دوجمله‌ای به صورت $x^n + a^n$ درمی‌آید که تنها در صورتی بر $x+a$ بخش‌پذیر است که n فرد باشد، پس در این حالت بخش‌پذیری امکان‌پذیر نیست. اگر n فرد باشد، دوجمله‌ای به صورت $x^n - a^n$ درمی‌آید که تنها در صورتی بر $x+a$ بخش‌پذیر است که n زوج باشد، پس این حالت نیز امکان‌پذیر نیست. پس $x^n + (-a)^n$ به ازای هیچ عدد طبیعی دو رقمی n بر $x+a$ بخش‌پذیر نیست.

(حسابان ۲- تابع؛ صفحهٔ ۲۰)

۸- **گزینهٔ «۱»** (علیرضا نداف‌زاده)

نکته: $\sin x \pm \cos x = \sqrt{۲}\sin(x \pm \frac{\pi}{۴})$

براساس نکتهٔ فوق، ضابطهٔ تابع f را ساده می‌کنیم:

$$f(x) = \sin ax - \cos ax = \sqrt{۲}\sin(ax - \frac{\pi}{۴})$$

در این صورت:

$$\begin{cases} \max , \min = \pm\sqrt{۲} \xrightarrow{\text{طبق شکل}} y_A = \sqrt{۲} \ , \ y_B = -\sqrt{۲} \\ \text{دورهٔ تناوب} : T = \frac{۲\pi}{|a|} \end{cases}$$

شیب خط گذرا از نقاط A و B به صورت زیر می‌شود:

$$m_{AB} = \frac{y_B - y_A}{x_B - x_A} = \frac{-\sqrt{۲} - \sqrt{۲}}{\frac{T}{۲}} = \frac{-۲\sqrt{۲}}{\frac{\pi}{|a|}} \overset{\text{فرض}}{=\!=} -\sqrt{۲}$$

$$\Rightarrow \frac{\pi}{|a|} = ۲ \Rightarrow |a| = \frac{\pi}{۲} \Rightarrow a = \pm\frac{\pi}{۲}$$

توجه: با توجه به نمودار، مقدار $a = \frac{\pi}{۲}$ قابل قبول نیست. (چرا؟)

(حسابان ۲- مثلثات؛ صفحه‌های ۲۴ تا ۲۹)

۹- **گزینهٔ «۳»** (علی آزاد)

طبق نمودار $f(۰) = ۱$ و در نتیجه:

$$f(۰) = \underbrace{a\sin^۲(۰)}_{۰} + c = ۱ \Rightarrow c = ۱$$

حال براساس اتحاد $\sin^۲\theta = \frac{۱-\cos ۲\theta}{۲}$، ضابطهٔ تابع f را ساده می‌کنیم:

$$f(x) = a(\frac{۱-\cos ۲b\pi x}{۲}) + ۱ = -\frac{a}{۲}\cos ۲b\pi x + \frac{a}{۲} + ۱$$

با توجه به نمودار داریم:

$$\max = |-\frac{a}{۲}| + \frac{a}{۲} + ۱ = ۱ \Rightarrow |-\frac{a}{۲}| = -\frac{a}{۲} \Rightarrow a \leq ۰$$

$$\min = -|-\frac{a}{۲}| + \frac{a}{۲} + ۱ = -۲ \xrightarrow{a \leq ۰} -(-\frac{a}{۲}) + \frac{a}{۲} = -۳ \Rightarrow a = -۳$$

$$T = \frac{۲\pi}{|۲b\pi|} = ۳ \Rightarrow |b| = \frac{۱}{۳}$$

چون $\cos\alpha = \cos(-\alpha)$، پس هر دو مقدار $\pm\frac{۱}{۳}$ برای b قابل قبول بوده و فرقی در ضابطهٔ تابع f ایجاد نمی‌کنند:

$$f(x) = \frac{۳}{۲}\cos(\frac{۲\pi x}{۳}) - \frac{۱}{۲}$$

www.SanjeshCloud.ir
T.me/SanjeshClouds

$$\Rightarrow f(۱۴۰۳)=f(\underbrace{۴۶۷\times ۳}_{۴۶۷T}+۲)=f(۲)=\frac{۳}{۲}\cos(\frac{۴\pi}{۳})-\frac{۱}{۲}$$

$$\Rightarrow f(۱۴۰۳)=\frac{۳}{۲}(-\frac{۱}{۲})-\frac{۱}{۲}=-\frac{۵}{۴}$$

(حسابان ۲- مثلثات؛ صفحه‌های ۲۴ تا ۲۹)

۱۰- **گزینهٔ «۳»** (نیما مهندس)

مطابق نمودار $f(۰)=۱$ است. پس داریم:

$$f(۰)=a\tan(-\frac{\pi}{۴})=۱\Rightarrow a(-۱)=۱\Rightarrow a=-۱$$

از طرفی با مقایسهٔ نمودار تابع f با نمودار تانژانت نتیجه می‌شود $ab<۰$.

همچنین دورهٔ تناوب تابع برابر $\frac{۵\pi}{۸}-\frac{\pi}{۸}=\frac{\pi}{۲}$ می‌باشد، پس:

$$T=\frac{\pi}{|b|}=\frac{\pi}{۲}\xrightarrow{ab<۰}b=۲$$

حالا باید محل‌های برخورد نمودار تابع با خطوط $y=\pm ۱$ را پیدا کنیم.

$$f(۰)=۱\xrightarrow{T=\frac{\pi}{۲}}x_A=-T=-\frac{\pi}{۲}$$

$$f(x)=-۱\Rightarrow -\tan(۲x-\frac{\pi}{۴})=-۱$$

$$\Rightarrow \tan(۲x-\frac{\pi}{۴})=۱=\tan\frac{\pi}{۴}\Rightarrow ۲x-\frac{\pi}{۴}=k\pi+\frac{\pi}{۴}$$

$$\Rightarrow x=\frac{k\pi}{۲}+\frac{\pi}{۴}$$

طول نقطهٔ B، دومین مقدار مثبت در مجموعه جواب‌های به دست آمده است، پس:

$$x_B=\frac{\pi}{۲}+\frac{\pi}{۴}=\frac{۳\pi}{۴}$$

در نتیجه $A(-\frac{\pi}{۲},۱)$ و $B(\frac{۳\pi}{۴},-۱)$ و داریم:

$$m_{AB}=\frac{y_B-y_A}{x_B-x_A}=\frac{-۱-۱}{\frac{۳\pi}{۴}-(-\frac{\pi}{۲})}=-\frac{۸}{۵\pi}$$

(حسابان ۲-مثلثات؛ صفحه‌های ۴۱ تا ۴۴)

۱۱- **گزینهٔ «۲»** (جهانبخش نیکنام)

با توجه به فرض و مطابق شکل داریم:

$$\begin{cases}\tan(\alpha+\theta)=\frac{۶}{x}\Rightarrow\frac{\tan\alpha+\tan\theta}{۱-\tan\alpha\tan\theta}=\frac{۶}{x}\\ \tan\alpha=\frac{۱}{x}\quad,\quad\tan\theta=\frac{۱۰}{۱۱}\end{cases}$$

$$\Rightarrow\frac{\frac{۱}{x}+\frac{۱۰}{۱۱}}{۱-\frac{۱۰}{۱۱x}}=\frac{۶}{x}\Rightarrow\frac{۱۱+۱۰x}{۱۱x-۱۰}=\frac{۶}{x}\Rightarrow ۱۱x+۱۰x^۲=۶۶x-۶۰$$

$$\Rightarrow ۲x^۲-۱۱x+۱۲=۰\Rightarrow(x-۴)(۲x-۳)=۰\Rightarrow\begin{cases}x=\frac{۳}{۲}\\ x=۴\end{cases}$$

(حسابان ۲- مثلثات؛ صفحه‌های ۴۲ و ۴۳)

۱۲- **گزینهٔ «۲»** (نیما مهندس)

به کمک رابطهٔ $۱+\tan^۲\theta=\frac{۱}{\cos^۲\theta}$، معادله را به شکل زیر بازنویسی می‌کنیم:

$$۴\tan^۲\theta+۲=\frac{۷}{\cos\theta}\Rightarrow ۴(\frac{۱}{\cos^۲\theta}-۱)+۲=\frac{۷}{\cos\theta}$$

$$\xrightarrow{\cos\theta=t}۴(\frac{۱}{t^۲}-۱)+۲=\frac{۷}{t}\xrightarrow{\text{ضربدر }t^۲}۴-۲t^۲=۷t$$

$$\Rightarrow ۲t^۲+۷t-۴=۰$$

$$\Rightarrow t_{۱,۲}=\frac{-۷\pm\sqrt{۴۹-۴(۲)(-۴)}}{۴}=\frac{-۷\pm۹}{۴}=\frac{۱}{۲}\quad\text{یا}\quad-۴$$

t یا همان $\cos\theta$ که نمی‌تواند برابر ۴- باشد، پس داریم:

$$\cos\theta=\frac{۱}{۲}=\cos\frac{\pi}{۳}\Rightarrow\theta=۲k\pi\pm\frac{\pi}{۳}$$

$$\xrightarrow{۰\le\theta\le۲\pi}\begin{cases}\theta_۱=\frac{\pi}{۳}\\ \theta_۲=۲\pi-\frac{\pi}{۳}=\frac{۵\pi}{۳}\end{cases}$$

اختلاف جواب‌ها برابر است با:

$$\theta_۲-\theta_۱=\frac{۴\pi}{۳}$$

(حسابان ۲- مثلثات؛ صفحه‌های ۳۵ تا ۴۱)

۱۳- **گزینهٔ «۴»** (بهرام حلاج)

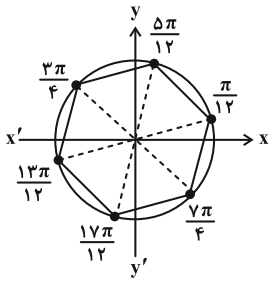
تابع مثلثاتی دو طرف معادله را یکسان می‌کنیم:

$$\sin ۲x=\cos ۴x\Rightarrow\cos(\frac{\pi}{۲}-۲x)=\cos ۴x$$

$$\Rightarrow\begin{cases}۴x=۲k\pi+\frac{\pi}{۲}-۲x\Rightarrow x=\frac{k\pi}{۳}+\frac{\pi}{۱۲}\\ ۴x=۲k\pi-\frac{\pi}{۲}+۲x\Rightarrow x=k\pi-\frac{\pi}{۴}\end{cases}$$

سنجش کلاد
www.SanjeshCloud.ir
T.me/SanjeshClouds

مطابق دایرهٔ مثلثاتی زیر، نقاط انتهای کمان جواب‌ها، تشکیل شش‌ضلعی منتظم با محیط $۶ \times ۱ = ۶$ می‌دهند.



(حسابان ۲- مثلثات؛ صفحه‌های ۳۵ تا ۴۱)

۱۴- **گزینهٔ «۴»** (جوانبخش نیکنام)

معادله را ساده می‌کنیم:

$$(۱+\tan x)(۱+\tan ۳x) = ۲$$

$$\Rightarrow \tan x + \tan ۳x + \tan x \tan ۳x = ۱$$

$$\Rightarrow \tan x + \tan ۳x = ۱ - \tan x \tan ۳x \quad (*)$$

$$\frac{\tan x + \tan ۳x}{۱ - \tan x \tan ۳x} = ۱ \Rightarrow \tan(\underbrace{x + ۳x}_{۴x}) = ۱$$

$$\Rightarrow ۴x = k\pi + \frac{\pi}{۴} \Rightarrow x = \frac{k\pi}{۴} + \frac{\pi}{۱۶}$$

k	۰	۱	۲	۳	۴	۵
x	$\frac{\pi}{۱۶}$	$\frac{۵\pi}{۱۶}$	$\frac{۹\pi}{۱۶}$	$\frac{۱۳\pi}{۱۶}$	$\frac{۱۷\pi}{۱۶}$	$\frac{۲۱\pi}{۱۶}$

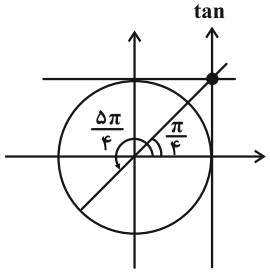
در نتیجه: مجموع جواب‌ها $= \frac{۶۶\pi}{۱۶} = \frac{۳۳\pi}{۸}$

توجه: در معادلهٔ (*)، هر دو عبارت نمی‌توانند صفر باشند. (چرا؟)

(حسابان ۲- مثلثات؛ صفحه‌های ۴۱ تا ۴۴)

۱۵- **گزینهٔ «۱»** (سعید تن‌آرا)

با توجه به دایرهٔ مثلثاتی و محور تانژانت داریم: $\tan(\frac{\pi}{۴})^+ = ۱^+$



بنابراین $\cot(\frac{\pi}{۴})^+ = \frac{۱}{\tan(\frac{\pi}{۴})^+} = \frac{۱}{۱^+} = ۱^-$ و در نتیجه:

$$\lim_{x \to \frac{۱}{۴}^+} \frac{x - \frac{۱}{۲}}{\cot(\pi x) - \tan(\pi x)} = \frac{-\frac{۱}{۴}}{۱^- - ۱^+} = \frac{-\frac{۱}{۴}}{۰^-} = +\infty$$

همچنین: $\tan(\frac{۵\pi}{۴})^- = ۱^- \Rightarrow \cot(\frac{۵\pi}{۴})^- = ۱^+$

در نتیجه: $\lim_{x \to (\frac{۵}{۴})^-} \frac{x - \frac{۱}{۲}}{\cot(\pi x) - \tan(\pi x)} = \frac{\frac{۳}{۴}}{۱^+ - ۱^-} = \frac{\frac{۳}{۴}}{۰^+} = +\infty$

(حسابان ۲- حدهای نامتناهی- حد در بی‌نهایت؛ صفحه‌های ۴۶ تا ۵۵)

۱۶- **گزینهٔ «۳»** (داود بوالحسنی)

تابع f دو مجانب قائم دارد و چندجمله‌ای مخرج از درجهٔ ۳ است. دو حالت پیش می‌آید:

حالت (۱): مخرج سه ریشهٔ ساده داشته باشد و ریشهٔ صورت با یکی از ریشه‌های مخرج یکی باشد؛ با توجه به وضعیت شاخه‌های نمودار تابع f حول دو مجانب، این حالت غیرممکن است. (چرا؟)

حالت (۲): مخرج یک ریشهٔ ساده و یک ریشهٔ مضاعف داشته باشد؛ در این حالت، طبق نمودار، ریشهٔ صورت با هیچ یک از ریشه‌های مخرج یکسان نخواهد بود.

مطابق نمودار، $x = -۲$ ریشهٔ مضاعف و $x = m$ ریشهٔ سادهٔ مخرج است و داریم:

مخرج: $(x+۲)^۲(x-m) = x^۳ + ax + b$

$$\Rightarrow x^۳ + (۴-m)x^۲ + (۴-۴m)x - ۴m = x^۳ + ax + b$$

$$\Rightarrow ۴ - m = ۰ \Rightarrow m = ۴$$

ضابطهٔ تابع f به صورت زیر می‌شود:

$$f(x) = \frac{۲x + c}{(x+۲)^۲(x-۴)}$$

با توجه به شکل، حد تابع f در ۴^+ برابر $+\infty$ است پس صورت کسر به ازای $x = ۴$ باید مثبت باشد:

$$۲(۴) + c > ۰ \Rightarrow c > -۸$$

www.SanjeshCloud.ir
T.me/SanjeshClouds

از طرفی حد تابع در $x=-۲$ برابر $+\infty$ است پس صورت کسر به ازای $x=-۲$، منفی است:

$$۲(-۲)+c<۰\Rightarrow c<۴$$

از اشتراک دو حالت بالا $-۸<c<۴$ است.

یازده مقدار صحیح برای c، $(۳,۲,۱,۰,\ldots,-۷)$ قابل قبول است.

(حسابان ۲- حدهای نامتناهی- حد در بی‌نهایت؛ صفحه‌های ۵۵ تا ۵۸)

۱۷- **گزینهٔ «۱»** *(طاهر دادستانی)*

داریم:

$$\lim_{x\to-\infty}[\frac{۱+۲x}{۲+x^۲}]+\lim_{x\to-\infty}[\frac{۱+۲x}{۲+x}]$$

$$=\lim_{x\to-\infty}[\frac{۲x}{x^۲}]+\lim_{x\to-\infty}[\frac{۲(۲+x)-۳}{۲+x}]$$

$$=\lim_{x\to-\infty}[\frac{۲}{x}]+\lim_{x\to-\infty}[۲-\frac{۳}{x+۲}]=[\frac{۲}{-\infty}]+[۲-۰^-]$$

$$=[۰^-]+[۲^+]=-۱+۲=۱$$

(حسابان ۲- حدهای نامتناهی- حد در بی‌نهایت؛ صفحه‌های ۵۹ تا ۶۶)

۱۸- **گزینهٔ «۲»** *(کیان کریمی‌فراسانی)*

ابتدا عبارت جلوی حد را ساده‌تر می‌کنیم:

$$\frac{۲x^۲+۷x+۳}{x+۲}-\sqrt{ax^n+۸x^{n-۱}}$$

$$=۲x+\frac{۳x+۳}{x+۲}-\sqrt{ax^n+۸x^{n-۱}}$$

اگر $n\geq ۳$ یا $n=۱$ باشد، آن‌گاه حاصل حد مذکور، نامتناهی می‌شود،

پس $n=۲$ است و داریم:

$$\lim_{x\to+\infty}(\frac{۳x+۳}{x+۲}+۲x-\sqrt{ax^۲+۸x})$$

$$=\lim_{x\to+\infty}(\frac{۳x+۳}{x+۲}+\frac{۴x^۲-ax^۲-۸x}{۲x+\sqrt{ax^۲+۸x}})$$

$$=\lim_{x\to+\infty}(\frac{۳x}{x}+\frac{۴x^۲-ax^۲-۸x}{۲x+\sqrt{ax^۲}})=\lim_{x\to+\infty}(۳+\frac{(۴-a)x^۲-۸x}{(۲+\sqrt{a})x})$$

حد فوق به شرطی موجود است که $a=۴$ باشد و در آن صورت داریم:

$$\lim_{x\to+\infty}(۳+\frac{-۸x}{۴x})=۳-۲=۱\Rightarrow L=۱$$

پس:

$$a+n+L=۴+۲+۱=۷$$

(حسابان ۲- حدهای نامتناهی- حد در بی‌نهایت؛ صفحه‌های ۵۹ تا ۶۶)

۱۹- **گزینهٔ «۴»** *(محمدرضا کشاورزی)*

با بررسی حد تابع f در $\pm\infty$، مجانب‌های افقی را می‌یابیم:

$$\lim_{x\to\pm\infty}\frac{ax+\sqrt{۹x^۲+x}}{|۳-x|+\sqrt{x^۲+۲}}=\lim_{x\to\pm\infty}\frac{ax+|۳x|}{\underbrace{|-x|+|x|}_{۲|x|}}$$

$$\xrightarrow{x\to+\infty}y=\frac{a+۳}{۲}$$

$$\xrightarrow{x\to-\infty}y=\frac{a-۳}{-۲}$$

دو حالت پیش می‌آید:

حالت (۱): $\frac{a+۳}{۲}=-۲\Rightarrow a+۳=-۴\Rightarrow a=-۷$

$$y=\frac{a-۳}{-۲}=\frac{-۷-۳}{-۲}=\frac{-۱۰}{-۲}=۵\Rightarrow y=۵=b$$

در این حالت $a+b=-۲$ است.

