دفترچه پاسخ

آزمون ۱۰ اسفند ۱۴۰۳

اختصاصی دوازدهم ریاضی

	نام درس	نام طراحان
اختصاصی	حسابان ۲ وریاضی‌پایه	کاظم اجلالی-بهمن امیدی-دانیال آرکیش-داود بوالحسنی-افشین خاصه‌خان-سینا خیرخواه-طاهر دادستانی-علی سلامت سیدماهد عبدی-حامد قاسمیان-کیان کریمی‌خراسانی-محمد گودرزی-مهسان گودرزی-رضا ماجدی-حامد معنوی مهرداد ملوندی-نیما مهندس-علیرضا نداف‌زاده-غلامرضا نیازی-جهانبخش نیکنام
	هندسه و آمارو ریاضیات گسسته	امیرحسین ابومحبوب-علی ایمانی-جواد ترکمن-سیدمحمدرضا حسینی‌فرد-افشین خاصه‌خان-کیوان دارابی-مصطفی دیداری سوگند روشنی-علیرضا شریف‌خطیبی-فرشاد صدیقی‌فر-هومن عقیلی-شبنم غلامی-احمدرضا فلاح-مهرداد ملوندی-نیلوفر مهدوی نیما مهندس-سرژ یقیازاریان‌تبریزی
	فیزیک	حسین الهی-عبدالرضا امینی‌نسب-زهره آقامحمدی-علی برزگر-علیرضا جباری-مسعود خندانی-محسن سلماسی-مهدی شریفی مصطفی کیانی-محمد مقدم-محمدکاظم منشادی-امیراحمد میرسعید-حسام نادری-مجتبی نکوئیان
	شیمی	امیرعلی بیات-محمدرضا پورجاوید-سعید تیزرو-محمدرضا جمشیدی-امیر حاتمیان-امیرمسعود حسینی-پیمان خواجوی‌مجد حمید ذبحی-یاسر راش-روزبه رضوانی-رسول عابدینی‌زواره-محمد عظیمیان‌زواره-امیرمحمد کنگرانی-محسن مجنونی امیرحسین مسلمی-هادی مهدی‌زاده-متین هوشیار

گزینشگران و ویراستاران

نام درس	حسابان ۲ و ریاضی‌پایه	هندسه	آمار و ریاضیات گسسته	فیزیک	شیمی
گزینشگر	کیان کریمی‌خراسانی	امیرحسین ابومحبوب	امیرحسین ابومحبوب	مصطفی کیانی	ایمان حسین‌نژاد
گروه ویراستاری	امیرحسین ابومحبوب نیما مهندس	امیرحسین ابومحبوب امیرمحمدکریمی	امیرحسین ابومحبوب امیرمحمدکریمی	بهنام شاهنی زهره آقامحمدی	حسین شاهسواری محمدحسن محمدزاده مقدم یاسر راش آرش ظریف محمدرضا جمشیدی
بازبینی نهایی رتبه های برتر	محمدپارسا سبزه‌ای	محمدپارسا سبزه‌ای	محمدپارسا سبزه‌ای	سینا صالحی ماهان فرهمندفر	ماهان فرهمندفر
مسئول درس	سیدماهد عبدی مهرداد ملوندی	سرژ یقیازاریان تبریزی	سرژ یقیازاریان تبریزی	حسام نادری	امیرعلی بیات
مستندسازی	سمیه اسکندری	سجاد سلیمی	سجاد سلیمی	علیرضا همایون‌خواه	امیرحسین توحیدی
ویراستاران مستندسازی	معصومه صنعت‌کار - علیرضا عباسی‌زاهد - محمدرضا مهدوی			معصومه صنعت‌کار سجاد بهارلویی مهدی صالحی	سجاد رضایی محمدصدرا وطنی محسن دستجردی

گروه فنی و تولید

مدیر گروه	مهرداد ملوندی	
مسئول دفترچه	نرگس غنی‌زاده	
گروه مستندسازی	مدیر گروه: محیا اصغری	مسئول دفترچه: الهه شهبازی
حروفنگار	فرزانه فتح الله‌زاده	
ناظر چاپ	سوران نعیمی	

گروه آزمون

بنیاد علمی آموزشی قلم‌چی (وقف عام)

دفتر مرکزی: خیابان انقلاب بین صبا و فلسطین – پلاک ۹۲۳ – کانون فرهنگی آموزش – تلفن: ۶۴۶۳-۰۲۱

AzmonVIP

حسابان ۲

۱- **گزینهٔ «۱»** (مهسان کوررزی)

مشتق تابع f به صورت زیر به دست می‌آید:

$$f(x)=\sin^{۳}x.\cos ۳x$$

$$\Rightarrow f'(x)=۳\sin^{۲}x.\cos x.\cos ۳x-۳\sin ۳x.\sin^{۳}x$$

$$=۳\sin^{۲}x(\cos x.\cos ۳x-\sin ۳x.\sin x)$$

$$=۳\sin^{۲}x(\cos(\underbrace{x+۳x}_{۴x}))=۳\sin^{۲}x.\cos ۴x$$

(حسابان ۲- صفحه‌های ۹۲ تا ۹۷)

۲- **گزینهٔ «۳»** (حامد قاسمیان)

داریم: $f(x)=-۲x^{۳}+۵x-۱\Rightarrow f'(x)=-۶x^{۲}+۵$

$$\begin{cases} x=۱ \text{ در } f \text{ آهنگ تغییر لحظه‌ای} = f'(۱)=-۱ \\ [۰\ ,\ ۲] \text{ در } f \text{ آهنگ متوسط تغییر} = \dfrac{f(۲)-f(۰)}{۲-۰}=\dfrac{-۷+۱}{۲}=-۳ \end{cases}$$

در نتیجه مجموع مورد نظر برابر می‌شود با: $(-۱)+(-۳)=-۴$

(حسابان ۲- صفحه‌های ۱۰۲ تا ۱۱۰)

۳- **گزینهٔ «۴»** (دانیال آرگیش)

با توجه به فرض داریم:

$$g(x)=f(\sqrt{x})\Rightarrow g'(x)=\frac{۱}{۲\sqrt{x}}f'(\sqrt{x})$$

$$\xrightarrow{f'(\sqrt{x})=\frac{\sqrt{x}}{\sqrt{۱+x}}} g'(x)=\frac{۱}{۲\sqrt{x}}\times\frac{\sqrt{x}}{\sqrt{۱+x}}=\frac{۱}{۲\sqrt{۱+x}}$$

$$g'(x)=\frac{۱}{۲}(۱+x)^{-\frac{۱}{۲}}\Rightarrow g''(x)=-\frac{۱}{۲}\times\frac{۱}{۲}\times(۱+x)^{-\frac{۳}{۲}}$$

$$\Rightarrow g''(x)=\frac{-۱}{۴(x+۱)^{\frac{۳}{۲}}}=\frac{-۱}{۴\sqrt{(x+۱)^{۳}}}$$

$$\Rightarrow g''(۸)=-\frac{۱}{۴(۲۷)}=-\frac{۱}{۱۰۸}$$

(حسابان ۲- صفحه‌های ۹۲ تا ۹۸)

۴- **گزینهٔ «۱»** (غلامرضا نیازی)

طبق فرض، مختصات نقطهٔ تماس به صورت زیر می‌شود:

$$d: y=۱-\frac{x}{۲}\xrightarrow{x=۴} y=۱-۲=-۱\Rightarrow A(۴\ ,\ -۱)$$ نقطهٔ تماس:

طبق دستور مشتق تابع مرکب داریم:

$$(gof)'(x)=f'(x).g'(f(x))\Rightarrow (gof)'(۴)=f'(۴).g'(f(۴))$$

مقدار $f'(۴)$ همان شیب خط مماس d است، یعنی $f'(۴)=-\frac{۱}{۲}$،

پس: $(gof)'(۴)=-\frac{۱}{۲}g'(-۱)$

حال مشتق تابع g را به دست می‌آوریم: $g(x)=(x^{۲}-۱).(\frac{\cos \pi x}{\sqrt{x+۲}})$

$$\Rightarrow g'(x)=(x^{۲}-۱)'.(\frac{\cos \pi x}{\sqrt{x+۲}})+(\frac{\cos \pi x}{\sqrt{x+۲}})'.(x^{۲}-۱)$$

$$\Rightarrow g'(-۱)=۲x(\frac{\cos \pi x}{\sqrt{x+۲}})\Big|_{x=-۱}+۰=-۲(-\frac{۱}{۱})=۲$$

در نتیجه مقدار مشتق مورد نظر برابر می‌شود با:

$$\Rightarrow (gof)'(۴)=-\frac{۱}{۲}(۲)=-۱$$

نکته: اگر تابعی از ضرب چند عامل تشکیل شده باشد و مشتق تابع را در ریشهٔ یکی از عوامل بخواهند، در این صورت مشتق آن عامل را گرفته، سپس در بقیهٔ عوامل ضرب می‌کنیم و طول نقطه را داخل عبارت قرار می‌دهیم. (مشتق عامل صفرشونده)

(حسابان ۲- صفحه‌های ۹۲ تا ۹۸)

۵- **گزینهٔ «۳»** (مهرداد ملوندی)

تابع $h(x)=(f(x))^{۲}+(g(x))^{۲}$ را در نظر بگیرید. مشتق تابع h برابر می‌شود با:

$$h'(x)=۲f(x).f'(x)+۲g(x).g'(x)$$

طبق فرض $f'=g$ و $g'=-f$، در نتیجه داریم:

$$h'(x)=۲f(x).g(x)-۲g(x).f(x)=۰$$

AzmonVIP

بنابراین تابع h تابعی ثابت است و داریم:

$$(f(۲))^۲+(g(۲))^۲=h(۲)=h(۱)=(f(۱))^۲+(g(۱))^۲$$

$$\xrightarrow[f(۱)=۲]{g(۱)=f'(۱)=۲} h(۲)=۲^۲+۲^۲=۸$$

(حسابان ۲- صفحه‌های ۹۲ تا ۹۶)

۶- **گزینهٔ «۳»** (علی سلامت)

فرض می‌کنیم ضابطهٔ تابع f به صورت $f(x)=ax^۲+bx+c$ باشد،

بنابراین: $f'(x)=۲ax+b$

با توجه به فرض و نمودار سهمی f واضح است که $f'(۰)=-۴$ و $f'(۳)=۰$، بنابراین:

$$\left.\begin{array}{l} f'(۰)=-۴\Rightarrow b=-۴ \\ f'(۳)=۰\Rightarrow ۶a-۴=۰\Rightarrow a=\frac{۲}{۳}\end{array}\right\}\Rightarrow f'(x)=\frac{۴}{۳}x-۴$$

در نتیجه ضابطه و دامنهٔ تابع g به صورت زیر به دست می‌آید:

$$g(x)=\sqrt{\frac{x-f'(x)}{۲x-۷}}=\sqrt{\frac{x-\frac{۴}{۳}x+۴}{۲x-۷}}=\sqrt{\frac{۴-\frac{۱}{۳}x}{۲x-۷}}$$

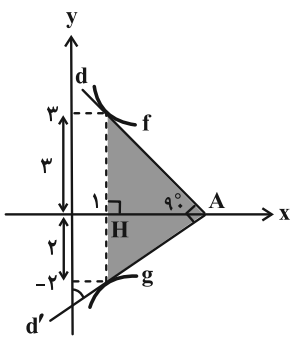
$$D_g:\ \frac{۴-\frac{۱}{۳}x}{۲x-۷}\geq ۰\Rightarrow \frac{۷}{۲}<x\leq ۱۲\Rightarrow D_g=(۳/۵\ ,\ ۱۲]$$

دامنهٔ تابع g شامل ۹ عدد صحیح $(۴,\ ۵\ ,\ \ldots\ ,\ ۱۲)$ است.

(حسابان ۲- صفحه‌های ۹۰ تا ۹۶)

۷- **گزینهٔ «۳»** (جوانبخش نیکنام)

می‌دانیم در هر مثلث قائم‌الزاویه، طول ارتفاع وارد بر وتر، واسطهٔ هندسی دو قطعهٔ ایجاد شده روی وتر می‌باشد، پس در مثلث قائم‌الزاویهٔ رنگی داریم:



$$AH^۲=۲\times ۳\Rightarrow AH=\sqrt{۶}$$

شیب خطوط مماس d و d' همان مشتق توابع f و g در $x=۱$ هستند، پس:

$$\begin{cases} m_d=-\frac{۳}{\sqrt{۶}}\Rightarrow f'(۱)=-\frac{۳}{\sqrt{۶}} \\ m_{d'}=\frac{۲}{\sqrt{۶}}\Rightarrow g'(۱)=\frac{۲}{\sqrt{۶}}\end{cases}$$

در نتیجه داریم: $(fg)'(۱)=f'(۱)g(۱)+g'(۱)f(۱)$

$$=(-\frac{۳}{\sqrt{۶}})(-۲)+(\frac{۲}{\sqrt{۶}})(۳)=۲\sqrt{۶}$$

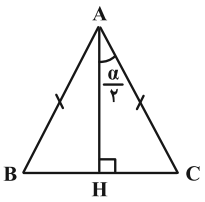
(حسابان ۲- صفحه‌های ۹۲ تا ۹۶)

۸- **گزینهٔ «۱»** (طاهر دادستانی)

مساحت مثلث را به صورت تابعی برحسب $\hat{A}=\alpha$ به دست می‌آوریم.

مطابق شکل داریم:

$$S_{ABC}=\frac{۱}{۲}AH.BC\xrightarrow{BC=\sqrt{۳}}S_{ABC}=\frac{\sqrt{۳}}{۲}AH$$



از طرفی در مثلث متساوی‌الساقین ABC، ارتفاع AH، نیمساز زاویهٔ A و میانهٔ ضلع BC نیز می‌باشد. پس مطابق شکل داریم:

$$\cot\frac{\alpha}{۲}=\frac{AH}{HC}=\frac{AH}{\frac{BC}{۲}}=\frac{AH}{\frac{\sqrt{۳}}{۲}}\Rightarrow AH=\frac{\sqrt{۳}}{۲}\cot\frac{\alpha}{۲}$$

بنابراین: $S=\frac{\sqrt{۳}}{۲}(\frac{\sqrt{۳}}{۲}\cot\frac{\alpha}{۲})=\frac{۳}{۴}\cot\frac{\alpha}{۲}$

مشتق تابع S (برحسب α) برابر می‌شود با:

$$S'(\alpha)=\frac{۳}{۴}(\frac{۱}{۲})(-(۱+\cot^۲\frac{\alpha}{۲}))$$

آهنگ تغییر لحظه‌ای مساحت مثلث ABC به ازای $\hat{A}=\alpha=۶۰^\circ$ برابر است با:

AzmonVIP

$$S'(۶۰^\circ) = -\frac{۳}{۸}(۱+\cot^۲(۳۰^\circ)) = -\frac{۳}{۸}(۱+(\sqrt{۳})^۲) = -\frac{۳}{۲}$$

(حسابان ۲- صفحهٔ ۹۶)

۹- **گزینهٔ «۲»** (کیان کریمی‌خراسانی)

توجه کنید که $D_f = [-۱, ۱]$، پس با توجه به فرض، تابع f باید در $x = ۱$ مشتق چپ و در $x = -۱$ مشتق راست داشته باشد.

$$f'_-(۱) = \lim_{x\to ۱^-} \frac{\sqrt{۱-x^۲} + a\sqrt{x+۱} + b\sqrt{۱-x} - a\sqrt{۲}}{x-۱}$$

$$= \lim_{x\to ۱^-} \left(\frac{\sqrt{۱-x}(\sqrt{۱+x}+b)}{x-۱} + \frac{a(\sqrt{x+۱}-\sqrt{۲})}{x-۱}\right)$$

$$= \lim_{x\to ۱^-} \frac{\sqrt{۱+x}+b}{-\sqrt{۱-x}} + \frac{a}{۲\sqrt{۲}}$$

برای این‌که حد فوق موجود باشد، باید صورت کسر سمت چپ برابر با صفر باشد، پس $\sqrt{۱+۱}+b=۰$، در نتیجه $b=-\sqrt{۲}$ و حاصل حد (یعنی $f'_-(۱)$) برابر با $\frac{a}{۲\sqrt{۲}}$ می‌شود. همچنین:

$$f'_+(-۱) = \lim_{x\to(-۱)^+} \frac{\sqrt{۱-x^۲} + a\sqrt{x+۱} + b\sqrt{۱-x} - b\sqrt{۲}}{x+۱}$$

$$= \lim_{x\to(-۱)^+} \left(\frac{\sqrt{۱+x}(\sqrt{۱-x}+a)}{x+۱} + \frac{b(\sqrt{۱-x}-\sqrt{۲})}{x+۱}\right)$$

$$= \lim_{x\to(-۱)^+} \frac{\sqrt{۱-x}+a}{\sqrt{۱+x}} - \frac{b}{۲\sqrt{۲}}$$

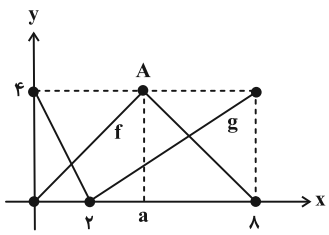
برای این‌که حد فوق موجود باشد، باید صورت کسر سمت چپ برابر با صفر باشد، پس $\sqrt{۱+۱}+a=۰$، در نتیجه $a=-\sqrt{۲}$ و حاصل حد (یعنی $f'_+(-۱)$) برابر با $-\frac{b}{۲\sqrt{۲}}$ می شود. در نتیجه داریم:

$$ab = (-\sqrt{۲})(-\sqrt{۲}) = ۲$$

(حسابان ۲- صفحه‌های ۹۱ و ۹۷)

۱۰- **گزینهٔ «۴»** (نیما مهندس)

مطابق شکل، طول نقطهٔ شکستگی تابع f (نقطهٔ A) را a می‌گیریم. طبق روابط مشتق می‌دانیم:



$$h'(x) = \frac{f'(x).g(x) - f(x).g'(x)}{g^۲(x)}$$

$$\Rightarrow h'(۱) = \frac{\frac{۴}{a}\times ۲ - \frac{۴}{a}\times(-۲)}{۲^۲} \underset{\text{فرض}}{=} \frac{۲}{۳}$$

$$\Rightarrow \frac{\frac{۱۶}{a}}{۴} = \frac{۲}{۳} \Rightarrow \frac{۴}{a} = \frac{۲}{۳} \Rightarrow a = ۶$$

مقدار $h'(۷)$ به صورت زیر به دست می‌آید:

$$h'(۷) = \frac{f'(۷).g(۷) - f(۷).g'(۷)}{g^۲(۷)} = \frac{(-۲)\times(\frac{۱۰}{۳}) - ۲\times(\frac{۴}{۶})}{(\frac{۱۰}{۳})^۲}$$

$$= \frac{-\frac{۲۰}{۳} - \frac{۴}{۳}}{\frac{۱۰۰}{۹}} = -\frac{۸}{\frac{۱۰۰}{۹}} = -\frac{۷۲}{۱۰۰}$$

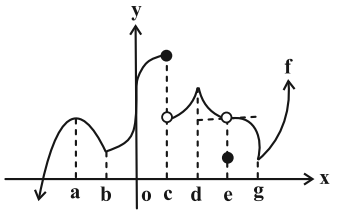
(حسابان ۲- شبیه تمرین ۱۱ صفحهٔ ۱۰۰)

حسابان ۲- پیشروی سریع

۱۱- **گزینهٔ «۳»** (افشین خاصه‌خان)

شرط استفاده از آزمون مشتق اول آن است که تابع در نقطهٔ بحرانی به طول $x = m$ پیوسته بوده و در یک همسایگی از آن مشتق‌پذیر باشد (مگر احیاناً در خود آن نقطه) و علامت مشتق در همسایگی این نقطه تغییر کند. ۴ نقطهٔ a، b، d و g از نقاط بحرانی تابع f، حائز این شرایط است و نقطهٔ اکسترمم نسبی به حساب می‌آیند.

AzmonVIP



(حسابان ۲- صفحه‌های ۱۲۳ و ۱۲۴)

۱۲- **گزینهٔ «۳»** (جهانبخش نیکنام)

دورهٔ تناوب این تابع 2π می‌باشد. مشتق تابع را به دست آورده و بـازه‌هـایی که تابع در آن‌ها اکیداً نزولی است را می‌یابیم:

$$y = \cos 2x - 2\sin x + 3$$

$$\Rightarrow y' = -2\sin 2x - 2\cos x = -4\sin x\cos x - 2\cos x$$

$$y' = -2\cos x(2\sin x + 1)$$

$$y' = 0 \Rightarrow \begin{cases} \cos x = 0 \Rightarrow x = \frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{2}, \frac{5\pi}{2} \\ \sin x = -\frac{1}{2} \Rightarrow x = \frac{7\pi}{6}, \frac{11\pi}{6} \end{cases}$$

x	$\frac{\pi}{2}$		$\frac{7\pi}{6}$		$\frac{3\pi}{2}$		$\frac{11\pi}{6}$		$\frac{5\pi}{2}$
y'	۰	+	۰	−	۰	+	۰	−	۰
y		↗		↘		↗		↘	

در نتیجه طول بزرگ‌ترین بازه‌ای که تابع در آن اکیداً نزولی مـی‌باشـد برابـر است با:

$$\frac{5\pi}{2} - \frac{11\pi}{6} = \frac{2\pi}{3}$$

(حسابان ۲- صفحه‌های ۱۲۰ تا ۱۲۴)

۱۳- **گزینهٔ «۳»** (نیما مهندس)

دامنهٔ تابع به صورت $D_f = [-4, 4]$ است. پس نقاط بحرانی ۴ و ۴- را به عنوان ابتدا و انتهای بازه مدنظر داریم. حال به سراغ محاسبهٔ f' می‌رویم:

$$f'(x) = \frac{-2x}{2\sqrt{16-x^2}} - \sqrt{3} = \frac{-\sqrt{3}\sqrt{16-x^2} - x}{\sqrt{16-x^2}}$$

$$\xrightarrow[\text{را حل کنیم}]{f'(x)=0 \text{ باید معادلهٔ}} -x = \sqrt{48-3x^2}$$

$$\xrightarrow[x\le 0]{\text{توان ۲}} x^2 = 48 - 3x^2 \Rightarrow x^2 = 12 \xrightarrow{x<0} x = -2\sqrt{3}$$

پس باید مقدار f را در سه نقطه با یکدیگر مقایسه کنیم:

$$f(-4) = 4\sqrt{3}\ ,\ f(4) = \underbrace{-4\sqrt{3}}_{\text{min مطلق}}\ ,\ f(-2\sqrt{3}) = 8 : \text{max مطلق}$$

اختلاف بین مقادیر ماکزیمم و مینیمم مطلق برابر می‌شود با:

$$|f(-2\sqrt{3}) - f(4)| = 8 - (-4\sqrt{3}) = 8 + 4\sqrt{3}$$

(حسابان ۲- صفحه‌های ۱۱۶ تا ۱۱۹)

۱۴- **گزینهٔ «۱»** (علیرضا نداف‌زاده)

توجـه داشـته باشـید کـه تـابع f در هـر نقطـه از دامنـه‌اش پیوسـته اسـت. اگر $b < 0$ باشد، مخرج f دو ریشه داشته که هـر دوی آن‌هـا مجانـب‌هـای قائم تابع f هستند. با فرض $b > 0$، تابع f را به صورت دوضابطه‌ای نوشته و مشتق آن را محاسبه می‌کنیم:

$$f(x) = \frac{ax}{b|x|+3} = \begin{cases} \frac{ax}{bx+3} & , \ x \ge 0 \\ \frac{ax}{-bx+3} & , \ x < 0 \end{cases}$$

$$\Rightarrow f'(x) = \begin{cases} \frac{3a}{(bx+3)^2} & , \ x \ge 0 \\ \frac{3a}{(-bx+3)^2} & , \ x < 0 \end{cases}$$

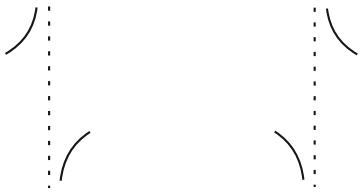
مقـدار تـابع f' در تمـام نقـاط دامنـه‌اش، موجـود بـوده و هـیچ موقـع صـفر نمی‌شود $(a \neq 0)$ و همواره هم‌علامت با ضریب a می‌باشد، پـس تـابع f فاقـد نقطهٔ بحرانی و نقطهٔ اکسترمم نسبی است. (جدول تغییرات تابع را مشاهده کنید.)

x	۰
f'	هم‌علامت با ضریب a
f	۰

همواره صعودی یا همواره نزولی

توجه: به ازای $b < 0$، دامنهٔ تابع به صورت $\mathbb{R} - \{\pm\frac{3}{b}\}$ می‌شـود و نمـودار تابع حول مجانب‌هایش به یکی از دو صورت زیر می‌شود و در نهایت، تـابع f (همانند حالت $b > 0$) فاقد نقطهٔ بحرانی و اکسترمم نسبی خواهد بود.

AzmonVIP



(حسابان ۲- صفحه‌های ۱۱۲ تا ۱۱۷ و ۱۲۳)

۱۵- **گزینهٔ «۲»** (داود بوالحسنی)

$x=a$ طول نقطهٔ بحرانی توابع f و g می‌باشد، پس داریم:

$$g'(x)=\frac{(2x-2)(x^2-2x-1)-(2x-2)(x^2-2x+3)}{(x^2-2x-1)^2}$$

$$=\frac{(2x-2)(-4)}{(x^2-2x-1)^2}=0\Rightarrow x=1=a$$

$x=1$ را در تابع g جای‌گذاری می‌کنیم تا مقدار b به دست آید:

$$y=\frac{1^2-2(1)+3}{1^2-2(1)-1}=\frac{2}{-2}=-1\Rightarrow A(1,-1)$$

طبق فرض، $A(1,-1)$ اکسترمم نسبی تابع $f(x)=|x^2-3|-4cx+d$ می‌باشد. حول $x=1$ داریم

$|x^2-3|=3-x^2$، پس: $f(x)=3-x^2-4cx+d$

$$f'(x)=-2x-4c=0\xrightarrow{x=1}-2(1)-4c=0$$

$$\Rightarrow 4c=-2\Rightarrow c=-\frac{1}{2}$$

از طرفی نقطهٔ $(1,-1)$ روی نمودار تابع f قرار دارد، پس:

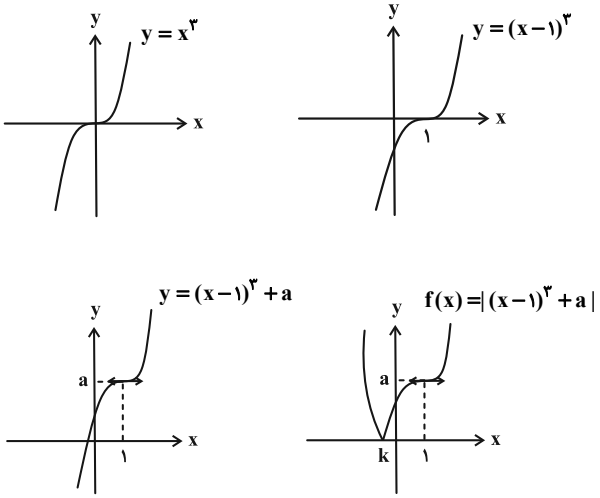
$$-1=|1^2-3|-4(-\frac{1}{2})(1)+d\Rightarrow -1=2+2+d\Rightarrow d=-5$$

پس: $2c+d=2(-\frac{1}{2})-5=-6$

(حسابان ۲- صفحه‌های ۱۱۲ تا ۱۱۷)

۱۶- **گزینهٔ «۴»** (غلامرضا نیازی)

مقدار مثبت a مطلوب سؤال است، لذا با استفاده از انتقال نمودارها، نمودار f را رسم می‌کنیم:



با توجه به نمودار، خط مماس در $x=1$، افقی است، پس $x=1$ طول یکی از نقاط بحرانی f است. از طرفی تابع در $x=k$، نقطهٔ گوشه‌ای دارد، پس این نقطه هم از نقاط بحرانی تابع f است. مقدار k برابر می‌شود با:

$$(k-1)^3+a=0\Rightarrow (k-1)^3=-a\Rightarrow k=1-\sqrt[3]{a}$$

لذا طبق فرض داریم: $1-(1-\sqrt[3]{a})=2\Rightarrow a=8$

(حسابان ۲- صفحهٔ ۱۱۷)

۱۷- **گزینهٔ «۴»** (علیرضا نداف‌زاده)

شعاع قاعده و ارتفاع استوانه را به ترتیب r و h می‌گیریم. در این صورت طبق فرض داریم:

$$\text{حجم محفظه}: V=\pi r^2h+\frac{1}{2}(\frac{4\pi}{3}r^3)=5\pi$$

$$\Rightarrow r^2h+\frac{2}{3}r^3=5\Rightarrow h=\frac{5-\frac{2}{3}r^3}{r^2}$$

کمترین میزان فلز در ساخت محفظه به معنای مینیمم مطلق مساحت جانبی این محفظهٔ گازی است، لذا مساحت جانبی استوانه را به دست آورده و عبارت h (برحسب r) را در آن جای‌گذاری می‌کنیم:

$$S=\pi r^2+2\pi rh+\frac{1}{2}(4\pi r^2)=3\pi r^2+2\pi r(\frac{5-\frac{2}{3}r^3}{r^2})$$

$$\Rightarrow S=3\pi r^2+\frac{10\pi}{r}-\frac{4\pi}{3}r^2=\frac{5\pi}{3}r^2+\frac{10\pi}{r}$$

AzmonVIP

$$S' = \frac{10\pi}{3}r - \frac{10\pi}{r^2} = 0 \Rightarrow r^3 = 3 \Rightarrow r = \sqrt[3]{3}$$

به ازای شعاع قاعدهٔ $r = \sqrt[3]{3}$، کمترین میزان فلز در ساخت محفظه به کار می‌رود.

