دفترچه پاسخ

آزمون ۲۰مهر ماه ۱۴۰۳

اختصاصی دوازدهم ریاضی

بنیاد علمی آموزشی قلم‌چی (وقف عام)

	نام درس	نام طراحان
اختصاصی	حسابان ۲	بهمن امیدی-دانیال آرکیش-علی آزاد-سهیل تقی‌زاده-محمدهادی جلالی-داود حسین‌پور-عادل حسینی-بهرام حلاج سجاد داوطلب-ستار زواری-حامد قاسمیان-حامد معنوی-میلاد منصوری-جهانبخش نیکنام
	هندسه	امیرحسین ابومحبوب-اسحاق اسفندیار-جواد ترکمن-سیدمحمدرضا حسینی‌فرد-افشین خاصه‌خان-کیوان دارابی-سوگند روشنی علیرضا شریف‌خطیبی-سیامک شهبازی‌زاده-هومن عقیلی-احمدرضا فلاح-مهرداد ملوندی-نیما مهندس
	ریاضیات گسسته	امیرحسین ابومحبوب-افشین خاصه‌خان-کیوان دارابی-مصطفی دیداری-سوگند روشنی
	فیزیک	مهران اسماعیلی-حسین الهی-بهزاد آزادفر-زهره آقامحمدی-علی برزگر-علیرضا جباری-مهدی حاجی‌زاده-ویدا حیدری محسن سلماسی‌وند-محمدرضا سهرابی‌فرد-معصومه شریعت‌ناصری-مهدی شریفی-نگار صفری-متین فرخی-ادریس محمدی آراس محمدی-سیدمحمدعلی موسوی-امیراحمد میرسعید-حسام نادری-مجتبی نکوئیان
	شیمی	محبوبه بیک‌محمدی-سعید تیزرو-محمدرضا جمشیدی-امیر حاتمیان-حمید ذبحی-یاسر راش-سینا رحمانی‌تبار-روزبه رضوانی امیرحسین طیبی-محمد عظیمیان‌زواره-محسن مجنونی-هادی مهدی‌زاده-اکبر هنرمند

گزینشگران و ویراستاران

نام درس	حسابان ۲	هندسه	ریاضیات گسسته	فیزیک	شیمی
گزینشگر	عادل حسینی	امیرحسین ابومحبوب	امیرحسین ابومحبوب	بابک اسلامی	ایمان حسین نژاد
گروه ویراستاری	امیرحسین ابومحبوب سهیل تقی‌زاده	امیرحسین ابومحبوب مهبد خالتی امیرمحمدکریمی مهرداد ملوندی	امیرحسین ابومحبوب مهبد خالتی امیرمحمدکریمی مهرداد ملوندی	حسین بصیر بهنام شاهنی	محمدحسن محمدزاده مقدم احسان پنجه‌شاهی امیرحسین کمره ای
ویراستاری رتبه های برتر	سپهر متولیان امیرحسین ربیعیان امیرمحمد محقق	امیرحسین ربیعیان امیرمحمد محقق	امیرحسین ربیعیان امیرمحمد محقق	سینا صالحی دانیال سیدی	آرمان قنواتی ایلیا اسفندیارپور
مسئول درس	عادل حسینی	سرژ یقیازاریان تبریزی	سرژ یقیازاریان تبریزی	حسام نادری	امیرعلی بیات
مستندسازی	سمیه اسکندری	عادل حسینی	الهه شهبازی	علیرضا همایون‌خواه	امیرحسین توحیدی
ویراستاران(مستندسازی)	احسان صادقی-سجاد سلیمی-علیرضا عباسی‌زاهد			سیدسجاد رضایی ملینا ملائی معصومه صنعت‌کار	حسین شاهسواری محسن دستجردی

گروه فنی و تولید

مدیر گروه	مهرداد ملوندی	
مسئول دفترچه	نرگس غنی‌زاده	
گروه مستندسازی	مدیر گروه: محیا اصغری	مسئول دفترچه: الهه شهبازی
حروف‌نگار	فرزانه فتح اله‌زاده	
ناظر چاپ	سوران نعیمی	

گروه آزمون

بنیاد علمی آموزشی قلم‌چی (وقف عام)

دفتر مرکزی: خیابان انقلاب بین صبا و فلسطین – پلاک ۹۲۳ – کانون فرهنگی آموزش – تلفن: ۶۴۶۳-۰۲۱

@MrKonkori

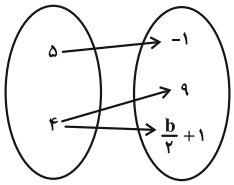
حسابان ۲

۱- **گزینهٔ «۲»** *(علی آزاد)*

برای این‌که رابطه تابع باشد، لازم است $۲a-۱$ و ۹ برابر باشند:

$$۲a-۱=۹ \Rightarrow a=۵$$

در این صورت رابطه به صورت زیر خواهد بود:



که برای تابع بودن آن لازم است ۹ و $\frac{b}{۲}+۱$ برابر باشند:

$$\frac{b}{۲}+۱=۹ \Rightarrow b=۱۶$$

(ریاضی ۱- تابع؛ صفحه‌های ۹۵ تا ۱۰۰)

۲- **گزینهٔ «۱»** *(حامد قاسمیان)*

تنها تابع خطی که دامنه و برد آن به ترتیب نامتناهی و متناهی هستند، تابع ثابت است. در این سؤال تابع ثابت $f(x)=-۲$ را داریم که مقدار آن به ازای همه مقادیر x برابر ۲- است.

(ریاضی ۱- تابع؛ صفحه‌های ۱۰۱ تا ۱۰۳ و ۱۱۰)

۳- **گزینهٔ «۲»** *(عادل حسینی)*

دامنهٔ تابع f مجموعهٔ $\mathbb{R}-\{۱\}$ است، پس دامنهٔ تابع g هم باید همین باشد. این یعنی مخرج $g(x)$ ریشهٔ مضاعف دارد:

$$x^۲-bx+۱=(x-۱)^۲=x^۲-۲x+۱ \Rightarrow b=۲$$

حال ضابطهٔ تابع g هم باید $\frac{۱}{x-۱}$ باشد:

$$\Rightarrow \frac{x-a}{(x-۱)^۲}=\frac{۱}{x-۱} \Rightarrow x-a=x-۱ \Rightarrow a=۱$$

در نتیجه $a+b=۳$ است.

(حسابان ۱- تابع؛ صفحه‌های ۴۱ تا ۴۵)

۴- **گزینهٔ «۱»** *(جوانبخش نیکنام)*

ابتدا ضابطه را ساده‌تر می‌نویسیم:

$$f(x)=m\sqrt{(x-۱)^۲}+n\sqrt{(x+۲)^۲}+۳x$$
$$=m|x-۱|+n|x+۲|+۳x$$
$$\xrightarrow{-۲\le x\le ۱} f(x)=m(-x+۱)+n(x+۲)+۳x$$
$$=(-m+n+۳)x+m+۲n$$

ضابطه تابع همانی در دامنه‌اش $f(x)=x$ است، پس داریم:

$$\begin{cases}-m+n+۳=۱\\ m+۲n=۰\end{cases} \Rightarrow n=-\frac{۲}{۳},\ m=\frac{۴}{۳}$$

$$\Rightarrow f(m+n)=f(\frac{۲}{۳})=\frac{۲}{۳}$$

(ریاضی ۱- تابع؛ صفحهٔ ۱۱۰)

۵- **گزینهٔ «۴»** *(بهمن امیدی)*

دامنه: $۱-x\ge ۰ \Rightarrow x\le ۱$

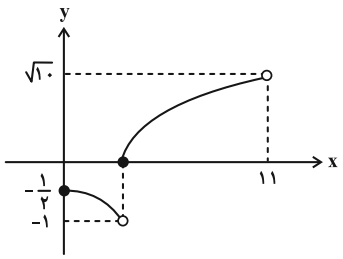
برد: $\sqrt{۱-x}\ge ۰ \Rightarrow \sqrt{۱-x}-۲\ge -۲$

پس دامنه بازهٔ $(-\infty , ۱]$ و برد بازهٔ $[-۲ , +\infty)$ است که اشتراک آن‌ها بازهٔ $[-۲ , ۱]$ است و داریم: $a=-۲ , b=۱ \Rightarrow b-a=۳$

(حسابان ۱- تابع؛ صفحه‌های ۴۵ تا ۴۸)

۶- **گزینهٔ «۳»** *(حامد معنوی)*

نمودار تابع را رسم می‌کنیم تا براساس برد آن یک مجموعه به عنوان همدامنه انتخاب کنیم:



برد تابع مجموعهٔ $(-\frac{۱}{۲} , -۱)\cup[۰ , \sqrt{۱۰})$ است و از آنجا که برد همواره زیرمجموعهٔ همدامنه است، در بین گزینه‌ها فقط بازهٔ $[-۲ , \sqrt{۱۰})$ قابل قبول است.

(حسابان ۱- تابع؛ صفحه‌های ۳۹، ۴۵ و ۴۶)

۷- **گزینهٔ «۲»** *(بهرام حلاج)*

با توجه به ویژگی‌های جزء صحیح، معادله را به صورت زیر بازنویسی می‌کنیم:

$$[۲x]+([۲x]-۱)+([۲x]-۲)=۳[۲x]-۳=۶$$

پس داریم: $[۲x]=۳ \Rightarrow ۳\le ۲x<۴ \Rightarrow \frac{۳}{۲}\le x<۲$

در نتیجه $a=\frac{۳}{۲}$ ، $b=۲$ و $a+b=\frac{۷}{۲}$ است.

(حسابان ۱- تابع؛ صفحه‌های ۵۰ تا ۵۲)

۸- **گزینهٔ «۲»** *(عادل حسینی)*

$$\log_{\frac{۵}{۲۲}}(۲^۲\times ۲^{\frac{۴}{۵}})=\log_{\frac{۵}{۲۲}}۲^{\frac{۱۴}{۵}}=\frac{\frac{۱۴}{۵}}{\frac{۵}{۲}}\log_۲ ۲=\frac{۲۸}{۲۵}=۱/۱۲$$

(حسابان ۱- توابع نمایی و لگاریتمی؛ صفحهٔ ۸۶)

@MrKonkori

۹- **گزینهٔ «۴»** *(سجاد داوطلب)*

ابتدا $\log_{۷۵}۱۵$ را ساده می‌نویسیم:

$$\log_{۷۵}۱۵=\frac{\log_{۳}۱۵}{\log_{۳}۷۵}=\frac{۱+\log_{۳}۵}{۱+۲\log_{۳}۵} \qquad (*)$$

پس اگر از تساوی $a=\log_{۴۵}۷۵$ عبارت $\log_{۳}۵$ را برحسب a بنویسیم، مسئله حل می‌شود:

$$a=\frac{\log_{۳}۷۵}{\log_{۳}۴۵}=\frac{۱+۲\log_{۳}۵}{۲+\log_{۳}۵}\Rightarrow \log_{۳}۵=\frac{-۲a+۱}{a-۲}$$

و طبق رابطهٔ (*) داریم:

$$\log_{۷۵}۱۵=\frac{۱+(\frac{-۲a+۱}{a-۲})}{۱+۲(\frac{-۲a+۱}{a-۲})}=\frac{-a-۱}{-۳a}=\frac{a+۱}{۳a}$$

(حسابان ۱- توابع نمایی و لگاریتمی؛ صفحهٔ ۸۶)

۱۰- **گزینهٔ «۲»** *(میلاد منصوری)*

برد تابع بازهٔ $(-\infty,-۴)$ است و از آنجا که برد باید بازهٔ $(-b,+\infty)$ باشد، نتیجه می‌گیریم: $-b=-۴\Rightarrow b=۴$

از طرفی طول از مبدأ تابع $x=-۲$ است.

$$\xrightarrow{f(-۲)=۰} ۲^{-۲a+۱}-۴=۰\Rightarrow ۲^{-۲a+۱}=۴=۲^{۲}$$

$$\Rightarrow -۲a+۱=۲\Rightarrow a=-\frac{۱}{۲}\Rightarrow ab=-۲$$

(حسابان ۱- توابع نمایی و لگاریتمی؛ صفحه‌های ۷۵ تا ۷۹)

۱۱- **گزینهٔ «۴»** *(دانیال آرکیش)*

به ترتیب تبدیلات را روی تابع f اعمال می‌کنیم:

$$y=f(x)=\xrightarrow[x\to\frac{x}{۳}]{\text{ضرب طول نقاط در }۳} y=f(\frac{x}{۳})$$

$$\xrightarrow[y\to۲y]{\text{ضرب عرض نقاط در }\frac{۱}{۲}} ۲y=f(\frac{x}{۳})\Rightarrow y=\frac{۱}{۲}f(\frac{x}{۳})$$

$$\xrightarrow[x\to(-x)]{\text{قرینه نسبت به محور y ها}} y=\frac{۱}{۲}f(-\frac{x}{۳})$$

(حسابان ۲- تابع؛ صفحه‌های ۶ تا ۱۲)

۱۲- **گزینهٔ «۱»** *(ستار زواری)*

باید تابع حاصل از تبدیل مورد نظر در هر گزینه را پیدا کنیم. ما گزینهٔ صحیح را شرح می‌دهیم، سایر گزینه‌ها تمرین خودتان باشد.

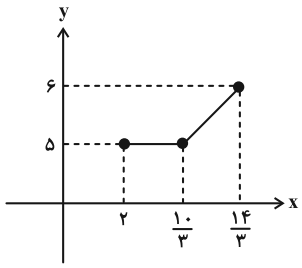
$$y=f(x)\xrightarrow[x\to۲x]{\text{ضرب طول نقاط در }\frac{۱}{۲}} y=f(۲x)$$

$$\xrightarrow[x\to x+\frac{۱}{۲}]{\text{۱/۲ واحد به چپ}} y=f\left(۲(x+\frac{۱}{۲})\right)=f(۲x+۱)$$

(حسابان ۲- تابع؛ صفحه‌های ۱ تا ۱۲)

۱۳- **گزینهٔ «۳»** *(محمدهادی بلالی)*

ابتدا طول نقاط روی نمودار تابع $y=f(۳-\frac{۲x}{۳})$ را بر $-\frac{۹}{۴}$ تقسیم می‌کنیم تا نمودار تابع $y=f(۳+\frac{۳x}{۲})$ به دست آید، سپس x را به $x-۲$ تبدیل کنیم، یعنی نمودار را ۲ واحد به راست انتقال دهیم تا نمودار تابع $y=f(\frac{۳x}{۲})$ به دست آید. دست آخر کافی است عرض نقاط را نصف کنیم.



(حسابان ۲- تابع؛ صفحه‌های ۱ تا ۱۲)

۱۴- **گزینهٔ «۳»** *(بهمن امیدی)*

تبدیلات گفته شده را روی نمودار تابع $y=|۲x+۱|-۱$ اعمال می‌کنیم:

$$y=|۲x+۱|-۱\xrightarrow[x\to x-۲]{\text{۲ واحد به راست}}$$

$$y=|۲(x-۲)+۱|-۱=|۲x-۳|-۱\xrightarrow[y\to -y]{\text{قرینه نسبت به محور x ها}}$$

$$y=-|۲x-۳|+۱\xrightarrow[y\to y-۲]{\text{۲ واحد به بالا}} y-۲=-|۲x-۳|+۱$$

$$\Rightarrow y=-|۲x-۳|+۳$$

ضابطه به دست آمده را می‌توان به صورت $y=-۲|x-\frac{۳}{۲}|+۳$ نیز نوشت. این یعنی: $a=-۲\ ,\ b=\frac{۳}{۲}\ ,\ c=۳\Rightarrow abc=-۹$

(حسابان ۲- تابع؛ صفحه‌های ۱ تا ۱۲)

۱۵- **گزینهٔ «۲»** *(جهانبخش نیکنام)*

تابع نهایی را g می‌نامیم و ضابطهٔ آن را به دست می‌آوریم:

$$y=f(x)\xrightarrow[x\to ۲x]{\text{طول نقاط، نصف}} y=f(۲x)$$

$$\xrightarrow[x\to x+\frac{۱}{۲}]{\text{۱/۲ واحد به چپ}} y=f\left(۲(x+\frac{۱}{۲})\right)=y\Rightarrow f(۲x+۱)$$

@MrKonkori

$$\xrightarrow[y\to -y]{\text{قرینه نسبت به محور x ها}} g(x)=-f(2x+1)$$

$$\xrightarrow{f(x)=(x-1)^2-1} g(x)=-\Big((2x+1-1)^2-1\Big)=-4x^2+1$$

حال باید نمودار تابع $g(x)=-4x^2+1$ را k واحد در راستای قائم انتقال دهیم تا نمودار تابع f را فقط در یک نقطه قطع کند، پس یعنی معادله $g(x)+k=f(x)$ باید یک جواب داشته باشد:

$$-4x^2+1+k=x^2-2x \Rightarrow 5x^2-2x-1-k=0$$

باید Δ ی عبارت صفر باشد:

$$\Rightarrow \Delta=4-20(-1-k)=24+20k=0 \Rightarrow k=-\frac{24}{20}=-\frac{6}{5}$$

(حسابان ۲- تابع؛ صفحه‌های ۱ تا ۱۲)

۱۶- **گزینهٔ «۳»** *(میلاد منصوری)*

در ابتدا عبارت $\log_x(5x-6)$ باید قابل تعریف باشد:

$$\left.\begin{array}{l} 5x-6>0 \Rightarrow x>\frac{6}{5} \\ x>0 \\ x\neq 1 \end{array}\right\} \Rightarrow x>\frac{6}{5} \qquad (1)$$

و همچنین عبارت زیر رادیکال نباید منفی باشد:

$$\Rightarrow \log_x(5x-6)\geq 2 \xrightarrow{x>1} 5x-6\geq x^2$$

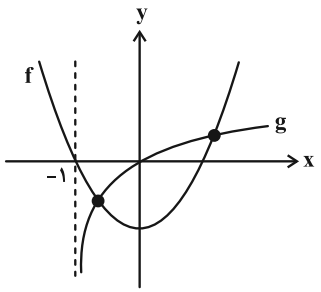
$$\Rightarrow x^2-5x+6=(x-2)(x-3)\leq 0 \Rightarrow 2\leq x\leq 3 \qquad (2)$$

از اشتراک (۱) و (۲)، دامنهٔ تابع بازهٔ $[2\ ,\ 3]$ به دست می‌آید که شامل ۲ عدد طبیعی است.

(حسابان ۱- توابع نمایی و لگاریتمی؛ صفحه‌های ۸۰ تا ۸۷)

۱۷- **گزینهٔ «۳»** *(عادل حسینی)*

تعداد جواب‌های معادلهٔ $x^2-1=\log(x+1)$ را باید به دست آوریم. به همین خاطر، نمودار دو تابع $f(x)=x^2-1$ و $g(x)=\log(x+1)$ را در یک دستگاه رسم می‌کنیم.



با توجه به شکل، مشخص است که نمودارهای دو تابع f و g در دو نقطه یکدیگر را قطع می‌کنند. پس معادله صورت سؤال ۲ جواب دارد.

(حسابان ۱- توابع نمایی و لگاریتمی؛ صفحه‌های ۸۰ تا ۸۹)

۱۸- **گزینهٔ «۲»** *(بهمن امیری)*

معادله را به صورت زیر بازنویسی می‌کنیم:

$$\log_4(x^2+1)=\log_{\frac{1}{4^2}}(x+2)-\log_4 2$$

$$\Rightarrow \log_4(x^2+1)=\log_4(x+2)^2-\log_4^2=\log_4\frac{(x+2)^2}{2}$$

$$\Rightarrow x^2+1=\frac{(x+2)^2}{2} \Rightarrow 2x^2+2=x^2+4x+4$$

$$\Rightarrow x^2-4x-2=0 \Rightarrow (x-2)^2=6 \Rightarrow x=2\pm\sqrt{6}$$

محدودهٔ قابل قبول برای x بازهٔ $(-\infty\ ,\ -2)$ است، پس هر دو جواب معادله قابل قبول‌اند که مجموع آن‌ها برابر ۴ است.

(حسابان ۱- توابع نمایی و لگاریتمی؛ صفحه‌های ۸۶ تا ۸۹)

۱۹- **گزینهٔ «۳»** *(داود حسین‌پور)*

ابتدا ضابطهٔ تابع را به صورت زیر بازنویسی می‌کنیم:

$$f(x)=\frac{(2^x)^2+2(2^x)+1}{2^x}=2^x+\frac{1}{2^x}+2$$

حال از نامساوی مقابل استفاده می‌کنیم: $\forall a>0\ ;\ a+\frac{1}{a}\geq 2$

و داریم: $2^x>0 \Rightarrow 2^x+\frac{1}{2^x}\geq 2 \Rightarrow f(x)=2^x+\frac{1}{2^x}+2\geq 4$

پس برد تابع $[4\ ,\ +\infty)$ است.

