دفترچه پاسخ

آزمون ۶ مهر ۱۴۰۳

اختصاصی دوازدهم ریاضی

بنیاد علمی آموزشی قلم‌چی (وقف عام)

پدیدآورندگان

	نام درس	نام طراحان
اختصاصی	حسابان ۲ و ریاضی پایه	علی آزاد-مهدی براتی-محمدابراهیم توزنده‌جانی-سهیل حسن‌خان‌پور-عادل حسینی-مهران حسینی-بهرام حلاج-بابک سادات محمدحسن سلامی‌حسینی-سیدرضا نجفی-علی اصغر شریفی-پویان طهرانیان-میلاد منصوری-سروش موئینی-سیدجواد نظری جهانبخش نیکنام
	هندسه	امیرحسین ابومحبوب-حسین حاجیلو-افشین خاصه‌خان-فرزانه خاکپاش-سوگند روشنی-رضا عباسی‌اصل-فرشاد فرامرزی احمدرضا فلاح- نصیر محبی‌نژاد-مهرداد ملوندی-سرژ یقیازاریان‌تبریزی
	آمارواحتمال وریاضیات گسسته	امیرحسین ابومحبوب-حنانه اتفاقی-علی ایمانی-رضا توکلی-جواد حاتمی-عادل حسینی-سیدمحمدرضا حسینی‌فرد افشین خاصه‌خان-حسین خزایی-سیدوحید ذوالفقاری-سوگند روشنی-احمدرضا فلاح-نیلوفر مهدوی-امیر وفائی
	فیزیک	شهرام احمدی‌دارانی-خسرو ارغوانی‌فرد-عباس اصغری-عبدالرضا امینی‌نسب-مهدی براتی-امیرحسین برادران-امیر پوریوسف سیدابوالفضل خالقی-محمدجواد سورچی-سعید شرق-محمدرضا شریفی-بهادر کامران-مصطفی کیانی-غلامرضا محبی فاروق مردانی-محمدکاظم منشادی-محمود منصوری-سیدعلی میرنوری-حسام نادری
	شیمی	فرزین بوستانی-امیرعلی بیات-محمدرضا پورجاوید-ایمان حسین‌نژاد-حسن رحمتی‌کوکنده-سیدرضا رضوی-منصور سلیمانی‌ملکان آروین شجاعی-مبینا شرافتی‌پور-رسول عابدینی‌زواره-مجتبی عبادی-محمد عظیمیان‌زواره-فاضل قهرمانی‌فرد-حسن لشکری محمدحسن محمدزاده‌مقدم-سیدمحمدرضا میرقائمی-علی نوری‌زاده

گزینشگران و ویراستاران

نام درس	حسابان ۲ و ریاضی‌پایه	هندسه	آمارواحتمال وریاضیات گسسته	فیزیک	شیمی
گزینشگر	عادل حسینی	سرژ یقیازاریان تبریزی	سرژ یقیازاریان تبریزی	حسام نادری	امیرعلی بیات
گروه ویراستاری	امیرحسین ابومحبوب سهیل تقی‌زاده	مهبد خالتی امیرحسین ابومحبوب امیرمحمد کریمی مهرداد ملوندی	مهبد خالتی امیرحسین ابومحبوب امیرمحمد کریمی مهرداد ملوندی	حسین بصیر بهنام شاهنی	محمدحسن محمدزاده مقدم احسان پنجه‌شاهی امیرحسین کمره ای سروش مقدم
گروه ویراستاری رتبه برتر	سپهر متولیان رامتین برزکار سروش حامدی‌فر	سپهر متولیان رامتین برزکار	سپهر متولیان رامتین برزکار	سینا صالحی	آرمان قنواتی ایلیا اسفندیارپور
مسئول درس	عادل حسینی	سرژ یقیازاریان تبریزی	سرژ یقیازاریان تبریزی	حسام نادری	امیرعلی بیات
مستندسازی	سمیه اسکندری	عادل حسینی	الهه شهبازی	علیرضا همایون‌خواه	امیرحسین توحیدی
ویراستاران (مستندسازی)	سجاد سلیمی-علیرضا عباسی‌زاهد-احسان صادقی			معصومه صنعت‌کار سیدکیان مکی شیدا نجاتی	ملینا ملائی سجاد رضائی محمدصدرا وطنی

گروه فنی و تولید

مدیر گروه	مهرداد ملوندی	
مسئول دفترچه	نرگس غنی‌زاده	
گروه مستندسازی	مدیر گروه: محیا اصغری	مسئول دفترچه: الهه شهبازی
حروف‌نگار	فرزانه فتح اله‌زاده	
ناظر چاپ	سوران نعیمی	

گروه آزمون

بنیاد علمی آموزشی قلم‌چی (وقف عام)

دفتر مرکزی: خیابان انقلاب بین صبا و فلسطین – پلاک ۹۲۳ – کانون فرهنگی آموزش – تلفن: ۶۴۶۳-۰۲۱

AzmonVIP

حسابان ۱

۱- **گزینهٔ «۱»** *(بابک سادات)*

برای حل چنین معادلات گنگی همیشه اول دامنه را بررسی می‌کنیم.

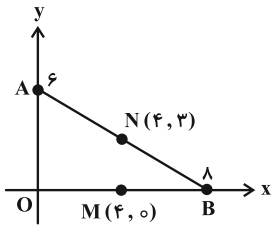
$$x^۲-۵x+۴\geq ۰\Rightarrow x\geq ۴ \text{ یا } x\leq ۱ \quad (I)$$

$$-x^۲+۵x-۴\geq ۰\Rightarrow ۱\leq x\leq ۴ \quad (II)$$

اشتراک (I) و (II) فقط دو عدد ۱ و ۴ می‌شود که فقط $x=۱$ در معادله صدق می‌کند.

(حسابان ۱- جبر و معادله؛ صفحه‌های ۲۰ و ۲۱)

۲- **گزینهٔ «۲»** *(عادل حسینی)*



شیب AB برابر است با:

$$m_{AB}=\frac{۰-۶}{۸-۰}=-\frac{۳}{۴}$$

پس شیب عمودمنصف AB که از نقطهٔ N می‌گذرد، برابر $\frac{۴}{۳}$ است.

$$N=\frac{A+B}{۲}=(۴,۳)$$

$$\Rightarrow \text{عمودمنصف } AB \; y-۳=\frac{۴}{۳}(x-۴)\Rightarrow x=\frac{۳y+۷}{۴}$$

معادلهٔ میانهٔ AM هم به صورت زیر به دست می‌آید:

$$y-۶=\frac{۰-۶}{۴-۰}(x-۰)\Rightarrow y-۶=-\frac{۳}{۲}x\Rightarrow x=\frac{۱۲-۲y}{۳}$$

معادلهٔ دو خط را برابر یکدیگر قرار می‌دهیم:

$$\frac{۳y+۷}{۴}=\frac{۱۲-۲y}{۳}\Rightarrow ۹y+۲۱=۴۸-۸y\Rightarrow ۱۷y=۲۷$$

$$\Rightarrow y=\frac{۲۷}{۱۷}$$

عرض نقطهٔ تقاطع $\frac{۲۷}{۱۷}$ است.

(حسابان ۱- جبر و معادله؛ صفحه‌های ۲۹ تا ۳۶)

۳- **گزینهٔ «۱»** *(بابک سادات)*

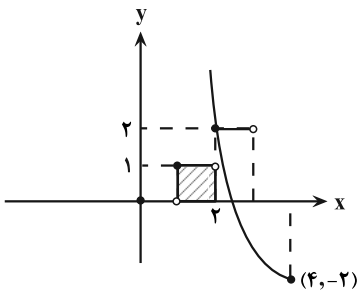
$$y=f(x)=۴-\sqrt{x+۲} \qquad D_f=[-۲,+\infty), R_f=(-\infty,۴]$$

$$y=۴-\sqrt{x+۲} \quad \Rightarrow ۴-y=\sqrt{x+۲}$$

$$\Rightarrow ۱۶+y^۲-۸y=x+۲\Rightarrow x=y^۲-۸y+۱۴$$

بنابراین ضابطهٔ تابع وارون f به‌صورت $f^{-۱}(x)=x^۲-۸x+۱۴$ و دامنهٔ آن $D_{f^{-۱}}=(-\infty,۴]$ خواهد بود. حال کافی است نمودار آن را رسم کنیم و با $g(x)=[x]$ قطع دهیم:

مطابق شکل، نمودار تابع $f^{-۱}$ محور xها را در نقطه‌ای به طول $۴-\sqrt{۲}\simeq ۲/۶$ (بین ۲ و ۳) قطع کرده و از نقطهٔ (۲و۲) روی تابع $g(x)$ می‌گذرد.



پس مساحت سطح بین نمودار تابع و محور xها در بازهٔ $[۰,۲)$ برابر یک واحد است.

(حسابان ۱- تابع؛ صفحه‌های ۴۶ تا ۵۳ و ۵۷ تا ۶۱)

۴- **گزینهٔ «۴»** *(محمدابراهیم توزنده‌جانی)*

$$g(x)=\sqrt{-x^۲+۴x-۴}=\sqrt{-(x^۲-۴x+۴)}$$

$$=\sqrt{-(x-۲)^۲}\Rightarrow D_g=\{۲\}$$

چون دامنهٔ تابع $g(x)$ فقط $x=۲$ می‌باشد، پس فقط مقادیری را قبول می‌کند که به ازای آن $f(x)=۲$ شود از طرفی چون $g(۲)=۰$ است. برد تابع gof برابر $\{۰\}$ خواهد شد.

دقت کنید که معادلهٔ $f(x)=۲$ جواب دارد، پس دامنهٔ تابع gof تهی نیست.

(حسابان ۱- تابع؛ صفحه‌های ۶۶ تا ۶۹)

AzmonVIP

۵- **گزینهٔ «۲»** (میلاد منصوری)

از نمودار معلوم است که $a=-1$؛ از طرفی نمودار تابع از مبدأ می‌گذرد،

بنابراین:

$$f(x)=-1-b\times 2^{x-2}$$

$$\xrightarrow{f(0)=0}(-1)-b(2)^{0-2}=0\Rightarrow \frac{b}{4}=-1\Rightarrow b=-4$$

پس $f(x)=-1+4(2)^{x-2}$ که می‌توان آن را به‌صورت $f(x)=-1+2^x$

ساده‌نویسی کرد. حال داریم:

$$f(100)-f(99)=(-1+2^{100})-(-1+2^{99})=2^{100}-2^{99}=2^{99}$$

(حسابان ۱- توابع نمایی و لگاریتمی؛ صفحه‌های ۷۲ تا ۷۹)

۶- **گزینهٔ «۴»** (میلاد منصوری)

فرض کنید $f^{-1}(\frac{5}{2})=x$ در این صورت داریم:

$$f(x)=\frac{5}{2}\Rightarrow \log_3^x+\log_x^3=\frac{5}{2}$$

با قرار دادن $\log_3^x=T$ داریم:

$$T+\frac{1}{T}=\frac{5}{2}\Rightarrow T^2-\frac{5}{2}T+1=0$$

$$\Rightarrow (T-2)(T-\frac{1}{2})=0\Rightarrow T=2 \text{ یا } \frac{1}{2}$$

$$\begin{cases}\log_3^x=2\Rightarrow x=9\\ \log_3^x=\frac{1}{2}\Rightarrow x=\sqrt{3}\end{cases}$$ غیر قابل قبول، چون $x>3$ است.

(حسابان ۱- توابع نمایی و لگاریتمی؛ صفحه‌های ۸۶ تا ۹۰)

۷- **گزینهٔ «۴»** (سروش موئینی)

$x-\frac{\pi}{2}$ در ربع چهارم است؛ $\frac{7\pi}{2}+x$ همان $\frac{3\pi}{2}+x$ و در ربع چهارم است؛ $x-5\pi$ و $x+\pi$ هر دو ربع سوم هستند.

$$P=\frac{-\cos x-\sin x}{\frac{1}{\cos x}+\sin x+\cos^3 x}\xrightarrow{+\cos x\over +\cos x}P=\frac{-1-\tan x}{\frac{1}{\cos^2 x}+\tan x+\cos^2 x}$$

حالا با $\tan x=2$ داریم $1+\tan^2 x=\frac{1}{\cos^2 x}=5$ پس $\cos^2 x=\frac{1}{5}$ و

جواب می‌شود:

$$P=\frac{-1-2}{5+2+\frac{1}{5}}=\frac{-3}{\frac{36}{5}}=\frac{-5}{12}$$

(حسابان ۱- مثلثات؛ صفحه‌های ۹۸ تا ۱۰۴)

۸- **گزینهٔ «۱»** (پویان طهرانیان)

$$\sin(x+\frac{\pi}{4})+\sin(x-\frac{\pi}{4})$$

$$=\frac{\sin x}{\sqrt{2}}+\frac{\cos x}{\sqrt{2}}+\frac{\sin x}{\sqrt{2}}-\frac{\cos x}{\sqrt{2}}=\frac{\sqrt{10}}{3}$$

$$\Rightarrow \sqrt{2}\sin x=\frac{\sqrt{10}}{3}\Rightarrow \sin x=\frac{\sqrt{5}}{3}$$

$$\Rightarrow \cos 2x=1-2\sin^2 x=1-2(\frac{5}{9})=-\frac{1}{9}$$

$$\Rightarrow \cos 4x=2\cos^2 2x-1=2(\frac{1}{81})-1=-\frac{79}{81}$$

(حسابان ۱- مثلثات؛ صفحه‌های ۱۱۰ تا ۱۱۲)

۹- **گزینهٔ «۴»** (بهرام حلاج)

نکته: جواب نهایی در حد به‌صورت مطلق بیان می‌شود، نه نسبی.

پس داریم:

$$\lim_{x\to 2^-} g(x)=3\Rightarrow f(\lim_{x\to 2^-} g(x))=f(3)=\frac{5}{2}$$

(حسابان ۱- حد و پیوستگی؛ مکمل تمرین ۶ صفحهٔ ۱۲۹)

۱۰- **گزینهٔ «۲»** (مهران حسینی)

شرط پیوستگی f در $x=2\pi$: $\lim_{x\to 2\pi^+} f(x)=\lim_{x\to 2\pi^-} f(x)=f(2\pi)$

$$\lim_{x\to 2\pi^+} f(x)=\lim_{x\to 2\pi^+}\frac{1-\cos^3 x}{2\sin^2 x}$$

$$\lim_{x\to 2\pi^+}\frac{(1-\cos x)(1+\cos x+\cos^2 x)}{2(1-\cos x)(1+\cos x)}=\lim_{x\to 2\pi^+}\frac{1+\cos x+\cos^2 x}{2(1+\cos x)}=\frac{3}{4}$$

$$\lim_{x\to 2\pi^-} f(x)=f(2\pi)=\frac{a}{2\pi}$$

$$\Rightarrow \frac{a}{2\pi}=\frac{3}{4}\Rightarrow a=\frac{3\pi}{2}$$

(حسابان ۱- حد و پیوستگی؛ صفحه‌های ۱۴۵ تا ۱۵۱)

AzmonVIP

ریاضی ۱

۱۱- **گزینهٔ «۲»** (میلاد منصوری)

از آنجا که $a_۶+۲$، $a_۵$ و $a_۳-۱$ از چپ به راست دنبالهٔ هندسی با قدر نسبت ۲ می‌سازند، نتیجه می‌گیریم که:

$$۲=\frac{a_۵}{a_۳-۱}=\frac{a_۶+۲}{a_۵}\Rightarrow\begin{cases}a_۵=۲a_۳-۲\\a_۶=۲a_۵-۲\end{cases}$$
$$\Rightarrow\begin{cases}a_۳+۲d=۲a_۳-۲\\a_۳+۳d=۲(a_۳+۲d)-۲\end{cases}$$

$$\Rightarrow\begin{cases}a_۳=۲d+۲\\a_۳=۲-d\end{cases}\Rightarrow ۲d+۲=۲-d\Rightarrow d=۰$$

پس $a_n=x$ دنبالهٔ ثابت است و $x+۲$ ، x ، $x-۱$ تشکیل دنبالهٔ هندسی داده‌اند:

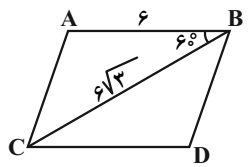
$$(x-۱)(x+۲)=x^۲\Rightarrow x^۲+x-۲=x^۲\Rightarrow x=۲$$

بنابراین تمام جملات a_n برابر ۲ است.

(ریاضی ۱- مجموعه، الگو و دنباله؛ صفحه‌های ۲۱ تا ۲۷)

۱۲- **گزینهٔ «۱»** (سروش موئینی)

مطابق شکل، مساحت متوازی‌الاضلاع دو برابر مساحت مثلث ABC است:



$$S=۲S_{ABC}$$
$$=۲\times\frac{۱}{۲}AB.BC.\sin A\hat{B}C$$
$$=۶\times۶\sqrt{۳}\times\frac{\sqrt{۳}}{۲}=۵۴$$

(ریاضی ۱- مثلثات؛ صفحه‌های ۳۳ تا ۳۵)

۱۳- **گزینهٔ «۱»** (عادل حسینی)

باید $\tan\theta$ را حساب کنیم:

$$\sin\theta=\frac{۲}{۵}\xrightarrow{\sin^۲\theta+\cos^۲\theta=۱}\cos^۲\theta=\frac{۲۱}{۲۵}$$

$$\xrightarrow{\theta\text{ در ربع دوم}}\cos\theta=-\frac{\sqrt{۲۱}}{۵}\Rightarrow\tan\theta=-\frac{۲}{\sqrt{۲۱}}$$

و این مقدار برابر شیب خط داده شده است:

$$\Rightarrow\frac{۰-h}{۳h-۱-۰}=-\frac{۲}{\sqrt{۲۱}}\Rightarrow h=\frac{۲}{۶-\sqrt{۲۱}}$$

(ریاضی ۱- مثلثات؛ صفحه‌های ۳۶ تا ۴۶)

۱۴- **گزینهٔ «۳»** (محمدحسن سلامی‌حسینی)

$$۲^{۳+\frac{a}{۲}}+۲^{\frac{a}{۲}}=۳^{۲+\frac{b}{۲}}-۳^{\frac{b}{۲}}$$

$$۸\times۲^{\frac{a}{۲}}+۲^{\frac{a}{۲}}=۹\times۳^{\frac{b}{۲}}-۳^{\frac{b}{۲}}$$

$$۹\times۲^{\frac{a}{۲}}=۸\times۳^{\frac{b}{۲}}\Rightarrow۳^{۲}\times۲^{\frac{a}{۲}}=۲^{۳}\times۳^{\frac{b}{۲}}\Rightarrow\begin{cases}\frac{a}{۲}=۳\\\frac{b}{۲}=۲\end{cases}$$

$$\Rightarrow\begin{cases}a=۶\\b=۴\end{cases}\Rightarrow\frac{a}{b}=\frac{۳}{۲}$$

(ریاضی ۱- توان‌های گویا و عبارت‌های جبری؛ صفحه‌های ۴۸ تا ۶۱)

۱۵- **گزینهٔ «۴»** (محمدحسن سلامی‌حسینی)

چون $x=۳$ طول رأس است، با توجه به اینکه فاصلهٔ ریشه‌ها از یکدیگر ۴ است و ریشه‌ها نسبت به رأس متقارنند لذا ریشه‌ها $x=۱$ و $x=۵$ است و لذا معادله به فرم $y=a(x-۱)(x-۵)$ می‌باشد پس:

$$a(x-۱)(x-۵)=ax^۲+bx-۵$$

$$\Rightarrow a(x^۲-۶x+۵)=ax^۲-۶ax+۵a=ax^۲+bx-۵$$

پس $a=-۱$ و $b=+۶$ و معادله به فرم زیر است:

$$y=-x^۲+۶x-۵\xrightarrow{x_S=۳}y_S=۴$$

مختصات رأس به فرم $(۳,۴)$ است حال داریم:

$$\text{مساحت مثلث OSB}=\frac{x_B\times y_S}{۲}=\frac{۵\times۴}{۲}=۱۰$$

(ریاضی ۱- معادله‌ها و نامعادله‌ها؛ صفحه‌های ۷۸ تا ۸۲)

۱۶- **گزینهٔ «۲»** (محمدحسن سلامی‌حسینی)

داریم $\frac{x^۳+ax-b}{x-۲}\geq۰$ و $x\neq۲$، پس $x=۲$ باید ریشه صورت نیز باشد که $(x-۲)$ مخرج را حذف کرده و عبارت باقی‌مانده در صورت، نامنفی باشد. پس:

AzmonVIP

$x^۳+ax-b \xrightarrow{x=۲} ۸+۲a-b=۰$

$\Rightarrow -b=-۲a-۸$

صورت $= x^۳+ax-۲a-۸=(x^۳-۸)+(ax-۲a)$

$=(x-۲)(x^۲+۲x+۴)+a(x-۲)$

$=(x-۲)(x^۲+۲x+۴+a)=۰$

$$\frac{(x-۲)(x^۲+۲x+(۴+a))}{(x-۲)}\geq ۰ \Rightarrow \begin{cases} x^۲+۲x+(۴+a)\geq ۰ \\ x\neq ۲ \end{cases}$$

پس در عبارت فوق باید $\Delta \leq ۰$ باشد:

$\Delta = ۴-۴(a+۴)\leq ۰ \Rightarrow a\geq -۳$

بازهٔ فوق شامل ۳ عدد صحیح منفی است.

(ریاضی ۱- معادله‌ها و نامعادله‌ها؛ صفحه‌های ۸۳ تا ۹۳)

۱۷- **گزینهٔ «۳»** *(محمدحسن سلامی‌حسینی)*

با توجه به نمودار که بسیار شبیه به کار در کلاس صفحهٔ ۱۱۳ کتاب درسی است، داریم:

$$\left.\begin{matrix} a=۴ \\ b=۲ \\ c=۱ \end{matrix}\right\}$$

در نتیجه $g(x)=-۲x^۲+۴x+۱$. برد تابع درجهٔ دوم که دهانهٔ آن رو به پایین باشد به صورت $(-\infty, y_S]$ است.