(حسابان ۲- صفحه‌های ۱۱۶ تا ۱۱۹)

۱۸- **گزینهٔ «۲»** (کاظم اجلالی)

تابع داده شده روی $\mathbb{R}$ پیوسته و مشتق‌پذیر است، لذا برای این‌که تابع فوق، اکیداً صعودی باشد، باید مشتق آن به ازای هر x نامنفی باشد. داریم:

$$y' = 3x^2 - 2kx + \frac{k+2}{3} \geq 0$$

$$\Rightarrow \Delta = (-2k)^2 - 4(3)(\frac{k+2}{3}) = 4k^2 - 4(k+2) \leq 0$$

$$\Rightarrow \underbrace{k^2 - k - 2}_{(k-2)(k+1)} \leq 0 \Rightarrow k \in [-1, 2]$$

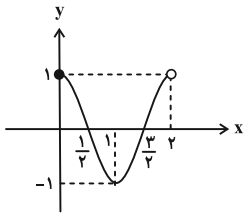
بازهٔ اخیر شامل چهار عدد صحیح است.

(حسابان ۲- صفحه‌های ۱۲۰ تا ۱۲۴)

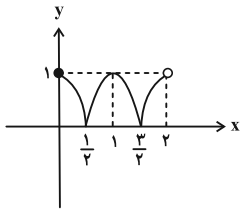
۱۹- **گزینهٔ «۲»** (محمد گودرزی)

نمودار تابع f را در این بازه رسم می‌کنیم:

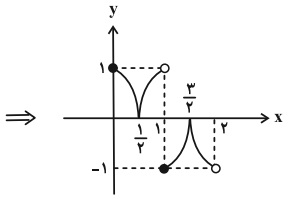
$$\begin{cases} 0 \leq x < 1 \Rightarrow [x] = 0 \Rightarrow f(x) = |\cos(\pi x)| \\ 1 \leq x < 2 \Rightarrow [x] = 1 \Rightarrow f(x) = -|\cos(\pi x)| \end{cases}$$



$y = \cos(\pi x)$



$y = |\cos(\pi x)|$



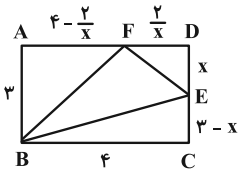
$y = f(x)$

بنابراین با توجه به نمودار، نتیجه می‌گیریم تابع f در $x = \frac{1}{2}$ و $x = 1$ دارای مینیمم نسبی و در $x = \frac{3}{2}$ دارای ماکزیمم نسبی است.

(حسابان ۲- صفحه‌های ۱۱۲ تا ۱۱۶)

۲۰- **گزینهٔ «۳»** (کیان کریمی‌خراسانی)

طبق فرض $S_{DEF} = 1$ است. لذا طبق شکل، طول اضلاع مثلث DEF را x و $\frac{2}{x}$ در نظر می‌گیریم. داریم:



$$\left.\begin{aligned} S_{ABCD} &= 12 \\ S_{BCE} &= 6 - 2x \\ S_{ABF} &= 6 - \frac{3}{x} \\ S_{DEF} &= 1 \end{aligned}\right\} \Rightarrow S_{BEF} = -1 + 2x + \frac{3}{x}$$

اکنون مینیمم تابع $f(x) = -1 + 2x + \frac{3}{x}$ را پیدا می‌کنیم:

$$f'(x) = 2 - \frac{3}{x^2} \xrightarrow[x>0]{f'(x)=0} x = \sqrt{\frac{3}{2}}$$

$$f(\sqrt{\frac{3}{2}}) = -1 + 2\sqrt{\frac{3}{2}} + \frac{3}{\sqrt{\frac{3}{2}}} = -1 + 2\sqrt{6}$$

(حسابان ۲- صفحه‌های ۱۱۶ تا ۱۱۹)

AzmonVIP

ریاضی پایه

۲۱- **گزینهٔ «۱»** *(جهانبخش نیکنام)*

ضابطهٔ تابع خطی f را به صورت $f(x)=ax+b$ در نظر می‌گیریم. طبق فرض داریم:

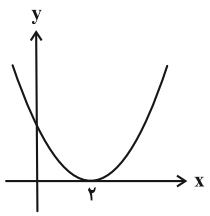
$$f(x+۲)+f(x+۱)=a(x+۲)+b+a(x+۱)+b=-۴x+۲$$

$$\Rightarrow ۲ax+۳a+۲b=-۴x+۲ \Rightarrow \begin{cases} a=-۲ \\ -۶+۲b=۲ \Rightarrow b=۴ \end{cases}$$

$$\Rightarrow f(x)=-۲x+۴$$

ضابطهٔ تابع $y=\frac{۱}{۴}f^۲(x)$ به صورت زیر می‌شود:

$$y=\frac{۱}{۴}(-۲x+۴)^۲=(x-۲)^۲$$



مطابق شکل، نمودار این تابع، یک سهمی مماس بر محور xها است که فقط از نواحی ۱ و ۲ می‌گذرد.

(ریاضی ۱- تابع؛ صفحه‌های ۱۰۳ تا ۱۰۸ و ۱۱۳ تا ۱۱۶)

(حسابان ۱- تابع؛ صفحه‌های ۶۳ تا ۶۵)

۲۲- **گزینهٔ «۳»** *(حامد معنوی)*

می‌دانیم، عبارت زیر رادیکال با فرجهٔ زوج باید نامنفی باشد، پس:

$$f(x)=\sqrt{-x^۲+(۳a+۱)x-۲a^۲-a}$$

$$-x^۲+(۳a+۱)x-۲a^۲-a\geq ۰ \Rightarrow x^۲-(۳a+۱)x+۲a^۲+a\leq ۰$$

$$\Rightarrow (x-a)(x-۲a-۱)\leq ۰$$

دو حالت وجود دارد:

حالت اول:

$$D_f=[a\ ,\ ۲a+۱] \xrightarrow{۹\in D_f} a\leq ۹\leq ۲a+۱$$

$$\Rightarrow \begin{cases} a\leq ۹ \\ ۲a+۱\geq ۹ \Rightarrow a\geq ۴ \end{cases} \Rightarrow a\in[۴\ ,\ ۹]$$

حالت دوم:

$$D_f=[۲a+۱\ ,\ a] \xrightarrow{۹\in D_f} ۲a+۱\leq ۹\leq a$$

$$\Rightarrow \begin{cases} ۲a+۱\leq ۹ \Rightarrow a\leq ۴ \\ a\geq ۹ \end{cases} \Rightarrow a\in \{\ \}$$

در نتیجه مجموعهٔ مقادیر ممکن برای a، بازهٔ $[۴\ ,\ ۹]$ می‌باشد که شامل شش عدد صحیح است.

(حسابان ۱- تابع؛ صفحه‌های ۴۶ تا ۵۳)

۲۳- **گزینهٔ «۲»** *(رضا ماجدی)*

به جای x مقادیر دلخواه و مناسب قرار می‌دهیم تا $f(-۱)$ به دست آید:

$$x=۱ \Rightarrow f(\tfrac{۱}{۲})+f(-۱)=۳$$

$$x=-۲ \Rightarrow f(-۱)+f(۲)=۹$$

$$x=۴ \Rightarrow f(۲)+f(\tfrac{۱}{۲})=۳۳$$

حال اگر سه رابطهٔ بالا را با یکدیگر جمع کنیم، خواهیم داشت:

$$۲(f(-۱)+\underbrace{f(\tfrac{۱}{۲})+f(۲)}_{۳۳})=۴۵ \Rightarrow f(-۱)=-\frac{۲۱}{۲}$$

$$\Rightarrow ۲f(-۱)+f(\tfrac{۱}{۲})=\underbrace{f(-۱)}_{-\frac{۲۱}{۲}}+\underbrace{f(-۱)+f(\tfrac{۱}{۲})}_{۳}=-\frac{۱۵}{۲}=-۷/۵$$

(ریاضی ۱- تابع؛ صفحه‌های ۱۰۱ تا ۱۱۷)

AzmonVIP

۲۴- **گزینهٔ «۴»** *(داود بوالحسنی)*

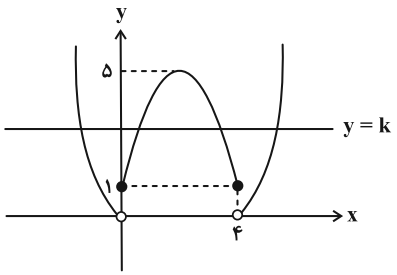
تابع fog را تشکیل می‌دهیم. داریم:

$$(fog)(x)=\begin{cases} g(x)-1 & , \quad g(x)>1 \\ 2-g(x) & , \quad g(x)\le 1 \end{cases}$$

$$\Rightarrow (fog)(x)=\begin{cases} x^2-4x & , \quad x<0 \ \text{یا} \ x>4 \\ -x^2+4x+1 & , \quad 0\le x\le 4 \end{cases}$$

توجه: از برابری $g(x)=1$، به معادلهٔ $x^2-4x=0$ می‌رسیم که به ازای $x=0$ و $x=4$ برقرار است.

حال نمودار تابع $y=(fog)(x)$ را رسم می‌کنیم. مطابق شکل، اگر $1\le k<5$ باشد، خط $y=k$ نمودار $y=(fog)(x)$ را در ۴ نقطه قطع می‌کند. پس مقادیر صحیح k عبارتند از ۱، ۲، ۳ و ۴.



(حسابان ۱- تابع؛ صفحه‌های ۶۶ تا ۷۰)

۲۵- **گزینهٔ «۲»** *(غلامرضا نیازی)*

با توجه به وضعیت خط $y=-2$ با نمودار تابع (نمایی) f، نتیجه می‌شود که $c=-2$. همچنین تابع از مبدأ مختصات عبور می‌کند. پس:

$$f(0)=0 \Rightarrow \frac{2^a}{b}-2=0 \Rightarrow \frac{2^a}{b}=2$$

حال مقدار مورد نظر را محاسبه می‌کنیم:

$$f^{-1}(6)=k \Rightarrow f(k)=6 \Rightarrow \frac{2^{k+a}}{b}-2=6$$

$$\Rightarrow 2^k.\frac{2^a}{b}-2=6 \Rightarrow 2^k(\frac{2^a}{b})=8 \Rightarrow 2^k(2)=8$$

$$\Rightarrow 2^k=4 \Rightarrow k=2 \Rightarrow f^{-1}(6)=2$$

(حسابان ۱- تابع؛ صفحه‌های ۵۴ تا ۶۲ و توابع نمایی و لگاریتمی؛ صفحه‌های ۸۰ تا ۸۵)

۲۶- **گزینهٔ «۳»** *(افشین خاصه‌خان)*

محاسبه می‌کنیم که در بازهٔ $[t_1\ ,\ t_1+\frac{1}{2}]$، چند میلی‌گرم دارو (نسبت به ابتدای بازه) از دست می‌دهد:

$$\begin{cases} t=t_1 \Rightarrow A(t_1)=12(0/81)^{t_1} \\ t=t_1+\frac{1}{2} \Rightarrow A(t_1+\frac{1}{2})=12(0/81)^{t_1+\frac{1}{2}}=A(t_1)\times 0/9 \end{cases}$$

$$\Rightarrow A(t_1+\frac{1}{2})-A(t_1)=0/1A(t_1)$$

در نتیجه در هر نیم ساعت، ۱۰ درصد دارو را از دست می‌دهد.

(حسابان ۱- توابع نمایی و لگاریتمی؛ مشابه تمرین ۳ صفحهٔ ۷۸)

۲۷- **گزینهٔ «۲»** *(علی سلامت)*

با توجه به فرض داریم:

$$3^n=432 \Rightarrow 3^n=27\times 16=3^3\times 2^4 \Rightarrow \log_3^{3^n}=\log_3^{(3^3\times 2^4)}$$

$$\Rightarrow n=3+4\log_3^2 \qquad (*)$$

AzmonVIP

$$۲^m = ۲۸۸ \Rightarrow ۲^m = ۳۲\times ۹ = ۲^۵ \times ۳^۲ \Rightarrow \log_۲^{۲^m} = \log_۲^{(۲^۵ \times ۳^۲)}$$

$$\Rightarrow m = ۵ + ۲\log_۲^۳ \Rightarrow \log_۲^۳ = \frac{m-۵}{۲} \Rightarrow \log_۳^۲ = \frac{۲}{m-۵}$$

$$\xrightarrow{(*)} n = ۳ + ۴\times \frac{۲}{m-۵} = ۳ + \frac{۸}{m-۵} = \frac{۳m-۷}{m-۵}$$

(حسابان ۱- توابع نمایی و لگاریتمی؛ صفحه‌های ۸۶ تا ۹۰)

۲۸- **گزینهٔ «۱»** (سینا خیرخواه)

داریم: $\log_۲^۵ = \frac{۱}{\log_۵^۲} = (\log_۵^۲)^{-۱} \Rightarrow (\log_۲^۵)^{-۴} = (\log_۵^۲)^۴$

در نتیجه نامعادله به صورت زیر می‌شود:

$$(\log_۵^۲)^۴ < (\log_۵^۲)^{|x-۱|} \xrightarrow{۰<\log_۵^۲<۱} |x-۱| < ۴$$

$$\Rightarrow -۴ < x-۱ < ۴ \Rightarrow -۳ < x < ۵$$

پس $a = -۳$ و $b = ۵$ و داریم: $\log_۲^{۱-(-۱۵)} = \log_۲^{۱۶} = ۴$

(حسابان ۱- توابع نمایی و لگاریتمی؛ صفحه‌های ۸۶ تا ۹۰)

۲۹- **گزینهٔ «۳»** (بهمن امیدی)

فرض: $\sqrt{x} = t \Rightarrow x = t^۲$

معادلهٔ صورت سؤال به صورت زیر می‌شود:

$$\log_۲^{t^۲} = (\log_۲^t)^۲ - ۱ \Rightarrow ۲\log_۲^t = (\log_۲^t)^۲ - ۱$$

$$\xrightarrow{\log_۲^t = z} z^۲ - ۲z - ۱ = ۰ \xrightarrow{\Delta = ۴+۴} \Rightarrow z = \frac{۲ \pm ۲\sqrt{۲}}{۲}$$

$$\begin{cases} z_۱ = ۱+\sqrt{۲} \Rightarrow \log_۲^{t_۱} = ۱+\sqrt{۲} \Rightarrow t_۱ = ۲^{۱+\sqrt{۲}} \\ z_۲ = ۱-\sqrt{۲} \Rightarrow \log_۲^{t_۲} = ۱-\sqrt{۲} \Rightarrow t_۲ = ۲^{۱-\sqrt{۲}} \end{cases}$$

$$\xrightarrow{x_۱ > x_۲} \begin{cases} x_۱ = t_۱^۲ = ۲^{۲+۲\sqrt{۲}} \\ x_۲ = t_۲^۲ = ۲^{۲-۲\sqrt{۲}} \end{cases}$$

$$\Rightarrow x_۱ . x_۲ = ۲^{۲+۲\sqrt{۲}+۲-۲\sqrt{۲}} = ۱۶ \ , \ \frac{x_۱}{x_۲} = \frac{۲^{۲+۲\sqrt{۲}}}{۲^{۲-۲\sqrt{۲}}} = ۲^{۴\sqrt{۲}}$$

در نتیجه: $\log_{\frac{x_۱}{x_۲}}^{x_۱ x_۲} = \log_{۲^{۴\sqrt{۲}}}^{۲^۴} = \frac{۴}{۴\sqrt{۲}} = \frac{\sqrt{۲}}{۲}$

(حسابان ۱- توابع نمایی و لگاریتمی؛ صفحه‌های ۸۶ تا ۹۰)

۳۰- **گزینهٔ «۴»** (سیرماهر عبری)

می‌توان نوشت:

$$y = \log_۲^{(\frac{۴}{۱-x^۳})} \Rightarrow y = \underbrace{\log_۲^۴}_{۲} - \log_۲^{(۱-x^۳)}$$

$$\Rightarrow \log_۲^{(۱-x^۳)} = ۲ - y \Rightarrow ۱ - x^۳ = ۲^{۲-y} \Rightarrow x^۳ = ۱ - ۲^{۲-y}$$

$$\Rightarrow x = (۱-۲^{۲-y})^{\frac{۱}{۳}} \Rightarrow f^{-۱}(x) = (۱-۲^{۲-x})^{\frac{۱}{۳}}$$

پس $a = -۱$ ، $b = ۲$ و $c = \frac{۱}{۳}$ و داریم:

$$\frac{۱}{a} + \frac{۱}{b} + \frac{۱}{c} = -۱ + \frac{۱}{۲} + ۳ = ۲/۵$$

(حسابان ۱- تابع؛ صفحه‌های ۵۷ تا ۶۲ و

توابع نمایی و لگاریتمی؛ صفحه‌های ۷۲ تا ۸۵)

AzmonVIP

هندسه ۳

۳۱- **گزینهٔ «۳»** *(سوگند روشنی)*

از فرض سؤال متوجه می‌شویم که شعاع‌های نوری مورد نظر، موازی محور سهمی تابیده شده و بازتاب آن‌ها از کانون سهمی عبور کرده‌اند. در نتیجه:

$a = SF = |-1-(-3)| = 2$: فاصلهٔ کانونی سهمی

محور سهمی موازی محور x ها است، پس سهمی افقی است و از آنجا که کانون سمت راست رأس سهمی می‌باشد، دهانهٔ آن رو به راست باز می‌شود:

$(y-1)^2 = 8(x+3)$: معادلهٔ سهمی

$x = 0 \Rightarrow (y-1)^2 = 24$: نقاط برخورد سهمی با محور y ها

$$\Rightarrow y-1 = \pm 2\sqrt{6} \Rightarrow y = 1 \pm 2\sqrt{6} \Rightarrow \begin{cases} A(0, 1+2\sqrt{6}) \\ B(0, 1-2\sqrt{6}) \end{cases}$$

در نتیجه:

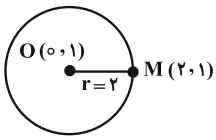
$$\text{مساحت مثلث } ABF = \frac{1}{2}|x_F| \times |AB| = \frac{1}{2} \times 1 \times 4\sqrt{6} = 2\sqrt{6}$$

(هندسه ۳- آشنایی با مقاطع مفروطی؛ صفحه‌های ۵۴ تا ۵۶)

۳۲- **گزینهٔ «۱»** *(علی ایمانی)*

$$\underbrace{x^2 + y^2 - 2y - 3 = 0}_{x^2+(y-1)^2=4} \Rightarrow \begin{cases} \text{مرکز دایره} : O(0, 1) \\ \text{شعاع دایره} : r = 2 \end{cases}$$

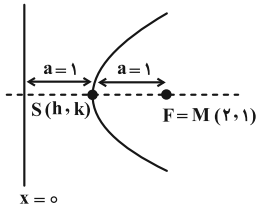
در نتیجه، مختصات نقطهٔ M به صورت زیر است:



سهمی داده شده، افقی و دهانهٔ آن رو به راست است:

$$(y-k)^2 = 4(x-h) \Rightarrow 4a = 4 \Rightarrow a = 1$$

مطابق شکل زیر، معادلهٔ خط هادی سهمی به صورت $x = 0$ خواهد بود:



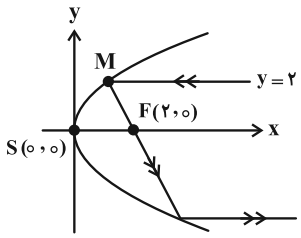
(هندسه ۳- آشنایی با مقاطع مفروطی؛ صفحه‌های ۵۴ تا ۵۶)

۳۳- **گزینهٔ «۴»** *(هومن عقیلی)*

سهمی داده شده، افقی و دهانهٔ آن رو به راست باز می‌شود و داریم:

$$y^2 = 8x \Rightarrow \begin{cases} 4a = 8 \Rightarrow a = 2 \\ \text{رأس} : S(0, 0) \end{cases} \Rightarrow \text{کانون} : F(2, 0)$$

مطابق شکل زیر، در بازتاب اول، پرتوی انعکاس از کانون سهمی گذشته و در بازتاب دوم، پرتوی انعکاس موازی محور x ها (محور سهمی) خواهد بود.



داریم:

$$\begin{cases} y = 2 \\ y^2 = 8x \end{cases} \Rightarrow 4 = 8x \Rightarrow x = \frac{1}{2}$$

$$\begin{cases} M(\frac{1}{2}, 2) \\ F(2, 0) \end{cases} \Rightarrow \text{شیب خط MF} : m = \frac{2-0}{\frac{1}{2}-2} = -\frac{4}{3}$$

$$\Rightarrow MF : y = -\frac{4}{3}(x-2)$$

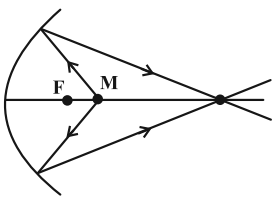
$$\begin{cases} x = \frac{-3y+8}{4} \\ y^2 = 8x \end{cases} \Rightarrow y^2 = 8(\frac{8-3y}{4})$$

$$\Rightarrow \underbrace{y^2 + 6y - 16}_{(y+8)(y-2)} = 0 \Rightarrow \begin{cases} y = 2 \\ y = -8 \end{cases}$$

(هندسه ۳- آشنایی با مقاطع مفروطی؛ صفحه‌های ۵۴ تا ۵۶)

۳۴- **گزینهٔ «۳»** *(امیرحسین ابومحبوب)*

اگر لامپ در راستای افقی یکسان با کانون و کمی عقب‌تر از آن نسبت به سهمی قرار داده شود، بازتاب پرتوهای نور به صورت متقاطع (همگرا) خارج می‌شوند.



(هندسه ۳- آشنایی با مقاطع مفروطی؛ صفحه‌های ۵۶ و ۵۷)

۳۵- **گزینهٔ «۴»** *(سوگند روشنی)*

معادلهٔ سهمی را به صورت متعارف می‌نویسیم:

$$x^2 - ax + \frac{a^2}{4} = (a+2)y + (a+1) + \frac{a^2}{4}$$

$$\Rightarrow (x - \frac{a}{2})^2 = (a+2)(y + \frac{a+2}{4})$$

AzmonVIP

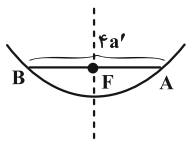
$$\xrightarrow{a+2>0}\begin{cases}\text{سهمی قائم و دهانهٔ آن رو به بالا}\\ \text{رأس سهمی}: S(\frac{a}{2}\ ,\ -\frac{a+2}{4})\\ 4a'=a+2\Rightarrow \text{فاصلهٔ کانونی سهمی}: a'=\frac{a+2}{4}\end{cases}$$

باید رأس و کانون سهمی، طول یکسانی داشته باشند، پس طبق فرض:

$$\frac{a}{2}=3\Rightarrow a=6$$

مطابق شکل و فرض سؤال، AB وترکانونی سهمی است که طول آن برابر می‌شود با:

$$4a'=4(\frac{a+2}{4})=a+2=8$$



(هندسه ۳- آشنایی با مقاطع مخروطی؛ صفحه‌های ۵۴ تا ۵۶)

۳۶- **گزینهٔ «۱»** *(بهزاد ترکمن)*

ابتدا معادلهٔ سهمی را به شکل متعارف می‌نویسیم:

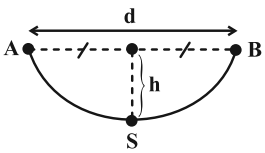
$$8y=(x-p)^2-p^2+5\Rightarrow (x-p)^2=8(y+\frac{p^2-5}{8})$$

واضح است که سهمی قائم و دهانهٔ آن رو به بالاست و داریم:

$$4a=8\Rightarrow a=2$$

از طرفی می‌دانیم در یک دیش مخابراتی با قطر دهانهٔ d و عمق (گودی) h، فاصلهٔ کانونی عبارت است از:

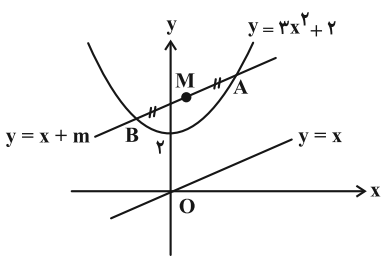
$$a=\frac{d^2}{16h}\xrightarrow[a=2]{d=12}2=\frac{12^2}{16h}\Rightarrow h=\frac{144}{32}=4/5$$



(هندسه ۳- آشنایی با مقاطع مخروطی؛ تمرین ۱۳ صفحهٔ ۵۹)

۳۷- **گزینهٔ «۴»** *(هومن عقیلی)*

خطوط موازی نیمساز ناحیهٔ اول و سوم به فرم $y=x+m$ هستند که اگر آن را با معادلهٔ سهمی تقاطع دهیم طول نقاط A و B به دست می‌آید.



$$\begin{cases}y=3x^2+2\\ y=x+m\end{cases}\Rightarrow 3x^2-x-m+2=0\xrightarrow{x_A\ ,\ x_B}x_A+x_B=\frac{1}{3}$$

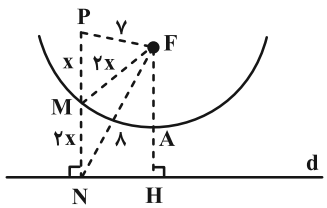
$$\xrightarrow{M\text{ وسط }AB}x_M=\frac{x_A+x_B}{2}=\frac{\frac{1}{3}}{2}=\frac{1}{6}\Rightarrow x=\frac{1}{6}$$

مکان هندسی نقاط وسط AB، خط $x=\frac{1}{6}$ است.

(هندسه ۳- آشنایی با مقاطع مخروطی؛ تمرین ۱۵ صفحهٔ ۵۹)

۳۸- **گزینهٔ «۳»** *(سیدمحمدرضا حسینی‌فرد)*

از M به کانون سهمی وصل می‌کنیم. طبق تعریف سهمی $MF=MN$ است. اگر $PM=x$ فرض شود، آن‌گاه $MF=MN=2x$ است و طبق رابطهٔ استوارت در مثلث PNF داریم:



$$PF^2.MN+NF^2.PM=PN.(MF^2+PM.MN)$$

$$\Rightarrow 7^2\times 2x+8^2\times x=3x((2x)^2+x(2x))$$

$$\xrightarrow{+x}98+64=12x^2+6x^2\Rightarrow 18x^2=162$$

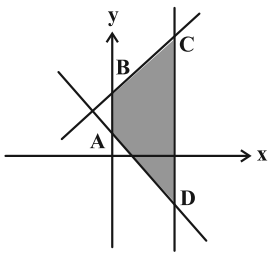
$$\Rightarrow x^2=9\xrightarrow{x>0}x=3$$

بنابراین $MN=2x=6$ است.

