دفترچه پاسخ

آزمون ۲ شهریور ۱۴۰۳

اختصاصی دوازدهم ریاضی

بنیاد علمی آموزشی قلم‌چی (وقف عام)

پدیدآورندگان

	نام درس	نام طراحان
اختصاصی	حسابان ۲ و ریاضی پایه	دانیال ابراهیمی-کاظم اجلالی-حسن اسماعیلی-شیوا امینی-امیرهوشنگ انصاری-داود بوالحسنی-رحمان پوررحیم-سعید جعفری میلاد چاشمی-علی حاجیان-سهیل حسن‌خان‌پور-عادل حسینی-آریان حیدری-افشین خاصه‌خان-سهیل ساسانی-یاسین سپهر فرامرز سپهری-محمدحسن سلامی‌حسینی-رضا سیدنجفی- رضا علی‌نواز-مصطفی کرمی-مهرداد ملوندی -سروش موئینی جهانبخش نیکنام-فهیمه ولی‌زاده
	هندسه	امیرحسین ابومحبوب-سامان اسپهرم-علی ایمانی-علی اکبر جعفری-جواد حاتمی-مهدی حاجیان‌نژادیان-حسین حاجیلو سیدمحمدرضا حسینی‌فرد-افشین خاصه‌خان-حسین خزایی-محمد خندان-کیوان دارابی-محسن رجبی-یاسین سپهر-شایان عباچی رضا عباسی‌اصل-علی فتح‌آبادی-مهرداد ملوندی-میلاد منصوری-داریوش ناظمی-سرژ یقیازاریان‌تبریزی
	آمارواحتمال وریاضیات گسسته	امیرحسین ابومحبوب-سامان اسپهرم-عباس اسدی‌امیرآبادی-حمیدرضا امیری-علی ایمانی-جواد حاتمی-فرشاد فرامرزی پژمان فرهادیان-مرتضی فهیم‌علوی-عنایت اله کشاورزی-مهرداد ملوندی-نیلوفر مهدوی-سروش موئینی-سرژ یقیازاریان‌تبریزی
	فیزیک	اسماعیل احمدی-خسرو ارغوانی‌فرد-عبدالرضا امینی‌نسب-علی ایرانشاهی-مهدی آذرنسب-زهره آقامحمدی-امیرحسین برادران امیر پوریوسف-امیرعلی حاتم‌خانی-محمدرضا حسین‌نژادی-محمدعلی راست‌پیمان-بهنام رستمی-محمدجواد سورچی- مسعود قره‌خانی مصطفی کیانی-غلامرضا محبی-احسان مطلبی-محمدکاظم منشادی-محمود منصوری-سیدعلی میرنوری- حسام نادری
	شیمی	علی امینی-علیرضا بیانی-مسعود جعفری-امیر حاتمیان-امیرحسن حسینی-فرزاد حسینی-عبدالرضا دادخواه-علیرضا رضایی‌سراب امید رضوانی-روزبه رضوانی-ماهان زواری-رضا سلیمانی-حسین شکوه-میلاد شیخ الاسلامی-سهراب صادقی‌زاده-امیرحسین طیبی محمد عظیمیان‌زواره بهنام قازانچایی-امیر قاسمی-علی کریمی-علیرضا کیانی‌دوست-حسین ناصری‌ثانی-عامر برزیگر

گزینشگران و ویراستاران

نام درس	حسابان ۲ و ریاضی‌پایه	هندسه	آمارواحتمال وریاضیات گسسته	فیزیک	شیمی
گزینشگر	عادل حسینی	سرژ یقیازاریان تبریزی	سرژ یقیازاریان تبریزی	حسام نادری	ماهان زواری
گروه ویراستاری	امیرحسین ابومحبوب سهیل تقی‌زاده مهرداد ملوندی	امیرحسین ابومحبوب مهرداد ملوندی مهبد خالتی	امیرحسین ابومحبوب مهرداد ملوندی مهبد خالتی	حسین بصیر بهنام شاهنی	محمدحسن محمدزاده مقدم احسان پنجه‌شاهی امیررضا حکمت نیا امیرحسین کمره ای سروش مقدم امیرحسین مسلمی امیرعلی بیات
مسئول درس	عادل حسینی	سرژ یقیازاریان تبریزی	سرژ یقیازاریان تبریزی	حسام نادری	ماهان زواری امیرعلی بیات
مستندسازی	سمیه اسکندری	عادل حسینی	الهه شهبازی	علیرضا همایون‌خواه	امیرحسین توحیدی
ویراستاران (مستندسازی)	علیرضا زارعی- علیرضا عباسی‌زاهد- سجاد سلیمی			مهدی گنجی‌وطن-شیدا نجاتی محمدمهدی امانی-پرهام مهرآرا ملینا ملائی	محسن دستجردی حسین شاهسواری امیرحسین کلانتری

گروه فنی و تولید

مدیر گروه	مهرداد ملوندی
مسئول دفترچه	نرگس غنی‌زاده
گروه مستندسازی	مدیر گروه: محیا اصغری — مسئول دفترچه: الهه شهبازی
حروف‌نگار	فرزانه فتح اله‌زاده
ناظر چاپ	سوران نعیمی

گروه آزمون

بنیاد علمی آموزشی قلم‌چی (وقف عام)

دفتر مرکزی: خیابان انقلاب بین صبا و فلسطین – پلاک ۹۲۳ – کانون فرهنگی آموزش – تلفن: ۶۴۶۳-۰۲۱

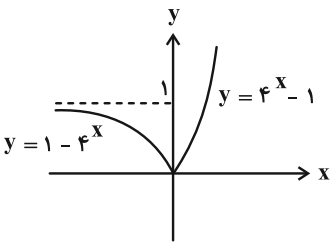
AzmonVIP

حسابان ۱

۱- **گزینهٔ «۲»** *(کاظم اجلالی)*

$$f(x)=\begin{cases}۲^{x+x}-۲^{-x-x};x\geq ۰\\ ۲^{x-x}-۲^{x+x};x\leq ۰\end{cases}\Rightarrow f(x)=\begin{cases}۴^{x}-۱;x\geq ۰\\ ۱-۴^{x};x\leq ۰\end{cases}$$

بنابراین نمودار آن به صورت زیر است.



(حسابان ۱- توابع نمایی و لگاریتمی؛ صفحه‌های ۷۲ تا ۷۹)

۲- **گزینهٔ «۱»** *(رضا علی‌نواز)*

از روی نمودار واضح است که نمودار تابع نمایی دو واحد پایین‌تر آمده است پس $b=-۲$ می‌باشد. از طرفی نقطه $(۴,۰)$ روی نمودار قرار دارد که با جایگذاری این نقطه روی تابع داریم:

$$f(x)=-۲+۲^{x+a}\xrightarrow{x=۴}۰=-۲+۲^{۴+a}$$

$$\Rightarrow ۲^{۴+a}=۲^{۱}\Rightarrow ۱=۴+a\Rightarrow a=-۳$$

$$f(x)=۲^{x-۳}-۲\Rightarrow f(ab)=f(۶)=۲^{۳}-۲=۶$$

(حسابان ۱- توابع نمایی و لگاریتمی؛ صفحه‌های ۷۲ تا ۷۹)

۳- **گزینهٔ «۳»** *(مصطفی کرمی)*

$$۴^{x}-۵\times ۲^{x+۱}+۲۱=۰$$

$$(۲^{x})^{۲}-۱۰(۲^{x})+۲۱=(۲^{x}-۳)(۲^{x}-۷)=۰\Rightarrow ۲^{x}=۳\ \text{یا}\ ۲^{x}=۷$$

$$\Rightarrow x=\log_{۲}۳\ \text{یا}\ \log_{۲}۷$$

مجموع جواب‌ها برابر است با:

$$\log_{۲}۳+\log_{۲}۷=\log_{۲}۲۱$$

(حسابان ۱- توابع نمایی و لگاریتمی؛ صفحه‌های ۸۱ تا ۸۵)

۴- **گزینهٔ «۴»** *(شیوا امینی)*

$$۱-a=۱-\log_{۲}۵۴=\log_{۲}\frac{۲}{۵۴}=\log_{۲}\frac{۱}{۲۷}=\log_{۲}۳^{-۳}$$

$$\Rightarrow ۸^{۱-a}=(۲^{۳})^{\log_{۲}۳^{-۳}}=۲^{\log_{۲}۳^{-۹}}=(۳^{-۹})^{\log_{۲}۲}=۳^{-۹}$$

(حسابان ۱- توابع نمایی و لگاریتمی؛ صفحه‌های ۸۶ و ۸۷)

۵- **گزینهٔ «۳»** *(امیرهوشنگ انصاری)*

$$۳^{۲}<۱۵<۳^{۳}\Rightarrow ۲<\log_{۳}۱۵<۳\Rightarrow [\log_{۳}^{۱۵}]=۲$$

$$۳^{۵}<۳۰۰<۳^{۶}\Rightarrow ۵<\log_{۳}۳۰۰<۶\Rightarrow -۶<-\log_{۳}۳۰۰<-۵$$

$$\Rightarrow [-\log_{۳}۳۰۰]=[\log_{\frac{۱}{۳}}۳۰۰]=-۶\Rightarrow A=(۲)-(-۶)=۸$$

(حسابان ۱- توابع نمایی و لگاریتمی؛ صفحه‌های ۸۰ تا ۸۷)

۶- **گزینهٔ «۴»** *(دانیال ابراهیمی)*

دقت کنید که: $\log_{c}^{ab}=\log_{c}^{a}+\log_{c}^{b}$ و $\log_{b}^{a}=\frac{\log_{c}^{a}}{\log_{c}^{b}}$

با توجه به اتحادهای لگاریتمی بالا، داریم:

$$\log_{۴}^{۲۴}=\log_{۴}^{۸}+\log_{۴}^{۳}=\frac{۳}{۲}+\log_{۴}^{۳}=m$$

$$\Rightarrow \log_{۴}^{۳}=m-\frac{۳}{۲}$$

حالا به سراغ عبارت خواسته شده می‌رویم:

$$\log_{۱۸}^{۸}=\frac{\log_{۴}^{۸}}{\log_{۴}^{۱۸}}=\frac{\frac{۳}{۲}}{\log_{۴}^{۲}+۲\log_{۴}^{۳}}=\frac{\frac{۳}{۲}}{\frac{۱}{۲}+۲m-۳}=\frac{\frac{۳}{۲}}{۲m-\frac{۵}{۲}}=\frac{۳}{۴m-۵}$$

(حسابان ۱- توابع نمایی و لگاریتمی؛ صفحه‌های ۸۶ و ۸۷)

AzmonVIP

۷- **گزینهٔ «۴»** *(یاسین سپهر)*

$$۳x-۱>۰ \Rightarrow x>\frac{۱}{۳} \qquad (*)$$

توجه داشته باشید که اگر $a>۱$ و $x,y>۰$ باشند آن‌گاه داریم:

$$\log_a^x < \log_a^y \Leftrightarrow x<y$$

پس نامساوی را به شکل زیر حل می‌کنیم:

$$۲ \le \log_۳(۳x-۱)<۳ \Rightarrow ۳^۲ \le ۳x-۱<۳^۳$$

$$\Rightarrow ۹ \le ۳x-۱<۲۷ \Rightarrow \frac{۱۰}{۳} \le x < \frac{۲۸}{۳}$$

که تمام مقادیر این محدوده در شرط $x>\frac{۱}{۳}$ صدق می‌کنند.

$$\xrightarrow{x\in\mathbb{Z}} x = ۴, ۵, \dots, ۹$$

تعداد اعداد صحیح برابر ۶ است.

(حسابان ۱- توابع نمایی و لگاریتمی؛ صفحه‌های ۸۰ تا ۸۷)

۸- **گزینهٔ «۳»** *(علی هاجیان)*

$$\log\frac{x^۲-۶x+۸}{x-۲} = \log(۲x-۱۰)$$

$$\xrightarrow{x\neq ۲} \log\frac{(x-۲)(x-۴)}{x-۲} = \log(۲x-۱۰)$$

$$\Rightarrow x-۴ = ۲x-۱۰ \Rightarrow x=۶$$

$$\Rightarrow \log_{k-۲}^{(k+۲)} = \log_۴ ۸ = \frac{۳}{۲}$$

(حسابان ۱- توابع نمایی و لگاریتمی؛ صفحه‌های ۸۶ تا ۹۰)

۹- **گزینهٔ «۴»** *(جهانبخش نیکنام)*

از آنجایی که $\log_b a^n = n\log_b a$ است، داریم:

$$x = \log(۴^x - ۹۰) + x\log ۵$$

$$\Rightarrow (۱-\log ۵)x = \log(۴^x-۹۰)$$

$$\xrightarrow{\log ۵+\log ۲=۱} (\log ۲)x = \log(۴^x-۹۰)$$

مجدداً از این ویژگی استفاده می‌کنیم:

$$\log ۲^x = \log(۴^x-۹۰) \Rightarrow ۲^x = ۴^x - ۹۰$$

$$\Rightarrow ۴^x - ۲^x - ۹۰ = (۲^x-۱۰)(۲^x+۹) = ۰$$

$$\xrightarrow{۲^x>۰} ۲^x = ۱۰ \Rightarrow x = \log_۲ ۱۰ = a$$

$a = \log_۲ ۱۰$ بین دو عدد صحیح متوالی ۳ و ۴ قرار می‌گیرد، پس $[a]=۳$ است.

(حسابان ۱- توابع نمایی و لگاریتمی؛ صفحه‌های ۸۶ تا ۹۰)

۱۰- **گزینهٔ «۲»** *(سهیل حسن‌خان‌پور)*

با توجه به نرخ رشد و زوال و همچنین جمعیت اولیه شهرهای A و B، رابطه‌های جمعیت شهرها را در سال nاُم به‌دست می‌آوریم:

شهر A: $P_n = ۲x(۱/۱)^n$

شهر B: $P'_n = x(۰/۸)^n$

حال نسبت جمعیت شهر A به B را برابر ۳ قرار می‌دهیم:

$$\frac{(۱/۱)^n \times ۲x}{(۰/۸)^n \times x} = ۳ \Rightarrow (\frac{۱۱}{۸})^n = \frac{۳}{۲} \Rightarrow \log_{\frac{۱۱}{۸}} \frac{۳}{۲} = n$$

$$\Rightarrow n = \frac{\log ۳ - \log ۲}{\log ۱۱ - ۳\log ۲} = \frac{۰/۴۸-۰/۳}{۱/۰۵-۰/۹} = \frac{۱۸}{۱۵} = ۱/۲ \text{ سال}$$

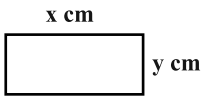
$۱/۲ \times ۳۶۵ = ۴۳۸$ روز

(حسابان ۱- توابع نمایی و لگاریتمی؛ صفحه‌های ۸۸ تا ۹۰)

AzmonVIP

ریاضی ۱

۱۱- **گزینهٔ «۴»** *(سهیل ساسانی)*



اختلاف طول و عرض $= x - y = ۳/۵ cm \Rightarrow y = x - ۳/۵$

مساحت $= ۶۵ cm^۲ \Rightarrow xy = ۶۵$

حال معادلهٔ درجهٔ دوم را تشکیل می‌دهیم:

$$S = xy = x(x - ۳/۵) = ۶۵ \Rightarrow x^۲ - ۳/۵x - ۶۵ = ۰$$

$$\xrightarrow{\times ۲} ۲x^۲ - ۷x - ۱۳۰ = ۰$$

از روش Δ حل می‌کنیم:

$$x = \frac{۷ \pm \sqrt{(-۷)^۲ - ۴(۲)(-۱۳۰)}}{۴}$$

$$= \frac{۷ \pm \sqrt{۱۰۸۹}}{۴} = \frac{۷ \pm ۳۳}{۴} = ۱۰ \text{ یا } -۶/۵$$

جواب مثبت قابل قبول است. پس طول مستطیل $۱۰ cm$ و عرض آن $۱۰ - ۳/۵ = ۶/۵ cm$ و در نتیجه محیط آن $۳۳ cm$ است.

(ریاضی ۱- معادله‌ها و نامعادله‌ها؛ صفحه‌های ۷۰ تا ۷۷)

۱۲- **گزینهٔ «۲»** *(رحمان پوررحیم)*

$$y_S = \frac{-\Delta}{۴a} = \frac{-(b^۲ - ۴ac)}{۴a} = \frac{-(\frac{۴}{۹} - ۴(-\frac{۳}{۲})(۱))}{۴(-\frac{۳}{۲})} = \frac{۲۹}{۲۷}$$

(ریاضی ۱ - معادله‌ها و نامعادله‌ها؛ صفحه‌های ۷۸ تا ۸۲)

۱۳- **گزینهٔ «۴»** *(حسن اسماعیلی)*

$$\frac{(k-۱)x^۲ + ۴x + ۳}{x^۲ - x + ۱} < ۲$$

مخرج همواره مثبت است:

$$\Rightarrow (k-۱)x^۲ + ۴x + ۳ < ۲x^۲ - ۲x + ۲$$

$$\Rightarrow (k-۳)x^۲ + ۶x + ۱ < ۰$$

این نامساوی با شرایط زیر همواره برقرار است:

$$\begin{cases} a < ۰ \ : \ k - ۳ < ۰ \Rightarrow k < ۳ \\ \Delta < ۰ \ : \ ۳۶ - ۴(k-۳) < ۰ \Rightarrow ۱۲ < k \end{cases}$$

اشتراک دو شرط، تهی است و هیچ مقدار صحیح برای k وجود ندارد.

(ریاضی ۱- معادله‌ها و نامعادله‌ها؛ صفحه‌های ۸۳ تا ۹۱)

۱۴- **گزینهٔ «۳»** *(فرامرز سپهری)*

ابتدا عبارت داده شده را مرتب می‌کنیم. $f(x) = (a+۱)x + a + b$

با توجه به جدول اولاً: $x = ۰$ ریشهٔ معادلهٔ $f(x) = ۰$ است. پس:

$$(a+۱)(۰) + a + b = ۰ \Rightarrow a + b = ۰ \Rightarrow a = -b$$

ثانیاً: عبارت درجه اول است و با توجه به تعیین علامت، ضریب x مثبت است. پس $a+۱ > ۰$ باید باشد:

$$a + ۱ > ۰ \Rightarrow a > -۱$$

$$a = -b \Rightarrow b < ۱$$

(ریاضی ۱- معادله‌ها و نامعادله‌ها؛ صفحه‌های ۸۳ تا ۸۵)

۱۵- **گزینهٔ «۳»** *(فهیمه ولی‌زاده)*

$$\big|\,|x+۱| + ۳\,\big| = ۴$$

$$\xrightarrow{|x+۱|+۳ > ۰} |x+۱| + ۳ = ۴ \Rightarrow |x+۱| = ۱$$

$$\Rightarrow x + ۱ = \pm ۱ \begin{cases} x + ۱ = ۱ \Rightarrow x = ۰ \\ x + ۱ = -۱ \Rightarrow x = -۲ \end{cases}$$

(ریاضی ۱- معادله‌ها و نامعادله‌ها؛ صفحه‌های ۸۳ تا ۹۳)

AzmonVIP

۱۶- **گزینهٔ «۴»** *(رضا سیدنیفی)*

در ابتدا برای پیدا کردن مجموعهٔ جواب‌ها بایستی ریشه صورت و مخرج کسر را پیدا کنیم، بنابراین داریم:

$$\frac{x^۲+۴x+۳}{-|x|-۱}>۰$$

$x=-۱$ و $x=-۳$ ریشهٔ صورت کسر می‌باشند ولی $-|x|-۱$ عبارتی همواره منفی است در نتیجه خواهیم داشت:

x		-۳		-۱	
عبارت	$-$	۰	$+$	۰	$-$

مجموعهٔ جواب‌های نامعادله اول به‌صورت بازهٔ $(-۳,-۱)$ است.

از طرفی می‌دانیم که اگر $m<x<n$ باشد، آن‌گاه داریم:

$$|x-\frac{m+n}{۲}|<\frac{n-m}{۲}$$

با توجه به نکتهٔ فوق خواهیم داشت:

$$-۳<x<-۱\Rightarrow|x-(\frac{-۳-۱}{۲})|<\frac{-۱-(-۳)}{۲}\Rightarrow|x+۲|<۱$$

در نتیجه داریم: $۰\le|x+۲|<۱$ و همچنین $a=-۲$ و $b=۱$ است.

$$\Rightarrow a+b=-۲+۱=-۱$$

(ریاضی ۱- معادله‌ها و نامعادله‌ها؛ صفحه‌های ۸۳ تا ۹۳)

۱۷- **گزینهٔ «۴»** *(سعید جعفری)*

برای اینکه f تابع باشد، باید به‌ازای مؤلفه‌های اول برابر، مؤلفه‌های دوم برابر داشته باشند:

$$(a,a^۲-۲)=(a,۳a-۴)\Rightarrow a^۲-۲=۳a-۴\Rightarrow a^۲-۳a+۲=۰$$

$$\Rightarrow a=۱ \quad \text{یا} \quad a=۲$$

$$a=۲: f=\{(-۵,-۲),(۲,۲),(۲,۲),(۲,۲),(۲,b)\}\xrightarrow{\text{تابع}}b=۲$$

$$a=۱: f=\{(-۵,-۲),(۲,۱),(۱,-۱),(۱,-۱),(-۵,b)\}\xrightarrow{\text{تابع}}b=-۲$$

مجموع مقادیر قابل قبول برای b برابر صفر است.

(ریاضی ۱- تابع؛ صفحه‌های ۹۴ تا ۱۰۰)

۱۸- **گزینهٔ «۳»** *(عادل حسینی)*

دامنهٔ تابع مجموعهٔ $D_f=\{۱,۳,a\}$ است، پس برد آن مجموعهٔ $R_f=\{f(۱),f(۳),f(a)\}$ است. مقدار $f(۱)$ که برابر ۱- است، پس ۱- حتماً باید عضو R_f باشد، این یعنی $b=-۱$ است. از طرفی از آنجا که $x=۱$ طول رأس سهمی است (و طبیعتاً معادلهٔ $f(x)=-۱$ فقط یک جواب دارد)، باید $f(a)=f(۳)=۳$ باشد.

