

دفترچه پاسخ

آزمون ۱۹ مرداد ۱۴۰۳ اختصاصی دوازدهم ریاضی



پدیدآورندگان

نام درس	نام طراحان
حسابان ۲ و ریاضی پایه	دانیال ابراهیمی-مهدی براتی-داود بوالحسنی-سعید پناهی-محمد ابراهیم توننده جانی-عادل حسینی-وحید راحتی-سهیل ساسانی-جواد سراج-علی غریبی-احسان غنی زاده-علیرضا فیضیان-سینا گودرزی-محمد گودرزی-مجتبی مجاهدی-میلاد منصوری-سروش موثینی-امیر حسین نیکان-سیدمجتبی هاشمی-سینا همتی-فهمیه ولی زاده
هندسه	امیر حسین ابومحبوب-علی احمدی قزل دشت-عباس اسدی امیر آبادی-محبوبه بهادری-حسین حاجیلو-افشین خاصه خان-فرزانه خاکپاش-حسین خزایی-محمد خندان-نیما زارع-محمد صحت کار-علی فتح آبادی-فرشاد فرامرزی-احمدرضا فلاح-محمد کریمی-نصیر محبی نژاد-مهرداد ملوندی-محمد جواد نوری-سرژ یقیا زاریان تبریزی
آمار و احتمال و ریاضیات گسسته	امیر حسین ابومحبوب-حنانه اتفاقی-رضا توکلی-جواد حاتمی-سیدمحمد رضا حسینی فرد-فرزانه خاکپاش-امیر هوشنگ خمسه-محمد خندان-کیوان دارابی-سیدوحید ذوالفقاری-سوگند روشنی-علیرضا شریف خطیبی-حمید گروسی-سهام مجیدی پور-مهرداد ملوندی-نیلوفر مهدوی
فیزیک	شهرام احمدی دارانی-عباس اصغری-محمد اکبری-عبدالرضا امینی نسب-رامین آرامش اصل-مهدی براتی-امیر حسین برادران-امیر پوریوسف-محمد رضا حسین نژادی-بینا خورشید-میثم دشتیان-محمد علی راست بیمن-محمد جواد سورچی-مسعود قره خانی-احسان کریمی-مصطفی کیانی-محمد صادق مام سیده-امیر حسین مجوزی-حسین مخدومی-محمد منصور-محمد فاضل میرحاج سیده ملیحه میرصالحی
شیمی	علی امینی-عمر برزیگر-امیر علی بیات-کامران جعفری-مسعود جعفری-محمد رضا جمشیدی-عبدالرضا دادخواه-حمید ذبحی-سیدرضا رضوی-علی رفیعی-ماهان زواری-جواد سوری لکی-جهان شاهی بیگبانی-سهراب صادقی زاده-مسعود طبرسا-امیر حسین طیبی-محمد عظیمیان زواره-بهنام قازانچایی-متین قنبری-علی کریمی-حسین ناصری ثانی-سید رحیم هاشمی دهکردی

گزینشگران و ویراستاران

نام درس	حسابان ۲ و ریاضی پایه	هندسه	آمار و احتمال و ریاضیات گسسته	فیزیک	شیمی
گزینشگر	عادل حسینی	سرژ یقیا زاریان تبریزی	سرژ یقیا زاریان تبریزی	حسام نادری	ماهان زواری
گروه ویراستاری	سهیل تقی زاده مهبد خالتي	امیر محمد کریمی مهرداد ملوندی مهبد خالتي	امیر محمد کریمی مهرداد ملوندی مهبد خالتي	حسین بصیر بهنام شاهنی	محمد حسن محمدزاده مقدم امیر رضا حکمت نیا امیر حسین مسلمی امیر علی بیات
مسئول درس	عادل حسینی	سرژ یقیا زاریان تبریزی	سرژ یقیا زاریان تبریزی	حسام نادری	ماهان زواری
مستندسازی	سمیه اسکندری	عادل حسینی	الهه شهبازی	علیرضا همایون خواه	امیر حسین توحیدی
ویراستاران (مستندسازی)	علیرضا زارعی-علیرضا عباسی زاهد-سجاد سلیمی				

گروه هنر و تولید

مدیر گروه	مهرداد ملوندی
مسئول دفترچه	نرگس غنی زاده
گروه مستندسازی	مدیر گروه: محیا اصغری مسئول دفترچه: الهه شهبازی
حروف نگار	فرزانه فتح اله زاده
ناظر چاپ	سوران نعیمی

گروه آزمون

بنیاد علمی آموزشی قلم چی (وقف عام)

دفتر مرکزی: خیابان انقلاب بین صبا و فلسطین - پلاک ۹۲۳ - کانون فرهنگی آموزش - تلفن: ۰۲۱-۶۶۴۳



حسابان ۱

گزینه «۲» -۱

(وفید راضی)

$$\left. \begin{aligned} f(0) + g(0) &= -1 \\ f(0) - g(0) &= 11 \end{aligned} \right\} \Rightarrow f(0) = 5, g(0) = -6$$

$$\Rightarrow (f^2 + 2g)(0) = (f(0))^2 + 2g(0) = 13$$

(حسابان ۱- تابع: صفحه‌های ۶۳ تا ۶۶)

گزینه «۴» -۲

(میلاد منصوری)

ضابطه تابع f را ساده می‌کنیم. براساس ریشه داخل قدرمطلق که $x = 0$

$$f(x) = \begin{cases} -2 & ; x < 0 \\ -4 & ; x > 0 \end{cases}$$

است، ضابطه‌بندی می‌کنیم:

در نتیجه $a = 0, b = -2, c = -4$ و $a + b + c = -6$ است.

(حسابان ۱- تابع: صفحه‌های ۴۱ تا ۴۳)

گزینه «۱» -۳

(دانیال ابراهیمی)

دامنه تابع، مجموعه جواب‌های نامعادله $x^3 + ax + b \geq 0$ است و از آنجاکه دامنه بازه $(-2, +\infty)$ است، نتیجه می‌شود که $x = -2$ ریشهعبارت $x^3 + ax + b$ است.

$$\Rightarrow -8 - 2a + b = 0 \Rightarrow b = 2a + 8$$

$$\Rightarrow x^3 + ax + 2a + 8 = (x+2)(x^2 - 2x + a + 4)$$

عبارت $x^2 - 2x + a + 4$ نباید ریشه داشته باشد.

$$\Rightarrow \Delta = 4 - 4(a+4) < 0 \Rightarrow a > -3 \quad (1)$$

یا ریشه مضاعف بزرگ‌تر از -2 داشته باشد.

$$\Delta = 4 - 4(a+4) = 0 \Rightarrow a = -3 \quad (2)$$

که در این شرایط ریشه مضاعف $x = 1$ است. در نهایت حدود a مجموعه $(-3, +\infty)$ است.

(حسابان ۱- تابع: صفحه‌های ۴۶ تا ۴۸)

گزینه «۲» -۴

(معدی براتی)

$$[3x+5]^2 = 32 + [3x-3]^2 \Rightarrow [3x+5]^2 - [3x-3]^2 = 32$$

با در نظر گرفتن اتحاد مزدوج داریم:

$$([3x+5] - [3x-3])([3x+5] + [3x-3]) = 32$$

$$\Rightarrow ([3x+5] - [3x-3] + 3)([3x+5] + [3x-3]) = 32$$

$$\Rightarrow 8(2[3x] + 2) = 32 \Rightarrow 2[3x] + 2 = 4 \Rightarrow [3x] = 1$$

$$\Rightarrow 1 \leq 3x < 2 \Rightarrow \frac{1}{3} \leq x < \frac{2}{3}$$

بنابراین $a = \frac{1}{3}$ و $b = \frac{2}{3}$ و $a + b = 1$ است.

(حسابان ۱- تابع: صفحه‌های ۴۹ تا ۵۲)

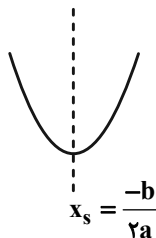
گزینه «۲» -۵

(سید مبین هاشمی)

$$f(x) = (4x^2 - 4x + 1) - (x^2 + 8x + 16) + 2 = 3x^2 - 12x - 13$$

با توجه به اینکه $f(x)$ یک سهمی است، این تابع هنگامی یک‌به‌یک است

که رأس سهمی یا همان محور تقارن در بازه مورد نظر قرار نداشته باشد مگر در ابتدا و انتهای بازه.



$$x_s = \frac{-b}{2a} = \frac{12}{6} = 2$$

رأس سهمی $x_s = 2$

(حسابان ۱- تابع: صفحه‌های ۵۵ تا ۵۷)

گزینه «۴» -۶

(معدی براتی)

فرض می‌کنیم نمودار نهایی مربوط به تابع g باشد. برای یافتن ضابطه آن،در تابع $f^{-1}(x)$ به جای x ، $x+4$ قرار می‌دهیم:

$$y = f(x) \xrightarrow{\text{واحد}} y = f^{-1}(x) \xrightarrow{\text{به سمت چپ ۴}} y = f^{-1}(x+4)$$

$$\Rightarrow g(x) = f^{-1}(x+4)$$

تلاقی تابع $y = f^{-1}(x+4)$ و $y = x-3$ را می‌یابیم:



(سینا همتی)

۹- گزینه «۱»

در تابع $f \circ g(x)$ داریم:

$$(f \circ g)(4) = 1 \xrightarrow{g(4)=-1} f(-1) = 1$$

$$(f \circ g)(7) = -1 \xrightarrow{g(7)=0} f(0) = -1$$

با استفاده از ۲ نقطه به دست آمده برای f ضابطه خطی آن را به دست می آوریم:

$$f(0) = b = -1$$

$$f(-1) = -a + b = 1 \xrightarrow{b=-1} a = -2$$

$$\Rightarrow f(x) = -(2x+1) \Rightarrow f(7) = -5$$

(مسئله ۱- تابع: صفحه های ۶۶ تا ۷۰)

(سراسری فارغ از کشور ۹۹)

۱۰- گزینه «۴»

ابتدا توجه کنید که برای هر عدد حقیقی x ، داریم: $0 \leq x - [x] < 1$ ، پس:

$$0 \leq [x] - x < -1 \quad \text{در نتیجه: } 0 \leq -f(x) < -1$$

$$g(x) = 1 - \frac{1}{x+1} \quad \text{از طرفی داریم:}$$

$$(g \circ f)(x) = g(f(x)) = 1 - \frac{1}{f(x)+1} \quad \text{بنابراین خواهیم داشت:}$$

حال می توانیم برد تابع $g \circ f$ را تعیین کنیم:

$$-1 < f(x) \leq 0 \xrightarrow{+1} 0 < f(x)+1 \leq 1 \xrightarrow{\text{معکوس}} \frac{1}{f(x)+1} \geq 1$$

$$\xrightarrow{x(-1)} \frac{-1}{f(x)+1} \leq -1 \Rightarrow 1 - \frac{1}{f(x)+1} \leq 0$$

در نتیجه برد تابع $g \circ f$ بازه $[-1, +\infty)$ است.

(مسئله ۱- تابع: صفحه های ۴۹ تا ۵۲ و ۶۶ تا ۷۰)

$$f^{-1}(x+4) = x-3 \xrightarrow{\text{از دو طرف } f \text{ می گیریم}} f(f^{-1}(x+4)) = f(x-3)$$

$$\Rightarrow x+4 = f(x-3)$$

با در نظر گرفتن $f(x) = -x + \sqrt{x+4}$ داریم:

$$x+4 = -(x-3) + \sqrt{x-3+4} \Rightarrow 2x+1 = \sqrt{x+1}$$

$$\xrightarrow{\text{توان } 2} (2x+1)^2 = (\sqrt{x+1})^2$$

$$\Rightarrow 4x^2 + 4x + 1 = x + 1 \Rightarrow 4x^2 + 3x = 0 \Rightarrow \begin{cases} x=0 \\ x = -\frac{3}{4} \end{cases} \quad \text{غرض}$$

در نتیجه طول نقطه برخورد برابر صفر است.

(مسئله ۱- صفحه های ۵۷ تا ۶۲)

۷- گزینه «۳»

(انیال ابراهیمی)

وارون تابع f را به دست می آوریم:

$$y = \frac{x^2+b}{2x} \xrightarrow{\text{وارون}} x = \frac{y^2+b}{2y} \Rightarrow 2xy = y^2 + b \Rightarrow y^2 - 2xy + b = 0$$

$$\xrightarrow{\Delta \text{ روش}} y = x \pm \sqrt{x^2 - b} \Rightarrow \begin{cases} a=1 \\ -b=1 \Rightarrow b=-1 \end{cases}$$

برای علامت c ، کافی است دقت کنیم که دامنه تابع $x > 0$ است، پس بردتابع وارون نیز باید اعداد مثبت باشد. پس $f^{-1}(x) = (x + \sqrt{x^2 + 1})$ قبول است و در نتیجه $c = 1$ خواهد بود. پس داریم: $abc = -1$

(مسئله ۱- تابع: صفحه های ۵۷ تا ۶۲)

۸- گزینه «۲»

(سعید پناهی)

$$\begin{cases} f\left(\frac{-5}{3}\right) = \frac{-5}{3} + 2 = \frac{-5+6}{3} = \frac{1}{3} \\ x = g \circ f\left(\frac{-5}{3}\right) = g\left(f\left(\frac{-5}{3}\right)\right) = g\left(\frac{1}{3}\right) = \frac{1}{\frac{1}{3}} = 3 \end{cases}$$

$$\begin{cases} g(3) = 3^2 - 1 = 9 - 1 = 8 \\ (f \circ g)(3) = f(g(3)) = f(8) = \sqrt{8+3} = \sqrt{11} \end{cases}$$

$$\Rightarrow [(f \circ g)(3)] = [\sqrt{11}] = 3$$

(مسئله ۱- تابع: صفحه های ۶۶ تا ۷۰)

ریاضی ۱

گزینه «۴» - ۱۱

(امیرمسین نیلان)

$$A = -\sqrt[4]{625} = -\sqrt[4]{5^4} = -5$$

$$B = \sqrt[5]{-243} = \sqrt[5]{(-3)^5} = -3$$

$$\Rightarrow B - A = -3 - (-5) = 2$$

(ریاضی ۱- توان های گویا و عبارت های جبری: صفحه های ۵۴ تا ۵۸)

گزینه «۲» - ۱۲

(مهدا ابراهیم توزنده یانی)

$$\begin{aligned} \frac{3}{\sqrt[6]{2\sqrt{27}-3\sqrt{3}}} &= \frac{3}{\sqrt[6]{2\sqrt{9 \times 3}-3\sqrt{3}}} \\ &= \frac{3}{\sqrt[6]{6\sqrt{3}-3\sqrt{3}}} = \frac{3}{\sqrt[6]{3\sqrt{3}}} = \frac{3}{\sqrt[6]{3^2 \times 3}} \\ &= \frac{3}{\sqrt[6]{3^3}} = \frac{3}{\sqrt[6]{3^3}} = \frac{3}{\sqrt[2]{3}} = \frac{3}{\sqrt[2]{3}} = \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}} = \sqrt{3} \end{aligned}$$

(ریاضی ۱- توان های گویا و عبارت های جبری: صفحه های ۵۹ تا ۶۱)

گزینه «۱» - ۱۳

(علی غریبی)

$$\begin{aligned} a^f + b^f &= (a^2)^2 + (b^2)^2 \\ &= (a^2 + b^2)^2 - 2a^2b^2 = 1 - 2(ab)^2 \end{aligned}$$

(ریاضی ۱- توان های گویا و عبارت های جبری: صفحه های ۶۲ تا ۶۸)

گزینه «۱» - ۱۴

(علی غریبی)

ابتدا هر عبارت را جداگانه گویا می کنیم و سپس با هم جمع و تفریق می کنیم:

$$\left. \begin{aligned} \frac{1}{\sqrt{2+1}} \times \frac{\sqrt{2}-1}{\sqrt{2}-1} &= \sqrt{2}-1 \\ \frac{1}{\sqrt{3+\sqrt{2}}} \times \frac{\sqrt{3}-\sqrt{2}}{\sqrt{3}-\sqrt{2}} &= \sqrt{3}-\sqrt{2} \\ \frac{1}{2+\sqrt{3}} \times \frac{2-\sqrt{3}}{2-\sqrt{3}} &= 2-\sqrt{3} \end{aligned} \right\} \Rightarrow \sqrt{2}-1 + \sqrt{3}-\sqrt{2} + 2-\sqrt{3} = -1+2=1$$

(ریاضی ۱- توان های گویا و عبارت های جبری: صفحه های ۶۲ تا ۶۸)

گزینه «۴» - ۱۵

(فحیمه ولی زاده)

$$\begin{aligned} \frac{3\sqrt[3]{0.216}}{\sqrt[6]{(128)^3(64)^2}} &= \frac{3 \times \sqrt[3]{216}}{\sqrt[6]{(2^7)^3 \times (2^6)^2}} = \frac{3 \times \sqrt[3]{2^3 \times 3^3}}{\sqrt[6]{2^{21} \times 2^{12}}} \\ &= \frac{3 \times \frac{2 \times 3}{10}}{\sqrt[6]{2^{33}}} = \frac{18}{\sqrt[6]{2^{33}}} = \frac{9}{\sqrt[2]{2^6}} = \frac{9}{2^3} = \frac{9}{8} \\ &= \frac{9}{\frac{32\sqrt{2}}{1}} = \frac{9}{160\sqrt{2}} = \frac{9\sqrt{2}}{320} \end{aligned}$$

(ریاضی ۱- توان های گویا و عبارت های جبری: صفحه های ۳۸ تا ۶۱)

گزینه «۲» - ۱۶

(عادل حسینی)

$$\begin{aligned} \sqrt{4+2\sqrt{3}} &= \sqrt{(\sqrt{3}+1)^2} = \sqrt{3}+1 \\ \sqrt{7-4\sqrt{3}} &= \sqrt{(\sqrt{3}-2)^2} = 2-\sqrt{3} \end{aligned}$$

پس عبارت مورد نظر به صورت زیر است:

$$\begin{aligned} \frac{\sqrt{3}-1}{(\sqrt{3}+1)-(2-\sqrt{3})} &= \frac{\sqrt{3}-1}{2\sqrt{3}-1} \\ &= \frac{\sqrt{3}-1}{2\sqrt{3}-1} \times \frac{2\sqrt{3}+1}{2\sqrt{3}+1} = \frac{5-\sqrt{3}}{11} \end{aligned}$$

که باید مخرج آن را گویا کنیم:

$$1 - \frac{5-\sqrt{3}}{11} = \frac{6+\sqrt{3}}{11}$$

عدد حاصل را از ۱ کم می کنیم:

(ریاضی ۱- توان های گویا و عبارت های جبری: صفحه های ۶۲ تا ۶۸)



۱۷- گزینه «۳»

(مبتنی بر مباحثی)

از آن جایی که $\tan x = \frac{\sin x}{\cos x}$ داریم، $\sin x = \cos x \cdot \tan x$. پس

می توان نوشت:

$$\sin x + \tan x = \cos x \cdot \tan x + \tan x = (\cos x + 1) \tan x$$

چون $\sin x + \tan x$ طبق فرض سؤال مثبت است، پس داریم:

$$(\cos x + 1) \tan x > 0 \rightarrow -1 \leq \cos x < 1$$

$$\frac{(\cos x + 1) \tan x > 0 \Rightarrow \tan x > 0}{\text{نامنفی}}$$

(۱) انتهای کمان x در ربع اول یا سوم است. \Rightarrow

$$\frac{1}{\cos x} - \sin x \tan x = \frac{1}{\cos x} - \sin x \times \frac{\sin x}{\cos x} = \frac{1 - \sin^2 x}{\cos x} < 0$$

از طرفی $1 - \sin^2 x = \cos^2 x$ پس:

$$\frac{\cos^2 x}{\cos x} < 0 \Rightarrow \cos x < 0 \Rightarrow \text{(۲) انتهای کمان } x \text{ در ربع دوم یا سوم است.}$$

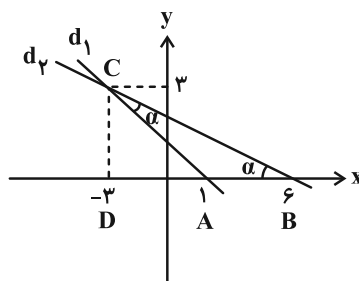
با توجه به اشتراک (۱) و (۲)، انتهای کمان x در ناحیه سوم دایره مثلثاتی قرار دارد.

(ریاضی ۱- مثلثات: صفحه‌های ۳۶ تا ۴۶)

۱۸- گزینه «۱»

(علیرضا فیضیان)

ابتدا دو خط را رسم می‌کنیم.



$$ACD \text{ در مثلث } AC^2 = DC^2 + AD^2 \Rightarrow AC^2 = 9 + 16 \Rightarrow AC = 5$$

Δ همچنین با توجه به شکل، $AB = 5$ می‌باشد. بنابراین مثلث ABC ,

متساوی الساقین است و $\hat{B} = \hat{C}$. لذا:

$$\tan \hat{C} = \tan \hat{B} = \frac{CD}{BD} = \frac{3}{9} = \frac{1}{3}$$

(ریاضی ۱- مثلثات: صفحه‌های ۳۰ و ۴۱)

۱۹- گزینه «۲»

(دانیال ابراهیمی)

صورت و مخرج کسر داده شده را بر $\cos^2 x$ تقسیم می‌کنیم، داریم:

$$\frac{\sin^2 x}{\cos^2 x} - \frac{2 \cos^2 x}{\cos^2 x} + \frac{1}{\cos^2 x} = \frac{\tan^2 x - 2 + (1 + \tan^2 x)}{\cos^2 x} = 3$$

$$\frac{\sin^2 x}{\cos^2 x} + \frac{2 \cos^2 x}{\cos^2 x} - \frac{1}{\cos^2 x} = \frac{\tan^2 x + 2 - (1 + \tan^2 x)}{\cos^2 x}$$

$$\Rightarrow \frac{2 \tan^2 x - 1}{1} = 3 \Rightarrow \tan^2 x = 2$$

(ریاضی ۱- مثلثات: صفحه‌های ۴۲ تا ۴۶)

۲۰- گزینه «۳»

(سروش موئینی)

$$\text{با فرض } A = \sqrt{\frac{1 - \sin x}{1 + \sin x}} - \sqrt{\frac{1 + \sin x}{1 - \sin x}} \text{ داریم:}$$

$$A^2 = \frac{1 - \sin x}{1 + \sin x} + \frac{1 + \sin x}{1 - \sin x} - 2 \quad (A < 0 \text{ که دقت کنید})$$

$$= \frac{(1 - \sin x)^2 + (1 + \sin x)^2}{1 - \sin^2 x} - 2 = \frac{2 + 2 \sin^2 x}{\cos^2 x} - 2$$

$$= \frac{2}{\cos^2 x} + 2 \tan^2 x - 2 = 2(1 + \tan^2 x) + 2 \tan^2 x - 2 = 4 \tan^2 x$$

$$= 4 \left(\frac{1}{4}\right) = 1 \xrightarrow{A < 0} A = -1$$

(ریاضی ۱- مثلثات: صفحه‌های ۴۲ تا ۴۶)



آمار و احتمال

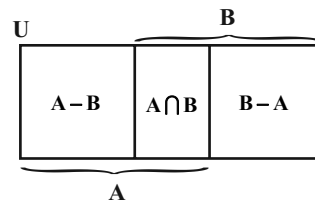
۲۱- گزینه «۱»

(سراسری ریاضی ۱۴۰۰)

$$(A' - B)' \cap C = (A' \cap B')' \cap C = (A \cup B) \cap C = U \cap C = C$$

متطابق نمودار ون، متمم مجموعه $C = (A - B) \cup (B - A)$ در این سؤال

معادل مجموعه $A \cap B$ است، بنابراین داریم:



$$C' = B \Rightarrow A \cap B = B \Rightarrow B \subseteq A$$

(آمار و احتمال - آشنایی با مبانی ریاضیات: صفحه‌های ۲۱ تا ۲۹)

۲۲- گزینه «۱»

(فرزانه ذاکپاش)

طبق قوانین جبر مجموعه‌ها داریم:

$$\begin{aligned} (A \cap B)' \cap (A' \cup B) \cap C &= [(A' \cup B') \cap (A' \cup B)] \cap C \\ &= [A' \cup \underbrace{(B' \cap B)}_{\emptyset}] \cap C = A' \cap C \end{aligned}$$

طبق فرض مسئله، این مجموعه برابر مجموعه C است. بنابراین داریم:

$$A' \cap C = C \Rightarrow C - A = C \Rightarrow$$

$$\Rightarrow A \cap C = \emptyset$$

(آمار و احتمال - آشنایی با مبانی ریاضیات: صفحه‌های ۲۱ تا ۲۹)

۲۳- گزینه «۳»

(سولگر روشنی)

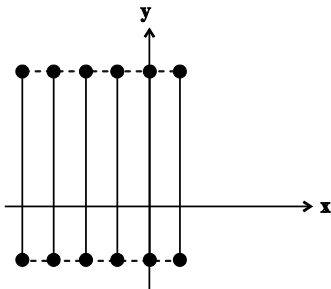
ابتدا با توجه به تعاریف A_n و B_i ، مجموعه‌های A_p و B_p را به دست

می‌آوریم:

$$A_p = \{m \in \mathbb{Z} \mid m \geq -4, 2^{m+1} \leq 4\} = \{-4, -3, -2, -1, 0, 1\}$$

$$B_p = [-3, 6]$$

حال ضرب دکارتی $A_p \times B_p$ را محاسبه کرده و رسم می‌کنیم:



در نتیجه ضرب دکارتی $A_p \times B_p$ ، شش پاره‌خط به طول ۹ و موازی محور y ها است.