(هندسه ۳- آشنایی با مقاطع مخروطی؛ صفحه‌های ۵۴ تا ۵۶)

۳۹- **گزینهٔ «۱»** *(کیوان دارابی)*

دو خط $x=0$ و $x=2$ و نیز خطوط $y=-x+1$ و $y=x+2$ را رسم می‌کنیم. چهارضلعی محدود به این خطوط جواب مسئله است.



همان‌طور که دیده می‌شود، چهارضلعی مطلوب، یک ذوزنقه به ارتفاع ۲ (وارد بر قاعده) است. حال برای پیدا کردن اندازه قاعده‌های AB و CD، کافی است خطوط را با هم تلاقی دهیم.

$$y=-x+1\Rightarrow\begin{cases}x=0\Rightarrow y=1\Rightarrow A(0\ ,\ 1)\\ x=2\Rightarrow y=-1\Rightarrow D(2\ ,\ -1)\end{cases}$$

$$y=x+2\Rightarrow\begin{cases}x=0\Rightarrow y=2\Rightarrow B(0\ ,\ 2)\\ x=2\Rightarrow y=4\Rightarrow C(2\ ,\ 4)\end{cases}$$

AzmonVIP

بنابراین:

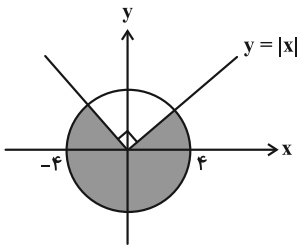
$$\begin{cases} |AB| = ۲-۱ = ۱ \\ |CD| = ۴-(-۱) = ۵ \end{cases} \Rightarrow S_{ABCD} = \frac{۱}{۲} \times ۲ \times (۱+۵) = ۶$$

(هندسه ۳- بردارها؛ صفحه‌های ۶۲ و ۶۳)

۴۰- **گزینهٔ «۲»** (هومن عقیلی)

ناحیهٔ T را رسم می‌کنیم:

$$x^۲ + y^۲ = ۱۶ \Rightarrow \begin{cases} \text{مرکز دایره} : O(۰ , ۰) \\ \text{شعاع دایره} : R = ۴ \end{cases}$$



مساحت ناحیهٔ رنگی برابر می‌شود با: $S = \frac{۳}{۴}\pi R^۲ = \frac{۳}{۴}\pi \times ۱۶ = ۱۲\pi$

(هندسه ۳- بردارها؛ صفحه‌های ۶۲ و ۶۳)

هندسه ۳- پیشروی سریع

۴۱- **گزینهٔ «۳»** (احمدرضا فلاح)

ابتدا قرینهٔ A را نسبت به محور y ها می‌یابیم:

$$A(m , n , ۴)$$

$$\xrightarrow{\text{قرینه نسبت به محور y ها}} A'(-m , n , -۴)$$

طبق فرض، نقطهٔ A' روی هر دو صفحهٔ $x = ۴$ و $y = -۱$ قرار دارد. پس:

$$A'(-m , n , -۴) \in d : \begin{cases} x = ۴ \\ y = -۱ \end{cases}$$

$$\Rightarrow A'(۴ , -۱ , -۴) \Rightarrow A(-۴ , -۱ , ۴)$$

از آنجا که مختصات همهٔ نقاط روی صفحه $P : x = ۳$ به فرم $(۳ , y , z)$ می‌باشد پس تصویر قائم نقطهٔ A روی این صفحه به مختصات $(۳ , -۱ , ۴)$ است. فاصلهٔ نقطهٔ A تا تصویرش روی صفحهٔ $x = ۳$ معادل فاصلهٔ A تا صفحهٔ P می‌باشد.

$$\text{فاصلهٔ A تا صفحهٔ P} = \sqrt{(۳+۴)^۲ + (-۱+۱)^۲ + (۴-۴)^۲} = ۷$$

(هندسه ۳- صفحه‌های ۶۴ تا ۶۸)

۴۲- **گزینهٔ «۴»** (افشین خاصه‌خان)

چون عرض هر سه نقطه برابر ۲ است پس صفحهٔ گذرنده از سه نقطه همان $y = ۲$ است، که با هر صفحه به معادلهٔ $y = k$ موازی بوده و بر هر صفحه به معادلهٔ $z = \ell$ یا $x = m$، عمود می‌باشد.

(هندسه ۳- مشابه تمرین ۱ صفحهٔ ۷۶)

۴۳- **گزینهٔ «۴»** (جواد ترکمن)

صفحات مورد نظر عبارتند از:

$$\begin{cases} x^۲ = ۴ \xrightarrow{\text{جذر}} x = ۲ \ , \ x = -۲ \\ y^۲ = ۸ \xrightarrow{\text{جذر}} y = ۲\sqrt{۲} \ , \ y = -۲\sqrt{۲} \\ z^۲ = ۱ \xrightarrow{\text{جذر}} z = ۱ \ , \ z = -۱ \end{cases}$$

بنابراین ناحیهٔ مورد نظر، نقاط درون و روی مکعب مستطیل به ابعاد $۲ - (-۲) = ۴$، $۲\sqrt{۲} - (-۲\sqrt{۲}) = ۴\sqrt{۲}$ و $۱ - (-۱) = ۲$ است و دورترین فاصلهٔ نقاط این ناحیه از یکدیگر، همان اندازهٔ قطر مکعب مستطیل است که برابر می‌شود با: $\sqrt{۴^۲ + (۴\sqrt{۲})^۲ + ۲^۲} = \sqrt{۵۲} = ۲\sqrt{۱۳}$

(هندسه ۳- صفحه‌های ۶۴ تا ۶۸)

۴۴- **گزینهٔ «۲»** (سیدمحمدرضا حسینی‌فرد)

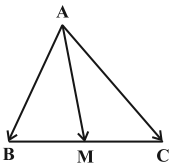
مختصات هر نقطه روی این خط به صورت $(-, +, +)$ یا $(+, -, +)$ است پس از نواحی ۵ و ۸ می‌گذرد.

(هندسه ۳- صفحه‌های ۶۴ تا ۶۸)

۴۵- **گزینهٔ «۲»** (سرژ یقیازاریان‌تبریزی)

مطابق فرض و شکل داریم:

$$\frac{|\overrightarrow{BM}|}{|\overrightarrow{MC}|} = \frac{x}{y} \Rightarrow y\overrightarrow{BM} + x\overrightarrow{CM} = ۰ \qquad (*)$$



اگر $\overrightarrow{AM}$ را به دو صورت زیر نوشته و یکی را در x و دیگری را در y ضرب کرده و با یکدیگر جمع کنیم، آن‌گاه خواهیم داشت:

$$\left.\begin{aligned} \overrightarrow{AM} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BM} \Rightarrow y\overrightarrow{AM} = y\overrightarrow{AB} + y\overrightarrow{BM} \\ \overrightarrow{AM} = \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{CM} \Rightarrow x\overrightarrow{AM} = x\overrightarrow{AC} + x\overrightarrow{CM} \end{aligned}\right\}$$

$$\xrightarrow{*} (x+y)\overrightarrow{AM} = y\overrightarrow{AB} + x\overrightarrow{AC}$$

$$\Rightarrow \overrightarrow{AM} = \frac{y}{x+y}\overrightarrow{AB} + \frac{x}{x+y}\overrightarrow{AC}$$

(هندسه ۳- صفحه‌های ۶۹ تا ۷۳)

AzmonVIP

۴۶- **گزینهٔ «۱»** (سیدمحمدرضا حسینی‌خرد)

طبق فرض داریم:

$$\begin{cases}\vec{a}+۲\vec{b}=۴\vec{i}+۵\vec{j}=(۴,۵,۰)\\ ۲\vec{a}-\vec{b}=(۳,۰,-۵)\end{cases}$$

$$\Rightarrow\begin{cases}\vec{a}+۲\vec{b}=(۴,۵,۰)\\ ۴\vec{a}-۲\vec{b}=(۶,۰,-۱۰)\end{cases}\Rightarrow ۵\vec{a}=(۱۰,۵,-۱۰)$$

$$\Rightarrow\vec{a}=(۲,۱,-۲)\Rightarrow|\vec{a}|=\sqrt{۴+۱+۴}=۳$$

(هندسه ۳- صفحه‌های ۷۳ تا ۷۵)

۴۷- **گزینهٔ «۱»** (علی ایمانی)

$$A(-۲,-۲,۱)\xrightarrow{\text{قرینه نسبت به محور x ها}}A'(-۲,۲,-۱)$$

$$\xrightarrow{\text{قرینه نسبت به صفحهٔ x=۰}}A''(۲,۲,-۱)$$

با توجه به علامت مؤلفه‌ها، نقطهٔ $A''(۲,۲,-۱)$ در ناحیهٔ پنجم قرار دارد.

(هندسه ۳- صفحه‌های ۶۴ تا ۶۸)

۴۸- **گزینهٔ «۳»** (کیون دارابی)

طبق فرض داریم: $۳A-۷B+۴C=\vec{O}\Rightarrow ۳A-۳B=۴B-۴C$

$$\Rightarrow ۳\overrightarrow{BA}=۴\overrightarrow{CB}\Rightarrow\overrightarrow{BC}=\frac{۳}{۴}\overrightarrow{AB}$$

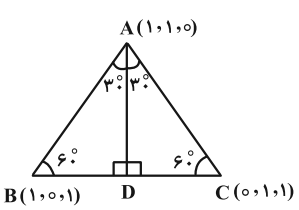
$$\Rightarrow|\overrightarrow{BC}|=\frac{۳}{۴}|\overrightarrow{AB}|=\frac{۳}{۴}\times۲۰=۱۵$$

(هندسه ۳- صفحه‌های ۷۳ تا ۷۵)

۴۹- **گزینهٔ «۲»** (هومن عقیلی)

داریم: $AB=AC=BC=\sqrt{۲}$

پس مثلث ABC متساوی‌الاضلاع است.



مطابق شکل، ارتفاع و نیمساز داخلی $\hat{A}$ بر هم منطبق‌اند، پس:

$$AD=\frac{\sqrt{۳}}{۲}AC=\frac{\sqrt{۳}}{۲}\times\sqrt{۲}=\frac{\sqrt{۶}}{۲}\quad(\text{نیمساز داخلی }\hat{A})$$

(هندسه ۳- صفحه‌های ۶۴ تا ۶۸)

۵۰- **گزینهٔ «۳»** (نیما مهندس)

بردارهای $۲\vec{a}-\vec{b}$ و $۲\vec{a}+\vec{b}$ قطرهای مستطیل بنا شده بر روی دو بردار عمود بر هم $۲\vec{a}$ و $\vec{b}$ هستند. می‌دانیم طول قطرهای مستطیل با هم برابر است، پس:

$$\sqrt{۱۶m^۲+۰+۴}=\sqrt{۰+۱۰m+۱۰}\Rightarrow ۱۶m^۲-۱۰m-۶=۰$$

$$\xrightarrow{\text{جمع ضرایب، صفر}}\begin{cases}m=۱\\ m=-\frac{۶}{۱۶}\end{cases}$$

به دلیل وجود $\sqrt{۱۰m}$، باید $m>۰$ باشد، پس $m=۱$ قابل قبول است. اگر بخواهیم بردارهای $\vec{a}+k\vec{b}$ و $\vec{a}-k\vec{b}$ بر هم عمود باشند، باید مستطیل بنا شده روی بردارهای $\vec{a}$ و $k\vec{b}$، تبدیل به مربع شود، یعنی $|\vec{a}|=k|\vec{b}|$. داریم:

$$\begin{cases}۲\vec{a}+\vec{b}=(۴,۰,۲)\\ ۲\vec{a}-\vec{b}=(۰,\sqrt{۱۰},\sqrt{۱۰})\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}\vec{a}=\frac{۱}{۴}(۴,\sqrt{۱۰},۲+\sqrt{۱۰})\\ \vec{b}=\frac{۱}{۲}(۴,-\sqrt{۱۰},۲-\sqrt{۱۰})\end{cases}$$

$$\xrightarrow{|\vec{a}|^۲=k^۲|\vec{b}|^۲}\frac{۱}{۱۶}(۱۶+۱۰+(۱۴+۴\sqrt{۱۰}))$$

$$=\frac{k^۲}{۴}(۱۶+۱۰+(۱۴-۴\sqrt{۱۰}))\Rightarrow ۱۰+\sqrt{۱۰}=k^۲(۴۰-۴\sqrt{۱۰})$$

$$\Rightarrow k^۲=\frac{۱}{۴}\times\frac{۱۰+\sqrt{۱۰}}{۱۰-\sqrt{۱۰}}\times\frac{۱۰+\sqrt{۱۰}}{۱۰+\sqrt{۱۰}}$$

$$\Rightarrow k^۲=\frac{(۱۰+\sqrt{۱۰})^۲}{۴\times۹۰}=\frac{۱}{۳۶}\times(\frac{۱۰+\sqrt{۱۰}}{\sqrt{۱۰}})^۲$$

$$\xrightarrow{k>۰}k=\frac{\sqrt{۱۰}+۱}{۶}$$

(هندسه ۳- صفحه‌های ۶۹ تا ۷۵)

AzmonVIP

آمار و احتمال

۵۱- **گزینهٔ «۲»** *(احمدرضا فلاح)*

مطابق فرض داریم:

$$x_1 , x_2 , \dots , x_n \Rightarrow \begin{cases} \bar{x} = 4 \\ CV = \frac{1}{2} = \frac{\sigma}{\bar{x}} \end{cases}$$ داده‌های اولیه :

$$\Rightarrow \sigma = \frac{1}{2} \times 4 = 2 \Rightarrow \sigma^2 = 4$$

$$\text{واریانس داده‌های اولیه} = \frac{\sum (x_i - \bar{x})^2}{n} = 4 \Rightarrow \sum (x_i - \bar{x})^2 = 4n$$

حال اگر سه دادهٔ ۴ (برابر میانگین داده‌های قبلی)، به این داده‌ها اضافه کنیم میانگین داده های جدید تغییر نکرده و مجموع مجذورهای انحراف از میانگین داده‌ها نیز تغییری نخواهد کرد.

$$x_1 , x_2 , \dots , x_n , 4 , 4 , 4$$ داده‌های جدید :

$$\Rightarrow \begin{cases} \bar{x}' = 4 \\ (CV)' = \frac{\sqrt{3}}{4} = \frac{\sigma'}{4} \Rightarrow \sigma' = \sqrt{3} \Rightarrow \sigma'^2 = 3 \end{cases}$$

$$\sigma'^2 = \frac{\sum (x_i - \bar{x}')^2}{n'} = \frac{\sum (x_i - \bar{x})^2}{n+3} = 3$$

$$\Rightarrow 3 = \frac{4n}{n+3} \Rightarrow 3n + 9 = 4n \Rightarrow n = 9$$

(آمار و احتمال- صفحه‌های ۸۷ تا ۹۱)

۵۲- **گزینهٔ «۴»** *(امیرحسین ابومحبوب)*

اگر فراوانی نمرات ۱ تا ۵ را با $f_1 , \dots , f_5$ و فراوانی نسبی آن‌ها را با $F_1 , \dots , F_5$ نمایش دهیم، آن‌گاه طبق رابطهٔ میانگین وزنی داده‌ها داریم: (N تعداد کل داده‌ها است.)

$$\bar{x} = \frac{f_1 x_1 + f_2 x_2 + \dots + f_n x_n}{N} = \frac{f_1}{N} x_1 + \frac{f_2}{N} x_2 + \dots + \frac{f_n}{N} x_n$$
$$= F_1 x_1 + F_2 x_2 + \dots + F_n x_n$$

از طرفی فراوانی نسبی هر داده در نمودار دایره‌ای برابر نسبت زاویهٔ متناظر با آن داده به 360° است، پس داریم:

$$F_1 = \frac{90^\circ}{360^\circ} = \frac{1}{4} \quad , \quad F_2 = \frac{60^\circ}{360^\circ} = \frac{1}{6} \quad , \quad F_3 = \frac{75^\circ}{360^\circ} = \frac{5}{24}$$

$$\frac{1}{4} \times 1 + \frac{1}{6} \times 2 + \frac{5}{24} \times 3 + F_4 \times 4 + F_5 \times 5 = \frac{17}{6}$$

$$\Rightarrow 4F_4 + 5F_5 = \frac{17}{6} - \frac{29}{24} = \frac{39}{24} = \frac{13}{8}$$

از طرفی مجموع فراوانی‌های نسبی برابر ۱ است، بنابراین داریم:

$$F_4 + F_5 = 1 - (\frac{1}{4} + \frac{1}{6} + \frac{5}{24}) = 1 - \frac{15}{24} = \frac{9}{24} = \frac{3}{8}$$

$$\begin{cases} F_4 + F_5 = \frac{3}{8} \\ 4F_4 + 5F_5 = \frac{13}{8} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} F_4 = \frac{2}{8} \\ F_5 = \frac{1}{8} \end{cases} \Rightarrow \frac{F_5}{F_4} = \frac{1}{2}$$

(آمار و احتمال- صفحه‌های ۷۲، ۷۳ و ۸۱)

۵۳- **گزینهٔ «۳»** *(سیدمحمدرضا حسینی‌فرد)*

اعضای دنبالهٔ حسابی با قدرنسبت ۴ را می‌توان به صورت زیر نمایش داد:

$$\underbrace{a}_{} , \underbrace{a+4}_{} , \underbrace{a+8}_{} , \underbrace{a+12}_{} , \underbrace{a+16}_{} , \underbrace{a+20}_{}$$

اگر جمله‌های مشخص شده را از هم کم کنیم، اعضای دنبالهٔ دوم برابر ۴ ، ۸ ، ۱۶ است و داریم:

$$\left.\begin{array}{l} \text{میانگین دنبالهٔ اول} : \bar{x}_1 = a + 10 \\ \text{میانگین دنبالهٔ دوم} : \bar{x}_2 = \frac{28}{3} \end{array}\right\} \Rightarrow \frac{28}{3} = a + 10 - \frac{8}{3}$$

$$\Rightarrow a = 2 \Rightarrow b = 6$$

پس $a + b = 8$ به دست می‌آید.

(آمار و احتمال- صفحه‌های ۸۰ تا ۸۲)

۵۴- **گزینهٔ «۳»** *(علیرضا شریف‌طیبی)*

برای حل سریع سؤال، همهٔ داده‌ها را منهای عددی دلخواه مانند ۱۳ (که بیشترین فراوانی را دارد) می‌کنیم.

$x_i - 13$	-6	-1	0	4	6
f_i	۱۲	۱۸	۳۵	۱۰	۲۵

در نتیجه میانگین داده‌ها به صورت زیر می‌شود:

$$x = \frac{-72 - 18 + 0 + 40 + 150}{12 + 18 + 35 + 10 + 25} + 13 = 1 + 13 = 14$$

داده‌ای که بیشترین فراوانی را دارد مد نام دارد، پس: $13 =$ مد

۱۰۰ داده داریم که میانگین دو دادهٔ وسط، برابر میانهٔ داده‌ها است، پس:

میانگین داده‌های پنجاهم و پنجاه و یکم $= 13$ میانه

در نتیجه: میانگین = میانه + مد $= 14 + 13 + 13 = 40$

(آمار و احتمال- صفحه‌های ۸۰ تا ۸۵)

۵۵- **گزینهٔ «۳»** *(کیوان دارابی)*

فرض می‌کنیم تعداد داده‌های اولیهٔ n و واریانس آن‌ها σ^2 می‌باشد، طبق فرض:

$$\begin{cases} \frac{n}{n+3}\sigma^2 = 27 \\ \frac{n}{n-3}\sigma^2 = 45 \end{cases} \Rightarrow \frac{n-3}{n+3} = \frac{27}{45} = \frac{3}{5}$$

$$\Rightarrow 5n - 15 = 3n + 9 \Rightarrow 2n = 24 \Rightarrow n = 12$$

AzmonVIP

بنابراین:

$$\frac{۱۲}{۱۲+۳}\sigma^۲ = ۲۷ \Rightarrow \sigma^۲ = ۲۷\times\frac{۱۵}{۱۲} = ۲۷\times\frac{۵}{۴}$$

$$\Rightarrow \sigma^۲ = \frac{۱۳۵}{۴} = ۳۳/۷۵$$

(آمار و احتمال- صفحه‌های ۸۷ تا ۹۰)

۵۶- **گزینهٔ «۱»** (نیلوفر مهدوی)

ابتدا داده‌ها را بدون در نظر گرفتن دادهٔ k مرتب می‌کنیم:

$$۸ , ۸ , ۸ , ۱۳ , ۲۱ , ۲۲ , ۲۳ , ۲۴ , ۲۷$$

واضح است که مقدار k هر چه باشد، مد داده‌ها تغییری نمی‌کند و برابر ۸ است. از طرفی حاصل‌ضرب میانه و مد برابر ۱۳۶ است پس مقدار میانه برابر

$$\frac{۱۳۶}{۸} = ۱۷$$

می‌شود با:

حال به بررسی گزینه‌ها می‌پردازیم:

۱) $k = ۱۰ : ۸ , ۸ , ۸ , ۱۰ , \underbrace{۱۳ , ۲۱}_{Q_۲} , ۲۲ , ۲۳ , ۲۴ , ۲۷$

$$Q_۲ = \frac{۱۳+۲۱}{۲} = ۱۷$$

۲) $k = ۲۳ : ۸ , ۸ , ۸ , ۱۳ , \underbrace{۲۱ , ۲۲}_{Q_۲} , ۲۳ , ۲۳ , ۲۴ , ۲۷$

$$Q_۲ = \frac{۲۱+۲۲}{۲} = ۲۱/۵$$

۳) $k = ۱۷ : ۸ , ۸ , ۸ , ۱۳ , \underbrace{۱۷ , ۲۱}_{Q_۲} , ۲۲ , ۲۳ , ۲۴ , ۲۷$

$$Q_۲ = \frac{۱۷+۲۱}{۲} = ۱۹$$

۴) $k = ۱۴ : ۸ , ۸ , ۸ , ۱۳ , \underbrace{۱۴ , ۲۱}_{Q_۲} , ۲۲ , ۲۳ , ۲۴ , ۲۷$

$$Q_۲ = \frac{۱۴+۲۱}{۲} = ۱۷/۵$$

(آمار و احتمال- صفحه‌های ۸۲ تا ۸۵)

۵۷- **گزینهٔ «۲»** (شبنم غلامی)

می‌دانیم اگر انحراف معیار و واریانس داده‌های $x_۱ , x_۲ , \dots , x_n$ به ترتیب برابر σ و $\sigma^۲$ باشد، آن‌گاه انحراف معیار و واریانس داده‌های $ax_۱+b , ax_۲+b , \dots , ax_n+b$ به ترتیب برابر $|a|\sigma$ و $a^۲\sigma^۲$ است. با توجه به این موضوع، انحراف معیار داده‌های x , y , z نصف انحراف معیار داده‌های $۲x+۳ , ۲y+۳ , ۲z+۳$ یعنی برابر ۴ و انحراف معیار داده‌های $\frac{x}{۲}-۱ , \frac{y}{۲}-۱ , \frac{z}{۲}-۱$ نصف انحراف معیار داده‌های x , y , z یعنی برابر ۲ است و در نتیجه واریانس این دسته از داده‌ها برابر ۴ خواهد بود.

(آمار و احتمال- صفحه‌های ۸۷ تا ۸۹)

۵۸- **گزینهٔ «۱»** (شبنم غلامی)

می‌دانیم برای هر سری داده‌های آماری، مجموع انحراف از میانگین داده‌ها برابر صفر است، یعنی مجموع تفاضل میانگین از داده‌ها (یا برعکس، مجموع تفاضل داده‌ها از میانگین) همواره برابر صفر می‌شود، پس میانگین داده‌های اولیه برابر ۶ است. از طرفی با ۲ برابر شدن داده‌ها، واریانس آن‌ها ۴ برابر می‌شود، پس واریانس داده‌های اولیه برابر ۴ و $\frac{۱۶}{۴}$ و انحراف معیار آن‌ها برابر ۲ است. در نتیجه ضریب تغییرات این داده‌ها برابر است با:

$$CV = \frac{\sigma}{\bar{x}} = \frac{۲}{۶} = \frac{۱}{۳}$$

(آمار و احتمال- صفحه‌های ۸۷ تا ۹۱)

۵۹- **گزینهٔ «۲»** (امیرحسین ابومحبوب)

ابتدا داده‌ها را از کوچک به بزرگ مرتب کرده و میانه و چارک‌های اول و سوم آن‌ها را مشخص می‌کنیم.

$$۱۰ , ۱۲ , ۱۴ , \underbrace{۱۵}_{Q_۱} , ۱۶ , ۱۸ , ۱۹ , \underbrace{۲۳}_{Q_۲} , ۲۵ , ۲۷ , ۳۱ , \underbrace{۳۲}_{Q_۳} , ۳۴ , ۴۱ , ۴۲$$

بنابراین داده‌های داخل و روی جعبه عبارتند از:

$$۱۵ , \underbrace{۱۶ , ۱۸}_{Q'_۱} , ۱۹ , \underbrace{۲۳}_{Q'_۲} , ۲۵ , \underbrace{۲۷ , ۳۱}_{Q'_۳} , ۳۲$$

چارک‌های اول و سوم داده‌های این دسته را محاسبه می‌کنیم:

$$Q'_۱ = \frac{۱۶+۱۸}{۲} = ۱۷$$

$$Q'_۳ = \frac{۲۷+۳۱}{۲} = ۲۹$$

در نتیجه دامنهٔ میان چارکی داده‌های داخل و روی جعبه برابر است با:

$$IQR = Q'_۳ - Q'_۱ = ۲۹ - ۱۷ = ۱۲$$

(آمار و احتمال- صفحه‌های ۹۱ و ۹۲)

۶۰- **گزینهٔ «۴»** (امیرحسین ابومحبوب)

ابتدا به کمک میانگین نمرات اولیه، مقدار a یعنی فراوانی نمرهٔ ۱۴ را محاسبه می‌کنیم. طبق رابطهٔ میانگین وزنی داده‌ها داریم:

$$۱۲/۵ = \frac{۲\times۸+۵\times۱۰+۵\times۱۲+a\times۱۴+۳\times۱۶}{۲+۵+۵+a+۳}$$

$$\Rightarrow ۱۲/۵ = \frac{۱۴a+۱۷۴}{a+۱۵} \Rightarrow ۱۲/۵a+۱۸۷/۵ = ۱۴a+۱۷۴$$

$$\Rightarrow ۱/۵a = ۱۳/۵ \Rightarrow a = ۹$$

با حذف نمرات ۸ و ۱۰، میانگین جدید داده‌ها برابر است با:

$$\bar{x} = \frac{۵\times۱۲+۹\times۱۴+۳\times۱۶}{۵+۹+۳} = \frac{۲۳۴}{۱۷} = ۱۳/۷۶$$

توجه: میانگین نمرات کلاس (یا همان معدل کلاس)، تا دو رقم اعشار بیان می‌شود.

(آمار و احتمال- صفحه‌های ۸۰ تا ۸۲)

AzmonVIP

آمار و احتمال

۶۱- **گزینهٔ «۳»** *(امیرحسین ابومحبوب)*

بررسی گزینه‌ها:

۱) هیچ مقداری برای x پیدا نمی‌شود، بنابراین گزارهٔ سوری نادرست است. دقت کنید که به ازای $x=1$، نامساوی در صورت انتخاب $y=1$ برقرار نیست.

۲) به ازای $x=5$، هیچ مقداری برای y پیدا نمی‌شود، پس گزارهٔ سوری نادرست است.

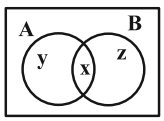
۳) در صورتی که $x=3$ انتخاب شود، آن‌گاه $2^x - x^2 = -1$ است که این مقدار به ازای هر y عضو مجموعهٔ A از عبارت $y-1$ کوچک‌تر است، پس این گزارهٔ سوری درست است.

۴) در صورت انتخاب $x=5$، هیچ مقداری برای y در مجموعهٔ A یافت نمی‌شود، به‌طوری که $y=x+1$ باشد. پس این گزارهٔ سوری نادرست است.

