دفترچه پاسخ

آزمون ۲۸ دی ۱۴۰۳

اختصاصی دوازدهم ریاضی

بنیاد علمی آموزشی قلم‌چی (وقف عام)

	نام درس	نام طراحان
اختصاصی	ریاضی‌پایه	علی آزاد-سینا خیرخواه-محمدرضا راسخ-محمد زنگنه-ستار زواری-مسعود شفیعی-محمدرضا کشاورزی-میلاد منصوری نیما مهندس-علیرضا نداف‌زاده-غلامرضا نیازی-جهانبخش نیکنام
	هندسه و آمارواحتمال	امیرحسین ابومحبوب-اسحاق اسفندیار-علی ایمانی-آرین تفضلی‌زاده-کیوان دارابی-هنریک سرکیسیان-علیرضا شریف‌خطیبی فرشاد صدیقی‌فر- مهرداد ملوندی-نیلوفر مهدوی-سرژ یقیازاریان‌تبریزی
	فیزیک	مهران اسماعیلی -زهره آقامحمدی-امیرحسین برادران-علی برزگر-علیرضا جباری-مسعود خندانی -محسن سلماسی‌وند محمدرضا شریفی-محمدکاظم منشادی-امیراحمد میرسعید-سیده‌ملیحه میرصالحی-حسام نادری- مجتبی نکوئیان
	شیمی	امیرعلی بیات-محمدرضا پورجاوید-سعید تیزرو-علی جعفری-امیر حاتمیان-امیرمسعود حسینی-پیمان خواجوی‌مجد-حمید ذبحی یاسر راش-حسین شاهسواری-محمد عظیمیان‌زواره-امیرمحمد کنگرانی-محسن مجنونی

گزینشگران و ویراستاران

نام درس	ریاضی‌پایه	هندسه و آمارواحتمال	فیزیک	شیمی
گزینشگر	علیرضا نداف‌زاده	امیرحسین ابومحبوب	حسام نادری	ایمان حسین‌نژاد
گروه ویراستاری	امیرحسین ابومحبوب محمدرضا راسخ محمد خندان	امیرحسین ابومحبوب مهرداد ملوندی امیرمحمد کریمی	بهنام شاهنی زهره آقامحمدی	محمدحسن محمدزاده‌مقدم حسین شاهسواری احسان پنجه‌شاهی آرش ظریف
بازبینی نهایی رتبه های برتر	سیدسپهر متولیان سیدماهد عبدی محمدپارسا سبزه‌ای	محمدپارسا سبزه‌ای	سینا صالحی اوستا عباسی	ماهان فرهمندفر
مسئول درس	مهرداد ملوندی	سرژ یقیازاریان تبریزی	حسام نادری	امیرعلی بیات
مستندسازی	سمیه اسکندری	سجاد سلیمی	علیرضا همایون‌خواه	امیرحسین توحیدی
ویراستاران مستندسازی	علی نعمت‌دوست-معصومه صنعت‌کار-ستایش یاوری		سیدمحمدرضا مهدوی سجاد بهارلویی معصومه صنعت‌کار	سجاد رضایی محمدصدرا وطنی محسن دستجردی

گروه فنی و تولید

مدیر گروه	مهرداد ملوندی	
مسئول دفترچه	نرگس غنی‌زاده	
گروه مستندسازی	مدیر گروه: محیا اصغری	مسئول دفترچه: الهه شهبازی
حروف‌نگار	فرزانه فتح اله‌زاده	
ناظر چاپ	سوران نعیمی	

گروه آزمون

بنیاد علمی آموزشی قلم‌چی (وقف عام)

دفتر مرکزی: خیابان انقلاب بین صبا و فلسطین – پلاک ۹۲۳ – کانون فرهنگی آموزش – تلفن: ۶۴۶۳-۰۲۱

@MrKonkori

ریاضیات

۱- **گزینهٔ «۴»** *(سینا خیرخواه)*

فرض می‌کنیم جمله عمومی این الگو به صورت $a_n = an^۲ + bn + c$ باشد:

$$\begin{cases} (I)\ a_۱ = a+b+c = ۵ \\ (II)\ a_۳ = ۹a+۳b+c = ۸ \\ (III)\ a_۶ = ۳۶a+۶b+c = ۲۰ \end{cases} \xrightarrow[(III)-(II)]{(II)-(I)} \begin{cases} ۸a+۲b = ۳ \\ ۲۷a+۳b = ۱۲ \end{cases}$$

$$\Rightarrow a = \frac{۱}{۲},\ b = -\frac{۱}{۲},\ c = ۵$$

بنابراین جمله عمومی این دنباله برابر $a_n = \frac{۱}{۲}n^۲ - \frac{۱}{۲}n + ۵$ است و داریم:

$$a_۲ - a_۱ = (\frac{۱}{۲}(۲)^۲ - \frac{۱}{۲}(۲) + ۵) - ۵ = ۱$$

(ریاضی ۱- مجموعه، الگو و دنباله؛ صفحه‌های ۱۷ تا ۲۰)

۲- **گزینهٔ «۳»** *(محمدرضا راسخ)*

با توجه به رابطهٔ واسطه هندسی داریم:

$$(S_۲S_۸)^۲ = (S_۲S_۴)(S_۴S_۸)$$

$$\Rightarrow (S_۲S_۸)^۲ = S_۴^۲(S_۲S_۸) \Rightarrow S_۴^۲ = S_۲S_۸$$

حال فرض می‌کنیم جمله اول دنباله حسابی برابر a و قدرنسبت آن d باشد، در نتیجه:

$$\left.\begin{matrix} S_۲ = ۲a+d \\ S_۴ = ۴a+۶d \\ S_۸ = ۸a+۲۸d \end{matrix}\right\} \Rightarrow (۴a+۶d)^۲ = (۲a+d)(۸a+۲۸d)$$

$$\Rightarrow ۱۶a^۲ + ۴۸ad + ۳۶d^۲ = ۱۶a^۲ + ۶۴ad + ۲۸d^۲$$

$$\Rightarrow ۱۶ad = ۸d^۲ \Rightarrow ۲a = d \qquad (*)$$

حال برای مشخص کردن قدرنسبت دنبالهٔ هندسی داریم:

$$q = \frac{S_۲ \times S_۸}{S_۲ \times S_۴} = \frac{S_۸}{S_۴} = \frac{۸a+۲۸d}{۴a+۶d} \overset{(*)}{=} \frac{۶۴a}{۱۶a} = ۴$$

(ریاضی ۱- مجموعه، الگو و دنباله؛ صفحه‌های ۲۱ تا ۲۶)

(حسابان ۱- جبر و معادله؛ صفحه‌های ۲ تا ۴)

۳- **گزینهٔ «۲»** *(نیما مهندس)*

عبارت داده شده را به کمک اتحاد مکعب دوجمله‌ای به توان ۳ می‌رسانیم:

$$A = \sqrt[۳]{\sqrt{۵}+۲} - \sqrt[۳]{\sqrt{۵}-۲} \Rightarrow A^۳ = (\sqrt{۵}+۲) - (\sqrt{۵}-۲)$$

$$-۳\sqrt[۳]{(\sqrt{۵}+۲)(\sqrt{۵}-۲)}(\underbrace{\sqrt[۳]{\sqrt{۵}+۲} - \sqrt[۳]{\sqrt{۵}-۲}}_{A})$$

$$\Rightarrow A^۳ = ۴ - ۳A \Rightarrow A^۳ + ۳A - ۴ = ۰$$

در معادله به دست آمده، مجموع ضرایب برابر صفر است پس یک عامل به صورت $(A-۱)$ دارد:

$$A^۳ + ۳A - ۴ = ۰ \Rightarrow (A-۱)(\underbrace{A^۲ + A + ۴}_{\Delta<۰}) = ۰$$

$$\Rightarrow A - ۱ = ۰ \Rightarrow A = ۱$$

(ریاضی ۱- توان‌های گویا و عبارت‌های جبری؛ صفحه‌های ۶۲ تا ۶۷ و معادله‌ها و نامعادله‌ها؛ صفحه‌های ۷۴ و ۷۵)

۴- **گزینهٔ «۲»** *(علی آزاد)*

با توجه به این‌که جواب نامعادله داده شده به صورت $(-\infty\ ,\ ۳]$ است و یکی از ریشه‌های $p(x) = (-۲x^۲ + ۴ax + b)(x-۱)$ برابر $x = ۱$ است، لذا $p(x)$ باید در $x = ۱$ ریشهٔ مضاعف داشته باشد و جدول تعیین علامت به صورت زیر است:

x		۱		۳	
$p(x)$	$+$	ϕ	$+$	ϕ	$-$

در نتیجه $x = ۱$ و $x = ۳$ ریشه‌های معادلهٔ $-۲x^۲ + ۴ax + b = ۰$ هستند و داریم:

$$\begin{cases} -۲ + ۴a + b = ۰ \\ -۱۸ + ۱۲a + b = ۰ \end{cases} \xrightarrow{\text{تفاضل}} ۸a = ۱۶ \Rightarrow a = ۲ \Rightarrow b = -۶$$

در نتیجه $a + b = -۴$.

(ریاضی ۱- معادله‌ها و نامعادله‌ها؛ صفحه‌های ۸۳ تا ۹۱)

۵- **گزینهٔ «۲»** *(محمدرضا راسخ)*

طول بازهٔ مورد نظر که روی خط $y = -۱$ قرار گرفته، زمانی بزرگ‌ترین مقدار ممکن است که تابع $f(x) = x^۲ - ۴x + m$ بر خط $y = -۱$ مماس باشد، یعنی عرض رأس سهمی f برابر (-۱) باشد:

$$y_S = \frac{-\Delta}{۴a} = \frac{-(۱۶ - ۴m)}{۴} = -۱ \Rightarrow ۱۶ - ۴m = ۴$$

$$\Rightarrow ۴m = ۱۲ \Rightarrow m = ۳$$

(ریاضی ۱- معادله‌ها و نامعادله‌ها؛ صفحه‌های ۷۸ تا ۸۲)

(حسابان ۱- تابع؛ صفحه‌های ۴۹ تا ۵۲)

@MrKonkori

۶- **گزینهٔ «۴»** *(جهانبخش نیکنام)*

با توجه به روابط بین ریشه‌ها و ضرایب در معادله درجه دوم داریم:

$$\alpha+\beta=-۴\ ,\ \alpha\beta=۱\Rightarrow\beta=\frac{۱}{\alpha}$$

همچنین ریشه‌های هر معادله در خود معادله صدق می‌کنند، پس:

$$\alpha^۲+۴\alpha+۱=۰\Rightarrow\alpha^۲=-۴\alpha-۱$$

$$\beta^۲+۴\beta+۱=۰\Rightarrow\beta^۲=-۴\beta-۱$$

حال مقدار عبارت خواسته شده را محاسبه می‌کنیم:

$$(\frac{\alpha}{۱+\beta})^۲=\frac{\alpha^۲}{\beta^۲+۲\beta+۱}=\frac{\alpha^۲}{-۴\beta-۱+۲\beta+۱}$$

$$=\frac{\alpha^۲}{-۲\beta}=\frac{\alpha^۲}{-\frac{۲}{\alpha}}=-\frac{۱}{۲}\alpha^۳$$

به طریق مشابه نیز داریم: $(\frac{\beta}{۱+\alpha})^۲=-\frac{۱}{۲}\beta^۳$

$$\Rightarrow(\frac{\alpha}{۱+\beta})^۲+(\frac{\beta}{۱+\alpha})^۲=-\frac{۱}{۲}\alpha^۳-\frac{۱}{۲}\beta^۳=-\frac{۱}{۲}(\alpha^۳+\beta^۳)$$

$$=-\frac{۱}{۲}((\alpha+\beta)^۳-۳\alpha\beta(\alpha+\beta))=-\frac{۱}{۲}(-۶۴+۱۲)=۲۶$$

(حسابان ۱- جبر و معادله؛ صفحه‌های ۸ و ۹)

۷- **گزینهٔ «۳»** *(سینا خیرخواه)*

ابتدا جواب معادله رادیکالی داده شده را محاسبه می‌کنیم:

$$\sqrt{۱۲+x}-۲=\sqrt{۲x+۷}$$

$$\xrightarrow{\text{توان ۲}}۱۲+x+۴-۴\sqrt{۱۲+x}=۲x+۷$$

$$\Rightarrow x-۹=-۴\sqrt{۱۲+x}\xrightarrow{\text{توان ۲}}x^۲-۱۸x+۸۱=۱۶(۱۲+x)$$

$$\Rightarrow x^۲-۳۴x-۱۱۱=۰\Rightarrow(x-۳۷)(x+۳)=۰\Rightarrow\begin{cases}x=-۳\\x=۳۷\end{cases}$$

مقدار $x=۳۷$ در معادلهٔ اصلی صدق نمی‌کند. بنابراین جواب معادله (مقدار m) برابر ۳- است. حال با جای‌گذاری مقدار $m=-۳$ در معادله دوم داریم:

$$\frac{۲}{x}-\frac{-۳x-۳}{x^۲}=۲\Rightarrow\frac{۲}{x}+\frac{۳x+۳}{x^۲}=۲$$

$$\xrightarrow{\times x^۲}۲x+۳x+۳=۲x^۲\Rightarrow۲x^۲-۵x-۳=۰$$

$$\xrightarrow{\Delta>۰\ ,\ x\neq۰}S=\frac{۵}{۲}$$

(حسابان ۱- جبر و معادله؛ صفحه‌های ۱۷ تا ۲۲)

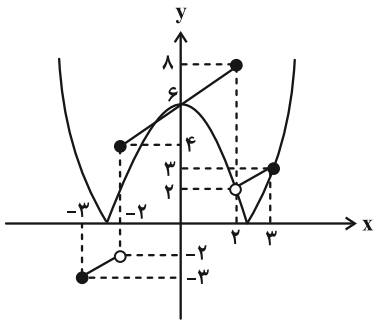
۸- **گزینهٔ «۳»** *(محمدرضا راسخ)*

فرض می‌کنیم $f(x)=x+۶[\sqrt{۳-|x|}]$ و $g(x)=|x^۲-۶|$؛ ابتدا ضابطهٔ تابع f را به صورت زیر بازنویسی می‌کنیم:

$$\begin{cases}۲<|x|\leq۳\Rightarrow[\sqrt{۳-|x|}]=۰\\|x|\leq۲\Rightarrow[\sqrt{۳-|x|}]=۱\end{cases}$$

$$\Rightarrow f(x)=\begin{cases}x & ;\quad ۲<|x|\leq۳\\x+۶ & ;\quad |x|\leq۲\end{cases}$$

حال نمودار توابع f و g را در یک دستگاه مختصات رسم می‌کنیم تا تعداد جواب‌های معادلهٔ $f(x)=g(x)$، مشخص شود:

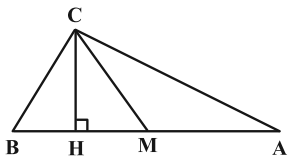


مطابق شکل، دو نمودار در ۳ نقطه با هم برخورد دارند.

(حسابان ۱- جبر و معادله؛ صفحه‌های ۲۳ تا ۲۸ و تابع؛ صفحه‌های ۴۹ تا ۵۲)

۹- **گزینهٔ «۱»** *(سینا خیرخواه)*

با در نظر گرفتن شکل زیر داریم:



نقطهٔ M وسط ضلع AB است، در نتیجه:

$$M=(\frac{x_A+x_B}{۲}\ ,\ \frac{y_A+y_B}{۲})=(\frac{۳}{۲}\ ,\ \frac{۳}{۲})$$

حال مختصات نقطهٔ H که محل تلاقی معادلات گذرنده از خطوط AB و CH هستند را مشخص می‌کنیم:

@MrKonkori

$$\begin{cases} L_{AB}: m_{AB}=\frac{0-3}{3-0}=-1 \xrightarrow{(0,3)\in L_{AB}} y=-x+3 \\ L_{CH}: m_{CH}=\frac{-1}{m_{AB}}=1 \xrightarrow{(4,3)\in L_{CH}} y=x-1 \end{cases}$$

$$\Rightarrow x-1=-x+3 \Rightarrow x=2\ ,\ y=1 \Rightarrow H(2\ ,\ 1)$$

در نهایت اندازهٔ MH را محاسبه می‌کنیم:

$$MH=\sqrt{(2-\frac{3}{2})^2+(1-\frac{3}{2})^2}=\sqrt{\frac{1}{4}+\frac{1}{4}}=\frac{\sqrt{2}}{2}$$

(حسابان ۱- جبر و معادله: صفحه‌های ۲۹ تا ۳۴)

۱۰- **گزینهٔ «۴»** *(مسعود شفیعی)*

ابتدا توجه کنید که مساحت ذوزنقهٔ $ABCD$ برابر است با:

$$S_{ABCD}=\frac{(AB+CD)\times BC}{2}$$

حال به کمک ضابطهٔ تابع f و نمودار وارون آن داریم: $f(x)=2^{ax+1}$

$$A: f(0)=2^1=2 \Rightarrow A(0\ ,\ 2)$$

$$B(t\ ,\ 2): f^{-1}(t)=2 \Rightarrow f(2)=t$$

$$\Rightarrow 2^{2a+1}=t \Rightarrow C(2^{2a+1}\ ,\ 0)$$

$$D(k\ ,\ 0): f^{-1}(k)=0 \Rightarrow f(0)=k \Rightarrow k=2 \Rightarrow D(2\ ,\ 0)$$

$$\Rightarrow S_{ABCD}=\frac{(2^{2a+1}+(2^{2a+1}-2))\times 2}{2}=14$$

$$\Rightarrow 2\times 2^{2a+1}-2=14 \Rightarrow 2^{2a+1}=8 \Rightarrow 2a+1=3 \Rightarrow a=1$$

$$\Rightarrow f(x)=2^{x+1} \Rightarrow f(4)=2^5=32$$

(حسابان ۱- تابع: صفحه‌های ۵۴ تا ۵۹ و

توابع نمایی و لگاریتمی: صفحه‌های ۷۵ تا ۷۹)