(آمار و احتمال - آشنایی با مبانی ریاضیات: صفحه‌های ۳۰ تا ۳۴)

۲۴- گزینه «۱»

(شانه اتفاقی)

اگر پیشامد ابتلای این فرد به سرماخوردگی و آنفولانزا را به ترتیب با A و B نمایش دهیم، آنگاه طبق فرض داریم:

$$\begin{aligned} P(A' \cap B') &= P[(A \cup B)'] = 1 - P(A \cup B) \\ \Rightarrow P(A' \cap B') &= 1 - (P(A) + P(B) - P(A \cap B)) \\ \Rightarrow 0.15 &= 1 - (0.6 + 0.3 - P(A \cap B)) \\ \Rightarrow P(A \cap B) &= 0.55 \end{aligned}$$

احتمال اینکه این فرد فقط به سرماخوردگی مبتلا شود، برابر است با:

$$P(A - B) = P(A) - P(A \cap B) = 0.6 - 0.55 = 0.05$$

(آمار و احتمال - احتمال: صفحه‌های ۴۱ تا ۴۳)

۲۵- گزینه «۳»

(امیرحوشنگ فمسه)

فرض کنید A و B زیرمجموعه‌هایی از مجموعه مفروض باشند که اعضای آن‌ها به ترتیب مضرب ۴ و ۵ هستند. خواسته سؤال محاسبه احتمال پیشامد $A' \cap B'$ است. داریم:

$$n(S) = 500 - 200 = 300$$

$$n(A) = \left\lfloor \frac{500}{4} \right\rfloor - \left\lfloor \frac{200}{4} \right\rfloor = 125 - 50 = 75$$



$$\begin{cases} x+y=5 \\ xy=6 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} (x,y)=(2,3) \\ \text{یا} \\ (x,y)=(3,2) \end{cases}$$

$$\begin{cases} x+y=-5 \\ xy=6 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} (x,y)=(-2,-3) \\ \text{یا} \\ (x,y)=(-3,-2) \end{cases}$$

بنابراین چهار مجموعه به صورت $\{(x,y)\}$ وجود دارد.

(آمار و احتمال - آشنایی با مبانی ریاضیات: صفحه‌های ۳۰ تا ۳۴)

(موردار ملونری)

گزینه ۲» -۲۹

اگر «رو» بیاید سکه را یک بار و اگر «پشت» بیاید سکه را دو بار پرتاب

می‌کنیم. پس تعداد اعضای فضای نمونه این آزمایش تصادفی برابر است با:

$$1 \times 2 + 1 \times 2 \times 2 = 6$$

متمم پیشامد مذکور آن است که اصلاً «رو» ظاهر نشود که فقط در حالتی

امکان‌پذیر است که در پرتاب اول سکه «پشت» و در هر دو بار پرتاب مجدد

سکه، «پشت» ظاهر گردد. پس تعداد اعضای پیشامد مذکور (حداقل یک بار

«رو» ظاهر شود.) برابر است با:

$$6 - 1 = 5$$

(آمار و احتمال - احتمال: صفحه‌های ۴۱ تا ۴۳)

(علیرضا شریف‌طیپی)

گزینه ۴» -۳۰

A: تصادف به علت خواب‌آلودگی

B: تصادف به علت سرعت زیاد

$$P(A-B) + P(B-A) = P(A) - P(A \cap B) + P(B) - P(A \cap B)$$

$$= P(A) + P(B) - 2P(A \cap B)$$

$$= \frac{45}{100} + \frac{35}{100} - 2 \times \frac{15}{100} = \frac{50}{100} = 0.5$$

(آمار و احتمال - احتمال: صفحه‌های ۴۱ تا ۴۳)

$$n(B) = \left[\frac{500}{5} \right] - \left[\frac{200}{5} \right] = 100 - 40 = 60$$

$$n(A \cap B) = \left[\frac{500}{20} \right] - \left[\frac{200}{20} \right] = 25 - 10 = 15$$

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

$$= \frac{75}{300} + \frac{60}{300} - \frac{15}{300} = 0.4$$

$$P(A' \cap B') = P[(A \cup B)']$$

$$= 1 - P(A \cup B) = 1 - 0.4 = 0.6$$

(آمار و احتمال - احتمال: صفحه‌های ۳۱ تا ۳۳)

(سیرویدر زوالفقاری)

گزینه ۲» -۲۶

$$\left. \begin{aligned} A &= \{1, 2, 3, 4, 5\} \\ B &= \{1, 3, 5, 7, 9\} \\ C &= \{2, 3, 5, 7\} \end{aligned} \right\} \Rightarrow B \cup C = \{1, 2, 3, 5, 7, 9\}$$

$$A - (B \cup C) = \{4\}$$

بنابراین مجموعه $\{4\}$ معادل پیشامد $A - (B \cup C)$ است، یعنی آن که

A اتفاق بیفتد ولی B و C هیچ کدام اتفاق نیفتند.

(آمار و احتمال - احتمال: صفحه‌های ۴۱ و ۴۲)

(فرزانه ذاکپاش)

گزینه ۳» -۲۷

اگر فرض کنیم $P(a) = x$ ، آن‌گاه داریم:

$$P(a) + P(b) + P(c) + P(d) = 1$$

$$\Rightarrow x + \frac{x}{3} + \frac{x}{9} + \frac{x}{27} = 1 \Rightarrow x = \frac{27}{40}$$

$$\Rightarrow P(\{a, d\}) = P(a) + P(d) = \frac{27}{40} + \frac{1}{40} = 0.7$$

(آمار و احتمال - احتمال: صفحه‌های ۳۴ تا ۳۷)

(امیر هوشنگ غمسه)

گزینه ۳» -۲۸

$$A \times B = B \times A \xrightarrow{A, B \neq \emptyset} A = B \Rightarrow \begin{cases} 2x^2 + 2y^2 = 26 \Rightarrow x^2 + y^2 = 13 \\ 4xy = 24 \Rightarrow 2xy = 12 \end{cases}$$

$$(x^2 + y^2) + 2xy = 13 + 12 \Rightarrow (x + y)^2 = 25 \Rightarrow x + y = \pm 5$$

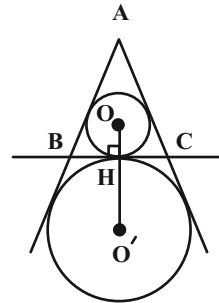


هندسه ۲

۳۱- گزینه «۴»

(امیرحسین ابومحبوب)

مطابق شکل فاصله بین مراکز دو دایره محاطی داخلی و خارجی یک مثلث متساوی‌الاضلاع برابر مجموع شعاع‌های دایره محاطی داخلی و دایره محاطی خارجی مثلث است.



اگر مساحت مثلث را با S و نصف محیط آن را با P نمایش دهیم، آن‌گاه مطابق شکل داریم:

$$S = \frac{\sqrt{3}}{4} \times 8^2 = 16\sqrt{3}, \quad P = \frac{3 \times 8}{2} = 12$$

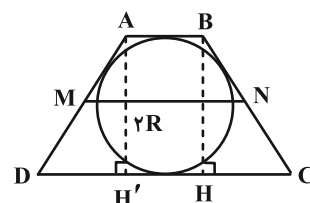
$$\begin{cases} r = \frac{S}{P} = \frac{16\sqrt{3}}{12} = \frac{4\sqrt{3}}{3} \\ r_a = \frac{S}{P-a} = \frac{16\sqrt{3}}{12-8} = 4\sqrt{3} \end{cases}$$

$$OO' = r + r_a = \frac{4\sqrt{3}}{3} + 4\sqrt{3} = \frac{16\sqrt{3}}{3} = 16 \times \frac{1}{\sqrt{3}}$$

(هنر سه ۲- دایره: صفحه‌های ۲۵ و ۲۶)

۳۲- گزینه «۲»

(غرزانه فاکپاش)

فرض کنیم طول قاعده‌های دوزنقه برابر a و b ($a < b$) باشد.

می‌دانیم طول پاره‌خطی که وسط‌های دو ساق دوزنقه را به هم وصل می‌کند، میانگین طول دو ساق دوزنقه است، پس داریم:

$$MN = \frac{a+b}{2} = 10 \Rightarrow a+b = 20$$

از طرفی قطر دایره محاطی یک دوزنقه متساوی‌الساقین، واسطه هندسی بین دو قاعده است (برگرفته از یکی از تمرین‌های کتاب درسی)، پس داریم:

$$(2R)^2 = a \times b \xrightarrow{R=4} ab = 64$$

با حل معادله درجه دوم زیر مقادیر a و b را به دست می‌آوریم:

$$x^2 - 20x + 64 = 0 \Rightarrow (x-4)(x-16) = 0 \xrightarrow{a < b} \begin{cases} a = 4 \\ b = 16 \end{cases}$$

$$b - a = 16 - 4 = 12 = \text{اختلاف طول‌های دو قاعده}$$

دوزنقه ABCD محیطی است، پس:

$$AB + CD = AD + BC$$

$$\Rightarrow \text{محیط } (ABCD) = 2(AB + CD) = 40$$

$$\Rightarrow \text{نسبت خواسته شده} = \frac{12}{40} = \frac{3}{10} = 0.3$$

(هنر سه ۲- دایره: صفحه‌های ۲۷ و ۲۹)

۳۳- گزینه «۴»

(غرزانه فاکپاش)

$$\text{طول مماس مشترک داخلی} = \sqrt{d^2 - (R + R')^2}$$

$$= \sqrt{(\sqrt{15})^2 - (R + 2R)^2} = \sqrt{15 - 9R^2}$$

$$\text{طول مماس مشترک خارجی} = \sqrt{d^2 - (R - R')^2}$$

$$= \sqrt{(\sqrt{15})^2 - (R - 2R)^2} = \sqrt{15 - R^2}$$

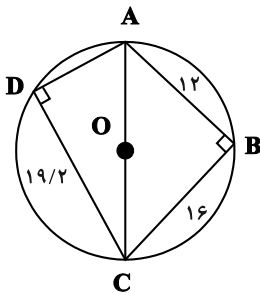
$$\Rightarrow \frac{a}{b} = \cos \frac{18^\circ}{n} \xrightarrow{n=6} \frac{a}{b} = \cos \frac{18^\circ}{6} = \cos 3^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

(هنر سه ۲- رایره: صفحه‌های ۲۹ و ۳۰)

(امیر حسین ابومصوب)

گزینه ۲» ۳۶-

با توجه به اینکه عمودمنصف‌های اضلاع چهارضلعی ABCD هم‌مرس هستند، پس این چهارضلعی محاطی است و چون مرکز دایره محیطی چهارضلعی (نقطه هم‌مرسی عمودمنصف‌ها) روی قطر AC قرار دارد، پس AC قطر دایره محیطی نیز هست و در نتیجه زوایای B و D قائمه هستند. بنابراین داریم:



$$\triangle ABC: AC^2 = AB^2 + BC^2 = 144 + 256 = 400 \Rightarrow AC = 20$$

$$\triangle ADC: AC^2 = AD^2 + CD^2 \Rightarrow 400 = AD^2 + (19/2)^2$$

$$\Rightarrow AD^2 = 20^2 - (19/2)^2$$

$$= (20 - 19/2)(20 + 19/2) = \frac{8}{10} \times \frac{392}{10}$$

$$= \frac{8 \times (2 \times 196)}{10 \times 10} = \frac{(4 \times 14)^2}{10^2} \Rightarrow AD = 5/6$$

$$S_{ABCD} = S_{ABC} + S_{ADC} = \frac{12 \times 16}{2} + \frac{5/6 \times 19/2}{2}$$

$$= 96 + 53/76 = 149/76$$

(هنر سه ۲- رایره: صفحه ۲۷)

(مهمر فندان)

گزینه ۱» ۳۷-

یک چهارضلعی محاطی است اگر و فقط اگر عمودمنصف‌های تمامی اضلاع آن در یک نقطه هم‌مرس باشند، بنابراین یک دایره از رئوس چهارضلعی BCED می‌گذرد.

طبق فرض سؤال داریم:

$$\sqrt{15 - R^2} = 3\sqrt{15 - 9R^2}$$

$$\xrightarrow{\text{به توان ۲}} 15 - R^2 = 9(15 - 9R^2)$$

$$\Rightarrow 15 - R^2 = 135 - 81R^2$$

$$\Rightarrow 80R^2 = 135 - 15 = 120 \Rightarrow R^2 = \frac{3}{2} \Rightarrow R = \frac{\sqrt{6}}{2}$$

(هنر سه ۲- رایره: صفحه‌های ۲۱ و ۲۲)

(فرشار خرامرزی)

گزینه ۱» ۳۴-

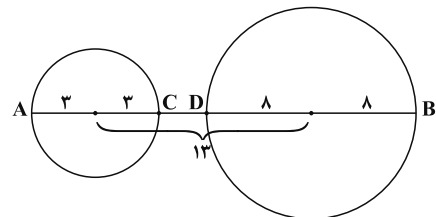
اگر فاصله مرکزهای دو دایره d باشد، داریم:

$$\text{طول مماس مشترک خارجی دو دایره} = \sqrt{d^2 - (R - R')^2}$$

$$\Rightarrow 12 = \sqrt{d^2 - (8 - 3)^2} \Rightarrow 144 = d^2 - 25$$

$$\Rightarrow d^2 = 169 \Rightarrow d = 13$$

دو دایره متخارج‌اند $d > R + R'$



$$\left. \begin{aligned} \text{بیشترین فاصله نقاط دو دایره} &= AB = 13 + (3 + 8) = 24 \\ \text{کمترین فاصله نقاط دو دایره} &= CD = 13 - (3 + 8) = 2 \end{aligned} \right\} \Rightarrow \frac{AB}{CD} = \frac{24}{2} = 12$$

(هنر سه ۲- رایره: صفحه‌های ۲۰ تا ۲۲)

(امیر حسین ابومصوب)

گزینه ۴» ۳۵-

اگر a و b به ترتیب طول اضلاع n ضلعی منتظم محاطی و محیطی دایره‌ای به شعاع r باشند، آن‌گاه داریم:

$$\left. \begin{aligned} a &= 2r \sin \frac{18^\circ}{n} \\ b &= 2r \tan \frac{18^\circ}{n} \end{aligned} \right\} \Rightarrow \frac{a}{b} = \frac{\sin \frac{18^\circ}{n}}{\tan \frac{18^\circ}{n}} = \frac{\sin \frac{18^\circ}{n}}{\frac{\sin \frac{18^\circ}{n}}{\cos \frac{18^\circ}{n}}}$$



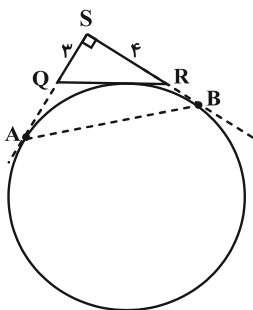
۳۹- گزینه «۲»

(عسین عابیلو)

در مثلث قائم‌الزاویه SQR داریم:

$$QR = \sqrt{3^2 + 4^2} = 5$$

نکته: طول مماسی که از هر رأس یک مثلث بر دایرهٔ محاطی خارجی روبه‌رو به آن رأس رسم می‌شود، نصف محیط مثلث است.



$$SA = SB = P = \frac{3+4+5}{2} = 6$$

حال در مثلث قائم‌الزاویهٔ متساوی‌الساقین SAB ، داریم:

$$AB = \sqrt{2}SA = 6\sqrt{2} \Rightarrow \frac{AB}{QR} = \frac{6\sqrt{2}}{5} = 1\frac{1}{2}\sqrt{2}$$

(هنرسه ۲ - راپره: مشابه تمرین ۶ صفحه ۳۰)

۴۰- گزینه «۳»

(فرشار فرامرزی)

می‌دانیم در مثلث، نسبت ارتفاع‌ها، برابر عکس نسبت اضلاع مثلث است؛ پس داریم:

$$\frac{a}{3} = \frac{b}{5} = \frac{c}{6} \Rightarrow 2h_a = 5h_b = 6h_c$$

$$\Rightarrow h_a = 2h_c, h_b = \frac{6h_c}{5}$$

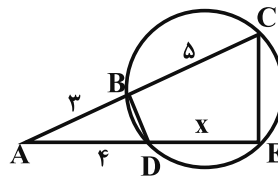
از طرفی اگر r شعاع دایرهٔ محاطی داخلی مثلث باشد، داریم:

$$\frac{1}{h_a} + \frac{1}{h_b} + \frac{1}{h_c} = \frac{1}{r}$$

$$\Rightarrow \frac{1}{2h_c} + \frac{5}{6h_c} + \frac{1}{h_c} = \frac{1}{r} \Rightarrow \frac{3+5+6}{6h_c} = \frac{1}{r}$$

$$\Rightarrow h_c = 14$$

(هنرسه ۲ - راپره: مشابه تمرین ۵ صفحه ۲۹ و ۳۰)



طبق روابط طولی در دایره، اگر $DE = x$ فرض شود، داریم:

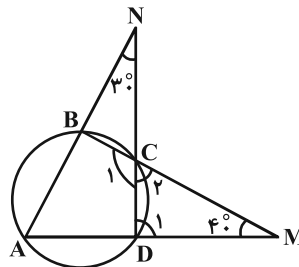
$$AB \times AC = AD \times AE \Rightarrow 3 \times 8 = 4(4+x)$$

$$\Rightarrow 4+x=6 \Rightarrow x=2$$

(هنرسه ۲ - راپره: صفحه‌های ۱۸، ۱۹ و ۲۴)

۳۸- گزینه «۳»

(مهوراد ملونری)



مطابق شکل، چهارضلعی $ABCD$ محاطی است، پس:

$$\hat{A} + \hat{C}_1 = 180^\circ \quad (1)$$

$$\hat{C}_1 + \hat{C}_2 = 180^\circ \quad (2) \quad \text{از طرفی } \hat{C}_1 \text{ و } \hat{C}_2 \text{ مکمل‌اند، پس:}$$

$$\hat{C}_2 = \hat{A} \quad \text{از روابط (1) و (2) نتیجه می‌شود که:}$$

$$\hat{D}_1 = \hat{A} + 30^\circ \quad \text{هم‌چنین } \hat{D}_1 \text{ زاویهٔ خارجی مثلث } AND \text{ است، پس:}$$

در مثلث CDM داریم:

$$\hat{C}_2 + \hat{D}_1 + \hat{M} = 180^\circ \Rightarrow \hat{A} + (\hat{A} + 30^\circ) + 40^\circ = 180^\circ$$

$$\Rightarrow 2\hat{A} = 110^\circ \Rightarrow \hat{A} = 55^\circ$$

$$\begin{cases} \hat{C}_1 + \hat{C}_2 = 180^\circ \\ \hat{C}_2 = \hat{A} \end{cases} \Rightarrow \hat{C}_1 = 180^\circ - \hat{A} = 125^\circ$$

$$\text{نسبت خواسته شده: } \frac{\hat{C}_1}{\hat{A}} = \frac{125}{55} = \frac{25}{11}$$

(هنرسه ۲ - راپره: صفحه ۲۷)

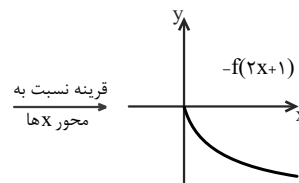
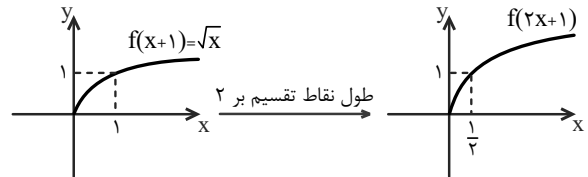


حسابان ۲

گزینه «۳» -۴۱

(کتاب آبی ریاضیات کنکور)

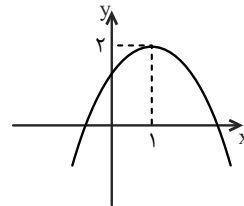
برای رسم نمودار تابع $y = -f(2x+1)$ ، طول نقاط نمودار تابع $y = f(x+1)$ را بر ۲ تقسیم می‌کنیم و در انتها آن را نسبت به محور x ها قرینه می‌کنیم.



(مسابان ۲- تابع: صفحه‌های ۱ تا ۱۲)

گزینه «۱» -۴۲

(کتاب آبی ریاضیات کنکور)

نمودار تابع $g(x) = -(x-1)^2 + 2$ به صورت زیر است:

بنابراین برای رسم تابع f از روی g کافی است نمودار تابع g را ۱ واحد به چپ و سپس ۲ واحد به پایین انتقال دهیم.

(مسابان ۲- تابع: صفحه‌های ۱ تا ۱۲)

گزینه «۳» -۴۳

(سراسری تیرگی شارح از کشور - ۹۷)

$$f(x) = \sqrt{x} \xrightarrow[\text{محور } y \text{ ها}]{\text{قرینه نسبت به}} y = \sqrt{-x}$$

$$\xrightarrow[\text{واحد به راست}]{2} y = \sqrt{-(x-2)} = \sqrt{-x+2}$$

برای یافتن نقاط تلاقی نمودارهای توابع $y = x$ و $y = \sqrt{-x+2}$ (نیمساز

ناحیه اول و سوم)، آنها را مساوی هم قرار می‌دهیم:

$$\sqrt{-x+2} = x \xrightarrow[\text{به توان 2}]{2} -x+2 = x^2 \Rightarrow x^2 + x - 2 = 0$$

$$\Rightarrow (x+2)(x-1) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = -2 \end{cases}$$

$x = -2$ غیر قابل قبول است، زیرا در معادله اصلی صدق نمی‌کند.

(مسابان ۲- تابع: صفحه‌های ۱ تا ۱۲)

گزینه «۱» -۴۴

(راور بوالسنی)

مختصات هر دو نقطه را در ضابطه تابع مربوطه جای گذاری می‌کنیم:

$$0 = -2f(6) + 4 \Rightarrow f(6) = 2$$

$$b = 3f\left(\frac{a}{2} - 3\right) - 1 \Rightarrow f\left(\frac{a}{2} - 3\right) = \frac{b+1}{3}$$

دو تساوی به دست آمده باید یکسان باشند، پس داریم:

$$\begin{cases} \frac{a}{2} - 3 = 6 \Rightarrow a = 18 \\ \frac{b+1}{3} = 2 \Rightarrow b = 5 \end{cases} \Rightarrow a - 3b = 3$$

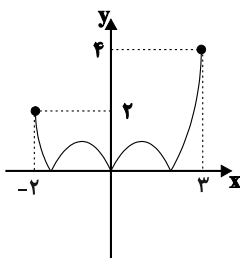
(مسابان ۲- تابع: صفحه‌های ۱ تا ۱۲)

گزینه «۲» -۴۵

(ممد کورزی)

وقتی از $y = f(x)$ به $y = f\left(2x - \frac{1}{2}\right)$ می‌رویم، تغییرات روی x هستند و

مقادیر تابع عوض نمی‌شود. پس ۷ها در نمودار جدید، همین مقادیر را دارند. فقط با قدرمطلق گیری، قسمت زیر محور x به بالا می‌آید، یعنی چیزی شبیه نمودار زیر:



برای تلاقی نمودار $|f|$ با خط $y = k^2 - 4k + 6$ در یک نقطه، باید خط

$y = k^2 - 4k + 6$ از ۲ بالاتر باشد و از ۴ بالاتر نباشد.

$$2 < k^2 - 4k + 6 \leq 4$$

$$k^2 - 4k + 4 > 0 \Rightarrow (k-2)^2 > 0 \Rightarrow k \neq 2 \quad (\text{الف})$$

$$k^2 - 4k + 2 \leq 0 \xrightarrow[\text{مربع کامل}]{2} (k-2)^2 \leq 2 \quad (\text{ب})$$



مقادیر صحیح k که در این شرطها صدق می کنند فقط ۱ و ۳ هستند، یعنی ۲ مقدار برای k داریم.