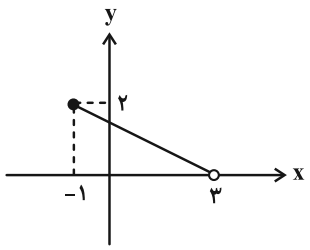
$$\Rightarrow a^۲-۲a=۳\Rightarrow a^۲-۲a-۳=(a-۳)(a+۱)=۰$$

$$\xrightarrow{a\neq۳}a=-۱\Rightarrow a+b=-۲$$

(ریاضی ۱- تابع؛ صفحه‌های ۱۰۱ تا ۱۰۸)

۱۹- **گزینهٔ «۴»** *(مهرداد ملوندی)*

نمودار تابع f به صورت زیر است:



معادلهٔ خطی که از دو نقطهٔ $(۲,-۱)$ و $(۳,۰)$ می‌گذرد به صورت زیر به دست می‌آید:

$$y-۰=\frac{۲-۰}{-۱-۳}(x-۳)\Rightarrow y=-\frac{x-۳}{۲}$$

پس ضابطهٔ تابع f به صورت $f(x)=\frac{۳-x}{۲}$ است.

$$\Rightarrow f(۱)=\frac{۳-۱}{۲}=۱$$

(ریاضی ۱- تابع؛ صفحه‌های ۱۰۱ تا ۱۰۸)

۲۰- **گزینهٔ «۲»** *(عادل حسینی)*

$$y=\frac{۲x-۱۰}{۵}=\frac{۲}{۵}x-۲$$

$$\Rightarrow -۲\le\frac{۲}{۵}x-۲\le۲\Rightarrow ۰\le\frac{۲}{۵}x\le۴\Rightarrow ۰\le x\le۱۰$$

(ریاضی ۱- تابع؛ صفحه‌های ۱۰۱ تا ۱۰۸)

AzmonVIP

آمار و احتمال

۲۱- **گزینهٔ «۱»** (سامان اسپهرم)

اگر A و B به‌ترتیب پیشامدهای آن باشند که «مجموع دو عدد رو شده مضرب ۵ باشد» و «هر دو عدد رو شده زوج باشند»، آنگاه داریم:

$$B=\{(۲,۲),(۲,۴),(۲,۶),(۴,۲),(۴,۴),(۴,۶),(۶,۲),(۶,۴),(۶,۶)\}$$

$$A\cap B=\{(۴,۶),(۶,۴)\}$$

$$P(A\mid B)=\frac{n(A\cap B)}{n(B)}=\frac{۲}{۹}$$

(آمار و احتمال- احتمال: صفحه‌های ۴۹ تا ۵۱)

۲۲- **گزینهٔ «۴»** (پژمان فرهادیان)

اگر A را پیشامد انتخاب دو مهرهٔ غیرهمرنگ و $B_۱$ و $B_۲$ را به ترتیب پیشامد انتخاب ظرف‌های اول و دوم، در نظر بگیریم، داریم:

$$P(A)=P(B_۱)P(A\mid B_۱)+P(B_۲)P(A\mid B_۲)$$

$$=\frac{۱}{۲}\times\frac{\binom{۴}{۱}\binom{۲}{۱}}{\binom{۶}{۲}}+\frac{۱}{۲}\times\frac{\binom{۷}{۱}\binom{۳}{۱}}{\binom{۱۰}{۲}}$$

$$=\frac{۱}{۲}\times\frac{۸}{۱۵}+\frac{۱}{۲}\times\frac{۲۱}{۴۵}=\frac{۱}{۲}(\frac{۸}{۱۵}+\frac{۷}{۱۵})=\frac{۱}{۲}\times۱=\frac{۱}{۲}$$

(آمار و احتمال- احتمال: صفحه‌های ۵۵ و ۵۶)

۲۳- **گزینهٔ «۲»** (بهواد حاتمی)

$$P(\{b,c\})=P(\{a,b,c\})-P(a)=\frac{۱}{۲}-\frac{۱}{۴}=\frac{۱}{۴}$$

$$P(\{b,c,d\}\mid\{a,b,c\})=\frac{P(\{b,c,d\}\cap\{a,b,c\})}{P(\{a,b,c\})}=\frac{P(\{b,c\})}{P(\{a,b,c\})}$$

$$=\frac{\frac{۱}{۴}}{\frac{۱}{۲}}=\frac{۱}{۲}$$

(آمار و احتمال- احتمال: صفحه‌های ۴۹ تا ۵۱)

۲۴- **گزینهٔ «۱»** (عباس اسدی‌امیرآبادی)

$$P(A\mid B)=\frac{P(A\cap B)}{P(B)}\Rightarrow\frac{۲}{۳}=\frac{P(A\cap B)}{P(B)}$$

$$\Rightarrow P(A\cap B)=\frac{۲}{۳}P(B)$$

$$P(A\cup B)=P(A)+P(B)-P(A\cap B)$$

$$\Rightarrow\frac{۳}{۴}=\frac{۱}{۲}+P(B)-\frac{۲}{۳}P(B)\Rightarrow\frac{۱}{۳}P(B)=\frac{۳}{۴}-\frac{۱}{۲}=\frac{۱}{۴}$$

$$\Rightarrow P(B)=\frac{۳}{۴}$$

(آمار و احتمال- احتمال: صفحه‌های ۴۹ تا ۵۱)

۲۵- **گزینهٔ «۱»** (فرشاد فرامرزی)

با استفاده از قاعدهٔ بیز داریم:

$$P(\text{سفید بودن}\mid\text{ظرف اول})=\frac{P(\text{ظرف اول})\times P(\text{سفید بودن}\mid\text{ظرف اول})}{P(\text{سفید بودن})}$$

$$=\frac{\frac{۲}{۵}\times\frac{۳}{۷}}{\frac{۲}{۵}\times\frac{۳}{۷}+\frac{۳}{۵}\times\frac{۵}{۷}}=\frac{۶}{۲۱}=\frac{۲}{۷}$$

(آمار و احتمال- احتمال: مشابه تمرین ۷ صفحهٔ ۶۱)

۲۶- **گزینهٔ «۲»** (مرتضی خوبیم‌علوی)

برای انتخاب ۳ مهره از جعبهٔ A دو حالت داریم:

الف) هر سه مهره قرمز باشند.

ب) ۲ مهره قرمز و ۱ مهره سفید باشد.

احتمال آن‌که دو مهرهٔ خارج‌شده از جعبهٔ B قرمز باشند به تفکیک حالت‌های «الف» و «ب» عبارت‌اند از:

$$\text{الف})\ \frac{\binom{۳}{۳}}{\binom{۴}{۳}}\times\frac{\binom{۴}{۲}}{\binom{۵}{۲}}=\frac{۱}{۴}\times\frac{۶}{۱۰}=\frac{۶}{۴۰}$$

$$\text{ب})\ \frac{\binom{۳}{۲}\times\binom{۱}{۱}}{\binom{۴}{۳}}\times\frac{\binom{۳}{۲}}{\binom{۵}{۲}}=\frac{۳\times۱}{۴}\times\frac{۳}{۱۰}=\frac{۹}{۴۰}$$

بنابراین احتمال مورد نظر برابر است با:

$$\frac{۶}{۴۰}+\frac{۹}{۴۰}=\frac{۶+۹}{۴۰}=\frac{۱۵}{۴۰}=\frac{۳}{۸}$$

(آمار و احتمال- احتمال: صفحه‌های ۵۷ تا ۶۲)

۲۷- **گزینهٔ «۴»** (امیرحسین ابومحبوب)

تعداد حالت‌های فضای نمونه برای ۴ فرزند، برابر $۲^۴=۱۶$ است. از طرفی تعداد حالت‌هایی که این خانواده دارای ۲ فرزند پسر و ۲ فرزند دختر باشد، برابر $\binom{۴}{۲}=۶$ است، بنابراین اگر A پیشامد برابر نبودن تعداد فرزندان پسر و دختر در این خانواده باشد، آنگاه داریم:

$$n(A)=۱۶-۶=۱۰$$

اگر B پیشامد یکسان بودن جنسیت دو فرزند اول خانواده باشد، آنگاه داریم:

$$A\cap B=\{(پ,پ,پ,پ),(د,پ,پ,د),(پ,د,د,پ),(د,د,د,د),$$
$$(د,د,پ,د),(د,پ,د,د),(پ,د,د,د)\}$$

$$P(B\mid A)=\frac{n(A\cap B)}{n(A)}=\frac{۶}{۱۰}=\frac{۳}{۵}$$

(آمار و احتمال- احتمال: مشابه تمرین ۱ صفحهٔ ۶۱)

AzmonVIP

۲۸- **گزینهٔ «۱»** *(امیرحسین ابومحبوب)*

احتمال آنکه مهرهٔ خارج شده از جعبه سفید باشد، $\frac{۶}{۱۶}$ است. حال اگر مهرهٔ خارج شده از جعبه سفید باشد، این مهره را به همراه دو مهرهٔ سیاه به جعبه بر می‌گردانیم. در این‌صورت جعبه شامل ۶ مهرهٔ سفید و ۱۲ مهرهٔ سیاه است که در نتیجه این‌بار احتمال خارج کردن یک مهرهٔ سفید از جعبه برابر $\frac{۶}{۱۸}$ خواهد بود. طبق قانون ضرب احتمال، احتمال آنکه هر دو مهرهٔ خارج شده از جعبه سفید باشد، برابر است با:

$$\frac{۶}{۱۶}\times\frac{۶}{۱۸}=\frac{۳}{۸}\times\frac{۱}{۳}=\frac{۱}{۸}$$

(آمار و احتمال- احتمال؛ صفحه‌های ۵۲ تا ۵۴)

۲۹- **گزینهٔ «۲»** *(سرژ یقیازاریان‌تبریزی)*

طبق فرض داریم:

$$\begin{cases}P(A\mid B)=\frac{P(A\cap B)}{P(B)}=۰/۵\\ P(A\mid C)=\frac{P(A\cap C)}{P(C)}=۰/۵\end{cases}$$

$$\Rightarrow\begin{cases}P(A\cap B)=۰/۵P(B)\\ P(A\cap C)=۰/۵P(C)\end{cases}$$

همچنین برای دو پیشامد ناسازگار B و C داریم:

$$P(B\cup C)=P(B)+P(C)=۰/۶$$

در نتیجه:

$$P\big(A\cap(B\cup C)\big)=P\big((A\cap B)\cup(A\cap C)\big)\qquad(*)$$

$(A\cap B)$ و $(A\cap C)$ ناسازگارند، پس:

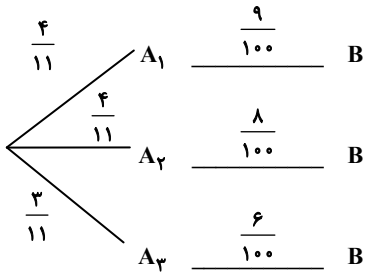
$$\xrightarrow{(*)}=P(A\cap B)+P(A\cap C)=۰/۵\big(P(B)+P(C)\big)$$

$$=۰/۵\times۰/۶=۰/۳$$

(آمار و احتمال- احتمال؛ صفحه‌های ۵۰ تا ۵۲)

۳۰- **گزینهٔ «۳»** *(علی ایمانی)*

اگر پایه‌های دوازدهم، یازدهم و دهم به ترتیب $A_۱$، $A_۲$ و $A_۳$ باشد و پیشامد معدل کم‌تر از ۱۹ را با B نمایش دهیم، آن‌گاه طبق نمودار درختی و با استفاده از قانون بیز داریم:



$$P(A_۲\mid B)=\frac{\frac{۴}{۱۱}\times\frac{۸}{۱۰۰}}{\frac{۴}{۱۱}\times\frac{۹}{۱۰۰}+\frac{۴}{۱۱}\times\frac{۸}{۱۰۰}+\frac{۳}{۱۱}\times\frac{۶}{۱۰۰}}=\frac{۳۲}{۳۶+۳۲+۱۸}$$

$$=\frac{۳۲}{۸۶}=\frac{۱۶}{۴۳}$$

(آمار و احتمال- احتمال؛ صفحه‌های ۵۷ تا ۶۲)

آمار و احتمال- آشنا

۳۱- **گزینهٔ «۴»** *(کتاب آبی)*

با توجه به مستقل بودن پیشامدهای موفقیت عمل جراحی برای شخص A و شخص B داریم:

$$P(A\cup B)=P(A)+P(B)-P(A\cap B)$$

$$=۰/۹+۰/۸-۰/۹\times۰/۸=۰/۹۸$$

(آمار و احتمال- احتمال؛ مشابه تمرین ۶ صفحهٔ ۶۸)

۳۲- **گزینهٔ «۲»** *(کتاب آبی)*

$$P(B\mid A)=\frac{P(B\cap A)}{P(A)}\Rightarrow۰/۲۵=\frac{P(B\cap A)}{۰/۴}$$

$$\Rightarrow P(B\cap A)=۰/۱$$

$$P(B-A)=P(B)-P(B\cap A)=۰/۳-۰/۱=۰/۲$$

$$P(B\mid A')=\frac{P(B\cap A')}{P(A')}=\frac{P(B-A)}{۱-P(A)}=\frac{۰/۲}{۰/۶}=\frac{۱}{۳}$$

(آمار و احتمال- احتمال؛ صفحه‌های ۴۹ تا ۵۲)

۳۳- **گزینهٔ «۳»** *(کتاب آبی)*

اگر پیشامدهای A و B به‌ترتیب «آمدن عدد ۴ یا ۶» و «آمدن عدد زوج» باشند، آنگاه داریم:

$$B=\{۲,۴,۶\}\Rightarrow n(B)=۳$$

$$A\cap B=\{۴,۶\}\Rightarrow n(A\cap B)=۲$$

$$P(A\mid B)=\frac{n(A\cap B)}{n(B)}=\frac{۲}{۳}$$

(آمار و احتمال- احتمال؛ صفحه‌های ۴۹ و ۵۰)

۳۴- **گزینهٔ «۳»** *(کتاب آبی)*

فرض کنید پیشامدهای A و B به‌ترتیب به‌صورت «کوچک‌ترین عدد رو شده ۳ باشد» و «مجموع دو عدد رو شده بیش‌تر از ۴ باشد» تعریف شوند، در این‌صورت پیشامد B' آن است که «مجموع دو عدد رو شده کوچک‌تر یا مساوی ۴ باشد». داریم:

$$B'=\{(۱,۱),(۱,۲),(۱,۳),(۲,۱),(۲,۲),(۳,۱)\}$$

$$\Rightarrow n(B')=۶\Rightarrow n(B)=۳۰$$

$$A\cap B=\{(۳,۳),(۳,۴),(۳,۵),(۳,۶),(۴,۳),(۵,۳),(۶,۳)\}$$

AzmonVIP

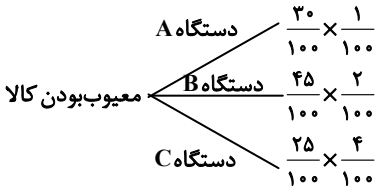
$$\Rightarrow n(A\cap B)=۷$$

$$P(A\mid B)=\frac{n(A\cap B)}{n(B)}=\frac{۷}{۳۰}$$

(آمار و احتمال- احتمال؛ صفحه‌های ۴۹ تا ۵۱)

۳۵- **گزینهٔ «۲»** (کتاب آبی)

اگر پیشامد سالم بودن محصول را با R نمایش دهیم، آنگاه طبق نمودار درختی داریم:



$$P(R')=\frac{۳۰}{۱۰۰}\times\frac{۱}{۱۰۰}+\frac{۴۵}{۱۰۰}\times\frac{۲}{۱۰۰}+\frac{۲۵}{۱۰۰}\times\frac{۴}{۱۰۰}$$

$$=\frac{۳۰+۹۰+۱۰۰}{۱۰۰۰۰}=\frac{۲۲}{۱۰۰۰}=۰/۰۲۲$$

$$P(R)=۱-۰/۰۲۲=۰/۹۷۸$$

(آمار و احتمال- احتمال؛ مشابه کار در کلاس صفحهٔ ۵۹)

۳۶- **گزینهٔ «۲»** (کتاب آبی)

فرض کنید مهره‌های سفید را با $w_۱$ تا $w_۵$ و مهره‌های سیاه را با $b_۱$ تا $b_۵$ نمایش دهیم اگر پیشامدهای A و B به‌ترتیب پیشامدهای «هم‌رنگ بودن دو مهره» و «برابر ۶ بودن مجموع شماره‌های دو مهره» باشند، آنگاه داریم:

$$B=\{(w_۱,w_۵),(w_۲,w_۴),(b_۱,b_۵),(b_۲,b_۴),(w_۱,b_۵)$$
$$(w_۲,b_۴),(w_۳,b_۳),(w_۴,b_۲),(w_۵,b_۱)\}$$

$$\Rightarrow n(B)=۹$$

$$A\cap B=\{(w_۱,w_۵),(w_۲,w_۴),(b_۱,b_۵),(b_۲,b_۴)\}$$

$$\Rightarrow n(A\cap B)=۴$$

$$P(A\mid B)=\frac{n(A\cap B)}{n(B)}=\frac{۴}{۹}$$

(آمار و احتمال- احتمال؛ صفحه‌های ۴۹ تا ۵۲)

۳۷- **گزینهٔ «۱»** (کتاب آبی)

اگر احتمال شرکت امیر و بهروز در مسابقهٔ علمی را به‌ترتیب با A و B نمایش دهیم، آنگاه داریم:

$$P(A)=۰/۶\ ,\ P(B)=۰/۳$$

$$P(A\mid B)=۰/۵\Rightarrow\frac{P(A\cap B)}{P(B)}=۰/۵$$

$$\Rightarrow P(A\cap B)=۰/۵\times۰/۳\Rightarrow P(A\cap B)=۰/۱۵$$

$$P(A\mid B')=\frac{P(A\cap B')}{P(B')}=\frac{P(A)-P(A\cap B)}{۱-P(B)}=\frac{۰/۶-۰/۱۵}{۱-۰/۳}$$

$$P(A\mid B')=\frac{۰/۴۵}{۰/۷}=\frac{۹}{۱۴}$$

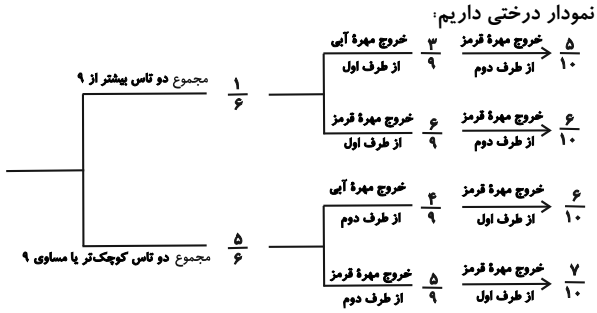
(آمار و احتمال- احتمال؛ صفحه‌های ۴۹ تا ۵۲)

۳۸- **گزینهٔ «۳»** (کتاب آبی)

پیشامد آنکه مجموع دو تاس عددی بیشتر از ۹ باشد، به صورت مجموعهٔ زیر است:

$$\{(۴,۶),(۵,۵),(۵,۶),(۶,۴),(۶,۵),(۶,۶)\}$$

یعنی احتمال این پیشامد برابر $\frac{۱}{۶}$ و در نتیجه متمم آن برابر $\frac{۵}{۶}$ است. طبق نمودار درختی داریم:



بنابراین طبق قانون احتمال کل داریم:

$$\frac{۱}{۶}(\frac{۳}{۹}\times\frac{۵}{۱۰}+\frac{۶}{۹}\times\frac{۶}{۱۰})+\frac{۵}{۶}(\frac{۴}{۹}\times\frac{۶}{۱۰}+\frac{۵}{۹}\times\frac{۷}{۱۰})$$

$$=\frac{۱}{۶}\times\frac{۵۱}{۹۰}+\frac{۵}{۶}\times\frac{۵۹}{۹۰}=\frac{۳۴۶}{۵۴۰}=\frac{۱۷۳}{۲۷۰}$$

(آمار و احتمال- احتمال؛ صفحه‌های ۵۵ تا ۵۷)

۳۹- **گزینهٔ «۱»** (کتاب آبی)

اگر پیشامد معیوب بودن کالا را با C و پیشامدهای تعلق داشتن کالا به دستگاه‌های A و B را به‌ترتیب با A و B نمایش دهیم، آنگاه داریم:

- دستگاه A: ۵۵/۱۰۰ → معیوب → ۳/۱۰۰
- دستگاه B: ۴۵/۱۰۰ → معیوب → ۵/۱۰۰

$$P(C)=\frac{۵۵}{۱۰۰}\times\frac{۳}{۱۰۰}+\frac{۴۵}{۱۰۰}\times\frac{۵}{۱۰۰}=\frac{۳۹۰}{۱۰۰۰۰}$$

$$P(A\mid C)=\frac{\frac{۵۵}{۱۰۰}\times\frac{۳}{۱۰۰}}{\frac{۳۹۰}{۱۰۰۰۰}}=\frac{۱۶۵}{۳۹۰}=\frac{۱۱}{۲۶}$$

(آمار و احتمال- احتمال؛ صفحه‌های ۵۷ تا ۶۰)

۴۰- **گزینهٔ «۲»** (کتاب آبی)

$$P(A)P(B)+P(A'\cup B')=۱$$

$$\Rightarrow P(A)P(B)+P\left[(A\cap B)'\right]=۱$$

$$\Rightarrow P(A)P(B)=۱-P\left[(A\cap B)'\right]$$

$$\Rightarrow P(A)P(B)=P(A\cap B)$$

بنابراین دو پیشامد A و B مستقل از یکدیگرند.

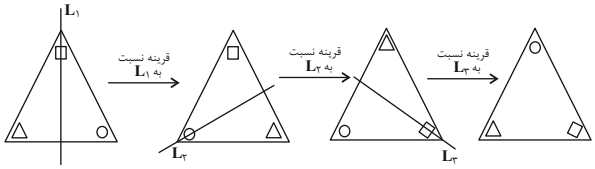
(آمار و احتمال- احتمال؛ صفحه‌های ۶۳ تا ۶۵)

AzmonVIP

هندسه ۲

۴۱- **گزینهٔ «۳»** *(سرژ یقیازاریان تبریزی)*

با توجه به شکل داریم:



(هندسه ۲- تبدیل‌های هندسی و کاربردها؛ صفحه‌های ۳۵ تا ۳۸)

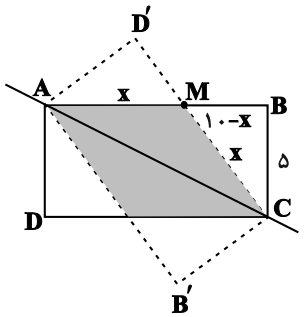
۴۲- **گزینهٔ «۴»** *(امیرحسین ابومحبوب)*

تناظر M در واقع یک انتقال با بردار $(۲,۰)$ است. واضح است که انتقال با بردار غیرصفر، تبدیلی طولپا و فاقد نقطهٔ ثابت تبدیل است.

(هندسهٔ ۲- تبدیل‌های هندسی و کاربردها؛ صفحه‌های ۳۸ و ۳۹)

۴۳- **گزینهٔ «۴»** *(سیدمحمدرضا حسینی‌فرد)*

مطابق شکل مستطیل $ABCD$ پس از بازتاب نسبت به قطر AC روی مستطیل $AB'CD'$ تصویر شده است و ناحیهٔ مشترک، یک لوزی به ضلع x است:



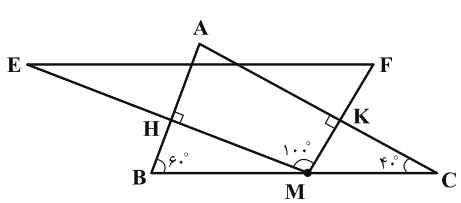
$$AM = MC = x \Rightarrow MB = ۱۰ - x$$

$$\overset{\Delta}{MBC}: x^۲ = (۱۰-x)^۲ + (۵)^۲ \Rightarrow x^۲ = ۱۰۰ - ۲۰x + x^۲ + ۲۵$$

$$\Rightarrow x = ۶/۲۵ \Rightarrow \text{محیط لوزی} = ۴x = ۲۵$$

(هندسه ۲- تبدیل‌های هندسی و کاربردها؛ صفحه‌های ۳۵ تا ۳۸)

۴۴- **گزینهٔ «۲»** *(علی فتح‌آبادی)*



$$\hat{A} = ۱۸۰^\circ - (\hat{B} + \hat{C}) = ۱۸۰^\circ - (۶۰^\circ + ۴۰^\circ) = ۸۰^\circ$$

در چهارضلعی محاطی $AHMK$ می‌توان نوشت:

$$\hat{A} + \hat{M} = ۱۸۰^\circ \Rightarrow \hat{M} = ۱۸۰^\circ - ۸۰^\circ = ۱۰۰^\circ$$

می‌دانیم محور بازتاب، عمودمنصف پاره‌خط واصل بین هر نقطه و تصویر آن تحت بازتاب است. پس در مثلث منفرجه‌الزاویهٔ EMF $(\hat{M} > ۹۰)$ می‌توان ادعا کرد که AB و AC، عمودمنصف اضلاع آن هستند که در نقطهٔ A متقاطع‌اند. چون عمودمنصف‌های اضلاع هر مثلث همرس‌اند، پس داریم:

$A \Rightarrow AE = AF$ روی عمودمنصف EF است.

از طرفی نقطهٔ همرسی عمودمنصف‌ها در یک مثلث منفرجه‌الزاویه خارج مثلث قرار دارد، پس مطابق شکل نقطهٔ A خارج مثلث EMF است (A روی EF قرار ندارد). همچنین اگر $ME = MF$ باشد، آنگاه $MH = MK$ است. با توجه به این‌که در مثلث ABC، M وسط ضلع BC قرار دارد، پس $S_{\overset{\Delta}{AMB}} = S_{\overset{\Delta}{AMC}}$ است و در صورت برابری MH و MK، لزوماً $AB = AC$ است که با فرض نامساوی بودن زوایای B و C تناقض دارد.

(هندسه ۲- تبدیل‌های هندسی و کاربردها؛ صفحه‌های ۳۵ تا ۳۸)

۴۵- **گزینهٔ «۴»** *(امیرحسین ابومحبوب)*

انتقال، همواره شیب خط را حفظ می‌کند، یعنی انتقال یافتهٔ یک خط، موازی با آن خط است. همچنین اگر محور بازتاب با یک خط موازی باشد، آنگاه تصویر خط تحت این بازتاب موازی با خط است. بنابراین چون پاره‌خط AB و CD در ذوزنقهٔ $ABCD$ موازی یکدیگرند، پس بازتاب پاره‌خط AB نسبت به خط شامل CD، موازی با AB خواهد بود. دوران تنها در حالتی شیب خط را حفظ می‌کند که زاویهٔ دوران مضربی از ۱۸۰° باشد. با توجه به این که زاویهٔ AOB قطعاً کم تر از ۱۸۰° است، پس تحت دوران به مرکز O و زاویهٔ AOB، قطعاً شیب خط تغییر می‌کند.

(هندسه ۲- تبدیل‌های هندسی و کاربردها؛ صفحه‌های ۳۵ تا ۴۲)

۴۶- **گزینهٔ «۲»** *(شایان عباچی)*

انتقال تبدیلی طولپا است، پس شعاع دایره در انتقال تغییری نمی‌کند و $R' = ۴$ است. نقطهٔ O (مرکز دایرهٔ C) در این انتقال بر نقطهٔ O' (مرکز دایرهٔ C') تصویر می‌شود، پس طول خط‌المرکزین دو دایره برابر طول بردار انتقال است، یعنی $OO' = ۶$ بوده و در نتیجه داریم:

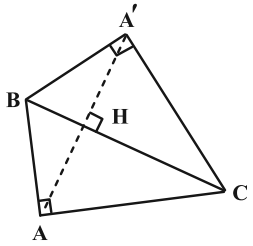
AzmonVIP

دو دایره متقاطع‌اند $\Rightarrow |R-R'|<OO'<R+R'$

(هندسه ۲- تبدیل‌های هندسی و کاربردها؛ صفحه‌های ۳۸ و ۳۹)

۴۷- **گزینهٔ «۴»** (محمد فندان)

فرض کنید $AB=۵$ و $AC=۱۲$ باشد. A' بازتاب A نسبت به خط شامل BC است، پس مطابق شکل $AA'=۲AH$ می‌باشد که AH ارتفاع وارد بر وتر در مثلث ABC است. داریم:



$$BC^۲=AB^۲+AC^۲=۲۵+۱۴۴=۱۶۹\Rightarrow BC=۱۳$$

$$AH.BC=AB.AC\Rightarrow AH\times ۱۳=۱۲\times ۵\Rightarrow AH=\frac{۶۰}{۱۳}$$

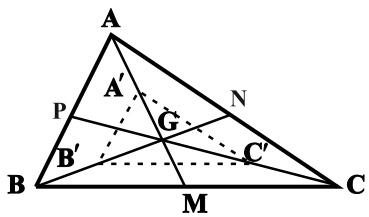
$$\Rightarrow AA'=۲AH=\frac{۱۲۰}{۱۳}=\frac{۱۲}{۱۳}(۱۰)$$

(هندسه ۲- تبدیل‌های هندسی؛ صفحه‌های ۳۵ تا ۳۸)

۴۸- **گزینهٔ «۲»** (حسین حاجیلو)

فرض کنید نقطهٔ G محل تلاقی میانه‌های مثلث ABC باشد. می‌دانیم میانه‌ها در هر مثلث، یکدیگر را به نسبت ۲ به ۱ قطع می‌کنند، بنابراین داریم:

$$GA'=GA-AA'=\frac{۲}{۳}AM-\frac{۱}{۳}AM=\frac{۱}{۳}AM$$



به‌طور مشابه $GB'=\frac{۱}{۳}BN$ است و داریم:

$$\overset{\Delta}{ABG}:\frac{GA'}{GA}=\frac{GB'}{GB}=\frac{۱}{۲}\xrightarrow{\text{عکس قضیهٔ تالس}}A'B'\parallel AB$$

$$\xrightarrow{\text{تعمیم قضیهٔ تالس}}\frac{A'B'}{AB}=\frac{GA'}{GA}=\frac{۱}{۲}$$

به‌طور مشابه $\frac{B'C'}{BC}=\frac{۱}{۲}$ و $\frac{A'C'}{AC}=\frac{۱}{۲}$ است و در نتیجه دو مثلث ABC و $A'B'C'$ متشابه‌اند.

$$\frac{S_{A'B'C'}}{S_{ABC}}=(\frac{A'B'}{AB})^۲=\frac{۱}{۴}\Rightarrow\frac{\text{ناحیهٔ بین دو مثلث}S}{S_{ABC}}=\frac{S_{ABC}-S_{A'B'C'}}{S_{ABC}}$$

$$=۱-\frac{S_{A'B'C'}}{S_{ABC}}=۱-\frac{۱}{۴}=\frac{۳}{۴}$$

(هندسه ۲- تبدیل‌های هندسی و کاربردها؛ صفحه‌های ۳۸ و ۳۹)

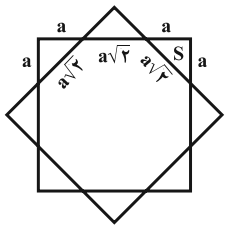
۴۹- **گزینهٔ «۱»** (علی ایمانی)

با توجه به اینکه $۱۷^۲=۱۵^۲+۸^۲$، پس مثلث قائم‌الزاویه است. انتقال تبدیلی طولپا است. پس مساحت را ثابت نگه می‌دارد، یعنی داریم: $S=\frac{۸\times ۱۵}{۲}=۶۰$

(هندسه ۲- تبدیل‌های هندسی و کاربردها؛ صفحه‌های ۳۸ و ۳۹)

۵۰- **گزینهٔ «۳»** (رضا عباسی‌اصل)

با توجه به شکل زیر، شکل محصور بین مربع و تصویر آن یک هشت‌ضلعی منتظم است. مطابق شکل هر یک از ۴ مثلثی که در گوشه‌های مربع ایجاد می‌شود، قائم‌الزاویهٔ متساوی‌الساقین هستند. اگر طول اضلاع قائمهٔ هر یک از این مثلث‌ها را برابر a فرض کنیم، آنگاه داریم:



$$۴S=\text{مساحت مربع}-\text{مساحت هشت ضلعی}$$

طرفین تساوی را بر مساحت مربع تقسیم می‌کنیم:

$$\frac{\text{مساحت هشت‌ضلعی}}{\text{مساحت مربع}}=۱-\frac{۴S}{\text{مساحت مربع}}$$

$$=۱-\frac{۴(\frac{۱}{۲}a^۲)}{(۲a+a\sqrt{۲})^۲}=۱-\frac{۲a^۲}{(۶+۴\sqrt{۲})a^۲}$$

$$=۱-\frac{۱}{۳+۲\sqrt{۲}}=۱-(۳-۲\sqrt{۲})=۲\sqrt{۲}-۲$$

(هندسه ۲- تبدیل‌های هندسی؛ صفحه‌های ۴۰ و ۴۱)

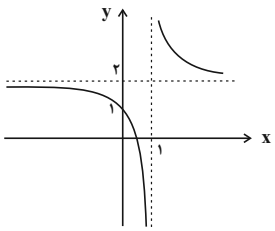
AzmonVIP

حسابان ۲

۵۱- **گزینهٔ «۴»** *(جهانبخش نیکنام)*

$$f(x)=2+\frac{1}{x-1}$$

نمودار تابع f از انتقال نمودار $y=\frac{1}{x}$ به اندازهٔ یک واحد به راست و ۲ واحد به سمت بالا بدست می‌آید.



مطابق شکل برای این که انتقال یافته نمودار از ناحیه ۲ عبور نکند باید نمودار f، حداقل ۲ واحد به سمت پایین انتقال یابد یعنی $y=f(x)-2$.

(حسابان ۲- تابع؛ صفحه‌های ۱ تا ۱۲)

۵۲- **گزینهٔ «۳»** *(سروش موئینی)*

با فرض $f(x)=ax+b$ داریم:

$$(fof)(x)=a(ax+b)+b=a^2x+ab+b$$

$$y=a^2x+ab+b\xrightarrow[\text{ضریب ۴}]{\text{انبساط با}}y=a^2\left(\frac{x}{4}\right)+ab+b$$

$$\xrightarrow{\text{۵ واحد به پایین}}y=\frac{a^2}{4}x+ab+b-5=x$$

$$\Rightarrow\begin{cases}ab+b-5=0\\ \frac{a^2}{4}=1\end{cases}$$

حال چون f نزولی است، داریم:

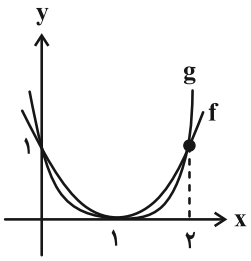
$$\begin{cases}a=-2\\ -b-5=0\Rightarrow b=-5\end{cases}$$

$$\Rightarrow f(1)=a(1)+b=-2+(-5)=-7$$

(حسابان ۲- تابع؛ صفحه‌های ۱ تا ۱۲)

۵۳- **گزینهٔ «۳»** *(رحمان پوررحیم)*

مطابق نمودار زیر تابع f در بازه‌های $(0,1)$ و $(1,2)$ بالاتر از تابع g قرار دارد.



(حسابان ۲- تابع؛ صفحه‌های ۱۳ و ۱۴)

۵۴- **گزینهٔ «۳»** *(عادل حسینی)*

دامنهٔ تابع g مجموعه جواب‌های نامعادلهٔ $f(x)\geq f(1-x)$ است. از آنجا که طبق نمودار داده شده، تابع f اکیداً صعودی است، پس باید نامعادلهٔ $x\geq 1-x$ را حل کنیم:

$$\Rightarrow 2x\geq 1\Rightarrow x\geq\frac{1}{2}$$

$$\Rightarrow D_g=[\frac{1}{2},+\infty)$$

(حسابان ۲- تابع؛ صفحه‌های ۱۵ تا ۱۸)

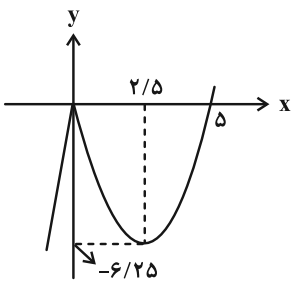
AzmonVIP

۵۵- **گزینهٔ «۴»** *(رضا علی‌نواز)*

با ساده‌سازی تابع داریم:

$$\Rightarrow f(x)=\begin{cases}-x(x-5) & ; \ x<0\\ x(x-5) & ; \ x\geq 0\end{cases}=\begin{cases}-(x-\frac{5}{2})^2+\frac{25}{4} & ; \ x<0\\ (x-\frac{5}{2})^2-\frac{25}{4} & ; \ x\geq 0\end{cases}$$

با رسم تابع چند ضابطه‌ای داریم:



در بازهٔ نزولی تابع یعنی $x\in[0,2/5]$ مقادیر متمایز ۷-، ۶-، ... ، ۱- و صفر برای $[f(x)]$ موجود است.

(حسابان ۲- تابع؛ صفحه‌های ۱۵ تا ۱۸)

۵۶- **گزینهٔ «۳»** *(افشین خاصه‌خان)*

قضیهٔ تقسیم را می‌نویسیم:

$$x^3-ax+b=(x-1)(x+1)q(x)+r$$

$x=1$ و $x=-1$ را جای‌گذاری می‌کنیم:

$$\begin{cases}-1+a+b=0+r\Rightarrow b+a=r+1\\ 1-a+b=0+r\Rightarrow b-a=r-1\end{cases}$$

$$\Rightarrow b=r, a=1$$

(حسابان ۲- تابع؛ صفحه‌های ۱۹ و ۲۰)

۵۷- **گزینهٔ «۱»** *(میلاد چاشمی)*

با توجه به بخش‌پذیری $f(2x-1)$ بر $x-3$ داریم:

$$f(2\times 3-1)=f(5)=0$$

حال $3x-1$ را برابر ۵ قرار می‌دهیم:

$$3x-1=5\Rightarrow x=2$$

در نتیجه چند جمله‌ای $f(3x-1)$ بر عبارت $x-2$ بخش‌پذیر است.

(حسابان ۲- تابع؛ صفحه‌های ۱۹ و ۲۰)

۵۸- **گزینهٔ «۲»** *(محمدحسن سلامی‌حسینی)*

$P(x)=3x^4+ax^3+b$ بر (x^2-1) بخش‌پذیر است، پس بر عامل‌های آن یعنی بر $x-1$ و $x+1$ نیز بخش‌پذیر است. می‌دانیم باقی‌مانده برابر است با مقدار مقسوم به‌ازای ریشهٔ مقسوم‌علیه پس داریم:

$$\begin{cases}P(1)=0\Rightarrow\\ P(-1)=0\Rightarrow\end{cases}\begin{cases}3+a+b=0\\ 3-a+b=0\end{cases}\Rightarrow a=0, b=-3$$

(حسابان ۲- تابع؛ صفحه‌های ۱۹ و ۲۰)

۵۹- **گزینهٔ «۲»** *(داود بوالحسنی)*

$$p(2x-1)=(x+2)q(x)-3\xrightarrow{x=-2}p(-5)=-3$$

$$p(2x+1)=(x-2)q'(x)+1\xrightarrow{x=2}p(5)=1$$

$$p(x+4)-2p(-x-4)=(x-1)q''(x)+r$$

$$\xrightarrow{x=1}p(5)-2p(-5)=r\Rightarrow r=7$$

(حسابان ۲- تابع؛ صفحه‌های ۱۹ و ۲۰)

۶۰- **گزینهٔ «۴»** *(آریان حیدری)*

رابطهٔ تقسیم چندجمله‌ای $f(x)$ بر عبارت $x^2-2x-3=(x-3)(x+1)$ را می‌نویسیم:

$$f(x)=(x-3)(x+1)q(x)+\frac{x+7}{2}\Rightarrow f(3)=5\ ,\ f(-1)=3$$

در پایان برای محاسبهٔ باقیماندهٔ تقسیم $f(f(x^3+x-3))$ بر $x-1$، کافی است $x=1$ را در آن جایگذاری کنیم:

$$f(f(x^3+x-3))\xrightarrow{x=1}f(\underbrace{f(-1)}_{3})=5$$

(حسابان ۲- تابع؛ صفحه‌های ۱۹ و ۲۰)

AzmonVIP

هندسه ۳

۶۱- **گزینهٔ «۲»** (میلاد منصوری)

ماتریس اسکالر ۳×۳ به‌صورت $A=\begin{bmatrix} a & ۰ & ۰ \\ ۰ & a & ۰ \\ ۰ & ۰ & a \end{bmatrix}$ است که مجموع درایه‌های آن $۳a$ است. بنابراین داریم:

$$۳a=۶\Rightarrow a=۲$$

حاصل‌ضرب درایه‌های قطر اصلی این ماتریس برابر است با:

$$a^{۳}=(۲)^{۳}=۸$$

(هندسه ۳- ماتریس و کاربردها؛ صفحهٔ ۱۲)

۶۲- **گزینهٔ «۴»** (کیوان دارابی)

$$A+B=\begin{bmatrix} ۱ & ۴ & ۰ \\ ۲ & ۲ & -۱ \\ ۰ & -۱ & ۳ \end{bmatrix}+\begin{bmatrix} ۳ & -۴ & ۰ \\ -۲ & ۲ & ۱ \\ ۰ & ۱ & ۱ \end{bmatrix}=۴I$$

$$A^{۲}+AB+۴B=A(A+B)+۴B=A\times ۴I+۴B$$

$$=۴A+۴B=۴(A+B)=۴\times ۴I=۱۶I$$

(هندسه ۳- ماتریس و کاربردها؛ صفحه‌های ۱۳ تا ۲۱)

۶۳- **گزینهٔ «۲»** (یاسین سپهر)

چون A ماتریس اسکالر است، بنابراین ماتریس مربعی می‌باشد. از طرفی ضرب AB تعریف شده است، پس تعداد ستون‌های ماتریس A برابر تعداد سطرهای ماتریس B یعنی برابر ۳ می‌باشد. حال چون ماتریس A اسکالر می‌باشد، پس به‌صورت زیر تعریف می‌شود:

$$A=\begin{bmatrix} a & ۰ & ۰ \\ ۰ & a & ۰ \\ ۰ & ۰ & a \end{bmatrix}$$

$$c_{۳۲}=\begin{bmatrix} ۰ & ۰ & a \end{bmatrix}\begin{bmatrix} ۱ \\ ۰ \\ ۲ \end{bmatrix}=۲a=-۴\Rightarrow a=-۲$$

$$\text{مجموع درایه‌های قطر اصلی } A=a+a+a=۳a=۳(-۲)=-۶$$

(هندسه ۳- ماتریس و کاربردها؛ صفحه‌های ۱۲ تا ۱۹)

۶۴- **گزینهٔ «۲»** (یاسین سپهر)

$$b_{۱۱}=b_{۱۲}=۱^{۲}+۱=۲\ ,\ b_{۲۱}=b_{۲۲}=۲^{۲}+۱=۵$$

$$\Rightarrow B=\begin{bmatrix} ۲ & ۲ \\ ۵ & ۵ \end{bmatrix}$$

$$A-B=\begin{bmatrix} ۲ & ۳ \\ ۱ & -۱ \end{bmatrix}-\begin{bmatrix} ۲ & ۲ \\ ۵ & ۵ \end{bmatrix}=\begin{bmatrix} ۰ & ۱ \\ -۴ & -۶ \end{bmatrix}$$

$$A+B=\begin{bmatrix} ۲ & ۳ \\ ۱ & -۱ \end{bmatrix}+\begin{bmatrix} ۲ & ۲ \\ ۵ & ۵ \end{bmatrix}=\begin{bmatrix} ۴ & ۵ \\ ۶ & ۴ \end{bmatrix}$$

$$(A-B)(A+B)=\begin{bmatrix} ۰ & ۱ \\ -۴ & -۶ \end{bmatrix}\begin{bmatrix} ۴ & ۵ \\ ۶ & ۴ \end{bmatrix}=\begin{bmatrix} ۶ & ۴ \\ -۵۲ & -۴۴ \end{bmatrix}$$

(هندسه ۳- ماتریس و کاربردها؛ صفحه‌های ۱۰ تا ۱۹)

۶۵- **گزینهٔ «۱»** (افشین خاصه خان)

$$A=\begin{bmatrix} ۱ & ۱ \\ -۱ & ۲ \end{bmatrix}\Rightarrow A\times B=\begin{bmatrix} ۱ & ۱ \\ -۱ & ۲ \end{bmatrix}\begin{bmatrix} a-۱ & -b \\ c+۱ & ۱ \end{bmatrix}=\begin{bmatrix} m & ۰ \\ ۰ & m \end{bmatrix}$$

$$\Rightarrow\begin{bmatrix} a+c & -b+۱ \\ -a+۲c+۳ & b+۲ \end{bmatrix}=\begin{bmatrix} m & ۰ \\ ۰ & m \end{bmatrix}$$

$$\begin{cases} -b+۱=۰\Rightarrow b=۱ \\ -a+۲c+۳=۰\Rightarrow -a+۲c=-۳ \end{cases}$$

AzmonVIP

$$\begin{cases} b+2=m \xrightarrow{b=1} m=3 \\ a+c=m=3 \end{cases}$$

$$\begin{cases} -a+2c=-3 \\ a+c=3 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} c=0 \\ a=3 \end{cases} \Rightarrow 2a-4b+c=6-4=2$$

(هندسه ۳- ماتریس و کاربردها: صفحه‌های ۱۱، ۱۲، ۱۷ و ۱۸)

۶۶- **گزینهٔ «۳»** (جواد حاتمی)

$$A^2-2A=I \Rightarrow A^2=2A+I \Rightarrow \left(A^2\right)^2=(2A+I)^2$$

$$\Rightarrow A^4=4A^2+4AI+I^2 \Rightarrow A^4=4(2A+I)+4A+I$$

$$=12A+5I \Rightarrow A^4-5I=12A$$

(هندسه ۳- ماتریس و کاربردها: صفحه‌های ۱۷ تا ۲۱)

۶۷- **گزینهٔ «۴»** (سامان اسپهرم)

$$A^2=\begin{bmatrix} 0 & 2^x \\ 2^{1-x} & 0 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} 0 & 2^x \\ 2^{1-x} & 0 \end{bmatrix}=\begin{bmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 2 \end{bmatrix}=2I$$

$$A^4=4I \text{ و } A^6=8I \Rightarrow A^2+A^4+A^8=2I+4I+8I=14I$$

(هندسه ۳- ماتریس و کاربردها: صفحه‌های ۱۷ تا ۲۱)

۶۸- **گزینهٔ «۲»** (اخشین خاصه‌خان)

چون ماتریس A وارون‌پذیر نیست، پس:

$$|A|=0 \Rightarrow (a^2+1)(2a^2+3)-21=0$$

$$2a^4+5a^2-18=0 \Rightarrow (2a^2+9)(a^2-2)=0$$

$$\begin{cases} 2a^2+9\neq 0 \\ a^2-2=0 \Rightarrow a=\pm\sqrt{2} \end{cases}$$

(هندسه ۳- ماتریس و کاربردها: صفحهٔ ۲۳)

۶۹- **گزینهٔ «۲»** (مهدی حاجی‌نژادیان)

$$AXB+C=D$$

$$\Rightarrow AXB=D-C \xrightarrow{A^{-1}\times} A^{-1}(AXB)=A^{-1}(D-C)$$

$$\Rightarrow \underbrace{\left(A^{-1}A\right)}_{I}XB=A^{-1}(D-C) \Rightarrow XB=A^{-1}(D-C)$$

$$\xrightarrow{\times B^{-1}} (XB)B^{-1}=A^{-1}(D-C)B^{-1}$$

$$\Rightarrow X\underbrace{\left(BB^{-1}\right)}_{I}=A^{-1}(D-C)B^{-1}$$

$$\Rightarrow X=A^{-1}(D-C)B^{-1}$$

(هندسه ۳- ماتریس و کاربردها: صفحه‌های ۱۷ تا ۲۳)

۷۰- **گزینهٔ «۲»** (علی ایمانی)

اتحادهای جبری تنها زمانی برای ماتریس‌های A و B برقرار هستند که این دو ماتریس تعویض‌پذیر باشند، بنابراین داریم:

$$BA=AB \Rightarrow \begin{bmatrix} a & c \\ d & b \end{bmatrix}\begin{bmatrix} 2 & 0 \\ 1 & 3 \end{bmatrix}=\begin{bmatrix} 2 & 0 \\ 1 & 3 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} a & c \\ d & b \end{bmatrix}$$

$$\Rightarrow \begin{bmatrix} 2a+c & 3c \\ 2d+b & 3b \end{bmatrix}=\begin{bmatrix} 2a & 2c \\ a+3d & c+3b \end{bmatrix}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 2a+c=2a \Rightarrow c=0 \\ 3b=c+3b \Rightarrow c=0 \\ 3c=2c \Rightarrow c=0 \end{cases}$$

$$2d+b=a+3d \Rightarrow a+d=b$$

حالت $c=d=0$ ممکن است رخ دهد اما لزوماً برقرار نیست.

(هندسه ۳- ماتریس و کاربردها: مشابه تمرین ۱۰ صفحهٔ ۲۱)

AzmonVIP

هندسه ۱

۷۱- **گزینهٔ «۱»** *(مهرداد ملوندی)*

نسبت مساحت دو مثلث متشابه برابر مربع نسبت تشابه آن دو مثلث است، پس:

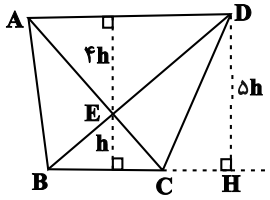
$$k^۲ = \frac{۹}{۱۶} \Rightarrow k = \frac{۳}{۴} = \frac{\text{محیط مثلث کوچک‌تر}}{\text{محیط مثلث بزرگ‌تر}}$$

$$\Rightarrow \text{محیط مثلث کوچک‌تر} = \frac{۳}{۴} \times ۲۴ = ۱۸$$

(هندسه ۱- قضیهٔ تالس، تشابه و کاربردهای آن؛ صفحه‌های ۴۵ تا ۴۷)

۷۲- **گزینهٔ «۲»** *(افشین خاصه‌خان)*

با توجه به معلومات مسئله می‌توان شکل را کامل کرد. مثلث ADE با مثلث BCE به نسبت ۴ متشابه است، بنابراین $S_{ADE} = ۱۶S_{BCE}$ و داریم:



$$S_{ADE} = ۱۶ \times ۳ = ۴۸$$

از طرفی دو مثلث BCD و BCE در قاعدهٔ BC مشترک‌اند و نسبت ارتفاع آن ها ۵ است، لذا داریم:

$$S_{ABC} = S_{BCD} = ۵S_{BCE} = ۱۵ \Rightarrow S_{ABE} = S_{DEC} = ۱۵ - ۳ = ۱۲$$

بنابراین مساحت ذوزنقه برابر است با:

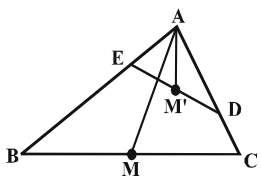
$$۳ + ۴۸ + (۲ \times ۱۲) = ۷۵$$

$$\Rightarrow \frac{S_{\Delta ADE}}{S_{ABCD}} = \frac{۴۸}{۷۵} = \frac{۱۶}{۲۵} = ۰/۶۴$$

(هندسه ۱- قضیهٔ تالس، تشابه و کاربردهای آن؛ صفحه‌های ۴۵ تا ۴۷)

۷۳- **گزینهٔ «۴»** *(محسن رجبی)*

$$\begin{cases} \hat{A} = \hat{A} \\ \frac{AD}{AB} = \frac{AE}{AC} = \frac{۱}{۲} \end{cases} \Rightarrow \Delta ABC \sim \Delta AED$$



پس نسبت میانه‌های AM' و AM در دو مثلث متشابه AED و ABC برابر است با نسبت تشابه، یعنی داریم:

$$\frac{AM'}{AM} = \frac{AD}{AB} = \frac{۱}{۲}$$

(هندسه ۱- قضیهٔ تالس، تشابه و کاربردهای آن؛ صفحه‌های ۴۵ تا ۴۷)

۷۴- **گزینهٔ «۲»** *(حسین غزالی)*

برای طول اضلاع این دو مثلث داریم:

$$\frac{۳}{\sqrt{۳}} = \frac{\frac{۳\sqrt{۶}}{۲}}{\frac{۳\sqrt{۲}}{۲}} = \frac{\sqrt{۶}}{\sqrt{۲}} = \sqrt{۳}$$

یعنی طول اضلاع مثلث اول، $\sqrt{۳}$ برابر طول اضلاع نظیر آن‌ها در مثلث دوم است، بنابراین دو مثلث متشابه هستند و نسبت تشابه آن‌ها $k = \sqrt{۳}$ است و در نتیجه داریم:

$$\frac{S_۱}{S_۲} = (\sqrt{۳})^۲ = ۳$$

(هندسه ۱- قضیهٔ تالس، تشابه و کاربردهای آن؛ صفحه‌های ۴۵ تا ۴۷)

۷۵- **گزینهٔ «۴»** *(داریوش ناظمی)*

گزینه (۱) : متوازی الاضلاع است که لزوماً لوزی نیست.

گزینه (۲) : لوزی است که لزوماً مربع نیست.

گزینه (۳) : می‌تواند ذوزنقهٔ متساوی الساقین باشد، که قطرهای آن یکدیگر را نصف نمی‌کنند.

(هندسه ۱- چندضلعی‌ها؛ صفحه‌های ۵۶ تا ۶۴)

۷۶- **گزینهٔ «۱»** *(امیرحسین ابومحبوب)*

تعداد قطرهای یک n ضلعی از رابطهٔ $\frac{n(n-۳)}{۲}$ به دست می‌آید، بنابراین داریم:

$$\frac{(n+۳)n}{۲} = ۳ \times \frac{n(n-۳)}{۲} \Rightarrow n + ۳ = ۳(n-۳)$$

$$\Rightarrow n + ۳ = ۳n - ۹ \Rightarrow ۲n = ۱۲ \Rightarrow n = ۶$$

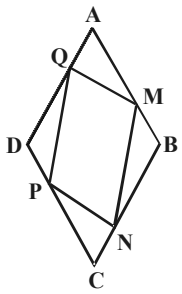
اندازهٔ هر زاویهٔ خارجی یک n ضلعی منتظم برابر $\frac{۳۶۰^\circ}{n}$ است، پس داریم:

$$\text{اندازهٔ هر زاویهٔ خارجی شش‌ضلعی منتظم} = \frac{۳۶۰^\circ}{۶} = ۶۰^\circ$$

(هندسه ۱- چندضلعی‌ها؛ صفحهٔ ۵۵)

AzmonVIP

۷۷- **گزینهٔ «۲»** *(علی‌اکبر جعفری)*



دو مثلث AMQ و CPN بنا به حالت تساوی دو ضلع و زاویهٔ بین هم‌نهشت هستند، در نتیجه $MQ = NP$ است.

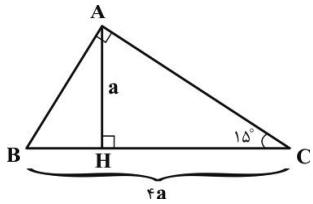
هم‌چنین دو مثلث BMN و DPQ نیز بنا به حالت تساوی دو ضلع و زاویهٔ بین هم‌نهشت هستند، در نتیجه $MN = PQ$ می‌باشد.

بنابراین چهارضلعی MNPQ متوازی الاضلاع است و دو قطر آن یکدیگر را نصف می‌کنند.

(هندسه ۱- چندضلعی‌ها؛ صفحه‌های ۵۶ تا ۶۱)

۷۸- **گزینهٔ «۴»** *(رضا عباسی اصل)*

می‌دانیم در مثلث قائم‌الزاویه با یک زاویه 15°، ارتفاع وارد بر وتر، $\frac{1}{4}$ وتر است، پس با فرض $AH = a$ خواهیم داشت: $BC = 4a$



حال بنا به روابط طولی در مثلث قائم‌الزاویه داریم:

$$AH.BC = \underbrace{AB.AC}_{12} \Rightarrow a \times 4a = 12 \Rightarrow a^2 = 3 \Rightarrow a = \sqrt{3}$$

$$\Rightarrow BC = 4\sqrt{3}$$

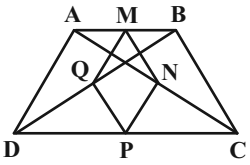
$$AB^2 + AC^2 = BC^2 \Rightarrow (AB + AC)^2 - 2\underbrace{AB.AC}_{12} = 48$$

$$\Rightarrow (AB + AC)^2 = 72 \Rightarrow AB + AC = 6\sqrt{2}$$

(هندسهٔ ۱- چندضلعی‌ها؛ صفحهٔ ۶۴)

۷۹- **گزینهٔ «۲»** *(جواد حاتمی)*

در مثلث ABC، نقاط M و N به ترتیب وسط اضلاع AB و AC هستند، یعنی داریم:



$$\frac{AM}{MB} = \frac{AN}{NC} = 1 \xrightarrow{\text{عکس قضیهٔ تالس}} MN \parallel BC$$

$$\xrightarrow{\text{تعمیم قضیهٔ تالس}} \frac{MN}{BC} = \frac{AM}{AB} = \frac{1}{2}$$

$$\Rightarrow MN = \frac{1}{2}BC$$

به دلیل مشابه در مثلث‌های ADC، BDC و ABD، به ترتیب $NP = \frac{1}{2}AD$، $PQ = \frac{1}{2}BC$ و $MQ = \frac{1}{2}AD$ است و در نتیجه داریم:

$$\text{محیط } MNPQ = MN + NP + PQ + MQ$$

$$= \frac{1}{2}BC + \frac{1}{2}AD + \frac{1}{2}BC + \frac{1}{2}AD$$

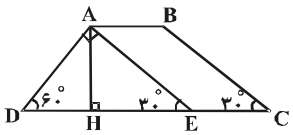
$$= AD + BC = 2 \times 3 = 6$$

(هندسه ۱- چندضلعی‌ها؛ صفحه‌های ۶۱ تا ۶۴)

۸۰- **گزینهٔ «۲»** *(مهرداد ملوندی)*

مطابق شکل، از رأس A خطی موازی ضلع BC رسم می‌کنیم تا قاعدهٔ CD را در نقطهٔ E قطع کند، داریم:

$$\begin{cases} AE \parallel BC \Rightarrow \hat{AED} = \hat{C} = 30^\circ \xrightarrow{\hat{D}=60^\circ} \widehat{DAE} = 90^\circ \\ ABCE \text{ متوازی‌الاضلاع} \Rightarrow AB = CE = 5 \Rightarrow DE = CD - CE = 8 \end{cases}$$



می‌دانیم که در هر مثلث قائم‌الزاویه، طول ضلع روبه‌رو به زاویهٔ 30°، نصف طول وتر و طول ضلع روبه‌رو به زاویهٔ 60°، $\frac{\sqrt{3}}{2}$ طول وتر است، پس:

$$\overset{\Delta}{ADE} : \hat{D} = 60^\circ \Rightarrow AE = \frac{\sqrt{3}}{2}DE = 4\sqrt{3}$$

$$\overset{\Delta}{AHE} : \hat{E} = 30^\circ \Rightarrow AH = \frac{AE}{2} = \frac{4\sqrt{3}}{2} = 2\sqrt{3}$$

(هندسه ۱- چندضلعی‌ها؛ صفحه‌های ۶۱ تا ۶۴)

AzmonVIP

ریاضیات گسسته

۸۱- **گزینهٔ «۳»** (حمیدرضا امیری)

اگر $a=۲$ و $b=۳$ باشد، آنگاه $ab=۶$ زوج است ولی $a+b=۵$ فرد می‌باشد. سایر موارد قضایای کلی هستند و همواره برقرارند.

(ریاضیات گسسته- آشنایی با نظریهٔ اعداد: صفحه‌های ۲ و ۳)

۸۲- **گزینهٔ «۳»** (مهرداد ملوندی)

مثال نقض برای گزینهٔ (۳): با فرض $p=۲$ و $q=۳$، عدد $p+q=۵$ نیز عددی اول است. درستی گزینه‌های دیگر را خودتان بررسی کنید.

(ریاضیات گسسته- آشنایی با نظریهٔ اعداد: صفحه‌های ۲ و ۳)

۸۳- **گزینهٔ «۳»** (علی ایمانی)

$$\begin{cases}\forall a\in\mathbb{Z}\Rightarrow a\mid ۰ & \text{همهٔ اعداد صحیح، صفر را می‌شمارند.}\\ ۰\mid a\Rightarrow a=۰ & \text{صفر، فقط خودش را می‌شمارد.}\end{cases}$$

$$۰\mid x^۲+۳x+۲\Rightarrow x^۲+۳x+۲=۰\Rightarrow\begin{cases}x=-۱\\ x=-۲\end{cases}$$

برای هر عدد صحیح y رابطهٔ $۰\mid y^۲+۲y+۳$ برقرار است، پس بی‌شمار جواب صحیح برای y وجود دارد.

(ریاضیات گسسته- آشنایی با نظریهٔ اعداد: صفحه‌های ۹ تا ۱۲)

۸۴- **گزینهٔ «۴»** (امیرحسین ابومحبوب)

$$a=bq+۷$$
$$a+k=b(q+۲)+۱\Rightarrow k+(bq+۷)=bq+۲b+۱$$
$$\Rightarrow b=\frac{k+۶}{۲}\xrightarrow{r<b}۷<\frac{k+۶}{۲}\Rightarrow ۸<k$$

از طرفی داریم:

$$b=\frac{k+۶}{۲}\Rightarrow k=۲b-۶$$

پس k عددی زوج است و در نتیجه هیچ مقداری برای k پیدا نمی‌شود.

(ریاضیات گسسته- آشنایی با نظریهٔ اعداد: صفحه‌های ۱۴ و ۱۵)

۸۵- **گزینهٔ «۲»** (عنایت‌اله کشاورزی)

فرض کنید $d=(۳n+a,۴n+۳)$ باشد. در این‌صورت داریم:

$$\left.\begin{array}{l}d\mid ۴n+۳\xrightarrow{\times ۳}d\mid ۱۲n+۹\\ d\mid ۳n+a\xrightarrow{\times ۴}d\mid ۱۲n+۴a\end{array}\right\}\xrightarrow{\text{تفاضل}}d\mid ۴a-۹$$

اگر به ازای تمامی مقادیر n، $d=۱$ باشد، آنگاه لزوماً $۴a-۹=\pm ۱$ است و داریم:

$$\begin{cases}۴a-۹=۱\Rightarrow a=\frac{۱۰}{۴}\notin N\\ ۴a-۹=-۱\Rightarrow a=۲\in N\end{cases}$$

پس تنها یک مقدار طبیعی برای a وجود دارد.

(ریاضیات گسسته- آشنایی با نظریهٔ اعداد: صفحه‌های ۹ تا ۱۴)

۸۶- **گزینهٔ «۴»** (سروش موئینی)

$$\left.\begin{array}{l}x+۳\mid ۴x-۱\\ x+۳\mid ۴(x+۳)\end{array}\right\}\xrightarrow{\text{تفاضل}}x+۳\mid ۱۳$$

$$\Rightarrow x+۳=۱۳\text{ یا }۱\text{ یا }-۱\text{ یا }-۱۳$$

با توجه به مقادیر به دست آمده، تنها مقدار طبیعی ممکن برای x، عدد ۱۰ است و $A=(۱۰,۳)$ تنها نقطه با مختصات طبیعی روی این منحنی می‌باشد.

(ریاضیات گسسته - آشنایی با نظریهٔ اعداد: صفحه‌های ۹ تا ۱۲)

۸۷- **گزینهٔ «۲»** (جواد حاتمی)

عدد زوجی که بر ۴ بخش‌پذیر نباشد، به‌صورت $۴k+۲\ (k\in\mathbb{Z})$ قابل نمایش است. داریم:

$$a^۲=(۴k+۲)^۲=۱۶k^۲+۱۶k+۴=۴\underbrace{\left(۴k^۲+۴k+۱\right)}_{q}=۴q(q\in\mathbb{Z})$$

$$a^۴=(۴q)^۲=۱۶q^۲=۴\left(۴q^۲\right)=۴q'$$

$$\Rightarrow a^۴+a^۲+۱=۴q'+۴q+۱=۴\underbrace{\left(q'+q\right)}_{k'}+۱=۴k'+۱\left(k'\in\mathbb{Z}\right)$$

(ریاضیات گسسته- آشنایی با نظریهٔ اعداد: صفحه‌های ۱۴ تا ۱۷)

۸۸- **گزینهٔ «۴»** (علی ایمانی)

می‌دانیم $۲۴\overset{۱۵}{\equiv}۹$ و $۱۶\overset{۱۵}{\equiv}۱$، بنابراین داریم:

$$۲۴a\overset{۱۵}{\equiv}۱۶b\Rightarrow ۹a\overset{۱۵}{\equiv}b\ \text{(الف)}\Rightarrow\begin{cases}۹a\overset{۱۵}{\equiv}b\xrightarrow{۵\mid ۱۵}۹a\overset{۵}{\equiv}b\xrightarrow{۹\overset{۵}{\equiv}-۱}\\ -a\overset{۵}{\equiv}b\Rightarrow a\overset{۵}{\equiv}-b\quad\text{(ب)}\\ ۹a\overset{۱۵}{\equiv}b\xrightarrow{۳\mid ۱۵}۹a\overset{۳}{\equiv}b\\ \xrightarrow{۹\overset{۳}{\equiv}۰}b\overset{۳}{\equiv}۰\quad\text{(پ)}\end{cases}$$

$$۲۴a\overset{۱۵}{\equiv}۱۶b\xrightarrow[(۱۵,۸)=۱]{+۸}۳a\overset{۱۵}{\equiv}۲b\quad\text{(ت)}$$

هر چهار نتیجه درست است.

(ریاضیات گسسته- آشنایی با نظریهٔ اعداد: صفحه‌های ۱۸ تا ۲۲)

۸۹- **گزینهٔ «۱»** (سرژ یقیازاریان تبریزی)

$$۱۴۰۳\overset{۷}{\equiv}۳\Rightarrow ۱۴۰۳^{۱۴۰۲}\overset{۷}{\equiv}۳^{۱۴۰۲}$$

$$۳^۲\overset{۷}{\equiv}۲\xrightarrow{\text{به‌توان }۳}۳^۶\overset{۷}{\equiv}۸\overset{۷}{\equiv}۱$$

$$\xrightarrow{\text{به‌توان }۲۳۳}۳^{۱۳۹۸}\overset{۷}{\equiv}۱\xrightarrow{\times ۳^۴}۳^{۱۴۰۲}\overset{۷}{\equiv}۸۱\overset{۷}{\equiv}۴$$

(ریاضیات گسسته- آشنایی با نظریهٔ اعداد: صفحه‌های ۱۸ تا ۲۲)

۹۰- **گزینهٔ «۲»** (نیلوفر مهدوی)

نکته: در هم نهشتی به پیمانه m، مجموعه اعداد صحیح به m دسته افراز می‌شود.

اعداد ۴۱۳ و ۱۶۶ و n به پیمانه m هم نهشت‌اند یعنی در تقسیم بر m دارای باقیماندهٔ یکسان هستند.

$$۴۱۳\overset{m}{\equiv}۱۶۶\Rightarrow m\mid ۴۱۳-۱۶۶\Rightarrow m\mid ۲۴۷\Rightarrow m\mid ۱۳\times ۱۹$$

با توجه به نکتهٔ فوق برای آن‌که مجموعه اعداد صحیح به کمترین تعداد دستهٔ هم نهشتی افراز شود، m باید دارای کمترین مقدار طبیعی ممکن (و مخالف یک) باشد، در نتیجه $m=۱۳$ است و داریم:

$$۴۱۳\overset{۱۳}{\equiv}۱۶۶\overset{۱۳}{\equiv}۱۰\Rightarrow n\overset{۱۳}{\equiv}۱۰\Rightarrow n=۱۳k+۱۰$$

کوچک‌ترین عدد سه رقمی و زوج n برابر است با:

$$k=۸\Rightarrow n=(۱۳\times ۸)+۱۰=۱۱۴$$

حاصل ضرب ارقام $=۱\times ۱\times ۴=۴$

(ریاضیات گسسته- آشنایی با نظریهٔ اعداد: صفحه‌های ۱۸ و ۱۹)

AzmonVIP

فیزیک ۲

۹۱- **گزینهٔ «۲»** *(محمود منصوری)*

هنگامی‌که کلید k باز است، جریانی در مدار برقرار نیست؛ یعنی $I=0$ و در این حالت خواهیم داشت: $V=\varepsilon-Ir \xrightarrow{I=0} V=\varepsilon=15V$

هنگامی‌که کلید k بسته باشد، جریان $I=2A$ در مدار برقرار خواهد بود که در این حالت:

$$V=\varepsilon-Ir \xrightarrow[I=2A]{V=12V,\varepsilon=15V} 12=15-2r \Rightarrow 2r=3$$

$$\Rightarrow r=1/5\Omega$$

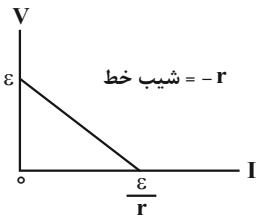
(فیزیک ۲- جریان الکتریکی و مدارهای جریان مستقیم؛ صفحه‌های ۶۱ تا ۶۶)

۹۲- **گزینهٔ «۳»** *(محمدجواد سورچی)*

با توجه به رابطهٔ ولتاژ دو سر باتری، یعنی $V=\varepsilon-rI$، در می‌یابیم در نمودار $V-I$ دو سر یک باتری، شیب خط برابر $(-r)$ و عرض از مبدأ برابر نیروی محرکه (ε) است. بنابراین، از روی نمودار $V-I$ در می‌یابیم:

$\frac{\varepsilon}{r}$ برای دو باتری A و B یکسان است، لذا می‌توان نوشت:

$$\frac{\varepsilon_B}{r_B}=\frac{\varepsilon_A}{r_A} \xrightarrow[r_B=3r_A]{\varepsilon_A=6V} \frac{\varepsilon_B}{3r_A}=\frac{6}{r_A} \Rightarrow \varepsilon_B=18V$$



(فیزیک ۲- جریان الکتریکی و مدارهای جریان مستقیم؛ صفحه‌های ۶۱ تا ۶۶)

۹۳- **گزینهٔ «۱»** *(محمود منصوری)*

برای محاسبهٔ تغییر اختلاف پتانسیل دو سر باتری، ابتدا در هر حالت مقاومت معادل مدار را می‌یابیم، سپس با استفاده از رابطهٔ $V=\frac{R_{eq}\varepsilon}{R_{eq}+r}$، اختلاف پتانسیل دو سر باتری را محاسبه می‌کنیم و در آخر، تغییر آن را به‌دست می‌آوریم:

حالت اول: $R_{eq}=\frac{6\times3}{6+3}=2\Omega$, $V=\frac{R_{eq}\varepsilon}{R_{eq}+r} \xrightarrow[r=2\Omega]{\varepsilon=12V}$

$$V=\frac{2\times12}{2+2} \Rightarrow V=6V$$

حالت دوم: $R'_{eq}=\frac{6\times12}{6+12}=4\Omega$, $V'=\frac{R'_{eq}\varepsilon}{R'_{eq}+r}$

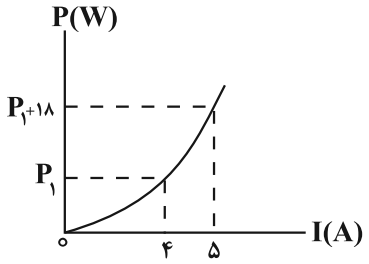
$$\Rightarrow V'=\frac{4\times12}{4+2} \Rightarrow V'=8V$$

$$\Delta V=V'-V=8-6 \Rightarrow \Delta V=2V$$

(فیزیک ۲- جریان الکتریکی و مدارهای جریان مستقیم؛ صفحه‌های ۷۰ تا ۷۷)

۹۴- **گزینهٔ «۴»** *(زهره آقامحمدی)*

با توجه به رابطهٔ توان مصرفی در مقاومت، داریم:



$$P=RI^2$$

$$\Rightarrow \Delta P=R(I_2^2-I_1^2) \xrightarrow[I_1=4A]{I_2=5A,\Delta P=18W} 18=R(25-16)$$

$$\Rightarrow R=2\Omega \xrightarrow[I=6A]{V=RI} V=12V$$

(فیزیک ۲- جریان الکتریکی و مدارهای جریان مستقیم؛ صفحه‌های ۶۸ تا ۷۰)

۹۵- **گزینهٔ «۲»** *(بهنام رستمی)*

مقاومت ولت‌سنج بسیار زیاد و مقاومت آمپرسنج ناچیز است. اگر جای آمپرسنج و ولت‌سنج عوض شود، چون ولت‌سنج به صورت متوالی در مدار قرار می‌گیرد، در نتیجه جریان در مدار اُفت شدید پیدا می‌کند و به صفر می‌رسد و ولت‌سنج عدد نیروی محرکهٔ باتری را نمایش می‌دهد که برابر با ۱۲ ولت است.

(فیزیک ۲- جریان الکتریکی و مدارهای جریان مستقیم؛ صفحه‌های ۶۱ تا ۶۶)

۹۶- **گزینهٔ «۲»** *(غلامرضا محبی)*

الف) موازی

ب) موازی

پ) دو سر R_1 اتصال کوتاه است. بنابراین فقط مقاومت R_2 در مدار وجود دارد.

ت) مقاومت‌ها متوالی‌اند.

بنابراین فقط موارد «الف» و «ب» به‌طور موازی بسته شده‌اند.

(فیزیک ۲- جریان الکتریکی و مدارهای جریان مستقیم؛ صفحه‌های ۷۰ تا ۷۷)

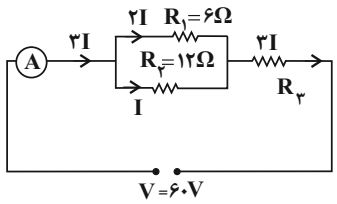
۹۷- **گزینهٔ «۴»** *(عبدالرضا امینی‌نسب)*

اگر جریان مقاومت R_2 را I فرض کنیم، بنا به رابطهٔ $R_1I_1=R_2I_2$ جریان عبوری از مقاومت R_1، برابر $2I$ می‌شود. از طرف دیگر، چون جریان مقاومت R_3 برابر مجموع جریان‌های R_1 و R_2 است، جریان عبوری از مقاومت R_3 برابر با $3I$ می‌شود. بنابراین:

$$P_3=4/5P_2 \xrightarrow{P=RI^2} R_3(3I)^2=4/5R_2(I)^2$$

$$\Rightarrow R_3\times9=4/5\times12 \Rightarrow R_3=6\Omega$$

AzmonVIP



اکنون مقاومت معادل را محاسبه می‌کنیم:

$$R' = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} = \frac{۶ \times ۱۲}{۶ + ۱۲} = ۴\Omega$$

$$R_{eq} = R' + R_3 = ۴\Omega + ۶\Omega = ۱۰\Omega$$

در نهایت عدد آمپرسنج (یعنی همان جریان اصلی مدار) برابر است با:

$$I_T = \frac{V_T}{R_{eq}} = \frac{۶۰}{۱۰} = ۶A$$

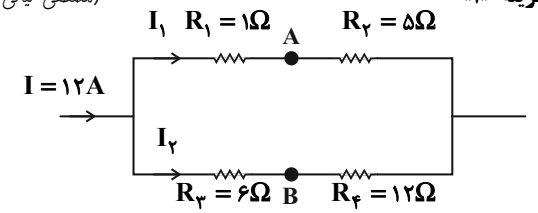
(فیزیک ۲- جریان الکتریکی و مدارهای جریان مستقیم؛ صفحه‌های ۷۰ تا ۷۷)

۹۸- **گزینهٔ «۱»** *(عبدالرضا امینی‌نسب)*

با بستن کلید K، مقاومت R_1 به‌صورت موازی به مدار اضافه می‌شود؛ بنابراین مقاومت کل مدار کاهش می‌یابد. در نتیجه، طبق رابطهٔ $I = \frac{\varepsilon}{R_{eq} + r}$ جریان مدار افزایش می‌یابد و آمپرسنج عدد بزرگ‌تری را نشان می‌دهد. همچنین بنا به رابطهٔ $V = \varepsilon - rI$، چون ε ثابت است، با افزایش جریان مدار، مقدار rI افزایش می‌یابد. در نتیجه اختلاف پتانسیل دو سر باتری که ولت‌سنج نشان می‌دهد، کاهش خواهد یافت.

(فیزیک ۲- جریان الکتریکی و مدارهای جریان مستقیم؛ صفحه‌های ۷۰ تا ۷۷)

۹۹- **گزینهٔ «۱»** *(مصطفی کیانی)*



ابتدا جریان‌های I_1 و I_2 را به‌دست می‌آوریم. چون مقاومت معادل شاخه‌های بالا و پایین با هم موازی‌اند، می‌توان نوشت:

$$V_{1,2} = V_{3,4} \Rightarrow R_{1,2} I_1 = R_{3,4} I_2$$

$$\xrightarrow[R_{3,4}=۶+۱۲=۱۸\Omega]{R_{1,2}=۱+۵=۶\Omega} ۶I_1 = ۱۸I_2 \Rightarrow I_1 = ۳I_2$$

$$I_1 + I_2 = I \xrightarrow[I_1 = ۳I_2]{I=۱۲A} ۳I_2 + I_2 = ۱۲ \Rightarrow ۴I_2 = ۱۲$$

$$\Rightarrow I_2 = ۳A \,,\, I_1 = ۳ \times ۳ = ۹A$$

اکنون از نقطهٔ A و در خلاف جهت جریان I_1 به نقطهٔ B می‌رویم و تغییر پتانسیل هر جزء را می‌نویسیم:

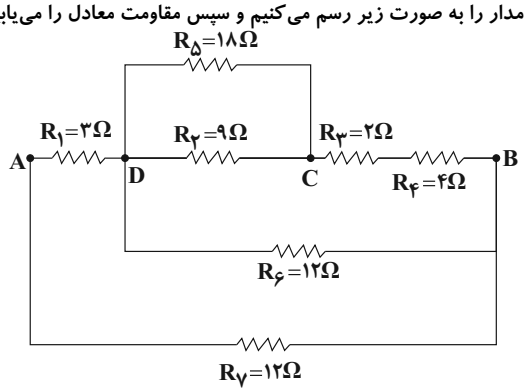
$$V_A + R_1 I_1 - R_3 I_2 = V_B \xrightarrow[R_3=۶\Omega \,,\, I_2=۳A]{R_1=۱\Omega \,,\, I_1=۹A}$$

$$V_A + ۱ \times ۹ - ۶ \times ۳ = V_B \Rightarrow V_A - V_B = ۹V$$

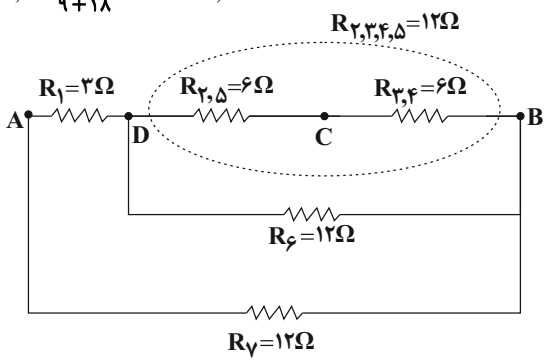
(فیزیک ۲- جریان الکتریکی و مدارهای جریان مستقیم؛ صفحه‌های ۶۱ تا ۶۶)

۱۰۰- **گزینهٔ «۱»** *(علی ایرانشاهی)*

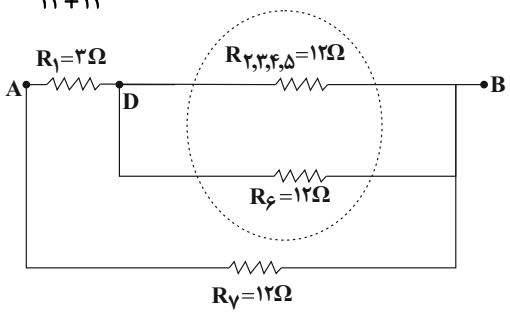
ابتدا مدار را به صورت زیر رسم می‌کنیم و سپس مقاومت معادل را می‌یابیم:

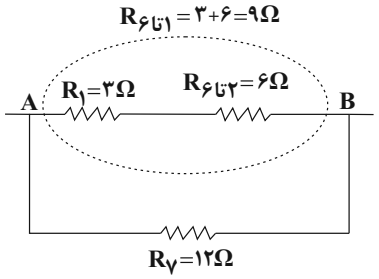


$$R_{2,5} = \frac{۹ \times ۱۸}{۹ + ۱۸} = ۶\Omega \,,\, R_{3,4} = ۲ + ۴ = ۶\Omega$$



$$R_{۶\text{تا}۲} = \frac{۱۲ \times ۱۲}{۱۲ + ۱۲} = ۶\Omega$$





$$R_{eq} = \frac{۱۲ \times ۹}{۱۲ + ۹} = \frac{۹ \times ۱۲}{۲۱} \Rightarrow R_{eq} = \frac{۳۶}{۷}\Omega$$

(فیزیک ۲- جریان الکتریکی و مدارهای جریان مستقیم؛ صفحه‌های ۷۰ تا ۷۷)

AzmonVIP

فیزیک ۱

۱۰۱- گزینهٔ «۴» *(احسان مطلبی)*

ابتدا جرم و تندی نهایی هواپیما را بعد از تغییر آن‌ها به‌دست می‌آوریم:

$$m_۲ = m_۱ - \frac{۵۰}{۱۰۰}m_۱ = \frac{۵۰}{۱۰۰}m_۱ = \frac{۱}{۲}m_۱ \Rightarrow m_۲ = \frac{۱}{۲}m_۱$$

$$v_۲ = v_۱ - \frac{۲۰}{۱۰۰}v_۱ = \frac{۸۰}{۱۰۰}v_۱ = \frac{۴}{۵}v_۱ \Rightarrow v_۲ = \frac{۴}{۵}v_۱$$

اکنون به کمک رابطهٔ انرژی جنبشی نسبت $\frac{K_۲}{K_۱}$ را محاسبه می‌کنیم:

$$K = \frac{۱}{۲}mv^۲ \Rightarrow \frac{K_۲}{K_۱} = \frac{m_۲}{m_۱} \times (\frac{v_۲}{v_۱})^۲$$

$$\Rightarrow \frac{K_۲}{K_۱} = \frac{\frac{۱}{۲}m_۱}{m_۱} \times (\frac{\frac{۴}{۵}v_۱}{v_۱})^۲ = \frac{۱}{۲} \times \frac{۱۶}{۲۵} = \frac{۸}{۲۵} \Rightarrow K_۲ = \frac{۸}{۲۵}K_۱$$

در نهایت داریم:

$$\Delta K = K_۲ - K_۱ = \frac{۸}{۲۵}K_۱ - K_۱ \Rightarrow \Delta K = -\frac{۱۷}{۲۵}K_۱$$

$$\text{درصد تغییرات انرژی جنبشی} = \frac{\Delta K}{K_۱} \times ۱۰۰ = -\frac{۱۷}{۲۵} \times ۱۰۰ = -۶۸\%$$

علامت منفی به معنای کاهش انرژی جنبشی می‌باشد.

(فیزیک ۱- کار، انرژی و توان؛ صفحهٔ ۵۴)

۱۰۲- گزینهٔ «۲» *(اسماعیل احمدی)*

ابتدا کار نیروی $\vec{F} = ۶۰\vec{i}$ را در جابه‌جایی‌های قائم و افقی به‌دست می‌آوریم و سپس آن‌ها را با هم جمع می‌کنیم.

کار نیروی F روی مؤلفهٔ افقی جابه‌جایی: $W_x = Fd\cos\theta$

$$\vec{F} = ۶۰\vec{i} \Rightarrow F_x = ۶۰N,\ d_x = ۴m,\ \theta = ۰ \quad W_x = ۶۰ \times ۴ \times \cancel{\cos ۰^\circ}^{+۱}$$

$$\Rightarrow W_x = ۲۴۰J$$

کار نیروی F روی مؤلفهٔ عمودی جابه‌جایی: $W_y = Fd\cos\theta$

$$\vec{F} = ۶۰\vec{i} \Rightarrow F = ۶۰N,\ d_y = ۵m,\ \theta = ۹۰^\circ \quad W_y = ۶۰ \times ۵ \times \cos ۹۰^\circ \Rightarrow W_y = ۰$$

بنابراین کار نیروی F برابر است با:

$$W_F = W_x + W_y \Rightarrow W_F = ۲۴۰ + ۰ = ۲۴۰J$$

(فیزیک ۱- کار، انرژی و توان؛ صفحه‌های ۵۵ تا ۶۰)

۱۰۳- گزینهٔ «۲» *(محمدرضا حسین‌نژادی)*

ابتدا کار هر کدام از چهار نیرو را جداگانه حساب می‌کنیم:

$$\begin{cases} W_{F_۱} = F_۱d\cos ۰^\circ = ۲۰ \times ۲ \times ۱ = ۴۰J \\ W_{F_۳} = F_۳d\cos ۶۰^\circ = ۲۰ \times ۲ \times \frac{۱}{۲} = ۲۰J \\ W_{F_۲} = F_۲d\underbrace{\cos ۹۰^\circ}_{\text{صفر}} = ۰ \\ W_{F_۴} = F_۴d\cos(۱۸۰^\circ - ۳۷^\circ) = -F_۴d\cos ۳۷^\circ = -۲۰ \times ۲ \times ۰/۸ = -۳۲J \end{cases}$$

اکنون کار برایند نیروها را حساب می‌کنیم: $W_T = ۴۰ + ۲۰ + ۰ - ۳۲ = ۲۸J$

$$\frac{W_T}{W_{F_۳}} = \frac{۲۸}{۲۰} = \frac{۱۴}{۱۰} = \frac{۷}{۵}$$

(فیزیک ۱- کار، انرژی و توان؛ صفحه‌های ۵۵ تا ۶۰)

۱۰۴- گزینهٔ «۳» *(خسرو ارغوانی‌فرد)*

طبق قضیهٔ کار و انرژی جنبشی، کار نیروی خالص وارد بر جسم برابر با تغییر انرژی جنبشی آن است. بنابراین داریم:

$$W_t = \Delta K \Rightarrow W_t = \frac{۱}{۲}m(v_۲^۲ - v_۱^۲) \xrightarrow[v_۱ = ۳\frac{m}{s}]{W_t = ۲۷J,\ m = ۲kg}$$

$$۲۷ = \frac{۱}{۲} \times ۲ \times (v_۲^۲ - ۹) \Rightarrow ۳۶ = v_۲^۲ \Rightarrow v_۲ = ۶\frac{m}{s}$$

(فیزیک ۱- کار، انرژی و توان؛ صفحه‌های ۶۱ تا ۶۳)

۱۰۵- گزینهٔ «۳» *(امیرحسین برادران)*

با استفاده از قضیهٔ کار و انرژی جنبشی داریم:

$$W_t = \Delta K$$

$$\xrightarrow[\Delta K = \frac{۱}{۲}mv_۲^۲ - \frac{۱}{۲}mv_۱^۲,\ v_۲ = ۶\frac{m}{s}, v_۱ = ۴\frac{m}{s},\ d = ۲۰m]{W_t = W_{F_۱} + W_{F_۲},\ M = ۱/۵kg,\ W_{F_۲} = F_۲d\cos(۰),\ F_۲ = ۲۰N}$$

$$W_{F_۲} + W_{F_۱} = \frac{۱}{۲}mv_۲^۲ - \frac{۱}{۲}mv_۱^۲ \Rightarrow F_۲d + W_{F_۱} = \frac{۱}{۲}m(v_۲^۲ - v_۱^۲)$$

$$\Rightarrow ۲۰ \times ۲۰ + W_{F_۱} = \frac{۱}{۲} \times \frac{۳}{۲}(۶^۲ - ۴^۲) \Rightarrow W_{F_۱} = ۱۵ - ۴۰۰ = -۳۸۵J$$

(فیزیک ۱- کار، انرژی و توان؛ صفحه‌های ۶۱ تا ۶۳)

۱۰۶- گزینهٔ «۲» *(مصطفی کیانی)*

چون مقاومت هوا وجود ندارد، انرژی مکانیکی گلوله پایسته می‌ماند و در تمام نقاط، مقدار آن ثابت است. بنابراین، کافی است، انرژی مکانیکی اولیهٔ گلوله را بیابیم:

$$E_۱ = U_۱ + K_۱ \xrightarrow{U_۱ = ۰} E_۱ = \frac{۱}{۲}mv_۱^۲ \xrightarrow[v_۱ = ۲۰\frac{m}{s}]{m = ۲۰۰g = ۰/۲kg}$$

$$E_۱ = \frac{۱}{۲} \times \frac{۲}{۱۰} \times ۴۰۰ \Rightarrow E_۱ = E_{\text{کل}} = ۴۰J$$

(فیزیک ۱- کار، انرژی و توان؛ صفحه‌های ۶۸ تا ۷۰)

AzmonVIP

۱۰۷- **گزینهٔ «۱»** (مصطفی کیانی)

طبق قضیهٔ کار – انرژی جنبشی، داریم:

$$W_t = K_2 - K_1 \Rightarrow W_{وزن} + W_{مقاومت\ هوا} = \frac{1}{2}mv_2^2 - \frac{1}{2}mv_1^2$$

$$\Rightarrow mgh + W_{مقاومت\ هوا} = \frac{1}{2}m(v_2^2 - v_1^2)$$

$$\Rightarrow m\times 10\times 300 - 135000 = \frac{1}{2}m\times(40^2 - 10^2)$$

$$\Rightarrow 3000m - 135000 = 750m \Rightarrow 2250m = 135000$$

$$\Rightarrow m = 60kg$$

(فیزیک ۱– کار، انرژی و توان؛ صفحه‌های ۶۱ تا ۶۴)

۱۰۸- **گزینهٔ «۲»** (امیرحسین برادران)

با استفاده از پایستگی انرژی مکانیکی داریم:

$$\begin{cases} E_1 = U_1 + K_1 = mgh_1 + \frac{1}{2}mv_1^2 \\ E_2 = U_2 + K_2 = mgh_2 + K_2 \end{cases}$$

$$\xrightarrow{U_2 = 4K_2,\ E_1 = E_2}$$

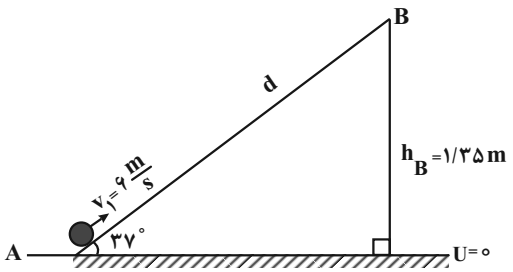
$$(m\times 10\times 10) + (\frac{1}{2}\times m\times 5^2) = (m\times 10\times h_2) + (\frac{1}{4}\times m\times 10\times h_2)$$

$$\Rightarrow 12/5h_2 = 112/5 \Rightarrow h_2 = 9m$$

(فیزیک ۱– کار، انرژی و توان؛ صفحه‌های ۶۸ تا ۷۰)

۱۰۹- **گزینهٔ «۲»** (زهره آقامحمدی)

ابتدا فرض می‌کنیم که جسم تا نقطهٔ B بالا می‌رود. در این حالت با توجه به شکل داریم:



$$\sin 37^\circ = \frac{h_B}{d} \Rightarrow \frac{6}{10} = \frac{1/35}{d} \Rightarrow d = 2/25m$$

چون نیروی اصطکاک وجود دارد، انرژی مکانیکی پایسته نمی‌ماند، بنابراین داریم:

$$W_f = E_B - E_A \Rightarrow W_f = (U_B + K_B) - (U_A + K_A)$$

$$\Rightarrow f_k d\cos 180^\circ = mgh_B - \frac{1}{2}mv_A^2$$

$$\Rightarrow -f_k\times 2/25 = 2\times 10\times 1/35 - \frac{1}{2}\times 2\times 36$$

$$-2/25f_k = -9 \Rightarrow f_k = 4N$$

در نهایت داریم:

$$\xrightarrow{W=mg=2\times 10=20N} \frac{W}{f_k} = \frac{20}{4} = 5$$

(فیزیک ۱– کار، انرژی و توان؛ صفحه‌های ۶۴ تا ۷۲)

۱۱۰- **گزینهٔ «۱»** (مهدی آذرنسب)

با داشتن مقدار توان خروجی (دقت کنید که توان داده شده، توان خروجی است و نیازی به استفاده از بازده نیست) و مدت زمان آن، می‌توان کار مفید را به‌دست آورد:

$$P_{خروجی} = \frac{W_{مفید}}{t} \Rightarrow W_{مفید} = P_{خروجی}\times t$$

$$\xrightarrow[P=400W]{t=5min=300s} W_{مفید} = 400\times 300 = 120000J$$

چون کار مفید بر روی مایع انجام شده، باعث افزایش انرژی جنبشی و انرژی پتانسیل آن شده است. بنابراین با استفاده از آن جرم مایع را پیدا می‌کنیم:

$$W_{مفید} = \Delta U + \Delta K \Rightarrow 120000 = mgh + \frac{1}{2}mv^2$$

$$\Rightarrow 120000 = m(10\times 20 + \frac{1}{2}\times(20\sqrt{3})^2)$$

$$\Rightarrow 120000 = m(200 + 600) \Rightarrow m = \frac{120000}{800} = 150kg$$

درنهایت حجم مایع برابر است با:

$$V = \frac{m}{\rho} \xrightarrow{\rho = 2/25\frac{g}{cm^3} = 2250\frac{kg}{m^3}} V = \frac{150}{2250} = \frac{1}{15}m^3$$

(فیزیک ۱– کار، انرژی و توان؛ صفحه‌های ۷۳ تا ۷۶)

AzmonVIP

فیزیک ۳

۱۱۱- **گزینهٔ «۳»** (امیر پوریوسف)

با توجه به نمودار در بازهٔ زمانی $t_1 = 8s$ تا $t_2 = 20s$ که نمودار زیر محور t است، در واقع $x < 0$ است و بردار مکان درخلاف جهت محور x است.

$$s_{av} = \frac{\ell}{\Delta t} = \frac{6+6}{20-8} = \frac{12}{12} = 1\frac{m}{s}$$

در بازهٔ زمانی $t'_1 = 4s$ تا $t'_2 = 13s$ که شیب خط مماس بر نمودار منفی است، سرعت نیز منفی است و متحرک درخلاف جهت محور x درحال حرکت است، بنابراین بزرگی سرعت متوسط در این بازهٔ زمانی برابر است با:

$$v_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{-6-(+6)}{13-4} = \frac{-12}{9}\frac{m}{s} \Rightarrow |v_{av}| = \frac{4}{3}\frac{m}{s}$$

$$\frac{v_{av}}{s_{av}} = \frac{\frac{4}{3}}{1} = \frac{4}{3}$$

(فیزیک ۳- حرکت بر خط راست؛ صفحه‌های ۲ تا ۱۰)

۱۱۲- **گزینهٔ «۴»** (محمدکاظم منشاری)

با توجه به این‌که حرکت دو متحرک یکنواخت با تندی یکسان است، معادلهٔ حرکت دو متحرک را می‌نویسیم و اختلاف فاصلهٔ دو متحرک را در مبدأ زمان حساب می‌کنیم.

$$\text{معادلهٔ حرکت}: \begin{cases} x_A = -4t + x_{0A} \Rightarrow x_A = 0 \Rightarrow t_A = \frac{x_{0A}}{4} \\ x_B = -4t + x_{0B} \Rightarrow x_B = 0 \Rightarrow -4t + x_{0B} = 0 \Rightarrow t_B = \frac{x_{0B}}{4} \end{cases}$$

$$\Rightarrow t_B - t_A = 90s \Rightarrow +\frac{x_{0B}}{4} - \frac{x_{0A}}{4} = 90 \Rightarrow x_{0B} - x_{0A} = 360m$$

(فیزیک ۳- حرکت بر خط راست؛ صفحه‌های ۱۳ تا ۱۵)

۱۱۳- **گزینهٔ «۲»** (سید علی میرنوری)

رابطهٔ سرعت – جابه‌جایی را یک‌بار برای مسیر AB و بار دیگر برای مسیر BC می‌نویسیم و به‌صورت زیر v را می‌یابیم:

$$\begin{cases} AB \Rightarrow v_B^2 - v_A^2 = 2a\overline{AB} \xrightarrow[v_A = 6\frac{m}{s}]{v_B = v} v^2 - 36 = 2a\overline{AB} \\ BC \Rightarrow v_C^2 - v_B^2 = 2a\overline{BC} \xrightarrow[\overline{BC} = \frac{5}{4}\overline{AB}]{v_C = 0, v_B = v} 0 - v^2 = 2a \times \frac{5}{4}\overline{AB} \end{cases}$$

$$\Rightarrow \frac{v^2 - 36}{-v^2} = \frac{2a\overline{AB}}{2a \times \frac{5}{4}\overline{AB}} \Rightarrow \frac{v^2 - 36}{-v^2} = \frac{4}{5}$$

$$\Rightarrow 5v^2 - 5 \times 36 = -4v^2 \Rightarrow 9v^2 = 5 \times 36$$

$$\Rightarrow v^2 = 5 \times 4 \Rightarrow v = 2\sqrt{5}\frac{m}{s}$$

(فیزیک ۳- حرکت بر خط راست؛ صفحه‌های ۱۸ تا ۱۹)

۱۱۴- **گزینهٔ «۱»** (امیرعلی حاتم‌خانی)

به بررسی عبارات می‌پردازیم:

گزینهٔ «۱»: نادرست؛ برای تغییر جهت بردار مکان بایستی ریشهٔ ساده معادله مکان را محاسبه کنیم. اگر برای t دو عدد مثبت به دست آید، یعنی بردار مکان دو بار تغییر جهت می‌دهد و اگر یک عدد مثبت به‌دست آید، یعنی یک بار تغییر جهت می‌دهد و اگر هر دو جواب منفی باشند، بردار مکان تغییر جهت نمی‌دهد.

$$x = 0 \Rightarrow 2t^2 - 8t - 25 = 0 \Rightarrow t = \frac{8 \pm \sqrt{264}}{4} \begin{cases} \frac{4+\sqrt{66}}{2}s & \text{ق.ق} \\ \frac{4-\sqrt{66}}{2}s & \text{غ.ق.ق} \end{cases}$$

چون یک جواب مثبت به‌دست آمده است، بردار مکان متحرک یک‌بار تغییر جهت می‌دهد.

گزینهٔ «۲»: درست؛ چون $a > 0$ و $v_0 < 0$ است، در ابتدا حرکت کندشونده و سپس از لحظهٔ تغییر جهت $(t = 2s)$ حرکت تندشونده است. بنابراین متحرک ابتدا کندشونده و سپس تندشونده حرکت کرده است.

گزینهٔ «۳»: درست؛ در لحظهٔ تغییر جهت حرکت باید سرعت برابر صفر باشد و ریشهٔ آن مضاعف نباشد. $v = 0 \xrightarrow{v=4t-8} t = 2s$

گزینهٔ «۴»: درست؛ ابتدا متحرک به مدت $2s$ در سوی مخالف محور x حرکت می‌کند، سپس در لحظهٔ $t = 2s$ تغییر جهت می‌دهد و در سوی مثبت محور x ادامه مسیر می‌دهد. بنابراین برای لحظه‌های $t > 2s$ از جمله $t_1 = 2s$ تا $t_2 = 7s$ در سوی مثبت محور حرکت می‌کند.

(فیزیک ۳- حرکت بر خط راست؛ صفحه‌های ۱۵ تا ۲۱)

۱۱۵- **گزینهٔ «۱»** (زهره آقامحمدی)

با استفاده از تعریف سرعت متوسط داریم:

$$\Delta y = v_{av}\Delta t \Rightarrow \Delta y = 29/4 \times 2 = 58/8m \quad (1)$$

اگر محل رها شدن گلوله را مبدا مکان و جهت رو به پایین را مثبت فرض کنیم، داریم:

$$y = \frac{1}{2}gt^2 \Rightarrow \begin{cases} y_1 = \frac{1}{2}gt_1^2 \\ y_2 = \frac{1}{2}gt_2^2 \end{cases} \Rightarrow y_2 - y_1 = \frac{1}{2}g(t_2^2 - t_1^2)$$

$$\Rightarrow y_2 - y_1 = \frac{1}{2}g(t_2 - t_1)(t_2 + t_1)$$

$$\xrightarrow{t_2 - t_1 = 2s} 58/8 = \frac{1}{2} \times 9/8 \times 2 \times (t_2 + t_1)$$

$$\Rightarrow (t_2 + t_1) = 6 \quad (2)$$

از طرفی $(t_2 - t_1) = 2s$ است. با حل هم‌زمان این معادله‌ها داریم:

$$\begin{cases} t_1 = 2s \\ t_2 = 4s \end{cases}$$

در نتیجه: $v = gt \Rightarrow v_2 = 9/8 \times 4 = 39/2m/s$

(فیزیک ۳- حرکت بر خط راست؛ صفحه‌های ۲۱ تا ۲۴)

۱۱۶- **گزینهٔ «۴»** (محمدعلی راست‌پیمان)

جابه‌جایی در t ثانیهٔ اول حرکت برابر است با: $y = \frac{1}{2}gt^2 \Rightarrow y_1 = \frac{1}{2}gt^2$

جابه‌جایی در t ثانیهٔ چهارم حرکت، یعنی در بازهٔ $3t$ تا $4t$ ثانیه برابر است با:

$$y_4 = [\frac{1}{2}g(4t)^2] - [\frac{1}{2}g(3t)^2] = 7(\frac{1}{2}gt^2)$$

بنابراین: $y_4 - y_1 = 7(\frac{1}{2}gt^2) - (\frac{1}{2}gt^2) = 6(\frac{1}{2}gt^2) = 3gt^2$

نکته: هنگام سقوط آزاد در شرایط خلأ، جابه‌جایی در t ثانیه‌های متوالی تصاعدی عددی است که اندازهٔ قدر نسبت این تصاعد $d = (gt^2)$ است.

$$y_1, (y_1 + gt^2), (y_1 + 2gt^2), \ldots$$

(فیزیک ۳- حرکت بر خط راست؛ صفحه‌های ۲۱ تا ۲۴)

AzmonVIP

۱۱۷- **گزینهٔ «۳»** (مسام نادری)

معادلهٔ مکان- زمان دو گلوله را نوشته و از هم کم می‌کنیم تا معادلهٔ فاصلهٔ بین دو گلوله به‌دست آید:

$$y_1 = -\frac{1}{2}gt^2 \xrightarrow{g=10\frac{m}{s^2}} y_1 = -5t^2$$

$$y_2 = -\frac{1}{2}g(t-1)^2 \xrightarrow{g=10\frac{m}{s}} y_2 = -5(t-1)^2 \Rightarrow$$

$$y_2 = -5(t^2-2t+1) = -5t^2+10t-5$$

$$\Delta y = y_2 - y_1 = 10t-5$$

معادلهٔ به‌دست آمده بیانگر خطی راست با شیب ثابت $10\frac{m}{s}$ است، یعنی Δy (فاصلهٔ بین دو گلوله) در هر ثانیه $10m$ افزایش می‌یابد.

(فیزیک ۳- حرکت بر خط راست؛ صفحه‌های ۲۱ تا ۲۴)

۱۱۸- **گزینهٔ «۳»** (مسعود قهرمانی)

محل رها شدن سنگ را مبدأ مکان و جهت مثبت را به سمت پایین در نظر می‌گیریم. اگر کل زمان سقوط سنگ تا رسیدن به زمین برابر با t ثانیه باشد، با استفاده از رابطهٔ مستقل از شتاب در حرکت با شتاب ثابت داریم:

$$\Delta y_{(t-3)-t} = 3\Delta y_{0-3}$$

$$\Rightarrow \frac{v_{t-3}+v_t}{2}\times 3 = 3\times\frac{v_0+v_3}{2}\times 3 \xrightarrow{v=gt+v_0}$$

$$\Rightarrow g(t-3)+gt = 3\times 3g \Rightarrow t = 6s$$

بنابراین تندی سنگ در لحظهٔ رسیدن به زمین برابر است با:

$$v = gt + v_0 = 10\times 6 + 0 = 60\frac{m}{s}$$

(فیزیک ۳- حرکت بر خط راست؛ صفحه‌های ۲۱ تا ۲۴)

۱۱۹- **گزینهٔ «۲»** (مسعود قهرمانی)

ابتدا با توجه به انرژی جنبشی گلوله، تندی آن را دو ثانیه قبل از برخورد به زمین محاسبه می‌کنیم:

$$K = \frac{1}{2}mv^2 \Rightarrow 32 = \frac{1}{2}\times 40\times 10^{-3}\times v^2 \Rightarrow v = 40\frac{m}{s}$$

اگر جهت مثبت را به سمت پایین و کل زمان سقوط گلوله تا رسیدن به زمین را t در نظر بگیریم، طبق صورت سؤال در لحظهٔ $t_2 = (t-2)s$ سرعت گلوله برابر با $v_2 = 40\frac{m}{s}$ است. از طرفی سه ثانیهٔ آخر حرکت بازهٔ زمانی بین لحظه‌های $t_1 = (t-3)s$ تا $t_3 = (t)s$ است. سرعت گلوله را در لحظه‌های t_1 و t_3 می‌یابیم، داریم:

$$\xrightarrow{t_1=(t-3)s} v_1 = g(t-3) = g(t-2-1) = g(t-2) - g$$

$$\Rightarrow v_1 = 40-10 \Rightarrow v_1 = 30\frac{m}{s}$$

$$\xrightarrow{t_3=(t)s} v_3 = g(t) = g(t-2+2) = g(t-2)+2g$$

$$\Rightarrow v_3 = 40+20 \Rightarrow v_3 = 60\frac{m}{s}$$

حال با استفاده از تعریف سرعت متوسط در حرکت با شتاب ثابت داریم:

$$v_{av} = \frac{\Delta y}{\Delta t} = \frac{v_1+v_3}{2} \Rightarrow \frac{\Delta y}{3} = \frac{30+60}{2} \Rightarrow \Delta y = 135m$$

(فیزیک ۳- حرکت بر خط راست؛ صفحه‌های ۲۱ تا ۲۴)

۱۲۰- **گزینهٔ «۱»** (غلامرضا محبی)

برای این که دو گلوله به هم برخورد کنند، باید مدت زمان حرکت گلوله‌ها از مکان اولیه حرکت‌شان تا رسیدن به پای ساختمان با هم برابر باشند. با توجه به این که گلولهٔ A روی سطح افقی بدون اصطکاک پرتاب شده است، در تمام مسیر سرعت آن ثابت می‌ماند، بنابراین داریم:

$$\text{گلولهٔ } B: \Delta y_B = -\frac{1}{2}gt_B^2 \xrightarrow[g=10\frac{m}{s^2}]{\Delta y_B=-18m}$$

$$-18 = -\frac{1}{2}\times 10\times t_B^2 \Rightarrow t_B = \sqrt{3/6}s$$

$$\Rightarrow \text{گلولهٔ } A: \Delta x_A = v_A\Delta t \xrightarrow[v_A=\sqrt{10}\frac{m}{s}]{\Delta t=\sqrt{3/6}s} \Delta x_A = \sqrt{10}\times\sqrt{3/6}$$

$$\Rightarrow \Delta x_A = \sqrt{36} = 6m$$

(فیزیک ۳- حرکت بر خط راست؛ صفحه‌های ۱۳ تا ۱۵ و ۲۱ تا ۲۴)

فیزیک ۳- آشنا

۱۲۱- **گزینهٔ «۱»** (کتاب اول)

با توجه به این نکته که شیب خط مماس بر نمودار مکان- زمان در هر لحظه، سرعت در آن لحظه را نشان می‌دهد، از شروع حرکت تا لحظهٔ t_1، سرعت متحرک کاهش می‌یابد. از طرفی می‌دانیم که در مکان‌های مثبت، بردار مکان در جهت مثبت و در مکان‌های منفی، بردار مکان در جهت منفی می‌باشد. با توجه به نمودار، یکبار مکان متحرک از منفی به مثبت تغییر می‌کند و بنابراین جهت بردار مکان یک‌بار عوض می‌شود.

(فیزیک ۳- حرکت بر خط راست؛ صفحه‌های ۲ تا ۱۰)

۱۲۲- **گزینهٔ «۲»** (کتاب اول)

جهت حرکت متحرک دوم را مثبت و جهت حرکت متحرک اول را منفی در نظر می‌گیریم. داریم:

$$|x_2-x_1| = |v_2t+x_0-(v_1t+x_0)| = |(v_2-v_1)t|$$

$$\xrightarrow[v_1=-15m/s]{|x_2-x_1|=1000m,\ v_2=25m/s} 1000 = |(25-(-15))t| \Rightarrow t = 25s$$

(فیزیک ۳- حرکت بر خط راست؛ صفحه‌های ۱۲ تا ۱۵)

۱۲۳- **گزینهٔ «۴»** (کتاب اول)

ابتدا با توجه به نمودار سرعت- زمان، شتاب حرکت جسم را پیدا می‌کنیم:

$$a = \frac{v_2-v_1}{\Delta t} \xrightarrow[\Delta t=1/5s]{v_1=8m/s,\ v_2=11m/s} a = \frac{11-8}{1/5} = 2m/s^2$$

اکنون با توجه به اینکه عرض از مبدأ نمودار سرعت- زمان برابر سرعت اولیهٔ متحرک است، معادلهٔ مکان- زمان متحرک را به دست می‌آوریم:

$$x = \frac{1}{2}at^2 + v_0t + x_0 \xrightarrow[a=2m/s^2]{v_0=8m/s,\ x_0=-5m} x = t^2+8t-5$$

(فیزیک ۳- حرکت بر خط راست؛ صفحه‌های ۱۵ تا ۲۱)

۱۲۴- **گزینهٔ «۲»** (کتاب اول)

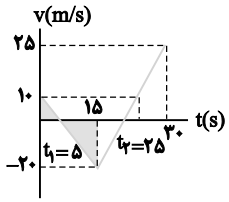
با توجه به اینکه مساحت زیر نمودار $a-t$ برابر Δv می‌باشد، نمودار سرعت- زمان را رسم می‌کنیم و با توجه به اینکه مساحت زیر نمودار $v-t$، اندازهٔ جابه‌جایی را مشخص می‌کند، مسئله را حل می‌کنیم.

AzmonVIP

در بازهٔ $0 < t < 15s$، مساحت زیر نمودار $a-t$ برابر -30 می‌باشد. پس سرعت از $10m/s$ به $-20m/s$ می‌رسد. در بازهٔ $15s < t < 30s$، مساحت زیر نمودار $a-t$ برابر ۴۵ است و سرعت از $-20m/s$ به $25m/s$ می‌رسد.

برای محاسبهٔ جابه‌جایی که مساحت زیر نمودار $v-t$ است نیاز داریم زمان t_1 را به کمک تشابه مثلث‌ها به‌دست آوریم:

$$\frac{10}{t_1}=\frac{20}{15-t_1}\Rightarrow t_1=5s$$



با توجه به اینکه شتاب در ۵ ثانیهٔ آخر حرکت $3m/s$ است، تغییرات سرعت در آن $15m/s$ می‌باشد و سرعت از $v=10m/s$ به $v=25m/s$ رسیده است. پس جابه‌جایی در ۵ ثانیهٔ آخر برابر است با:

$$d_2=\frac{10+25}{2}\times 5=\frac{175}{2}m$$

و اندازهٔ جابه‌جایی در ۵ ثانیه اول برابر است با:

$$d_1=\frac{5\times 10}{2}=25m$$

و نسبت آن ها برابر است با:

$$\frac{d_2}{d_1}=\frac{\frac{175}{2}}{25}=3/5$$

(فیزیک ۳- حرکت بر خط راست؛ صفحه‌های ۱۵ تا ۲۱)

۱۲۵- **گزینهٔ «۲»** *(کتاب اول)*

مسافت پیموده شده در ثانیهٔ پنجم برابر تفاضل مسافت پیموده شده توسط گلوله در پنج ثانیهٔ اول از مسافت پیموده شده در چهار ثانیهٔ اول است:

$$\Delta y_{4s-5s}=\Delta y_{5s}-\Delta y_{4s}\xrightarrow{\Delta y=-\frac{1}{2}gt^2}$$

$$\Delta y_{4s-5s}=-\frac{1}{2}\times 10\times 5^2-(-\frac{1}{2}\times 10\times 4^2)=-45m$$

$$\ell_{4s-5s}=|\Delta y_{4s-5s}|=45m$$

مسافت پیموده شده در سه ثانیهٔ اول برابر است با:

$$\ell_{3s}=|\Delta y_{3s}|=|-\frac{1}{2}\times 10\times 3^2|=45m$$

در نتیجه خواهیم داشت:

$$\frac{\ell_{4s-5s}}{\ell_{3s}}=\frac{45}{45}=1$$

(فیزیک ۳- حرکت بر خط راست؛ صفحه‌های ۱۵ تا ۲۱)

۱۲۶- **گزینهٔ «۴»** *(کتاب اول)*

ابتدا با توجه به داده‌های روی نمودار t' را به دست می‌آوریم:

$$v=-gt\xrightarrow{v=-15m/s}-15=-10t'\Rightarrow t'=1/5s$$

اکنون با توجه به مسافت پیموده شده بین دو لحظهٔ t و t' داریم:

$$\ell_{t'-t}=\frac{1}{2}gt^2-\frac{1}{2}gt'^2\xrightarrow{\ell_{t'-t}=90m}$$

$$90=\frac{1}{2}\times 10\times t^2-\frac{1}{2}\times 10\times 1/5^2\Rightarrow t=4/5s$$

(فیزیک ۳- حرکت بر خط راست؛ صفحه‌های ۱۵ تا ۲۱)

۱۲۷- **گزینهٔ «۴»** *(کتاب اول)*

مسافت پیموده شده در نیم ثانیهٔ سوم برابر تفاضل مسافت پیموده شده توسط گلوله در ثانیهٔ اول از مسافت پیموده شده در ۱/۵ ثانیهٔ اول است:

$$\Delta y_{1s-1/5s}=\Delta y_{1/5s}-\Delta y_{1s}\xrightarrow{\Delta y=-\frac{1}{2}gt^2}$$

$$\Delta y_{1s-1/5s}=-\frac{1}{2}\times 10\times 1/5^2-(-\frac{1}{2}\times 10\times 1^2)=-6/25m$$

$$\ell_{1s-1/5s}=|\Delta y_{1s-1/5s}|=6/25m$$

(فیزیک ۳- حرکت بر خط راست؛ صفحه‌های ۱۵ تا ۲۱)

۱۲۸- **گزینهٔ «۳»** *(کتاب اول)*

ابتدا زمان سپری شده از لحظهٔ رها شدن را در ابتدا و در انتهای ۱۰۵متر آخر حرکت، به دست می‌آوریم:

$$y=-\frac{1}{2}gt^2+y_0\xrightarrow[g=10m/s^2]{y_1=105m,y_0=125m}$$

$$105=\frac{1}{2}\times(-10)t_1^2+125\Rightarrow t_1^2=4\Rightarrow t_1=2s$$

$$\xrightarrow{y_2=0}0=-5t_2^2+125\Rightarrow t_2^2=25\Rightarrow t_2=5s$$

اکنون بزرگی سرعت متوسط در بازهٔ زمانی خواسته شده را محاسبه می‌کنیم:

$$|v_{av}|=|\frac{v_1+v_2}{2}|\xrightarrow{v=-gt}$$

$$|v_{av}|=|-g(\frac{t_1+t_2}{2})|=10\times(\frac{2+5}{2})=35m/s$$

(فیزیک ۳- حرکت بر خط راست؛ صفحه‌های ۱۵ تا ۲۱)

۱۲۹- **گزینهٔ «۳»** *(کتاب اول)*

ابتدا مدت زمان سقوط گلولهٔ A را پیدا می‌کنیم:

$$h=\frac{1}{2}gt^2\xrightarrow{h=80m}80=\frac{1}{2}\times 10\times t^2\Rightarrow t=4s$$

اکنون با داشتن مدت زمان سقوط گلولهٔ A، مدت زمان سقوط گلولهٔ B و نسبت تندی آن‌ها را در زمان برخورد گلولهٔ A به زمین به دست می‌آوریم. چون متحرک B ۰/۵ ثانیه دیرتر شروع به حرکت می‌کند می‌توان گفت:

$$t_B=t_A-0/5=4-0/5=3/5s$$

$$v=-gt\Rightarrow|\frac{v_A}{v_B}|=\frac{t_A}{t_B}=\frac{4}{3/5}=\frac{8}{7}$$

(فیزیک ۳- حرکت بر خط راست؛ صفحه‌های ۱۵ تا ۲۱)

۱۳۰- **گزینهٔ «۲»** *(کتاب اول)*

اگر زمان سقوط گلولهٔ دوم از لحظهٔ رها شدن را t در نظر بگیریم، مدت زمان سقوط گلولهٔ اول برابر $t+3s$ خواهد بود. بنابراین داریم:

$$y=-\frac{1}{2}gt^2+y_0\xrightarrow{y_{02}=y_{01}}y_2-y_1=-\frac{1}{2}gt_2^2-(-\frac{1}{2}gt_1^2)$$

$$\xrightarrow{y_2-y_1=165m}165=-\frac{1}{2}\times 10\times t^2+\frac{1}{2}\times 10\times(t+3)^2$$

$$\Rightarrow 165=-5t^2+5t^2+30t+45\Rightarrow 120=30t\Rightarrow t=4s$$

(فیزیک ۳- حرکت بر خط راست؛ صفحه‌های ۱۵ تا ۲۱)

AzmonVIP

شیمی ۲

۱۳۱- **گزینهٔ «۲»** *(امیر حاتمیان)*

عبارت‌های (پ) و (ت) درست هستند.

بررسی عبارت‌ها:

الف) نان و سیب‌زمینی هر دو به تقریب از نشاسته تشکیل شده و سرعت هم‌دما شدن آن‌ها با محیط به میزان آب موجود در آن‌ها بستگی دارد. از آن‌جایی‌که مقدار آب در نان کمتر از سیب‌زمینی است بنابراین تکه‌نان زودتر با محیط هم‌دما می‌شود.

ب) شیر و فراورده‌های آن منبع مهمی برای تأمین پروتئین و یون کلسیم است.

پ) مطابق جدول صفحهٔ ۵۳ کتاب درسی، درست است.

ت) گرما هم‌ارز با آن مقدار انرژی گرمایی است که به دلیل تفاوت در دما جاری می‌شود.

(شیمی ۲- درپی غذای سالم؛ صفحه‌های ۵۱ تا ۶۰)

۱۳۲- **گزینهٔ «۳»** *(علیرضا رضایی‌سراب)*

با استفاده از آنتالپی واکنش (۱) و آنتالپی پیوندهای داده شده، آنتالپی پیوند $H-H$ را محاسبه می‌کنیم:

$$+۴۸۸=[۴\Delta H_{(O-H)}]-[۲\Delta H_{(H-H)}+\Delta H_{(O=O)}]$$

$$+۴۸۸=[۴(۴۶۰)]-[۲(x)+۴۹۰]$$

$$۲x=۱۸۴۰-۴۹۰-۴۸۸\Rightarrow x=۴۳۱\,kJ.mol^{-۱}:\Delta H_{(H-H)}$$

مطابق واکنش (۲) آنتالپی پیوند $A-A$ برابر با $+۱۵۰\frac{kJ}{mol}$ است. بنابراین ΔH واکنش $H_۲(g)+A_۲(g)\rightarrow ۲HA(g)$ برابر است با:

$$\Delta H=(۴۳۱+۱۵۰)-(۲\times ۳۰۰)=-۱۹kJ$$

اما در این سوال حالت $A_۲$ به‌صورت جامد است. بنابراین به اندازهٔ $۶۲kJ$ گرما نیاز است تا $A_۲$ تصعید گردد و ΔH واکنش برابر است با:

$$\Delta H=-۱۹+۶۲=+۴۳kJ$$

(شیمی ۲- درپی غذای سالم؛ صفحه‌های ۶۵ تا ۶۹ و ۷۴ تا ۷۷)

۱۳۳- **گزینهٔ «۱»** *(رضا سلیمانی)*

بررسی سایر گزینه‌ها:

گزینهٔ «۲»: در $O=O$ چون امکان تشکیل یک ترکیب چند اتمی وجود ندارد، و صرفاً یک پیوند $O=O$ در ساختار آن وجود دارد. استفاده از لفظ آنتالپی پیوند مناسب‌تر است.

گزینهٔ «۳»: با توجه به مقایسه جدول آنتالپی پیوند در کتاب درسی و کمتر بودن میزان قطبیت پیوند $(H-H)$، مقدار آنتالپی پیوند $(H-H)$ از آنتالپی پیوند $(H-O)$ و $(H-F)$ در شرایط یکسان، کمتر است.

گزینهٔ «۴»: هیچ رابطهٔ مشخص ریاضی بین آنتالپی یک پیوند در حالت‌های یگانه و چندگانهٔ آن وجود ندارد.