$x_S=\frac{-b'}{۲a'}=\frac{-۴}{۲(-۲)}=۱ \Rightarrow y_S=g(۱)=۳ \Rightarrow R_g=(-\infty,۳]$

(ریاضی ۱- ترکیبی؛ صفحه‌های ۷۸ تا ۸۲، ۱۰۱ تا ۱۱۳)

۱۸- **گزینهٔ «۲»** *(علی آزاد)*

با توجه به اینکه حروف تکراری در میان حروف داده شده وجود دارد می‌بایست حالت‌های زیر را به تفکیک مورد بررسی قرار داد:

(حالت اول) از هر حرف فقط یکبار استفاده می‌شود. (حروف تکراری نباشد):

$\binom{۵}{۳}=۱۰$

(حالت دوم) دو حرف A انتخاب شود و از مابقی حروف یک حرف انتخاب گردد:

$\binom{۴}{۱}=۴$

(حالت سوم) دو حرف N انتخاب شود و از مابقی حروف یک حرف انتخاب گردد:

$\binom{۴}{۱}=۴$

(حالت چهارم) فقط سه حرف A انتخاب شود:

$\binom{۴}{۰}=۱$

تعداد کل حالت‌ها $=۱۰+۴+۴+۱=۱۹$

(ریاضی ۱- شمارش، بدون شمردن؛ صفحه‌های ۱۳۳ تا ۱۴۰)

۱۹- **گزینهٔ «۴»** *(مهدی براتی)*

فضای نمونه‌ای $۶^۲=۳۶$ عضو دارد:

$n(S)=۳۶$

و در حالت‌های زیر اختلاف اعداد رو شده عددی اول است:

$$A=\left\{\begin{matrix} (۱,۳),(۳,۱),(۱,۴),(۴,۱),(۱,۶),(۶,۱), \\ (۲,۴),(۴,۲),(۲,۵),(۵,۲),(۳,۵),(۵,۳), \\ (۳,۶),(۶,۳),(۴,۶),(۶,۴) \end{matrix}\right\}$$

$\Rightarrow n(A)=۱۶$

و احتمال مورد نظر برابر است با:

$P(A)=\frac{۱۶}{۳۶}=\frac{۴}{۹}$

(ریاضی ۱- آمار و احتمال؛ صفحه‌های ۱۴۴ تا ۱۴۸)

۲۰- **گزینهٔ «۴»** *(جهانبخش نیکنام)*

جدول تعداد مهره های خارج شده باید به‌صورت مقابل باشد.

سبز	آبی	قرمز
۰	۰	۳
۰	۱	۲
۱	۰	۲
۲	۰	۱

$$P(A)=\frac{\binom{۴}{۳}+\binom{۴}{۲}\times\binom{۵}{۱}+\binom{۴}{۲}\binom{۳}{۱}+\binom{۴}{۱}\binom{۳}{۲}}{\binom{۱۲}{۳}}$$

$\Rightarrow P(A)=\frac{۴+۳۰+۱۸+۱۲}{۲۲۰}=\frac{۶۴}{۲۲۰}=\frac{۱۶}{۵۵}$

(ریاضی ۱- آمار و احتمال؛ صفحه‌های ۱۴۲ تا ۱۵۱)

AzmonVIP

آمار و احتمال

۲۱- **گزینهٔ «۳»** *(سوگند روشنی)*

الف) عددی حقیقی مانند x وجود ندارد که تمام اعداد حقیقی بزرگ‌تر یا مساوی آن باشند، بنابراین گزارهٔ «الف» نادرست است.

ب) عددی حقیقی مانند x وجود ندارد که مجموع آن با هر عدد حقیقی دیگر برابر صفر باشد، پس گزارهٔ «ب» نادرست است.

پ) رابطه درست است زیرا:

$$[(p\Rightarrow q)\wedge\sim q]\Rightarrow\sim p\equiv[(\sim p\vee q)\wedge\sim q]\Rightarrow\sim p$$

$$\equiv[(\sim p\wedge\sim q)\vee\underbrace{(q\wedge\sim q)}_{F}]\Rightarrow\sim p\equiv(\sim p\wedge\sim q)\Rightarrow\sim p$$

$$\equiv\sim(\sim p\wedge\sim q)\vee\sim p\equiv(p\vee q)\vee\sim p\equiv\underbrace{(p\vee\sim p)}_{T}\vee q\equiv T$$

ت) رابطه درست است زیرا:

$$\sim(p\Rightarrow q)\equiv\sim(\sim p\vee q)\equiv p\wedge\sim q$$

ث) درست است؛ طبق قوانین جبر گزاره‌ها داریم:

$$(\sim p\vee\sim q)\Rightarrow(p\wedge r)\equiv\sim(p\wedge q)\Rightarrow(p\wedge r)$$

$$\equiv(p\wedge q)\vee(p\wedge r)\equiv p\wedge(q\vee r)$$

(آمار و احتمال- آشنایی با مبانی ریاضیات؛ صفحه‌های ۴ تا ۱۵)

۲۲- **گزینهٔ «۲»** *(سوگند روشنی)*

$$(A-B)\cup[(B\cap C)'\cap((B'\cup A)-B)]$$

$$=(A\cap B')\cup[(B'\cup C')\cap\underbrace{((B'\cup A)\cap B')}_{\text{جذب: }B'}]$$

$$=(A\cap B')\cup\underbrace{[(B'\cup C')\cap B']}_{\text{جذب: }B'}=(A\cap B')\cup B'=B'$$

(آمار و احتمال- آشنایی با مبانی ریاضیات؛ صفحه‌های ۲۲ تا ۳۰)

۲۳- **گزینهٔ «۱»** *(سوگند روشنی)*

A : پیشامد این‌که عدد انتخابی مضرب ۵ باشد.

B : پیشامد این‌که عدد انتخابی مضرب ۶ باشد.

$$|S|=۵۰۰$$

$$P(A-B)+P(B-A)=P(A)+P(B)-۲P(A\cap B)$$

$$=\frac{[\frac{۶۰۰}{۵}]-[\frac{۱۰۰}{۵}]}{۵۰۰}+\frac{[\frac{۶۰۰}{۶}]-[\frac{۱۰۰}{۶}]}{۵۰۰}-۲\frac{[\frac{۶۰۰}{۳۰}]-[\frac{۱۰۰}{۳۰}]}{۵۰۰}$$

$$\Rightarrow P(A-B)+P(B-A)=\frac{۱۵۰}{۵۰۰}=۰/۳$$

(آمار و احتمال- احتمال؛ صفحه‌های ۴۱ تا ۴۳)

۲۴- **گزینهٔ «۱»** *(خانه اتفاقی)*

اگر پیشامد اینکه حداقل یکی از توپ‌های انتخابی قرمز باشد را A بنامیم، آنگاه A' پیشامد آن است که هر سه توپ انتخابی آبی باشند، در این صورت داریم:

$$P(A')=\frac{۷}{۱۰}\times\frac{۶}{۹}\times\frac{۵}{۸}=\frac{۷}{۲۴}$$

$$P(A)=۱-P(A')=۱-\frac{۷}{۲۴}=\frac{۱۷}{۲۴}$$

(آمار و احتمال- احتمال؛ صفحه‌های ۵۲ تا ۵۴)

۲۵- **گزینهٔ «۱»** *(امیرحسین ابومحبوب)*

با توجه به مستقل بودن پیشامدهای A و B، دو پیشامد A' و B' نیز مستقل از یکدیگرند و داریم:

$$P(A\cap B)=P(A)P(B)\Rightarrow P(A)P(B)=۰/۳۲$$

$$P(A'\cap B')=P(A')P(B')=(۱-P(A))(۱-P(B))$$

$$\Rightarrow P(A'\cap B')=۱-P(A)-P(B)+P(A)P(B)$$

$$\Rightarrow ۰/۱۲=۱-(P(A)+P(B))+۰/۳۲$$

$$\Rightarrow P(A)+P(B)=۱/۲$$

بنابراین $P(A), P(B)$ ریشه‌های معادلهٔ $x^۲-۱/۲x+۰/۳۲=۰$ هستند.

$$x^۲-۱/۲x+۰/۳۲=۰\Rightarrow(x-۰/۸)(x-۰/۴)=۰$$

$$\xrightarrow{P(A)>P(B)}\begin{cases}P(A)=۰/۸\\P(B)=۰/۴\end{cases}$$

$$P(A-B)=P(A)-P(A\cap B)=۰/۸-۰/۳۲=۰/۴۸$$

(آمار و احتمال- احتمال؛ صفحه‌های ۶۳ تا ۶۸)

۲۶- **گزینهٔ «۴»** *(رضا توکلی)*

دقت کنید که پیشامد اینکه شلیکه‌ها به هدف اصابت کند مستقل از هم می‌باشد.

AzmonVIP

پس:

$A=$ پیشامد اینکه A هدف را بزند

$B=$ پیشامد اینکه B هدف را بزند

$C=$ پیشامد اینکه C هدف را بزند

ابتدا احتمال اینکه حداقل یکی از نفرات A و B هدف را بزند حساب می‌کنیم.

$$P(A\cup B)=P(A)+P(B)-P(A\cap B)$$

$$=۰/۳+۰/۴-۰/۱۲=۰/۵۸$$

حال احتمال اینکه حداقل یکی از نفرات A و C هدف را بزند حساب می‌کنیم.

$$P(A\cup C)=P(A)+P(C)-P(A\cap C)$$

$$=۰/۳+۰/۵-۰/۱۵=۰/۶۵$$

حال با توجه به قانون جمع احتمال داریم:

$\frac{۱}{۶}$ تاس عدد ۶ ظاهر شود $\xrightarrow[\text{احتمال اصابت}]{\text{A,B شلیک می‌کنند}} ۰/۵۸$

$\frac{۱}{۶}$ تاس عدد ۳ ظاهر شود $\xrightarrow[\text{احتمال اصابت}]{\text{A,C شلیک می‌کنند}} ۰/۶۵$

$\frac{۱}{۳}$ تاس $\{۲,۴\}$ ظاهر شود $\xrightarrow{\text{B شلیک می‌کند}} ۰/۴$

$\frac{۱}{۳}$ تاس عدد $\{۱,۵\}$ ظاهر شود $\xrightarrow{\text{C شلیک می‌کند}} ۰/۵$

پس احتمال اصابت تیر به هدف به فرم زیر است.

$$\frac{۱}{۶}\times ۰/۵۸+\frac{۱}{۶}\times ۰/۶۵+\frac{۱}{۳}\times ۰/۴+\frac{۱}{۳}\times ۰/۵$$

$$=\frac{۱}{۶}(۰/۵۸+۰/۶۵)+\frac{۱}{۳}(۰/۴+۰/۵)$$

$$=۰/۲۰۵+۰/۳=۰/۵۰۵\simeq ۰/۵$$

(آمار و احتمال- احتمال؛ صفحه‌های ۵۵ تا ۶۰)

۲۷- **گزینهٔ «۴»** *(جواد حاتمی)*

انحراف معیار داده‌های $x_۱$ تا $x_۹$ برابر صفر است، بنابراین تمام این داده‌ها برابر یکدیگر هستند، یعنی داریم: $x_۱=x_۲=\ldots=x_۹$

اگر میانگین داده‌های $x_۱-۴, x_۲-۳, \ldots, x_۹+۴$ را با $\bar{x}$ نمایش دهیم؛ داریم:

$$\bar{x}=\frac{(x_۱-۴)+(x_۱-۳)+\ldots+(x_۱+۳)+(x_۱+۴)}{۹}=\frac{۹x_۱}{۹}=x_۱$$

در این صورت واریانس این داده‌ها برابر است با:

$$\sigma^۲=\frac{(-۴)^۲+(-۳)^۲+(-۲)^۲+(-۱)^۲+۰+۱^۲+۲^۲+۳^۲+۴^۲}{۹}$$

$$=\frac{۶۰}{۹}=\frac{۲۰}{۳}$$

(آمار و احتمال- آمار توصیفی؛ صفحه‌های ۸۷ تا ۸۹)

۲۸- **گزینهٔ «۲»** *(عادل حسینی)*

بازهٔ اطمینان ۹۵ درصد برای میانگین جامعه به‌صورت $[\bar{x}-\frac{۲\sigma}{\sqrt{n}}, \bar{x}+\frac{۲\sigma}{\sqrt{n}}]$ است، یعنی طول بازهٔ اطمینان برابر $\frac{۴\sigma}{\sqrt{n}}$ بوده و در نتیجه داریم:

$$\frac{۴\sigma}{\sqrt{n}}=۱۳/۴-۱۲/۸\xrightarrow{n=۳۶}\frac{۴\sigma}{۶}=۰/۶\Rightarrow ۴\sigma=۳/۶\Rightarrow \sigma=۰/۹$$

(آمار و احتمال- آمار استنباطی؛ صفحه‌های ۱۱۵ و ۱۱۶)

۲۹- **گزینهٔ «۴»** *(امیر وفائی)*

فرض کنید x تعداد دفعات پرتاب تیر توسط این فرد باشد. در این صورت داریم:

$$P(x\le ۳\,|\,x\ge ۲)=\frac{P(x=۲\text{ یا }۳)}{P(x\ge ۲)}=\frac{P(x=۲)+P(x=۳)}{۱-P(x=۱)}$$

$$=\frac{۰/۲\times ۰/۸+۰/۲\times ۰/۲\times ۰/۸}{۱-۰/۸}=\frac{۰/۲\times ۰/۸(۱+۰/۲)}{۰/۲}$$

$$=۰/۸\times ۱/۲=۰/۹۶$$

(آمار و احتمال- احتمال؛ صفحه‌های ۴۸ تا ۵۲)

۳۰- **گزینهٔ «۴»** *(نیلوفر مهروی)*

ابتدا داده‌ها را از کوچک به بزرگ مرتب می‌کنیم:

$$۱,۱,۲,۴,۴,۵,۵,۷,۸,۱۲,۱۴,۱۴,۱۴$$

تعداد داده‌ها برابر ۱۳ است، پس دادهٔ هفتم میانهٔ داده‌هاست و میانهٔ شش دادهٔ اول، برابر چارک اول و میانهٔ شش دادهٔ آخر، برابر چارک سوم است.

$$Q_۲=۵\,,\,Q_۱=\frac{۲+۴}{۲}=۳\,,\,Q_۳=\frac{۱۲+۱۴}{۲}=۱۳$$

$$IQR=Q_۳-Q_۱=۱۳-۳=۱۰$$

از طرفی مد داده‌ها برابر ۱۴ و میانگین داده‌ها برابر $\bar{x}=\frac{۹۱}{۱۳}=۷$ است، پس تنها گزینهٔ «۴» نادرست است.

(آمار و احتمال- آمار توصیفی؛ صفحه‌های ۸۰ تا ۸۳)

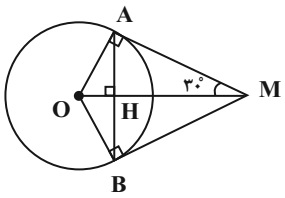
AzmonVIP

هندسه ۲

۳۱- **گزینهٔ «۳»** *(فرزانه خاکپاش)*

پاره خط OM نیمساز زاویهٔ بین دو مماس است، پس $\widehat{OMA} = ۳۰^\circ$.

می‌دانیم در یک مثلث قائم‌الزاویه با زاویهٔ ۳۰° ، طول ضلع روبه‌رو به این زاویه، نصف طول وتر است، پس داریم:



$$\overset{\Delta}{OAM}: OA = \frac{۱}{۲}OM = \frac{۱}{۲}\times ۶ = ۳$$

طبق روابط طولی در مثلث قائم‌الزاویهٔ OAM داریم:

$$OA^۲ = OH \times OM \Rightarrow ۳^۲ = OH \times ۶ \Rightarrow OH = \frac{۹}{۶} = ۱/۵$$

$$MH = OM - OH = ۶ - ۱/۵ = ۴/۵ \Rightarrow \frac{OH}{MH} = \frac{۱/۵}{۴/۵} = \frac{۱}{۳}$$

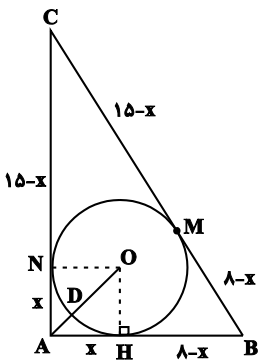
(هندسه ۲- دایره؛ صفحه‌های ۱۹ و ۲۰)

۳۲- **گزینهٔ «۱»** *(سرژ یقیازاریان تبریزی)*

با توجه به اینکه $۸^۲ + ۱۵^۲ = ۱۷^۲$، می‌توان نتیجه گرفت که مثلث ABC قائم‌الزاویه است. اگر از A به مرکز O وصل کنیم تا دایره را در نقطه D قطع کند، آنگاه AD نزدیک‌ترین فاصلهٔ A تا نقاط دایره است، با توجه به شکل، اگر $AH = AN = x$ باشد، آنگاه داریم:

$$BC = ۱۷ \Rightarrow (۸ - x) + (۱۵ - x) = ۱۷ \Rightarrow x = ۳$$

بنابراین شعاع دایرهٔ محاطی داخلی مثلث، برابر $r = ۳$ است و در نتیجه داریم:



$$\overset{\Delta}{OAH}: OA^۲ = OH^۲ + AH^۲ = ۳^۲ + ۳^۲ = ۱۸$$

$$\Rightarrow OA = ۳\sqrt{۲}$$

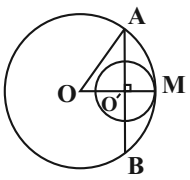
$$AD = OA - OD = ۳\sqrt{۲} - ۳ = ۳(\sqrt{۲} - ۱) \Rightarrow \frac{AD}{r} = \sqrt{۲} - ۱$$

(هندسه ۲- دایره؛ صفحه‌های ۲۵ و ۲۶)

۳۳- **گزینهٔ «۳»** *(سرژ یقیازاریان تبریزی)*

دو دایره یک مماس مشترک دارند، بنابراین مماس داخل هستند. مطابق شکل داریم:

$$OO' = OM - O'M = R - R'$$
$$= ۱۰ - ۴ = ۶$$



$$\overset{\Delta}{OAO'}: OA^۲ = OO'^۲ + O'A^۲$$
$$\Rightarrow O'A^۲ = OA^۲ - OO'^۲$$
$$= ۱۰^۲ - ۶^۲ = ۶۴ \Rightarrow O'A = ۸$$

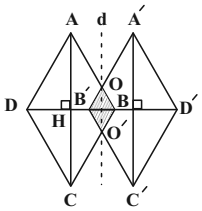
از طرفی می‌دانیم در هر دایره، قطر عمود بر هر وتر، آن وتر و کمان‌های نظیر آن وتر را نصف می‌کند، بنابراین داریم:

$$O'A = \frac{AB}{۲} \Rightarrow AB = ۲O'A = ۱۶$$

(هندسه ۲- دایره؛ صفحه‌های ۱۳ و ۲۰ تا ۲۲)

۳۴- **گزینهٔ «۳»** *(سوگند روشنی)*

$$\overset{\Delta}{AHB}: AB^۲ = AH^۲ + BH^۲$$
$$\Rightarrow ۱۰^۲ = ۸^۲ + BH^۲ \Rightarrow BH^۲ = ۳۶$$
$$\Rightarrow BH = ۶$$



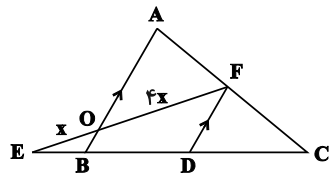
بازتاب تبدیلی طولپاست. از طرفی خط d (محور بازتاب) موازی قطر بزرگ لوزی $ABCD$ است، بنابراین چهارضلعی $OBO'B'$ یک لوزی بوده که زوایای آن برابر زوایای لوزی $ABCD$ است، پس این دو لوزی متشابه هستند و نسبت مساحت‌های آن‌ها برابر مجذور نسبت تشابه است و در نتیجه داریم:

$$\frac{S_{OBO'B'}}{S_{ABCD}} = \left(\frac{OB}{AB}\right)^۲ \Rightarrow \frac{S_{OBO'B'}}{\frac{۱}{۲}\times ۱۶ \times ۱۲} = \left(\frac{۲}{۱۰}\right)^۲ = \left(\frac{۱}{۵}\right)^۲$$

$$\Rightarrow \frac{S_{OBO'B'}}{۹۶} = \frac{۱}{۲۵} \Rightarrow S_{OBO'B'} = \frac{۹۶}{۲۵} = ۳/۸۴$$

(هندسه ۲- تبدیل‌های هندسی و کاربردها؛ صفحه‌های ۳۵ تا ۳۸)

۳۵- **گزینهٔ «۳»** *(سوگند روشنی)*



مطابق شکل از نقطهٔ F خطی موازی با AB رسم می‌کنیم تا BC را در نقطهٔ D قطع کند. اگر $OE = x$ باشد، آنگاه $OF = ۴x$ است و داریم:

$$\overset{\Delta}{EFD}: OB \parallel FD \xrightarrow{\text{تعمیم قضیهٔ تالس}} \frac{EO}{EF} = \frac{OB}{FD}$$

$$\Rightarrow \frac{x}{۵x} = \frac{OB}{FD} \Rightarrow FD = ۵OB \qquad (۱)$$

$$\overset{\Delta}{CAB}: FD \parallel AB \xrightarrow{\text{تعمیم قضیهٔ تالس}} \frac{CF}{CA} = \frac{FD}{AB}$$

$$\Rightarrow \frac{۱}{۲} = \frac{FD}{AB} \Rightarrow AB = ۲FD \xrightarrow{(۱)} AB = ۱۰OB$$

AzmonVIP

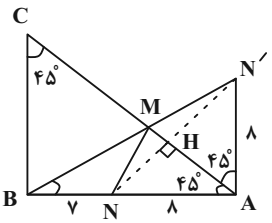
$\Rightarrow OA+OB=10OB \Rightarrow OA=9OB$

(نسبت تجانس) $k=-\frac{OB}{OA}=-\frac{1}{9}$

(هندسه ۲- تبدیل‌های هندسی و کاربردها: صفحه‌های ۴۳ تا ۴۹)

۳۶- **گزینهٔ «۴»** (سرژ یقیازاریان‌تبریزی)

مثلث ABC قائم‌الزاویهٔ متساوی‌الساقین است، پس داریم: $\hat{A}=\hat{C}=45^\circ$



برای پیداکردن محل نقطهٔ M واقع بر وتر AC به گونه‌ای که محیط مثلث MBN کمترین مقدار ممکن باشد، کافی است بازتاب N نسبت به AC را به دست آوریم. دو مثلث ANH و $AN'H$ هم‌نهشت هستند و در نتیجه $AN'=8$ و $H\hat{A}N'=45^\circ$ است. بنابراین مطابق شکل مثلث $AN'B$ در رأس A قائم‌الزاویه بوده و در نتیجه داریم:

$BN'^2=AB^2+AN'^2=15^2+8^2=289 \Rightarrow BN'=17$

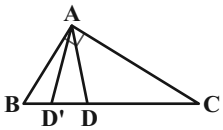
کمترین مقدار محیط مثلث MNB با توجه به روش هرون برابر است با:

$BM+MN+BN=(BM+MN')+BN=BN'+BN$

$=17+7=24$

(هندسه ۲- تبدیل‌های هندسی و کاربردها: صفحهٔ ۵۲)

۳۷- **گزینهٔ «۱»** (امیرحسین ابومحبوب)



$\overset{\triangle}{ABC}: BC^2=AB^2+AC^2=9^2+12^2=225 \Rightarrow BC=15$

طبق قضیهٔ نیمسازها در مثلث ABC داریم:

$\frac{BD}{DC}=\frac{AB}{AC} \xrightarrow{\text{ترکیب نسبت در مخرج}} \frac{BD}{BC}=\frac{AB}{AB+AC}$

$\Rightarrow \frac{BD}{15}=\frac{9}{21} \Rightarrow BD=\frac{15\times 9}{21}=\frac{45}{7}$

نسبت تجانس برابر $k=\frac{BD}{BC}=\frac{3}{7}$ است، پس اگر D' تصویر نقطهٔ D در این تجانس باشد، آنگاه داریم:

$\frac{BD'}{BD}=k \Rightarrow \frac{BD'}{\frac{45}{7}}=\frac{3}{7} \Rightarrow BD'=\frac{45}{7}\times\frac{3}{7}=\frac{135}{49}$