(مسئله ۲- تابع: صفحه های ۱ تا ۱۲)

گزینه «۱» (اعسان غنی زاده)

با توجه به ضابطه تابع g داریم:

$$g(x) = f(x-1) + 1$$

کافی است $x = 0$ را جای گذاری کنیم:

$$g(0) = f(-1) + 1 = (-1)^3 + 1 = 0$$

(مسئله ۲- تابع: صفحه های ۱ تا ۱۴)

گزینه «۲» (سپهر ساسانی)

نمودار تابع هر گزینه را رسم می کنیم:

گزینه «۱»:

$$f(x) = \begin{cases} 3x & x \geq 0 \\ -x & x < 0 \end{cases}$$

گزینه «۲»:

$$f(x) = \begin{cases} 0 & x \geq 0 \\ 2x & x < 0 \end{cases}$$

گزینه «۳»:

$$f(x) = \begin{cases} x^4 & x \geq 0 \\ -x^4 & x < 0 \end{cases}$$

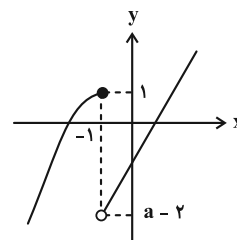
گزینه «۴»:

$$f(x) = -\left(\frac{1}{3}\right)^{-x} + 1 = -3^x + 1$$

(مسئله ۲- تابع: صفحه های ۱۵ تا ۱۸)

گزینه «۲» (سینا کوروزی)

بهترین راه برای فهم و حل این سوال رسم نمودار تابع است.



برای این که تابع غیریکنوا شود، لازم است $a - 2 < 1$ باشد:

$$\Rightarrow a - 2 < 1 \Rightarrow a < 3$$

یعنی فقط ۲ مقدار طبیعی برای a قابل قبول است.

(مسئله ۲- تابع: صفحه های ۱۵ تا ۱۸)

گزینه «۴» (یوار سراج)

می دانیم که عبارت زیر رادیکال همواره باید بزرگ یا مساوی صفر باشد.

$$(x^3 + x)f(x) \geq 0$$

نامعادله فوق را تعیین علامت می کنیم:

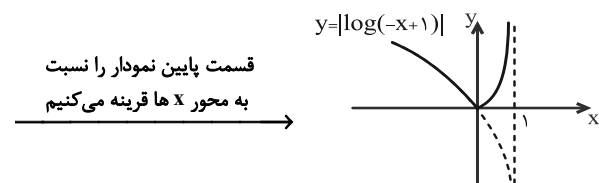
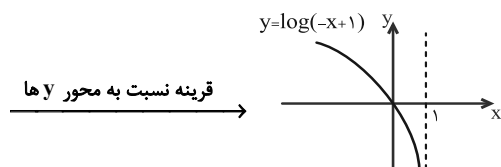
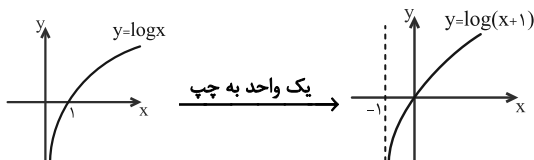
	۰	۲	
$x^3 + x$	-	+	+
$f(x)$	+	+	-
$(x^3 + x)f(x)$	-	+	-

پس دامنه تابع g بازه $[0, 2]$ و در نتیجه $a + b = 2$ است.

(مسئله ۲- تابع: صفحه های ۱۵ تا ۱۸)

گزینه «۲» (کتاب آبی جامع ریاضی)

نمودار تابع $y = |\log(-x+1)|$ را رسم می کنیم:



با توجه به نمودار، تابع روی بازه $(-\infty, 0]$ اکیداً نزولی است.

(مسئله ۲- تابع: صفحه های ۱۵ تا ۱۸)



هندسه ۳

۵۱- گزینه «۲»

(افشین فاضل‌نار)

طبق فرض داریم:

$$A = \begin{bmatrix} a & 0 & 0 \\ 0 & a & 0 \\ 0 & 0 & a \end{bmatrix} \Rightarrow A + B + C = A + \frac{2}{3}A - 4A$$

$$= \frac{-7}{3}A = -\frac{7}{3} \begin{bmatrix} a & 0 & 0 \\ 0 & a & 0 \\ 0 & 0 & a \end{bmatrix}$$

$$\Rightarrow (A + B + C) \text{ مجموعه درایه‌های } = \frac{-7}{3} \times 3a = -14 \Rightarrow a = 2$$

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{bmatrix} = 2I$$

(هندسه ۳- ماتریس و کاربردها؛ صفحه‌های ۱۲ تا ۱۵)

۵۲- گزینه «۱»

(مهم‌گرمی)

برای به دست آوردن درایه واقع در سطر دوم و ستون سوم ماتریس A^3 ، کافی است سطر دوم ماتریس A^2 را در ستون سوم ماتریس A ضرب کنیم. از طرفی برای به دست آوردن سطر دوم ماتریس A^2 ، می‌توان سطر دوم ماتریس A را در خود ماتریس A ضرب کرد. داریم:

$$A^2 \text{ سطر دوم} = \begin{bmatrix} 1 & x & y \\ 0 & 1 & x \\ 1 & 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x & 1 & 2x \end{bmatrix}$$

$$A^3 \text{ ستون سوم} = \begin{bmatrix} x & 1 & 2x \\ x & 1 & 2x \\ 1 \end{bmatrix} = x(y+3)$$

(هندسه ۳- ماتریس و کاربردها؛ صفحه‌های ۱۷ تا ۲۱)

۵۳- گزینه «۳»

(نصیر مشی‌نژاد)

تذکر: هر ماتریس اسکالر با ماتریس‌های هم‌مرتبه‌اش خاصیت تعویض‌پذیری دارد. بنابراین: $AB = BA$

$$(A + 2B)(A - B) = A^2 - AB + 2BA - 2B^2 = A^2 + AB - 2B^2$$

$$= \begin{bmatrix} 9 & 0 \\ 0 & 9 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 12 & -3 \\ 9 & 6 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 26 & -12 \\ 36 & 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -5 & 9 \\ -27 & 13 \end{bmatrix}$$

(هندسه ۳- ماتریس و کاربردها؛ صفحه‌های ۱۷ تا ۲۱)

۵۴- گزینه «۲»

(مهم‌فردان)

طبق تعریف ماتریس $A - B$ داریم:

$$A - B = \begin{bmatrix} 1-1 & 1-2 \\ 2-1 & 2-2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$$

برای محاسبه ماتریس $A^2 + B^2$ ، کافی است عبارت متناظر با ماتریس $(A - B)^2$ را بنویسیم:

$$(A - B)^2 = (A - B)(A - B) = A^2 + B^2 - (AB + BA)$$

$$\Rightarrow \begin{bmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} = (A^2 + B^2) - \begin{bmatrix} 7 & 9 \\ 9 & 13 \end{bmatrix}$$

$$\Rightarrow A^2 + B^2 = \begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 7 & 9 \\ 9 & 13 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 6 & 9 \\ 9 & 12 \end{bmatrix}$$

بنابراین مجموع درایه‌های این ماتریس برابر است با:

$$6 + 9 + 9 + 12 = 36$$

(هندسه ۳- ماتریس و کاربردها؛ صفحه‌های ۱۷ تا ۲۱)

۵۵- گزینه «۱»

(سرژ یقین‌آریان تبریزی)

$$A = \begin{bmatrix} -1 & 2 & -1 \\ 2 & -1 & 2 \\ -1 & 2 & -1 \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 0 & 2 & 1 \\ 1 & -1 & 3 \end{bmatrix}$$

$$\Rightarrow A + B = \begin{bmatrix} 0 & 2 & -2 \\ 2 & 1 & 3 \\ 0 & 1 & 2 \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{cases} \text{مجموع کل درایه‌ها} = 9 \\ \text{مجموع درایه‌های روی قطر اصلی} = 3 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \frac{9}{3} = 3 \text{ نسبت خواسته شده}$$

(هندسه ۳- ماتریس و کاربردها؛ صفحه‌های ۱۰ تا ۱۴)

۵۶- گزینه «۳»

(مهم‌پوژ نوری)

طبق تعریف ماتریس B داریم:

$$B = \begin{bmatrix} 2 & 3 & 4 \\ 4 & 6 & 8 \\ 6 & 9 & 12 \end{bmatrix}$$

 $A = 2B$ می‌باشد پس درایه‌های آنها باید نظیر به نظیر در روابط زیر صدق کنند:

$$\begin{cases} m = 4 \\ n - 1 = 12 \Rightarrow n = 13 \\ k + 1 = 24 \Rightarrow k = 23 \end{cases}$$

$$m - n + k = 4 - 13 + 23 = 14$$

(هندسه ۳- ماتریس و کاربردها؛ صفحه‌های ۱۰ تا ۱۴)



هندسه ۳- آشنا

کتاب اول

۶۱- گزینه «۱»

ابتدا درایه‌های بالای قطر اصلی ماتریس‌های A و B را با توجه به تعریف درایه‌های آن‌ها بر حسب i و j به دست می‌آوریم و سپس مجموع درایه‌های بالای قطر اصلی A+B را محاسبه می‌کنیم.

$$A \Rightarrow a_{12} = 1 - 2 = -1$$

$$a_{13} = 1 - 3 = -2, a_{23} = 2 - 3 = -1$$

$$B \Rightarrow b_{12} = 2 - 1 = 1$$

$$b_{13} = 3 - 1 = 2, b_{23} = 3 - 2 = 1$$

مجموع درایه‌های بالای قطر اصلی A+B

$$= (-1) + 1 + (-2) + 2 + (-1) + 1 = 0$$

(هنر سه ۳- ماتریس و کاربردها: صفحه‌های ۱۰ تا ۱۳)

کتاب اول

۶۲- گزینه «۴»

این دو تساوی داده شده را در یک دستگاه و به صورت دو معادله و دو مجهول (A و B مجهولند) حل می‌کنیم:

$$\begin{cases} 3A + 2B = \begin{bmatrix} 5 & 4 \\ 7 & 14 \end{bmatrix} \\ 2A - 2B = \begin{bmatrix} -1 & 7 \\ 9 & 5 \end{bmatrix} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 9A + 6B = \begin{bmatrix} 15 & 12 \\ 21 & 42 \end{bmatrix} \\ 4A - 6B = \begin{bmatrix} -2 & 14 \\ 18 & 10 \end{bmatrix} \end{cases}$$

$$\xrightarrow{\text{جمع}} 13A = \begin{bmatrix} 13 & 26 \\ 39 & 52 \end{bmatrix} = 13 \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{bmatrix} \Rightarrow A = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{bmatrix}$$

$$A \Rightarrow \text{مجموع درایه‌های } A = 1 + 2 + 3 + 4 = 10$$

(هنر سه ۳- ماتریس و کاربردها: صفحه‌های ۱۳ تا ۱۷)

کتاب اول

۶۳- گزینه «۲»

$$\cos 15^\circ \begin{bmatrix} \cos 15^\circ & \sin 15^\circ \\ -\sin 15^\circ & \cos 15^\circ \end{bmatrix} + \sin 15^\circ \begin{bmatrix} \sin 15^\circ & -\cos 15^\circ \\ \cos 15^\circ & \sin 15^\circ \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} \cos^2 15^\circ & \sin 15^\circ \times \cos 15^\circ \\ -\sin 15^\circ \times \cos 15^\circ & \cos^2 15^\circ \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \sin^2 15^\circ & -\sin 15^\circ \times \cos 15^\circ \\ \sin 15^\circ \times \cos 15^\circ & \sin^2 15^\circ \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} \sin^2 15^\circ + \cos^2 15^\circ & 0 \\ 0 & \sin^2 15^\circ + \cos^2 15^\circ \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

(هنر سه ۳- ماتریس و کاربردها: صفحه‌های ۱۰ تا ۱۳)

۵۷- گزینه «۴»

(عباس اسری امیرآبادی)

$$A^2 = A \times A = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 & 2 & 2 \\ 0 & 0 & 0 \\ 2 & 2 & 2 \end{bmatrix} = 2A$$

$$A^3 = A^2 \times A = 2A \times A = 2A^2 = 4A = 2^2 A$$

:

$$A^{12} = 2^{11} A \Rightarrow \text{مجموع درایه‌ها} = 6 \times 2^{11} = 3 \times 2^{12}$$

(هنر سه ۳- ماتریس و کاربردها: صفحه‌های ۱۷ تا ۲۱)

۵۸- گزینه «۳»

(ممد صحت‌کار)

اگر ماتریس مربعی A خود توان $(A^2 = A)$ باشد، آنگاه $I - A$ نیز خود توان است، زیرا:

$$(I - A)^2 = I - 2A + A^2 = I - 2A + A = I - A$$

$$(A - I)^2 - (A - I)^2 = (-I - A)^2 - (-I - A)^2$$

$$= I - A + I - A = 2(I - A)$$

(هنر سه ۳- ماتریس و کاربردها: صفحه‌های ۱۷ تا ۲۱)

۵۹- گزینه «۳»

(نیم زارع)

ابتدا حاصل عبارت داده شده را محاسبه می‌کنیم:

$$\begin{bmatrix} 1 & -2 & 1 \\ 0 & -x & -1 \\ -1 & 3 & x \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x & 2 & 1 \\ x & x & x \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x-1 & 2x+5 & x+3 \\ -4 & -x & x \end{bmatrix}$$

$$= [x^2 - x - 8x - 20 + x^2 + 3x] = 2x^2 - 6x - 20$$

حال عبارت به دست آمده را کوچک‌تر از صفر قرار می‌دهیم:

$$2x^2 - 6x - 20 < 0 \Rightarrow 2(x^2 - 3x - 10) < 0$$

$$\Rightarrow 2(x - 5)(x + 2) < 0 \Rightarrow -2 < x < 5$$

در بازه حاصل، اعداد صحیح -۱، ۰، ۱، ۲، ۳ و ۴ وجود دارد.

(هنر سه ۳- ماتریس و کاربردها: صفحه‌های ۱۷ تا ۲۱)

۶۰- گزینه «۴»

(امد رضا فلاح)

$$A + B = \begin{bmatrix} 14 & -13 & 12 \\ -11 & -10 & -17 \\ -21 & 16 & -4 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -11 & 13 & -12 \\ 11 & 13 & 17 \\ 21 & -16 & 4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 & 0 & 0 \\ 0 & 3 & 0 \\ 0 & 0 & 3 \end{bmatrix} = 3I$$

از طرفی:

$$(A^2 + 3B + AB)^{10} = (A(\underbrace{A+B}_{3I}) + 3B)^{10} = (3A + 3B)^{10}$$

$$= (3(A+B))^{10} = 3^{10} (\underbrace{A+B}_{3I})^{10} = 3^{10} \times (3I)^{10} = 3^{10} \times 3^{10} \times I = 3^{20} I$$

(هنر سه ۳- ماتریس و کاربردها: صفحه‌های ۱۳ تا ۲۱)



۶۴ - گزینه «۳»

(کتاب اول)

دو ماتریس A و B در صورتی قابل جمع هستند که هم مرتبه باشند بنابراین $m=p$ و $n=4$ و چون ماتریس $A+B$ از مرتبه $2 \times q$ است پس باید $m=p=2$ و $q=n=4$ و داریم:

$$m+n+p+q=2+4+2+4=12$$

(هنر سه -۳- ماتریس و کاربردها: صفحه‌های ۱۳ تا ۱۷)

۶۵ - گزینه «۱»

(کتاب اول)

طبق فرض داریم:

$$A^2 = \begin{bmatrix} 2 & -1 \\ 2 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 & -1 \\ 2 & -1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 & -1 \\ 2 & -1 \end{bmatrix} = A \Rightarrow A^2 = A \quad (*)$$

$$A^2 \times A = A \times A \Rightarrow A^3 = A^2 = A, \quad A^3 \times A = A \times A \Rightarrow A^4 = A^2 = A \quad (**)$$

$$A^4 \times A = A \times A \Rightarrow A^5 = A^2 = A \quad (***)$$

$$A^5 + A^4 + A^3 = A + A + A = 3A$$

در نتیجه داریم:

(هنر سه -۳- ماتریس و کاربردها: صفحه‌های ۱۷ تا ۲۱)

۶۶ - گزینه «۴»

(کتاب اول)

خاصیت توزیع پذیری ضرب نسبت به جمع در ماتریس‌ها برقرار است و جزء خواص عمل ضرب و جمع در کتاب درسی بیان شده است.

بررسی سایر گزینه‌ها:

گزینه «۱»: اگر $A = \vec{0}$ و $B \neq C$ در این صورت $AB = AC$ ولی $B \neq C$.گزینه «۲»: اگر $A = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$ و $B = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$ در این صورت $AB = \vec{0}$ ولی $A \neq \vec{0}$ و $B \neq \vec{0}$.گزینه «۳»: اگر $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ -1 & 3 \end{bmatrix}$ و $B = \begin{bmatrix} 2 & 0 \\ 5 & 4 \end{bmatrix}$ در این صورت $AB \neq BA$.

(هنر سه -۳- ماتریس و کاربردها: صفحه‌های ۱۷ تا ۲۱)

۶۷ - گزینه «۴»

(کتاب اول)

می‌دانیم $ABC = (AB)C$ پس برای محاسبه درایه‌های سطر سوم ماتریس ABC کافی است سطر سوم ماتریس AB را محاسبه و آن را در ستون‌های ماتریس C ضرب کنیم و البته برای محاسبه سطر سوم ماتریس AB باید سطر سوم A را در همه ستون‌های B ضرب کنیم.

$$AB \text{ سطر سوم} = [3 \quad -2] \begin{bmatrix} 2 & -1 & 1 \\ 3 & 0 & 5 \end{bmatrix} = [0 \quad -3 \quad -7]$$

$$(AB)C \text{ سطر سوم} = AB \text{ (سطر سوم)} \times C = [0 \quad -3 \quad -7] \begin{bmatrix} 1 & 2 & -1 \\ 3 & 2 & 1 \\ -1 & -2 & -1 \end{bmatrix}$$

$$= [-2 \quad 8 \quad 4] \Rightarrow (-2) + 8 + 4 = 10$$

(هنر سه -۳- ماتریس و کاربردها: صفحه‌های ۱۷ تا ۲۱)

۶۸ - گزینه «۲»

(کتاب اول)

ابتدا مقدار درایه‌های ماتریس B را مشخص می‌کنیم:

$$\begin{cases} b_{11} = 1^2 + 1 = 2, & b_{12} = 1^2 + 1 = 2 \\ b_{21} = 2^2 + 1 = 5, & b_{22} = 2^2 + 1 = 5 \end{cases} \Rightarrow B = \begin{bmatrix} 2 & 2 \\ 5 & 5 \end{bmatrix}$$

$$A - B = \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 1 & -1 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 2 & 2 \\ 5 & 5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -4 & -6 \end{bmatrix}, \quad A + B = \begin{bmatrix} 4 & 5 \\ 6 & 4 \end{bmatrix}$$

$$(A - B)(A + B) = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -4 & -6 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 4 & 5 \\ 6 & 4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 6 & 4 \\ -52 & -44 \end{bmatrix}$$

(هنر سه -۳- ماتریس و کاربردها: صفحه‌های ۱۰ تا ۱۳)

۶۹ - گزینه «۳»

(کتاب اول)

$$A^2 = \begin{bmatrix} 2 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 2 & 1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 2 & 1 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 6 & 3 & 3 \\ 0 & 0 & 0 \\ 6 & 3 & 3 \end{bmatrix} = 3 \begin{bmatrix} 2 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 2 & 1 & 1 \end{bmatrix} = 3A$$

$$A^3 = A^2 \times A = 3A \times A = 3A^2 = 3 \times (3A) = 9A$$

$$A^6 = (A^3)^2 = (9A)^2 = 9^2 \times A^2 = 81 \times (3A) = 243A \Rightarrow k = 243$$

(هنر سه -۳- ماتریس و کاربردها: صفحه‌های ۱۷ تا ۲۱)

۷۰ - گزینه «۱»

(کتاب اول)

با توجه به تعریف ماتریس A داریم:

$$\begin{cases} a_{11} = 0, & a_{12} = 0, & a_{13} = -1 \\ a_{21} = 0, & a_{22} = -1, & a_{23} = 0 \\ a_{31} = -1, & a_{32} = 0, & a_{33} = 0 \end{cases} \Rightarrow A = \begin{bmatrix} 0 & 0 & -1 \\ 0 & -1 & 0 \\ -1 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$A^2 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & -1 \\ 0 & -1 & 0 \\ -1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & 0 & -1 \\ 0 & -1 & 0 \\ -1 & 0 & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = I$$

$$A^2 = I \Rightarrow A^3 = A^2 \times A = I \times A = A \Rightarrow A^n = \begin{cases} I & \text{زوج } n \\ A & \text{فرد } n \end{cases}$$

$$A^{1401} + A^{1400} = A + I = \begin{bmatrix} 0 & 0 & -1 \\ 0 & -1 & 0 \\ -1 & 0 & 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 1 \end{bmatrix} \Rightarrow \text{مجموع درایه‌ها} = 0$$

(هنر سه -۳- ماتریس و کاربردها: صفحه‌های ۱۰ تا ۱۳ و ۱۷ تا ۲۱)



$$\Rightarrow \frac{16}{y} = \frac{12}{15} \Rightarrow y = 20$$

بنابراین داریم:

$$\text{محیط چهارضلعی رنگی} = 4 + 18 + 3 + y = 45$$

$$\text{محیط } ABCD = (x+4) + 10 + 15 + y = 65$$

$$\Rightarrow \text{نسبت خواسته شده} = \frac{45}{65} = \frac{9}{13}$$

(هندسه ۱- قضیه تالس، تشابه و کاربردهای آن؛ صفحه‌های ۳۴ تا ۳۷)

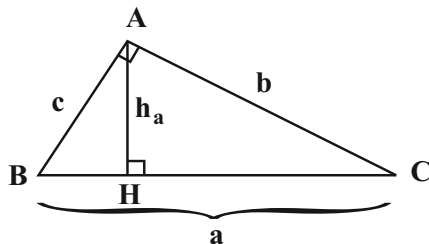
(میبوه بپادری)

گزینه «۲» -۷۳

فرض کنید طول اضلاع مثلث برابر a ، b ، c و طول وتر مثلث برابر a باشد.

$$a^2 = b^2 + c^2 \quad (1)$$

طبق فرض $h_a = 12$ و $a + b + c = 60$ است.



طبق روابط طولی در این مثلث قائم‌الزاویه داریم:

$$AH \times BC = AB \times AC \Rightarrow 12a = bc \quad (2)$$

از طرفی داریم:

$$b + c = 60 - a \xrightarrow{\text{بمقوان}} (b+c)^2 = (60-a)^2$$

$$\Rightarrow b^2 + c^2 + 2bc = 3600 - 120a + a^2$$

$$\xrightarrow{(1), (2)} 24a = 3600 - 120a$$

$$\Rightarrow 144a = 3600 \Rightarrow a = 25$$

(هندسه ۱- قضیه تالس، تشابه و کاربردهای آن؛ صفحه‌های ۴۱ و ۴۲)

هندسه ۱

گزینه «۳» -۷۱

(امیرحسین ابومحبوب)

اگر مساحت مثلث ABC را با S نمایش دهیم، آن‌گاه طبق فرض داریم:

$$h_c = 2h_a + \frac{1}{2}h_b \Rightarrow \frac{2S}{c} = 2 \times \frac{2S}{a} + \frac{1}{2} \times \frac{2S}{b}$$

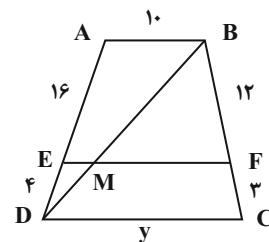
$$\xrightarrow{+2S} \frac{1}{c} = \frac{2}{a} + \frac{1}{2b} = \frac{2}{20} + \frac{1}{2 \times 15} = \frac{1}{10} + \frac{1}{30} = \frac{4}{30}$$

$$\Rightarrow c = \frac{30}{4} = 7.5$$

(هندسه ۱- قضیه تالس، تشابه و کاربردهای آن؛ صفحه‌های ۳۰ تا ۳۲)

(علی احمدی فزل‌دشت)

گزینه «۱» -۷۲



طبق قضیه تالس در ذوزنقه داریم:

$$\frac{AE}{ED} = \frac{BF}{FC} \Rightarrow \frac{x}{4} = \frac{12}{3} \Rightarrow x = 16$$

$$\triangle ABD : EM \parallel AB \xrightarrow{\text{تعمیم قضیه تالس}} \frac{EM}{AB} = \frac{DE}{DA}$$

$$\Rightarrow \frac{EM}{10} = \frac{4}{20} \Rightarrow EM = 2$$

$$MF = EF - EM = 18 - 2 = 16$$

$$\triangle BDC : MF \parallel DC \xrightarrow{\text{تعمیم قضیه تالس}} \frac{MF}{DC} = \frac{BF}{BC}$$



$$BC = BE + EC = \frac{16}{15}EC + EC = \frac{31}{15}EC$$

$$\Rightarrow \frac{BC}{DE} - \frac{BE}{BD} = \frac{\frac{31}{15}EC}{\frac{2}{5}EC} - \frac{\frac{16}{15}EC}{\frac{2}{3}EC} = \frac{31}{6} - \frac{8}{5} = \frac{107}{30}$$

(هنرسه ۱- قضیه تالس، تشابه و کاربردهای آن: صفحه‌های ۳۰ تا ۳۳)

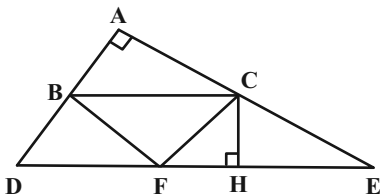
(افشین فاضله‌فان)

گزینه «۲» -۷۶

از نقطه C، عمودی بر DE رسم می‌کنیم. طبق قضیه خطوط موازی و مورب،

$$\widehat{ACB} = \widehat{E}$$

است.