(شیمی ۲- درپی غذای سالم؛ صفحه‌های ۶۷ تا ۶۹)

۱۳۴- **گزینهٔ «۴»** *(میلاد شیخ‌الاسلامی)*

گرمای از دست رفته توسط آب $۶۰^\circ C$ صرف ذوب شدن یخ صفر درجه و تبدیل آن به آب صفر درجه خواهد شد پس گرمای از دست رفته توسط آن را به‌دست می‌آوریم:

$$Q=mc\Delta\theta\Rightarrow Q=۲۰۰\times ۴\times(۰-۶۰)$$

$$=-۴۸۰۰۰J$$ (علامت منفی نشان‌دهندهٔ آزاد شدن انرژی است.)

همین مقدار گرما توسط یخ صفر درجه جذب شده و به آب صفر درجه تبدیل می‌شود. طبق گفتهٔ سوال هر مول یخ برای ذوب شدن به ۱۲۰۰۰ ژول گرما نیاز دارد پس ۴۸۰۰۰ ژول گرما می‌تواند ۴ مول یخ را به آب صفر درجه تبدیل کند. با توجه به جرم مولی آب، جرم یخ ذوب شده برابر است با:

$$۴mol\times ۱۸\frac{g}{mol}=۷۲g$$

(شیمی ۲- درپی غذای سالم؛ صفحه‌های ۵۸ تا ۶۰)

۱۳۵- **گزینهٔ «۱»** *(سهراب صادقی‌زاده)*

ابتدا گرمای ویژهٔ A و B را به‌دست می‌آوریم:

در مادهٔ A برای افزایش دمای هر گرم از آن به اندازهٔ $۵^\circ C$، به ۵ ژول گرما نیاز است، پس برای افزایش دمای هر گرم از آن به اندازهٔ $۱^\circ C$، به ۱ ژول گرما نیاز است پس گرمای ویژهٔ A برابر $۱\,J.g^{-۱}.^\circ C^{-۱}$ است. به همین ترتیب گرمای ویژهٔ B برابر $۰/۵J.g^{-۱}.^\circ C^{-۱}$ است:

$$Q_{کل}=Q_A+Q_B=(mc\Delta\theta)_A+(mc\Delta\theta)_B=(۵\times ۱\times ۱۲)$$

$$+(۸\times ۰/۵\times ۱۲)=۱۰۸J\times\frac{۱cal}{۴J}=۲۷cal$$

(شیمی ۲- در پی غذای سالم؛ صفحه‌های ۵۸ تا ۶۰)

۱۳۶- **گزینهٔ «۲»** *(امیر رضوانی)*

عبارت‌های «ب»، «پ» و «ت» درست می‌باشند.

بررسی عبارت‌های نادرست:

الف) در گشنیز، گروه عاملی هیدروکسیل $(-OH)$ وجود دارد. در حالی‌که این ترکیب گروه عاملی هیدروکسیل ندارد.

ث) فرمول ترکیب به‌صورت $C_{۱۸}H_{۲۳}NO_۴$ می‌باشد که برای محاسبه تعداد پیوندها از رابطهٔ زیر کمک می‌گیریم.

$$\text{تعداد پیوند}=\frac{۱}{۲}\sum(\text{ظرفیت}\times\text{تعداد اتم})$$

$$\text{تعداد پیوند}=\frac{(۱۸\times ۴)+(۲۳\times ۱)+(۱\times ۳)+(۴\times ۲)}{۲}=۵۳$$

(شیمی ۲- درپی غذای سالم؛ صفحه‌های ۷۰ تا ۷۲)

AzmonVIP

۱۳۷- **گزینهٔ «۲»** *(امیرحسن حسینی)*

موارد اول و سوم نادرست‌اند.

بررسی موارد نادرست:

مورد اول: این واکنش در دمای ثابت $25^\circ C$ انجام می‌شود و گرما آزاد می‌کند یعنی گرماده است.

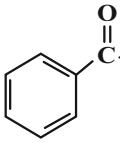
مورد سوم: مجموع انرژی جنبشی دو مول گاز هیدروژن کلرید، بیشتر از یک مول از هر واکنش‌دهنده است.

(شیمی ۲- درپی غذای سالم؛ صفحه‌های ۵۶ تا ۶۳)

۱۳۸- **گزینهٔ «۳»** *(فرزاد حسینی)*

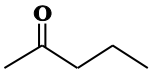
فقط مورد «ت» درست است.

بررسی عبارت‌ها:

آ) بنزآلدهید  مادهٔ آلی موجود در بادام است.

ب) ساده‌ترین کتون $CH_3-\overset{O}{\overset{\|}{C}}-CH_3$، پروپانون (استون) با جرم مولی $(3\times12)+(6)+(16)=58\,g.mol^{-1}$ است.

پ) آنتالپی پیوند: $C\equiv O > C=O$

ت) کتون مورد نظر  که $\overset{O}{\overset{\|}{C}}$ دارای دو خط و ۵ کربن دیگر داریم که ۴ خط را تشکیل می‌دهند و فرمول مولکولی این کتون $C_5H_{10}O$ می‌باشد و فرمول مولکولی اولین عضو کتون‌ها C_3H_6O است پس داریم:

جرم مولی گروه C_2H_4 = جرم مولی $C_5H_{10}O$ − جرم مولی C_3H_6O

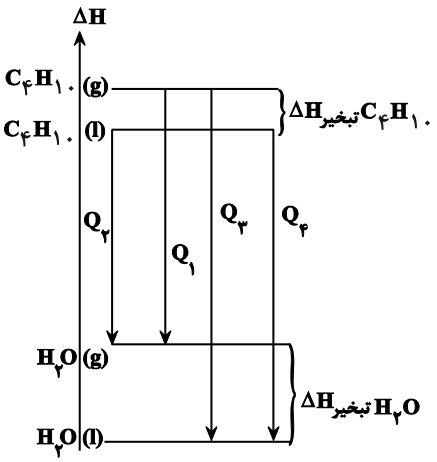
$=12(2)+4(1)=28\,g.mol^{-1}$

(شیمی ۲- در پی غذای سالم؛ صفحه‌های ۶۸ تا ۷۲)

۱۳۹- **گزینهٔ «۲»** *(امید رضوانی)*

با توجه به اینکه آنتالپی تبخیر آب از بوتان بیشتر است پس اختلاف انرژی حالت گاز و مایع در آب، بیشتر از اختلاف انرژی این دو حالت فیزیکی در بوتان است. از طرفی حالت مایع یک ماده، پایدارتر از حالت گاز آن ماده است. (واکنش‌ها همگی سوختن است. پس گرماده هستند، یعنی سطح انرژی مواد واکنش‌دهنده از فراورده‌ها، بالاتر است.)

با توجه به نمودار زیر:



$Q_3 > Q_4 > Q_1 > Q_2$

(شیمی ۲- در پی غذای سالم؛ صفحه‌های ۶۰ تا ۶۴)

۱۴۰- **گزینهٔ «۱»** *(امیر حاتمیان)*

با توجه به فرمول ساختاری اتان، پروپان و پنتان می‌توان دریافت که تفاوت ساختاری این سه آلکان در یک یا چند گروه $(-CH_2-)$ می‌باشد پس اگر آنتالپی سوختن اتان را از آنتالپی سوختن پروپان کم کنیم. آنتالپی سوختن گروه $(-CH_2-)$ به‌دست می‌آید:

$$\underset{\text{اتان}}{C_2H_6} \xrightarrow{+CH_2} \underset{\text{پروپان}}{C_3H_8} \xrightarrow{+2CH_2} \underset{\text{پنتان}}{C_5H_{12}}$$

تفاوت آنتالپی سوختن اتان و پروپان $= -2200-(-1560) = -640\,kJ.mol^{-1}$

$\Delta H_{\text{سوختن پنتان}} = \Delta H_{\text{سوختن پروپان}} + 2\Delta H_{(-CH_2-)}$

$= -2200+2(-640) = -3480\,\frac{kJ}{mol}$

مقدار گرمای آزادشده به ازای سوختن ۹g پنتان: $|Q| = 9g \times \frac{|-3480\,kJ|}{72g\,\text{پنتان}}$

$= 435\,kJ$

$$\left.\begin{array}{l} \text{جرم آب} = m \\ c_{\text{ویژه آب}} = 4/2\,\frac{J}{g^\circ.C} \\ \Delta\theta = 7^\circ C \end{array}\right\} Q = mc\Delta\theta \Rightarrow 435 = m\times 4/2\times 7 \Rightarrow m \simeq 14/8\ kg$$

(شیمی ۲- درپی غذای سالم؛ صفحه‌های ۵۸ تا ۶۰ و ۷۲ تا ۷۴)

AzmonVIP

شیمی ۱

۱۴۱- **گزینهٔ «۱»** *(روزبه رضوانی)*

$$T = \theta + ۲۷۳ \rightarrow ۱۴ + ۲۷۳ = ۲۸۷K$$

با توجه به اینکه به ازای هر کیلومتر افزایش ارتفاع، ۶ درجه کاهش دما داریم؛

از آنجایی‌که تغییرات دمای سلسیوس و کلوین با هم برابر است، داریم؛

$$۵۶۰۰m \times \frac{-۶^\circ C}{۱۰۰۰m} = -۳۳/۶^\circ C = \Delta\theta \Rightarrow \Delta T = -۳۳/۶K$$

$$\text{درصد تغییرات} = \frac{۳۳/۶}{۲۸۷} \times ۱۰۰ \simeq ٪۱۱/۶۶$$

(شیمی ۱- ردپای گازها در زندگی؛ صفحهٔ ۴۸)

۱۴۲- **گزینهٔ «۲»** *(حسین ناصری‌ثانی)*

بررسی ساختار لوویس گونه‌های داده شده؛

$$:\ddot{S} = C = \ddot{O}: \quad \Rightarrow \frac{\text{جفت e ناپیوندی}}{\text{جفت e پیوندی}} = \frac{۴}{۴} = ۱$$

$$\begin{array}{c} :\ddot{Cl}: \\ | \\ :\ddot{Cl}-C-\ddot{Cl}: \\ | \\ :\ddot{Cl}: \end{array} \quad \Rightarrow \frac{\text{جفت e ناپیوندی}}{\text{جفت e پیوندی}} = \frac{۱۲}{۴} = ۳$$

$$\left[\begin{array}{c} :\ddot{O} \\ \diagdown \\ N = \ddot{O}: \\ \diagup \\ :\ddot{O} \end{array} \right]^- \quad \Rightarrow \frac{\text{جفت e ناپیوندی}}{\text{جفت e پیوندی}} = \frac{۸}{۴} = ۲$$

$$\begin{array}{c} :\ddot{Cl}- \ddot{P} -\ddot{Cl}: \\ | \\ :\ddot{Cl}: \end{array} \quad \Rightarrow \frac{\text{جفت e ناپیوندی}}{\text{جفت e پیوندی}} = \frac{۱۰}{۳} \simeq ۳/۳۳$$

پس گزینهٔ «۲» یعنی $CCl_۴$ (کربن تتراکلرید) صحیح می‌باشد.

(شیمی ۱- ردپای گازها در زندگی؛ صفحه‌های ۵۵ و ۵۶)

۱۴۳- **گزینهٔ «۱»** *(بهنام قازانچایی)*

تنها عبارت‌های «الف» و «ب» نادرست‌اند.

الف؛ انرژی گرمایی میان مولکول‌ها، سبب می‌شود تا پیوسته آن‌ها در حال جنبش باشند و در سرتاسر هواکره توزیع شوند.

ب؛ با افزایش ارتفاع و کاهش غلظت هواکره، در لایه‌های بالایی هواکره، پرتوهای پرانرژی فرابنفش خورشید، مولکول‌های گازی را به اتم‌ها و اتم‌ها را به یون‌های با بار مثبت تبدیل می‌کند.

ت؛ فراوان‌ترین ترکیب سازنده هوای پاک و خشک، $(CO_۲)$ گاز کربن دی‌اکسید است که در رتبهٔ چهارم قرار دارد. $CO_۲$ ترکیب است نه عنصر.

(شیمی ۱- ردپای گازها در زندگی؛ صفحه‌های ۴۶ تا ۴۹)

۱۴۴- **گزینهٔ «۳»** *(ماهان زواری)*

نام‌گذاری‌ها و فرمول‌های شیمیایی آلومینیم فلوئورید، کلسیم سولفید و مس (II) برمید بایکدیگر مطابقت دارند.

بررسی موارد نادرست؛

مورد اول؛ آهن دارای یون‌هایی با بارهای متفاوت بوده پس در نام‌گذاری آن باید از اعداد رومی استفاده شود. آهن (II) سولفید؛ FeS

مورد چهارم؛ منیزیم تنها یونی با بار +۲ داشته پس نباید در نام‌گذاری‌های آن از اعداد رومی استفاده شود. منیزیم اکسید؛ MgO

(شیمی ۱- ردّپای گازها در زندگی؛ صفحه‌های ۵۳ تا ۵۶)

۱۴۵- **گزینهٔ «۲»** *(حسین شکوه)*

بررسی همهٔ گزینه‌ها؛

گزینهٔ «۱»؛ ساختار لوویس NO به صورت $:\dot{N} = \ddot{O}:$ می‌باشد و تعداد N و O آن با هم برابر می‌باشد.

گزینهٔ «۲»؛ طبق جدول صفحهٔ ۶۶ کتاب درسی دهم، به‌ازای مصرف میزان برق یکسان، مقدار کربن دی‌اکسید تولیدشده از منبع باد، کم‌تر از کربن دی‌اکسید تولید شده توسط انرژی خورشید است.

گزینهٔ «۳»؛ طبق نمودارهای صفحهٔ ۶۷ کتاب درسی دهم، نمودار تغییرات میانگین جهانی سطح آب‌های آزاد صعودی است اما نمودار مساحت برف در نیمکره شمالی تقریباً نزولی می‌باشد ومیانگین جهانی سطح آب‌های آزاد رابطهٔ مستقیم با میزان $CO_۲$ دارد.

AzmonVIP

گزینهٔ «۴»: پرتوهایی که توسط اثر گلخانه‌ای به سطح زمین باز می‌گردند، دارای انرژی کم‌تر و طول موج بیش‌تری نسبت به پرتوهای تابیده شده توسط خورشید هستند.

(شیمی ۱- ردپای گازها در زندگی؛ صفحه‌های ۶۴ تا ۶۹)

۱۴۶- **گزینهٔ «۲»** (علی امینی)

در هر واکنش، نسبت مجموع ضرایب استوکیومتری فراورده‌ها به واکنش‌دهنده‌ها را به‌دست می‌آوریم:

$$a)\ 3FeCO_3(s) \rightarrow Fe_3O_4(s) + 2CO_2(g) + CO(g) \Rightarrow \frac{4}{3}$$

$$b)\ 4HCN(g) + 5O_2(g) \rightarrow 2N_2(g) + 4CO_2(g) + 2H_2O(l) \Rightarrow \frac{8}{9}$$

$$c)\ 3NO_2(g) + H_2O(l) \rightarrow 2HNO_3(aq) + NO(g) \Rightarrow \frac{3}{4}$$

$$d)\ 2(NH_4)_3AsO_4(aq) + 3Mg(NO_3)_2(aq) \rightarrow Mg_3(AsO_4)_2(s) + 6NH_4NO_3(aq) \Rightarrow \frac{7}{5}$$

(شیمی ۱- ردّپای گازها در زندگی؛ صفحه‌های ۶۲ تا ۶۴)

۱۴۷- **گزینهٔ «۳»** (رضا سلیمانی)

عبارت‌های آ، ب و ت جملهٔ داده شده را به درستی تکمیل می‌کنند. در هر عبارت، نسبت خواسته شده را محاسبه می‌کنیم:

عبارت آ: $N_2O_4 \Rightarrow \frac{\text{تعداد اتم‌ها}}{\text{تعداد عنصرها}} = \frac{6}{2} = 3$

عبارت ب: $Mg_3(PO_4)_2 \Rightarrow \frac{\text{تعداد کاتیون‌ها}}{\text{تعداد آنیون‌ها}} = \frac{3}{2} = 1/5$

عبارت پ: $Fe(OH)_3 \Rightarrow \frac{\text{تعداد عنصر فلزی}}{\text{تعداد اتم‌ها}} = \frac{1}{7} \simeq 0/14$

عبارت ت: $(NH_4)_2SO_4 \Rightarrow \frac{\text{تعداد اتم‌ها}}{\text{تعداد عنصرها}} = \frac{15}{4} = 3/75$

(شیمی ۱- رد پای گازها در زندگی؛ صفحه‌های ۵۳ تا ۵۵)

۱۴۸- **گزینهٔ «۳»** (مسعود جعفری)

فرض می‌کنیم از ۵۰۰ کیلووات ساعتی که در ماه تولید می‌شود، m کیلو وات ساعت از زغال‌سنگ و n کیلو وات ساعت از گاز طبیعی تولید می‌شود:

$$m + n = 500 \quad (*)$$

حدود ۷ درصد حجمی گاز طبیعی را گاز هلیم تولید شده طی واکنش‌های هسته‌ای در ژرفای زمین تشکیل می‌دهد:

$$n_{kwh} = 4/032 m^3_{He} \times \frac{1000L}{1m^3} \times \frac{100Lgas}{7LHe} \times \frac{0/75g\,gas}{1Lgas}$$

$$\times \frac{2/5g\,CO_2}{1g\,gas} \times \frac{1kgCO_2}{1000gCO_2} \times \frac{1kwh}{0/36kg\,CO_2} \Rightarrow n = 300kwh$$

با توجه به آن، مقدار m هم برابر ۲۰۰kwh خواهد بود در نتیجه داریم:

$$\text{تولید سالیانهٔ } CO_2 = 12(300 \times 0/36 + 200 \times 0/9) = 3456kgCO_2$$

(شیمی ۱- ردپای گازها در زندگی؛ صفحه‌های ۶۵ و ۶۶)

۱۴۹- **گزینهٔ «۱»** (حسین ناصری ثانی)

نام ترکیب	آهن (III) کلرید	لیتیم‌نیترید	آلومینیم‌نیترات	منگنز (II) سولفید	کروم (II) نیترید	کلسیم اکسید
فرمول شیمیایی	$FeCl_3$	Li_3N	$Al(NO_3)_3$	MnS	Cr_3N_2	CaO
نسبت شمار آنیون به کاتیون	$\frac{3}{1} = 3$	$\frac{1}{3}$	$\frac{3}{1} = 3$	$\frac{1}{1} = 1$	$\frac{2}{3}$	$\frac{1}{1} = 1$

نتیجه: در آهن (III) کلرید و آلومینیم نیترات، نسبت شمار آنیون به شمار کاتیون برابر ۳ است.

(شیمی ۱- ردپای گازها در زندگی؛ صفحه‌های ۵۳ و ۵۴)

۱۵۰- **گزینهٔ «۳»** (ماهان زواری)

تشریح گزینه‌ها:

۱) طبق نکتهٔ صفحهٔ ۵۰ کتاب درسی درست می‌باشد.

۲) سومین گازی که از هوای مایع در فرایند تقطیر خارج می‌شود، اکسیژن می‌باشد که واکنش سریع آن با منیزیم (همان سوختن منیزیم) نوری سفید تولید می‌کند.

۳) حدود ۷ درصد حجمی از مخلوط گاز طبیعی را هلیم تشکیل می‌دهد.

۴) نخستین گازی که در فرایند تقطیر از هوای مایع خارج می‌شود، گاز نیتروژن است که از آن برای نگهداری نمونه‌های بیولوژیک در پزشکی استفاده می‌شود.

(شیمی ۱- ردپای گازها در زندگی؛ صفحه‌های ۴۸، ۵۰، ۵۱ و ۵۶)

AzmonVIP

شیمی ۳

۱۵۱- **گزینهٔ «۱»** *(امیر قاسمی)*

عبارت سوم نادرست و سایر عبارات درست است.

بررسی عبارت‌ها:

عبارت اول: صابون مایع و جامد از سر ناقطبی خود در چربی حل می‌شوند.

عبارت دوم: با توجه به اینکه سر ناقطبی پاک‌کننده‌های صابونی از یک هیدروکربن بلندزنجیر ساخته شده و سر قطبی آن‌ها گروه $(-COO^-)$ است پس سر قطبی کوچکتر از سر ناقطبی است.

عبارت سوم: اسیدهای چرب، کربوکسیلیک اسیدهایی با زنجیر بلند کربنی هستند و در واکنش با $NaOH$، صابون جامد تولید می‌کنند اما ترکیب $C_5H_{11}COOH$ یک اسید چرب نیست، که بتواند در واکنش با $NaOH$، صابون جامد تولید کند.

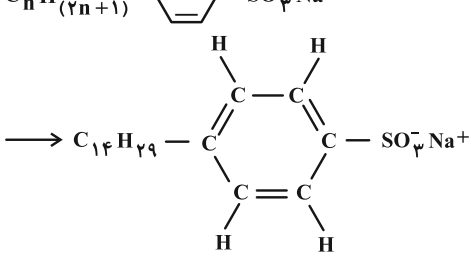
عبارت چهارم: چربی‌ها به علت ناقطبی بودن، نیروی بین مولکولی آن‌ها واندروالسی می‌باشد.

(شیمی ۳- مولکول‌ها در خدمت تندرستی؛ صفحه‌های ۵، ۶ و ۸)

۱۵۲- **گزینهٔ «۴»** *(سراسری ریاضی- ۹۲)*

فرمول کلی پاک‌کننده‌های غیرصابونی را می‌توان به صورت $R-C_6H_4-SO_3^-Na^+$ نشان داد که در آن منظور از R گروه آلکیل با فرمول عمومی $C_nH_{(2n+1)}$ است. اگر تعداد کربن R برابر ۱۴ باشد می‌توان نوشت:

$$C_nH_{(2n+1)}-C_6H_4-SO_3^-Na^+$$



$$\rightarrow C_{20}H_{33}SO_3^-Na^+$$

(شیمی ۳- مولکول‌ها در خدمت تندرستی؛ صفحه‌های ۱۰ تا ۱۲)

۱۵۳- **گزینهٔ «۳»** *(عبدالرضا دادفواه)*

فقط عبارت «ت» درست است.

بررسی عبارت‌ها:

عبارت (آ): مخلوط آب و روغن ناپایدار بوده و در همدیگر حل نمی‌شوند.

عبارت (ب): در کلوییدها مسیر عبور نور قابل تشخیص بوده و همواره از همه بخش‌های کلویید عبور نمی‌کند.

عبارت (پ): مخلوط آب، روغن و صابون یک کلویید است کلوییدها مخلوط‌هایی ناهمگن اما پایدارند.

عبارت (ت): صابون دارای دو بخش قطبی و ناقطبی بوده که به ترتیب با مولکول‌های آب و مولکول‌های چربی جاذبه برقرار می‌سازد.

(شیمی ۳- مولکول‌ها در خدمت تندرستی؛ صفحه‌های ۶ تا ۸)

۱۵۴- **گزینهٔ «۳»** *(محمد عظیمیان‌زواره)*

بررسی همهٔ عبارت‌ها:

گزینهٔ «۱»: در باران اسیدی و باران معمولی به ترتیب $(HNO_3$ و $H_2SO_4)$ و (H_2CO_3) وجود دارد. پس اسید HX می‌تواند نیتریک اسید باشد.

گزینهٔ «۲»: HX یک اسید قوی تک‌پروتون‌دار و H_2SO_4 یک اسید قوی ۲ پروتون‌دار است، پس در شرایط یکسان، رسانایی الکتریکی متفاوتی دارند.

گزینهٔ «۳»: اسید HA اسیدی ضعیف است پس در شرایط یکسان غلظت یون هیدرونیوم کمتر و خصلت اسیدی کمتری نسبت به HX خواهد داشت.

گزینهٔ «۴»: با توجه به یونش اسید HX یک اسید قوی بوده پس به‌طور کامل یونش پیدا کرده و درجهٔ یونش آن برابر ۱ خواهد بود.

(شیمی ۳- مولکول‌ها در خدمت تندرستی؛ صفحهٔ ۱۸)

۱۵۵- **گزینهٔ «۱»** *(علیرضا بیانی)*

واکنش گرماده می‌باشد در نتیجه $\Delta H < 0$ می‌باشد، یعنی مجموع مقدار آنتالپی واکنش‌دهنده‌ها، بیشتر از فراورده‌ها می‌باشد.