(هندسه ۲- تبدیل‌های هندسی و کاربردها: صفحه‌های ۴۳ تا ۴۹)

روابط طولی در مثلث: صفحه‌های ۶۸ تا ۷۰)

۳۸- **گزینهٔ «۴»** (افشین خاصّه‌خان)

مطابق شکل داریم:

$A\hat{O}B=\frac{360^\circ}{8}=45^\circ$

$S_{AOB}=\frac{1}{2}OA\times OB\times \sin(A\hat{O}B)=\frac{1}{2}(2\sqrt{2})(2\sqrt{2})\times\frac{\sqrt{2}}{2}$

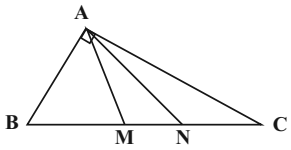
$=\frac{1}{2}(8)(\frac{\sqrt{2}}{2})=2\sqrt{2}$

$S_{\text{هشت‌ضلعی}}=8S_{AOB}=8\times 2\sqrt{2}=16\sqrt{2}$

(هندسه ۲- دایره: صفحه‌های ۲۸ و ۲۹

روابط طولی در مثلث: صفحه‌های ۷۲ و ۷۳)

۳۹- **گزینهٔ «۳»** (امیرحسین ابومحبوب)



طبق قضیهٔ فیثاغورس در مثلث قائم‌الزاویهٔ ABC داریم:

$AC^2=BC^2-AB^2=64-28=36$

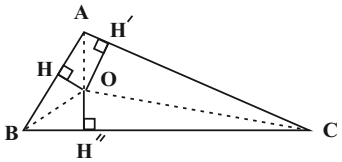
می‌دانیم طول میانهٔ وارد بر وتر در یک مثلث قائم‌الزاویه، نصف طول وتر است، پس $AM=\frac{BC}{2}=4$. از طرفی AM میانهٔ وارد بر ضلع BC است، پس $CM=\frac{BC}{2}=4$. حال طبق قضیهٔ میانه‌ها در مثلث AMC داریم:

$AM^2+AC^2=2AN^2+\frac{CM^2}{2} \Rightarrow 16+36=2AN^2+\frac{16}{2}$

$\Rightarrow 2AN^2=44 \Rightarrow AN^2=22 \Rightarrow AN=\sqrt{22}$

(هندسه ۲- روابط طولی در مثلث: صفحهٔ ۶۹)

۴۰- **گزینهٔ «۴»** (امیرحسین ابومحبوب)



مطابق شکل فرض کنید $BC=a=15$ ، $AC=b=13$ و $AB=c=4$ باشد. طبق قضیهٔ هرون در مثلث ABC داریم:

$P=\frac{a+b+c}{2}=\frac{15+13+4}{2}=16$

$S=\sqrt{P(P-a)(P-b)(P-c)}=\sqrt{16\times 1\times 3\times 12}=24$

اگر مثلث ABC را به سه مثلث OAB، OAC و OBC تقسیم کنیم، داریم:

$S_{OAB}+S_{OAC}+S_{OBC}=S_{ABC}$

$\Rightarrow \frac{1}{2}OH\times AB+\frac{1}{2}OH'\times AC+\frac{1}{2}OH''\times BC=S_{ABC}$

$\Rightarrow \frac{1}{2}\times 1\times 4+\frac{1}{2}\times 2\times 13+\frac{1}{2}OH''\times 15=24$

$\Rightarrow \frac{15}{2}OH''=9 \Rightarrow OH''=\frac{2\times 9}{15}=\frac{6}{5}$

(هندسه ۲- روابط طولی در مثلث: صفحه‌های ۷۱ تا ۷۴)

AzmonVIP

حسابان ۲

۴۱- **گزینهٔ «۲»** *(سهیل حسن‌خان‌پور)*

ابتدا تابع $f(x)$ را به کمک اتحاد مکعب کامل ساده می‌کنیم:

$$f(x)=x^۳-۶x^۲+۱۲x-۸+۸=(x-۲)^۳+۸$$

حال به‌جای x در تابع $f(x)$، $g(x)$ را قرار می‌دهیم:

$$\begin{cases}f(g(x))=(g(x)-۲)^۳+۸\\ f(g(x))=x^۲-۲x\end{cases}\Rightarrow (g(x)-۲)^۳+۸=x^۲-۲x$$

$$\Rightarrow (g(x)-۲)^۳=x^۲-۲x-۸=(x-۱)^۲-۹$$

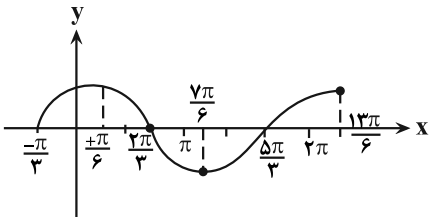
$$\Rightarrow g(x)=\sqrt[۳]{(x-۱)^۲-۹}+۲$$

پس برای ساخت نمودار تابع $g(x)$ از روی نمودار تابع $y=\sqrt[۳]{x^۲-۹}$ باید آن را ۱ واحد به راست و ۲ واحد به سمت بالا ببریم.

(حسابان ۲- تابع؛ صفحه‌های ۱ تا ۱۴)

۴۲- **گزینهٔ «۳»** *(بابک سادات)*

برای رسم نمودار تابع $f(x)$ کافیست $\sin x$ را به اندازهٔ $\frac{\pi}{۳}$ به سمت منفی در روی محور xها انتقال بدهیم. با توجه به نمودار، منحنی در بازه $(\frac{۷\pi}{۶},\frac{۱۳\pi}{۶})$ اکیداً صعودی است. پس در $(\frac{۷\pi}{۶},۲\pi)$ هم اکیداً یکنوا و طبیعتاً یکنواست.



(حسابان ۲- تابع؛ صفحه‌های ۱۵ تا ۱۸)

۴۳- **گزینهٔ «۲»** *(محمدحسن سلامی‌حسینی)*

می‌دانیم اگر $f(x)$ در بازهٔ $[a,b]$ نزولی اکید باشد $-f(-x)$ نیز در بازهٔ $[-b,-a]$ نزولی اکید است پس کافیست فقط محدودهٔ $[-۳,۰]$ را در نظر بگیریم:

$$-۳\le x\le ۰\Rightarrow -۱\le x+۲\le ۲$$

پس ورودی قسمت نزولی اکید در محدودهٔ $[-۱,۲]$ است حال در تابع جدید داریم:

$$-۱\le \frac{۴-x}{۲}\le ۲\Rightarrow -۲\le ۴-x\le ۴\Rightarrow ۶\ge x\ge ۰$$

سایر تبدیلات نقشی در صعودی یا نزولی بودن تابع ندارند.

(حسابان ۲- تابع؛ صفحه‌های ۱۵ تا ۱۸)

۴۴- **گزینهٔ «۴»** *(رضا سیدنیفی)*

باقی‌ماندهٔ تقسیم چندجمله‌ای $P(x)$ بر $۲x-۴$ برابر با ۱ است، یعنی $P(۲)=۱$.

برای محاسبهٔ باقی‌ماندهٔ تقسیم چندجمله‌ای $f(x)$ بر $-x+۱$ بایستی در ضابطهٔ f به‌جای xها ۱ را قرار دهیم، بنابراین:

$$f(۱)=۴(۱)P(۱+۱)-(۱)^۲P(۳-۱)=۴P(۲)-P(۲)$$

$$\Rightarrow f(۱)=۳P(۲)\xrightarrow{P(۲)=۱} f(۱)=۳$$

(حسابان ۲- تابع؛ صفحه‌های ۱۸ و ۱۹)

۴۵- **گزینهٔ «۱»** *(سروش موئینی)*

با استفاده از رابطهٔ $\sin\alpha\cos\alpha=\frac{۱}{۲}\sin ۲\alpha$ داریم:

$$f(x)=(\frac{۱}{۲}\sin\frac{۲x}{۳})^۲=\frac{۱}{۴}\sin^۲\frac{۲x}{۳}$$

و دورهٔ تناوب $\sin^۲ kx$ برابر $\frac{\pi}{|k|}$ است پس $T=\frac{\pi}{\frac{۲}{۳}}=\frac{۳}{۲}\pi$.

(حسابان ۲- مثلثات؛ صفحه‌های ۲۴ تا ۲۹)

۴۶- **گزینهٔ «۲»** *(پویان طهرانیان)*

دورهٔ تناوب تابع $\frac{۴\pi}{۳}$ است پس:

$$\frac{۲\pi}{|a|}=\frac{۴\pi}{۳}\Rightarrow |a|=\frac{۳}{۲}$$

از طرفی شروع حرکت sin از مبدأ نزولی است و با توجه به مثبت بودن ضریب sin در تابع، a باید منفی باشد پس $a=-\frac{۳}{۲}$ یعنی:

$$y=۲+\sin(-\frac{۳}{۲}x)=۲-\sin\frac{۳}{۲}x$$

$$\xrightarrow{x=\frac{۲۸\pi}{۹}} y=۲-\sin\frac{۳}{۲}\times\frac{۲۸\pi}{۹}=۲-\sin\frac{۱۴\pi}{۳}=۲-\sin(۵\pi-\frac{\pi}{۳})$$

$$\Rightarrow y=۲-\sin\frac{\pi}{۳}=۲-\frac{\sqrt{۳}}{۲}=\frac{۴-\sqrt{۳}}{۲}$$

(حسابان ۲- مثلثات؛ صفحه‌های ۲۴ تا ۲۹)

۴۷- **گزینهٔ «۴»** *(سید جواد نظری)*

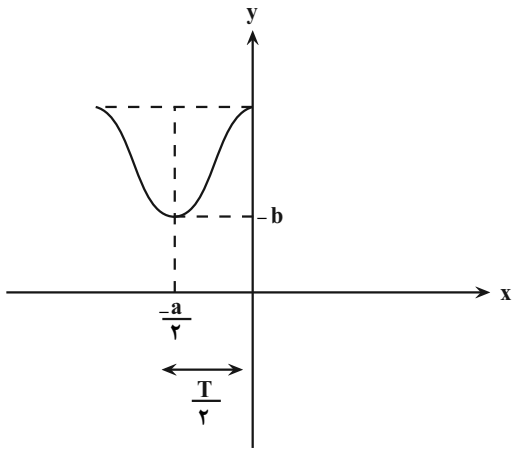
ابتدا ضابطه تابع را کمی ساده می‌کنیم:

$$f(x)=a+b\sin\pi(۲ax-\frac{۱}{۲})=a+b\sin(۲a\pi x-\frac{\pi}{۲})$$

$$=a-b\cos(۲a\pi x)$$

AzmonVIP

با توجه به نمودار تابع f داریم:



$$T=\frac{2\pi}{|2a\pi|}=a\Rightarrow\frac{1}{|a|}=a\xrightarrow{a>0}a^2=1\Rightarrow a=1$$

از طرفی کمترین مقدار تابع برابر $-b$ است، بنابراین:

$$y_{min}=a-|b|=-b\xrightarrow{b<0}a+b=-b\Rightarrow a=-2b$$

$$\xrightarrow{a=1}1=-2b\Rightarrow b=-\frac{1}{2}$$

در نتیجه: $a+b=1-\frac{1}{2}=\frac{1}{2}$

(حسابان ۲- مثلثات؛ صفحه‌های ۲۴ تا ۲۹)

۴۸- **گزینهٔ «۴»** (سید جواد نظری)

از اتحاد $\cos 2x=2\cos^2 x-1$ استفاده می‌کنیم:

$$\Rightarrow(1+\cos x)(2\cos^2 x)=\frac{1}{4}\Rightarrow\cos^3 x+\cos^2 x-\frac{1}{8}=0$$

$$\Rightarrow(\cos x+\frac{1}{2})(\cos^2 x+\frac{1}{2}\cos x-\frac{1}{4})=0$$

$$\Rightarrow\begin{cases}\cos x=-\frac{1}{2}\\ \cos^2 x+\frac{1}{2}\cos x-\frac{1}{4}=0\Rightarrow\cos x=\frac{-1\pm\sqrt{5}}{4}\end{cases}$$

هر کدام از معادلات برای $\cos x$، در بازهٔ $(0,2\pi)$ دو جواب دارد، پس در کل معادله ۶ جواب دارد.

(حسابان ۲- مثلثات؛ صفحه‌های ۳۵ تا ۴۴)

۴۹- **گزینهٔ «۳»** (سید جواد نظری)

ابتدا به کمک روابط $\sin^2 2x=1-\cos^2 2x$ و $\cos^2 x=\frac{1+\cos 2x}{2}$، داریم:

$$3\sin^2 2x-8\cos^2 x+1=0\Rightarrow 3(1-\cos^2 2x)-8(\frac{1+\cos 2x}{2})+1=0$$

$$\Rightarrow 3-3\cos^2 2x-4-4\cos 2x+1=0\Rightarrow 3\cos^2 2x+4\cos 2x=0$$

$$\Rightarrow\cos 2x(3\cos 2x+4)=0\Rightarrow\begin{cases}\cos 2x=0\\ \cos 2x=-\frac{4}{3}\end{cases}\times$$

توجه شود که $-1\le\cos 2x\le 1$ است بنابراین $\cos 2x=-\frac{4}{3}$ غیرقابل قبول است.

$$\cos 2x=0\Rightarrow 2x=k\pi+\frac{\pi}{2}\Rightarrow x=\frac{k\pi}{2}+\frac{\pi}{4}$$

k	۰	۱	۲	۳
x	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{3\pi}{4}$	$\frac{5\pi}{4}$	$\frac{7\pi}{4}$

مجموع جواب‌ها: 4π

(حسابان ۲- مثلثات؛ صفحه‌های ۳۵ تا ۴۴)

۵۰- **گزینهٔ «۳»** (علی‌اصغر شریفی)

ابتدا معادلهٔ داده شده را ساده می‌کنیم:

$$1+\sin x+\cos x+\sin x\cos x=k\sin 2x$$

$$\Rightarrow 1+\sin x+\cos x+\frac{1}{2}\sin 2x=k\sin 2x$$

$$\Rightarrow 2+2(\sin x+\cos x)=(2k-1)\sin 2x$$

چون x در ربع اول است، پس $\sin x$ و $\cos x$ مثبت هستند، بنابراین:

$$(\sin x+\cos x)^2=\sin^2 x+\cos^2 x+2\sin x\cos x=1+\sin 2x$$

$$\xrightarrow{\sin x+\cos x>0}\sin x+\cos x=\sqrt{1+\sin 2x}$$

با جایگذاری $t=\sin 2x$ در معادلهٔ اصلی خواهیم داشت:

$$2+2\sqrt{1+t}=(2k-1)t$$

$$\Rightarrow 2(\sqrt{1+t}+1)=(2k-1)(\sqrt{1+t}+1)(\sqrt{1+t}-1)$$

$$\Rightarrow 2=(2k-1)(\sqrt{1+t}-1)\Rightarrow\sqrt{1+t}-1=\frac{2}{2k-1}$$

با توجه به آن‌که $0<2x<\pi$، پس $0<\sin 2x\le 1$:

$$0<t\le 1\Rightarrow 1<\sqrt{1+t}\le\sqrt{2}\Rightarrow 0<\sqrt{1+t}-1\le\sqrt{2}-1$$

$$\Rightarrow 0<\frac{2}{2k-1}\le\sqrt{2}-1\Rightarrow\frac{2k-1}{2}\ge\sqrt{2}+1\Rightarrow k\ge\frac{3+2\sqrt{2}}{2}$$

$$\simeq\frac{3+2\times 1/41}{2}=2/91$$

پس به ازای $k=1,2$ معادله جواب ندارد.

(حسابان ۲- مثلثات؛ صفحه‌های ۳۵ تا ۴۴)

AzmonVIP

هندسه ۳

۵۱- **گزینهٔ «۲»** (مهرداد ملوندی)

ابتدا رابطهٔ ماتریسی داده شده را ساده می‌کنیم:

$$\begin{bmatrix} x & y \end{bmatrix}\begin{bmatrix} ۴ & ۲ \\ ۱ & -۲ \end{bmatrix}\begin{bmatrix} y \\ ۲x \end{bmatrix} = ۳ \Rightarrow \begin{bmatrix} ۴x+y & ۲x-۲y \end{bmatrix}\begin{bmatrix} y \\ ۲x \end{bmatrix} = ۳$$

$$\Rightarrow \begin{bmatrix} ۴xy + y^۲ + ۴x^۲ - ۴xy \end{bmatrix} = ۳ \Rightarrow y^۲ + ۴x^۲ = ۳$$

از رابطهٔ $y + ۲ = ۲x$ به صورت زیر استفاده می‌کنیم:

$$y - ۲x = -۲ \xrightarrow{\text{توان ۲}} \underbrace{y^۲ + ۴x^۲}_{۳} - ۴xy = ۴$$

$$\Rightarrow -۴xy = ۱ \Rightarrow xy = -\frac{۱}{۴}$$

$$\Rightarrow \frac{xy}{y^۲ + ۴x^۲} = \frac{-\frac{۱}{۴}}{۳} = -\frac{۱}{۱۲}$$

(هندسه ۳- ماتریس و کاربردها؛ صفحه‌های ۱۷ تا ۱۹)

۵۲- **گزینهٔ «۳»** (افشین خاصه‌خان)

ماتریس اسکالر ماتریس مربعی است که درایه‌های غیرواقع بر قطر اصلی آن همگی صفر بوده و درایه‌های واقع بر قطر اصلی آن برابر یکدیگرند، پس داریم:

$$AB = \begin{bmatrix} ۱ & a & ۲ \\ c & ۵ & a \\ ۱ & b & -۱ \end{bmatrix}\begin{bmatrix} c & ۰ & ۲ \\ -۱ & ۱ & ۰ \\ a & -۱ & b \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} n & ۰ & ۰ \\ ۰ & n & ۰ \\ ۰ & ۰ & n \end{bmatrix}$$

اگر فرض کنیم $AB = C$، آنگاه با بررسی درایه‌های $c_{۱۲}$، $c_{۳۲}$ و $c_{۲۳}$ داریم:

$$\begin{cases} c_{۱۲} = ۰ \Rightarrow a - ۲ = ۰ \Rightarrow a = ۲ \\ c_{۳۲} = ۰ \Rightarrow b + ۱ = ۰ \Rightarrow b = -۱ \\ c_{۲۳} = ۰ \Rightarrow ۲c + ab = ۰ \Rightarrow ۲c - ۲ = ۰ \Rightarrow c = ۱ \end{cases}$$

حال به ازای درایهٔ $c_{۱۱}$ داریم:

$$c_{۱۱} = n \Rightarrow c - a + ۲a = n \Rightarrow n = a + c = ۲ + ۱ = ۳$$

پس حاصل‌ضرب درایه‌های قطر اصلی ماتریس AB، برابر $n^۳ = ۳^۳ = ۲۷$ است.

(هندسه ۳- ماتریس و کاربردها؛ صفحه‌های ۱۲ و ۱۷)

۵۳- **گزینهٔ «۴»** (مهرداد ملوندی)

از رابطهٔ $A^۳ = -A$، نتیجه می‌گیریم $A^۹ = (A^۳)^۳ = (-A)^۳ = -A^۳ = A$، بنابراین داریم:

$$A^{۹۲} = (A^۹)^{۱۰} \times A^۲ = A^{۱۰} \times A^۲ = A^۹ \times A^۳$$

$$= A \times (-A) = -A^۲$$

(هندسه ۳- ماتریس و کاربردها؛ صفحه‌های ۱۷ تا ۲۱)

۵۴- **گزینهٔ «۳»** (خرشاد فرامرزی)

ابتدا ماتریس $A \times B$ را تشکیل می‌دهیم:

$$A \times B = \begin{bmatrix} -۱ & ۲ \\ ۳ & ۱ \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} x-y & ۴ \\ ۳ & ۲x \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -x+y+۶ & -۴+۴x \\ ۳x-۳y+۳ & ۱۲+۲x \end{bmatrix}$$

برای این‌که $A \times B$ قطری باشد، باید داشته باشیم:

$$\begin{cases} -۴+۴x = ۰ \\ ۳x-۳y+۳ = ۰ \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = ۱ \\ y = ۲ \end{cases} \Rightarrow AB = \begin{bmatrix} ۷ & ۰ \\ ۰ & ۱۴ \end{bmatrix}$$

از رابطهٔ $|B \times A| = |A \times B| = |A||B|$ که برای ماتریس‌های مربعی هم مرتبه برقرار است، می‌توانیم حاصل $|B \times A|$ را به‌دست آوریم:

$$|BA| = |AB| = ۷ \times ۱۴ = ۹۸$$

(هندسه ۳- ماتریس و کاربردها؛ صفحه‌های ۲۱، ۲۳ و ۲۹)

۵۵- **گزینهٔ «۲»** (احمدرضا فلاح)

$$A = \begin{bmatrix} ۲ & ۱ \\ ۱ & -۱ \end{bmatrix} \Rightarrow A^{-۱} = \frac{۱}{-۳}\begin{bmatrix} -۱ & -۱ \\ -۱ & ۲ \end{bmatrix}$$

روش اول:

$$\alpha A + \beta A^{-۱} = ۲I \Rightarrow \alpha\begin{bmatrix} ۲ & ۱ \\ ۱ & -۱ \end{bmatrix} - \frac{۱}{۳}\beta\begin{bmatrix} -۱ & -۱ \\ -۱ & ۲ \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} ۲ & ۰ \\ ۰ & ۲ \end{bmatrix}$$

$$\Rightarrow \begin{bmatrix} ۲\alpha + \frac{۱}{۳}\beta & \alpha + \frac{۱}{۳}\beta \\ \alpha + \frac{۱}{۳}\beta & -\alpha - \frac{۲}{۳}\beta \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} ۲ & ۰ \\ ۰ & ۲ \end{bmatrix}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \alpha + \frac{۱}{۳}\beta = ۰ \\ ۲\alpha + \frac{۱}{۳}\beta = ۲ \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \alpha = ۲ \\ \beta = -۶ \end{cases}$$

مقادیر به‌دست آمده در رابطهٔ $-\alpha - \frac{۲}{۳}\beta = ۲$ نیز صدق می‌کنند، بنابراین داریم:

$$۲\alpha + \beta = ۴ - ۶ = -۲$$

روش دوم: هر ماتریس ۲×۲ به فرم $A = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}$ در رابطهٔ $A^۲ - (a+d)A + |A|I = \overline{O}$ صدق می‌کند.

$$A = \begin{bmatrix} ۲ & ۱ \\ ۱ & -۱ \end{bmatrix} \Rightarrow A^۲ - (۲-۱)A + (۲ \times (-۱) - ۱ \times ۱)I = \overline{O}$$

$$\Rightarrow A^۲ - A - ۳I = \overline{O} \quad (۱)$$

$$\alpha A + \beta A^{-۱} = ۲I \xrightarrow{\times A} \alpha A^۲ + \beta I = ۲A$$

$$\alpha A^۲ - ۲A + \beta I = \overline{O} \xrightarrow{+\alpha} A^۲ - \frac{۲}{\alpha} + \frac{\beta}{\alpha}I = \overline{O} \quad (۲)$$

$$\xrightarrow{(۱),(۲)} \begin{cases} -\frac{۲}{\alpha} = -۱ \Rightarrow \alpha = ۲ \\ \frac{\beta}{\alpha} = -۳ \Rightarrow \beta = -۳\alpha = -۶ \end{cases} \Rightarrow ۲\alpha + \beta = (-۲)$$

(هندسه ۳- ماتریس و کاربردها؛ صفحه‌های ۲۲ و ۲۳)

AzmonVIP

۵۶- **گزینهٔ «۳»** (افشین خاصه‌خان)

شرط آنکه یک دستگاه معادلات خطی جواب منحصر به‌فرد داشته باشد آن است که دترمینان ماتریس ضرایب آن مخالف صفر باشد.

$$\begin{vmatrix} m+5 & m \\ 2(m+1) & 3-m \end{vmatrix} \neq 0 \Rightarrow (m+5)(3-m)-2m(m+1)\neq 0$$

$$\Rightarrow 3m-m^2+15-5m-2m^2-2m\neq 0$$

$$\Rightarrow -3m^2-4m+15\neq 0$$

$$\text{مجموع ریشه‌ها} = \alpha+\beta = -\frac{b}{a} = -\frac{4}{3}$$

$$\text{حاصل‌ضرب ریشه‌ها} = \alpha\beta = \frac{c}{a} = \frac{15}{-3} = -5$$

$$\Rightarrow \frac{3(\alpha+\beta)}{\alpha\beta} = \frac{3(-\frac{4}{3})}{-5} = \frac{4}{5} = 0/8$$

(هندسه ۳- ماتریس و کاربردها؛ صفحهٔ ۲۶)

۵۷- **گزینهٔ «۲»** (سرژ یقیازاریان تبریزی)

ابتدا دترمینان داده شده را برحسب سطر اول بسط می‌دهیم:

$$\begin{vmatrix} x & 1 & x \\ x & x & 1 \\ 1 & x & x \end{vmatrix} = 0 \Rightarrow x(x^2-x)-1(x^2-1)+x(x^2-x)=0$$

$$\Rightarrow x^2(x-1)-(x-1)(x+1)+x^2(x-1)=0$$

$$\Rightarrow (x-1)\left[x^2-x-1+x^2\right]=0 \Rightarrow (x-1)(2x^2-x-1)=0$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x-1=0 \Rightarrow x=1 \\ 2x^2-x-1=0 \Rightarrow \begin{cases} x=1 \\ x=-\frac{1}{2} \end{cases} \end{cases}$$

بنابراین معادله دارای دو جواب است. مجموع جواب‌های معادله $\frac{1}{2}$ است.