(آمار و احتمال- صفحه‌های ۱۱ تا ۱۵)

۶۲- **گزینهٔ «۳»** *(مهرداد ملوندی)*

مطابق نمودار ون، فرض می‌کنیم که x عضو بین دو مجموعهٔ A و B مشترک باشند، در این صورت داریم:



$$\begin{cases} n(A)=7 \Rightarrow y+x=7 \\ n(B)=8 \Rightarrow z+x=8 \end{cases} \Rightarrow z=y+1$$

اختلاف تعداد اعضای $A\times B$ و $(A\cup B)\times(A\cap B)$ به صورت زیر می‌شود:

$$\begin{cases} n(A\times B)=n(A)\times n(B)=(y+x)(z+x) \\ n((A\cup B)\times(A\cap B))=n(A\cup B)\times n(A\cap B)=(x+y+z)x \end{cases}$$

$$\xrightarrow{\text{اختلاف}} (yz+xy+xz+x^2)-(x^2+xy+xz)=yz$$

از آنجا که $z=y+1$، پس اختلاف مورد نظر به صورت $y(y+1)$ خواهد بود که حاصل‌ضرب دو عدد حسابی متوالی است. در بین گزینه‌ها تنها عدد ۲۱ را نمی‌توان به صورت ضرب دو عدد حسابی متوالی نوشت.

(آمار و احتمال- صفحه‌های ۳۰ تا ۳۴)

۶۳- **گزینهٔ «۱»** *(احمدرضا فلاح)*

راه‌حل اول: طبق فرض، هر دو گزارهٔ $q\vee\sim r$ و $p\vee r\sim$ درست هستند، پس:

$$(\sim p\vee r)\wedge(\sim q\vee\sim r)\equiv T$$

$$\Rightarrow[(\sim p\vee r)\wedge\sim q]\vee[(\sim p\vee r)\wedge\sim r]\equiv T$$

$$\Rightarrow[(\sim p\wedge\sim q)\vee(r\wedge\sim q)]\vee[(\sim p\wedge\sim r)\vee(\underbrace{r\wedge\sim r}_{F})]\equiv T$$

$$\xrightarrow{\text{شرکت‌پذیری}}[(\sim p\wedge\sim q)\vee(\sim p\wedge\sim r)]\vee(r\wedge\sim q)\equiv T$$

$$\Rightarrow[\sim p\wedge(\underbrace{\sim q\vee\sim r}_{T})]\vee(r\wedge\sim q)\equiv T$$

$$\Rightarrow\sim p\vee(\sim q\wedge r)\equiv T\Rightarrow(\sim p\vee\sim q)\wedge(\underbrace{\sim p\vee r}_{T})\equiv T$$

$$\Rightarrow(\sim p\vee\sim q)\equiv T$$

راه‌حل دوم: توجه کنید اگر هر دو گزارهٔ $p\sim$ و $q\sim$ همزمان نادرست باشند، آن‌گاه از آنجا که r و $r\sim$ ارزش‌های متفاوت با هم دارند، نتیجه می‌شود که یکی از دو گزارهٔ $p\vee r\sim$ و $q\vee\sim r$ نادرست است که مخالف فرض سؤال خواهد بود، پس ارزش حداقل یکی از دو گزارهٔ $p\sim$ و $q\sim$ درست بوده و لذا ارزش گزارهٔ $p\vee\sim q$ نیز درست خواهد بود.

(آمار و احتمال- صفحه‌های ۵ تا ۷ و ۱۱)

۶۴- **گزینهٔ «۲»** *(احمدرضا فلاح)*

از آنجا که $\{a,b\}, \{b\}, b, \{a\}, a$ عضوهای مجموعهٔ A هستند، پس $\{a,b\}, \{b\}, \{a\}$ تنها عضوهای مشترک A و $P(A)$ هستند، بنابراین:

$$|P(A)-A|=|P(A)|-|P(A)\cap A|=2^5-3=29$$

نکته: مجموعهٔ همهٔ زیرمجموعه‌های A را مجموعهٔ توانی A نامیده و با $P(A)$ نمایش می‌دهیم که تعداد اعضای آن برابر است با «۲ به توان تعداد اعضای A».

(آمار و احتمال- صفحه‌های ۱۶ و ۱۷)

۶۵- **گزینهٔ «۱»** *(افشین خاصه‌خان)*

اگر تعداد اعضای این مجموعه را n در نظر بگیریم، آن‌گاه تعداد زیرمجموعه‌های دو عضوی آن برابر $\binom{n}{2}$ می‌شود و طبق فرض داریم:

$$\binom{n}{2}-\binom{n-1}{2}=8\Rightarrow\frac{n(n-1)}{2}-\frac{(n-1)(n-2)}{2}=8$$

$$\Rightarrow\left(\frac{n-1}{2}\right)(n-n+2)=8\Rightarrow n-1=8\Rightarrow n=9$$

چون تعداد زیرمجموعه‌های سرهٔ مجموعهٔ حاصل بعد از حذف یک عضو، مطلوب سؤال است، لذا ۱ واحد از تعداد اعضای مجموعه توانی کم می‌کنیم که برابر می‌شود با:

$$2^{9-1}-1=255$$

(آمار و احتمال- صفحهٔ ۱۷)

AzmonVIP

۶۶- **گزینهٔ «۲»** *(سیرمحمدرضا حسینی‌خرد)*

مطابق جدول ارزش زیر، در حالتی که ارزش گزارهٔ p نادرست باشد دو گزارهٔ $p \Rightarrow \sim q$ و $(p \wedge q) \Leftrightarrow \sim p$ ارزش یکسان ندارند:

p	q	$\sim p$	$\sim q$	$p \Rightarrow \sim q$	$p \wedge q$	$(p \wedge q) \Leftrightarrow \sim p$
T	T	F	F	F	T	F
T	F	F	T	T	F	T
F	T	T	F	T	F	F
F	F	T	T	T	F	F

در این صورت داریم:

$$(\sim q \Rightarrow \sim p) \vee (p \wedge \sim q)$$
$$\equiv \underbrace{(\sim q \Rightarrow T)}_{T} \vee \underbrace{(F \wedge \sim q)}_{F} \equiv T$$
$$p \wedge ((p \vee q) \Leftrightarrow q) \equiv F \wedge ((F \vee q) \Leftrightarrow q) \equiv F$$

بنابراین گزارهٔ $(\sim q \Rightarrow \sim p) \vee (p \wedge \sim q)$ ارزش درست و گزارهٔ $p \wedge ((p \vee q) \Leftrightarrow q)$ ارزش نادرست دارد.

(آمار و احتمال- صفحه‌های ۷ تا ۱۱)

۶۷- **گزینهٔ «۴»** *(کیوان دارابی)*

درستی گزینه‌های ۱ تا ۳ را نشان می‌دهیم:

$$۱) \begin{cases} A - B \subseteq B \\ B \subseteq B \end{cases} \Rightarrow \underbrace{(A - B) \cup B}_{A \cup B} \subseteq B$$
$$\Rightarrow \begin{cases} A \cup B \subseteq B \\ B \subseteq A \cup B \end{cases} \Rightarrow A \cup B = B \Rightarrow A \subseteq B$$
$$۲) \begin{cases} A \subseteq B - A \\ A \subseteq A \end{cases} \Rightarrow A \subseteq \underbrace{(B - A) \cap A}_{\varnothing} \Rightarrow A = \varnothing$$
$$۳) \begin{cases} A \subseteq B \\ A \subseteq B' \end{cases} \Rightarrow A \subseteq \underbrace{B \cap B'}_{\varnothing} \Rightarrow A = \varnothing$$

در گزینهٔ «۴»، اگر $A - B \subseteq B - A$، آن‌گاه $A - B = \varnothing$، ولی مجموعهٔ A لزوماً برابر تهی نیست.

(آمار و احتمال- صفحه‌های ۲۱ تا ۲۹)

۶۸- **گزینهٔ «۲»** *(مصطفی دیداری)*

زیرمجموعهٔ مورد نظر را A می‌نامیم و دو حالت در نظر می‌گیریم:

الف) $۱ \in A$؛ در این صورت $۵ \notin A$ ولی $۲ \in A$، پس اعداد ۲ و ۱ حتماً عضو زیرمجموعه بوده و کافی است سه عدد دیگر از بین اعداد ۳، ۴، ۶، ۷، ۸، ۹ به $\binom{۶}{۳}$ حالت انتخاب کنیم.

ب) $۱ \notin A$؛ در این صورت اعداد ۵ و ۲ می‌توانند عضو زیرمجموعه باشند یا نباشند، پس کافی است ۵ عدد از اعداد ۲ تا ۹ را به $\binom{۸}{۵}$ روش انتخاب کنیم. در نتیجه:

$$\text{تعداد کل زیرمجموعه‌ها} = \binom{۶}{۳} + \binom{۸}{۵} = \frac{۶ \times ۵ \times ۴}{۶} + \frac{۸ \times ۷ \times ۶}{۶}$$
$$= ۲۰ + ۵۶ = ۷۶$$

(آمار و احتمال- صفحه‌های ۱۶ و ۱۷)

۶۹- **گزینهٔ «۴»** *(سوگند روشنی)*

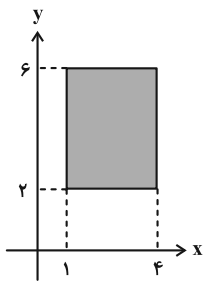
عبارت مورد نظر را ساده می‌کنیم، داریم:

$$(A - B) \cup (A \cup B)' = (A \cap B') \cup (A' \cap B')$$
$$= B' \cap (\underbrace{A \cup A'}_{U}) = B'$$
$$\Rightarrow \text{عبارت}: (A \cup B')' \cap B = (A' \cap B) \cap B = A' \cap B = B - A$$

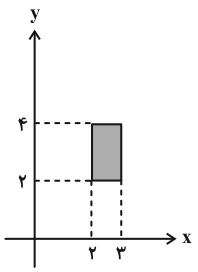
(آمار و احتمال- صفحه‌های ۲۱ تا ۲۹)

۷۰- **گزینهٔ «۱»** *(سوگند روشنی)*

داریم $A \cap B = [۲ , ۴]$؛ ناحیهٔ مورد نظر به صورت زیر به دست می‌آید:

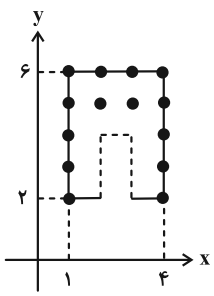


$A \times B$



$C \times (A \cap B)$

$\Rightarrow$



مطابق شکل، در ناحیهٔ مورد نظر ۱۴ نقطه با مختصات طبیعی وجود دارد.

(آمار و احتمال- صفحه‌های ۳۰ تا ۳۴)

AzmonVIP

ریاضیات گسسته

۷۱- **گزینهٔ «۲»** *(شبنم غلامی)*

دو رقم ابتدای سمت چپ این عدد از نظر زوج یا فرد بودن ۴ حالت متفاوت دارد. تمام ارقام بعدی به‌طور منحصر به فرد از نظر زوج یا فرد بودن مشخص می‌شود. با توجه به این‌که ۲ رقم زوج و ۲ رقم فرد در اختیار داریم، تعداد اعداد ده رقمی در حالت‌های مختلف به صورت زیر است:

حالت اول : | ز | ز | ⋯ | → $\underline{۵}\times\underline{۵}\times\underline{۵}\times\cdots\times\underline{۵}\times\underline{۵}=۵^{۱۰}$

حالت دوم : | ف | ز | ⋯ | → $\underline{۵}\times\underline{۵}\times\underline{۵}\times\cdots\times\underline{۵}\times\underline{۵}=۵^{۱۰}$

حالت سوم : | ز | ف | ⋯ | → $\underline{۵}\times\underline{۵}\times\underline{۵}\times\cdots\times\underline{۵}\times\underline{۵}=۵^{۱۰}$

حالت چهارم : | ف | ف | ⋯ | → $\underline{۵}\times\underline{۵}\times\underline{۵}\times\cdots\times\underline{۵}\times\underline{۵}=۵^{۱۰}$

بنابراین تعداد کل اعداد مورد نظر برابر است با:

$$۴\times۵^{۱۰}=۲^{۲}\times۵^{۱۰}=۱۰^{۱۲}$$

(ریاضی ۱- شمارش، بدون شمردن؛ صفحه‌های ۱۱۹ تا ۱۲۶)

۷۲- **گزینهٔ «۳»** *(اخشین خاصه‌خان)*

ابتدا تعداد کل جایگشت‌ها را محاسبه می‌کنیم:

$$\frac{۷!}{۲!۲!}=۷\times۶\times۵\times۳\times۲=۱۲۶۰$$

تعداد جایگشت‌هایی که دو حرف (ت) کنار هم باشند: $\frac{۶!}{۲!}=۳۶۰$

تعداد جایگشت‌هایی که دو حرف (ت) کنار هم نباشند:

$$۱۲۶۰-۳۶۰=۹۰۰$$

(ریاضیات گسسته- ترکیبیات؛ صفحه‌های ۵۸ و ۵۹)

۷۳- **گزینهٔ «۱»** *(جواد ترکمن)*

راه‌حل اول:

توجه: تعداد کل رمزهای هشت رقمی با ارقام داده شده، همان تعداد رمزهای نه رقمی با ارقام داده شده است. (چرا؟)

از روش متمم استفاده می‌کنیم، تعداد رمزهای نه رقمی با این ارقام، برابر است با: $\frac{۹!}{۳!\times۲!\times۲!}$

اکنون تعداد رمزهای هشت رقمی، که فاقد رقم ۴ می‌باشند را می‌یابیم:

$$\frac{۸!}{۳!\times۲!\times۲!}$$

تعداد رمزهای مورد نظر برابر است با:

$$\frac{۹!}{۳!\times۲!\times۲!}-\frac{۸!}{۳!\times۲!\times۲!}=\frac{۸!(۹-۱)}{۳!\times۲!\times۲!}=\frac{۸!}{۳}=\frac{۸\times۷\times۶\times۵!}{۳}$$

$$=۱۱۲\times۱۲۰=۱۳۴۴۰$$

راه‌حل دوم: از آنجا که تعداد رمزهای هشت رقمی شامل رقم ۴، مدّ نظر است، ابتدا عدد ۴ را انتخاب کرده و کنار گذاشته و تعداد جایگشت‌های هفت رقمی با ۸ رقم باقی‌مانده را به دست می‌آوریم: $\frac{۸!}{۳!\,۲!\,۲!}=۱۶۸۰$

بین و ابتدا و انتهای این هفت رقم، ۸ جای خالی وجود دارد که می‌توانیم رقم ۴ را در یکی از آن‌ها قرار دهیم، پس تعداد رمزهای مورد نظر برابر می‌شود با:

$$۱۶۸۰\times۸=۱۳۴۴۰$$

(ریاضیات گسسته- ترکیبیات؛ صفحه‌های ۵۸ و ۵۹)

۷۴- **گزینهٔ «۴»** *(سوگند روشنی)*

برای محاسبهٔ تعداد اعداد ساخته شده، بهتر است مسئله را حالت‌بندی کنیم:

$$\begin{cases}\underline{۱}_{\{۲\}}\times\underline{۴}_{\{۴,۶,۷,۸\}}\times\underline{۴}\times\underline{۳}=۴۸\\ \underline{۴}_{\{۴,۶,۷,۸\}}\times\underline{۵}\times\underline{۴}\times\underline{۳}=۲۴۰\end{cases}\xrightarrow{+}۲۸۸$$

(ریاضی ۱- شمارش، بدون شمردن؛ صفحه‌های ۱۱۹ تا ۱۲۶)

۷۵- **گزینهٔ «۴»** *(سیدمحمدرضا حسینی‌فرد)*

پاسخ مسئله (الف) به صورت $۵!\times۴!$ است.

پاسخ مسئله (ب) به صورت $۶!\times۴!$ است.

(ریاضی ۱- شمارش، بدون شمردن؛ صفحه‌های ۱۱۹ تا ۱۳۲)

۷۶- **گزینهٔ «۱»** *(علی ایمانی)*

اگر حروف را به صورت «ت، ش، ع، ش، ع، ا، ت، خ، خ» در نظر بگیریم که دو حروف «خ» همان خانه‌های خالی باشند، آن‌گاه تعداد جایگشت‌ها برابر است با:

$$\frac{۹!}{۲!\,۲!\,۲!\,۲!}=\frac{۹\times۷!}{۲}$$

(ریاضیات گسسته- ترکیبیات؛ صفحه‌های ۵۸ و ۵۹)

۷۷- **گزینهٔ «۳»** *(علیرضا شریف‌طبیی)*

ابتدا ۸ حرف کلمهٔ «gooshvareh» به غیر از ۲ حرف h را با شرط ذکر شده، کنار هم می‌چینیم: s − g − o − o − a − r − e − v

دو حرف h را باید در ۷ جایگاه بین این ۸ حرف جای‌گذاری کنیم؛ تعداد جایگشت‌های مورد نظر برابر می‌شود با:

AzmonVIP

$$\binom{۷}{۲}\times\frac{۶!}{۲!}=۲۱\times۳۶۰=۷۵۶۰$$

جای h ها — جایگشت بقیهٔ حروف

(ریاضیات گسسته- ترکیبیات؛ صفحه‌های ۵۶ تا ۵۹)

۷۸- **گزینهٔ «۲»** (کیوان دارابی)

ابتدا دو رقم زوجی که قرار است کنار هم قرار داشته باشند را به $\binom{۳}{۲}$ طریق انتخاب می‌کنیم. سپس به $۲!$ طریق با هم جایگشت می‌دهیم. فرض کنید در یک جواب مفروض، بلوک ۲۴ انتخاب شده باشد؛ حال باید (۲۴) و ۶ جداگانه در عدد ۷ رقمی ظاهر شوند. به این منظور ابتدا ۴ رقم فرد را می‌چینیم:

○ ۱ ○ ۳ ○ ۵ ○ ۷ ○

۵ ناحیه به وجود می‌آید که اگر (۲۴) و ۶ را در دو تا از این نواحی قرار دهیم، دیگر مطمئن هستیم کنار هم قرار نمی‌گیرند. بنابراین:

$$\text{تعداد جواب‌ها}=\binom{۳}{۲}\times۲!\times\binom{۵}{۲}\times۲!\times۴!=۴\times۶!$$

(ریاضی ۱- شمارش، بدون شمردن؛ صفحه‌های ۱۲۷ تا ۱۴۰)

۷۹- **گزینهٔ «۴»** (مصطفی دیداری)

ابتدا ۴ حرف از ۶ حرف «ج ، ه ، ا ، ن ، گ ، ر» را به $\binom{۶}{۴}$ روش انتخاب می‌کنیم تا با دو حرف «د ، ی» تشکیل ۶ حرف بدهند. دقت کنید که $\binom{۶}{۴}=\binom{۶}{۲}=۱۵$. حال پس از انتخاب ۶ حرف، توسط اصل متمم، جایگشت‌هایی که دو حرف «د ، ی» کنار هم نیستند را به دست می‌آوریم:

$$\begin{cases}\text{کل جایگشت‌ها}=۶!=۷۲۰\\ \text{جایگشت‌های نامطلوب}=۵!\times۲!=۲۴۰\\ \text{(دو حرف (د،ی) کنار هم)}\end{cases}$$

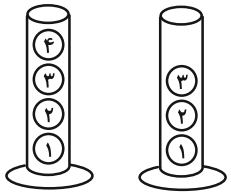
$$\Rightarrow \text{تعداد جایگشت‌های مطلوب}=۷۲۰-۲۴۰=۴۸۰$$

$$\Rightarrow \text{تعداد کل جایگشت‌ها}=۱۵\times۴۸۰=۷۲۰۰$$

(ریاضی ۱- شمارش، بدون شمردن؛ صفحه‌های ۱۲۷ تا ۱۴۰)

۸۰- **گزینهٔ «۳»** (مهرداد ملونری)

ظرف‌ها را A و B نام‌گذاری می‌کنیم.



دنبالهٔ ۷ عضوی زیر یکی از حالات برداشتن را نشان می‌دهد که در آن، ابتدا از ظرف A، گوی ۴ را انتخاب کرده‌ایم:

$$A_۴\ ,\ A_۳\ ,\ B_۳\ ,\ A_۲\ ,\ B_۲\ ,\ A_۱\ ,\ B_۱$$

تعداد این دنباله‌های ۷ عضوی، جواب مورد نظر سؤال است. بدین منظور، از ۷ جایگاه دنباله، ۴ جایگاه را انتخاب کرده و به ترتیب (از سمت چپ به راست) $A_۴$ تا $A_۱$ را در آن‌ها جای‌گذاری می‌کنیم و در ۳ جایگاه باقی‌مانده نیز، $B_۳$ تا $B_۱$ را (با همین ترتیب) از چپ به راست قرار می‌دهیم. در نتیجه تعداد حالت برداشتن ۷ گوی برابر می‌شود با:

$$\binom{۷}{۴}=\frac{۷!}{۴!۳!}=\frac{۷\times۶\times۵}{۶}=۳۵$$

(ریاضیات گسسته- ترکیبیات؛ صفحه‌های ۵۶ تا ۵۹)

ریاضیات گسسته- پیشروی سریع

۸۱- **گزینهٔ «۳»** (افشین خاصه‌خان)

با توجه به جملات $\sqrt{x_۲}$ و $x_۳^۲$، جواب‌های مورد نظر را به صورت زیر دسته‌بندی می‌کنیم:

$$x_۱+\sqrt{x_۲}+x_۳^۲+x_۴=۷$$

$$\begin{cases}x_۲=۱\\ x_۳=۱\end{cases}\Rightarrow x_۱+x_۴=۵\Rightarrow\binom{۵-۱}{۲-۱}=۴$$

$$\begin{cases}x_۲=۱\\ x_۳=۲\end{cases}\Rightarrow x_۱+x_۴=۲\Rightarrow\binom{۲-۱}{۲-۱}=۱$$

$$\begin{cases}x_۲=۴\\ x_۳=۱\end{cases}\Rightarrow x_۱+x_۴=۴\Rightarrow\binom{۴-۱}{۲-۱}=۳$$

$$\begin{cases}x_۲=۹\\ x_۳=۱\end{cases}\Rightarrow x_۱+x_۴=۳\Rightarrow\binom{۳-۱}{۲-۱}=۲$$

$$\begin{cases}x_۲=۱۶\\ x_۳=۱\end{cases}\Rightarrow x_۱+x_۴=۲\Rightarrow\binom{۲-۱}{۲-۱}=۱$$

AzmonVIP

در نتیجه، تعداد جواب‌های صحیح و مثبت معادلهٔ مورد نظر برابر می‌شود با:

$$۴+۱+۳+۲+۱=۱۱$$

(ریاضیات گسسته- صفحه‌های ۵۹ تا ۶۱)

۸۲- **گزینهٔ «۲»** *(جواد ترکمن)*

عدد چهار رقمی مورد نظر را $\overline{abcd}$ در نظر می‌گیریم، به‌طوری که:

$$a+b+c+d=۸\ ,\quad a\geq ۱$$

$$\xrightarrow{\text{۱ شیء در جعبهٔ a}} a'+b+c+d=۷\ ,\quad a'\geq ۰$$

$$\xrightarrow[n=۷\ ,\ k=۴]{\text{تعداد جواب‌های صحیح و نامنفی معادله}}$$

$$\binom{n+k-۱}{k-۱}=\binom{۷+۴-۱}{۴-۱}=\binom{۱۰}{۳}=۱۲۰$$

توجه کنید که $a\geq ۱$ و در نتیجه $a-۱\geq ۰$ و با فرض $a-۱=a'$، درمی‌یابیم که $a=a'+۱$. اکنون تعداد حالت‌هایی که $a<۶$ می‌باشد را می‌یابیم. متمم این شرط عبارت است از:

$$a\geq ۶\Rightarrow a-۱\geq ۵\Rightarrow a'\geq ۵\xrightarrow[a'+b+c+d=۷]{\text{۵ شیء در جعبهٔ a'}}$$

$$a''+b+c+d=۲\ ,\quad a''>۰$$

$$\xrightarrow[n=۲\ ,\ k=۴]{\text{تعداد جواب‌های صحیح و نامنفی معادله}}\binom{۲+۴-۱}{۴-۱}=\binom{۵}{۳}=۱۰$$

پس جواب سؤال برابر است با: $۱۲۰-۱۰=۱۱۰$

(ریاضیات گسسته- صفحه‌های ۵۹ تا ۶۱)

۸۳- **گزینهٔ «۲»** *(سوگند روشنی)*

اگر $x_۱$ مضرب ۵ باشد، آن‌گاه: $۵k_۱+x_۲+x_۳=۳۰$

$$\begin{cases} k_۱=۱\Rightarrow x_۲+x_۳=۲۵\xrightarrow{\text{تعداد جواب‌های طبیعی}}\binom{۲۴}{۱}=۲۴ \\ k_۱=۲\Rightarrow x_۲+x_۳=۲۰\xrightarrow{\text{تعداد جواب‌های طبیعی}}۱۹ \\ k_۱=۳\Rightarrow x_۲+x_۳=۱۵\xrightarrow{\text{تعداد جواب‌های طبیعی}}۱۴ \\ k_۱=۴\Rightarrow x_۲+x_۳=۱۰\xrightarrow{\text{تعداد جواب‌های طبیعی}}۹ \\ k_۱=۵\Rightarrow x_۲+x_۳=۵\xrightarrow{\text{تعداد جواب‌های طبیعی}}۴ \end{cases}$$

$\Rightarrow$ تعداد کل جواب‌ها در این حالت $=۷۰$

اگر $x_۱$ زوج باشد در این صورت $x_۲+x_۳$ هم زوج است و نتیجه می‌شود که (۱) $x_۲$ و $x_۳$ یا هر دو زوج و یا (۲) هر دو فرد باشند و داریم:

(۱) $۲k_۱+۲k_۲+۲k_۳=۳۰\Rightarrow k_۱+k_۲+k_۳=۱۵$

$$\xrightarrow{\text{تعداد جواب‌های طبیعی}}\binom{۱۴}{۲}=۹۱$$

(۲) $۲k_۱+۲k_۲-۱+۲k_۳-۱=۳۰\Rightarrow k_۱+k_۲+k_۳=۱۶$

$$\xrightarrow{\text{تعداد جواب‌های طبیعی}}\binom{۱۵}{۲}=۱۰۵$$

$\Rightarrow$ تعداد کل جواب‌ها در این حالت $=۱۹۶$

در نتیجه نسبت مورد نظر برابر است با: $\frac{۷۰}{۱۹۶}=\frac{۱۰}{۲۸}=\frac{۵}{۱۴}$

(ریاضیات گسسته- صفحه‌های ۵۹ تا ۶۱)

۸۴- **گزینهٔ «۱»** *(سیدمحمدرضا حسینی‌فرد)*

فقط گزینهٔ «۱» را می‌توان به صورت زیر کامل کرد و بقیهٔ گزینه‌ها مربع لاتین نیستند.

۳	۲	۱
۲	۱	۳
۱	۳	۲

(ریاضیات گسسته- صفحه‌های ۶۲ تا ۶۴)

۸۵- **گزینهٔ «۲»** *(سیدمحمدرضا حسینی‌فرد)*

برای برنامه‌ریزی این آزمایش‌ها باید از دو مربع لاتین متعامد ۳×۳ استفاده کنیم که سطرهای آن‌ها روزهای هفته و ستون‌های آن‌ها هوش مصنوعی A، B و C باشد. در یک مربع، برنامهٔ مهندسان و در مربع دیگر برنامهٔ سایت‌ها را داریم، پس در مربع مربوط به برنامهٔ سایت‌ها دو درایهٔ ۱ معلوم است:

مهندسان

	C	B	A
روز ۱			
روز ۲			
روز ۳			

سایت‌ها

	C	B	A
روز ۱			۱
روز ۲		۱	
روز ۳			

تعداد حالت‌های کامل شدن مربع مربوط به سایت‌ها برابر ۲ است و در هر حالت ۶ مربع لاتین ۳×۳ متعامد با آن وجود دارد. پس تعداد جواب‌ها برابر $۶\times ۲=۱۲$ است.