۱۱- **گزینهٔ «۴»** *(مسعود شفیعی)*

ابتدا معادله را به صورت زیر بازنویسی می‌کنیم:

$$2\log_{ax+b}^{2}+\log_{2}^{ax+b}=3$$

حال با فرض $\log_{ax+b}^{2}=t$ داریم:

$$2t+\frac{1}{t}=3 \Rightarrow 2t^2-3t+1=0$$

$$\Rightarrow \begin{cases} t=1 \Rightarrow \log_{ax+b}^{2}=1 \Rightarrow ax_1+b=2 \\ t=\frac{1}{2} \Rightarrow \log_{ax+b}^{2}=\frac{1}{2} \Rightarrow ax_2+b=4 \end{cases}$$

x_1 و x_2 جواب‌های معادله هستند که با توجه به فرض مسئله:

$$x_1+x_2=4 \ \text{و}\ x_1x_2=3$$

$$ax_1+b+ax_2+b=a(x_1+x_2)+2b=6 \Rightarrow 4a+2b=6$$

$$(ax_1+b)(ax_2+b)=a^2x_1x_2+ab(x_1+x_2)+b^2=8$$

$$\Rightarrow 3a^2+4ab+b^2=8$$

$$\xrightarrow{b=3-2a} 3a^2+4a(3-2a)+(3-2a)^2=8$$

$$\Rightarrow 3a^2+12a-8a^2+4a^2-12a+9=8$$

$$\Rightarrow -a^2+9=8 \Rightarrow a^2=1 \Rightarrow a=\pm 1$$

$$\begin{cases} a=1 \Rightarrow b=1 \quad \text{غ ق ق} \quad (a\neq b \ \text{بنابر فرض مسأله}) \\ a=-1 \Rightarrow b=5 \Rightarrow a+b=4 \end{cases}$$

(حسابان ۱- جبر و معادله: صفحه‌های ۸ و ۹ و

توابع نمایی و لگاریتمی: صفحه‌های ۸۶ تا ۹۰)

۱۲- **گزینهٔ «۲»** *(میلاد منصوری)*

ابتدا ضابطهٔ تابع g را به صورت یک تابع قطعه‌ای بازنویسی می‌کنیم:

$$g(x)=\begin{cases} (a+1)x-1 & ;\ x\geq 3 \\ 2x+3+b & ;\ x<3 \end{cases}$$

حال برای این‌که تابع g یک تابع خطی شود، باید هر دو ضابطهٔ آن برابر باشند:

$$\begin{cases} a+1=2 \\ b+3=-1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a=1 \\ b=-4 \end{cases} \Rightarrow f(x)=\begin{cases} x+2 & ;\ x\geq 3 \\ 3x-4 & ;\ x<3 \end{cases}$$

$$\Rightarrow f(3)+f(-1)=5+(-7)=-2$$

(ریاضی ۱- تابع: صفحه‌های ۱۰۳ تا ۱۱۳)

۱۳- **گزینهٔ «۲»** *(میلاد منصوری)*

می‌دانیم $D_{2f-g}=D_{f+2g}=D_f\cap D_g$ و تابع $f+2g$ همانی است،

در نتیجه داریم:

$$\begin{cases} 2f-g=\{(1\ ,\ 4)\ ,\ (-2\ ,\ 3)\ ,\ (3\ ,\ 5)\} \\ f+2g=\{(1,\ 1)\ ,\ (-2\ ,\ -2)\ ,\ (3\ ,\ 3)\} \end{cases}$$

@MrKonkori

$$\Rightarrow \begin{cases} ۴f-۲g=\{(۱,۸),(-۲,۶),(۳,۱۰)\} \\ f+۲g=\{(۱,۱),(-۲,-۲),(۳,۳)\} \end{cases}$$

با جمع این دو رابطه داریم: $۵f=\{(۱,۹),(-۲,۴),(۳,۱۳)\}$

$$\Rightarrow f=\{(۱,\frac{۹}{۵}),(-۲,\frac{۴}{۵}),(۳,\frac{۱۳}{۵})\} \Rightarrow R_f=\{\frac{۹}{۵},\frac{۴}{۵},\frac{۱۳}{۵}\}$$

بنابراین مجموع عناصر برد تابع f در دامنهٔ مشترک f و g برابر است با:

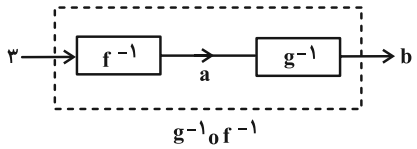
$$\frac{۹}{۵}+\frac{۴}{۵}+\frac{۱۳}{۵}=\frac{۲۶}{۵}$$

(ریاضی ۱- تابع؛ صفحهٔ ۱۱۰)

(حسابان ۱- تابع؛ صفحه‌های ۶۳ تا ۶۶)

۱۴- **گزینهٔ «۱»** *(علیرضا نراف‌زاده)*

ماشین زیر را در نظر بگیرید:



با توجه به ماشین داریم:

$$f^{-۱}(۳)=a \Rightarrow f(a)=۳ \Rightarrow ۲+\log_۲^{(۳a-۱)}=۳$$

$$\Rightarrow ۳a-۱=۲ \Rightarrow a=۱$$

$$\Rightarrow g^{-۱}(۱)=b \Rightarrow g(b)=۱ \Rightarrow ۲b+\sqrt{۳b+۱}=۱$$

$$\Rightarrow \sqrt{۳b+۱}=۱-۲b \Rightarrow ۳b+۱=۱+۴b^۲-۴b$$

$$\Rightarrow ۴b^۲-۷b=۰ \Rightarrow b=۰ , b=\frac{۷}{۴}$$

چون $۱-۲b>۰$، در نتیجه فقط $b=۰$ قابل قبول است.

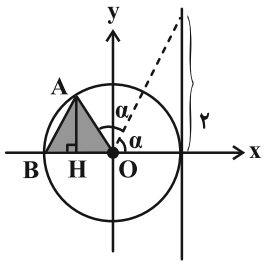
(حسابان ۱- تابع؛ صفحه‌های ۵۴ تا ۶۲ و

توابع نمایی و لگاریتمی؛ صفحه‌های ۸۰ تا ۸۵)

۱۵- **گزینهٔ «۱»** *(غلامرضا نیازی)*

با توجه به شکل زیر، مساحت مثلث ABO برابر است با:

$$S_{ABO}=\frac{۱}{۲}OB\times AH$$



با توجه به دایرهٔ مثلثاتی داریم:

$$OB=۱ \ , \ AH=\sin ۲\alpha \ , \ \tan\alpha=۲$$

برای پیدا کردن مقدار $\sin ۲\alpha$ داریم: $\tan\alpha=۲ \Rightarrow \cot\alpha=\frac{۱}{۲}$

می‌دانیم: $\tan\alpha+\cot\alpha=\frac{۲}{\sin ۲\alpha} \Rightarrow \frac{۵}{۲}=\frac{۲}{\sin ۲\alpha} \Rightarrow \sin ۲\alpha=\frac{۴}{۵}$

$$\Rightarrow S_{ABO}=\frac{۱}{۲}\times ۱\times \sin ۲\alpha=\frac{۱}{۲}\times\frac{۴}{۵}=\frac{۲}{۵}$$

(ریاضی ۱- مثلثات؛ صفحه‌های ۳۶ تا ۳۹ و

حسابان ۱- مثلثات؛ صفحه‌های ۱۱۰ تا ۱۱۲)

۱۶- **گزینهٔ «۱»** *(سینا خیرخواه)*

با توجه به اطلاعات روی شکل، شیب خط $d_۱$ را مشخص می‌کنیم:

$$\begin{cases} A(-۲,-۲) \\ B(۱,۰) \end{cases} \Rightarrow m_{d_۱}=\frac{۰+۲}{۱+۲}=\frac{۲}{۳} \xrightarrow{d_۲\perp d_۱} m_{d_۲}=-\frac{۳}{۲}$$

از طرفی شیب هر خط برابر با تانژانت زاویه‌ای است که خط با جهت مثبت محور xها می‌سازد، پس:

$$m_{d_۲}=\tan\alpha=-\frac{۳}{۲}$$

حال مقدار عبارت خواسته شده را محاسبه می‌کنیم:

$$\frac{-\sin(۵\pi-\alpha)-\sin(\frac{۱۳\pi}{۲}-\alpha)}{\cos(\frac{۷\pi}{۲}+a)+\cos(۹\pi-\alpha)}=\frac{-\sin\alpha-\cos\alpha}{\sin\alpha-\cos\alpha}$$

$$\xrightarrow{+\cos\alpha} \frac{-\tan\alpha-۱}{\tan\alpha-۱}=\frac{\frac{۳}{۲}-۱}{-\frac{۳}{۲}-۱}=\frac{\frac{۱}{۲}}{-\frac{۵}{۲}}=-\frac{۱}{۵}$$

(ریاضی ۱- مثلثات؛ صفحه‌های ۴۰ و ۴۱)

(حسابان ۱- مثلثات؛ صفحه‌های ۹۸ تا ۱۰۴)

۱۷- **گزینهٔ «۳»** *(محمد زنگنه)*

عبارت A در $\sin\frac{\pi}{۵}$ ضرب و تقسیم می‌کنیم:

$$A=\frac{۴\sin\frac{\pi}{۵}\cos\frac{\pi}{۵}\cos\frac{۲\pi}{۵}}{\sin\frac{\pi}{۵}}=\frac{۲\sin\frac{۲\pi}{۵}\cos\frac{۲\pi}{۵}}{\sin\frac{\pi}{۵}}=\frac{\sin\frac{۴\pi}{۵}}{\sin\frac{\pi}{۵}}$$

@MrKonkori

می‌دانیم $\frac{۴\pi}{۵}+\frac{\pi}{۵}=\pi$، پس:

$$\sin(\frac{۴\pi}{۵})=\sin(\frac{\pi}{۵}) \Rightarrow A=\frac{\sin\frac{\pi}{۵}}{\sin\frac{\pi}{۵}}=۱$$

(حسابان ۱- مثلثات؛ صفحه‌های ۱۱۰ تا ۱۱۲)

۱۸- **گزینهٔ «۳»** (محمدرضا کشاورزی)

برای این‌که تابع f در $x=-۲$ دارای حد باشد باید داشته باشیم:

$$\lim_{x\to(-۲)^-} f(x)=\lim_{x\to(-۲)^+} f(x)$$

در نتیجه:

$$\lim_{x\to(-۲)^-} f(x)=\lim_{x\to(-۲)^-}\frac{x^۲+۲[\frac{۴}{x}]}{|x+۲|}=\lim_{x\to(-۲)^-}\frac{x^۲+۲(-۲)}{-(x+۲)}$$

$$=\lim_{x\to(-۲)^-}\frac{x^۲-۴}{-(x+۲)}=\lim_{x\to(-۲)^-}\frac{(x+۲)(x-۲)}{-(x+۲)}$$

$$=\lim_{x\to(-۲)^-}-(x-۲)=۴$$

$$\lim_{x\to(-۲)^+} f(x)=\lim_{x\to(-۲)^+}(۳x-a)=-۶-a$$

$$\lim_{x\to(-۲)^+} f(x)=\lim_{x\to(-۲)^-} f(x) \Rightarrow -۶-a=۴ \Rightarrow a=-۱۰$$

(حسابان ۱- حد و پیوستگی؛ صفحه‌های ۱۲۳ تا ۱۲۹ و ۱۴۱ تا ۱۴۴)

۱۹- **گزینهٔ «۱»** (ستار زواری)

با توجه به عبارت داده شده، وقتی $x\to\frac{\pi}{۲}$، حاصل حد صورت و مخرج برابر صفر است، در نتیجه:

$$\lim_{x\to\frac{\pi}{۲}}\frac{\cos x}{\sqrt{۱+\cot x}-\sqrt{۱-\cot x}}\times\frac{\sqrt{۱+\cot x}+\sqrt{۱-\cot x}}{\sqrt{۱+\cot x}+\sqrt{۱-\cot x}}$$

$$=\lim_{x\to\frac{\pi}{۲}}\frac{\cos x(\sqrt{۱+\cot x}+\sqrt{۱-\cot x})}{۱+\cot x-۱+\cot x}$$

$$=\lim_{x\to\frac{\pi}{۲}}\frac{\cos x(\sqrt{۱+\cot x}+\sqrt{۱-\cot x})}{\frac{۲\cos x}{\sin x}}$$

$$=\lim_{x\to\frac{\pi}{۲}}\frac{\sin x(\sqrt{۱+\cot x}+\sqrt{۱-\cot x})}{۲}=\frac{۱+۱}{۲}=۱$$

(حسابان ۱- حد و پیوستگی؛ صفحه‌های ۱۳۷ تا ۱۴۴)

۲۰- **گزینهٔ «۲»** (محمدرضا کشاورزی)

تابع f تنها در نقطهٔ $x=a$ ناپیوسته است، که طبق فرض باید در این نقطه حد داشته باشد:

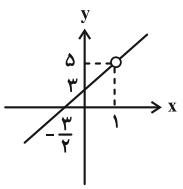
$$\lim_{x\to a} f(x)=\lim_{x\to a}\frac{۲x^۲+x-۳}{x-a}=\frac{۲a^۲+a-۳}{۰}$$

حاصل حد مخرج برابر صفر شده است، پس برای این‌که تابع f در $x=a$ حد داشته باشد، باید حد صورت نیز در $x=a$ برابر صفر باشد، یعنی:

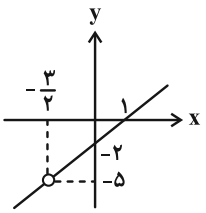
$$۲a^۲+a-۳=۰ \Rightarrow (a-۱)(۲a+۳)=۰ \Rightarrow a=۱ \quad \text{یا} \quad a=-\frac{۳}{۲}$$

به ازای مقادیر به دست آمده برای a، ضابطهٔ تابع f را بازنویسی می‌کنیم و نمودار آن را رسم می‌کنیم:

$$a=۱: f(x)=\frac{(x-۱)(۲x+۳)}{x-۱} \Rightarrow f(x)=۲x+۳ \quad , \quad x\neq ۱$$



$$a=-\frac{۳}{۲}: f(x)=\frac{(x-۱)(۲x+۳)}{x+\frac{۳}{۲}} \Rightarrow f(x)=۲x-۲ \quad , \quad x\neq -\frac{۳}{۲}$$



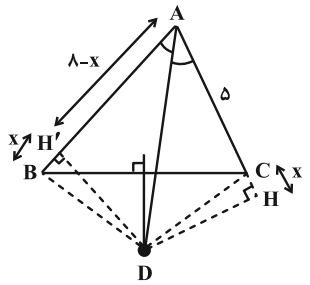
(حسابان ۱- حد و پیوستگی؛ صفحه‌های ۱۴۵ تا ۱۵۱)

@MrKonkori

هندسه ۱ و ۲ آمار و احتمال

۲۱- **گزینهٔ «۲»** *(مهرداد ملوندی)*

مطابق شکل، عمود DH' را بر ضلع AB رسم می‌کنیم. چون D روی عمودمنصف ضلع BC است، پس $DB = DC$.



از طرفی D روی نیمساز زاویهٔ A است، پس $DH = DH'$. دو مثلث قائم‌الزاویهٔ DCH و DBH' با هم همنهشت‌اند (چرا؟)، پس فرض می‌کنیم $BH' = CH = x$. از طرفی دو مثلث ADH و ADH' نیز با هم همنهشت‌اند، در نتیجه:

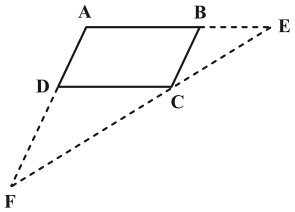
$$AH = AH' \Rightarrow ۵ + x = ۸ - x$$
$$\Rightarrow ۲x = ۳ \Rightarrow x = ۱/۵$$

پس $CH = ۱/۵$.

(هندسه ۱- ترسیم‌های هندسی و استدلال؛ صفحه‌های ۱۸ و ۱۹)

۲۲- **گزینهٔ «۱»** *(سرژ یقیازاریان تبریزی)*

از تعمیم قضیهٔ تالس استفاده می‌کنیم:



$$\left.\begin{array}{l} DC \parallel AE \Rightarrow \dfrac{DC}{AE} = \dfrac{FC}{FE} \\ (ABCD \text{ متوازی‌الاضلاع}) \ AB = DC \end{array}\right\}$$

$$\Rightarrow \frac{AB}{AE} = \frac{FC}{FE} \qquad \text{رابطهٔ (I)}$$

$$CD \parallel AE \Rightarrow \frac{AD}{AF} = \frac{EC}{EF} \qquad \text{رابطهٔ (II)}$$

طرفین روابط (تساوی‌های) (I) و (II) را با هم جمع می‌زنیم:

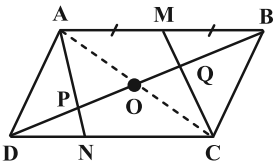
$$\frac{AB}{AE} + \frac{AD}{AF} = \frac{FC}{EF} + \frac{EC}{EF} = \frac{FC+EC}{EF} = \frac{EF}{EF}$$
$$\Rightarrow \frac{AB}{AE} + \frac{AD}{AF} = ۱$$

(هندسه ۱- قضیهٔ تالس، تشابه و کاربردهای آن؛ صفحه‌های ۳۴ و ۳۵)

۲۳- **گزینهٔ «۳»** *(کیوان دارابی)*

مساحت چهارضلعی $NPQC$ از تفاضل مساحت مثلث‌های DPN و BQC از مساحت مثلث DBC (نصف مساحت متوازی‌الاضلاع اصلی) به دست می‌آید. طبق فرض داریم:

$$\frac{DN}{NC} = \frac{۱}{۲} \xrightarrow{\text{ترکیب در مخرج}} \frac{DN}{DC} = \frac{۱}{۳} \qquad (*)$$



دو مثلث DPN و APB متشابه‌اند (چرا؟) و داریم:

$$\frac{PN}{AP} = \frac{DN}{AB} \xrightarrow[AB=DC]{(*)} \frac{PN}{AP} = \frac{۱}{۳}$$
$$\xrightarrow{\text{ترکیب در مخرج}} \frac{PN}{AN} = \frac{۱}{۴}$$

حال می‌نویسیم:

$$\begin{cases} \dfrac{S_{DPN}}{S_{ADN}} \xrightarrow[\text{در رأس D}]{\text{ارتفاع مشترک}} = \dfrac{PN}{AN} = \dfrac{۱}{۴} \\ \dfrac{S_{ADN}}{S_{ADC}} \xrightarrow[\text{در رأس A}]{\text{ارتفاع مشترک}} = \dfrac{DN}{DC} = \dfrac{۱}{۳} \end{cases} \Rightarrow \frac{S_{DPN}}{S_{ADC}} = \frac{۱}{۱۲}$$

و چون مساحت مثلث ADC نصف مساحت متوازی‌الاضلاع است، پس:

$$S_{DPN} = \frac{۱}{۲۴} S_{ABCD}$$

همچنین در مثلث ABC، نقطهٔ Q، نقطهٔ همرسی میانه‌های BO و CM است (چرا؟) و در نتیجه:

$$S_{BQC} = \frac{۱}{۳} S_{ABC} \xrightarrow{S_{ABC} = \frac{۱}{۲} S_{ABCD}} S_{BQC} = \frac{۱}{۶} S_{ABCD}$$

لذا نسبت مساحت چهارضلعی رنگی به مساحت متوازی‌الاضلاع برابر می‌شود با:

$$\frac{S_{NPQC}}{S_{ABCD}} = \frac{\frac{۱}{۲} S_{ABCD} - (\frac{۱}{۲۴} S_{ABCD} + \frac{۱}{۶} S_{ABCD})}{S_{ABCD}}$$
$$= \frac{۱}{۲} - \frac{۵}{۲۴} = \frac{۷}{۲۴}$$

(هندسه ۱- قضیهٔ تالس، تشابه و کاربردهای آن؛ صفحه‌های ۳۲ تا ۳۹ و چندضلعی‌ها؛ صفحه‌های ۶۶ و ۶۷)

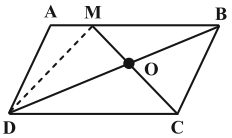
۲۴- **گزینهٔ «۳»** *(اسحاق اسفندیار)*

از نقطهٔ M به رأس D وصل می‌کنیم. چهارضلعی $MBCD$ یک ذوزنقه است. در ذوزنقهٔ $MBCD$ داریم: $S_{MOD} = S_{BOC} = S_۴$ (چرا؟). بنابراین می‌توان گفت که مساحت مثلث MAD برابر با $S_۲ - S_۴$ است.