حالت (۲): $\frac{a-۳}{-۲}=-۲\Rightarrow a-۳=۴\Rightarrow a=۷$

$$y=\frac{a+۳}{۲}=\frac{۷+۳}{۲}=\frac{۱۰}{۲}=۵\Rightarrow y=b=۵$$

در این حالت $a+b=۱۲$ است.

(حسابان ۲- حدهای نامتناهی- حد در بی‌نهایت؛ صفحه‌های ۶۷ تا ۶۹)

۲۰- **گزینهٔ «۳»** *(حامد معنوی)*

توجه کنید که:

$$f(x)=\frac{x^۲+mx-۱}{x^۲-(m+۱)x+\underbrace{۲m-۲m^۲}_{۲m(۱-m)}}=\frac{x^۲+mx-۱}{(x-۲m)(x-(۱-m))}$$

تابع f دارای مجانب افقی $y=۱$ است و ریشه‌های مخرج $x=۲m$ و $x=۱-m$ هستند، بنابراین:

حالت اول: $۲m=۱-m\Rightarrow m=\frac{۱}{۳}$

حالت دوم: $۲m\neq ۱-m$ و ریشهٔ صورت $x=۱-m$

$$(۱-m)^۲+m(۱-m)-۱=۰$$

$$\Rightarrow ۱-۲m+m^۲+m-m^۲-۱=۰\Rightarrow m=۰$$

حالت سوم: $۲m\neq ۱-m$ و ریشهٔ صورت $x=۲m$

$$\Rightarrow (۲m)^۲+m(۲m)-۱=۰\Rightarrow ۶m^۲=۱\Rightarrow\begin{cases}m=\frac{۱}{\sqrt{۶}}\\ m=-\frac{۱}{\sqrt{۶}}\end{cases}$$

در نتیجه:

$$m\in\{۰,\frac{۱}{۳},\frac{۱}{\sqrt{۶}},-\frac{۱}{\sqrt{۶}}\}$$

(حسابان ۲- حدهای نامتناهی- حد در بی‌نهایت؛ صفحه‌های ۵۵ تا ۵۸ و ۶۷ تا ۶۹)

سنجش کلاد
www.SanjeshCloud.ir
T.me/SanjeshClouds

هندسه ۳

۲۱- **گزینهٔ «۲»** *(کیوان دارابی)*

از روی ماتریس A، ماتریس‌های A^2 و A^3 را می‌یابیم:

$$A=\frac{1}{3}\begin{bmatrix}1 & -7\\ 1 & 2\end{bmatrix}\Rightarrow A^2=\frac{1}{9}\begin{bmatrix}1 & -7\\ 1 & 2\end{bmatrix}\begin{bmatrix}1 & -7\\ 1 & 2\end{bmatrix}$$

$$\Rightarrow A^2=\frac{1}{9}\begin{bmatrix}-6 & -21\\ 3 & -3\end{bmatrix}$$

$$A^3=A^2\times A=\frac{1}{27}\begin{bmatrix}-6 & -21\\ 3 & -3\end{bmatrix}\begin{bmatrix}1 & -7\\ 1 & 2\end{bmatrix}$$

$$=\frac{1}{27}\begin{bmatrix}-27 & 0\\ 0 & -27\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}-1 & 0\\ 0 & -1\end{bmatrix}=-I$$

در نتیجه: $A^{1404}=(A^3)^{468}=(-I)^{468}=I$

مجموع درایه‌های A^{1404} برابر ۲ می‌شود.

(هندسه ۳- ماتریس و کاربردها؛ صفحه‌های ۱۴ تا ۲۱)

۲۲- **گزینهٔ «۳»** *(هومن عقیلی)*

طبق فرض داریم:

$$a_{ij}=-a_{ji}\Rightarrow a_{ii}=-a_{ii}\Rightarrow\begin{cases}a_{11}=\alpha-2=0\Rightarrow\alpha=2\\ a_{22}=a_{33}=0\end{cases}$$

همچنین: $a_{21}=-a_{12}=-4\Rightarrow\beta=-4$

$$\Rightarrow A=\begin{bmatrix}0 & 4 & -7\\ -4 & 0 & -2\\ 7 & 2 & 0\end{bmatrix}\Rightarrow A^2=\begin{bmatrix}0 & 4 & -7\\ -4 & 0 & -2\\ 7 & 2 & 0\end{bmatrix}\times\begin{bmatrix}0 & 4 & -7\\ -4 & 0 & -2\\ 7 & 2 & 0\end{bmatrix}$$

$$=\begin{bmatrix}-65 & \square & \square\\ \square & -20 & \square\\ \square & \square & -53\end{bmatrix}$$

$\Rightarrow A^2$ جمع درایه‌های قطر اصلی $=-138$

(هندسه ۳- ماتریس و کاربردها؛ صفحه‌های ۱۷ تا ۲۱)

۲۳- **گزینهٔ «۴»** *(علیرضا شریف‌طیبی)*

طبق فرض داریم:

$$(A-I)^{-1}=\begin{bmatrix}2 & 3\\ 1 & -1\end{bmatrix}\xrightarrow{\text{از طرفین وارون می‌گیریم}}$$

$$(A-I)=\begin{bmatrix}2 & 3\\ 1 & -1\end{bmatrix}^{-1}=-\frac{1}{5}\begin{bmatrix}-1 & -3\\ -1 & 2\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}\frac{1}{5} & \frac{3}{5}\\ \frac{1}{5} & -\frac{2}{5}\end{bmatrix}$$

$$\Rightarrow A=\begin{bmatrix}\frac{1}{5} & \frac{3}{5}\\ \frac{1}{5} & -\frac{2}{5}\end{bmatrix}+\begin{bmatrix}1 & 0\\ 0 & 1\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}\frac{6}{5} & \frac{3}{5}\\ \frac{1}{5} & \frac{3}{5}\end{bmatrix}$$

$$\Rightarrow|A|=\frac{18}{25}-\frac{3}{25}=\frac{15}{25}=\frac{3}{5}$$

ماتریس مورد نظر برابر می‌شود با: $|A|(A-I)^{-1}=\begin{bmatrix}\frac{6}{5} & \frac{9}{5}\\ \frac{3}{5} & -\frac{3}{5}\end{bmatrix}$

مجموع درایه‌های سطر اول این ماتریس برابر است با: $\frac{6}{5}+\frac{9}{5}=3$

(هندسه ۳- ماتریس و کاربردها؛ صفحه‌های ۲۲ و ۲۳)

۲۴- **گزینهٔ «۱»** *(سوگند روشنی)*

دترمینان ماتریس به صورت زیر می‌شود:

$$|A|=\begin{vmatrix}|A| & 0 & -1\\ 0 & |A| & 2\\ -2 & |A| & 0\end{vmatrix}$$

$$\xrightarrow{\text{بسط نسبت به سطر اول}}|A|=|A|(-2|A|)-1(2|A|)$$

$$\Rightarrow 2|A|^2+3|A|=0\Rightarrow|A|(2|A|+3)=0$$

$$\Rightarrow\begin{cases}|A|=0 & \text{غ ق ق}\\ |A|=-\frac{3}{2}\end{cases}$$

دترمینان مورد نظر برابر می‌شود با:

$$|-\frac{2}{3}A|=(-\frac{2}{3})^3|A|=-\frac{8}{27}|A|=-\frac{8}{27}\times(-\frac{3}{2})=\frac{4}{9}$$

نکته: اگر A ماتریس مربعی از مرتبهٔ ۳ و k عددی حقیقی باشد، در این صورت:

$$|kA|=k^3|A|$$

(هندسه ۳- ماتریس و کاربردها؛ صفحه‌های ۲۷ تا ۳۱)

۲۵- **گزینهٔ «۲»** *(کیوان دارابی)*

نکته: برای دو ماتریس مربعی و هم‌مرتبهٔ A و B که وارون‌پذیرند، داریم:

$$A+B=A(A^{-1}+B^{-1})B$$

$$|A+B|=-3|A^{-1}+B^{-1}|$$

طبق فرض داریم:

$$\Rightarrow|A(A^{-1}+B^{-1})B|=-3|A^{-1}+B^{-1}|$$

$$\Rightarrow|AB|\times|A^{-1}+B^{-1}|=-3|A^{-1}+B^{-1}|$$

$$\xrightarrow{|A^{-1}+B^{-1}|\neq 0}|AB|=-3\Rightarrow|A||B|=-3$$

از طرفی $|A|+|B|=2$، پس مقادیر $|A|$ و $|B|$ ریشه‌های معادلهٔ درجه دوم زیر هستند:

$$x^2-2x-3=0\Rightarrow(x-3)(x+1)=0$$

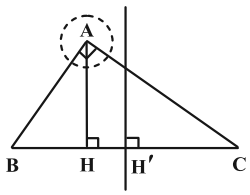
$$\Rightarrow\begin{cases}x=3\\ x=-1\end{cases}\Rightarrow\frac{1}{|A|}+\frac{1}{|B|}=\frac{1}{3}+\frac{1}{-1}=-\frac{2}{3}$$

(هندسه ۳- ماتریس و کاربردها؛ صفحه‌های ۲۲ تا ۳۱)

۲۶- **گزینهٔ «۴»** *(عباس الهی)*

می‌دانیم مکان هندسی نقاطی که از دو سر پاره‌خط BC به یک فاصله‌اند، همان عمودمنصف پاره‌خط BC است. پس با توجه به شکل داریم:

سنجش کلاد
www.SanjeshCloud.ir
T.me/SanjeshClouds



$BC^2 = 6^2 + 8^2 = 100 \Rightarrow BC = 10$ (فیثاغورس)

$AB^2 = BH \times BC$ (روابط طولی در مثلث قائم‌الزاویه ABC)

$\Rightarrow 6^2 = BH \times 10 \Rightarrow BH = \frac{36}{10} = 3/6$

در نتیجه: $HH' = BH' - BH = 5 - 3/6 = 1/4$

از طرفی مکان هندسی نقاطی از صفحه که به فاصلهٔ ۱ واحد از A هستند روی دایره‌ای به مرکز A و به شعاع ۱ قرار دارند که چون $HH' > 1$، پس مطابق شکل، دایره با عمودمنصف ضلع BC هیچ نقطهٔ مشترکی ندارد.

(هندسه ۳- آشنایی با مقاطع مخروطی؛ صفحه‌های ۳۶ تا ۳۹)

۲۷- **گزینهٔ «۳»** *(علی ایمانی)*

اگر $x^2 + y^2 + ax + by + c = 0$ معادلهٔ گستردهٔ دایره باشد، آن‌گاه مختصات نقاط داده شده را در آن جای‌گذاری می‌کنیم:

$$A(1,1) \Rightarrow 1+1+a+b+c=0 \quad (1)$$

$$\left.\begin{array}{l} B(-1,0) \Rightarrow 1+0-a+0+c=0 \Rightarrow a = 1+c \\ C(0,1) \Rightarrow 0+1+0+b+c=0 \Rightarrow b = -c-1 \end{array}\right\}$$

$$\xrightarrow{(1)} 2+1+c-c-1+c=0 \Rightarrow c=-2$$

$$\Rightarrow a=-1 \ , \ b=1$$

در نتیجه، شعاع دایره برابر می‌شود با:

$$R = \frac{1}{2}\sqrt{a^2+b^2-4c} = \frac{1}{2}\sqrt{1+1+8} = \frac{1}{2}\sqrt{10}$$

$$\Rightarrow \text{مساحت دایره} : S = \pi R^2 = \frac{\pi(10)}{4} = \frac{5\pi}{2}$$

(هندسه ۳- آشنایی با مقاطع مخروطی؛ صفحه‌های ۴۱ و ۴۲)

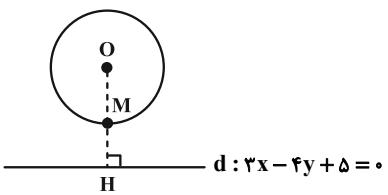
۲۸- **گزینهٔ «۴»** *(هومن عقیلی)*

مسیر حرکت، معادلهٔ یک دایره با مشخصات زیر است:

$$\begin{cases} \text{مرکز دایره} : O\left(\frac{-(-4)}{2}, \frac{-2}{2}\right) = (2,-1) \\ \text{شعاع دایره} : R = \frac{1}{2}\sqrt{(-4)^2+2^2-4(4)} = 1 \end{cases}$$

فاصلهٔ O از خط مورد نظر برابر است با:

$$OH = \frac{|6+4+5|}{\sqrt{9+16}} = \frac{15}{5} = 3$$



چون $OH > R$، پس خط و دایره متخارج‌اند و کمترین فاصلهٔ نقاط دایره از خط d برابر می‌شود با:

$$\min : MH = OH - R = 3 - 1 = 2$$ فاصلهٔ دایره تا خط d

(هندسه ۳- آشنایی با مقاطع مخروطی؛ صفحه‌های ۴۰ تا ۴۵)

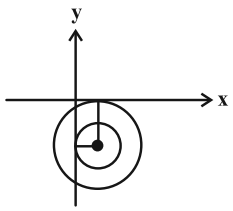
۲۹- **گزینهٔ «۲»** *(افشین خاصه‌خان)*

ابتدا معادلهٔ دایره را به فرم استاندارد می‌نویسیم:

$$(x-\frac{3}{2})^2 + (y+\frac{5}{2})^2 = \underbrace{\frac{21}{2} - a}_{R^2}$$

$$\text{مرکزدایره} : O'(\frac{3}{2}, -\frac{5}{2})$$

اگر بخواهیم این دایره بر یکی از محورهای مختصات مماس باشد باید شعاع آن برابر $\frac{3}{2}$ یا $\frac{5}{2}$ باشد:



$$\begin{cases} \frac{21}{2} - a = (\frac{3}{2})^2 \Rightarrow a = \frac{42}{4} - \frac{9}{4} = \frac{33}{4} \\ \frac{21}{2} - a = (\frac{5}{2})^2 \Rightarrow a = \frac{42}{4} - \frac{25}{4} = \frac{17}{4} \end{cases}$$

$$\Rightarrow a_1 + a_2 = \frac{33}{4} + \frac{17}{4} = 12/5$$

(هندسه ۳- آشنایی با مقاطع مخروطی؛ صفحه‌های ۴۰ تا ۴۶)

۳۰- **گزینهٔ «۱»** *(سوگند روشنی)*

مرکز دایره روی خط $y + x + 1 = 0$ است. در نتیجه می‌توان مرکز را به صورت $O(\alpha, -\alpha - 1)$ درنظر گرفت. از آنجا که دایره بر محور xها مماس است، باید قدرمطلق عرضِ مرکز دایره، برابر شعاع دایره باشد:

$$|-\alpha-1| = 2 \Rightarrow \begin{cases} -\alpha-1=2 \Rightarrow \alpha=-3 \Rightarrow O(-3,2) & \text{غ ق ق} \\ -\alpha-1=-2 \Rightarrow \alpha=1 \Rightarrow O(1,-2) & \text{ق ق} \end{cases}$$

معادلهٔ دایره به صورت $(x-1)^2 + (y+2)^2 = 4$ است. تقاطع دایره با محور yها را به دست می‌آوریم:

$$x=0 \Rightarrow 1 + (y+2)^2 = 4 \Rightarrow (y+2)^2 = 3$$

$$\Rightarrow \begin{cases} y+2 = \sqrt{3} \Rightarrow y_1 = -2+\sqrt{3} \\ y+2 = -\sqrt{3} \Rightarrow y_2 = -2-\sqrt{3} \end{cases}$$

طول وتر مورد نظر برابر است با: $|y_1 - y_2| = 2\sqrt{3}$

(هندسه ۳- آشنایی با مقاطع مخروطی؛ صفحه‌های ۴۰ تا ۴۶)

سنجش کلاد
www.SanjeshCloud.ir
T.me/SanjeshClouds

ریاضیات گسسته

۳۱- **گزینهٔ «۴»** *(نیما مهندس)*

اولاً می‌دانیم کلیهٔ اعداد مجموعهٔ $\{۱, ۲, ..., p-۱\}$ نسبت به p اول هستند، زیرا نمی‌توانند عامل p را داشته باشند. (p هم که تجزیه‌پذیر نیست)

ثانیاً می‌دانیم مجموع این اعداد برابر $۱+۲+...+(p-۱)=\frac{(p-۱)p}{۲}$ خواهد بود. چون حاصل این مجموع عددی سه رقمی است لذا باید $p<۴۶$ باشد. ضمناً $\overline{aaa}$ را می‌توان به صورت $۱۱۱\times a$ نوشت و چون ۱۱۱ بر ۳۷ بخش‌پذیر است، پس p یا $(p-۱)$ باید مضرب ۳۷ باشند. از اینجا با توجه به $p<۴۶$، دو مقدار ۳۷ و ۳۸ برای p به دست می‌آید که چون p اول است، ۳۸ قابل قبول نیست. پس $p=۳۷$ و داریم:

$$\frac{۳۶\times ۳۷}{۲}=۳\times ۳۷\times a \Rightarrow a=۶ \Rightarrow p+a=۳۷+۶=۴۳$$

(ریاضیات گسسته- آشنایی با نظریهٔ اعداد: صفحه‌های ۱۲ تا ۱۴)

۳۲- **گزینهٔ «۲»** *(مصطفی دیداری)*

ابتدا به دنبال توانی از عدد ۵ می‌رویم که به پیمانهٔ ۱۱ با ۱ یا (۱-) همنهشت است:

$$۵^{۲}\overset{۱۱}{\equiv}۲۵\overset{۱۱}{\equiv}۳ \xrightarrow{\text{به توان ۲}} ۵^{۴}\overset{۱۱}{\equiv}۹\overset{۱۱}{\equiv}-۲ \xrightarrow{\times ۵} ۵^{۵}\overset{۱۱}{\equiv}-۱۰\overset{۱۱}{\equiv}۱$$

$$\xrightarrow{\text{توان ۷}} ۵^{۳۵}\overset{۱۱}{\equiv}۱ \xrightarrow{\times ۵^{۲}} ۵^{۳۷}\overset{۱۱}{\equiv}۲۵\overset{۱۱}{\equiv}۳$$

حال توانی از عدد ۹ را می‌یابیم که به پیمانهٔ ۱۱ با ۱ یا (۱-) همنهشت است:

$$۹\overset{۱۱}{\equiv}-۲ \xrightarrow{\text{به توان ۵}} ۹^{۵}\overset{۱۱}{\equiv}-۳۲\overset{۱۱}{\equiv}۱$$

$$\xrightarrow{\text{به توان ۷}} ۹^{۳۵}\overset{۱۱}{\equiv}۱ \xrightarrow{\times ۹^{۲}} ۹^{۳۷}\overset{۱۱}{\equiv}(-۲)^{۲}\overset{۱۱}{\equiv}۴$$

در نتیجه: $۵^{۳۷}+۹^{۳۷}\overset{۱۱}{\equiv}۳+۴=۷$

پس باقی ماندهٔ تقسیم برابر با ۷ است.