AzmonVIP

	C	B	A
روز ۱	۲	۳	۱
روز ۲	۳	۱	۲
روز ۳	۱	۲	۳

سایت‌ها

	C	B	A
روز ۱	۳	۲	۱
روز ۲	۲	۱	۳
روز ۳	۱	۳	۲

سایت‌ها

(ریاضیات گسسته- صفحه‌های ۶۸ و ۶۹)

۸۶- **گزینهٔ «۴»** *(علیرضا شریف‌طیبی)*

تعداد جواب‌های صحیح و نامنفی معادلهٔ $x_1+x_2+\ldots+x_k=n$ برابر است با $\binom{n+k-1}{k-1}$ و تعداد جواب‌های طبیعی آن برابر است با $\binom{n-1}{k-1}$.

$$\begin{cases} x_1+x_2+x_3=11 \\ x_1'=x_1-k\geq 0 \\ x_2'=x_2-k\geq 0 \end{cases} \Rightarrow x_1'+x_2'+x_3=11-2k$$

$$\xrightarrow{\text{طبق فرض}} \text{تعداد جواب‌های صحیح و نامنفی} = \binom{11-2k+3-1}{3-1}=36$$

$$\Rightarrow \binom{13-2k}{2}=36 \Rightarrow 13-2k=9 \Rightarrow 2k=4 \Rightarrow k=2$$

در نتیجه، معادلهٔ دوم به صورت $y_1+y_2=3$ خواهد بود و تعداد جواب‌های طبیعی آن برابر می‌شود با: $\binom{3-1}{2-1}=2$

(ریاضیات گسسته- صفحه‌های ۵۹ تا ۶۱)

۸۷- **گزینهٔ «۱»** *(فرشاد صدیقی‌فر)*

ابتدا معادلهٔ مربوط به سؤال را می‌نویسیم:

$$\begin{cases} x_1+x_2+x_3=10 \\ x_1>x_2 \end{cases}$$

تعداد حالاتی که تعداد سیب‌های نفر اول و دوم با هم برابر است را حساب می‌کنیم (حالت متمم):

$$\begin{cases} x_1+x_2+x_3=10 \\ x_1=x_2=0 \text{ یا } 1 \text{ یا } 2 \text{ یا } 3 \text{ یا } 4 \text{ یا } 5 \end{cases} \xrightarrow{\text{تعداد حالات}} 6 \text{ حالت}$$

تعداد جواب‌های صحیح و نامنفی معادلهٔ مورد نظر نیز برابر می‌شود با:

$$\binom{10+3-1}{3-1}=\binom{12}{2}=66$$

$$\Rightarrow \text{تعداد حالات نابرابر}: 66-6=60$$

$(x_1<x_2 \quad \text{یا} \quad x_1>x_2)$

در نصف این تعداد حالات، یعنی ۳۰ حالت، تعداد سیب‌های نفر اول بیشتر از نفر دوم است.

(ریاضیات گسسته- صفحه‌های ۵۹ تا ۶۱)

۸۸- **گزینهٔ «۲»** *(سوگند روشنی)*

چون دو مربع A و B متعامدند، از ضرب درایه‌های نظیر به نظیر A و B در هم، به اعداد زیر می‌رسیم:

۱۱	۱۲	۱۳	۲۱	۲۲	۲۳	۳۱	۳۲	۳۳
↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓
۱	۲	۳	۲	۴	۶	۳	۶	۹

در نتیجه میانگین درایه‌های مربع C برابر می‌شود با:

$$\overline{x}=\frac{1+2\times 2+2\times 3+4+2\times 6+9}{9}=\frac{36}{9}=4$$

(ریاضیات گسسته- صفحه‌های ۶۲ تا ۶۷)

۸۹- **گزینهٔ «۳»** *(سوگند روشنی)*

تنها دو مربع لاتین به صورت‌های زیر تشکیل می‌شود.

۴	۳	۲	۱
۳	۴	۱	۲
۲	۱	۴	۳
۱	۲	۳	۴

۴	۳	۲	۱
۳	۴	۱	۲
۱	۲	۴	۳
۲	۱	۳	۴

(ریاضیات گسسته- صفحه‌های ۶۲ تا ۶۴)

۹۰- **گزینهٔ «۳»** *(نیلوفر مهدوی)*

مربع لاتین چرخشی از مرتبهٔ ۶ به صورت زیر است که در آن، درایه‌هایی که شمارهٔ سطر آن‌ها مربع کامل و شمارهٔ ستون آن‌ها عددی فرد می‌باشد، نشان داده شده است:

ستون اول ↓ ستون سوم ↓ ستون پنجم ↓

۱	۲	۳	۴	۵	۶
۶	۱	۲	۳	۴	۵
۵	۶	۱	۲	۳	۴
۴	۵	۶	۱	۲	۳
۳	۴	۵	۶	۱	۲
۲	۳	۴	۵	۶	۱

← سطر اول

← سطر چهارم

مجموع درایه‌های مورد نظر برابر است با:

$$1+2+3+4+5+6=\frac{6\times 7}{2}=21$$

(ریاضیات گسسته- صفحهٔ ۶۳)

AzmonVIP

فیزیک ۳

۹۱- **گزینهٔ «۲»** *(مهدی شریفی)*

فقط مورد (پ) درست است.

بررسی موارد نادرست:

الف) هر چه پهنای شکاف کوچکتر باشد، پراش قوی‌تری رخ می‌دهد.

ب) پراش برای همه امواج می‌تواند رخ دهد.

(فیزیک ۳- صفحه‌های ۱۰۱ و ۱۰۲)

۹۲- **گزینهٔ «۲»** *(حسام نادری)*

موارد (ب) و (ت) نادرست‌اند و بقیه موارد طبق متن کتاب درسی درست هستند.

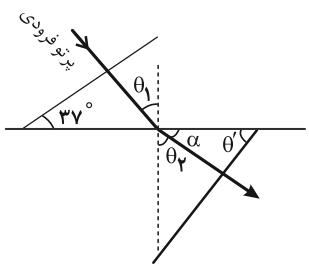
علت نادرستی مورد (ب): اگر تأخیر زمانی بین دو صوت اولیه و بازتابیده کمتر از ۰/۱ ثانیه باشد، گوش انسان نمی‌تواند پژواک را از صوت مستقیم اولیه تمیز دهد. پس با عدد ۰/۲۵ ثانیه امکان‌پذیر است.

علت نادرستی مورد (ت): تندی امواج روی سطح آب به عمق آن بستگی دارد و در قسمت‌های عمیق بیشتر است.

(فیزیک ۳- صفحه‌های ۹۱ تا ۹۵، ۹۸ و ۹۹)

۹۳- **گزینهٔ «۱»** *(علی برزگر)*

می‌دانیم، در تغییر محیط انتشار موج، بسامد موج ثابت می‌ماند.



$$\begin{cases}\alpha+\theta'=90^\circ\\ \alpha+\theta_2=90^\circ\end{cases}\xrightarrow{\theta'=60^\circ}\begin{cases}\alpha=30^\circ\\ \theta_2=60^\circ\end{cases}$$

$$\theta_1=\theta=37^\circ$$

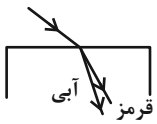
$$\frac{\sin\theta_2}{\sin\theta_1}=\frac{v_2}{v_1}\xrightarrow{\substack{\lambda=\frac{v}{f}\\ f_1=f_2}}\frac{\sin\theta_2}{\sin\theta_1}=\frac{v_2}{v_1}=\frac{\lambda_2}{\lambda_1}$$

$$\xrightarrow[\sin\theta_1=\frac{3}{5}]{\sin\theta_2=\frac{\sqrt{3}}{2}}\frac{\lambda_2}{\lambda_1}=\frac{\frac{\sqrt{3}}{2}}{\frac{3}{5}}=\frac{5\sqrt{3}}{6}$$

(فیزیک ۳- صفحهٔ ۹۶)

۹۴- **گزینهٔ «۳»** *(کنکور سراسری- ۱۴۰۱)*

چون پرتوهای نور از هوا (محیط رقیق) وارد شیشه (محیط غلیظ) شده است، به خط عمود نزدیک می‌شود و از طرف دیگر به دلیل تفاوت ضریب شکست برای نورهای قرمز و آبی، انحراف نور آبی بیشتر از نور قرمز است. با این توضیحات گزینهٔ صحیح به صورت زیر است:



(فیزیک ۳- صفحه‌های ۹۶ تا ۱۰۰)

۹۵- **گزینهٔ «۳»** *(علی برزگر)*

بسامد، بسامد زاویه‌ای و دوره تناوب از ویژگی‌های چشمه موج هستند که تغییر نمی‌کنند. همچنین تندی انتشار موج از ویژگی‌های محیط است که تغییر نمی‌کند و با توجه به رابطه $v=\lambda f$ با ثابت ماندن تندی انتشار و بسامد موج، طول موج نیز ثابت می‌ماند. با توجه به جذب مقداری از انرژی موج، انرژی مکانیکی موج کاهش می‌یابد و چون انرژی موج با مجذور دامنهٔ آن متناسب است، لذا دامنهٔ موج نیز کاهش می‌یابد.

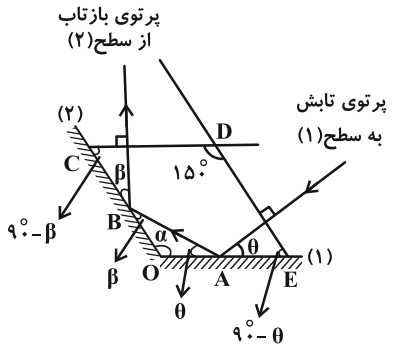
بیشینهٔ تندی نوسان هر ذره هم از رابطهٔ $v_{max}=A\omega$ به دست می‌آید که با ثابت ماندن ω و کاهش A، v_{max} کاهش می‌یابد.

(فیزیک ۳- صفحه‌های ۹۲ تا ۹۴)

۹۶- **گزینهٔ «۱»** *(علیرضا جباری)*

مطابق شکل، مسیر پرتوی موج تابیده شده به سطح (۱) و موج بازتابیده شده از سطح (۲) را به همراه یکی از جبهه‌های موج رسم می‌کنیم.

AzmonVIP



زاویهٔ بین پرتوی تابش با سطح (۱) را θ و زاویهٔ بین پرتوی بازتابش با سطح (۲) را β می‌نامیم. از آنجا که پرتو بر جبههٔ موج عمود است، زاویهٔ بین جبهه‌های موج تابش بر سطح (۱) و بازتابش از سطح (۲) را برحسب θ و β به دست آورده و روی شکل نشان داده‌ایم. می‌دانیم مجموع زاویه‌های داخلی مثلث OAB برابر با ۱۸۰° و مجموع زوایای داخلی چهار ضلعی OCDE برابر با ۳۶۰° است. بنابراین می‌توانیم زاویه بین دو مانع تخت (α) را به‌دست آوریم:

$$\begin{cases}\alpha+\beta+\theta=۱۸۰^\circ\\ \alpha+(۹۰^\circ-\beta)+۱۵۰^\circ+(۹۰^\circ-\theta)=۳۶۰^\circ\end{cases}$$

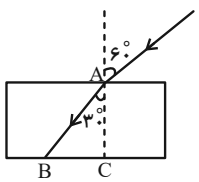
$$\Rightarrow\begin{cases}\alpha+(\beta+\theta)=۱۸۰^\circ\\ \alpha-(\beta+\theta)=۳۰^\circ\end{cases}\Rightarrow ۲\alpha=۲۱۰^\circ\Rightarrow\alpha=۱۰۵^\circ$$

(فیزیک ۳- صفحه‌های ۹۰ تا ۹۴)

۹۷- **گزینهٔ «۲»** (محمد مقدم)

ابتدا زاویهٔ پرتوی فرودی به داخل تیغه را محاسبه می‌نماییم:

$$\frac{n_۲}{n_۱}=\frac{\sin i}{\sin r}\Rightarrow\frac{\sqrt{۳}}{۱}=\frac{\sin ۶۰^\circ}{\sin r}\Rightarrow\sin r=\frac{۱}{۲}\Rightarrow r=۳۰^\circ$$



با استفاده از نسبت مثلثاتی طول مسیر AB را به‌دست می‌آوریم:

$$\cos ۳۰^\circ=\frac{AC}{AB}\Rightarrow AB=\frac{۲۴}{\frac{\sqrt{۳}}{۲}}=۱۶\sqrt{۳}\,cm$$

سپس تندی انتشار نور داخل تیغه را محاسبه می‌نماییم:

$$\frac{v_۲}{v_۱}=\frac{n_۱}{n_۲}\Rightarrow\frac{v_۲}{۳\times۱۰^۸}=\frac{۱}{\sqrt{۳}}\Rightarrow v_۲=\sqrt{۳}\times۱۰^۸\,\frac{m}{s}$$

چون سرعت انتشار در طول تیغه ثابت است، داریم:

$$\Delta x=v\Delta t\Rightarrow ۱۶\sqrt{۳}\times۱۰^{-۲}=\sqrt{۳}\times۱۰^۸\Delta t$$

$$\Rightarrow\Delta t=۱۶\times۱۰^{-۱۰}s=۱/۶\,ns$$

(فیزیک ۳- صفحه‌های ۹۶ تا ۹۸)

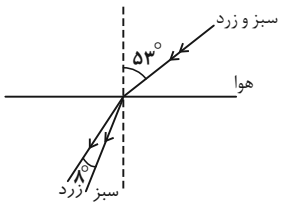
۹۸- **گزینهٔ «۱»** (محمدکاظم منشاری)

تندی موج صوتی پس از ورود به آب افزایش می‌یابد و در نتیجه از خط عمود دور می‌شود. در نتیجه با افزایش تندی انتشار و ثابت بودن بسامد موج طول موج افزایش یافته و فاصلهٔ بین جبهه‌های موج افزایش می یابد.

(فیزیک ۳- صفحهٔ ۹۶)

۹۹- **گزینهٔ «۲»** (محمدکاظم منشاری)

انحراف نور سبز بیشتر از نور زرد است و مطابق شکل زیر داریم:



$$n_{زرد}\sin\theta_{زرد}=n'_{زرد}\sin\theta'_{زرد}\Rightarrow ۱\times۰/۸=\frac{۴\sqrt{۲}}{۵}\times\sin\theta'_{زرد}$$

$$\Rightarrow\sin\theta'_{زرد}=\frac{\sqrt{۲}}{۲}\Rightarrow\theta'_{زرد}=۴۵^\circ\Rightarrow\theta'_{سبز}=۴۵-۸=۳۷^\circ$$

$$n_{سبز}\sin\theta_{سبز}=n'_{سبز}\sin\theta'_{سبز}$$

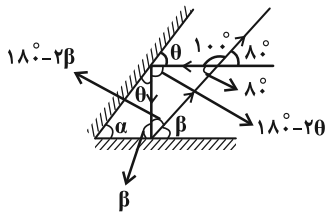
$$\Rightarrow ۱\times۰/۸=n'_{سبز}\times۰/۶\Rightarrow n'_{سبز}=\frac{۴}{۳}$$

(فیزیک ۳- صفحه‌های ۹۸ تا ۱۰۰)

۱۰۰- **گزینهٔ «۳»** (مسعود خندانی)

اگر با استفاده از قانون بازتاب عمومی، مسیر پرتوی نور را رسم کنیم، داریم:

AzmonVIP



$$(۱۸۰^\circ - ۲\theta) + (۱۸۰^\circ - ۲\beta) + ۸۰^\circ = ۱۸۰^\circ$$

$$۲\theta + ۲\beta = ۲۶۰^\circ \Rightarrow \theta + \beta = ۱۳۰^\circ$$

$$\Rightarrow \alpha = ۱۸۰^\circ - (\theta + \beta) = ۱۸۰^\circ - ۱۳۰^\circ \Rightarrow \alpha = ۵۰^\circ$$

(فیزیک ۳- صفحه‌های ۹۳ و ۹۴)

فیزیک ۳- پیشروی سریع

۱۰۱- **گزینهٔ «۲»** (مصطفی کیانی)

چون از سه بسامد تشدیدی متوالی تار، بسامد اول و آخر معلوم است، اختلاف این دو بسامد، ۲ برابر بسامد اصلی (هماهنگ اول) تار می‌باشد. بنابراین، ابتدا بسامد اصلی تار را می‌یابیم:

$$۴۲۰ - ۳۰۰ = ۲f_۱ \Rightarrow f_۱ = ۶۰Hz$$

اکنون از رابطهٔ بسامدهای تشدیدی تار، طول تار را پیدا می‌کنیم:

$$f_n = \frac{nv}{۲L} \xrightarrow[f_۱=۶۰Hz]{n=۱,\ v=۲۴۰\frac{m}{s}} ۶۰ = \frac{۱\times ۲۴۰}{۲\times L} \Rightarrow L = ۲m$$

(فیزیک ۳- برهم‌کنش‌های موج؛ صفحهٔ ۱۰۷)

۱۰۲- **گزینهٔ «۳»** (محسن سلماسی)

هر چقدر محیط غلیظ‌تر باشد، سرعت و طول موج کمتر و ضخامت نوارها کمتر است. پس در محیط دوم فاصلهٔ نوارهای روشن $\frac{۳}{۴}$ برابر، یعنی ۳ میلی‌متر شده و بنابراین ضخامت نوارها $۱/۵mm$ می‌شود. $(\text{ضخامت} \propto \lambda \propto \frac{۱}{n})$

توجه شود که فاصلهٔ بین دو نوار روشن متوالی معادل دو برابر ضخامت نوار است.

(فیزیک ۳- برهم‌کنش‌های موج؛ صفحه‌های ۱۰۴ و ۱۰۵)

۱۰۳- **گزینهٔ «۱»** (حسام نادری)

الف) نادرست؛ هر تشدیدگر هلمهولتز بسامدهای تشدید معینی دارد نه فقط یک بسامد.

ب) نادرست؛ با خالی شدن گالن، انگار یک لولهٔ صوتی داریم که طول آن رفته‌رفته بیشتر و در نتیجه طول موج صوت حاصل بیشتر و بسامدش کمتر می‌شود (صدای بم‌تر).

پ) درست؛ مثل دو لولهٔ صوتی یک انتها بسته که طول متفاوتی دارند.

(فیزیک ۳- برهم‌کنش‌های موج؛ صفحه‌های ۱۰۸ تا ۱۱۰)

۱۰۴- **گزینهٔ «۲»** (عبدالرضا امینی‌نسب)

ابتدا به کمک رابطهٔ $v = \sqrt{\frac{F.L}{m}}$ سرعت انتشار موج در تار را محاسبه می‌کنیم، دقت کنید در این رابطه m، جرم تار و L طول تار می‌باشد و $F = Mg$ نیروی وزن وزنهٔ آویخته شده (نیروی کشش تار) می‌باشد.

$$M = ۲۴۰۰g = ۲/۴kg \quad , \quad m = ۴g$$

$$F = Mg = ۲/۴\times ۱۰ = ۲۴N$$

$$v = \sqrt{\frac{F.L}{m}} = \sqrt{\frac{۲۴\times ۰/۶}{۴\times ۱۰^{-۳}}} = \sqrt{۳۶۰۰} = ۶۰\frac{m}{s}$$

به کمک رابطهٔ بسامد امواج ایستاده داریم: $n = \text{تعداد شکم} = ۳$

$$f_n = \frac{nv}{۲L} \Rightarrow f_۳ = \frac{۳v}{۲L} = \frac{۳\times ۶۰}{۲\times ۰/۶} = ۱۵۰Hz$$

(فیزیک ۳- برهم‌کنش‌های موج؛ صفحهٔ ۱۰۷)

۱۰۵- **گزینهٔ «۳»** (مجتبی نکوئیان)

با توجه به اینکه انرژی فوتون‌ها از انرژی لامپ تأمین می‌شود، داریم:

$$E = nhf = \frac{nhc}{\lambda} \Rightarrow Pt = \frac{nhc}{\lambda} \Rightarrow P = \frac{nhc}{\lambda t}$$
$$E = Pt$$

$$\xrightarrow[c=۳\times ۱۰^۸\frac{m}{s}\ ,\ \lambda=۶۶۰\times ۱۰^{-۹}m\ ,\ t=۲۴s]{n=۳/۲\times ۱۰^{۲۲}\ ,\ h=۶/۶\times ۱۰^{-۳۴}J.s}$$

$$P = \frac{(۳/۲\times ۱۰^{۲۲})(۶/۶\times ۱۰^{-۳۴})(۳\times ۱۰^۸)}{(۶/۶\times ۱۰^{-۷})(۲۴)} = ۴۰۰W$$

(فیزیک ۳- آشنایی با فیزیک اتمی؛ صفحه‌های ۱۱۶ تا ۱۲۰)

AzmonVIP

۱۰۶- **گزینهٔ «۱»** *(مهری شریفی)*

با توجه به معادلهٔ فوتوالکتریک داریم:

$$K_{max} = hf - W_0 \xrightarrow[f=1\times10^{15}Hz]{K_{max}=1\times10^{-19}J}$$

$$1\times10^{-19} = 6\times10^{-34}\times10^{15} - W_0 \Rightarrow W_0 = 5\times10^{-19}J$$

$$K_{max} = \frac{hc}{\lambda} - W_0$$

$$\Rightarrow 22\times10^{-19} = \frac{6\times10^{-34}\times3\times10^{8}}{\lambda} - 5\times10^{-19}$$

$$27\times10^{-19} = \frac{3\times6\times10^{-34}\times10^{8}}{\lambda} \Rightarrow \lambda = \frac{200}{3}nm$$

(فیزیک ۳- آشنایی با فیزیک اتمی؛ صفحه‌های ۱۱۶ تا ۱۲۰)

۱۰۷- **گزینهٔ «۳»** *(علیرضا جباری)*

با استفاده از معادلهٔ ریدبرگ، نسبت طول موج چهارمین خط طیفی رشتهٔ بالمر (λ_1) به طول موج اولین خط طیفی رشتهٔ براکت (λ_2) را به‌دست می‌آوریم:

$$\frac{1}{\lambda} = R(\frac{1}{n'^2} - \frac{1}{n^2}) \xrightarrow[n=n'+4=2+4=6]{n'=2}$$

$$\frac{1}{\lambda_1} = R(\frac{1}{2^2} - \frac{1}{6^2}) = R(\frac{1}{4} - \frac{1}{36}) = R(\frac{8}{36}) = \frac{2}{9}R$$

$$\frac{1}{\lambda} = R(\frac{1}{n'^2} - \frac{1}{n^2}) \xrightarrow[n=n'+1=4+1=5]{n'=4} \frac{1}{\lambda_2} = R(\frac{1}{4^2} - \frac{1}{5^2})$$

$$\Rightarrow \frac{1}{\lambda_2} = R(\frac{1}{16} - \frac{1}{25}) = R(\frac{9}{16\times25}) = \frac{9}{400}R$$

$$\frac{\frac{1}{\lambda_1}}{\frac{1}{\lambda_2}} = \frac{\frac{2}{9}R}{\frac{9}{400}R} \Rightarrow \frac{\lambda_2}{\lambda_1} = \frac{800}{81}$$

از طرفی طبق رابطهٔ $f = \frac{c}{\lambda}$، بسامد با طول موج نسبت عکس دارد، بنابراین می‌توان نوشت:

$$\frac{f_1\ (\text{بالمر})}{f_2\ (\text{براکت})} = \frac{\lambda_2}{\lambda_1} = \frac{800}{81}$$

(فیزیک ۳- آشنایی با فیزیک اتمی؛ صفحه‌های ۱۲۲ تا ۱۲۴)

۱۰۸- **گزینهٔ «۳»** *(محمد مقدم)*

الکترون در حالت برانگیختهٔ دوم است، پس در تراز سوم قرار دارد که انرژی آن برابر است با:

$$E_n = -\frac{E_R}{n^2} \Rightarrow E_3 = -\frac{E_R}{3^2} = -\frac{E_R}{9}$$

حال اگر $\frac{5}{36}E_R$ به آن اضافه شود، داریم:

$$-\frac{E_R}{9} + \frac{5}{36}E_R = \frac{E_R}{36}$$

که چون مقدار این انرژی مثبت است، چنین تراز انرژی وجود ندارد.

یکبار هم این انرژی را از انرژی الکترون تراز سوم کم می‌کنیم که اگر احتمال گذار به تراز پایین‌تر وجود داشته باشد n به‌دست آید:

$$\frac{-E_R}{9} - \frac{5}{36}E_R = -\frac{E_R}{4} = -\frac{E_R}{n^2} \Rightarrow n = 2$$

یعنی الکترون به تراز ۲ گذار می‌کند.

(فیزیک ۳- آشنایی با فیزیک اتمی؛ صفحه‌های ۱۲۷ تا ۱۳۱)

۱۰۹- **گزینهٔ «۱»** *(حسین الهی)*

تمام فوتون‌های گسیلی ممکن آن به صورت زیر است:

$$\text{مرئی:}\ 5\to2\ ,\ 4\to2\ ,\ 3\to2 \Rightarrow N_1 = 3$$

$$\text{فرابنفش:}\ 5\to1\ ,\ 4\to1\ ,\ 3\to1\ ,\ 2\to1 \Rightarrow N_2 = 4$$

$$\text{فروسرخ:}\ 5\to4\ ,\ 5\to3\ ,\ 4\to3 \Rightarrow N_3 = 3$$

$$\Rightarrow \frac{2N_2}{N_1+N_3} = \frac{8}{3+3} = \frac{8}{6} = \frac{4}{3}$$

(فیزیک ۳- آشنایی با فیزیک اتمی؛ صفحه‌های ۱۲۲ تا ۱۲۹)

۱۱۰- **گزینهٔ «۲»** *(حسین الهی)*

موارد «الف» و «د» و «هـ» نادرست می‌باشد.

الف) نخستین لیزر را تئودور مایمن ساخت.

د) در گسیل خودبه‌خودی، فوتون در جهت کاتوره‌ای گسیل می‌شود و در گسیل القایی هر فوتون ورودی باعث خروج دو فوتون می‌شود.

هـ) به‌طور معمول و در دمای اتاق بیشتر الکترون‌ها در تراز انرژی پایین‌تر قرار دارند.

(فیزیک ۳- آشنایی با فیزیک اتمی؛ صفحه‌های ۱۳۲ و ۱۳۳)

AzmonVIP

فیزیک ۲

۱۱۱- **گزینهٔ «۲»** (محمدکاظم منشاری)

تنها عبارت «ت» درست است.

بررسی عبارات نادرست:

الف) اتم‌های مواد پارامغناطیسی خاصیت مغناطیسی دارند اما دوقطبی‌های مغناطیسی وابسته به آن‌ها، به‌طور کاتوره‌ای سمت‌گیری کرده‌اند و میدان مغناطیسی خالصی ایجاد نمی‌کنند.

ب) در مواد دیامغناطیسی، میدان مغناطیسی خارجی می‌تواند سبب القای دوقطبی‌های مغناطیسی در خلاف سوی میدان خارجی شود.

پ) در مواد فرومغناطیس در اثر میدان مغناطیسی خارجی، حجم حوزه‌های همسو با میدان افزایش می‌یابد و حجم حوزه‌هایی که سمت‌گیری آن‌ها در راستای میدان نیست، کم می‌شود.

(فیزیک ۲- صفحه‌های ۱۰۱ تا ۱۰۳)

۱۱۲- **گزینهٔ «۳»** (امیراحمد میرسعید)

با توجه به جهت جریان در حلقهٔ A، میدان در مرکز آن درون‌سو است، پس جریان سیم راست باید رو به بالا باشد تا میدان حاصل از سیم راست در مرکز حلقهٔ A برون‌سو شود تا برایند میدان‌ها در حلقه A، بتواند صفر شود و میدان حاصل از سیم راست در مرکز حلقهٔ B، درون‌سو می‌شود، پس میدان حاصل از حلقهٔ B در مرکز آن باید برون‌سو گردد تا برایند میدان‌ها درمرکز حلقهٔ B، بتواند صفر شود و جهت جریان در حلقهٔ B پادساعتگرد می‌شود.

(فیزیک ۲- صفحه‌های ۹۷ و ۹۸)

۱۱۳- **گزینهٔ «۲»** (حسین الهی)

موارد «الف» و «پ» صحیح می‌باشند.

بررسی موارد:

الف) خطوط میدان مغناطیسی در خارج از آهنربا از قطب N خارج و به قطب S وارد می‌شوند، پس D و A قطب S آهنربا هستند.