بنابراین دو مثلث ABC و CHE بنا به حالت تساوی دو زاویه متشابه‌اند.

پس:

$$\frac{CH}{AB} = \frac{CE}{BC} \Rightarrow \frac{CH}{5} = \frac{8}{BC} \Rightarrow BC \times CH = 8 \times 5 = 40$$

$$S_{BCF} = \frac{1}{2}BC \times CH = \frac{1}{2} \times 40 = 20$$

(هنرسه ۱- قضیه تالس، تشابه و کاربردهای آن: صفحه‌های ۳۸ تا ۴۱)

(علی فتح آباری)

گزینه «۳» -۷۷

دو مثلث متساوی‌الساقین ACD و BCD، دارای زاویه‌های مجاور ساق

برابر (یعنی \widehat{D}) می‌باشند، پس متشابه‌اند.

گزینه «۴» -۷۴

(امیرحسین ابومبوب)

طبق فرض سؤال X و Y اعدادی بزرگ‌تر از ۵ هستند. پس در مثلث با طول

اضلاع ۵، X و Y، ضلع به طول ۵، کوتاه‌ترین ضلع است و متناظر با

کوتاه‌ترین ضلع مثلث با اضلاع ۳، ۵ و ۷ است، یعنی می‌توان نوشت:

$$\frac{3}{5} = \frac{5}{x} = \frac{7}{y} \Rightarrow \begin{cases} \frac{3}{5} = \frac{5}{x} \Rightarrow x = \frac{25}{3} \\ \frac{3}{5} = \frac{7}{y} \Rightarrow y = \frac{35}{3} \end{cases}$$

$$\Rightarrow x + y = \frac{25 + 35}{3} = \frac{60}{3} = 20$$

(هنرسه ۱: قضیه تالس، تشابه و کاربردهای آن: صفحه ۳۸)

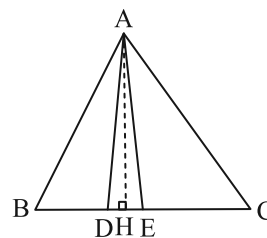
(سرژ یغیازاریان تبریزی)

گزینه «۱» -۷۵

مطابق شکل، ارتفاع AH در همی مثلث‌ها مشترک است. اگر ارتفاع‌های

دو مثلث برابر باشند، نسبت مساحت‌های آن‌ها برابر است با نسبت قاعده‌های

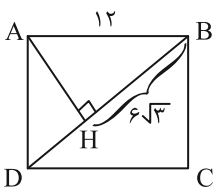
نظیر آن‌ها، پس می‌توان نوشت:



$$S_{ACE} = \frac{5}{2}S_{ADE} \Rightarrow \frac{EC}{DE} = \frac{5}{2} \Rightarrow DE = \frac{2}{5}EC$$

$$S_{ACE} = \frac{3}{2}S_{ABD} \Rightarrow \frac{EC}{BD} = \frac{3}{2} \Rightarrow BD = \frac{2}{3}EC$$

$$BE = BD + DE = \frac{2}{3}EC + \frac{2}{5}EC = \frac{16}{15}EC$$



$$AB^2 = BH \times BD \Rightarrow 12^2 = 6\sqrt{3} \times BD$$

$$\Rightarrow BD = \frac{12 \times 12}{6\sqrt{3}} = \frac{24}{\sqrt{3}} \times \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}} = 8\sqrt{3}$$

طبق قضیه فیثاغورس در مثلث ABD داریم:

$$BD^2 = AB^2 + AD^2 \Rightarrow (8\sqrt{3})^2 = 12^2 + AD^2$$

$$\Rightarrow AD^2 = 192 - 144 = 48 \Rightarrow AD = 4\sqrt{3}$$

(هنرسه ۱- قضیه تالس، تشابه و کاربردهای آن: صفحه‌های ۳۱ و ۳۲)

(سررُ یقینار اریان تیریزی)

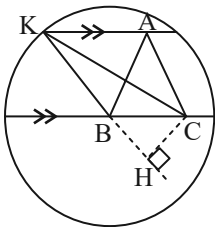
۸۰- گزینه «۳»

مطابق شکل زیر، $BC \parallel AK$ می‌باشد، بنابراین دو نقطه A و K از ضلع

BC به یک فاصله‌اند. از آنجا که قاعده و ارتفاع دو مثلث ABC و

BKC با هم برابر هستند، لذا دو مثلث هم ارز (هم مساحت) می‌باشند.

می‌توان نوشت:



$$S_{ABC} = \frac{\sqrt{3}}{4} (AB)^2 = \frac{\sqrt{3}}{4} (5)^2 = \frac{25}{4} \sqrt{3}$$

$$S_{ABC} = S_{BKC} \Rightarrow \frac{BK \times CH}{2} = \frac{25}{4} \sqrt{3} \Rightarrow 15 \times CH = \frac{25}{2} \sqrt{3}$$

$$\Rightarrow CH = \frac{25\sqrt{3}}{2 \times 15} = \frac{5\sqrt{3}}{6}$$

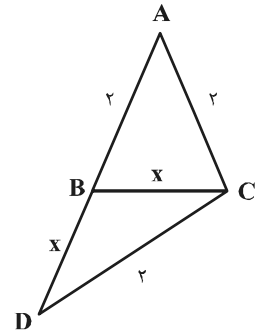
(هنرسه ۱- قضیه تالس، تشابه و کاربردهای آن: صفحه‌های ۳۰ تا ۳۳)

$$\frac{BC}{AC} = \frac{DC}{AD} = \frac{BD}{CD}$$

$$\Rightarrow \frac{x}{2} = \frac{2}{x+2} \Rightarrow x^2 + 2x = 4$$

$$\Rightarrow x^2 + 2x + 1 = 5 \Rightarrow (x+1)^2 = 5$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x = \sqrt{5} - 1 \\ x = -\sqrt{5} - 1 \end{cases} \text{ غ.ق.ق}$$

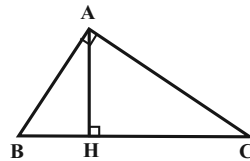


(هنرسه ۱- قضیه تالس، تشابه و کاربردهای آن: صفحه‌های ۳۸ تا ۴۱)

(مسین فزایی)

۷۸- گزینه «۴»

فرض کنید $BH = 3k$ و $CH = 4k$ باشد.



طبق روابط طولی در مثلث قائم‌الزاویه ABC داریم:

$$AH^2 = BH \times CH \Rightarrow 12^2 = 3k \times 4k$$

$$\Rightarrow 12k^2 = 12 \times 12 \Rightarrow k^2 = 12 \Rightarrow k = 2\sqrt{3}$$

$$BC = 7 \times 2\sqrt{3} = 14\sqrt{3}$$

$$S_{ABC} = \frac{1}{2} AH \times BC = \frac{1}{2} \times 12 \times 14\sqrt{3} = 84\sqrt{3}$$

(هنرسه ۱- قضیه تالس، تشابه و کاربردهای آن: صفحه‌های ۳۱ و ۳۲)

(امیرمسین ابومصوب)

۷۹- گزینه «۱»

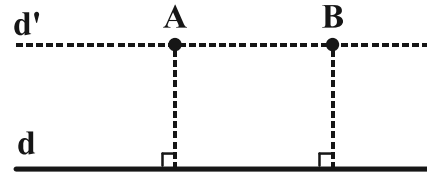
مطابق شکل طبق روابط طولی در مثلث قائم‌الزاویه ABD داریم:



ریاضیات گسسته

۸۱- گزینه «۳»

(امیرحسین ابومحبوب)



مطابق شکل، نقاط A و B روی خط d' موازی با خط d قرار دارند و در نتیجه از خط d به یک فاصله‌اند. ولی بدیهی است که خط d از وسط پاره خط AB عبور نمی‌کند. بنابراین گزاره‌های p و q در گزینه «۳» هم‌ارز نیستند.

(ریاضیات گسسته - آشنایی با نظریه اعداد: صفحه‌های ۶ تا ۸)

۸۲- گزینه «۴»

(سیرمهدی رضا عسینی فرد)

گزاره گزینه «۱» درست است و قابل رد کردن نیست.

گزاره گزینه «۲» نادرست است و قابل اثبات نیست.

در گزاره گزینه «۳» اثبات قضیه «مربع هر عدد طبیعی فرد، از مضرب ۸، یک واحد بیشتر است.» احتیاج به استدلال به روش برهان خلف ندارد.

$$a = 2k + 1 \Rightarrow a^2 = 4k^2 + 4k + 1 = \underbrace{4k(k+1)}_{2q} + 1 = 8q + 1$$

در واقع اثبات این قضیه به روش مستقیم انجام می‌شود.

اثبات درستی گزاره گزینه «۴» به صورت زیر است:

$$\begin{aligned} a &= 2k + 1, b = 2q + 1 \\ \Rightarrow ab &= (2k + 1)(2q + 1) = 4kq + 2k + 2q + 1 \\ &= 2(2kq + k + q) + 1 = 2q' + 1 \end{aligned}$$

(ریاضیات گسسته - آشنایی با نظریه اعداد: صفحه‌های ۲ تا ۶)

۸۳- گزینه «۳»

(سوام میدری پور)

فرض کنیم $m = x^2 + y^2$ و $n = z^2 + u^2$ که x, y, z, u اعداد صحیح هستند، داریم:

$$mn = (x^2 + y^2)(z^2 + u^2) = x^2z^2 + y^2z^2 + x^2u^2 + y^2u^2$$

$$= (x^2z^2 + 2xyzu + y^2u^2) + (x^2u^2 - 2xyzu + y^2z^2)$$

$$= (xz + yu)^2 + (xu - yz)^2$$

بنابراین mn همواره برابر مجموع دو مربع کامل است.درستی گزاره «پ» با فرض $m = 3$ و $n = 1$ رد می‌شود.گزاره «ب» درست است. زیرا فرض کنید $m = 2k$ و $n = 2k + 2$ ، دراین صورت $mn + 1 = 2k(2k + 2) + 1 = 4k^2 + 4k + 1 = (2k + 1)^2$ که

مربع کامل است.

(ریاضیات گسسته - آشنایی با نظریه اعداد: صفحه‌های ۲ تا ۴)

۸۴- گزینه «۲»

(امیرحسین ابومحبوب)

ابتدا طرفین نامساوی را در ۲ ضرب کرده و سپس تمامی عبارت‌ها را به

سمت چپ نامساوی منتقل می‌کنیم:

$$5a^2 + 5b^2 + k \geq 3a + 3b + ab$$

$$\Leftrightarrow 1 \cdot a^2 + 1 \cdot b^2 + 2k \geq 6a + 6b + 2ab$$

$$\Leftrightarrow (9a^2 - 6a + 1) + (9b^2 - 6b + 1) + (a^2 + b^2 - 2ab) + (2k - 2) \geq 0$$

$$\Leftrightarrow (3a - 1)^2 + (3b - 1)^2 + (a - b)^2 + (2k - 2) \geq 0$$

سه عبارت $(3a - 1)^2$ ، $(3b - 1)^2$ و $(a - b)^2$ همگی مربع کامل و

نامنفی‌اند و روابط همگی برگشت‌پذیر هستند، پس برای بدیهی بودن رابطه

کافی است داشته باشیم:

$$(2k - 2) \geq 0 \Rightarrow k \geq 1$$

(ریاضیات گسسته - آشنایی با نظریه اعداد: صفحه‌های ۶ تا ۸)

۸۵- گزینه «۱»

(نیلوغر مهروی)

پنج عدد طبیعی و متوالی را به صورت زیر در نظر می‌گیریم:

$$n + 1, n + 2, n + 3, n + 4, n + 5$$

میانگین اعداد a_1 تا a_5 به صورت زیر است:

$$\frac{(n+1) + (n+2) + (n+3) + (n+4) + (n+5)}{5} = \frac{5n+15}{5} = n+3$$



بنابراین میانگین پنج عدد طبیعی متوالی برابر با عدد وسطی یعنی $(n+3)$ است. میانگین عددی فرد است، در نتیجه $(n+3)$ عددی فرد می‌باشد. پس $(n+5)$ هم عددی فرد است.

$$a_p = n+3 \Rightarrow a_p = 2k+1$$

$$a_\delta = n+5 \Rightarrow a_\delta = 2k'+1$$

$$4a_p - a_\delta = (4k+4) - (2k'+1) = 2(\underbrace{2k-k'}_k + 2) - 1 = 2k'' - 1$$

(ریاضیات گسسته - آشنایی با نظریه اعداد؛ صفحه‌های ۲ و ۵)

۸۶ - گزینه «۳»

(سید وید زوالفقاری)

اگر $p > 3$ عددی اول باشد، آنگاه به یکی از دو صورت $p = 6k+1$ یا $p = 6k+5$ نوشته می‌شود، یعنی باقی‌مانده تقسیم آن بر عدد ۶، یکی از دو عدد ۱ یا ۵ است. از طرفی باقی‌مانده تقسیم دو عدد اول ۲ و ۳ بر ۶، برابر خود این اعداد است. پس در مجموع، ۴ باقیمانده متفاوت می‌توان یافت.

(ریاضیات گسسته - آشنایی با نظریه اعداد؛ صفحه ۱۵)

۸۷ - گزینه «۲»

(رضا تولکی)

$$\left. \begin{aligned} 2xy - y = x^3 + 2 &\Rightarrow y = \frac{x^3 + 2}{2x - 1} \Rightarrow 2x - 1 \mid x^3 + 2 \Rightarrow \left. \begin{aligned} 2x - 1 \mid 2x^3 + 4 \\ 2x - 1 \mid 2x^3 - x^2 \end{aligned} \right\}$$

$$\Rightarrow 2x - 1 \mid x^2 + 4$$

$$\Rightarrow \left. \begin{aligned} 2x - 1 \mid 2x^2 + 8 \\ 2x - 1 \mid 2x^2 - x \end{aligned} \right\} \Rightarrow 2x - 1 \mid x + 8$$

$$\Rightarrow \left. \begin{aligned} 2x - 1 \mid 2x + 16 \\ 2x - 1 \mid 2x - 1 \end{aligned} \right\} \Rightarrow 2x - 1 \mid 17 \Rightarrow 2x - 1 = \pm 1 \text{ یا } \pm 17$$

پس $A \begin{vmatrix} 1 \\ 3 \\ -2 \end{vmatrix}, B \begin{vmatrix} 1 \\ 3 \\ 3 \end{vmatrix}, C \begin{vmatrix} 9 \\ 3 \\ 3 \end{vmatrix}, D \begin{vmatrix} -8 \\ 3 \\ 0 \end{vmatrix}$ ، ۴ نقطه با مختصات صحیح روی این

منحنی هستند که دو تای آنها در ربع اول قرار دارند.

(ریاضیات گسسته - آشنایی با نظریه اعداد؛ صفحه‌های ۹ تا ۱۲)

۸۸ - گزینه «۴»

(کیوان داری)

$$2fa = k^2 \Rightarrow 3 \times 2^3 a = k^2 \Rightarrow a = 2 \times 2^3 q^2$$

$$100 \leq 6q^2 < 1000 \Rightarrow 5 \leq q \leq 12$$

تعداد اعداد سه رقمی که ۲۴ برابر آن‌ها مربع کامل باشد، برابر است با

$$12 - 5 + 1 = 8$$

(ریاضیات گسسته - آشنایی با نظریه اعداد؛ صفحه‌های ۹ تا ۱۲)

۸۹ - گزینه «۲»

(شمید کروس)

عدد k را با توجه به باقی‌مانده آن در تقسیم بر ۵، به یکی از حالت‌های زیر می‌توان نوشت: $(q \in \mathbb{Z})$

$$k = 5q \Rightarrow k^2 + 1 = 25q^2 + 1 = 5q_1 + 1 \quad (q_1 \in \mathbb{Z})$$

$$k = 5q \pm 1 \Rightarrow k^2 + 1 = 25q^2 \pm 10q + 2 = 5q_2 + 2 \quad (q_2 \in \mathbb{Z})$$

$$k = 5q \pm 2 \Rightarrow k^2 + 1 = 25q^2 \pm 20q + 5 = 5q_3 \quad (q_3 \in \mathbb{Z})$$

پس باقی‌مانده تقسیم $k^2 + 1$ بر ۵، می‌تواند یکی از اعداد صفر، ۱ و ۲ باشد، که دو تای آنها طبیعی است.

(ریاضیات گسسته - آشنایی با نظریه اعداد؛ صفحه‌های ۱۵ و ۱۶)

۹۰ - گزینه «۳»

(بوار ماتی)

$$(n^2 + n, 3n - 1) = d$$

$$\Rightarrow \begin{cases} d \mid n^2 + n \xrightarrow{-x^2} d \mid 3n^2 + 3n \\ d \mid 3n - 1 \xrightarrow{-xn} d \mid 3n^2 - n \end{cases} \Rightarrow d \mid 4n$$

$$\begin{cases} d \mid 4n \xrightarrow{-x^3} d \mid 12n \\ d \mid 3n - 1 \xrightarrow{-x^4} d \mid 12n - 4 \end{cases} \Rightarrow d \mid 4 \Rightarrow d = 1 \text{ یا } 2 \text{ یا } 4$$

(ریاضیات گسسته - آشنایی با نظریه اعداد؛ صفحه‌های ۹ تا ۱۴)



فیزیک ۲

گزینه «۳» ۹۱

(معدی براتی)

ظرفیت خازن به اختلاف پتانسیل و بار الکتریکی آن وابسته نیست. بنابراین فقط تغییر قطر صفحات آن را در نظر می‌گیریم:

$$C = \kappa \epsilon_0 \frac{A}{d} \xrightarrow{\text{ثابت } d, \kappa} \frac{C_2}{C_1} = \frac{A_2}{A_1} \xrightarrow{A = \pi \frac{d^2}{4}} \frac{C_2}{C_1} = \left(\frac{d_2}{d_1}\right)^2 = \left(\frac{2d_1}{d_1}\right)^2$$

$$\Rightarrow \frac{C_2}{C_1} = (2)^2 = 4$$

(فیزیک ۲ - الکتروسیسته ساکن: صفحه‌های ۳۲ تا ۳۷)

گزینه «۲» ۹۲

(مهمرضا عسین نژادی)

با توجه به اینکه ظرفیت خازن به بار الکتریکی و اختلاف پتانسیل آن بستگی ندارد، ابتدا به صورت زیر، ظرفیت خازن را می‌یابیم:

$$C = \frac{Q}{V} \Rightarrow C = \frac{\Delta Q}{\Delta V} \xrightarrow{\Delta Q = 3/6nC, \Delta V = 200V} C = \frac{3/6 \times 10^{-9}}{200} = 18 \times 10^{-12} F$$

اکنون با توجه به رابطه ظرفیت خازن، مساحت صفحات آن را می‌یابیم:

$$C = \kappa \epsilon_0 \frac{A}{d} \xrightarrow{\kappa=1, C=18 \times 10^{-12} F, \epsilon_0=9 \times 10^{-12} \frac{F}{m}, d=0.2mm=2 \times 10^{-4} m}$$

$$18 \times 10^{-12} = 9 \times 10^{-12} \frac{A}{2 \times 10^{-4}} \Rightarrow A = 4 \times 10^{-4} m^2 = 4cm^2$$

(فیزیک ۲ - الکتروسیسته ساکن: صفحه‌های ۳۲ تا ۳۷)

گزینه «۱» ۹۳

(سیره ملیحه میرصالحی)

برای پاسخ دادن به این سؤال گزینه‌ها را بررسی می‌کنیم:

گزینه «۱»: با کاهش مساحت صفحات خازن، طبق رابطه $C = \kappa \epsilon_0 \frac{A}{d}$ ،

ظرفیت خازن نیز کاهش می‌یابد، در نتیجه چون V ثابت است، بنابه رابطه

$$U = \frac{1}{2} CV^2$$

گزینه‌های «۲» و «۳»: بنا به رابطه $C = \kappa \epsilon_0 \frac{A}{d}$ ، با کاهش فاصله بین

صفحات خازن و یا قرار دادن دی‌الکتریک بین صفحات، ظرفیت خازن

افزایش می‌یابد. در نتیجه، چون V ثابت است، طبق رابطه $U = \frac{1}{2} CV^2$ ،

انرژی خازن نیز افزایش خواهد یافت.

گزینه «۴»: با جدا کردن خازن از مولد، بار الکتریکی آن ثابت می‌ماند،

در نتیجه طبق رابطه $U = \frac{Q^2}{2C}$ ، چون Q و C ثابت‌اند، انرژی خازن نیز

ثابت خواهد ماند.

(فیزیک ۲ - الکتروسیسته ساکن: صفحه‌های ۳۲ تا ۴۰)

گزینه «۳» ۹۴

(مصطفی کیانی)

ابتدا باید مشخص کنیم با وارد کردن دی‌الکتریک بین صفحه‌های خازن، ظرفیت

آن چند برابر می‌شود. چون A و d ثابت‌اند، با استفاده از رابطه زیر داریم:

$$C = \kappa \epsilon_0 \frac{A}{d} \xrightarrow{A_1=A_2, d_1=d_2} \frac{C_1}{C_2} = \frac{\kappa_1}{\kappa_2} \xrightarrow{\kappa_1=1, \kappa_2=4} \frac{C_1}{C_2} = \frac{1}{4}$$

از طرف دیگر، چون خازن را از مولد جدا نموده‌ایم، بار الکتریکی آن ثابت

می‌ماند. بنابراین با استفاده از رابطه $U = \frac{Q^2}{2C}$ و با توجه به این‌که با افزایش

ظرفیت خازن، انرژی آن کاهش می‌یابد، به صورت زیر U_1 را می‌یابیم:

$$U = \frac{Q^2}{2C} \xrightarrow{Q_1=Q_2} \frac{U_2}{U_1} = \frac{C_1}{C_2} \xrightarrow{U_2=U_1-300, \frac{C_1}{C_2}=\frac{1}{4}} \frac{U_1-300}{U_1} = \frac{1}{4}$$

$$\Rightarrow 4U_1 - 1200 = U_1 \Rightarrow 3U_1 = 1200 \Rightarrow U_1 = 400 \mu J$$

$$U_2 = U_1 - 300 = 400 - 300 = 100 \mu J$$

(فیزیک ۲ - الکتروسیسته ساکن: صفحه‌های ۳۲ تا ۴۰)

گزینه «۳» ۹۵

(امیرمسین برادران)

ابتدا رابطه بین بار ذخیره شده در خازن و میدان الکتریکی بین صفحات را

$$Q = CV \xrightarrow{V=Ed} Q = CE d \quad \text{به دست می‌آوریم:}$$

$$\Rightarrow \Delta Q = \Delta E \times C \times d$$

با جابه‌جا کردن $6 \mu C$ بار از صفحه مثبت به صفحه منفی خازن بار خازن

برابر با $(Q-6) \mu C$ می‌باشد و بنابراین داریم:

$$\Delta Q = -6 \mu C = -6 \times 10^{-6} C \xrightarrow{\Delta Q = \Delta E \times C \times d, \Delta E = -240 \frac{N}{C}, d = 0.3mm = 3 \times 10^{-4} m}$$

$$-6 \times 10^{-6} = -240 \times C \times 3 \times 10^{-4} \Rightarrow C = \frac{10^{-3}}{12} F = \frac{250}{3} \mu F$$

(فیزیک ۲ - الکتروسیسته ساکن: صفحه‌های ۳۲ تا ۳۷)



۹۶ - گزینه «۳»

(معمردلی راست پیمان)

با توجه به رابطه $P_{av} = \frac{U}{t}$ ، می توان انرژی ذخیره شده در خازن را محاسبه کرد.

$$P_{av} = \frac{U}{t} \Rightarrow 90 \times 10^3 = \frac{U}{2 \times 10^{-3}} \Rightarrow U = 180 \text{ J}$$

$$U = \frac{1}{2} CV^2 \Rightarrow 180 = \frac{1}{2} C \times (6 \times 10^3)^2$$

$$\Rightarrow 360 = 36 \times 10^6 C \Rightarrow C = \frac{360}{36 \times 10^6}$$

$$\Rightarrow C = 10^{-5} \text{ F} = 10 \mu\text{F}$$

(فیزیک ۲ - الکتریسیته ساکن: صفحه های ۳۸ تا ۴۰)

۹۷ - گزینه «۲»

(معمرد اکبری)

بررسی گزینه های نادرست:

گزینه «۱»: جریان الکتریکی عبوری از سیم در جهت میدان الکتریکی درون سیم است.