(ریاضیات گسسته- آشنایی با نظریهٔ اعداد: صفحه‌های ۱۸ تا ۲۲)

۳۳- **گزینهٔ «۳»** *(کیوان دارابی)*

فرض می‌کنیم ب.م.م دو عدد $۳a+۴$ و $۴a+۳$ برابر d باشد، در این صورت:

$$\begin{cases} d \mid ۳a+۴ \Rightarrow d \mid ۱۲a+۱۶ \\ d \mid ۴a+۳ \Rightarrow d \mid ۱۲a+۹ \end{cases} \xrightarrow{\text{تفاضل}} d \mid ۷ \xrightarrow{d>۰} d=۱ \text{ یا } ۷$$

اگر $d=۷$، آن‌گاه: $۷ \mid ۳a+۴ \Rightarrow ۳a+۴\overset{۷}{\equiv}۰$

$$\Rightarrow ۳a\overset{۷}{\equiv}-۴\overset{۷}{\equiv}۳ \xrightarrow{+۳} a\overset{۷}{\equiv}۱ \Rightarrow a=۷k+۱$$

حال باید: $۹ \le ۷k+۱ \le ۲۸ \Rightarrow ۸ \le ۷k \le ۲۷$

$$\Rightarrow ۲ \le k \le ۳ \Rightarrow \text{تعداد}=۲$$

بنابراین فقط به ازای ۲ مقدار برای a، ب.م.م دو عدد $۳a+۴$ و $۴a+۳$ برابر ۷ می‌شود و در ۱۸ مقدار دیگر a، دو عدد فوق نسبت به هم اول هستند و احتمال مورد نظر برابر می‌شود با:

$$P(A)=\frac{n(A)}{n(S)}=\frac{۱۸}{۲۰}=\frac{۹}{۱۰}$$

(ریاضیات گسسته- آشنایی با نظریهٔ اعداد: صفحه‌های ۱۳، ۱۴ و ۱۸ تا ۲۲)

۳۴- **گزینهٔ «۳»** *(علیرضا شریف‌فطیبی)*

طبق فرض، تقسیم مورد نظر به صورت زیر است:

$$a=۳۱۹q+q^{۲} \xrightarrow{۰\le r<b} ۰ \le q^{۲}<۳۱۹ \xrightarrow{a\in\mathbb{N}} ۱ \le q \le ۱۷$$

$$\begin{cases} a=۳۱۹q+q^{۲} \\ \text{فرض}: a=۷k \end{cases} \Rightarrow ۷k=۳۱۹q+q^{۲}$$

$$\xrightarrow{\text{پیمانهٔ ۷}} ۰\overset{۷}{\equiv}۴q+q^{۲} \Rightarrow q(q+۴)\overset{۷}{\equiv}۰$$

$$\Rightarrow \begin{cases} q\overset{۷}{\equiv}۰ \Rightarrow q=۷t \\ \text{یا} \\ q+۴\overset{۷}{\equiv}۰ \Rightarrow q\overset{۷}{\equiv}-۴\overset{۷}{\equiv}۳ \Rightarrow q=۷t+۳ \end{cases}$$

چون $۱ \le q \le ۱۷$، پس پنج عدد ۷ ، ۱۴ ، ۳ ، ۱۰ ، ۱۷ قابل قبول هستند.

(ریاضیات گسسته- آشنایی با نظریهٔ اعداد: صفحه‌های ۱۴، ۱۵ و ۱۸ تا ۲۲)

۳۵- **گزینهٔ «۴»** *(احمدرضا فلاح)*

طبق فرض داریم:

$$\begin{cases} A=\overline{xyxy}\overset{۹}{\equiv}۴\overset{۹}{\equiv}-۱۴ \\ A=\overline{xyxy}\overset{۱۱}{\equiv}۸\overset{۱۱}{\equiv}-۱۴ \end{cases} \xrightarrow{[۹,۱۱]=۹۹} \overline{xyxy}\overset{۹۹}{\equiv}-۱۴$$

$$\Rightarrow \overline{xy}+۱۰۰\overline{xy}\overset{۹۹}{\equiv}-۱۴ \xrightarrow{۱۰۰\overset{۹۹}{\equiv}۱} ۲\overline{xy}\overset{۹۹}{\equiv}-۱۴$$

$$\xrightarrow[(۲,۹۹)=۱]{+۲} \overline{xy}\overset{۹۹}{\equiv}-۷ \Rightarrow \overline{xy}=۹۹k-۷$$

عدد $\overline{xy}$ به ازای $k=۱$ برابر ۹۲ می‌شود که تنها مقدار قابل قبول است و در نتیجه: $x=۹, y=۲ \Rightarrow x^{y}=۹^{۲}=۸۱$

(ریاضیات گسسته- آشنایی با نظریهٔ اعداد: صفحه‌های ۱۸ تا ۲۳)

۳۶- **گزینهٔ «۱»** *(افشین خاصه‌خان)*

می‌دانیم معادلهٔ سیالهٔ $ax+by=c$ زمانی در $\mathbb{Z}$ دارای جواب است که $(a,b) \mid c$؛ پس اعداد دو رقمی a را طوری پیدا می‌کنیم که $(a,۶) \nmid ۲۲$ یعنی $(a,۶)$ نباید یکی از مقسوم‌علیه‌های ۲۲ شود.

مقسوم‌علیه‌های طبیعی ۲۲: $(۱, ۲, ۱۱, ۲۲)$

سنجش کلاد
www.SanjeshCloud.ir
T.me/SanjeshClouds

با توجه به تجزیهٔ $۳\times۲=۶$، عبارت‌های $(a\ ,\ ۶)=۳$ و $(a\ ,\ ۶)=۶$ قابل قبول‌اند که در آن صورت $a=۳k$ خواهد بود.

$a\in\{۱۲\ ,\ ۱۵\ ,\ ۱۸\ ,\ ...\ ۹۹\}\Rightarrow$ تعداد $:n=۳۰$ (دو رقمی)

(ریاضیات گسسته- آشنایی با نظریهٔ اعداد؛ صفحه‌های ۲۴ تا ۳۰)

۳۷- **گزینهٔ «۱»** *(نیلوفر مهروی)*

مرتبهٔ G برابر ۱۱ است. اندازهٔ G را به دست می‌آوریم:

$$\sum deg(v_i)=۲q\Rightarrow ۷+۷(۳)+۳(۲)=۲q$$

$$\Rightarrow ۳۴=۲q\Rightarrow q=۱۷$$

بزرگ‌ترین درجهٔ گراف G برابر ۷ است پس برای آن‌که گراف G منتظم شود باید درجهٔ هر رأس بزرگ‌تر یا مساوی ۷ باشد $(r\geq ۷)$؛ اما می‌دانیم گراف «فرد- منتظم» از مرتبهٔ فرد وجود ندارد، پس $r\geq ۸$ قابل قبول است. از طرفی باید حداقل تعداد یال را به گراف G اضافه کنیم تا منتظم شود. لذا $r=۸$ را در نظر می‌گیریم. تعداد یال‌های گراف ۸- منتظم از مرتبهٔ ۱۱ برابر است با:

$$rp=۲q\Rightarrow ۸\times۱۱=۲q\Rightarrow q=۴۴$$

در نتیجه باید حداقل $۴۴-۱۷=۲۷$ یال به گراف G اضافه کنیم تا به گرافی منتظم تبدیل شود.

(ریاضیات گسسته- گراف و مدل‌سازی؛ صفحه‌های ۳۵ تا ۴۰)

۳۸- **گزینهٔ «۳»** *(افشین خاصه‌خان)*

مسیرهای مورد نظر به صورت زیر هستند:

مسیر به طول ۱ : $v_۱v_۵$

مسیرهای به طول ۲ : $v_۱v_۳v_۵$

مسیرهای به طول ۳ : $v_۱v_۳v_۴v_۵\ ,\ v_۱v_۲v_۳v_۵$

مسیر به طول ۴ : $v_۱v_۲v_۳v_۴v_۵$

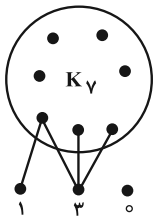
در مجموع ۵ مسیر مطلوب است.

(ریاضیات گسسته- گراف و مدل‌سازی؛ صفحهٔ ۳۸)

۳۹- **گزینهٔ «۲»** *(علیرضا شریف‌طیبی)*

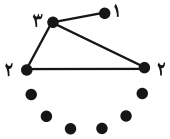
برای حداکثر شدن اندازهٔ گراف، ابتدا سه رأس را کنار گذاشته و با هفت رأس دیگر، گراف کامل درست می‌کنیم. سپس یک رأس بیرون را به یکی از هفت رأسی که گراف کامل ساختیم وصل می‌کنیم و سپس از آن رأس دومی که بیرون قرار گرفته بود به ۳ رأس از هفت رأس گراف کامل وصل می‌کنیم که در این وضعیت، حداکثر اندازه برابر است با:

$$q_{max}=\binom{۷}{۲}+۳+۱=۲۵$$



برای شمارش حداقل اندازهٔ گراف، کافی است یک رأس از درجهٔ ۳ داشته باشیم. در این وضعیت سه رأس از درجهٔ ۱ داریم و برای آن‌که فقط یک رأس از درجهٔ ۱ داشته باشیم، کافی است دو تا از رأس‌های درجهٔ ۱ را به هم وصل کنیم، پس:

$$q_{min}=۳+۱=۴$$



در نتیجه:

$$q_{max}-q_{min}=۲۵-۴=۲۱$$

(ریاضیات گسسته- گراف و مدل‌سازی؛ صفحه‌های ۳۷ تا ۴۰)

۴۰- **گزینهٔ «۲»** *(کیوان دارابی)*

برای سادگی از نمادهای Δ' و δ' برای گراف مکمل استفاده می‌کنیم. طبق فرض داریم:

$$\begin{cases}\Delta+\delta=۱۱\\ \Delta'+\Delta=۱۸\end{cases}$$

از طرفی می‌دانیم:

$$\Delta+\delta'=\Delta'+\delta=p-۱$$

بنابراین:

$$\Delta'+\Delta=(p-۱)-\delta+\Delta=۱۸\xrightarrow{p=۱۴}\Delta-\delta=۱۸-۱۳=۵$$

$$\Rightarrow\begin{cases}\Delta+\delta=۱۱\\ \Delta-\delta=۵\end{cases}\Rightarrow\Delta=۸\ ,\ \delta=۳$$

حداکثر اندازهٔ G با شرایط $p=۱۴$، $\delta=۳$ و $\Delta=۸$ زمانی اتفاق می‌افتد که گراف ۱۲ رأس از درجهٔ $\Delta=۸$، یک رأس از درجهٔ ۷ و یک رأس از درجهٔ $\delta=۳$ داشته باشد. این گراف وجود دارد و اندازهٔ آن برابر است با:

$$۲q=۱۲\times۸+۷+۳=۱۰۶\Rightarrow q_{max}=۵۳$$

(ریاضیات گسسته- گراف و مدل‌سازی؛ صفحه‌های ۳۷ تا ۴۰)

سنجش کلاد
www.SanjeshCloud.ir
T.me/SanjeshClouds

فیزیک ۳

۴۱- **گزینهٔ «۳»** (مسعود خندانی)

به بررسی موارد می‌پردازیم:

الف)درست؛ ۲ مرتبه تغییر جهت یعنی ۲ مرتبه توقف

ب) نادرست؛ کل Δx در جهت مثبت محور x است، بنابراین طبق رابطهٔ $v_{av}=\frac{\Delta x}{\Delta t}$، سرعت متوسط هم در جهت مثبت محور x است.

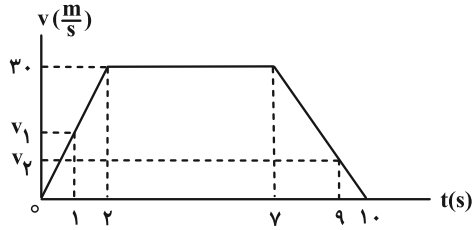
پ) درست؛ زیرا متحرک از برخی مکان‌ها بیش از یک بار عبور کرده است، بنابراین:

$$\Delta x=0 \Rightarrow v_{av}=0$$

(فیزیک ۳- حرکت بر خط راست؛ صفحه‌های ۱ تا ۸)

۴۲- **گزینهٔ «۲»** (مهران اسماعیلی)

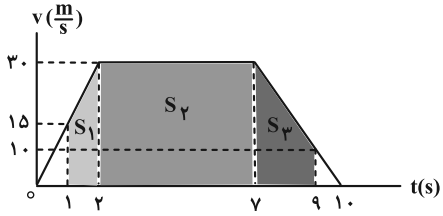
ابتدا باید سرعت متحرک را در لحظات ۱s و ۹s محاسبه کنیم. برای این منظور می‌توانیم از تشابه مثلث‌ها استفاده کنیم:



$$\frac{v_1}{30}=\frac{1}{2}\Rightarrow v_1=15\frac{m}{s}$$

$$\frac{v_2}{30}=\frac{1}{3}\Rightarrow v_2=10\frac{m}{s}$$

برای محاسبهٔ سرعت متوسط در بازهٔ زمانی ۱s تا ۹s لازم است جابه‌جایی متحرک را در بازهٔ فوق محاسبه کنیم که برای این منظور از سطح زیر نمودار سرعت- زمان استفاده می‌کنیم:



$$\Delta x=S_1+S_2+S_3=(\frac{15+30}{2})\times1+(5\times30)+(\frac{10+30}{2})\times2=212/5\,m$$

$$v_{av}=\frac{\Delta x}{\Delta t}\xrightarrow{\Delta x=212/5\,m,\ \Delta t=8s} v_{av}=\frac{212/5}{8}\frac{m}{s}$$

با داشتن v_1 و v_2 می‌توانیم شتاب متوسط متحرک را در بازهٔ زمانی ۱s تا ۹s به دست آوریم:

$$a_{av}=\frac{\Delta v}{\Delta t}=\frac{v_2-v_1}{t_2-t_1}=\frac{10-15}{9-1}=-\frac{5}{8}\frac{m}{s^2}$$

$$\frac{v_{av}}{|a_{av}|}=\frac{\frac{212/5}{8}}{\frac{5}{8}}=\frac{212/5}{5}=42/5$$

(فیزیک ۳- حرکت بر خط راست؛ صفحه‌های ۵ تا ۱۳)

۴۳- **گزینهٔ «۳»** (بهنام شاهینی)

ابتدا مکان متحرک را در لحظه‌های $t=0$ و $t=5s$ به‌دست می‌آوریم:

$$t=0\ :\ x_1=3-\cos(\frac{\pi}{2}\times0)=3-1=2m$$

$$\Rightarrow \vec{x}_1=2\vec{i}(m)$$

$$t=5s\ :\ x_2=3-\cos(\frac{\pi}{2}\times5)=3-0=3m$$

$$\Rightarrow \vec{x}_2=3\vec{i}(m)$$

$$\vec{d}=\vec{x}_2-\vec{x}_1=3\vec{i}-2\vec{i}=1\vec{i}=\vec{i}$$

(فیزیک ۳- حرکت بر خط راست؛ صفحه‌های ۲ تا ۶)

۴۴- **گزینهٔ «۱»** (محمود منصوری)

با توجه به نمودار مکان- زمان، هر دو متحرک دارای سرعت ثابت می‌باشند، پس ابتدا سرعت آن‌ها را به دست می‌آوریم:

$$v_B=\frac{0-(-8)}{2}=4\frac{m}{s}\quad ،\quad v_A=\frac{0-10}{5}=-2\frac{m}{s}$$

بنابراین معادلهٔ مکان- زمان این دو متحرک برابر است با:

$$\Rightarrow x_A=v_At+x_{0A}=-2t+10$$

$$x_B=v_Bt+x_{0B}=4t-8$$

حال لحظه‌ای را که فاصلهٔ دو متحرک از یکدیگر برابر با ۴۲ متر می‌شود، می‌یابیم:

$$x_B-x_A=42\Rightarrow(4t-8)-(-2t+10)=42\Rightarrow t=10s$$

(فیزیک ۳- حرکت بر خط راست؛ صفحه‌های ۱۳ تا ۱۵)

۴۵- **گزینهٔ «۳»** (عبدالرضا امینی‌نسب)

بازهٔ زمانی که متحرک به صورت تندشونده به مبدأ نزدیک می‌شود، بازهٔ زمانی ۲s تا t ثانیه است که به کمک رابطهٔ سرعت متوسط، زمان t را محاسبه می‌کنیم و داریم:

$$v_{av}=\frac{\Delta x}{\Delta t}\Rightarrow-15=\frac{0-15}{t-2}\Rightarrow t-2=1\Rightarrow t=3s$$

اکنون تندی متوسط متحرک را در مدت زمان ۳s باید محاسبه کنیم و داریم:

$$s_{av}=\frac{|d_1|+|d_2|}{3-0}=\frac{|(15-10)|+|(0-15)|}{3-0}=\frac{20}{3}\frac{m}{s}$$

(فیزیک ۳- حرکت بر خط راست؛ صفحه‌های ۲ تا ۹)

۴۶- **گزینهٔ «۲»** (مهران اسماعیلی)

اگر اتومبیل قسمت اول مسیر را در مدت t_1 و قسمت دوم مسیر را در مدت t_2 طی کند، داریم:

$$d_1+d_2=176\xrightarrow[d_2=v_2t_2]{d_1=v_1t_1} v_1t_1+v_2t_2=176$$

$$\xrightarrow[v_2=80\frac{km}{h}]{v_1=100\frac{km}{h}} 100t_1+80t_2=176 \qquad (1)$$

سنجش کلاد
www.SanjeshCloud.ir
T.me/SanjeshClouds

از طرفی کل زمان حرکت اتومبیل ۲ ساعت است، پس می‌توان نوشت:

$$t_1 + t_2 = 2 \qquad (2)$$

حال با حل دستگاه دو معادله دو مجهول (۱) و (۲) می‌توان t_1 و t_2 را محاسبه کرد:

$$\begin{cases} 100t_1 + 80t_2 = 176 \\ t_1 + t_2 = 2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 100t_1 + 80t_2 = 176 \\ -80t_1 - 80t_2 = -160 \end{cases}$$

$$\Rightarrow 20t_1 = 16 \Rightarrow t_1 = 0/8\,h = 48\,min$$

(فیزیک ۳- حرکت بر خط راست؛ صفحه‌های ۱۳ و ۱۴)

۴۷- **گزینهٔ «۴»** *(بهنام شاهینی)*

معادلهٔ مکان- زمان متحرکی که نمودار مکان- زمان آن سهمی است و با شتاب ثابت حرکت می‌کند، به صورت زیر است:

$$x = \frac{1}{2}at^2 + v_0 t + x_0$$

با توجه به نمودار، $x_0 = 20\,m$ بوده و مکان متحرک در لحظات $t = 4\,s$ و $t = 6\,s$ برابر صفر است.