از طرفی می‌توان نوشت: $S_{MOD} \times S_{BOC} = S_{MOB} \times S_{DOC}$

$$\xrightarrow{S_{MOD} = S_{BOC}} S^۲_{MOD} = ۴ \times ۹ = ۳۶ \Rightarrow S_{MOD} = ۶$$

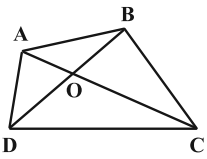
@MrKonkori



در نتیجه: $S_{MAD} = S_{ABD} - (S_{MOB} + S_{MOD}) = (۹+۶) - (۴+۶) = ۵$

نکته: توسط رابطهٔ سینوسی برای مساحت مثلث (در فصل ۲ (مثلثات) درس ریاضی ۱) می‌توان نشان داد که در چهارضلعی دلخواه $ABCD$ داریم:

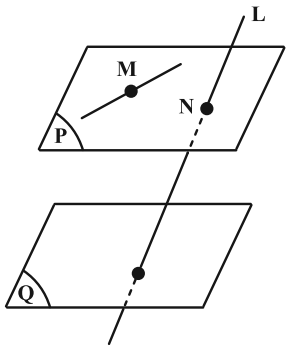
$$S_{OAD} \times S_{OBC} = S_{OAB} \times S_{OCD}$$



(هندسه ۱- چندضلعی‌ها؛ صفحه‌های ۶۷ و ۶۸)

۲۵- **گزینهٔ «۴»** *(سرژ یقیازاریان‌تبریزی)*

از نقطهٔ M صفحهٔ P را به موازات صفحهٔ Q رسم می‌کنیم. چون خط L، صفحهٔ Q را قطع می‌کند، لذا صفحهٔ P را نیز در نقطه‌ای مانند N قطع خواهد کرد. بنابراین هر خطی که در صفحهٔ P قرار دارد و از نقطهٔ M گذشته ولی از نقطهٔ N عبور نکند، با صفحهٔ Q موازی و با خط L متنافر خواهد بود. بنابراین مسئله بی‌شمار جواب دارد.



(هندسه ۱- تجسم فضایی؛ صفحه‌های ۷۸ تا ۸۶)

۲۶- **گزینهٔ «۱»** *(کیوان دارابی)*

می‌دانیم $\sim (p \vee q) \equiv \sim p \wedge \sim q$، لذا طبق فرض داریم:

$$\begin{cases} (p \vee q) \Rightarrow r \equiv T \\ \sim (p \vee q) \Rightarrow r \equiv T \end{cases}$$

$$\Rightarrow [(p \vee q) \Rightarrow r] \wedge [\sim (p \vee q) \Rightarrow r] \equiv T$$

$$\Rightarrow [\sim (p \vee q) \vee r] \wedge [(p \vee q) \vee r] \equiv T$$

$$\Rightarrow [\sim (p \vee q) \wedge (p \vee q)] \vee r \equiv T$$

$$\Rightarrow F \vee r \equiv T \Rightarrow r \equiv T$$

بنابراین: $r \Rightarrow (p \vee q) \equiv T \Rightarrow (p \vee q) \equiv p \vee q$

نکته: برای گزاره‌های دلخواه p و q، هم‌ارزی‌های زیر درست‌اند:

$$\begin{cases} (T \Rightarrow p) \equiv p \\ (q \Rightarrow F) \equiv \sim q \end{cases}$$

(آمار و احتمال- آشنایی با مبانی ریاضیات؛ صفحه‌های ۴ تا ۹)

۲۷- **گزینهٔ «۳»** *(امیرحسین ابومحبوب)*

حالت‌های ممکن برای چنین زیرمجموعه‌هایی عبارت‌اند از:

۱) زیرمجموعه شامل یک عدد زوج باشد. در این صورت زیرمجموعه فاقد عدد فرد است.

$$n_۱ = \binom{۴}{۱} = ۴$$

۲) زیرمجموعه شامل دو عدد زوج باشد. در این صورت زیرمجموعه حداکثر شامل یک عدد فرد است.

$$n_۲ = \binom{۴}{۲} \times \left(\binom{۵}{۰} + \binom{۵}{۱} \right) = ۶(۱+۵) = ۳۶$$

۳) زیرمجموعه شامل سه عدد زوج باشد. در این صورت زیرمجموعه حداکثر شامل دو عدد فرد است.

$$n_۳ = \binom{۴}{۳} \times \left(\binom{۵}{۰} + \binom{۵}{۱} + \binom{۵}{۲} \right)$$

$$= ۴(۱+۵+۱۰) = ۶۴$$

۴) زیرمجموعه شامل چهار عدد زوج باشد. در این صورت زیرمجموعه حداکثر شامل سه عدد فرد است.

$$n_۴ = \binom{۴}{۴} \times \left(\binom{۵}{۰} + \binom{۵}{۱} + \binom{۵}{۲} + \binom{۵}{۳} \right)$$

$$= ۱(۱+۵+۱۰+۱۰) = ۲۶$$

بنابراین تعداد کل زیرمجموعه‌های مورد نظر برابر است با:

$$n = ۴ + ۳۶ + ۶۴ + ۲۶ = ۱۳۰$$

(آمار و احتمال- آشنایی با مبانی ریاضیات؛ صفحه‌های ۱۶ و ۱۷)

۲۸- **گزینهٔ «۳»** *(آرین تفضلی‌زاده)*

رو شدن سه عدد متوالی در تاس‌ها، یعنی یکی از ۴ دسته اعداد $\{۱,۲,۳\}$، $\{۲,۳,۴\}$، $\{۳,۴,۵\}$ و $\{۴,۵,۶\}$ ظاهر شود. هر کدام از این دسته‌ها $۳!$ حالت جایگشت دارند، پس:

$$n(S) = ۶^۳ : \text{تعداد اعضای فضای نمونه‌ای}$$

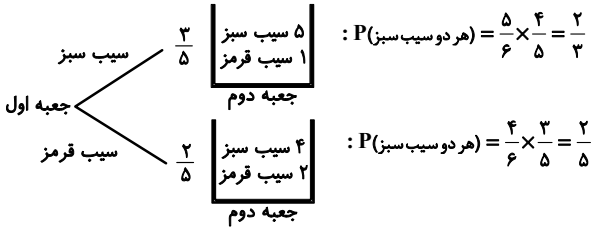
$$n(A) = ۴ \times ۳! : \text{تعداد اعضای پیشامد مطلوب}$$

$$\Rightarrow P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{۴ \times ۳!}{۶^۳} = \frac{۱}{۹}$$

(آمار و احتمال- احتمال؛ ۳۹ تا ۴۳)

۲۹- **گزینهٔ «۲»** *(علیرضا شریف‌فطیبی)*

نمودار درختی این تجربهٔ تصادفی به صورت زیر است:



$$P(\text{هر دو سیب سبز}) = \frac{۵}{۶} \times \frac{۴}{۵} = \frac{۲}{۳}$$

$$P(\text{هر دو سیب سبز}) = \frac{۴}{۶} \times \frac{۳}{۵} = \frac{۲}{۵}$$

در نتیجه، طبق قانون احتمال کل داریم:

@MrKonkori

$$\Rightarrow P(\text{نهایی}) = \frac{۳}{۵}\times\frac{۲}{۳}+\frac{۲}{۵}\times\frac{۲}{۵}=\frac{۲}{۵}+\frac{۴}{۲۵}=\frac{۱۴}{۲۵}=۰/۵۶$$

(آمار و احتمال- احتمال؛ مشابه تمرین ۷، صفحه ۶۱)

۳۰- **گزینهٔ «۴»** *(نیلوفر مهدوی)*

نکته:

۱) اگر A و B دو پیشامد مستقل باشند داریم:

$$P(A\cap B)=P(A)P(B)$$

۲) همچنین اگر A و B مستقل باشند، آنگاه هر یک از دو پیشامد A و A' نسبت به هر دو پیشامد B و B' مستقل است. طبق فرض داریم:

$$\left.\begin{array}{l} P(A\cap B')=\frac{۱}{۷}\Rightarrow P(A)P(B')=\frac{۱}{۷} \\ P(A'\cap B')=\frac{۳}{۷}\Rightarrow P(A')P(B')=\frac{۳}{۷} \end{array}\right\}\xrightarrow{+}$$

$$P(B')(\underbrace{P(A)+P(A')}_{۱})=\frac{۴}{۷}$$

$$\Rightarrow P(B')=\frac{۴}{۷}\Rightarrow P(B)=\frac{۳}{۷}$$

$$P(A)\times\frac{۴}{۷}=\frac{۱}{۷}\Rightarrow P(A)=\frac{۱}{۴}$$

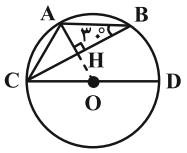
احتمال رخ دادن هر دو پیشامد A و B برابر می‌شود با:

$$P(A\cap B)=P(A)P(B)=\frac{۱}{۴}\times\frac{۳}{۷}=\frac{۳}{۲۸}$$

(آمار و احتمال- احتمال؛ صفحه‌های ۶۳ تا ۶۵)

۳۱- **گزینهٔ «۲»** *(علی ایمانی)*

می‌دانیم در هر دایره، کمان‌های محصور بین دو وتر موازی با هم برابرند. بنابراین می‌توان نوشت:



$$\left.\begin{array}{l} AB\parallel CD\Rightarrow \overset{\frown}{AC}=\overset{\frown}{BD} \\ \overset{\frown}{AB}=\overset{\frown}{BD}: \text{فرض} \end{array}\right\}\xrightarrow{\overset{\frown}{CAD}=۱۸۰^\circ}\overset{\frown}{AB}=\overset{\frown}{AC}=۶۰^\circ$$

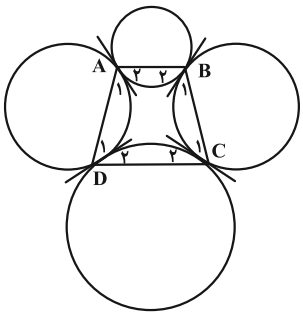
نوع مثلث ABC متساوی‌الساقین است و اندازهٔ هر یک از زوایای (محاطی) $A\hat{B}C$ و $A\hat{C}B$ برابر $\frac{۶۰^\circ}{۲}=۳۰^\circ$ می‌شود. ارتفاع AH، میانهٔ ضلع BC نیز هست و داریم:

$$BH=\frac{\sqrt{۳}}{۲}AB=\frac{۳\sqrt{۳}}{۲}\Rightarrow BC=۲BH=۳\sqrt{۳}$$

(هندسه ۲- دایره؛ صفحه‌های ۱۳ تا ۱۵)

۳۲- **گزینهٔ «۲»** *(سرژ یقیازاریان تبریزی)*

مماس‌های مشترک دایره‌ها را در نقاط A، B، C و D رسم می‌کنیم. داریم:



$$\left.\begin{array}{l} \hat{A}_۱=\frac{\overset{\frown}{AD}}{۲} \\ \hat{D}_۱=\frac{\overset{\frown}{AD}}{۲} \end{array}\right\}\Rightarrow \hat{A}_۱=\hat{D}_۱$$

به همین ترتیب می‌توان ثابت کرد $\hat{A}_۲=\hat{B}_۲$، $\hat{C}_۱=\hat{B}_۱$ و $\hat{C}_۲=\hat{D}_۲$. با جمع کردن طرفین چهار تساوی فوق با یکدیگر خواهیم داشت:

$$\left.\begin{array}{l} \hat{A}+\hat{C}=\hat{B}+\hat{D} \\ \hat{A}+\hat{C}+\hat{B}+\hat{D}=۳۶۰^\circ \end{array}\right\}\Rightarrow \hat{A}+\hat{C}=\hat{B}+\hat{D}=۱۸۰^\circ$$

بنابراین چهارضلعی $ABCD$ الزاماً محاطی است و در مورد محیطی بودن آن، اظهارنظری نمی‌توان کرد.

(هندسه ۲- دایره؛ صفحه‌های ۲۷ و ۲۸)

۳۳- **گزینهٔ «۳»** *(کیوان دارابی)*

اگر h_a، h_b و h_c ارتفاع‌های مثلث و r شعاع دایرهٔ محاطی داخلی آن باشد، آن‌گاه:

$$\frac{۱}{r}=\frac{۱}{h_a}+\frac{۱}{h_b}+\frac{۱}{h_c}$$

$$\xrightarrow{r=۱\,,\,h_a=h_b=۳}\frac{۱}{۱}=۲\times\frac{۱}{۳}+\frac{۱}{h_c}\Rightarrow\frac{۱}{h_c}=\frac{۱}{۳}\Rightarrow h_c=۳$$

پس سه ارتفاع مثلث هم اندازه هستند، یعنی مثلث متساوی‌الاضلاع است و داریم:

$$h_a=\frac{\sqrt{۳}}{۲}a\Rightarrow ۳=\frac{\sqrt{۳}}{۲}a$$

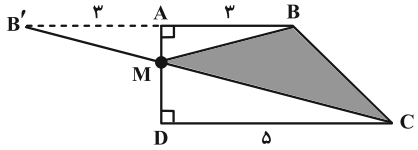
$$\Rightarrow a=۲\sqrt{۳}\Rightarrow S=\frac{\sqrt{۳}}{۴}a^۲=\frac{\sqrt{۳}}{۴}\times۱۲=۳\sqrt{۳}$$

(هندسه ۲- دایره؛ صفحه‌های ۲۹ و ۳۰)

۳۴- **گزینهٔ «۱»** *(کیوان دارابی)*

برای آن‌که محیط مثلث BMC کمترین مقدار ممکن باشد، باید $BM+MC$ کمترین مقدار ممکن را داشته باشد. لذا رأس B را نسبت به امتداد ساق AD، بازتاب می‌دهیم تا نقطهٔ B' حاصل شود. حال $B'C$، ساق AD را در نقطهٔ (مورد نظر) M قطع می‌کند. دو مثلث $AB'M$ و CDM با هم متشابه‌اند و داریم:

@MrKonkori



$$\frac{AM}{MD}=\frac{AB'}{CD}=\frac{۳}{۵}\xrightarrow{\text{ترکیب در مخرج}}\frac{AM}{AD}=\frac{۳}{۸}$$

$$\Rightarrow AM=۴\times\frac{۳}{۸}=\frac{۳}{۲}\ ,\qquad MD=۴-\frac{۳}{۲}=\frac{۵}{۲}$$

مساحت مثلث BMC برابر می‌شود با:

$$S_{BMC}=S_{ABCD}-S_{ABM}-S_{CDM}$$

$$=\frac{۱}{۲}(۴)(۳+۵)-\frac{۱}{۲}(۳\times\frac{۳}{۲})-\frac{۱}{۲}(۵\times\frac{۵}{۲})$$

$$=۱۶-\frac{۹}{۴}-\frac{۲۵}{۴}=۱۶-\frac{۱۷}{۲}=\frac{۱۵}{۲}=۷/۵$$

(هندسه ۲- تبدیل‌های هندسی و کاربردها؛ صفحه‌های ۵۲ و ۵۳)

۳۵- **گزینهٔ «۳»** *(آرین تفضلی‌زاده)*

طبق قضیهٔ استوارت برای پاره‌خط AP داریم:

$$(AP^۲+BP\times CP)\times BC=AB^۲\times CP+AC^۲\times BP$$

$$\Rightarrow(AP^۲+۱۲\times۹)\times۲۱=\underbrace{۱۰^۲\times۹+۱۷^۲\times۱۲}_{۴\times۳(۲۵\times۳+۱۷^۲)}$$

$$\xrightarrow{+۲۱}AP^۲+۱۰۸=\frac{۴(۷۵+۲۸۹)}{۷}=۴\times۵۲=۲۰۸$$

$$\Rightarrow AP^۲=۱۰۰\Rightarrow AP=۱۰$$

(هندسه ۲- روابط طولی در مثلث؛ صفحهٔ ۶۷)

۳۶- **گزینهٔ «۴»** *(علیرضا شریف‌طیبی)*

نکته: می‌دانیم مجموع فراوانی نسبی داده‌ها همواره برابر یک است و درصد فراوانی نسبی به شکل زیر محاسبه می‌شود:

$$\text{درصد فراوانی نسبی}=\text{فراوانی نسبی}\times۱۰۰$$

پس درصد فراوانی نسبی دسته آخر مساوی است با: $\frac{۱}{۲۵}\times۱۰۰=۴$ درصد

داریم:

$$\text{درصد فراوانی دسته چهارم}+۴+۴۸=۱۰۰\ \text{درصد}$$

$$\Rightarrow\text{درصد فراوانی دسته چهارم}=۱۰۰-۵۲=۴۸$$

$$\Rightarrow\alpha:\text{زاویه مربوط به دسته چهارم}=\text{فراوانی نسبی}\times۳۶۰^\circ$$

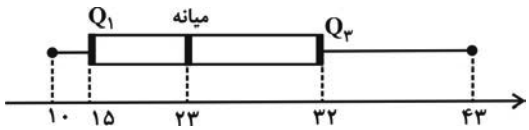
$$\Rightarrow\alpha=\frac{۴۸}{۱۰۰}\times۳۶۰^\circ=۱۷۲/۸^\circ$$

(آمار و احتمال- آمار توصیفی؛ صفحه‌های ۷۲ و ۷۳)

۳۷- **گزینهٔ «۳»** *(هنریک سرکیسیان)*

ابتدا داده‌ها را به صورت صعودی مرتب می‌کنیم تا میانه و چارک‌ها مشخص شوند.

$$۱۰,۱۲,۱۴,\underline{۱۵},۱۶,۱۸,۱۹,\underline{۲۳},۲۵,۲۷,۳۱,\underline{۳۲},۳۴,۴۱,۴۳$$
$$Q_۱\qquad\qquad Q_۲\qquad\qquad Q_۳$$



بنابراین در نمودار جعبه‌ای نسبت طول دو بخش موردنظر برابر است با:

$$\frac{۳۲-۲۳}{۲۳-۱۵}=\frac{۹}{۸}$$

(آمار و احتمال- آمار توصیفی؛ صفحه‌های ۹۱ و ۹۲)

۳۸- **گزینهٔ «۱»** *(فرشاد صدیقی‌فر)*

می‌دانیم مجموع مقادیر انحراف از میانگین داده‌ها، صفر است، بنابراین:

$$a+b=-۴$$

از طرفی برای به‌دست آوردن واریانس، باید همین اعداد را به توان ۲ برسانیم و با هم جمع کنیم و بر تعداد داده‌ها یعنی ۶ تقسیم کنیم:

$$\text{واریانس}:\sigma^۲=\frac{a^۲+b^۲+۰+۱+۱+۴}{۶}$$

$$\xrightarrow{\text{کمترین مقدار زمانی است که }a=b=-۲\text{ باشد.}}\sigma^۲=\frac{۱۴}{۶}=\frac{۷}{۳}$$

$$\Rightarrow\text{انحراف معیار}:\sigma=\frac{\sqrt{۷}}{\sqrt{۳}}=\frac{\sqrt{۲۱}}{۳}$$

(آمار و احتمال- آمار توصیفی؛ صفحهٔ ۸۸)

۳۹- **گزینهٔ «۲»** *(امیرحسین ابومحبوب)*

ابتدا میانهٔ این نمونه را محاسبه می‌کنیم. برای این کار اعداد نمونه را از کوچک به بزرگ مرتب می‌کنیم. $۱,۴,۶,۹,۱۰,۱۲$

$$\text{میانه}:Q_۲=\frac{۶+۹}{۲}=۷/۵$$

حال میانهٔ اعداد ۰ تا N را پیدا می‌کنیم. اگر N زوج باشد، تعداد این اعداد فرد است و میانه برابر عدد وسط یعنی $\frac{N}{۲}$ خواهد بود.