ب) اگر الکترونی در نقطهٔ M به سمت پایین حرکت کند، نیروی مغناطیسی بر آن وارد نمی‌شود.

پ) با توجه به اینکه تراکم خطوط میدان در نزدیکی آهنربای (۲) بیشتر است، پس این آهنربا قوی‌تر است.

ت) با توجه به خروج خطوط میدان از C می‌دانیم که قطب N آهنربا می‌باشد.

ث) اگر پروتونی در نقطهٔ N به سمت بالا حرکت کند، هیچ نیرویی برآن وارد نمی‌شود، زیرا راستای حرکت ذره بر راستای میدان مغناطیسی منطبق است.

(فیزیک ۲- صفحه‌های ۸۴ تا ۸۹)

۱۱۴- **گزینهٔ «۴»** (محمد مقدم)

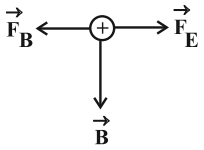
میدان الکتریکی به سمت راست است و چون بار ذره مثبت است، به ذره به سمت راست نیرو وارد می‌کند و برای آنکه ذره از مسیر خود منحرف نشود، باید نیروی میدان مغناطیسی به سمت چپ باشد که با استفاده از قاعدهٔ دست راست یعنی شست در جهت نیرو و انگشتان در جهت سرعت و کف دست رو به پایین، جهت میدان مغناطیسی را داریم و برای به‌دست آوردن مقدار میدان مغناطیسی داریم:

$$F_E = F_B$$

$$E|q| = |q|vB\sin\alpha$$

$$۶۰۰ = ۳\times۱۰^{۴}\times B\sin۹۰^\circ$$

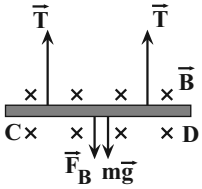
$$B = ۲\times۱۰^{-۲}\,T$$



(فیزیک ۲- صفحه‌های ۸۹ و ۹۰)

۱۱۵- **گزینهٔ «۱»** (زهره آقامحمدی)

مطابق شکل زیر، بر میلهٔ حامل جریان نیروهای کشش طناب، نیروی وزن و نیروی مغناطیسی وارد می‌شود. بنابراین، ابتدا نیروهای وزن و $۲T$ را با هم مقایسه می‌کنیم:



$$۲T = ۲\times۲/۴ = ۴/۸N$$

$$W = mg \xrightarrow[g=۱۰\frac{N}{kg}]{m=۲۴۰\times۱۰^{-۳}kg} W = mg = ۲۴۰\times۱۰^{-۳}\times۱۰ = ۲/۴N$$

چون میله در حالت تعادل قرار دارد و $۲T > mg$ است، لذا نیروی مغناطیسی وارد بر آن به طرف پایین و بزرگی آن برابر است با:

$$F_{net_y} = ۰ \Rightarrow ۲T = mg + F_B \Rightarrow ۴/۸ = ۲/۴ + F_B$$

$$\Rightarrow F_B = ۲/۴N$$

اکنون با داشتن اندازهٔ F_B، به‌صورت زیر جریان عبوری از میله را می‌یابیم:

$$F_B = I\ell B\sin\theta \xrightarrow[\ell=۱۲۰cm=۱/۲m]{\theta=۹۰^\circ, B=۰/۸T} ۲/۴ = I\times۱/۲\times۰/۸ \Rightarrow I = ۲/۵A$$

هم‌چنین با توجه به قاعدهٔ دست راست و جهت نیروی مغناطیسی، جهت جریان از D به C خواهد شد.

(فیزیک ۲- صفحه‌های ۹۱ تا ۹۳)

AzmonVIP

۱۱۶- **گزینهٔ «۳»** *(علیرضا جباری)*

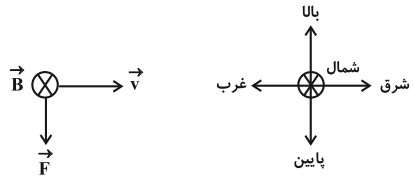
ابتدا اندازهٔ نیروی مغناطیسی وارد بر الکترون را به دست می‌آوریم:

$$F = |q| vB\sin\theta \xrightarrow[B=۰/۵۴G=۵۴\times۱۰^{-۶}T,\sin\theta=۱]{|q|=۱/۶\times۱۰^{-۱۹}C,\ v=۲\times۱۰^{۵}\frac{m}{s}}$$

$$F = ۱/۶\times۱۰^{-۱۹}\times۲\times۱۰^{۵}\times۵۴\times۱۰^{-۶}\times۱$$

$$= ۳/۲\times۵۴\times۱۰^{-۲۰}N$$

سپس جهت این نیرو را با استفاده از قاعدهٔ دست چپ تعیین می‌کنیم؛ زیرا بار الکترون منفی است. از طرفی می‌دانیم جهت میدان مغناطیسی زمین رو به شمال است. بنابراین مطابق شکل زیر، جهت نیروی مغناطیسی وارد بر الکترون، به طرف پایین است.



در پایان، اندازه و جهت شتاب ناشی از نیروی مغناطیسی وارد بر الکترون را پیدا می‌کنیم:

$$a = \frac{F_{net}}{m} = \frac{۳/۲\times۵۴\times۱۰^{-۲۰}}{۹\times۱۰^{-۳۱}} = ۱۹/۲\times۱۰^{۱۱}\frac{m}{s^{۲}}$$

$$= ۱/۹۲\times۱۰^{۱۲}\frac{m}{s^{۲}}$$

جهت شتاب نیز مانند نیرو، به طرف پایین است.

(فیزیک ۲- صفحه‌های ۸۹ و ۹۰)

۱۱۷- **گزینهٔ «۴»** *(مجتبی نکوئیان)*

با استفاده از رابطهٔ نیروی وارد بر سیم حامل جریان در میدان مغناطیسی داریم:

$$F = ILB_T\sin\theta \xrightarrow[I=۸A\ ,\ L=۲\times۱۰^{-۱}m\ ,\ \sin\theta=۱]{F=۴\times۱۰^{-۳}(N)}$$

$$۴\times۱۰^{-۳} = ۸(۲\times۱۰^{-۱})B_T \qquad (۱)$$

$$\Rightarrow B_T = ۲۵\times۱۰^{-۴}T = ۲۵G$$

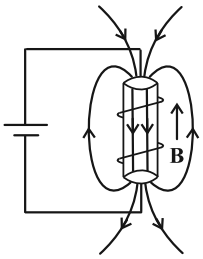
با توجه به قاعدهٔ دست راست، برای اینکه جهت نیروی وارد بر سیم (۴) به طرف چپ باشد، باید میدان مغناطیسی برآیند در محل سیم (۴) به صورت برون‌سو باشد. از آنجایی که جهت میدان مغناطیسی برآیند دو سیم (۱) و (۲) در محل سیم (۴) به صورت درون‌سو است، پس جهت میدان مغناطیسی سیم (۳) در محل سیم (۴) باید به صورت برون‌سو باشد، بنابراین جهت جریان در سیم (۳) به طرف پایین است و اندازهٔ میدان مغناطیسی آن در محل سیم (۴) برابر است با:

$$B_T = B_۳ - B_{۱,۲} \Rightarrow ۲۵ = B_۳ - ۷ \Rightarrow B_۳ = ۳۲G$$

(فیزیک ۲- صفحه‌های ۹۱ تا ۹۶)

۱۱۸- **گزینهٔ «۲»** *(مسعود هندانی)*

جهت خطوط میدان در خارج سیملوله از قطب N به S و در داخل آن از S به N است.



(فیزیک ۲- صفحه‌های ۹۹ و ۱۰۰)

۱۱۹- **گزینهٔ «۴»** *(امیراحمد میرسعید)*

اگر قطر مقطع سیم را با D و تعداد دور را با N و طول سیملوله را با L نمایش دهیم، می‌توان نوشت:

$$L = ND$$

و میدان مغناطیسی سیملوله برابر است با:

$$B = \mu_۰\frac{NI}{L} \Rightarrow B = \mu_۰\frac{NI}{ND} \Rightarrow B = \mu_۰\frac{I}{D}$$

از این رابطه می‌توان قطر مقطع سیم را محاسبه کرد.

$$B = \mu_۰\frac{I}{D} \Rightarrow ۶۰\times۱۰^{-۴} = ۱۲\times۱۰^{-۷}\times\frac{۱۰}{D}$$

$$\Rightarrow D = ۲\times۱۰^{-۳}m = ۲mm$$

(فیزیک ۲- صفحه‌های ۹۹ و ۱۰۰)

۱۲۰- **گزینهٔ «۴»** *(محمدکاظم منشاری)*

$$B_{\text{سیملوله}} = \mu_۰\frac{NI}{\ell}\ ,\ B_{\text{پیچه}} = \mu_۰\frac{N'I'}{۲R}$$

$$B_{\text{سیملوله}} = ۳B_{\text{پیچه}} \Rightarrow \mu_۰\frac{NI}{\ell} = ۳\mu_۰\frac{N'I'}{۲R}$$

$$\Rightarrow \frac{\ell}{۲R} = \frac{N}{N'}\times\frac{I}{I'}\times\frac{۱}{۳} = ۱\times\frac{۱}{۲}\times\frac{۱}{۳} = \frac{۱}{۶}$$

(فیزیک ۲- صفحه‌های ۹۸ تا ۱۰۰)

AzmonVIP

فیزیک ۱

۱۲۱- **گزینهٔ «۳»** (عبدالرضا امینی‌نسب)

کمیت دماسنجی دماسنج ترموکوپل، ولتاژ است، در نتیجه گزینهٔ «۳» صحیح نیست. توجه شود که رابطهٔ بین مقیاس سلسیوس و فارنهایت به صورت $F=\frac{۹}{۵}\theta+۳۲$ می‌باشد. داریم:

$$\theta=۴۰^\circ C \Rightarrow F=\frac{۹}{۵}\times ۴۰+۳۲=۷۲+۳۲=۱۰۴^\circ F$$ (درستی گزینهٔ ۱)

(فیزیک ۱- صفحه‌های ۸۴ تا ۸۶)

۱۲۲- **گزینهٔ «۳»** (حسین الهی)

سه عبارت (الف)، (ب) و (ت) نادرست می‌باشد.

دلیل نادرستی عبارات:

الف) با توجه به این‌که فلزات رسانای بهتری هستند، گرمای دست ما را به سرعت انتقال می‌دهند و سردتر از چوب به نظر می‌رسند.

ب) به انرژی‌ای که بر اثر اختلاف دما بین دو جسم انتقال می‌یابد، گرما گفته می‌شود.

ت) گرمای ویژه به جرم جسم بستگی ندارد.

(فیزیک ۱- صفحه‌های ۹۸ و ۱۱۱ تا ۱۱۵)

۱۲۳- **گزینهٔ «۳»** (علیرضا جباری)

با توجه به متن سؤال می‌توان نوشت: $L_A-L_B=۳۰\,cm$

از آنجا که اختلاف طول میله‌ها کاهش یافته است، نتیجه می‌گیریم که افزایش طول میلهٔ B بیشتر بوده و داریم:

$$\Delta L_B-\Delta L_A=۰/۴\,mm=۰/۰۴\,cm$$

رابطهٔ تغییر طول برای جسم جامد $(\Delta L=L_۱\alpha\Delta\theta)$ را برای هر یک از دو میلهٔ فوق جای‌گذاری می‌کنیم: $L_B\alpha_B\Delta\theta-L_A\alpha_A\Delta\theta=۰/۰۴$

$$\Rightarrow L_B\times ۲\times ۱۰^{-۵}\times ۵۰-L_A\times ۱/۲\times ۱۰^{-۵}\times ۵۰=۰/۰۴$$

$$\Rightarrow L_B\times ۱۰^{-۳}-L_A\times ۰/۶\times ۱۰^{-۳}=۴\times ۱۰^{-۲}$$

$$\xrightarrow{\text{طرفین معادله ضرب در } ۱۰^۳} L_B-۰/۶L_A=۴۰$$

$$\xrightarrow{L_A=L_B+۳۰} L_B-۰/۶(L_B+۳۰)=۴۰$$

$$\Rightarrow L_B-۰/۶L_B-۱۸=۴۰\Rightarrow ۰/۴L_B=۵۸$$

$$L_B=۱۴۵\,cm$$

(فیزیک ۱- صفحه‌های ۸۸ و ۸۹)

۱۲۴- **گزینهٔ «۳»** (مجتبی نکوئیان)

با توجه به رابطهٔ انبساط طولی $(\Delta L=L_۱\alpha\Delta\theta)$، درصد تغییرات طول را به صورت زیر به دست می‌آوریم:

$$\text{درصد تغییرات طول}:\frac{\Delta L}{L_۱}\times ۱۰۰=\alpha\Delta\theta\times ۱۰۰$$

$$\Rightarrow ۴\times ۱۰^{-۱}=\alpha(۶۰)(۱۰۰)\Rightarrow \alpha=\frac{۲}{۳}\times ۱۰^{-۴}\,\frac{۱}{K}$$

از طرفی برای به دست آوردن حجم مایع بیرون ریخته شده $(\Delta V')$ داریم:

$$\Delta V'=\Delta V_{\text{مایع}}-\Delta V_{\text{ظرف}}$$

$$\xrightarrow[\beta_{\text{ظرف}}=۳\alpha_{\text{ظرف}}]{\Delta V=\beta V_۱\Delta\theta}\Delta V'=V_۱(\beta_{\text{مایع}}-۳\alpha_{\text{ظرف}})\Delta\theta$$

$$\text{درصد تغییرات حجم مایع بیرون ریخته شده}:\frac{\Delta V'}{V_۱}\times ۱۰۰$$

$$=(\beta_{\text{مایع}}-۳\alpha_{\text{ظرف}})\Delta\theta\times ۱۰۰\xrightarrow[\alpha_{\text{ظرف}}=\frac{۲}{۳}\times ۱۰^{-۴}\,\frac{۱}{K}]{\beta_{\text{مایع}}=۱/۲\times ۱۰^{-۳}\,\frac{۱}{K}}$$

$$۸=(۱۲\times ۱۰^{-۴}-۳\times\frac{۲}{۳}\times ۱۰^{-۴})\Delta\theta\times ۱۰۰\Rightarrow \Delta\theta=۸۰^\circ C$$

و در نهایت طبق رابطهٔ میان دما در مقیاس‌های سلسیوس و فارنهایت داریم:

$$F=\frac{۹}{۵}\theta+۳۲\Rightarrow \Delta F=\frac{۹}{۵}\Delta\theta\xrightarrow{\Delta\theta=۸۰^\circ C}\Delta F=۱۴۴^\circ F$$

(فیزیک ۱- صفحه‌های ۸۴ تا ۹۴)

۱۲۵- **گزینهٔ «۲»** (امیراحمد میرسعید)

ابتدا گرمای داده شده به میله در مدت زمان یک ثانیه را محاسبه می‌کنیم:

$$Q=P\times t=۱۵۰۰۰\times ۱=۱۵۰۰۰\,J$$

سپس افزایش دمای میله بر اثر گرمای داده شده به جسم را به دست می‌آوریم:

$$Q=mc\Delta\theta\Rightarrow ۱۵۰۰۰=۲\times ۴۰۰\times\Delta\theta\Rightarrow\Delta\theta=\frac{۱۵۰}{۸}\,^\circ C$$

اکنون می‌توان افزایش طول میله را محاسبه کرد:

$$\Delta L=L_۱\alpha\Delta\theta\Rightarrow \Delta L=۲\times ۱۰^{-۵}\times\frac{۱۵۰}{۸}=۳۷/۵\times ۱۰^{-۵}\,m$$

$$\Rightarrow \Delta L=۳۷۵\times ۱۰^{۳}\,nm$$

یعنی در هر ثانیه، میله ۳۷۵×۱۰^۳ نانومتر افزایش طول دارد.

(فیزیک ۱- صفحه‌های ۸۸، ۸۹ و ۹۸)

AzmonVIP

۱۲۶- **گزینهٔ «۲»** *(علی برزگر)*

$$Q_A + Q_B = 0 \Rightarrow m_A c_A \Delta\theta_A + m_B c_B \Delta\theta_B = 0$$

$$\xrightarrow{m=\rho V} (\rho_A V_A) c_A (\theta_e - \theta_A) + (\rho_B V_B) c_B (\theta_e - \theta_B) = 0$$

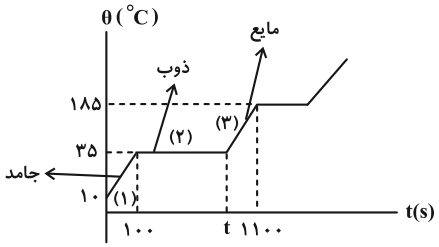
$$\Rightarrow [(\rho V)(2c)(2\theta - \theta)] + [(3\rho V')(5c)(2\theta - 4\theta)] = 0$$

$$+2\rho V c\theta - 30\rho V' c\theta = 0 \Rightarrow 30\rho V' c\theta = 2\rho V c\theta$$

$$\Rightarrow 30V' = 2V \Rightarrow 15V' = V \Rightarrow \frac{V'}{V} = \frac{1}{15}$$

(فیزیک ۱- صفحه‌های ۱۰۰ و ۱۰۱)

۱۲۷- **گزینهٔ «۴»** *(حسین الهی)*



بخش (۱) نمودار : $P \times t = mc_{\text{جامد}} \Delta\theta$

$$\Rightarrow 1200 \times 100 = 20 \times c \times 25 \Rightarrow c_{\text{جامد}} = 240 \frac{J}{kg \cdot K}$$

بخش (۲) نمودار : $P \times t = mL_F$

$$\Rightarrow 1200(t - 100) = 20 \times 18000 \Rightarrow t = 400s$$

بخش (۳) نمودار : $P \times t = mc_{\text{مایع}} \Delta\theta$

$$\Rightarrow 1200 \times (1100 - 400) = 20 \times c_{\text{مایع}} \times 150$$

$$\Rightarrow c_{\text{مایع}} = 280 \frac{J}{kg.K}$$

اختلاف ظرفیت گرمایی در دو حالت $= mc_{\text{مایع}} - mc_{\text{جامد}}$

$$= 20(280 - 240) = 800 \frac{J}{K}$$

(فیزیک ۱- صفحه‌های ۱۰۴ تا ۱۰۶)

۱۲۸- **گزینهٔ «۳»** *(عبدالرضا امینی‌نسب)*

آب $50^\circ C$ باید به آب $0^\circ C$ تبدیل شود یخ $-10^\circ C$ نیز باید به آب صفر درجهٔ سلسیوس تبدیل شود، داریم:

$$\text{یخ } -10^\circ C \xrightarrow{Q_3} 0^\circ C \text{ آب} \xleftarrow{Q_2} 0^\circ C \text{ یخ} \xleftarrow{Q_1} 50^\circ C \text{ آب}$$

$$Q_1 + Q_2 + Q_3 = 0 \Rightarrow (m_1 c_1 \Delta\theta)_{\text{آب}} + (m_2 c_2 \Delta\theta)_{\text{یخ}} + (m_2 L_F) = 0$$

$$\Rightarrow 0/85 \times 4200 \times (-50) + m_2 \times 2100 \times 10 + m_2 \times 336000 = 0$$

$$\Rightarrow 357000 m_2 = 178500 \Rightarrow m_2 = 0/5 kg = 500g$$

(فیزیک ۱- صفحه‌های ۱۰۰، ۱۰۱، ۱۰۴ و ۱۰۶)

۱۲۹- **گزینهٔ «۱»** *(عبدالرضا امینی‌نسب)*

گرمایی که از کتری برقی به آب می‌رسد، صرف به جوش آوردن و تبخیر آب درون کتری می‌شود. بنابراین داریم:

$$\text{بخار آب } 50^\circ C \xrightarrow{Q_1} 100^\circ C \text{ آب} \xrightarrow{Q_2} 100^\circ C \text{ آب}$$

$$Q_{\text{کل}} = Q_1 + Q_2 \Rightarrow \frac{60}{100}(P.t) = Q_1 + Q_2$$

در محاسبهٔ گرمای Q_2، دقت کنید که فقط $300g$ از آب به بخار تبدیل شده و $m_2 = 300g$ باید در رابطه جای‌گذاری شود. داریم:

$$\frac{3}{5} \times 2000 \times t = (m_1 c_{\text{آب}} \Delta\theta) + m_2 L_V$$

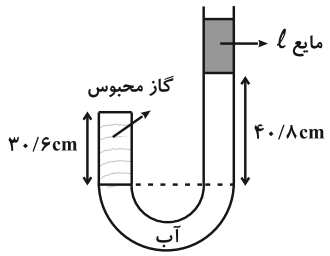
$$1200t = 0/4 \times 4200 \times 50 + 0/3 \times 2240000$$

$$1200t = 84000 + 672000 = 756000 \Rightarrow t = 630s$$

(فیزیک ۱- صفحه‌های ۱۰۷ تا ۱۱۱)

۱۳۰- **گزینهٔ «۲»** *(محمدکاظم منشاری)*

آب در سمت چپ به اندازهٔ $30/6 - 10/2 = 20/4 cm$ پایین آمده و در نتیجه به اندازهٔ $20/4 cm$ در سمت راست بالا می‌رود. بنابراین اختلاف ارتفاع سطوح آب در دو طرف برابر $2 \times 20/4 = 40/8 cm$ می‌باشد:



$$\begin{cases} P_1 = P_\ell + P_\circ = P_\ell + 76 cmHg \\ T_1 = 77 + 273 = 350K \\ V_1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} P_2 = P_\circ + P_\ell + P_{\text{آب}} = 76 cmHg + P_\ell + P_{\text{آب}} \\ T_2 = 350K + 730K = 1080K \\ V_2 = 3V_1 \end{cases}$$

$$\rho_{\text{آب}} h_{\text{آب}} = \rho_{\text{جیوه}} h \Rightarrow 1 \times 40/8 = 13/6 \times h$$

$$\Rightarrow h = 3cm \Rightarrow P_{\text{آب}} = 3cmHg \Rightarrow P_2 = P_\ell + 79 cmHg$$

$$\frac{P_1 V_1}{T_1} = \frac{P_2 V_2}{T_2} \Rightarrow \frac{P_2}{P_1} = \frac{T_2}{T_1} \cdot \frac{V_1}{V_2}$$

$$\Rightarrow \frac{P_\ell + 79}{P_\ell + 76} = \frac{1080}{350} \times \frac{1}{3} = \frac{36}{35} \Rightarrow P_\ell = 29 cmHg$$

(فیزیک ۱- صفحه‌های ۱۱۷ تا ۱۲۳)

AzmonVIP

شیمی ۳

۱۳۱- **گزینهٔ «۳»** (محمد عظیمیان‌زواره)

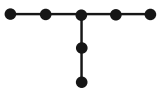
بررسی موارد:

الف) درست

$$\text{تفاوت جرم مولی} : 44\,g.mol^{-1} \Rightarrow \begin{cases} \text{نفتالن} : C_{10}H_8 = 128\,g.mol^{-1} \\ \text{سیکلوهگزان} : C_6H_{12} = 84\,g.mol^{-1} \end{cases}$$

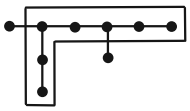
جرم مولی پروپان $C_3H_8 = 44\,g.mol^{-1}$

ب) درست؛ نخستین آلکان دارای یک شاخهٔ فرعی اتیل، ایزومری از هپتان است.



پ) درست؛ گاز مورد استفاده در فندک، بوتان (C_4H_{10}) می‌باشد.

ت) نادرست؛ نام درست آلکان مورد نظر ۳، ۵- دی متیل هپتان است.



ث) نادرست؛ شمار پیوندهای $C-C$ در آلکن‌ها برابر شمار اتم‌های کربن منهای ۲ می‌باشد. بنابراین آلکن مورد نظر C_8H_{16} می‌باشد. فرمول مولکولی پنتان C_5H_{12} است. $\frac{16}{12} = \frac{4}{3} \neq 2/5$

(شیمی ۲- قدر هدایای زمینی را برانیم؛ صفحه‌های ۳۶ تا ۴۳)

۱۳۲- **گزینهٔ «۳»** (روزبه رضوانی)

از گاز اتن که اولین عضو خانوادهٔ آلکن‌ها است، به عنوان عمل‌آورنده در کشاورزی استفاده می‌شود.

تشریح گزینهٔ «۲»: اگر شمار اتم‌های کربن را m در نظر بگیریم، فرمول عمومی آلکان‌ها به صورت C_mH_{2m+2} خواهد بود. حالا اگر شمار اتم‌های هیدروژن را n در نظر بگیریم، می‌توان نوشت:

$$2m+2=n \Rightarrow m=\frac{n-2}{2} \xrightarrow[\text{فرمول عمومی: } C_mH_{2m+2}]{m=\text{شمار اتم‌های کربن}} C_{\frac{n-2}{2}}H_n$$

از طرفی شمار پیوندهای کووالانسی در یک آلکان با m اتم کربن، از رابطهٔ $3m+1$ به دست می‌آید. بنابراین شمار پیوندهای کووالانسی برحسب n برابر خواهد بود با:

$$3\left(\frac{n-2}{2}\right)+1=\frac{3n-6}{2}+\frac{2}{2}=1/5n-2$$

(شیمی ۲- ترکیبی؛ صفحه‌های ۳۰، ۱۰۴ و ۱۰۵)

۱۳۳- **گزینهٔ «۳»** (یاسر راش)

ابتدا حجم مولی گازها را در شرایط واکنش به دست می‌آوریم: (V_n همان حجم مولی است.)

$$\frac{P_1V_{n,1}}{T_1}=\frac{P_2V_{n,2}}{T_2} \Rightarrow \frac{1\times 22/4}{273}=\frac{2\times V_{n,2}}{273+546}$$

$$\Rightarrow V_{n,2}=33/6\,L.mol^{-1}$$

$\Rightarrow$ حجم مولی در شرایط گفته شده : $33/6\,L.mol^{-1}$

در ادامه شمار مول‌های کربن دی‌اکسید و آب تولید شده بر اثر سوختن کامل ترکیب آلی را حساب می‌کنیم:

$$?\,mol\,CO_2 = 16/8\,L\,CO_2 \times \frac{1\,mol\,CO_2}{33/6\,L\,CO_2} = 0/5\,mol\,CO_2$$

$$?\,mol\,H_2O = 7/5\,g\,H_2O \times \frac{1\,mol\,H_2O}{18\,g\,H_2O} = \frac{5}{12}\,mol\,H_2O$$

در نمونهٔ اولیه از ترکیب آلی اکسیژن‌دار، ۰/۵ مول اتم کربن و $\frac{5}{12}\times 2$ یا $\frac{5}{6}$ مول اتم هیدروژن وجود دارد، در نتیجه نسبت مورد نظر برابر است با:

$$\frac{\text{شمار اتم‌های هیدروژن}}{\text{شمار اتم‌های کربن}}=\frac{(\frac{5}{6})}{0/5}=\frac{5}{3}$$

(شیمی ۲- ترکیبی؛ صفحه‌های ۷۰ تا ۷۲ و ۱۱۱)

۱۳۴- **گزینهٔ «۴»** (هادی مهدی‌زاده)

موارد اول، دوم و پنجم درست‌اند.

بررسی موارد نادرست:

مورد سوم: با افزایش طول زنجیر هیدروکربنی در کربوکسیلیک اسیدها، قطبیت مولکول همانند انحلال‌پذیری آن‌ها در آب کاهش و انحلال‌پذیری در حلال ناقطبی افزایش می‌یابد.

مورد چهارم: فورمیک اسید (متانوئیک اسید) نخستین عضو خانوادهٔ اسیدهای یک عاملی است که بر اثر گزش مورچه وارد بدن می‌شود، بنابراین در طبیعت نیز یافت می‌شود.

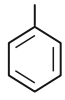
(شیمی ۲- پوشاک، نیازی پایان‌ناپذیر؛ صفحه‌های ۱۱۱ تا ۱۱۳)

۱۳۵- **گزینهٔ «۲»** (امیرمسعود حسینی)

بررسی موارد:

الف) درست؛ در ساختار مولکول ویتامین C، دو پیوند دوگانه و در مولکول استیرن چهار پیوند دوگانه دیده می‌شود.