(حسابان ۱- توابع نمایی و لگاریتمی؛ صفحه‌های ۷۲ تا ۷۹)

۲۰- **گزینهٔ «۳»** *(سهیل تقی‌زاده)*

روش اول: تابع $y=f(x-m)-n$ باید با تابع g برابر باشد:

$$f(x-m)-n=\frac{(x-m)^2+2(x-m)+3}{(x-m)^2+(x-m)+1}-n$$

$$=\frac{(1-n)x^2+\big(2(n-1)m-n+2\big)x+(1-n)m^2+(n-2)m-n+3}{x^2+(1-2m)x+m^2-m+1}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 1-n=-1 \Rightarrow n=2 \\ 1-2m=-1 \Rightarrow m=1 \end{cases} \Rightarrow m+n=3$$

روش دوم: کافی است ضابطه‌ها را به صورت زیر بازنویسی کنیم:

$$f(x)=1+\frac{x+2}{x^2+x+1}=1+\frac{(x+1)+1}{(x+1)^2-(x+1)+1}$$

$$g(x)=\frac{-(x^2-x+1)+x+1}{x^2-x+1}=\frac{x+1}{x^2-x+1}-1$$

بنابراین اگر نمودار تابع f را ۲ واحد به پایین و ۱ واحد به راست انتقال دهیم، به نمودار تابع g می‌رسیم. پس $m=1$ و $n=2$ و در نتیجه $m+n=3$ است.

(حسابان ۲- تابع؛ صفحه‌های ۲ تا ۵)

@MrKonkori

هندسه ۳

۲۱- **گزینهٔ «۱»** *(اسفاق اسفندیار)*

درایه‌های ستون سوم ماتریس به صورت $\begin{matrix}۲(۱)+۳\\۲(۲)+۳\\\vdots\\۲(n)+۳\end{matrix}$ است. مجموع درایه‌های ستون سوم ماتریس برابر است با:

$$(۲(۱)+۳)+(۲(۲)+۳)+\ldots+(۲(n)+۳)=۷۷$$

$$۲(۱+۲+\ldots+n)+\underbrace{(۳+۳+\ldots+۳)}_{n\text{ بار}}=۷۷$$

$$۲(\frac{n(n+۱)}{۲})+۳n=۷۷\Rightarrow n^۲+۴n-۷۷=۰\Rightarrow\begin{cases}n=-۱۱\\n=۷\end{cases}$$

ماتریس از مرتبهٔ ۷ است. بنابراین مجموع درایه‌های سطر سوم ماتریس برابر است با:

$$(۲(۳)+۱)+(۲(۳)+۲)+\ldots+(۲(۳)+۷)$$

$$=۶\times۷+\frac{۷(۸)}{۲}=۴۲+۲۸=۷۰$$

(هندسه ۳- ماتریس و کاربردها؛ صفحه‌های ۱۰ و ۱۱)

۲۲- **گزینهٔ «۲»** *(اسفاق اسفندیار)*

از ماتریس‌های B و C فاکتور می‌گیریم:

$$B(\begin{bmatrix}۱&۲\\-۱&-۳\end{bmatrix}+\begin{bmatrix}۲&-۲\\۱&۶\end{bmatrix})C=B(\begin{bmatrix}۳&۰\\۰&۳\end{bmatrix})C=B(۳I)C$$

$$۳BC=\begin{bmatrix}۶&۱۲\\۳&۹\end{bmatrix}\Rightarrow BC=\begin{bmatrix}۲&۴\\۱&۳\end{bmatrix}$$

$$D=ABC=\begin{bmatrix}۱&۰\\-۱&۲\end{bmatrix}\begin{bmatrix}۲&۴\\۱&۳\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}۲&\square\\\square&۲\end{bmatrix}$$

حاصل‌ضرب درایه‌های قطر اصلی برابر با $۲\times۲=۴$.

(هندسه ۳- ماتریس و کاربردها؛ صفحه‌های ۱۳ تا ۱۹)

۲۳- **گزینهٔ «۲»** *(سوگند روشنی)*

$$A=\begin{bmatrix}a_{۱۱}&a_{۱۲}\\a_{۲۱}&a_{۲۲}\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}-۱&۰\\۱&۱\end{bmatrix}$$

$$B=\begin{bmatrix}x&۰\\۰&x\end{bmatrix}\Rightarrow ۲x=۶\Rightarrow x=۳\Rightarrow B=\begin{bmatrix}۳&۰\\۰&۳\end{bmatrix}$$

$$AB=\begin{bmatrix}-۱&۰\\۱&۱\end{bmatrix}\begin{bmatrix}۳&۰\\۰&۳\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}-۳&۰\\۳&۳\end{bmatrix}\xrightarrow{\text{جمع درایه‌ها}}۳$$

(هندسه ۳- ماتریس و کاربردها؛ صفحه‌های ۱۱، ۱۷ و ۱۸)

۲۴- **گزینهٔ «۱»** *(کیوان دارابی)*

مطابق فرض $A=-۳I$ است، پس داریم:

$$۳B^۲+BAB=B(۳I)B+BAB=B(۳I+A)B=B\times\bar{O}\times B=\bar{O}$$

(هندسه ۳- ماتریس و کاربردها؛ صفحه‌های ۱۷ تا ۲۱)

۲۵- **گزینهٔ «۳»** *(احمدرضا فلاح)*

$$۷A=\begin{bmatrix}۱&۳\\۲&۶\end{bmatrix}\Rightarrow A=\frac{۱}{۷}\begin{bmatrix}۱&۳\\۲&۶\end{bmatrix}$$

$$A^۲=A\times A=\frac{۱}{۷}\begin{bmatrix}۱&۳\\۲&۶\end{bmatrix}\times\frac{۱}{۷}\begin{bmatrix}۱&۳\\۲&۶\end{bmatrix}$$

$$=\frac{۱}{۴۹}\begin{bmatrix}۷&۲۱\\۱۴&۴۲\end{bmatrix}=\frac{۱}{۷}\begin{bmatrix}۱&۳\\۲&۶\end{bmatrix}=A$$

$$A^۲=A\xrightarrow{\times A}A^۳=A^۲=A\xrightarrow{\times A}A^۴=A^۲=A$$

$$\longrightarrow\ldots\Rightarrow A^n=A$$

$$A+A^۲+\ldots+A^۷=A+A+\ldots+A=۷A=\begin{bmatrix}۱&۳\\۲&۶\end{bmatrix}$$

$$\Rightarrow\text{مجموع درایه‌ها}=۱+۳+۲+۶=۱۲$$

(هندسه ۳- ماتریس و کاربردها؛ صفحه‌های ۱۷ تا ۲۱)

@MrKonkori

۲۶- **گزینهٔ «۲»** *(کیوان دارابی)*

ستون سوم A^4 = ستون سوم $A\times A\times A\times A$

برای این منظور کافی است، محاسبات را از سمت راست انجام دهیم. چون سطر اول و سوم ماتریس A مانند هم هستند، کار ساده‌تر است. ضمن این‌که سطر دوم A نیز ضرب کردن را ساده‌تر می‌کند.

$$\text{ستون سوم } A^2 = \begin{bmatrix}1&1&1\\0&1&0\\1&1&1\end{bmatrix}\begin{bmatrix}1\\0\\1\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}2\\0\\2\end{bmatrix}$$

$$\text{ستون سوم } A^3 = \begin{bmatrix}1&1&1\\0&1&0\\1&1&1\end{bmatrix}\begin{bmatrix}2\\0\\2\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}4\\0\\4\end{bmatrix}$$

$$\text{ستون سوم } A^4 = \begin{bmatrix}1&1&1\\0&1&0\\1&1&1\end{bmatrix}\begin{bmatrix}4\\0\\4\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}8\\0\\8\end{bmatrix}$$

مجموع درایه‌های ستون سوم $= 8+0+8=16$

(هندسه ۳- ماتریس و کاربردها؛ صفحه‌های ۱۷ تا ۲۱)

۲۷- **گزینهٔ «۴»** *(امیرحسین ابومحبوب)*

ابتدا ماتریس BA را به دست می‌آوریم:

$$BA=\begin{bmatrix}a&2\\-1&b\end{bmatrix}\begin{bmatrix}2&-1\\1&x\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}2a+2&-a+2x\\-2+b&1+bx\end{bmatrix}$$

در ماتریس اسکالر، درایه‌های غیرواقع بر قطر اصلی صفر هستند و درایه‌های واقع بر قطر اصلی برابر یکدیگرند، پس داریم:

$$\begin{cases}-a+2x=0\Rightarrow a=2x\\-2+b=0\Rightarrow b=2\\2a+2=1+bx\Rightarrow 2a+2=1+2x\end{cases}$$

$$\Rightarrow 2a+2=1+a\Rightarrow a=-1\Rightarrow x=-\frac{1}{2}$$

(هندسه ۳- ماتریس و کاربردها؛ صفحه‌های ۱۲، ۱۷ و ۱۸)

۲۸- **گزینهٔ «۲»** *(نیما مهندس)*

چون فقط درایه‌های ستون دوم مد نظر است $j=2$ و به i مقادیر ۱، ۲ و ۳ را می‌دهیم:

$$\left.\begin{aligned}a_{12}&=1^2-6+1=-4\\a_{22}&=2^2-6+1=-1\\a_{32}&=3^2-6+1=4\end{aligned}\right\}\Rightarrow(-4)+(-1)+4=-1$$

(هندسه ۳- ماتریس و کاربردها؛ صفحه‌های ۱۰ و ۱۱)

۲۹- **گزینهٔ «۳»** *(هومن عقیلی)*

طبق فرض: $\overbrace{A_{2\times3}\times B_{m\times n}}^{\text{مربعی}}$

حاصل $A\times B$ یک ماتریس مربعی است، پس $m=3$ و $n=2$ است.

$$A\times B=\begin{bmatrix}3&1&2\\3&-1&2\end{bmatrix}_{2\times3}\times\begin{bmatrix}2&3\\3&4\\4&5\end{bmatrix}_{3\times2}=\begin{bmatrix}17&23\\11&15\end{bmatrix}_{2\times2}$$

در نتیجه مجموع درایه‌های ماتریس $A\times B$ مساوی ۶۶ است.

(هندسه ۳- ماتریس و کاربردها؛ صفحه‌های ۱۱، ۱۷ و ۱۸)

۳۰- **گزینهٔ «۳»** *(هومن عقیلی)*

$$\begin{bmatrix}-1&2&1\end{bmatrix}_{1\times3}\begin{bmatrix}x&2&1\\1&-x&0\\-1&1&1\end{bmatrix}_{3\times3}=\begin{bmatrix}-x+1&-2x-1&0\end{bmatrix}$$

$$\Rightarrow\begin{bmatrix}-x+1&-2x-1&0\end{bmatrix}\begin{bmatrix}x\\2\\1\end{bmatrix}=-x^2+x-4x-2=0$$

$$\Rightarrow x^2+3x+2=0\Rightarrow\begin{cases}\alpha=-1\\\beta=-2\end{cases}\Rightarrow\frac{\alpha}{\beta}+\frac{\beta}{\alpha}=2/5$$

(هندسه ۳- ماتریس و کاربردها؛ صفحه‌های ۱۷ تا ۱۹)

@MrKonkori

ریاضیات گسسته

۳۱- **گزینهٔ «۳»** *(افشین خاصه‌خان)*

بررسی موارد:

الف) درست

$$k+1=n(n+2)+1=n^2+2n+1=(n+1)^2 \qquad n\in\mathbb{N}$$

ب) درست

$$k=(n-1)n(n+1)=n(n^2-1)=n^3-n\Rightarrow k+n=n^3 \qquad n\in\mathbb{N}$$

پ) درست

$$k=(2n-1)^2+(2n+1)^2=8n^2+2\Rightarrow k-2=8n^2$$

$$\Rightarrow \frac{1}{2}(k-2)=4n^2=(2n)^2 \qquad n\in\mathbb{N}$$

ت) نادرست

$$k=n+n+1=2n+1\Rightarrow k(k-1)+1=(2n+1)(2n)+1$$

$$=4n^2+2n+1 \qquad n\in\mathbb{N}$$

(ریاضیات گسسته- آشنایی با نظریهٔ اعداد؛ صفحه‌های ۲ و ۳)

۳۲- **گزینهٔ «۴»** *(افشین خاصه‌خان)*

$$x^2+\frac{1}{x^2}\geq 2\Leftrightarrow x^4+1\geq 2x^2\Leftrightarrow x^4-2x^2+1\geq 0$$

$$\Leftrightarrow (x^2-1)^2\geq 0$$

اثبات به روش بازگشتی می‌باشد.

(ریاضیات گسسته- آشنایی با نظریهٔ اعداد؛ صفحه‌های ۶ تا ۸)

۳۳- **گزینهٔ «۱»** *(سوگند روشنی)*

اگر $\frac{n^3(n+1)^3}{125}$ عددی زوج باشد $\frac{n(n+1)}{5}$ هم زوج است و با توجه به زوج بودن $n(n+1)$ کافی است یکی از این دو حالت اتفاق بیافتد:

۱۸: تعداد $\Rightarrow n=5k\Rightarrow 10\leq 5k\leq 99\Rightarrow 2\leq k\leq 19$

یا

۱۸: تعداد $\Rightarrow n=5k-1\Rightarrow 10\leq 5k-1\leq 99\Rightarrow 11\leq 5k\leq 100$

$$\Rightarrow 3\leq k\leq 20$$

۳۶ تا که مربع کامل است.

(ریاضیات گسسته- آشنایی با نظریهٔ اعداد؛ صفحهٔ ۵)

۳۴- **گزینهٔ «۲»** *(سوگند روشنی)*

اثبات گزارهٔ (الف)؛ برهان خلف: $\frac{1}{a}+\frac{1}{b}+\frac{1}{c}+\frac{1}{d}=1$

$$\xrightarrow{\times abcd} bcd+acd+abd+abc=abcd$$

$\Rightarrow$ فرد = زوج فرض خلف نادرست و حکم درست است.

اثبات گزارهٔ (ب):

$$(2k+1)^3+(2k+3)^3$$

$$=8k^3+12k^2+6k+1+8k^3+36k^2+54k+27$$

$$=2k' \quad \text{زوج}$$

مثال نقض گزارهٔ (پ):

اگر عدد گویا را صفر و عدد گنگ را $\sqrt{3}$ انتخاب کنیم، حاصل‌ضرب آن‌ها برابر صفر و عددی گویاست.

مثال نقض گزارهٔ (ت):

$k=2\Rightarrow 8(2)+1=17$ که مربع عدد فرد نیست

(ریاضیات گسسته- آشنایی با نظریهٔ اعداد؛ صفحه‌های ۲، ۳ و ۵)

۳۵- **گزینهٔ «۱»** *(کیوان دارابی)*

تابع $\frac{1}{3}f+\frac{1}{3}g$ چون ضریبی عددی از تابع پیوسته $f+g$ است، بنابراین پیوسته است. $2f+3g$ ناپیوسته است زیرا:

@MrKonkori

$$۲f+۳g=۲(f+g)+g$$

ناپیوسته = ناپیوسته + پیوسته =

(ریاضیات گسسته- آشنایی با نظریهٔ اعداد؛ صفحه‌های ۵ و ۶)

۳۶- **گزینهٔ «۱»** *(مصطفی دیداری)*

ثابت می‌کنیم عدد داده شده همواره زوج است. چون اگر طبق روش برهان خلف فرض کنیم عدد $(۳a_۱-b_۱)(۳a_۲-b_۲)(۳a_۳-b_۳)$ فرد است نتیجه می‌شود $۳a_۱-b_۱$ ، $۳a_۲-b_۲$ و $۳a_۳-b_۳$ هر سه فرد هستند. جمع سه عدد فرد، فرد است. پس داریم:

$$۳a_۱-b_۱+۳a_۲-b_۲+۳a_۳-b_۳ = \text{فرد}$$

$$۳(a_۱+a_۲+a_۳)-(b_۱+b_۲+b_۳) = \text{فرد}$$

$$۲(a_۱+a_۲+a_۳) = \text{فرد} \Rightarrow \text{تناقض}$$

فرض خلف باطل و نتیجه می‌شود عدد داده شده همواره زوج است.

توجه: $b_۱+b_۲+b_۳=a_۱+a_۲+a_۳$

(ریاضیات گسسته- آشنایی با نظریهٔ اعداد؛ صفحهٔ ۶)

۳۷- **گزینهٔ «۳»** *(مصطفی دیداری)*

دو عدد طبیعی را n و $n+۳$ در نظر می‌گیریم:

$$۴k+a=۴n(n+۳)+a=۴n^۲+۱۲n+a$$

عبارت به دست آمده وقتی همواره مربع کامل است که $a=۹$ باشد که داشته باشیم: $۴n^۲+۱۲n+۹=(۲n+۳)^۲$

(ریاضیات گسسته- آشنایی با نظریهٔ اعداد؛ صفحهٔ ۳)

۳۸- **گزینهٔ «۲»** *(مصطفی دیداری)*

$$x^۲+y^۲+۲\geq(x+۱)(y+۱) \Leftrightarrow x^۲+y^۲+۲\geq xy+x+y+۱$$

$$\xleftarrow{\times ۲} ۲x^۲+۲y^۲+۴\geq ۲xy+۲x+۲y+۲$$

$$\Leftrightarrow x^۲+x^۲+y^۲+y^۲-۲xy-۲x-۲y+۱+۱\geq ۰$$

$$\Leftrightarrow (x-y)^۲+(x-y)^۲+(y-۱)^۲\geq ۰$$

(ریاضیات گسسته- آشنایی با نظریهٔ اعداد؛ صفحه‌های ۶ تا ۸)

۳۹- **گزینهٔ «۲»** *(امیرحسین ابومحبوب)*

فرض کنید k عدد طبیعی سه رقمی مورد نظر باشد. اگر دو عدد طبیعی متوالی را با n و $n+۱$ نمایش دهیم، آن‌گاه داریم:

$$k=۴n(n+۱)+۱=۴n^۲+۴n+۱=(۲n+۱)^۲$$

بنابراین عدد مورد نظر مربع یک عدد فرد است. برای اعداد طبیعی سه رقمی داریم:

$$۱۰۰\leq(۲n+۱)^۲\leq ۹۹۹ \Rightarrow ۱۰\leq ۲n+۱\leq ۳۱$$

$$\Rightarrow ۹\leq ۲n\leq ۳۰ \xrightarrow{n\in\mathbb{Z}} ۵\leq n\leq ۱۵$$

بنابراین ۱۱ عدد طبیعی سه رقمی با مشخصات مورد نظر در صورت سؤال وجود دارد.

(ریاضیات گسسته- آشنایی با نظریهٔ اعداد؛ صفحه‌های ۲ تا ۵)

۴۰- **گزینهٔ «۴»** *(امیرحسین ابومحبوب)*

اگر $a^۲+b^۲$ عددی زوج باشد، آن‌گاه a و b یا هر دو زوج هستند و یا هر دو فرد.

اگر a و b هر دو فرد باشند، آن‌گاه ab، $۲a+۳b$ و $۴a^۲+b^۲$ همگی عدد فرد خواهند بود، پس هیچ کدام از گزاره‌های گزینه‌های «۱»، «۲» و «۳» نمی‌توانند هم‌ارز گزارهٔ صورت سؤال باشند. اما در صورتی که a و b هر دو زوج یا هر دو فرد باشند، عبارت $a+۵b$ عددی زوج است و برعکس اگر $a+۵b$ زوج باشد، آن‌گاه a و $۵b$ یا هر دو زوج و یا هر دو فرد هستند که در نتیجه a و b هر دو زوج یا هر دو فرد خواهند بود.

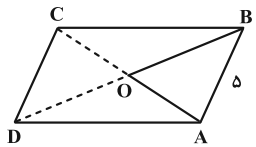
(ریاضیات گسسته- آشنایی با نظریهٔ اعداد؛ صفحه‌های ۶ تا ۸)

@MrKonkori

هندسه ۱

۴۱- **گزینهٔ «۲»** *(سیدمحمدرضا حسینی‌فرد)*

فرض کنید $AB = ۵$ باشد. مطابق شکل در مثلث ABO داریم:



$$AO + BO = \frac{۱}{۲}AC + \frac{۱}{۲}BD = ۹$$

پس با توجه به نامساوی مثلثی حالت‌های زیر قابل قبول است:

$$AO = ۲/۵ \ , \ BO = ۶/۵$$

$$AO = ۳ \ , \ BO = ۶$$

$$AO = ۳/۵ \ , \ BO = ۵/۵$$

$$AO = ۴ \ , \ BO = ۵$$

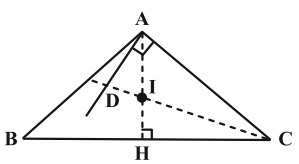
$$AO = ۴/۵ \ , \ BO = ۴/۵$$

دقت کنید که در هر حالت و با رسم مثلث OAB، یک متوازی‌الاضلاع منحصر به فرد حاصل می‌شود.

(هندسه ۱- ترسیم‌های هندسی و استدلال؛ صفحه‌های ۱۱ و ۱۵)

۴۲- **گزینهٔ «۱»** *(نیما مهندس)*

شکل مناسبی رسم می‌کنیم. زاویهٔ $\hat{A}$ باید منفرجه باشد.