(هندسه ۳- ماتریس و کاربردها؛ صفحه‌های ۲۷ تا ۳۱)

۵۸- **گزینهٔ «۱»** (نصیر مهبی نژاد)

طبق دستور ساروس برای محاسبه دترمینان ماتریس‌های 3×3 داریم:

$$\begin{vmatrix} y & x^2 & x \\ -1 & 3 & 1 \\ 1 & 2 & 1 \end{vmatrix} = 0 \Rightarrow (3y+x^2-2x)-(3x+2y-x^2)=0$$

$$\Rightarrow y=-2x^2+5x \Rightarrow y_{max} = -\frac{\Delta}{4a} = -\frac{25}{-8} = \frac{25}{8}$$

(هندسه ۳- ماتریس و کاربردها؛ صفحه‌های ۲۷ تا ۳۱)

۵۹- **گزینهٔ «۴»** (احمدرضا فلاح)

$$A-2A^{-1} = -I \Rightarrow A+I = 2A^{-1}$$

فرض: $|A+I| = -1 \Rightarrow |2A^{-1}| = -1 \Rightarrow 2^3\,|A^{-1}| = -1$

$$\Rightarrow |A^{-1}| = -\frac{1}{8} \Rightarrow |A| = -8$$

(هندسه ۳- ماتریس و کاربردها؛ صفحه‌های ۲۷ تا ۳۱)

۶۰- **گزینهٔ «۱»** (امیرحسین ابومحبوب)

$$A = \begin{bmatrix} 2 & -1 \\ 2 & 1 \end{bmatrix} \Rightarrow |A| = 2\times 1-(-1)\times 2 = 4$$

$$\Rightarrow B = \begin{bmatrix} 2 & 4 \\ -1 & -1 \end{bmatrix} \Rightarrow B^{-1} = \frac{1}{2}\begin{bmatrix} -1 & -4 \\ 1 & 2 \end{bmatrix}$$

رابطهٔ ماتریسی فرض سؤال را از سمت چپ در ماتریس B^{-1} ضرب می‌کنیم:

$$B^{-1}(BX) = B^{-1}(A-B) \Rightarrow X = B^{-1}A - I$$

$$= \frac{1}{2}\begin{bmatrix} -1 & -4 \\ 1 & 2 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} 2 & -1 \\ 2 & 1 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$= \frac{1}{2}\begin{bmatrix} -10 & -3 \\ 6 & 1 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -6 & -\frac{3}{2} \\ 3 & -\frac{1}{2} \end{bmatrix}$$

$$\left.\begin{array}{l} X \text{ مجموع درایه‌های واقع بر قطر اصلی} = -6-\frac{1}{2} = -\frac{13}{2} \\ X \text{ مجموع درایه‌های واقع بر قطر فرعی} = 3-\frac{3}{2} = \frac{3}{2} \end{array}\right\}$$

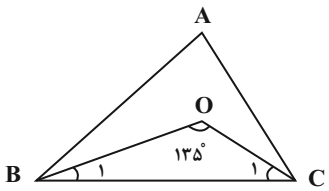
$$\Rightarrow \text{نسبت خواسته شده} = -\frac{13}{3}$$

(هندسه ۳- ماتریس و کاربردها؛ صفحه‌های ۲۲ تا ۳۱)

AzmonVIP

هندسه ۱

۶۱- **گزینهٔ «۱»** (امیرحسین ابومحبوب)



مطابق شکل در مثلث BOC داریم:

$$\hat{B}_1+\hat{C}_1+135^\circ=180^\circ \Rightarrow \hat{B}_1+\hat{C}_1=45^\circ$$

$$\Rightarrow \frac{\hat{B}}{2}+\frac{\hat{C}}{2}=45^\circ \Rightarrow \hat{B}+\hat{C}=90^\circ \Rightarrow \hat{A}=90^\circ$$

زاویهٔ قائمه A بزرگ‌ترین زاویهٔ مثلث ABC است، پس ضلع روبه‌رو به آن یعنی BC بزرگ‌ترین ضلع مثلث ABC خواهد بود.

$$\overset{\Delta}{BOC}: BO>CO \Rightarrow \hat{C}_1>\hat{B}_1 \Rightarrow \frac{\hat{C}}{2}>\frac{\hat{B}}{2} \Rightarrow \hat{C}>\hat{B}$$

بنابراین طبق قضیهٔ زاویهٔ برتر در مثلث ABC ، $AB>AC$ است و در نتیجه نامساوی گزینهٔ «۱» درست است.

(هندسه ۱- ترسیم‌های هندسی و استدلال؛ صفحه‌های ۲۱ و ۲۲)

۶۲- **گزینهٔ «۴»** (امیرحسین ابومحبوب)

قضیه‌ای را می‌توان به صورت دو شرطی نوشت که عکس آن نیز خود یک قضیه باشد (عکس قضیه نیز درست باشد). از طرفی عکس هر قضیه با جابه‌جایی فرض و حکم آن قضیه نوشته می‌شود.

گزینهٔ «۱»: عکس قضیه: «اگر در دو مثلث، زوایا نظیر به نظیر برابر یکدیگر باشند، آن‌گاه آن دو مثلث هم‌نهشت هستند.»

عکس قضیه درست نیست. مثلاً هر دو مثلث متساوی‌الاضلاع دلخواه هم‌نهشت نیستند.

گزینهٔ «۲»: عکس قضیه: «اگر یک چهارضلعی متوازی‌الاضلاع باشد، آن‌گاه چهارضلعی لوزی است.»

عکس قضیه درست نیست. اگر در یک متوازی‌الاضلاع، اضلاع مجاور برابر هم نباشند، آن متوازی‌الاضلاع، لوزی نیست.

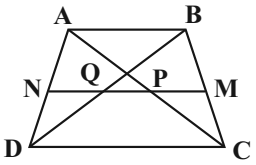
گزینهٔ «۳»: عکس قضیه: «اگر دو مثلث محیط برابر داشته باشند، آن‌گاه هم‌نهشت هستند.» عکس قضیه درست نیست. مثلاً دو مثلث یکی به اضلاع ۳، ۴ و ۵ و دیگری به اضلاع ۴، ۴ و ۴، محیط برابر دارند ولی هم‌نهشت نیستند.

گزینهٔ «۴»: عکس قضیه: «اگر ارتفاع‌های وارد بر دو ضلع مثلثی برابر باشند، آن دو ضلع نیز برابرند.» عکس قضیه درست است.

(هندسه ۱- ترسیم‌های هندسی و استدلال؛ صفحهٔ ۲۵)

۶۳- **گزینهٔ «۳»** (سرژ یقیازاریان تبریزی)

در ذوزنقهٔ $ABCD$ ، پاره‌خط موازی قاعده‌ها، ساق‌ها را به ترتیب در نقاط M و N قطع می‌کند. طبق فرض سؤال $7AB=3CD$ است. قطرهای ذوزنقه، پاره‌خط MN به موازات قاعده‌ها را به‌ترتیب در نقاط P و Q قطع می‌کنند. طبق فرض: $NQ=PQ=PM$ است.



$$\overset{\Delta}{ABD}: NQ \parallel AB \xrightarrow{\text{تعمیم قضیهٔ تالس}} \frac{DN}{AD}=\frac{NQ}{AB} \quad (1)$$

$$\overset{\Delta}{ADC}: NP \parallel DC \xrightarrow{\text{تعمیم قضیهٔ تالس}} \frac{AN}{AD}=\frac{NP}{DC}$$

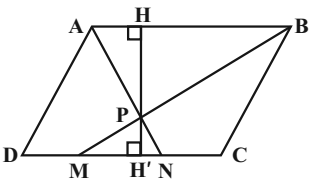
$$=\frac{2NQ}{\frac{7}{3}AB}=\frac{6NQ}{7AB} \quad (2)$$

$$(1),(2) \Rightarrow \frac{\frac{DN}{AD}}{\frac{AN}{AD}}=\frac{\frac{NQ}{AB}}{\frac{6NQ}{7AB}} \Rightarrow \frac{DN}{AN}=\frac{7}{6} \Rightarrow \frac{AN}{DN}=\frac{6}{7}$$

(هندسه ۱- قضیهٔ تالس، تشابه و کاربردهای آن؛ صفحه‌های ۳۴ تا ۳۷)

۶۴- **گزینهٔ «۴»** (افشین خاصه‌خان)

دو مثلث PAB و PMN به حالت تساوی دو زاویه متشابه‌اند.



نسبت ارتفاع‌ها در دو مثلث متشابه برابر نسبت تشابه آن دو مثلث است، بنابراین داریم:

$$\frac{PH}{PH'}=\frac{AB}{MN}=\frac{3}{1} \xrightarrow{\text{ترکیب نسبت در صورت}} \frac{PH+PH'}{PH'}=\frac{3+1}{1}$$

$$\Rightarrow \frac{HH'}{PH'}=4$$

$$\frac{S_{ABCD}}{S_{PMN}}=\frac{HH'\times AB}{\frac{1}{2}PH'\times MN}=2\times\frac{HH'}{PH'}\times\frac{AB}{MN}=2\times4\times3=24$$

(هندسه ۱- قضیهٔ تالس، تشابه و کاربردهای آن؛ صفحه‌های ۴۵ و ۴۶
چندضلعی‌ها؛ صفحهٔ ۶۵)

۶۵- **گزینهٔ «۳»** (مهرداد ملوندی)

با توجه به شکل و از اینکه $B\hat{D}F=F\hat{E}C$ و $D\hat{F}B=E\hat{F}C$ ، دو مثلث EFC و DFB بنا به حالت تساوی دو زاویه متشابه‌اند که با نوشتن نسبت تشابه اضلاع داریم:

$$\frac{EF}{DF}=\frac{FC}{BF} \Rightarrow \frac{3}{DF}=\frac{4}{8} \Rightarrow DF=6$$

از طرف دیگر دو مثلث ADC و AEB نیز بنا به حالت تساوی دو زاویه متشابه‌اند، زیرا زاویهٔ $\hat{A}$ مشترک و $A\hat{E}B=A\hat{D}C$ است. با نوشتن نسبت تشابه اضلاع در این دو مثلث و با فرض $AE=x$ داریم:

$$\frac{AE}{AD}=\frac{BE}{DC} \Rightarrow \frac{x}{5}=\frac{11}{10} \Rightarrow x=\frac{11}{2}=5/5$$

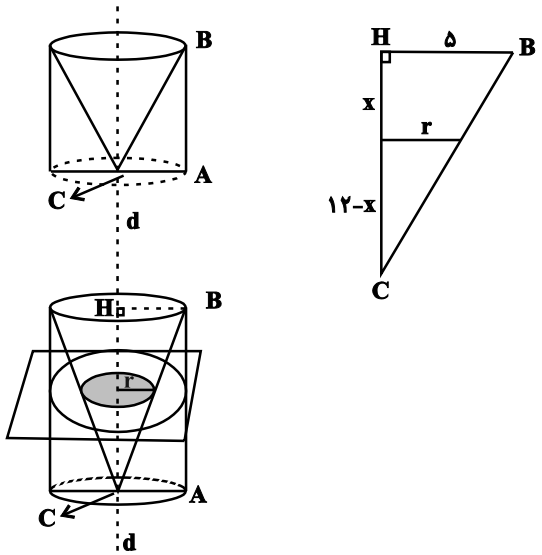
(هندسه ۱- قضیهٔ تالس، تشابه و کاربردهای آن؛ صفحه‌های ۳۸ تا ۴۱)

AzmonVIP

۶۶- **گزینهٔ «۴»** *(سرژ یقیازاریان تبریزی)*

در مثلث ABC، از رأس C عمود وارد بر ضلع AC را رسم می‌کنیم. از دوران مثلث ABC حول خط d گذرا از رأس C، یک استوانه حاصل می‌شود که یک مخروط از میان آن برداشته شده است.

سطح مقطع حاصل از تقاطع صفحهٔ P با شکل حاصل از دوران مثلث ABC حول خط d، حلقه‌ای به شعاع درونی r و شعاع بیرونی ۵ است. (مساحت دایره‌ای به شعاع AC که مساحت قسمت هاشورخورده از آن برداشته شده است.)



$$\frac{r}{۵}=\frac{۱۲-x}{۱۲}\Rightarrow x=۱۲(۱-\frac{r}{۵})\ (۱)$$

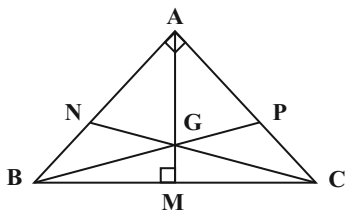
$$S=(\text{مساحت دایره به شعاع AC})-(\text{مساحت دایره به شعاع r})$$

$$=۲۵\pi-\pi r^۲=۱۶\pi\Rightarrow \pi r^۲=۹\pi\Rightarrow r=۳\ (۲)$$

$$(۱),(۲)\Rightarrow x=۱۲(۱-\frac{r}{۵})=۱۲(۱-\frac{۳}{۵})=۴/۸$$

(هندسه ۱- تجسم فضایی؛ صفحه‌های ۹۵ و ۹۶)

۶۷- **گزینهٔ «۲»** *(امیرحسین ابومحبوب)*



می‌دانیم از وصل کردن نقطهٔ همرسی میانه‌های یک مثلث به سه رأس آن مثلث، سه مثلث هم مساحت ایجاد می‌شود، بنابراین داریم:

$$S_{ABC}=۳S_{GAB}=۳\times\frac{۳۲}{۳}=۳۲\Rightarrow\frac{۱}{۲}AB\times AC=۳۲$$

$$\xrightarrow{AB=AC}\frac{۱}{۲}AB^۲=۳۲\Rightarrow AB^۲=۶۴$$

$$\overset{\Delta}{ABC}: BC^۲=AB^۲+AC^۲=۲AB^۲=۲\times۶۴=۱۲۸$$

$$\Rightarrow BC=۸\sqrt{۲}$$

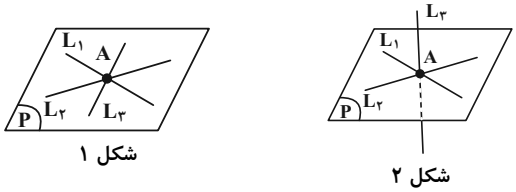
طول میانهٔ وارد بر وتر در یک مثلث قائم‌الزاویه، نصف طول وتر است، پس داریم:

$$AM=\frac{۱}{۲}BC=۴\sqrt{۲}$$

(هندسه ۱- چندضلعی‌ها؛ صفحه‌های ۶۰ و ۶۷)

۶۸- **گزینهٔ «۲»** *(حسین ماجیلو)*

اگر خط $L_۳$، دو خط $L_۱$ و $L_۲$ را در نقطهٔ مشترک آن‌ها یعنی نقطهٔ A قطع کند، آن‌گاه سه خط از یک نقطه می‌گذرند. اگر خط $L_۳$ در صفحهٔ گذرنده از دو خط متقاطع $L_۱$ و $L_۲$ قرار داشته باشد، یک صفحه شامل این سه خط وجود دارد (شکل ۱) و در صورتی که خط $L_۳$ در داخل صفحهٔ گذرنده از دو خط $L_۱$ و $L_۲$ قرار نداشته باشد، هیچ صفحه‌ای شامل این سه خط وجود ندارد (شکل ۲).



(هندسه ۱- تجسم فضایی؛ صفحه‌های ۷۸ تا ۸۲)

۶۹- **گزینهٔ «۳»** *(امیرحسین ابومحبوب)*

برای اینکه نمای راست مورد نظر دیده شود، کافی است ۳ مکعب کوچک بالاترین ردیف، تمام ۶ مکعب کوچک ردیف دوم از بالا و ۶ مکعب کوچک واقع در ردیف‌های اول و دوم از جلو و ردیف سوم از بالا را به طور کامل برداریم.

بنابراین حداقل تعداد مکعب‌های برداشته شده، برابر $۳+۶+۳+۳=۱۵$ است.

(هندسه ۱- تجسم فضایی؛ صفحه‌های ۸۷ تا ۹۱)

۷۰- **گزینهٔ «۲»** *(رضا عباسی‌اصل)*

گزینهٔ «۱»: در یک صفحه، اگر خطی یک از دو خط موازی را قطع کند، دیگری را نیز قطع می‌کند ولی این موضوع در فضا الزاماً برقرار نیست.

گزینهٔ «۲»: از هر نقطهٔ خارج یک صفحه، می‌توان خطی بر آن صفحه عمود رسم کرد. هر صفحهٔ شامل این خط بر صفحهٔ مفروض عمود است، پس این گزاره همواره درست است.

گزینهٔ «۳»: اگر خطی با یکی از دو خط متنافر، موازی باشد، می‌تواند با دیگری متقاطع یا متنافر باشد.

گزینهٔ «۴»: از هر نقطهٔ غیرواقع بر یک خط، بی‌شمار خط متنافر با آن خط می‌گذرد.

(هندسه ۱- تجسم فضایی؛ صفحه‌های ۷۸ تا ۸۲)

AzmonVIP

ریاضیات گسسته

۷۱- **گزینهٔ «۳»** *(سیدمحمدرضا حسینی‌فرد)*

$$\left.\begin{matrix} n^3 \mid n^2+4 \\ n^2 \mid n^3 \end{matrix}\right\} \xrightarrow{\text{خاصیت تعدی}} n^2 \mid n^2+4$$

$$\left.\begin{matrix} n^2 \mid n^2+4 \\ n^2 \mid n^2 \end{matrix}\right\} \xrightarrow{\text{تفاضل}} n^2 \mid 4 \Rightarrow \begin{cases} n^2=1 \Rightarrow n=\pm 1 \\ n^2=4 \Rightarrow n=\pm 2 \end{cases}$$

هر چهار مقدار $n=\pm 1,\pm 2$ در رابطهٔ $n^3 \mid n^2+4$ صدق می‌کنند.

(ریاضیات گسسته- آشنایی با نظریهٔ اعداد؛ صفحه‌های ۹ تا ۱۲)

۷۲- **گزینهٔ «۲»** *(حسین خزایی)*

طبق قضیهٔ تقسیم داریم:

$$\begin{matrix} 345 = bq+9 \Rightarrow bq = 336 \Rightarrow b \mid 336 \\ 245 = bq'+5 \Rightarrow bq' = 240 \Rightarrow b \mid 240 \end{matrix} \Rightarrow b \mid (336,240)$$

$$\left.\begin{matrix} 336 = 2^4 \times 3 \times 7 \\ 240 = 2^4 \times 3 \times 5 \end{matrix}\right\} \Rightarrow (336,240) = 2^4 \times 3 = 48 \Rightarrow b \mid 48$$

$$\Rightarrow \max(b) = 48$$

(ریاضیات گسسته- آشنایی با نظریهٔ اعداد؛ صفحه‌های ۱۳ تا ۱۵)

۷۳- **گزینهٔ «۴»** *(احمدرضا فلاح)*

$$x^3 - x = 13q \Rightarrow x(x^2-1) = 13q$$

$$x(x-1)(x+1) = 13q$$

حاصل‌ضرب سه عامل x و $x-1$ و $x+1$ بر ۱۳ بخش‌پذیر است، بنابراین x یا $x-1$ یا $x+1$ باید مضرب ۱۳ باشد:

$$1)\ x = 13k \xrightarrow{x \text{ دورقمی‌است}} x_{min} = 13,\ x_{max} = 91$$

$$2)\ x-1 = 13k \Rightarrow x = 13k+1 \xrightarrow{x \text{ دورقمی‌است}} x_{min} = 14, x_{max} = 92$$

$$3)\ x+1 = 13k \Rightarrow x = 13k-1 \xrightarrow{x \text{ دورقمی‌است}} x_{min} = 12, x_{max} = 90$$

در بین مقادیر فوق، کمترین مقدار x عدد ۱۲ و بیشترین مقدار x، ۹۲ است که مجموع آنها $12+92=104$ می‌باشد.

(ریاضیات گسسته- آشنایی با نظریهٔ اعداد؛ صفحه‌های ۱۴ تا ۱۶)

۷۴- **گزینهٔ «۱»** *(احمدرضا فلاح)*

طبق فرض $5^n - 1 \overset{11}{\equiv} 0$ پس $5^n \overset{11}{\equiv} 1$. حال باید دنبال توان‌هایی از ۵ بگردیم که باقی‌ماندهٔ تقسیم آنها بر ۱۱، برابر ۱ باشد:

$$5^2 = 25 \overset{11}{\equiv} 3 \xrightarrow{\text{به‌توان ۲}} 5^4 \overset{11}{\equiv} 9 \xrightarrow{\times 5} 5^5 \overset{11}{\equiv} 45 \overset{11}{\equiv} 1$$

$$\xrightarrow{\text{به‌توان } k} 5^{5k} \overset{11}{\equiv} 1 \Rightarrow n = 5k \quad (k \in \mathbb{N})$$

$$10 \le n < 100 \Rightarrow 10 \le 5k < 100 \Rightarrow 2 \le k < 20 \Rightarrow k = 2,3,\ldots,19$$

یعنی به ازای ۱۸ عدد طبیعی دو رقمی n، عدد $5^n - 1$ بر ۱۱ بخش‌پذیر است.