اگر N فرد باشد، تعداد این اعداد زوج است و میانه برابر میانگین دو عدد وسطی یعنی $\frac{N-۱}{۲}$ و $\frac{N+۱}{۲}$ خواهد بود که این مقدار نیز برابر $\frac{N}{۲}$ است.

بنابراین همواره داریم:

$$\frac{N}{۲}=۷/۵\Rightarrow N=۱۵$$

(آمار و احتمال- آمار استنباطی؛ صفحه‌های ۱۱۲ تا ۱۱۵)

۴۰- **گزینهٔ «۲»** *(امیرحسین ابومحبوب)*

با توجه به رابطهٔ انحراف‌معیار برآورد میانگین جامعه داریم:

$$\sigma_{\bar{x}}=\frac{\sigma}{\sqrt{n}}=\frac{۶}{\sqrt{۱۰۰}}=۰/۶\Rightarrow\sigma_{\bar{x}}^۲=(۰/۶)^۲=۰/۳۶$$

(آمار و احتمال- آمار استنباطی؛ صفحهٔ ۱۱۵)

@MrKonkori

فیزیک ۱ و ۲

۴۱- گزینهٔ «۴» *(حسام نادری)*

بررسی همهٔ موارد:

الف) نادرست؛ نیرو یک کمیت فرعی برداری ولی فشار یک کمیت فرعی نرده‌ای است.

ب) نادرست؛ سال نوری، یکای فرعی اندازه‌گیری طول است.

پ) نادرست؛ جرم یک زنبور عسل $(0/0015\,kg)$ با نمادگذاری علمی به صورت زیر محاسبه می‌شود:

$$0/0015\,kg = 1/5\times10^{-3}\,kg = 1/5\,g$$

ت) درست؛

$$1Mm^2 = 1Mm^2\times\frac{10^{12}m^2}{1Mm^2}\times\frac{10^{12}\mu m^2}{1m^2} = 10^{24}\mu m^2$$

(فیزیک ۱- فیزیک و اندازه‌گیری؛ صفحه‌های ۲ تا ۱۶)

۴۲- گزینهٔ «۳» *(حسام نادری)*

با توجه به برابری جرم لایه‌ها می‌توان نوشت:

$$m_1 = m_2 = m_3 \xrightarrow{m=\rho V} \rho_1V_1 = \rho_2V_2 = \rho_3V_3$$

$$\xrightarrow{V=A.h} \rho_1Ah_1 = \rho_2Ah_2 = \rho_3Ah_3$$

$$\Rightarrow \rho_1h_1 = \rho_2h_2 = \rho_3h_3 \Rightarrow \rho_1\times12 = \rho_2\times10 = \rho_3\times6$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \rho_3 = 2\rho_1 \\ \rho_2 = \frac{3}{5}\rho_3 \\ \rho_2 = \frac{6}{5}\rho_1 \end{cases}$$

(فیزیک ۱- فیزیک و اندازه‌گیری؛ صفحه‌های ۱۶ تا ۱۸)

۴۳- گزینهٔ «۲» *(سیده‌ملیحه میرصالحی)*

بررسی موارد نادرست:

ب) کره نسبت به اشکال هندسی دیگر، به ازای یک حجم معین، کمترین سطح را دارد و کشش سطحی باعث می‌شود تا کوچک‌ترین سطح یعنی کره ایجاد شود و کروی شدن قطره‌های آب در حال سقوط به همین دلیل است.

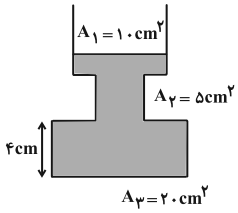
ت) قطره‌قطره شدن آب روی سطح شیشه‌ای چرب شده به دلیل کاهش نیروی دگرچسبی بین مولکول‌های آب و شیشه است.

موارد (الف) و (پ) درست هستند.

(فیزیک ۱- ویژگی‌های فیزیکی مواد؛ صفحه‌های ۲۴ تا ۳۲)

۴۴- گزینهٔ «۱» *(علیرضا جباری)*

چگالی جیوه بیشتر از آب است. بنابراین جیوه به کف ظرف می‌رسد و آب را به طرف بالا می‌راند. بخشی از افزایش فشار وارد بر کف ظرف ناشی از وزن جیوه است.



$$V_{جیوه} = \frac{m}{\rho} = \frac{544}{13/6} = 40\,cm^3$$

$$V_{جیوه} = A_3h_3 \Rightarrow 40 = 20h_3 \Rightarrow h_3 = 2\,cm$$

بنابراین جیوه وارد قسمت باریک لوله نمی‌شود.

$$\Delta P_1 = \rho_{Hg}\times g\times h_3 = 13600\times10\times2\times10^{-2} = 2720\,Pa$$

$A_1 = \frac{A_3}{2}$ است، بنابراین وقتی ارتفاع آب در قسمت پایین ظرف $2\,cm$ کاهش می‌یابد در قسمت بالای ظرف ارتفاع آب $4\,cm$ افزایش پیدا می‌کند. در نتیجه ارتفاع آب در مجموع $2\,cm$ بیشتر می‌شود. بخشی از افزایش فشار وارد بر کف ظرف، ناشی از همین موضوع است.

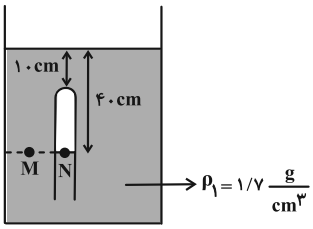
$$\Delta P_2 = \rho_{آب}g\Delta h = 1000\times10\times2\times10^{-2} = 200\,Pa$$

بنابراین افزایش فشار برابر است با:

$$\Delta P_1 + \Delta P_2 = 2720 + 200 = 2920\,Pa$$

(فیزیک ۱- ویژگی‌های فیزیکی مواد؛ صفحه‌های ۳۲ تا ۴۰)

۴۵- گزینهٔ «۱» *(سراسری خارج از کشور ریاضی- تیر ۱۴۰۱)*



با توجه به برابری فشار در نقاط هم‌تراز یک مایع ساکن داریم:

$$P_N = P_M \Rightarrow P_{گاز} = \rho_{مایع}gh_{مایع} + P_0$$

از طرف دیگر، فشار پیمانه‌ای برابر با اختلاف فشار مخزن گاز و فشار هوای محیط است، لذا داریم:

$$P_{پیمانه‌ای} = P_{گاز} - P_0 = \rho_{مایع}gh_{مایع} \Rightarrow P_{پیمانه‌ای} = \rho_{مایع}gh_{مایع}$$

اکنون برای یافتن فشار مایع برحسب سانتی‌مترجیوه کافی است فشار معادل ستون جیوهٔ آن را بیابیم:

$$P_{مایع} = P_{جیوه} \Rightarrow \rho_{مایع}gh_{مایع} = \rho_{جیوه}gh_{جیوه}$$

@MrKonkori

$$\Rightarrow \rho_{\text{مایع}} h_{\text{مایع}} = \rho_{\text{جیوه}} h_{\text{جیوه}} \xrightarrow[\rho_{\text{جیوه}}=۱۳/۶\frac{g}{cm^۳}]{\rho_{\text{مایع}}=۱/۷\frac{g}{cm^۳},\ h_{\text{مایع}}=۴۰cm}$$

$$۱/۷\times۴۰ = ۱۳/۶ h_{\text{جیوه}} \Rightarrow h_{\text{جیوه}} = \frac{۱/۷\times۴۰}{۱۳/۶} = ۵cm$$

بنابراین فشار پیمانه‌ای مخزن گاز برابر با $۵cmHg$ است.

(فیزیک ۱- ویژگی‌های فیزیکی مواد؛ صفحه‌های ۳۲ تا ۴۰)

۴۶- **گزینهٔ «۲»** *(علیرضا جباری)*

با استفاده از معادلهٔ پیوستگی، تندی آب در قسمت ۲ لوله را به دست می‌آوریم:

$$A_۱v_۱ = A_۲v_۲ \Rightarrow \frac{\pi d_۱^۲}{۴} v_۱ = \pi \frac{d_۲^۲}{۴} v_۲$$

$$\xrightarrow[v_۱=۴\frac{m}{s}]{d_۱=۱/۵d_۲} (۱/۵d_۲)^۲ \times ۴ = d_۲^۲ v_۲$$

$$\Rightarrow ۲/۲۵d_۲^۲ \times ۴ = d_۲^۲ \times v_۲ \Rightarrow v_۲ = ۹\frac{m}{s}$$

اکنون با توجه به چگالی آب، جرم آب عبور کرده از لوله را حساب می‌کنیم:

$$m = \rho V \xrightarrow[V=۴L=۴۰۰۰cm^۳]{\rho=۱\frac{g}{cm^۳}} m = ۱\times۴۰۰۰ = ۴۰۰۰g = ۴kg$$

کار کل انجام شده، به کمک قضیهٔ کار- انرژی جنبشی به دست می‌آید:

$$W_t = K_۲ - K_۱ = \frac{۱}{۲}mv_۲^۲ - \frac{۱}{۲}mv_۱^۲ = \frac{۱}{۲}m\times(v_۲^۲ - v_۱^۲)$$

$$\xrightarrow[m=۴kg]{v_۱=۴\frac{m}{s},\ v_۲=۹\frac{m}{s}} W_t = \frac{۱}{۲}\times۴(۹^۲ - ۴^۲)$$

$$= ۲\times(۸۱-۱۶) = ۱۳۰J$$

(فیزیک ۱- ترکیبی؛ صفحه‌های ۴۳ تا ۴۶ و ۶۱ تا ۶۴)

۴۷- **گزینهٔ «۱»** *(سیده‌ملیحه میرصالحی)*

در اینجا انرژی جنبشی جسم در ۲ حالت داده شده است، بنابراین داریم:

$$K = \frac{۱}{۲}mv^۲ \xrightarrow{m=۲kg} K = v^۲ \qquad (*)$$

$$K-۱۰۰ = \frac{۱}{۲}m(v-۵)^۲ \xrightarrow{m=۲kg} K-۱۰۰ = (v-۵)^۲$$

$$\xrightarrow{(*)} v^۲ - ۱۰۰ = v^۲ + ۲۵ - ۱۰v$$

$$\Rightarrow ۱۰v = ۱۲۵ \Rightarrow v = ۱۲/۵\frac{m}{s}$$

$$K = \frac{۱}{۲}mv^۲ \Rightarrow K = \frac{۱}{۲}\times۲\times(۱۲/۵)^۲ = ۱۵۶/۲۵J$$

(فیزیک ۱- کار، انرژی و توان؛ صفحه‌های ۵۴ و ۵۵)

۴۸- **گزینهٔ «۳»** *(مسعود خندانی)*

طبق قضیهٔ کار و انرژی جنبشی داریم:

$$W_t = \Delta K \Rightarrow Fd\cos۰ = K_۲ - \cancel{K_۱^{۰}} \Rightarrow Fd = \frac{۱}{۲}mv^۲$$

$$\Rightarrow v = \sqrt{\frac{۲Fd}{m}} \Rightarrow \frac{v_A}{v_B} = \sqrt{\frac{F_A}{F_B}\times\frac{m_B}{m_A}} = \sqrt{\frac{F}{۲F}\times\frac{m}{۲m}} = \frac{۱}{۲}$$

(فیزیک ۱- کار، انرژی و توان؛ صفحه‌های ۵۴ تا ۶۴)

۴۹- **گزینهٔ «۴»** *(علیرضا جباری)*

ابتدا با استفاده از رابطهٔ توان، کار انجام شده توسط بالابر را حساب می‌کنیم:

$$P = \frac{W}{t} \Rightarrow W = Pt \xrightarrow[t=۱۰s]{P=۳۰۰W} W = ۳۰۰\times۱۰ = ۳۰۰۰J$$

بخشی از کار W که به صورت مفید روی بسته انجام شده، همان انرژی پتانسیل ذخیره شده در بسته $(U_۱)$ است. با توجه به پایستگی انرژی مکانیکی هنگام سقوط بسته داریم: (با فرض زمین به عنوان مبدأ انرژی پتانسیل گرانشی)

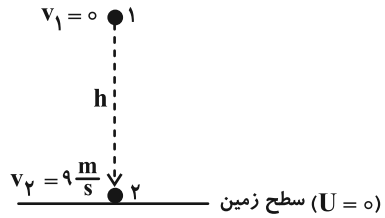
$$E_۱ = E_۲ \Rightarrow K_۱ + U_۱ = K_۲ + U_۲ \xrightarrow[U_۲=۰]{K_۱=۰} U_۱ = K_۲$$

$$\Rightarrow U_۱ = \frac{۱}{۲}mv_۲^۲ \xrightarrow[v_۲=۹\frac{m}{s}]{m=۶۰kg} U_۱ = \frac{۱}{۲}\times۶۰\times۹^۲$$

$$\Rightarrow U_۱ = ۳۰\times۸۱J$$

در پایان، بازده بالابر را حساب می‌کنیم:

$$\text{بازده} = \frac{U_۱}{W}\times۱۰۰ = \frac{۳۰\times۸۱}{۳۰۰۰}\times۱۰۰ = ۸۱٪$$



(فیزیک ۱- کار، انرژی و توان؛ صفحه‌های ۷۳ تا ۷۵)

۵۰- **گزینهٔ «۱»** *(محمدرضا شریفی)*

$$F = \frac{۹}{۵}\theta + ۳۲ \Rightarrow ۴۱ = \frac{۹}{۵}\theta + ۳۲ \Rightarrow \theta = ۵^\circ C$$

$$\begin{cases}\theta_۱ = ۳۶^\circ C \Rightarrow x_۱ = ۲۰ \\ \theta_۲ = ۹۶^\circ C \Rightarrow x_۲ = ۲۰۰\end{cases} \Rightarrow \frac{\theta-\theta_۱}{\theta_۲-\theta_۱} = \frac{x-x_۱}{x_۲-x_۱}$$

$$\Rightarrow \frac{۵-۳۶}{۹۶-۳۶} = \frac{x-۲۰}{۲۰۰-۲۰} \Rightarrow x-۲۰ = -۹۳ \Rightarrow x = -۷۳$$

(فیزیک ۱- دما و گرما؛ صفحه‌های ۸۴ تا ۸۸)

۵۱- **گزینهٔ «۲»** *(علیرضا جباری)*

به هر دو فلز، گرمای یکسانی داده‌ایم و در اثر این گرما، دمای آن‌ها تغییر می‌کند:

$$Q_A = Q_B \Rightarrow m_A c_A \Delta\theta_A = m_B c_B \Delta\theta_B$$

جرم‌ها را برحسب چگالی و حجم می‌نویسیم:

$$m = \rho V \Rightarrow \rho_A V_A c_A \Delta\theta_A = \rho_B V_B c_B \Delta\theta_B$$

@MrKonkori

$$\xrightarrow[c_A=۴c_B]{\rho_A=۳\rho_B} ۳\rho_B V_A \times ۴c_B \Delta\theta_A = \rho_B V_B c_B \Delta\theta_B$$

$$\Rightarrow ۱۲V_A\Delta\theta_A = V_B\Delta\theta_B$$

با توجه به این‌که ضریب انبساط سطحی فلز A دو برابر ضریب انبساط سطحی فلز B است، داریم:

$$۲\alpha_A = ۲(۲\alpha_B) \Rightarrow \alpha_A = ۲\alpha_B$$

با استفاده از رابطهٔ انبساط حجمی می‌توان نسبت تغییر حجم دو فلز را به دست آورد:

$$\frac{\Delta V_A}{\Delta V_B} = \frac{V_A ۳\alpha_A \Delta\theta_A}{V_B ۳\alpha_B \Delta\theta_B} \xrightarrow{\alpha_A=۲\alpha_B}$$

$$\frac{\Delta V_A}{\Delta V_B} = \frac{V_A}{V_B} \times \frac{۲\alpha_B}{\alpha_B} \times \frac{\Delta\theta_A}{\Delta\theta_B} \Rightarrow \frac{\Delta V_A}{\Delta V_B} = \frac{۲V_A\Delta\theta_A}{۱۲V_A\Delta\theta_A} = \frac{۱}{۶}$$

(فیزیک ۱- دما و گرما؛ صفحه‌های ۸۷ تا ۱۰۳)

۵۲- **گزینهٔ «۳»** *(محمدکاظم منشاری)*

ابتدا محاسبه می‌کنیم که پس از ذوب $۱۶۰\,g$ یخ، دمای گرماسنج و آب اولیه درون آن چقدر می‌شود:

$$Q_{\text{گرماسنج}} + Q_{\text{آب}} + Q_{\text{یخ}} = ۰$$

$$\Rightarrow [C\Delta T]_{\text{گرماسنج}} + [mc\Delta T]_{\text{آب}} + [mL_F]_{\text{یخ}} = ۰$$

$$(۱۰۰۸\times\Delta T) + (۰/۴\times۴۲۰۰\times\Delta T) + (۰/۱۶\times۳۳۶۰۰۰) = ۰$$

$$\Rightarrow \Delta T = -۲۰^\circ C$$

بنابراین دمای نهایی مجموعه آب و گرماسنج و یخ برابر $۳۰^\circ C$ است.