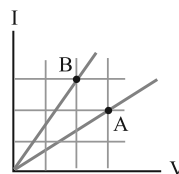
گزینه «۳»: جهت بردار سرعت سوق در یک رسانای فلزی در حضور میدان الکتریکی در خلاف جهت میدان الکتریکی و خلاف جهت جریان الکتریکی در رسانا است.

گزینه «۴»: در صورتی که اختلاف پتانسیل ثابتی به دو سر یک سیم اعمال کنیم، جریان الکتریکی ایجاد می شود و یک شارش خالص بار از هر مقطع رخ می دهد.

(فیزیک ۲ - جریان الکتریکی و مدارهای جریان مستقیم: صفحه های ۴۶ و ۴۷)

۹۸ - گزینه «۴»

(سراسری ریاضی - ۹۸)

طبق رابطه $R = \frac{V}{I}$ داریم:

$$\frac{R_A}{R_B} = \frac{V_A}{V_B} \times \frac{I_B}{I_A} = \frac{3}{2} \times \frac{3}{2} = \frac{9}{4}$$

(فیزیک ۲ - مدارهای الکتریکی و مدارهای جریان مستقیم: صفحه های ۴۹ و ۵۰)

۹۹ - گزینه «۲»

(شهرام احمدی دارانی)

اگر چگالی سیم را با ρ' نشان دهیم، حجم یک سیم با سطح مقطع A و طول L ، برابر $V = AL$ می شود. بنابراین، ابتدا با استفاده از رابطه

$$\rho' = \frac{m}{V} \text{ نسبت } \frac{L_A}{L_B} \text{ را می یابیم:}$$

$$\frac{\rho'_A}{\rho'_B} = \frac{m_A}{m_B} \times \frac{V_B}{V_A} \xrightarrow{V=AL} \frac{\rho'_A}{\rho'_B} = \frac{m_A}{m_B} \times \frac{A_B}{A_A} \times \frac{L_B}{L_A}$$

$$\frac{\rho'_A = 1}{\rho'_B = 3} \xrightarrow{m_A = m_B} \frac{1}{3} = 1 \times \frac{A_B}{A_A} \times \frac{L_B}{L_A} \Rightarrow \frac{L_A}{L_B} = 3 \times \frac{A_B}{A_A}$$

$$A = \pi \frac{D^2}{4} \xrightarrow{} \frac{L_A}{L_B} = 3 \times \left(\frac{D_B}{D_A}\right)^2$$

$$\xrightarrow{D_A = 2D_B} \frac{L_A}{L_B} = 3 \times \left(\frac{D_B}{2D_B}\right)^2 \Rightarrow \frac{L_A}{L_B} = \frac{3}{4}$$

اکنون می توان با استفاده از رابطه $R = \rho \frac{L}{A}$ ، به صورت زیر، R_A را

به دست آورد:

$$\frac{R_A}{R_B} = \frac{\rho_A}{\rho_B} \times \frac{L_A}{L_B} \times \frac{A_B}{A_A}$$

$$\frac{A_B}{A_A} = \left(\frac{D_B}{D_A}\right)^2 \xrightarrow{} \frac{R_A}{R_B} = \frac{\rho_A}{\rho_B} \times \frac{L_A}{L_B} \times \left(\frac{D_B}{D_A}\right)^2$$

$$\xrightarrow{R_B = 200 \Omega, D_A = 2D_B} \frac{R_A}{200} = \frac{4\rho_B}{\rho_B} \times \frac{3}{4} \times \left(\frac{D_B}{2D_B}\right)^2$$

$$\Rightarrow \frac{R_A}{200} = \frac{3}{4} \Rightarrow R_A = 150 \Omega$$

(فیزیک ۲ - جریان الکتریکی و مدارهای جریان مستقیم: صفحه های ۵۱ و ۵۲)

۱۰۰ - گزینه «۲»

(مسعود قرهفانی)

به بررسی تمام موارد می پردازیم:

(الف) نادرست است: اغلب از ترمیستور به عنوان حسگر دما در مدارهای حساس به دما استفاده می شود.

(ب) نادرست است: طبق نمودار صفحه ۵۹ کتاب درسی، مقاومت LDR با افزایش روشنایی کاهش می یابد.

(پ) درست است.

(فیزیک ۲ - مدارهای الکتریکی و مدارهای جریان مستقیم: صفحه های ۵۶ تا ۶۱)

فیزیک ۱

گزینه ۳» ۱-۱

(میثم «شتیان»)

موارد الف و ب درست و موارد پ و ت نادرست اند. زیرا بیشتر فضای بین ستاره‌های را پلاسما تشکیل داده است (نه اندکی از آن را!). همچنین سیارات اغلب از مواد جامد و گازی تشکیل شده‌اند نه از پلاسما.

(فیزیک ۱- ویژگی‌های فیزیکی مواد: صفحه ۲۴)

گزینه ۲» ۱-۲

(مصطفی کیانی)

هریک از عبارت‌ها را بررسی نموده و درستی یا نادرستی آن‌ها را مشخص می‌کنیم: الف) نادرست - چون نیروی هم‌چسبی بین مولکول‌های جیوه بزرگ‌تر از نیروی دگرچسبی بین مولکول‌های جیوه و شیشه است، جیوه حالت کروی (قطره‌مانند) خود را حفظ می‌کند و سطح شیشه را تر نمی‌کند.

ب) درست - کشش سطحی در مایع‌ها، در واقع همان نیروی ریایشی از نوع هم‌چسبی موجود در سطح مایع است. پ) درست.

ت) نادرست - چون نیروی دگرچسبی بین مولکول‌های آب و سطح داخلی لوله بزرگ‌تر از نیروی هم‌چسبی بین مولکول‌های آب است، آب درون لوله رو به بالا حرکت می‌کند و از سطح آب درون ظرف نیز بالاتر می‌رود. بنابراین از چهار عبارت داده شده، دو عبارت آن درست‌اند.

(فیزیک ۱- ویژگی‌های فیزیکی مواد: صفحه‌های ۲۸ تا ۳۲)

گزینه ۱» ۱-۳

(مصطفی کیانی)

ابتدا فشار ناشی از آب را برحسب سانتی‌متر جیوه می‌یابیم و سپس مشخص می‌کنیم، چه عمقی از آب، چنین فشاری را ایجاد می‌کند.

فشار آب + فشار هوا = فشار کل

$$\frac{\text{فشار کل} = 120 \text{ cmHg}}{\text{فشار هوا} = 70 \text{ cmHg}} \rightarrow 120 = 70 + P'_{\text{آب}} \Rightarrow P'_{\text{آب}} = 50 \text{ cmHg}$$

می‌بینیم فشار ناشی از آب برابر ۵۰ cmHg است. یعنی، فشار آب معادل فشار ستونی از جیوه به ارتفاع ۵۰ cm است. اکنون مشخص می‌کنیم، فشار ستونی از جیوه به ارتفاع ۵۰ cm، معادل فشار چند سانتی‌متر آب می‌شود:

$$P'_{\text{آب}} h'_{\text{آب}} = \rho_{\text{جیوه}} h_{\text{جیوه}}$$

$$\frac{\rho_{\text{آب}} = 1 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}, \rho_{\text{جیوه}} = 13.6 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}}{h_{\text{جیوه}} = 50 \text{ cm}} \rightarrow 50 \times 13.6 = 1 \times h'_{\text{آب}}$$

$$\Rightarrow h'_{\text{آب}} = 680 \text{ cm} = 6.8 \text{ m}$$

(فیزیک ۱- ویژگی‌های فیزیکی مواد: صفحه‌های ۳۲ تا ۴۰)

گزینه ۴» ۱-۴

(امیر پوربوسف)

ابتدا فشار ناشی از ستون مایع به ارتفاع ۳۲ سانتی‌متر را برحسب سانتی‌متر جیوه به دست می‌آوریم:

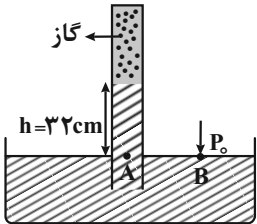
$$P_{\text{مایع}} h_{\text{جیوه}} = \rho_{\text{جیوه}} h_{\text{مایع}}$$

$$\rho_{\text{جیوه}} = 13.6 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3} \rightarrow 32 / 4 \times 13.6 = 13.6 / 4 \times h$$

$$P_{\text{مایع}} = 32 / 4 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3} \cdot h_{\text{مایع}} = 32 \text{ cm}$$

$$\Rightarrow h_{\text{جیوه}} = \frac{32}{4} = 8 \text{ cm}$$

بنابراین فشار ناشی از ستون ۳۲ سانتی‌متری مایع برابر با ۸ سانتی‌متر جیوه است. اکنون فشار گاز بالای مایع را می‌یابیم. با توجه به این که در نقطه B فشار هوا و در نقطه A، مجموع فشار گاز و مایع وارد می‌شود، برای دو نقطه هم‌تراز A و B که فشارشان یکسان است، داریم:



$$P_A = P_B \rightarrow P_{\text{گاز}} + P_{\text{مایع}} = P_{\text{مایع}} = P_0$$

$$\frac{P_{\text{مایع}} = 8 \text{ cmHg}}{P_0 = 76 \text{ cmHg}}$$

$$P_{\text{گاز}} + 8 = 76 \Rightarrow P_{\text{گاز}} = 68 \text{ cmHg}$$

اکنون فشار گاز را برحسب پاسکال به دست می‌آوریم و نیروی وارد بر ته لوله را محاسبه می‌کنیم:

$$F = P_{\text{گاز}} A = \rho g h A \rightarrow \frac{h = 68 \text{ cm} = 0.68 \text{ m}}{\rho = 12600 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}, A = 5 \times 10^{-4} \text{ m}^2}$$

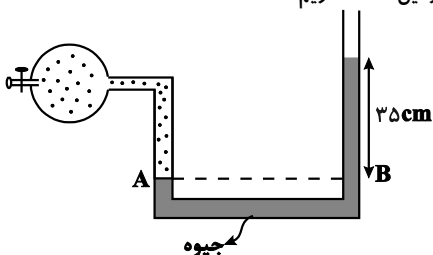
$$F = 12600 \times 10 \times 0.68 \times 5 \times 10^{-4} = 46 / 24 \text{ N}$$

(فیزیک ۱- ویژگی‌های فیزیکی مواد: صفحه‌های ۳۲ تا ۴۰)

گزینه ۲» ۱-۵

(عبدالرضا امینی نسب)

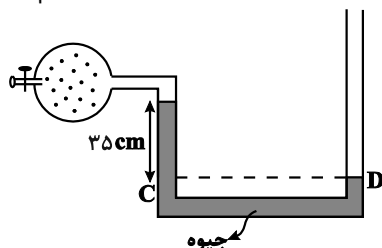
ابتدا فشار گاز درون مخزن را در حالت اولیه (شیر خروجی بسته)، محاسبه می‌کنیم، در این حالت داریم:



$$P_A = P_B \Rightarrow P_{\text{گاز}} = P_0 + P_{\text{جیوه}} \rightarrow \frac{P_0 = 75 \text{ cmHg}}{P_{\text{جیوه}} = 35 \text{ cmHg}}$$

$$P_{\text{گاز}} = 75 + 35 = 110 \text{ cmHg}$$

در حالت دوم، جیوه از شاخه سمت راست، پایین و در شاخه سمت چپ بالا می‌رود و شکل آن به صورت زیر است. بنابراین برای نقاط هم‌تراز C و D داریم:



از طرفی نقاط A و B نقاط هم تراز از یک مایع ساکن اند، بنابراین داریم:

$$P_A = P_B \Rightarrow (\rho gh)_{\text{آب}} = 80 \times 10^3 \Rightarrow 1000 \times 10 \times h = 8 \times 10^4$$

$$\Rightarrow h = 8 \text{ m}$$

(فیزیک ۱- ویژگی های فیزیکی مواد؛ صفحه های ۳۲ تا ۳۸)

(مسعود قره فانی)

۱۰۸- گزینه «۴»

با توجه به معادله پیوستگی با کاهش سطح مقطع جریان شاره، تندی افزایش و با افزایش سطح مقطع جریان شاره، تندی کاهش می یابد. بنابراین در قسمت B با کاهش سطح مقطع، تندی افزایش می یابد. همچنین کمینه تندی آب مربوط به قسمتی با بیشترین سطح مقطع، یعنی مقطع A است.

(فیزیک ۱- ویژگی های فیزیکی مواد؛ صفحه های ۴۳ تا ۴۵)

(ممدصالح مام سبیره)

۱۰۹- گزینه «۳»

ابتدا با استفاده از معادله پیوستگی و با توجه به این که $A = \pi \frac{D^2}{4}$ است، داریم:

$$A_1 v_1 = A_2 v_2 \Rightarrow \frac{A_1}{A_2} = \frac{v_2}{v_1} \xrightarrow{A = \pi \frac{D^2}{4}} \left(\frac{D_1}{D_2}\right)^2 = \frac{v_2}{v_1}$$

$$\frac{D_1 = D_2 + 0.25 D_2 = 1.25 D_2}{D_2} \Rightarrow \left(\frac{1.25 D_2}{D_2}\right)^2 = \frac{v_2}{v_1} \Rightarrow \left(\frac{1.25}{1.00}\right)^2 = \frac{v_2}{v_1}$$

$$\Rightarrow \frac{25}{16} = \frac{v_2}{v_1} \Rightarrow v_2 = \frac{25}{16} v_1$$

از طرف دیگر، داریم:

$$v_2 - v_1 = 90 \Rightarrow \frac{25}{16} v_1 - v_1 = 90 \Rightarrow \frac{9}{16} v_1 = 90 \Rightarrow v_1 = 160 \frac{\text{cm}}{\text{s}}$$

$$v_2 = \frac{25}{16} v_1 = \frac{25}{16} \times 160 \Rightarrow v_2 = 250 \frac{\text{cm}}{\text{s}} \xrightarrow{+100} v_2 = 2/5 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

(فیزیک ۱- ویژگی های فیزیکی مواد؛ صفحه های ۴۳ تا ۴۵)

(ممدیوار سورشی)

۱۱۰- گزینه «۴»

اگر جریان هوا در سطح جیوه درون ظرف ایجاد شود، بنابر اصل برنولی، فشار هوا روی سطح جیوه کاهش می یابد و در نتیجه فشار ستون جیوه درون لوله بیشتر از فشار هوا در سطح جیوه درون ظرف می شود. بنابراین سطح جیوه در لوله پایین می آید تا فشار آن برابر فشار هوا در سطح جیوه درون ظرف شود.

(فیزیک ۱- ویژگی های فیزیکی مواد؛ صفحه های ۴۳ تا ۴۶)

$$P_C = P_D \Rightarrow P'_{\text{گاز}} + P_{\text{جیوه}} = P_0 \Rightarrow P'_{\text{گاز}} = P_0 - P_{\text{جیوه}}$$

$$\Rightarrow P'_{\text{گاز}} = 75 - 35 = 40 \text{ cmHg}$$

در نهایت اختلاف فشار گاز درون مخزن در دو حالت برابر است با:

$$\Delta P = P'_{\text{گاز}} - P_{\text{گاز}} \Rightarrow \Delta P = 40 - 110 = -70 \text{ cmHg}$$

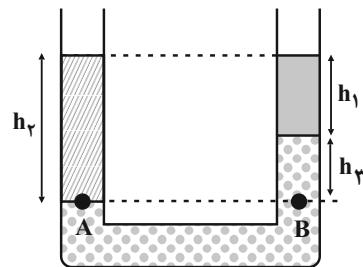
بنابراین، باید فشار گاز درون مخزن را ۷۰ cmHg کاهش دهیم.

(فیزیک ۱- ویژگی های فیزیکی مواد؛ صفحه های ۳۲ تا ۴۰)

(عسین مشرومی)

۱۰۶- گزینه «۲»

ابتدا با توجه به اصل برابری فشار در نقاط هم تراز یک مایع ساکن، چگالی مایع (۲) را به دست می آوریم:



$$P_A = P_B$$

$$P_1 + P_0 = P_1 + P_2 + P_0$$

$$\Rightarrow \rho_2 g h_2 = \rho_1 g h_1 + \rho_2 g h_3 \Rightarrow \rho_2 h_2 = \rho_1 h_1 + \rho_2 h_3$$

$$(h_1 = 15 \text{ cm}, h_2 = 25 \text{ cm}, h_3 = 10 \text{ cm})$$

$$, \rho_1 = 1/2 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}, \rho_2 = 2/2 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}$$

$$\Rightarrow \rho_2 = \frac{40}{25} = 1.6 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}$$

$$V_2 = \pi r^2 h_2 \Rightarrow 3 \times 10^{-5} \times 25 = 18/75 \text{ cm}^3$$

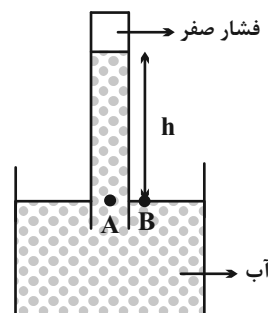
$$\Rightarrow m_2 = \rho_2 V_2 = 1.6 \times 18/75 = 3.0 \text{ g}$$

(فیزیک ۱- ویژگی های فیزیکی مواد؛ صفحه های ۳۲ تا ۳۸)

(عبدالرضا امینی نسب)

۱۰۷- گزینه «۲»

با توجه به نمودار، فشار هوا در شهر اردکان ۸۰ kPa می باشد. در این صورت اگر آزمایش تورجیلی را در شهر اردکان با آب انجام دهیم، فضای خالی بالای ستون آب تنها محتوی بخار آب است و فشار آن ناچیز است. داریم:



$$P_B = P_0 = 80 \text{ kPa}$$

$$P_A = (\rho gh)_{\text{آب}}$$

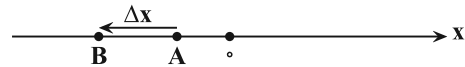


فیزیک ۳

گزینه «۴» - ۱۱۱

(امیر پوریوسف)

چون متحرک دو بار از مبدأ مکان عبور کرده است، بنابراین جهت بردار مکان ۲ بار تغییر کرده است. از طرف دیگر بنا بر تعریف، جابه‌جایی برداری است که نقطه شروع حرکت (A) را به نقطه پایان حرکت (B) وصل کند.

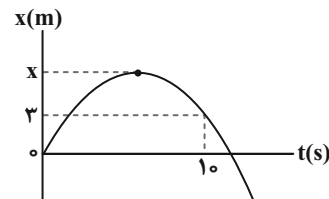


(فیزیک ۳ - حرکت بر خط راست: صفحه‌های ۲ تا ۵)

گزینه «۲» - ۱۱۲

(محمود منوری)

اگر بیشترین فاصله متحرک تا مبدأ مکان را x در نظر بگیریم، با توجه به نمودار، خواهیم داشت: $\ell = x + (x - 3) = 2x - 3$ $\Rightarrow |x_2 - x_1| = |2 - 0| \Rightarrow |\Delta x| = 2\text{m}$ اندازه جابه‌جایی در ۱۰ ثانیه اول



از طرف دیگر، با توجه به تعریف سرعت متوسط و تندی متوسط داریم:

$$s_{av} = 3 |v_{av}| \Rightarrow \frac{\ell}{\Delta t} = 3 \frac{|\Delta x|}{\Delta t}$$

$$\Rightarrow 2x - 3 = 3 \times 3 \Rightarrow 2x = 12 \Rightarrow x = 6\text{m}$$

(فیزیک ۳ - حرکت بر خط راست: صفحه‌های ۲ تا ۹)

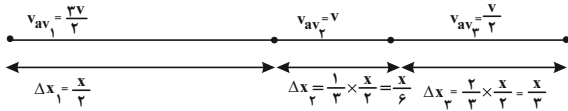
گزینه «۲» - ۱۱۳

(بیبا خورشید)

طول مسیر مسابقه برای هر دو دوندۀ یکسان است که آن را برابر x فرض می‌کنیم. با توجه به اینکه سرعت‌های متوسط در مسیرها بر حسب v داده شده است، می‌توان زمان هر قسمت را بر حسب x و v به دست آورد. بنابراین با استفاده از رابطه سرعت متوسط داریم:

$$A \text{ دوندۀ } \Rightarrow v_{avA} = \frac{\Delta x_A}{\Delta t_A} = \frac{\Delta x_A = x}{v_{avA} = v} \Rightarrow v = \frac{x}{\Delta t_A} \Rightarrow \Delta t_A = \frac{x}{v}$$

برای دوندۀ B با توجه به شکل زیر داریم:



$$B \text{ دوندۀ } \Rightarrow \Delta t_B = \Delta t_1 + \Delta t_2 + \Delta t_3$$

$$\Rightarrow \Delta t_B = \frac{\Delta x_1}{v_{av1}} + \frac{\Delta x_2}{v_{av2}} + \frac{\Delta x_3}{v_{av3}}$$

$$\Rightarrow \Delta t_B = \frac{\frac{x}{3}}{\frac{2v}{3}} + \frac{\frac{x}{6}}{v} + \frac{\frac{x}{3}}{\frac{v}{2}} \Rightarrow \Delta t_B = \left(\frac{1}{3} \times \frac{x}{v}\right) + \left(\frac{1}{6} \times \frac{x}{v}\right) + \left(\frac{2}{3} \times \frac{x}{v}\right)$$

$$\frac{x}{v} = \Delta t_A \Rightarrow \Delta t_B = \frac{1}{3} \Delta t_A + \frac{1}{6} \Delta t_A + \frac{2}{3} \Delta t_A \Rightarrow \Delta t_B = \frac{5}{6} \Delta t_A$$

$$\Rightarrow \Delta t_A = \frac{6}{5} \Delta t_B$$

(فیزیک ۳ - حرکت بر خط راست: صفحه‌های ۲ تا ۹)

گزینه «۳» - ۱۱۴

(ممدفاضل میرحاج)

با توجه به اینکه مبدأ مکان، مبدأ دستگاه مختصات ($x=0$) و مبدأ حرکت در مکان $x_0 = 2\text{m}$ است، به بررسی گزینه‌ها می‌پردازیم:

گزینه «۱»: نادرست - در بازه زمانی t_1 تا t_2 متحرک در مکان‌های منفی محور x قرار دارد، اما از t_2 تا t_3 در خلاف جهت محور x و از t_3 تا t_4 در جهت محور x حرکت می‌کند.

گزینه «۲»: نادرست - در لحظه t_1 متحرک در بیش‌ترین فاصله از مبدأ مکان قرار دارد.

گزینه «۳»: درست - مبدأ حرکت، مکان $x_0 = 2\text{m}$ می‌باشد و متحرک در بازه زمانی t_1 تا t_2 ، یک‌بار از این مکان عبور می‌کند.

گزینه «۴»: نادرست - در لحظات t_2 و t_4 بردار مکان متحرک تغییر جهت می‌دهد و در لحظه‌های t_1 و t_3 جهت حرکت متحرک تغییر می‌کند.

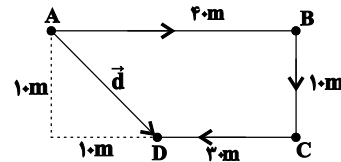
(فیزیک ۳ - حرکت بر خط راست: صفحه‌های ۲ تا ۹)



۱۱۵ - گزینه «۴»

(امسان گرمی)

ابتدا بزرگی بردار جابه‌جایی را حساب می‌کنیم:



$$|\vec{d}| = \sqrt{1^2 + 4^2} = 10\sqrt{2} \text{ m}$$

$$|\vec{v}| = \frac{|\vec{d}|}{\Delta t} \Rightarrow \sqrt{2} = \frac{10\sqrt{2}}{\Delta t} \Rightarrow \Delta t = 10 \text{ s}$$

می‌دانیم بردار سرعت مماس بر مسیر حرکت است، پس:

$$\text{نقطه A: } \bullet \rightarrow v_A = 1 \frac{\text{m}}{\text{s}} \quad \begin{array}{c} \vec{v}_A \\ \leftarrow \vec{v}_D \\ \hline \Delta \vec{v} \end{array}$$

$$\text{نقطه D: } \bullet \leftarrow v_D = -3 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$\Rightarrow a_{av} = \frac{v_D - v_A}{\Delta t} = \frac{-3 - 1}{10} \Rightarrow a_{av} = -0.4 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

و جهت آن به سمت چپ خواهد بود.