(ریاضیات گسسته- آشنایی با نظریهٔ اعداد؛ صفحه‌های ۱۸ تا ۲۱)

۷۵- **گزینهٔ «۲»** *(علی ایمانی)*

$$2^5 = 32 \overset{23}{\equiv} 9 \xrightarrow{\text{به‌توان ۲}} 2^{10} \overset{23}{\equiv} 81 \overset{23}{\equiv} 12 \xrightarrow{\times 2} 2^{11} \overset{23}{\equiv} 24 \overset{23}{\equiv} 1$$

$$\xrightarrow{\text{به‌توان ۶}} 2^{66} \overset{23}{\equiv} 1 \xrightarrow{\times 2} 2^{67} \overset{23}{\equiv} 2 \Rightarrow 2^{67} + a \overset{23}{\equiv} 2 + a \overset{23}{\equiv} 0$$

$$\Rightarrow a \overset{23}{\equiv} (-2) \overset{23}{\equiv} 21$$

بنابراین کوچک‌ترین عدد طبیعی مورد نظر برابر ۲۱ است، که باقی‌ماندهٔ تقسیم آن بر ۴، برابر ۱ بوده و در نتیجه به $[1]_4$ تعلق دارد.

(ریاضیات گسسته- آشنایی با نظریهٔ اعداد؛ صفحه‌های ۱۸ تا ۲۱)

AzmonVIP

۷۶- **گزینهٔ «۳»** *(افشین خاصه‌خان)*

ابتدا فاصلهٔ بین اول فروردین تا ۲۳ تیر را محاسبه می‌کنیم:

$$\underset{\text{فروردین}}{\overset{\downarrow}{۳۰}} + \underset{\text{اردیبهشت و خرداد}}{\overset{\downarrow}{۲\times ۳۱}} + \underset{\text{تیر}}{\overset{\downarrow}{۲۳}} = ۱۱۵$$

$$۱۱۵ = ۱۶\times ۷ + ۳ \overset{۷}{\equiv} ۳$$

بنابراین روز ۲۳ تیرماه سه روز در هفته جلوتر از اول فروردین قرار دارد،

یعنی ۲۳ تیرماه آن سال، روز چهارشنبه است.

(ریاضیات گسسته- آشنایی با نظریهٔ اعداد: صفحهٔ ۲۴)

۷۷- **گزینهٔ «۲»** *(سیروحید ذوالفقاری)*

فرض کنید $d = (۵n+۴, ۷n-۵)$ باشد. در این‌صورت داریم:

$$\left.\begin{array}{l} d \mid ۵n+۴ \xrightarrow{\times ۷} d \mid ۳۵n+۲۸ \\ d \mid ۷n-۵ \xrightarrow{\times ۵} d \mid ۳۵n-۲۵ \end{array}\right\} \xrightarrow{\text{تفاضل}} d \mid ۵۳ \xrightarrow{d\neq ۱} d = ۵۳$$

$$۵۳ \mid ۵n+۴ \Rightarrow ۵n+۴ \overset{۵۳}{\equiv} ۰ \Rightarrow ۵n \overset{۵۳}{\equiv} -۴ \overset{۵۳}{\equiv} -۴+۳\times ۵۳$$

$$\Rightarrow ۵n \overset{۵۳}{\equiv} ۱۵۵ \xrightarrow[(۵۳,۵)=۱]{+۵} n \overset{۵۳}{\equiv} ۳۱ \Rightarrow n = ۵۳k+۳۱$$

بنابراین تنها مقادیر دو رقمی n عبارت‌اند از: ۳۱ و ۸۴

(ریاضیات گسسته- آشنایی با نظریهٔ اعداد: صفحه‌های ۱۳ و ۲۵)

۷۸- **گزینهٔ «۳»** *(نیلوفر مهدوی)*

شرط لازم و کافی برای آن‌که معادله سیالهٔ $ax+by=c$ جواب داشته باشد آن است که $(a,b)\mid c$، یعنی $(a,b)\mid ۸۴$ و $(a,b)\nmid ۵۶$.

پس اعدادی را باید از مقسوم علیه‌های ۸۴ انتخاب کنیم که مقسوم علیه ۵۶ نباشند، در نتیجه داریم: $(a,b) = ۳$ یا ۶ یا ۱۲ یا ۲۱ یا ۴۲ یا ۸۴

(ریاضیات گسسته- آشنایی با نظریهٔ اعداد: صفحه‌های ۲۶ و ۲۷)

۷۹- **گزینهٔ «۱»** *(جواد حاتمی)*

$$۷x+۹y = ۵۹ \Rightarrow ۹y \overset{۷}{\equiv} ۵۹ \Rightarrow ۲y \overset{۷}{\equiv} ۳ \overset{۷}{\equiv} ۱۰$$

$$\xrightarrow[(۲,۷)=۱]{+۲} y \overset{۷}{\equiv} ۵ \Rightarrow y = ۷k+۵ \ (k\in\mathbb{Z})$$

$$۷x+۹(۷k+۵) = ۵۹ \Rightarrow ۷x = -۶۳k+۱۴ \Rightarrow x = -۹k+۲$$

$$\left.\begin{array}{l} y>۰ \Rightarrow ۷k+۵>۰ \Rightarrow k > -\frac{۵}{۷} \\ x>۰ \Rightarrow -۹k+۲>۰ \Rightarrow k < \frac{۲}{۹} \end{array}\right\} \Rightarrow -\frac{۵}{۷} < k < \frac{۲}{۹} \xrightarrow{k\in z} k = ۰$$

بنابراین معادلهٔ سیاله فقط یک دسته جواب طبیعی دارد.

(ریاضیات گسسته- آشنایی با نظریهٔ اعداد: صفحه‌های ۲۶ تا ۲۹)

۸۰- **گزینهٔ «۳»** *(افشین خاصه‌خان)*

فرض کنید خودروی ون x بار و خودروی سمند y بار کارکنان کارخانه را جابه‌جا کنند. در این‌صورت داریم:

$$۷x+۴y = ۶۷ \Rightarrow ۷x \overset{۴}{\equiv} ۶۷ \Rightarrow -x \overset{۴}{\equiv} -۱ \Rightarrow x \overset{۴}{\equiv} ۱ \Rightarrow x = ۴k+۱ (k\in\mathbb{Z})$$

$$۷(۴k+۱)+۴y = ۶۷ \Rightarrow ۴y = -۲۸k+۶۰ \Rightarrow y = -۷k+۱۵$$

$$\left.\begin{array}{l} x\geq ۰ \Rightarrow ۴k+۱\geq ۰ \Rightarrow k \geq -\frac{۱}{۴} \\ y\geq ۰ \Rightarrow -۷k+۱۵\geq ۰ \Rightarrow k \leq \frac{۱۵}{۷} \end{array}\right\} \Rightarrow -\frac{۱}{۴} \leq k \leq \frac{۱۵}{۷}$$

$$\xrightarrow{k\in\mathbb{Z}} k = ۰,۱,۲$$

بنابراین سه حالت برای جابه‌جایی کارکنان با این دو خودرو وجود دارد.

(ریاضیات گسسته- آشنایی با نظریهٔ اعداد: صفحه‌های ۲۶ تا ۲۹)

AzmonVIP

فیزیک ۲

۸۱- **گزینهٔ «۱»** (مصطفی کیانی)

در حالت اول که بار دو گوی ناهم‌نام است، یکدیگر را جذب می‌کنند.

پس از تماس دو گوی بار آن‌ها یکسان می‌شود.

$$q'_A = q'_B = \frac{q_A + q_B}{۲} \xrightarrow{q_A = -۴q} q'_A = q'_B = q$$

اکنون با توجه به قانون کولن، بزرگی نیروی الکتریکی را در دو حالت با یکدیگر مقایسه می‌کنیم:

$$F = k\frac{|q_۱||q_۲|}{d^۲} \Rightarrow \frac{F'}{F} = \frac{|q'_A||q'_B|}{|q_A||q_B|} = \frac{q^۲}{۲۴q^۲} = \frac{۱}{۲۴}$$

در این حالت چون بار گوی‌ها یکسان است، بنابراین دو گوی یکدیگر را دفع می‌کنند.

بنابراین:

$$\vec{F}' = -\frac{۱}{۲۴}\vec{F}$$

(فیزیک ۲- الکتریسیتهٔ ساکن: صفحه‌های ۵ تا ۱۰)

۸۲- **گزینهٔ «۱»** (مهدی براتی)

با توجه به این‌که خطوط میدان الکتریکی از بار مثبت خارج و به بار منفی وارد می‌شود و تراکم خطوط میدان نشان‌دهندهٔ اندازهٔ بار است، داریم:

$$\begin{cases} q_۱ > ۰ \\ q_۲ < ۰ \\ |q_۲| > |q_۱| \end{cases}$$

بنابراین چون بارها ناهم‌نام‌اند، میدان الکتریکی در خارج از فاصلهٔ دو بار و نزدیک به بار با اندازهٔ کوچک‌تر برابر صفر می‌شود.

(فیزیک ۲- الکتریسیتهٔ ساکن: صفحه‌های ۱۳ تا ۱۸)

۸۳- **گزینهٔ «۳»** (امیرحسین برادران)

ابتدا با توجه به رابطهٔ خازن، میدان الکتریکی را برحسب بار و مشخصات ساختمانی خازن، به‌دست می‌آوریم:

$$q = CV \xrightarrow{C=\kappa\varepsilon_۰\frac{A}{d},\ V=Ed} q = \kappa\varepsilon_۰\frac{A}{d}\times Ed \Rightarrow E = \frac{q}{\kappa\varepsilon_۰ A}$$

از طرف دیگر وقتی بار مثبت از صفحهٔ مثبت به صفحهٔ منفی منتقل می‌شود، بار خازن کاهش می‌یابد. در این حالت داریم:

$$q' = q - \frac{۲۵}{۱۰۰}q = \frac{۳q}{۴} \xrightarrow{E=\frac{q}{\kappa\varepsilon_۰ A}} \Rightarrow \frac{E'}{E} = \frac{q'}{q} = \frac{۳}{۴}$$

$$\xrightarrow{E-E'=۱۲۵\frac{kN}{C}} \begin{cases} E = ۵۰۰\dfrac{kN}{C} \\ E' = ۳۷۵\dfrac{kN}{C} \end{cases}$$

اکنون انرژی ذخیره شده در خازن را به‌دست می‌آوریم:

$$U = \frac{۱}{۲}CV^۲ \xrightarrow[C=\kappa\varepsilon_۰\frac{A}{d}]{V=Ed} U = \frac{۱}{۲}\kappa\varepsilon_۰\frac{A}{d}\times E^۲d^۲ \Rightarrow U = \frac{۱}{۲}k\varepsilon_۰ AdE^۲$$

$$\xrightarrow[A=۸۰cm^۲=۸\times۱۰^{-۳}m^۲,\ E=۵۰۰\frac{kN}{C},\ k=۱]{\varepsilon_۰=۹\times۱۰^{-۱۲}\frac{F}{m},\ d=۰/۵mm=۰/۵\times۱۰^{-۳}m}$$

$$U = \frac{۱}{۲}\times۱\times۹\times۱۰^{-۱۲}\times۸\times۱۰^{-۳}\times۰/۵\times۱۰^{-۳}\times۵۰۰^۲\times۱۰^۶$$

$$\Rightarrow U = ۴۵۰\times۱۰^{-۱۵}\times۱۰^{-۳}\times۱۰^۴\times۱۰^۶ = ۴۵۰\times۱۰^{-۸}J$$

$$\Rightarrow U = ۴/۵\times۱۰^{-۶}J = ۴/۵\mu J$$

(فیزیک ۲- الکتریسیتهٔ ساکن: صفحه‌های ۳۲ تا ۴۰)

۸۴- **گزینهٔ «۱»** (حسام نادری)

چون جرم و جنس دو سیم A و B با هم برابر است، تفاوت مقاومت الکتریکی آن‌ها، به دلیل تفاوت در طول و سطح مقطع آن‌ها است. از طرفی، چون جرم و جنس یکسان دارند، حجم آن‌ها مساوی است. بنابراین باید به هر دو نسبت طول و سطح مقطع توجه کنیم.

$$m_A = m_B \xrightarrow{m=\rho V} \rho_A V_A = \rho_B V_B$$

$$\xrightarrow[\rho_A=\rho_B]{V=AL} A_A L_A = A_B L_B \Rightarrow \frac{L_A}{L_B} = \frac{A_B}{A_A}$$

$$\xrightarrow{\frac{A_B}{A_A}=(\frac{d_B}{d_A})^۲} \frac{L_A}{L_B} = (\frac{d_B}{d_A})^۲$$

AzmonVIP

اکنون برای مقایسهٔ مقاومت‌های A و B داریم: (همهٔ نسبت‌ها را برحسب نسبت قطرها می‌نویسیم، چون این نسبت معلوم است)

$$R=\rho\frac{L}{A}\xrightarrow[\rho_A=\rho_B]{\text{هم‌جنس هستند}}\frac{R_A}{R_B}=\frac{L_A}{L_B}\times\frac{A_B}{A_A}$$

$$\xrightarrow[\frac{L_A}{L_B}=(\frac{d_B}{d_A})^2]{\frac{A_B}{A_A}=(\frac{d_B}{d_A})^2}\frac{R_A}{R_B}=(\frac{d_B}{d_A})^2(\frac{d_B}{d_A})^2$$

$$\Rightarrow\frac{R_A}{R_B}=(\frac{d_B}{d_A})^4\xrightarrow[R_B=18\Omega]{d_A=\sqrt{3}d_B}\frac{R_A}{18}=(\frac{1}{\sqrt{3}})^4$$

$$\Rightarrow R_A=2\Omega$$

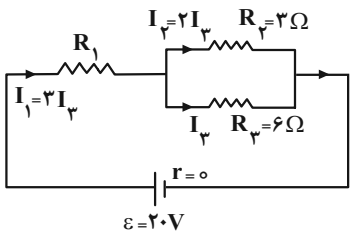
(فیزیک ۲- جریان الکتریکی و مدارهای جریان مستقیم؛ صفحه‌های ۵۱ و ۵۲)

۸۵- **گزینهٔ «۳»** *(محمود منصوری)*

ابتدا جریان الکتریکی مقاومت R_3 را I_3 فرض کنیم و جریان مقاومت‌های R_2 و R_1 را برحسب I_3 به‌دست می‌آوریم:

$$V_2=V_3\Rightarrow I_2R_2=I_3R_3\Rightarrow 3I_2=6I_3\Rightarrow I_2=2I_3$$

$$I_1=I_2+I_3\xrightarrow{I_2=2I_3}I_1=2I_3+I_3=3I_3$$



اکنون با استفاده از رابطهٔ زیر مقاومت R_1 را می‌یابیم:

$$P=I^2R\Rightarrow\frac{P_1}{P_2}=(\frac{I_1}{I_2})^2\times\frac{R_1}{R_2}\xrightarrow[R_2=3\Omega,I_2=2I_3]{P_1=\frac{9}{4}P_2,I_1=3I_3}$$

$$\frac{\frac{9}{4}P_2}{P_2}=(\frac{3I_3}{2I_3})^2\times\frac{R_1}{3}\Rightarrow R_1=3\Omega$$

با داشتن مقاومت R_1، مقاومت معادل مدار را حساب می‌کنیم و به دنبال آن جریان کل مدار را می‌یابیم:

$$R_{2,3}=\frac{R_2R_3}{R_2+R_3}=\frac{3\times6}{3+6}=2\Omega$$

$$R_{eq}=R_1+R_{2,3}=3+2=5\Omega$$

$$I_{\text{کل}}=\frac{\varepsilon}{R_{eq}+r}\xrightarrow[R_{eq}=5\Omega]{\varepsilon=20V,r=0}I_{\text{کل}}=\frac{20}{5+0}\Rightarrow I_{\text{کل}}=4A$$

در آخر، جریان مقاومت R_3 را که برابر I_3 است پیدا می‌کنیم:

$$I_{\text{کل}}=I_1=3I_3\xrightarrow{I_1=4A}4=3I_3\Rightarrow I_3=\frac{4}{3}A$$

(فیزیک ۲- جریان الکتریکی و مدارهای جریان مستقیم؛ صفحه‌های ۷۰ تا ۷۷)

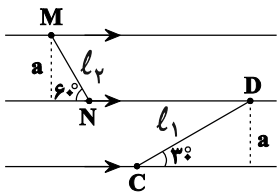
۸۶- **گزینهٔ «۳»** *(سعید شرق)*

وقتی کلید را از حالت a به b تغییر دهیم، دو سر لامپ ۲ هم پتانسیل می‌شوند (اتصال کوتاه رخ می‌دهد)، درنتیجه هیچ جریانی از آن عبور نمی‌کند، لذا این لامپ خاموش خواهد شد. از طرف دیگر در وضعیت a، مقاومت کل مدار برابر است با $R_a=\frac{2}{3}R+R=\frac{5}{3}R$ و در وضعیت b، مقاومت کل مدار برابر $R_b=R+R=2R$ است. بنابراین در وضعیت b مقاومت کل افزایش یافته و بنابه رابطهٔ $I=\frac{\varepsilon}{R_{eq}+r}$ جریان کل کاهش خواهد یافت، درنتیجه لامپ (۱) کم‌نورتر می‌شود.

(فیزیک ۲- جریان الکتریکی و مدارهای جریان مستقیم؛ صفحه‌های ۶۱ تا ۷۷)

۸۷- **گزینهٔ «۴»** *(امیرحسین برادران)*

در میدان مغناطیسی یکنواخت، خطوط میدان موازی و فاصلهٔ بین آن‌ها یکسان است، بنابراین، طول سیم‌ها را می‌یابیم:



$$\begin{cases}\sin30^\circ=\frac{a}{CD}\\ \sin60^\circ=\frac{a}{MN}\end{cases}\xrightarrow[\sin60^\circ=\frac{\sqrt{3}}{2}]{\sin30^\circ=\frac{1}{2}}\begin{cases}\overline{CD}=2a\\ \overline{MN}=\frac{2a}{\sqrt{3}}\end{cases}$$

$$\sqrt{3}=\frac{\overline{CD}}{\overline{MN}}\Rightarrow\overline{CD}=\sqrt{3}\,\overline{MN}\Rightarrow\ell_1=\sqrt{3}\ell_2$$

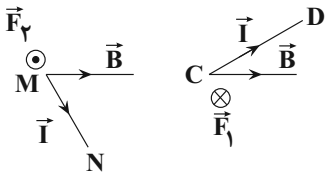
اکنون نیروی مغناطیسی وارد بر هر یک از سیم‌ها را به‌دست می‌آوریم:

$$F=BI\ell\sin\theta\xrightarrow[I_1=I_2]{B_1=B_2}\frac{F_1}{F_2}=\frac{\ell_1}{\ell_2}\times\frac{\sin\theta_1}{\sin\theta_2}$$

AzmonVIP

$$\xrightarrow[\ell_1=\sqrt{3}\ell_2,\sin\theta_2=\frac{\sqrt{3}}{2}]{\sin\theta_1=\frac{1}{2}} \frac{F_1}{F_2}=\frac{\sqrt{3}\ell_2}{\ell_2}\times\frac{\frac{1}{2}}{\frac{\sqrt{3}}{2}} \Rightarrow F_1=F_2$$

اکنون با توجه به قاعدهٔ دست راست، جهت نیروی مغناطیسی وارد بر هر سیم را به‌دست می‌آوریم:



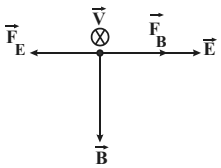
بنابراین: $\vec{F}_1=-\vec{F}_2$

نکته: نیروی وارد بر سیم حامل جریان در یک میدان مغناطیسی برابر با حاصل‌ضرب سه مؤلفه جریان عبوری، بزرگی میدان مغناطیسی و مؤلفه‌ای از سیم است که عمود بر میدان مغناطیسی است. بنابراین در این سؤال چون جریان عبوری از دو سیم یکسان است و هم‌چنین مؤلفه‌ای از طول سیم که عمود بر میدان مغناطیسی است هم برای هر دو سیم یکسان است، بنابراین بزرگی نیروی مغناطیسی وارد بر سیم‌ها نیز یکسان خواهد بود.

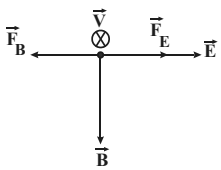
(فیزیک ۲- مغناطیس؛ صفحه‌های ۹۱ تا ۹۳)

۸۸- **گزینهٔ «۴»** *(امیر پوریوسف)*

چون نوع بار الکتریکی ذره مشخص نیست، یک‌بار با بار مثبت و یک بار با بار منفی شکل را رسم و گزینهٔ درست را انتخاب می‌کنیم، دقت کنید، چون ذرهٔ باردار از مسیر اولیهٔ خودش منحرف نمی‌شود، الزاماً نیروهای $\vec{F}_B$, $\vec{F}_E$ هم‌اندازه و در سوی مخالف هم می‌باشند. در ضمن نیروی الکتریکی وارد بر بار مثبت هم‌سو با میدان الکتریکی و نیروی الکتریکی وارد بر بار منفی در سوی مخالف آن است.



(بار ذره منفی باشد)



(بار ذره مثبت باشد)

می‌بینیم، بار ذره مثبت یا منفی باشد، شکل گزینه «۴» درست است.

(فیزیک ۲- مغناطیس؛ صفحه‌های ۸۹ و ۹۰)

۸۹- **گزینهٔ «۳»** *(محمدکاظم منشادی)*

ابتدا تعداد دورهای پیچه را می‌یابیم و سپس جریان را پیدا می‌کنیم:

$$N=\frac{L}{2\pi r}\xrightarrow[L=18m]{2r=30cm=0/3m} N=\frac{18}{0/3\pi}=\frac{60}{\pi}$$

$$A=\pi\times(15\times10^{-2})^2=225\pi\times10^{-4}m^2$$

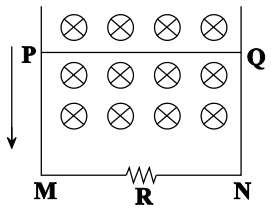
$$I_{av}=\frac{\varepsilon_{av}}{R}$$

$$I_{av}=\frac{-N\times A\times B\times(\cos\theta_2-\cos\theta_1)}{R\times\Delta t}\xrightarrow[B=400G=400\times10^{-4}T=4\times10^{-2}T]{\theta_1=0,\theta_2=90^\circ,R=25\Omega,\Delta t=0/4s}$$

$$I_{av}=\frac{-\frac{60}{\pi}\times225\pi\times10^{-4}\times4\times10^{-2}\times(0-1)}{25\times0/4}=5/4\times10^{-3}A=5/4mA$$

(فیزیک۲- القای الکترومغناطیسی و جریان متناوب؛ صفحه‌های ۱۱۱ تا ۱۱۵)

۹۰- **گزینهٔ «۳»** *(محمدرضا شریفی)*



با کاهش سطح قاب، بنابه رابطهٔ $\Phi=BA\cos\theta$، شار مغناطیسی عبوری از آن نیز کاهش می‌یابد، درنتیجه با توجه به قانون لنز چون شار عبوری از حلقه کاهش می یابد، می بایست میدان مغناطیسی ایجاد شده توسط جریان القایی در حلقه درونسو شود تا با کاهش شار مغناطیسی حاصل از میدان خارجی که درونسو است، مخالفت کند. بنابراین جهت جریان القایی در مقاومت R از N به M و در سیم PQ از P به Q است.