اکنون رابطه را برای مجموعه پس از اضافه شدن گلوله می‌نویسیم: (دقت کنید که اکنون $۵۶۰\,g$ آب داریم)

$$Q_{\text{گرماسنج}} + Q_{\text{آب}} + Q_{\text{گلوله}} = ۰$$

$$\Rightarrow [C\Delta T]_{\text{گرماسنج}} + [mc\Delta T]_{\text{آب}} + [C\Delta T]_{\text{گلوله}} = ۰$$

$$\Rightarrow (۱۰۰۸\times۱۵) + (۰/۵۶\times۴۲۰۰\times۱۵) + (C_{\text{گلوله}}\times(-۶۳)) = ۰$$

$$\Rightarrow C_{\text{گلوله}} = ۸۰۰\frac{J}{K}$$

(فیزیک ۱- دما و گرما؛ صفحهٔ ۱۰۰)

۵۳- **گزینهٔ «۲»** *(زهره آقامحمدی)*

با توجه به معادلهٔ حالت گاز کامل، دمای گاز را در حالت‌های i و f مقایسه می‌کنیم:

$$\begin{cases} P_i V_i = ۵PV \\ P_f V_f = ۴PV \end{cases} \Rightarrow P_i V_i > P_f V_f \xrightarrow{PV=nRT} T_i > T_f$$

یعنی دمای گاز کاهش می‌یابد. (نادرستی گزینهٔ «۴»)

از طرفی چون انرژی درونی گاز تابع دمای مطلق آن است، پس انرژی درونی گاز کاهش می‌یابد $(\Delta U < ۰)$.

چون در این فرایند گاز متراکم می‌شود، پس کار انجام شده روی گاز مثبت است $(W > ۰)$. در نتیجه طبق قانون اول ترمودینامیک داریم:

$$\Delta U = Q + W \xrightarrow[\Delta U<۰]{W>۰} \begin{cases} Q \neq ۰ \\ Q < ۰ \end{cases}$$

یعنی گاز گرما از دست می‌دهد و فرایند نمی‌تواند بی‌دررو باشد، چون در فرایند بی‌دررو $Q = ۰$ است.

نکته: توجه کنید که در تراکم بی‌دررو، همواره دمای گاز افزایش می‌یابد:

$$\Delta U = Q + W \xrightarrow[W>۰]{Q=۰} \Delta U > ۰$$

(فیزیک ۱- ترمودینامیک؛ صفحه‌های ۱۲۸ تا ۱۳۸)

۵۴- **گزینهٔ «۴»** *(محمدکاظم منشاری)*

فرایند AB هم‌دما است، در نتیجه: $P_A V_A = P_B V_B \Rightarrow V_B = ۵\,L$

فرایند BC هم‌فشار است، در نتیجه کار انجام شده بر روی گاز برابر است با:

$$W = -P\Delta V = -۲\times۱۰^۵(-۳\times۱۰^{-۳}) = ۶۰۰\,J$$

دقت کنید که کار انجام شده توسط گاز خواسته مسئله است:

$$W' = -W = -۶۰۰\,J$$

(فیزیک ۱- ترمودینامیک؛ صفحه‌های ۱۳۳ و ۱۳۵)

۵۵- **گزینهٔ «۳»** *(حسام نادری)*

فقط مورد (پ) نادرست است.

بررسی مورد (پ): بازده ماشین‌های درون‌سوز بنزینی در حدود ۲۰ تا ۳۰ درصد، بازده ماشین‌های درون‌سوز دیزلی در حدود ۳۰ تا ۳۵ درصد و بازده ماشین‌های برون‌سوز بخار ۳۰ تا ۴۰ درصد است.

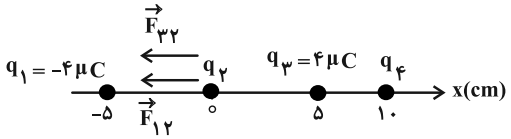
در مورد (ت)، دقت کنید که قانون اول ترمودینامیک $(|Q_H| = |W| + |Q_c|)$ نقض نمی‌شود اما قانون دوم ترمودینامیک نقض می‌شود و امکان ساخت چنین ماشینی طبق قانون دوم ترمودینامیک وجود ندارد.

(فیزیک ۱- ترمودینامیک؛ صفحه‌های ۱۳۸، ۱۴۵ و ۱۴۶)

۵۶- **گزینهٔ «۴»** *(محسن سلماسی‌وند)*

فرض کنید $q_۲$ مثبت است. هر دوی نیروهای $\vec{F}_{۳۲}$ و $\vec{F}_{۱۲}$ به سمت چپ بوده، پس $q_۴ < ۰$ است تا بتواند برایند این دو نیرو را خنثی کند (اگر $q_۲ < ۰$ باشد هر دو نیرو به سمت راست بوده باز باید $q_۴ < ۰$ باشد):

$$\vec{F}_{۱۲} + \vec{F}_{۳۲} + \vec{F}_{۴۲} = ۰$$



$$k\frac{|q_۱q_۲|}{۲۵} + k\frac{|q_۲q_۳|}{۲۵} = k\frac{|q_۲q_۴|}{۱۰۰}$$

$$\frac{|q_۱|}{۲۵} + \frac{|q_۳|}{۲۵} = \frac{|q_۴|}{۱۰۰} \Rightarrow \frac{۸}{۲۵} = \frac{|q_۴|}{۱۰۰} \Rightarrow |q_۴| = ۳۲\mu C$$

$$\xrightarrow{q_۴<۰} q_۴ = -۳۲\mu C$$

(فیزیک ۲- الکتریسیتهٔ ساکن؛ صفحه‌های ۵ تا ۱۰)

@MrKonkori

۵۷- **گزینهٔ «۳»** *(علی برزگر)*

می‌دانیم میدان الکتریکی با مجذور فاصله رابطهٔ عکس دارد. لذا می‌توان نوشت:

$$E = k\frac{q}{r^2} \xrightarrow[r_2=4r_1]{r_1=30cm\ ,\ r_2=120cm} \frac{E_2}{E_1} = (\frac{r_1}{r_2})^2 = \frac{1}{16}$$

$$E_1 - E_2 = 0/045\frac{N}{C} \Rightarrow E_1 - \frac{E_1}{16} = \frac{45}{1000}$$

$$\Rightarrow \frac{15}{16}E_1 = \frac{45}{1000} \Rightarrow E_1 = \frac{48}{1000}\frac{N}{C}$$

از طرفی اگر فاصله از $30cm$ به $10cm$ برسد، خواهیم داشت:

$$r_3 = \frac{1}{3}r_1 \Rightarrow \frac{E_3}{E_1} = (\frac{r_1}{r_3})^2 = 9 \Rightarrow E_3 = 9E_1$$

$$\Rightarrow E_3 = 9(\frac{48}{1000}) = 0/432\frac{N}{C} = 4/32\times10^5\frac{\mu N}{C}$$

(فیزیک ۲- الکتریسیتهٔ ساکن؛ صفحه‌های ۱۲ و ۱۳)

۵۸- **گزینهٔ «۳»** *(علیرضا جباری)*

وقتی بار الکتریکی q از A به C می‌رود، در مجموع در جهت میدان الکتریکی حرکت کرده و پتانسیل الکتریکی آن کاهش می‌یابد. با توجه به رابطهٔ $\Delta U = q\Delta V$ می‌توان نوشت:

$$\left.\begin{matrix} q<0 \\ \Delta V<0 \end{matrix}\right\} \xrightarrow{\Delta U=q\Delta V} \Delta U > 0$$

یعنی انرژی پتانسیل الکتریکی بار q افزایش یافته است.

تغییر انرژی پتانسیل الکتریکی و کار میدان الکتریکی، قرینهٔ یکدیگرند. پس می‌توان نوشت:

$$\Delta U = -W_E \xrightarrow[\Delta U>0]{|W_E|=1/2mJ} \Delta U = 1/2mJ = 1/2\times10^{-3}J$$

اکنون می‌توانیم رابطهٔ اختلاف پتانسیل الکتریکی را بنویسیم و از آنجا V_C را به دست آوریم:

$$\Delta V = \frac{\Delta U}{q} \Rightarrow V_C - V_A = \frac{1/2\times10^{-3}}{-6\times10^{-6}} = -200V$$

$$\xrightarrow{V_A=60V} V_C - 60 = -200 \Rightarrow V_C = -140V$$

(فیزیک ۲- الکتریسیتهٔ ساکن؛ صفحه‌های ۲۱ تا ۲۷)

۵۹- **گزینهٔ «۲»** *(مهران اسماعیلی)*

در اثر انتقال بار الکتریکی، انرژی خازن افزایش یافته، بنابراین بار الکتریکی ذخیره شده در هر یک از صفحات آن نیز افزایش می‌یابد. یعنی:

$$q_2 - q_1 = 2\mu C$$

از طرفی:

$$U_2 - U_1 = 4\mu J \Rightarrow \frac{q_2^2}{2C} - \frac{q_1^2}{2C} = 4\mu J$$

$$\xrightarrow{C=3\mu F} \frac{1}{2\times3}(q_2^2 - q_1^2) = 4 \Rightarrow (q_2+q_1)\times(q_2-q_1) = 24$$

$$\xrightarrow{q_2-q_1=2\mu C} q_2 + q_1 = 12\mu C$$

$$\begin{cases} q_2 - q_1 = 2\mu C \\ q_2 + q_1 = 12\mu C \end{cases} \Rightarrow q_1 = 5\mu C\ ,\ q_2 = 7\mu C$$

(فیزیک ۲- الکتریسیتهٔ ساکن؛ صفحه‌های ۳۲ تا ۴۰)

۶۰- **گزینهٔ «۳»** *(ریاضی خارج از کشور- ۱۴۰۱)*

با توجه به این‌که $\varepsilon_1 > \varepsilon_2 > \varepsilon_3$ است، بنابراین انرژی مدار توسط مولد ε_1 تأمین می‌شود. بنابراین هر چه نقطهٔ مورد نظر در جهت جریان به مولد نزدیک‌تر باشد، دارای پتانسیل الکتریکی بالاتری است. (جریان قراردادی از پتانسیل بیشتر به پتانسیل کمتر است.) بنابراین نقطهٔ C چون در جهت جریان به مولد نزدیک‌تر است، پتانسیل بالاتری دارد.

محاسبه عددی به شرح زیر است:

$$\text{ساعتگرد } I = \frac{\sum\varepsilon}{\sum R + \sum r} = \frac{20-8-2}{4+2+6+8} = 0/5A$$

$$V_A + 8\times0/5 = 0 \Rightarrow V_A = -4V$$

$$V_B + 4\times0/5 + 2 + 8\times0/5 = 0 \Rightarrow V_B = -8V$$

$$V_C - 2\times0/5 - 8 - 6\times0/5 = 0 \Rightarrow V_C = 12V$$

$$V_D - 8 - 6\times0/5 = 0 \Rightarrow V_D = 11V$$

(فیزیک ۲- جریان الکتریکی و مدارهای جریان مستقیم؛ صفحه‌های ۶۴ تا ۷۲)

۶۱- **گزینهٔ «۳»** *(محمدکاظم منشادی)*

$$V = \varepsilon - rI \Rightarrow \begin{cases} -r = \text{شیب نمودار} \\ \varepsilon = \text{عرض از مبدأ} \\ \frac{\varepsilon}{r} = \text{طول از مبدأ} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} r = 3\Omega \\ \varepsilon = 60V \end{cases}$$

$$I = \frac{\varepsilon}{r+R} = \frac{60}{3+9} = 5A$$

توان خروجی باتری برابر با توان مصرفی مقاومت ۹ اهمی است:

$$P = RI^2 = 9\times5^2 = 225W$$

(فیزیک ۲- جریان الکتریکی و مدارهای جریان مستقیم؛ صفحه‌های ۶۴ و ۶۷)

۶۲- **گزینهٔ «۳»** *(امیراحمد میرسعید)*

با افزایش مقاومت رئوستا، مقاومت کل نیز افزایش می‌یابد و با توجه به رابطهٔ جریان در مدار تک حلقه، جریان کاهش می‌یابد.

$$\downarrow I = \frac{\varepsilon}{\uparrow R+r} \Rightarrow \uparrow V_1 = \varepsilon - I\downarrow r$$

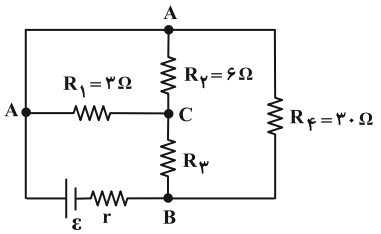
$$\downarrow V_2 = R_2I\downarrow \Rightarrow \uparrow V_1 = \downarrow V_2 + V_3\uparrow$$

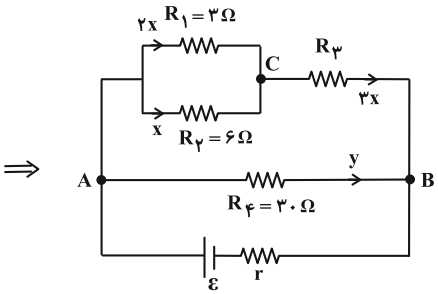
(فیزیک ۲- جریان الکتریکی و مدارهای جریان مستقیم؛ صفحه‌های ۶۴ تا ۶۷)

۶۳- **گزینهٔ «۳»** *(زهره آقامحمدی)*

ابتدا با نام‌گذاری نقاط هم‌پتانسیل، مدار را به شکل زیر ساده می‌کنیم:

@MrKonkori





چون مقاومت‌های R_1 و R_2 موازی‌اند، جریان به نسبت عکس مقاومت‌ها بین آن‌ها تقسیم می‌شود. اگر جریان عبوری از مقاومت R_2 را برابر x بگیریم، داریم: $R_1I_1 = R_2I_2 \Rightarrow 3I_1 = 6x \Rightarrow I_1 = 2x$

جریان عبوری از مقاومت R_3، مجموع جریان‌های عبوری از دو مقاومت R_1 و R_2 است که برابر $3x$ خواهد شد. اکنون با توجه به این‌که توان مصرفی در مقاومت R_4، $\frac{5}{2}$ برابر توان مصرفی در مقاومت R_1 است، جریان عبوری از مقاومت R_4 (y) را می‌یابیم:

$$P_4 = \frac{5}{2}P_1 \xrightarrow{P=RI^2} 30\times y^2 = \frac{5}{2}\times 3\times(2x)^2 \Rightarrow y = x$$

از طرفی چون شاخهٔ R_4 با شاخه‌ای که مقاومت‌های R_1، R_2 و R_3 در آن قرار دارند، موازی است، اختلاف پتانسیل یکسانی دارند:

$$R_4\times y = R_{123}\times 3x \xrightarrow{y=x} 30 = 3R_{123} \Rightarrow R_{123} = 10\Omega$$

R_1 و R_2 موازی‌اند و معادل آن‌ها با R_3 متوالی است:

$$R_{123} = \frac{R_1R_2}{R_1+R_2} + R_3 \Rightarrow 10 = \frac{3\times 6}{3+6} + R_3$$

$$\Rightarrow 10 = 2 + R_3 \Rightarrow R_3 = 8\Omega$$

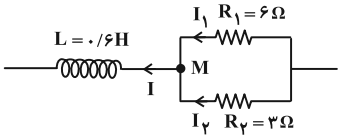
(فیزیک ۲- جریان الکتریکی و مدارهای جریان مستقیم؛ صفحه‌های ۶۷ تا ۷۷)

۶۴- **گزینهٔ «۳»** *(علیرضا جباری)*

به کمک توان مصرفی در مقاومت R_1، جریان عبوری از آن را به دست می‌آوریم:

$$P_1 = R_1I_1^2 \xrightarrow[R_1=6\Omega]{P_1=1/5\,W} 1/5 = 6I_1^2 \Rightarrow I_1^2 = \frac{1}{4} \Rightarrow I_1 = 0/5A$$

مقاومت‌های R_1 و R_2 موازی هستند، پس اختلاف پتانسیل دو سر آن‌ها یکسان است و می‌توانیم جریان عبوری از مقاومت R_2 را پیدا کنیم:



$$V_1 = V_2 \Rightarrow I_1R_1 = I_2R_2 \xrightarrow[R_2=3\Omega]{R_1=6\Omega\,,\,I_1=0/5A} 0/5\times 6 = I_2\times 3 \Rightarrow I_2 = 1A$$

در گرهٔ M می‌توان نوشت: $I = I_1 + I_2 = 0/5 + 1 = 1/5\,A$

در پایان می‌توانیم انرژی ذخیره شده در القاگر را حساب کنیم:

$$U = \frac{1}{2}LI^2 \xrightarrow[I=1/5A]{L=0/6H} U = \frac{1}{2}\times 0/6(1/5)^2$$

$$= 0/3\times 22/5 = 675\times 10^{-3}\,J \Rightarrow U = 675\,mJ$$

(فیزیک ۲- ترکیبی؛ صفحه‌های ۶۷ تا ۷۷ و ۱۲۱ و ۱۲۲)

۶۵- **گزینهٔ «۳»** *(مجتبی نکوئیان)*

ابتدا نیروی وزن و نیروی الکتریکی وارد بر ذرهٔ باردار را از طرف میدان الکتریکی به دست می‌آوریم:

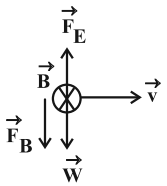
$$W = mg = (40\times 10^{-6})(10) = 4\times 10^{-4}\,N$$

$$F_E = |q|E = (10\times 10^{-6})(120) = 12\times 10^{-4}\,N$$

با توجه به این‌که ذره دارای بار منفی است، می‌توان گفت که جهت نیروی الکتریکی وارد بر آن از طرف میدان الکتریکی در خلاف جهت میدان الکتریکی و به طرف بالا است. از طرفی با مقایسهٔ مقادیر mg و F_E می‌توان نتیجه گرفت که مقدار نیروی مغناطیسی وارد بر ذرهٔ باردار متحرک از طرف میدان مغناطیسی، باید $8\times 10^{-4}\,N$ و جهت آن به طرف پایین باشد تا برایند نیروهای وارد بر آن صفر شود و ذرهٔ باردار مسیر افقی حرکت خود را حفظ کند. پس طبق قاعدهٔ دست راست می‌توان گفت که جهت میدان مغناطیسی باید به طرف شمال باشد. پس:

$$F_B = |q|vB\sin\theta \xrightarrow[v=1/6\times 10^5\frac{m}{s}\,,\,|q|=10^{-5}C\,,\,\sin\theta=1]{F_B=8\times 10^{-4}N}$$

$$8\times 10^{-4} = (10^{-5})(16\times 10^4)B(1) \Rightarrow B = 5\times 10^{-4}\,T = 5\,G$$



(فیزیک ۲- ترکیبی؛ صفحه‌های ۱۹، ۸۹ و ۹۰)

۶۶- **گزینهٔ «۱»** *(امیراحمد میرسعید)*

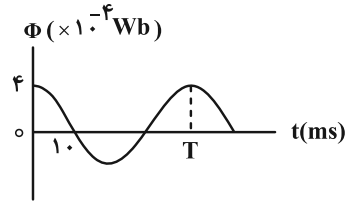
با کمک قانون دست راست، جهت میدان مغناطیسی را در نقاط مورد نظر معین می‌کنیم که در نقطهٔ A، سه میدان برون‌سو و در نقطهٔ D، سه میدان درون‌سو ولی در نقطهٔ B، دو میدان برون‌سو و یک میدان درون‌سو و در نقطهٔ C، دو میدان درون‌سو و یک میدان برون‌سو قرار می‌گیرد. پس نمی‌توان در مورد میدان برآیند در نقاط B و C به طور قطع نظر داد.

(فیزیک ۲- مغناطیس؛ صفحه‌های ۹۴ تا ۱۰۱)

@MrKonkori

۶۷- **گزینهٔ «۳»** *(زهره آقامحمدی)*

ابتدا با توجه به اطلاعات داده شده در نمودار، معادلهٔ شار مغناطیسی را برحسب زمان می‌نویسیم:



$$\frac{T}{۴}=۱۰\times۱۰^{-۳}s\Rightarrow T=۰/۰۴s$$

$$\Phi=BA\cos\frac{۲\pi}{T}t\xrightarrow[T=۰/۰۴s]{BA=۴\times۱۰^{-۴}Wb}\Phi=۴\times۱۰^{-۴}\cos\frac{۲\pi}{۰/۰۴}t$$

$$\Rightarrow\Phi=۴\times۱۰^{-۴}\cos۵۰\pi t$$

اکنون اندازهٔ شار مغناطیسی را در لحظه‌های $t_۱=\frac{۱}{۱۵۰}s$ و $t_۲=۰/۰۵=\frac{۱}{۲۰}s$ محاسبه می‌کنیم:

$$\Phi_۱=۴\times۱۰^{-۴}\cos(۵۰\pi\times\frac{۱}{۱۵۰})=۴\times۱۰^{-۴}\times\cos\frac{\pi}{۳}$$

$$\xrightarrow{\cos\frac{\pi}{۳}=\frac{۱}{۲}}\Phi_۱=۲\times۱۰^{-۴}Wb$$

$$\Phi_۲=۴\times۱۰^{-۴}\cos(۵۰\pi\times\frac{۱}{۲۰})=۴\times۱۰^{-۴}\cos(\frac{۵\pi}{۲})=۰$$

با استفاده از قانون القای فارادی داریم:

$$\varepsilon_{av}=-N\frac{\Delta\Phi}{\Delta t}=-N\frac{\Phi_۲-\Phi_۱}{\Delta t}$$

$$\xrightarrow[\Delta t=\frac{۱}{۲۰}-\frac{۱}{۱۵۰}=\frac{۱۳}{۳۰۰}s]{N=۱۳۰۰,\ \Phi_۱=۲\times۱۰^{-۴}Wb\ ,\ \Phi_۲=۰}$$

$$|\varepsilon_{av}|=|-۱۳۰۰\times\frac{۰-۲\times۱۰^{-۴}}{\frac{۱۳}{۳۰۰}}|=۶V$$

(فیزیک ۲- القای الکترومغناطیسی و جریان متناوب؛ صفحه‌های ۱۱۱ تا ۱۱۳ و ۱۲۳)

۶۸- **گزینهٔ «۳»** *(مهران اسماعیلی)*

با توجه به جهت جریان الکتریکی در سیملولهٔ A میدان مغناطیسی حاصل از آن به سمت چپ می‌باشد (بنابه قانون دست راست). از طرفی با توجه به جهت جریان القایی ایجاد شده در سیملولهٔ B میدان مغناطیسی حاصل به سمت راست می‌باشد. می‌توان نتیجه گرفت بنابه قانون لنز، جهت جریان القایی در سیملولهٔ B به گونه‌ای است که از افزایش شار مغناطیسی در سیملولهٔ B جلوگیری می‌کند. افزایش شار مغناطیسی روی سیملولهٔ B در اثر افزایش جریان الکتریکی در سیملولهٔ A صورت می‌گیرد که دو عامل افزایش جریان الکتریکی عبارتند از:

۱) لحظهٔ وصل کلید k

۲) کاهش مقاومت R در صورت بسته بودن کلید k

از طرف دیگر چون میدان مغناطیسی سیملولهٔ A و میدان مغناطیسی حاصل از جریان القایی در سیملولهٔ B خلاف جهت یکدیگرند، با بسته بودن کلید باید دو سیملوله به هم نزدیک شوند که از افزایش شار مغناطیسی در سیملولهٔ B جلوگیری شود. بنابراین موارد (الف)، (پ) و (ث) باعث ایجاد جریان القایی در جهت نشان داده شده در شکل می‌شود.

(فیزیک ۲- القای الکترومغناطیسی و جریان متناوب؛ صفحه‌های ۱۱۰ تا ۱۱۸)

۶۹- **گزینهٔ «۱»** *(محمدکاظم منشادی)*

ابتدا جریان عبوری سیملوله در دو حالت را به کمک قانون اُهم مقایسه می‌کنیم. توجه کنید که وقتی سیملوله به ۴ قسمت مساوی تقسیم شود، مقاومت و تعداد دور و طول هر قسمت، $\frac{۱}{۴}$ برابر سیملوله اولیه می‌شوند:

$$I=\frac{V}{R}\Rightarrow\frac{I_۲}{I_۱}=\frac{V_۲}{V_۱}\times\frac{R_۱}{R_۲}=\frac{۱}{۲}\times۴=۲$$

$$L=\mu_۰\frac{AN^۲}{\ell}\Rightarrow\frac{L_۲}{L_۱}=(\frac{N_۲}{N_۱})^۲\times\frac{\ell_۱}{\ell_۲}=\frac{۱}{۱۶}\times۴=\frac{۱}{۴}$$

$$U=\frac{۱}{۲}LI^۲\Rightarrow\frac{U_۲}{U_۱}=\frac{L_۲}{L_۱}\times(\frac{I_۲}{I_۱})^۲=\frac{۱}{۴}\times۴=۱$$

(فیزیک ۲- ترکیبی؛ صفحه‌های ۴۹، ۱۱۹ و ۱۲۱)

۷۰- **گزینهٔ «۴»** *(امیرحسین برادران)*

ابتدا از روی نمودار با استفاده از قانون اُهم نسبت مقاومت الکتریکی سیم A به سیم B را می‌یابیم:

$$R=\frac{V}{I}\xrightarrow[V_A=۶V,V_B=۲V]{I_A=I_B=۴A}\frac{R_A}{R_B}=\frac{V_A}{V_B}\times\frac{I_B}{I_A}$$

$$\Rightarrow\frac{R_A}{R_B}=\frac{۶}{۲}\times۱=۳$$

اکنون با داشتن نسبت مقاومت دو سیم، نسبت حجم آن‌ها را می‌یابیم. (ρ_A و ρ_B مقاومت ویژهٔ هریک از سیم‌ها است.)

$$R=\rho\frac{L}{A}\xrightarrow{V=AL\Rightarrow A=\frac{V}{L}}R=\rho\frac{L^۲}{V}$$

$$\xrightarrow{L_A=L_B}\frac{R_A}{R_B}=\frac{\rho_A}{\rho_B}\times\frac{V_B}{V_A}$$

$$\xrightarrow[\rho_A=۲\rho_B]{\frac{R_A}{R_B}=۳}۳=\frac{۲\rho_B}{\rho_B}\times\frac{V_B}{V_A}\Rightarrow\frac{V_A}{V_B}=\frac{۲}{۳}$$

بنابراین با استفاده از رابطهٔ چگالی به‌صورت زیر نسبت $\frac{m_A}{m_B}$ را حساب می‌کنیم:

(ρ_A و ρ_B چگالی هریک از سیم‌ها است.)

$$m=\rho V\Rightarrow\frac{m_A}{m_B}=\frac{\rho_A}{\rho_B}\times\frac{V_A}{V_B}$$

$$\xrightarrow[\frac{V_A}{V_B}=\frac{۲}{۳}]{\rho_A=\frac{۳}{۲}\rho_B}\frac{m_A}{m_B}=\frac{\frac{۳}{۲}\rho_B}{\rho_B}\times\frac{۲}{۳}\Rightarrow\frac{m_A}{m_B}=۱$$

(فیزیک ۲- جریان الکتریکی و مدارهای جریان مستقیم؛ صفحه‌های ۴۳ تا ۴۶)

@MrKonkori

شیمی ۱ و ۲

۷۱- **گزینهٔ «۳»** *(امیر حاتمیان)*

عبارت‌های (الف)، (ب) و (پ) نادرست هستند.

بررسی عبارت‌ها:

الف) اورانیم شناخته‌شده‌ترین فلز پرتوزایی است که یکی از ایزوتوپ‌های آن اغلب به عنوان سوخت در راکتورهای اتمی به کار می‌رود.

ب) غدهٔ تیروئید هنگام جذب یدید، یون حاوی $^{99}_{43}Tc$ را نیز جذب می‌کند.

پ) در میان عنصرهای سازندهٔ سیارهٔ مشتری، کربن پس از هلیم، بیشترین درصد فراوانی را دارد.

ت) طبق نظریهٔ مهبانگ ابتدا فلزهای سبک‌تر مانند لیتیم **(Li)** به وجود آمدند سپس فلزهای سنگین‌تر مانند آهن **(Fe)** به وجود آمدند.

ث) مرگ ستاره اغلب با یک انفجار بزرگ همراه است که سبب می‌شود عنصرهای تشکیل شده در آن در فضا پراکنده شوند.

(شیمی ۱- کیهان زادگاه الفبای هستی؛ صفحه‌های ۳ تا ۱۲)

۷۲- **گزینهٔ «۲»** *(امیرمحمد کنگرانی)*

در ابتدا فراوانی ایزوتوپ ^{52}A که سبک‌تر است را تعیین می‌کنیم:

$$\bar{M}=\frac{M_1F_1+M_2F_2}{F_1+F_2}\Rightarrow 53/2=\frac{(52\times x)+54(100-x)}{100}$$

$$\Rightarrow x=40\,\%$$

$$?\ \text{اتم}\ ^{52}A=75g\ A\times\frac{1amu\ A}{1/66\times10^{-24}g\ A}\times\frac{1\ \text{اتم}\ A}{53/2amu\ A}$$

$$\times\frac{40\ \text{اتم}\ ^{52}A}{100\ \text{اتم}\ A}\simeq 34\times10^{22}\ \text{اتم}\ ^{52}A$$

(شیمی ۱- کیهان زادگاه الفبای هستی؛ صفحه‌های ۱۳ تا ۱۹)

۷۳- **گزینهٔ «۴»** *(پیمان خوابوی‌مجد)*

$$\text{تعداد پیوند اشتراکی}=\frac{\text{بار + کمبود e تا رسیدن به گاز نجیب}}{2}$$

$$\Rightarrow 20=\frac{6\times4+5\times1+7\times2+\text{بار}}{2}\Rightarrow \text{بار}=-3$$

بار یون سیترات (-۳) و فرمول سدیم سیترات $Na_3C_6H_5O_7$ است.

$$4/3g\times\frac{1mol}{258g}\times\frac{21\times6/02\times10^{23}\ \text{اتم}}{1mol}\times\frac{1mol\ \text{اتم}}{6/02\times10^{23}\ \text{اتم}}$$

$$=0/35\ mol\ \text{اتم}$$

(شیمی ۱- ترکیبی؛ صفحه‌های ۱۶ تا ۱۹، ۹۱ و ۹۲)

۷۴- **گزینهٔ «۳»** *(امیرعلی بیات)*

با توجه به تعریف طول موج، فاصلهٔ میان ۲ قله یک موج را طول موج می‌نامند. با توجه به شکل $\frac{5}{4}\lambda$ این موج ۶۰۰ نانومتر می‌باشد:

$$\frac{5}{4}\lambda=600\Rightarrow\lambda=480nm$$

مطابق تعریف کتاب درسی امواج با طول موج ۴۰۰ تا ۷۰۰ نانومتر در دستهٔ امواج مرئی قرار می‌گیرند. اگر این فاصله ۱۰۰۰ نانومتر باشد، داریم:

$$\frac{5}{4}\lambda=1000\Rightarrow\lambda=800nm$$

و این موج در ناحیهٔ فروسرخ قرار خواهد گرفت. با توجه به طول موج نور داده شده (۴۸۰ نانومتر) می‌توان گفت انرژی آن از نور قرمز بیشتر و میزان انحراف آن در اثر برخورد با منشور بیشتر خواهد بود. طول موج پرتو گاما در حدود 10^{-3} نانومتر است.

(شیمی ۱- کیهان زادگاه الفبای هستی؛ صفحه‌های ۱۹ تا ۲۱)

۷۵- **گزینهٔ «۲»** *(امیرعلی بیات)*

در هر لایه از $l=0$ تا $l=n-1$ زیرلایه وجود دارد:

لایهٔ ۶ ام $\Rightarrow l=0,1,2,3,4,5$

$$4\times5+2=22e$$

حداکثر گنجایش لایهٔ ۴ ام $(2n^2)$، ۳۲ الکترون می‌باشد:

$$32-22=10$$

(شیمی ۱- کیهان زادگاه الفبای هستی؛ صفحه‌های ۲۷ تا ۳۲)

۷۶- **گزینهٔ «۲»** *(محمد عظیمیان‌زواره)*

فقط عبارت (پ) نادرست است.

بررسی عبارت‌ها:

الف) درست؛ عدد اتمی آهن **(Fe)** برابر ۲۶ و شمار عنصرهای ساختگی نیز ۲۶ عنصر می‌باشد.

ب) درست؛ فراوان‌ترین ایزوتوپ لیتیم، $^{7}_{3}Li$ و پایدارترین ایزوتوپ ساختگی هیدروژن، $^{5}_{1}H$ می‌باشد.

پ) نادرست؛ در یک نمونهٔ ۴۰۰ تایی از آن ۱۰۰ اتم آن را ایزوتوپ سنگین‌تر تشکیل می‌دهد: $400\times\frac{25}{100}=100$

ت) درست؛ مجموع n و l الکترون‌های ظرفیتی برای عنصرهای اصلی (دسته‌های s و p) با عدد اتمی زوج همواره زوج و برای عنصرهای با عدد اتمی فرد می‌تواند فرد یا زوج باشد.

ث) درست؛ در سومین لایهٔ اتم مس ۱۸ الکترون وجود دارد. شمار عنصرها در هر کدام از دوره‌های ۴ یا ۵ جدول دوره‌ای برابر ۱۸ می‌باشد.

(شیمی ۱- کیهان زادگاه الفبای هستی؛ صفحه‌های ۳، ۶، ۱۵، ۳۱، ۳۲ و ۳۳)

۷۷- **گزینهٔ «۲»** *(امیر حاتمیان)*

عبارت‌های (ب) و (ت) نادرست هستند.

بررسی عبارت‌ها:

الف) درست؛ فراوان‌ترین ترکیب گازی سازنده هوای پاک و خشک، کربن دی‌اکسید (CO_2) است که در ساختار لوویس آن، ۴ جفت الکترون پیوندی و ۸ الکترون ناپیوندی وجود دارد: $\ddot{\ddot{O}}=C=\ddot{\ddot{O}}$

@MrKonkori

ب) نادرست

SF_4 گوگرد تترافلوئورید $\Rightarrow \frac{\text{تعداد عنصرها}}{\text{تعداد اتم‌ها}} = \frac{2}{5}$

IF_5 ید پنتافلوئورید $\Rightarrow \frac{\text{تعداد اتم‌ها}}{\text{تعداد عنصرها}} = \frac{6}{2} = 3$

$\frac{\frac{2}{5}}{3} = \frac{2}{15}$

پ) درست؛ Ca_3N_2 کلسیم نیترید

$H-C\equiv N:$ $\quad :C\equiv O:$

$\frac{\text{جفت } e^- \text{ های پیوندی } HCN}{\text{جفت } e^- \text{ های پیوندی } CO} = \frac{4}{3}$

$\frac{\text{تعداد آنیون}}{\text{تعداد کاتیون}} = \frac{2}{3}$

$\frac{4}{3} = 2\times\frac{2}{3}$ ۲ برابر است

ت) نادرست؛ دی نیتروژن پنتا اکسید N_2O_5

$Fe_2O_3 \rightarrow 2Fe^{3+} + 3O^{2-}$

تعداد اتم‌ها $= 2+5 = 7$

تعداد یون‌ها $= 5$ یون

$7 \neq 5$

(شیمی ۱- ردپای گازها در زندگی؛ صفحه‌های ۵۳ تا ۵۶)

۷۸- **گزینهٔ «۴»** *(علی جعفری)*

موازنه واکنش (۱):

$MnO_2 + 4HCl \rightarrow MnCl_2 + Cl_2 + 2H_2O$

مجموع ضرایب مولی فراورده‌ها: $1+1+2 = 4$

موازنه واکنش (۲):

$2Mg + SiCl_4 \rightarrow 2MgCl_2 + Si$

مجموع ضرایب مولی فراورده‌ها: $2+1 = 3$

موازنه واکنش (۳):

$2NH_3 + F_2 \rightarrow N_2H_4 + 2HF$

مجموع ضرایب مولی فراورده‌ها: $2+1 = 3$

موازنه واکنش (۴):

$4NH_3 + 5O_2 \rightarrow 4NO + 6H_2O$

مجموع ضرایب مولی فراورده‌ها: $4+6 = 10$

(شیمی ۱- ردپای گازها در زندگی؛ صفحه‌های ۶۲ تا ۶۴)

۷۹- **گزینهٔ «۴»** *(محمد عظیمیان‌زواره)*

بررسی عبارت نادرست:

برای محاسبهٔ شمار مول الکترون‌های داد و ستد شده در تشکیل ۱ مول ترکیب یونی می‌توان مقدار بار کاتیون یا آنیون را در زیروند آن ضرب کرد:

$Fe_2O_3 \Rightarrow 3\times2 = 6\,mol\,e^-$

$Mg(NO_3)_2 \Rightarrow 2\times1 = 2\,mol\,e^-$

بررسی عبارت‌های درست:

۱) جرم مولی N_2، C_2H_4 و CO یکسان و برابر ۲۸ گرم بر مول می‌باشد.

۲)

۳) $C_2H_5OH + 3O_2 \rightarrow 2CO_2 + 3H_2O$

$CH_4 + 2O_2 \rightarrow CO_2 + 2H_2O$

$\frac{9}{6} = 1/5$

(شیمی ۱- ردپای گازها در زندگی؛ صفحه‌های ۵۶، ۵۸، ۶۵ و ۷۸)

۸۰- **گزینهٔ «۴»** *(امیرمسعود حسینی)*

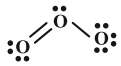
اوزون تروپوسفری از واکنش گاز NO_2 با اکسیژن در حضور نور خورشید مطابق واکنش زیر تولید می‌شود:

$NO_2(g) + O_2(g) \rightarrow NO(g) + O_3(g)$

ساختار لوویس فراورده‌های این واکنش به صورت زیر است و در ساختار لوویس NO، اتم N از قاعدهٔ هشت‌تایی پیروی نمی‌کند.

نیتروژن مونوکسید: $\cdot\ddot{N}=\ddot{O}:$

اوزون:



بررسی سایر گزینه‌ها:

۱) هوای شهرهای آلوده به دلیل حضور NO_2 به رنگ قهوه‌ای روشن دیده می‌شود.

۲) $\left[:\ddot{O}=\ddot{N}-\ddot{O}:\right]^- \Rightarrow \frac{\text{شمار الکترون‌های پیوندی}}{\text{شمار الکترون‌های ناپیوندی}} = \frac{6}{12}$

۳) مجموع ضرایب استوکیومتری واکنش‌دهنده‌ها و فراورده‌ها مساوی و برابر با ۲ است.

(شیمی ۱- ترکیبی؛ صفحه‌های ۴۰، ۴۱، ۵۵، ۵۶، ۶۲ تا ۶۴، ۷۵ و ۷۶)

۸۱- **گزینهٔ «۱»** *(محمدرضا پورجاوید)*

تعداد مولکول‌های موجود در ۱۴/۲ گرم P_4O_{10} برابر است با:

$14/2\,g\ P_4O_{10} \times \frac{1\,mol\ P_4O_{10}}{284\,g\ P_4O_{10}} \times \frac{6/02\times10^{23}\ \text{مولکول } P_4O_{10}}{1\,mol\ P_4O_{10}}$

$= 0/301\times10^{23} = 3/01\times10^{22}\ \text{مولکول } P_4O_{10}$

۲) مقدار اکسیژن مورد نیاز برای سوختن ۲۷ گرم گلوکز با توجه به واکنش انجام شده به صورت زیر تعیین می‌شود:

$C_6H_{12}O_6 + 6O_2 \rightarrow 6CO_2 + 6H_2O$

$27\,g\ C_6H_{12}O_6 \times \frac{1\,mol\ C_6H_{12}O_6}{180\,g\ C_6H_{12}O_6} \times \frac{6\,mol\ O_2}{1\,mol\ C_6H_{12}O_6}$

$\times \frac{32\,g\ O_2}{1\,mol\ O_2} = 28/8\,g\ O_2$

@MrKonkori

۳) چگالی گاز SO_3 در شرایط STP به صورت زیر به دست می‌آید:

$$\text{چگالی} = \frac{\text{جرم مولی}}{\text{حجم مولی}} = \frac{۸۰\frac{g}{mol}}{۲۲/۴\frac{L}{mol}} \simeq ۳/۵۷ \simeq ۳/۶ g.L^{-۱}$$

۴) با توجه به نسبت مستقیم حجم گاز با دمای آن برحسب کلوین می‌توان گفت:

$$\frac{V_۲}{V_۱} = \frac{T_۲}{T_۱} \Rightarrow \frac{۱۰۷+۲۷۳}{۶۷+۲۷۳} = \frac{۱۹}{۱۷}$$

$$\text{درصد تغییرات} = \frac{\Delta V}{V_۱} \times ۱۰۰ = \frac{V_۲ - V_۱}{V_۱} \times ۱۰۰$$

$$\frac{\frac{۱۹}{۱۷}V_۱ - V_۱}{V_۱} \times ۱۰۰ \simeq ٪۱۱/۷۶ \simeq ٪۱۲$$

(شیمی ۱- ترکیبی؛ صفحه‌های ۱۶ تا ۱۹ و ۷۷ تا ۸۱)

۸۲- **گزینهٔ «۲»** *(یاسر راش)*

غلظت ppm یون نیترات در هر کدام از نمونه‌های آب را حساب می‌کنیم:

$$(\text{ppm} = \frac{\text{جرم حل‌شونده}}{\text{جرم محلول}} \times ۱۰^۶)$$

نمونهٔ «۱»: غیرمجاز $\text{ppm} = \frac{۴\times۱۰^{-۴}\times۶۲}{۲۵۰}\times۱۰^۶ = ۹۹/۲ \Rightarrow$

نمونهٔ «۲»: مجاز $\text{ppm} = \frac{۴\times۱۰^{-۴}\times۶۲}{۵۰۰}\times۱۰^۶ = ۴۹/۶ \Rightarrow$

نمونهٔ «۳»: غیرمجاز $\text{ppm} = \frac{۳\times۱۰^{-۴}\times۶۲}{۲۵۰}\times۱۰^۶ = ۷۴/۴ \Rightarrow$

نمونهٔ «۴»: مجاز $\text{ppm} = \frac{۵\times۱۰^{-۴}\times۶۲}{۷۵۰}\times۱۰^۶ \simeq ۴۱/۳ \Rightarrow$

(شیمی ۱- آب، آهنگ زندگی؛ صفحه‌های ۹۴ و ۹۵)

۸۳- **گزینهٔ «۳»** *(محمدرضا پورجاوید)*

ابتدا لازم است انحلال‌پذیری نمک AB را در دمای $۲۰^\circ C$ به دست آوریم.

مقدار رسوب حاصل از سرد کردن محلول تا دمای $۲۰^\circ C$ برابر است با:

$$۰/۲ mol\ AB \times \frac{۲۵۰ g\ AB}{۱ mol\ AB} = ۵۰ g\ AB$$

اگر انحلال‌پذیری نمک AB در دماهای $۶۵^\circ C$ و $۲۰^\circ C$ به ترتیب برابر با ۹۰ گرم و X گرم باشد، می‌توان گفت:

جرم محلول سیرشدهٔ AB در $۱۰۰ g$ آب در $۶۵^\circ C$

$= ۹۰+۱۰۰ = ۱۹۰$ گرم

جرم محلول سیرشدهٔ AB در $۱۰۰ g$ آب در $۲۰^\circ C$

$= x+۱۰۰$ گرم

جرم رسوب $= ۱۹۰-(۱۰۰+x) = ۹۰-x$

به این ترتیب با سرد کردن $۱۹۰ g$ محلول سیرشده از دمای $۶۵^\circ C$ تا $۲۰^\circ C$، مقدار رسوب حاصل $۹۰-x$ گرم خواهد بود. از آنجا که در صورت سوال به ۷۶۰ گرم محلول سیرشده در دمای $۶۵^\circ C$ اشاره شده است (که با سرد کردن آن $۵۰ g$ رسوب حاصل شده است) می‌توان گفت:

محلول سیرشده	رسوب
$۱۹۰ g$	$۹۰-x$
۷۶۰	۵۰

$$\Rightarrow ۹۵۰۰ = ۶۸۴۰۰ - ۷۶۰x \Rightarrow ۷۶۰x = ۵۸۹۰۰ \Rightarrow x = ۷۷/۵ g$$

از آنجا که این مقدار نمک در ۱۰۰ گرم حلال وجود دارد، درصد جرمی محلول سیرشده در دمای $۲۰^\circ C$ برابر خواهد بود با:

$$\text{درصد جرمی} = \frac{\text{جرم نمک}}{\text{جرم محلول}} \times ۱۰۰ = \frac{۷۷/۵}{۱۰۰+۷۷/۵} \times ۱۰۰$$

$$\simeq ۴۳/۷ \simeq ٪۴۴$$

(شیمی ۱- آب، آهنگ زندگی؛ صفحه‌های ۹۶، ۹۷ و ۱۰۰ تا ۱۰۳)

۸۴- **گزینهٔ «۳»** *(حمید زیبی)*

آ) درست

ب) نادرست؛ از جمله روش‌های فیزیکی است.

پ) درست

ت) درست؛ در بین ترکیب‌های هیدروژن‌دار عناصر گروه ۱۷ بیشترین نقطهٔ جوش و کمترین جرم مولی مربوط به HF است.

(شیمی ۱- آب، آهنگ زندگی؛ صفحه‌های ۹۷، ۱۰۳، ۱۰۴، ۱۰۷ و ۱۲۱)

۸۵- **گزینهٔ «۳»** *(سعید تیزرو)*

تنها عبارت اول نادرست است.

بررسی عبارت‌ها:

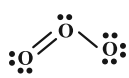
عبارت اول: نقطه جوش آب، اتانول و استون، مطابق کتاب درسی به ترتیب برابر ۱۰۰، ۷۸ و ۵۶ درجهٔ سانتی‌گراد می‌باشد. در نتیجه اختلاف نقطه جوش آب و اتانول برابر اختلاف نقطه جوش اتانول و استون است.

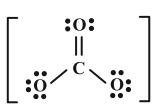
عبارت دوم:

واکنش سوختن استون $(C_۳H_۶O)$: $C_۳H_۶O + ۴O_۲ \rightarrow ۳CO_۲ + ۳H_۲O$

واکنش سوختن اتانول $(C_۲H_۶O)$: $C_۲H_۶O + ۳O_۲ \rightarrow ۲CO_۲ + ۳H_۲O$

عبارت سوم:

مولکول اوزون:  $\frac{\text{جفت الکترون‌های پیوندی}}{\text{جفت الکترون‌های ناپیوندی}} = \frac{۳}{۶} = \frac{۱}{۲}$

یون کربنات:  $\frac{\text{جفت الکترون‌های پیوندی}}{\text{جفت الکترون‌های ناپیوندی}} = \frac{۴}{۸} = \frac{۱}{۲}$

@MrKonkori

عبارت چهارم:

$$^{31}_{15}X^{3-}\begin{cases}15p^+\\18e^-\\16n\end{cases}$$

مجموع ذرات زیراتمی: $15+18+16=49$

عنصر ^{49}X سومین عنصر اصلی دورهٔ پنجم محسوب می‌شود.

عبارت پنجم:

$$20g\ NaOH\times\frac{1mol\ NaOH}{40g\ NaOH}\times\frac{3N_A\ \text{اتم}}{1mol\ NaOH}=1/5N_A\ \text{اتم}$$

$$0/5mol\ ScAs\times\frac{2N_A\ \text{یون}}{1mol\ ScAs}=1N_A\ \text{یون}$$

(شیمی ۱- ترکیبی؛ صفحه‌های ۵، ۱۶ تا ۱۹، ۵۵ تا ۵۷ و ۱۰۷)

۸۶- **گزینهٔ «۴»** *(حسین شاهسواری)*

a، b و c به ترتیب فلزهای پتاسیم، لیتیم و سدیم را نشان می‌دهند.

همهٔ موارد نادرست هستند.

بررسی موارد نادرست:

مورد اول: ^3Li به ^2He می‌رسد که آرایش دوتایی دارد.

مورد دوم: سومین فلز قلیایی خاکی با پتاسیم هم‌دوره است.

مورد سوم: در طیف نشری خطی لیتیم رنگ زرد دیده می‌شود اما در طیف نشری خطی هیدروژن رنگ زرد نیست.

مورد چهارم: فلز با شعاع اتمی بیشتر، انرژی بیشتر و طول موج کمتری آزاد می‌کند.

(شیمی ۲- قدر هدایای زمینی را بدانیم؛ صفحهٔ ۱۲)

(شیمی ۱- کیهان زادگاه الفبای هستی؛ صفحه‌های ۱۹ و ۲۰)

۸۷- **گزینهٔ «۳»** *(امیرمسعود حسینی)*

موارد (آ) و (ت) نادرست‌اند.

از واکنش Al با Fe_2O_3 در واکنش ترمیت برای جوش دادن خطوط راه‌آهن استفاده می‌شود:

$$2Al(s)+Fe_2O_3(s)\rightarrow Al_2O_3(s)+2Fe(l)$$

بررسی موارد:

آ) نادرست؛ محلول کاتیون یک فلز را باید در ظرفی از جنس فلز غیرفعال‌تر نگهداری کرد و از آنجا که واکنش‌پذیری Fe از Cu بیشتر است، نمی‌توان از ظرف آهنی برای نگهداری محلول مس (II) سولفات استفاده کرد.

ب) درست؛ آهن (III) اکسید (Fe_2O_3) به عنوان رنگ قرمز در نقاشی به کار می‌رود.

پ) درست؛ آهن تولید شده در واکنش ترمیت به حالت مذاب بوده و حالت فیزیکی متفاوتی نسبت به سایر مواد شرکت کننده در این واکنش دارد و با توجه به معادلهٔ موازنه شده، ضریب استوکیومتری آن با ضریب استوکیومتری Al یکسان است.

ت) نادرست؛ با توجه به نمودار تغییر شعاع اتمی در دورهٔ سوم جدول دوره‌ای (صفحهٔ ۱۳ کتاب درسی)، ^{13}Al و ^{14}Si بیشترین اختلاف شعاع اتمی را در بین دو عنصر متوالی دارند.

(شیمی ۲- قدر هدایای زمینی را بدانیم؛ صفحه‌های ۱۳، ۲۰، ۲۱، ۲۴ و ۲۵)

۸۸- **گزینهٔ «۲»** *(سعید تیزرو)*

واکنش‌های موازنه شده:

$$2NaHCO_3\rightarrow Na_2CO_3+CO_2+H_2O$$

$$Na_2CO_3+2HCl\rightarrow 2NaCl+CO_2+H_2O$$

درصد تجزیه شدن $=x$

$$25/2g\ NaHCO_3\times\frac{x}{100}\times\frac{1mol\ NaHCO_3}{84g\ NaHCO_3}$$

$$\times\frac{2mol\ NaCl}{2mol\ NaHCO_3}\times\frac{58/5g\ NaCl}{1mol\ NaCl}=11/7g\ NaCl$$

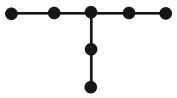
$$\Rightarrow x\simeq 67\ \%$$

(شیمی ۲- قدر هدایای زمینی را بدانیم؛ صفحه‌های ۲۲ تا ۲۵)

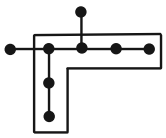
۸۹- **گزینهٔ «۳»** *(محمد عظیمیان‌زواره)*

بررسی عبارت‌ها:

الف) درست؛ ساده‌ترین آلکان دارای یک شاخهٔ فرعی اتیل همپار هپتان (C_7H_{16}) می‌باشد. جرم مولی C_7H_{16} با جرم مولی C_2F_4 یکسان و برابر ۱۰۰ گرم بر مول است.



۳- اتیل پنتان (اتیل پنتان)



ب) نادرست؛

نام درست آن ۳، ۴- دی متیل هگزان می‌باشد.

پ) درست، مثل نفت سنگین کشورهای عربی

ت) درست؛ فرمول تقریبی وازلین $C_{25}H_{52}$ و عدد اتمی پنجمین عنصر واسطه (Mn) برابر ۲۵ می‌باشد.

ث) نادرست؛ بازده درصدی این واکنش برابر ۱۰۰٪ می‌باشد.

$$CaCO_3(s)\rightarrow CaO(s)+CO_2(g)$$

$$?L\ CO_2=0/2mol\ CaCO_3\times\frac{1mol\ CO_2}{1mol\ CaCO_3}$$

$$\times\frac{22/4L\ CO_2}{1mol\ CO_2}=4/48L\ CO_2$$

(شیمی ۲- قدر هدایای زمینی را بدانیم؛ صفحه‌های ۲۲، ۲۳، ۳۶، ۳۹، ۴۰ و ۴۵)

۹۰- **گزینهٔ «۴»** *(پیمان خواجوی‌مجد)*

ترکیب $C_{25}H_{40}$ دوازده هیدروژن از آلکان هم‌کربن خود کمتر دارد. پس مجموع پیوندهای دوگانه و حلقهٔ آن برابر شش است.

$$8/96L\ H_2\times\frac{1mol\ H_2}{22/4L\ H_2}=0/4mol\ H_2$$

@MrKonkori

۰/۲ مول از این ترکیب با ۰/۴ مول H_2 واکنش داده پس در مجموع ۲ پیوند دوگانه در ساختار آن وجود دارد. بر این اساس ۴ حلقه در ساختار این ترکیب وجود دارد.

(شیمی ۲- قدر هدایای زمینی را بدانیم؛ صفحه‌های ۴۰ تا ۴۳)

۹۱- **گزینهٔ «۴»** *(یاسر راش)*

بررسی همهٔ عبارت‌ها:

عبارت اول: ملاک دسته‌بندی نفت خام به دو دستهٔ سبک و سنگین، میزان اندازهٔ هیدروکربن‌های موجود در آن‌ها یا به عبارتی دیگر میزان چگالی و گرانروی و مقدار نفت کوره آن‌ها است.

عبارت دوم: در میان اجزای سازندهٔ نفت برنت دریای شمال (و به‌طور کلی همهٔ انواع نفت خام)، بیشترین درصد مربوط به نفت کوره است.

عبارت سوم: کلسیم اکسید (CaO) ترکیبی است که از آن برای به دام انداختن گاز SO_2 خارج شده از نیروگاه‌ها استفاده می‌شود.

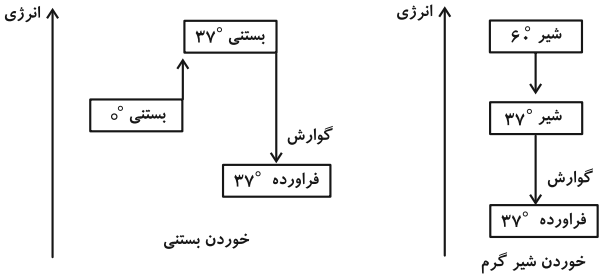
عبارت چهارم: گریس (با فرمول تقریبی $C_{18}H_{38}$)، نوعی آلکان و ترکیبی سیرشده است. از آلکان‌ها می‌توان به عنوان یک پوشش برای فلزهای واکنش‌پذیر مثل آهن استفاده کرد تا آن‌ها را از خطر خوردگی و زنگ زدن درامان نگه داشت.

عبارت پنجم: دقیقاً! توانایی اتم کربن در تشکیل پیوندهای مختلف، سبب تشکیل ترکیب‌های آلی بی‌شماری شده است.