$$t = 4s : \ \frac{1}{2}a(4)^2 + v_0(4) + 20 = 0$$

$$\Rightarrow 8a + 4v_0 = -20 \qquad (I)$$

$$t = 6s : \ \frac{1}{2}a(6)^2 + v_0(6) + 20 = 0$$

$$\Rightarrow 18a + 6v_0 = -20 \qquad (II)$$

$$\xrightarrow{(I),(II)} \begin{cases} a = \frac{5}{3}\frac{m}{s^2} \\ v_0 = -\frac{25}{3}\frac{m}{s} \end{cases}$$

معادلهٔ سرعت متحرک مطابق زیر است:

$$v = at + v_0 \xrightarrow[v_0 = -\frac{25}{3}\frac{m}{s}]{a = \frac{5}{3}\frac{m}{s^2}} v = \frac{5}{3}t - \frac{25}{3}$$

$$t = 2s \Rightarrow v_{t=2s} = \frac{5}{3}(2) - \frac{25}{3} = -5\frac{m}{s}$$

(فیزیک ۳- حرکت بر خط راست؛ صفحه‌های ۱۵ تا ۱۸)

۴۸- **گزینهٔ «۱»** *(علیرضا جباری)*

چون حرکت با شتاب ثابت است، سرعت متوسط در چهار ثانیهٔ اول برابر با سرعت در لحظهٔ میانی یعنی $t_1 = 2\,s$ است، بنابراین می‌توان نوشت:

$$v_{2s} = v_{av(0,4s)} = \frac{\Delta x_1}{\Delta t_1} = \frac{-24\vec{i}}{4} = (-6\frac{m}{s})\vec{i}$$

همچنین سرعت متوسط در سه ثانیهٔ دوم برابر با سرعت در لحظهٔ میانی سه ثانیهٔ دوم یعنی $t_2 = 4/5\,s$ است:

$$v_{4/5s} = v_{av(3s,6s)} = \frac{\Delta x_2}{\Delta t_2} = \frac{-78\vec{i}}{6-3} = (-26\frac{m}{s})\vec{i}$$

اکنون می‌توانیم شتاب متحرک را به دست آوریم:

$$a = a_{av} = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{v_{4/5s} - v_{2s}}{4/5 - 2} = \frac{-26\vec{i} - (-6\vec{i})}{2/5}$$

$$= \frac{-20\vec{i}}{2/5} = (-8\frac{m}{s^2})\vec{i} \Rightarrow |a| = 8\frac{m}{s^2}$$

(فیزیک ۳- حرکت بر خط راست؛ صفحه‌های ۱۵ تا ۲۱)

۴۹- **گزینهٔ «۲»** *(مصطفی کیانی)*

اگر فرض کنیم، خودروها در لحظهٔ t' به هم رسیده باشند، در این لحظه جابه‌جایی آن‌ها با هم برابر است. با توجه به این‌که مساحت سطح محصور بین نمودار سرعت- زمان و محور زمان برابر جابه‌جایی متحرک است، مساحت سطح محصور بین نمودار $v-t$ و محور t را با هم مساوی قرار می‌دهیم. دقت کنید، برای هر دو خودرو مساحت زیر نمودار به صورت ذوزنقه است. (با فرض $t' > 10\,s$):

$$\Delta x_A = \Delta x_B \Rightarrow \frac{t' + (t'-4)}{2} \times v_1 = \frac{t' + (t'-10)}{2} \times v_2$$

$$\Rightarrow (2t'-4)v_1 = (2t'-10)v_2 \Rightarrow \frac{v_2}{v_1} = \frac{2t'-4}{2t'-10} \qquad (1)$$

از طرف دیگر، در لحظهٔ $t = 8\,s$، سرعت دو خودرو با هم برابر است. یعنی سرعت خودروی B برابر v_1 است. بنابراین با توجه به این‌که شتاب خودروی B در بازهٔ ۰ تا $10\,s$ برابر $a_B = \frac{v_2 - 0}{10} = \frac{v_2}{10}$ است، می‌توان نوشت:

$$v_B = a_B t + v_{0B} \xrightarrow[v_B = v_1]{t=8s,\ v_{0B}=0} v_1 = \frac{v_2}{10} \times 8 + 0$$

$$\Rightarrow \frac{v_2}{v_1} = \frac{10}{8} = \frac{5}{4} \qquad (2)$$

اکنون با استفاده از رابطه‌های (۱) و (۲)، t' را می‌یابیم:

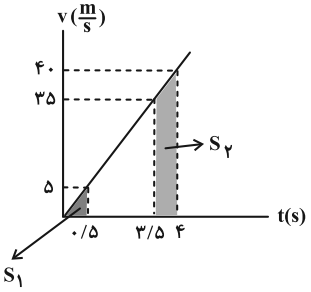
$$\xrightarrow{(1),(2)} \frac{2t'-4}{2t'-10} = \frac{5}{4} \Rightarrow 8t' - 16 = 10t' - 50$$

$$\Rightarrow 2t' = 34 \Rightarrow t' = 17\,s$$

(فیزیک ۳- حرکت بر خط راست؛ صفحه‌های ۱۵ تا ۲۱)

۵۰- **گزینهٔ «۴»** *(محسن سلماسی‌ونر)*

با توجه به این‌که جسم از ارتفاع ۸۰ متری رها شده است، در مدت ۴ ثانیه به زمین می‌رسد و به سرعت آن در هر ثانیه $10\frac{m}{s}$ اضافه می‌شود، پس داریم:



سنجش کلاد
www.SanjeshCloud.ir
T.me/SanjeshClouds

$$h=\frac{1}{2}gt^2 \Rightarrow 80=\frac{1}{2}\times 10\times t^2 \Rightarrow t=4s$$

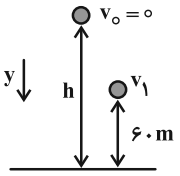
برای مسافت طی شده، مساحت زیر نمودار $v-t$ را با فرض جهت مثبت برای حرکت رو به پایین، حساب می‌کنیم:

$$\frac{S_2}{S_1}=\frac{\frac{(35+40)\times 0/5}{2}}{\frac{0/5\times 5}{2}}=\frac{75}{5}=15$$

(فیزیک ۳- حرکت بر خط راست؛ صفحه‌های ۲۱ تا ۲۴)

۵۱- **گزینهٔ «۱»** *(زهره آقامحمدی)*

روش اول: با انتخاب جهت مثبت به طرف پایین، ابتدا با نوشتن معادلهٔ مکان- زمان، تندی v_1 را محاسبه می‌کنیم:



$$\Delta y=\frac{1}{2}gt^2+v_1t \qquad (1)$$

$$v_{av}=\frac{\Delta y}{\Delta t}\xrightarrow{(1)} v_{av}=\frac{1}{2}gt+v_1$$

$$\xrightarrow[g=10\frac{m}{s^2},\ t=2s]{v_{av}=30\frac{m}{s}} 30=\frac{1}{2}\times 10\times 2+v_1 \Rightarrow v_1=20\frac{m}{s}$$

اکنون با استفاده از معادلهٔ سرعت- جابه‌جایی در قسمت اول حرکت، داریم:

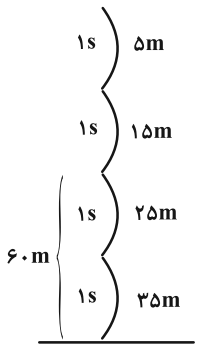
$$v_1^2-v_0^2=2g(h-30\times 2) \Rightarrow 400=2\times 10\times(h-60)$$
$$\Rightarrow h-60=20 \Rightarrow h=80m$$

اکنون تندی متحرک در ارتفاع $\frac{1}{4}h=20m$ را محاسبه می‌کنیم:

$$v^2-v_0^2=2g\Delta y \xrightarrow{\Delta y=80-20=60m}$$

$$v^2=20\times 60 \Rightarrow v^2=1200 \Rightarrow v=20\sqrt{3}\frac{m}{s}$$

روش دوم: اندازهٔ جابه‌جایی‌های گلوله در یک ثانیه‌های متوالی در سقوط آزاد و با فرض $g=10\frac{m}{s^2}$ به صورت زیر است:



با توجه به شکل، مشخص است که ارتفاع h برابر $80m$ و مدت زمان رسیدن گلوله به زمین برابر $4s$ است. در نتیجه تندی گلوله در ارتفاع $20m$ از سطح زمین برابر است با:

$$v^2=2g\Delta y=20\times 60=1200 \Rightarrow v=20\sqrt{3}\frac{m}{s}$$

(فیزیک ۳- حرکت بر خط راست؛ صفحه‌های ۲۱ تا ۲۴)

۵۲- **گزینهٔ «۴»** *(محمود منصوری)*

از طرف شخص، دیوار و زمین بر فنر نیرو وارد می‌شود، پس فنر نیز طبق قانون سوم نیوتون بر هر سه نیروی عکس‌العمل وارد می‌کند.

(فیزیک ۳- دینامیک و حرکت دایره‌ای؛ صفحه‌های ۳۱ و ۳۴)

۵۳- **گزینهٔ «۲»** *(علیرضا جباری)*

وقتی چترباز به تندی حدی می‌رسد، $f_D=mg$ می‌شود، چه در حالتی که چتر باز شده و چه در حالتی که بسته باشد. از آنجا که وزن چترباز و چتر او در هر دو حالت یکسان است، بنابراین داریم: $f_D=f'_D=mg$

توجه داشته باشید که m جرم چترباز و چتر او است. بنابراین گزینه‌های ۱ و ۴ رد می‌شوند. از طرفی نیروی مقاومت هوا به مساحت سطح جسم و تندی آن بستگی دارد. وقتی چترباز چتر خود را باز می‌کند، مساحت سطح مؤثر در مقابل هوا به مقدار قابل توجهی افزایش می‌یابد. بنابراین برای ثابت ماندن نیروی f_D باید تندی چترباز کاهش پیدا کند، یعنی $v'<v$ باشد؛ بنابراین گزینهٔ «۲» درست است.

(فیزیک ۳- دینامیک و حرکت دایره‌ای؛ صفحه‌های ۳۶ و ۳۷)

۵۴- **گزینهٔ «۱»** *(مسعود خدرانی)*

بعد از پاره شدن نخ، داریم:

$$v^2-v_0^2=2a\Delta x \Rightarrow 0^2-10^2=2a(50) \Rightarrow a=-1\frac{m}{s^2}$$

بعد از پاره شدن نخ فقط نیروی اصطکاک بر جسم وارد می‌شود:

$$0-f_k=ma \Rightarrow -f_k=2(-1) \Rightarrow f_k=2N$$

قانون دوم نیوتون را برای قبل از پاره شدن نخ می‌نویسیم:

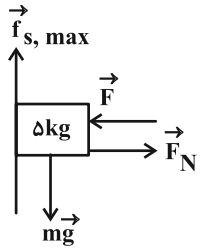
$$T-f_k=ma \Rightarrow T-2=8 \Rightarrow T=10N$$

(فیزیک ۳- دینامیک و حرکت دایره‌ای؛ صفحه‌های ۳۹ تا ۴۵)

۵۵- **گزینهٔ «۲»** *(عبدالرضا امینی‌نسب)*

توجه شود که حداقل نیروی F در حالتی است که جسم در آستانهٔ حرکت باشد. با رسم نیروهای وارد بر جسم و نوشتن قانون دوم نیوتون در راستای افقی و قائم داریم:

سنجش کلاد
www.SanjeshCloud.ir
T.me/SanjeshClouds



$$(F_{net})_x = ۰ \Rightarrow F = F_N$$

$$(F_{net})_y = ma \Rightarrow mg - f_{s,max} = ma$$

$$\Rightarrow f_{s,max} = m(g-a) = ۵(۱۰-۲) = ۴۰\,N$$

آن‌گاه داریم:

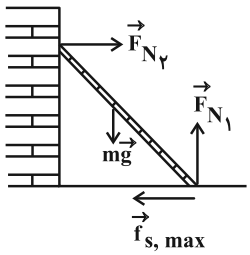
$$f_{s,max} = \mu_s F_N \Rightarrow ۴۰ = ۰/۵ \times F_N$$

$$\Rightarrow F_N = \frac{۴۰}{۰/۵} = ۸۰\,N \Rightarrow F = ۸۰\,N$$

(فیزیک ۳- دینامیک و حرکت دایره‌ای؛ صفحه‌های ۳۷ تا ۴۳)

۵۶- **گزینهٔ «۲»** *(علی برزگر)*

با توجه به وضعیت قرارگیری نردبان و این‌که می‌دانیم نردبان ساکن و در آستانهٔ حرکت قرار دارد، نیروهای وارد بر نردبان را رسم کرده و از قانون دوم نیوتون استفاده می‌کنیم:



$$F_{N_2} = f_{s,max} = \mu_s F_{N_1}$$

$$R_{\text{سطح افقی}} = \sqrt{F_{N_1}^2 + f_{s,max}^2} = \sqrt{F_{N_1}^2 + (\mu_s F_{N_1})^2} = F_{N_1}\sqrt{1+\mu_s^2}$$

$$R_{\text{سطح عمودی}} = F_{N_2} = \mu_s F_{N_1}$$

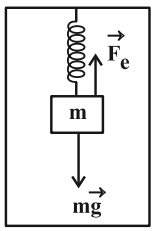
$$\frac{R_{\text{افقی}}}{R_{\text{عمودی}}} = \frac{F_{N_1}\sqrt{1+\mu_s^2}}{\mu_s F_{N_1}} = \frac{\sqrt{1+\mu_s^2}}{\mu_s}$$

$$\xrightarrow{\mu_s = ۰/۲} \frac{R_{\text{افقی}}}{R_{\text{عمودی}}} = \frac{\sqrt{۱/۰۴}}{۰/۲} = \sqrt{\frac{۱/۰۴}{۰/۰۴}} = \sqrt{\frac{۱۰۴}{۴}} = \sqrt{۲۶}$$

(فیزیک ۳- دینامیک و حرکت دایره‌ای؛ صفحه‌های ۴۰ تا ۴۶)

۵۷- **گزینهٔ «۴»** *(علیرضا جباری)*

نیروی فنر $(\vec{F}_e)$ رو به بالا و نیروی وزن $(m\vec{g})$ رو به پایین بر جسم وارد می‌شوند. بزرگی نیروی فنر را به دست می‌آوریم:



$$F_e = kx \xrightarrow[k=۱۲\frac{N}{cm}]{x=۳۰-۲۵=۵\,cm} F_e = ۱۲\times۵ = ۶۰\,N$$

به کمک قانون دوم نیوتون، شتاب حرکت آسانسور در طی این مسافت را حساب می‌کنیم:

$$F_{net} = ma \Rightarrow F_e - mg = ma$$

$$\xrightarrow[m=۵kg\ ,\ g=۱۰\frac{m}{s^2}]{F_e=۶۰N} ۶۰ - ۵\times۱۰ = ۵a \Rightarrow a = \frac{۱۰}{۵} = ۲\frac{m}{s^2}$$

از آنجا که تندی آسانسور کم شده، پس حرکت آن کندشونده است:

$$av < ۰ \xrightarrow{a>۰} v < ۰$$

سرعت آسانسور منفی است، یعنی حرکت رو به پایین دارد. در پایان، به کمک رابطهٔ سرعت- جابه‌جایی، جابه‌جایی و مسافت طی شده را پیدا می‌کنیم:

$$v_۲^2 - v_۱^2 = ۲a\Delta x \xrightarrow[a=۲\frac{m}{s^2}]{v_۲=-۱\frac{m}{s}\ ,\ v_۱=-۴\frac{m}{s}} ۱-۱۶ = ۲\times۲\Delta x$$

$$\Rightarrow \Delta x = -\frac{۱۵}{۴} = -۳/۷۵\,m \Rightarrow \ell = |\Delta x| = ۳/۷۵\,m$$

(فیزیک ۳- دینامیک و حرکت دایره‌ای؛ صفحه‌های ۳۲، ۳۳ و ۴۳)

۵۸- **گزینهٔ «۲»** *(محسن سلماسی‌وند)*

مساحت زیر نمودار $F-t$ بیانگر Δp است:

$$\Delta p = \frac{۲۰\times۱۰^۳\times۱/۵\times۱۰^{-۳}}{۲} \Rightarrow \Delta p = ۱۵\,\frac{kgm}{s}$$

$$F_{av} = \frac{\Delta p}{\Delta t} \Rightarrow F_{av} = \frac{۱۵}{(۲/۵-۱)\times۱۰^{-۳}} = ۱۰^۴\,N$$

(فیزیک ۳- دینامیک و حرکت دایره‌ای؛ صفحه‌های ۴۶ تا ۴۸)

۵۹- **گزینهٔ «۱»** *(مسعود خندانی)*

$$T = \frac{۲\pi r}{v} \xrightarrow[v=۴\frac{m}{s}]{r=۰/۵m} T = \frac{۲\times۳\times۰/۵}{۴} = ۰/۷۵\,s$$

$$\Rightarrow \frac{\Delta t}{T} = \frac{۱/۵}{۰/۷۵} = ۲ \Rightarrow \Delta t = ۲T$$

در نتیجه متحرک ۲ دور کامل می‌زند و به مکان اولیه با همان بردار سرعت می‌رسد و در واقع:

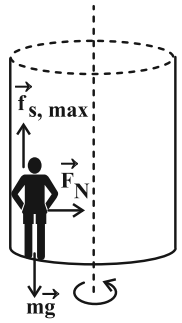
$$\Delta\vec{p} = m\Delta\vec{v} = ۰$$

(فیزیک ۳- دینامیک و حرکت دایره‌ای؛ صفحه‌های ۴۸ تا ۵۱)

۶۰- **گزینهٔ «۲»** *(مهران اسماعیلی)*

نیروی عکس‌العمل عمودی که از طرف دیوارهٔ استوانه به هر شخص وارد می‌شود همان نیروی مرکزگرا است و حداکثر دورهٔ گردش استوانه برای نلغزیدن اشخاص از روی دیوارهٔ استوانه برای وقتی است که اشخاص در آستانهٔ لغزش از روی دیوارهٔ استوانه باشند. پس نیروی اصطکاک بین اشخاص و دیوارهٔ استوانه از نوع اصطکاک ایستایی در آستانهٔ لغزش $(f_{s,max})$ است.