(فیزیک۲- القای الکترومغناطیسی و جریان متناوب؛ صفحه‌های ۱۱۷ و ۱۱۸)

AzmonVIP

فیزیک ۱

۹۱- **گزینهٔ «۲»** *(امیرحسین برادران)*

آهنگ خروج آب از شیر $A = \frac{۱۵۰۰}{۳۰} = ۵۰\frac{m^۳}{h}$

با توجه به این‌که پس از پرشدن $\frac{۱}{۳}$ استخر، ۱۵ ساعت دیگر استخر پر می‌شود، آب خروجی از شیر A در مدت این ۱۵ ساعت را به‌دست می‌آوریم:

$V_A = ۵۰\times۱۵ = ۷۵۰m^۳$

اکنون آب خروجی از شیر B را به‌دست می‌آوریم:

$V_B = V_{\text{باقیماندهٔ استخر}} - ۷۵۰ = \frac{۲}{۳}\times۱۵۰۰ - ۷۵۰ = ۲۵۰m^۳$

اکنون آهنگ خروجی آب از شیر B را محاسبه می‌کنیم:

$\text{آهنگ خروجی آب از شیر } B = \frac{۲۵۰\,m^۳}{۱۵\,h} = \frac{۲۵۰\times۱۰^۳}{۱۵\times۶۰}\frac{L}{min} = \frac{۲۵۰۰}{۹}\frac{L}{min}$

(فیزیک ۱- فیزیک و اندازه‌گیری؛ صفحه‌های ۱۰ تا ۱۲)

۹۲- **گزینهٔ «۲»** *(محمدرضا شریفی)*

برای محاسبهٔ حجم شمشی از جنس B، باید چگالی آن را داشته باشیم. به همین منظور، با توجه به نمودار به‌ازای حجم ثابت V، جرم جسم B برابر $۲۰g$ و جرم جسم A برابر $۶۰g$ است. لذا، با استفاده از رابطهٔ $\rho = \frac{m}{V}$ داریم:

$V = \frac{m_B}{\rho_B} = \frac{m_A}{\rho_A} \xrightarrow[\rho_A = ۱۵\frac{g}{cm^۳}]{m_B = ۲۰g,\ m_A = ۶۰g} \frac{۲۰}{\rho_B} = \frac{۶۰}{۱۵}$

$\Rightarrow \rho_B = ۵\frac{g}{cm^۳}$

اکنون می‌توان حجم شمش B را که ۲۲۵۰ گرم جرم دارد، به‌دست آورد:

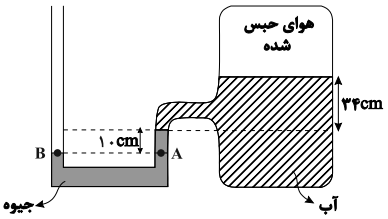
$V_B = \frac{m_B}{\rho_B} \xrightarrow{m_B = ۲۲۵۰g} V_B = \frac{۲۲۵۰}{۵} = ۴۵۰cm^۳$

(فیزیک ۱- فیزیک و اندازه‌گیری؛ صفحه‌های ۱۶ تا ۱۸)

۹۳- **گزینهٔ «۳»** *(سید علی میرنوری)*

اگر فشار هوای حبس شده را P در نظر بگیریم، داریم: $P_A = P_B$

$\Rightarrow P + (\rho gh)_{\text{آب}} + (\rho gh)_{\text{جیوه}} = P_۰$



حال اگر بخواهیم فشار را برحسب سانتی‌متر جیوه بنویسیم، کافی است که ارتفاع معادل جیوه برای مایعات را در نظر بگیریم. یعنی داریم:

$\rho_{\text{آب}} h_{\text{آب}} = \rho_{\text{جیوه}} h'_{\text{جیوه}}$

$\xrightarrow[\rho_{\text{جیوه}} = ۱۳/۶\frac{g}{cm^۳}]{h_{\text{آب}} = ۳۴cm,\ \rho_{\text{آب}} = ۱\frac{g}{cm^۳}} ۱\times۳۴ = ۱۳/۶h'_{Hg} \Rightarrow h'_{Hg} = ۲/۵cm$

و در نهایت:

$P + h'_{Hg} + h_{Hg} = P_۰ \Rightarrow P + ۲/۵ + ۱۰ = ۷۵$

$\Rightarrow P = ۶۲/۵cmHg$

(فیزیک ۱- ویژگی‌های فیزیکی مواد؛ صفحه‌های ۳۲ تا ۴۰)

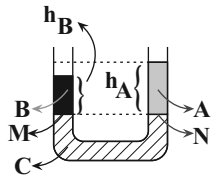
۹۴- **گزینهٔ «۱»** *(امیرحسین برادران)*

با توجه به نمودار حجم بر حسب جرم، $\rho_B > \rho_A$ است؛ بنابراین به‌ازای جرم‌های یکسانی از دو مایع با توجه به رابطهٔ $V = \frac{m}{\rho}$، $V_A > V_B$ می‌باشد. از طرفی در لوله‌های U شکل فشار در نقاط هم‌تراز افقی یک مایع ساکن یکسان است. بنابراین از آن‌جا که سطح مقطع لوله در سراسر طول آن یکسان می‌باشد و وزن دو مایع A و B نیز یکسان است، پس مرز مایع‌های A و C و همچنین B و C در یک تراز افقی قرار می‌گیرند.

$P_N = \frac{W_A}{A} + P_۰ \xrightarrow{W_A = W_B} P_M = P_N, V_A > V_B$

$P_M = \frac{W_B}{A} + P_۰$

$\xrightarrow[A_A = A_B]{V = Ah} h_A > h_B$



(فیزیک ۱- ویژگی‌های فیزیکی مواد؛ صفحه‌های ۳۲ تا ۴۰)

۹۵- **گزینهٔ «۴»** *(بهادر کامران)*

با توجه به قضیهٔ کار و انرژی جنبشی داریم:

$W_t = \Delta K \xrightarrow{W_t = ۰} \Delta K = ۰$

$\Rightarrow K_۲ - K_۱ = ۰$

$\Rightarrow K_۲ = K_۱ \Rightarrow \frac{۱}{۲}m v_۲^۲ = \frac{۱}{۲}m v_۱^۲$

$|v_۲| = |v_۱|$

بنابراین برای این‌که $W_t = ۰$ باشد، کافیست اندازهٔ سرعت یا تندی، در ابتدا و انتهای مسیر یکسان باشد.

(فیزیک ۱- کار، انرژی و توان؛ صفحه‌های ۶۱ تا ۶۴)

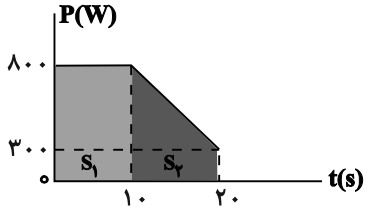
۹۶- **گزینهٔ «۳»** *(مصطفی کیانی)*

می‌دانیم، مساحت سطح محصور بین نمودار $P-t$ و محور زمان برابر کار مفید انجام شده است. بنابراین، ابتدا کار مفید را که برابر با مساحت زیر نمودار است، می‌یابیم.

AzmonVIP

$$W_{\text{مفید}} = S_1 + S_2 \Rightarrow W_{\text{مفید}} = (10\times 800) + (\frac{300+800}{2}\times 10)$$

$$\Rightarrow W_{\text{مفید}} = 8000 + 5500 = 13500\,J$$



اکنون، توان مفید متوسط دستگاه در مدت ۲۰ ثانیه را می‌یابیم:

$$\bar{P}_{\text{مفید}} = \frac{W_{\text{مفید}}}{\Delta t} = \frac{13500}{20} \Rightarrow \bar{P}_{\text{مفید}} = 675\,W$$

در نهایت بازده دستگاه برابر است با:

$$Ra = \frac{\bar{P}_{\text{مفید}}}{P_{\text{کل}}}\times 100 \xrightarrow{P_{\text{کل}}=1000\,W} Ra = \frac{675}{1000}\times 100$$

$$\Rightarrow Ra = 67/5\%$$

(فیزیک ۱- کار، انرژی و توان؛ صفحه‌های ۷۳ تا ۷۷)

۹۷- **گزینهٔ «۲»** *(عبدالرضا امینی‌نسب)*

چون پس از تعادل، در ظرف یخ باقی می‌ماند، دمای تعادل صفر است. بنابراین با استفاده از طرح‌واره زیر، ابتدا جرم یخ ذوب شده را می‌یابیم:

آب ۲۰°C $\xrightarrow{Q_2=mc\Delta\theta}$ آب ۰°C

یخ ۰°C $\xrightarrow{Q_1=m'L_F}$ آب ۰°C

$$Q_1 + Q_2 = 0 \Rightarrow m'L_F + m_{\text{آب}}c_{\text{آب}}(0-20) = 0$$

$$\xrightarrow{\substack{m=800g=0/8kg \\ c_{\text{آب}}=4200\frac{J}{kg.^\circ C},\ L_F=336000\frac{J}{kg}}}$$

$$m'\times 336000 + 0/8\times 4200\times(-20) = 0 \Rightarrow 336000m' = 16\times 4200$$

$$\Rightarrow m' = 0/2kg = 200g$$

اکنون جرم یخ باقیمانده را پیدا می‌کنیم:

$$m'' = 300 - 200 = 100g$$

(فیزیک ۱- دما و گرما؛ صفحه‌های ۹۶ تا ۱۰۶)

۹۸- **گزینهٔ «۲»** *(بهادر کامران)*

چون $\alpha_A > \alpha_B$ می‌باشد، کاهش دمای این دو جسم باعث می‌شود جسم A کاهش قطر بیش‌تری داشته باشد. همچنین سرد کردن جسم A و گرم کردن جسم B منجر به کوچک شدن جسم A و بزرگ شدن حفره B می‌گردد، درنتیجه توپ از حفره عبور می‌کند. بنابراین ۲ مورد «ب» و «پ» درست است.

(فیزیک ۱- دما و گرما؛ صفحه‌های ۸۷ تا ۹۰)

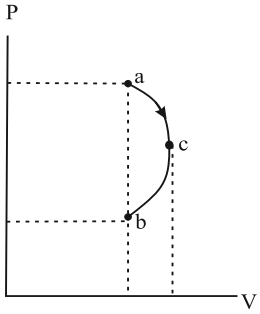
۹۹- **گزینهٔ «۴»** *(مصطفی کیانی)*

چون $P_b < P_a$ و $V_b = V_a$ است، رابطهٔ $P_bV_b < P_aV_a$ برقرار می‌باشد. از طرف دیگر، با توجه معادلهٔ حالت گازهای آرمانی، $T \propto PV$ می‌باشد، لذا $T_b < T_a$ است، بنابراین چون انرژی درونی مقدار معینی گاز آرمانی (U) فقط تابع دمای مطلق گاز است، لذا $U_b < U_a$ و در نتیجه $\Delta U_{ab} < 0$ خواهد بود.

برای بررسی کار انجام شده بر روی گاز، ابتدا یک نقطه مانند c بر روی نمودار که بیشترین حجم را دارد، مشخص می‌کنیم. با مشخص کردن این نقطه می‌بینیم، حجم گاز ابتدا در مسیر ac افزایش و سپس در مسیر cb کاهش می‌یابد. چون مساحت زیر نمودار P-V در مسیر ac، بزرگ‌تر از مسیر cb است، لذا $|W_{ac}| > W_{bc}$ می‌باشد و در مجموع کار کل انجام شده روی گاز منفی خواهد بود. پس کار گاز بر روی محیط مثبت است.

$$W_{ab} = -|W_{ac}| + W_{cb} \xrightarrow{|W_{ac}|>W_{cb}} W_{ab} < 0$$

$$\Rightarrow W'_{ab} > 0$$



(فیزیک ۱- ترمودینامیک؛ صفحه‌های ۱۲۸ تا ۱۳۹)

۱۰۰- **گزینهٔ «۱»** *(سیدعلی میرنوری)*

ابتدا گرمایی که ماشین گرمایی درون‌سوز می‌گیرد را محاسبه می‌کنیم:

$$Q_H = mQ = 4\times 40 \Rightarrow Q_H = 160kJ$$

برای تعیین بازده داریم:

$$\eta = \left(1 - \frac{|Q_L|}{Q_H}\right)\times 100 = \left(1 - \frac{120}{160}\right)\times 100 \Rightarrow \eta = 25\%$$

(فیزیک ۱- ترمودینامیک؛ صفحه‌های ۱۴۵ و ۱۴۶)

AzmonVIP

فیزیک ۳

۱۰۱- **گزینهٔ «۴»** *(فاروق مردانی)*

برای پاسخ به این سؤال لازم است بدانیم:

۱) شیب خط مماس بر نمودار مکان – زمان، معرف سرعت لحظه‌ای است.

۲) شیب خط مماس بر نمودار سرعت – زمان معرف شتاب لحظه‌ای است.

۳) در حرکت بر خط راست، در حرکت شتاب‌دار تندشونده، بردارهای سرعت و شتاب هم جهت $(av>0)$ و در حرکت شتاب‌دار کندشونده، خلاف جهت یکدیگرند. $(av<0)$.

اکنون به بررسی هریک از نمودارها می‌پردازیم:

الف) سرعت خلاف جهت محور x و شتاب در جهت محور x؛ چون شیب خط مماس بر نمودار منفی است، سرعت نیز منفی است، یعنی در خلاف جهت محور x است. از طرف دیگر، چون اندازهٔ شیب خط مماس بر نمودار در حال کاهش است، تندی نیز در حال کاهش است، لذا حرکت شتاب‌دار کندشونده است. در نتیجه، چون $v<0$ است، باید $a>0$ باشد. یعنی شتاب در جهت محور x است.

ب) سرعت خلاف جهت محور x و شتاب در جهت محور x؛ چون نمودار سرعت – زمان، زیر محور زمان است $v<0$ می‌باشد. از طرف دیگر، چون شیب خط مماس بر نمودار سرعت – زمان مثبت است، $a>0$ است.

پ) سرعت در خلاف جهت محور x و شتاب در جهت محور x (همان توضیح قسمت الف)

ت) سرعت در جهت محور x و شتاب در خلاف جهت محور x؛ چون نمودار سرعت – زمان بالای محور زمان است، $v>0$ می‌باشد، از طرف دیگر، چون شیب خط مماس بر نمودار سرعت – زمان منفی است، $a<0$ است.

(فیزیک ۳- حرکت بر خط راست؛ صفحه‌های ۷ تا ۱۲)

۱۰۲- **گزینهٔ «۴»** *(امیرحسین برادران)*

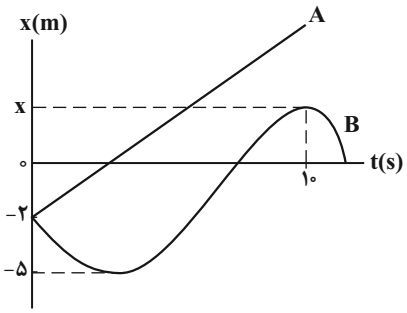
ابتدا با استفاده از رابطهٔ تندی متوسط، مکان متحرک B را در لحظهٔ $t=10s$ به‌دست می‌آوریم.

$$s_{av}=\frac{\ell}{\Delta t}\xrightarrow{\Delta t=10s,\ s_{av}=1/5\frac{m}{s}}1/5=\frac{\ell}{10}\Rightarrow \ell=15m$$

مسافت طی‌شده برابر $15m$ است که با توجه به نمودار می‌توان نوشت:

$$15=|-5-(-2)|+|0-(-5)|+|x_{t=10s}-0|\Rightarrow x_{t=10s}=7m$$

اکنون با استفاده از رابطهٔ شتاب متوسط، سرعت متحرک B را در مبدأ زمان به‌دست می‌آوریم. دقت کنید، در لحظهٔ $t=10s$، چون شیب خط مماس بر نمودار برابر صفر است، در این لحظه $v=0$ می‌باشد.



$$a_{av}=\frac{\Delta v}{\Delta t}\xrightarrow[\Delta t=10s\ ,\ v_{t=10s}=0]{a_{av}=0/25\frac{m}{s^2}\ ,\ \Delta v=v_{t=10s}-v_0}0/25=\frac{0-v_0}{10}$$

$$\Rightarrow v_0=-2/5\frac{m}{s}$$

چون تندی دو متحرک در مبدأ زمان یکسان است، بنابراین با استفاده از معادلهٔ حرکت با سرعت ثابت، مکان متحرک A را در لحظهٔ $t=10s$ به‌دست می‌آوریم:

$$x_A=v_At+x_{0A}\xrightarrow[t=10s]{x_{0A}=-2m\ و\ v_A=2/5\frac{m}{s}}$$

$$x_A=2/5\times10-2\Rightarrow x_A=23m$$

درنهایت فاصلهٔ دو متحرک برابر است با: $x_A-x_B=23-7=16m$

(فیزیک ۳- حرکت بر خط راست؛ صفحه‌های ۹ تا ۱۵)

۱۰۳- **گزینهٔ «۳»** *(غلامرضا مهبی)*

چون نمودار مکان – زمان متحرک‌ها به‌صورت خط راست می‌باشد، هر دو متحرک با سرعت ثابت حرکت می‌کنند. بنابراین، مسافت طی شده توسط هریک در ثانیه‌های مختلف با تندی آن‌ها برابر است. با توجه به این که در

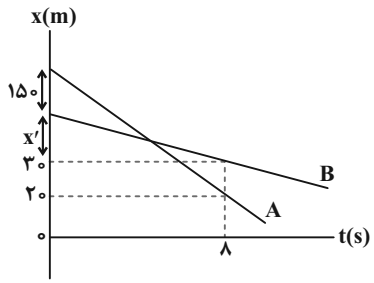
AzmonVIP

حرکت با سرعت ثابت، مسافت طی‌شده در ثانیه‌های مختلف یکسان است، کافی است، تفاضل تندی متوسط دو متحرک را بیابیم. با توجه به نمودار مکان – زمان، در مدت $\Delta t = ۸s$، متحرک A مسافت $\ell_A = ۱۵۰ + x' + ۱۰$ و متحرک B مسافت $\ell_B = x'$ را می‌پیماید. بنابراین می‌توان نوشت:

$$s_{(av)_A} - s_{(av)_B} = \frac{\ell_A}{\Delta t_A} - \frac{\ell_B}{\Delta t_B}$$

$$\xrightarrow{\Delta t_A = \Delta t_B = ۸s} s_A - s_B = \frac{۱۵۰ + x' + ۱۰}{۸} - \frac{x'}{۸} = ۲۰ \frac{m}{s}$$

$$\Rightarrow \ell_A - \ell_B = ۲۰m$$



(فیزیک ۳- حرکت بر خط راست؛ صفحه‌های ۱۳ تا ۱۵)

۱۰۴- **گزینهٔ «۳»** (سیدابوالفضل خالقی)

ابتدا با مقایسهٔ معادلهٔ مکان – زمان داده شده با معادلهٔ مکان – زمان در حرکت با شتاب ثابت در مسیری مستقیم، معادلهٔ سرعت – زمان حرکت متحرک را می‌نویسیم و سرعت در لحظه‌های $t = ۱s$ و $t = ۵s$ را می‌یابیم:

$$\begin{cases} x = \frac{۱}{۲}at^۲ + v_۰t + x_۰ \\ x = t^۲ - ۳t + ۴ \end{cases} \Rightarrow a = ۲\frac{m}{s^۲},\ v_۰ = -۳\frac{m}{s},\ x_۰ = ۴m$$

$$\Rightarrow v = at + v_۰ \Rightarrow v = ۲t - ۳ \Rightarrow \begin{cases} t = ۱s \Rightarrow v_۱ = ۲\times۱ - ۳ = -۱\frac{m}{s} \\ t = ۵s \Rightarrow v_۵ = ۲\times۵ - ۳ = ۷\frac{m}{s} \end{cases}$$

با استفاده از تعریف سرعت متوسط در حرکت با شتاب ثابت بر مسیر مستقیم، برای بازهٔ زمانی $t = ۱s$ تا $t = ۵s$، داریم:

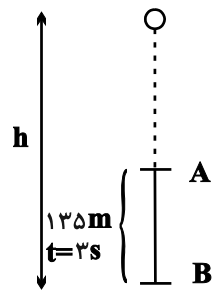
$$v_{av} = \frac{v_۱ + v_۵}{۲} = \frac{-۱ + ۷}{۲} = ۳\frac{m}{s}$$

$$v = v_{av} \Rightarrow ۲t - ۳ = ۳ \Rightarrow t = ۳s$$

(فیزیک ۳- حرکت بر خط راست؛ صفحه‌های ۱۵ تا ۲۱)

۱۰۵- **گزینهٔ «۲»** (خسرو ارغوانی‌فرد)

اگر کل طول مسیر برابر با h و کل زمان سقوط برابر با t باشد، داریم:



$$y = \frac{۱}{۲}gt^۲ \Rightarrow \begin{cases} h = \frac{۱}{۲}gt^۲ \\ h - ۱۳۵ = \frac{۱}{۲}g(t-۳)^۲ \end{cases}$$

$$\Rightarrow \frac{۱}{۲}gt^۲ - ۱۳۵ = \frac{۱}{۲}g(t-۳)^۲ \Rightarrow ۵t^۲ - ۱۳۵ = ۵t^۲ - ۳۰t + ۴۵$$

$$\Rightarrow t = ۶s$$

(فیزیک ۳- حرکت بر خط راست؛ صفحه‌های ۲۱ تا ۲۴)

۱۰۶- **گزینهٔ «۳»** (کنکور سراسری ریاضی ۱۴۰۳- تیر ماه)

می‌دانیم جابه‌جایی گلوله در هر ثانیه به اندازهٔ ۱۰ متر و تندی آن به اندازهٔ $۱۰\frac{m}{s}$ افزایش می‌یابند. داریم:

جابه‌جایی	سرعت	
	۰	
۵m	$۱۰\frac{m}{s}$	
۱۵m	$۲۰\frac{m}{s}$	
۲۵m	$۳۰\frac{m}{s}$	۲ ثانیهٔ آخر حرکت
۳۵m	$۴۰\frac{m}{s}$	
۴۵m	$۵۰\frac{m}{s}$	

$$\Rightarrow v_{av} = \frac{۳۰ + ۵۰}{۲} = ۴۰\frac{m}{s}$$

(فیزیک ۳- حرکت بر خط راست؛ صفحه‌های ۲۱ تا ۲۴)

AzmonVIP

۱۰۷- **گزینهٔ «۳»** *(کتاب آبی)*

طبق قانون سوم نیوتون، نیرویی که شخص (۱) بر (۲) وارد می‌کند، هم‌اندازهٔ نیرویی است که شخص (۲) بر (۱) وارد می‌کند اما در خلاف جهت یکدیگرند. در هر حال بزرگی نیروی وارد بر هر دو شخص یکسان است.