(فیزیک ۳ - حرکت: صفحه‌های ۳ تا ۱۳)

۱۱۶ - گزینه «۳»

(رامین آرامش اصل)

ابتدا با توجه به معادله مکان - زمان در حرکت با شتاب ثابت، معادله مکان

متحرک را به دست می‌آوریم:

$$x = \frac{1}{2}at^2 + v_0t + x_0 \xrightarrow{a = \frac{4}{3} \frac{\text{m}}{\text{s}^2}, v_0 = -2 \frac{\text{m}}{\text{s}}, x_0 = -12 \text{ m}} x = 2t^2 - 2t - 12$$

اکنون برای محاسبه لحظه تغییر جهت بردار مکان باید در معادله مکان -

زمان مقدار x را برابر صفر قرار دهیم؛ زیرا برای $x > 0$ جهت بردار مکان

تغییر می‌کند.

$$2(t^2 - t - 6) = 0 \Rightarrow (t+2)(t-3) = 0 \Rightarrow \begin{cases} t = -2 \text{ s} \\ t = 3 \text{ s} \end{cases} \quad \begin{array}{l} \text{غق} \\ \checkmark \end{array}$$

و در آخر برای تعیین لحظه تغییر جهت بردار سرعت، معادله سرعت - زمان متحرک را که با شتاب ثابت حرکت می‌کند به دست می‌آوریم و v را مساوی صفر قرار می‌دهیم.

$$v = at + v_0 \xrightarrow{a = \frac{4}{3} \frac{\text{m}}{\text{s}^2}, v_0 = -2 \frac{\text{m}}{\text{s}}} v = 4t - 2 \xrightarrow{v=0} t = \frac{1}{2} \text{ s}$$

(فیزیک ۳ - حرکت بر خط راست: صفحه‌های ۱۵ تا ۲۱)

۱۱۷ - گزینه «۳»

(امیرمسین برادران)

با توجه به شکل، متحرک‌های A و B، در مبدأ زمان در دو جهت مخالف از

مبدأ مکان عبور می‌کنند و تا لحظه t' ، از یکدیگر دور می‌شوند. پس از لحظه t' ، تا لحظه t'' که دو متحرک به هم می‌رسند، در حال نزدیک شدن بهیکدیگرند. بنابراین، ابتدا لحظه‌های t' و t'' را می‌یابیم. به همین منظور با

محاسبه شتاب متحرک‌ها، معادلات سرعت - زمان و مکان - زمان آن‌ها را

می‌نویسیم و با مساوی قرار دادن معادلات سرعتشان، t' و با مساوی قراردادن معادلات مکانشان، t'' را به دست می‌آوریم. دقت کنید، در لحظه t' سرعت متحرک‌ها یکسان و در لحظه t'' ، مکان آن‌ها یکسان است.

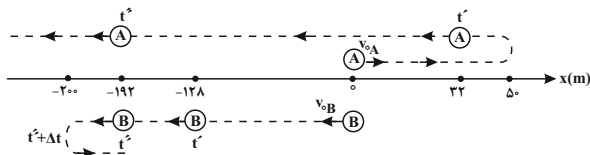
$$a_A = \frac{\Delta v_A}{\Delta t_A} = \frac{0 - 20}{5 - 0} \Rightarrow a_A = -4 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

$$a_B = \frac{\Delta v_B}{\Delta t_B} = \frac{0 - (-20)}{20 - 0} \Rightarrow a_B = 1 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

$$v = at + v_0 \Rightarrow \begin{cases} v_{0A} = 20 \frac{\text{m}}{\text{s}} \rightarrow v_A = -4t + 20 \\ v_{0B} = -20 \frac{\text{m}}{\text{s}} \rightarrow v_B = t - 20 \end{cases}$$

$$x = \frac{1}{2}at^2 + v_0t + x_0 \Rightarrow \begin{cases} x_{0A} = 0 \rightarrow x_A = \frac{1}{2}(-4)t^2 + 20t + 0 \\ \Rightarrow x_A = -2t^2 + 20t \\ x_{0B} = 0 \rightarrow x_B = \frac{1}{2} \times 1 \times t^2 - 20t + 0 \\ \Rightarrow x_B = \frac{1}{2}t^2 - 20t \end{cases}$$

$$t = t' \Rightarrow v_A = v_B \Rightarrow -4t' + 20 = t' - 20 \Rightarrow 40 = 5t' \Rightarrow t' = 8 \text{ s}$$



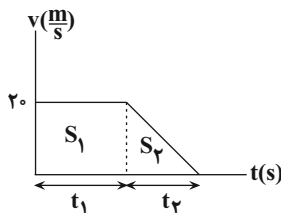
همان‌طور که در شکل فوق مشاهده می‌کنید، هر دو متحرک A و B، در بازه زمانی t' تا t'' در جهت مخالف محور X به یکدیگر نزدیک می‌شوند. در لحظه $t' + \Delta t$ سرعت متحرک B صفر می‌شود و جهت آن برعکس می‌گردد، اما، متحرک A به حرکت خود در جهت مخالف محور X ادامه می‌دهد.

(فیزیک ۳- حرکت بر خط راست، صفحه‌های ۱۵ تا ۲۱)

(عبدالرضا امینی نسب)

۱۱۸- گزینه «۱»

مدت زمان t_1 ثانیه اول همان زمان واکنش راننده است که خودرو با سرعت ثابت حرکت کرده است و t_2 ثانیه بعدی، زمان حرکت کندشونده خودرو می‌باشد. بنابراین، ابتدا با استفاده از معادله سرعت-زمان، مدت زمان t_2 را می‌یابیم. اگر مطابق شکل زیر نمودار سرعت-زمان خودرو را رسم کنیم، داریم:



$$v = at + v_0 \rightarrow 0 = -2 \times t_2 + 20 \Rightarrow t_2 = 10 \text{ s}$$

$$v_0 = 20 \frac{\text{km}}{\text{h}} = 20 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$a = -2 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}, v_0 = 20$$

از طرف دیگر با توجه به نمودار سرعت-زمان و با توجه به این‌که کل جابه‌جایی خودرو برابر 150 m است و این جابه‌جایی برابر مساحت زیر نمودار سرعت-زمان می‌باشد، می‌توان نوشت:

$$S_1 + S_2 = 150 \Rightarrow (20 \times t_1) + \frac{20 \times t_2}{2} = 150$$

$$\xrightarrow{t_2=10 \text{ s}} 20 \times t_1 + \frac{20 \times 10}{2} = 150 \Rightarrow 20 \times t_1 = 50 \Rightarrow t_1 = 2.5 \text{ s}$$

$$\frac{t_1}{t_2} = \frac{2.5}{10} = \frac{1}{4} \quad \text{بنابراین نسبت } \frac{t_1}{t_2} \text{ برابر است با:}$$

(فیزیک ۳- حرکت بر خط راست، صفحه‌های ۱۶ تا ۲۱)

$$t = t'' \Rightarrow x_A = x_B \Rightarrow -2t''^2 + 20t'' = \frac{1}{2}t''^2 - 20t''$$

$$\Rightarrow \frac{5}{2}t''^2 - 40t'' = 0 \Rightarrow t'' \left(\frac{5}{2}t'' - 40 \right) = 0 \Rightarrow \begin{cases} \frac{5}{2}t'' - 40 = 0 \Rightarrow t'' = 16 \text{ s} \\ t'' = 0 \end{cases}$$

با داشتن t' و t'' ، اکنون می‌توان مسافت طی شده در بازه زمانی t' و t'' که دو متحرک به یکدیگر نزدیک می‌شوند را به دست آورد. بنابراین، با توجه به این‌که، در نمودار سرعت-زمان، مساحت سطح محصور بین نمودار و محور زمان برابر جابه‌جایی متحرک است، به صورت زیر، مسافت طی شده را می‌یابیم. البته قبل از آن لازم است، سرعت هر یک از متحرک‌ها را در لحظه‌های t' و t'' به دست آوریم. در ضمن در لحظه t' ، سرعت دو متحرک یکسان است.

$$v_A = v_B = -4t' + 20 \xrightarrow{t'=8 \text{ s}} v_A = v_B = -4 \times 8 + 20 = 0$$

$$\Rightarrow v_A = v_B = -12 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

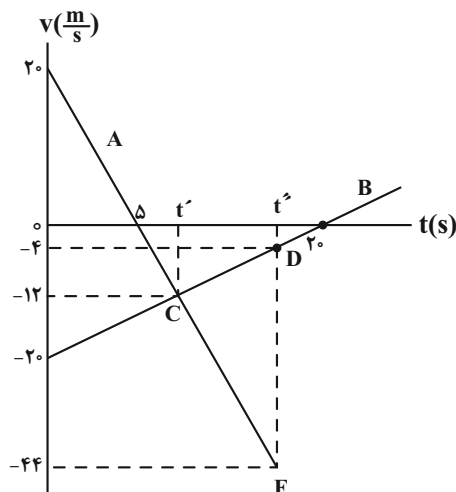
$$v_A = -4t'' + 20 \xrightarrow{t''=16 \text{ s}} v_A = -4 \times 16 + 20 = -44 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

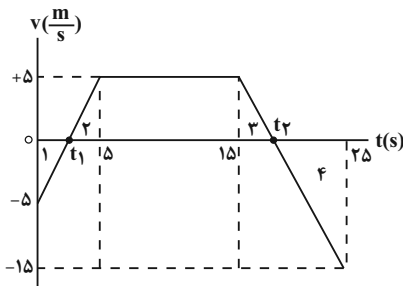
$$v_B = t'' - 20 \xrightarrow{t''=16 \text{ s}} v_B = 16 - 20 = -4 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

مساحت دوزنقه $t't''CD + t't''CF$ مساحت دوزنقه

$$l = \frac{(12 + 44)}{2} \times (16 - 8) + \frac{(12 + 4)}{2} \times (16 - 8) \Rightarrow$$

$$l = (56 \times 4) + (8 \times 8) \Rightarrow l = 288 \text{ m}$$





(فیزیک ۳- حرکت بر خط راست: صفحه‌های ۱۵ تا ۲۱)

(امیرمسین میوزی)

۱۲۰- گزینه «۲»

روش اول: ابتدا با استفاده از معادله مستقل از شتاب، سرعت اولیه را می‌یابیم:

$$\frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{v_3 + v_0}{2} \quad \frac{\Delta x = 0 - 16 = -16 \text{ m}, v_3 = 0}{\Delta t = 4 - 0 = 4 \text{ s}} \rightarrow \frac{-16}{4} = \frac{0 + v_0}{2}$$

$$\Rightarrow v_0 = -8 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

اکنون شتاب متحرک را پیدا می‌کنیم:

$$v = at + v_0 \Rightarrow 0 = a \times 4 + (-8) \Rightarrow a = 2 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

بنابراین معادله سرعت - زمان متحرک برابر است با:

$$v = at + v_0 \Rightarrow v = 2t - 8$$

روش دوم: معادله سهمی داده شده برابر است با:

$$x = (t - 4)^2 = t^2 - 8t + 16$$

کافی است این معادله را با معادله مکان- زمان در حرکت با شتاب ثابت،

مقایسه کنیم:

$$\left. \begin{aligned} x &= t^2 - 8t + 16 \\ x &= \frac{1}{2}at^2 + v_0t + x_0 \end{aligned} \right\} \Rightarrow a = 2 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}, \quad v_0 = -8 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$\Rightarrow v = at + v_0 = 2t - 8$$

(فیزیک ۳- حرکت بر خط راست: صفحه‌های ۱۵ تا ۲۱)

۱۱۹- گزینه «۴»

(عباس اصغری)

به کمک سطح محصور بین نمودار شتاب - زمان و محور زمان که برابر Δv

است، می‌توان سرعت متحرک را در لحظه‌های مختلف محاسبه نمود و سپس

نمودار $v-t$ آن را رسم و مدت زمانی که متحرک در جهت منفی محور

x حرکت نموده است را به دست آورد. بنابراین با توجه به این‌که

$$\Delta v_1 = 2 \times 5 = 10 \frac{\text{m}}{\text{s}}, \Delta v_2 = -2 \times 10 = -20 \frac{\text{m}}{\text{s}} \quad \text{داریم: } v_0 = -5 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

Δv_1 تغییر سرعت در بازه زمانی صفر تا 5 s و Δv_2 تغییر سرعت در بازه

$$v_{5\text{s}} = v_0 + \Delta v_1 \Rightarrow v_{5\text{s}} = -5 + 10 = 5 \frac{\text{m}}{\text{s}} \quad \text{است. } 5 \text{ s تا } 25 \text{ s}$$

$$v_{15\text{s}} = v_{5\text{s}} = 5 \frac{\text{m}}{\text{s}}, \quad v_{25\text{s}} = v_{15\text{s}} + \Delta v_2$$

$$v_{25\text{s}} = 5 + (-20) = -15 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

اکنون نمودار سرعت - زمان متحرک را رسم می‌کنیم. می‌دانیم در لحظاتی

که علامت سرعت متحرک منفی است، متحرک در خلاف جهت محور

حرکت کرده است. بنابراین لازم است لحظه‌های t_1 و t_2 را پیدا کنیم. با

$$\frac{5}{5} = \frac{t_1}{5 - t_1} \Rightarrow t_1 = 2 / 5 \text{ s} \quad \text{داریم: } 2 \text{ و } 1$$

با استفاده از تشابه مثلث‌های ۳ و ۴ داریم:

$$\frac{5}{15} = \frac{t_2 - 15}{25 - t_2} \Rightarrow \frac{1}{3} = \frac{t_2 - 15}{25 - t_2} \Rightarrow 3t_2 - 45 = 25 - t_2$$

$$\Rightarrow 4t_2 = 70 \Rightarrow t_2 = 17 / 5 \text{ s}$$

می‌بینیم متحرک در بازه زمانی $2 / 5 \text{ s}$ تا $17 / 5 \text{ s}$ در جهت محور جابه‌جا

شده است. بنابراین کل زمانی که متحرک در جهت محور حرکت کرده است

برابر است با:

$$\Delta t = 17 / 5 - 2 / 5 = 15 \text{ s}$$



شیمی ۲

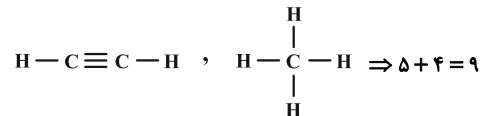
گزینه «۱» - ۱۲۱

(ممد عظیمیان زواره)

بررسی همه گزینه‌ها:

گزینه «۱»: حدود نیمی از نفتی که از چاه‌های نفت بیرون کشیده می‌شود، به عنوان سوخت در وسایل نقلیه استفاده می‌شود و بخش اعظم نیم دیگر آن برای تأمین گرما و انرژی الکتریکی به کار می‌رود.

گزینه «۲»:



گزینه «۳»: اتم کربن افزون بر تشکیل پیوند اشتراکی یگانه، توانایی تشکیل پیوندهای اشتراکی دوگانه و سه گانه را با خود و برخی اتم‌های دیگر دارند. گزینه «۴»: هیدروکربن‌هایی دارای چند پیوند دوگانه مانند بنزن، در نفت خام یافت می‌شوند.

(شیمی ۲- قدر هدایای زمینی را برانیم؛ صفحه‌های ۲۹ تا ۳۱)

گزینه «۱» - ۱۲۲

(علی امینی)

تنها عبارت دوم درست است.

در فرمول عمومی C_nH_{2n} نسبت تعداد اتم‌های کربن و هیدروژن ثابت بوده و لذا درصد جرمی اجزای آن ثابت است.

* باید توجه داشت که فرمول بسته C_nH_{2n} می‌تواند دارای ایزومرهای ساختاری (آلکن، سیکلوآلکان‌ها) باشد.

بررسی عبارت به ترتیب:

$$\text{مورد اول: } \%C = \frac{12n}{14n} \times 100 \approx \%85.7, \quad \%H = \frac{2n}{14n} \times 100 \approx \%14.3$$

$$\text{مورد دوم: تعداد کل جفت الکترون‌های پیوندی: } 3n = (n \times \frac{4}{2}) + (2n \times \frac{1}{2})$$

$$\frac{\text{C}-\text{H}}{(\text{C}-\text{H}) + (\text{C}-\text{C})} = \frac{2n}{3n} = \frac{2}{3}$$

مورد سوم: صرفاً در مورد آلکن‌ها درست است، سیکلوآلکان‌ها در

واکنش‌های شکستن پیوند دوگانه شرکت نمی‌کنند، چون سیر شده‌اند.

مورد چهارم: مشابه مورد سوم؛ درباره سیکلوآلکان‌ها درست نیست.

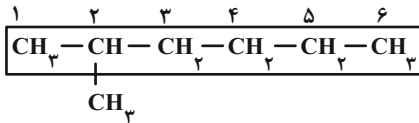
(شیمی ۲- قدر هدایای زمینی را برانیم؛ صفحه‌های ۳۹ تا ۴۲)

گزینه «۱» - ۱۲۳

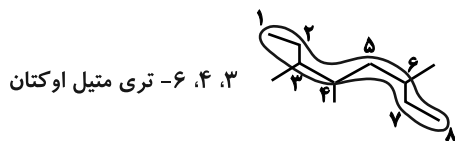
(علی رفیعی)

بررسی همه موارد:

الف) درست.



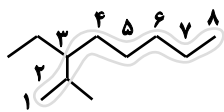
ب) نادرست.



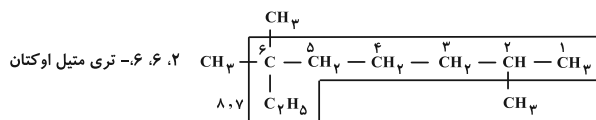
۳، ۴، ۶- تری متیل اوکتان

ج) نادرست.

۳- اتیل - ۲- متیل اوکتان



د) نادرست.



(شیمی ۲- قدر هدایای زمینی را برانیم؛ صفحه‌های ۳۲ تا ۴۰)

گزینه «۳» - ۱۲۴

(علی رفیعی)

فرمول کلی آلکان‌ها به صورت $\text{C}_n\text{H}_{2n+2}$ می‌باشد:

$$\text{پیوندهای اشتراکی یا جفت الکترون‌های پیوندی} = \frac{(\text{C} \times 4) + (\text{H} \times 1)}{2}$$

$$= \frac{(n \times 4) + (2n + 2)}{2} = 3n + 1$$

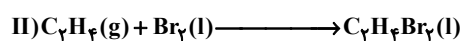
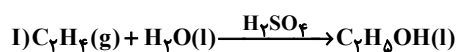
در نتیجه این آلکان دارای ۹ کربن ($3n + 1 = 28 \Rightarrow n = 9$) است.

شمار پیوندهای C-C: ۸ (یکی کمتر از تعداد کربن‌ها)، پیوندهای C-H: ۲۰ (به تعداد Hها) می‌باشد.

(شیمی ۲- قدر هدایای زمینی را برانیم؛ صفحه‌های ۳۲ تا ۳۶)

گزینه «۱» - ۱۲۵

(ممد عظیمیان زواره)

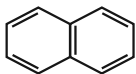




مورد سوم: این دو ترکیب، فرمول مولکولی یکسانی (C_9H_8) دارند ولی ساختارشان متفاوت است، پس ایزومر یکدیگر می‌باشند و به دلیل ساختار متفاوت ویژگی‌های متفاوت نیز دارند.

مورد چهارم: مجموع عددها در نامگذاری ترکیب B، برابر ۷ است.

در ساختار نفتالن که به صورت روبه‌رو است نیز ۵ پیوند دو گانه وجود دارد.



نفتالن

(شیمی ۲- قدر هدایای زمینی را برانیم: صفحه‌های ۳۶ تا ۳۹ و ۴۲)

(مسعود طبرسا)

۱۲۸- گزینه «۱»

عبارت‌های آ، ب و پ درست است. بررسی عبارت‌ها:

عبارت (آ): گاز اتین با فرمول مولکولی C_2H_2 در جوشکاری کاربردی استفاده می‌شود.

عبارت (ب): چهارمین عضو آلکین‌ها C_4H_6 و چهارمین عضو سیکلوآلکان‌ها C_4H_8 است.

$$\left. \begin{array}{l} C_4H_8 = 68 \text{ g.mol}^{-1} \text{ جرم مولی} \\ C_4H_6 = 54 \text{ g.mol}^{-1} \text{ جرم مولی} \end{array} \right\} \Rightarrow \text{اختلاف جرم مولی} = 14 \text{ g.mol}^{-1}$$

عبارت (پ) درست است.

عبارت (ت): در بالاترین قسمت برج تقطیر مواد اولیه پتروشیمی خارج می‌شود.

(شیمی ۲- قدر هدایای زمینی را برانیم: صفحه‌های ۴۰ تا ۴۷)

(سوراب صادقی زاده)

۱۲۹- گزینه «۱»

مورد سوم و چهارم نادرست می‌باشد.

بررسی موارد:

مورد اول: فرمول مولکولی نفتالن $C_{10}H_8$ و فرمول مولکولی آلکین گفته شده C_4H_6Cl می‌باشد.

مورد دوم: نام ترکیب داده شده ۶-برمو-۳-۴-دی‌اتیل-۵-فلوئورو-۲،۵،

۷-تری‌متیل نونان است: مجموع اعداد در نامگذاری

با جایگزین کردن گروه‌های $-CH_3$ با هیدروژن، نام ترکیب ۵-برمو-۴-

فلوئورو ۲،۳-دی‌متیل‌هپتان می‌شود: مجموع اعداد در نامگذاری

بررسی گزینه‌های نادرست:

گزینه «۲»: مجموع شماره اتم‌ها در C_4H_5OH برابر ۹ و مجموع شمار جفت الکترون‌های ناپیوندی در $C_4H_4Br_2$ برابر ۶ است.

گزینه «۳»: کاتالیزگر به کار رفته در واکنش I، سولفوریک اسید (H_2SO_4) می‌باشد.

گزینه «۴»: در دمای اتاق، آب و دی‌برمواتان هر دو به حالت مایع هستند.

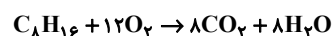
(شیمی ۲- قدر هدایای زمینی را برانیم: صفحه‌های ۳۰ تا ۴۲)

(مهمرضا جمشیری)

۱۲۶- گزینه «۲»

ابتدا فرمول آلکن مورد نظر را پیدا می‌کنیم.

$$2n = 24 \Rightarrow n = 8 \text{ آلکن}$$



$$56 \text{ g } C_8H_{16} \times \frac{1 \text{ mol } C_8H_{16}}{112 \text{ g } C_8H_{16}} \times \frac{20}{100} \times \frac{8 \text{ mol } CO_2}{1 \text{ mol } C_8H_{16}}$$

$$\times \frac{25 \text{ L } CO_2}{1 \text{ mol } CO_2} = 20 \text{ L } CO_2$$

$$\frac{56 \times 20}{1 \times 112 \times 100} = \frac{x}{8 \times 25} \Rightarrow x = 20 \text{ L } CO_2 \text{ راه حل دوم}$$

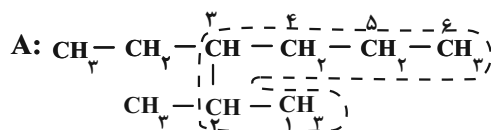
(شیمی ۲- قدر هدایای زمینی را برانیم: صفحه‌های ۳۲ تا ۴۲)

(عامر برزیکر)

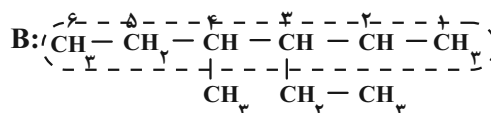
۱۲۷- گزینه «۳»

تنها مورد سوم نادرست است.

مورد اول و دوم: مطابق شکل‌های مقابل، درست‌اند.



«۳-اتیل-۲-متیل‌هگزان»



«۳-اتیل-۴-متیل‌هگزان»



شیمی ۲- آشنا

۱۳۱- گزینه «۴»

(کتاب آبی)

باز یافت اگر قرار باشد رخ دهد باید قبل از خوردگی و فرسایش باشد. بعد از آن فقط می‌تواند به سنگ معدن تبدیل شود. چون سرعت بهره‌برداری از منابع فلزی از سرعت تجدید این منابع بیش‌تر است، تجدیدناپذیر به حساب می‌آیند. با وجود بیش‌تر بودن غلظت منابع اقیانوس هنوز به‌طور عمده از این منابع بهره‌برداری نمی‌شود.