سنجش کلاد
www.SanjeshCloud.ir
T.me/SanjeshClouds



در راستای افقی: $F_{net}=ma \xrightarrow[a=\frac{v^2}{r}]{F_{net}=F_N} F_N=m\frac{v^2}{r}$

در راستای قائم: $f_{s,max}=mg \xrightarrow{f_{s,max}=\mu_s F_N} \mu_s F_N=mg \xrightarrow{F_N=m\frac{v^2}{r}} \mu_s(m\frac{v^2}{r})=mg \Rightarrow v^2=\frac{rg}{\mu_s}$

$$\xrightarrow[\mu_s=0/2]{r=2m\ ,\ g=10\frac{N}{kg}} v^2=\frac{2\times10}{0/2}=100 \Rightarrow v=10\frac{m}{s}$$

$$T=\frac{2\pi r}{v} \xrightarrow[v=10\frac{m}{s}]{\pi=3\ ,\ r=2m} T=\frac{2\times3\times2}{10}=1/2s$$

(فیزیک ۳- دینامیک و حرکت دایره‌ای؛ صفحه‌های ۵۱ تا ۵۳)

۶۱- **گزینهٔ «۲»** *(مسعود فندانی)*

در حرکت ماهواره به دور زمین، نیروی گرانشی بین زمین و ماهواره برابر با نیروی مرکزگرا است، بنابراین تندی چرخش ماهواره برابر است با:

$$F=ma_c \Rightarrow \frac{GM_e m}{r^2}=\frac{mv^2}{r} \Rightarrow v=\sqrt{G\frac{M_e}{r}}$$

از طرفی با توجه به رابطهٔ شتاب گرانشی در سطح زمین داریم:

$$g=G\frac{M_e}{R_e^2} \Rightarrow GM_e=gR_e^2$$

بنابراین تندی چرخش ماهواره برابر است با:

$$v=\sqrt{\frac{gR_e^2}{r}}=R_e\sqrt{\frac{g}{r}}$$

از رابطهٔ تکانه داریم: $p=mv$

$$\Rightarrow \frac{1}{4}mR_e\sqrt{\frac{g}{R_e}}=mR_e\sqrt{\frac{g}{r}} \Rightarrow \frac{1}{16R_e}=\frac{1}{r}$$

$$\Rightarrow r=16R_e \Rightarrow h+R_e=16R_e \Rightarrow h=15R_e$$

(فیزیک ۳- دینامیک و حرکت دایره‌ای؛ صفحه‌های ۵۳ تا ۵۶)

۶۲- **گزینهٔ «۲»** *(حسین الهی)*

$$g_h=G\frac{M_e}{(R_e+h)^2}\ ,\ g_0=G\frac{M_e}{R_e^2} \Rightarrow \frac{g_h}{g_0}=(\frac{R_e}{R_e+h})^2$$

(حالت اول) $\frac{g_h}{g_0}=\frac{25}{36} \Rightarrow (\frac{R_e}{R_e+h})^2=\frac{25}{36} \Rightarrow h=\frac{1}{5}R_e$

(حالت دوم) $\frac{g_h}{g_0}=(\frac{R_e}{R_e+xh})^2 \Rightarrow \frac{25}{64}=(\frac{R_e}{R_e+xh})^2$

$$\Rightarrow \frac{5}{8}=\frac{R_e}{R_e+xh} \Rightarrow 8R_e=5R_e+5xh$$

$$\Rightarrow 3R_e=5xh \xrightarrow{h=\frac{1}{5}R_e} x=3$$

(فیزیک ۳- دینامیک و حرکت دایره‌ای؛ صفحه‌های ۵۳ تا ۵۶)

۶۳- **گزینهٔ «۳»** *(امیراحمد میرسعید)*

این نوسانگر در هر نوسان کامل، مسافت $4A$ را طی می‌کند، پس می‌توان نوشت: $5(4A)=20cm \Rightarrow A=1cm$

این نوسانگر در مدت ۴ دقیقه، ۱۲۰ بار طول پاره‌خط را طی می‌کند و نوسانگر هر دو بار که طول پاره‌خط را طی می‌کند، یک نوسان کامل انجام می‌دهد، پس تعداد نوسانات در مدت ۴ دقیقه، ۶۰ نوسان می‌باشد. پس می‌توان نوشت:

$$n=ft \Rightarrow 60=f\times240 \Rightarrow f=\frac{1}{4}Hz$$

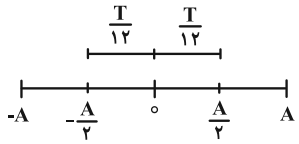
$$\omega=2\pi f=2\pi\times\frac{1}{4}=\frac{\pi}{2}$$

$$x=A\cos\omega t \Rightarrow x=0/01\cos(\frac{\pi}{2}t)$$

(فیزیک ۳- نوسان و موج؛ صفحه‌های ۶۲ تا ۶۴)

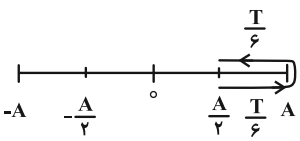
۶۴- **گزینهٔ «۱»** *(محمد مقدم)*

بیشترین تندی مربوط به بیشترین مسافت پیموده شده که در طرفین مرکز است. بنابراین دو بازهٔ زمانی $\frac{T}{6}\div2=\frac{T}{12}$ در طرفین مرکز به صورت زیر در نظر گرفته می‌شود:



$$s_{max}=\frac{\ell}{\Delta t}=\frac{\frac{A}{2}-(-\frac{A}{2})}{\frac{T}{6}} \Rightarrow s_{max}=\frac{6A}{T}$$

و کمترین تندی مربوط به کمترین مسافت پیموده شده که در طرفین نقاط بازگشتی است و بنابراین بازه‌های زمانی $\frac{T}{3}\div2=\frac{T}{6}$ می‌شود و داریم:



$$s_{min}=\frac{\ell}{\Delta t}=\frac{2(A-\frac{A}{2})}{\frac{T}{3}} \Rightarrow s_{min}=\frac{3A}{T}$$

www.SanjeshCloud.ir
T.me/SanjeshClouds

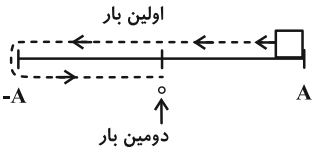
و در آخر داریم:

$$\frac{s_{max}}{s_{min}} = \frac{\frac{۶A}{T}}{\frac{۳A}{T}} = ۲$$

(فیزیک ۳- نوسان و موج؛ صفحه‌های ۶۲ تا ۶۴)

۶۵- **گزینهٔ «۳»** (عبدالرضا امینی‌نسب)

انرژی جنبشی نوسانگر، همانند سرعت نوسانگر در مرکز نوسان بیشینه می‌شود. بنابراین مطابق شکل زیر، پس از مدت زمان $\frac{۳T}{۴}$، انرژی جنبشی نوسانگر برای دومین مرتبه بیشینه می‌شود.



$$\omega = ۲۰\pi \Rightarrow T = \frac{۲\pi}{\omega} = \frac{۱}{۱۰}s \Rightarrow \frac{۳T}{۴} = \frac{۳}{۴۰}s$$

(فیزیک ۳- نوسان و موج؛ صفحه‌های ۶۲ تا ۶۷)

۶۶- **گزینهٔ «۱»** (عبدالرضا امینی‌نسب)

با مقایسه معادلهٔ نیرو- مکان با رابطهٔ هوک داریم:

$$\left.\begin{matrix} F = -kx \\ F = -۱۸۰x \end{matrix}\right\} \Rightarrow k_{\text{ثابت فنر}} = ۱۸۰\frac{N}{m}$$

$$\omega = \sqrt{\frac{k}{m}} = \sqrt{\frac{۱۸۰}{۰/۲}} = ۳۰\frac{rad}{s}$$

اکنون می‌دانیم رابطهٔ انرژی جنبشی بیشینه به صورت زیر است:

$$K_{max} = \frac{۱}{۲}mA^۲\omega^۲ \Rightarrow ۲۲۵\times۱۰^{-۳} = \frac{۱}{۲}\times۰/۲\times A^۲\times۹۰۰$$

$$\Rightarrow ۲۲۵\times۱۰^{-۳} = ۹۰A^۲$$

$$A^۲ = \frac{۲۲۵}{۹۰}\times۱۰^{-۳} = \frac{۲۲۵}{۹}\times۱۰^{-۴}$$

$$\xrightarrow{\text{جذر می‌گیریم}} A = ۵\times۱۰^{-۲}m = ۰/۰۵m$$

بنابراین معادلهٔ مکان- زمان به صورت زیر است:

$$x = A\cos\omega t \Rightarrow x = ۰/۰۵\cos(۳۰t)$$

(فیزیک ۳- نوسان و موج؛ صفحه‌های ۶۲ تا ۶۷)

۶۷- **گزینهٔ «۳»** (محمدرضا شریفی)

طبق نمودار در مکان $x_۱$ داریم:

$$\begin{cases} K - U = ۰/۲J \\ E = K + U = ۱/۸J \end{cases} \Rightarrow ۲K = ۲ \Rightarrow K = ۱J$$

$$K = \frac{۱}{۲}mv^۲ \xrightarrow[K=۱J]{m=۲kg} ۱ = \frac{۱}{۲}\times۲\times v^۲ \Rightarrow v = ۱\frac{m}{s}$$

(فیزیک ۳- نوسان و موج؛ صفحه‌های ۶۶ تا ۶۸)

۶۸- **گزینهٔ «۱»** (محمدکاظم منشاری)

$$T = ۲\pi\sqrt{\frac{m}{k}} = ۶\sqrt{\frac{۲}{۲۰۰}} = ۰/۶s$$

$$n = \frac{t}{T} = \frac{۳/۶}{۰/۶} = ۶$$

مسافت طی شده در هر دوره، چهار برابر دامنهٔ نوسان است:

$$۲۴A = ۱۲۰cm \Rightarrow A = ۵cm$$

$$E = \frac{۱}{۲}kA^۲ = \frac{۱}{۲}\times۲۰۰\times(۵\times۱۰^{-۲})^۲ = ۰/۲۵J$$

(فیزیک ۳- نوسان و موج؛ صفحه‌های ۶۵ و ۶۶)

۶۹- **گزینهٔ «۴»** (محمود منصوری)

اگر در مدت t، آونگ ساده‌ای n نوسان کم‌دامنه انجام دهد، دورهٔ نوسان‌های آن برابر است با:

$$T = \frac{t}{n} \xrightarrow{t_۱=t_۲} \frac{T_۲}{T_۱} = \frac{n_۱}{n_۲} \quad (۱)$$

از طرفی با استفاده از رابطهٔ دورهٔ نوسان‌های کم‌دامنهٔ آونگ ساده داریم:

$$T = ۲\pi\sqrt{\frac{L}{g}} \Rightarrow \frac{T_۲}{T_۱} = \sqrt{\frac{L_۲}{L_۱}\times\frac{g_۱}{g_۲}} \quad (۲)$$

$$\xrightarrow{(۲),(۱)} \frac{n_۱}{n_۲} = \sqrt{\frac{L_۲}{L_۱}\times\frac{g_۱}{g_۲}}$$

$$\xrightarrow{n_۱=۲,\ g_۱=۱۰\frac{N}{kg},\ n_۲=۵,\ g_۲=۱/۶\frac{N}{kg}}$$

$$\frac{۲}{۵} = \sqrt{\frac{L_۲}{L_۱}\times\frac{۱۰}{۱/۶}} \Rightarrow \frac{L_۲}{L_۱} = \frac{۱۶}{۶۲۵}$$

(فیزیک ۳- نوسان و موج؛ صفحه‌های ۶۷ و ۶۸)

۷۰- **گزینهٔ «۳»** (حسین الهی)

آونگ‌هایی که توسط میله تشدید شوند، به شدت نوسان خواهند کرد، یعنی باید بسامد زاویه‌ای آن‌ها با بسامد زاویه‌ای میلهٔ افقی برابر شود.

$$\omega = \sqrt{\frac{g}{L}} \Rightarrow L = \frac{g}{\omega^۲} \Rightarrow \begin{cases} L_{max} = \frac{۱۰}{(\frac{۵}{۳})^۲} = \frac{۹۰}{۲۵}m = ۳۶۰cm \\ L_{min} = \frac{۱۰}{(۱۰)^۲} = \frac{۱}{۱۰}m = ۱۰cm \end{cases}$$

$$\Rightarrow ۱۰cm \le L \le ۳۶۰cm$$

آونگ‌های با طول ۲۰، ۸۰، ۱۸۰ و ۲۵۰ سانتی‌متر در این محدوده می‌باشند.

(فیزیک ۳- نوسان و موج؛ صفحه‌های ۶۸ و ۶۹)

سنجش کلاد
www.SanjeshCloud.ir
T.me/SanjeshClouds

شیمی ۳

۷۱- **گزینهٔ «۲»** (امیر حاتمیان)

موارد (ب) و (ت) درست است.

بررسی موارد:

الف) نادرست؛ مخلوط پایدار شده آب و روغن با استفاده از صابون، کلوئید است.

ب) درست؛ کلوئید و محلول برخلاف سوسپانسیون در آب ته‌نشین نمی‌شوند و مخلوط‌هایی پایدار هستند.

پ) نادرست؛ ذره‌های تشکیل‌دهندهٔ سوسپانسیون پس از مدتی ته‌نشین می‌شوند و اندازهٔ آن‌ها از ذرات حل‌شونده در محلول‌ها و کلوئیدها بزرگ‌تر است.

ت) درست؛ متن کتاب درسی صفحه‌های ۶ و ۷.

(شیمی ۳- مولکول‌ها در خدمت تندرستی؛ صفحه‌های ۶ و ۷)

۷۲- **گزینهٔ «۱»** (پیمان خوابوی‌مجد)

بررسی موارد:

الف) درست؛ هر مول استر سنگین بر اثر واکنش با مقدار کافی $NaOH$، سه مول صابون تولید می‌کند از طرف دیگر هر مول اسید چرب بر اثر واکنش کامل با مقدار کافی $NaOH$، یک مول صابون تولید می‌کند.

ب) نادرست؛ ساختار A به علت تعداد کم اتم‌های کربن در زنجیر هیدروکربنی خود نمی‌تواند صابون باشد.

پ) نادرست؛ بخش هیدروکربنی پاک‌کنندهٔ غیرصابونی همان بخش آب گریز بوده که همراه با بخش آب‌دوست، آنیون صابون را تشکیل می‌دهد.

ت) درست

$$C_{۵۷}H_{۱۱۰}O_۶ + \frac{۱۶۳}{۲}O_۲ \rightarrow ۵۷CO_۲ + ۵۵H_۲O$$

(شیمی ۳- مولکول‌ها در خدمت تندرستی؛ صفحه‌های ۵ تا ۱۱)

۷۳- **گزینهٔ «۴»** (جعفر پازوکی)

$$HB \rightleftharpoons H^+ + B^-$$

پیش از یونش:	۴۰۰	۰	۰
پس از یونش:	۴۰۰ − x	x	x

$$۴۰۰ - x + x + x = ۴۲۰ \Rightarrow x = ۲۰$$

$$\alpha = \frac{\text{شمار مولکول‌های یونیده شده}}{\text{شمار کل مولکول‌های حل شده}} = \frac{۲۰}{۴۰۰} = ۰/۰۵$$

$$\left[H_۳O^+\right] = M.\alpha = ۰/۰۲ \times ۰/۰۵ = ۰/۰۰۱ \, mol.L^{-۱}$$

$$pH = -\log\left[H^+\right] = -\log ۱۰^{-۳} = ۳$$

(شیمی ۳- مولکول‌ها در خدمت تندرستی؛ صفحه‌های ۱۹، ۲۴ و ۲۵)

۷۴- **گزینهٔ «۱»** (محمدرضا جمشیری)

تمامی موارد بیان شده درست است.

پس از برقراری تعادل در واکنش‌های شیمیایی، سرعت واکنش رفت و برگشت برابر می‌شود و غلظت مواد واکنش‌دهنده و محلول ثابت و بدون تغییر می‌شود ولی غلظت آن‌ها لزوماً با هم برابر نمی‌شود.

(شیمی ۳- مولکول‌ها در خدمت تندرستی؛ صفحه‌های ۲۰ تا ۲۳)

۷۵- **گزینهٔ «۴»** (محمد عظیمیان‌زواره)

$$۴KNO_۳(s) \rightarrow ۲K_۲O(s) + ۲N_۲(g) + ۵O_۲(g)$$
$$K_۲O(s) + H_۲O(l) \rightarrow ۲KOH(aq)$$

$$[OH^-] = M_{KOH} = \frac{n}{V} \Rightarrow ۵\times۱۰^{-۱} = \frac{n}{۲L} \Rightarrow n = ۱molKOH$$

$$?\,mol\,K_۲O = ۱molKOH \times \frac{۱mol\,K_۲O}{۲mol\,KOH} = ۰/۵mol\,K_۲O$$

$$?\,g\,KNO_۳ = ۰/۵mol\,K_۲O \times \frac{۴mol\,KNO_۳}{۲mol\,K_۲O}$$

$$\times \frac{۱۰۱g\,KNO_۳}{۱mol\,KNO_۳} = ۱۰۱g\,KNO_۳$$

$$?\,LO_۲ = ۰/۵mol\,K_۲O \times \frac{۵mol\,O_۲}{۲mol\,K_۲O} \times \frac{۲۲/۴L\,O_۲}{۱mol\,O_۲} = ۲۸LO_۲$$

(شیمی ۳- مولکول‌ها در خدمت تندرستی؛ صفحه‌های ۱۶ تا ۲۸)

۷۶- **گزینهٔ «۲»** (هادی مهدی‌زاده)

با توجه به داده‌های سوال داریم:

$$?\,mol\,HB = ۶/۷۲L\,HB \times \frac{۱mol\,HB}{۲۲/۴L\,HB} = ۰/۳mol\,HB$$

$$[HB] = \frac{\text{مول HB}}{\text{حجم}} \Rightarrow [HB] = \frac{۰/۳}{۲۰} = ۱/۵\times۱۰^{-۲}$$

$$= ۱۵\times۱۰^{-۳}\,mol.L^{-۱}$$

$$HB(g) \underset{\text{در آب}}{\rightleftharpoons} H^+(aq) + B^-(aq)$$

$$K_a = \frac{[H^+][B^-]}{[HB]} \xrightarrow{[H^+]=[B^-]} K_a = \frac{[H^+]^۲}{[HB]}$$

$$\Rightarrow ۶\times۱۰^{-۸} = \frac{[H^+]^۲}{۱۵\times۱۰^{-۳}}$$

$$\Rightarrow [H^+]^۲ = ۹\times۱۰^{-۱۰} \xrightarrow{\text{جذر}} [H^+] = ۳\times۱۰^{-۵}\,mol.L^{-۱}$$

$$?\,mol\,H^+ = ۳\times۱۰^{-۵} \times ۲۰ = ۶\times۱۰^{-۴}\,mol\,H^+$$

$$\text{شمار یون‌ها} = ۲\times۶\times۱۰^{-۴}\,mol\,\text{یون} \times \frac{N_A\ \text{یون}}{۱mol\ \text{یون}}$$

$$= ۱۲\times۱۰^{-۴} \times N_A\ \text{یون}$$

(شیمی ۳- مولکول‌ها در خدمت تندرستی؛ صفحه‌های ۲۰ تا ۲۳)

www.SanjeshCloud.ir
T.me/SanjeshClouds

۷۷- **گزینهٔ «۴»** *(رسول عابدینی‌زواره)*

بررسی موارد:

الف) نادرست؛ اوره در آب حل می‌شود (به دلیل تشکیل پیوندهای هیدروژنی بین مولکول اوره و آب) پس یک مخلوط همگن است. ید در تولوئن حل می‌شود (به دلیل ناقطبی بودن مولکول‌های ید و تولوئن)

ب) درست؛ HCl از HCN اسید قوی‌تری است. (HCl تقریباً به‌طور کامل یونیده می‌شود، اما HCN به مقدار جزئی در آب یونیده می‌شود). در اسیدها در شرایط یکسان، هر چه اسید قوی‌تر باشد pH آن نیز کمتر است.