بنابراین طبق رابطهٔ $a=\frac{F}{m}$، شخص (۲) که جرم کم‌تری دارد شتاب بیش‌تری می‌گیرد و چون هر دو از حال سکون و بر روی یک سطح بدون اصطکاک به طرف هم به حرکت درمی‌آیند، در زمان یکسان شخص (۲) مسافت بیش‌تری را به طرف شخص (۱) طی می‌کند، در نتیجه بین O و A به هم می‌رسند.

(فیزیک ۳- دینامیک و حرکت دایره‌ای؛ صفحه‌های ۳۲ تا ۳۵)

۱۰۸- **گزینهٔ «۴»** *(عباس اصغری)*

به بررسی عبارات می‌پردازیم:

الف) نادرست. نیروهای کنش و واکنش به دو جسم متفاوت اثر می‌کنند، بنابراین نمی‌توان از آن‌ها برایند گرفت.

ب) درست. به گلوله‌ای که در هوا سقوط می‌کند، نیروهای مقاومت هوا و نیروی وزن به ترتیب از جانب هوا و زمین وارد می‌شود؛ بنابراین واکنش این نیروها به ترتیب به هوا و زمین وارد خواهد شد.

پ) نادرست. وزن گلدان به خود گلدان وارد می‌شود.

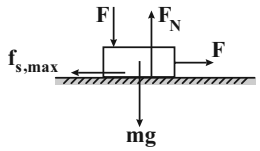
ت) نادرست. نیروی وزن هر جسمی، نیروی گرانشی است که زمین به آن جسم وارد می‌کند، به عبارتی، وزن هر جسمی به خود آن جسم وارد می‌شود و عکس‌العمل آن نیز به زمین وارد می‌شود.

(فیزیک ۳- دینامیک و حرکت دایره‌ای؛ صفحه‌های ۳۰ تا ۳۵)

۱۰۹- **گزینهٔ «۳»** *(شهرام احمدی دارانی)*

حداقل نیروی افقی لازم برای به حرکت درآوردن جعبه با نیروی اصطکاک ایستایی بیشینهٔ وارد بر آن برابر است. بنابراین ابتدا نیروی F_N را برحسب F می‌یابیم. چون جعبه در راستای قائم حرکت ندارد، برایند نیروها در این راستا، صفر است. در این حالت داریم:

$$F_{net_y}=0\Rightarrow \vec{F}_N-m\vec{g}-\vec{F}=0$$



$$\Rightarrow F_N=mg+F\xrightarrow{m=45kg}$$

$$\Rightarrow F_N=45\times 10+F=450+F$$

از طرف دیگر، $F_{net_x}=0$ است. بنابراین با توجه به این‌که $f_{s,max}=\mu_s F_N$ است، می‌توان نوشت:

$$F-f_{s,max}=0\Rightarrow F=f_{s,max}\Rightarrow F=\mu_s F_N$$

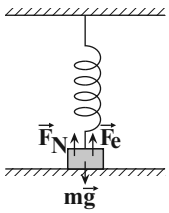
$$\xrightarrow[\mu_s=0/6]{F_N=450+F} F=0/6(F+450)\Rightarrow 0/4F=270\Rightarrow F=675N$$

(فیزیک ۳- دینامیک و حرکت دایره‌ای؛ صفحه‌های ۳۹ تا ۴۳)

۱۱۰- **گزینهٔ «۲»** *(محمدجواد سورچی)*

مطابق شکل زیر چون مجموعهٔ جسم و فنر در حال تعادل است، برایند نیروهای وارد بر جسم صفر است. بنابراین داریم:

$$F_{net}=0\Rightarrow F_N+F_e-mg=0$$



$$\xrightarrow{F_e=kx} F_N=mg-kx$$

$$\xrightarrow[k=150\frac{N}{m},\,x=40cm=0/4m]{m=12kg}$$

$$F_N=12\times 10-150\times 0/4$$

$$\Rightarrow F_N=120-60\Rightarrow F_N=60N$$

طبق قانون سوم نیوتون، نیرویی که جسم به سطح وارد می‌کند از نظر مقدار برابر است با نیرویی که سطح بر جسم وارد می‌کند. یعنی:

$$F'_N=F_N=60N$$

توجه شود که در این سؤال نیروی اصطکاک که مؤلفه‌ای از نیروی سطح است را نداشتیم.

(فیزیک ۳- دینامیک و حرکت دایره‌ای؛ صفحه‌های ۳۸، ۴۳ و ۴۴)

AzmonVIP

شیمی ۲

۱۱۱- **گزینهٔ «۴»** *(سید ممدرضا میرقائمی)*

گزینهٔ «۴» نادرست است. زیرا واکنش پذیری فلزهای اصلی و شعاع اتمی آن‌ها در یک دوره از جدول تناوبی (از چپ به راست) کاهش می‌یابد.

(شیمی ۲- قدر هدایای زمینی را بدانیم؛ صفحه‌های ۱۰ تا ۱۱۴)

۱۱۲- **گزینهٔ «۳»** *(حسن لشکری)*

با توجه به نمودار صفحهٔ ۱۳، اختلاف شعاع اتمی بین $_{11}Na$ با $_{12}Mg$ بیشتر از اختلاف شعاع اتمی $_{17}Cl$ با $_{16}S$ است. طبق این نمودار از چپ به راست در یک دوره اندازهٔ اختلاف شعاع اتمی دو عنصر متوالی به‌طور کلی کاهش می‌یابد.

(شیمی ۲- قدر هدایای زمینی را بدانیم؛ صفحهٔ ۱۳)

۱۱۳- **گزینهٔ «۴»** *(ممدرضا پورجاوید)*

ابتدا مقدار Na حاصل از انجام واکنش اول را تعیین می‌کنیم:

$$۳۹gNaN_۳\ \text{ناخالص} \times \frac{xgNaN_۳\ \text{خالص}}{۱۰۰g\ NaN_۳\ \text{ناخالص}} \times \frac{۱mol\ NaN_۳}{۶۵g\ NaN_۳} \times \frac{۲mol\ Na}{۲mol\ NaN_۳}$$

$$\times \frac{۵۰mol\ Na\ \text{عملی}}{۱۰۰mol\ Na\ \text{نظری}} = ۰/۰۰۳x\ mol\ Na$$

حال با توجه به واکنش دوم برای تعیین مقدار آهن حاصل از این میزان سدیم می‌توان نوشت:

$$۰/۰۰۳x\ mol\ Na \times \frac{۲mol\ Fe}{۶mol\ Na} \times \frac{۵۶g\ Fe}{۱mol\ Fe} \times \frac{۵۰g\ Fe\ \text{عملی}}{۱۰۰g\ Fe\ \text{نظری}} = ۲/۲۴g\ Fe$$

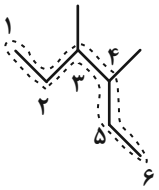
$$\Rightarrow x = ۸۰\%$$

(شیمی ۲- قدر هدایای زمینی را بدانیم؛ صفحه‌های ۲۲ تا ۲۵)

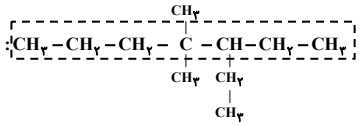
۱۱۴- **گزینهٔ «۳»** *(ممدرحسن ممدرزاده مقدم)*

بررسی موارد:

طبق توضیحات متن سؤال داریم:

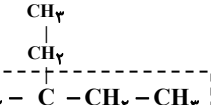


۳، ۴- دی متیل هگزان :



۳- اتیل- ۴، ۴- دی متیل هپتان :

۲، ۲، ۳، ۶- تترامتیل هپتان :



۳، ۳- دی اتیل پنتان :

۴- اتیل ۲، ۲، ۴- تری متیل هگزان

(شیمی ۲- قدر هدایای زمینی را بدانیم؛ صفحه‌های ۳۷ تا ۴۰)

۱۱۵- **گزینهٔ «۳»** *(ممدرحسن ممدرزاده مقدم)*

واکنش موردنظر به صورت زیر است.

$$C_xH_y + \frac{۴x+y}{۴}O_۲ \rightarrow xCO_۲ + \frac{y}{۲}H_۲O$$

با توجه به گزینه‌ها، هیدروکربن موردنظر آلکن یا آلکین است. می‌توان نوشت:

$$۳۲/۴g\ H_۲O \times \frac{۱mol\ H_۲O}{۱۸g\ H_۲O} = ۱/۸mol\ H_۲O$$

$$۱/۸molH_۲O \times \frac{xmolCO_۲}{\frac{y}{۲}molH_۲O} \times \frac{۴۴gCO_۲}{۱molCO_۲} = ۱۰۵/۶gCO_۲$$

$$\Rightarrow ۳x = ۲y \Rightarrow \text{تنها گزینهٔ ۳ در این معادله صدق می‌کند} \Rightarrow C_۴H_۶$$

(شیمی ۲- قدر هدایای زمینی را بدانیم؛ صفحه‌های ۴۰ تا ۴۲)

AzmonVIP

۱۱۶- **گزینهٔ «۲»** *(ایمان حسین‌نژاد)*

در شکل‌های داده شده، دمای محتویات دو ظرف یکسان است، پس میانگین تندی مولکول‌ها و شدت برخورد آن‌ها به دیوارهٔ ظرف‌ها یکسان است.

بررسی گزینه‌های نادرست:

گزینهٔ «۱»: در شرایط یکسان و مقدار برابر، انرژی حاصل از مغز گردو بیشتر از ماکارونی است.

گزینهٔ «۳»: زمانی که دمای جسمی کاهش پیدا می‌کند، علامت تغییر دما برای جسم منفی و برای محیط اطراف آن مثبت خواهد بود.

گزینهٔ «۴»: نان به‌دلیل داشتن ظرفیت گرمایی کمتر نسبت به سیب‌زمینی، زودتر با محیط هم‌دما می‌شود.

(شیمی ۲- در پی غذای سالم؛ صفحه‌های ۵۴ تا ۶۰)

۱۱۷- **گزینهٔ «۴»** *(محمدحسن محمدزاده مقدم)*

ابتدا گرمای مبادله شده در اثر انحلال آمونیوم نیترات در آب را تعیین می‌کنیم:

$$?kJ = ۲۰gNH_۴NO_۳ \times \frac{۱molNH_۴NO_۳}{۸۰gNH_۴NO_۳} \times \frac{۲۶kJ}{۱molNH_۴NO_۳} = ۶/۵kJ$$

آب این مقدار گرما را از دست داده است. حال می‌توان نوشت:

$$Q = mc\Delta\theta \rightarrow -۶۵۰۰ = ۱۰۰ \times ۴/۲ \times (\theta_۲ - ۲۵) \rightarrow \theta_۲ \simeq ۹/۵۲^\circ C$$

$$T \simeq \theta + ۲۷۳ \Rightarrow ۹/۵۲ + ۲۷۳ = ۲۸۲/۵۲ \quad \text{کلوین}$$

(شیمی ۲- در پی غذای سالم- صفحه‌های ۵۸ تا ۶۲ و ۹۶)

۱۱۸- **گزینهٔ «۲»** *(محمدحسن محمدزاده مقدم)*

آنتالپی پیوند $C-Cl$ را برابر با $x\frac{kJ}{mol}$ در نظر می‌گیریم. با توجه به آنتالپی واکنش می‌توان نوشت:

اندازه تفاوت انرژی فراورده‌ها و مواد اولیه $۴۰۰kJ.mol^{-۱}$ و واکنش هم گرماده است پس علامت ΔH منفی است.

$$\Delta H = \text{[مجموع آنتالپی پیوند فراورده‌ها]} - \text{[مجموع آنتالپی پیوند واکنش‌دهنده‌ها]}$$

$$\Delta H = [۴(C-H)+۴(Cl-Cl)]-[۴(C-Cl)+۴(H-Cl)] = -۴۰۰kJ$$

$$-۴۰۰ = [۴(۴۱۵)+۴(۲۴۲)]-[۴x+۴(۴۳۱)]$$

$$\Rightarrow x = ۳۲۶kJ.mol^{-۱}$$

(شیمی ۲- در پی غذای سالم- صفحه‌های ۶۷ تا ۶۹)

۱۱۹- **گزینهٔ «۲»** *(فاضل قهرمانی‌فرد)*

موارد «ب» و«ت» درست هستند.

بررسی تمام موارد:

الف) پلی سیانواتن پلیمری سیرنشده است. چون در ساختار آن پیوند سه‌گانه $C \equiv N$ وجود دارد.

ب) با اتصال گروه متیل پلی‌پروپن به‌دست می‌آید.

پ) اگر به جای x کلر متصل شود (کلر در دورهٔ سوم جدول است). پلی وینیل کلرید به‌دست می‌آید که در ساخت کیسهٔ خون استفاده می‌شود.

ت) پلی استیرن در ساخت ظروف یکبار مصرف کاربرد دارد.

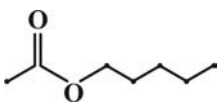
(شیمی ۲- پوشاک، نیازی پایان‌ناپذیر؛ صفحهٔ ۱۰۶)

۱۲۰- **گزینهٔ «۳»** *(علی نوری‌زاده)*

بررسی عبارت‌های نادرست:

در عبارت «پ» اسید و الکل سازنده به‌ترتیب $CH_۳-CH_۲-\overset{\overset{O}{\|}}{C}-OH$ و $CH_۳OH$ است.

در عبارت «ت» استری که در موز وجود دارد، پنتیل اتانوات است که در ساختار پیوند - خط آن ۹ خط نمایش داده می‌شود.



(شیمی ۲- پوشاک، نیازی پایان‌ناپذیر؛ صفحه‌های ۱۱۰ تا ۱۱۵)

AzmonVIP

شیمی ۱

۱۲۱- **گزینهٔ «۲»** *(سید محمدرضا میرقائمی)*

عبارت «الف»: درست است. زیرا در جدول تناوبی، گروه‌های ۱ و ۱۸ دارای ۷ عنصر هستند که با عدد اتمی نیتروژن $(_{7}N)$ برابر است.

عبارت «ب»: درست است. در دستهٔ f عنصرها دو ردیف ۱۴تایی وجود دارد.

عبارت «پ»: نادرست است. زیرا در تناوب‌های ۲ و ۳ عنصرهای $Li, Be, Ne, Na, Mg, Al, Si, Cl, Ar$ همگی دارای نماد شیمیایی دو حرفی‌اند.

عبارت «ت»: درست است. زیرا تکنسیم (اولین عنصر ساخت بشر) در دستهٔ d جدول دوره‌ای جای دارد.

(شیمی ۱- کیهان زادگاه الفبای هستی؛ صفحه‌های ۷ و ۹ تا ۱۲ و ۲۸ تا ۳۰)

۱۲۲- **گزینهٔ «۳»** *(سید محمدرضا میرقائمی)*

ارتباط منظمی میان شمار خطوط طیف نشری خطی عنصرها در ناحیهٔ مرئی و عدد اتمی آن‌ها وجود ندارد.

(شیمی ۱- کیهان زادگاه الفبای هستی؛ صفحهٔ ۲۳)

۱۲۳- **گزینهٔ «۳»** *(ایمان حسین‌نژاد)*

بررسی عبارت‌های نادرست:

- نور حاصل از انتقال الکترون از لایهٔ ۴ به ۲ نسبت به انتقال از ۳ به ۲ انرژی بیشتر و طول موج کمتری دارد.
- الکترون مطابق نظریه ساختار لایه‌ای در همه نقاط اطراف هسته (نه اتم) می‌تواند حضور داشته باشد.
- نور حاصل از انتقال الکترون از لایهٔ پنجم به لایهٔ سوم در محدودهٔ فروسرخ قرار دارد و انرژی آن کمتر از نور قرمز است. پس طول موج بزرگ‌تری از نور قرمز دارد.

(شیمی ۱- کیهان زادگاه الفبای هستی؛ صفحه‌های ۲۴ تا ۲۷)

۱۲۴- **گزینهٔ «۲»** *(محمدحسن محمدزاده مقدم)*

در هوای مایع با دمای $-۲۰۰^{\circ}C$، کربن دی اکسید وجود ندارد. زیرا، در دمای $-۷۸^{\circ}C$ گاز CO_2 به حالت جامد در می‌آید و از هوا جدا می‌شود.

(شیمی ۱- ردپای گازها در زندگی؛ صفحه‌های ۴۹ و ۵۰)

۱۲۵- **گزینهٔ «۳»** *(محمدحسن محمدزاده مقدم)*

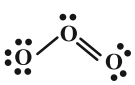
بررسی گزینهٔ نادرست:

$$:\ddot{S}=C=\ddot{O}:$$

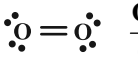
(شیمی ۱- ردپای گازها در زندگی؛ صفحه‌های ۵۵ و ۵۶)

۱۲۶- **گزینهٔ «۴»** *(امیرعلی بیات)*

بررسی هر یک از گزینه‌ها:



گزینهٔ «۱»:



$$\frac{\text{تعداد الکترون‌های پیوندی } O_3}{\text{تعداد الکترون‌های پیوندی } O_2}=\frac{3\times2}{2\times2}=\frac{3}{2}$$

نسبت تعداد الکترون ناپیوندی O_2 به O_3: $\frac{4\times2}{6\times2}=\frac{2}{3}$

گزینهٔ «۲»: رابطهٔ میان میزان واکنش‌پذیری و پایداری معکوس هم می‌باشد و O_3 از O_2 ناپایدارتر است.

گزینهٔ «۳»: O_3 در لایهٔ استراتوسفر در ناحیه‌ای به نام لایهٔ اوزون غلظت بیشتری دارد.

گزینهٔ «۴»: اوزون مایع به رنگ بنفش (آبی تیره) دیده می‌شود در حالی‌که O_2 مایع به رنگ آبی روشن دیده می‌شود پس طول موج نوری به رنگ O_3 مایع کمتر از نوری به رنگ O_2 مایع است.

(شیمی ۱- ردپای گازها در زندگی؛ صفحه‌های ۷۳ تا ۷۵)

۱۲۷- **گزینهٔ «۴»** *(مبینا شراختی‌پور)*

معادلهٔ موازنه شده واکنش‌ها به صورت زیر است:

$$I)\ 2Na_2S_2O_3+I_2\rightarrow Na_2S_4O_6+2NaI$$
$$II)\ 2KMnO_4+16HCl\rightarrow 2KCl+2MnCl_2+8H_2O+5Cl_2$$
$$III)\ 3Ca(OH)_2+2H_3PO_4\rightarrow Ca_3(PO_4)_2+6H_2O$$

(شیمی ۱- ردپای گازها در زندگی؛ صفحه‌های ۶۲ تا ۶۴)

۱۲۸- **گزینهٔ «۳»** *(منصور سلیمانی‌ملکان)*

چون شکل تعداد مول را نشان می‌دهد پس باید غلظت مولی را محاسبه کنیم. پس با استفاده از ppm کلسیم و چگالی، مولاریته این کاتیون را مطابق زیر محاسبه می‌کنیم. چون غلظت یک کمیت نسبی است مبنا را برای تبدیل ppm به مولاریته یک لیتر آب معدنی در نظر می‌گیریم و چون چگالی یک است، یعنی یک کیلوگرم آب همان یک لیتر است؛ پس خواهیم داشت:

$$ppm=\frac{\text{کیلوگرم } Ca^{2+}}{\text{کیلوگرم محلول}}\times10^6\Rightarrow200=\frac{x}{1}\times10^6$$
$$\Rightarrow x=2\times10^{-4}kgCa^{2+}$$
$$2\times10^{-4}kg\ Ca^{2+}\times\frac{1000g}{1kg}\times\frac{1mol}{40g}=5\times10^{-3}molCa^{2+}$$
$$\text{غلظت مولی}=\frac{5\times10^{-3}}{1}mol.L^{-1}$$

حال جداگانه مولاریته محلول را در هر ظرف محاسبه می‌کنیم. در ظرف ۳ مولاریته محلول $0/005mol.L^{-1}$ می‌باشد، پس گزینهٔ ۳ پاسخ این سؤال است.

$$\text{غلظت مولی}=\frac{n}{v}=\frac{5\times0/0001}{0/1L}=5\times10^{-3}mol.L^{-1}$$

(شیمی ۱- آب، آهنگ زندگی؛ صفحه‌های ۹۴، ۹۵، ۹۸ تا ۱۰۰)

۱۲۹- **گزینهٔ «۳»** *(رسول عابدینی زواره)*

معادله موازنه شده واکنش اول:

$$2KNO_3\rightarrow 2KNO_2+O_2$$
$$?LO_2=20/2gKNO_3\times\frac{1molKNO_3}{101gKNO_3}\times\frac{1molO_2}{2molKNO_3}\times\frac{22/4LO_2}{1molO_2}$$
$$=2/24LO_2$$

معادله موازنه شده واکنش دوم:

$$C_2H_5OH+3O_2\rightarrow 2CO_2+3H_2O$$
$$?molO_2=20/2gKNO_3\times\frac{1molKNO_3}{101gKNO_3}\times\frac{1molO_2}{2molKNO_3}$$
$$\frac{1molC_2H_5OH}{3molO_2}\times\frac{46gC_2H_5OH}{1molC_2H_5OH}\simeq1/53gC_2H_5OH$$

(شیمی ۱- ردپای گازها در زندگی؛ صفحه‌های ۶۱ تا ۶۴)

۱۳۰- **گزینهٔ «۲»** *(آروین شجاعی)*

$$S_A=S_B\Rightarrow-0/3\theta+70=1/4\theta+36$$
$$\Rightarrow1/7\theta=34\Rightarrow\theta=20^{\circ}C$$

انحلال‌پذیری نمک A شیب منفی داشته و انحلال‌پذیری آن گرماده است. بنابراین با کاهش دما نه تنها محلول رسوب نداده بلکه انحلال‌پذیری آن بیشتر می‌شود.

(شیمی ۱- آب، آهنگ زندگی؛ صفحه‌های ۱۰۰ تا ۱۰۲)

AzmonVIP

شیمی ۳

۱۳۱- **گزینهٔ «۳»** *(حسن لشکری)*

محلول مس (II) سولفات، یک مخلوط همگن و پایدار بوده که نور را از خود عبور می‌دهد.

مخلوط آب و روغن و صابون، یک کلوئید با توده‌های مولکولی با اندازه‌های متفاوت است که ناهمگن بوده و نور را پخش می‌کند.

شربت معده سوسپانسیون بوده و ناپایدار است و نور را پخش می‌کند.

(شیمی ۳- صفحه‌های ۶ و ۷)

۱۳۲- **گزینهٔ «۳»** *(سید محمدرضا میرقائمی)*

عبارت «الف» درست است. زیرا در پاک‌کننده‌های غیرصابونی از گروه (SO_3^-) به جای گروه (CO_2^-) استفاده می‌شود.

عبارت «ب» نادرست است. زیرا در ساختار پاک‌کننده‌های غیرصابونی بخش ناقطبی دارای ساختار آروماتیک (حلقه بنزن) است.

عبارت «پ» درست است. زیرا تولید پاک‌کننده‌های غیرصابونی توسط فرایندهای پیچیده در صنایع پتروشیمیایی صورت می‌پذیرد.

عبارت «ت» درست است. زیرا نقش یون سدیم در هر دو نوع پاک‌کننده یکسان است. در صابون جامد و پاک‌کننده‌های غیرصابونی جزء کاتیونی سبب پخش شدن چربی در آب می‌شود.