ضمناً AI نیمساز زاویهٔ رأس در یک مثلث متساوی‌الساقین است. اگر امتداد $\overset{\Delta}{CIH}$ داده شود، هم ارتفاع و هم میانه خواهد بود. پس در مثلث قائم‌الزاویهٔ $\overset{\Delta}{CIH}$ داریم:

$$C\hat{I}H \overset{\text{متقابل به رأس}}{=\!=} A\hat{I}D = ۹۰^\circ - I\hat{C}H \qquad (۱)$$

از طرفی دیگر در مثلث قائم‌الزاویهٔ $\overset{\Delta}{CAD}$ داریم:

$$A\hat{D}C = ۹۰^\circ - A\hat{C}D \qquad (۲)$$

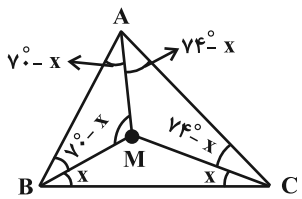
چون CD نیمساز است داریم $I\hat{C}H = A\hat{C}D$، پس طبق روابط (۱) و (۲) زوایای $A\hat{D}C$ و $A\hat{I}D$ با یکدیگر برابرند و مثلث $\overset{\Delta}{ADI}$ متساوی‌الساقین خواهد بود، پس $AD = AI$.

(هندسه ۱- ترسیم‌های هندسی و استدلال؛ صفحه‌های ۱۷ تا ۲۰)

۴۳- **گزینهٔ «۳»** *(اسحاق اسفندیار)*

$$\hat{B} = ۷۰^\circ \ , \ \hat{C} = ۷۴^\circ \Rightarrow \hat{A} + \hat{B} + \hat{C} = ۱۸۰^\circ \Rightarrow \hat{A} = ۳۶^\circ$$

هر نقطه روی عمودمنصف پاره‌خط C از دو سر پاره‌خط به یک فاصله است.



$$MB = MC = AM$$

$$\hat{A} = (۷۰^\circ - x) + (۷۴^\circ - x) = ۳۶^\circ \Rightarrow x = ۵۴^\circ$$

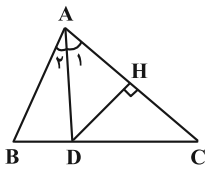
$$A\hat{M}B = ۱۸۰^\circ - ۲(۷۰^\circ - x) = ۱۴۸^\circ$$

(هندسه ۱- ترسیم‌های هندسی و استدلال؛ صفحه‌های ۱۸ و ۱۹)

@MrKonkori

۴۴- **گزینهٔ «۴»** *(امیرحسین ابومحبوب)*

مطابق شکل فرض کنید نیمساز داخلی زاویهٔ A، عمودمنصف ضلع AC را در نقطه‌ای مانند D روی ضلع BC قطع کند. در این صورت داریم:



$$D\in AC \text{ عمودمنصف } \Rightarrow AD=DC \xrightarrow{\overset{\Delta}{ADC}} \hat{A}_1=\hat{C}$$

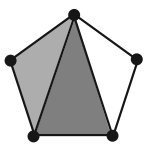
$$\Rightarrow \frac{\hat{A}}{2}=\hat{C} \Rightarrow \hat{A}=2\hat{C} \xrightarrow{\hat{C}>0} \hat{A}>\hat{C}$$

$$\xrightarrow{\text{زاویهٔ برتر}} BC>AB$$

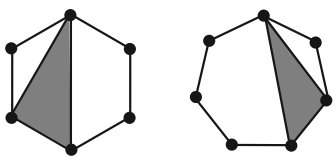
(هندسه ۱- ترسیم‌های هندسی و استدلال؛ صفحه‌های ۲۱ و ۲۲)

۴۵- **گزینهٔ «۲»** *(مهرداد ملوندی)*

در پنج‌ضلعی منتظم، با انتخاب هر سه رأس دلخواه، (همنهشت با) یکی از دو مثلث هاشورخورده پدید می‌آید که همواره متساوی‌الساقین هستند.



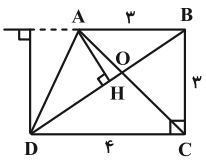
در شش‌ضلعی منتظم و همچنین هفت‌ضلعی منتظم، مثلث‌های مشخص شده، مثال نقض حکم صورت سؤال هستند.



(هندسه ۱- ترسیم‌های هندسی و استدلال؛ صفحهٔ ۲۶)

۴۶- **گزینهٔ «۳»** *(افشین خاصه‌خان)*

از رأس A بر قطر BD عمود AH را رسم می‌کنیم. مساحت دو مثلث هم‌قاعده $\overset{\Delta}{ABC}$ و $\overset{\Delta}{ABD}$ با هم برابرند. $S_{\overset{\Delta}{ABD}}=\frac{1}{2}(3)(3)=\frac{9}{2}$



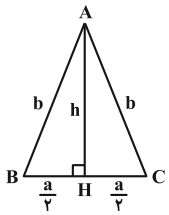
از طرف دیگر طبق قضیهٔ فیثاغورس $BD=5$. حال می‌توان طول ارتفاع AH را محاسبه کرد:

$$S_{\overset{\Delta}{ABD}}=\frac{1}{2}AH.BD \Rightarrow \frac{1}{2}AH(5)=\frac{9}{2} \Rightarrow AH=\frac{9}{5}=1/8$$

(هندسه ۱- قضیهٔ تالس، تشابه و کاربردهای آن؛ صفحه‌های ۳۱ تا ۳۳)

۴۷- **گزینهٔ «۲»** *(سیامک شهبازی‌زاده)*

مطابق شکل، هدف ما به دست آوردن $\frac{b}{a}$ است. $\frac{b}{a}$ را k در نظر می‌گیریم. طبق فرض، ارتفاع h، واسطهٔ هندسی ساق و قاعده است:



$$h^2=ab$$

از طرفی در مثلث AHC طبق رابطهٔ فیثاغورس داریم: $h^2=b^2-\frac{a^2}{4}$

بنابراین: $ab=b^2-\frac{a^2}{4} \xrightarrow{\frac{b}{a}=k\Rightarrow b=ak} a(ak)=(ak)^2-\frac{a^2}{4}$

@MrKonkori

$$\Rightarrow a^2k = a^2k^2 - \frac{a^2}{4} \Rightarrow k^2 - k - \frac{1}{4} = 0$$

$$\Rightarrow \begin{cases} k = \frac{1+\sqrt{2}}{2} \\ k = \frac{1-\sqrt{2}}{2} \end{cases} \quad (\text{غ ق ق})$$

(هندسه ۱- قضیهٔ تالس، تشابه و کاربردهای آن؛ صفحهٔ ۳۳)

۴۸- **گزینهٔ «۱»** *(امیرحسین ابومحبوب)*

دو مثلث AMN و BMN در ارتفاع رسم شده از رأس N مشترک هستند، پس نسبت مساحت‌های این دو مثلث برابر نسبت قاعده‌های آن‌ها است، یعنی داریم:

$$\frac{S_{AMN}}{S_{BMN}} = \frac{AM}{BM} = \frac{3}{5} \qquad (1)$$

در دو مثلث BNC و BMN، ارتفاع وارد بر قاعده‌های MN و BC برابر یکدیگرند (فاصلهٔ دو خط موازی MN و BC)، پس نسبت مساحت‌های این دو مثلث برابر نسبت قاعده‌هاست، یعنی داریم:

$$\frac{S_{BNC}}{S_{BMN}} = \frac{BC}{MN} \qquad (*)$$

از طرفی طبق تعمیم قضیهٔ تالس در مثلث ABC داریم:

$$\frac{MN}{BC} = \frac{AM}{AB} = \frac{3}{8} \Rightarrow \frac{BC}{MN} = \frac{8}{3} \xrightarrow{(*)} \frac{S_{BNC}}{S_{BMN}} = \frac{8}{3} \qquad (2)$$

$$\xrightarrow{(1),(2)} \frac{\frac{S_{AMN}}{S_{BMN}}}{\frac{S_{BNC}}{S_{BMN}}} = \frac{\frac{3}{5}}{\frac{8}{3}} = \frac{9}{40}$$

(هندسه ۱- قضیهٔ تالس، تشابه و کاربردهای آن؛ صفحه‌های ۳۴ تا ۳۷)

۴۹- **گزینهٔ «۳»** *(علیرضا شریف‌فطیبی)*

$$\frac{AM}{MD} = \frac{2}{3} \xrightarrow[\text{قضیهٔ تالس در ذوزنقه}]{MN \| DC} \frac{AM}{MD} = \frac{BN}{NC} = \frac{2}{3}$$

$$\overset{\Delta}{BDC} \xrightarrow{\text{قضیهٔ تالس}} \frac{DE}{EC} = \frac{BN}{NC} = \frac{2}{3} \xrightarrow{\text{ترکیب در مخرج}}$$

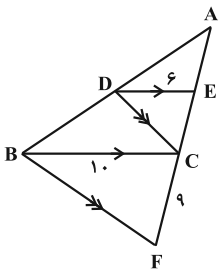
$$\frac{DE}{\underbrace{EC+DE}_{CD=12}} = \frac{2}{3+2} \Rightarrow DE = \frac{24}{5} = 4/8$$

(هندسه ۱- قضیهٔ تالس، تشابه و کاربردهای آن؛ صفحه‌های ۳۴ تا ۳۷)

۵۰- **گزینهٔ «۴»** *(مهرداد ملونری)*

با توجه به شکل و فرض سؤال و همچنین تمرین ۵ صفحهٔ ۳۷ کتاب درسی داریم:

$$AC^2 = AE.AF \qquad (*)$$



همچنین طبق تعمیم قضیهٔ تالس در مثلث ABC $(DE \| BC)$ داریم:

$$\frac{AE}{AC} = \frac{DE}{BC} = \frac{6}{10} \Rightarrow \frac{AE}{AC} = \frac{3}{5} \Rightarrow \begin{cases} AE = 3t \\ AC = 5t \end{cases}$$

در نتیجه: $\xrightarrow{(*)} (5t)^2 = 3t(5t+9) \Rightarrow 25t^2 = 15t^2 + 27t$

$$\Rightarrow 10t^2 = 27t \xrightarrow{t \neq 0} t = 2/7$$

طول ضلع AC برابر می‌شود با: $5t = 5 \times 2/7 = 13/5$

(هندسه ۱- قضیهٔ تالس، تشابه و کاربردهای آن؛ مشابه تمرین ۵ صفحهٔ ۳۷)

@MrKonkori

هندسه ۲

۵۱- **گزینهٔ «۱»** *(امیرحسین ابومحبوب)*

فرض کنید شعاع دایرهٔ بزرگ‌تر برابر R و شعاع دایرهٔ کوچک‌تر برابر r باشد. قطاع ۱۲۰° معادل $\frac{۱}{۳}$ دایره است، پس داریم:

$$\text{(مساحت دایرهٔ کوچک‌تر)} = \frac{۵}{۱۲} \text{ مساحت ناحیهٔ سایه‌زده}$$

$$\Rightarrow \frac{۱}{۳}\pi R^۲ - \frac{۱}{۳}\pi r^۲ = \frac{۵}{۱۲}\pi r^۲ \Rightarrow \frac{۱}{۳}\pi R^۲ = (\frac{۱}{۳}+\frac{۵}{۱۲})\pi r^۲$$

$$\Rightarrow \frac{۱}{۳}R^۲ = \frac{۳}{۴}r^۲ \Rightarrow R^۲ = \frac{۹}{۴}r^۲ \Rightarrow R = \frac{۳}{۲}r$$

محیط ناحیهٔ سایه‌زده به صورت زیر محاسبه می‌شود:

$$(AC+BD)+(\overset{\frown}{AB}+\overset{\frown}{CD}) = ۲(R-r)+\frac{۱}{۳}\times ۲\pi R+\frac{۱}{۳}\times ۲\pi r$$

$$= ۲\times\frac{۱}{۲}r+\frac{۱}{۳}\times ۲\pi\times\frac{۳}{۲}r+\frac{۱}{۳}\times ۲\pi r = r+\frac{۵\pi r}{۳} = (۱+\frac{۵\pi}{۳})r$$

نسبت محیط ناحیهٔ سایه‌زده به محیط دایرهٔ کوچک‌تر برابر است با:

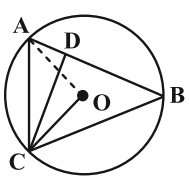
$$\frac{(۱+\frac{۵\pi}{۳})r}{۲\pi r} = \frac{۱+\frac{۵\pi}{۳}}{۲\pi} = \frac{۱}{۲\pi}+\frac{۵}{۶}$$

(هندسه ۲- دایره؛ صفحهٔ ۱۲)

۵۲- **گزینهٔ «۳»** *(نیما مهندس)*

مرکز دایره (O) را به نقطهٔ A وصل می‌کنیم. از آنجا که $A\hat{O}C$ زاویهٔ مرکزی روبه‌رو به کمان متناظر با زاویهٔ محاطی $A\hat{B}C$ است خواهیم داشت:

$$A\hat{O}C = ۲\times A\hat{B}C = ۶۰^\circ$$



چون $AO = OC$ و زاویهٔ AOC برابر ۶۰ درجه است، مثلث $\overset{\Delta}{AOC}$ متساوی‌الاضلاع خواهد بود و در نتیجه $AC = CO$ (۱). از طرفی دیگر داریم:

$$\left.\begin{matrix} A\hat{C}O = ۶۰^\circ \\ O\hat{C}D = ۲۰^\circ \end{matrix}\right\} \Rightarrow A\hat{C}D = ۴۰^\circ$$

$$\left.\begin{matrix} A\hat{B}C = ۳۰^\circ \\ B\hat{C}A = ۸۰^\circ \end{matrix}\right\} \Rightarrow C\hat{A}B = ۷۰^\circ$$

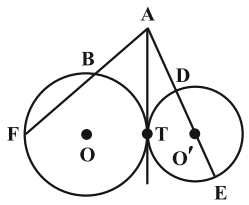
$$\left.\begin{matrix} D\hat{C}B = ۴۰^\circ \\ D\hat{B}C = ۳۰^\circ \end{matrix}\right\} \xrightarrow{\text{زاویهٔ خارجی } A\hat{D}C} A\hat{D}C = ۷۰^\circ = C\hat{A}B$$

$$\xrightarrow{\text{مثلث } \overset{\Delta}{ACD} \text{ متساوی‌الساقین}} AC = CD \quad (۲)$$

$$\xrightarrow{(۱),\,(۲)} CO = CD \Rightarrow O\hat{D}C = \frac{۱۸۰^\circ - O\hat{C}D}{۲} = ۸۰^\circ$$

(هندسه ۲- دایره؛ صفحه‌های ۱۲ تا ۱۴)

۵۳- **گزینهٔ «۲»** *(احمدرضا فلاح)*



$$\begin{cases} C : AT^۲ = AB\times AF \\ C' : AT^۲ = AD\times AE \end{cases} \Rightarrow AB\times AF = AD\times AE$$

$$\Rightarrow ۶\times ۲۴ = (O'A-۵)(O'A+۵) \Rightarrow ۱۴۴ = O'A^۲ - ۲۵$$

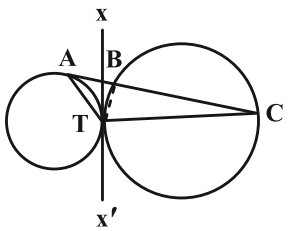
$$\Rightarrow O'A^۲ = ۱۶۹ \Rightarrow O'A = ۱۳$$

(هندسه ۲- دایره؛ صفحه‌های ۱۸ و ۱۹)

@MrKonkori

۵۴- **گزینهٔ «۴»** *(مهرداد ملوندی)*

مطابق شکل، مماس مشترک دو دایره (خط xx') را رسم می‌کنیم.



زاویه‌های ظلّی $\hat{TAB}$ و $\hat{ATx}$ از دایرهٔ سمت چپ با هم برابرند، پس:

$$\hat{ATx} = ۴۰^\circ$$

همچنین زاویهٔ ظلّی $\hat{BTx}$ برابر زاویهٔ محاطی $\hat{TCB}$ است، پس:

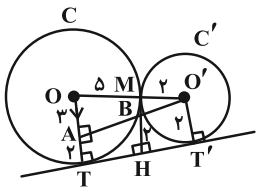
$$\hat{BTx} = ۲۵^\circ$$

در نتیجه در مثلث ATB داریم: $\hat{ATB} = ۴۰^\circ + ۲۵^\circ = ۶۵^\circ$

$$\Rightarrow \text{(زاویهٔ خارجی)}\ \hat{TBC} = \hat{TAB} + \hat{ATB} = ۴۰^\circ + ۶۵^\circ = ۱۰۵^\circ$$

(هندسه ۲- دایره؛ صفحه‌های ۱۳، ۱۴ و ۲۰ تا ۲۲)

۵۵- **گزینهٔ «۱»** *(علیرضا شریف‌طیبی)*



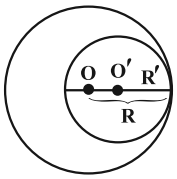
$$\overset{\Delta}{OO'A} : OA \parallel MB \Rightarrow \frac{MB}{OA} = \frac{O'M}{O'O} \Rightarrow \frac{MB}{۳} = \frac{۲}{۷} \Rightarrow MB = \frac{۶}{۷}$$

$$\Rightarrow MH = MB + BH = \frac{۶}{۷} + ۲ = \frac{۲۰}{۷}$$

(هندسه ۲- دایره؛ صفحه‌های ۲۰ تا ۲۳)

۵۶- **گزینهٔ «۴»** *(امیرحسین ابومحبوب)*

فرض کنید شعاع دایرهٔ بزرگ‌تر برابر R و شعاع دایرهٔ کوچک‌تر برابر R' باشد. در این صورت داریم:



طول خط‌المرکزین $OO' = R - R' \Rightarrow R - R' = ۳ \Rightarrow R = R' + ۳$

مساحت ناحیهٔ بین دو دایره $= S - S' = \frac{۵}{۴}S' \Rightarrow S = \frac{۹}{۴}S'$

$$\Rightarrow \pi R^۲ = \frac{۹}{۴}\pi R'^۲ \Rightarrow R = \frac{۳}{۲}R' \Rightarrow R' + ۳ = \frac{۳}{۲}R'$$

$$\Rightarrow \frac{۱}{۲}R' = ۳ \Rightarrow R' = ۶ \Rightarrow R = ۹$$

مجموع محیط‌های دو دایره $= ۲\pi \times ۶ + ۲\pi \times ۹ = ۱۲\pi + ۱۸\pi = ۳۰\pi$

(هندسه ۲- دایره؛ مشابه تمرین صفحهٔ ۲۳)

۵۷- **گزینهٔ «۲»** *(هومن عقیلی)*

$$\underbrace{a + b + c}_{۲P} = ۳a$$

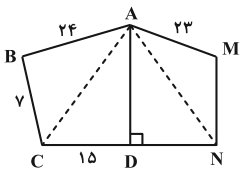
مساحت $S = \frac{۱}{۲}ah_a \Rightarrow h_a = \frac{۲S}{a}$, $r = \frac{S}{P}$

$$\Rightarrow \frac{h_a}{r} = \frac{\frac{۲S}{a}}{\frac{S}{P}} = \frac{۲P}{a} = \frac{۳a}{a} = ۳$$

(هندسه ۲- دایره؛ صفحه‌های ۲۵ و ۲۶)

۵۸- **گزینهٔ «۴»** *(سیرمحمدرضا حسینی‌فرد)*

چهارضلعی $ABCD$ محاطی است. پس:



$$\hat{B} + \hat{D} = ۱۸۰^\circ \Rightarrow \hat{B} = ۹۰^\circ \Rightarrow AC = \sqrt{۷^۲ + ۲۴^۲} = ۲۵$$

$$\Rightarrow AD = \sqrt{AC^۲ - DC^۲} = \sqrt{۲۵^۲ - ۱۵^۲} = ۲۰$$

@MrKonkori

AD عمودمنصف CN است، پس $DN = DC = ۱۵$.

چهارضلعی $AMND$ محیطی است. پس:

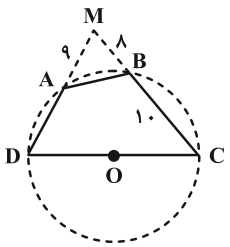
$$AM + DN = AD + MN \Rightarrow ۲۳ + ۱۵ = ۲۰ + MN$$

$$\Rightarrow MN = ۱۸$$

(هندسه ۲- دایره؛ صفحه‌های ۲۷ و ۲۸)

۵۹- **گزینهٔ «۳»** *(بهزاد ترکمن)*

با توجه به روابط طولی دو وتر متقاطع در بیرون دایره (شکل ۱)، داریم:

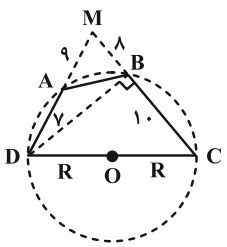


(شکل ۱)

$$MA \times MD = MB \times MC$$

$$\Rightarrow ۹ \times (۹ + AD) = ۸ \times ۱۸ \Rightarrow AD = ۷$$

حال اگر B به D وصل کنیم (شکل ۲)، واضح است که $\hat{B} = ۹۰^\circ$ (زاویهٔ محاطی روبه‌رو به قطر DC) است. پس طبق قضیهٔ فیثاغورس در دو مثلث قائم‌الزاویه داریم:



(شکل ۲)

$$\overset{\Delta}{MDB} : \hat{B} = ۹۰^\circ \Rightarrow DB^۲ = MD^۲ - MB^۲$$

$$= ۱۶^۲ - ۸^۲ = ۱۹۲$$

$$\overset{\Delta}{DBC} : \hat{B} = ۹۰^\circ \Rightarrow DC^۲ = DB^۲ + BC^۲$$

$$= ۱۹۲ + ۱۰۰ = ۲۹۲$$

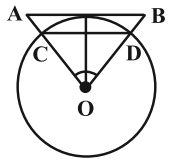
اما $CD = ۲R$، بنابراین:

$$(۲R)^۲ = ۲۹۲ \Rightarrow ۴R^۲ = ۲۹۲ \Rightarrow R^۲ = ۷۳$$

یعنی مساحت دایرهٔ محیطی، ۷۳π است.