استیرن : $CH_2=CH$



ب) درست

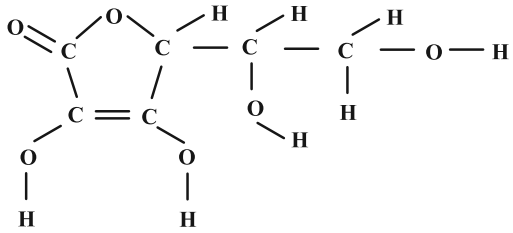
فرمول مولکولی ویتامین C : $C_6H_8O_6$

$$\text{درصد جرمی H} = \frac{8(1)}{6(12)+8(1)+6(16)}\times 100 \simeq \%4/55$$

پ) نادرست؛ مصرف بیش از اندازه ویتامین C مشکلی برای بدن ایجاد نمی‌کند؛ زیرا ویتامین C به خوبی در آب حل می‌شود و مقادیر زیاد آن در آب بدن حل شده و دفع می‌شود.

AzmonVIP

ت) نادرست

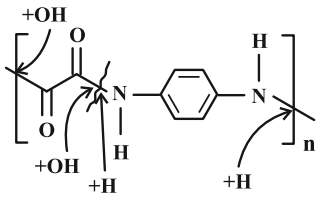


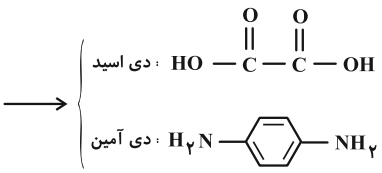
C مجموع شمار اتم‌های مولکول ویتامین = ۲۰

C مجموع شمار پیوندهای اشتراکی در مولکول ویتامین = ۲۲

(شیمی ۲- پوشاک، نیازی پایان‌ناپذیر؛ صفحه‌های ۱۱۳ و ۱۱۴)

۱۳۶- **گزینهٔ «۳»** *(هادی مهدی‌زاده)*





در ساختار لوویس دی‌اسید سازندهٔ آن ۴ اتم اکسیژن وجود دارد که هر اتم اکسیژن دارای ۲ جفت الکترون ناپیوندی است، بنابراین این مولکول دارای ۸ جفت الکترون ناپیوندی است.

بررسی سایر گزینه‌ها:

۱) فرمول مولکولی دی اسید سازندهٔ آن، $C_2H_2O_4$ می‌باشد که مجموعاً دارای ۸ اتم بوده و شمار اتم‌های آن با شمار اتم‌های هیدروژن در نفتالن برابر است.

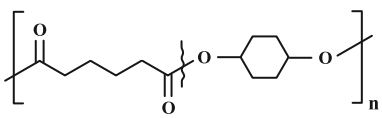
۲) در ساختار لوویس هر مولکول از مونومرهای سازندهٔ پلی‌آمید داده شده، در مجموع ۵ پیوند دوگانه وجود دارد.

۴) در ساختار پلی‌آمید داده شده حلقهٔ بنزن وجود دارد، بنابراین پلی‌آمیدی آروماتیک است و فرمول مولکولی دی‌اسید سازندهٔ آن $C_2H_2O_4$ می‌باشد.

(شیمی ۲- ترکیبی؛ صفحه‌های ۴۳، ۱۱۶ و ۱۱۷)

۱۳۷- **گزینهٔ «۱»** *(هادی مهدی‌زاده)*

دی اسید و دی الکل سازندهٔ پلی‌استر داده شده به صورت زیر است:



$$\Rightarrow \begin{cases} \text{دی‌اسید} = C_6H_{10}O_4 \\ \text{دی‌الکل} = C_6H_{12}O_2 \end{cases}$$

$$nC_6H_{10}O_4 + nC_4H_{12}N_2 \rightarrow (C_{10}H_{18}O_2N_2)_n + 2nH_2O$$

$$?\,g \text{ پلی‌آمید} = 113\,g\,(C_{12}H_{18}O_4)_n \times \frac{1\,mol\,(C_{12}H_{18}O_4)_n}{226n\,g\,(C_{12}H_{18}O_4)_n} \times \frac{1\,mol\,C_6H_{10}O_4}{1\,mol\,(C_{12}H_{18}O_4)_n} \times \frac{1\,mol\,(C_{10}H_{18}O_2N_2)_n}{1\,mol\,C_6H_{10}O_4} \times \frac{198n\,g\,(C_{10}H_{18}O_2N_2)_n}{1\,mol\,(C_{10}H_{18}O_2N_2)_n} = 99\,g\,(C_{10}H_{18}O_2N_2)_n$$

(شیمی ۲- پوشاک، نیازی پایان‌ناپذیر؛ صفحه‌های ۱۱۴ تا ۱۱۷)

۱۳۸- **گزینهٔ «۴»** *(سعید تیزرو)*

فرمول مولکولی ساختار $C_{22}H_{32}O_2$ است.

عدد اکسایش هر H : $+1$

عدد اکسایش هر O : -2

مجموع عدد اکسایش اتم‌های C : $x + 32(+1) + 2(-2) = 0$

$$\Rightarrow x = -28$$

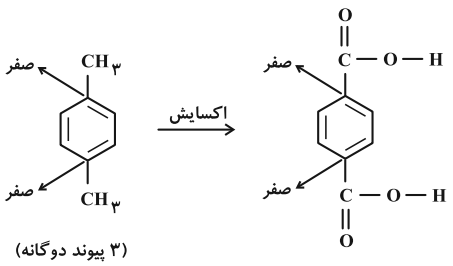
عامل بو و طعم آناناس: اتیل بوتانوات $C_6H_{12}O_2$ (۲۰ اتم)

عامل بو و طعم میخک: ۲- هپتانون $C_7H_{14}O$ (۲۲ اتم)

(شیمی ۲- ترکیبی؛ صفحه‌های ۷۱، ۱۱۰ و ۱۱۱)

۱۳۹- **گزینهٔ «۳»** *(محمد عظیمیان‌زواره)*

در تبدیل پارازایلن به ترفتالیک اسید شمار پیوندهای دوگانه افزایش می‌یابد.



(۳ پیوند دوگانه) (۵ پیوند دوگانه)

بررسی گزینه‌ها:

۱) جرم مولی اتیل اتانوات $(C_4H_8O_2)$ و جرم مولی CO_2 به ترتیب برابر ۸۸ و ۴۴ گرم بر مول می‌باشد.

۲) با توجه به فرمول مولکولی آن‌ها این مجموع برابر ۱۸ می‌باشد.

$$C_8H_{10}\ ،\ C_{10}H_8\ ،\ C_6H_{12}\ ،\ C_6H_{12}O_6$$

۴) با توجه به فرمول مولکولی اتیلن گلیکول $(C_2H_6O_2)$ و ترفتالیک اسید $(C_8H_6O_4)$، در فرمول مولکولی هر کدام ۶ اتم H وجود دارد و هر کدام دارای دو پیوند $O-H$ می‌باشند.

(شیمی ۲- ترکیبی؛ صفحه‌های ۴۳، ۱۱۱، ۱۱۲، ۱۱۴ و ۱۱۵)

(شیمی ۳- شیمی، راهی به سوی آینده‌ای روشن‌تر؛ صفحهٔ ۱۱۶)

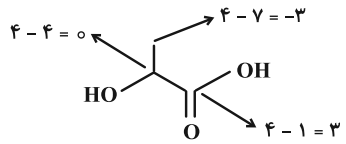
AzmonVIP

۱۴۰- **گزینهٔ «۱»** *(سعید تیزرو)*

بررسی گزینه‌ها:

گزینهٔ اول: نادرست؛ دارچین دارای گروه عاملی آلدهیدی است، در حالی که در ساختار A آلدهید وجود ندارد.

گزینهٔ دوم: درست؛ این ساختار به دلیل حضور همزمان عامل اسیدی و الکلی می‌تواند برای تولید پلی‌استر به کار رود.



گزینهٔ سوم: از اکسایش پارازایلن (C_8H_{10}) برای تولید ترفتالیک اسید استفاده می‌کنند که در تهیهٔ PET به کار می‌رود. استیرن (C_8H_8) مونومر سازندهٔ پلی‌استیرن است که در تولید ظروف یکبار مصرف به کار می‌رود.

گزینهٔ چهارم: درست؛ ساختار D تنها دارای گروه عاملی آمیدی بوده و دارای ۴ پیوند هیدروژنی است که اگر گروه‌های NH_2 آن با متیل عوض شود به استون تبدیل می‌شود.

(شیمی ۲- ترکیبی؛ صفحه‌های ۷۱، ۸۴، ۱۰۶ و ۱۱۵)

(شیمی ۳- ترکیبی؛ صفحه‌های ۵۲ و ۱۱۶)

شیمی ۳- پیشروی سریع

۱۴۱- **گزینهٔ «۳»** *(یاسر راش)*

چون تعادل پس از مصرف ۸۰٪ از گاز A برقرار شده است، داریم:

$$\text{مقدار مول A} \begin{cases} \text{مصرفی} = \frac{80}{100} \times 0/8 \text{mol} \\ \text{باقی‌مانده} = 0/8 - 0/64 = 0/16 \text{mol} \end{cases}$$

$$2A(g) \rightleftharpoons B(g) + 2C(g)$$

مول اولیه	۰/۸	۰	۰
تغییر مول	$-2x$	$+x$	$+2x$
مول تعادلی	۰/۱۶	۰/۳۲	۰/۶۴

$$K = \frac{\frac{0/32}{2} \times (\frac{0/64}{2})^2}{(\frac{0/16}{2})^2} \Rightarrow K = 2/56 \text{mol.L}^{-1}$$

(شیمی ۳- صفحه‌های ۱۰۳ و ۱۰۴)

۱۴۲- **گزینهٔ «۴»** *(امیرحسین مسلمی)*

ابتدا غلظت اولیهٔ A را به‌دست می‌آوریم:

$$2A(g) \rightleftharpoons B(g) + C(g)$$

$$K = \frac{[B][C]}{[A]^2} \Rightarrow 25 = \frac{5 \times 5}{[A]^2} \Rightarrow [A] = 1 \text{mol.L}^{-1}$$

با اضافه کردن ۱ مول A، تغییرات به‌صورت زیر است:

	$2A \rightleftharpoons B + C$		
	A	B	C
تعادل اولیه	۱	۵	۵
تغییرات	$1-2x$	$+x$	$+x$
تعادل ثانویه	$2-2x$	$5+x$	$5+x$

$$25 = \frac{(5+x)^2}{(2-2x)^2} \Rightarrow 5 = \frac{5+x}{2-2x} \Rightarrow 10-10x = 5+x$$

$$\Rightarrow 5 = 11x \Rightarrow x \simeq 0/45$$

$$[C] = 5 + 0/45 \simeq 5/45 \text{mol.L}^{-1}$$

(شیمی ۳- صفحه‌های ۱۰۳ تا ۱۰۶)

۱۴۳- **گزینهٔ «۳»** *(امیرحسین مسلمی)*

بررسی گزینه‌ها:

گزینهٔ «۱»: با توجه به اینکه ضریب استوکیومتری آمونیاک، دو برابر ضریب استوکیومتری نیتروژن است، این عبارت صحیح می‌باشد.

گزینهٔ «۲»: با جابه‌جایی واکنش در جهت رفت، غلظت آمونیاک افزایش می‌یابد. همچنین چون تعادل نمی‌تواند اثر افزایش غلظت هیدروژن را به‌طور کامل جبران کند، غلظت تعادلی گاز هیدروژن نیز افزایش می‌یابد.

گزینهٔ «۳»: با افزایش حجم سامانه، واکنش در جهت برگشت جابه‌جا خواهد شد.

گزینهٔ «۴»: در دمای ثابت، مقدار ثابت تعادل تغییری نمی‌کند.

(شیمی ۳- صفحه‌های ۱۰۳ تا ۱۰۷)

۱۴۴- **گزینهٔ «۳»** *(یاسر راش)*

ثابت تعادل به شکل زیر است:

$$CaCO_3(s) \rightleftharpoons CaO(s) + CO_2(g) \quad K = [CO_2]$$

$$1/2 = \frac{\text{mol } CO_2}{1L} \Rightarrow \text{mol } CO_2 = 1/2 \text{mol}$$

۲۶/۴ گرم گاز CO_2 برابر ۰/۶ مول CO_2 است، با افزودن ۰/۶ مول CO_2، مول CO_2، ۱/۵ برابر $(\frac{1/8}{1/2} = 1/5)$ می‌شود. برای این‌که جرم مواد جامد تغییر نکند، حجم نیز باید ۱/۵ برابر شود.

(شیمی ۳- صفحه‌های ۱۰۳ تا ۱۰۷)

۱۴۵- **گزینهٔ «۴»** *(متین هوشیار)*

با افزودن مقداری A به تعادل گزینهٔ «۴»، غلظت تعادلی تمام گونه‌ها افزایش می‌یابد. دقت کنید که با افزودن A، مقداری از آن مصرف می‌شود؛ ولی تعادل نمی‌تواند اثر تغییر اعمال شده را به‌طور کامل جبران کند.

(شیمی ۳- صفحه‌های ۱۰۳ تا ۱۰۹)

AzmonVIP

۱۴۶- **گزینهٔ «۳»** *(امیر حاتمیان)*

$$PCl_5(g) \rightleftharpoons PCl_3(g) + Cl_2(g)$$

مول اولیه	a	۰	۰
تغییرات مول	$-x$	$+x$	$+x$
مول لحظهٔ تعادل	$a-x$	x	x

$$x = \text{mol}Cl_2 = \frac{۷۱}{۷۱} = ۱\,\text{mol}$$

$$K = \frac{[PCl_3][Cl_2]}{[PCl_5]} \Rightarrow ۱ = \frac{\frac{۱}{۴} \times \frac{۱}{۴}}{\frac{a-۱}{۴}} \Rightarrow \frac{a-۱}{۴} = \frac{۱}{۱۶}$$

$$\Rightarrow a = \frac{۵}{۴} = ۱/۲۵\,\text{mol}$$

با افزایش فشار (کاهش حجم)، تعادل به سمت مول گازی کمتر جابه‌جا می‌شود. یعنی در جهت برگشت جابه‌جا می‌شود.

(شیمی ۳- صفحه‌های ۱۰۳ تا ۱۰۷)

۱۴۷- **گزینهٔ «۳»** *(حمید زبی)*

همهٔ عبارت‌ها درست‌اند:

عبارت اول: درست. اگر واکنش برگشت‌پذیر در یک سامانهٔ بسته انجام شود و واکنش‌های رفت و برگشت هم‌زمان رُخ بدهد، واکنش تعادلی خواهد بود.

عبارت دوم: درست.

$$K = \frac{[C]^۲}{[A]\times[B]} = \frac{\left(\frac{n_C}{V}\right)^۲}{\frac{n_A}{V}\times\frac{n_B}{V}} = \frac{n_C^{\,۲}}{n_A \times n_B}$$

عبارت سوم: درست.

عبارت چهارم: درست. با کاهش حجم ظرف واکنش، غلظت همهٔ مواد افزایش می‌یابد و تعادل در جهت رفت جابه‌جا می‌شود.

(شیمی ۳- صفحه‌های ۱۰۳ تا ۱۰۹)

۱۴۸- **گزینهٔ «۲»** *(محمدرضا پورجاوید)*

با افزایش دما، در واکنش گفته شده واکنش در جهت مصرف گرما پیش می‌رود. بنابراین در جهت راست جابه‌جا خواهد شد. از طرفی افزایش دما باعث افزایش سرعت واکنش در هر دو جهت رفت و برگشت خواهد شد.

با افزایش دما و پیشرفت واکنش در جهت رفت، مقدار ثابت تعادل افزایش می‌یابد. از طرفی هرچند مقدار $COCl_2$ کاهش می‌یابد، اما مقدار گازهای CO و Cl_2 افزایش یافته و در مجموع مقدار گازهای موجود در ظرف افزایش پیدا می‌کند.

(شیمی ۳- صفحه‌های ۱۰۷ تا ۱۰۹)

۱۴۹- **گزینهٔ «۲»** *(محمدرضا پورجاوید)*

واکنش تولید آمونیاک $(N_2(g) + ۳H_2(g) \rightleftharpoons ۲NH_3(g))$ یک فرایند گرماده (و نه گرماگیر) است که با تغییر غلظت، فشار و دما می‌توان جهت پیشرفت آن را تغییر داد.

(شیمی ۳- صفحه‌های ۱۰۶، ۱۰۷، ۱۰۹ و ۱۱۰)

۱۵۰- **گزینهٔ «۳»** *(امیر حاتمیان)*

عبارت های «ب» و «پ» و «ت» نادرست هستند.

بررسی عبارت‌ها:

الف) درست، چون با کاهش دما از $۶۳۷^\circ C$ تا $۴۳۷^\circ C$، ثابت تعادل افزایش یافته است، لذا واکنش گرماده بوده است:

واکنش فرضی $aA(g) \rightleftharpoons bB(g) + Q$

کاهش دما ← پیشرفت تعادل در جهت تولید Q ← در جهت رفت ← افزایش K

ب) نادرست، در فرایند هابر در شرایط بهینه، ۲۸ درصد مولی از مخلوط تعادلی را آمونیاک تشکیل می‌دهد.

پ) نادرست، با کاهش حجم ظرف تعادل به سمت مول گازی کمتر جابه‌جا شده که در جهت برگشت می‌باشد.

ت) نادرست، چون با افزایش دما تعادل به سمت راست جابه‌جا شده (رفت) پس واکنش گرماگیر می‌باشد؛ زیرا با افزایش دما تعادل در جهت مصرف Q جابه‌جا می‌شود و با کاهش فشار (افزایش حجم) تعادل به سمت مول گازی بیشتر جابه‌جا می‌شود. یعنی $a < b$

(شیمی ۳- صفحه‌های ۱۰۳ تا ۱۱۰)

AzmonVIP

شیمی ۲

۱۵۱- **گزینهٔ «۴»** *(محسن میمونی)*

بررسی سایر گزینه‌ها:

گزینهٔ «۱»: مطابق متن کتاب درسی محیط سرد، خشک و تاریک مناسب‌تر از محیط گرم،مرطوب و روشن است.

گزینهٔ «۲»: نیتروژن واکنش‌پذیری کمی دارد و سبب فساد مواد غذایی نمی‌شود.

گزینهٔ «۳»: با پودر شدن مواد غذایی سطح تماس آن‌ها با اکسیژن هوا زیاد می‌شود و زودتر فاسد می‌شوند.

(شیمی ۲- صفحه‌های ۷۷ تا ۷۹)

۱۵۲- **گزینهٔ «۴»** *(محمد عظیمیان‌زواره)*

آ) درست

ب) درست

پ) نادرست- در انفجار مقدار کمی مادهٔ منفجر شونده به حالت جامد یا مایع، حجم زیادی از گازهای داغ را تولید می‌کند.

ت) نادرست- الیاف آهن داغ و سرخ شده در هوا نمی‌سوزد، در حالی که همان مقدار الیاف آهن داغ و سرخ شده در یک ارلن پر از اکسیژن می‌سوزد.

(شیمی ۲- صفحه‌های ۷۹، ۸۰ و ۸۳)

۱۵۳- **گزینهٔ «۱»** *(امیرمسعود حسینی)*

تنها در مورد (پ) به دلیل افزایش دما، سرعت واکنش افزایش می‌یابد.

بررسی موارد نادرست:

آ) به دلیل کاهش غلظت نهایی محلول هیدروکلریک اسید، سرعت واکنش کاهش می‌یابد.

$$M_{\text{نهایی}} = \frac{M_1V_1 + M_2V_2}{V_1 + V_2}$$

$$\Rightarrow M_{\text{نهایی}} = \frac{1\times 0/03 + 0/5\times 0/02}{0/03 + 0/02} = 0/8M$$

ب) به دلیل آنکه غلظت اسید ثابت و همچنان برابر ۱ مولار است، سرعت واکنش تغییر نمی‌کند.

ت) ایزوتوپ‌ها خواص شیمیایی مشابهی دارند؛ بنابراین تغییر ایزوتوپ تأثیری بر سرعت واکنش ندارد.

(شیمی ۲- صفحه‌های ۸۲ و ۸۳)

۱۵۴- **گزینهٔ «۴»** *(پیمان فوادیوی‌مهر)*

معادلهٔ واکنش پس از موازنه به صورت زیر درمی‌آید:

$$3Cu(s) + 8HNO_3(aq) \rightarrow 3Cu(NO_3)_2(aq) + 2NO(g) + 4H_2O(l)$$

$$\text{جرم گاز خارج شده} = 217 - 205 = 12g$$

$$12gNO \times \frac{1mol\,NO}{30g\,NO} \times \frac{8mol\,HNO_3}{2mol\,NO} = 1/6mol\,HNO_3$$

$$\bar{R}(HNO_3) = \frac{1/6mol}{(\frac{150}{60})min} = 0/64mol.min^{-1}$$

(شیمی ۲- صفحه‌های ۸۵ تا ۹۰)

۱۵۵- **گزینهٔ «۲»** *(محمدرضا پورجاوید)*

تعداد مول اولیهٔ N_2O_5 و مجموع تعداد مول‌های کل مواد موجود در ظرف پس از گذشت ۵۰ ثانیه عبارتند از:

$$\text{مول اولیه } N_2O_5 = 48/16\times 10^{22}\ \text{مولکول } N_2O_5 \times \frac{1mol\ N_2O_5}{6/02\times 10^{23}\ \text{مولکول } N_2O_5} = 0/8mol\ N_2O_5$$

$$\text{مول مخلوط نهایی} = 66/22\times 10^{22}\ \text{مولکول} \times \frac{1mol}{6/02\times 10^{23}\ \text{مولکول}}$$

$$= 1/1mol$$

با توجه به معادلهٔ موازنه شده این واکنش می‌توان گفت:

$$2N_2O_5 \rightarrow 4NO_2 + O_2$$

	$2N_2O_5$	$4NO_2$	O_2
مول اولیه :	0/8	0	0
تغییر مول :	$-2x$	$+4x$	$+x$
مول نهایی :	$0/8-2x$	$4x$	x

از آنجا که تعداد مول نهایی گازها پس از ۵۰ ثانیه برابر با ۱/۱ مول بوده است،خواهیم داشت:

$$\text{تعداد مول نهایی} = (0/8-2x) + 4x + x = 1/1$$

$$\Rightarrow 3x = 0/3 \Rightarrow x = 0/1mol$$

AzmonVIP

به این ترتیب ۵۰ ثانیه پس از آغاز واکنش، ۰/۱ مول گاز O_2 تولید شده است و سرعت تولید آن برحسب $mol.L^{-1}.min^{-1}$ عبارت است از:

$$\bar{R}_{O_2}=\frac{\Delta[O_2]}{\Delta t}=\frac{\frac{\Delta x(O_2)}{V}}{\Delta t}=\frac{\frac{0/1mol}{6L}}{\frac{50}{60}min}=0/02mol.L^{-1}.min^{-1}$$

(شیمی ۲- صفحه‌های ۸۶ تا ۸۸)

۱۵۶- **گزینهٔ «۳»** (محمدرضا جمشیدی)

بررسی گزینهٔ نادرست:

رادیکال‌ها گونه‌هایی فعال و ناپایدار هستند.

(شیمی ۲- صفحه‌های ۸۸ تا ۹۲)

۱۵۷- **گزینهٔ «۴»** (رسول عابدینی‌زواره)

$$CaCO_3+2HCl\rightarrow CaCl_2+H_2O+CO_2$$

نمودار مربوط به تغییرات حجم گاز CO_2 است.

$$\bar{R}(CO_2)=\frac{784mL\,CO_2\times\frac{1mol\,CO_2}{22400mL\,CO_2}}{50s}\times\frac{60s}{1min}$$

$$=0/042mol.min^{-1}$$

$$\frac{\bar{R}(HCl)}{2}=\frac{\bar{R}(CO_2)}{1}\Rightarrow\frac{\bar{R}(HCl)}{2}=\frac{0/042mol.min^{-1}}{1}$$

$$\Rightarrow\bar{R}(HCl)=0/084\,mol.min^{-1}$$

$$?gCaCO_3=784mLCO_2\times\frac{1molCO_2}{22400mLCO_2}\times$$

$$\frac{1molCaCO_3}{1molCO_2}\times\frac{100gCaCO_3}{1molCaCO_3}=3/5gCaCO_3$$

$$\text{درصد خلوص}=\frac{\text{جرم ماده خالص}}{\text{جرم ماده ناخالص}}\times100\Rightarrow70=\frac{3/5}{x}\times100$$

$$\Rightarrow x=5g \text{ ناخالص}$$

(شیمی ۲- صفحه‌های ۸۸ تا ۹۲)

۱۵۸- **گزینهٔ «۴»** (امیرعلی بیات)

موازنهٔ واکنش به روش وارسی:

$$P_4+4SO_2+10Cl_2\rightarrow4SOCl_2+4POCl_3$$

$$8/4L(SO_2\ ,\ Cl_2)\times\frac{1mol\ gas}{22/4L\ gas}\times\frac{4mol\ POCl_3}{14mol\ gas}$$

$$=\frac{3}{28}mol\ POCl_3$$

$$\frac{\frac{3}{28}mol\,POCl_3}{\frac{15}{60}min}=\frac{3}{7}mol.min^{-1}$$

(شیمی ۲- صفحه‌های ۸۶ تا ۹۳)

۱۵۹- **گزینهٔ «۴»** (سعید تیزرو)

مطابق متن کتاب درسی، سهم تولید گاز CO_2 در ردپای غذا به مراتب بیشتر از سوختن سوخت‌ها در خودروها، کارخانه‌ها و ... است.

(شیمی ۲- صفحه‌های ۹۴ و ۹۵)

۱۶۰- **گزینهٔ «۴»** (یاسر راش)

با توجه به تمرین‌های دوره‌ای پایان فصل ۲ کتاب درسی، معادله‌های ترموشیمیایی را به صورت زیر بازنویسی می‌کنیم:

$$NH_4NO_3(s)+26kJ\xrightarrow{\text{در آب}}NH_4^+(aq)+NO_3^-(aq)$$
$$;\Delta H=+26kJ$$

$$CaCl_2(s)\xrightarrow{\text{در آب}}Ca^{2+}(aq)+2Cl^-(aq)+83kJ$$
$$;\Delta H=-83kJ$$

حالا حساب می‌کنیم که به ازای انحلال نمک‌ها، چه مقدار گرما و چگونه مبادله می‌شود:

$$\frac{8/88\,g\,NH_4NO_3}{1\times80\,g\,NH_4NO_3}=\frac{q_1kJ}{+26}\Rightarrow q_1=+2/886kJ>0$$

$$\frac{8/88g\,CaCl_2}{1\times111g\,CaCl_2}=\frac{q_2kJ}{-83}\Rightarrow q_2=-6/64kJ<0$$

بنابراین از آن‌جایی که $|q_2|>|q_1|$، میزان گرمایی که آزاد می‌شود، بیشتر از میزان گرمایی است که جذب می‌شود، در نتیجه به طور کلی دمای آب «افزایش» می‌یابد.

مقدار گرمایی که موجب افزایش دمای آب می‌شود، برابر است با:

$$\Delta H_T=q_1+q_2=2/886-6/64=-3/754kJ$$

از طرفی جرم محلول پس از انحلال نمک‌ها در آن برابر خواهد بود با:

$$m_T=100+m_1+m_2=100+8/88+8/88=117/76g$$

در نهایت با استفاده از رابطهٔ $Q=mc\Delta\theta$ می‌توان نوشت:

$$3/754\times10^3=117/76\times4\times\Delta\theta$$

$$\Rightarrow\Delta\theta=\frac{3754}{117/76\times4}\simeq\frac{3800}{120\times4}=\frac{190}{24}$$

$$\simeq7/91^\circ C\xrightarrow{\text{گزینه‌ها}}8\ \checkmark\ /6\ \times$$

(شیمی ۲- صفحهٔ ۹۶)

AzmonVIP

شیمی ۱

۱۶۱- **گزینهٔ «۴»** *(یاسر راش)*

با ۲ برابر شدن حجم ظرف، فشار سامانه نصف شده و با دو برابر کردن دمای سامانه در مقیاس درجهٔ کلوین، فشار سامانه مجدد به فشار اولیه (قبل از اعمال تغییرات) باز می‌گردد.

$$\begin{cases}\frac{V_2}{V_1}=2\Rightarrow\frac{P_2}{P_1}=0/5\\ \frac{T_2(K)}{T_1(K)}=2\Rightarrow\frac{P_2}{P_1}=2\end{cases}\Rightarrow 2\times 0/5=1\Rightarrow$$ فشار ثابت باقی می‌ماند.