عبارت «ث» نادرست است. پاک‌کننده‌های غیرصابونی در آب‌های سخت رسوب نمی‌کنند.

(شیمی ۳- صفحه‌های ۶، ۱۰ و ۱۱)

۱۳۳- **گزینهٔ «۱»** *(محمدحسن محمدزاده مقدم)*

بررسی گزینهٔ نادرست:

گزینهٔ «۱»: پیش از آنکه ساختار اسیدها و بازها شناخته شود، شیمی‌دان‌ها افزون بر ویژگی‌های اسیدها و بازها با برخی از واکنش‌های آن‌ها نیز آشنا بودند.

(شیمی ۳- صفحه‌های ۱۴ و ۱۵)

۱۳۴- **گزینهٔ «۴»** *(امیرعلی بیات)*

فرمول عمومی پاک‌کننده‌های صابونی مایع و سیرشده بدون عنصر فلزی:

$$C_nH_{2n+1}COO^-NH_4^+$$

طبق اطلاعات سؤال، جدول تناوبی شامل ۱۸ گروه می‌باشد. پس داریم:

$$C_{17}H_{35}COO^-NH_4^+$$

و جرم مولی آن:

$$18\times12+39\times1+2\times16+14=301\,g.mol^{-1}$$

(شیمی ۳- صفحه‌های ۵ و ۶)

۱۳۵- **گزینهٔ «۲»** *(محمد عظیمیان زواره)*

سولفوریک اسید $SO_3(g)+H_2O(l)\rightarrow H_2SO_4(aq)$

لیتیم هیدروکسید $Li_2O(s)+H_2O(l)\rightarrow 2LiOH(aq)$

بررسی سایر گزینه‌ها:

گزینهٔ «۱»: نادرست. $N_2O_5(s)+H_2O(l)\rightarrow 2H^+(aq)+2NO_3^-(aq)$

گزینهٔ «۳»: نادرست. سدیم هیدروکسید $(NaOH)$ در آب محلول است.

گزینهٔ «۴»: نادرست. فراورده حاصل خاصیت بازی دارد و کاغذ pH به رنگ آبی در می‌آید.

(شیمی ۳- صفحه‌های ۱۵ و ۱۶)

۱۳۶- **گزینهٔ «۳»** *(حسن رحمتی کوکنده)*

$$n_{HA}=\frac{0/4}{20}=0/02mol$$

$$M=\frac{n}{V}=\frac{0/02}{0/2}=0/1mol.L^{-1}$$

$$[H^+]=M\alpha=0/1\times0/01=10^{-3}mol.L^{-1}$$

$$pH=-\log[H^+]=-\log10^{-3}=3$$

$$K_a=\frac{M\alpha^2}{1-\alpha}\simeq M\alpha^2=10^{-1}(10^{-2})^2=10^{-5}mol.L^{-1}$$

(شیمی ۳- صفحه‌های ۱۹ تا ۲۶)

AzmonVIP

۱۳۷- **گزینهٔ «۱»** *(حسن لشکری)*

$$[H^+][OH^-]=10^{-14}\Rightarrow[OH^-]=\frac{10^{-14}}{[H^+]}$$

$$4\times10^4=\frac{[H^+]}{[OH^-]}\Rightarrow 4\times10^4=\frac{[H^+]}{\frac{10^{-14}}{[H^+]}}\Rightarrow[H^+]=2\times10^{-5}mol.L^{-1}$$

$$HA\rightarrow \text{اسید ضعیف}:[H^+]=M.\alpha\Rightarrow 2\times10^{-5}=M\times0/02$$

$$\Rightarrow M=10^{-3}mol.L^{-1}$$

$$NaHCO_3+HA\rightarrow NaA+CO_2+H_2O$$

$$10^{-3}\frac{mol}{L}\times0/1L=10^{-4}molHA$$

$$?mgNaHCO_3=10^{-4}molHA$$

$$\times\frac{1molNaHCO_3}{1molHA}\times\frac{84gNaHCO_3}{1molNaHCO_3}\times\frac{100}{80}\times\frac{1000mg}{1g}$$
$$=10/5mg\ NaHCO_3$$

(شیمی ۳- صفحه‌های ۱۹، ۳۰ تا ۳۲)

۱۳۸- **گزینهٔ «۱»** *(مجتبی عبادی)*

$$pH=-\log[H^+]\Rightarrow[H^+]=10^{-pH}=10^{-3/7}=10^{-4}\times10^{0/3}$$

$$=2\times10^{-4}mol.L^{-1}$$

$$[H^+]=M.\alpha\Rightarrow 2\times10^{-4}=M\times\frac{2/5}{100}\Rightarrow M=0/008mol.L^{-1}$$

$$2HA+Ba(OH)_2\longrightarrow BaA_2+2H_2O$$

$$?mLHA=0/02LBa(OH)_2\times\frac{0/1mol\ Ba(OH)_2}{1L\ Ba(OH)_2}$$

$$\times\frac{2mol\ HA}{1mol\ Ba(OH)_2}\times\frac{1LHA}{0/008mol\ HA}\times\frac{1000mLHA}{1L\ HA}=500mLHA$$

حال با توجه به چگالی محلول داریم:

$$500mL\ HA\times\frac{1/5g\ HA}{1mL}=750g\ HA$$

(شیمی ۳- صفحه‌های ۲۳ تا ۳۰)

۱۳۹- **گزینهٔ «۱»** *(سیدرضا رضوی)*

ابتدا ثابت یونش اسیدی HA را می‌یابیم:

$$K_a(HA)=M\alpha^2\Rightarrow K_a(HA)=10^{-1}\times(2\times10^{-4})^2$$

$$\Rightarrow K_a(HA)=4\times10^{-9}=10^{-3}\alpha'^2\Rightarrow\alpha'=2\times10^{-3}$$

$$[H^+]'=M\alpha'=10^{-3}\times2\times10^{-3}=2\times10^{-6}mol.L^{-1}$$

$$\Rightarrow pH(HA)=6-\log2=5/7$$

حال بعد از به‌دست آوردن pH جدید محلول اسید، pH محلول پتاسیم هیدروکسید را محاسبه می‌کنیم:

$$[OH^-]=10^{-4}\xrightarrow{[H^+][OH^-]=10^{-14}}[H^+]=10^{-10}mol.L^{-1}$$

$$\Rightarrow pH=10\Rightarrow\text{نسبت خواسته شده}=\frac{5/7}{10}=0/57$$

(شیمی ۳- صفحه‌های ۲۳ تا ۳۰)

۱۴۰- **گزینهٔ «۲»** *(فرزین بوستانی)*

بررسی عبارت‌ها:

عبارت اول: مطابق متن کتاب درسی درست است.

عبارت دوم: محلول غلیظ بازهای قوی مانند NaOH در واکنش با اسیدهای چرب فراورده‌ای می‌دهد که خودش نوعی پاک‌کننده است و در آب حل می‌شود.

عبارت سوم: با دو برابر شدن حجم محلول اسید قوی، غلظت آن نصف می‌شود. بنابراین می‌توان نوشت:

$$pH_2=-\log\frac{[H^+]}{2}=-\log[H^+]+\log2=pH_1+0/3$$

عبارت چهارم: مطابق متن کتاب درسی درست است.

عبارت پنجم: در واکنش خنثی‌سازی اسید و باز، یون هیدرونیوم و یون هیدروکسید با هم واکنش می‌دهند و آب تولید می‌کنند.

(شیمی ۳- صفحه‌های ۲۴ تا ۲۶، ۳۰ و ۳۱)

AzmonVIP

دفترچه پاسخ

آزمون هوش و استعداد

(دورهٔ دوم)

٦ مهر

تعداد کل سؤالات آزمون: ۲۰
زمان پاسخ‌گویی: ۳۰ دقیقه

گروه فنی تولید

مسئول آزمون	حمید لنجان‌زاده اصفهانی
ویراستار	فاطمه راسخ، حمیدرضا رحیم خانلو
مدیر گروه مستندسازی	محیا اصغری
مسئول درس مستندسازی	علیرضا همایون‌خواه
طراحان	حمید اصفهانی، سپهر حسن‌خان‌پور، کیارش صانعی، نیلوفر امینی، عرشیا مرزبان، فاطمه راسخ، نیما امینی، هادی زمانیان، فرزاد شیرمحمدلی، مریم عظیم‌پور، حمید گنجی
حروف‌چینی و صفحه‌آرایی	معصومه روحانیان
ناظر چاپ	حمید عباسی

AzmonVIP

استعدادتحلیلی

۲۵۱- گزینهٔ «۳» *(حمید اصفهانی)*

متن صورت سؤال بیان می‌کند دانشمندانی که پس از نیوتون می‌زیسته‌اند، از آنجا که قوانین نیوتون جامع و کامل بوده و هرچه را تا آن زمان در طبیعت دیده شده، توجیه می‌کرده است، دیگر کاری برای انجام‌دادن ندارند و بی‌انگیزه می‌شوند. پس احساس «زیان و افسوس» می‌کنند.

(هوش کلامی)

۲۵۲- گزینهٔ «۱» *(حمید اصفهانی)*

نیوتون طبق متن، پس ازآن که برای اوّلین بار به عنوان دانشجو وارد دانشگاه کیمبریج می‌شود، هجده ماه در آنجا می‌ماند و سپس در بیست‌وسه‌سالگی آن‌جا را ترک می‌کند. بنابراین وی در حدود بیست‌ویک و بیست‌ودو سالگی وارد دانشگاه شده است. طبق متن، نیوتون در سال ۱۶۴۲ به دنیا آمده است، پس در حدود سال ۱۶۶۳ = ۲۱ + ۱۶۴۲ وارد دانشگاه شده است، نه زودتر. این یعنی گزینهٔ «۱» مطابق متن نیست.

(هوش کلامی)

۲۵۳- گزینهٔ «۲» *(حمید اصفهانی)*

به دو نکته دقّت کنید: متن می‌گوید با تلاش‌های نیوتون، ظاهراً همهٔ پدیده‌های طبیعی دیده شده تا آن زمان بر حسب یک نظریهٔ کاملاً مکانیکی توضیح می‌گیرد. همچنین برای توصیف پاسخ لاپلاس به ناپلئون از واژهٔ «فلسفهٔ جبری» استفاده شده است. این‌ها یعنی اختیاری خارج از این جبر و مکانیک، دست‌اندر کار نیست. پاسخ لاپلاس، ردّ لزوم فرض چنین دخالتی است.

(هوش کلامی)

۲۵۴- گزینهٔ «۲» *(حمید اصفهانی)*

متن از نظریه‌های نیوتون با ذکر این نکته تمجید می‌کند که «عمومیّت» دارد: یعنی برای هر پدیده یک نظریهٔ جداگانه نیست، نظریه‌ای است که همهٔ پدیده‌های طبیعی را ـ تا زمان خودش ـ توجیه می‌کند. این، یعنی آن‌چه را مشترک است می‌بینند، در حالی که به نظر مشترک نمی‌رسد.

(هوش کلامی)

۲۵۵- گزینهٔ «۴» *(نیلوفر امینی)*

متن در وصف «وسواس» حافظ است که به جای کمّیت کار، به کیفیت کار می‌پردازد و برای آن نیز زحمت بسیار می‌کشد. دیگر گزینه‌ها نامربوط است.

(هوش کلامی)

۲۵۶- گزینهٔ «۳» *(نیلوفر امینی)*

خرقه که لباس عارف‌هاست، از پشم است. شاعر در بیت نخست صورت سؤال می‌گوید «اگر(صرفاً) با پوشیدن خرقه، کسی درویش و عارف می‌شد، میش (گوسفند) رئیس عارف‌ها می‌بود.» معروف کرخی هم صوفی و عارفی مشهور است. شاعر در بیت دوم صورت سؤال می‌گوید «اگر آن مرد معمولی که سرگردان است (به دلیل همین سرگردانی‌اش، خیال می‌کند که) مرد خداست، چرخ آسیا (که دائم می‌چرخد) در جایگاه معروف کرخی قرار دارد.» بیت گزینهٔ «۳» نیز در ردّ ظواهر است.

(هوش کلامی)

۲۵۷- گزینهٔ «۲» *(سپهر حسن‌خان‌پور)*

واژه‌های خواسته‌شده:

تجارب: آزموده‌ها (یک «ا» درگزینه اضافه است.)

ناگزیر: ناچار / مضامین: مفهوم‌ها / آهنگین: موزون

(هوش کلامی)

۲۵۸- گزینهٔ «۴» *(عرشیا مرزبان)*

کوچک‌ترین مضرب مشترک اعداد ۳، ۴ و ۵، عدد ۶۰ است:

$۳\times۴\times۵=۶۰$

برای پیدا کردن عدد چهاررقمیِ مدّنظر، ابتدا حدود آن را معلوم می‌کنیم:

$۱۰۰۰=۱۶\times۶۰+۴۰$

پس کوچک‌ترین مضرب چهاررقمیِ عدد ۶۰، عدد $(۱۶\times۶۰)+(۴۰+۲۰)$ است، یعنی ۱۰۲۰. پس تعداد دانش‌آموزان ما $۱۰۲۰+۲=۱۰۲۲$ است که مضرب ۷ است:

$۱۰۲۲=۷\times۱۴۶$

(هوش ریاضی)

۲۵۹- گزینهٔ «۲» *(کیارش صانعی)*

تعداد اعضای دسته‌ها، پنج‌تا پنج‌تا بیش‌تر می‌شود:

$۱,۶,۱۱,۱۶,۲۱,۲۶,۳۱,...$

عدد آخر هر دسته از الگوی زیر معلوم می‌شود:

$۱,۱+۶=۷,۱+۶+۱۱=۱۸,...$

$۱+۶+۱۱+۱۶=۳۴,۱+۶+۱۱+۱۶+۲۱=۵۵$

پس عدد آخر دستهٔ پنجم، عدد ۵۵ است.

به همین ترتیب، عددهای پایانی دستهٔ ششم و هفتم هم معلوم می‌شود:

$۵۵+۲۶=۸۱\ ,\ ۸۱+۳۱=۱۱۲$

دستهٔ هفتم ۳۱ عضو دارد، پس برای رسیدن به عدد وسط آن، باید ۱۵ واحد به عقب برویم و به عدد $۱۱۲-۱۵=۹۷$ برسیم.

حاصل جمع خواسته‌شده، $۹۷+۵۵=۱۵۲$ است.

(هوش ریاضی)

AzmonVIP

۲۶۰- گزینهٔ «۱» *(فاطمه راسخ)*

در الگوی صورت سؤال، «جمع ارقام عدد سمت چپ»، در «سمتِ چپِ عدد سمت راست» می‌آید و بسته به زوج یا فرد بودنِ عدد سمت چپ، عدد «۰» یا «۱» در یکانِ عدد سمت راست قرار می‌گیرد:

$۲۵۲ : ۲+۵+۲=۹$ و زوج $\Rightarrow ۹۰$

$۳۸۷ : ۳+۸+۷=۱۸$ و فرد $\Rightarrow ۱۸۱$

$۴۲۵ : ۴+۲+۵=۱۱$ و فرد $\Rightarrow ۱۱۱$

$۳۸۶ : ۳+۸+۶=۱۷$ و زوج $\Rightarrow ۱۷۰$

$۱۶۹ : ۱+۶+۹=۱۶$ و فرد $\Rightarrow ۱۶۱$

$۳۲۸ : ۳+۲+۸=۱۳$ و زوج $\Rightarrow ۱۳۰$

(هوش ریاضی)

۲۶۱- گزینهٔ «۲» *(نیما امینی)*

مسافتی که علی می‌تواند طی کند: $\frac{۴۰\text{L}}{\frac{۱}{۲}\frac{\text{L}}{\text{km}}}=۸۰\text{km}$

حال مسافت‌های کوچک‌تر و مساوی ۸۰ کیلومتر را بررسی می‌کنیم:

علی ← حامد ← رضا $۵۰+۲۵=۷۵$

علی ← رضا ← حامد $۴۲+۲۵=۶۷$

علی ← رضا ← امیر $۴۲+۲۰=۶۲$

علی ← رضا ← نیما $۴۲+۳۸=۸۰$

علی ← امیر ← حامد $۳۶+۳۲=۶۸$

علی ← امیر ← رضا $۳۶+۲۰=۵۶$

علی ← نیما ← رضا $۲۵+۳۸=۶۳$

علی ← نیما ← آرش $۲۵+۳۵=۶۰$

علی ← آرش ← حامد $۳۰+۴۰=۷۰$

علی ← آرش ← رضا $۳۰+۴۰=۷۰$

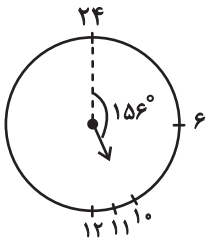
علی ← آرش ← نیما $۳۰+۳۵=۶۵$

در مجموع ۱۱ طریق داریم.

(هوش ریاضی)

۲۶۲- گزینهٔ «۲» *(کیارش صانعی)*

فاصلهٔ بین هر دو عدد روی ساعت خاص مـا، $(\frac{۳۶۰}{۲۴})^\circ=۱۵^\circ$ اسـت. پـس عقربهٔ ساعت‌شمار در هر دقیقه، $(\frac{۱}{۴})^\circ=(\frac{۱۵}{۶۰})^\circ$ جابه‌جا می‌شود.

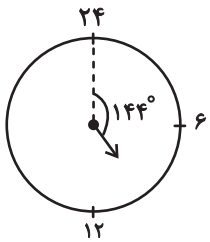


پـــس در ســـاعت $۱۰:۲۴'$ عقربـــهٔ ســـاعت‌شـــمار بـــه‌انـــدازهٔ $(۱۰\times۱۵+۲۴\times\frac{۱}{۴})^\circ=۱۵۶^\circ$ از ساعت ۲۴ دور شده است.

همچنین عقربهٔ دقیقه‌شمار در هر دقیقه $(\frac{۳۶۰^\circ}{۶۰})^\circ=۶^\circ$ حرکـت مـی‌کنـد.

پس در ساعت $۱۰:۲۴'$، عقربهٔ دقیقه‌شمار $۲۴\times۶=۱۴۴^\circ$ از سـاعت ۲۴ دور است.

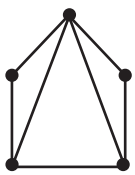
پس فاصلهٔ خواسته‌شده، $(۱۵۶-۱۴۴)^\circ=۱۲^\circ$ است.



(هوش ریاضی)

۲۶۳- گزینهٔ «۲» *(کیارش صانعی)*

می‌توان شکل زیر را رسم کرد:



که در مجموع حداقل هفت پاره‌خط رسم شده است.

همچنین می‌توانیم خیلی ساده‌تر، متوجه شویم هر پاره‌خـط بـین دو نقطـه رسم می‌شود، پس در مجموع $\frac{۲+۲+۳+۳+۴}{۲}=\frac{۱۴}{۲}=۷$ پاره‌خـط در شکل رسم شده است

(هوش ریاضی)

AzmonVIP

۲۶۴- گزینهٔ «۴» *(حمید اصفهانی)*

فرزندهای اوّل و هشتم پسرند، پس فرزندهای دوم و هفتم دخترند. حال اگر فرزند سوم نیز دختر باشد، دو فرزند پسرِ دیگر باید فرزندهای چهارم و ششم باشند. پس فرزند پنجم قطعاً دختر است، امّا معلوم نیست منظر باشد یا نه.

۸	۷	۶	۵	۴	۳	۲	۱
پ	د					د	پ

↓

۸	۷	۶	۵	۴	۳	۲	۱
پ	د	پ	د	پ	د	د	پ

(هوش ریاضی)

۲۶۵- گزینهٔ «۳» *(حمید اصفهانی)*

از نظر تفکیک جنسیتی، تنها سه حالت برای این سؤال ممکن است، که در هر سه حالت فرزند دوم دختر است. تنها در یکی از این حالت‌هاست که فرزند ششم نیز دختر است.

احتمال این‌که فرزند دوم زری باشد $\frac{۱}{۴}$ و احتمال این‌که فرزند ششم دختر باشد، $\frac{۱}{۳}$ از $\frac{۱}{۳}$ است، چرا که سه دختر باقی است:

پ د پ د پ د د پ
پ د د پ د پ د پ
پ د پ د د پ د پ

$$\frac{۱}{۴}\times\frac{۱}{۳}\times\frac{۱}{۳}=\frac{۱}{۳۶}$$

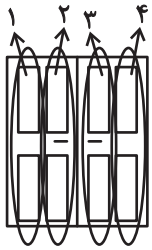
(هوش ریاضی)

۲۶۶- گزینهٔ «۲» *(حمید کنبی)*

الگوی صورت سؤال، سه درِ دولنگه دارد که هر کدام چهار ستون با چهار طرح مختلف دارند. ستونِ اول رنگی، دوم هاشور کج، سوم نقطه و چهارم هاشور راست است. میزان رنگی بودن آن‌ها ربع ربع در حال تغییر است:

$۱:\frac{۱}{۴},\frac{۲}{۴},\frac{۳}{۴},\boxed{\frac{۴}{۴}}$ $\quad$ $۲:\frac{۳}{۴},\frac{۲}{۴},\frac{۱}{۴},\boxed{۰}$

$۳:۰,\frac{۱}{۴},\frac{۲}{۴},\boxed{\frac{۳}{۴}}$ $\quad$ $۴:\frac{۴}{۴},\frac{۳}{۴},\frac{۲}{۴},\boxed{\frac{۱}{۴}}$



(هوش غیرکلامی)

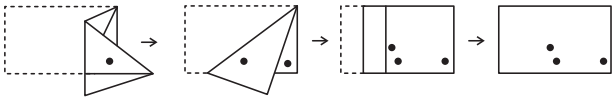
۲۶۷- گزینهٔ «۳» *(فرزاد شیرمحمدلی)*

شکل صورت سؤال با ۱۸۰ درجه دوران به شکل گزینهٔ «۳» تبدیل می‌شود.

(هوش غیرکلامی)

۲۶۸- گزینهٔ «۱» *(هادی زمانیان)*

مراحلِ تا را پس از سوراخ، برعکس طی می‌کنیم:

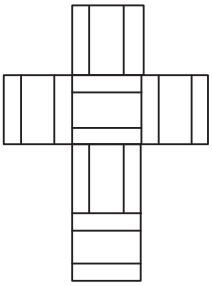


(هوش غیرکلامی)

۲۶۹- گزینهٔ «۴» *(مریم عظیم‌پور)*

شکل گستردهٔ صورت سؤال را می‌توان به شکل زیر ساده کرد. واضح است وجه‌های یا هرگز در مکعب صورت سؤال حاصل نمی‌شود.

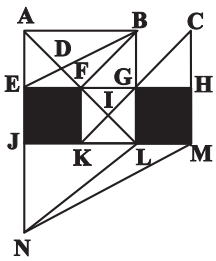
همچنین هرگز دو وجه به شکل کنار هم قرار نمی‌گیرند.



(هوش غیرکلامی)

۲۷۰- گزینهٔ «۴» *(حمید کنبی)*

مثلث‌های مدّنظر:



ABD, ABF, ADE, DBF, FBG, FGI, KIL, AEB

(هوش غیرکلامی)

AzmonVIP