(هندسه ۲- دایره؛ صفحه‌های ۲۷ و ۲۸)

۶۰- **گزینهٔ «۲»** *(افشین خاصه‌خان)*



می‌دانیم $AB = ۲(۶)\tan\frac{۱۸۰^\circ}{۶} = ۴\sqrt{۳}$ و

$CD = ۲(۶)\sin\frac{۱۸۰^\circ}{۶} = ۶$:

مثلث‌های OAB و OCD متساوی‌الاضلاع هستند، پس:

$$S_{\overset{\Delta}{OAB}} - S_{\overset{\Delta}{OCD}} = \frac{\sqrt{۳}}{۴}(AB)^۲ - \frac{\sqrt{۳}}{۴}(CD)^۲$$

$OA = OB = AB = ۴\sqrt{۳}$ و $OC = OD = CD = ۶$ است و داریم:

$$= \frac{\sqrt{۳}}{۴}((۴\sqrt{۳})^۲ - ۶^۲) = \frac{\sqrt{۳}}{۴}(۴۸ - ۳۶) = ۳\sqrt{۳}$$

مساحت ناحیهٔ محصور بین شش‌ضلعی‌های منتظم محاط و محیط بر دایره:

$$۶ \times ۳\sqrt{۳} = ۱۸\sqrt{۳}$$

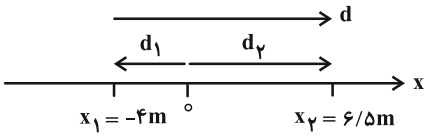
(هندسه ۲- دایره؛ مشابه تمرین ۷ صفحهٔ ۳۰)

@MrKonkori

فیزیک ۳

۶۱- **گزینهٔ «۲»** *(متین خرمی)*

اگر متحرک از مبدأ مکان عبور کند، بردار مکان تغییر جهت و علامت می‌دهد.



بررسی گزینه‌ها:

ابتدا بردار مکان منفی است و سپس مثبت می‌شود، پس گزارهٔ (ب) نادرست است.

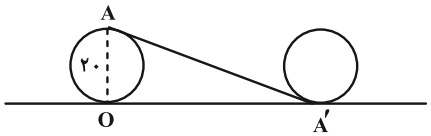
در ابتدا $(d_1 < 0)$ و سپس $(d_2 > 0)$ اما جابه‌جایی همواره در جهت مثبت است، پس جابه‌جایی و مکان هم‌جهت نیستند. (گزارهٔ الف نادرست)

اما از آنجایی که تغییر جهت در حرکت نداریم، مسافت طی شده و جابه‌جایی برابرند. پس گزارهٔ پ درست است.

(فیزیک ۳- حرکت بر خط راست؛ صفحه‌های ۲ تا ۵)

۶۲- **گزینهٔ «۱»** *(ویدا حیدری)*

مطابق شکل زیر، چرخ دوچرخه نیم‌دور می‌چرخد و جابه‌جایی نقطه روی چرخ، بردار $\overrightarrow{AA'}$ می‌باشد.



مطابق شکل رسم شده، چرخ فاصلهٔ $\overrightarrow{OA'}$ روی سطح را به اندازهٔ نصف محیط خود طی می‌کند.

$$\overrightarrow{OA'} = \frac{۱}{۲} \times ۲ \times \pi \times R = ۳ \times ۱۰ = ۳۰cm$$

حال یک مثلث قائم‌الزاویه داریم که اندازهٔ وتر آن را محاسبه می‌کنیم تا جابه‌جایی نقطهٔ A به دست آید.

$$\Delta x = \overrightarrow{AA'} = \sqrt{۲۰^۲ + ۳۰^۲} = ۱۰\sqrt{۲^۲ + ۳^۲} = ۱۰\sqrt{۱۳}$$

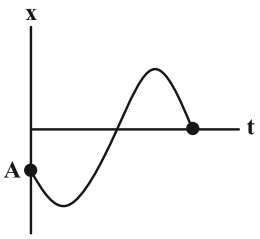
در انتها نیز بزرگی سرعت متوسط را از طریق رابطهٔ $v_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t}$ محاسبه می‌کنیم.

$$v_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{۱۰\sqrt{۱۳}}{۱۰} = \sqrt{۱۳}\ \frac{cm}{s}$$

(فیزیک ۳- حرکت بر خط راست؛ صفحه‌های ۴ تا ۶)

۶۳- **گزینهٔ «۱»** *(نگار صفری)*

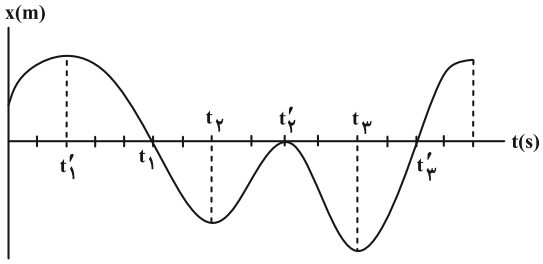
- متحرک در نقطهٔ A که در مکان منفی است شروع به حرکت می‌کند.
- متحرک ابتدا در خلاف جهت محور x حرکت می‌کند و سپس تغییر جهت می‌دهد.
- متحرک بار دیگر در مکان‌های مثبت تغییر جهت می‌دهد و سرانجام در $x = ۰$ متوقف می‌شود.



(فیزیک ۳- حرکت بر خط راست؛ صفحه‌های ۲ تا ۹)

۶۴- **گزینهٔ «۱»** *(معصومه شریعت‌ناصری)*

جهت بردار مکان زمانی تغییر می‌کند که نمودار محور زمان را قطع کند و ادامهٔ نمودار در سمت دیگر محور زمان ادامه پیدا کند. پس در دو نقطهٔ t_1 و t'_3 جهت بردار مکان تغییر پیدا کرده است. برای قسمت دوم باید توجه کنیم زمانی متحرک در خلاف جهت محور x حرکت می کند که نمودار به صورت نزولی باشد در این صورت سرعت منفی بوده و متحرک در خلاف جهت محور x حرکت خواهد کرد. همان‌طور که در شکل پیداست از t'_1 تا t_1 و t_1 تا t_2 و t'_2 تا t_3 نمودار نزولی بوده و متحرک در خلاف جهت محور x حرکت می‌کند.



(فیزیک ۳- حرکت بر خط راست؛ صفحه‌های ۲ تا ۹)

۶۵- **گزینهٔ «۱»** *(حسین الهی)*

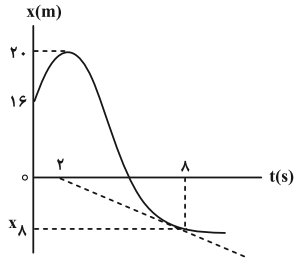
سرعت متوسط زمانی در خلاف جهت محور x خواهد شد که جابه‌جایی آن در خلاف جهت محور باشد (رد گزینهٔ «۴») و همچنین سرعت اولیه همان شیب خط مماس بر نمودار مکان- زمان در لحظه $t = ۰s$ می‌باشد که تنها در گزینهٔ «۱» شیب این خط مثبت یعنی سرعت اولیه در جهت محور x می‌باشد.

(فیزیک ۳- حرکت بر خط راست؛ صفحه‌های ۸ تا ۱۰)

۶۶- **گزینهٔ «۳»** *(زهره آقامحمدی)*

می‌دانیم که در نمودار مکان- زمان، شیب خط مماس بر نمودار، برابر سرعت لحظه‌ای متحرک است. با استفاده از شیب خط مماس بر نمودار که در لحظهٔ $t = ۸s$ رسم شده است، مکان متحرک را در لحظهٔ $t = ۸s$ محاسبه می‌کنیم. توجه کنید که چون در لحظهٔ $۸s$ شیب خط مماس بر نمودار منفی است، سرعت نیز منفی است.

@MrKonkori



$$v=\frac{x_۸-۰}{۸-۲}\xrightarrow{v=-۲\frac{m}{s}}x=-۱۲m$$

مسافت طی شده توسط متحرک برابر حاصل جمع بزرگی جابه‌جایی‌های آن است. بنابراین داریم:

$$\ell=|۲۰-۱۶|+|-۱۲-۲۰|=۴+۳۲=۳۶m$$

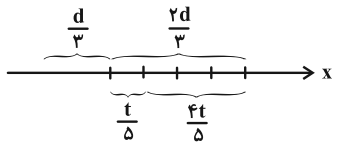
پس تندی متوسط متحرک در بازهٔ صفر تا $t=۸s$ برابر است با:

$$s_{av}=\frac{\ell}{\Delta t}=\frac{۳۶}{۸}=۴/۵\frac{m}{s}$$

(فیزیک ۳- حرکت بر خط راست؛ صفحه‌های ۸ تا ۱۰)

۶۷- **گزینهٔ «۲»** *(سیدمحمدعلی موسوی)*

در ابتدا باید سرعت متوسط متحرک را در $\frac{۲d}{۳}$ پایانی حرکت محاسبه کنیم:



$$(v_{av})_{\frac{۲d}{۳}}=\frac{۱۰(\frac{t}{۵})+۱۵(\frac{۴t}{۵})}{\frac{t}{۵}+\frac{۴t}{۵}}=\frac{۱۴t}{t}=۱۴\frac{m}{s}$$

اکنون سرعت متوسط را برای کل مسیر محاسبه می‌کنیم:

$$v_{av}=\frac{\frac{d}{۳}+\frac{۲d}{۳}}{\frac{\frac{d}{۳}}{۷}+\frac{\frac{۲d}{۳}}{۱۴}}=\frac{d}{\frac{d}{۲۱}+\frac{d}{۲۱}}=\frac{۱}{\frac{۲}{۲۱}}=\frac{۲۱}{۲}=۱۰/۵\frac{m}{s}$$

(فیزیک ۳- حرکت بر خط راست؛ صفحه‌های ۳ تا ۶)

۶۸- **گزینهٔ «۴»** *(مجتبی نکوئیان)*

مطابق با شکل زیر و با توجه به رابطهٔ تندی متوسط $(s_{av}=\frac{\ell}{\Delta t})$ داریم:

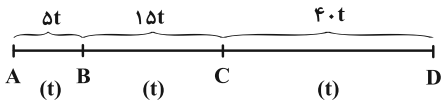
$$s_{av_{CD}}=\frac{\overline{CD}}{t}=۴۰\Rightarrow\overline{CD}=۴۰t$$

$$s_{av_{BC}}-s_{av_{AB}}=۱۰\Rightarrow\frac{\overline{BC}}{t}-\frac{\overline{AB}}{t}=۱۰$$

$$\xrightarrow{\overrightarrow{BC}=۳\overrightarrow{AB}}\frac{۲\overrightarrow{AB}}{t}=۱۰\Rightarrow\overline{AB}=۵t$$

$$s_{av_T}=\frac{\ell_T}{\Delta t_T}=\frac{\overline{AB}+\overline{BC}+\overline{CD}}{\Delta t_{AB}+\Delta t_{BC}+\Delta t_{CD}}$$

$$\Rightarrow s_{av_T}=\frac{۵t+۱۵t+۴۰t}{۳t}=۲۰\frac{m}{s}$$



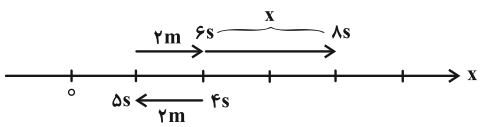
(فیزیک ۳- حرکت بر خط راست؛ صفحه‌های ۳ تا ۶)

۶۹- **گزینهٔ «۲»** *(مهدی شریفی)*

در ابتدا مسافت طی شده توسط متحرک در $۴s$ دوم را پیدا می‌کنیم:

$$\text{تندی متوسط}=\frac{\text{مسافت}}{\text{زمان}}\Rightarrow۳=\frac{\text{مسافت}}{۴}\Rightarrow\text{مسافت}=۱۲m$$

مسیر حرکت مطابق شکل زیر است:



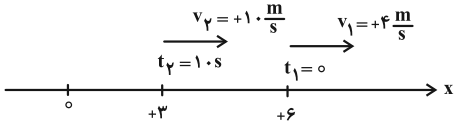
$$۱۲=۲+۲+x\Rightarrow x=۸m$$

$$\text{سرعت متوسط}:v_{av}=\frac{\Delta x}{\Delta t}=\frac{۸}{۴}=۲\frac{m}{s}$$

(فیزیک ۳- حرکت بر خط راست؛ صفحه‌های ۳ تا ۸)

۷۰- **گزینهٔ «۳»** *(امیراحمد میرسعید)*

متحرک در ابتدا در لحظهٔ $t_۱=۰$ در نقطهٔ $x_۱=۶m$ بوده و با سرعت اولیه $+۴\frac{m}{s}$ به طرف راست رفته پس می‌توان نوشت:



الف) درست است، زیرا در $t_۱=۰$، سرعت مثبت و به سمت راست است و قطعاً یک بار تغییر جهت داده و به سمت نقطهٔ $+۳m$ می‌رود و چون سرعت نهایی نیز $+۱۰$ می‌باشد مجدداً یک بار دیگر تغییر جهت می‌دهد.

ب) نادرست است؛ در گام اول با توجه به مقدار تندی متوسط، مسافت پیموده شده را محاسبه کنید.

$$s_{av}=\frac{\ell}{۱۰}\Rightarrow\ell=۰/۹\times۱۰=۹m$$

با توجه به این‌که مسافت کل $۹m$ است و فاصلهٔ متحرک در لحظهٔ $t_۱=۰$ برابر $+۶$ متر تا مبدأ مکان است متحرک نمی‌تواند از مبدأ مکان عبور کرده و در $t_۲=۱۰s$، به نقطهٔ $x=+۳$ برسد.

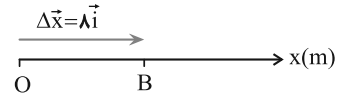
پ) نادرست است، متحرک در لحظهٔ $t=۱۰s$ سرعتش مثبت و بردار مکانی نیز مثبت است، لذا در حال دور شدن از مبدأ مکان و نزدیک شدن به مبدأ حرکت است.

(فیزیک ۳- حرکت بر خط راست؛ صفحه‌های ۳ تا ۸)

@MrKonkori

فیزیک ۳ – آشنا

۷۱- **گزینهٔ «۳»** *(کتاب آبی)*



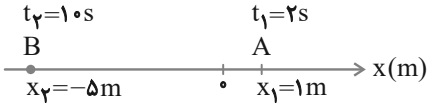
جابه‌جایی، برداری است که نقطهٔ آغازین حرکت **(O)** را به نقطهٔ پایانی آن **(B)** متصل می‌کند که مطابق شکل بردار $\overrightarrow{OB}$ و در سوی مثبت محور **x** است و داریم:

$$\overrightarrow{OB}=۸\vec{i}$$

اما بردار مکان، برداری است که در هر لحظه، مبدأ مکان را به محل جسم وصل می‌کند. چون در تمام مدت جسم در نقاط مثبت محور قرار دارد، بنابراین بردار مکان، همواره مثبت است و تغییر جهت نمی‌دهد.

(فیزیک ۳- حرکت بر خط راست؛ صفحه‌های ۲ و ۳)

۷۲- **گزینهٔ «۳»** *(کتاب آبی)*



در اینجا موقعیت متحرک در دو لحظهٔ t_1 و t_2 مشخص است. اما اینکه در این بین، متحرک تغییر جهت داده است یا خیر، نامعلوم است. بنابراین نمی‌توان به‌طور قطعی تندی متوسط را محاسبه کرد. اما تندی متوسط الزاماً بزرگتر یا مساوی اندازهٔ سرعت متوسط متحرک خواهد بود. $s_{av} \geq |v_{av}|$

$$v_{av}=\frac{\Delta x}{\Delta t}=\frac{x_2-x_1}{t_2-t_1}=\frac{-۵-۱}{۱۰-۲}=\frac{-۶}{۸}\Rightarrow |v_{av}|=۰/۷۵\,m/s$$

بنابراین خواهیم داشت:

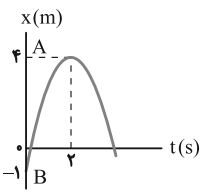
$$s_{av}\geq ۰/۷۵\,m/s$$

(فیزیک ۳- حرکت بر خط راست؛ صفحه‌های ۳ تا ۵)

۷۳- **گزینهٔ «۳»** *(کتاب آبی)*

با دقت در نمودار درمی‌یابیم که متحرک در لحظهٔ $t=۲s$ در مکان $x=+۴m$ قرار دارد.

ملاحظه می‌شود که فاصلهٔ A از O (مبدأ مکان) برابر $۴m$ است.



فاصله از مبدأ حرکت: مبدأ حرکت یا مکان اولیه (x_0) مکان ذره در لحظهٔ $t=۰$ است که در این نمودار $x_B=-۱m$ می‌باشد. ملاحظه می‌کنید که فاصلهٔ A تا B برابر $۵m$ است.

(فیزیک ۳- حرکت بر خط راست؛ صفحه‌های ۲ تا ۴)

۷۴- **گزینهٔ «۱»** *(کتاب آبی)*

خواستهٔ سوال $s_{av}=\frac{\ell_{۳}}{۱}$ (تندی متوسط در ثانیهٔ ۱۲ ام) است. با توجه به اندازه‌های مشخص شده در شکل، فاصله‌ها را با ℓ_1 و ℓ_2 و ℓ_3 نشان داده‌ایم (مسافت طی شده در ثانیهٔ اول را که معادل $|x_0|$ است را با ℓ_1 و مسافت طی شده در بازهٔ $۱s$ تا $۳s$ را با ℓ_2 و مسافت طی شده در ثانیهٔ ۱۲ام را با ℓ_3 نشان داده‌ایم)، با استفاده از رابطهٔ $\ell=s_{av}\times\Delta t$ داریم:

از $t=۰$ تا $t=۳s$:

$$\ell_1+\ell_2=۳\times۴=۱۲m\Rightarrow \ell_1+\ell_2=۱۲m \quad (۱)$$: در ۳ ثانیهٔ اول

از $t=۶s$ تا $t=۱۲s$ داریم:

$$\ell_1+\ell_1+\ell_2+\ell_2+\ell_3=۱۳\times۶=۷۸m$$: در ۶ ثانیهٔ دوم

$$\Rightarrow ۲(\ell_1+\ell_2)+\ell_3=۷۸m \quad (۲)$$

$$۲(\ell_1+\ell_2)+\ell_3=۷۸m \xrightarrow{\ell_1+\ell_2=۱۲m} ۲\times۱۲+\ell_3=۷۸m$$

$$\ell_3=۵۴m \Rightarrow \text{در ثانیهٔ ۱۲ ام } s_{av}=\frac{\ell_3}{۱}=۵۴\ m/s$$

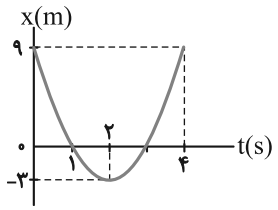
(فیزیک ۳- حرکت بر خط راست؛ صفحه‌های ۷ تا ۹)

۷۵- **گزینهٔ «۱»** *(کتاب آبی)*

نمودار مکان ـ زمان متحرک را رسم می‌کنیم. معادلهٔ حرکت متحرک به صورت $x=at^2+bt+c$ می‌باشد. چون **a** (ضریب t^2) مثبت است نمودار دارای مینیمم می‌باشد و نمودار آن به شکل زیر خواهد بود: (t_s لحظهٔ تغییر جهت است.)

$$x=۳t^2-۱۲t+۹\Rightarrow t_s=\frac{-b}{۲a}\xrightarrow{b=-۱۲,\ a=۳} t_s=\frac{-(-۱۲)}{۲\times۳}=۲s$$

$$x=۳t^2-۱۲t+۹\Rightarrow\begin{cases}t_1=۱s\Rightarrow x_1=(۳\times۱^2)-(۱۲\times۱)+۹=۰\\ t_s=۲s\Rightarrow x_s=(۳\times۲^2)-(۱۲\times۲)+۹=-۳m\\ t_2=۴s\Rightarrow x_2=(۳\times۴^2)-(۱۲\times۴)+۹=۹m\end{cases}$$



اکنون مسافت طی شده در بازهٔ زمانی $۱s$ تا $۴s$ را پیدا می‌کنیم:

$$\ell=|-۳-۰|+|۹-(-۳)|=۳+۱۲=۱۵m$$

در آخر تندی متوسط برابر است با:

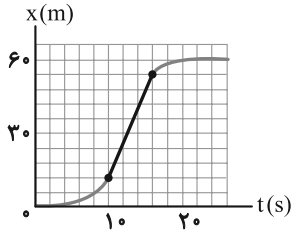
$$s_{av}=\frac{\ell}{\Delta t}\xrightarrow{\Delta t=۴-۱=۳s,\ \ell=۱۵m} s_{av}=\frac{۱۵}{۳}=۵m/s$$

(فیزیک ۳- حرکت بر خط راست؛ صفحه‌های ۵ تا ۹)

@MrKonkori

۷۶- **گزینهٔ «۳»** *(کتاب آبی)*

سرعت متحرک وقتی بیشینه است که شیب مماس بر منحنی بیشینه باشد. این نمودار در بازهٔ زمانی ۱۰ تا ۱۶ ثانیه دارای بیشترین مقدار شیب است. پس دو نقطهٔ متناظر ۱۰ و ۱۶ ثانیه از منحنی را به هم وصل می‌کنیم و داریم:



$$v=\frac{\Delta x}{\Delta t}=\frac{x_۲-x_۱}{۱۶-۱۰}=\frac{۵۴-۱۲}{۶}=\frac{۴۲}{۶}=۷\,m/s$$

دقت کنید هر واحد روی محور عمودی معادل $۶\,m$ و هر واحد روی محور افقی معادل $۲\,s$ است.

(فیزیک ۳- حرکت بر خط راست؛ صفحه‌های ۹ و ۱۰)

۷۷- **گزینهٔ «۲»** *(کتاب آبی)*

بزرگی سرعت متوسط فقط هنگامی با تندی متوسط برابر است که اولاً حرکت روی خط راست باشد، ثانیاً متحرک تغییر جهت ندهد. اما دقت کنید همواره تندی لحظه‌ای با بزرگی سرعت لحظه‌ای برابر است.

(فیزیک ۳- حرکت بر خط راست؛ صفحه‌های ۳ تا ۹)

۷۸- **گزینهٔ «۴»** *(کتاب آبی)*

برای بررسی نمودار مسافت- زمان باید به چند نکتهٔ زیر توجه کرد:

۱) مسافت طی شده همواره مثبت است. بنابراین نمودار آن همواره بالای محور زمان خواهد بود. در نتیجه گزینهٔ «۱» نمی‌تواند درست باشد.

۲) اگر متحرک در حال حرکت باشد، با گذشت زمان، مسافت پیموده شده همواره در حال افزایش است و اگر جسم ساکن باشد، مسافت طی شده افزایش نخواهد داشت و در حال سکون، نمودار افقی است.

۳) کل مسافت پیموده شده برابر مجموع بزرگی جابه‌جایی‌ها در تمام بازه هایی است که جسم تغییر جهت نمی‌دهد.

در این سؤال کل مسافت طی شده $۲۰\,m$ است و جسم از لحظهٔ $t=۵\,s$ تا $t=۶\,s$ ساکن است. بنابراین گزینهٔ «۴» درست است.

(فیزیک ۳- حرکت بر خط راست؛ صفحه‌های ۲ و ۳)

۷۹- **گزینهٔ «۲»** *(کتاب آبی)*

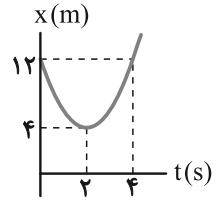
هنگامی که سرعت متوسط متحرک در بازهٔ زمانی Δt صفر است، بدان معنی است که متحرک در این بازه به جای اولش بازگشته است. با رسم نمودار مکان- زمان، l ، Δt و سپس s_{av} را می‌یابیم:

$$x=۲t^۲-۸t+۱۲$$

$$t_s=\frac{-b}{۲a}=\frac{۸}{۴}=۲s\Rightarrow x=۴m\Rightarrow S(۲,۴)$$

$$t=۰\Rightarrow x_۰=۱۲m$$

t(s)	۰	۲
x(m)	۱۲	۴

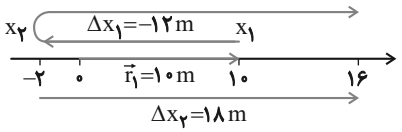


با توجه به تقارن سهمی در $t=۲s$ از روی شکل مکان متحرک در لحظهٔ $t=۴\,s$ نیز همان مکان در لحظهٔ $t=۰$ یعنی $۱۲\,m$ می‌باشد، بنابراین خواهیم داشت: $s_{av}=\frac{\ell}{\Delta t}\xrightarrow[\Delta t=۴s]{\ell=۸+۸=۱۶m}s_{av}=\frac{۱۶}{۴}=۴m/s$

(فیزیک ۳- حرکت بر خط راست؛ صفحه‌های ۳ تا ۶)

۸۰- **گزینهٔ «۱»** *(کتاب آبی)*

ابتدا مسیر حرکت متحرک روی محور x را مشخص می‌کنیم. مکان متحرک در $t_۱=۲s$ برابر $x_۱=۱۰m$ است.



حال $x_۲$ را می‌یابیم:

$$\Delta x_۱=v_{av_۱}\times\Delta t_۱\xrightarrow{v_{av_۱}=-۶m/s\ ,\ \Delta t_۱=۴-۲=۲s}$$

$$\Delta x_۱=-۶\times۲=-۱۲m$$

اکنون اگر روی محور $۱۲\,m$ به چپ برویم به $x_۲=-۲m$ می‌رسیم.

در مرحلهٔ دوم داریم:

$$\Delta x_۲=v_{av_۲}\times\Delta t_۲\xrightarrow{v_{av_۲}=۳m/s\ ,\ \Delta t_۲=۶s}$$

$$\Delta x_۲=۳\times۶=۱۸m$$

بنابراین سرعت متوسط کل به‌صورت زیر به‌دست می‌آید:

$$v_{av}=\frac{\Delta x_۱+\Delta x_۲}{\Delta t_۱+\Delta t_۲}=\frac{-۱۲+۱۸}{۲+۶}=\frac{۶}{۸}=۰/۷۵m/s$$

برای یافتن مکان پایانی $(x_۳)$ از شکل کمک می‌گیریم. با توجه به مسیر حرکت و تغییر جهت، ابتدا از $+۱۰\,m$ به $-۲\,m$ و از این نقطه به $+۱۶\,m$ می‌رسد و نقطهٔ پایانی و بردار مکان آن به‌صورت زیر می‌باشد:

$$x_۳=۱۶m\Rightarrow\vec{r}_۳=۱۶\vec{i}$$

(فیزیک ۳- حرکت بر خط راست؛ صفحه‌های ۴ تا ۹)

@MrKonkori

فیزیک ۱

۸۱- **گزینهٔ «۲»** *(محمدرضا سهرابی‌فرد)*

براساس جدول ۱-۱ صفحهٔ ۷ کتاب درسی، هفت کمیت طول، جرم، زمان، دما، مقدار ماده، جریان الکتریکی و شدت روشنایی، کمیت‌های اصلی در دستگاه بین‌المللی (SI) هستند. بنابراین تنها زمان و طول در موارد داده شده کمیت اصلی هستند که هر دوی آن‌ها نرده‌ای هستند؛ زیرا تنها با یک عدد و یکا بیان می‌شوند.

(فیزیک ۱- فیزیک و اندازه‌گیری؛ صفحه‌های ۶ تا ۹)

۸۲- **گزینهٔ «۱»** *(بهزاد آزادخو)*

در فیزیک، هنگامی می‌توانیم چند عبارت را با هم جمع و تفریق کنیم که همهٔ آن‌ها یکای یکسانی داشته باشند. بنابراین همهٔ عبارت‌ها باید یکای یکسانی داشته باشند:

$$[A]=[\frac{B}{x}]=[Cx^{3}]$$

ابتدا یکای ژول را برحسب یکاهای اصلی می‌یابیم:

$$K=\frac{1}{2}mv^{2}\Rightarrow[K]=[m][v^{2}]\Rightarrow J=kg.\frac{m^{2}}{s^{2}}$$

$$[B]=J=kg.\frac{m^{2}}{s^{2}}$$

$$\Rightarrow\begin{cases}[A]=\frac{[B]}{[x]}=\frac{J}{m}=\frac{\frac{kg.m^{2}}{s^{2}}}{m}=\frac{kg.m}{s^{2}}\\ [Cx^{3}]=\frac{[B]}{[x]}\Rightarrow[C]\times[x^{3}]=\frac{[B]}{[x]}\\ \Rightarrow[C]\times m^{3}=\frac{\frac{kg.m^{2}}{s^{2}}}{m}\Rightarrow[C]=\frac{kg}{m^{2}.s^{2}}\end{cases}$$

(فیزیک ۱- فیزیک و اندازه‌گیری؛ صفحه‌های ۶ تا ۱۱)

۸۳- **گزینهٔ «۳»** *(معصومه شریعت‌ناصری)*

ابتدا جرم و شتاب جسم را برحسب یکاهای SI می‌یابیم:

$$m=(\text{۱۰۰۰ مثقال})=\text{۱۰۰۰مثقال}\times\frac{۴/۶g}{\text{۱ مثقال}}\times\frac{1kg}{10^{3}g}$$

$$=۴/۶kg$$

$$a=۳۶\frac{km}{min^{2}}\times\frac{10^{3}m}{1km}\times(\frac{1min}{60s})^{2}=\frac{۳۶\times10^{3}}{۳۶\times10^{2}}=10\frac{m}{s^{2}}$$

طبق قانون دوم نیوتون $F_{net}=ma$، در نتیجه خواهیم داشت:

$$F_{net}=ma=۴/۶(10)=۴۶N$$

(دقت کنید باید کمیت‌ها را با یکای SI در فرمول‌ها قرار دهیم تا حاصل نیز براساس SI باشد.)

(فیزیک ۱- فیزیک و اندازه‌گیری؛ صفحه‌های ۱۰ و ۱۱)

۸۴- **گزینهٔ «۲»** *(حسین الهی)*

ابتدا تمام کمیت‌ها را برحسب یکای SI آن‌ها می‌یابیم:

$$v=\text{۳۰ گرهٔ دریایی}=\text{۳۰ گرهٔ دریایی}\times\frac{۰/۵\frac{m}{s}}{\text{۱ گرهٔ دریایی}}=15\frac{m}{s}$$

$$x=\text{۳۰۰۰ مایل}\times\frac{\text{۵۲۰۰ فوت}}{\text{۱ مایل}}\times\frac{\text{۳۰۰mm}}{\text{۱فوت}}\times\frac{1m}{1000mm}$$

$$=۴۶۸۰۰۰۰m$$

$$x=vt\Rightarrow t=\frac{x}{v}=\frac{۴۶۸۰۰۰۰}{15}=۳۱۲۰۰۰s$$

اکنون باید عدد به دست آمده را برحسب دقیقه، مگاثانیه و تراثانیه نوشته تا با گزینه‌ها مقایسه شود:

۱ و ۳) نادرست $۳۱۲۰۰۰s\times\frac{1min}{60s}=۵۲۰۰min$

۲) درست $۳۱۲۰۰۰s\times\frac{1Ms}{10^{6}s}=۰/۳۱۲Ms$

۴) نادرست $۳۱۲۰۰۰s\times\frac{1Ts}{10^{12}s}=۳/۱۲\times10^{-7}Ts$

(فیزیک ۱- فیزیک و اندازه‌گیری؛ صفحهٔ ۲۰)

۸۵- **گزینهٔ «۲»** *(محسن سلماسی‌وند)*

دقت اندازه‌گیری وسایل دیجیتال یک واحد از آخرین رقمی است که آن ابزار می‌خواند. بنابراین دقت اندازه‌گیری دستگاه ۰/۰۱mm است:

$$۰/۰۱mm=?\,\mu m\Rightarrow۰/۰۱mm\times\frac{10^{-3}m}{1mm}\times\frac{1\mu m}{10^{-6}m}=10\mu m$$

(فیزیک ۱- فیزیک و اندازه‌گیری؛ صفحه‌های ۱۰ تا ۱۵)

۸۶- **گزینهٔ «۴»** *(ویدا حیدری)*

حجم ظاهری مکعب (چیزی که ما می‌بینیم)، برابر با مجموع حجم فلز به کار رفته در آن و حجم حفره است. بنابراین ابتدا حجم فلز را می‌یابیم:

$$\rho=\frac{m}{V}\Rightarrow V=\frac{m}{\rho}\xrightarrow[\rho=\frac{۱۵۰۰kg}{m^{3}}=\frac{۱/۵g}{cm^{3}}]{m=۹۰۰g}V=\frac{۹۰۰}{۱/۵}=۶۰۰cm^{3}$$

حجم حفره + حجم فلز = حجم ظاهری

$$\Rightarrow\text{حجم ظاهری}=a^{3}=۶۰۰+۴۰۰=۱۰۰۰cm^{3}\Rightarrow a=10cm$$

(فیزیک ۱- فیزیک و اندازه‌گیری؛ صفحه‌های ۱۶ تا ۱۸)

@MrKonkori

۸۷- **گزینهٔ «۲»** *(زهره آقامحمدی)*

جرم آلیاژ، برابر با مجموع جرم دو فلز است:

$$m_{\text{آلیاژ}} = m_۱ + m_۲ \Rightarrow m_۱ + m_۲ = ۱/۲\times۱۰^۳ g$$

حجم آلیاژ برابر است با:

$$V = \frac{۴}{۳}\pi R^۳ = \frac{۴}{۳}\times۳\times۵\times۵\times۵ = ۵۰۰ cm^۳$$

همچنین حجم آلیاژ برابر با مجموع حجم دو فلز است:

$$V_۱ + V_۲ = ۵۰۰ cm^۳ \xrightarrow{V=\frac{m}{\rho}} \frac{m_۱}{\rho_۱} + \frac{m_۲}{\rho_۲} = ۵۰۰$$

$$\xrightarrow[\rho_۲=۳/۶\frac{g}{m^۳}]{\rho_۱=۲\frac{g}{cm^۳}} \frac{m_۱}{۲} + \frac{m_۲}{۳/۶} = ۵۰۰ \xrightarrow{m_۱=۱۲۰۰-m_۲}$$

$$\frac{۱۲۰۰-m_۲}{۲} + \frac{m_۲}{۳/۶} = ۵۰۰ \Rightarrow ۴۳۲۰ - ۳/۶m_۲ + ۲m_۲ = ۳۶۰۰$$

$$\Rightarrow ۱/۶m_۲ = ۷۲۰ \Rightarrow m_۲ = ۴۵۰ g$$

$$\text{درصد جرم فلز (۲)} = \frac{m_۲}{m_{\text{آلیاژ}}}\times۱۰۰ = \frac{۴۵۰}{۱۲۰۰}\times۱۰۰ = ۳۷/۵\,\%$$

(فیزیک ۱- فیزیک و اندازه‌گیری؛ صفحه‌های ۱۶ تا ۱۸)

۸۸- **گزینهٔ «۳»** *(مهران اسماعیلی)*

پس از ذوب یخ، حجم آن تغییر می‌کند اما جرم آن ثابت می‌ماند. بنابراین می‌توان نوشت:

$$m_{\text{یخ}} = m_{\text{آب}} \xrightarrow{m=\rho V} \rho_{\text{یخ}} V_{\text{یخ}} = \rho_{\text{آب}} V_{\text{آب}}$$

$$\frac{\rho_{\text{یخ}} = ۰/۹\frac{g}{cm^۳} \quad , \quad V_{\text{یخ}} = ۲۰۰ cm^۳}{\rho_{\text{آب}} = ۱\frac{g}{cm^۳}} \Rightarrow ۰/۹\times۲۰۰ = ۱\times V_{\text{آب}}$$

$$\Rightarrow V_{\text{آب}} = ۱۸۰ cm^۳$$

در نتیجه حجم آب حاصل از ذوب یخ برابر با $۱۸۰ cm^۳$ و حجم نهایی کل آب برابر با $V = ۴۰۰ + ۱۸۰ = ۵۸۰ cm^۳$ است.

(فیزیک ۱- فیزیک و اندازه‌گیری؛ صفحه‌های ۱۶ تا ۱۸)

۸۹- **گزینهٔ «۴»** *(علیرضا جباری)*

ابتدا حجم قطعه سنگ را به دست می‌آوریم:

$$\rho = \frac{m}{V} \Rightarrow V = \frac{m}{\rho} \xrightarrow[\rho=۴\frac{g}{cm^۳}]{m=۶۰۰g} V = \frac{۶۰۰}{۴} = ۱۵۰ cm^۳$$

لذا $۱۵۰ cm^۳$ روغن بالا می‌آید که بخشی از آن قسمت خالی ظرف را پر می‌کند و بخش دیگر، از ظرف خارج می‌شود. بنابراین حجم روغن ریخته شده از ظرف، از تفاضل حجم کل روغن بالا آمده و قسمت خالی ظرف به دست می‌آید:

$$V_{\text{ریخته شده}} = V_{\text{کل}} - V_{\text{قسمت خالی}} = V_{\text{کل}} - Ah_{\text{قسمت خالی}}$$

$$\Rightarrow V_{\text{ریخته شده}} = ۱۵۰ - ۴(۲۵) = ۱۵۰ - ۱۰۰ = ۵۰ cm^۳$$

در نهایت با استفاده از رابطهٔ چگالی، جرم روغن ریخته شده را به دست می‌آوریم:

$$m_{\text{ریخته شده}} = V_{\text{ریخته شده}}\rho_{\text{روغن}} = ۵۰(۰/۸) = ۴۰ g$$

(فیزیک ۱- فیزیک و اندازه‌گیری؛ صفحه‌های ۱۶ تا ۱۸)

۹۰- **گزینهٔ «۲»** *(حسام نادری)*

اندازهٔ هر کمیت فیزیکی، که به صورت نمادگذاری علمی بیان می‌شود، باید شامل سه قسمت باشد. قسمت‌های اول و دوم، دربرگیرندهٔ حاصل ضرب عددی از ۱ تا ۱۰ در توان صحیحی از ۱۰ است و در قسمت سوم، یکای آن کمیت نوشته می‌شود. حال به بررسی موارد می‌پردازیم:

الف) $۳۸/۹\times۱۰^۸ m = ۳/۸۹\times۱۰^۱\times۱۰^۸ m = ۳/۸۹\times۱۰^۹ m$

$$= ۳/۸۹\times۱۰^۹\times\frac{۱ km}{۱۰^۳ m} = ۳/۸۹\times۱۰^۶ km$$ درست

ب) $۰/۰۰۱۶۸ s = ۱/۶۸\times۱۰^{-۳} s$ نادرست

پ) $۱۶۹۵۴۰۰ m = ۱/۶۹۵۴\times۱۰^۶ m\times\frac{۱ km}{۱۰^۳ m}$

$$= ۱/۶۹۵۴\times۱۰^۳ km$$ نادرست

ت) $۰/۰۰۰۰۰۷۸۶۰ s = ۷/۸۶۰\times\underbrace{۱۰^{-۶}}_{\mu} s$

$$= ۷/۸۶۰\times۱۰^۰ \mu s$$ درست

(فیزیک ۱- فیزیک و اندازه‌گیری؛ صفحه‌های ۱۲ و ۱۳)

@MrKonkori

فیزیک ۲

۹۱- **گزینهٔ «۲»** *(مهدی حاجی‌زاده)*

از آنجا که به جسم الکترون می‌دهیم و بار آن مثبت است، بار جسم کاهش می‌یابد. این کاهش بار برابر است با:

$$\Delta q = -ne \xrightarrow[e=1/6\times10^{-19}C]{n=2\times10^{12}} \Delta q = -2\times10^{12}\times1/6\times10^{-19}$$

$$= -3/2\times10^{-7}C$$

$$\text{درصد کاهش بار } (q' \text{ بار اولیه}) = \frac{\Delta q}{q'}\times100$$

$$\Rightarrow -16 = \frac{-3/2\times10^{-7}}{q'}\times100 \Rightarrow q' = 2\times10^{-6}C = 2\mu C$$

(فیزیک ۲-الکتریسیتهٔ ساکن؛ صفحه‌های ۳ تا ۵)

۹۲- **گزینهٔ «۴»** *(علی برزگر)*

اگر بار اولیهٔ کره‌ها را با q_{1A}، q_{1B} و q_{1C} و بار کره‌ها را بعد اتصال به کرهٔ مجاور با q_{2A}، q_{2B} و q_{2C} و بار کرهٔ B را بعد از اتصال به کره C، q_{3B} نشان دهیم، خواهیم داشت:

$$q_{2A} = q_{2B} = \frac{q_{1B}+q_{1A}}{2} \xrightarrow{q_{2A}=2q_{1A}} 2q_{1A} = \frac{q_{1A}+q_{1B}}{2}$$

$$\Rightarrow 4q_{1A} = q_{1A}+q_{1B} \Rightarrow q_{1B} = 3q_{1A} \qquad (I)$$

بعد از بسته شدن کلید k_2 می‌توان نوشت:

$$q_{3B} = q_{2C} = \frac{q_{2B}+q_{1C}}{2} \xrightarrow{q_{2C}=-\frac{q_{1C}}{2}} -\frac{q_{1C}}{2} = \frac{q_{2B}+q_{1C}}{2}$$

$$\Rightarrow -q_{1C} = q_{2B}+q_{1C} \xrightarrow{q_{2B}=q_{2A}=2q_{1A}} -2q_{1C} = 2q_{1A}$$

$$\Rightarrow q_{1C} = -q_{1A} \qquad (II)$$

از (I) و (II) نتیجه می‌شود:

$$q_{1A} = \frac{q_{1B}}{3} = -q_{1C}$$

(فیزیک ۲- الکتریسیتهٔ ساکن؛ صفحه‌های ۳ تا ۵)

۹۳- **گزینهٔ «۳»** *(زهره آقامحمدی)*

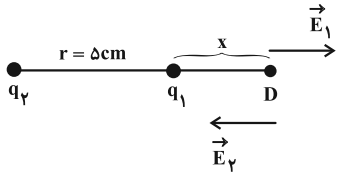
با استفاده از قانون کولن r را می‌یابیم:

$$F = k\frac{|q_1||q_2|}{r^2} \xrightarrow[|q_1|=2\mu C=2\times10^{-6}C,\ |q_2|=18\mu C=18\times10^{-6}C]{F=129/6N,\ k=9\times10^9\frac{N.m^2}{C^2}}$$

$$\Rightarrow 129/6 = \frac{9\times10^9\times36\times10^{-12}}{r^2} \Rightarrow r^2 = 25\times10^{-4}$$

$$\Rightarrow r = 5\times10^{-2}m = 5cm$$

چون دو بار ناهم‌نام‌اند، میدان الکتریکی بر روی خط واصل آن‌ها و خارج از فاصلهٔ میان دو بار و نزدیک به بار با اندازهٔ کوچک‌تر، صفر می‌شود. اگر فاصلهٔ این نقطه را از q_1، x فرض کنیم، خواهیم داشت:



$$E_1 = E_2 \Rightarrow \frac{k|q_1|}{r_1^2} = \frac{k|q_2|}{r_2^2} \Rightarrow \frac{|q_1|}{r_1^2} = \frac{|q_2|}{r_2^2}$$

$$\xrightarrow[r_1=x\ ,\ r_2=r+x]{|q_1|=2\mu C\ ,\ |q_2|=18\mu C} \frac{2}{x^2} = \frac{18}{(r+x)^2}$$

$$\Rightarrow \left(\frac{r+x}{x}\right)^2 = 9 \Rightarrow \frac{r+x}{x} = 3 \Rightarrow 2x = r$$

$$\Rightarrow x = \frac{r}{2} = 2/5cm$$

بنابراین فاصلهٔ این نقطه از q_2 برابر است با:

$$r_2 = x+r = 2/5+5 = 7/5cm$$

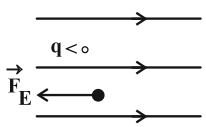
(فیزیک ۲- الکتریسیتهٔ ساکن؛ صفحه‌های ۵ تا ۷، ۱۲ تا ۱۵)

۹۴- **گزینهٔ «۲»** *(علیرضا جباری)*

ابتدا اندازهٔ میدان الکتریکی یکنواخت بین این دو صفحه را به دست می‌آوریم:

$$E = \frac{\Delta V}{d} \xrightarrow[d=5cm=5\times10^{-2}m]{\Delta V=100V} E = \frac{100}{5\times10^{-2}} = 2\times10^3\frac{V}{m}$$

با توجه به اتصال صفحه‌ها به پایانهٔ باتری‌ها، صفحهٔ A دارای بار مثبت و صفحهٔ B دارای بار منفی است. از این‌رو جهت میدان الکتریکی به طرف راست است. اکنون به کمک قضیهٔ کار- انرژی جنبشی، مشخص می‌کنیم که این ذره پس از طی چه فاصله‌ای متوقف می‌شود:



$$W_t = K_2 - K_1 \xrightarrow[W_t=W_E]{K_2=0} E|q|d\cos\theta = -K_1$$

@MrKonkori

$$\xrightarrow[E=۲\times۱۰^{۳}\frac{V}{m},\ m=۴mg=۴\times۱۰^{-۶}kg]{\theta=۱۸۰^{\circ},\ |q|=۶\times۱۰^{-۶}C,\ v=۵\sqrt{۳}\frac{m}{s}}$$

$$\Rightarrow ۶\times۱۰^{-۶}\times۲\times۱۰^{۳}d'\times\cos۱۸۰^{\circ}=-\frac{۱}{۲}mv^{۲}$$

$$\Rightarrow -۱۲\times۱۰^{-۳}d'=-\frac{۱}{۲}\times۴\times۱۰^{-۶}\times(۵\sqrt{۳})^{۲}$$

$$\Rightarrow d'=۱/۲۵cm$$

بنابراین ذره پس از رها شدن، ۱/۲۵ سانتی‌متر به سمت صفحهٔ B می‌پیماید تا متوقف شود و در این لحظه فاصلهٔ ذره از صفحهٔ B برابر است با:

$$d-d'=۵-۱/۲۵=۳/۷۵cm$$

(فیزیک ۲- الکتریسیتهٔ ساکن: صفحه‌های ۲۱ تا ۲۷)

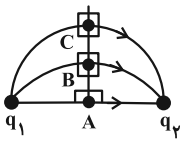
۹۵- **گزینهٔ «۴»** *(حسین الهی)*

حالت اول: خطوط میدان الکتریکی از بار مثبت خارج می‌شوند. همچنین با حرکت در جهت خطوط میدان، پتانسیل الکتریکی کاهش می‌یابد. بنابراین هر چه از بار مثبت دورتر شویم، پتانسیل کاهش می‌یابد.

$$(V_A > V_B > V_C)$$

حالت دوم: مطابق شکل زیر، سه نقطه در یک خط عمود بر خطوط میدان الکتریکی قرار دارند. بنابراین همهٔ آن‌ها پتانسیل الکتریکی یکسان دارند.

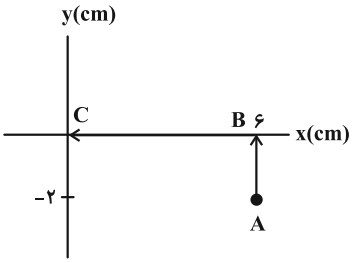
$$(V_A = V_B = V_C)$$



(فیزیک ۲- الکتریسیتهٔ ساکن: صفحه‌های ۲۳ تا ۲۵)

۹۶- **گزینهٔ «۲»** *(حسین الهی)*

طبق تمرین ۱-۹ کتاب درسی، با حرکت در جهت خطوط میدان، پتانسیل الکتریکی کاهش می‌یابد. با حرکت از مبدأ به نقطهٔ $\begin{vmatrix}۶\\-۲\end{vmatrix}$، پتانسیل از $+۱۰V$ به $-۱۰V$ کاهش یافته است، لذا در جهت خطوط میدان حرکت کرده‌ایم و میدان الکتریکی در خلاف جهت محور y است.



برای محاسبهٔ میدان الکتریکی، از نقطهٔ (A) ابتدا به بالا و سپس به چپ می‌رویم تا به نقطهٔ (C) برسیم:

$\Delta V_{BC}=۰$ (عمود بر خطوط حرکت کرده‌ایم)

$$\Delta V_{AB}=Ed\xrightarrow[d=۲cm=۲\times۱۰^{-۲}m]{V_B=+۱۰V,\ V_A=-۱۰V}$$

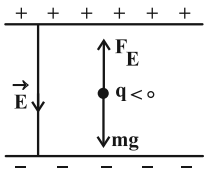
$$۲۰=E\times۲\times۱۰^{-۲}\Rightarrow E=۱۰^{۳}\frac{N}{C}$$

(فیزیک ۲- الکتریسیتهٔ ساکن: صفحه‌های ۱۷ تا ۲۶)

۹۷- **گزینهٔ «۴»** *(ادریس محمدی)*

مسئله را در دو حالت بررسی می‌کنیم:

اگر جهت میدان، به سمت پایین باشد:



با توجه به جهت میدان، بار قطرهٔ روغن باید منفی باشد تا قطره معلق بماند.

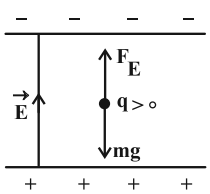
پس داریم: $$F_E=mg\Rightarrow E|q|=mg\xrightarrow[m=۳۲\times۱۰^{-۱۴}kg]{E=۲\times۱۰^{۵}\frac{N}{C}}$$

$$۲\times۱۰^{۵}\times|q|=۳۲\times۱۰^{-۱۴}\times۱۰\Rightarrow|q|=۱۶\times۱۰^{-۱۸}C$$

از طرفی طبق رابطهٔ $|q|=ne$ داریم:

$$n=\frac{|q|}{e}\xrightarrow[e=۱/۶\times۱۰^{-۱۹}C]{q=۱۶\times۱۰^{-۱۸}C}n=\frac{۱۶\times۱۰^{-۱۸}}{۱۶\times۱۰^{-۲۰}}\Rightarrow n=۱۰۰$$

چون بار قطره منفی بود، پس در این حالت ۱۰۰ الکترون گرفته است. حال اگر جهت میدان به سمت بالا باشد، بار قطرهٔ روغن باید مثبت باشد تا قطره در میدان الکتریکی معلق بماند.



@MrKonkori

$$F_E = mg \Rightarrow Eq = mg \xrightarrow{q=ne} Ene = mg$$

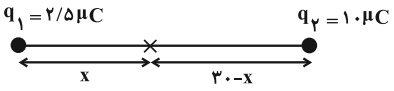
$$\Rightarrow n = \frac{mg}{E.e} \xrightarrow[E=۲\times۱۰^{۵}\frac{N}{C}]{m=۳۲\times۱۰^{-۱۴}kg} n = \frac{۳۲\times۱۰^{-۱۴}\times۱۰}{۲\times۱۰^{۵}\times۱۶\times۱۰^{-۲۰}} = ۱۰۰$$

چون بار قطره روغن مثبت است، بنابراین قطره ۱۰۰ الکترون از دست داده است.

(فیزیک ۲- الکتریسیتهٔ ساکن؛ صفحه‌های ۱۹ تا ۲۱)

۹۸- **گزینهٔ «۴»** *(آراس محمدی)*

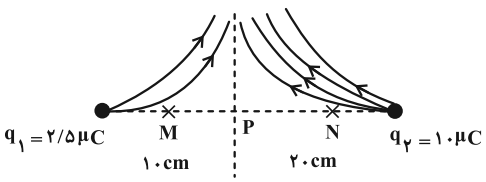
می‌دانیم میدان الکتریکی برایند بین دو بار هم‌نام، میان فاصلهٔ دو بار به روی خط واصل میان آن‌ها نزدیک به باری که از لحاظ قدرمطلقی کوچک‌تر است، صفر است:



$$E_۱ = E_۲ \Rightarrow \frac{kq_۱}{r_۱^۲} = \frac{kq_۲}{r_۲^۲} \Rightarrow \frac{۲/۵}{x^۲} = \frac{۱۰}{(۳۰-x)^۲}$$

$$\Rightarrow ۲x = ۳۰ - x \Rightarrow x = ۱۰cm$$

با توجه به مثبت بودن هر دو بار $q_۱$ و $q_۲$، خطوط میدان از آن‌ها خارج می‌شود:



با حرکت از نقطهٔ M به N، بزرگی میدان ابتدا کاهش و سپس افزایش می‌یابد. انرژی پتانسیل الکتریکی را در دو مرحله بررسی می‌کنیم:

مسیر MP: $\xleftarrow[q'<۰]{F_E} d \Rightarrow W_E < ۰ \Rightarrow \Delta U > ۰$

مسیر PN: $\xrightarrow[q'<۰]{d} F_E \Rightarrow W_E > ۰ \Rightarrow \Delta U < ۰$

بنابراین انرژی پتانسیل الکتریکی ابتدا افزایش و سپس کاهش می‌یابد.

(فیزیک ۲- الکتریسیتهٔ ساکن؛ صفحه‌های ۱۷، ۱۸ و ۲۱ تا ۲۳)

۹۹- **گزینهٔ «۲»** *(آراس محمدی)*

ابتدا مساحت سطح کره را به دست می‌آوریم:

$$A = ۴\pi r^۲ \xrightarrow[\pi=۳]{r=۴cm} A = ۴\times۳\times(۴)^۲ = ۱۹۲cm^۲$$

حال از رابطهٔ $\sigma = \frac{q}{A}$ داریم:

$$۵ = \frac{q_۱}{۱۹۲} \Rightarrow q_۱ = ۹۶۰\mu C$$

بار الکتریکی ثانویه $q_۲ = ۹۶۰ + ۲۴۰ = ۱۲۰۰\mu C$ است. چگالی سطحی بار در این حالت را نیز محاسبه می‌کنیم:

$$\sigma_۲ = \frac{q_۲}{A} \Rightarrow \sigma_۲ = \frac{۱۲۰۰}{۱۹۲} = \frac{۱۰۰}{۱۶}\frac{\mu C}{cm^۲}$$

در نهایت خواستهٔ سؤال را به دست می‌آوریم:

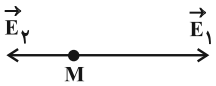
$$\text{درصد تغییر} = \frac{\sigma_۲ - \sigma_۱}{\sigma_۱}\times۱۰۰ = \frac{\frac{۱۰۰}{۱۶} - ۵}{۵}\times۱۰۰ = ۲۵٪$$

پس چگالی سطحی بار ۲۵ درصد تغییر کرده است.

(فیزیک ۲- الکتریسیتهٔ ساکن؛ صفحه‌های ۲۹ و ۳۰)

۱۰۰- **گزینهٔ «۲»** *(ادریس محمدی)*

ابتدا برایند میدان الکتریکی را در نقطهٔ M به دست می‌آوریم:



$$\begin{cases} E_۱ = \frac{kq_۱}{r^۲} = \frac{۹\times۱۰^۹\times۱۲\times۱۰^{-۶}}{۱۰^{-۲}} = ۱۰۸\times۱۰^۵\frac{N}{C} \\ E_۲ = \frac{kq_۲}{r^۲} = \frac{۹\times۱۰^۹\times۲\times۱۰^{-۶}}{۱۰^{-۲}} = ۱۸\times۱۰^۵\frac{N}{C} \end{cases}$$

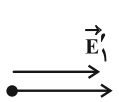
$$\vec{E}_{TM} = \vec{E}_۱ - \vec{E}_۲ \Rightarrow \vec{E}_{TM} = ۹۰\times۱۰^۵\frac{N}{C}$$

از طرفی طبق اطلاعات سؤال داریم:

$$\vec{E}_{TM} = \vec{E}_{TN} + ۶۰\times۱۰^۵$$

$$\xrightarrow{\vec{E}_{TM}=۹۰\times۱۰^۵\frac{N}{C}} \vec{E}_{TN} = ۳۰\times۱۰^۵\frac{N}{C}$$

حال برایند میدان الکتریکی را در نقطهٔ N به دست می‌آوریم:



$$\begin{cases} E'_۱ = \frac{kq_۱}{r'^۲_۱} = \frac{۹\times۱۰^۹\times۱۲\times۱۰^{-۶}}{(x+۰/۲)^۲} \\ E'_۲ = \frac{kq_۲}{r'^۲_۲} = \frac{۹\times۱۰^۹\times۲\times۱۰^{-۶}}{x^۲} \end{cases}$$

$$\vec{E}_{TN} = \vec{E}'_۱ + \vec{E}'_۲ \Rightarrow ۳۰\times۱۰^۵ = \frac{۱۰۸\times۱۰^۳}{(x+۰/۲)^۲} + \frac{۱۸\times۱۰^۳}{x^۲} \quad (۱)$$

به جای حل معادلهٔ (۱) بهتر است از جاگذاری گزینه‌ها استفاده کنیم، پس جواب گزینهٔ «۲» است.

(فیزیک ۲- الکتریسیتهٔ ساکن؛ صفحه‌های ۱۲ تا ۱۷)

@MrKonkori

شیمی ۳

۱۰۱- **گزینهٔ «۴»** *(سعید تیزرو)*

بررسی گزینه‌ها:

۱) اتیلن گلیکول با فرمول شیمیایی CH_2OHCH_2OH دارای ۹ پیوند اشتراکی و ۶ اتم هیدروژن می‌باشد.

تعداد پیوندهای اشتراکی در اتیلن گلیکول : $\frac{(2\times4)+(6\times1)+(2\times2)}{2}=9$

$$\frac{9}{6}=1/5$$

۲) مطابق نمودار صفحهٔ ۳ کتاب درسی این جمله صحیح است.

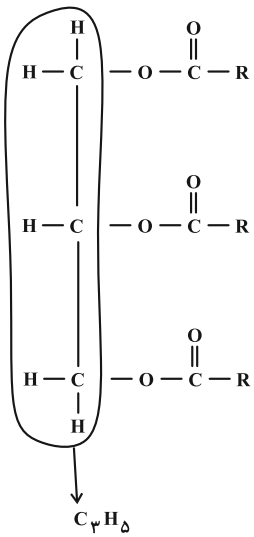
۳) مخلوط آب، روغن و صابون یک کلوئید محسوب شده و برخلاف مخلوط شربت معده که سوسپانسیون محسوب می‌شود، پایدار است.

۴) طبق مطالب صفحهٔ ۵ کتاب درسی مولکول‌های عسل حاوی شمار قابل توجهی گروه هیدروکسیل هستند.

(شیمی ۳- مولکول‌ها در خدمت تندرستی؛ صفحه‌های ۳ تا ۵ و ۷)

۱۰۲- **گزینهٔ «۱»** *(محمد عظیمیان‌زواره)*

با توجه به ساختار کلی استرهای سه عاملی که به صورت زیر می‌باشد، می‌توان گفت:



$$\begin{array}{r} C_{57}H_{104}O_6 \\ -C_3H_5 \\ \hline C_{54}H_{99}O_6 \end{array}$$

برای به دست آوردن فرمول RCOO :

$$C_{54}H_{99}O_6 \div 3 \Rightarrow C_{18}H_{33}O_2 \quad \text{یا} \quad C_{17}H_{33}COO$$

بنابراین اسید چرب سازندهٔ آن $C_{17}H_{33}COOH$ و صابون مربوطه $C_{17}H_{33}COONa$ خواهد بود.

(شیمی ۳- مولکول‌ها در خدمت تندرستی؛ صفحه‌های ۵ و ۶)

۱۰۳- **گزینهٔ «۲»** *(محمد عظیمیان‌زواره)*

بررسی موارد:

آ) درست

$$\begin{cases} \text{اوره } CO(NH_2)_2 \text{ جرم مولی} = 60\,g.mol^{-1} \\ \text{اتیلن گلیکول } C_2H_6O_2 \text{ جرم مولی} = 62\,g.mol^{-1} \end{cases}$$

$$\begin{cases} \text{اتیلن } C_2H_4 \text{ جرم مولی} = 28\,g.mol^{-1} \\ \text{اتان } C_2H_6 \text{ جرم مولی} = 30\,g.mol^{-1} \end{cases}$$

ب) نادرست؛ باید از آب که حلالی قطبی است استفاده کرد.

پ) نادرست؛ چربی‌ها را می‌توان مخلوطی از اسیدهای چرب و استرهای بلندزنجیر دانست نه پلی‌استر بلند زنجیر.

ت) نادرست؛ مخلوط حاصل پایدار و ناهمگن است. (کلوئیدها مخلوط‌هایی ناهمگن‌اند.)

ث) درست؛ زیرا صابون با یون Ca^{2+} موجود در این آب رسوب می‌نماید.

$$2RCOONa(aq)+CaCl_2(aq)\rightarrow (RCOO)_2Ca(s)+2NaCl(aq)$$

Cl^- آنیون همراه با Ca^{2+} می‌باشد که در آب حضور دارد.

(شیمی ۳- مولکول‌ها در خدمت تندرستی؛ صفحه‌های ۴، ۵، ۷ تا ۹)

۱۰۴- **گزینهٔ «۱»** *(محمدرضا جمشیری)*

ابتدا واکنش را موازنه می‌کنیم:

$$2RCOONa(aq)+MgCl_2(aq)\rightarrow (RCOO)_2Mg(s)+2NaCl(aq)$$

به ازای هر مول NaCl در آب، ۲ مول یون ($Cl^-(aq)$ و $Na^+(aq)$) حاصل می‌شود؛ با استفاده از شمار مول یون‌های تولید شده و جرم صابون مصرفی، جرم مولی صابون را به دست می‌آوریم.