(شیمی ۲- قدر هدایای زمینی را بدانیم؛ صفحه‌های ۴۴ تا ۴۷)

۹۲- **گزینهٔ «۳»** *(امیرعلی بیات)*

نمودار هر یک از این فرایندها به شکل زیر است:



در هر دو فرایند، گوارش گرماده است و سطح انرژی فراورده‌ها از مواد اولیه کمتر است. این فرایند به صورت هم‌دما می‌باشد. (در دمای ثابت)

(شیمی ۲- در پی غذای سالم؛ صفحه‌های ۶۱، ۶۵ و ۶۶)

۹۳- **گزینهٔ «۲»** *(امیر حاتمیان)*

با توجه به فرمول ساختاری اتان، پروپان و بوتان می‌توان دریافت که تفاوت ساختاری این ۳ آلکان در یک یا چند گروه $-CH_2-$ می‌باشد. پس اگر آنتالپی سوختن اتان را از آنتالپی سوختن پروپان کم کنیم، آنتالپی سوختن گروه $(-CH_2-)$ به دست می‌آید.

$$\underset{\text{اتان}}{C_2H_6} \xrightarrow{+CH_2} \underset{\text{پروپان}}{C_3H_8} \xrightarrow{+CH_2} \underset{\text{بوتان}}{C_4H_{10}}$$

تفاوت آنتالپی سوختن پروپان و اتان $= -2200-(-1560) = -640\,kJ$

$$\Delta H_{\text{سوختن بوتان}} = \Delta H_{\text{سوختن پروپان}} + \Delta H_{(-CH_2-)}$$

$$= -2200+(-640) = -2840\,\frac{kJ}{mol}$$

مقدار گرمای سوختن به ازای ۲g بوتان

$$= 2g\ \text{بوتان} \times \frac{|-2840\,kJ|}{58g\ \text{بوتان}} \simeq 98\,kJ$$

$$\left.\begin{array}{l} \text{جرم آب } m = ?\,kg \\ c_{\text{ویژهٔ آب}} = 4/2\,\frac{J}{g.^\circ C} \\ \Delta\theta = 7^\circ C \end{array}\right\}$$

$$Q = mc_{\text{ویژه}}\Delta\theta \Rightarrow 98 = m\times 4/2\times 7 \Rightarrow m \simeq 3/3\,kg$$

(شیمی ۲- در پی غذای سالم؛ صفحه‌های ۷۳ و ۷۴)

۹۴- **گزینهٔ «۱»** *(سعید تیزرو)*

ابتدا آنتالپی واکنش زیر را به کمک قانون هس محاسبه می‌کنیم:

$$CS_2 + 3O_2 \rightarrow CO_2 + 2SO_2$$

I) $C + O_2 \rightarrow CO_2$: بدون تغییر

$$\Delta H = -393/5\,\frac{kJ}{mol}$$

II) $2S + 2O_2 \rightarrow 2SO_2$: ضربدر ۲

$$\Delta H = -296/8\times 2 = -593/6\,\frac{kJ}{mol}$$

III) $CS_2 \rightarrow C + 2S$: وارونه

$$\Delta H = -(87/9) = -87/9\,\frac{kJ}{mol}$$

$$\Delta H = (-393/5)+(-593/6)+(-87/9) = -1075\,\frac{kJ}{mol}$$

پس گرمای آزاد شده به ازای ۶/۷۲ لیتر گاز در شرایط STP را محاسبه می‌کنیم:

$$6/72\,L\ gas \times \frac{1\,mol\ gas}{22/4\,L\ gas} \times \frac{1075\,kJ}{3\,mol\ gas} = 107/5\,kJ$$

در نهایت جرم گاز هیدروژن تولید شده را به ازای آزاد شدن ۱۰۷/۵kJ گرما تعیین می‌کنیم:

$$107/5\,kJ \times \frac{1\,mol\ H_2}{65\,kJ} \times \frac{2g\ H_2}{1\,mol\ H_2} = 3/3\,g\ H_2$$

(شیمی ۲- در پی غذای سالم؛ صفحه‌های ۷۴ تا ۷۷)

۹۵- **گزینهٔ «۱»** *(امیرعلی بیات)*

با توجه به نمودارها می‌توان تشخیص داد که سرعت واکنش در نمودارهای A و C به ترتیب افزایش و کاهش یافته است.

- افزایش سرعت واکنش: استفاده از کاتالیزگر- استفاده از تکه‌های کوچک‌تر مواد جامد- غلیظ‌تر کردن محلول- گرم کردن محلول

@MrKonkori

- کاهش سرعت واکنش: استفاده از بازدارنده- استفاده از تکه‌های بزرگ‌تر مواد جامد- رقیق‌تر کردن محلول- سرد کردن محلول

(شیمی ۲- در پی غذای سالم: صفحه‌های ۸۰ تا ۸۵، ۸۷ و ۸۹)

۹۶- **گزینهٔ «۱»** *(امیرمحمد کنکرانی)*

$$2ZnS(s)+3O_2(g)\rightarrow 2ZnO(s)+2SO_2(g)$$

به ازای مصرف ۲ مول روی سولفید $(2\times 97=194g)$؛ ۲ مول روی اکسید $(2\times 81=162g)$ تولید می‌شود، جرم نمونهٔ جامد به مقدار ۳۲ گرم $(32=194-162)$ کاهش می‌یابد. با استفاده از کاهش ۱/۶ گرمی نمونهٔ جامد که گفته شده است می‌توان مول روی سولفید مصرفی را محاسبه کرد:

$$?mol\ ZnS=1/6g\ \text{کاهش جرم}\times\frac{2mol\ ZnS}{32g\ \text{کاهش جرم}}$$

$$=0/1mol\ ZnS$$

$$\bar{R}_{\text{واکنش}}=\frac{\bar{R}_{ZnS}}{2}\Rightarrow \bar{R}_{ZnS}=2\times 0/05=0/1mol.min^{-1}$$

$$\bar{R}_{ZnS}=\frac{-\Delta nZnS}{\Delta t}\Rightarrow 0/1mol.min^{-1}=\frac{-(-0/1)mol}{\Delta t(min)}$$

$$\Rightarrow \Delta t=1min$$

$$\Delta t=1min\times\frac{60s}{1min}=60s$$

(شیمی ۲- در پی غذای سالم: صفحه‌های ۸۸ تا ۹۰)

۹۷- **گزینهٔ «۳»** *(امیرعلی بیات)*

ابتدا تغییرات مول را در هر بازهٔ زمانی می‌نویسیم:

$$3/1\rightarrow 2/5\rightarrow 1/9\rightarrow 1/3\rightarrow ?\rightarrow ?$$

در اینجا نرخ تغییرات عددی ثابت و برابر ۰/۶ می‌باشد:

$$?=1/3-0/6=0/7\Rightarrow 9/2+0/7=9/9$$

(شیمی ۲- در پی غذای سالم: صفحه‌های ۸۸ تا ۹۳)

۹۸- **گزینهٔ «۴»** *(امیر حاتمیان)*

فرمول مولکولی عمومی کربوکسیلیک اسیدها به صورت $C_nH_{2n}O_2$ است و ابتدا باید فرمول این کربوکسیلیک اسید را بیابیم:

$$\text{تعداد پیوند اشتراکی}=\frac{(\text{تعداد O}\times 1+\text{تعداد H}\times 4+\text{تعداد C})\times 2}{2}$$

$$14=\frac{4n+2n+2\times 2}{2}\Rightarrow 28=6n+4\Rightarrow n=\frac{24}{6}=4$$

کربوکسیلیک اسید مورد نظر بوتانوئیک اسید $(C_4H_8O_2)$ بوده و الان کافی است واکنش استری شدن را بنویسیم؛ $\text{بازده}=80\%$

$$\underset{22g}{\text{بوتانوئیک اسید }C_4H_8O_2}+\text{اتانول }C_2H_5OH\Rightarrow \underset{?\ g}{\text{اتیل بوتانوآت }C_6H_{12}O_2}+\text{آب }H_2O$$

$$?g\ C_6H_{12}O_2=22g\ C_4H_8O_2\times\frac{80}{100}\times\frac{1mol\ C_4H_8O_2}{88g\ C_4H_8O_2}$$

$$\times\frac{1mol\ C_6H_{12}O_2}{1mol\ C_4H_8O_2}\times\frac{116g\ C_6H_{12}O_2}{1mol\ C_6H_{12}O_2}=23/2g$$

اتیل بوتانوآت در ساختار آناناس وجود دارد.

(شیمی ۲- ترکیبی: صفحه‌های ۲۲ تا ۲۵، ۱۱۱ و ۱۱۵)

۹۹- **گزینهٔ «۳»** *(محسن مجنونی)*

موارد (ب) و (پ) صحیح‌اند.

بررسی عبارت‌ها:

الف) کولار یک پلی‌آمید است.

ب) فراوردهٔ این واکنش اتیل هپتانوات است که از آن برای تولید شوینده با بوی انگور استفاده می‌کنند.

پ) با توجه به با هم بیندیشیم صفحهٔ ۱۱۲ کتاب پایهٔ یازدهم این مورد صحیح است.

ت) با توجه به صفحات ۱۱۳ و ۱۱۴ کتاب درسی پایهٔ یازدهم کلم و کاهو منبع ویتامین K و پسته و بادام منبع ویتامین D می‌باشند.

(شیمی ۲- پوشاک، نیازی پایان‌ناپذیر: صفحه‌های ۱۱۲، ۱۱۳، ۱۱۵ و ۱۱۷)

۱۰۰- **گزینهٔ «۳»** *(حسین شاهسواری)*

اگر نسبت مولی کاتالیزگر Al به کاتالیزگر Ti برابر ۰/۵ باشد، پلی‌اتن تولید شده کم‌ترین جرم مولی میانگین را خواهد داشت. (دقت کنید سؤال نسبت مولی کاتالیزگر Ti به کاتالیزگر Al را برابر ۲ داده که کاملا درست می‌باشد.

$$\frac{molAl}{molTi}=0/5\Rightarrow\frac{molTi}{molAl}=2$$

بررسی گزینه‌های نادرست:

گزینهٔ «۱»: پلی‌اتن‌ها به دو دسته سبک با چگالی $0/92g.cm^{-3}$ و سنگین با چگالی $0/97g.cm^{-3}$ تقسیم می‌شوند که متفاوت هستند.

گزینهٔ «۲»: در واکنش پلیمری شدن گاز اتن نسبت مولی (نه نسبت جرمی) حائز اهمیت است.

گزینهٔ «۴»: اگر نسبت مولی کاتالیزگر Al به کاتالیزگر Ti برابر با ۸ باشد، جرم مولی میانگین پلی‌اتن تولید شده بین $272000g.mol^{-1}$ و $292000g.mol^{-1}$ و نزدیک به $292000g.mol^{-1}$ خواهد بود.

(شیمی ۲- پوشاک، نیازی پایان‌ناپذیر: صفحهٔ ۱۲۳)

@MrKonkori

بنیاد علمی آموزشی قلم‌چی

دفترچه پاسخ

آزمون هوش و استعداد

(دورهٔ دوم)

۲۸ دی

تعداد کل سؤالات آزمون: ۲۰
زمان پاسخ‌گویی: ۳۰ دقیقه

گروه فنی تولید

مسئول آزمون	حمید لنجان‌زاده اصفهانی
ویراستار	فاطمه راسخ، حمیدرضا رحیم خانلو
مدیر گروه مستندسازی	محیا اصغری
مسئول درس مستندسازی	علیرضا همایون‌خواه
ویراستار مستندسازی	سیدمحمّدرضا مهدوی
طراحان	حمید اصفهانی، فاطمه راسخ، حمید گنجی، فرزاد شیرمحمدلی
حروف‌چینی و صفحه‌آرایی	معصومه روحانیان
ناظر چاپ	حمید عباسی

@MrKonkori

استعدادتحلیلی

۲۵۱- گزینهٔ «۱» *(حمید اصفهانی)*

متن صورت سؤال اعتقاد دارد بخش عمده‌ای از خلّاقیّت انسان در دوران ابتدایی زندگی او شکل می‌گیرد و این یعنی خلّاقیّت از نظر نویسنده امری اکتسابی است، به ویژه این که از این موضوع نتیجه می‌گیرد توجّه به تفاوت‌های فردی دانش‌آموزان در اداره‌ی کلاس درس اهمّیّت ویژه‌ای دارد.
دقّت کنید عبارت گزینهٔ «۳» هم عبارتِ درستی است. ولی «فرضِ بدیهی» متن نیست.

(هوش کلامی)

۲۵۲- گزینهٔ «۳» *(حمید اصفهانی)*

نویسنده بند دوم متن را در ادامه‌ی تبیین نقش الگوی معلّم بیان کرده است، که آموزش غیرمستقیم است در برابرِ آموزشِ مستقیم.

(هوش کلامی)

۲۵۳- گزینهٔ «۳» *(حمید اصفهانی)*

عبارت گزینهٔ پاسخ اعتقاد دارد رفتارِ خشونت‌آمیز دستهٔ اوّل کودکان، از میل به تقلید از بزرگسالان ناشی می‌شود که عاملی تأثیرگذار در آزمایش است و لزوماً مفهوم تأثیرپذیری ندارد.

(هوش کلامی)

۲۵۴- گزینهٔ «۲» *(حمید اصفهانی)*

واژه‌ی «پیش: قبل» در خطّ دوم متن به اشتباه «بیش: بیشتر» نوشته شده است.

(هوش کلامی)

۲۵۵- گزینهٔ «۱» *(حمید اصفهانی)*

نگاه صوفیان به خداوند تا پیش از رابعه خشک و از ترس و اندوه بوده است و رابعه از این «بکائیان: گریه‌کنندگان» دور است.

(هوش کلامی)

۲۵۶- گزینهٔ «۳» *(حمید اصفهانی)*

وجه تمایز نگاه رابعه به زهد و رابطه‌ی انسان با خداوند، نگاه عاشقانه‌ی اوست و این که باید از حبّ بهشت و ترس از دوزخ دوری کرد. حافظ در بیت پاسخ، نه دنیی و نه عقبی را پاسخگوی نیازهای خود نمی‌داند و در برداشت عرفانی، می‌توانیم این را طلب یار از یار بدانیم، نه طلب چیزی دیگر از یار.

(هوش کلامی)

۲۵۷- گزینهٔ «۲» *(کتاب استعدادتحلیلی هوش کلامی، بر اساس کنکور دکتری سال ۱۳۹۳)*

نبود نام پدر امیر و مریم در مستندات سال ۱۳۲۰ بیمارستان، به این معنا نیست که او در سال ۱۳۱۸ متولّد شده است. به شرطی می‌توان از نبودن نام پدر امیر و مریم در مستندات سال ۱۳۲۰ بیمارستان به متولّد سال ۱۳۱۸ بودن او رسید که او حتماً در یکی از این دو سال متولّد شده باشد.

(هوش کلامی)

۲۵۸- گزینهٔ «۲» *(فرزاد شیرممدلی)*

کافی بود فقط به یکان‌ها توجّه کنید، ولی مجموع اعداد، ۱۹۲۴ است:

[م = ۴۰] + [ر = ۲۰۰] + [غ = ۱۰۰۰] + [س = ۶۰] + [ح = ۸] + [ر = ۲۰۰] + [ن = ۵۰] + [ا = ۱] + [ل = ۳۰] + [ه = ۵] + [س = ۶۰] + [ر = ۲۰۰] + [ک = ۲۰] + [ن = ۵۰]

(هوش منطقی و ریاضی)

۲۵۹- گزینهٔ «۴» *(فرزاد شیرممدلی)*

حمل: ۷۸ [ح = ۸] + [م = ۴۰] + [ل = ۳۰]

اسد: ۶۵ [ا = ۱] + [س = ۶۰] + [د = ۴]

جدی: ۱۷ [ج = ۳] + [د = ۴] + [ی = ۱۰]

(هوش منطقی و ریاضی)

۲۶۰- گزینهٔ «۴» *(حمید کنبی)*

واژه‌ی «پوک» مدّنظر است:

[پ = ۲] + [و = ۶] + [ک = ۲۰]

(هوش منطقی و ریاضی)

۲۶۱- گزینهٔ «۱» *(فرزاد شیرممدلی)*

واژه‌ی «تولد» ساخته می‌شود که معنای «به‌دنیا آمدن» دارد.

(هوش منطقی و ریاضی)

۲۶۲- گزینهٔ «۲» *(فرزاد شیرممدلی)*

واژه‌ی «عنابی» مدّنظر است.

(هوش منطقی و ریاضی)

@MrKonkori

۲۶۳- گزینهٔ «۳» *(فاطمه راسخ)*

کار باقی مانده، به اندازهٔ سه ساعت کار با ظرفیتِ پنجاه درصدِ هشت گرمکن است و توان ما پنج گرمکن با ظرفیتِ پنجاه درصد و دو گرمکن با ظرفیت هفتادوپنج درصد است. اگر توان هر گرمکن $\square$ باشد، داریم:

$$۳\times\frac{۱}{۲}\square\times۸=x\times((۵\times\frac{۱}{۲}\square)+(۲\times\frac{۳}{۴}\square))$$

$$\Rightarrow ۱۲\square=x\times۴\square\Rightarrow x=۳$$

(هوش منطقی و ریاضی)

۲۶۴- گزینهٔ «۲» *(حمید کنبی)*

$$a*b=(a-b)^{(|a-b|)}$$

پس:

$$۸*۶=۲^{۲}=۴$$

(هوش منطقی و ریاضی)

۲۶۵- گزینهٔ «۳» *(خرزاد شیرمحمدلی)*

عدد روی هر شکل، تعداد چندضلعی‌های مجاورِ آن را نشان می‌دهد. «مجاور» به این معنا که همه یا بخشی از ضلع با همه یا بخشی از ضلعی از چندضلعیِ دیگر و یا رأسی از آن با رأس چندضلعی دیگری در تماس باشد.

(هوش منطقی و ریاضی)

۲۶۶- گزینهٔ «۴» *(فاطمه راسخ)*

الگوی صورت سؤال نُه مربع چهار در چهار دارد که در سه ردیف و سه ستون آمده‌اند و از بالا به پایین، هر مربع کوچک، در هر انتقال ۹۰° ساعتگرد جابه‌جا می‌شود.

(هوش غیرکلامی)

۲۶۷- گزینهٔ «۱» *(فاطمه راسخ)*

اگر شکل به‌جای پر شمال غربی رسم می‌شد، الگوی جایگزینی سه خطِ ← → — در همهٔ پرها درست می‌بود.

(هوش غیرکلامی)

۲۶۸- گزینهٔ «۴» *(فاطمه راسخ)*

اگر تعداد بخش‌های رنگیِ شکل زوج باشد، از «الف» و اگر فرد باشد، از «ب» استفاده شده است. همچنین هم‌سو بودنِ شبه دایره‌های نُت‌ها با «د» و هم‌سو نبودنِ آن‌ها با «ج» نشان داده شده است.

(هوش غیرکلامی)

۲۶۹- گزینهٔ «۱» *(فاطمه راسخ)*

وجه‌های روبه‌روی هم با حذف مربع‌های داده‌شده:

الف) ۳ و ۸ / ۴ و ۶ / ۵ و ۷

ب) ۳ و ۸ / ۴ و ۶ / ۲ و ۵

ج) ۳ و ۸ / ۴ و (۶-۱) / ۵ و ؟

د) ۳ و ؟ / ۴ و (۶-۱) / ۵ و ۷

(هوش غیرکلامی)

۲۷۰- گزینهٔ «۳» *(حمید اصفهانی)*

از دید شخص درون تابلو، نوار از «بالا چپ» به «پایین راست» می‌رود. در «بالا چپ» پشت ستون است و در «پایین راست» جلوی ستون.

(هوش غیرکلامی)

@MrKonkori