بررسی گزینهٔ «۳»:

$$2Al + 2NaOH + 6H_2O \rightarrow 2NaAl(OH)_4 + 3H_2$$

$$2/7gAl \times \frac{1mol\,Al}{27gAl} \times \frac{3mol\,H_2}{2mol\,Al} \times \frac{22/4LH_2}{1mol\,H_2} = 3/36LH_2$$

(شیمی ۳- مولکول‌ها در خدمت تندرستی؛ صفحه‌های ۱۲ و ۱۳)

۱۵۶- **گزینهٔ «۳»** *(امیرحسین طیبی)*

ابتدا شمار کربن‌های صابون تولیدی را محاسبه می‌کنیم.

$$RCOONa \xrightarrow[C=C\text{ پیوند } 1]{\text{کربن } n} C_nH_{2n-1}COONa$$

$$?g\,C_nH_{2n-1}COONa = 0/5mol\,\text{استر سنگین}$$

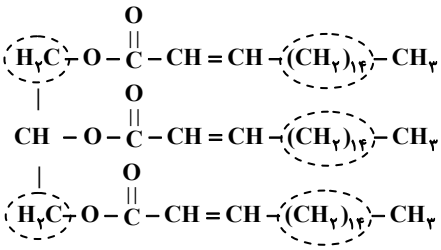
$$\times \frac{3mol\,C_nH_{2n-1}COONa}{1\,mol\,\text{استر سنگین}} \times \frac{(14n+66)g\,C_nH_{2n-1}COONa}{1mol\,C_nH_{2n-1}COONa}$$

$$= 456g\,C_nH_{2n-1}COONa \Rightarrow 14n + 66 = 304$$

$$\Rightarrow 14n = 238 \Rightarrow n = 17$$

ساختار استرسنگین اولیه را باتوجه به اطلاعات به‌دست آمده رسم می‌کنیم (برای سادگی در رسم پیوند دوگانه $C=C$ را در ابتدای هر زنجیر هیدروکربنی نمایش می‌دهیم)

AzmonVIP



همان‌طور که مشاهده می‌کنید در ساختار استرسنگین اولیه ۴۴ گروه CH_2 یافت می‌شود.

(شیمی ۳- مولکول‌ها در خدمت تندرستی؛ صفحه‌های ۵ تا ۱۰)

۱۵۷- **گزینهٔ «۴»** *(امیر حاتمیان)*

بررسی گزینه‌ها:

رسانایی الکتریکی به غلظت یون‌های موجود در محلول بستگی دارد:

۱) $HF \rightleftharpoons H^+ + F^-$

$$\left.\begin{matrix} \%\alpha = \alpha \times 100\% \\ \alpha = \dfrac{[H^+]}{[HF]} \end{matrix}\right\} \Rightarrow ۲/۴ = \frac{[H^+]}{۰/۰۵} \times ۱۰۰$$

$$\Rightarrow [H^+] = ۱۲\times۱۰^{-۴} \Rightarrow [H^+] = [F^-] = ۱۲\times۱۰^{-۴}\,mol.L^{-۱}$$

مجموع غلظت یون‌ها در این اسید $۲\times(۱۲\times۱۰^{-۴}) = ۲۴\times۱۰^{-۴}\,mol.L^{-۱}$

۲) $\alpha = \dfrac{[H^+]}{[HA]} \Rightarrow ۰/۵ = \dfrac{[H^+]}{۶\times۱۰^{-۴}} \Rightarrow [H^+] = ۳\times۱۰^{-۴}\,mol.L^{-۱}$

$HA \rightleftharpoons H^+ + A^-$

$[H^+] = [A^-] = ۳\times۱۰^{-۴}\,mol.L^{-۱}$

مجموع غلظت یون‌ها در این اسید $۲\times(۳\times۱۰^{-۴}) = ۶\times۱۰^{-۴}\,mol.L^{-۱}$

۳) $m_{\text{جرم}} = ۱/۲۶g \rightarrow n_{\text{مول}} = \dfrac{m}{\text{جرم مولی}} = \dfrac{۱/۲۶}{۶۳} = ۰/۰۲mol$

$$M = \frac{n}{V} = \frac{۰/۰۲}{۰/۱} = ۰/۲mol.L^{-۱}$$

$[H^+] = M_{(HNO_۳)} = M\alpha = ۰/۲\times۱ = ۰/۲mol.L^{-۱}$

مجموع غلظت یون‌ها: $[H^+] = [NO_۳^-] = ۰/۲ \Rightarrow ۲\times(۰/۲) = ۰/۴mol.L^{-۱}$

۴) در محلول ۲×۱۰^{-۴} مولار هیدروکلریک اسید داریم:

$HCl \rightarrow H^+ + Cl^-$

$[H^+] = [Cl^-] = ۲\times۱۰^{-۴}\,mol.L^{-۱}$

مجموع غلظت یون‌ها: $۲\times(۲\times۱۰^{-۴}) = ۴\times۱۰^{-۴}\,mol.L^{-۱}$

(شیمی ۳ ـ مولکول‌ها در خدمت تندرستی؛ صفحه‌های ۱۶ تا ۱۹)

۱۵۸- **گزینهٔ «۱»** *(علیرضا کیانی‌دوست)*

بررسی موارد:

مورد اول نادرست است.

$$N_۲O_۵ + H_۲O \rightarrow ۲H^+ + ۲NO_۳^-$$

$$۲۷g\,N_۲O_۵ \times \frac{۱mol\,N_۲O_۵}{۱۰۸g\,N_۲O_۵} \times \frac{۴mol\,\text{یون}}{۱mol\,N_۲O_۵}$$

$$\times \frac{۶/۰۲\times۱۰^{۲۳}\,\text{یون}}{۱mol\,\text{یون}} = ۶/۰۲\times۱۰^{۲۳}\,\text{یون}$$

مورد دوم درست است.

$$\underbrace{Li_۲O + H_۲O}_{۲} \rightarrow ۲LiOH$$

مورد سوم درست است. HF و $NH_۳$ به‌ترتیب اسید و باز ضعیف هستند و به صورت کامل یونش نمی‌یابند.

مورد چهارم نادرست است. مواد HF، HCl، $SO_۲$ و $CO_۲$ در آب خاصیت اسیدی دارند و کاغذ pH را قرمز می‌کنند.

مورد پنجم نادرست است. براساس نظریهٔ آرنیوس درباره میزان اسیدی یا بازی بودن یک محلول نمی‌توان اظهارنظر کرد.

(شیمی ۳- مولکول‌ها در خدمت تندرستی؛ صفحه‌های ۱۴ تا ۱۶)

۱۵۹- **گزینهٔ «۴»** *(علی کریمی)*

همهٔ موارد صحیح‌اند.

کلوئیدها به ظاهر همگن هستند ولی در واقع ناهمگن هستند ولی پایدارند.

شیر جزء کلوئیدها ولی شربت معده و شربت خاکشیر از سوسپانسیون‌ها هستند.

(شیمی ۳- مولکول‌ها در خدمت تندرستی؛ صفحه‌های ۶ تا ۱۰)

۱۶۰- **گزینهٔ «۲»** *(عامر برزیکر)*

گزینهٔ «۲» جمله‌ای صحیح است اما سایر گزینه‌ها به موارد نادرستی اشاره کرده‌اند.

بررسی گزینه‌ها:

گزینهٔ «۱»: الکل‌ها در آب، انحلال کاملاً مولکولی دارند لذا در آب یون H^+ یا OH^- آزاد نمی‌کنند پس نه خاصیت بازی دارند نه اسیدی!

گزینهٔ «۲»: سدیم هیدروکسید جامد پس از ورود به آب، یون OH^- آزاد می‌کند و گاز هیدروژن فلوئورید نیز پس از ورود به آب یون H^+ آزاد می‌کند.

گزینهٔ «۳»: در نظریهٔ آرنیوس، فقط آب به عنوان حلال مطرح شده است.

گزینهٔ «۴»: ماده‌ای که اسید آرنیوس است ممکن است در ساختار خود دارای اتم H باشد (مثل HCl و ...) و یا نباشد (مثل $N_۲O_۵$ و ...).

(شیمی ۳- مولکول‌ها در خدمت تندرستی؛ صفحه‌های ۱۳ تا ۱۶)

AzmonVIP

بنیاد علمی آموزشی قلم‌چی

دفترچه پاسخ

آزمون هوش و استعداد

(دورهٔ دوم)

۲ شهریور

تعداد کل سؤالات آزمون: ۲۰
زمان پاسخ‌گویی: ۳۰ دقیقه

گروه فنی تولید

مسئول آزمون	حمید لنجان‌زاده اصفهانی
ویراستار	حمیدرضا رحیم‌خانلو
مدیر گروه مستندسازی	محیا اصغری
مسئول درس مستندسازی	علیرضا همایون‌خواه
طراحان	حمید اصفهانی، نیلوفر امینی، حمید گنجی، مرجان جهان‌بانی، فاطمه راسخ، فرزاد شیرمحمدلی، سجاد محمدنژاد
حروف‌چینی و صفحه‌آرایی	معصومه روحانیان
ناظر چاپ	حمید عباسی

AzmonVIP

استعدادتحلیلی

۲۵۱- گزینهٔ «۲» *(حمید اصفهانی)*

در تصویر، شخص قهرمان – که بنا به موقعیت، ظاهراً باید شاد باشد – شاد نیست، حال آن‌که شخص سوم از سوم بودنِ خود – و نه قهرمان شدنش – شادمان است. این یعنی احساسات آدمی لزوماً به موقعیت‌های ظاهری او بسته نیست.

(هوش کلامی)

۲۵۲- گزینهٔ «۱» *(حمید اصفهانی)*

در تصویر صورت سؤال شخصی می‌تواند با طناب به شخص دیگر یاری برساند ولی از طناب کمک نمی‌گیرد و صرفاً با دراز کردنِ دست – که نمی‌رسد - به تمایل به یاری رساندن تظاهر می‌کند.

(هوش کلامی)

۲۵۳- گزینهٔ «۱» *(حمید اصفهانی)*

در متن صورت سؤال به‌وضوح ذکر شده است که اگر امکان رسیدن به قدرت برای عموم مردم فراهم باشد، نحوهٔ مشروعیت‌بخشیدن ایدئولوژیک قدرت به خودش هم تحت نظارت عمومی قرار می‌گیرد و در نتیجهٔ این دست عوامل تصحیح‌کننده، استحالهٔ ایدئولوژی به دست ساختار قدرت، دشوارتر انجام می‌شود. پس امکان رسیدن به قدرت برای عموم مردم، مانع استحالهٔ ایدئولوژی به یک آیین است و قدرتی که تحت نظارت عمومی باشد، برای استحالهٔ ایدئولوژی به سود خود، توانایی کمتری دارد.

(هوش کلامی)

۲۵۴- گزینهٔ «۲» *(حمید اصفهانی)*

متن صورت سؤال، «تهی‌شدن ایدئولوژی از واقعیت» و «تبدیل آن به امری صرفاً ظاهری، صوری و زبانی» را از نتایج تغییراتی می‌داند که ساختار قدرت خواهان آن است. در گزینهٔ «۱»، ایدئولوژی از اساس دور از واقعیت دانسته و ارزش تغییر آن کم‌رنگ جلوه داده شده است. در گزینهٔ «۴» نیز وجود واقعیت و در نتیجه یک ایدئولوژی درست زیر سؤال رفته که بر این اساس اهمّیّت ایدئولوژی کم‌رنگ جلوه داده‌شده است. متن صورت سؤال همچنین وجود عوامل تصحیح‌کننده را عامل جلوگیری از این تغییرات ایدئولوژی به نفع ساختار قدرت می‌داند، امّا گزینهٔ «۳» این ارتباط را رد و اظهارمی‌کند که ایدئولوژی حتّی در جوامعی که ذکر شد، دستخوش تغییراتی است. گزینهٔ «۲» تکرار گفته‌های متن است.

(هوش کلامی)

۲۵۵- گزینهٔ «۳» *(نیلوفر امینی)*

جالینوس در متن بدون آن که به ظواهر توجّه کند، با دانش خود، به‌خوبی توانسته است علّت درد بیمار را کشف کند. از این جهت، او در حدس و گمان خود خردمندانه عمل کرده است.

(هوش کلامی)

۲۵۶- گزینهٔ «۴» *(نیلوفر امینی)*

متن پیشنهادی:

ب) «تاریخ شاهی» کتابی به پارسی دربارهٔ دوران حکومت سلسلهٔ قراختائیان کرمان در سدهٔ هفتم است.

ج) ناصرالدّین منشی، مؤلف تاریخ شاهی را خواجه شهاب‌الدّین ابوسعید معرفّی‌کرده‌است که آن را در دو بخش تنظیم کرده است.

د) هریک از بخش‌های کتاب فصول متعددی دارد، بخش نخست از سیاست مدن، اخلاق و خصال پادشاهان و وزیران، و ... است.

الف) بخش دوم کتاب دربارهٔ تاریخ کرمان است و مؤلّف ضمن شرح برخی رویدادهای سلطنتی، به اهتمام او در امور وقفی پرداخته است.

(هوش کلامی)

۲۵۷- گزینهٔ «۴» *(حمید اصفهانی)*

ابیات صورت سؤال بیان می‌کند یکی از دلایل مبیّن گردیِ زمین، گردیِ آب است به این شکل که وقتی کشتی از دور به ساحل نزدیک می‌شود، ابتدا نوک دکل آن دیده می‌شود و سپس تدریجاً دیگر اجزای آن. این ابیات از ادیب‌الممالک فراهانی است که در عصر قاجار می‌زیست:

ج) زمین گرد است مانند گلوله / نیوتون کرده واضح این مقوله

ب) دلیل اوّلینش گردی آب / به دریا اندر آ، این نکته دریاب

د) کسی کو بیندی یم را به ساحل / شود از دور با کشتی مقابل

الف) نخست از پیکر کشتی در آن یم / نبیند هیچ غیر از نوک پرچم

(هوش کلامی)

۲۵۸- گزینهٔ «۳» *(حمید کنعی)*

با دادهٔ «الف»، ممکن است n برابر ۲۱، ۲۸ و ... باشد که در پاسخ تأثیرگذار است.

با دادهٔ «ب» نیز ممکن است n برابر ۱۵، ۲۸ و ... باشد که این نیز پاسخ را عوض می‌کند.

اگر هر دو داده را داشته باشیم، n عددی دورقمی و مضرب ۷ است که اگر آن را بر ۱۳ تقسیم کنیم، باقی‌ماندهٔ ۲ دارد. فقط عدد ۲۸ است که این‌چنین است. پس $n = ۲۸$ و رقم یکان عدد خواسته‌شده معلوم است.

(هوش ریاضی)

AzmonVIP

۲۵۹- گزینهٔ «۳» *(حمید کنهی)*

اگر سنّ ما x باشد، معادلهٔ زیر باید درست باشد:

$$\frac{۲(۵(x+۴)+n)-۶۴}{۱۰}=x$$

پس:

$$۱۰x+۴۰+۲n-۶۴=۱۰x \Rightarrow ۲n=۶۴-۴۰=۲۴$$
$$\Rightarrow n=۱۲$$

(هوش ریاضی)

۲۶۰- گزینهٔ «۱» *(مرجان چوانبانی)*

اگر عدد ما x باشد، حاصل $x^۲-x=x(x-۱)$ مدّنظر است. چون x طبیعی است، حاصل‌ضرب دو عدد متوالی خواسته شده است که قطعاً ضرب یک عدد زوج در یک عدد فرد است که عددی زوج است.

دقت کنید اگر $x=۲$ باشد، حاصل $۲\times۱=۲$ است که هم زوج است و هم اوّل.

(هوش ریاضی)

۲۶۱- گزینهٔ «۴» *(نیلوفر امینی)*

ما نمی‌دانیم چند درصد از واجدان شرایط رأی دادن از آغاز در انتخابات شرکت کردند. همچنین نمی‌دانیم آیا همهٔ آنان که در دور نخست به نامزدهای «الف» و «ب» رأی داده‌اند، دوباره رأی خود را تکرار خواهند کرد یا خیر. از سهم دیگر نامزدهای انتخابات و نحوهٔ پخش شدن رأی آن‌ها بین آقایان «الف» و «ب» نیز خبری نداریم.

(هوش ریاضی)

۲۶۲- گزینهٔ «۱» *(فرزاد شیرمحمدلی)*

پس از ۱۸۰ ثانیه:

تعداد «الف»ها: $۱۰۰۰-(\frac{۲}{۳}\times۱۸۰)=۱۰۰۰-۱۲۰=۸۸۰$

تعداد «ب»ها: $۵۰۰+(\frac{۲}{۳}\times۳\times۱۸۰)=۵۰۰+۳۶۰=۸۶۰$

(هوش ریاضی)

۲۶۳- گزینهٔ «۲» *(فرزاد شیرمحمدلی)*

عدد تعداد مهره‌ها تقسیم بر ۵ و تقسیم بر ۱۱، باقی‌ماندهٔ ۴ دارد. پس عدد ما در تقسیم بر $۵\times۱۱=۵۵$ هم باقی‌ماندهٔ ۴ دارد. عددهای ممکن را فهرست می‌کنیم و باقی‌ماندهٔ تقسیم آن‌ها را بر عدد ۷ می‌نویسیم:

عددهای ممکن: $۵۹,۱۱۴,۱۶۹,۲۲۴,...$

باقی‌مانده‌ها بر ۷: $۳,\underline{۲},۱,۰$

واضح است که عدد ۱۱۴ کوچک‌ترین عدد ممکن است و باقی‌ماندهٔ آن در تقسیم بر عدد ۸، عدد ۲ است: $۱۱۴=۱۴\times۸+۲$

(هوش ریاضی)

۲۶۴- گزینهٔ «۳» *(فاطمه راسخ)*

عدد یکان ممکن است ۲ یا ۸ باشد:

$$۲\times۲=۴\ ,\ ۸\times۸=۶۴$$

و عدد صدگان عدد ۱ است:

$$۱\times۱=۱$$

اگر یکان ۸ باشد، عبارت زیر به‌دست می‌آید که ۱۸۸۴ بر ۱۸ بخش‌پذیر نیست.

$$\begin{array}{r} ۱\triangle ۸ \\ \times\ ۱۸ \\ \hline ۱۸۸۴ \end{array}$$

اگر یکان ۲ باشد، معادله به ازای $\triangle=۰$ برقرار و خواستهٔ سؤال معلوم است:

$$\begin{array}{r} ۱۰۲ \\ \times\ ۱۲ \\ \hline ۱۲۲۴ \end{array} \Rightarrow \square+\bigcirc\times\triangle=۲+(۱\times۰)=۲$$

(هوش ریاضی)

۲۶۵- گزینهٔ «۲» *(فرزاد شیرمحمدلی)*

معادله‌ها را می‌نویسیم و آن‌چه را خواسته شده است ساده می‌کنیم:

$$M=R+۲۱\ ,\ D=R-۲$$

و آن‌چه را خواسته شده است ساده می‌کنیم:

$$\Rightarrow x=\frac{M}{R+D}=\frac{R+۲۱}{R+R-۲}=\frac{R+۲۱}{۲R-۲}\quad (R\geq۳)$$

اگر x عددی طبیعی باشد، باید $(R+۲۱)=x(۲R-۲)$ باشد که در آن x عددی طبیعی است. ضمن این‌که مخرج کسر حتماً زوج است، پس صورت کسر هم باید زوج باشد، پس R حتماً فرد است. جدول زیر را می‌توان رسم کرد:

R	۳	۵	۷	۹	۱۱	۱۳	۱۵	۱۷	۱۹	۲۱	۲۳
x	$\frac{۲۴}{۴}$	$\frac{۲۶}{۸}$	$\frac{۲۸}{۱۲}$	$\frac{۳۰}{۱۶}$	$\frac{۳۲}{۲۰}$	$\frac{۳۴}{۲۴}$	$\frac{۳۶}{۲۸}$	$\frac{۳۸}{۳۲}$	$\frac{۴۰}{۳۶}$	$\frac{۴۲}{۴۰}$	$\frac{۴۴}{۴۴}$

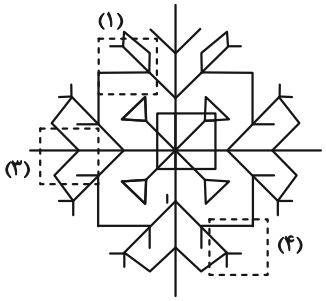
واضح است که فقط ۲ حالت ممکن است. همچنین به ازای $R>۲۳$ نیز $x<۱$ خواهد بود که طبیعی نیست.

(هوش ریاضی)

AzmonVIP

۲۶۶- گزینهٔ «۲» *(سپهر محمدنژاد)*

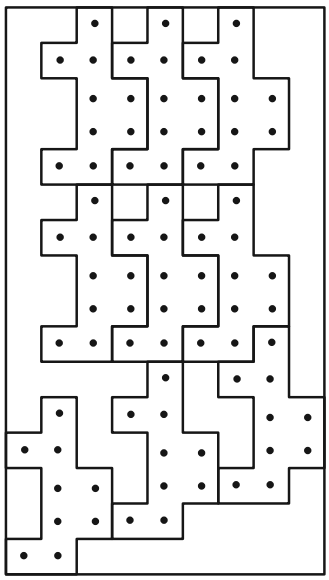
قسمت‌های مدّنظر:



(هوش غیرکلامی)

۲۶۷- گزینهٔ «۲» *(فاطمه راسخ)*

تکرار الگوی مدّنظر در صورت سؤال:



(هوش غیرکلامی)

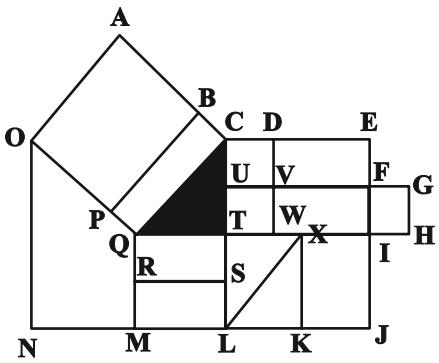
۲۶۸- گزینهٔ «۳» *(سپهر محمدنژاد)*

در الگوی صورت سؤال، از چپ به راست ابتدا شکل مربوط به چشم، سپس شکل مربوط به حالت بینی و درنهایت شکل مربوط به دهان معلوم شده است. به این شکل که △ معادل **A**، ○ معادل **B**، ◡ معادل **C** و ـــ معادل **D** است. پس پاسخ باید **CAB** باشد.

(هوش غیرکلامی)

۲۶۹- گزینهٔ «۴» *(حمید کنعانی)*

مستطیل‌های مدّنظر:



ACQO, BCQP

QTSR, QTLM, QXKM, QIJM

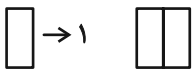
CDVU, UVWT, CDWT, CEFU, UFIT, UGHT

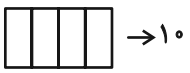
, CEIT, CEJL, UFJL

(هوش غیرکلامی)

۲۷۰- گزینهٔ «۳» *(فرزاد شیرممدلی)*

یک مستطیل به عنوان شیشهٔ جلو و یک مستطیل به عنوان طرح بدنه و دو مستطیل در جلو و عقب اتوبوس به شکل مربع هست. همچنین هفت مستطیل کنار هم به عنوان پنجرهٔ اتوبوس رسم شده است که تعداد بیش‌تری مستطیل می‌سازد. ابتدا الگو را کشف می‌کنیم:





پس تعداد مستطیل‌ها الگوی زیر را دارد:

۱	۲	۳	۴	۵	۶	۷
۱	۳	۶	۱۰	۱۵	۲۱	۲۸

+۲ +۳ +۴ +۵ +۶ +۷

+۱ +۱ +۱ +۱ +۱

پس تعداد مستطیل‌های شکل برابر است با: $۱+۱+۲+۲۸=۳۲$

(هوش غیرکلامی)

AzmonVIP