@MrKonkori

روش اول: جرم مولی صابون $= M$

$$۲۰۰۰g\ RCOONa \times \frac{۱mol\ RCOONa}{M\ g\ RCOONa} \times \frac{۲mol\ NaCl}{۲mol\ RCOONa} \times \frac{۲mol\ \text{یون}}{۱mol\ NaCl} = ۱۶mol\ \text{یون}$$

$$\Rightarrow \frac{۲۰۰۰ \times ۲ \times ۲}{M \times ۲} = ۱۶ \Rightarrow M = ۲۵۰g.mol^{-۱}$$

روش دوم: $\frac{۲۰۰۰}{۲ \times M} = \frac{۱۶}{۲ \times ۲} \Rightarrow M = ۲۵۰g.mol^{-۱}$

حال با توجه به این‌که فرمول عمومی صابون جامد که دارای زنجیرهٔ هیدروکربنی سیرشده است به صورت $C_nH_{۲n+۱}COONa$ است و با دانستن جرم مولی صابون می‌توان تعداد هیدروژن‌ها را محاسبه کرد.

$$۱۴n + ۶۸ = ۲۵۰ \Rightarrow n = ۱۳ \xrightarrow{\text{پس}} \text{تعداد هیدروژن} = ۲۷$$

(شیمی ۳- مولکول‌ها در خدمت تندرستی؛ صفحه‌های ۵، ۶، ۸ و ۹)

۱۰۵- **گزینهٔ «۲»** *(امیر حاتمیان)*

موارد (ب) و (پ) درست است.

بررسی عبارت‌ها:

الف) نادرست؛ وجود آنزیم در صابون‌ها، درصد لکه‌های باقی‌مانده روی لباس را کاهش می‌دهد.

ب) درست؛ با افزایش غلظت یون $Mg^{۲+}$ در آب سخت قدرت پاک‌کنندگی صابون کاهش یافته و ارتفاع کف حاصل نیز کاهش می‌یابد.

پ) درست؛ با افزایش دما قدرت پاک‌کنندگی یک صابون افزایش می‌یابد.

ت) نادرست؛ پارچه‌ای که از پلیمری شدن الکل‌ها و اسیدهای دو عاملی به دست می‌آید پارچهٔ پلی‌استری است که نسبت به پارچه‌های نخی چسبندگی بیشتری با لکه‌های چربی دارند.

(شیمی ۳- مولکول‌ها در خدمت تندرستی؛ صفحه‌های ۸ و ۹)

۱۰۶- **گزینهٔ «۲»** *(امیرحسین طیبی)*

می‌دانیم در ساختار پاک‌کنندهٔ صابونی، اتم Cl وجود ندارد، در نتیجه تمام اتم‌های کلر موجود در مخلوط متعلق به تری‌کلوزان می‌باشد. جرم تری‌کلوزان موجود در مخلوط را محاسبه می‌کنیم:

$$C_{۱۲}H_۷O_۲Cl_۳ \sim ۳Cl$$

$$?g\ C_{۱۲}H_۷O_۲Cl_۳ : ۲/۱mol\ Cl \times \frac{۱mol\ C_{۱۲}H_۷O_۲Cl_۳}{۳mol\ Cl} \times \frac{۲۹۰g\ C_{۱۲}H_۷O_۲Cl_۳}{۱mol\ C_{۱۲}H_۷O_۲Cl_۳} = ۲۰۳g\ C_{۱۲}H_۷O_۲Cl_۳$$

$$\Rightarrow \text{جرم پاک‌کنندهٔ صابونی} = ۳۳۵g - ۲۰۳g = ۱۳۲g\ RCOONa$$

$$۲RCOONa \sim ۱(RCOO)_۲Ca$$

$$?mol\ RCOONa = ۰/۲۵mol(RCOO)_۲Ca \times \frac{۲mol\ RCOONa}{۱mol(RCOO)_۲Ca} = ۰/۵mol\ RCOONa$$

۰/۵ مول $RCOONa$، ۱۳۲g جرم دارد. در نتیجه جرم مولی آن برابر با $\frac{۱۳۲}{۰/۵} = ۲۶۴g.mol^{-۱}$ است.

$$C_nH_{۲n+۱}COONa \rightarrow M = ۱۲n + ۲n + ۱ + ۱۲ + ۳۲ + ۲۳ = ۲۶۴$$

$$\Rightarrow n = ۱۴$$

تعداد اتم‌های کربن بخش آنیونی این پاک‌کنندهٔ صابونی برابر با ۱۵ می‌باشد.

(شیمی ۳- مولکول‌ها در خدمت تندرستی؛ صفحه‌های ۵ تا ۹)

۱۰۷- **گزینهٔ «۳»** *(محمدرضا جمشیری)*

بررسی موارد نادرست:

مورد دوم: صابون‌ها با آلاینده‌ها برهم‌کنش دارند ولی پاک‌کنندهٔ خورنده علاوه بر برهم‌کنش، با آلاینده‌ها واکنش نیز می‌دهند.

مورد سوم: در واکنش مخلوط آلومینیم و سدیم هیدروکسید با آب، تولید گاز هیدروژن قدرت پاک‌کنندگی را افزایش می‌دهد.

مورد چهارم: فرمول شیمیایی آهک، CaO می‌باشد.

مورد پنجم: اسیدها با اغلب فلزات واکنش می‌دهند.

(شیمی ۳- مولکول‌ها در خدمت تندرستی؛ صفحه‌های ۱۲ تا ۱۴)

@MrKonkori

۱۰۸- **گزینهٔ «۲»** *(یاسر راش)*

صابون تهیه شده از اسید چرب **B**، به دلیل سیرشده بودن زنجیرهیدروکربنی آن، نسبت به صابون تهیه شده از اسید چرب **A**، قدرت بیشتری در پاک‌کنندگی و ایجاد کف و همچنین سختی بیشتری دارد. پس محلول ظرف (۱)، مخلوط آب با صابون تهیه شده از اسید چرب **B** و محلول ظرف (۲)، مخلوط آب با صابون تهیه شده از اسید چرب **A** است. صابون حاصل از اسید چرب **B**، نه تنها قدرت پاک‌کنندگی بیشتری دارند، بلکه جرم مولی آن نیز کمتر از صابون حاصل از اسید چرب **A** است. بنابراین برای پاک‌کردن یک لکهٔ چربی مشخص، مقدار مورد نیاز از صابون تهیه شده از اسید چرب **B** کمتر است. زیرا در جرم‌های برابر، شمار مولکول‌های صابون بیشتری از آن وجود دارد و علاوه بر این قدرت پاک‌کنندگی آن نیز بیشتر است.

بررسی گزینهٔ «۴»:

$$\text{اسید چرب } \mathbf{A}: C_{19}H_{36}O_2$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \text{اختلاف شمار اتم‌های C و H} = 17 \\ \text{مخلوط ظرف (۲)} = \text{صابون حاصل} \end{cases}$$

$$\text{اسید چرب } \mathbf{B}: C_{16}H_{32}O_2$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \text{اختلاف شمار اتم‌های C و H} = 16 \\ \text{مخلوط ظرف (۱)} = \text{صابون حاصل} \end{cases}$$

(شیمی ۳- مولکول‌ها در خدمت تندرستی؛ صفحه‌های ۵، ۶، ۸، و ۹)

۱۰۹- **گزینهٔ «۴»** *(محبوبه بیک‌محمدی)*

موارد (الف) و (پ) صحیح هستند.

بررسی موارد:

الف) با توجه به این‌که مولکول‌های صابون از سمت زنجیرهٔ هیدروکربنی **(R)** با چربی جاذبه واندروالسی برقرار می‌کنند، بخش قطبی صابون ($-\overset{\overset{O}{\|}}{C}-O^-$) روی سطح خارجی لکهٔ چربی قرار می‌گیرد.

ب) چربی‌ها مخلوطی از اسیدهای چرب و استرهای بلندزنجیر هستند؛ مولکول‌های اسیدچرب برخلاف استر بلندزنجیر توانایی برقراری پیوند هیدروژنی با مولکول‌های آب را دارند.

پ) عناصر گوگرد و کلر (مادهٔ شیمیایی کلردار) به ترتیب برای از بین بردن قارچ‌های پوستی و افزایش خاصیت میکروب‌کشی به صابون اضافه می‌شوند.

ت) معادلهٔ انحلال ترکیب‌های ذکر شده در آب به صورت زیر است:

$$Li_2O(s) + H_2O(l) \rightarrow 2Li^+(aq) + 2OH^-(aq)$$

$$N_2O_5(s) + H_2O(l) \rightarrow 2H^+(aq) + 2NO_3^-(aq)$$

در اثر انحلال یک مول از هر ماده در آب، ۴ مول یون تولید می‌شود.

(شیمی ۳- مولکول‌ها در خدمت تندرستی؛ صفحه‌های ۵، ۸، ۱۱، ۱۲ و ۱۶)

۱۱۰- **گزینهٔ «۳»** *(محمد عظیمیان‌زواره)*

برای این منظور از مخلوط سدیم هیدروکسید و پودر آلومینیم استفاده می‌شود. این پاک‌کننده یک پاک‌کنندهٔ خورنده بوده و در واکنش با آب تولید گاز H_2 و گرما می‌نماید و کارایی پاک‌کننده را افزایش می‌دهد.

بررسی برخی از گزینه‌ها:

۱) زیرا کلوئیدها همانند محلول‌ها پایدار بوده و ته‌نشین نمی‌شوند و برخلاف محلول‌ها ناهمگن‌اند. کلوئیدها شبیه سوسپانسیون‌ها ناهمگن بوده و پخش نور دارند. به دلیل این شباهت‌ها و تفاوت‌ها رفتار کلوئیدها را می‌توان رفتاری بین سوسپانسیون و محلول‌ها در نظر گرفت.

۲) پاک‌کننده‌های غیرصابونی از مواد پتروشیمیایی طی واکنش‌های پیچیده در صنعت تولید می‌شوند.

(شیمی ۳- مولکول‌ها در خدمت تندرستی؛ صفحه‌های ۷، ۱۰، ۱۱، ۱۳ و ۱۵)

@MrKonkori

شیمی ۱

۱۱۱- **گزینهٔ «۴»** *(روزبه رضوانی)*

موارد (ب) و (ت) نادرست هستند. هیدروژن در سیارهٔ مشتری و آهن هم در سیارهٔ زمین فراوان‌ترین عناصر هستند. مرگ ستاره‌ها اغلب با یک انفجار بزرگ همراه است که سبب می‌شود عنصرهای تشکیل شده در آن در فضا پراکنده شوند.

(شیمی ۱- کیهان، زادگاه الفبای هستی؛ صفحه‌های ۲ تا ۴)

۱۱۲- **گزینهٔ «۲»** *(روزبه رضوانی)*

بررسی موارد نادرست:

مورد اول: فراوانی ایزوتوپ‌ها $^{25}_{12}Mg < ^{26}_{12}Mg < ^{24}_{12}Mg$

مورد چهارم: به دلیل یکسان بودن خواص شیمیایی ایزوتوپ‌ها، سرعت واکنش ایزوتوپ‌های منیزیم با کلر در شرایط یکسان برابر است.

مورد پنجم: ایزوتوپ‌ها از نظر خواص شیمیایی مشابه هستند، پس برای جداسازی آن‌ها از روش فیزیکی استفاده می‌شود.

(شیمی ۱- کیهان، زادگاه الفبای هستی؛ صفحه‌های ۳، ۵ و ۶)

۱۱۳- **گزینهٔ «۳»** *(روزبه رضوانی)*

$$e = p - 3$$

$$p + n = 108 \Rightarrow n = 108 - p$$

$$\frac{e}{n} = \frac{2}{3} \Rightarrow \frac{p-3}{108-p} = \frac{2}{3} \Rightarrow 3p - 9 = 216 - 2p$$

$$\Rightarrow 5p = 225 \Rightarrow p = 45$$

$$^{45}A \begin{cases} \text{دوره } 5 \\ \text{گروه } 9 \end{cases}$$

(شیمی ۱- کیهان، زادگاه الفبای هستی؛ صفحه‌های ۵ و ۹ تا ۱۳)

۱۱۴- **گزینهٔ «۱»** *(محمدرضا جمشیری)*

بررسی موارد نادرست:

مورد سوم: اورانیم شناخته‌شده‌ترین فلز پرتوزایی است که یکی از ایزوتوپ‌های آن، اغلب به عنوان سوخت در راکتور اتمی استفاده می‌شود.

مورد پنجم: N_A اتم هیدروژن، یک مول اتم هیدروژن را نشان می‌دهد، جرم یک مول اتم هیدروژن، تقریباً یک گرم است.

(شیمی ۱- کیهان، زادگاه الفبای هستی؛ صفحه‌های ۶ تا ۸ و ۱۴، ۱۶، ۱۷)

۱۱۵- **گزینهٔ «۲»** *(هادی مهدی‌زاده)*

$$F_1 + F_2 + F_3 = 100$$

$$\begin{cases} (I)\ F_3 = 100 - (F_1 + F_2) \\ (II)\ F_3 = \frac{1}{4}(F_1 + F_2) \xrightarrow{(II),(I)} \frac{1}{4}(F_1 + F_2) = 100 - (F_1 + F_2) \\ (III)\ F_3 = \frac{1}{3}F_1 \end{cases}$$

$$\text{دو طرف} \times 4 \Rightarrow F_1 + F_2 = 400 - 4(F_1 + F_2)$$

$$\Rightarrow 5(F_1 + F_2) = 400 \Rightarrow F_1 + F_2 = 80\% \Rightarrow F_3 = 20\%$$

$$F_3 = \frac{1}{3}F_1 \Rightarrow 20 = \frac{1}{3}F_1 \Rightarrow \begin{cases} F_1 = 60\% \\ F_2 = 20\% \end{cases}$$

$$\bar{M} = 11 + (1 \times \frac{20}{100}) + (2 \times \frac{20}{100}) = 11/6\,amu$$

(شیمی ۱- کیهان، زادگاه الفبای هستی؛ صفحه‌های ۵، ۶ و ۱۳ تا ۱۵)

۱۱۶- **گزینهٔ «۱»** *(امیرحسین طیبی)*

$$X \begin{cases} M_1 = 18\,amu\ ,\ f_1 = 2f \\ M_2 = 19\,amu\ ,\ f_2 = 100 - 3f \\ M_3 = 21\,amu\ ,\ f_3 = f \end{cases}$$

$$\Rightarrow \bar{M} = \frac{M_1f_1 + M_2f_2 + M_3f_3}{f_1 + f_2 + f_3}$$

$$\Rightarrow \bar{M} = \frac{(18 \times 2f) + (19 \times (100 - 3f)) + (21 \times f)}{100} = \frac{1900}{100} = 19\,amu$$

می‌دانیم جرم هر اتم $^{12}_{6}C$ برابر با $12\,amu$ می‌باشد.

$$CX_2 \text{ جرم مولی} = 12 + 2(19) = 50\,g.mol^{-1}$$

$$?\,g\ CX_2 : 9/03 \times 10^{23}\ atom \times \frac{1\,mol\ atom}{6/02 \times 10^{23}\ atom}$$

$$\times \frac{1\,mol\ CX_2}{3\,mol\ atom} \times \frac{50\,g\ CX_2}{1\,mol\ CX_2} = 25\,g\ CX_2$$

(شیمی ۱- کیهان، زادگاه الفبای هستی؛ صفحه‌های ۱۳ تا ۱۹)

۱۱۷- **گزینهٔ «۳»** *(امیر حاتمیان)*

جرم اتمی میانگین O و N را حساب می‌کنیم.

$^{14}_{7}N$ ↓ $f_1 = 75\%$ $\qquad$ $^{15}_{7}N$ ↓ $f_2 = 25\%$

@MrKonkori

$$\bar{M}_N = \frac{14\times75+15\times25}{100} = 14/25\,amu$$

$$^{16}O \;(f_1=60\%) \qquad ^{17}O \;(f_2=30\%) \qquad ^{18}O \;(f_3=10\%)$$

$$\bar{M}_O = \frac{16\times60+17\times30+18\times10}{100} = 16/5\,amu$$

$$N_2O_3 \text{ جرم مولی} = 2(14/25)+3(16/5) = 78\,g.mol^{-1}$$

$$?=3/12\,L\,N_2O_3 \text{ تعداد اتم در } N_2O_3$$

$$\times\frac{3/25\,g\,N_2O_3}{1\,L\,N_2O_3}\times\frac{1\,mol\,N_2O_3}{78\,g\,N_2O_3}\times\frac{5\,mol\text{ اتم}}{1\,mol\,N_2O_3}$$

$$\times\frac{N_A\text{ اتم}}{1\,mol\text{ اتم}} = 0/65\,N_A \text{ اتم}$$

(شیمی ۱- کیهان، زادگاه الفبای هستی؛ صفحه‌های ۱۵ تا ۱۹)

۱۱۸- **گزینهٔ «۴»** *(محسن مجنونی)*

تنها مورد (ت) نادرست است. طبق جدول صفحهٔ ۲۲ کتاب درسی رنگ شعله خود فلزات و نمک‌های آن‌ها یکسان است.

بررسی سایر موارد:

آ) با توجه به خود را بیازمایید صفحهٔ ۲۱ کتاب درسی نور با طول موج کمتر دمای بیشتری دارد.

ب) با توجه به شکل ۱۴ صفحهٔ ۲۰ کتاب درسی هر چه میزان شکست نور بیشتر باشد طول موج آن کمتر و در نتیجه محتوای انرژی آن بیشتر است.

پ) با توجه به طیف نشری خطی این دو عنصر در صفحهٔ ۲۳ کتاب درسی، هر دو ۴ خط در گستره مرئی دارند.

(شیمی ۱- کیهان، زادگاه الفبای هستی؛ صفحه‌های ۱۹ تا ۲۳)

۱۱۹- **گزینهٔ «۱»** *(محبوبه بیک‌محمدی)*

تنها مورد دوم نادرست است.

بررسی موارد:

مورد اول: جرم اتمی میانگین هیدروژن برابر $1/008\,amu$ و جرم یک پروتون برابر $1/0073\,amu$ است.

مورد دوم: $^{5}_{1}H$ پایدارترین رادیو ایزوتوپ ساختگی هیدروژن و $^{3}_{1}H$ تنها رادیو ایزوتوپ طبیعی آن است.

$$^{5}_{1}H \text{ مجموع شمار ذرات زیر اتمی در} = p+n+e = 1+4+1 = 6$$

$$^{3}_{1}H \text{ شمار نوترون‌ها در} = 2$$

$$\Rightarrow \text{نسبت خواسته شده} = \frac{6}{2} = 3$$

مورد سوم: تکنسیم $(^{99}_{43}Tc)$ نخستین عنصر ساختگی است.

مورد چهارم: ناحیهٔ مرئی طیف نشری خطی He دارای ۶ نوار رنگی است و عنصر لیتیم نیز دارای دو ایزوتوپ $^{6}_{3}Li$ و $^{7}_{3}Li$ است که درصد فراوانی ^{6}Li برابر ۶ درصد است.

(شیمی ۱- کیهان، زادگاه الفبای هستی؛ صفحه‌های ۶، ۷، ۱۰، ۱۱، ۱۵، ۲۲ و ۲۳)

۱۲۰- **گزینهٔ «۳»** *(محمدعظیمیان‌زواره)*

بررسی موارد:

الف) درست؛ هیدروژن دارای ۳ ایزوتوپ طبیعی و ۴ ایزوتوپ ساختگی است.

فراوان‌ترین ایزوتوپ لیتیم، $^{7}_{3}Li$ می‌باشد و نسبت شمار پروتون به نوترون آن برابر $\frac{3}{4}$ می‌باشد.

ب) درست

پ) نادرست؛ دومین عنصر فلزی گروه ۱ فلز سدیم $(_{11}Na)$ است و در محدوده مرئی دارای ۷ خط در طیف نشری خطی خود است. لیتیم در محدودهٔ مرئی دارای ۴ خط در طیف نشری خطی خود می‌باشد.

ت) نادرست

$$?\,atom\,Fe = 11/2\,g\,Fe\times\frac{1\,mol\,Fe}{56\,g\,Fe}\times\frac{N_A\,atom\,Fe}{1\,mol\,Fe} = 0/2N_A \text{ اتم}$$

$$?\,atom\,N = 5/6\,g\,N_2\times\frac{1\,mol\,N_2}{28\,g\,N_2}\times\frac{N_A\text{ مولکول }N_2}{1\,mol\,N_2}$$

$$\times\frac{2\,atom\,N}{1\text{ مولکول }N_2} = 0/4N_A \text{ اتم}$$

ث) درست؛ ۱۰ عنصر از این ۳۶ عنصر نماد شیمیایی تک حرفی دارند شامل H، B، C، N، O، F، P، S، K و V، شمار عنصرهای ساختگی ۲۶ عنصر می‌باشد.

(شیمی ۱- کیهان، زادگاه الفبای هستی؛ صفحه‌های ۳، ۵ تا ۷، ۹ تا ۱۲، ۱۶ تا ۱۹، ۲۲ و ۲۳)

@MrKonkori

شیمی ۲

۱۲۱- **گزینهٔ «۱»** *(اکبر هنرمند)*

بررسی موارد:

۱) درست

۲) نادرست؛ گرما دادن مواد و افزودن آن‌ها به یکدیگر، گاهی باعث بهبود خواص می‌شود.

۳) نادرست؛ مواد معدنی، بیشترین مقادیر استخراج شده از زمین را دارا هستند.

۴) نادرست؛ برای ساخت ظروف چینی، از خاک چینی استفاده می‌شود.

۵) نادرست؛ جرم مواد در کرهٔ زمین تقریباً ثابت است.

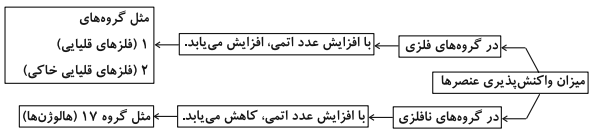
(شیمی ۲- قدر هدایای زمینی را بدانیم؛ صفحه‌های ۲ و ۴)

۱۲۲- **گزینهٔ «۴»** *(یاسر راش)*

در عنصرهای گروه ۱۴ جدول، از بالا به پایین به‌طور کلی خاصیت چکش‌خواری افزایش می‌یابد. از طرفی در یک گروه از بالا به پایین به دلیل افزایش شعاع اتمی، جاذبه میان هسته و الکترون‌های لایهٔ آخر کاهش می‌یابد.

بررسی سایر گزینه‌ها:

گزینهٔ «۱»:



گزینهٔ «۲»: در جدول تناوبی، عنصرها به ترتیب افزایش عدد اتمی در کنار هم جای گرفته‌اند.

گزینهٔ «۳»: در هر دوره از جدول تناوبی، خصلت نافلزی عنصرها، برخلاف شعاع اتمی آن‌ها، از چپ به راست افزایش می‌یابد.

(شیمی ۲- قدر هدایای زمینی را بدانیم؛ صفحه‌های ۶ تا ۱۴)

۱۲۳- **گزینهٔ «۳»** *(اکبر هنرمند)*

بررسی گزینه‌ها:

۱) درست؛ کاتیون و آنیون در واکنش c به ترتیب $_{19}K^{+}$ و $_{17}Cl^{-}$ هستند که هر دو آرایش گاز نجیب $_{18}Ar$ دارند.

۲) درست؛ نور حاصل از واکنش Li با کلر به رنگ سرخ است. این فلز دارای آرایش الکترونی $1s^2\ 2s^1$ می‌باشد که تنها دارای الکترون با $l=0$ است.

۳) نادرست؛ در میان فراورده‌های حاصل از این سه واکنش، پتاسیم کلرید بیشترین جرم را داراست که پتاسیم بیشترین شعاع اتمی را نیز دارد.

۴) درست؛ فلز در واکنش b همان سدیم است که واکنش‌پذیری کمتری نسبت به پتاسیم دارد؛ پس پایدارتر است. از سویی، نور حاصل از واکنش سدیم، زرد رنگ است که در مقایسه با نور بنفش حاصل از واکنش پتاسیم، طول موج بلندتر و انرژی کمتری دارد.

(شیمی ۲- قدر هدایای زمینی را بدانیم؛ صفحه‌های ۱۰ تا ۱۲ و ۱۶)

۱۲۴- **گزینهٔ «۱»** *(محسن مجنونی)*

تنها مورد (آ) صحیح است.

بررسی موارد:

آ) عنصر X همان منگنز است. با توجه به شکل ۹ صفحهٔ ۱۸ کتاب یازدهم، بلورهای $MnCO_3$ به رنگ صورتی می‌باشند.

ب) عنصر A همان مس (Cu) و عنصر O هم نیتروژن (N) است. مس یون‌های +۱ و +۲ و نیتروژن یون -۳ می‌تواند تشکیل بدهد:

$$A^{+} + O^{3-} \rightarrow A_3O$$

$$A^{2+} + O^{3-} \rightarrow A_3O_2$$

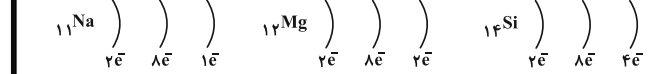
پ) آرایش الکترونی عنصر A (مس) از قاعدهٔ آفبا پیروی نمی‌کند و جزء استثنائات است.

ت) عنصر B همان ید (I) است که در دمای بالاتر از $400^{\circ}C$ با گاز هیدروژن واکنش می‌دهد.

(شیمی ۲- قدر هدایای زمینی را بدانیم؛ صفحه‌های ۱۴ تا ۱۸)

۱۲۵- **گزینهٔ «۱»** *(محمد عظیمیان‌زواره)*

عنصرهای A، D و E به ترتیب $_{12}Mg$، $_{14}Si$ و $_{11}Na$ می‌باشند.



بررسی موارد:

آ) درست؛ در هر دوره از جدول دوره‌ای با افزایش عدد اتمی خصلت فلزی کاهش می‌یابد.

ب) درست؛ سیلیسیم یک شبه‌فلز است. شبه‌فلزها سطح صیقلی داشته و بر اثر ضربه خرد می‌شوند.

پ) نادرست؛ واکنش‌پذیری فلز قلیایی (Na) از فلز قلیایی خاکی (Mg) بیشتر است زیرا $_{11}Na$ آسان‌تر الکترون از دست می‌دهد.

@MrKonkori

ت) درست؛ نخستین فلز دستهٔ p عنصر $_{13}Al$ می‌باشد و شعاع اتمی $_{13}Al$ از $_{14}Si$ بزرگ‌تر است زیرا در هر دوره با افزایش عدد اتمی شعاع اتمی کاهش می‌یابد.

ث) نادرست؛ واکنش‌پذیری فلزهای اصلی از فلزهای واسطه بیشتر است.

(شیمی ۲- قدر هدایای زمینی را بدانیم؛ صفحه‌های ۷ تا ۱۳)

۱۲۶- **گزینهٔ «۴»** *(سعید تیزرو)*

بررسی گزینه‌ها:

۱) عنصر $_{53}I$ هالوژن جامد و عنصر $_{35}Br$ نافلز مایع جدول می‌باشد که در یک گروه قرار دارند. در یک گروه از بالا به پایین شعاع اتمی افزایش می‌یابد.

۲) ژرمانیم جزو شبه‌فلزات می‌باشد و برخلاف فلزاتی نظیر قلع بر اثر ضربه خرد می‌شود.

۳) خواص شیمیایی شبه‌فلزات همانند نافلزهاست و عناصر گروه ۱۷ نیز شامل نافلزات هستند. گروه ۱ تا ۱۲ هم که شامل فلزات (به جز H) می‌باشند پس شبه‌فلزات باید در دستهٔ p قرار گرفته باشند.

۴) عناصر $_{21}Sc$ (ساخت تلویزیون و شیشه‌های رنگی) و $_{30}Zn$ در بین عناصر واسطه دورهٔ چهارم تنها دارای یک نوع بار مثبت هستند.

(شیمی ۲- قدر هدایای زمینی را بدانیم؛ صفحه‌های ۶ تا ۱۴ و ۱۶)

۱۲۷- **گزینهٔ «۲»** *(حمید ذبحی)*

واکنش‌های A، C و D به‌طور طبیعی انجام می‌شوند.

(شیمی ۲- قدر هدایای زمینی را بدانیم؛ صفحه‌های ۲۰، ۲۱ و ۲۵)

۱۲۸- **گزینهٔ «۲»** *(سینا رحمانی‌تبار)*

موارد (ب)، (پ) و (ث) نادرست هستند.

بررسی موارد نادرست:

ب) دقت کنید در واکنش‌هایی که به‌طور طبیعی انجام می‌شوند به این شکل است.

پ) واکنش‌پذیری هر عنصر به معنای تمایل اتم آن به انجام واکنش شیمیایی است. (مورد صورت سؤال برای عناصر فلزی است.)

ث) در تمامی شرکت‌های فولاد جهان از کربن برای استخراج آهن استفاده می‌شود.

(شیمی ۲- قدر هدایای زمینی را بدانیم؛ صفحه‌های ۹ تا ۱۱ و ۲۰ تا ۲۱)

۱۲۹- **گزینهٔ «۱»** *(هادی مهدی‌زاده)*

معادلهٔ موازنه شدهٔ واکنش (I) به صورت زیر است. معادلهٔ واکنش (II) موازنه شده است.

$$I)\ 4HNO_3 + Cu \rightarrow Cu(NO_3)_2 + 2NO_2 + 2H_2O$$

$$?\,mol\ Cu(NO_3)_2 = 1260\,g\ HNO_3\ \text{ناخالص}$$

$$\times \frac{80\,g\ HNO_3\ \text{خالص}}{100\,g\ HNO_3\ \text{ناخالص}} \times \frac{1\,mol\ HNO_3}{63\,g\ HNO_3\ \text{خالص}}$$

$$\times \frac{1\,mol\ Cu(NO_3)_2}{4\,mol\ HNO_3} = 4\,mol\ Cu(NO_3)_2$$

روش دوم (تناسب):

$$\frac{\frac{p}{100} \times \text{گرم}}{\text{جرم مولی} \times \text{ضریب}} = \frac{\text{مول}}{\text{ضریب}} \Rightarrow \frac{1260 \times \frac{80}{100}}{63 \times 4} = \frac{x}{1} \Rightarrow x = 4$$

با توجه به معادلهٔ واکنش، ضریب NO_2، دو برابر ضریب $Cu(NO_3)_2$ است. بنابراین در این واکنش ۸ مول NO_2 تولید می‌شود. با توجه به برابر بودن ضریب NO_2 و O_2 در واکنش (II) مقدار مول تولید شده اوزون با مقدار مول مصرف شده NO_2 برابر است.

$$?\,L\ O_2 = 8\,mol\ O_2 \times \frac{22/4\,L\ O_2}{1\,mol\ O_2} = 179/2\,L\ O_2$$

(شیمی ۲- قدر هدایای زمینی را بدانیم؛ صفحه‌های ۲۲ تا ۲۵)

۱۳۰- **گزینهٔ «۴»** *(حمید ذبحی)*

بررسی موارد:

۱) پالایش طلا به روش گیاه پالایی مقرون به صرفه است. (درست)

۲) با این‌که این واکنش به‌طور طبیعی رخ می‌دهد اما برای استخراج آهن در معادن آن از کربن استفاده می‌شود. (نادرست)

۳) فلز مس با آهن (II) سولفات واکنش نمی‌دهد. (نادرست)

۴) فلز پلاتین نه پالادیم. (نادرست)

(شیمی ۲- قدر هدایای زمینی را بدانیم؛ صفحه‌های ۱۷، ۱۸، ۲۰ و ۲۱)

@MrKonkori

بنیاد علمی آموزشی قلم‌چی

دفترچه پاسخ

آزمون هوش و استعداد

(دورهٔ دوم)

۲۰ مهر

تعداد کل سؤالات آزمون: ۲۰
زمان پاسخ‌گویی: ۳۰ دقیقه

گروه فنی تولید

مسئول آزمون	حمید لنجان‌زاده اصفهانی
ویراستار	فاطمه راسخ، حمیدرضا رحیم خانلو
مدیر گروه مستندسازی	محیا اصغری
مسئول درس مستندسازی	علیرضا همایون‌خواه
طراحان	حمید اصفهانی، سپهر حسن‌خان‌پور، سامان مفتخر، فرزاد شیرمحمدلی، سجاد محمدنژاد، فاطمه راسخ، حمید گنجی
حروف‌چینی و صفحه‌آرایی	معصومه روحانیان
ناظر چاپ	حمید عباسی

@MrKonkori

استعدادتحلیلی

۲۵۱- گزینهٔ «۱» *(سپهر حسن‌خان‌پور)*

مسکن، محلّ اسکان آوارگان است و بیمارستان، محلّ درمان بیماران.

(هوش کلامی)

۲۵۲- گزینهٔ «۴» *(سپهر حسن‌خان‌پور)*

هر سه واژه در همه‌ی گزینه‌ها به نوعی مترادفند، یعنی هم‌معنا، امّا در گزینه‌ی «۴» «صریح» با «ایما و اشاره» هم‌معنا نیست.

(هوش کلامی)

۲۵۳- گزینهٔ «۴» *(حمید اصفهانی)*

واژه‌ی «ممل» هم‌خانواده‌ی «ملالت» است. در متن نیز «ایجاز مخل» در برابر «اطناب ممل» آمده‌است، یعنی «کوتاه‌گوییِ آسیب‌زا» دربرابر «طولانی‌گوییِ خسته‌کننده».

(هوش کلامی)

۲۵۴- گزینهٔ «۳» *(حمید اصفهانی)*

مبیّن، بیان‌کننده است، نمایشگر است. وجد نیز همان نشاط است و جور به معنای ظلم، بی‌عدالتی. امّا «اقتدا» یعنی «پیروی» و «اجتناب» یعنی دوری، کناره‌گیری.

(هوش کلامی)

۲۵۵- گزینهٔ «۲» *(حمید اصفهانی)*

متن ادّعا می‌کند که اسطوره‌ها بازتاب آرزوهای اقوامند، امّا نه لزوماً همه‌ی آرزوها در اسطوره‌ها دیده می‌شوند و نه این که اسطوره‌ها را در همه‌ی زمان‌ها می‌توان نمایانگر آرزوهای همه‌ی افراد یک قوم دانست.

(هوش کلامی)

۲۵۶- گزینهٔ «۴» *(حمید اصفهانی)*

آنچه در بند پایانی می‌خوانیم، این است که اسطوره‌ها برخلاف آرمان‌شهرها از ذهن یک فرد و دفعتاً حاصل نشده‌اند، بلکه از شهود قومند و در ذهن مردم ماندگارند و با واقعیّات سازگار، بنابراین توان بسیج توده‌های مردم را نیز دارند.

(هوش کلامی)

۲۵۷- گزینهٔ «۱» *(حمید اصفهانی)*

در داستان تارزان، یک انگلیسی‌الاصل قهرمان بلامنازع جنگلی در افریقاست. این به نوعی تسلّط‌جویی بر مردم افریقا، جانوران آن و نیز جنگل‌های آن است. همچنین قهرمان داستان کسی است که از تمدّن به‌دور است.

(هوش کلامی)

۲۵۸- گزینهٔ «۴» *(سامان مفتخر)*

ابتدا همه‌ی آن‌چه را می‌دانیم و می‌توانیم استنتاج کنیم می‌نویسیم.
اوّلا، شهر سارا اراک است و کرج و تهران برای رضا و محمّد است. در ثانی، شهر رضا تهران نیست، پس تکلیف شهرها معلوم است. نام غذای محمّد را نیز می‌دانیم. پس جدول مقابل را می‌توانیم رسم‌کنیم:
بر اساس نتایج بالا، پاسخ سؤال نخست معلوم است: قطعاً تهران به محمّد رسیده است.

	شهر	غذا
رضا	کرج	
سارا	اراک	
محمّد	تهران	قیمه

(هوش منطقی ریاضی)

۲۵۹- گزینهٔ «۱» *(سامان مفتخر)*

کارت‌های زردچوبه و آب به یک شخص رسیده‌است و کارت‌های فلفل و دوغ به دو شخص متفاوت، یعنی فلفل و نوشابه متعلّق به یک شخص است و آویشن و دوغ هم متعلّق به یک شخص. همچنین کارت‌های آویشن و قورمه‌سبزی به یک شخص رسیده‌است، پس این شخص محمّد هم نیست.
داده‌های بالا، جدول زیر را رسم می‌کند:

شخص	غذا	ادویه	نوشیدنی
؟	قیمه / تن	فلفل	نوشابه
؟	قیمه / تن	زردچوبه	آب
سارا یا رضا	قرمه‌سبزی	آویشن	دوغ

بر اساس نتایج بالا، قطعاً آویشن به سارا یا رضا رسیده است نه به محمّد.

(هوش منطقی ریاضی)

۲۶۰- گزینهٔ «۳» *(سامان مفتخر)*

اگر به محمّد زردچوبه رسیده باشد، جدول‌های قبلی به شکل زیر درمی‌آید:

شخص	غذا	ادویه	نوشیدنی
سارا یا رضا	تن	فلفل	نوشابه
محمّد	قیمه	زردچوبه	آب
سارا یا رضا	قرمه‌سبزی	آویشن	دوغ

واضح است که به محمّد آب رسیده است.

(هوش منطقی ریاضی)

۲۶۱- گزینهٔ «۴» *(سامان مفتخر)*

اگر به سارا دوغ رسیده باشد، جدول‌های قبلی به شکل زیر درمی‌آید:

شخص	غذا	ادویه	نوشیدنی
محمّد یا رضا	قیمه / تن	فلفل	نوشابه
محمّد یا رضا	قیمه / تن	زردچوبه	آب
سارا	قرمه‌سبزی	آویشن	دوغ

واضح است که به سارا قرمه‌سبزی رسیده است.

(هوش منطقی ریاضی)

@MrKonkori

۲۶۲- گزینهٔ «۴» *(حمید اصفهانی)*

در نمودار مشخص است که فعالیت‌هایی نظیر «بازخورد بـه دانـش‌آمـوزان و دانشجویان» هزینه‌ای کم و نتیجه‌ای عالی دارد، اما هزینه کردن در مـوردی مثل «ساختمان مدرسه» عملاً بی‌فایده و هزینه کردن برای تفکیک کامل بر اساس توانایی‌ها مضر نیز هست. با ایـن حـال نمـی‌تـوان گفـت گـران‌تـرین روش‌ها بی‌فایده‌ترین آن‌هاست. کاهش تعداد دانش‌آموزان هر کلاس نیز کـه هزینهٔ بالایی دارد، فواید خودش را دارد، هر چند هزینهٔ آن بسیار زیاد است.

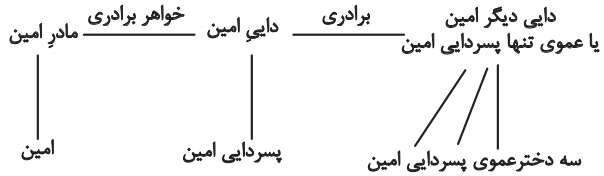
(هوش منطقی ریاضی)

۲۶۳- گزینهٔ «۱» *(حمید اصفهانی)*

همهٔ موارد هزینه‌ای تقریباً یکسان دارند ولی نتیجهٔ راهبردهـای فراشـناختی ۸، معلم خصوصی ۶، فعالیت‌های گروهی ۵ و راهنمایی‌های شخصـی‌سـازی شده ۲ ماه پیشرفت است.

(هوش منطقی ریاضی)

۲۶۴- گزینهٔ «۲» *(فاطمه راسخ)*

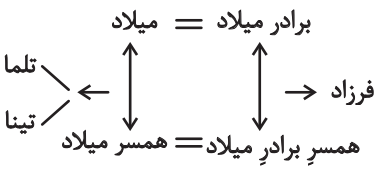


امین نه برادر دارد و نه پسرخاله، تنها یک پسردایی دارد. پس این پدربزرگ و مادربزرگ دو نوهٔ پسر دارند. سه دختر دایی دیگر امین نیز دختر عمـو یـا دختر عمه ندارند. پس این پدربزرگ و مادربزرگ فقط همین سه نوهٔ دختـر را دارند: $۲+۳=۵$

(هوش منطقی ریاضی)

۲۶۵- گزینهٔ «۲» *(فاطمه راسخ)*

تنها حالت ممکن این است که دو برادر با دو خواهر ازدواج کـرده و یکـی از آن‌ها دو دختر به نام‌های تلما و تینا داشته باشد:



(هوش منطقی ریاضی)

۲۶۶- گزینهٔ «۴» *(فاطمه راسخ)*

مسیر «مثلث، مربع، پنج‌ضلعی، شش‌ضلعی» در گزینه‌هـای «۱»، «۲» و «۳» پادساعتگرد و در گزینهٔ «۴» ساعتگرد است.

(هوش غیرکلامی)

۲۶۷- گزینهٔ «۲» *(خرزاد شیرممدلی)*

در خانه‌های شماره‌های ۱، ۲ و ۷، درون شکل‌هـا هفـت ناحیـه ایجـاد شـده است. در خانه‌های شماره‌های ۳، ۴ و ۵، این عدد برابر پـنج و در خانـه‌هـای شماره‌های ۶، ۸ و ۹ این عدد برابر نُه است.

(هوش غیرکلامی)

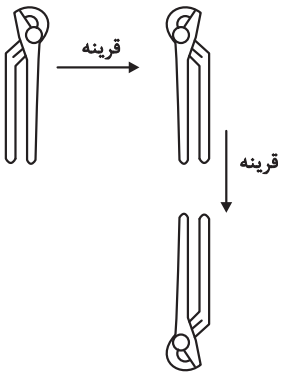
۲۶۸- گزینهٔ «۲» *(فاطمه راسخ)*

یکی از نقطه‌ها در هـر سـه شـکل، در فضـای مشـترک «یکـی از دایـره‌هـا، مستطیل، مثلث» و خارج از دایرهٔ دیگـر اسـت. نقطـهٔ دیگـر نیـز در فضـای مشترک از «دو دایره و مثلث» است. اما دو نقطهٔ گزینهٔ «۲» درونِ مستطیل و در دیگر گزینه‌ها یکی خارج از مستطیل است.

(هوش غیرکلامی)

۲۶۹- گزینهٔ «۱» *(سهار ممدرنژاد)*

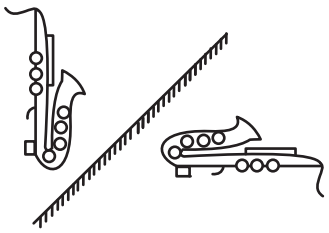
تصویر در آینه و در آب وارونه و قرینه است:



(هوش غیرکلامی)

۲۷۰- گزینهٔ «۴» *(حمید کنجی)*

تقارن مدّنظر:



(هوش غیرکلامی)

@MrKonkori