(شیمی ۲- قدر هدایای زمینی را بدانیم؛ صفحه‌های ۲۶ و ۲۷)

۱۳۲- گزینه «۴»

(کتاب آبی)

تنها مورد چهارم درست است.

بررسی سایر موارد:

مورد اول: نادرست. چون مدل گلوله - میله مربوط به مولکول بوتان است.

مورد دوم: نادرست. چون مولکول (۱) بوتان (C_4H_{10}) با جرم مولی $58 g \cdot mol^{-1}$ است و مولکول (۴) اتیلن (C_2H_4) با جرم مولی $28 g \cdot mol^{-1}$ است. پس تفاوتجرم مولی آن‌ها برابر با $30 g \cdot mol^{-1}$ خواهد بود.

مورد سوم: نادرست. شکل (۳) مدل گلوله - میله اتین است.

(شیمی ۲- قدر هدایای زمینی را بدانیم؛ صفحه‌های ۳۱ و ۳۲)

۱۳۳- گزینه «۱»

(کتاب آبی)

فقط مورد «ب» نادرست است.

بررسی موارد:

آ: تنها تفاوت فرمول ساختاری و ساختار لوویس در این است که در فرمول ساختاری جفت الکترون‌های غیر پیوندی نشان داده نمی‌شوند. از آن جایی که در هیدروکربن‌ها جفت الکترون غیر پیوندی نمی‌تواند وجود داشته باشد. پس در این ترکیبات فرمول ساختاری و ساختار لوویس یکسان هستند.

ب: در فرمول پیوند - خط، اتم‌های هیدروژن همانند اتم‌های کربن، نمایش داده نمی‌شوند.

پ: در مدل فضا پرکن مرتبه پیوند مشخص نمی‌شود.

ت: صحیح است.

(شیمی ۲- قدر هدایای زمینی را بدانیم؛ صفحه‌های ۳۱ تا ۳۴)

مورد سوم: فرمول مولکولی این هیدروکربن $C_{38}H_{48}$ می‌باشد که جرم مولی آن برابر $504 g \cdot mol^{-1}$ است.

مورد چهارم: در شکل داده شده ۱۶ کربن وجود دارد که طبق فرمول عمومی آلکان‌ها باید $2 + 16 \times 2 = 34$ اتم هیدروژن داشته باشد که دو تای آن‌ها جای خود را به F و Br داده‌اند، پس: $C_{16}H_{32}BrF$

(شیمی ۲- ترکیبی؛ صفحه‌های ۳۱ تا ۳۳ و ۳۷ تا ۴۳)

۱۳۰- گزینه «۴»

(عمید زهی)

فقط مورد اول نادرست است. بررسی عبارت‌ها:

عبارت اول: از واکنش هر مول بنزن با ۳ مول گاز هیدروژن، یک مول سیلوکسازان تهیه می‌شود.

عبارت دوم: فرمول مولکولی هفتمین سیکلوآلکان C_9H_{18} است و فرمول مولکولی پنجمین عضو آلکن‌ها C_5H_{10} است. اما در هر دو دسته از این ترکیب‌ها، درصد جرمی کربن ثابت و برابر $85/7\%$ است.

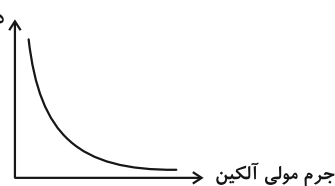
عبارت سوم:

نسبت جرم C به جرم مولی ترکیب $C_nH_{2n-2} \rightarrow$

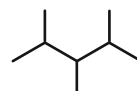
$$= \frac{(12 \times n)}{12n + 2n - 2} = \frac{12n}{14n - 2}$$

تابع بالا نزولی است پس با کاهش جرم مولی، درصد جرمی کربن افزایش می‌یابد.

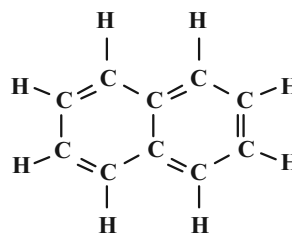
درصد جرمی کربن



عبارت چهارم:



عبارت پنجم:

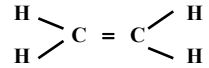
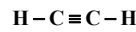


(شیمی ۲- قدر هدایای زمینی را بدانیم؛ صفحه‌های ۳۶ تا ۴۲)



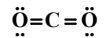
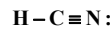
۱۳۴ - گزینه «۲»

(کتاب آبی)



a: اتین (C_2H_2)

b: اتن (C_2H_4)



سیانید C:

d: کربن دی اکسید (CO_2)

هیدروژن (HCN)

آ: درست. تعداد پیوندهای کووالانسی:

$$a \rightarrow 5 \quad b \rightarrow 6 \quad c \rightarrow 4 \quad d \rightarrow 4 \quad b > a > c = d$$

ب: درست. تعداد جفت الکترون‌های ناپیوندی:

$$a \rightarrow 0 \quad b \rightarrow 0 \quad c \rightarrow 1 \quad d \rightarrow 4 \quad d > c > b = a$$

پ: نادرست. تعداد اتم‌های موجود در مولکول:

$$a \rightarrow 4 \quad b \rightarrow 6 \quad c \rightarrow 3 \quad d \rightarrow 3 \quad b > a > d = c$$

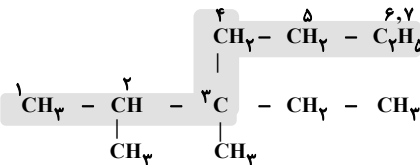
ت: نادرست. تعداد اتم‌هایی که به آرایش هشتایی پایدار رسیده‌اند:

$$c \rightarrow 2 \quad d \rightarrow 3 \quad a \rightarrow 2 \quad b \rightarrow 2 \quad d > c = b = a$$

(شیمی ۲- قدر هدایای زمینی را برانیم: صفحه‌های ۳۲، ۳۰ و ۳۷)

۱۳۵ - گزینه «۲»

(کتاب آبی)

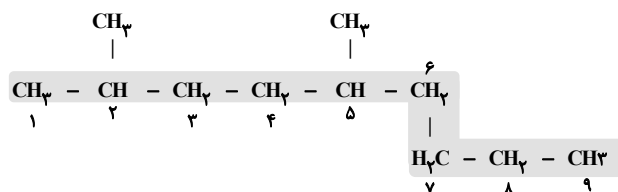


آ:

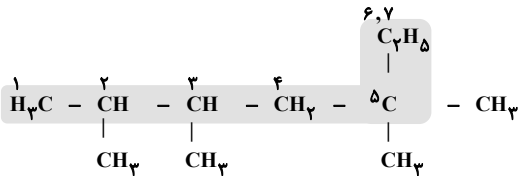
۳- اتیل - ۲، ۳- دی‌متیل هپتان

۲، ۵- دی‌متیل نونان

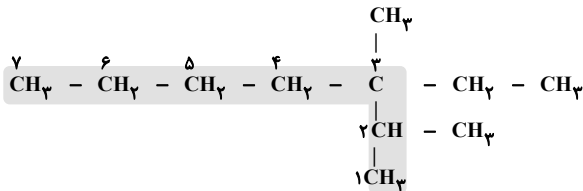
ب:



پ: ۲، ۳، ۵، ۵- تترامتیل هپتان



ت: ۳- اتیل - ۲، ۳- دی‌متیل هپتان



همانطور که مشاهده می‌کنید، موارد (آ) و (ت) نشان‌دهنده یک آلکان مشخص هستند.

(شیمی ۲- قدر هدایای زمینی را برانیم: صفحه‌های ۳۷ تا ۴۰)

۱۳۶ - گزینه «۳»

(کتاب آبی)

$$20 / 16 LCO_2 = 12 / 14n \times \frac{1 \text{ mol } C_n H_{2n+2}}{(14n+2)g C_n H_{2n+2}}$$

$$\times \frac{n \text{ mol } CO_2}{1 \text{ mol } C_n H_{2n+2}} \times \frac{22 / 4 LCO_2}{1 \text{ mol } CO_2} \Rightarrow n = 9$$

بررسی موارد:

مورد اول: با توجه به شکل داده شده آلکان با ۹ کربن در دما و فشار اتاق مایع است.

مورد دوم: سنگین‌ترین آلکان گازی شکل در دمای اتاق (با توجه به شکل) بوتان (C_4H_{10}) است.

جرم مولی C_4H_{10} - جرم مولی C_9H_{20} = تفاوت جرم مولی

$$= 128 - 58 = 70 \text{ g.mol}^{-1}$$

مورد سوم: گریس ($C_{18}H_{38}$) و وازلین ($C_{28}H_{58}$)، کربن بیشتری نسبت به C_9H_{20} دارند و گران‌روی آن‌ها از C_9H_{20} بیشتر است.

مورد چهارم: سوخت هواپیما به‌طور عمده از نفت سفید که مخلوطی از آلکان‌هایی با ده تا پانزده اتم کربن است، تهیه می‌شود.

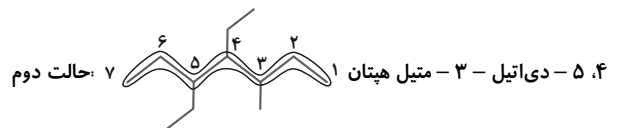
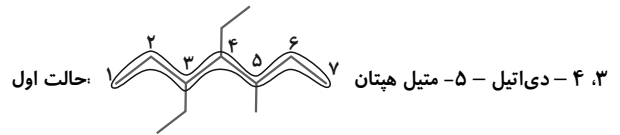
(شیمی ۲- قدر هدایای زمینی را برانیم: صفحه‌های ۳۵، ۳۶، ۳۴ و ۳۷)



۱۳۷- گزینه «۱»

(کتاب آبی)

زنجیر اصلی در این هیدروکربن را می‌توان از دو طرف شماره‌گذاری کرد:



در هر دو حالت یک شاخه اتیل در وسط زنجیره قرار گرفته و دارای شماره ۴ است؛ اما تفاوت حالت اول و دوم در این است که در حالت اول؛ یک شاخه اتیل دارای شماره ۳ و متیل دارای شماره ۵ است و در حالت دوم این موضوع برعکس است. یعنی متیل دارای شماره ۳ و اتیل دارای شماره ۵ می‌باشد.

Ethyl → E

Methyl → M

از آنجایی که اتیل (E) بر متیل (M) تقدم دارد، پس در اینجا باید به اتیل شماره کمتری اطلاق شود؛ یعنی حالت اول صحیح است.

(شیمی ۲- قدر هرایای زمینی را برانیم؛ صفحه‌های ۳۷ تا ۴۰)

۱۳۸- گزینه «۲»

(کتاب آبی)

موارد «آ» و «ب» درست‌اند.

بررسی موارد نادرست:

پ) در کشور ما سالانه میلیون‌ها تن موادشیمیایی مانند آمونیاک، پلی‌اتن و سولفوریک اسید تولید می‌شود.

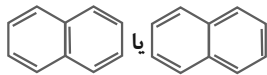
ت) در واکنش $C_2H_4(g)$ و $Br_2(l)$ ، تغییر رنگ نشانه تغییر شیمیایی و انجام واکنش شیمیایی است.

(شیمی ۲- قدر هرایای زمینی را برانیم؛ صفحه‌های ۴۰ تا ۴۲)

۱۳۹- گزینه «۲»

(کتاب آبی)

عبارت «آ» نادرست است، ساختار پیوند - خط نفتالن به صورت زیر است:

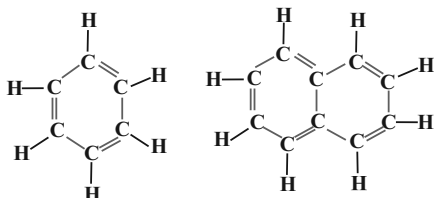


ب) درست است:

$$\left. \begin{aligned} C_6H_6 &= (12 \times 6 + 6) = 78 \text{ g} \cdot \text{mol}^{-1} \\ C_{10}H_8 &= (12 \times 10 + 8) = 128 \text{ g} \cdot \text{mol}^{-1} \end{aligned} \right\}$$

$$\Rightarrow \text{اختلاف جرم مولی} = 128 - 78 = 50 \text{ g} \cdot \text{mol}^{-1}$$

پ) درست است.



۱۵ جفت الکترون پیوندی

۲۴ جفت الکترون پیوندی

ت) درست است.

(شیمی ۲- قدر هرایای زمینی را برانیم؛ صفحه ۴۳)

۱۴۰- گزینه «۱»

(کتاب آبی)

گزینه «۱» درست. از آنجایی که NO_2 ، SO_2 نیز جزء فرآورده‌های سوختن هستند، پس علاوه بر عنصرهای کربن و هیدروژن، عناصر S، N نیز در زغال‌سنگ وجود دارند.

گزینه «۲» نادرست. زیرا مقدار کربن دی‌اکسید به ازای هر کیلوژول انرژی تولید شده برای بنزین و زغال‌سنگ به ترتیب برابر 0.065 و 0.104 گرم است.

گزینه «۳» نادرست. از آنجایی که طبق برآوردها طول عمر ذخایر زغال‌سنگ به 500 سال می‌رسد، پس می‌تواند جایگزینی مناسب برای بنزین باشد.

گزینه «۴» نادرست. به ازای تولید 1 kJ گرما:

$$\frac{\text{مقدار } CO_2 \text{ حاصل از سوختن زغال‌سنگ}}{\text{مقدار } CO_2 \text{ حاصل از سوختن بنزین}} = \frac{0.104}{0.065} = 1.6$$

(شیمی ۲- قدر هرایای زمینی را برانیم؛ صفحه ۴۶)

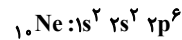
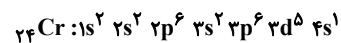


شیمی ۱

۱۴۱- گزینه «۳»

(کامران پعفری)

X عنصر ۲۴Cr و Y عنصر ۱۰Ne است:



اختلاف عدد اتمی دو عنصر برابر با ۱۴ است.

${}_{24}\text{Cr}$ عنصر گروه ۶ و ${}_{10}\text{Ne}$ عنصر گروه ۱۸ می‌باشد که ۱۲ واحد اختلاف دارند.

(شیمی ۱- کیهان، زاگله الفبای هستی، صفحه‌های ۳۰ تا ۳۴)

۱۴۲- گزینه «۲»

(امیرعلی بیات)

بررسی برخی از گزینه‌ها:

(۱) بور به کمک مدل اتمی خود طیف نشری خطی گونه‌های هیدروژن مانند و تک

الکترونی را توجه کرد مثل H و Li^+ ...

(۳) الکترون مطابق مدل کوآتومی انرژی را به صورت پیمانه‌ای جذب یا نشر می‌کند درست مثل بالا رفتن از پله نه سطح شیبدار.

(۴) هر چه فاصله بین لایه‌ها در انتقالات الکترونی (بازگشت به لایه پایین‌تر) بیشتر باشد انرژی موج آزاد شده بیشتر و طول موج آن کمتر خواهد بود.

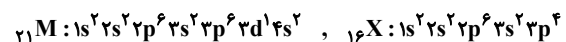
(شیمی ۱- کیهان، زاگله الفبای هستی، صفحه‌های ۲۴ تا ۲۷)

۱۴۳- گزینه «۴»

(مسین ناصر ثانی)

موارد اول و سوم درست است.

آرایش الکترونی اتم‌های M و X به صورت زیر است:



بررسی همه موارد:

«مورد اول»: باتوجه به آرایش الکترونی M، اتم این عنصر یک الکترون در زیرلایه $3d (l=2)$ دارد.

«مورد دوم»: عنصر X در دوره ۳ و گروه ۱۶ جدول دوره‌ای جای دارد.

«مورد سوم»: گاز نجیب دوره بعد عنصر X گاز کریپتون (${}_{36}\text{Kr}$) است و تفاوت عدد اتمی دو عنصر X و Kr برابر ۲۰ است.

«مورد چهارم»: با توجه به این که یون پایدار فسفر به صورت P^{3-} است، بنابراین فرمول ترکیب یونی حاصل از دو عنصر M و P به صورت MP خواهد بود.

«مورد پنجم»: با توجه به آرایش الکترونی اتم M، این عنصر جزو عنصرهای دسته d است و در دوره ۴ قرار دارد.

(شیمی ۱- کیهان، زاگله الفبای هستی، صفحه‌های ۳۰ تا ۳۹)

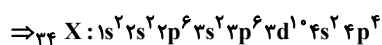
۱۴۴- گزینه «۳»

(سیررضا رضوی)

موارد الف، پ و ت درست هستند.

ابتدا با توجه به داده‌های سؤال عدد اتمی عنصر X را تعیین می‌کنیم:

$$\left. \begin{aligned} n+p &= 75 \\ n-e &= 5 \\ p &= e-2 \end{aligned} \right\} p=34 \Rightarrow \text{عدد اتمی} = 34$$



بررسی همه موارد:

مورد الف) در این عنصر ۱۰ الکترون با $l=2$ دیده می‌شود ($3d^1$) و درعنصر فلوتور (F)، ۵ الکترون با $l=1$ ($2p^5$) می‌بینیم.

مورد ب) این عنصر دارای ۶ الکترون ظرفیت است ($4s^2, 4p^4$) و عنصر فسفر دارای ۵ الکترون ظرفیت ($3s^2, 3p^3$) است.

مورد پ) آخرین زیرلایه در آرایش الکترونی X، $4p^4$ است.

$$n+l = 4+1 = 5$$

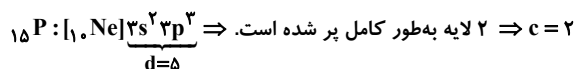
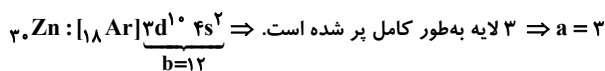
مورد ت) عنصر X و Ca هر دو در دوره ۴ جدول دوره‌ای و عنصری با

عدد اتمی ۱۶ همانند X در گروه ۱۶ جدول دوره‌ای قرار دارد.

(شیمی ۱- کیهان، زاگله الفبای هستی، صفحه‌های ۳۰ تا ۳۴)

۱۴۵- گزینه «۲»

(یعنا قازانپایی)



$$\Rightarrow \text{عدد اتمی} = \frac{(5 \times 12) + (10 \times 5)}{(5 \times 2) + (4 \times 3)} = \frac{110}{22} = 5 \Rightarrow {}_5\text{B}: 1s^2 2s^2 2p^1$$

آخرین زیرلایه $n+l = 2+1 = 3$

مفهوم پر شدن و اشغال شدن لایه‌های الکترونی در آرایش الکترونی اتم‌ها متفاوت است به عنوان مثال در اتم ${}_{30}\text{Zn}$ ، ۴ لایه از الکترون اشغال شده است ولی فقط ۳ لایه به‌طور کامل از الکترون پر شده است.

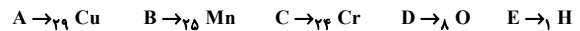
(شیمی ۱- کیهان، زاگله الفبای هستی، صفحه‌های ۳۰ تا ۳۴)



۱۴۶- گزینه «۴»

(متین قنبری)

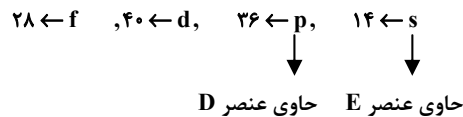
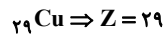
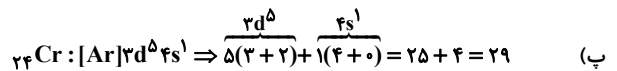
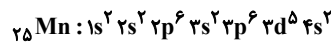
موارد (آ) و (ب) و (پ) درست است.



بررسی موارد:

(آ) امروزه، به کمک روش‌های طیف‌سنجی پیشرفته، آرایش الکترونی اتم عنصرهایی مانند کروم (24Cr) و مس (29Cu) را که از قاعده آفا پیروی نمی‌کنند، تعیین می‌کنند.

(ب) شمار عنصرهای دسته‌های جدول دوره‌های:

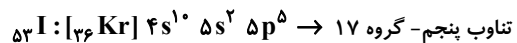
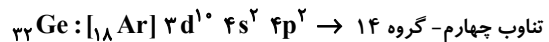
در نتیجه داریم: $14 + 26 = 50$ (ت) آخرین الکترون اتم عنصر 25Mn ، به زیرلایه $3d$ وارد می‌شود.توجه کنید، آرایش الکترونی اتم عنصر 25Mn ، به زیرلایه $4s$ ختم می‌شود.

(شیمی ۱- کیوان، زارگه الفبای هستی؛ صفحه‌های ۳۰ تا ۳۴)

۱۴۷- گزینه «۳»

(ماهان زواری)

در بین عنصرهای داده شده، آرایش الکترونی 53I و 32Ge نادرست ولی گروه و دوره 24Cr ، 29Cu و 53I درست نوشته شده است:



(شیمی ۱- کیوان، زارگه الفبای هستی؛ صفحه‌های ۳۰ تا ۳۴)

۱۴۸- گزینه «۲»

(پوار سوری لکی)

موارد سوم و چهارم درست‌اند.

بررسی همه موارد:

مورد اول: هر ترکیب یونی که تنها از دو عنصر ساخته شده باشد، ترکیب یونی دوتایی نامیده می‌شود.

مورد دوم: نسبت تعداد کاتیون به تعداد آنیون در سدیم اکسید (Na_2O)

برابر ۲ و در کلسیم کلرید (CaCl_2) برابر $\frac{1}{2}$ است که حاصل تقسیم آن، برابر ۴ می‌شود.

مورد سوم: درست است چون اندازه بار مثبت و منفی در ترکیب‌های یونی برابر است و در مجموع ترکیب خنثی است.

(شیمی ۱- کیوان، زارگه الفبای هستی؛ صفحه‌های ۳۸ و ۳۹)

۱۴۹- گزینه «۳»

(سیدرمیم هاشمی دکلری)

همه عناصر گازی شکل گروه ۱۸ (گازهای نجیب) در لایه ظرفیت خود هشت الکترونی نیستند. در بین آن‌ها هلیم در لایه ظرفیت خود دو الکترون دارد.

(شیمی ۱- کیوان، زارگه الفبای هستی؛ صفحه‌های ۳۴ تا ۳۹)

۱۵۰- گزینه «۳»

(مسعود جعفری)

فقط عبارت چهارم درست است.

بررسی همه عبارت‌ها:

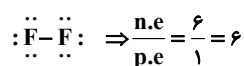
عبارت اول: عناصر D و G به ترتیب معادل کربن و گوگرد هستند. ترکیب



عبارت دوم: D کربن است و ساده‌ترین ترکیب حاصل از آن با هیدروژن، متان (CH_4) با ۵ اتم است.

عبارت سوم: عنصر E همان فلئور است که در دما و فشار اتاق به صورت مولکول‌های دو اتمی است.

عبارت چهارم: E فلئور است و مولکول حاصل از آن در دما و فشار اتاق به صورت مولکول‌های دواتمی F_2 دیده می‌شود. ساختار لوویس این مولکول به صورت زیر است:



(شیمی ۱- کیوان، زارگه الفبای هستی؛ صفحه‌های ۴۰ و ۴۱)



شیمی ۳

گزینه ۱» ۱۵۱-

(عبدالرضا دانشواره)

تنها عبارت (ب) نادرست است.

بررسی عبارت‌ها:

عبارت (آ): مخلوط آب و روغن ناپایدار بوده و در همدیگر حل نمی‌شوند.

عبارت (ب): در کلویدها ذرات سازنده، توده‌های مولکولی با اندازه متفاوت است.

عبارت (پ): مخلوط آب، روغن و صابون یک کلویید است از این رو مرز

مشخص میان اجزایش نخواهد داشت.

عبارت (ت): صابون دارای دو بخش قطبی و ناقطبی بوده که به ترتیب با

مولکول‌های آب و مولکول‌های چربی جاذبه برقرار می‌سازد.

(شیمی ۳- مولکول‌ها در فرمت تدرستی: صفحه‌های ۶ تا ۸)

گزینه ۴» ۱۵۲-

(مسین ناصری‌ثانی)

مطالب «آ»، «پ» و «ت» درست است. بررسی مطالب:

«آ»: این شکل نشان‌دهنده یک «پاک‌کننده غیرصابونی» است و این نوع

پاک‌کننده‌ها از مواد پتروشیمیایی طی واکنش‌های پیچیده در صنعت تولید می‌شوند.

«ب»: صابون و پاک‌کننده‌های غیرصابونی براساس برهم کنش میان ذره‌ها

عمل می‌کنند اما پاک‌کننده‌های خورنده، افزون بر این برهم کنش‌ها، با

آلاینده‌ها واکنش هم می‌دهند.