پ) نادرست؛ $Mg(OH)_2$ اصلاً محلول نیست.

$$MgCl_2(s) \xrightarrow{H_2O} \underbrace{Mg^{2+}(aq) + 2Cl^-(aq)}_{\text{۳ مول یون}}$$

ت) نادرست؛ ساده‌ترین اسید آلی فرمیک اسید $(HCOOH)$ است که تنها اتم H گروه کربوکسیل آن می‌تواند به صورت یون هیدرونیوم وارد محلول شود.

(شیمی ۳- مولکول‌ها در خدمت تندرستی؛ صفحه‌های ۴، ۱۷، ۱۹ و ۲۵)

۷۸- **گزینهٔ «۴»** *(امیرمحمد کنکرانی)*

$$pH = 12 \Rightarrow [H^+] = 10^{-pH} \Rightarrow [H^+] = 10^{-12}$$

$$[H^+][OH^-] = 10^{-14} \Rightarrow [OH^-] = \frac{10^{-14}}{10^{-12}} = 0/01 mol.L^{-1}$$

$$K_2O + H_2O \rightarrow 2KOH$$

$$?g\ K_2O : 0/5L \times \frac{0/01 mol\ OH^-}{1L} \times \frac{1 mol\ K_2O}{2 mol\ KOH}$$

$$\times \frac{94g\ K_2O}{1 mol\ K_2O} = 0/235 g\ K_2O$$

$$\frac{x}{94} = \frac{0/01 \times 0/5}{2} \Rightarrow x = 0/235 g\ K_2O$$

$$\text{درصد خلوص} = \frac{\text{گرم خالص}}{\text{گرم خالص + ناخالص}} \times 100$$

$$\Rightarrow \text{درصد خلوص} = \frac{0/235g}{2/35g} \times 100 = 10\%$$

(شیمی ۳- مولکول‌ها در خدمت تندرستی؛ صفحه‌های ۲۵ و ۲۶)

۷۹- **گزینهٔ «۲»** *(پیمان خواجوی‌مجد)*

$$[H^+] = 10^{-12} \Rightarrow [OH^-] = 10^{-2} = M_{NaOH}$$

$$10^{-2} mol.L^{-1} \times 0/2L = 2 \times 10^{-3} mol\ NaOH$$

برای این‌که pH محلول به ۱/۷ برسد، باید مقدار HNO_3 به اندازه‌ای باشد که علاوه بر خنثی کردن سود، مقداری از آن باقی بماند. با افزودن ۰/۰۰۲ مول نیتریک اسید به این محلول، سود به‌طور کامل خنثی شده و pH محلول به هفت می‌رسد. چون pH محلول پس از افزودن HNO_3، علاوه بر خنثی کردن سود به ۱/۷ رسیده است. پس غلظت یون هیدرونیوم برابر است با:

$$[H^+] = 10^{-pH} = 10^{-1/7} = 0/02 mol.L^{-1}$$

حالا شمار مول‌های یون هیدرونیوم لازم برای رسیدن به pH مطلوب را محاسبه می‌کنیم. برای رسیدن به pH برابر ۱/۷، باید به محلول به اندازهٔ کافی یون هیدرونیوم اضافه شود تا غلظت آن به ۰/۰۲ مولار برسد. چون حجم محلول تغییر نمی‌کند (۲۰۰ میلی‌لیتر باقی می‌ماند)، می‌توان تعداد مول‌های یون هیدرونیوم لازم را محاسبه کرد:

$$\text{شمار مول‌های } H^+ \text{ لازم} = 0/02 mol.L^{-1} \times 0/2L = 4 \times 10^{-3} mol\ H^+$$

بنابراین در مجموع به ۰/۰۰۶ مول نیتریک اسید برای رساندن pH محلول به ۱/۷ لازم است، در نتیجه:

$$m_{HNO_3} = 0/006 mol\ HNO_3 \times \frac{63g\ HNO_3}{1 mol\ HNO_3}$$

$$= 0/378 g\ HNO_3$$

(شیمی ۳- مولکول‌ها در خدمت تندرستی؛ صفحه‌های ۲۴ تا ۲۸)

۸۰- **گزینهٔ «۲»** *(محمد عظیمیان‌زواره)*

$$2HCl + Zn \rightarrow ZnCl_2 + H_2$$

$$HCl : pH = 1/3\ ,\quad [H^+] = M = 10^{-1/3} = 5 \times 10^{-2} mol.L^{-1}$$

$$\left.\begin{array}{l} n_{HCl} = M.V = 0/05 \times 0/4 = 0/02 mol\ HCl \\ pH_{\text{ثانویه}} = 2 \Rightarrow M = 10^{-2} \Rightarrow n_{HCl} = 0/01 \times 0/4 \\ = 0/004 mol\ HCl \end{array}\right\}$$

$0/02 - 0/004 = 0/016 mol\ HCl$ مصرف شده

$$?g\ Zn = 0/016 mol\ HCl \times \frac{1 mol\ Zn}{2 mol\ HCl} \times \frac{65g\ Zn}{1 mol\ Zn}$$

$$= 0/52 g\ Zn$$

$$HNO_3 : [H^+] = M = 4 \times 10^{-2}$$

$$\Rightarrow pH = -\log 4 \times 10^{-2} = 2 - 2(\log 2) = 1/4$$

$$n_{HNO_3} = 0/04 \times 0/5 = 0/02 mol\ HNO_3$$

$$pH_{\text{ثانویه}} = 2 \Rightarrow [H^+] = M = 10^{-2}$$

$$n_{HNO_3} = 0/01 \times 0/5 = 0/005 mol\ HNO_3$$

$0/02 - 0/005 = 0/015 mol\ HNO_3$ (مول HNO_3 مصرفی)

$$?g\ NaOH = 0/015 mol\ HNO_3 \times \frac{1 mol\ NaOH}{1 mol\ HNO_3}$$

$$\times \frac{40g\ NaOH}{1 mol\ NaOH} = 0/6 g\ NaOH$$

$$m + m' = 0/52 + 0/6 = 1/12 g$$

(شیمی ۳- مولکول‌ها در خدمت تندرستی؛ صفحه‌های ۲۴، ۲۵، ۲۸ و ۲۹)

۸۱- **گزینهٔ «۲»** *(یاسر راش)*

اگر فرمول عمومی اسیدهای چرب سیرشده را به صورت $C_nH_{2n+1}COOH$ در نظر بگیریم، فرمول مولکولی اسید چربی که زنجیر هیدروکربنی آن دارای ۳۵ اتم هیدروژن باشد، به صورت زیر به دست می‌آید:

$$2n + 1 = 35 \Rightarrow n = 17$$

سنجش کلاد
www.SanjeshCloud.ir
T.me/SanjeshClouds

فرمول مولکولی اسید چرب مورد نظر: $C_{17}H_{35}COOH$

معادلهٔ واکنش اسید چرب مورد نظر با محلول سود که منجر به تشکیل صابون می‌شود، به صورت زیر است:

$$\underbrace{C_{17}H_{35}COOH}_{284\,g.mol^{-1}}(aq)+NaOH(aq)\rightarrow\underbrace{C_{17}H_{35}COONa}_{306\,g.mol^{-1}}(aq)+H_2O(l)$$

قسمت اول: به ازای مصرف هر مول اسید چرب، یک مول صابون تولید می‌شود، پس به ازای مصرف $\frac{28/4}{284}$ یا ۰/۱ مول اسید چرب، $0/1\times306$ یا ۳۰/۶ گرم صابون تولید می‌شود.

قسمت دوم: ابتدا شمار مول‌های سود، قبل از انجام واکنش را حساب می‌کنیم:

$$pH=13/7\Rightarrow[H^+]=10^{-13/7}\Rightarrow[OH^-]=\frac{10^{-14}}{10^{-13/7}}=10^{-0/3}$$

$$[OH^-]=M_{NaOH}=10^{-0/3}=\frac{1}{2}mol.L^{-1}$$

از طرفی سود یک باز قوی است و در محلول مولار یون هیدروکسید با غلظت اولیهٔ سود یکسان است؛ بنابراین:

$$M_{NaOH}=[OH^-]=0/5\,mol.L^{-1}\xrightarrow[n=MV]{V=5dL=0/5L}$$

$$n_{NaOH}=0/5\times0/5=0/25\,mol\,NaOH$$

به ازای مصرف ۰/۱ مول اسید چرب، ۰/۱ مول سود مصرف می‌شود، پس مقدار مول باقی‌ماندهٔ سود برابر $0/15-0/1=0/25$ مول و غلظت باقی‌ماندهٔ آن برابر خواهد بود با:

$$M_2=\frac{0/15\,mol}{0/5\,L}=0/3\,mol.L^{-1}$$: غلظت ثانویهٔ سود

در ادامه می‌توان pH محلول باقی‌مانده را به دست آورد:

$$[OH^-]=0/3\,mol.L^{-1}$$
$$pOH=-\log0/3=0/5$$
$$pH=14-0/5=13/5$$

(شیمی ۳- مولکول‌ها در خدمت تندرستی؛ صفحه‌های ۲۸ تا ۳۱)

۸۲- **گزینهٔ «۴»** *(امیرمسعود حسینی)*

ابتدا حجم HCl (شیرهٔ معده) تولید شده در طول یک هفته را حساب می‌کنیم:

$$\text{حجم HCl تولید شده در طول یک هفته}=7\text{ روز}\times\frac{2\,L\ HCl}{1\text{ روز}}=14\,L\ HCl$$

سپس شمار مول‌های HCl موجود در شیرهٔ معده را به دست می‌آوریم:

$$[H^+]=10^{-pH}=10^{-1/5}=10^{-2}\times10^{0/5}=10^{-2}\times3=0/03\,mol.L^{-1}$$

$$n_{HCl}=0/03\,mol.L^{-1}\times14\,L=0/42\,mol\,HCl$$

در گام بعد تعیین می‌کنیم که هر قرص ضد اسید توانایی خنثی کردن چند مول HCl را دارد:

$$NaHCO_3(s)+HCl(aq)\rightarrow NaCl(aq)+H_2O(l)+CO_2(g)$$

$$2/4\,g\text{ قرص}\times\frac{21\,g\ NaHCO_3}{100\,g\text{ قرص}}\times\frac{1\,mol\ NaHCO_3}{84\,g\ NaHCO_3}$$
$$\times\frac{1\,mol\ HCl}{1\,mol\ NaHCO_3}=0/006\,mol\ HCl$$

$$2HCl(aq)+Mg(OH)_2(s)\rightarrow MgCl_2(aq)+2H_2O(l)$$

$$2/4\,g\text{ قرص}\times\frac{29\,g\ Mg(OH)_2}{100\,g\text{ قرص}}\times\frac{1\,mol\ Mg(OH)_2}{58\,g\ Mg(OH)_2}$$
$$\times\frac{2\,mol\ HCl}{1\,mol\ Mg(OH)_2}=0/024\,mol\ HCl$$

هر قرص ضد اسید توانایی خنثی کردن $0/006+0/024=0/03\,mol$ از HCl را دارد؛

تعداد قرص لازم برای خنثی کردن شیرهٔ معده تولید شده در طول یک هفته:

$$\frac{0/42}{0/03}=14$$

(شیمی ۳- مولکول‌ها در خدمت تندرستی؛ صفحه‌های ۳۱ و ۳۲)

۸۳- **گزینهٔ «۱»** *(محمد عظیمیان‌زواره)*

همهٔ عبارت‌ها درست‌اند.

بررسی موارد:

الف) درست؛ زیرا صابون با یون $Mg^{2+}(aq)$ موجود در این آب رسوب تشکیل می‌دهد.

$$2RCOONa(aq)+Mg^{2+}(aq)\rightarrow(RCOO)_2Mg(s)+2Na^+(aq)$$

ب) درست؛ جوش شیرین $(NaHCO_3)$ خاصیت بازی داشته و در واکنش با چربی‌ها، صابون تولید می‌کند.

پ) درست؛ جرم مولی صابون‌های سدیم و پتاسیم با R سیرشده، زوج و جرم مولی صابون آمونیوم با R سیرشده، عددی فرد است. بنابراین نوع عنصرهای سازندهٔ صابون آمونیوم $(RCOO^-NH_4^+)$ و اوره $(CO(NH_2)_2)$ یکسان است.

$$0/2\,mol\ RCOO^-M^+=60/2\,g\ RCOO^-M^+$$
$$\times\frac{1\,mol\ RCCO^-M^+}{x\,g\ RCOO^-M^+}\Rightarrow x=301\,g$$

ت) درست؛ از مخلوط پودر Al (نخستین فلز دستهٔ p) و NaOH برای این منظور استفاده می‌شود.

ث) درست؛ زیرا شمار مول‌های اولیهٔ اسید در هر دو ظرف یکسان است.

(شیمی ۳- مولکول‌ها در خدمت تندرستی؛ صفحه‌های ۶، ۸، ۹، ۱۳ و ۳۰)

۸۴- **گزینهٔ «۳»** *(مینا شراختی‌پور)*

نیم‌واکنش‌های انجام شده در فرایند برقکافت آب به‌صورت زیر هستند:

آند: $2H_2O(l)\rightarrow O_2(g)+4H^+(aq)+4e^-$

کاتد: $4H_2O(l)+4e^-\rightarrow2H_2(g)+4OH^-(aq)$

سنجش کلاد
www.SanjeshCloud.ir
T.me/SanjeshClouds

ابتدا میزان اکسیژن تولیدی در برقکافت آب را محاسبه می‌کنیم:

$$?\,mol O_2 = 1/2\,mol e^- \times \frac{1\,mol O_2}{4\,mol e^-} = 0/3\,mol O_2$$

حال می‌توان نوشت: $CH_4(g) + 2O_2(g) \rightarrow CO_2(g) + 2H_2O(g)$

$$?\,g CH_4 = 0/3\,mol O_2 \times \frac{1\,mol CH_4}{2\,mol O_2} \times \frac{16\,g CH_4}{1\,mol CH_4} = 2/4\,g CH_4$$

(شیمی ۳- آسایش و رفاه در سایهٔ شیمی؛ صفحه‌های ۵۲ تا ۵۴)

۸۵- **گزینهٔ «۴»** *(امیرمحمد کنگرانی)*

در این واکنش عدد اکسایش اتم‌های ید از صفر به ۵+ افزایش می‌یابد. پس گونهٔ کاهنده I_2 است. در این واکنش H^+ تولید می‌شود، پس pH محیط کاهش می‌یابد و به کمتر از ۷ می‌رسد. در واکنش انجام شده عدد اکسایش ید از صفر به ۵+ رسیده است. چون در سمت چپ ۲ اتم ید داریم، تغییر عدد اکسایش آن را در ۲ ضرب می‌کنیم: $2 \times 5 = 10$

عدد اکسایش کلر از ۵+ به ۱- رسیده، ۶ واحد تغییر کرده است. در ابتدا باید ضریب ClO_3^- را برابر ۵ و ضریب I_2 را برابر ۳ قرار دهیم. با مشخص شدن ضریب این دو گونه بقیه مواد موازنه می‌شوند.

$$6 \times (+5) = 30^\circ \uparrow$$

$$3I_2 + 5ClO_3^- + 3H_2O \rightarrow 6IO_3^- + 6H^+ + 5Cl^-$$

مجموع ضرایب استوکیومتری مواد واکنش‌دهنده و فراورده برابر ۲۸ است.

$$7/224 \times 10^{23}\,e^- \times \frac{1\,mol\ e^-}{6/02 \times 10^{23}\,e^-} \times \frac{5\,mol\ Cl^-}{30\,mol\ e^-}$$

$$= 0/2\,mol\ Cl^-$$

(شیمی ۳- آسایش و رفاه در سایهٔ شیمی؛ صفحه‌های ۴۰ و ۴۱)

۸۶- **گزینهٔ «۳»** *(محمدرضا جمشیدی)*

فقط عبارت اول درست است.

بررسی موارد نادرست:

مورد دوم: برخی واکنش‌های اکسایش- کاهش مثل برقکافت و آبکاری با جذب مقداری انرژی همراه است.

مورد سوم: چون قدرت کاهندگی فلز روی از فلز مس بیشتر است، با قرار دادن یک تیغهٔ مسی در محلول روی سولفات، هیچ واکنشی انجام نمی‌شود، پس رنگ محلول تغییر نمی‌کند.

مورد چهارم: $2Li(s) + Cl_2(g) \rightarrow 2LiCl(s) \sim 2e^-$

$$?\,\text{تعداد } e^- \text{ مبادله شده} = 1/4\,g\ Li \times \frac{1\,mol\ Li}{7\,g\ Li} \times \frac{2\,mol\ e^-}{2\,mol\ Li}$$

$$\times \frac{6/02 \times 10^{23}\,e^-}{1\,mol\ e^-} = 12/04 \times 10^{22}\,e^-$$

(شیمی ۳- آسایش و رفاه در سایهٔ شیمی؛ صفحه‌های ۳۹ تا ۴۷)

۸۷- **گزینهٔ «۲»** *(محمد عظیمیان‌زواره)*

فقط عبارت (پ) درست است.

بررسی موارد:

الف) نادرست؛ با یک تیغهٔ مسی و تیغه‌ای از جنس فلز دیگر مانند روی و با میوه‌ای مانند لیمو می‌توان نوعی باتری ساخت و با آن یک لامپ LED را روشن کرد.

ب) نادرست؛ در برخی واکنش‌های اکسایش- کاهش افزون بر داد و ستد الکترون، انرژی نیز آزاد می‌شود.

پ) درست؛ در مورد نقره دمای مخلوط واکنش ثابت می‌ماند یعنی اصلاً افزایش دما نداریم، زیرا قدرت کاهندگی نقره از مس کمتر است.

ت) نادرست؛ اندازه‌گیری پتانسیل یک نیم‌سلول به‌طور جداگانه ممکن نیست.

ث) نادرست؛ لیتیم در میان فلزها کمترین چگالی را دارد.

(شیمی ۳- آسایش و رفاه در سایهٔ شیمی؛ صفحه‌های ۳۹، ۴۲، ۴۳، ۴۷ و ۴۹)

۸۸- **گزینهٔ «۲»** *(پیمان خوابی‌مجد)*

بررسی موارد:

الف) نادرست؛ زیرا محلول آند (محلولی از جنس نمک آلومینیم) بی‌رنگ است و بی‌رنگ می‌ماند.

ب) نادرست؛ در دیوارهٔ متخلخل آنیون‌ها به سمت نیم‌سلول Al حرکت می‌کنند.

پ) درست؛ زیرا ضریب کاتیون تولید شده در آند (Al^{3+})، کمتر از ضریب کاتیون مصرف شده در کاتد (Cu^{2+}) است.

$$2Al + 3Cu^{2+} \rightarrow 2Al^{3+} + 3Cu$$

ت) درست؛ با کاهش ۵/۴ گرم از جرم تیغهٔ آند، ۱۹/۲ گرم به جرم تیغهٔ کاتد اضافه می‌شود.

$$5/4\,g\ Al \times \frac{1\,mol\ Al}{27\,g\ Al} \times \frac{3\,mol\ Cu}{2\,mol\ Al} \times \frac{64\,g\ Al}{1\,mol\ Cu} = 19/2\,g\ Cu$$

(شیمی ۳- آسایش و رفاه در سایهٔ شیمی؛ صفحه‌های ۴۴ تا ۴۶)

۸۹- **گزینهٔ «۳»** *(امیر حاتمیان)*

موارد (ب) و (ت) درست است.

بررسی موارد:

الف) نادرست؛ واکنش (I) خودبه‌خودی بوده و واکنش (II) غیرخودبه‌خودی است، یعنی B می‌تواند یون‌های A^{2+} را کاهش دهد، ولی نمی‌تواند یون‌های C^{2+} را بکاهد:

$$\text{اکسندگی}: C^{2+} < B^+ < A^{2+} \qquad \text{کاهندگی}: C > B > A$$

ب) درست؛ مقایسهٔ پتانسیل الکترودی استاندارد کاهشی که همان مقایسهٔ قدرت اکسندگی می‌باشد، به صورت بالا است.

پ) نادرست؛ چون C کاهنده‌تر از B است، پس فلز ظرف C با محلولی از نمک فلز B واکنش می‌دهد، پس نمی‌توان محلولی از نمک فلز B را در ظرفی از جنس فلز C نگهداری کرد.

سنجش کلاد
www.SanjeshCloud.ir
T.me/SanjeshClouds

ت) درست؛ چون قدرت کاهندگی C بیشتر از A است، در نتیجه واکنش انجام می‌شود.

(شیمی ۳- آسایش و رفاه در سایهٔ شیمی؛ صفحه‌های ۴۲ تا ۴۷)

۹۰- **گزینهٔ «۳»** *(محمد عظیمیان‌زواره)*

$$۲Al(s)+۳Zn^{۲+}\rightarrow ۲Al^{۳+}(aq)+۳Zn(s)\sim ۶mol\ e^-$$

تیغهٔ آندی مربوط به فلز Al است؛ بنابراین:

$$?mol\ e^-=۲۱/۶g\ Al\times\frac{۱mol\ Al}{۲۷g\ Al}\times\frac{۶mol\ e^-}{۲mol\ Al}=۲/۴mol\ e^-$$

$$۲H_۲O(l)\xrightarrow{\text{برقکافت}}۲H_۲(g)+O_۲(g)\sim ۴mol\ e^-$$

در برقکافت آب در بخش کاتدی گاز $H_۲$ و در بخش آندی گاز $O_۲$ تولید می‌شود.

$$?L\ H_۲=۲/۴mol\ e^-\times\frac{۲mol\ H_۲}{۴mol\ e^-}\times\frac{۲۲/۴L\ H_۲}{۱mol\ H_۲}$$

$$=۲۶/۸۸L\ H_۲$$

(شیمی ۳- آسایش و رفاه در سایهٔ شیمی؛ صفحه‌های ۴۸، ۴۹ و ۵۴)

۹۱- **گزینهٔ «۴»** *(علیرضا بیانی)*

a) $CH_۴+۲O_۲\rightarrow CO_۲+۲H_۲O$

$x+۴=۰ \quad x-۴=۰$

$x=-۴ \quad x=+۴$

$۸^\circ\uparrow$

b) $۲FeO+C\rightarrow CO_۲+۲Fe$

$۰ \quad x-۴=۰$

$x=+۴$

$۴^\circ\uparrow$

c) $Fe_۲O_۳+۳CO\rightarrow ۲Fe+۳CO_۲$

$x-۲=۰ \quad x-۴=۰$

$x=+۲ \quad x=+۴$

$۲^\circ\uparrow$

d) $۲CH_۳OH+۳O_۲\rightarrow ۲CO_۲+۴H_۲O$

$x-۲+۴=۰ \quad x-۴=۰$

$x=-۲ \quad x=+۴$

$۶^\circ\uparrow$

(شیمی ۳- آسایش و رفاه در سایهٔ شیمی؛ صفحه‌های ۵۲ و ۵۳)

۹۲- **گزینهٔ «۲»** *(سعید تیزرو)*

فرمول مولکولی ساختار آسپرین $C_۹H_۸O_۴$ می‌باشد. از خنثی بودن ترکیب می‌توان نتیجه گرفت:

(مجموع عدد اکسایش اتم‌های O و H) − = مجموع عدد اکسایش اتم‌های C

مجموع عدد اکسایش اتم‌های O و H $=۸(۱)+۴(-۲)=۰$

$\Rightarrow$ مجموع عدد اکسایش اتم‌های C $=۰$

(شیمی ۳- آسایش و رفاه در سایهٔ شیمی؛ صفحه‌های ۵۲ و ۵۳)

۹۳- **گزینهٔ «۱»** *(پیمان فوادپوی‌مهر)*

بررسی موارد:

الف) درست؛ دو اتم کربن حلقهٔ بنزن که به هیچ هیدروژنی متصل نیستند عدد اکسایش صفر دارند.

ب) نادرست؛ عدد اکسایش کربن در HCOOH برابر ۲+ است.

پ) نادرست؛ ایبوپروفن دارای فرمول $C_{۱۳}H_{۱۸}O_۲$ و اتیلن گلیکول دارای فرمول $C_۲H_۶O_۲$ است.

ت) درست؛ بیشترین و کمترین عدد اکسایش اتم‌های کربن در ایبوپروفن ۳+ و ۳- است (اختلاف = ۶). عدد اکسایش گوگرد در $H_۲SO_۴$ نیز برابر ۶+ است.

(شیمی ۳- آسایش و رفاه در سایهٔ شیمی؛ صفحه‌های ۵۲ تا ۵۴)

۹۴- **گزینهٔ «۲»** *(رسول عابدینی‌زواره)*

بررسی موارد:

الف) درست

ب) درست؛ سوزاندن گاز هیدروژن در موتور درون‌سوز بازدهی نزدیک به ۲۰ درصد دارد در حالی که اکسایش آن در سلول سوختی بازده را تا ۳ برابر افزایش می‌دهد.

پ) نادرست؛ هر سلول سوختی دارای ۳ جزء اصلی شامل یک غشاء مبادله کنندهٔ یون هیدرونیوم، آند و کاتد با کاتالیزگر است.

ت) درست؛ واکنش کلی سلول به صورت زیر است:

$$۲H_۲(g)+O_۲(g)\rightarrow ۲H_۲O(g)$$

(شیمی ۳- آسایش و رفاه در سایهٔ شیمی؛ صفحه‌های ۵۱ و ۵۲)

۹۵- **گزینهٔ «۴»** *(محسن مجنونی)*

شکل مربوط به آهن گالوانیزه می‌باشد که در آن M فلز روی می‌باشد.

بررسی سایر گزینه‌ها:

۱) آهن گالوانیزه برای ساخت ظروف بسته‌بندی مواد غذایی مناسب نیست.

۲) نیم‌واکنش کاتدی در خوردگی آهن گالوانیزه به صورت زیر می‌باشد:

$$O_۲(g)+H_۲O(l)+۴e^-\rightarrow ۴OH^-(aq)$$

۳) فلز M به صورت یون $M^{۲+}$ وارد قطرهٔ آب شده است، پس M نسبت به Fe قدرت کاهندگی بیشتری دارد و لذا کاهنده‌تر است.

(شیمی ۳- آسایش و رفاه در سایهٔ شیمی؛ صفحهٔ ۵۹)

سنجش کلاد
www.SanjeshCloud.ir
T.me/SanjeshClouds

۹۶- **گزینهٔ «۴»** *(کتاب نوروز)*

می‌دانیم $E^\circ(H^+/H_2)=0$، پس فلز Al با محلول HCl (حاوی H^+) واکنش می‌دهد، ولی فلز مس با HCl واکنش نمی‌دهد.

$$Al(s)+3HCl(aq)\rightarrow AlCl_3(aq)+\frac{3}{2}H_2(g)\sim 3e^-$$

$$Cu+HCl\rightarrow$$ واکنش نمی‌دهد

و همچنین نیم واکنش اکسایش انجام شده به صورت $Al\rightarrow Al^{3+}+3e^-$ است.

$$?mole^-=2/408\times10^{24}e^-\times\frac{1mole^-}{6/02\times10^{23}e^-}=4mole^-$$

$$?gAl=4mole^-\times\frac{1molAl}{3mole^-}\times\frac{27gAl}{1molAl}=36gAl$$

۱۴ گرم $(14=36-50)$ از آلیاژ اولیه مس بوده است و درصد جرمی مس برابر است با:

$$\%Cu=\frac{14gCu}{50g\ کل}\times100=28\%$$

(شیمی ۳- آسایش و رفاه در سایهٔ شیمی؛ صفحه‌های ۴۴ تا ۴۷)

۹۷- **گزینهٔ «۲»** *(رسول عابدینی‌زواره)*

نیم‌واکنش آندی در واکنش اکسایش - کاهش داده شده به‌صورت $Al\rightarrow Al^{3+}+3e^-$ است.

نیم‌واکنش کاتدی برقکافت آب: $2H_2O(l)+2e^-\rightarrow 2OH^-(aq)+H_2(g)$

محاسبهٔ شمار مول‌های الکترون مصرف شده در نیم‌واکنش کاتدی برقکافت آب:

$$?mole^-=2/24LH_2\times\frac{1molH_2}{22/4LH_2}\times\frac{2mole^-}{1molH_2}=0/2mole^-$$

$$?gAl=0/2mole^-\times\frac{1molAl}{3mole^-}\times\frac{27gAl}{1molAl}=1/8gAl$$

نیم‌واکنش کاتدی:

$$Cu^{2+}+2e^-\rightarrow Cu$$

$$?molCu=0/2mole^-\times\frac{1molCu}{2mole^-}=0/1molCu$$

(شیمی ۳- آسایش و رفاه در سایهٔ شیمی؛ صفحه‌های ۴۰ تا ۴۲ و ۵۴)

۹۸- **گزینهٔ «۲»** *(حمید ذبحی)*

بررسی گزینه‌ها:

۱) در سلول‌های الکترولیتی قطب مثبت آند است که نیم‌واکنش اکسایش در آن اتفاق می‌افتد ولی در سلول‌های گالوانی، قطب مثبت کاتد است و نیم‌واکنش کاهش در آن رخ می‌دهد.

۲) در قطب مثبت سلول فرایند هال، گرافیت طبق واکنش زیر واکنش می‌دهد.

$$C_{\text{گرافیت}}+O_2\rightarrow CO_2$$

۳) در واکنش‌های اکسایش- کاهش خودبه‌خودی کاتیون عنصر کاهنده از خود اتم آن پایدارتر است.

۴) در سلول‌های گالوانی، گونهٔ کاهنده در آند اکسایش می‌یابد (گونهٔ اکسنده، کاهش می‌یابد نه اکسایش).

(شیمی ۳- آسایش و رفاه در سایهٔ شیمی؛ صفحه‌های ۴۴ تا ۴۶، ۵۵ و ۵۶)

۹۹- **گزینهٔ «۱»** *(حمید ذبحی)*

بررسی موارد:

الف) نادرست؛ E° نیم‌واکنش کاتدی در فرایند خوردگی در دو محیط اسیدی و غیراسیدی به صورت زیر است:

محیط اسیدی: $O_2+4H^++4e^-\rightarrow 2H_2O$ $\quad E^\circ=1/23V$

محیط غیر اسیدی: $O_2+2H_2O+4e^-\rightarrow 4OH^-$ $\quad E^\circ=0/4V$

ب) درست

پ) نادرست؛ این فلزات حتی در محیط‌های اسیدی نیز دچار اکسایش نمی‌شوند.

ت) نادرست؛ در فرایند آبکاری فلز تحت آبکاری دچار کاهش نمی‌شود.

(شیمی ۳- آسایش و رفاه در سایهٔ شیمی؛ صفحه‌های ۵۱، ۵۷ و ۶۰)

۱۰۰- **گزینهٔ «۳»** *(آرمان اکبری)*

واکنش‌های موازنه‌شدهٔ اکسایش - کاهش به‌صورت زیر است:

$$2Al+3Zn^{2+}\rightarrow 2Al^{3+}+3Zn\sim 6e^-$$

$$Mn+2Ag^+\rightarrow 2Ag+Mn^{2+}\sim 2e^-$$

در واکنش اول به ازای مصرف هر مول Al، ۳ مول الکترون مبادله می‌شود، بنابراین و با توجه به ضریب Al که برابر ۲ است، در واکنش اول به ازای هر بار انجام واکنش، ۶ مول الکترون مبادله می‌شود. در واکنش دوم نیز به ازای مصرف هر مول Mn، ۲ مول الکترون مبادله می‌شود و با توجه به ضریب Mn که برابر ۱ است، در واکنش دوم به ازای هر بار انجام واکنش، ۲ مول الکترون مبادله می‌شود. فرض می‌کنیم در هر دو واکنش x مول الکترون مبادله شده است. در نتیجه میزان افزایش جرم کاتد در سلول گالوانی $(Al-Zn)$، که با توجه به E°ها، تیغه روی است را در واکنش اول محاسبه می‌کنیم:

$$xmole^-\times\frac{3molZn}{6mole^-}\times\frac{65gZn}{1molZn}=\frac{x\times3\times65}{6}$$

$$=32/5xg\Rightarrow \text{میزان افزایش جرم تیغهٔ } Zn$$

حالا در واکنش دوم کاهش جرم تیغهٔ آندی (تیغهٔ Mn) را محاسبه می‌کنیم:

$$xmole^-\times\frac{1molMn}{2mole^-}\times\frac{55gMn}{1molMn}=\frac{x\times55}{2}$$

$$=27/5xg\Rightarrow \text{میزان کاهش جرم تیغه } Mn$$

$$\Rightarrow \text{نسبت خواسته شده}=\frac{32/5x}{27/5x}=\frac{13}{11}\simeq1/18$$

(شیمی ۳- آسایش و رفاه در سایهٔ شیمی؛ صفحه‌های ۴۴ تا ۴۷)

سنجش کلاد
www.SanjeshCloud.ir
T.me/SanjeshClouds

بنیاد علمی آموزشی قلم‌چی (وقف عام)

دفترچهٔ پاسخ فرهنگیان

(تعلیم و تربیت اسلامی و هوش و استعداد)

۱۵ فروردین ۱۴۰۴

ریاضی و فیزیک، علوم تجربی، هنر و زبان

گروه آزمون

بنیاد علمی آموزشی قلم‌چی (وقف عام)

آدرس دفتر مرکزی: خیابان انقلاب- بین صبا و فلسطین- پلاک ۹۲۳ - تلفن چهار رقمی: ۶۴۶۳-۰۲۱

سنجش کلاد
www.SanjeshCloud.ir
T.me/SanjeshClouds

تعلیم و تربیت اسلامی

۲۵۱- **گزینهٔ «۲»** (فردین سماقی)

اگر تلاش کنیم روزبه‌روز نماز را با کیفیت بهتر و رعایت آداب آن انجام دهیم، به زودی تأثیر آن را خواهیم دید.

(دین و زندگی۱، یاری از نماز و روزه، صفحهٔ ۱۲۴)

۲۵۲- **گزینهٔ «۲»** (میثم هاشمی)

تشریح گزینه‌های دیگر:

گزینهٔ «۱»: قانون حجاب، قانونی برای سلب آزادی زنان در جامعه نیست.

گزینهٔ «۳»: قانون حجاب منجر می‌شود سلامت اخلاقی جامعه بالاتر رود و آرامش روانی زنان افزایش یابد نه کاهش.

گزینهٔ «۴»: قانون حجاب باعث سرکوب زیبایی انسان نمی‌شود، بلکه کمک می‌کند تا جامعه به جای آن‌که ارزش زن را در ظاهر و قیافهٔ او خلاصه کند، به شخصیت، استعدادها و کرامت ذاتی وی توجه کند.

(دین و زندگی۱، زیبایی پوشیدگی، صفحهٔ ۱۴۹)

۲۵۳- **گزینهٔ «۲»** (محمد رضایی‌بقا)

مرحلهٔ دوم، عهدبستن با خداوند است که بعد از آن، مرحلهٔ مراقبت است. مراقبت، باقی‌ماندن بر پیمان خود با خدا و وفای بر عهد است که رضایت خدا را در پی دارد.

(دین و زندگی۱، آهنگ سفر، صفحه‌های ۹۹ و ۱۰۱)

۲۵۴- **گزینهٔ «۴»** (میثم هاشمی)

اندک افرادی وجود دارند که به نیاز طبیعی مقبولیت، پاسخ‌های درستی نمی‌دهند و با پوشیدن لباس‌های نامناسب، به‌کاربردن کلام زشت و ناپسند یا با گذاشتن سیگاری بر لب، می‌خواهند وجود خود را برای دیگران اثبات کنند. این قبیل اعمال، نشانهٔ ضعف روحی و ناتوانی در اثبات خود از راه درست و سازنده است.

(دین و زندگی۱، فضیلت آراستگی، صفحهٔ ۱۳۸)

۲۵۵- **گزینهٔ «۳»** (فردین سماقی)

فایدهٔ مهم روزه، رسیدن به تقواست که عمل به مُفاد آیهٔ «یا ایها الّذین آمنوا کُتب علیکم الصیام کما کُتب علی الّذین من قبلکم لعلّکم تتّقون: ای کسانی که ایمان آورده‌اید، روزه بر شما مقرر شده است، همان‌گونه که بر کسانی که پیش از شما بودند، مقرر شده بود. باشد که تقوا پیشه کنید.» لازمهٔ رسیدن به این هدف است.

(دین و زندگی۱، یاری از نماز و روزه، صفحهٔ ۱۲۹)

۲۵۶- **گزینهٔ «۲»** (میثم هاشمی)

تشریح گزینه‌های دیگر:

گزینه‌های «۱» و «۳»: پوشش و حجاب زنان در ایران باستان چنان برجسته بود که حتی برخی از مورخان غربی بر این باورند که می‌توان ایران باستان را منشأ اصلی گسترش حجاب در جهان دانست. (رد گزینه‌های ۱ و ۳)

گزینهٔ «۴»: در ادیان دیگر و عموم فرهنگ‌ها پوشش زنان به صورت یک اصل پسندیده مطرح بوده و کمتر قوم و ملّتی است که زنان آن پوشش مناسبی نداشته باشند. تفاوت‌ها مربوط به چگونگی و حدود آن بوده است. (رد گزینه‌های ۳ و ۴)

(دین و زندگی۱، زیبایی پوشیدگی، صفحهٔ ۱۵۰)

۲۵۷- **گزینهٔ «۲»** (فردین سماقی)

عشق به خداوند، چون اکسیری است که مرده را حیات می‌بخشد و زندگی حقیقی به وی عطا می‌کند.

(دین و زندگی۱، دوستی با خدا، صفحهٔ ۱۱۲)

۲۵۸- **گزینهٔ «۳»** (عباس سیرشبستری)

ترجمهٔ آیهٔ ۷۲ سورهٔ نحل: «خداوند برای شما همسرانی از (نوع) خودتان قرار داد و از همسرانتان برای شما فرزندان و نوادگانی نهاد و از پاکیزه‌ها به شما رزق و روزی داد. حال آیا آنان به باطل ایمان می‌آورند و به نعمت الهی کفران می‌ورزند؟»

(دین و زندگی۲، پیوند مقدس، صفحهٔ ۱۴۹)

۲۵۹- **گزینهٔ «۲»** (فردین سماقی)

توصیهٔ قرآن به طالبان عزت نفس آن است که «من کان یرید العزة فللّهِ العزّةُ جمیعاً... : هر کس خواستار عزت است، [بداند] که همهٔ عزت‌ها از آنِ خداست.» وصل‌شدن به سرچشمهٔ عزّت، همان وصل‌شدن به خالق هستی است؛ زیرا او وجود شکست‌ناپذیر است که هیچ کس توانایی ایستادن در برابر قدرت او را ندارد.

(دین و زندگی۲، عزت نفس، صفحه‌های ۱۳۹ و ۱۴۰)

۲۶۰- **گزینهٔ «۴»** (عباس سیرشبستری)

انتخاب همسر و مسئولیّت آینده: ... برای موفقیت در این مسئولیّت، باید بر شور و احساس جوانی تسلط کامل داشت و با چشم باز عمل کرد. همواره دیده‌ایم که علاقه و محبّت به یک شخص، چشم و گوش را می‌بندد و عقل را به حاشیه می‌راند. این سخن امام علی (ع) مربوط به مواردی از همین قبیل است: «حبّ الشیء یعمی و یصم: علاقهٔ شدید به چیزی، آدم را کور و کر می‌کند.»

(دین و زندگی۲، پیوند مقدس، صفحهٔ ۱۵۳)

سنجش کلاد
www.SanjeshCloud.ir
T.me/SanjeshClouds

۲۶۱- **گزینهٔ «۱»** (فردین سماقی)

پیشوایان ما با تکیه بر بندگی خداوند و پیوند با او توانستند در سخت‌ترین شرایط عزت‌مندانه زندگی کنند و هیچ‌گاه تن به خواری و ذلّت ندهند. سخن امام حسین (ع) که فرمودند: «مرگ با عزت از زندگی با ذلت، برتر است»، معلول این تکیه بر بندگی خداوند و پیوند با اوست.

(دین و زندگی۲، عزت نفس، صفحهٔ ۱۴۱)

۲۶۲- **گزینهٔ «۴»** (عباس سیدشبستری)

خانواده، مقدس‌ترین نهاد و بنای اجتماعی نزد خداست. این نهاد با ازدواج زن و مرد به وجود می‌آید و با آمدن فرزندان کامل می‌شود.

(دین و زندگی۲، پیوند مقدس، صفحهٔ ۱۴۸)

۲۶۳- **گزینهٔ «۱»** (یاسین ساعدی)

انسانی که به هوی و هوس پاسخ مثبت می‌دهد و تسلیم می‌شود، قدم در وادی ذلت گذاشته و از راه رشد باز می‌ماند. پس از این مرحله است که وقتی در برابر ستمگران و قدرتمندان قرار گرفت، زیر بار ذلّت می‌رود و تسلیم خواسته‌های آن‌ها هم می‌شود.

(دین و زندگی۲، عزت نفس، صفحهٔ ۱۴۳)

۲۶۴- **گزینهٔ «۳»** (مرتضی محسنی کبیر)

خداوند تعالی خطاب به پیامبرش (ص) می‌فرماید: «لعلّک باخع نفسک الّا یکونوا مؤمنین: شاید خویشتن را هلاک کنی که چرا آن‌ها ایمان نمی‌آورند.»

از صفاتی که می‌تواند در تعلیم و تربیت مؤثر باشد، داشتن سوز و حرص به‌اندازه است.

(مهارت معلمی، صفات معلم، صفحه‌های ۳۲ و ۳۳)

۲۶۵- **گزینهٔ «۱»** (مرتضی محسنی کبیر)

شکست در جنگ احد به خاطر نظر صحابه بود که گفتند به جای سنگرگیری در مدینه، به استقبال دشمنان برویم و به خاطر همین، به منطقهٔ احد رفتند و در اثر نافرمانی، نزاع و سستی شکست خوردند.

انسان مسلمان به انتقادهای دیگران به دید هدایایی ارزشمند می‌نگرد. در چشم او، کسی که عیوبش را گوشزد می‌کند، درحقیقت به او هدیه می‌دهد؛ لذا او را محبوب‌ترین برادر خود می‌داند. چنان‌که از امام صادق (ع) نقل است: «أحبّ إخوانی إلیّ من أهدی إلیّ عُیوبی».

(مهارت معلمی، وظایف معلم، صفحه‌های ۹۷ و ۱۰۱)

۲۶۶- **گزینهٔ «۲»** (یاسین ساعدی)

تشریح گزینه نادرست:

نه سنت‌گرایی اصل است نه سنت‌شکنی؛ بلکه باید هر کار خیری را از نیاکان دنبال کرد و هر کار غلطی را ـ گرچه سنت نیاکان باشد ـ کنار گذاشت.

(مهارت معلمی، وظایف معلم، صفحه‌های ۸۰ و ۸۱)

۲۶۷- **گزینهٔ «۳»** (مرتضی محسنی کبیر)

در سورهٔ الرحمن ابتدا به تعلیم قرآن اشاره می‌کند، سپس آفرینش انسان: «الرّحمن * علّم القرآن* خلق الانسان: خداوند قرآن را آموخت و انسان را آفرید.»

«من عمل صالحاً من ذکر أو أنثی و هو مؤمن فلنحیینّه حیاةً طیبةً: هر کس کار شایسته‌ای کند، چه مرد یا زن، در حالی که مؤمن باشد، به زندگی پاک و پسندیده زنده‌اش می‌داریم.»

(مهارت معلمی، ارزش و امتیاز کار معلمی، صفحه‌های ۲۸ و ۲۹)

۲۶۸- **گزینهٔ «۳»** (مرتضی محسنی کبیر)

موارد «ج» و «د» صحیح هستند.

بررسی سایر موارد:

«الف»: یک معلم وظیفه‌گرا باید بداند که همراهی‌نکردن دیگران، تکلیف او را ساقط نمی‌کند؛ زیرا قرآن می‌فرماید: «قل إنّما أعظکم بواحدةٍ ان تقوموا لله مثنی و فُرادی: بگو من شما را به یک سخن پند می‌دهم. برای خدا قیام کنید؛ دو نفر، دو نفر و یک نفر، یک نفر.»

«ب»: اگر کسی در شب عید فطر ماه را ببیند، روز بعد برای او عید فطر است؛ اگرچه تمام مراجع عظام بگویند که برای ما ثابت نشده است.

(مهارت معلمی، صفات معلم، صفحهٔ ۶۳)

۲۶۹- **گزینهٔ «۱»** (یاسین ساعدی)

اسلام به طرفداران خود هم غذای فکری می‌دهد (حکمت)، هم غذای روح (موعظهٔ حسنه) و با مخالفان خود نیز برخوردی منطقی دارد (جدال احسن).

(مهارت معلمی، وظایف معلم، صفحهٔ ۸۲)

۲۷۰- **گزینهٔ «۳»** (مرتضی محسنی کبیر)

حضرت ابراهیم (ع) برای نسل خود نیز دعا می‌کرد و از خداوند می‌خواست: «خدایا! رهبری امّت و اقامهٔ نماز را در ذریهٔ من قرار بده.»

آیت‌الله العظمی گلپایگانی (ره) فرمود: «اگر طلبه‌ای به جای تبلیغ و تحصیل دین، سراغ دربار رفت و بازوی آنان شد، نگوید: رفتم؛ بلکه بگوید: لیاقت نداشتم و امام زمان (عج) مرا از حوزه بیرون انداخت.» این سخن در آن زمان بسیار مهم بود و سبب بیمه‌شدن دیگر مبلغان در برابر توطئهٔ درباریان شد و اشاره به این ارزش دارد که معلمی یک انتخاب صحیح است.

(مهارت معلمی، ارزش و امتیاز کار معلمی، صفحه‌های ۱۷، ۱۸ و ۲۳)

سنجش کلاد
www.SanjeshCloud.ir
T.me/SanjeshClouds

استعدادتحلیلی

۲۷۱- گزینهٔ «۳» *(حمید اصفهانی)*

عبارت نخست متن، علّت بلندی گردن زرّافه‌ها را در تلاش آن‌ها برای رسیدن به برگ‌های شاخه‌های بالاتر درختان می‌داند، ولی عبارت دوم نمونه‌ای است از زرّافه‌های ماده که اتّفاقاً برعکس، در نیمی از زمانشان، گردنشان را افقی نگاه می‌دارند تا برگ‌های شاخه‌های پایین‌تر را بخورند. در واقع عبارت دوم، نمونه‌ای است برای ردّ آن‌چه در عبارت نخست بیان و بر آن تکیه شده است.

(هوش کلامی)

۲۷۲- گزینهٔ «۴» *(حمید اصفهانی)*

متن به وضوح نظریه‌ای را که درباره‌ی علّت گردن بلند زرّافه‌ها بوده و در کتاب‌های درسی و یا مقاله‌های غیرتخصّصی بیان شده است زیر سؤال برده است.

(هوش کلامی)

۲۷۳- گزینهٔ «۲» *(حمید اصفهانی)*

استدلالِ پایانی متن، بلندی گردنِ زرّافه‌های نر را توجیه کرده است، ولی نگفته‌است چرا گردن زرّافه‌های ماده بلند است.

(هوش کلامی)

۲۷۴- گزینهٔ «۲» *(حامد کریمی)*

طبق متن، **کارل مارکس** بر این نکته تأکید می‌کند که نابرابری‌های طبقاتی و اقتصادی زمینه‌ساز تضادهای اجتماعی است. هچنین طبق نظریه‌ی **هنری تاجفل**، هویّت فردی به شدّت تحت تأثیر تعلّقات گروهی و ارزش‌های اجتماعی است

(هوش کلامی)

۲۷۵- گزینهٔ «۱» *(حامد کریمی)*

در متن می‌خوانیم: «در جوامعی که همگرایی فرهنگی کاهش می‌یابد، احتمال بروز کژروی اجتماعی بیشتر می‌شود: ... کاهش همبستگی.»
همچنین «آنومی اجتماعی» به وضعیتی اشاره می‌کند که در آن هنجارهای اجتماعی به دلیل تغییرات سریع فرهنگی یا اقتصادی دچار ضعف و زوال می‌شود.

(هوش کلامی)

۲۷۶- گزینهٔ «۳» *(کتاب آبی استعدادتحلیلی هوش کلامی)*

تنها گزینهٔ «۳» است که جنبه‌ای منفی از سینمای امروزی بیان می‌کند و می‌تواند دلیلِ ادّعای صورت سؤال باشد.

(هوش کلامی)

۲۷۷- گزینهٔ «۳» *(کتاب آبی استعدادتحلیلی هوش کلامی)*

مفهوم مثل‌های صورت سؤال و گزینهٔ «۳»، حفظ امید تا آخرین لحظه است چرا که در انتها کارها به نیکی ختم خواهند شد. عبارت گزینهٔ «۱» از «تداعی» و عبارت گزینهٔ «۲» از «ادّعا و لجاجت» می‌گوید. عبارت گزینهٔ «۴» نیز می‌گوید انسان هر کاری کند نتیجهٔ همان را می‌بیند.

(هوش کلامی)

۲۷۸- گزینهٔ «۲» *(حمید اصفهانی)*

حروف مدّنظر را به دو دستهٔ نقطه‌دار و بی‌نقطه تقسیم می‌کنیم:

ص ض ط ظ ع غ ف

سه کارت با حروف بی‌نقطه خواهیم داشت و چهار کارت با حروف نقطه‌دار. قطعاً جایگاه حروف نقطه‌دار و بی‌نقطه معلوم است، یعنی حروف «ص»، «ط» و «ع» در سه خانهٔ زیر قرار می‌گیرند:

شنبه	یکشنبه	دوشنبه	سه‌شنبه	چهارشنبه	پنج‌شنبه	جمعه

بی‌نقطه

از طرفی دیگر، حروف نقطه‌دارِ «ض» و «ظ»، هر کدام در الفبا، کنار دو حرفِ بی‌نقطه یعنی «ص ط» و «ط ع» هستند، پس این دو حرف را نمی‌توان جایی به‌جز سر و ته جدول قرار داد. بر این اساس دو حالت داریم. حرفِ کناری این دو حرف هم معلوم است:

شنبه	یکشنبه	دوشنبه	سه‌شنبه	چهارشنبه	پنج‌شنبه	جمعه
ض	ع				ص	ظ
ظ	ص				ع	ض

حال، حرف وسط هم باید حتماً بی‌نقطه باشد، پس «ط» است و دو حرف دیگر هم معلوم می‌شوند، چون ترتیب الفبایی آن‌ها معلوم است:

شنبه	یکشنبه	دوشنبه	سه‌شنبه	چهارشنبه	پنج‌شنبه	جمعه
ض	ع	ف	ط	غ	ص	ظ
ظ	ص	غ	ط	ف	ع	ض

پس روز سه‌شنبه قطعاً «ط» است.

(هوش منطقی ریاضی)

سنجش کلاد
www.SanjeshCloud.ir
T.me/SanjeshClouds

۲۷۹- گزینهٔ «۲» *(حمید اصفهانی)*

طبق پاسخ قبلی، حرف کارتِ یکشنبه، یا «ص» است یا «ع».

(هوش منطقی ریاضی)

۲۸۰- گزینهٔ «۱» *(حمید اصفهانی)*

طبق پاسخ قبلی، حروف کارت دوشنبه یا «ف» است یا «غ».

(هوش منطقی ریاضی)

۲۸۱- گزینهٔ «۳» *(فرزاد شیرمحمدلی)*

بدین ترتیب حالتِ ممکن این است که اوّل هر شش مهرهٔ سبز و هر پنج مهرهٔ زرد و یک مهرهٔ آبی و یک مهرهٔ قرمز از کیسه بیرون بیاید. مهرهٔ بعدی چه قرمز و چه آبی، سومین رنگ خواهد بود که حداقل دو مهره از آن در دست داریم:

$۶+۵+۱+۱+۱=۱۴$

(هوش منطقی ریاضی)

۲۸۲- گزینهٔ «۱» *(فاطمه راسخ)*

در مسیر رنگ صورت سؤال، قسمت «الف» قسمت محدودکننده است.

هر ساعت سه لیوان وارد و کامل رنگی می‌شود و خارج می‌شود. در سه ساعت $۳\times۳=۹$ لیوان رنگی از مسیر خروجی بیرون می‌آید.

(هوش منطقی ریاضی)

۲۸۳- گزینهٔ «۴» *(فاطمه راسخ)*

سی‌وپنج درصد پیروزی در دویست بازی، یعنی $\frac{۳۵}{۱۰۰}\times۲۰۰=۷۰$ پیروزی.

حال در بهترین حالت، فرد $\square$ بازی دیگر انجام می‌دهد و در همهٔ بازی‌ها پیروز می‌شود. درصد پیروزی او در این حالت برابر خواهد بود با:

$$\frac{۷۰+\square}{۲۰۰+\square}=\frac{۵۰}{۱۰۰}=\frac{۱}{۲}\Rightarrow ۲(۷۰+\square)=۲۰۰+\square$$

$$\Rightarrow ۱۴۰+۲\square=۲۰۰+\square\Rightarrow \square=۶۰$$

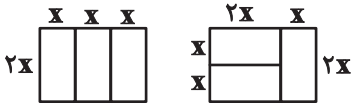
(هوش منطقی ریاضی)

۲۸۴- گزینهٔ «۴» *(فاطمه راسخ)*

طبق شکل‌های زیر، واضح است که اطلاعات «الف» و «ب» هیچ‌کدام دادهٔ جدیدی نسبت به اطّلاعات صورت سؤال ندارند و برای پاسخگویی کافی نیستند.

محیط مستطیل بزرگ: $۱۰x$

محیط مستطیل کوچک: $۶x$



(هوش منطقی ریاضی)

۲۸۵- گزینهٔ «۳» *(فرزاد شیرمحمدلی)*

عدد همهٔ گل‌ها، عدد یکانِ حاصل‌ضرب تعداد گلبرگ‌های رنگی جلویی در تعداد گلبرگ‌های رنگی پشتی است، به‌جز یک مورد:

$۸\times۲=۱۶$ $۱۰\times۴=۴۰$ $۴\times۴=۱۶$ ✗

$۵\times۷=۳۵$ $۶\times۴=۲۴$ $۱\times۱۱=۱۱$

$۳\times۹=۲۷$ $۷\times۶=۴۲$

(هوش منطقی ریاضی)

۲۸۶- گزینهٔ «۲» *(مهری وکلی فراهانی)*

در قسمت «ب» دو قسمت وارونه رنگ شده‌اند و یک قسمت نیز به خطا رنگ شده است.

(هوش غیرکلامی)

۲۸۷- گزینهٔ «۴» *(هادی زمانیان)*

اگر از دو قطر به هم چسبیدهٔ رنگ‌شده پادساعتگرد حرکت کنیم، متوجه الگویی ساده می‌شویم، فاصلهٔ بین قطرهای رنگی، به‌ترتیب یکی یکی افزایش می‌یابد:

$۰,۱,۲,۳,۴,۵$

پس فاصلهٔ دو قطعهٔ بعدی باید پنج قطعهٔ سفید باشد.

(هوش غیرکلامی)

سنجش کلاد
www.SanjeshCloud.ir
T.me/SanjeshClouds

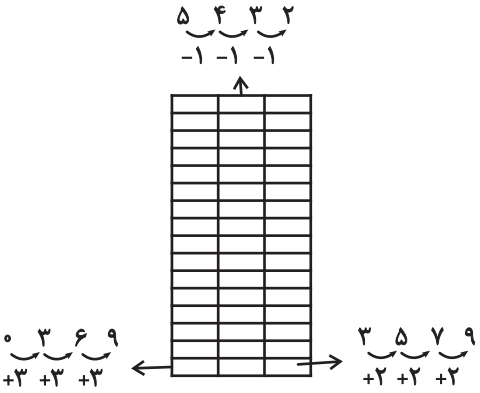
۲۸۸- گزینهٔ «۴» *(مهدی ونکی فراهانی)*

در کامل‌شدهٔ شکل صورت سؤال، نوعی تقارن هست، به این شکل که هر شکل دور تا دورِ شکل کلّی، یک واحد در میان رنگی و تکرار می‌شود.

(هوش غیرکلامی)

۲۸۹- گزینهٔ «۲» *(حمید کنبی)*

در ستون‌های شکل‌ها، تعداد خانه‌های رنگی الگویی ساده دارد:



(هوش غیرکلامی)

۲۹۰- گزینهٔ «۳» *(حمید کنبی)*

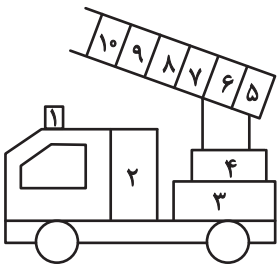
علاوه بر ده مستطیل آشکار در شکل، پانزده مستطیل دیگر هم هست:

$(۵,۶),(۶,۷),(۷,۸),(۸,۹),(۹,۱۰)$

$(۵,۶,۷),(۶,۷,۸),(۷,۸,۹),(۸,۹,۱۰)$

$(۵,۶,۷,۸),(۶,۷,۸,۹),(۷,۸,۹,۱۰)$

$(۵,۶,۷,۸,۹),(۶,۷,۸,۹,۱۰),(۵,۶,۷,۸,۹,۱۰)$



(هوش غیرکلامی)

---

www.SanjeshCloud.ir
T.me/SanjeshClouds