(شیمی ۱- ردپای گازها در زندگی؛ صفحه‌های ۷۷ و ۷۸)

۱۶۲- **گزینهٔ «۲»** *(امیرمحمد کنگرانی)*

$$\frac{P_1V_1}{n_1T_1}=\frac{P_2V_2}{n_2T_2}\xrightarrow{\text{فشار ثابت}}\frac{V_1}{n_1\times 318/5}=\frac{1/5V_1}{n_2\times 364}$$

$$\Rightarrow\frac{n_2}{n_1}=\frac{\frac{7}{6}\times 273\times 1/5}{\frac{4}{3}\times 273}=\frac{21}{16}=\frac{16}{16}+\frac{5}{16}\Rightarrow$$ برابر افزایش $\frac{5}{16}$

(شیمی ۱- ردپای گازها در زندگی؛ صفحه‌های ۷۷ و ۷۸)

۱۶۳- **گزینهٔ «۲»** *(رسول عابدینی زواره)*

$$TiO_2+2C+2Cl_2\rightarrow TiCl_4+2CO$$

در واکنش فوق TiO_2 در واکنش‌دهنده‌ها یک ترکیب است و در بین فراورده‌ها، مولکول CO از نوع قطبی می‌باشد.

$$?\,mLCO=7/5gTiO_2\times\frac{1molTiO_2}{80gTiO_2}\times\frac{2molCO}{1molTiO_2}$$

$$\times\frac{22400mLCO}{1molCO}=4200mLCO$$

(شیمی ۱- ردپای گازها در زندگی؛ صفحه‌های ۷۹ و ۸۰)

۱۶۴- **گزینهٔ «۳»** *(روزبه رضوانی)*

N_2 و H_2 حتی در حضور جرقه هم واکنش نشان نمی‌دهند، برای انجام این واکنش دمای $450^\circ C$ و فشار $200atm$ و کاتالیزور آهن نیاز است.

H_2 و O_2 در حضور جرقه و یا کاتالیزور پلاتین، آب تولید می‌کنند.

N_2 و O_2 در موتور خودروها و یا رعد و برق که دما خیلی بالاست، واکنش می‌دهند.

NO_2 و O_2 در حضور نور خوشید واکنش داده و NO و O_3 تروپوسفری را تولید می‌کنند.

(شیمی ۱- ردپای گازها در زندگی؛ صفحه‌های ۷۵، ۸۱ و ۸۲)

۱۶۵- **گزینهٔ «۲»** *(امیرعلی بیات)*

$$151/2g\,(NH_4)_2Cr_2O_7\times\frac{1mol\,(NH_4)_2Cr_2O_7}{252g\,(NH_4)_2Cr_2O_7}$$

$$\times\frac{2mol\,NH_4^+}{1mol\,(NH_4)_2Cr_2O_7}\times\frac{18g\,NH_4^+}{1mol\,NH_4^+}=21/6g\,NH_4^+$$

با توجه به چگالی می‌دانیم جرم محلول تقریباً همان جرم حلال و برابر با $4000g$ است:

$$ppm\simeq\frac{21/6g\,NH_4^+}{4000g\ \text{محلول}}\times 10^6=5400$$

(شیمی ۱- آب، آهنگ زندگی؛ صفحه‌های ۸۹ تا ۹۵)

۱۶۶- **گزینهٔ «۱»** *(محمد عظیمیان زواره)*

آ) درست

ب) نادرست- ضد یخ محلول اتیلن گلیکول در آب است!

پ) نادرست- در هر ۱۰۰ گرم از آب دریای مرده حدود ۲۷ گرم انواع نمک‌ها وجود دارد.

AzmonVIP

ت) درست

ث) درست

(شیمی ۱- آب، آهنگ زندگی؛ صفحه‌های ۹۳ و ۹۴)

۱۶۷- **گزینهٔ «۱»** (محمد عظیمیان‌زواره)

آ) درست- سوخت سبز سوختی است که در ساختار خود افزون بر کربن و هیدروژن (نخستین عنصر جدول دوره‌ای) اکسیژن (نخستین عنصر گروه ۱۶) را نیز دارد.

ب) درست

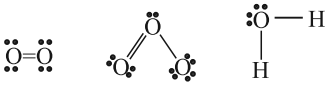
پ) درست

ت) درست

$$N_2(g)+O_2(g)\rightarrow 2NO(g)$$
$$2NO(g)+O_2(g)\rightarrow 2NO_2(g)$$
$$NO_2(g)+O_2(g)\xrightarrow{\text{نورخورشید}}O_3(g)+NO(g)$$

$$\Rightarrow N_2 \sim 2O_3$$

ث) درست



(شیمی ۱- ردپای گازها در زندگی؛ صفحه‌های ۷۰ تا ۷۳ و ۷۵)

۱۶۸- **گزینهٔ «۲»** (امیرمسعود حسینی)

اگر دمای مخلوطی از اوزون و اکسیژن مایع را افزایش دهیم، ابتدا مولکول‌های اکسیژن از مخلوط جدا می‌شوند، زیرا اکسیژن نسبت به اوزون نقطه‌جوش پایین‌تری دارد. (O_2 نسبت به O_3 واکنش‌پذیری کمتری دارد.)

بررسی عبارات نادرست:

گزینهٔ «۱»: مولکول‌های اوزون به صورت خمیده (V شکل) هستند.

گزینهٔ «۳»: اکسیژن مایع آبی کم‌رنگ و اوزون مایع، آبی تیره است. اگر واکنش $2O_3(g)\rightleftarrows 3O_2(g)$ تنها در جهت برگشت (تشکیل O_3) انجام شود، فاجعه‌ای که رخ می‌داد این بود که پس از مدتی تمام O_2 موجود در هواکره از بین می‌رفت.

گزینهٔ «۴»: از آنجا که گاز NO_2 به رنگ قهوه‌ای است، هوای آلوده کلان‌شهرها به رنگ قهوه‌ای روشن دیده می‌شود.

NO_2 : ۱۱: شمار الکترون‌های ناپیوندی

O_3 : ۶: شمار الکترون‌های پیوندی

(شیمی ۱- ردپای گازها در زندگی؛ صفحه‌های ۷۳ تا ۷۵)

۱۶۹- **گزینهٔ «۴»** (محمدرضا پورجاوید)

در ابتدا لازم است که جرم منیزیم نیترات موجود در محلول اولیه را محاسبه کنیم:

$$ppm=\frac{\text{جرم حل‌شونده}}{\text{جرم محلول}}\times 10^6 \Rightarrow 500=\frac{\text{جرم } Mg(NO_3)_2}{2kg}\times 10^6$$

$$\Rightarrow \text{جرم } Mg(NO_3)_2=\frac{500\times 2}{10^6}=10^{-3}kg$$

حال فرض کنیم با افزودن x کیلوگرم آب به این محلول، جرم محلول نهایی برابر با $2+x$ کیلوگرم شده است. به این ترتیب با توجه به محلول نهایی می‌توان نوشت:

$$400=\frac{10^{-3}}{2+x}\times 10^6 \Rightarrow 800+400x=1000 \Rightarrow x=0/5kg$$

(شیمی ۱- آب، آهنگ زندگی؛ صفحه‌های ۹۴ و ۹۵)

۱۷۰- **گزینهٔ «۳»** (سعید تیزرو)

$$\text{درصد جرمی قند در نوشابه ۱۵۰۰ گرمی} = \frac{30\times 4}{1500+30\times 4}$$

$$=\frac{10\times 4}{320+x+10\times 4} \Rightarrow x=180g$$

(شیمی ۱- آب، آهنگ زندگی؛ صفحه‌های ۹۶ تا ۹۷)

AzmonVIP

بنیاد علمی آموزشی قلم‌چی (وقف عام)

دفترچهٔ پاسخ فرهنگیان

(تعلیم و تربیت اسلامی و هوش و استعداد)

۱۰ اسفند ماه ۱۴۰۳

ریاضی و فیزیک، علوم تجربی و فنی و حرفه‌ای/کاردانش

گروه آزمون

بنیاد علمی آموزشی قلم‌چی (وقف عام)

آدرس دفتر مرکزی: خیابان انقلاب- بین صبا و فلسطین- پلاک ۹۲۳ - تلفن چهار رقمی: ۶۴۶۳-۰۲۱

AzmonVIP

تعلیم و تربیت اسلامی

۲۵۱- **گزینهٔ «۱»** (عباس سیرشبستری)

نوشیدن شراب، چه کم و چه زیاد حرام است و در زمرهٔ بزرگ‌ترین گناهان شمرده شده است.

(دین و زندگی۱، یاری از نماز و روزه، صفحه‌های ۱۲۶ و ۱۲۷)

۲۵۲- **گزینهٔ «۴»** (محمد رضایی بقا)

امام صادق (ع)، شرط پذیرفته‌شدن نماز را دوری از گناه معرفی می‌نماید و می‌فرماید: «هر کس می‌خواهد بداند آیا نمازش پذیرفته شده یا نه، باید ببیند که نماز، او را از گناه و زشتی بازداشته است یا نه ...» موضوع دوری از گناه در عبارت قرآنی «تنهی عن الفحشاء و المنکر» به آن اشاره شده است.

(دین و زندگی۱، یاری از نماز و روزه، صفحهٔ ۱۲۴ و ۱۲۵)

۲۵۳- **گزینهٔ «۴»** (یاسین ساعدی)

توجه به حضور خدا در زندگی و نظارت او بر اعمال، موجب می‌شود تا انسان دست به هر کاری نزند و از گناهان دوری کند.

(دین و زندگی۱، یاری از نماز و روزه، صفحه‌های ۱۲۴ و ۱۲۵)

۲۵۴- **گزینهٔ «۲»** (عباس سیرشبستری)

برخی از نجاسات عبارت‌اند از: مردار انسان و هر حیوانی که خون جهنده دارد (پس اگر خون جهنده نداشته باشد، نجس نیست.)، خون انسان و هر حیوانی که خون جهنده دارد و سگ و خوک، زنده و مردهٔ آن‌ها نجس است.

(دین و زندگی۱، یاری از نماز و روزه، صفحهٔ ۱۲۶)

۲۵۵- **گزینهٔ «۱»** (محمد رضایی‌بقا)

انسان باتقوا، می‌کوشد روزبه‌روز بر توانمندی خود بیفزاید تا اگر در شرایط گناه و معصیت قرار گرفت، آن قوت و نیرو او را حفظ کند و از آلودگی نگه دارد.

(دین و زندگی۱، یاری از نماز و روزه، صفحهٔ ۱۲۳)

۲۵۶- **گزینهٔ «۳»** (عباس سیرشبستری)

آیهٔ واجب‌شدن روزه: «یا أیّها الّذین آمنوا کتب علیکم الصیام کما کتب علی الّذین من قبلکم لعلّکم تتقون».

آیهٔ واجب‌شدن نماز: «و اقم الصّلاة إنّ الصلاة تنهی عن الفحشاء و المنکر و لذکر الله اکبر و الله یعلم ما تصنعون»

(دین و زندگی۱، یاری از نماز و روزه، صفحه‌های ۱۲۴ و ۱۲۹)

۲۵۷- **گزینهٔ «۱»** (یاسین ساعدی)

با تکرار درست آن‌چه در نماز می‌گوییم و انجام می‌دهیم، به‌تدریج چنان تسلطی بر خود می‌یابیم که می‌توانیم در برابر منکرات بایستیم و از انجامشان خودداری کنیم.

(دین و زندگی۱، یاری از نماز و روزه، صفحهٔ ۱۲۵)

۲۵۸- **گزینهٔ «۴»** (عباس سیرشبستری)

پیامبر (ص) می‌فرماید: «برای دختران و پسران خود، امکان ازدواج فراهم کنید تا خداوند اخلاقشان را نیکو کند و در رزق و روزی آن‌ها توسعه دهد و عفاف و غیرت آن‌ها را زیاد گرداند».

(دین و زندگی۲، پیوند مقدس، صفحهٔ ۱۵۶)

۲۵۹- **گزینهٔ «۲»** (محمد رضایی‌بقا)

تفاوت‌های میان زن و مرد به جهت وظایف مختلفی است که خالق حکیم بر عهدهٔ هر یک از زن و شوهر نهاده است تا هر کدام از آن‌ها بتوانند در زندگی مشترک و خانوادگی، نقش‌های خاصی را بر عهده بگیرند و یک خانوادهٔ متعادل را پدید آورند. به طور مثال توانمندی عاطفی بالای زنان و قدرت جسمی بیشتر مردان برای آن است که زن با محبت مادری، فرزندان را رشد دهد و مرد با کارکردن نان‌آور خانواده باشد.

(دین و زندگی۲، پیوند مقدس، صفحهٔ ۱۵۱)

۲۶۰- **گزینهٔ «۳»** (عباس سیرشبستری)

از نظر قرآن کریم، مهم‌ترین معیار همسر شایسته، باایمان‌بودن اوست. رشد و پرورش فرزندان از اهداف ازدواج است؛ خانواده بستر رشد و بالندگی فرزندان است. خداوند، احترام و اطاعت از والدین را هم‌ردیف طاعت و عبودیت خود قرار داده است.

(دین و زندگی۲، پیوند مقدس، صفحه‌های ۱۵۳ و ۱۵۴)

AzmonVIP

۲۶۱- **گزینهٔ «۱»** *(محمد رضایی‌بقا)*

طبق آیهٔ شریفهٔ «و من آیاته ان خلق لکم من انفسکم ازواجاً لتسکنوا الیها و جعل بینکم مودة و رحمة ...» ویژگی‌های لازم برای آرامش در خانواده، مودت و رحمت است.

(دین و زندگی۲، پیوند مقدس، صفحهٔ ۱۴۹)

۲۶۲- **گزینهٔ «۳»** *(عباس سیدشبستری)*

در هدف رشد و پرورش فرزندان، خانواده بستر رشد و بالندگی فرزندان دانسته شده و هیچ نهادی نمی‌تواند جایگزین آن شود.

رشد اخلاقی و معنوی: پسر و دختر جوان با تشکیل خانواده، از همان ابتدا زمینه‌های فساد را از خود دور می‌کنند.

(دین و زندگی۲، پیوند مقدس، صفحهٔ ۱۵۳)

۲۶۳- **گزینهٔ «۳»** *(یاسین ساعدی)*

تشریح گزینهٔ نادرست:

آمادگی برای ازدواج، نیازمند دو بلوغ است؛ یکی بلوغ جنسی و دیگری بلوغ عقلی و فکری که مدتی پس از بلوغ جنسی فرامی‌رسد.

(دین و زندگی۲، پیوند مقدس، صفحه‌های ۱۵۵ و ۱۵۶)

۲۶۴- **گزینهٔ «۲»** *(مرتضی محسنی کبیر)*

عده‌ای که تن به کار نمی‌دهند، زیر بار مسئولیت نمی‌روند و پیشرفت‌های کشور خود را نمی‌بینند، اما فقط زبان به مدح کشورهای غربی می‌گشایند و کشور پیشرفته‌ای را بدون کار و وجدان کاری انتظار می‌کشند، خیال‌گرا هستند. (واقع‌گرابودن معلم)

در هیچ زمانی این قدر حقوق‌دان زیاد نبوده و دانشکده‌های حقوق توسعه نداشته؛ اما در هیچ زمانی مثل الآن، حقوق بشر تا این اندازه ضایع نشده است؛ این بدان خاطر است که علم حقوق، وجود دارد، ولی وجدان و بصیرت و شهامت وجود ندارد.

(مهارت معلمی، صفات معلم، صفحه‌های ۵۹ تا ۶۱)

۲۶۵- **گزینهٔ «۳»** *(مرتضی محسنی کبیر)*

موارد «الف» و «د» صحیح هستند.

مورد «ب»: در قرآن می‌خوانیم که حضرت ابراهیم (ع) از خدا نام نیک خواست: «و اجعل لی لسان صدق فی الآخرین»

مورد «ج»: درصورتی که معلم و استاد شناخته‌شده باشند، کمتر مورد انکار قرار می‌گیرند. «ام لم یعرفوا رسولهم فهم له منکرون: یا این که پیامبرشان را نشناختند [و از سوابق او آگاه نیستند]، پس برای همین او را انکار می کنند».

(مهارت معلمی، صفات معلم، صفحهٔ ۵۶)

۲۶۶- **گزینهٔ «۱»** *(یاسین ساعدی)*

پیامبر اکرم (ص) اسوهٔ اخلاق بودند؛ تا جایی که خداوند متعال در میان صفات و ویژگی‌های آن حضرت بر خلق ایشان تأکید کرده و آن را عظیم خوانده است. «وَ إِنَّکَ لَعَلَی خُلُقٍ عَظِیمٍ: و حقا که تو بر اخلاق بزرگی استواری.»

شرط قبول عبادات در اسلام، طهارت است.

(مهارت معلمی، صفات معلم، صفحه‌های ۵۲ تا ۵۴)

۲۶۷- **گزینهٔ «۳»** *(مرتضی محسنی کبیر)*

خدای تعالی در قرآن با تندترین کلمات از عموی پیامبر (ص) یاد کرده است: «تبّت یدا ابی لهب و تبّ: بریده باد دو دست ابولهب و نابود باد.»

استادی موفق است که مخاطبین، او را عادل بدانند و ضوابط را فدای روابط و دوستی‌ها نکند.

(مهارت معلمی، صفات معلم، صفحه‌های ۶۸ و ۶۹)

۲۶۸- **گزینهٔ «۲»** *(مرتضی محسنی‌کبیر)*

فرد باید به پست و مقام وابسته نباشد. این نحو از مدیریت، از اصول منحصربه‌فرد اسلام است که هر کس، حتی انبیا (ع)، آمادگی تفویض مسئولیت را به دیگری داشته باشند و از همان روز نصب، عزل خود را پیش‌بینی کنند.

(مهارت معلمی، صفات معلم، صفحهٔ ۵۷)

۲۶۹- **گزینهٔ «۴»** *(یاسین ساعدی)*

امام باقر (ع) فرمودند: «کسی که از عدالت سخن بگوید ولی عادل نباشد، سخت‌ترین حسرت را در قیامت خواهد داشت».

(مهارت معلمی، صفات معلم، صفحهٔ ۵۲)

۲۷۰- **گزینهٔ «۲»** *(مرتضی محسنی کبیر)*

داشتن عزم در سه آیه از قرآن کریم، کلید موفقیت معرفی شده و در هر سه آیه، صبر، نشانهٔ عزم دانسته شده است.

(مهارت معلمی، صفات معلم، صفحهٔ ۶۶)

AzmonVIP

استعدادتحلیلی

۲۷۱- گزینهٔ «۲» *(حمید اصفهانی)*

«تراضی» همخانواده‌ی «رضایت» است، متن از معامله‌هایی صحبت می‌کند که توافقی در آن‌ها نیست.

(هوش کلامی)

۲۷۲- گزینهٔ «۳» *(حمید اصفهانی)*

متن از معیارهای سنجش صحّت و سلامت عقل موصی و الزامات احراز نادرستی بیان سخنی نگفته است.

(هوش کلامی)

۲۷۳- گزینهٔ «۲» *(حمید اصفهانی)*

بخش نخست از لزوم رفع نادرستی بیان صحبت می‌کند و بخش دوم از نتیجه‌ی آن.

(هوش کلامی)

۲۷۴- گزینهٔ «۳» *(حمید اصفهانی)*

متن به وضوح از بطلان معامله‌ای که با اشتباه اراده و تراضی رخ داده است صحبت می‌کند.

(هوش کلامی)

۲۷۵- گزینهٔ «۳» *(کتاب آبی استعدادتحلیلی هوش کلامی)*

طبق متن صورت سؤال، «فیلو» به معنای «دوست‌داری» و «سوفیا» به معنای «دانایی» است. پس واژهٔ «فلسفه» یا همان «فیلوسوفیا» به معنای «دوست‌داریِ دانایی»، به معنای «علم‌دوستی» است.

(هوش کلامی)

۲۷۶- گزینهٔ «۴» *(کتاب آبی استعدادتحلیلی هوش کلامی)*

از عبارت «امروزه فلسفه در همهٔ علوم دیده می‌شود» نمی‌توان نتیجه گرفت «استادان فلسفه، به همهٔ علوم روز دیگر تسلّط کامل دارند.» به دیگر موارد در متن صورت سؤال اشاره شده است.

(هوش کلامی)

۲۷۷- گزینهٔ «۱» *(کتاب آبی استعدادتحلیلی هوش کلامی)*

نویسندهٔ متن، فلسفه را علمی «همیشگی» می‌داند، بر این اساس که در هر عصری بر اساس پیشرفت علوم مختلف، پاسخ‌های گوناگونی به پرسش‌های مربوط به آن علوم داده می‌شود، یعنی پاسخ آن به پرسش‌هایش، همواره در حال تغییر است.

(هوش کلامی)

۲۷۸- گزینهٔ «۱» *(مهدی وکلی فراهانی)*

داده‌های سؤال را در جدول نمایش می‌دهیم.

	مریم	زهرا	فاطمه	حدیث
کت	آبی	سفید		
دامن			سفید	سیاه
شال	سفید		قرمز	
کفش		قرمز	آبی	سفید

حال داده‌ها را بررسی و جدول را کامل‌تر می‌کنیم.

چون هر شخص از هر چهار رنگ پوششی دارد، کت فاطمه قطعاً سیاه است. یا همین گزاره کت و شال حدیث هم آبی و قرمز است. ولی می‌دانیم کت او آبی نیست، پس شال او آبی و کت او قرمز است. دامن مریم همرنگ کت حدیث است، پس آن هم قرمز است و کفش او باید سیاه باشد. ولی دامن و شال زهرا ممکن است آبی یا سیاه باشند. بر این اساس شال حدیث و کت مریم هر دو آبی است.

	مریم	زهرا	فاطمه	حدیث
کت	آبی	سفید	سیاه	قرمز
دامن	قرمز		سفید	سیاه
شال	سفید		قرمز	آبی
کفش	سیاه	قرمز	آبی	سفید

(منطقی و ریاضی)

۲۷۹- گزینهٔ «۳» *(مهدی وکلی فراهانی)*

طبق پاسخ قبلی، دامن مریم و شال فاطمه هر دو قرمز است.

(هوش منطقی و ریاضی)

۲۸۰- گزینهٔ «۲» *(مهدی وکلی فراهانی)*

طبق پاسخ‌های قبلی، رنگ دامن و شال زهرا ممکن است آبی یا سیاه باشد.

(هوش منطقی ریاضی)

۲۸۱- گزینهٔ «۴» *(مهدی وکلی فراهانی)*

طبق پاسخ‌های قبلی کت فاطمه سیاه و کت حدیث قرمز است.

(هوش منطقی ریاضی)

۲۸۲- گزینهٔ «۴» *(فاطمه راسخ)*

از هر ده مهره، چهار مهرهٔ همرنگ خواهد بود، پس حتی اگر شش مهرهٔ دیگر هر کدام رنگ جداگانهٔ دیگری داشته باشند، حداکثر مجموعاً هفت رنگ در مهره‌ها وجود خواهد داشت.

(هوش منطقی ریاضی)

AzmonVIP

۲۸۳- گزینهٔ «۳» *(فاطمه راسخ)*

$$\frac{۱۲۰}{۱۰۰} \times \text{الف} = \text{ب} \times \frac{۹۰}{۱۰۰}$$

$$\Rightarrow \text{الف} = \frac{۳}{۴}\ \text{ب} \Rightarrow \text{اختلاف} = \frac{۱}{۴} = \text{ب}\ ٪۲۵$$

(هوش منطقی ریاضی)

۲۸۴- گزینهٔ «۴» *(فاطمه راسخ)*

مریم در هر یک ساعت $\frac{۱}{۱۶}$ از دیوار را رنگ می‌کند و زهرا در یک ساعت $\frac{۱}{۲۴}$. اگر فرض کنیم فاطمه در یک ساعت $\frac{۱}{x}$ از دیوار را رنگ کند، با دانستن این‌که هر سه نفر با هم در هر ساعت $\frac{۱}{۸}$ دیوار را رنگ می‌کنند، داریم:

$$\frac{۱}{۱۶}+\frac{۱}{۲۴}+\frac{۱}{x}=\frac{۱}{۸}$$

$$\Rightarrow \frac{۳}{۴۸}+\frac{۲}{۴۸}+\frac{۱}{x}=\frac{۶}{۴۸}$$

$$\Rightarrow \frac{۱}{x}=\frac{۶}{۴۸}-\frac{۵}{۴۸}=\frac{۱}{۴۸} \Rightarrow x=۴۸$$

(هوش منطقی ریاضی)

۲۸۵- گزینهٔ «۱» *(فرزاد شیرمحمدلی)*

در الگوی صورت سؤال، بزرگترین شمارندهٔ مشترکِ چهار عدد دو بیضی در فضای مشترک آن‌ها نوشته شده است.

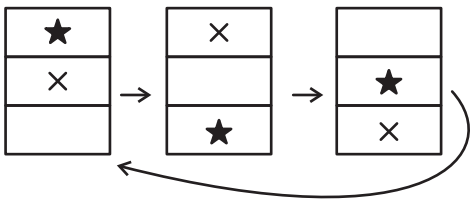
در شکل پایانی نیز اعداد ۸۵، ۱۳۶، ۱۵۳ و ۲۲۱ همگی بر ۱۷ بخش‌پذیرند.

پس به‌جای علامت سؤال باید عدد ۱۷ قرار گیرد.

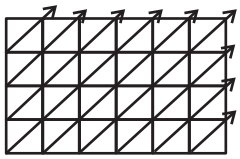
(هوش منطقی ریاضی)

۲۸۶- گزینهٔ «۴» *(فاطمه راسخ)*

طرح‌های زیر در الگوی صورت سؤال در ستون‌ها در حرکتند:



دیگر طرح‌ها، پیوستگی قطری دارند و البته تغییر رنگ می‌دهند:



(هوش غیرکلامی)

۲۸۷- گزینهٔ «۴» *(هادی زمانیان)*

در مربع بزرگ الگوی صورت سؤال، شانزده مربع کوچکتر هست و هر مربع از شانزده مربع کوچک‌تر تشکیل شده است که یکی از آن‌ها در مربع‌های شماره‌گذاری‌شده، با ترتیب زیر جابه‌جا می‌شود:

۱۰	۱۱	۱۲	۱
۹	۱۶	۱۳	۲
۸	۱۵	۱۴	۳
۷	۶	۵	۴

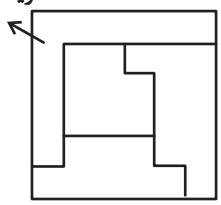
۱	۲	۳	۴
۱۲	۱۳	۱۴	۵
۱۱	۱۶	۱۵	۶
۱۰	۹	۸	۷

(هوش غیرکلامی)

۲۸۸- گزینهٔ «۲» *(فاطمه راسخ)*

شکل مدّنظر:

گزینهٔ «۲»



(هوش غیرکلامی)

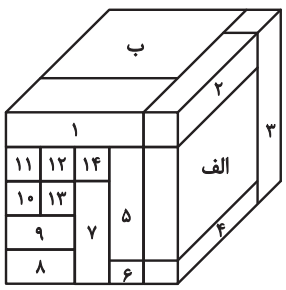
۲۸۹- گزینهٔ «۴» *(کتاب آبی استعدادتحلیلی هوش غیرکلامی)*

مراحل تا:

(هوش غیرکلامی)

۲۹۰- گزینهٔ «۳» *(هومن رهائیان)*

با شمارش مکعب مستطیل‌های معلوم در تصویر، متوجه می‌شویم تمام ۱۶ مکعب مستطیل قابل رؤیت هستند.



مکعب‌مستطیل «الف» با مکعب‌مستطیل‌های «ب»، ۵، ۴، ۳ و ۲ در تماس است.

مکعب‌مستطیل «ب» نیز با همهٔ مکعب‌مستطیل‌های دیگر در تماس است.

(هوش غیرکلامی)

AzmonVIP