«پ»: پاک‌کننده‌های غیرصابونی، قدرت پاک‌کنندگی بیشتری نسبت به

صابون دارند و در آب‌های سخت نیز خاصیت پاک‌کنندگی خود را حفظ

می‌کنند، زیرا با یون‌های موجود در این آب‌ها رسوب نمی‌دهند.

«ت»: قسمت آروماتیک جزو بخش ناقطبی این پاک‌کننده است و بخش

قطبی آن دارای گروه سولفونات است.

(شیمی ۳- مولکول‌ها در فرمت تدرستی: صفحه‌های ۱۰ تا ۱۲)

گزینه ۲» ۱۵۳-

(امیرمسین طیبی)

در صورت سوال درباره صابون مایعی گفته شده است که کاتیون تک اتمی

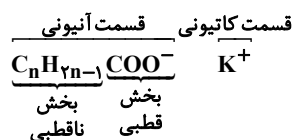
دارد یعنی جزء کاتیونی آن K^+ است و همچنین گفته شده است که در

ساختار آن دو پیوند دوگانه یافت می‌شود؛ می‌دانیم که در صورت سیرشده

بودن گروه R مولکول‌های صابون حداقل یک پیوند دوگانه در قسمت

$$\left(-\overset{\text{O}}{\parallel}{\text{C}}-\text{O} \right)$$
 خواهند داشت. پس می‌توانیم نتیجه‌گیری کنیم که صابون مطرح
شده دارای یک پیوند دوگانه $C=C$ در زنجیره هیدروکربنی خود است.

فرمول عمومی صابون مطرح شده:



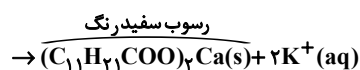
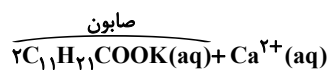
اختلاف جرم مولی بخش‌های قطبی و ناقطبی

$$= (12n + 2n - 1) - (12 + 2(16)) = 14n - 45$$

$$\Rightarrow 14n - 45 = 109 \Rightarrow 14n = 154 \Rightarrow n = 11$$

فرمول شیمیایی صابون: $\text{C}_{11}\text{H}_{21}\text{COOK}$

واکنش صابون با آب سخت:



$$\frac{\text{صابون}}{236\text{g}} \times 70\text{g} = 0.9\text{mol} = \text{رسوب سفیدرنگ} \text{ mol?}$$

$$\frac{60}{100} \times \frac{1\text{mol رسوب}}{2\text{mol صابون}} = 0.9\text{mol رسوب سفیدرنگ}$$

(شیمی ۳- مولکول‌ها در فرمت تدرستی: صفحه‌های ۵ تا ۹)

گزینه ۲» ۱۵۴-

(عامر برزیکر)

بررسی گزینه‌ها:

گزینه ۱: «الکل‌ها در آب، انحلال کاملاً مولکولی دارند لذا در آب یون

 H^+ یا OH^- آزاد نمی‌کنند پس نه خاصیت بازی دارند نه اسیدی!



گزینه «۲»: پتاسیم هیدروکسید جامد پس از ورود به آب، یون OH^- آزاد می‌کند و گاز هیدروژن کلرید نیز پس از حل شدن یون H^+ آزاد می‌کند.

گزینه «۳»: در نظریه آرنیوس، فقط آب به عنوان حلال مطرح شده است.

گزینه «۴»: مطابق نظریه آرنیوس، ماده‌ای که خاصیت بازی دارد، با حل شدن در آب یون هیدروکسید تولید می‌کند.

(شیمی ۳- مولکول‌ها در فرمت تدرستی؛ صفحه‌های ۱۳ تا ۱۶)

۱۵۵- گزینه «۴» (علی‌کریمی)

همه موارد صحیح‌اند.

مخلوط آب و روغن و صابون کلونید تشکیل می‌دهد که ناهمگن ولی پایدارند. شیر جزء کلونیدها ولی شربت معده و شربت خاکشیر از سوسپانسیون‌ها هستند.

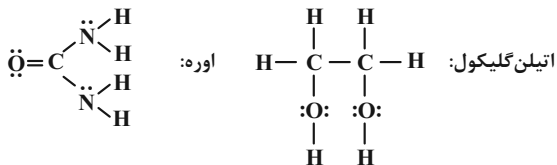
(شیمی ۳- مولکول‌ها در فرمت تدرستی؛ صفحه‌های ۶ تا ۱۰)

۱۵۶- گزینه «۳»

(امیرمسین طیبی)

بررسی گزینه‌های نادرست:

گزینه «۱»:



$$\text{mg CO}(\text{NH}_2)_2 \times \frac{1 \text{ mol CO}(\text{NH}_2)_2}{60 \text{ g CO}(\text{NH}_2)_2} : ? \text{ مول جفت } e^- \text{ ناپیوندی}$$

$$\text{جفت } e^- \text{ ناپیوندی} = \frac{m}{15} \text{ mol} \times \frac{\text{جفت } e^- \text{ ناپیوندی} \text{ } 4 \text{ mol}}{1 \text{ mol CO}(\text{NH}_2)_2}$$

$$\text{mg C}_7\text{H}_6\text{O}_7 \times \frac{1 \text{ mol C}_7\text{H}_6\text{O}_7}{162 \text{ g C}_7\text{H}_6\text{O}_7} : ? \text{ مول جفت } e^- \text{ ناپیوندی}$$

$$\text{جفت } e^- \text{ ناپیوندی} = \frac{m}{15/5} \text{ mol} \times \frac{\text{جفت } e^- \text{ ناپیوندی} \text{ } 4 \text{ mol}}{1 \text{ mol C}_7\text{H}_6\text{O}_7}$$

در نمونه اوره، شمار جفت‌الکترون‌های ناپیوندی بیشتری یافت می‌شود.

گزینه «۲»: در شرایط یکسان میزان پخش نور در سوسپانسیون از محلول بیشتر است.

گزینه «۴»: هرچه میزان نمک‌های فسفات درون شوینده صابونی بیشتر باشد،

بیشتر با یون‌های Ca^{2+} و Mg^{2+} موجود در آب سخت واکنش می‌دهند و

جلوی کاهش قدرت پاک‌کنندگی صابون را می‌گیرند.

(شیمی ۳- مولکول‌ها در فرمت تدرستی؛ صفحه‌های ۴ تا ۱۳)

۱۵۷- گزینه «۲»

(ماهان زواری)

با توجه به مطالب حاشیه صفحه ۱۳ کتاب درسی، موارد (پ) و (ت) نقش

اسید معده را به درستی بیان کرده‌اند.

(شیمی ۳- مولکول‌ها در فرمت تدرستی؛ صفحه ۱۳)

۱۵۸- گزینه «۲»

(بهان شاهی بیکباغی)

ابتدا مول یون کلسیم ظرف را حساب می‌کنیم؛

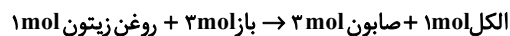
تعداد ذره

$$15 \times 10^{23} = 0.2 \text{ mol}$$

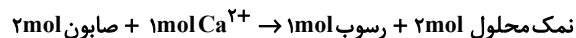
سیس مول روغن زیتون را حساب می‌کنیم؛

$$\text{روغن زیتون } 25 \text{ mol} = \frac{\text{روغن زیتون } 1 \text{ mol}}{884 \text{ g زیتون}} \times \text{روغن زیتون } 221 \text{ g}$$

پس با توجه به واکنش‌های زیر داریم؛



$$\text{صابون } 75 \text{ mol} = \frac{3 \text{ mol صابون}}{1 \text{ mol روغن زیتون}} \times \text{روغن زیتون } 25 \text{ mol}$$



اکنون حساب می‌کنیم که چه مقدار از صابون تولیدی با یون Ca^{2+} واکنش می‌دهد:

$$\text{صابون } 6 \text{ mol} = \frac{2 \text{ mol صابون}}{1 \text{ mol Ca}^{2+}} \times \text{Ca}^{2+} \text{ } 3 \text{ mol}$$

$$\text{مول صابون شرکت کرده در واکنش} = 6 \text{ mol}$$



با توجه به آن، ۵۴ پیوند کووالانسی (جفت الکترون پیوندی) و ۹ جفت الکترون

ناپیوندی داریم لذا نسبت خواسته شده، برابر $\frac{1}{6}$ است. دقت کنید برای به دست

آوردن شمار جفت الکترون های پیوندی می توانید از فرمول زیر نیز استفاده کنید:

$$\text{بار الکتریکی یون} = \frac{4C + 2S + 2O + H}{2} = \text{جفت الکترون پیوندی}$$

عبارت پنجم: با توجه به حلقه بنزنی ساختار پاک کنندگی غیرصابونی، می توان

گفت که جرم بخش ناقطبی آن به اندازه این حلقه از صابون مورد نظر بیشتر

است در نتیجه جاذبه آن با مولکول های چربی قوی تر و خاصیت پاک کنندگی

آن بیشتر خواهد بود.

(شیمی ۳- مولکول ها در فرمت تدرستی: صفحه های ۱۰ تا ۱۲)

(ماهان زواری)

۱۶۰- گزینه «۳»

بررسی هر یک از موارد می پردازیم:

مورد اول: نادرست؛ در یون هیدرونیوم (H_3O^+)، بار یون برابر ۱ و شمار

اتم ها برابر ۴ است که نسبت اولی به دومی برابر $\frac{1}{4}$ می باشد.

مورد دوم: نادرست؛ عدد اتمی اکسیژن و هیدروژن به ترتیب برابر ۸ و ۱ است.

بنابراین یون H_3O^+ در مجموع دارای ۱۱ پروتون و ۱۰ الکترون است.

مورد سوم: نادرست؛ اتم های هیدروژن به آرایش گاز نجیب هلیم (He)

رسیده اند که یک آرایش هشت تایی نیست.

مورد چهارم: درست

(شیمی ۳- مولکول ها در فرمت تدرستی: صفحه های ۱۳ و ۱۵)

به عبارتی از $0/75$ مول صابون تولیدی $0/6$ مول آن خاصیت شویندگی

خود را از دست می دهند و $0/15$ مول خاصیت شویندگی و چربی زدایی را

خواهند داشت. به عبارتی:

$$0/20 = \frac{0/15}{0/75} \times 100 = \% \text{ صابون که در چربی زدایی شرکت کرده}$$

(شیمی ۳- مولکول ها در فرمت تدرستی: صفحه های ۵، ۶ و ۹)

۱۵۹- گزینه «۳»

(مسعود بعفری)

به جز عبارت های سوم و چهارم سایر عبارت ها درست هستند. ساختار داده شده

مربوط به یک پاک کننده غیرصابونی با فرمول $C_{12}H_{25}C_6H_4SO_3^-Na^+$

می باشد.

بررسی عبارت ها:

عبارت «اول»: یون فسفات صابون های فسفات دار با یون های Mg^{2+} و

Ca^{2+} آب های سخت واکنش داده و مانع تشکیل رسوب صابون و افت قدرت

پاک کنندگی آن می شود. از طرفی پاک کننده غیرصابونی، در آب های سخت هم

می تواند قدرت پاک کنندگی خود را حفظ کند.

عبارت «دوم»: $-C_6H_4-$ با جرم مولی ۸۰ گرم بر مول است. از طرفی این

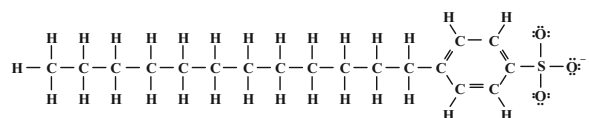
پاک کننده دارای ۱۸ اتم کربن در ساختار خود است.

$$\frac{\text{جرم اتم های کربن}}{\text{جرم بخش } -C_6H_4-} = \frac{18 \times 12}{76} \approx 2/84$$

عبارت «سوم»: پاک کننده های غیرصابونی از مواد پتروشیمیایی طی واکنش های

پیچیده در صنعت تولید می شوند.

عبارت «چهارم»: ساختار لوویس این آنیون به صورت زیر است:





دفترچه سؤال

آزمون هوش و استعداد
(دوره دوم)
۱۹ مرداد

تعداد کل سؤالات آزمون: ۲۰
زمان پاسخ‌گویی: ۳۰ دقیقه

گروه فنی تولید

حمید لنجان‌زاده اصفهانی	مسئول آزمون
فاطمه راسخ	ویراستار
محیا اصغری	مدیر گروه مستندسازی
علیرضا همایون‌خواه	مسئول درس مستندسازی
سپهر حسن‌خان‌پور، حمید اصفهانی، فاطمه راسخ، نیلوفر امینی، آرین توسل، نازنین صدقی، محمدرضا اسفندیار	طراحان
معصومه روحانیان	حروف‌چینی و صفحه‌آرایی
حمید عباسی	ناظر چاپ

برای مشاهده پاسخ‌ها، به صفحه شخصی خود در سایت کانون مراجعه کنید.

استعداد تحلیلی

۲۵۱- گزینه ۳»

(سپهر حسن فان پور)

غم‌خانه: خانه غم

تیره‌بخت: دارای بخت تیره / نوکیسه: دارای کیسه نو / بلندقامت: دارای قامت بلند

(هوش کلامی)

۲۵۲- گزینه ۱»

(سپهر حسن فان پور)

همه واژه‌های صورت سؤال و گزینه پاسخ از ساختار «بن مضارع + ان» تشکیل شده است:

دو + ان / گری + ان / خند + ان / پریش + ان

(هوش کلامی)

۲۵۳- گزینه ۲»

(نیلوفر امینی)

متن به طور کلی در مخالفت با این اندیشه است که اگر عاقل باشیم، هیجان نخواهیم داشت.

(هوش کلامی)

۲۵۴- گزینه ۴»

(نیلوفر امینی)

متن خشونت را صرفاً ابزار می‌داند و به همین دلیل بیان می‌کند که نمی‌توان آن را ماهیت چیزی دانست. دیگر گزینه‌ها از متن بر نمی‌آید.

(هوش کلامی)

۲۵۵- گزینه ۳»

(نیلوفر امینی)

متن در انکار لزوم برقراری رابطه بین رفتارهای جانوری و رفتارهای انسانی، و یا حداقل در بیان بی‌فایده بودن آن است. برای مثال، از ازدحام جمعیت انسانی که منجر به خشونت می‌شود سخن می‌گوید و می‌گوید برای فهم این موضوع، نیازی به آزمایش موش‌ها نیست، مناطق پست و کثیف شهر این موضوع را نشان می‌دهد.

(هوش کلامی)

۲۵۶- گزینه ۲»

(عمیر اصفهانی)

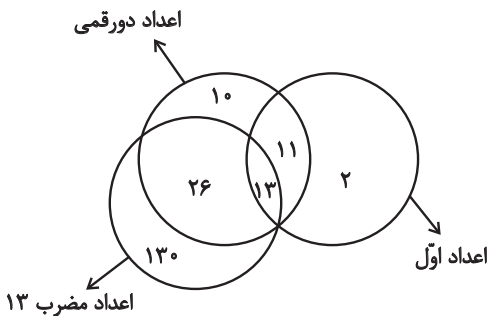
یوزپلنگ‌ها کفتار نیستند، یعنی همه یوزپلنگ‌ها در دسته غیرکفتارها می‌گنجند.

(هوش کلامی)

۲۵۷- گزینه ۱»

(عمیر اصفهانی)

خود عدد سیزده، عددی دورقمی، اول و مضرب سیزده است. بنابراین سه دسته باید در یک نقطه اشتراک داشته باشند. همچنین نه همه اعداد دورقمی اولند و نه همه اعداد اول دورقمی و نه همه اعداد مضرب سیزده دورقمی‌اند و نه همه دورقمی‌ها مضرب سیزده. در نهایت، نه همه اعداد مضرب سیزده عدد اولند و نه همه اعداد اول، مضرب سیزده. اما نکته‌ای که هست، این که هیچ عدد مضرب سیزده عدد اول نیست مگر این که دورقمی باشد. مثالی از جدول پرشده پاسخ:



(هوش کلامی)

۲۵۸- گزینه ۲»

(ممندرضا اسفندیار)

ساعت در هر ۱۲ ساعت، یعنی $۱۲ \times ۶۰ = ۷۲۰$ دقیقه، ۳۶ دقیقه عقب می‌ماند، یعنی برای طی کردن ۱۲ ساعت $۷۲۰ + ۳۶ = ۷۵۶$ دقیقه زمان لازم است.

حال در یک تناسب ساده معلوم می‌شود برای طی سه ساعت و نیم در ساعت ما، یعنی $۲۱۰ = ۳ / ۵ \times ۶۰$ دقیقه، $۲۲۰ / ۵$ دقیقه زمان لازم است:

$$\frac{۷۲۰}{۷۵۶} \mid \frac{۲۱۰}{?} \Rightarrow ? = \frac{۲۱۰ \times ۷۵۶}{۷۲۰} = ۲۲۰ / ۵$$

(هوش ریاضی)



۲۵۹- گزینه «۴»

(آرین توسل)

عقربه ساعت شمار ۳۶۰ درجه را در ۱۲ ساعت طی می‌کند. پس در هر دقیقه $\frac{360}{12 \times 60} = \frac{1}{2}$ درجه حرکت می‌کند. عقربه دقیقه‌شمار در هر دقیقه

$\frac{360}{6} = 6$ درجه حرکت می‌کند. در ساعت ۶، عقربه ساعت‌شمار روی

ساعت ۶ و عقربه دقیقه‌شمار روی ساعت ۱۲ است، یعنی ۱۸۰ درجه اختلاف بین دو عقربه. حال اگر n دقیقه پس از ساعت ۶ این دو عقربه روی هم منطبق شوند، باید معادله زیر درست باشد:

$$180 + \frac{n}{2} = 6n \Rightarrow n = \frac{360}{11} = 32 \frac{8}{11} \text{ دقیقه}$$

(هوش ریاضی)

۲۶۰- گزینه «۱»

(آرین توسل)

در سال ۱۳۹۵، علی ۱۰ ساله و مسعود ۱۵ ساله است. بر اساس داده «ج».

سعید در این سال ۲۰ سال دارد: $\frac{10+15+?}{3} = 15 \Rightarrow ? = 20$

پس سعید متولد $1395 - 20 = 1375$ است، زمانی که مادر خانواده ۲۹ ساله بوده است. پس ۲۹ سال بعد سن مادر خانواده دو برابر سن سعید خواهد بود:

$$29 + x = 2x \Rightarrow x = 29$$

که این یعنی سال $1375 + 29 = 1404$.

(هوش ریاضی)

۲۶۱- گزینه «۲»

(فاطمه راسخ)

در ماه‌های سی روزه، آن روزهای هفته که به روزهای اول و دوم ماه مربوطند، پنج بار و دیگر روزهای هفته چهار بار وجود دارند:

$$\begin{array}{r} 30 \\ -28 \\ \hline 2 \end{array} \quad \begin{array}{r} 7 \\ 4 \\ \hline 2 \end{array}$$

عدد روزهای هر روز هفته نیز در ماه، یکی در میان زوج و فرد است، چرا که «هفت» خود عددی فرد است. اگر پنج روز هفته در ماه مهر در تاریخ‌هایی به عددهای زوج است، روزهای دوم، نهم، شانزدهم، بیست‌وسوم و سی‌ام ماه

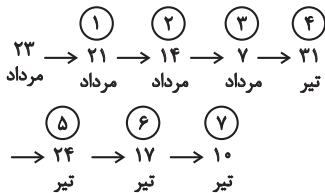
است. این روزها در این سؤال، یکشنبه است. پس دوشنبه و جمعه چهار بار و شنبه نیز پنج بار در ماه وجود دارد.

(هوش ریاضی)

۲۶۲- گزینه «۲»

(نازنین صدیقی)

اولین شنبه قبلی، ۲۱ مرداد است. از آن، شش تا هفت روز عقب می‌رویم:



پس هفت تا شنبه قبلی، ۱۰ تیر است. شش روز بعد از آن، ۱۶ تیر است. بنابراین روز تولد شخص مدنظر ما، ۱۶ تیر است. تا ۱۵ تیر سال آینده، او هنوز تولد چهارده سالگی خود را جشن نگرفته است، پس باید جمع شمعه‌های یک تا سیزده سالگی او را حساب کنیم:

$$1+2+3+\dots+12+13 = \frac{14 \times 13}{2} = 91$$

(هوش ریاضی)

۲۶۳- گزینه «۲»

(عمیر اصفوانی)

الف) روزی که دو روز قبلش، جمعه هفته بعد است: یکشنبه دو هفته بعد

فردای روزی که دو روز قبلش، جمعه هفته بعد است: دوشنبه دو هفته بعد

هفت روز پیش از فردای روزی که دو روز قبلش، جمعه هفته بعد است:

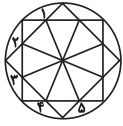
دوشنبه هفته بعد

ب) روزی که دیروز سه‌شنبه هفته قبل بود: چهارشنبه هفته قبل

فردای روزی که دیروز سه‌شنبه هفته قبل بود: پنجشنبه هفته قبل

دوشنبه هفته بعد، دقیقاً یازده روز پس از پنجشنبه هفته قبل است.

(هوش ریاضی)

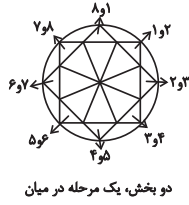


یک مرحله پادساعتگرد

(هوش غیرکلامی)



یک، دو، سه و چهار مرحله ساعتگرد



دو بخش، یک مرحله در میان

(فاطمه راسخ)

۲۶۸- گزینه «۴»

در انتقال از چپ به راست در هر ردیف از الگوی صورت سؤال، طرح سقف ثابت می‌ماند. طرح شکل وسط به پایه می‌رسد و طرح قسمت کمان‌دار، به طرح شکل وسط می‌رسد.

(هوش غیرکلامی)

(عمیر اصفهانی)

۲۶۹- گزینه «۴»

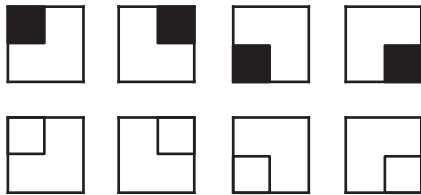
قسمت‌های مشترک ستون‌های چپ و راست در هر ردیف از الگوی صورت سؤال، با ۱۸۰ درجه دوران، در ستون وسط آن ردیف رسم شده است.

(هوش غیرکلامی)

(فاطمه راسخ)

۲۷۰- گزینه «۴»

هشت شکل 2×2 در هر ردیف در هر ستون از الگوی صورت سؤال دقیقاً یک بار تکرار می‌شود.



(هوش غیرکلامی)

(عمیر اصفهانی)

۲۶۴- گزینه «۲»

نیما و مینا هیچ کدام فرزند نخست نیستند. امین نیز از مینا کوچکتر است، پس فقط مبیناست که ممکن است در جایگاه نخست قرار گیرد. امین در جایگاه چهارم نیست، چرا که از نیما بزرگتر است. مینا نیز در جایگاه چهارم نیست، پس نیماست که چهارمین فرزند خانواده است. امین و مینا، در جایگاه‌های دوم و سوم هستند ولی جایگاه دقیق آنها معلوم نیست.

(هوش ریاضی)

(کتاب استعداد(تفلیلی هوش کلامی)

۲۶۵- گزینه «۱»

پاسخ‌های افراد حاضر در کلاس با هم متفاوت است؛ اما حقیقت یکی است، پس حتماً فقط و فقط یک نفر درست می‌گوید که آن یک نفر نمی‌تواند نفر پنجم باشد، زیرا اگر هیچ‌یک از افراد ورزش نکرده باشند، یعنی هر پنج نفر دروغ گفته و کسی ورزش نکرده است.

اگر نفر اول راست گفته باشد و چهار نفر ورزش کرده باشند، خودش هم که راستگوست ورزش کرده است، یعنی $4 - 1 = 3$ نفر دیگر هم باید ورزش کرده و راست گفته باشند، اما این با حرف سه نفر دیگر در تناقض است، پس نفر اول دروغ گفته و ورزش نکرده است. به همین ترتیب ثابت می‌شود افراد دوم و سوم هم دروغ گفته‌اند و ورزش نکرده‌اند. فرد چهارم راست گفته است، خودش تنها شخصی بوده است که ورزش کرده است.

(هوش ریاضی)

(عمیر اصفهانی)

۲۶۶- گزینه «۲»

تصویر در آینه وارون جانبی و در آب، معکوس است. در دیگر گزینه‌ها جایگاه پاها و یا جایگاه شاخک‌ها عوض شده است.

(هوش غیرکلامی)

(فاطمه راسخ)

۲۶۷- گزینه «۴»

سه الگو در صورت سؤال هست: