دفترچه پاسخ

آزمون ۵ مرداد ۱۴۰۳

اختصاصی دوازدهم ریاضی

بنیاد علمی آموزشی قلم‌چی (وقف عام)

پدیدآورندگان

	نام درس	نام طراحان
اختصاصی	حسابان ۲ و ریاضی پایه	دانیال ابراهیمی-کاظم اجلالی-سیدرضا اسلامی-حسن اسماعیلی-عباس اشرفی-امیرهوشنگ انصاری-مهدی براتی-شاهین پروازی محمدابراهیم توزنده‌جانی-عادل حسینی-افشین خاصه‌خان-طاهر دادستانی-احمدرضا ذاکرزاده-سعید رازورز-محمدرضا راسخ محمدمهدی زریون-سهیل ساسانی-میلاد سجادی‌لاریجانی-علی سلامت-محمدحسن سلامی‌حسینی-رضا علی‌نواز-حمید علیزاده مصطفی کرمی-حمید مام‌قادری-جهانبخش نیکنام
	هندسه	امیرحسین ابومحبوب-محمدابراهیم توزنده‌جانی-حسین حاجیلو-افشین خاصه‌خان-فرزانه خاکپاش-محمد خندان-کیوان دارابی سوگند روشنی-محمد صحت‌کار-احمدرضا فلاح-امیرمالمیر-مهرداد ملوندی-سرژ یقیازاریان‌تبریزی
	آمارواحتمال وریاضیات گسسته	امیرحسین ابومحبوب-علی ایمانی-رضا توکلی-سیدمحمدرضا حسینی‌فرد-افشین خاصه‌خان-فرزانه خاکپاش-کیوان دارابی سیدوحید ذوالفقاری-سوگند روشنی-فرشاد فرامرزی-مریم مرسلی-علی منصف‌شکری-سرژ یقیازاریان‌تبریزی
	فیزیک	بابک اسلامی-عباس اصغری-عبدالرضا امینی‌نسب-شهرام آزاد-زهره آقامحمدی-مهدی براتی-امیرحسین برادران امیرعلی حاتم‌خانی-سیدابوالفضل خالقی-محمدعلی راست‌پیمان-فرشید رسولی-امیررضا صدریکتا-پوریا علاقه‌مند-بهادر کامران مصطفی کیانی- علیرضا گونه-احسان محمدی-میلاد نقوی
	شیمی	علی امینی-امیرعلی بیات-علیرضا بیانی-مسعود جعفری-امیر حاتمیان-میرحسین حسینی-ارژنگ خانلری-عبدالرضا دادخواه-امید رضوانی علی رفیعی- حامد رمضانیان-امیرمحمد سعیدی-رضا سلیمانی-جواد سوری‌لکی-محمدجواد صادقی-مسعود طبرسا-رسول عابدینی‌زواره میلاد عزیزی-آرمین عظیمی-امیر قاسمی-امین نوروزی-محسن هادی-محمدرضا یوسفی

گزینشگران و ویراستاران

نام درس	حسابان ۲ و ریاضی‌پایه	هندسه	آمارواحتمال وریاضیات گسسته	فیزیک	شیمی
گزینشگر	عادل حسینی	سرژ یقیازاریان تبریزی	سرژ یقیازاریان تبریزی	مصطفی کیانی	ماهان زواری
گروه ویراستاری	امیرحسین ابومحبوب سهیل تقی‌زاده	امیرمحمد کریمی مهرداد ملوندی مهبد خالتی	امیرمحمد کریمی مهرداد ملوندی مهبد خالتی	زهره آقامحمدی بهنام شاهنی	احسان پنجه‌شاهی محمدحسن محمدزاده مقدم امیرحسین مسلمی امیرعلی بیات
مسئول درس	عادل حسینی	سرژ یقیازاریان تبریزی	سرژ یقیازاریان تبریزی	حسام نادری	ماهان زواری
مستندسازی	سمیه اسکندری	عادل حسینی	الهه شهبازی	علیرضا همایون‌خواه	امیرحسین توحیدی
ویراستاران (مستندسازی)	علیرضا زارعی- علیرضا عباسی‌زاهد- سجاد سلیمی			احسان صادقی مهدی گنجی‌وطن معصومه صنعت‌کار	محسن دستجردی حسین شاهسواری امیرحسین کلانتری

گروه فنی و تولید

مدیر گروه	مهرداد ملوندی	
مسئول دفترچه	نرگس غنی‌زاده	
گروه مستندسازی	مدیر گروه: محیا اصغری	مسئول دفترچه: الهه شهبازی
حروف‌نگار	فرزانه فتح الله‌زاده	
ناظر چاپ	سوران نعیمی	

گروه آزمون

بنیاد علمی آموزشی قلم‌چی (وقف عام)

دفتر مرکزی: خیابان انقلاب بین صبا و فلسطین – پلاک ۹۲۳ – کانون فرهنگی آموزش – تلفن: ۶۴۶۳-۰۲۱

AzmonVIP

حسابان ۱

۱- **گزینهٔ «۳»** *(کاظم اجلالی)*

مجموع m جملهٔ اول دو دنباله را حساب می‌کنیم.

$$۳۲ , ۶۴ , ۱۲۸ , \dots$$

$$a_۱ = ۳۲ \ , \ q = ۲ \Rightarrow S_m = \frac{a_۱(q^m - ۱)}{q - ۱} = \frac{۳۲(۲^m - ۱)}{۲ - ۱}$$

$$\frac{۳}{۱۶} , \frac{۳}{۴} , ۳ , \dots$$

$$a'_۱ = \frac{۳}{۱۶} \ , \ q' = ۴ \Rightarrow S'_m = \frac{a'_۱(q'^m - ۱)}{q' - ۱} = \frac{\frac{۳}{۱۶}(۴^m - ۱)}{۴ - ۱}$$

باید $S_m > S'_m$ باشد:

$$۳۲(۲^m - ۱) > \frac{۴^m - ۱}{۱۶} \Rightarrow ۲^۹(۲^m - ۱) > ۴^m - ۱$$

$$۴^m - ۵۱۲ \times ۲^m + ۵۱۱ < ۰ \Rightarrow (۲^m - ۱)(۲^m - ۵۱۱) < ۰$$

$$۱ < ۲^m < ۵۱۱ \Rightarrow ۱ \le m \le ۸$$

پس حداکثر مقدار m برابر ۸ است.

(حسابان ۱- جبر و معادله؛ صفحه‌های ۱ تا ۶)

۲- **گزینهٔ «۲»** *(محمدحسن سلامی حسینی)*

سهمی $y = Ax^۲ + Bx + C$ در حالت $\Delta = B^۲ - ۴AC > ۰$ و $P = \frac{C}{A} \ge ۰$ فقط از سه ربع دستگاه مختصات عبور می‌کند. پس در این سؤال داریم:

$$\Delta = (-a)^۲ - ۴(a-۱) = a^۲ - ۴a + ۴ = (a-۲)^۲ > ۰ \Rightarrow a \ne ۲$$

$$P = a - ۱ \ge ۰ \Rightarrow a \ge ۱$$

اشتراک مجموعهٔ جواب‌ها، مجموعهٔ $[۱ , +\infty) - \{۲\}$ است که با توجه به گزینه‌ها حدود درست $a > ۲$ است.

(حسابان ۱- جبر و معادله؛ صفحه‌های ۱۰ تا ۱۳)

۳- **گزینهٔ «۴»** *(حمید علیزاده)*

$$S = P + ۴ \Rightarrow P = S - ۴$$

$$x_۱^۲ + x_۲^۲ = ۲۳ \Rightarrow S^۲ - ۲P = ۲۳ \Rightarrow S^۲ - ۲(S-۴) - ۲۳ = ۰$$

$$S^۲ - ۲S - ۱۵ = ۰ \Rightarrow (S-۵)(S+۳) = ۰$$

$$\Rightarrow \begin{cases} S = ۵ \Rightarrow P = ۱ \\ S = -۳ \Rightarrow P = -۷ \end{cases}$$

به ازای هر دو مقدار S، جواب‌های معادله ناصحیح هستند و داریم:

$$x_۱^۳ + x_۲^۳ = S(S^۲ - ۳P) = ۱۱۰ \text{ یا } -۹۰$$

(حسابان ۱- جبر و معادله؛ صفحه‌های ۷ تا ۹)

۴- **گزینهٔ «۲»** *(سراسری ریاضی ۷۵)*

طرفین تساوی را با فرض $x \ne ۲$ و $x \ne -۲$ در ک.م.م مخرج‌ها $((x-۲)(x+۲))$ ضرب می‌کنیم:

$$\frac{x-۲}{x+۲} + \frac{x}{x-۲} = \frac{۸}{(x-۲)(x+۲)} \xrightarrow{\times(x-۲)(x+۲)}$$

$$(x-۲)^۲ + x(x+۲) = ۸$$

$$\Rightarrow ۲x^۲ - ۲x + ۴ = ۸ \Rightarrow ۲x^۲ - ۲x - ۴ = ۰$$

$$\Rightarrow x^۲ - x - ۲ = ۰ \Rightarrow x = -۱ , x = ۲$$

$x = ۲$ قابل قبول نیست، پس $x = -۱$ و معادله فقط یک ریشه دارد.

(حسابان ۱- جبر و معادله؛ صفحه‌های ۱۷ تا ۱۹)

۵- **گزینهٔ «۴»** *(حسن اسماعیلی)*

اگر فردی کاری را در t روز انجام بدهد، یعنی در یک روز $\frac{۱}{t}$ کار انجام می‌شود پس:

میزان کار انجام شده توسط سه نفر در یک روز: $\frac{۱}{۱۰} + \frac{۱}{۲۰} + \frac{۱}{۳۰} = \frac{۱۱}{۶۰}$

میزان کار انجام شده توسط محمد و علی در یک روز:

$$\frac{۱}{۲۰} + \frac{۱}{۳۰} = \frac{۵}{۶۰}$$

جمع کل کارهای انجام شده ۱ واحد می‌شود پس داریم:

$$(\frac{۱۱}{۶۰} \times ۳) + (\frac{۵}{۶۰} \times x) + (\frac{۱۱}{۶۰} \times (۳ - x)) = ۱$$

$$\Rightarrow ۳۳ + ۵x + ۳۳ - ۱۱x = ۶۰ \Rightarrow x = ۱$$

(حسابان ۱- جبر و معادله؛ صفحه‌های ۱۷ تا ۱۹)

۶- **گزینهٔ «۱»** *(حسن اسماعیلی)*

ابتدا کسر سمت چپ را گویا می‌کنیم:

$$\frac{۲(\sqrt{x+۳} + \sqrt{x+۱})}{(\sqrt{x+۳} - \sqrt{x+۱})(\sqrt{x+۳} + \sqrt{x+۱})}$$

$$= \frac{۲(\sqrt{x+۳} + \sqrt{x+۱})}{((x+۳) - (x+۱))} = \sqrt{x+۳} + \sqrt{x+۱}$$

حال داریم:

$$\sqrt{x+۳} + \sqrt{x+۱} = \sqrt{۲x+۳} + ۱$$

طرفین تساوی را به توان ۲ می‌رسانیم:

$$\Rightarrow ۲x + ۴ + ۲\sqrt{x^۲ + ۴x + ۳} = ۲x + ۴ + ۲\sqrt{۲x+۳}$$

AzmonVIP

$$\Rightarrow \sqrt{x^2+4x+3}=\sqrt{2x+3} \Rightarrow x^2+4x+3=2x+3$$

$$\Rightarrow x^2+2x=0 \Rightarrow x=0 \text{ یا } -2$$

که فقط جواب $x=0$ قابل قبول است.

(حسابان ۱- جبر و معادله؛ صفحه‌های ۲۰ و ۲۱)

۷- **گزینهٔ «۲»** (حسن اسماعیلی)

ابتدا زیر رادیکال را با استفاده از اتحاد مربع دوجمله‌ای ساده می‌کنیم:

$$\sqrt{(x+3)+2\sqrt{x+3}+1}=\sqrt{(\sqrt{x+3}+1)^2}$$

$$=|\sqrt{x+3}+1|=\sqrt{x+3}+1$$

حال داریم:

$$\sqrt{x+3}+1+\sqrt{x+6}=3 \Rightarrow \sqrt{x+3}=2-\sqrt{x+6} \quad (*)$$

طرفین را به توان دو می‌رسانیم:

$$x+3=x+6+4-4\sqrt{x+6} \Rightarrow 4\sqrt{x+6}=7$$

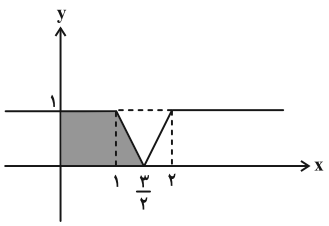
$$\Rightarrow \sqrt{x+6}=\frac{7}{4} \Rightarrow x+6=\frac{49}{16} \Rightarrow x=-\frac{47}{16}$$

این جواب در معادله صدق می‌کند و قابل قبول است.

(حسابان ۱- جبر و معادله؛ صفحه‌های ۲۰ و ۲۱)

۸- **گزینهٔ «۳»** (محمدرضا راسخ)

با قرینه کردن قسمت‌های منفی نمودار تابع $y=|x-1|-|x-2|$ نسبت به محور xها، نمودار تابع صورت سؤال به صورت زیر به دست می‌آید:



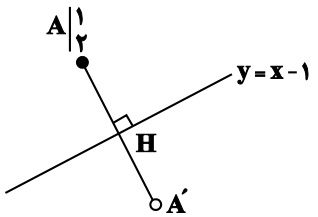
مساحت ذوزنقهٔ سایه خورده برابر است با:

$$S=\frac{(1+\frac{3}{2})(1)}{2}=\frac{5}{4}$$

(حسابان ۱- جبر و معادله؛ صفحهٔ ۲۴)

۹- **گزینهٔ «۴»** (مصطفی کرمی)

در ابتدا مختصات H (تصویر A روی خط $y=x-1$) را بدست می‌آوریم؛ می‌دانیم AH عمود بر خط $y=x-1$ است پس شیب آن -1 است و داریم:



$$m_{AH}=-1 \xrightarrow{\text{معادله خط AH}} y=-x+3$$

و با تلاقی دو خط، مختصات H را پیدا می‌کنیم:

$$\begin{cases} y=-x+3 \\ y=x-1 \end{cases} \Rightarrow x=2 \ , \ y=1 \Rightarrow H(2,1)$$

و در نهایت چون H وسط A و A' است داریم:

$$H=\frac{A+A'}{2} \Rightarrow A'=2H-A \Rightarrow A'(3,0)$$

و در نتیجه $2b-a$ برابر ۳- است.

(حسابان ۱- جبر و معادله؛ صفحه‌های ۲۹ تا ۳۶)

۱۰- **گزینهٔ «۲»** (دانیال ابراهیمی)

ابتدا شیب دو خط داده شده را به‌دست می‌آوریم. با توجه به اینکه دو ضلع مجاور مستطیل عمود بر هم هستند، داریم:

$$\begin{cases} ay+4x=3 \Rightarrow m_1=-\frac{4}{a} \\ y=(a+1)x-3 \Rightarrow m_2=a+1 \end{cases} \Rightarrow m_1 \times m_2=\frac{-4a-4}{a}=-1$$

$$\Rightarrow -4a-4=-a \Rightarrow a=-\frac{4}{3} \Rightarrow \begin{cases} -\frac{4}{3}y+4x-3=0 \\ y+\frac{1}{3}x+3=0 \end{cases}$$

فاصلهٔ محل برخورد قطرها از ضلع‌های مجاور مستطیل، یک بار برابر با نصف عرض و یک بار برابر با نصف طول مستطیل است. پس داریم:

$$d_1=\frac{|-\frac{4}{3}(1)+4(1)-3|}{\sqrt{\frac{16}{9}+16}}=\frac{|-\frac{1}{3}|}{\sqrt{\frac{10(16)}{9}}}=\frac{\frac{1}{3}}{\frac{4}{3}\sqrt{10}}=\frac{1}{4\sqrt{10}}$$

$$\Rightarrow 2d_1=\frac{1}{2\sqrt{10}}$$

$$d_2=\frac{|(1)+\frac{1}{3}(1)+3|}{\sqrt{1+\frac{1}{9}}}=\frac{\frac{13}{3}}{\frac{1}{3}\sqrt{10}}=\frac{13}{\sqrt{10}}$$

$$\Rightarrow 2d_2=\frac{26}{\sqrt{10}} \Rightarrow S=\frac{26}{\sqrt{10}} \times \frac{1}{2\sqrt{10}}=\frac{13}{10}=1/3$$

(حسابان ۱- جبر و معادله؛ صفحه‌های ۲۹ تا ۳۶)

AzmonVIP

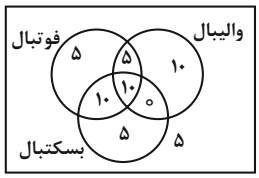
ریاضی ۱

۱۱- **گزینهٔ «۲»** (محمدحسن سلامی‌حسینی)

اگر F را فوتبال، V را والیبال و B را بسکتبال بگیریم داریم:

$$n(F\cup B\cup V)=n(F)+n(V)+n(B)-n(F\cap V)$$
$$-n(F\cap B)-n(V\cap B)+n(F\cap V\cap B)$$
$$۴۵=۳۰+۲۵+۲۵-۱۵-۲۰-۱۰+n(F\cap V\cap B)$$
$$\Rightarrow n(F\cap V\cap B)=۱۰$$

سپس نمودار ون زیر را با توجه به جدول و عدد به‌دست آمده می توان تکمیل کرد حال داریم:



$$n(\text{فقط بسکتبال})+n(\text{فقط والیبال})+n(\text{فقط فوتبال})=۵+۱۰+۵=۲۰$$

(ریاضی ۱- مجموعه، الگو و دنباله؛ صفحه‌های ۸ تا ۱۳)

۱۲- **گزینهٔ «۱»** (مهدی براتی)

در الگوی t_n اختلاف جملات ثابت نیست و این اختلاف جملات، دنباله حسابی (الگوی خطی) می‌سازند. پس t_n یک الگوی درجه دوم است.

این دنبالهٔ حسابی که از اختلاف جملات دنباله درجه دوم به وجود می‌آید را با a_n نشان می‌دهیم:

$$t_۱ \overset{a_۱}{,} t_۲ \overset{a_۲}{,} t_۳ , t_۴ , \ldots$$

قدر نسبت این دنباله حسابی ۵ است. بنابراین: $t_n=\frac{۵}{۲}n^۲+\alpha n+\beta$

حال با استفاده از دو جملهٔ اول دنباله داریم:

$$\left.\begin{array}{l}\alpha+\beta=\frac{۱}{۲}\\ ۲\alpha+\beta=-۱\end{array}\right\}\Rightarrow \alpha=-\frac{۳}{۲}\ ,\ \beta=۲$$

در نتیجه داریم:

$$t_n=\frac{n(۵n-۳)}{۲}+۲\Rightarrow t_{۱۰۰}=\frac{۱۰۰\times ۴۹۷}{۲}+۲=۲۴۸۵۲$$

(ریاضی ۱- مجموعه، الگو و دنباله؛ صفحه‌های ۱۴ تا ۲۰)

۱۳- **گزینهٔ «۴»** (طاهر دادستانی)

تعداد نقاط شکل nام برابر $a_n=n^۲+۴n$ می‌باشد. پس داریم:

$$\Rightarrow n^۲+۴n=۲۸۵\Rightarrow n^۲+۴n+۴=(n+۲)^۲=۲۸۹$$
$$\Rightarrow n+۲=۱۷\Rightarrow n=۱۵$$

(ریاضی ۱- مجموعه، الگو و دنباله؛ صفحه‌های ۱۴ تا ۲۰)

۱۴- **گزینهٔ «۲»** (عادل حسینی)

دسته‌ها را به صورت زیر می‌نویسیم:

$$\{۲\},\{۴,۶\},\{۸,۱۰,۱۲,۱۴\},\{۱۶,۱۸,\ldots,۳۰\},\ldots$$

کوچک‌ترین عدد دسته‌ها، دنبالهٔ هندسی تشکیل می‌دهند:

$$t_۱=۲,t_۲=۴,t_۳=۸,t_۴=۱۶,\ldots\Rightarrow t_n=۲^n$$

پس کوچک‌ترین عدد دستهٔ دوازدهم برابر $۲^{۱۲}$ و بزرگ‌ترین عدد آن برابر $۲^{۱۳}-۲$ است این یعنی میانگین اعداد این دسته برابر است با:

$$\frac{۲^{۱۲}+۲^{۱۳}-۲}{۲}=۳\times ۲^{۱۱}-۱=۳(۲۰۴۸)-۱=۶۱۴۳$$

(ریاضی ۱- مجموعه، الگو، دنباله؛ صفحه‌های ۱۴ تا ۲۰ و ۲۵ تا ۲۷)

۱۵- **گزینهٔ «۳»** (سهیل ساسانی)

ابتدا قدرنسبت دنباله را به دست می‌آوریم: $d=\frac{-۱۳}{۴}+۴=\frac{۳}{۴}$

از آنجا که $\frac{۲۱+۴۹}{۲}=۳۵$، پس جملهٔ سی و پنجم واسطهٔ حسابی جملات بیست و یکم و چهل و نهم است و در نتیجه داریم:

$$a_{۳۵}-a_{۱۳}=(۳۵-۱۳)d=۲۲\times\frac{۳}{۴}=\frac{۳۳}{۲}=۱۶/۵$$

(ریاضی ۱- مجموعه، الگو و دنباله؛ صفحه‌های ۲۱ تا ۲۴)

AzmonVIP

۱۶- **گزینهٔ «۲»** *(امیرهوشنگ انصاری)*

به کمک واسطهٔ حسابی داریم:

$$\begin{matrix} a_1+a_2+a_3=12 \to 3a_2=12 \to a_2=4 \\ a_7+a_8+a_9=48 \to 3a_8=48 \to a_8=16 \end{matrix} \Rightarrow 6d=12 \Rightarrow d=2$$

(ریاضی ۱- مجموعه، الگو و دنباله؛ صفحه‌های ۲۱ تا ۲۴)

۱۷- **گزینهٔ «۱»** *(محمدابراهیم توزنده جانی)*

جمله عمومی یک دنبالهٔ حسابی با جملهٔ اول a_1 و قدر نسبت d به صورت $a_n=a_1+(n-1)d$ و جملهٔ عمومی یک دنبالهٔ هندسی با جمله اول b_1 و قدر نسبت q به صورت $b_n=b_1q^{n-1}$ است.

$$b_6\text{ ، واسطه‌حسابی }29\text{ ، }b_8 \xrightarrow{\text{پس}} b_8-b_6=30d$$

$$\Rightarrow b_1q^7-b_1q^5=30d \to d=\frac{b_1q^7-b_1q^5}{30}\ (I)$$

ازطرفی داریم:

$$b_6-b_5=d \Rightarrow b_1q^5-b_1q^4=d\ (II)$$

$$(I),(II) \to \frac{b_1q^7-b_1q^5}{30}=b_1q^5-b_1q^4$$

$$\Rightarrow \frac{q^7-q^5}{30}=q^5-q^4$$

$$\Rightarrow \frac{q^4(q^3-q)}{30}=q^4(q-1) \Rightarrow q^3-q=30(q-1)$$

$$\to q(q^2-1)=30(q-1) \to q(q+1)(q-1)=30(q-1)$$

$$\xrightarrow{q\neq 1} q(q+1)=30 \xrightarrow{5\times 6=30} q=5$$

(ریاضی ۱- مجموعه، الگو و دنباله؛ صفحه‌های ۲۱ تا ۲۷)

۱۸- **گزینهٔ «۴»** *(سیدرضا اسلامی)*

$$\sqrt{2}\sin 45^\circ-2\sqrt{3}\sin 60^\circ=\sqrt{2}\times\frac{1}{\sqrt{2}}-2\sqrt{3}\times\frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$=1-3=-2$$

(ریاضی ۱- مثلثات؛ صفحهٔ ۳۲)

۱۹- **گزینهٔ «۲»** *(عباس اشرفی)*

مثلث MOC متساوی‌الساقین است، پس $\hat{OCM}=\hat{OMC}$ و از آنجا که زاویهٔ 60° زاویهٔ خارجی این مثلث حساب می‌شود، پس $\hat{OCM}=30^\circ$ است.

$$\tan 60^\circ=\frac{AD}{OD} \Rightarrow AD=\sqrt{3}$$

$$\tan 30^\circ=\frac{BD}{CD} \Rightarrow \frac{\sqrt{3}}{3}=\frac{BD}{2} \Rightarrow BD=\frac{2\sqrt{3}}{3}$$

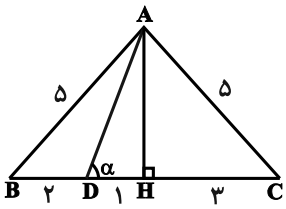
طول پاره‌خط AB برابر است با:

$$AD-BD=\sqrt{3}-\frac{2\sqrt{3}}{3}=\frac{\sqrt{3}}{3}$$

(ریاضی ۱- مثلثات؛ صفحه‌های ۲۹ تا ۳۳)

۲۰- **گزینهٔ «۴»** *(سعید رازورز)*

ارتفاع AH وارد بر ضلع BC را در مثلث متساوی‌الساقین $\overset{\Delta}{ABC}$ رسم می‌کنیم. بنابراین AH میانه نیز خواهد بود. لذا خواهیم داشت:



$$BH=\frac{BC}{2}=3$$

پس $DH=1$ است.

با توجه به قضیهٔ فیثاغورث در مثلث قائم‌الزاویه $\overset{\Delta}{ABH}$ خواهیم داشت:

$$AB^2=BH^2+AH^2 \Rightarrow AH=4$$

در نتیجه:

$$\overset{\Delta}{AHD}:\tan\alpha=\frac{AH}{DH}=\frac{4}{1}=4$$

(ریاضی ۱- مثلثات؛ صفحه‌های ۲۹ تا ۳۵)

AzmonVIP

آمار و احتمال

۲۱- **گزینهٔ «۱»** *(سرژ یقیازاریان‌تبریزی)*

اگر هر یک از گزاره‌های p یا q نادرست باشند، گزارهٔ $p \wedge q$ نادرست است و در نتیجه گزارهٔ $(p \wedge q) \wedge \sim (p \vee q)$ نیز نادرست است. اگر هر دو گزارهٔ p و q درست باشند گزارهٔ $\sim (p \vee q)$ نادرست است و در نتیجه گزارهٔ $(p \wedge q) \wedge \sim (p \vee q)$ نادرست می‌باشد؛ بنابراین ارزش گزارهٔ مورد نظر همواره نادرست است.

(آمار و احتمال- آشنایی با مبانی ریاضیات؛ صفحه‌های ۳ تا ۷)

۲۲- **گزینهٔ «۴»** *(فرشاد فرامرزی)*

گزارهٔ شرطی تنها در صورتی نادرست است که مقدم آن درست و تالی آن نادرست باشد. بنابراین داریم:

$$\begin{cases} p \vee r \equiv F \Rightarrow (p \equiv F) \wedge (r \equiv F) \\ (\sim p \Leftrightarrow q) \equiv T \end{cases}$$

از طرفی گزارهٔ دو شرطی در صورتی درست است که دو طرف آن هم ارزش باشند. از آنجا که $\sim p \equiv T$، بنابراین: $q \equiv T$

بررسی گزینه‌ها:

۱) $(p \equiv F) \wedge (q \equiv T) : (p \wedge q) \equiv F$

۲) $(q \equiv T) \wedge (r \equiv F) : (q \Rightarrow r) \equiv F$

۳) $(r \equiv F) \wedge (p \equiv F) : (r \vee p) \equiv F$

۴) $(p \equiv F) \wedge (r \equiv F) : (p \Leftrightarrow r) \equiv T$

(آمار و احتمال- آشنایی با مبانی ریاضیات؛ صفحه‌های ۶ تا ۱۳)

۲۳- **گزینهٔ «۴»** *(فرزانه خاکپاش)*

گزینهٔ «۱»: اگر $x = 0$ انتخاب شود، به ازای هر $y \in A$، $xy = 0$ است، پس این گزارهٔ سوری درست است.

گزینهٔ «۲»: اگر $x = 1$ انتخاب شود، به ازای هر $y \in A$، $xy = y$ است، پس این گزارهٔ سوری درست است.

گزینهٔ «۳»: اگر $x = 5$ انتخاب شود، به ازای هر $y \in A$، $x + y \geq 5$ است، پس این گزارهٔ سوری درست است.

گزینهٔ «۴»: به ازای هر $x \in A$، اگر $y = 0$ انتخاب شود، آنگاه $xy = 0$ است که گزارهٔ نمای $xy \geq 5$ را نقض می‌کند.

(آمار و احتمال- آشنایی با مبانی ریاضیات؛ صفحه‌های ۱۳ تا ۱۵)

۲۴- **گزینهٔ «۳»** *(سوگند روشنی)*

در گزینه‌های «۱»، «۲» به ازای $x = 1$، هیچ yای عضو اعداد طبیعی نمی‌توان یافت که در نامساوی صدق کند.

مثال نقض گزینهٔ «۴»: اگر $x = 1$ باشد، آن‌گاه $y = -5$ است که عدد طبیعی نیست.

(آمار و احتمال- آشنایی با مبانی ریاضیات؛ صفحه‌های ۱۳ تا ۱۵)

۲۵- **گزینهٔ «۱»** *(مریم مرسلی)*

نقیض گزارهٔ p نادرست است، پس گزارهٔ p و در نتیجه گزارهٔ $p \vee (q \wedge r)$ درست است. یک ترکیب دو شرطی تنها در صورتی درست است که دو گزارهٔ سازندهٔ آن دارای ارزش یکسان باشند، بنابراین گزارهٔ $q \Rightarrow (\sim p \wedge r)$ باید درست باشد. از طرفی $\sim p$ و در نتیجه $\sim p \wedge r$ نادرست هستند، پس لزوماً q نیز باید نادرست باشد تا ترکیب شرطی به انتفای مقدم درست شود.

AzmonVIP

حال به بررسی گزینه‌ها می‌پردازیم:

گزینهٔ «۱»:

$$\sim (q \wedge r) \Leftrightarrow (r \Rightarrow p) \equiv \underbrace{\sim (F \wedge r)}_{T} \Leftrightarrow \underbrace{(r \Rightarrow T)}_{T} \equiv T$$

گزینهٔ «۲»:

$$(p \Rightarrow r) \vee q \equiv \underbrace{(T \Rightarrow r)}_{r} \vee F \equiv r$$

گزینهٔ «۳»:

$$(\sim r \Rightarrow q) \wedge p \equiv \underbrace{(\sim r \Rightarrow F)}_{r} \wedge T \equiv r$$

گزینهٔ «۴»:

$$(r \Leftrightarrow p) \Leftrightarrow (q \Leftrightarrow r) \equiv (r \Leftrightarrow T) \Leftrightarrow (F \Leftrightarrow r)$$

$$\equiv r \Leftrightarrow \sim r \equiv F$$

(آمار و احتمال- آشنایی با مبانی ریاضیات؛ صفحه‌های ۳ تا ۱۳)

۲۶- **گزینهٔ «۴»** *(امیرحسین ابومحبوب)*

گزارهٔ $p \Rightarrow \sim q$ نادرست است، پس گزارهٔ p درست و گزارهٔ $\sim q$ نادرست است. در نتیجه گزارهٔ q درست است. از طرفی هر دو گزارهٔ $q \Rightarrow r$ و q درست هستند، پس گزارهٔ r نیز لزوماً درست است. حال برای دو گزارهٔ داده شده داریم:

$$(\sim r \Rightarrow p) \Leftrightarrow (r \Rightarrow \sim p)$$

$$\equiv (F \Rightarrow T) \Leftrightarrow (T \Rightarrow F) \equiv T \Leftrightarrow F \equiv F$$

$$(p \wedge q) \Rightarrow (\sim r \Leftrightarrow q) \equiv (T \wedge T) \Rightarrow (F \Leftrightarrow T) \equiv T \Rightarrow F \equiv F$$

(آمار و احتمال- آشنایی با مبانی ریاضیات؛ صفحه‌های ۶ تا ۱۲)

۲۷- **گزینهٔ «۱»** *(فرزانه خاکپاش)*

نقیض ترکیب شرطی $p \Rightarrow q$ به صورت $p \wedge \sim q$ است. از طرفی نقیض گزارهٔ $(\forall x; P(x))$ به صورت $(\exists x; \sim P(x))$ است، بنابراین نقیض گزارهٔ صورت سؤال به شکل زیر است:

$$(\exists x \in \mathbb{R}; x^2 = 2) \wedge \sim (\forall x \in \mathbb{R}; x^2 > 0)$$

$$\equiv (\exists x \in \mathbb{R}; x^2 = 2) \wedge (\exists x \in \mathbb{R}; x^2 \leq 0)$$

(آمار و احتمال- آشنایی با مبانی ریاضیات؛ صفحه‌های ۹ تا ۱۵)

۲۸- **گزینهٔ «۴»** *(سرژ یقیازاریان تبریزی)*

$$2^n + 96 = 2^{n+2} \Rightarrow 2^{n+2} - 2^n = 96$$

$$\Rightarrow 2^n (2^2 - 1) = 96 \Rightarrow 2^n = \frac{96}{3} = 32$$

$$\Rightarrow 2^n = 2^5 \Rightarrow n = 5$$

(آمار و احتمال- آشنایی با مبانی ریاضیات؛ صفحه‌های ۱۶ و ۱۷)

۲۹- **گزینهٔ «۴»** *(سرژ یقیازاریان تبریزی)*

دو مجموعه در صورتی مساوی یکدیگرند که اعضای یکسانی داشته باشند. می‌توان نوشت:

$$A = B \Rightarrow \begin{cases} \text{حالت اول}: x = 0 \ , \ x^3 + 5x^2 + 2x - 8 = 1 \\ \text{حالت دوم}: x = 1 \ , \ x^3 + 5x^2 + 2x - 8 = 0 \end{cases}$$

حالت اول به وضوح امکان‌پذیر نیست، پس $x = 1$ بوده و در نتیجه تمامی اعضای C برابر ۱ هستند.

(آمار و احتمال- آشنایی با مبانی ریاضیات؛ صفحه‌های ۱۹ و ۲۰)

۳۰- **گزینهٔ «۳»** *(افشین خاصه‌خان)*

$$1 \leq x^2 \leq 9 \Rightarrow 1 \leq |x| \leq 3 \Rightarrow A = \{-3, -2, -1, 1, 2, 3\}$$

بررسی گزینه‌ها:

گزینهٔ «۱»:

$$2x^2 + 5x - 3 \geq 0 \Rightarrow (2x - 1)(x + 3) \geq 0$$

$$\Rightarrow x \geq \frac{1}{2}, x \leq -3$$

به ازای $x = -1$ و $x = -2$ نامساوی برقرار نیست، پس گزارهٔ سوری نادرست است.

گزینهٔ «۲»:

$$6x^2 - x - 1 = 0 \Rightarrow (2x - 1)(3x + 1) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = \frac{1}{2} \\ x = -\frac{1}{3} \end{cases}$$

هیچ‌کدام از دو مقدار به A تعلق ندارد، پس گزارهٔ سوری نادرست است.

گزینهٔ «۳»:

$$|x - 2| \geq 5 \Rightarrow \begin{cases} x - 2 \geq 5 \Rightarrow x \geq 7 \\ x - 2 \leq -5 \Rightarrow x \leq -3 \end{cases}$$

نامساوی به ازای $x = -3$ برقرار است، پس گزارهٔ سوری درست است.

گزینه «۴»:

$$|x + 1| < 4 \Rightarrow -4 < x + 1 < 4 \Rightarrow -5 < x < 3$$

نامساوی به ازای $x = 3$ برقرار نیست، پس گزاره سوری نادرست است.

(آمار و احتمال- آشنایی با مبانی ریاضیات؛ صفحه‌های ۱۳ تا ۱۵)

AzmonVIP

هندسه ۲

۳۱- **گزینهٔ «۱»** *(فرزانه خاکپاش)*

اگر شعاع دایره‌های کوچک‌تر و بزرگ‌تر را به‌ترتیب با R_1 و R_2 نمایش دهیم، آنگاه داریم:

$$\pi R_2^2 - \pi R_1^2 = 3\pi R_1^2 \Rightarrow \pi R_2^2 = 4\pi R_1^2 \Rightarrow R_2^2 = 4R_1^2$$
$$\Rightarrow R_2 = 2R_1 \quad (1)$$

طول خط‌المرکزین دو دایره برابر تفاضل شعاع دو دایره است و داریم:

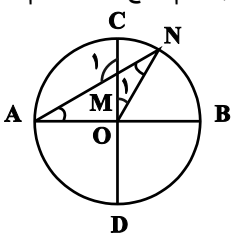
$$R_2 - R_1 = 2 \xrightarrow{(1)} 2R_1 - R_1 = 2 \Rightarrow R_1 = 2$$

مساحت دایرهٔ کوچک‌تر $= \pi R_1^2 = 4\pi$

(هندسه ۲- دایره: صفحهٔ ۱۱)

۳۲- **گزینهٔ «۲»** *(محمدابراهیم توزنده‌جانی)*

فرض کنیم $\hat{A} = \alpha$ ، با رسم شعاع ON، داریم:



$$\overset{\Delta}{OAN}: ON = OA \Rightarrow \hat{N} = \hat{A} = \alpha$$
$$\overset{\Delta}{MON}: MO = MN \Rightarrow \hat{O}_1 = \hat{N} = \alpha$$
$$\overset{\Delta}{OAN}: A\hat{O}N + \hat{A} + \hat{N} = 180^\circ \Rightarrow (90^\circ + \alpha) + \alpha + \alpha = 180^\circ$$
$$3\alpha = 90^\circ \Rightarrow \alpha = 30^\circ \Rightarrow \hat{A} = 30^\circ$$

زاویهٔ متقابل به رأس : $\hat{M}_1 = O\hat{M}N = 180^\circ - 2\alpha = 120^\circ$

$$\Rightarrow \frac{\hat{A}}{\hat{M}_1} = \frac{1}{4}$$

(هندسه ۲- دایره: صفحه‌های ۱۲ و ۱۳)

۳۳- **گزینهٔ «۴»** *(افشین خاصه‌خان)*

با فرض $\hat{M} = x$ داریم:

$$\overset{\Delta}{BMT}: BT = BM \Rightarrow B\hat{T}M = \hat{M} = x$$

(زاویهٔ ظلی) $B\hat{T}M = \frac{\overset{\frown}{BT}}{2} \Rightarrow \overset{\frown}{BT} = 2x$

$$\hat{M} = \frac{\overset{\frown}{AT} - \overset{\frown}{BT}}{2} \Rightarrow x = \frac{\overset{\frown}{AT} - 2x}{2} \Rightarrow \overset{\frown}{AT} = 4x$$

می‌دانیم کمان‌های نظیر دو وتر مساوی، برابر یکدیگرند، بنابراین $\overset{\frown}{AB} = \overset{\frown}{AT} = 4x$ است و در نتیجه داریم:

$$\overset{\frown}{AB} + \overset{\frown}{AT} + \overset{\frown}{BT} = 360^\circ \Rightarrow 4x + 4x + 2x = 360^\circ$$
$$\Rightarrow 10x = 360^\circ \Rightarrow x = 36^\circ$$

(هندسه ۲- دایره: صفحه‌های ۱۳ تا ۱۶)

۳۴- **گزینهٔ «۱»** *(محمدابراهیم توزنده‌جانی)*

(زاویهٔ محاطی) $\hat{A} = \frac{\overset{\frown}{BCD}}{2} = 50^\circ \Rightarrow \overset{\frown}{BCD} = 100^\circ$

$$\Rightarrow \overset{\frown}{BAD} = 360^\circ - 100^\circ = 260^\circ$$
$$\Rightarrow B\hat{C}D = \frac{260^\circ}{2} = 130^\circ$$

$\overset{\Delta}{AMD}$: زاویهٔ خارجی $C\hat{D}N \Rightarrow C\hat{D}N = \alpha + 50^\circ$

$\overset{\Delta}{CDN}$: زاویهٔ خارجی $B\hat{C}D \Rightarrow B\hat{C}D = C\hat{D}N + \hat{N}$

$$\Rightarrow 130^\circ = \alpha + 50^\circ + 30^\circ \Rightarrow \alpha = 50^\circ$$

(هندسه ۲- دایره: صفحه‌های ۱۳ و ۱۴)

۳۵- **گزینهٔ «۲»** *(امیرحسین ابومحبوب)*

AC قطر دایره است، بنابراین هریک از کمان‌های $\overset{\frown}{ABC}$ و $\overset{\frown}{ADC}$ برابر 180° هستند.

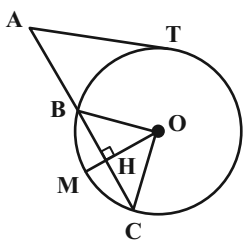
(زاویهٔ محاطی) $A\hat{C}B = \frac{\overset{\frown}{AB}}{2} = 50^\circ \Rightarrow \overset{\frown}{AB} = 100^\circ$

$$\Rightarrow \overset{\frown}{BC} = 180^\circ - 100^\circ = 80^\circ$$
$$\hat{M} = \frac{\overset{\frown}{BC} - \overset{\frown}{AD}}{2} > 0 \Rightarrow \overset{\frown}{BC} > \overset{\frown}{AD} \Rightarrow \overset{\frown}{AD} < 80^\circ$$
$$180^\circ - \overset{\frown}{AD} > 100^\circ \Rightarrow \overset{\frown}{CD} > 100^\circ$$
$$\overset{\frown}{CD} > \overset{\frown}{AB} > \overset{\frown}{BC} \Rightarrow CD > AB > BC$$
$$\Rightarrow 7a - 1 > 3a + 4 > 5a + 1$$
$$7a - 1 > 3a + 4 \Rightarrow 4a > 5 \Rightarrow a > \frac{5}{4} \quad (1)$$
$$3a + 4 > 5a + 1 \Rightarrow 2a < 3 \Rightarrow a < \frac{3}{2} \quad (2)$$
$$(1),(2) \Rightarrow \frac{5}{4} < a < \frac{3}{2}$$

در بین گزینه‌ها تنها عدد $\frac{11}{8}$ در این نامساوی صدق می‌کند.

(هندسه ۲- دایره: صفحه‌های ۱۳ تا ۱۶)

۳۶- **گزینهٔ «۲»** *(محمد خندان)*



AzmonVIP

طبق روابط طولی در دایره داریم:

$$AT^2 = AB \times AC \Rightarrow 64 = 4 \times AC$$

$$\Rightarrow AC = 16 \Rightarrow BC = 16 - 4 = 12$$

مطابق شکل از نقطهٔ O، عمود OH را بر وتر BC رسم می‌کنیم.

در این صورت $BH = HC = \frac{12}{2} = 6$ و $\overset{\frown}{BM} = \overset{\frown}{MC} = 60^\circ$ است.

می‌دانیم طول ضلع روبه‌رو به زاویهٔ 60° در یک مثلث قائم‌الزاویه، $\frac{\sqrt{3}}{2}$ طول وتر است، بنابراین داریم:

$$\overset{\Delta}{OBH} : B\hat{O}H = 60^\circ \Rightarrow BH = \frac{\sqrt{3}}{2} OB \Rightarrow 6 = \frac{\sqrt{3}}{2} R$$

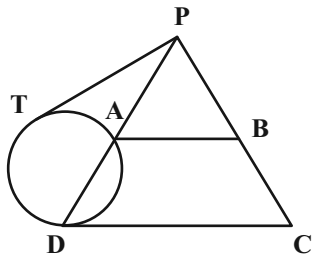
$$R = \frac{12}{\sqrt{3}} \times \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}} = 4\sqrt{3}$$

مساحت دایره $= \pi R^2 = 48\pi$

(هندسه ۲- دایره؛ صفحه‌های ۱۸ و ۱۹)

۳۷- **گزینهٔ «۳»** *(سرژ یقیازاریان تبریزی)*

طبق تعمیم قضیهٔ تالس در مثلث PCD داریم:



$$AB \parallel CD \Rightarrow \frac{PA}{PD} = \frac{AB}{CD}$$

$$\Rightarrow \frac{PA}{PA+7} = \frac{10}{15} = \frac{2}{3}$$

$$\Rightarrow 3PA = 2PA + 14 \Rightarrow PA = 14$$

طبق روابط طولی در دایره داریم: $PT^2 = PA \times PD = 14 \times 21$

$$\Rightarrow PT^2 = (7\times2)\times(7\times3) \Rightarrow PT = 7\sqrt{6} \Rightarrow \frac{PT}{AD} = \sqrt{6}$$

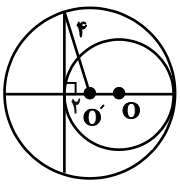
(هندسه ۲- دایره؛ صفحه‌های ۱۸ و ۱۹)

۳۸- **گزینهٔ «۴»** *(سرژ یقیازاریان تبریزی)*

طول هر وتر در دایره به فاصلهٔ مرکز دایره از آن وتر، بستگی دارد. بدین صورت که هر چه قدر وتر به مرکز دایره نزدیک‌تر باشد، طولش بیش‌تر است. پس وتر مذکور باید از مرکز دایرهٔ بزرگ‌تر، کم‌ترین فاصله را داشته باشد، یعنی مطابق شکل، بر خط واصل دو مرکز، عمود باشد. داریم:

۲ = فاصلهٔ وتر موردنظر از مرکز دایرهٔ بزرگ‌تر

۴ = شعاع دایرهٔ بزرگ‌تر



$\Rightarrow$ طول وتر $= 2\sqrt{4^2 - 2^2} = 4\sqrt{3}$

(هندسه ۲- دایره؛ صفحه‌های ۱۱ و ۱۳)

۳۹- **گزینهٔ «۲»** *(کتاب آبی)*

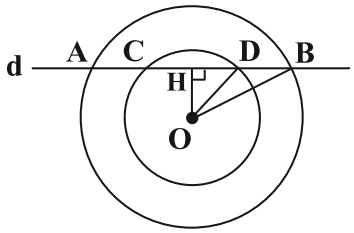
از O عمودی بر AB رسم می‌کنیم تا آن را نصف کند. پس:

$$HB = \frac{AB}{2} = \frac{30}{2} = 15$$

$$OH^2 = OB^2 - HB^2 = 17^2 - 15^2 \Rightarrow OH^2 = 64 \Rightarrow OH = 8$$

$$HD^2 = OD^2 - OH^2 = 10^2 - 8^2 \Rightarrow HD^2 = 36 \Rightarrow HD = 6$$

$$\Rightarrow CD = 2HD = 2\times6 = 12$$



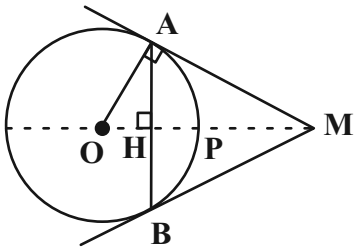
نکته: قطر عمود بر وتر، آن وتر را نصف می‌کند.

(هندسه ۲- دایره؛ صفحهٔ ۱۳)

۴۰- **گزینهٔ «۳»** *(کتاب آبی)*

با توجه به شکل، P نزدیک‌ترین نقطهٔ دایره به M است، پس:

$$MP = 4(\sqrt{2} - 1)$$



و در نتیجه: $OM = OP + MP = 4 + (4\sqrt{2} - 4) = 4\sqrt{2}$

از طرفی چون OM بر AB عمود است (چرا؟) پس در مثلث قائم‌الزاویهٔ $\overset{\Delta}{AOM}$، پاره‌خط AH ارتفاع وارد بر وتر است و می‌توانیم از رابطهٔ زیر استفاده کنیم:

$$OA^2 = OH.OM \Rightarrow OH = \frac{OA^2}{OM} = \frac{4^2}{4\sqrt{2}} = 2\sqrt{2}$$

(هندسه ۲- دایره؛ صفحه‌های ۱۹ و ۲۰)

AzmonVIP

حسابان ۲

۴۱- **گزینهٔ «۴»** *(حمید مام قادری)*

داریم:

$$f(x)+f(-x)=0 \Rightarrow f(x)=-f(-x)$$

یعنی اگر نمودار را نسبت به محور xها و محور yها قرینه کنیم، نمودار به دست آمده منطبق بر نمودار $y=f(x)$ است. به عبارت دیگر بازتاب نمودار f نسبت به مبدأ بر خود f منطبق است. بنابراین تنها گزینه‌ای که این شرایط را دارد گزینهٔ «۴» است.

(حسابان ۲- صفحه‌های ۱ تا ۱۲)

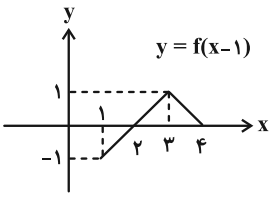
۴۲- **گزینهٔ «۲»** *(امیررضا ذاکرزاده)*

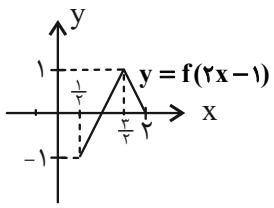
اگر نمودار تابع $y=\sqrt{-x}$ را یک واحد به راست منتقل کنیم نمودار تابع $y=\sqrt{-(x-1)}=\sqrt{-x+1}$ به‌دست می‌آید. اگر نمودار به‌دست آمده را نسبت به محور عرض‌ها قرینه کنیم نمودار تابع $y=\sqrt{x+1}$ می‌شود. و اگر مجدداً این نمودار را یک واحد به راست منتقل کنیم نمودار تابع $y=\sqrt{(x-1)+1}=\sqrt{x}$ به‌دست می‌آید.

(حسابان ۲- صفحه‌های ۱ تا ۱۲)

۴۳- **گزینهٔ «۲»** *(میلاد سجادی لاریجانی)*

راه اول: ابتدا باید نمودار تابع f را یک واحد به راست ببریم و سپس همهٔ xها را $\frac{1}{2}$ برابر کنیم.





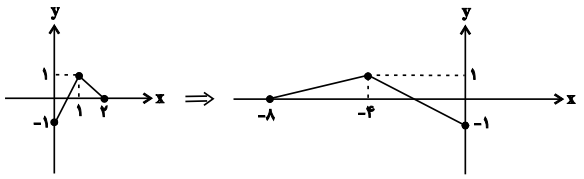
راه دوم: دو نقطهٔ $(-1,0)$ و $(1,2)$ به نقاط $(-1,\frac{1}{2})$ و $(1,\frac{3}{2})$ تبدیل می‌شوند. این دو نقطه روی نمودار گزینهٔ «۲» هستند.

(حسابان ۲- صفحه‌های ۱ تا ۱۲)

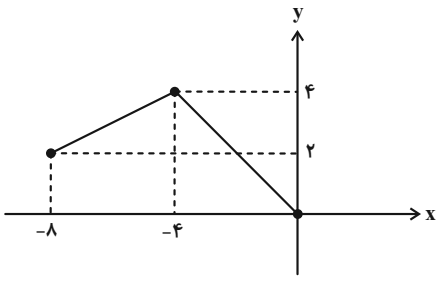
۴۴- **گزینهٔ «۲»** *(جهانبخش نیکنام)*

$$2t+3=-\frac{1}{2}x+1 \Rightarrow t=-\frac{1}{4}x-1$$

برای تبدیل نمودار تابع $y=f(2x+3)$ به نمودار تابع $y=f(-\frac{1}{2}x+1)$، باید نمودار را ۱ واحد به راست منتقل کنیم و سپس طول نقاط نمودار را در ۴- ضرب کنیم.



برای محور yها باید نمودار اولیه را در راستای محور yها، ۱ واحد به سمت بالا ببریم، در نهایت عرض نقاط را در ۲ ضرب کنیم. در نهایت داریم:



(حسابان ۲- صفحه‌های ۱ تا ۱۲)

AzmonVIP

۴۵- **گزینهٔ «۱»** *(شاهین پروازی)*

$$f(x)=\sqrt{(x-۲)^۲-۳}+۱$$

$$\Rightarrow (fog)(x)=f(g(x))=\sqrt{(۷-x)-۳}+۱$$

$$\Rightarrow (fog)(x)=\sqrt{۴-x}+۱$$

برای این‌که از نمودار تابع fog به نمودار تابع g برسیم، کافی است آن را ۳ واحد به راست و یک واحد به بالا منتقل کنیم:

$$(fog)(x)=\sqrt{۴-x}+۱\xrightarrow[y\to y-۱]{x\to x-۳}$$

$$\Rightarrow y-۱=\sqrt{۴-(x-۳)}+۱\Rightarrow y=\sqrt{۷-x}+۲=g(x)$$

دقت کنید در این سؤال دامنهٔ توابع مشکلی برای ما ایجاد نمی‌کنند.

(حسابان ۲- صفحه‌های ۱ تا ۱۲)

۴۶- **گزینهٔ «۴»** *(رضا علی‌نواز)*

در گام اول طول نقاط تابع f را در ۳ ضرب می‌کنیم: $f(\frac{x}{۳})$

سپس نمودار حاصل را یک واحد به چپ می‌بریم: $f(\frac{x+۱}{۳})$

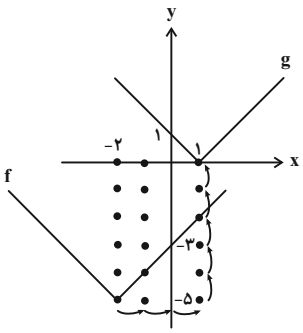
و در نهایت عرض نقاط را در $-\frac{۳}{۲}$ ضرب می‌کنیم:

$$g(x)=-\frac{۳}{۲}f(\frac{۱}{۳}x+\frac{۱}{۳})$$

(حسابان ۲- صفحه‌های ۱ تا ۱۲)

۴۷- **گزینهٔ «۳»** *(افشین خاصه‌خان)*

راه‌حل اول: ابتدا هر دو تابع را رسم می‌کنیم. برای آن‌که تابع f بر تابع g منطبق شود باید نمودار f ۳ واحد در جهت x ها رو به راست و ۵ واحد در جهت y ها رو به بالا انتقال یابد.



راه‌حل دوم: ابتدا با توجه به خواص قدرمطلق داریم که:

$$g(x)=|۱-x|=|x-۱|$$

سپس برای انتقال نمودار تابع $f(x)$ به $g(x)$ می‌توانیم ابتدا f را سه واحد به راست $(x\to x-۳)$ و ۵ واحد به بالا ببریم.

(حسابان ۲- صفحه‌های ۱ تا ۱۲)

۴۸- **گزینهٔ «۲»** *(محمدمهدی زیون)*

مختصات نقطهٔ A را در ضابطهٔ تابع $y=۲f(۲x-۳)+۱$ قرار می‌دهیم:

$$-۳=۲f(-۱)+۱\Rightarrow f(-۱)=-۲$$

حال ورودی تابع f را در ضابطهٔ $y=۳-f(۴-\frac{x}{۳})$ برابر ۱- قرار می‌دهیم:

$$۴-\frac{x_۰}{۳}=-۱\Rightarrow x_۰=۱۵$$

و با جای‌گذاری $x_۰$ داریم: $y_۰=۳-f(۴-\frac{x_۰}{۳})=۳-(-۲)=۵$

(حسابان ۲- صفحه‌های ۱ تا ۱۲)

۴۹- **گزینهٔ «۱»** *(محمدحسن سلامی‌حسینی)*

$$f(x)=۲x+۳\xrightarrow{\text{۳واحددرجهتxهایمثبت}}y=۲(x-۳)+۳=۲x-۳$$

$$\xrightarrow{\text{انقباض‌عمودی۴برابر}}y=\frac{۱}{۴}(۲x-۳)=\frac{x}{۲}-\frac{۳}{۴}$$

AzmonVIP

$$\xrightarrow{\text{انتقال } k \text{ واحد به سمت چپ}} y=\frac{۱}{۲}(x+k)-\frac{۳}{۴}$$

$$\Rightarrow y=\frac{۱}{۲}x+\frac{۲k-۳}{۴}=g(x)$$

$$f(x)=۲x+۳=۰\Rightarrow x=-\frac{۳}{۲}$$

$$g(-\frac{۳}{۲})=-\frac{۳}{۴}+\frac{۲k-۳}{۴}=۰\Rightarrow k=۳$$

(حسابان ۲- صفحه‌های ۱ تا ۱۲)

۵۰- **گزینهٔ «۳»** *(علی سلامت)*

ضابطهٔ تابع f را به صورت یک تابع چند ضابطه‌ای می‌نویسیم:

$$f(x)=\sqrt{x-\frac{۲x}{|x|}}=\begin{cases}\sqrt{x-۲} & ; \quad x\geq ۲\\ \sqrt{x+۲} & ; \quad -۲\leq x<۰\end{cases}$$

اگر نمودار تابع f را نسبت به مبدأ مختصات قرینه کرده و یک واحد به بالا منتقل کنیم، ضابطهٔ تابع جدید که آن را $g(x)$ می‌نامیم، به صورت زیر است:

$$g(x)=-f(-x)+۱$$

و همچنین برای مشخص کردن نقاط برخورد نمودار این تابع با محور xها معادلهٔ $g(x)=۰$ را حل می‌کنیم:

$$g(x)=-f(-x)+۱=۰\Rightarrow f(-x)=۱$$

$$\Rightarrow\begin{cases}\sqrt{-x-۲}=۱\xrightarrow{x\leq -۲}x=-۳\\ \sqrt{-x+۲}=۱\xrightarrow{۰<x\leq ۲}x=۱\end{cases}$$

حاصل‌ضرب طول دو نقطهٔ به دست آمده برابر ۳- است.

(حسابان ۲- صفحه‌های ۱ تا ۱۲)

حسابان ۲- آشنا

۵۱- **گزینهٔ «۴»** *(کتاب اول)*

انقباض عمودی مربوط به تغییرات روی y است و چون می‌خواهیم انقباض صورت بگیرد باید این مقادیر کوچک شوند.

(حسابان ۲- صفحه‌های ۱ تا ۱۲)

۵۲- **گزینهٔ «۲»** *(کتاب اول)*

ابتدا تابع داده شده را به صورت مربع کامل بازنویسی می‌کنیم تا بتوانیم با $y=x^۲$ مقایسه کنیم:

$$y=x^۲-۲x+۳=x^۲-۲x+۱+۲=(x-۱)^۲+۲$$

پس باید $(x-۱)^۲+۲$ را یک واحد به سمت چپ و دو واحد به سمت پایین بیاوریم تا بر $x^۲$ منطبق شود.

(حسابان ۲- صفحه‌های ۱ تا ۱۲)

۵۳- **گزینهٔ «۱»** *(کتاب اول)*

از قوانین مربوط به انتقال نمودار که در قسمت نکته گفته شده، داریم:

$$y=f(x)\xrightarrow{\text{یک واحد به چپ}}y=f(x+۱)$$

$$\xrightarrow{\text{قرینه نسبت به محور } y\text{ها}}y=f(-x+۱)$$

$$\xrightarrow{\text{دو برابر کردن عرض}}y=۲f(-x+۱)$$

(حسابان ۲- صفحه‌های ۱ تا ۱۲)

AzmonVIP

۵۴- **گزینهٔ «۱»** *(کتاب اول)*

$f(x)=\sqrt{x-1} \xrightarrow{\text{قرینه نسبت به محور y ها}} y=\sqrt{-x-1}$

$\xrightarrow{\text{۴ واحد به سمت راست}} y=\sqrt{-(x-4)-1}$

$\Rightarrow y=\sqrt{-x+4-1}=\sqrt{3-x}$

محل تقاطع با محور طول‌ها یعنی جایی که $y=0$ است.

$y=\sqrt{3-x}=0 \Rightarrow 3-x=0 \Rightarrow x=3$

(حسابان ۲- صفحه‌های ۱ تا ۱۲)

۵۵- **گزینهٔ «۱»** *(کتاب اول)*

برای به دست آوردن ضابطهٔ تابع f، تمام مراحل داده شده را به صورت عکس روی تابع $g(x)$ اعمال می‌کنیم:

$g(x)=-|x+5|+2 \xrightarrow{\text{۲ واحد به سمت بالا}}$

$-|x+5|+4 \xrightarrow{\text{قرینه نسبت به محور x ها}}$

$|x+5|-4 \xrightarrow{\text{۲ واحد به سمت راست}} |x+3|-4$

$\Rightarrow f(x)=|x+3|-4$

(حسابان ۲- صفحه‌های ۱ تا ۱۲)

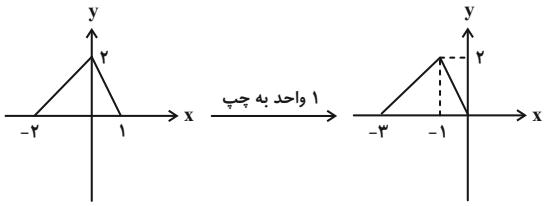
۵۶- **گزینهٔ «۳»** *(کتاب اول)*

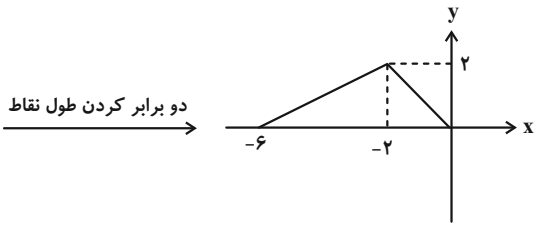
ابتدا ترتیب اعمال تغییرات را درمی‌آوریم و سپس نمودار را رسم می‌کنیم.

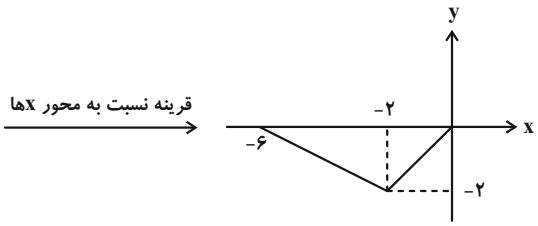
$f(x) \xrightarrow{\text{یک واحد به چپ}} f(x+1) \xrightarrow{\text{دو برابر شدن طول نقاط}}$

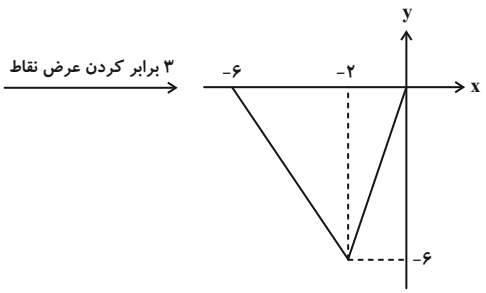
$f(\frac{x}{2}+1) \xrightarrow{\text{قرینه نسبت به محور x ها}} -f(\frac{x}{2}+1)$

$\xrightarrow{\text{۳ برابر شدن عرض نقاط}} -3f(\frac{x}{2}+1)$









(حسابان ۲- صفحه‌های ۱ تا ۱۲)

۵۷- **گزینهٔ «۴»** *(کتاب اول)*

برای پیدا کردن دامنهٔ تابع $g(x)$ باید دامنهٔ تابع $f(x+2)$ و $f(2x)$ را بیابیم و بین جواب‌ها اشتراک بگیریم. داریم:

AzmonVIP

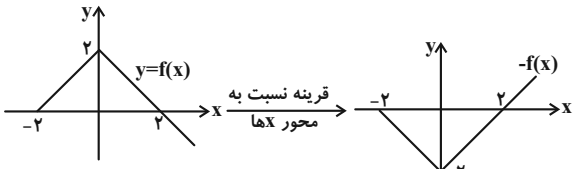
$$\left.\begin{array}{l} x+2\in[-4,1]\Rightarrow -4\le x+2\le 1\Rightarrow -6\le x\le -1 \\ 2x\in[-4,1]\Rightarrow -4\le 2x\le 1\Rightarrow -2\le x\le \frac{1}{2}\end{array}\right\}$$

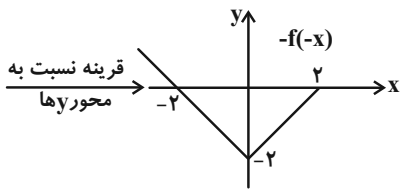
$$\xrightarrow{\text{اشتراک می‌گیریم}} [-2,-1]\Rightarrow D_g=[-2,-1]$$

(حسابان ۲- صفحه‌های ۱ تا ۱۲)

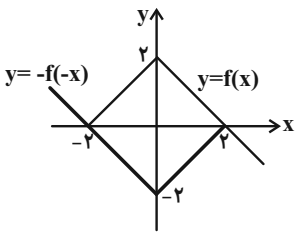
۵۸- **گزینهٔ «۳»** (کتاب اول)

برای رسم نمودار $y=-f(-x)$ باید نمودار $y=f(x)$ را نسبت به محور xها و yها قرینه کنیم. بنابراین داریم:





با رسم هر دو نمودار در یک شکل داریم:



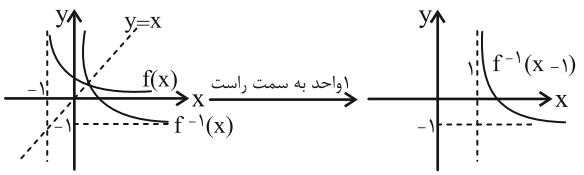
سطح محدود بین دو نمودار یک مربع است که از طرفی لوزی هم هست و مساحت آن از رابطه $\frac{\text{حاصل‌ضرب دو قطر}}{۲}$ به دست می‌آید. در نتیجه داریم:

مساحت سطح بین دو نمودار : $S=\frac{۴\times ۴}{۲}=۸$

(حسابان ۲- صفحه‌های ۱ تا ۱۲)

۵۹- **گزینهٔ «۳»** (کتاب اول)

ابتدا نمودار $f^{-1}(x)$ را رسم می‌کنیم و سپس یک واحد آن را به سمت راست می‌بریم تا به نمودار $f^{-1}(x-1)$ برسیم.



(حسابان ۲- صفحه‌های ۱ تا ۱۲)

۶۰- **گزینهٔ «۴»** (کتاب اول)

مراحل انتقال تابع f به تابع g به این صورت است: (در قسمت نکته ترتیب اعمال تغییرات توضیح داده شده است.)

$$f(x)\xrightarrow{\text{۱واحد به سمت چپ}} f(x+1)\xrightarrow{\text{طول نقاط نصف می‌شود}} f(2x+1)$$

$$\xrightarrow{\text{قرینه نسبت به محور yها}} f(-2x+1)\xrightarrow{\text{۳واحد به سمت پایین می‌رود}}$$

$$f(-2x+1)-3=g(x)$$

حال همین تغییرات را روی نقطه A اعمال می‌کنیم تا به نقطه A' برسیم:

$$A(3,1)\xrightarrow{\text{۱واحد به سمت چپ}}(2,1)\xrightarrow{\text{طول نقطه نصف می‌شود}}(1,1)$$

$$\xrightarrow{\text{قرینه نسبت به محور yها}}(-1,1)\xrightarrow{\text{۳واحد به سمت پایین می‌رود}}A(-1,-2)$$

$$AA'=\sqrt{(x_A-x_{A'})^2+(y_A-y_{A'})^2}=\sqrt{(3-(-1))^2+(1-(-2))^2}$$

$$=\sqrt{16+9}=\sqrt{25}=5$$

(حسابان ۲- صفحه‌های ۱ تا ۱۲)

AzmonVIP

هندسه ۳

۶۱- گزینهٔ «۲» *(امیرحسین ابومحبوب)*

در بین روابط داده شده، فقط رابطهٔ «الف» یعنی شرکت‌پذیری جمع ماتریس‌ها همواره برقرار است.

رابطهٔ «ب» نادرست است؛ چون جمع یک ماتریس و قرینهٔ آن برابر ماتریس صفر یعنی $\bar{O}$ است نه عدد صفر.

رابطهٔ «پ» نیز در حالتی برقرار است که $r \neq 0$ باشد که در عبارت داده شده این شرط دیده نمی‌شود.

(هندسه ۳- ماتریس و کاربردها؛ صفحه‌های ۱۵ و ۱۶)

۶۲- گزینهٔ «۲» *(کیوان دارابی)*

برای پیدا کردن ماتریس A، مانند حل دستگاه دو معادله - دو مجهول عمل می‌کنیم:

$$\begin{cases} 2A-3B=\begin{bmatrix}-10 & -5\\ 0 & 5\end{bmatrix} \xrightarrow{\times 2} 4A-6B=\begin{bmatrix}-20 & -10\\ 0 & 10\end{bmatrix} \\ 3A+2B=\begin{bmatrix}11 & 12\\ 13 & 14\end{bmatrix} \xrightarrow{\times 3} 9A+6B=\begin{bmatrix}33 & 36\\ 39 & 42\end{bmatrix} \end{cases}$$

$$\xrightarrow{\text{جمع دو رابطه}} 13A=\begin{bmatrix}13 & 26\\ 39 & 52\end{bmatrix}$$

$$\Rightarrow A=\frac{1}{13}\begin{bmatrix}13 & 26\\ 39 & 52\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}1 & 2\\ 3 & 4\end{bmatrix}$$

(هندسه ۳- ماتریس و کاربردها؛ صفحه‌های ۱۳ تا ۱۵)

۶۳- گزینهٔ «۳» *(امیرحسین ابومحبوب)*

طبق تعریف برای درایه‌های ماتریس‌های A و B داریم:

$$A=\begin{bmatrix}1^2-1 & 2-1\\ 2(2)-1 & 2^2-1\\ 2(3)-1 & 2(3)-2\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}0 & 1\\ 3 & 3\\ 5 & 4\end{bmatrix}$$

$$B=\begin{bmatrix}1^2-1 & 1-2+1 & 1-3+1\\ 2+2(1) & 2^2-1 & 2-3+1\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}0 & 0 & -1\\ 4 & 3 & 0\end{bmatrix}$$

$$AB=\begin{bmatrix}0 & 1\\ 3 & 3\\ 5 & 4\end{bmatrix}\begin{bmatrix}0 & 0 & -1\\ 4 & 3 & 0\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}4 & & \\ & 9 & \\ & & -5\end{bmatrix}$$

مجموع درایه‌های قطر اصلی برابر است با: $4+9-5=8$

مجموع درایه‌های ماتریس A برابر است با: $1+3+3+5+4=16$

بنابراین نسبت خواسته شده برابر $\frac{1}{2}$ می‌باشد.

(هندسه ۳- ماتریس و کاربردها؛ صفحه‌های ۱۰ تا ۱۹)

۶۴- گزینهٔ «۴» *(کیوان دارابی)*

ابتدا مرتبهٔ ماتریس B را تعیین می‌کنیم:

$$B_{m\times n}\times A_{1\times 3}=(BA)_{3\times 3}\Rightarrow \begin{cases} m=3\\ n=1\end{cases}$$

بنابراین B یک ماتریس 3×1 است، یعنی داریم:

$$B=\begin{bmatrix}a\\ b\\ c\end{bmatrix}$$

$$BA=\begin{bmatrix}a\\ b\\ c\end{bmatrix}\begin{bmatrix}1 & 2 & 3\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}a & 2a & 3a\\ b & 2b & 3b\\ c & 2c & 3c\end{bmatrix}$$

از طرفی داریم:

$$BA=\begin{bmatrix}1 & 2 & 3\\ 0 & 0 & 0\\ 1 & 2 & 3\end{bmatrix}\Rightarrow \begin{cases} a=1\\ b=0\\ c=1\end{cases}\Rightarrow B=\begin{bmatrix}1\\ 0\\ 1\end{bmatrix}$$

$$AB=\begin{bmatrix}1 & 2 & 3\end{bmatrix}\begin{bmatrix}1\\ 0\\ 1\end{bmatrix}=[4]$$

(هندسه ۳- ماتریس و کاربردها؛ صفحه‌های ۱۷ تا ۱۹)

۶۵- گزینهٔ «۳» *(سوکند روشنی)*

با توجه به قطری بودن ماتریس A داریم:

$$\begin{cases} a-3=0\Rightarrow a=3\\ b+2=0\Rightarrow b=-2\end{cases}\Rightarrow A=\begin{bmatrix}2 & 0\\ 0 & -5\end{bmatrix}$$

$$B=A\Rightarrow\begin{bmatrix}m & x\\ n & y\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}2 & 0\\ 0 & -5\end{bmatrix}\Rightarrow\begin{cases} m=2\\ x=n=0\\ y=-5\end{cases}$$

بنابراین داریم:

$$\frac{my+na}{am-2b}=\frac{2(-5)+0\times 3}{3(2)-2(-2)}=-1$$

(هندسه ۳- ماتریس و کاربردها؛ صفحه‌های ۱۲ و ۱۳)

۶۶- گزینهٔ «۴» *(مهرداد ملوندی)*

با توجه به این‌که ماتریس C اسکالر است، داریم:

$$\begin{cases} A+3B=\begin{bmatrix}k & 0\\ 0 & k\end{bmatrix}\\ A-B=\begin{bmatrix}2 & 3\\ -1 & 0\end{bmatrix}\xrightarrow{\times 3} 3A-3B=\begin{bmatrix}6 & 9\\ -3 & 0\end{bmatrix}\end{cases}$$

$$\xrightarrow{\text{جمع دو رابطه}} 4A=\begin{bmatrix}k+6 & 9\\ -3 & k\end{bmatrix}$$

AzmonVIP

مجموع درایه‌های ماتریس A برابر ۲ است، پس مجموع درایه‌های ماتریس $4A$ برابر ۸ است و داریم:

$$(k+6)+9-3+k=8 \Rightarrow 2k=-4 \Rightarrow k=-2$$

بنابراین مجموع درایه‌های ماتریس C، برابر $2k=-4$ است.

(هندسه ۳- ماتریس و کاربردها؛ صفحه‌های ۱۲ تا ۱۵)

۶۷- **گزینهٔ «۲»** (کیوان دارابی)

به جای محاسبهٔ کل ماتریس ABC، همان ستون مطلوب را پیدا می‌کنیم.

$$ABC = A(BC)$$

$$\Rightarrow (A(BC)) \text{ ستون سوم} = A \times (BC \text{ ستون سوم})$$

$$BC \text{ ستون سوم} = B \times (C \text{ ستون سوم})$$

$$= \begin{bmatrix} 3 & 2 & 1 \\ 1 & 3 & 2 \\ 1 & 2 & 3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 5 \\ 4 \\ 3 \end{bmatrix}$$

حال ماتریس A را از سمت چپ در ستون به دست آمده ضرب می‌کنیم:

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 2 & 0 \\ 3 & 0 & 3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 5 \\ 4 \\ 3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 8 \\ 8 \\ 24 \end{bmatrix}$$

$$\Rightarrow \text{مجموع درایه‌ها} = 8+8+24 = 40$$

(هندسه ۳- ماتریس و کاربردها؛ صفحه‌های ۱۷ تا ۱۹)

۶۸- **گزینهٔ «۱»** (امیرحسین ابومحبوب)

با ضرب کردن ماتریس‌ها از سمت چپ، معادله را ساده می‌کنیم:

$$\begin{bmatrix} x & 2x & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a & 1 & 1 \\ -4 & 0 & -2 \\ 1 & 2 & a \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ 2x \\ 1 \end{bmatrix} = 0$$

$$\Rightarrow \begin{bmatrix} (a-8)x+1 & x+2 & -3x+a \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ 2x \\ 1 \end{bmatrix} = 0$$

$$\Rightarrow [(a-8)x^2 + x + 2x^2 + 4x - 3x + a] = 0$$

$$\Rightarrow (a-6)x^2 + 2x + a = 0$$

$$\text{حاصل‌ضرب جواب‌ها} = \frac{a}{a-6} = -5$$

$$\Rightarrow a = -5a + 30 \Rightarrow 6a = 30 \Rightarrow a = 5$$

$$\text{مجموع جواب‌ها} = \frac{-2}{a-6} \xrightarrow{a=5} \frac{-2}{-1} = 2$$

(هندسه ۳- ماتریس و کاربردها؛ صفحه‌های ۱۷ تا ۱۹)

۶۹- **گزینهٔ «۳»** (سوگند روشنی)

ابتدا عبارت خواسته شده در صورت سؤال را باز می‌کنیم:

$$\sum_{j=1}^{4} a_{2j} = a_{21} + a_{22} + a_{23} + a_{24}$$

بنابراین مجموع درایه‌های سطر دوم ماتریس A خواسته شده است. برای پیدا کردن این درایه‌ها کافی است سطر دوم ماتریس سمت چپ را در ماتریس سمت راست ضرب کنیم.

$$\begin{bmatrix} -2 & 3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & -1 & 2 & 0 \\ 5 & 3 & 4 & -3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 13 & 11 & 8 & -9 \end{bmatrix}$$

$$\sum_{j=1}^{4} a_{2j} = 13+11+8-9 = 23$$

(هندسه ۳- ماتریس و کاربردها؛ صفحه‌های ۱۰ تا ۱۹)

۷۰- **گزینهٔ «۳»** (امیرحسین ابومحبوب)

$$AB = \begin{bmatrix} 2 & -1 & 4 \\ 2 & x & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 & y \\ 1 & 0 \\ -7 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -25 & 2y+4 \\ x-3 & 2y+1 \end{bmatrix}$$

ماتریس AB قطری است، بنابراین داریم:

$$\begin{cases} 2y+4=0 \Rightarrow y=-2 \\ x-3=0 \Rightarrow x=3 \end{cases}$$

حال ماتریس BA را محاسبه می‌کنیم:

$$BA = \begin{bmatrix} 2 & -2 \\ 1 & 0 \\ -7 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 & -1 & 4 \\ 2 & 3 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & -8 & 6 \\ 2 & -1 & 4 \\ -12 & 10 & -27 \end{bmatrix}$$

همان‌طور که مشاهده می‌شود، بزرگ‌ترین درایهٔ ماتریس BA، برابر ۱۰ است. کوچک‌ترین درایهٔ ماتریس AB برابر ۲۵- می‌باشد. بنابراین نسبت خواسته شده برابر است با $-0/4$.

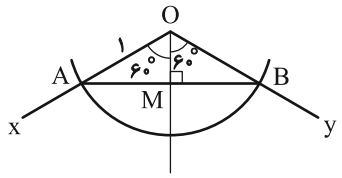
(هندسه ۳- ماتریس و کاربردها؛ صفحه‌های ۱۰ تا ۱۹)

AzmonVIP

هندسه ۱

۷۱- **گزینهٔ «۱»** *(حسین حاجیلو)*

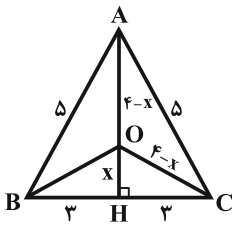
با توجه به روش رسم نیمساز و شکل زیر باید $R > \frac{AB}{۲}$، پس حداقل مقدار a برابر $\frac{AB}{۲} = AM$ است. داریم:



$$\overset{\triangle}{OAM}: \sin ۶۰^\circ = \frac{AM}{OA} \Rightarrow \frac{\sqrt{۳}}{۲} = \frac{AM}{۱} \Rightarrow AM = \frac{\sqrt{۳}}{۲}$$

(هندسه ۱- ترسیم‌های هندسی و استدلال، صفحه‌های ۱۱ و ۱۲)

۷۲- **گزینهٔ «۳»** *(محمد خندان)*



نقطهٔ O، نقطهٔ همرسی عمودمنصف‌های اضلاع این مثلث متساوی‌الساقین است، بنابراین از هر سه رأس مثلث به یک فاصله است. با استفاده از قضیهٔ فیثاغورس در مثلث ABH، طول AH را به‌دست می‌آوریم:

$$AH = \sqrt{۵^۲ - ۳^۲} = ۴$$

با فرض $OH = x$، $OA = ۴ - x$ است. از آنجا که O از سه رأس مثلث به یک فاصله است، پس $OB = OC = ۴ - x$ می‌باشد، حال با استفاده از قضیهٔ فیثاغورس در مثلث OCH، داریم:

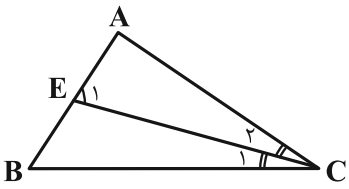
$$OC^۲ = OH^۲ + CH^۲ \Rightarrow (۴ - x)^۲ = x^۲ + ۹$$

$$\Rightarrow ۱۶ - ۸x + x^۲ = x^۲ + ۹ \Rightarrow ۸x = ۷ \Rightarrow x = \frac{۷}{۸} = ۰/۸۷۵$$

(هندسه ۱- ترسیم‌های هندسی و استدلال، صفحه‌های ۱۸ و ۱۹)

۷۳- **گزینهٔ «۳»** *(امیرحسین ابومحبوب)*

نقطهٔ E از دو ضلع AC و BC به یک فاصله است، پس روی نیمساز زاویهٔ $A\hat{C}B$ قرار دارد، پس در شکل زیر $\hat{C}_۱ = \hat{C}_۲$. با توجه به شکل داریم:



$$\left.\begin{array}{l} \overset{\triangle}{BEC}\text{ زاویه خارجی}: \hat{E}_۱ = \hat{B} + \hat{C}_۱ \\ \hat{C}_۱ = \hat{C}_۲ \end{array}\right\} \Rightarrow \hat{E}_۱ = \hat{B} + \hat{C}_۲ \Rightarrow \hat{E}_۱ > \hat{C}_۲$$

در مثلث AEC، زاویهٔ $E_۱$ بزرگتر از زاویهٔ $C_۲$ است، پس: $AE < AC$

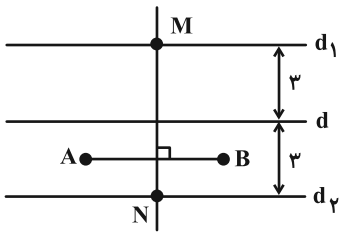
(هندسه ۱- ترسیم‌های هندسی و استدلال؛ صفحهٔ ۲۲)

۷۴- **گزینهٔ «۲»** *(امیرحسین ابومحبوب)*

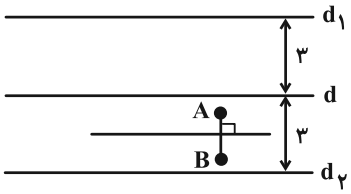
نقاطی از صفحه که از دو نقطهٔ A و B به یک فاصله باشند، روی عمودمنصف پاره‌خط AB قرار دارند. همچنین نقاطی از صفحه که از خط d به فاصلهٔ ۳ واحد باشند، روی دو خط موازی با d و در طرفین آن واقع‌اند. تعداد نقاط برخورد عمودمنصف پاره‌خط AB و این دو خط، مطابق شکل‌های زیر است.

الف) عمودمنصف AB، هر دو خط $d_۱$ و $d_۲$ را قطع کند. در این صورت مسئله ۲ جواب دارد.

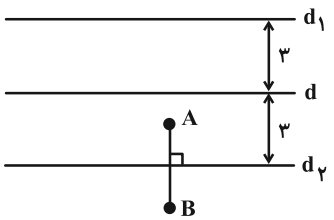
AzmonVIP



ب) عمودمنصف AB با هر دو خط d_1 و d_2 موازی باشد. در این صورت مسئله جواب ندارد.



پ) عمودمنصف AB بر یکی از دو خط d_1 یا d_2 منطبق باشد. در این صورت مسئله بی‌شمار جواب دارد.



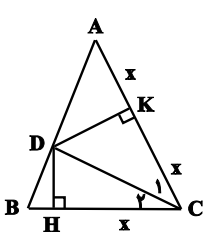
(هندسه ۱- ترسیم‌های هندسی و استدلال؛ صفحه‌های ۱۰ تا ۱۴)

۷۵- **گزینهٔ «۴»** *(احمدرضا فلاح)*

$$S_{ADC} = ۲S_{DHC} \Rightarrow \frac{۱}{۲}DK \times AC = ۲ \times \frac{۱}{۲}DH \times CH$$

$$\Rightarrow \frac{۱}{۲}DK \times ۲CH = DH \times CH \Rightarrow DK = DH$$

بنابراین CD نیمساز زاویهٔ C است.



با توجه به شکل، دو مثلث قائم‌الزاویهٔ DHC و DKC به حالت تساوی وتر و ضلع قائمه با هم هم‌نهشت‌اند و داریم:

$$CH = CK$$

از طرفی:

$$CH = \frac{AC}{۲} \Rightarrow \frac{AC}{۲} = CK \Rightarrow AK = KC$$

پس در مثلث ADC، ارتفاع DK، میانه بوده و در نتیجه نوع مثلث ADC متساوی‌الساقین است و داریم:

$$\hat{A} = \hat{C}_۱$$

از طرفی دیگر:

$$\hat{B} = \hat{C} = ۲\hat{C}_۱$$

بنابراین اگر فرض کنیم $\hat{A} = \hat{C}_۱ = \alpha$ آن‌گاه خواهیم داشت:

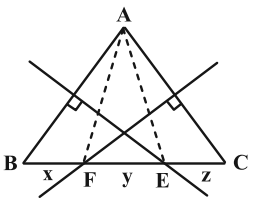
$$۲\alpha + ۲\alpha + \alpha = ۱۸۰^\circ \Rightarrow ۵\alpha = ۱۸۰^\circ \Rightarrow \alpha = ۳۶^\circ$$

(هندسه ۱- ترسیم‌های هندسی و استدلال؛ صفحه‌های ۱۱ و ۱۲)

۷۶- **گزینهٔ «۱»** *(محمدصحت‌کار)*

نقطهٔ E روی عمودمنصف AB است. پس:

$$EA = EB = ۶$$



نقطهٔ F روی عمودمنصف AC است. پس:

$$FA = FC = ۸$$

از طرفی دیگر با توجه به شکل:

$$\begin{cases} x + y = ۶ \\ y + z = ۸ \\ x + y + z = ۱۰ \end{cases} \Rightarrow x + ۲y + z = ۱۴ \Rightarrow y = ۴$$

پس $EF = ۴$ و در نتیجه محیط مثلث AEF برابر است با:

$$۶ + ۸ + ۴ = ۱۸$$

(هندسه ۱- ترسیم‌های هندسی و استدلال؛ صفحه‌های ۱۳ و ۱۴)

AzmonVIP

۷۷- **گزینهٔ «۲»** (مهرداد ملوندی)

a ، b و c موقعی می‌توانند اضلاع یک مثلث باشند که داشته باشیم:

$$\begin{cases} a < b+c \\ b < a+c \\ c < a+b \end{cases}$$

در نتیجه در این سؤال داریم:

$$\begin{cases} ۵x-۲ < (۳x+۴)+(x+۱) \Rightarrow x < ۷ \\ ۳x+۴ < (۵x-۲)+(x+۱) \Rightarrow ۳x > ۵ \Rightarrow x > \frac{۵}{۳} \\ x+۱ < (۵x-۲)+(۳x+۴) \Rightarrow ۷x > -۱ \Rightarrow x > \frac{-۱}{۷} \end{cases}$$

$$\xrightarrow{\text{اشتراک}} \frac{۵}{۳} < x < ۷$$

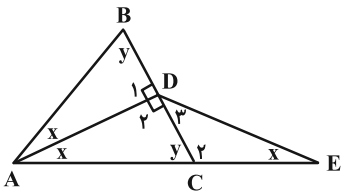
برای این‌که طول اضلاع مثلث، اعدادی صحیح باشند و محیط مثلث، بیشترین مقدار ممکن باشد، باید $x = ۶$ و در آن صورت داریم:

$$\text{اضلاع : } ۲۸ \text{ , } ۷ \text{ , } ۲۲ \Rightarrow \text{بیشترین مقدار محیط} = ۵۷$$

(هندسه ۱- ترسیم‌های هندسی و استدلال؛ صفحه‌های ۱۰، ۱۱، ۱۵ و ۱۶)

۷۸- **گزینهٔ «۴»** (افشین خاصه‌خان)

چون مثلث ABC متساوی‌الساقین است، نیمساز رأس A، عمودمنصف BC نیز خواهد بود، پس:



$$\hat{D}_۱ = \hat{D}_۲ = ۹۰^\circ \quad \overset{\Delta}{ACD} : \hat{D}_۲ > y \xrightarrow{\text{زاویهٔ برتر}} AC > AD$$

$$\begin{cases} \xrightarrow{AC=AB} AB > AD & \text{گزینهٔ (۳) :} \\ \xrightarrow{AD=DE} AC > DE & \text{گزینهٔ (۱) :} \end{cases}$$

$$\overset{\Delta}{DEC} : \begin{cases} \hat{C}_۲ = ۹۰^\circ + x \\ y = ۹۰^\circ - x \\ \text{زاویهٔ خارجی} : y = \hat{D}_۳ + x \end{cases} \Rightarrow \hat{C}_۲ > y > \hat{D}_۳$$

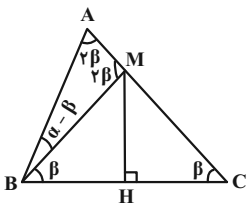
گزینهٔ (۲): $\xrightarrow{\text{زاویهٔ برتر}} DE > CE \xrightarrow{AD=DE} AD > CE$

الزاماً در مثلث متساوی‌الساقین ABC نمی‌توان نتیجه گرفت که $۲x < y$ و از آنجا $AC > BC$ را نتیجه گرفت.

(هندسه ۱- ترسیم‌های هندسی و استدلال؛ صفحه‌های ۲۰ تا ۲۲)

۷۹- **گزینهٔ «۳»** (امیر مالمیر)

نقطهٔ M روی عمودمنصف پاره‌خط BC قرار دارد، پس از دو سر این پاره خط به یک فاصله است، یعنی داریم:



$$BM = CM \xrightarrow{AB=CM} BM = AB$$

بنابراین مثلث ABM متساوی‌الساقین است. از طرفی مطابق شکل با فرض $M\hat{B}C = M\hat{C}B = \beta$ داریم:

$$\overset{\Delta}{BMC} : A\hat{M}B \text{ زاویهٔ خارجی است}$$

$$\Rightarrow A\hat{M}B = \beta + \beta = ۲\beta \xrightarrow{\overset{\Delta}{AMB}} \hat{A} = A\hat{M}B = ۲\beta$$

$$\overset{\Delta}{ABM} : \alpha - \beta + ۴\beta = ۱۸۰^\circ \Rightarrow \alpha + ۳\beta = ۱۸۰^\circ$$

$$\Rightarrow \beta = \frac{۱۸۰^\circ - \alpha}{۳} \Rightarrow \hat{C} = \frac{۱۸۰^\circ - \alpha}{۳} = ۶۰^\circ - \frac{\alpha}{۳}$$

(هندسه ۱- ترسیم‌های هندسی و استدلال؛ صفحه‌های ۱۳ و ۱۴)

۸۰- **گزینهٔ «۴»** (امیرحسین ابومحبوب)

با توجه به این‌که $\hat{A} = \frac{\hat{B}}{۲} + \hat{C}$، پس $\hat{A} > \hat{C}$. از طرفی داریم:

$$\hat{B} > ۰ : \frac{\hat{B}}{۲} < \hat{B} \Rightarrow \hat{A} + \underbrace{\frac{\hat{B}}{۲} + \hat{C}}_{\hat{A}} < \underbrace{\hat{A} + \hat{B} + \hat{C}}_{۱۸۰^\circ}$$

$$\Rightarrow ۲\hat{A} < ۱۸۰^\circ \Rightarrow \hat{A} < ۹۰^\circ$$

اما در مورد اندازهٔ زاویهٔ B نمی‌توان قضاوت کرد و این زاویه می‌تواند حاده، قائمه یا منفرجه باشد. به عنوان مثال داریم:

۱) $\hat{B} = ۸۰^\circ$, $\hat{C} = ۳۰^\circ$, $\hat{A} = ۷۰^\circ \Rightarrow$ مثلث حاده الزاویه

۲) $\hat{B} = ۹۰^\circ$, $\hat{C} = ۲۲/۵^\circ$, $\hat{A} = ۶۷/۵^\circ \Rightarrow$ مثلث قائم الزاویه

۳) $\hat{B} = ۱۰۰^\circ$, $\hat{C} = ۱۵^\circ$, $\hat{A} = ۶۵^\circ \Rightarrow$ مثلث منفرجه الزاویه

پس محل تلاقی ارتفاع‌های این مثلث، می‌تواند درون یا بیرون مثلث و یا روی یکی از رأس‌های آن باشد.

(هندسه ۱- ترسیم‌های هندسی و استدلال؛ صفحهٔ ۱۹)

AzmonVIP

ریاضیات گسسته

۸۱- **گزینهٔ «۴»** *(سوگند روشنی)*

هر چهار مورد نادرست هستند و برای آن‌ها می‌توان از مثال نقض استفاده کرد.

عکس گزارهٔ «الف» درست است، به عبارتی اگر عددی اول و بزرگ‌تر از ۳ باشد می‌توان آن را به صورت $۶k\pm۱$ نوشت ولی $k=۲۰$ مثال نقض مناسبی برای این گزاره است، زیرا $۶\times۲۰+۱=۱۲۱$ و بر ۱۱ بخشپذیر است و $۶\times۲۰-۱=۱۱۹$ و بر ۷ و ۱۷ بخشپذیر است و در نتیجه هیچکدام عدد اول نیستند.

گزارهٔ «ب»: اگر $x=\sqrt{۵}^{\sqrt{۲}}$ گویا باشد که همین عدد، مثال نقض است؛ در غیر این صورت با فرض $y=\sqrt{۲}$، عدد

$$x^y=\left(\sqrt{۵}^{\sqrt{۲}}\right)^{\sqrt{۲}}=\left(\sqrt{۵}\right)^۲=۵$$ عددی گویا است.

گزارهٔ «پ»: به ازای $n=۵$، این عدد مرکب و بر ۶۴۱ بخشپذیر است.

گزارهٔ «ت»: به ازای $n=۶$، این عدد برابر $۲^۶-۱=۶۳$ و بر ۲۱ بخشپذیر است.

(ریاضیات گسسته - آشنایی با نظریه اعداد؛ صفحه‌های ۲ و ۳)

۸۲- **گزینهٔ «۱»** *(سیرمحمدرضا حسینی‌فرد)*

با برهان خلف ثابت می‌شود اگر x گویا باشد با توجه به اینکه $x+y$ نیز گویا است آنگاه y و در نتیجه $x+۳y$ و $۲x-y$ نیز گویا خواهند بود که با فرض سؤال در تناقض است، پس x عددی گنگ است.

(ریاضیات گسسته - آشنایی با نظریه اعداد؛ صفحه‌های ۵ و ۶)

۸۳- **گزینهٔ «۱»** *(امیرحسین ابومحبوب)*

طبق روش اثبات بازگشتی داریم:

$$۳a^۲b^۲+a^۲+b^۲+۱\geq ۲a^۲b+۲ab^۲+۲ab$$

$$\Leftrightarrow (a^۲b^۲-۲a^۲b+a^۲)+(a^۲b^۲-۲ab^۲+b^۲)+(a^۲b^۲-۲ab+۱)\geq ۰$$

$$\Leftrightarrow (ab-a)^۲+(ab-b)^۲+(ab-۱)^۲\geq ۰$$

رابطهٔ اخیر بدیهی است. بنابراین داریم:

$$|x|=|ab-a|\xrightarrow{ab\geq a}|x|=ab-a \quad (۱)$$

$$|y|=|ab-b|\xrightarrow{ab\geq b}|y|=ab-b \quad (۲)$$

$$|z|=|ab-۱|\xrightarrow{ab\geq ۱}|z|=ab-۱ \quad (۳)$$

$$\xrightarrow{(۱),(۲),(۳)}|x|+|y|+|z|=۳ab-a-b-۱$$

(ریاضیات گسسته - آشنایی با نظریه اعداد؛ صفحه‌های ۶ تا ۸)

۸۴- **گزینهٔ «۲»** *(سوگند روشنی)*

اگر مجذور عددی صحیح زوج باشد، خود عدد نیز زوج است. در نتیجه:

$$\binom{n}{۲}=\frac{n(n-۱)}{۲}=\text{زوج}\Rightarrow\begin{cases}n=۴k\\ n-۱=۴k\Rightarrow n=۴k+۱\end{cases}$$

$$\begin{cases}۱۰\leq ۴k\leq ۹۹\Rightarrow ۳\leq k\leq ۲۴\Rightarrow \text{۲۲ مقدار}\\ ۱۰\leq ۴k+۱\leq ۹۹\Rightarrow ۳\leq k\leq ۲۴\Rightarrow \text{۲۲ مقدار}\end{cases}$$

بنابراین n می‌تواند ۴۴ مقدار متمایز اختیار کند.

(ریاضیات گسسته - آشنایی با نظریه اعداد؛ مشابه کار در کلاس (ب) صفحهٔ ۵)

۸۵- **گزینهٔ «۴»** *(کیوان دارابی)*

برای گزینه‌های «۱» تا «۳» مثال‌های نقض زیر وجود دارد.

۱) $A=\{۱,۲\}$ $B=\{۱\}$ $C=\{۲\}$

۲) $A=\{۱\}$ $B=\{۱,۲\}$ $C=\{۱,۳\}$

۳) $A=\{۱,۲\}$ $B=\{۲\}$ $C=\{۲,۳\}$

(ریاضیات گسسته- آشنایی با نظریهٔ اعداد؛ صفحه‌های ۲ و ۳)

۸۶- **گزینهٔ «۲»** *(رضا توکلی)*

گزینهٔ درست گزینه‌ای است که $f(\frac{\sqrt{۳}-۱}{۲})$ عدد گویا شود.

$$x=\frac{\sqrt{۳}-۱}{۲}\Rightarrow ۲x+۱=\sqrt{۳}\Rightarrow ۴x^۲+۴x+۱=۳$$

$$\Rightarrow ۲x^۲+۲x-۱=۰$$

اگر $f(x)=x^۲+x$ آن‌گاه $f(\frac{\sqrt{۳}-۱}{۲})=\frac{۱}{۲}$ می‌شود.

(ریاضیات گسسته- آشنایی با نظریهٔ اعداد؛ صفحه‌های ۲ و ۳)

AzmonVIP

۸۷- **گزینهٔ «۳»** *(سوگند روشنی)*

برای عدد صحیح a، اگر $a^۲$ زوج باشد، a نیز زوج است. بنابراین چون $(\frac{n(n+۱)}{۳})^۲$ زوج است، $\frac{n(n+۱)}{۳}$ نیز زوج است، $n(n+۱)$ حاصل‌ضرب دو عدد متوالی و قطعاً زوج است. بنابراین کافی است $n=۳k$ یا $n+۱=۳k$ باشد.

$$n=۳k \Rightarrow ۱۰۰ \le ۳k \le ۲۰۰ \Rightarrow ۳۴ \le k \le ۶۶$$

$$\Rightarrow \text{تعداد} : ۶۶-۳۴+۱=۳۳$$

$$n=۳k-۱ \Rightarrow ۱۰۰ \le ۳k-۱ \le ۲۰۰ \Rightarrow ۳۴ \le k \le ۶۷$$

$$\Rightarrow \text{تعداد} : ۳۴$$

بنابراین مجموعاً ۶۷ عدد طبیعی برای n از مجموعهٔ مورد نظر وجود دارد.

(ریاضیات گسسته- آشنایی با نظریهٔ اعداد؛ صفحهٔ ۵)

۸۸- **گزینهٔ «۱»** *(علی منصف‌شکری)*

اعداد $۳n+۱$ و $۳n+۲$ متوالی هستند و مجموع هر توانی از آن‌ها فرد است. بنابراین ab فرد و a و b هر کدام فرد هستند. در نتیجه $a^۲+b^۲$ همواره زوج است.

(ریاضیات گسسته- آشنایی با نظریهٔ اعداد؛ صفحهٔ ۵)

۸۹- **گزینهٔ «۳»** *(سوگند روشنی)*

بررسی عبارت‌ها:

عبارت اول قطعاً زوج است و با برهان خلف اثبات می‌شود. فرض می‌کنیم $(a_۱-b_۱)(a_۲-b_۲)(a_۳-b_۳)$ فرد باشد، بنابراین هر کدام از $(a_۱-b_۱)$، $(a_۲-b_۲)$ و $(a_۳-b_۳)$ فرد هستند و می‌دانیم جمع ۳ عدد فرد، فرد است.

$$a_۱-b_۱+a_۲-b_۲+a_۳-b_۳ = \text{فرد}$$

$$\Rightarrow (a_۱+a_۲+a_۳)-(b_۱+b_۲+b_۳)=۰ \quad \text{فرد} \quad \text{(تناقض)}$$

عبارت دوم نیز قطعاً زوج است. زیرا حاصل $a_۱a_۲a_۳$ و $b_۱b_۲b_۳$ با هم برابر است. در نتیجه:

$$a_۱a_۲a_۳+b_۱b_۲b_۳=۲(a_۱a_۲a_۳)$$ زوج است:

عبارت سوم نیز قطعاً زوج است زیرا $b_۲$ با یکی از اعداد $a_۱$ یا $a_۲$ یا $a_۳$ برابر است و در نتیجه یکی از پرانتزها برابر عدد صفر است. ولی عبارت چهارم می‌تواند زوج نباشد؛ مثال نقض:

$$\begin{matrix} a_۱ & a_۲ & a_۳ \\ \downarrow & \downarrow & \downarrow \\ ۲ & ۳ & ۱ \end{matrix} \qquad \begin{matrix} b_۱ & b_۲ & b_۳ \\ \downarrow & \downarrow & \downarrow \\ ۱ & ۲ & ۳ \end{matrix}$$

$$\Rightarrow ۲a_۱b_۱+a_۲b_۲+۳a_۳b_۳=۲(۲)+۶+۳(۳)=۱۹ \quad \text{فرد:}$$

(ریاضیات گسسته- آشنایی با نظریهٔ اعداد؛ صفحهٔ ۶)

۹۰- **گزینهٔ «۱»** *(علی منصف‌شکری)*

طرفین نامساوی را در ۲ ضرب می‌کنیم و خواهیم داشت:

$$۲a^۲+۲b^۲+۲k^۳ \ge ۲a+۲ab+۲b$$

$$a^۲+b^۲-۲ab+a^۲-۲a+b^۲-۲b+۲k^۳ \ge ۰$$

$$(a-b)^۲+(a-۱)^۲-۱+(b-۱)^۲-۱+۲k^۳ \ge ۰$$

$$(a-b)^۲+(a-۱)^۲+(b-۱)^۲ \ge ۲-۲k^۳$$

$$\Rightarrow ۲-۲k^۳ \le ۰ \Rightarrow k^۳ \ge ۱ \Rightarrow k \ge ۱ \Rightarrow \min(k)=۱$$

(ریاضیات گسسته- آشنایی با نظریهٔ اعداد؛ صفحه‌های ۶ تا ۸)

AzmonVIP

فیزیک ۲

۹۱- **گزینهٔ «۳»** (بهادر کامران)

در هستهٔ اتم کربن ۶ پروتون و تعدادی نوترون بدون بار وجود دارد، بنابراین بار هستهٔ اتم کربن برابر است با:

$$q = +6e = +6\times 1/6\times 10^{-19} = +9/6\times 10^{-19}C = +9/6\times 10^{-13}\mu C$$

بار الکتریکی اتم کربن یک بار یونیده $q' = +1e$ است. بنابراین:

$$q' = +1\times 1/6\times 10^{-19} = +1/6\times 10^{-19}C = +1/6\times 10^{-6}\times 10^{-13}C$$

$$\Rightarrow q' = +1/6\times 10^{-13}\mu C$$

(فیزیک ۲- الکتریسیتهٔ ساکن: صفحه‌های ۲ تا ۴)

۹۲- **گزینهٔ «۱»** (مصطفی کیانی)

می‌دانیم پس از تماس دو کرهٔ فلزی مشابه به یکدیگر، بارهای الکتریکی آن‌ها هم‌نوع و بار هرکدام برابر نصف مجموع بارهایی است که قبل از تماس با یکدیگر داشته‌اند. بنابراین، ابتدا بارهای الکتریکی بعد از تماس دوکره را می‌یابیم:

$$q_1' = q_2' = \frac{q_1+q_2}{2} \xrightarrow[q_2=-16\mu C]{q_1=4\mu C} q_1' = q_2' = \frac{4+(-16)}{2} = -6\mu C$$

اکنون، با استفاده از قانون کولن، نیروی بعد از تماس بین کره‌ها را پیدا می‌کنیم:

$$F = k\frac{|q_1||q_2|}{r^2} \Rightarrow \frac{F'}{F} = \frac{|q_1'|}{|q_1|}\times\frac{|q_2'|}{|q_2|}\times\left(\frac{r}{r'}\right)^2 \xrightarrow[F=0/1N]{r'=\frac{3}{4}r}$$

$$\frac{F'}{0/1} = \frac{6}{4}\times\frac{6}{16}\times\left(\frac{r}{\frac{3}{4}r}\right)^2 \Rightarrow F' = 0/1N$$

(فیزیک ۲- الکتریسیتهٔ ساکن: صفحه‌های ۵ و ۶)

۹۳- **گزینهٔ «۲»** (احسان محمدی)

در حالت اول، میدان الکتریکی خالص در نقطهٔ M ناشی از بارهای q_1 و q_2 است. داریم:

$$\vec{E}_1 + \vec{E}_2 = \vec{E} \qquad (1)$$

پس از حذف بار q_1، فقط میدان q_2 را داریم: $\vec{E}_2 = \frac{\vec{E}}{4}$ (۲)

از معادله‌های (۱) و (۲) می‌توان نتیجه گرفت: $\xrightarrow{(2),(1)} \vec{E}_1 = \frac{3}{4}\vec{E}$

بنابراین:

$$\frac{\vec{E}_1}{\vec{E}_2} = \frac{\frac{3}{4}\vec{E}}{\frac{1}{4}\vec{E}} \Rightarrow \vec{E}_1 = 3\vec{E}_2 \Rightarrow E_1 = 3E_2$$

$$\xrightarrow[E_2=\frac{k|q_2|}{a^2}]{E_1=\frac{k|q_1|}{(\frac{a}{2})^2}=\frac{4k|q_1|}{a^2}} \frac{4k|q_1|}{a^2} = 3\times\frac{k|q_2|}{a^2}$$

$$\Rightarrow 4|q_1| = 3|q_2| \Rightarrow \left|\frac{q_1}{q_2}\right| = \frac{3}{4}$$

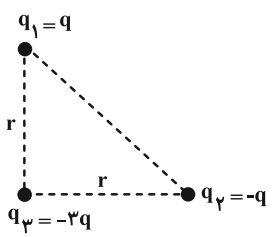
با توجه به این‌که جهت میدان‌های الکتریکی بارهای q_1 و q_2 در نقطه‌ای بین دو بار هم‌جهت است، بنابراین بارها ناهم‌نام هستند.

$$\frac{q_1}{q_2} = -\frac{3}{4}$$

(فیزیک ۲- الکتریسیتهٔ ساکن: صفحه‌های ۱۰ تا ۱۶)

۹۴- **گزینهٔ «۴»** (پوریا علاقه‌مند)

ابتدا نیروی الکتریکی بین بارهای q_1 و q_2 را می‌یابیم. با توجه به شکل زیر، فاصلهٔ بین بارهای q_1 و q_2 برابر $\sqrt{2}r$ است. بنابراین داریم:



AzmonVIP

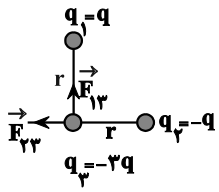
$$r_{12}=\sqrt{r^2+r^2}=\sqrt{2}r$$

$$F_{12}=k\frac{|q_1||q_2|}{r_{12}^2}\xrightarrow[r_{12}=\sqrt{2}r]{|q_2|=|q_1|=q}F_{12}=\frac{kq^2}{2r^2}=F\Rightarrow\frac{kq^2}{r^2}=2F$$

اکنون نیروهای وارد بر بار q_3 را رسم و برآیند آن‌ها را حساب می‌کنیم:

$$F_{13}=\frac{k|q_1||q_3|}{(r_{13})^2}=\frac{kq(3q)}{r^2}=\frac{3kq^2}{r^2}$$

$$\Rightarrow F_{13}=3\times 2F=6F$$



$$F_{23}=\frac{k|q_2||q_3|}{(r_{23})^2}=\frac{kq(3q)}{r^2}=\frac{3kq^2}{r^2}$$

$$\Rightarrow F_{23}=3\times 2F=6F$$

$$F_{T_3}=\sqrt{(F_{13})^2+(F_{23})^2}\Rightarrow F_{T_3}=\sqrt{(6F)^2+(6F)^2}$$

$$\Rightarrow F_{T_3}=6\sqrt{2}F$$

(فیزیک ۲- الکتریسیته ساکن؛ صفحه‌های ۵ تا ۹)

۹۵- **گزینهٔ «۱»** *(عباس اصغری)*

نیروهای وارد به گوی بالایی را رسم می‌کنیم. دو نیروی الکتریکی و وزن به آن وارد می‌شوند. چون این گوی در تعادل است، بنابراین این دو نیرو هم‌اندازه هستند.

$$F=mg\xrightarrow{q_1=q_2=q}\frac{kq^2}{r^2}=mg\xrightarrow[m=6/4\times10^{-3}kg]{r=30cm=3\times10^{-1}m}$$

$$q^2=\frac{mgr^2}{k}=\frac{6/4\times10^{-3}\times10\times9\times10^{-2}}{9\times10^9}$$

$$\Rightarrow q^2=64\times10^{-14}\Rightarrow q=8\times10^{-7}C$$

اکنون محاسبه می‌کنیم که این مقدار بار در اثر از دست دادن چه تعداد الکترون حاصل می‌شود:

$$q=ne\Rightarrow n=\frac{q}{e}$$

$$n=\frac{8\times10^{-7}}{1/6\times10^{-19}}=5\times10^{12}$$

(فیزیک ۲- الکتریسیتهٔ ساکن؛ صفحه‌های ۲ تا ۱۰)

۹۶- **گزینهٔ «۳»** *(بابک اسلامی)*

چگالی سطحی بار الکتریکی دو کره در ابتدا با هم برابر است. بنابراین داریم:

$$\sigma=\frac{Q}{A}=\frac{Q}{4\pi r^2}\Rightarrow\frac{\sigma_1}{\sigma_2}=\frac{Q_1}{Q_2}\times\left(\frac{r_2}{r_1}\right)^2$$

$$\Rightarrow 1=\frac{Q_1}{Q_2}\times5^2\Rightarrow Q_2=25Q_1$$

برای این‌که بار دو کره برابر شود، باید بار از کرهٔ دارای بار بیشتر به کرهٔ دارای بار کمتر منتقل شود. وقتی بار دو کره برابر است، طبق اصل پایستگی بار الکتریکی، می‌توان نوشت:

$$Q_1'=Q_2'=\frac{Q_1+Q_2}{2}=\frac{Q_1+25Q_1}{2}\Rightarrow Q_1'=Q_2'=13Q_1$$

بار کرهٔ بزرگتر ابتدا $Q_2=25Q_1$ است و بعد از برابر شدن بار دو کره، به $Q_2'=13Q_1$ می‌رسد. بنابراین $12Q_1$ از بار آن را به کرهٔ دیگر منتقل کرده‌ایم. در نتیجه:

$$\frac{12Q_1}{25Q_1}\times100=48\%$$

(فیزیک ۲- الکتریسیتهٔ ساکن؛ صفحه‌های ۲۹ تا ۳۲)

AzmonVIP

۹۷- **گزینهٔ «۳»** *(مهدی براتی)*

با توجه به این‌که خطوط میدان الکتریکی از بار مثبت خارج و به بار منفی وارد می‌شود و تراکم خطوط میدان نشان‌دهندهٔ اندازهٔ بار است، داریم:

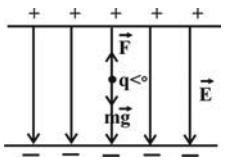
$$\begin{cases} q_1 < 0 \\ q_2 > 0 \\ |q_2| > |q_1| \end{cases}$$

بنابراین چون بارها ناهم‌نام‌اند، میدان الکتریکی در خارج از فاصلهٔ دو بار و روی خط واصل آن‌ها و نزدیک به بار با اندازهٔ کوچک‌تر می‌تواند برابر صفر می‌شود.

(فیزیک ۲- الکتریسیتهٔ ساکن؛ صفحه‌های ۱۳ تا ۱۸)

۹۸- **گزینهٔ «۲»** *(مصطفی کیانی)*

مطابق شکل، چون ذره به حالت معلق قرار دارد، بنابراین، برای خنثی کردن نیروی گرانش $(m\vec{g})$، جهت نیروی الکتریکی باید به سمت بالا باشد و چون جهت میدان الکتریکی بین دو صفحه به سمت پایین است، لذا علامت بار q باید منفی باشد. بر این اساس داریم:



$$F = mg \xrightarrow{F=|q|E} |q|E = mg \xrightarrow{E=\frac{V}{d}} |q|\frac{V}{d} = mg$$

$$\xrightarrow[d=2\times10^{-2}m\ ,\ m=10^{-3}kg]{|q|=0/4\times10^{-6}C} 0/4\times10^{-6}\times\frac{V}{2\times10^{-2}} = 10^{-3}\times10$$

$$\Rightarrow V = 500V$$

(فیزیک ۲- الکتریسیته ساکن؛ صفحه‌های ۱۹ تا ۲۱)

۹۹- **گزینهٔ «۴»** *(زهره آقامحمدی)*

با توجه به رابطهٔ اختلاف پتانسیل در جابه‌جایی بار الکتریکی داریم:

$$\Delta V = \frac{\Delta U}{q} \Rightarrow V_B - V_A = \frac{\Delta U}{q} \xrightarrow{\Delta U = -W_E}$$

$$V_B - V_A = \frac{-W_E}{q} = \frac{-10\times10^{-3}}{50\times10^{-6}} = -200V$$

بنابراین $V_B < V_A$ است. با توجه به این‌که در جهت میدان الکتریکی پتانسیل الکتریکی کاهش می‌یابد، لذا جهت میدان به‌سمت راست خواهد بود.

(فیزیک ۲- الکتریسیتهٔ ساکن؛ صفحه‌های ۲۰ تا ۲۴)

۱۰۰- **گزینهٔ «۳»** *(مصطفی کیانی)*

بنا به رابطهٔ $\Delta U = q\Delta V$، تغییر انرژی پتانسیل بار الکتریکی بین دو نقطه در میدان الکتریکی به اختلاف پتانسیل بین آن دو نقطه و بار q (با قید علامت) بستگی دارد. بنابراین، چون در هر دو حالت ΔV و q یکسان‌اند، لذا تغییر انرژی پتانسیل بار الکتریکی بین دو نقطهٔ A و B نیز یکسان خواهد بود.

(فیزیک ۲- الکتریسیتهٔ ساکن؛ صفحه‌های ۲۰ و ۲۱)

AzmonVIP

فیزیک ۲– آشنا

۱۰۱- **گزینهٔ «۱»** *(کتاب آبی)*

با توجه به جدول سری الکتریسیتهٔ مالشی، با مالش جسم A به جسم D و جسم B به جسم C، جسم‌های A و B بار مثبت و جسم‌های C و D بار منفی پیدا می‌کنند، زیرا جسم D نسبت به جسم A الکترون‌خواه‌تر و جسم C نیز نسبت به جسم B الکترون‌خواه‌تر است. بنابراین، با داشتن نوع بار جسم‌ها، شکل گزینهٔ (۱) درست است. زیرا بار جسم A مثبت و بار جسم D منفی است و قاعدتاً یکدیگر را جذب می‌کنند.

بررسی سایر گزینه‌ها:

گزینهٔ «۲»: A مثبت، C منفی و باید یکدیگر را جذب کنند.

گزینهٔ «۳»: B مثبت، D منفی و باید یکدیگر را جذب کنند.

گزینهٔ «۴»: B مثبت، C منفی و باید یکدیگر را جذب کنند.

(فیزیک ۲– الکتریسیتهٔ ساکن؛ صفحه‌های ۲ تا ۴)

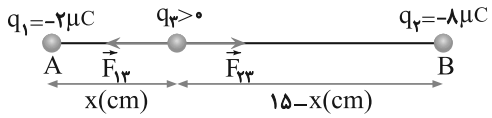
۱۰۲- **گزینهٔ «۳»** *(کتاب آبی)*

فاصلهٔ بین دو بار الکتریکی q_1 و q_2، برابر است با:

$$r=\sqrt{(x_2-x_1)^2+(y_2-y_1)^2} \xrightarrow[x_2=12cm\ ,\ y_2=0]{x_1=0\ ,\ y_1=9cm}$$

$$r=\sqrt{(12-0)^2+(0-9)^2}=15cm$$

با رسم شکل زیر با فرض مثبت بودن q_3 و توجه به اینکه به دلیل هم‌علامت بودن بارها، نقطهٔ تعادل روی خط واصل بین دو بار و نزدیک به بار با اندازهٔ کوچکتر واقع است، می‌توان نوشت:



$$F_{T,3}=0 \Rightarrow F_{13}=F_{23} \Rightarrow k\frac{|q_1||q_3|}{r_{13}^2}=k\frac{|q_2||q_3|}{r_{23}^2}$$

$$\frac{|q_1|}{r_{13}^2}=\frac{|q_2|}{r_{23}^2} \xrightarrow[r_{13}=x(cm)\ ,\ r_{23}=15-x(cm)]{|q_1|=2\mu C\ ,\ |q_2|=8\mu C} \frac{2}{x^2}=\frac{8}{(15-x)^2}$$

$$\Rightarrow \left(\frac{15-x}{x}\right)^2=4 \xrightarrow{\text{جذر}} \frac{15-x}{x}=2$$

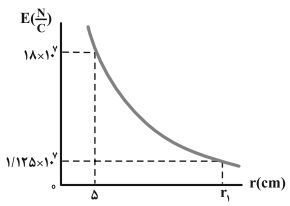
$$\Rightarrow 2x=15-x \Rightarrow 3x=15 \Rightarrow x=5cm$$

(فیزیک ۲– الکتریسیتهٔ ساکن؛ صفحه‌های ۵ تا ۱۰)

۱۰۳- **گزینهٔ «۲»** *(کتاب آبی)*

با توجه به نمودار، در فاصلهٔ ۵ سانتی‌متری بار q، اندازهٔ میدان الکتریکی برابر $E=18\times10^7\frac{N}{C}$ است. بنابراین با استفاده از رابطهٔ $E=k\frac{|q|}{r^2}$

به‌صورت زیر، اندازهٔ بار q را می‌یابیم:



$$E=k\frac{|q|}{r^2}$$

$$\xrightarrow[E=18\times10^7\frac{N}{C}]{r=5cm=5\times10^{-2}m} 18\times10^7=9\times10^9\times\frac{|q|}{25\times10^{-4}}$$

$$\Rightarrow |q|=50\times10^{-6}C \xrightarrow{10^{-6}C=1\mu C} |q|=50\mu C$$

AzmonVIP

هم‌چنین با توجه به نمودار، در فاصلهٔ r_1، اندازهٔ میدان الکتریکی برابر با $E = 1/125\times10^{7}\ \frac{N}{C}$ است. بنابراین با داشتن $|q|$ به‌صورت زیر r_1 را می‌یابیم:

$$E = k\frac{|q|}{r_1^2} \xrightarrow[|q|=50\times10^{-6}C]{E=1/125\times10^{7}\frac{N}{C}}$$

$$1/125\times10^{7} = 9\times10^{9}\times\frac{50\times10^{-6}}{r_1^2}$$

$$\Rightarrow r_1^2 = 4\times10^{-2} \Rightarrow r_1 = 2\times10^{-1}m \xrightarrow{\times10^{2}} r_1 = 20cm$$

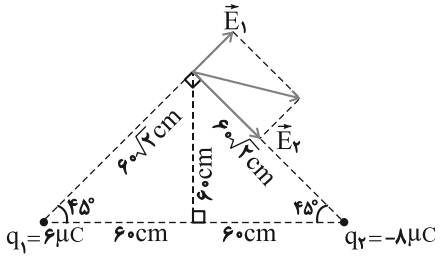
دقت کنید، برای محاسبهٔ r_1 بدون دانستن $|q|$ می‌توان از رابطهٔ مقایسه‌ای میدان الکتریکی بار نقطه‌ای به‌صورت زیر نیز استفاده کرد:

$$E = k\frac{|q|}{r^2} \xrightarrow{|q|=\text{ثابت}} \frac{E_1}{E} = (\frac{r}{r_1})^2$$

$$\Rightarrow \frac{1/125\times10^{7}}{18\times10^{7}} = (\frac{5}{r_1})^2 \Rightarrow r_1^2 = 400 \Rightarrow r_1 = 20cm$$

(فیزیک ۲- الکتریسیتهٔ ساکن؛ صفحه‌های ۱۲ و ۱۳)

۱۰۴- **گزینهٔ «۲»** *(کتاب آبی)*



با استفاده از رابطهٔ بزرگی میدان الکتریکی حاصل از یک بار نقطه‌ای، داریم:

$$E_1 = k\frac{|q_1|}{r_1^2} \xrightarrow[r_1=60\sqrt{2}cm=0/6\sqrt{2}m]{|q_1|=6\mu C=6\times10^{-6}C}$$

$$E_1 = 9\times10^{9}\times\frac{6\times10^{-6}}{(0/6\sqrt{2})^2} = 0/75\times10^{5}N/C$$

$$E_2 = k\frac{|q_2|}{r_2^2} \xrightarrow[r_2=60\sqrt{2}cm=0/6\sqrt{2}m]{|q_2|=8\mu C=8\times10^{-6}C}$$

$$E_2 = 9\times10^{9}\times\frac{8\times10^{-6}}{(0/6\sqrt{2})^2} = 1\times10^{5}N/C$$

با توجه به هندسهٔ شکل که یک مثلث قائم‌الزاویهٔ متساوی‌الساقین است، بردارهای $\vec{E}_1$ و $\vec{E}_2$ بر هم عمودند، بنابراین بزرگی میدان الکتریکی برایند برابر است با:

$$E = \sqrt{E_1^2 + E_2^2} \xrightarrow[E_2=1\times10^{5}\frac{N}{C}]{E_1=0/75\times10^{5}\frac{N}{C}}$$

$$E = \sqrt{(0/75\times10^{5})^2 + (1\times10^{5})^2}$$

$$E = \sqrt{(30/25\times10^{5})^2 + (40/25\times10^{5})^2}$$

$$\Rightarrow E = 0/25\times10^{5}\sqrt{3^2+4^2} \Rightarrow E = 1/25\times10^{5}N/C$$

(فیزیک ۲- الکتریسیتهٔ ساکن؛ صفحه‌های ۱۲ تا ۱۵)

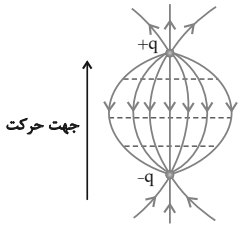
۱۰۵- **گزینهٔ «۱»** *(کتاب آبی)*

ابتدا خطوط میدان الکتریکی بین دو بار را مطابق شکل زیر رسم می‌کنیم.

می‌دانیم که تراکم خطوط میدان الکتریکی بیانگر بزرگی میدان است و هر چه فاصلهٔ خطوط میدان از هم بیشتر باشد، به این معناست که میدان الکتریکی در آن نقطه مقدار کمتری دارد.

اگر روی خط واصل دو بار از پایین (یعنی بار $-q$) به سمت بالا (یعنی بار $+q$) حرکت کنیم، خواهیم دید که فاصلهٔ بین خطوط میدان ابتدا افزایش (تا وسط دو بار) و سپس کاهش می‌یابد. پس اندازهٔ میدان الکتریکی نیز ابتدا کاهش و سپس افزایش می‌یابد.

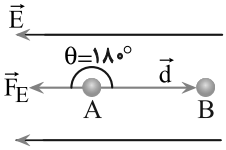
AzmonVIP



(فیزیک ۲- الکتریسیتهٔ ساکن؛ صفحه‌های ۱۷ و ۱۸)

۱۰۶- **گزینهٔ «۱»** (کتاب آبی)

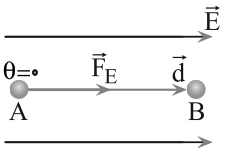
با توجه به شکل زیر، در حالت اول جهت میدان الکتریکی و جهت نیروی الکتریکی وارد بر بار مثبت به طرف چپ و جهت جابه‌جایی پروتون به طرف راست است. بنابراین، زاویهٔ بین نیرو و جابه‌جایی برابر $\theta = 180^\circ$ می‌باشد، لذا، طبق رابطهٔ $W = (F\cos\theta)d$، کار نیروی خالص وارد بر پروتون منفی است. در این حالت با استفاده از قضیهٔ کار ـ انرژی جنبشی می‌توان نوشت:



$$W_t = K_B - K_A \xrightarrow[W_t<0]{v_B=0 \Rightarrow K_B=0} -W_t = 0 - K_A$$

$$\Rightarrow W_t = K_A$$

برای حالت دوم که جای پایانه‌های باتری را عوض می‌کنیم، جهت میدان الکتریکی و جهت نیروی وارد بر پروتون، هم‌جهت با جابه‌جایی آن است، لذا $\theta = 0$ می‌شود، در نتیجه، $W_t > 0$ خواهد بود. در این حالت داریم:



$$W_t = K_B - K_A \xrightarrow{W_t = K_A} K_A = K_B - K_A$$

$$\Rightarrow 2K_A = K_B \xrightarrow{K=\frac{1}{2}mv^2} 2\times\frac{1}{2}mv_A^2 = \frac{1}{2}mv_B^2$$

$$\Rightarrow v_B^2 = 2v_A^2 \Rightarrow v_B = \sqrt{2}v_A \xrightarrow{v_A = 2\times10^4\,m/s}$$

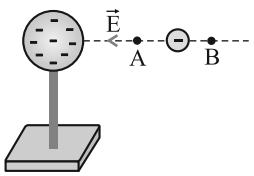
$$v_B = 2\sqrt{2}\times10^4\,m/s$$

(فیزیک ۲- الکتریسیتهٔ ساکن؛ صفحه‌های ۲۱ تا ۲۳)

۱۰۷- **گزینهٔ «۱»** (کتاب آبی)

می‌دانیم، جهت خطوط میدان الکتریکی برای یک بار منفی به طرف بار الکتریکی است. از طرف دیگر، می‌دانیم با حرکت در جهت خطوط میدان الکتریکی پتانسیل الکتریکی نقاط کاهش و برعکس، با حرکت در خلاف جهت میدان پتانسیل نقاط افزایش می‌یابد. بنابراین، با توجه به شکل زیر، با حرکت از A تا B، چون در خلاف جهت میدان الکتریکی حرکت می‌کنیم، پتانسیل نقاط افزایش می‌یابد، لذا $V_B > V_A$ است و $V_B - V_A > 0$ می‌باشد.

همچنین، چون بار منفی درخلاف جهت میدان الکتریکی می‌تواند آزادانه حرکت نماید، انرژی پتانسیل الکتریکی آن کاهش می‌یابد یا می‌توان گفت:



$$\Delta U = q(V_B - V_A) \xrightarrow[q<0]{V_B - V_A > 0} \Delta U < 0$$

(فیزیک ۲- الکتریسیتهٔ ساکن؛ صفحه‌های ۲۱ تا ۲۴)

AzmonVIP

۱۰۸- **گزینهٔ «۲»** *(کتاب آبی)*

موارد «الف» و «ب» صحیح هستند.

حال به بررسی موارد نادرست می‌پردازیم:

پ) پتانسیل الکتریکی نقاط درون جسم رسانای باردار منـزوی مقـدار ثـابتی است و الزاماً صفر نیست.

ت) توجه کنید که سطح رسانا، همواره یک سطح هم‌پتانسیل است.

(فیزیک ۲- الکتریسیتهٔ ساکن؛ صفحه‌های ۲۷ تا ۳۰)

۱۰۹- **گزینهٔ «۴»** *(کتاب آبی)*

چون انرژی پتانسیل الکتریکی بار الکتریکی منفی $(q=-۲۰nC)$ افـزایش یافته است، لذا بار در جهت میـدان الکتریکـی (از A بـه B) حرکـت نمـوده است. در این حالت با استفاده از رابطهٔ زیر داریم:

$$\Delta V=\frac{\Delta U_E}{q}\Rightarrow V_B-V_A=\frac{\Delta U_E}{q}\xrightarrow[\Delta U_E=۲mJ=۲\times۱۰^{-۳}J]{q=-۲۰nC=-۲۰\times۱۰^{-۹}C}$$

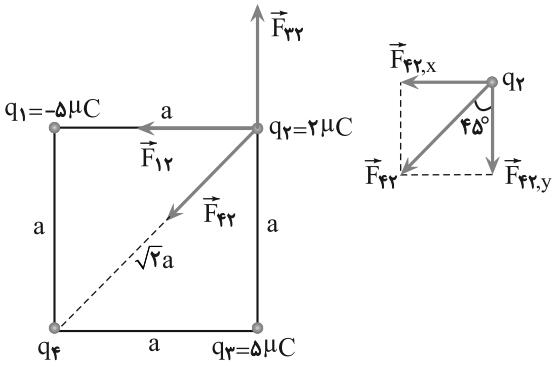
$$V_B-V_A=\frac{۲\times۱۰^{-۳}}{-۲۰\times۱۰^{-۹}}=-۱۰^{۵}V$$

دقت کنید، با توجه به اینکه در جهت میـدان الکتریکـی، پتانسـیل الکتریکـی نقاط میدان کاهش می‌یابد، لذا علامت تغییر پتانسیل الکتریکـی منفـی اسـت، بنابراین، بدون محاسبات نیز می‌توان به جواب درست رسید.

(فیزیک ۲- الکتریسیتهٔ ساکن؛ صفحه‌های ۲۱ تا ۲۴)

۱۱۰- **گزینهٔ «۴»** *(کتاب آبی)*

چون نیروی خالص وارد بـر $q_۲$ برابـر $\vec{F}=(-۱۸N)\vec{i}$ و فقـط مؤلفـهٔ $\vec{i}$ دارد، بنابراین مؤلفه‌های $\vec{j}$ نیروها همدیگر را خنثی کرده‌اند. در ایـن حالـت با توجه به شکل داریم:



$$|\vec{F}_{۳۲}|=|\vec{F}_{۴۲,y}|\xrightarrow{F_{۴۲,y}=F_{۴۲}\cos۴۵^\circ}$$

$$\Rightarrow|\vec{F}_{۳۲}|=|\vec{F}_{۴۲}|\cos۴۵^\circ\xrightarrow{F=k\frac{|q||q'|}{r^۲}}$$

$$\Rightarrow k\frac{|q_۳||q_۲|}{r_{۳۲}^۲}=k\frac{|q_۴||q_۲|}{r_{۴۲}^۲}\times\cos۴۵^\circ\xrightarrow[r_{۴۲}=\sqrt{۲}a\ ,\ \cos۴۵^\circ=\frac{\sqrt{۲}}{۲}]{r_{۳۲}=a\ ,\ q_۳=۵\mu C}$$

$$\frac{۵}{a^۲}=\frac{|q_۴|}{(\sqrt{۲}a)^۲}\times\frac{\sqrt{۲}}{۲}\Rightarrow|q_۴|=۱۰\sqrt{۲}\mu C$$

در مورد علامت بار $q_۴$، همان‌طور که در شکل نیز مشخص است، مؤلفهٔ قائم برایند نیروهای وارد بر $q_۲$ در صورتی می‌تواند صفر شود کـه بـار الکتریکـی $q_۴$ منفی باشد و به بار $q_۲$ نیروی جاذبه وارد کند. بنابراین داریم:

$$q_۴=-۱۰\sqrt{۲}\mu C$$

(فیزیک ۲- الکتریسیتهٔ ساکن؛ صفحه‌های ۵ تا ۱۰)

AzmonVIP

فیزیک ۱

۱۱۱- **گزینهٔ «۲»** *(مصطفی کیانی)*

به بررسی عبارات می‌پردازیم:

الف) نادرست است. در مدل‌سازی می‌توان از اثرهای جزئی صرف‌نظر کرد.

ب) نادرست است. اصلاح نظریه‌های فیزیکی نه تنها نقطه‌ضعف نیست، بلکه نقطه قوت علم فیزیک می‌باشد.

پ) درست است. فیزیک یکی از بنیادی‌ترین دانش‌ها و شالودهٔ تمام مهندسی‌ها و فناوری‌هایی است که به‌طور مستقیم و غیرمستقیم در زندگی ما نقش دارند.

ت) درست است. اولین مدل اتمی را دالتون در سال ۱۸۰۷ میلادی و به شکل توپ بیلیارد ارائه داد.

(فیزیک ۱- فیزیک و اندازه‌گیری؛ صفحه‌های ۲ تا ۶)

۱۱۲- **گزینهٔ «۳»** *(میلاد نقوی)*

با استفاده از تبدیل زنجیره‌ای، می‌توان نوشت:

$$۱۶۵۰\frac{g.m.cm.dm^۲}{mL.s^۲}=۱۶۵۰\frac{g.m.cm.dm^۲}{mL.s^۲}\times\frac{۱kg}{۱۰^۳g}\times\frac{۱m}{۱۰^۲cm}$$

$$\times\left(\frac{۱m}{۱۰dm}\right)^۲\times\frac{۱mL}{۱۰^{-۳}L}\times\frac{۱L}{۱۰^{-۳}m^۳}$$

$$=۱۶۵۰\times\frac{۱}{۱۰}=۱۶۵\frac{kg.m}{s^۲}=۱۶۵N$$

(فیزیک ۱- فیزیک و اندازه‌گیری؛ صفحه‌های ۶ تا ۱۳)

۱۱۳- **گزینهٔ «۱»** *(عبدالرضا امینی‌نسب)*

در دستگاه اندازه‌گیری SI، هفت کمیت طول، جرم، زمان، مقدار ماده، شدت جریان، دما و شدت روشنایی به عنوان کمیت‌های اصلی انتخاب شده‌اند و یکاهای اندازه‌گیری آن‌ها به‌ترتیب متر، کیلوگرم، ثانیه، مول، آمپر، کلوین و کندلا است. بقیهٔ کمیت‌ها و یکاهای آن‌ها به عنوان کمیت‌ها و یکاهای فرعی در نظر گرفته می‌شوند.

(فیزیک ۱- فیزیک و اندازه‌گیری؛ صفحه‌های ۶ و ۷)

۱۱۴- **گزینهٔ «۲»** *(مصطفی کیانی)*

دقت اندازه‌گیری ریزسنج دیجیتال برابر $۰/۰۰۱mm$ است که معادل $۰/۰۰۰۱\ cm$ سانتی‌متر می‌باشد.

دقت کنید، $۱\ mm=۰/۱\ cm$ است.

(فیزیک ۱- صفحه‌های ۱۴ تا ۱۷)

۱۱۵- **گزینهٔ «۲»** *(علیرضا گونه)*

کمیت‌های سرعت و نیرو، برداری‌اند و کمیت‌های جرم و جریان الکتریکی نرده‌ای هستند. بنابراین، تعداد دو کمیت برداری می‌باشند.

(فیزیک ۱- فیزیک و اندازه‌گیری؛ صفحهٔ ۶)

۱۱۶- **گزینهٔ «۳»** *(عبدالرضا امینی‌نسب)*

ابتدا شعاع کره را می‌یابیم:

$$m=\rho V\xrightarrow{V=\frac{۴}{۳}\pi r^۳}m=\rho\times\frac{۴}{۳}\pi r^۳\xrightarrow[m=۱۰/۸kg=۱۰۸۰۰g]{\rho=۲/۷\frac{g}{cm^۳}}$$

AzmonVIP

$$۱۰۸۰۰ = ۲/۷ \times \frac{۴}{۳} \times ۳ \times r^۳ \Rightarrow r^۳ = ۱۰۰۰ \Rightarrow r = ۱۰cm$$

اکنون مساحت سطح کره را می‌یابیم:

$$A = ۴\pi r^۲ = ۴ \times ۳ \times ۱۰۰ = ۱۲۰۰cm^۲$$

(فیزیک ۱ - فیزیک و اندازه‌گیری؛ صفحه‌های ۱۶ تا ۱۸)

۱۱۷- **گزینهٔ «۲»** *(بهادر کامران)*

ابتدا به کمک رابطهٔ $\rho = \frac{m}{V}$، حجم واقعی کره را محاسبه می‌کنیم:

$$\rho = \frac{m}{V} \xrightarrow{\rho = ۸ \frac{kg}{L} = ۸۰۰۰ \frac{kg}{m^۳}} ۸۰۰۰ = \frac{۲۸}{V}$$

$$\Rightarrow V = \frac{۲۸}{۸ \times ۱۰^۳} = ۳/۵ \times ۱۰^{-۳} m^۳$$

از طرفی می‌دانیم، حجم واقعی کره به کمک رابطهٔ زیر محاسبه می‌شود:

$$\text{حجم واقعی کره} = V_{\text{ظاهری}} - V_{\text{حفره}} = \frac{۴}{۳}\pi R^۳ - \frac{۴}{۳}\pi(\frac{R}{۲})^۳$$

$$\xrightarrow{\pi \simeq ۳} ۳/۵ \times ۱۰^{-۳} = \frac{۴}{۳} \times ۳ \times (R^۳ - \frac{R^۳}{۸}) = ۳/۵R^۳$$

$$\Rightarrow ۱۰^{-۳} = R^۳ \Rightarrow R = ۱۰^{-۱} m = ۰/۱m = ۱۰cm$$

(فیزیک ۱- صفحه‌های ۱۶ و ۲۲)

۱۱۸- **گزینهٔ «۴»** *(زهره آقامحمدی)*

ابتدا یکای چگالی مخلوط را بر حسب $\frac{kg}{L}$ می‌نویسیم.

$$\rho = ۹۰۰ \frac{kg}{m^۳} \times \frac{m^۳}{۱۰۰۰L} = ۰/۹ \frac{kg}{L}$$

با توجه به رابطهٔ چگالی مخلوط داریم:

$$\rho_{\text{مخلوط}} = \frac{m_۱ + m_۲}{V_۱ + V_۲} \xrightarrow{V = \frac{m}{\rho}} \rho_{\text{مخلوط}} = \frac{m_۱ + m_۲}{\frac{m_۱}{\rho_۱} + \frac{m_۲}{\rho_۲}}$$

$$\Rightarrow ۰/۹ = \frac{m_۱ + m_۲}{\frac{m_۱}{۱/۲} + \frac{m_۲}{۰/۸}} \Rightarrow \frac{۳}{۴}m_۱ + \frac{۹}{۸}m_۲ = m_۱ + m_۲ \Rightarrow \frac{m_۱}{m_۲} = \frac{۱}{۲}$$

(فیزیک ۱- صفحه‌های ۲۱ و ۲۲)

۱۱۹- **گزینهٔ «۳»** *(زهره آقامحمدی)*

با استفاده از روش تبدیل زنجیره‌ای، داریم:

$$۲/۵ \times ۱۰^۵ \frac{\mu J}{ns} \times \frac{۱۰^{-۶} J}{۱\mu J} \times \frac{۱ns}{۱۰^{-۹} s} = ۲/۵ \times ۱۰^۸ \frac{J}{s} \xrightarrow{[J] = \frac{kg.m^۲}{s^۲}}$$

$$۲/۵ \times ۱۰^۸ \frac{J}{s} = ۲/۵ \times ۱۰^۸ \frac{kg.m^۲}{s^۳}$$

(فیزیک ۱- فیزیک و اندازه‌گیری؛ صفحه‌های ۱۰ تا ۱۲)

۱۲۰- **گزینهٔ «۳»** *(محمدعلی راست‌پیمان)*

چون جرم‌های مساوی از هر سه مایع انتخاب شده است، طبق رابطهٔ چگالی $\left(\rho = \frac{m}{V}\right)$، مایعی که دارای بیش‌ترین حجم است، کمترین چگالی را خواهد داشت و در بالا قرار خواهد گرفت (مایع C) و مایعی که دارای کمترین حجم است، بیش‌ترین چگالی را خواهد داشت و در پایین‌ترین قسمت قرار خواهد گرفت (مایع B). مایع سوم (A) هم بین این دو مایع قرار خواهد گرفت.

(فیزیک ۱- فیزیک و اندازه‌گیری؛ صفحه‌های ۱۶ تا ۱۸)

AzmonVIP

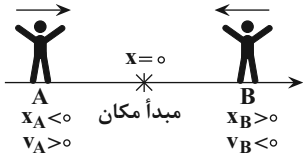
فیزیک ۳

۱۲۱- **گزینهٔ «۲»** *(بهادر کامران)*

هرگاه متحرک به مبدأ مکان نزدیک شود، بردار مکان و بردار سرعت آن در دو سوی مخالف خواهند بود. بنابراین فقط مورد (ب) درست است.

در ضمن، تا نوع حرکت متحرک معلوم نباشد، نمی‌توان در مورد جهت بردار سرعت و بردار شتاب اظهارنظر نمود.

یادآوری: علامت سرعت نشان‌دهندهٔ جهت حرکت متحرک است. اگر متحرک در جهت محور x حرکت کند، علامت سرعت آن مثبت و اگر در خلاف جهت محور x حرکت کند، علامت سرعت آن منفی خواهد بود.



(فیزیک ۳- حرکت بر خط راست؛ صفحه‌های ۳ تا ۱۵)

۱۲۲- **گزینهٔ «۳»** *(فرشید رسولی)*

طبق رابطهٔ سرعت متوسط $v_{av}=\frac{\Delta x}{\Delta t}$، می‌توانیم با محاسبهٔ جابه‌جایی متحرک و تقسیم آن بر مدت زمان طی‌شدن آن جابه‌جایی، سرعت متوسط متحرک را به‌دست آوریم. با توجه به معادلهٔ مکان - زمان متحرک، جابه‌جایی آن را در بازه‌های زمانی مشخص شده، پیدا می‌کنیم. دقت کنید، منظور از ثانیهٔ دوم حرکت، بازهٔ زمانی بین $t_1=1s$ تا $t_2=2s$ می‌باشد. بنابراین:

$$t_1=1s \Rightarrow x_1=1^2-4\times1+4=1m$$

$$t_2=2s \Rightarrow x_2=2^2-4\times2+4=0$$

$$\Rightarrow v_{av}=\frac{x_2-x_1}{t_2-t_1}=\frac{0-1}{2-1}=-1\frac{m}{s}$$

و منظور از ۲ ثانیهٔ اول حرکت، بازهٔ زمانی $t'_1=0$ تا $t_2=2s$ است. بنابراین:

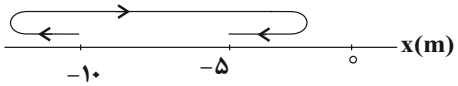
$$\begin{cases}t'_1=0\Rightarrow x'_1=4m\\ t_2=2s\Rightarrow x_2=0m\end{cases}\Rightarrow v'_{av}=\frac{x_2-x'_1}{t_2-t'_1}=\frac{0-4}{2-0}=-2\frac{m}{s}$$

$$\frac{|v_{av}|}{|v'_{av}|}=\frac{1}{2}$$

(فیزیک ۳- حرکت بر خط راست؛ صفحه‌های ۲ تا ۶)

۱۲۳- **گزینهٔ «۲»** *(امیرحسین برادران)*

با توجه به بردارهای مکان و سرعت، ساده‌ترین مسیر حرکت مطابق شکل زیر است.



اکنون با توجه به شکل بالا گزاره‌ها را بررسی می‌کنیم.

الف) درست؛ در لحظاتی که جهت حرکت متحرک تغییر کرده است، تندی متحرک صفر شده است. بنابراین حداقل دو بار تندی متحرک، برابر صفر شده است.

ب) نادرست؛ با توجه به اینکه در لحظهٔ $t_2=5s$ متحرک در جهت منفی از مکان $x_2=-5m$ عبور می‌کند، بنابراین در این لحظه متحرک در حال دورشدن از مبدأ مکان است.

پ) درست؛ جهت بردار مکان متحرک زمانی تغییر می‌کند که متحرک از مبدأ مکان عبور کند. با توجه به این‌که مسافت طی شده توسط متحرک در این بازهٔ زمانی $9m$ است. بنابراین متحرک از مبدأ مکان $(x=0)$ عبور نمی‌کند و لذا جهت بردار مکان آن تغییر نمی‌کند.

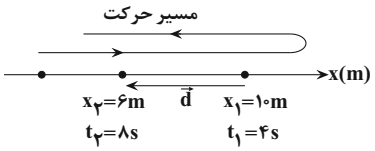
ت) نادرست؛ با توجه به رابطهٔ سرعت متوسط داریم:

$$\vec{v}_{av}=\frac{(x_2-x_1)\vec{i}}{t_2-t_1}\xrightarrow[x_1=-10m,t_1=2s]{x_2=-5m,t_2=5s}\vec{v}_{av}=(\frac{5}{3}\frac{m}{s})\vec{i}$$

(فیزیک ۳- حرکت بر خط راست؛ صفحهٔ ۱ تا ۱۰)

۱۲۴- **گزینهٔ «۲»** *(امیرعلی حاتم‌خانی)*

با توجه به شکل هر یک از موارد داده شده را بررسی می‌کنیم:



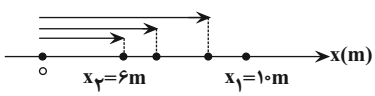
با توجه به شکل فوق، چون متحرک در لحظهٔ $t_1=4s$ در مکان $x_1=10m$ است و فقط یک‌بار تغییر جهت داده است، قطعاً در مکان‌های $x>10m$ یا $x=10m$ این تغییر جهت رخ داده است؛ با توجه به این توضیحات:

الف) نادرست است. در صورتی‌که متحرک در لحظهٔ $t_1=4s$ تغییر جهت دهد، در بازهٔ زمانی $4s$ تا $8s$ (چهار ثانیهٔ دوم) طول بردار مکان همواره کاهش می‌یابد.

ب) درست است. با توجه به شکل جهت بردار جابه‌جایی $(\vec{d})$ در خلاف جهت محور x است.

پ) نادرست. اگر بردار سرعت متحرک در لحظهٔ $t_1=4s$ در جهت منفی محور x ها باشد، در این صورت قبل از لحظهٔ $t=4s$ جهت حرکت متحرک تغییر کرده است.

ت) درست است؛ چون در بازهٔ زمانی $4s\le t\le 8s$ مکان متحرک در x های مثبت قرار دارد، بنابراین بردار مکان همواره در سوی مثبت محور x است.



بنابراین، ۲ عبارت از عبارت‌های داده شده درست است.

(فیزیک ۳- حرکت بر خط راست؛ صفحه‌های ۲ تا ۵)

AzmonVIP

۱۲۵- **گزینهٔ «۱»** *(امیررضا صدریکتا)*

متحرک در بازهٔ زمانی $۲s$ تا $۶s$ و $۸s$ تا $۱۱s$ در خلاف جهت محور حرکت کرده است؛ بنابراین، در مجموع $۷s$ در خلاف جهت محور حرکت کرده است.

$$\Delta t = (۶-۲)+(۱۱-۸) = ۴+۳ = ۷s$$

(فیزیک ۳- حرکت بر خط راست؛ صفحه‌های ۲ تا ۱۰)

۱۲۶- **گزینهٔ «۳»** *(مهدی براتی)*

ابتدا مسافت طی شده و به دنبال آن، تندی متوسط را می‌یابیم. با توجه به مسیر حرکت، مسافت طی شده توسط متحرک در کل حرکت برابر است با:

$$\ell = |-۲۰-۲۰|+|۵-(-۲۰)| = ۴۰+۲۵ = ۶۵m$$

تندی متوسط برابر است با: $s_{av} = \frac{\ell}{\Delta t} = \frac{۶۵}{۱۰} = ۶/۵\frac{m}{s}$

(فیزیک ۳- حرکت بر خط راست؛ صفحه‌های ۲ تا ۸)

۱۲۷- **گزینهٔ «۳»** *(بهادر کامران)*

در نمودار سرعت – زمان، لحظاتی که نمودار به محور افقی نزدیک می‌شود، تندی آن کاهش می‌یابد (از صفر تا $t_۱$ و از $t_۲$ تا $t_۳$). از طرفی، شیب خط مماس بر نمودار سرعت – زمان، شتاب آن را نشان می‌دهد. از $t_۲$ تا $t_۴$ شیب نمودار و درنتیجه شتاب آن مثبت و در جهت محور x می‌باشد. بنابراین، از $t_۲$ تا $t_۳$ تندی در حال کاهش و شتاب آن در جهت محور x است.

(فیزیک ۳- حرکت بر خط راست؛ صفحه‌های ۹ تا ۱۲)

۱۲۸- **گزینهٔ «۲»** *(مصطفی کیانی)*

می‌دانیم شیب خط مماس بر نمودار مکان- زمان برابر سرعت لحظه‌ای متحرک است. بنابراین، چون در لحظه‌های $t_۳$ و $t_۵$، شیب خط مماس بر نمودار مکان- زمان صفر است، لذا در این لحظه‌ها سرعت نیز صفر می‌باشد. بنابراین داریم:

$$a_{av} = \frac{v_{۵s}-v_{۳s}}{\Delta t} = \frac{۰-۰}{۵-۳} = ۰\frac{m}{s^۲}$$

در سایر بازه‌های زمانی داده شده در گزینه‌ها $\Delta v \neq ۰$ است، لذا $a_{av} \neq ۰$ می‌باشد.

(فیزیک ۳- حرکت بر خط راست؛ صفحه‌های ۱۰ و ۱۱)

۱۲۹- **گزینهٔ «۴»** *(سیدابوالفضل خالقی)*

طول مسیرهای رفت و برگشت یکسان و برابر با Δx است. با توجه به رابطهٔ سرعت متوسط، زمان طی هر مرحله را محاسبه می‌کنیم:

$$v_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t} \Rightarrow \begin{cases} ۸ = \frac{\Delta x}{\Delta t_۱} \Rightarrow \Delta t_۱ = \frac{\Delta x}{۸} \\ ۴ = \frac{\Delta x}{\Delta t_۲} \Rightarrow \Delta t_۲ = \frac{\Delta x}{۴} \end{cases}$$

اکنون از رابطهٔ تندی متوسط استفاده می‌کنیم:

$$s_{av} = \frac{l}{\Delta t} = \frac{\Delta x+\Delta x}{\Delta t_۱+\Delta t_۲} = \frac{۲\Delta x}{\frac{\Delta x}{۸}+\frac{\Delta x}{۴}} \Rightarrow s_{av} = \frac{۱۶}{۳}\frac{m}{s}$$

(فیزیک ۳- حرکت بر خط راست؛ صفحه‌های ۲ تا ۶)

۱۳۰- **گزینهٔ «۴»** *(شهرام آزاد)*

شیب خط مماس بر نمودار مکان-زمان در لحظهٔ $t = ۲s$ صفر است. بنابراین داریم:

$$t_۱ = ۲s \Rightarrow v_۱ = ۰$$

اکنون سرعت در لحظهٔ $t_۲ = ts$ را می‌یابیم:

$$a_{av} = \frac{v_۲-v_۱}{t_۲-t_۱} \Rightarrow -\frac{۱}{۲} = \frac{v_۲-۰}{t-۲} \Rightarrow v_۲ = -\frac{t}{۲}+۱$$

در آخر، با استفاده از شیب خط مماس بر نمودار در لحظهٔ t که برابر $v_۲$ است، t را می‌یابیم:

$$v_۲ = \text{شیب خط} = \frac{۰-۴}{۸-t} \Rightarrow -\frac{t}{۲}+۱ = \frac{-۴}{۸-t}$$

$$\Rightarrow -۴t+۸+\frac{t^۲}{۲}-t = -۴ \Rightarrow t^۲-۱۰t+۲۴ = ۰$$

$$\Rightarrow (t-۶)(t-۴) = ۰ \Rightarrow \begin{cases} t = ۶s \\ t = ۴s \end{cases}$$

(فیزیک ۳- حرکت بر خط راست؛ صفحه‌های ۹ تا ۱۱)

AzmonVIP

شیمی ۲

۱۳۱- **گزینهٔ «۳»** (میرحسین حسینی)

فقط مورد چهارم نادرست است.

بررسی همهٔ موارد:

مورد اول: عنصر L، $_{9}F$ (فلوئور) است که بیش‌ترین خاصیت نافلزی را در بین تمام عناصر جدول دوره‌ای دارد.

مورد دوم:

$$\left.\begin{array}{l} {}_{12}E: 1s^2 2s^2 2p^6 3s^2 \rightarrow \text{۴ زیرلایه} \\ {}_{34}K: 1s^2 2s^2 2p^6 3s^2 3p^6 3d^{10} 4s^2 4p^4 \rightarrow \text{۸ زیرلایه} \end{array}\right\} \Rightarrow 8-4=4$$

مورد سوم: گسترش صنایع الکترونیک مدیون ویژگی نیمه‌رسانایی سیلیسیم ($_{14}Si$) است.

مورد چهارم: خصلت فلزی عنصر D، بیش‌تر از عنصر E می‌باشد و آسان‌تر از آن به کاتیون تبدیل می‌شود.

مورد پنجم: F و D (فلزهای گروه یک جدول) با I (نافلز گروه ۱۵ با ظرفیت ۳) و L (نافلز گروه ۱۷ با ظرفیت یک) ترکیب یونی می‌سازند.

(شیمی ۲- قدر هدایای زمینی را بدانیم؛ صفحه‌های ۲، ۶ تا ۱۰)

۱۳۲- **گزینهٔ «۲»** (میرحسین حسینی)

مورد اول و دوم صحیح می‌باشد.

بررسی همهٔ موارد:

درستی مورد اول: آهن اغلب در طبیعت به شکل اکسید (ترکیب‌های اکسیژن‌دار) یافت می‌شود.

درستی مورد دوم: طلا تنها فلزی است که به شکل کلوخه‌ها و رگه‌های زرد لابه‌لای خاک یافت می‌شود. فلزهایی مانند پلاتین، پالادیم، نقره و مس هم به شکل آزاد در طبیعت وجود دارند.

نادرستی مورد سوم: فقط برخی نافلزها مانند اکسیژن و نیتروژن و گوگرد به شکل آزاد در طبیعت وجود دارند.

نادرستی مورد چهارم: در دنیای صنعتی امروز، بیشترین مصرف سالیانه مربوط به آهن است که جزو فلزات می‌باشد.

نادرستی مورد پنجم: طلا برخلاف نقره و مس، تنها به شکل آزاد در طبیعت وجود دارد.

(شیمی ۲- قدر هدایای زمینی را بدانیم؛ صفحه‌های ۱۴ تا ۱۸)

۱۳۳- **گزینهٔ «۴»** (رسول عابدینی‌زواره)

بررسی گزینه‌ها:

گزینهٔ «۱»: عدد اتمی هشتمین عنصر واسطهٔ دورهٔ چهارم ۲۸ است.

$$_{28}Ni: 1s^2 \underbrace{2s^2\ 2p^6}_{\text{لایهٔ دوم ۸ الکترون}}\ \underbrace{3s^2 3p^6 3d^8 4s^2}_{\text{لایهٔ سوم ۱۶ الکترون}}$$

گزینهٔ «۲»: دومین عنصر واسطهٔ دورهٔ چهارم ۲۲ الکترون دارد.

$$_{22}Ti: 1s^2 2s^2 2p^6 3s^2 3p^6 3d^2 4s^2$$

در این عنصر علاوه بر زیرلایه‌های ۱s، ۲s و ۳s و ۴s زیرلایهٔ ۳d نیز دو الکترونی است که از سایر عناصر واسطه بیشتر می‌باشد. (در مجموع ۵ زیرلایهٔ ۲ الکترونی)

گزینهٔ «۳»: در $_{29}Cu$ و $_{24}Cr$ زیرلایهٔ ۴s یک الکترونی است. بنابراین فقط ۳ زیرلایهٔ ۲ الکترونی دارد.

گزینهٔ «۴»: ششمین عنصر واسطهٔ دورهٔ چهارم آهن است که اکسیدهای طبیعی FeO و Fe_2O_3 را دارد. (نادرستی گزینهٔ ۴)

(شیمی ۲- قدر هدایای زمینی را بدانیم؛ صفحه‌های ۱۴ تا ۱۶ و ۱۹)

۱۳۴- **گزینهٔ «۴»** (محسن هاری)

چون واکنش ۱ انجام می‌شود، پس واکنش‌پذیری $A > B$

چون واکنش ۲ انجام نمی‌شود، پس واکنش‌پذیری $D > C$

چون واکنش ۳ انجام می‌شود، پس واکنش‌پذیری $B > D$

با توجه به مقایسهٔ انجام شده برای واکنش‌پذیری هالوژن‌ها و ترکیب این مقایسه‌ها به نتیجهٔ زیر می‌رسیم: $A > B > D > C$ واکنش‌پذیری

درنتیجه A، B، D و C به‌ترتیب عناصر فلوئور، کلر، برم و ید هستند.

(شیمی ۲- قدر هدایای زمینی را بدانیم؛ صفحه‌های ۱۳، ۱۴، ۲۰ و ۲۱)

۱۳۵- **گزینهٔ «۴»** (امیرمحمد سعیدی)

با توجه به غلظت نهایی یون A^+، شمار مول‌های ANO_2 تولیدی در واکنش محاسبه می‌شود:

$$ppm_{A^+} = \frac{\text{جرم حل‌شونده g}}{\text{جرم محلول g}} \times 10^6$$

$$\Rightarrow 232 = \frac{x}{20 \times 1000} \times 10^6 \Rightarrow x = 4/64 g A^+$$

$$?molANO_2 = 4/64 g A^+ \times \frac{1 mol A^+}{29 g A^+} \times \frac{1 mol ANO_2}{1 mol A^+}$$

$$= 0/16 mol ANO_2$$

اکنون با استفاده از مقدار ANO_2 تولیدشده می‌توان جرم ANO_3 تجزیه شده طی واکنش را به‌دست آورد:

$$2ANO_3(s) \rightarrow 2ANO_2(s) + O_2(g)$$

$$?g ANO_3 = 0/16 mol ANO_2 \times \frac{2 mol ANO_3}{2 mol ANO_2} \times \frac{91 g ANO_3}{1 mol ANO_3}$$

$$= 14/56 g ANO_3$$

$$\Rightarrow \text{درصد خلوص} = \frac{\text{خالص } 14/56 g}{\text{ناخالص } 36/4 g} \times 100 = \%40$$

(شیمی ۲- قدر هدایای زمینی را بدانیم؛ صفحه‌های ۲۲ تا ۲۵)

AzmonVIP

۱۳۶- **گزینهٔ «۲»** *(آرمین عظیمی)*

در ردیف چهارم یک عنصر گازی $(_{۳۶}Kr)$ وجود دارد و کلر دارای دو ایزوتوپ طبیعی می‌باشد.

بررسی سایر گزینه‌ها:

۱) در بین عناصر دورهٔ سوم، $_{۱۶}S$ و $_{۱۸}Ar$ به‌صورت آزاد در طبیعت یافت می‌شود.

۳) شبه‌فلزها مانند مرزی بین فلزات و نافلزات قرار دارند و نافلزات در یک گروه زیر شبه‌فلزات قرار دارند.

۴) دوره سوم ۸ عنصر دارد و گنجایش لایه دوم الکترونی برابر $۲\times(۲)^۲=۸$ است.

(شیمی ۲- قدر هدایای زمینی را بدانیم؛ صفحه‌های ۶ تا ۱۰)

۱۳۷- **گزینهٔ «۲»** *(علی امینی)*

$A:_{۱۱}Na, B:_{۱۷}Cl, C:_{۱۶}S, D:_{۱۵}P, E:_{۱۴}Si$

$[Ne]۳s^۱, [Ne]۳s^۲۳p^۵, [Ne]۳s^۲۳p^۴, [Ne]۳s^۲۳p^۳, [Ne]۳s^۲۳p^۲$

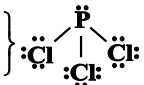
موارد سوم و چهارم درست‌اند.

بررسی همهٔ عبارت‌ها:

مورد اول: تفاوت شعاع اتمی در عناصر متوالی در طول یک دوره از چپ به راست به‌طور کلی کاهش می‌یابد. (شیب کاهش می‌یابد.)

مورد دوم: شعاع کاتیون و آنیون نسبت به اتم خنثی به ترتیب کاهش و افزایش می‌یابد.

مورد سوم: $DB_۳ \Rightarrow PCl_۳$



الکترون پیوندی: ۶
الکترون ناپیوندی: ۲۰

مورد چهارم: فلزهای فعال از گروه‌های ۱، ۲ و ۳ در واکنش با آب منجر به تولید هیدروکسید فلز و گاز هیدروژن می‌شوند.

$۲Na(s)+۲H_۲O(l)\rightarrow ۲NaOH(aq)+H_۲(g)$

هر مول سدیم، نیم‌مول گاز یا $۱۱/۲L$ گاز در شرایط STP تولید می‌کند.

(شیمی ۲- قدر هدایای زمینی را بدانیم؛ صفحه‌های ۷ تا ۱۳)

۱۳۸- **گزینهٔ «۳»** *(امیر حاتمیان)*

فقط عبارت‌های «پ» و «ث» درست می‌باشند.

بررسی عبارت‌ها:

آ) عناصر $_{۱۹}K$، $_{۲۴}Cr$، $_{۲۹}Cu$ و $_{۳۳}As$ در آخرین لایهٔ خود یک زیرلایه نیمه‌پر دارند.

ب) ۲ عنصر داریم که زیرلایهٔ ۴s آن‌ها نیمه‌پر هستند.

$_{۲۴}Cr:[_{۱۸}Ar]۳d^۵۴s^۱ / _{۲۹}Cu:[_{۱۸}Ar]۳d^{۱۰}۴s^۱$

پ) سومین عنصر این دوره Sc با یون $Sc^{۳+}$ به آرایش Ar می‌رسد ولی دیگر یون‌ها مثل $Fe^{۳+}$، $Co^{۳+}$ و ... در این دوره علی‌رغم بار ۳+ به آرایش الکترونی گاز نجیب نمی‌رسند.

ت) $_{۲۹}Cu$ در لایهٔ ۴s خود یک الکترون داشته، ولی ظرفیت ۳+ ندارد.

ث) $_{۲۱}Sc:[_{۱۸}Ar]۳d^۱۴s^۲ \rightarrow {}_{۲۱}Sc^{۳+}:[_{۱۸}Ar]$

(شیمی ۲- قدر هدایای زمینی را بدانیم؛ صفحه‌های ۱۰ تا ۱۶)

۱۳۹- **گزینهٔ «۲»** *(میلاد عزیزی)*

عبارت‌های دوم و سوم درست‌اند. بررسی همهٔ عبارت‌ها:

عبارت اول: ممکن است $X_۲$ فلوئور و $Y_۲$ برم باشد که در دمای اتاق اولی حالت گازی و دومی حالتی مایع دارد.

عبارت دوم: مولکول HX همانند HY قطبی بوده و سر مثبت مولکول در هر دو مولکول، اتم هیدروژن است.

عبارت سوم: گازهای کلر و فلوئور در دمای اتاق با گاز هیدروژن واکنش می‌دهند، از آن‌جایی‌که واکنش‌پذیری $X_۲$ از $Y_۲$ بیشتر است در نتیجه $X_۲$ فلوئور است. فلوئور حتی در دمای $-۲۰۰^\circ C$ به شدت با هیدروژن واکنش می‌دهد.

عبارت چهارم: با اینکه واکنش‌پذیری کلر بیشتر از برم است اما نقطهٔ جوش HBr به علت جرم مولی بیشتر از نقطهٔ جوش HCl بیشتر است.

(شیمی ۲- قدر هدایای زمینی را بدانیم؛ صفحه‌های ۱۱ تا ۱۴)

۱۴۰- **گزینهٔ «۳»** *(امیر حاتمیان)*

ابتدا معادله‌های واکنش‌های داده شده را به‌صورت موازنه شده می‌نویسیم:

$$I)\ N_۲(g)+۳H_۲(g)\rightarrow ۲NH_۳(g)$$

$$II)\ ۴NH_۳(g)+۵O_۲(g)\rightarrow ۴NO(g)+۶H_۲O(g)$$

ابتدا برای قسمت اول، مقدار مول آمونیاک تولیدی را به‌دست می‌آوریم و توجه داریم که در هر مولکول آمونیاک، ۳ پیوند اشتراکی بین H و N وجود دارد.

$$\text{تعداد پیوند کووالانسی } N-H = ?\ =۲۲۴gN_۲\times\frac{۱molN_۲}{۲۸gN_۲}\times\frac{۲molNH_۳}{۱molN_۲}$$

$$\times\frac{۳mol(N-H\ \text{پیوند})}{۱molNH_۳}\times\frac{۶/۰۲\times۱۰^{۲۳}(N-H\ \text{پیوند})}{۱mol(N-H\ \text{پیوند})}\times\underbrace{\frac{۵۰}{۱۰۰}}_{\text{بازده درصدی}}$$

$$\simeq ۱/۴۴۴\times۱۰^{۲۵}\ \text{پیوند}$$

اگر فراورده‌ها در شرایط STP باشند (دمای $۰^\circ C$ و فشار $۱atm$) آب به‌صورت مایع از گازها جدا می‌شود:

$$۲۲۴gN_۲\times\frac{۱molN_۲}{۲۸gN_۲}\times\frac{۲molNH_۳}{۱molN_۲}\times\frac{۴molNO}{۴molNH_۳}\times\frac{۲۲/۴LNO}{۱molNO}$$

$$\times\underbrace{\frac{۵۰}{۱۰۰}}_{\text{بازده درصدی}}=۱۷۹/۲\ L\ NO\ \text{گاز}$$

(شیمی ۲- قدر هدایای زمینی را بدانیم؛ صفحه‌های ۲۲ تا ۲۵)

AzmonVIP

شیمی ۱

۱۴۱- **گزینهٔ «۱»** *(مسعود طبرسا)*

آ) نادرست. فضاپیماهای وویجر ۱ و ۲ از کنار سیاره‌های مشتری، زحل، اورانوس و نپتون که گازی هستند گذر کردند.

ب) درست. منظور رادیوایزوتوپ فسفر (P) است.

پ) درست. اغلب براثر متلاشی‌شدن ایزوتوپ‌های ناپایدار، مقدار زیادی انرژی آزاد می‌شود.

ت) درست. منظور هیدروژن (H) و هلیم (He) است.

(شیمی ۱- کیهان، زادگاه الفبای هستی؛ صفحه‌های ۲ تا ۴، ۶ و ۸)

۱۴۲- **گزینهٔ «۳»** *(حامد رمضانیان)*

چون در صورت سؤال به‌تقریب گفته شده است، عدد آووگادرو را می‌توانیم ۶×۱۰^{۲۳} درنظر بگیریم:

$$۲۴۸gC_۲H_۶O_۲\times\frac{۱molC_۲H_۶O_۲}{۶۲gC_۲H_۶O_۲}\times\frac{۲molC}{۱molC_۲H_۶O_۲}$$

$$\times\frac{۶\times۱۰^{۲۳}atomC}{۱molC}=۴۸\times۱۰^{۲۳}atomC$$

$$۱۱/۶gC_۳H_۶O\times\frac{۱molC_۳H_۶O}{۵۸gC_۳H_۶O}\times\frac{۳molC}{۱molC_۳H_۶O}=۰/۶molC$$

$$\Rightarrow\frac{۴۸\times۱۰^{۲۳}}{۰/۶}=۸۰\times۱۰^{۲۳}=۸\times۱۰^{۲۴}$$

(شیمی ۱- کیهان، زادگاه الفبای هستی؛ صفحه‌های ۱۶ تا ۱۹)

۱۴۳- **گزینهٔ «۱»** *(مسعود طبرسا)*

روش ۱: $A=۸۷\Rightarrow n+p=۸۷(I)$

$$\left.\begin{matrix}n-e=۱۳\\e=p-۲\end{matrix}\right\}\Rightarrow n-(p-۲)=۱۳\Rightarrow n-p=۱۱\ (II)$$

$$\xrightarrow{\text{حل معادله‌های I,II}}\begin{cases}n+p=۸۷\\n-p=۱۱\end{cases}\Rightarrow\begin{matrix}n=۴۹\\p=۳۸\end{matrix}$$

روش ۲: $Z=\frac{\text{عدد جرمی}-(\text{اختلاف با e})+\text{بار}}{۲}$

$$\Rightarrow Z=\frac{۸۷-۱۳+۲}{۲}=\frac{۷۶}{۲}=۳۸$$

(شیمی ۱- کیهان، زادگاه الفبای هستی؛ صفحه‌های ۵ و ۶)

۱۴۴- **گزینهٔ «۳»** *(جواد سوری‌لکی)*

$$\overline{M}=M_۱+(\Delta M_{۱,۲}\times F_۲)+(\Delta M_{۱,۳}\times F_۳)$$

$$۱/۵=(۱\times F_۲)+(۵\times F_۳)\Rightarrow F_۲+۵F_۳=۱/۵$$

$$F_۱+F_۲+F_۳=۱\xrightarrow{F_۱=۲F_۳}۲F_۳+F_۲+F_۳=۱$$

$$\Rightarrow\begin{cases}F_۲+۵F_۳=۱/۵\\F_۲+۳F_۳=۱\end{cases}$$

$$F_۳=۰/۲۵\ ,\ F_۲=۰/۲۵\ ,\ F_۱=۰/۵$$

تعداد ایزوتوپ = تعداد کل ایزوتوپ × فراوانی

تعداد سنگین‌ترین $=۰/۲۵\times۱۰۰۰=۲۵۰$

تعداد سبک‌ترین $=۰/۵\times۱۰۰۰=۵۰۰$

اختلاف $=|۵۰۰-۲۵۰|=۲۵۰$

(شیمی ۱- کیهان زادگاه الفبای هستی؛ صفحهٔ ۱۵)

۱۴۵- **گزینهٔ «۳»** *(امید رضوانی)*

موارد (آ) و (ت) درست‌اند.

بررسی موارد نادرست:

ب) عدد اتمی عنصر تکنسیم، ۴۳ است.

پ) یکی از ایزوتوپ‌های شناخته‌شده‌ترین فلز پرتوزا، اغلب به عنوان سوخت در راکتورهای اتمی کاربرد دارد.

(شیمی ۱- کیهان، زادگاه الفبای هستی؛ صفحه‌های ۷ و ۸)

AzmonVIP

۱۴۶- **گزینهٔ «۳»** (محمدجواد صادقی)

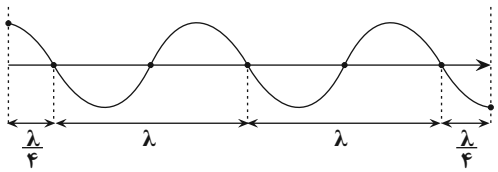
موارد (پ) و (ت) نادرست هستند.

بررسی برخی از موارد:

پ) بسیاری از نمک‌ها شعله‌رنگی دارند.

ت) تعداد خطوط طیف نشری‌خطی، ارتباطی با عدد اتمی ندارد.

ث)



$$۲/۵\lambda = ۱۵۰nm \Rightarrow \lambda = ۶۰nm$$

(شیمی ۱- کیهان، زادگاه الفبای هستی؛ صفحه‌های ۲۰ تا ۲۳)

۱۴۷- **گزینهٔ «۳»** (رسول عابدینی‌زاوره)

هر مول یون تک‌اتمی $^{51}_{25}X^{3-}$ دارای ۲۸ مول الکترون است.

هر مول $^{52}_{24}Y$ دارای ۲۸(= ۲۴ − ۵۲) مول نوترون است.

برای به دست آوردن لیست شمار نوترون و الکترون می‌توان نسبت مول آن‌ها را حساب کرد.

$$?moln = ۶/۰۲\times۱۰^{۲۱}atomY \times \frac{۱molY}{۶/۰۲\times۱۰^{۲۳}atomY}$$

$$\times\frac{۲۸moln}{۱molY} = ۰/۲۸moln$$

$$?mole^- = ۰/۰۴molX^{3-} \times \frac{۲۸mole^-}{۱molX^{3-}} = ۱/۱۲mole^-$$

$$\text{نسبت شمار } e^- \text{ به شمار } n = \frac{۱/۱۲mol}{۰/۲۸mol} = ۴$$

(شیمی ۱- کیهان زادگاه الفبای هستی؛ صفحه‌های ۵ و ۱۷)

۱۴۸- **گزینهٔ «۲»** (عبدالرضا دادخواه)

بررسی گزینه‌های نادرست:

۱) گسترهٔ رنگی نور خورشید، گستره‌ای پیوسته شامل بی‌نهایت طول موج از رنگ‌های گوناگون است.

۳) شمار اتم‌های موجود در یک نمونه عنصر را می‌توان از روی جرم آن نمونه به دست آورد.

۴) دانشمندان برای این‌که بتوانند خواص فیزیکی و شیمیایی هر ماده را در یک محیط بررسی و اثر آن را گزارش کنند، باید بدانند که چه جرمی از اتم‌ها یا مولکول‌های آن ماده وارد محیط شده است.

(شیمی ۱- کیهان، زادگاه الفبای هستی؛ صفحه‌های ۱۴، ۱۵، ۱۷ و ۱۹)

۱۴۹- **گزینهٔ «۳»** (جواد سوری‌لکی)

فقط مورد دوم نادرست است. بررسی برخی موارد:

مورد اول:

$$?molH = ۶/۴gCH_۴ \times \frac{۱molCH_۴}{۱۶gCH_۴} \times \frac{۴molH}{۱molCH_۴} = ۱/۶molH$$

$$?molH = ۷۸/۴gH_۲SO_۴ \times \frac{۱molH_۲SO_۴}{۹۸gH_۲SO_۴} \times \frac{۲molH}{۱molH_۲SO_۴} = ۱/۶molH$$

مورد دوم: گلوکز نشان‌دار ممکن است همه جای بدن پخش شود.

(شیمی ۱- کیهان زادگاه الفبای هستی؛ صفحه‌های ۷ تا ۹، ۱۷ و ۱۸)

۱۵۰- **گزینهٔ «۳»** (رضا سلیمانی)

تنها عبارت اول نادرست است.

بررسی برخی از عبارت‌ها:

عبارت اول: تصویر مربوط به غده تیروئید سالم است.

عبارت سوم: با استفاده از دوربین‌های حساس به پرتوهای فرابنفش، می‌توان تصویر خورشید را گرفت.

عبارت چهارم: کلر و لیتیم شامل ۲ ایزوتوپ در طبیعت هستند.

(شیمی ۱- کیهان، زادگاه الفبای هستی؛ صفحه‌های ۶، ۷، ۱۵ و ۱۹ تا ۲۱)

AzmonVIP

شیمی ۳

۱۵۱- **گزینهٔ «۳»** *(امیر قاسمی)*

فقط عبارت (ت) درست است.

بررسی عبارت‌های نادرست:

آ) صابون مایع و جامد از سر ناقطبی خود در چربی حل می‌شوند.

ب) با توجه به اینکه سر ناقطبی پاک‌کننده‌های صابونی از یک هیدروکربن بلندزنجیر ساخته شده و سر قطبی آن‌ها گروه $(-COO^-)$ است پس سر قطبی کوچکتر از سر ناقطبی است.

پ) اسیدهای چرب، کربوکسیلیک اسیدهایی با زنجیر بلند کربنی هستند و در واکنش با $NaOH$، صابون جامد تولید می‌کنند اما ترکیب $C_5H_{11}COOH$ یک اسید بلندزنجیر نیست، که بتواند در واکنش با $NaOH$، صابون جامد تولید کند.

(شیمی ۳- مولکول‌ها در خدمت تندرستی؛ صفحه‌های ۵، ۶ و ۸)

۱۵۲- **گزینهٔ «۳»** *(علیرضا بیانی)*

بررسی عبارت‌ها:

آ) زنجیر کربنی باید بلند باشد و تعداد کربن زیاد، داشته باشد.

ب) چربی مخلوطی از اسیدهای چرب و استرهای بلندزنجیر است.

پ) حالت فیزیکی چربی، جامد و روغن، مایع می‌باشد، بنابراین نقطه ذوب چربی بیش‌تر است.

ت) بخش قطبی و ناقطبی با پیوند اشتراکی (کووالانسی) به‌هم متصل هستند.

(شیمی ۳- مولکول‌ها در خدمت تندرستی؛ صفحه‌های ۴ تا ۶)

۱۵۳- **گزینهٔ «۳»** *(امین نوروزی)*

$$۲C_{۱۶}H_{۳۳}COOK + Ca^{۲+} \rightarrow (C_{۱۶}H_{۳۳}COO)_۲Ca + ۲K^+$$

جرم مولی رسوب $\Rightarrow ۲(۱۷\times۱۲+۳۳\times۱+۲\times۱۶)+۱\times۴۰=۵۷۸g.mol^{-۱}$

$$۵/۷۸g \text{ رسوب} \times \frac{۱mol \text{ رسوب}}{۵۷۸g \text{ رسوب}} \times \frac{۱mol Ca^{۲+}}{۱mol \text{ رسوب}} \times \frac{۴۰g Ca^{۲+}}{۱mol Ca^{۲+}}$$

$$\times \frac{۱۰۰۰mg Ca^{۲+}}{۱g Ca^{۲+}} = ۴۰۰mg Ca^{۲+}$$

(شیمی ۳- مولکول‌ها در خدمت تندرستی؛ صفحه‌های ۸ و ۹)

۱۵۴- **گزینهٔ «۲»** *(امیرعلی بیات)*

فرمول صابون مدنظر $C_nH_{۲n+۱}COO^-Na^{+۱}$ می‌باشد. حال می‌دانیم واکنش تشکیل رسوب به صورت زیر می‌باشد:

$$C_nH_{۲n+۱}COO^-Na^+ + CaCl_۲$$

$$\rightarrow Ca(C_nH_{۲n+۱}COO^-)_۲ + ۲NaCl$$

$$۱۶۶/۵g\ CaCl_۲ \times \frac{۱mol\ CaCl_۲}{۱۱۱g\ CaCl_۲} \times \frac{۱mol \text{ رسوب}}{۱mol\ CaCl_۲}$$

$$\times \frac{۴۰+۲(۱۴n+۴۵)g \text{ رسوب}}{۱mol \text{ رسوب}} = ۹۵۱g \text{ رسوب}$$

$$\Rightarrow ۱/۵\times(۴۰+۲(۱۴n+۴۵)) = ۹۵۱ \Rightarrow n = ۲۸$$

پس فرمول شیمیایی صابون $C_{۱۸}H_{۳۷}COO^-Na^+$ و فرمول شیمیایی اسیدچرب آن $C_{۱۸}H_{۳۷}COOH$ می‌باشد.

تعداد اتم‌های اسیدچرب $= ۱۸+۳۷+۴ = ۵۹$

تعداد جفت الکترون‌های ناپیوندی صابون $(R-C(=O)-\ddot{O}:\ Na^+)$ $= ۵$

$$\frac{۵۹}{۵} = ۱۱/۸$$

(شیمی ۳- مولکول‌ها در خدمت تندرستی؛ صفحهٔ ۹)

۱۵۵- **گزینهٔ «۳»** *(ارژنگ خاندی)*

موارد (آ)، (پ) و (ت) نادرست هستند.

بررسی برخی از موارد:

آ) مثلاً روغن زیتون $(C_{۵۷}H_{۱۰۴}O_۶)$ در آب نامحلول است.

ب) به‌ازای مصرف ۲ مول $RCOONa$، یک مول $(RCOO)_۲Ca$ تولید می‌شود.

پ) یکی از راه‌های پیشگیری وبا رعایت بهداشت فردی می‌باشد.

ت) ذرات سازندهٔ کلوییدها توده‌های مولکولی با اندازه‌های متفاوت هستند.

(شیمی ۳- مولکول‌ها در خدمت تندرستی؛ صفحه‌های ۲، ۴، ۷ و ۹)

۱۵۶- **گزینهٔ «۲»** *(محمدرضا یوسفی)*

بررسی گزینهٔ نادرست:

عسل حاوی مولکول‌های قطبی است که در ساختارشان شمار قابل توجهی هیدروکسیل دارند.

(شیمی ۳- مولکول‌ها در خدمت تندرستی؛ صفحه‌های۲ تا ۵)

۱۵۷- **گزینهٔ «۳»** *(علی رفیعی)*

بررسی عبارت‌ها:

آ) a یک اسید چرب است (نه یک پاک‌کننده) و در هیچ نوع آبی، خاصیت پاک‌کنندگی ندارد.

AzmonVIP

ب) نیروی بین مولکولی غالب در هر سه ترکیب [a ← اسید چرب، b ← استر با جرم مولی زیاد بنزین] از نوع واندروالسی است.

پ) b ← ۶ اکسیژن a ← ۲ اکسیژن

ت) کلوئید پایدارشدهٔ روغن (b) و آب با استفاده از صابون، ناهمگن بوده و توانایی پخش نور را دارد.

(شیمی ۳- مولکول‌ها در خدمت تندرستی؛ صفحه‌های ۵ تا ۱۰)

۱۵۸- **گزینهٔ «۱»** *(علیرضا بیانی)*

بررسی عبارت‌ها:

تنها عبارت اول نادرست است.

مورد اول: در روغن زیتون $C_{۵۷}H_{۱۰۴}O_۶$، ۱۲ جفت‌الکترون ناپیوندی وجود دارد و در اوره نیز ۸ جفت الکترون پیوندی وجود دارد که نسبت آن‌ها برابر است با:

$$\frac{۱۲}{۸}=\frac{۳}{۲}=۱/۵$$

مورد دوم: درصد جرمی H در اوره برابر است با:

$$CO(NH_۲)_۲ \Rightarrow \frac{۴H}{C+O+۲N+۴H}\times ۱۰۰=\frac{۴}{۶۰}\times ۱۰۰ \simeq ٪۶/۷$$

مورد سوم: این رابطه برای مواد محلول در آب برقرار است.

(شیمی ۳- مولکول‌ها در خدمت تندرستی؛ صفحهٔ ۴)

۱۵۹- **گزینهٔ «۲»** *(مسعود جعفری)*

ابتدا به نکات زیر توجه کنید:

۱) با توجه به فرض سؤال، گروه‌های R و R' هر دو هیدروکربنی بوده و از عناصر H و C تشکیل شده‌اند.

۲) گروه R یک گروه آلکیل با فرمول $C_nH_{۲n+۱}$ است. در حالی که گروه R' یک پیوند دوگانه در ساختار خود داشته و فرمول آن به‌صورت $C_mH_{۲m-۱}$ می‌باشد.

۳) در یک زنجیر هیدروکربنی سیرشده، به تعداد اتم‌های هیدروژن پیوند $C-H$ یافت می‌شود و تعداد پیوندهای کربن – کربن یکی کم‌تر از تعداد اتم‌های کربن می‌باشد. اکنون داریم:

$$R\begin{cases}\text{فرمول}: C_nH_{۲n+۱}\\ \text{تعداد پیوندهای } C-C = n-۱\\ \text{تعداد پیوندهای } C-H = ۲n+۱ \Rightarrow (۲n+۱)-(n-۱)=n+۲=۱۶\end{cases}$$

$$\Rightarrow n=۱۴ \Rightarrow R=C_{۱۴}H_{۲۹}$$

$$R'\begin{cases}\text{فرمول}: C_mH_{۲m-۱}\\ \text{تعداد پیوندهای } C-C = m-۲\\ \text{تعداد پیوندهای } C-H = ۲m-۱ \Rightarrow (۲m-۱)-(m-۲)=m+۱=۱۷\end{cases}$$

$$\Rightarrow m=۱۶ \Rightarrow R'=C_{۱۶}H_{۳۱}$$

دقت کنید که زنجیر R' به تعداد $(۱۶-۱=۱۵)$ پیوند کربن با کربن دارد که یکی از آن‌ها دوگانه و ۱۴ مورد $(m-۲)$ یگانه یا $C-C$ است. حال می‌توان واکنش انجام شده را نوشت:

$$\begin{array}{l}CH_۲-O-\overset{O}{\overset{\|}{C}}-C_{۱۴}H_{۲۹}\\ |\\ CH-O-\overset{O}{\overset{\|}{C}}-C_{۱۶}H_{۳۱}+۳KOH\xrightarrow{\Delta}C_{۱۶}H_{۳۱}COOK+۲C_{۱۴}H_{۲۹}COOK+C_۳H_۸O_۳\\ |\\ CH_۲-O-\overset{O}{\overset{\|}{C}}-C_{۱۴}H_{۲۹}\end{array}$$

در این واکنش، دو نوع صابون مایع تولید می‌شود که جرم مولی $C_{۱۴}H_{۲۹}COOK$ برابر ۲۸۰ گرم بر مول و جرم مولی $C_{۱۶}H_{۳۱}COOK$، ۳۰۶ گرم بر مول می‌باشد. بنابراین سؤال جرم صابون اول را می‌خواهد:

$$?gC_{۱۴}H_{۲۹}COOK=۲۳/۷g\text{استر}\times\frac{۱mol\text{استر}}{۷۹۰g\text{استر}}$$

$$\times\frac{۲molC_{۱۴}H_{۲۹}COOK}{۱mol\text{استر}}\times\frac{۲۸۰gC_{۱۴}H_{۲۹}COOK}{۱molC_{۱۴}H_{۲۹}COOK}=۱۶/۸g \text{ صابون}$$

(شیمی ۳- مولکول‌ها در خدمت تندرستی؛ صفحه‌های ۵ و ۶)

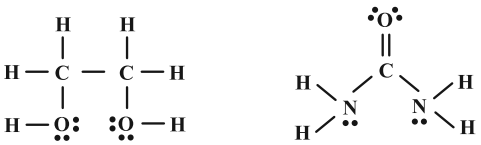
۱۶۰- **گزینهٔ «۳»** *(امیرعلی بیات)*

تنها مورد (ب) نادرست است.

بررسی برخی از موارد:

الف) کاتیون‌های دورهٔ دوم و سوم گروه دوم جدول $Mg^{۲+}$ و $Ca^{۲+}$ می‌باشند که باعث کاهش قدرت پاک‌کنندگی صابون در آب می‌شوند.

ب) $\frac{\text{جفت الکترون پیوندی اتیلن‌گلیکول}}{\text{جفت الکترون پیوندی اوره}}=\frac{۹}{۸}$



ت) چربی مخلولی از استر بلندزنجیر و اسید چرب می‌باشد که در اسیدهای چرب می‌تواند پیوند هیدروژنی تشکیل شود.

(شیمی ۳- مولکول‌ها در خدمت تندرستی؛ صفحه‌های ۵، ۶، ۸ و ۹)

AzmonVIP

بنیاد علمی آموزشی قلم‌چی

دفترچه پاسخ

آزمون هوش و استعداد

(دورهٔ دوم)

۵ مرداد

تعداد کل سؤالات آزمون: ۲۰
زمان پاسخ‌گویی: ۳۰ دقیقه

گروه فنی تولید

مسئول آزمون	حمید لنجان‌زاده اصفهانی
ویراستار	فاطمه راسخ
مدیر گروه مستندسازی	محیا اصغری
مسئول درس مستندسازی	علیرضا همایون‌خواه
طراحان	سپهر حسن‌خان‌پور، حمید اصفهانی، فاطمه راسخ، حمید گنجی، نیلوفر امینی، فرزاد شیرمحمدلی
حروف‌چینی و صفحه‌آرایی	معصومه روحانیان
ناظر چاپ	حمید عباسی

AzmonVIP

استعدادتحلیلی

۲۵۱- گزینهٔ «۳» *(سپهر حسن‌خان‌پور)*

هر سه واژهٔ «آفل : افول‌کننده / ساقط: سقوط‌کننده / نازل: نزول‌کننده» معنای «پایین‌رونده» دارند. «آمر: امرکننده، دستوردهنده» متفاوت است.

۲۵۲- گزینهٔ «۳» *(سپهر حسن‌خان‌پور)*

در متن صورت سؤال، لاکپشتی چنان عظیم وصف شده است که جزیره به نظر رسیده، کشتی‌ای بر کنار آن لنگر انداخته، اهالی کشتی بر آن سوار بوده و مدّتی روی آن گذرانده‌اند، بی آن که بدانند آن خشکی جزیره نیست و لاک‌پشت است. نتیجه‌گیریِ انتهای متن کاملاً موهوم و خرافی و واهی، یعنی غیرواقعی و با منطق علم تجربی آدمی ناسازگار است.

(هوش کلامی)

۲۵۳- گزینهٔ «۱» *(حمید اصفهانی)*

نویسنده در متنِ صورت سؤال، توصیفاتِ فخرالدّین اسعد را بسیار رقیق‌تر ومجمل‌تر از آن می‌داند که نام «مینیاتور» روی آن بگذارد، چرا که در مینیاتور، مبالغه و ظرافت در توصیف جلوه‌های جمال بیشتر است. واضح است که «مجمل» در متن معنایی در حدود «کم و مختصر» دارد.

(هوش کلامی)

۲۵۴- گزینهٔ «۴» *(حمید اصفهانی)*

نویسنده در متنِ صورت سؤال، توصیفاتِ فخرالدّین اسعد را بسیار رقیق‌تر و مجمل‌تر از آن می‌داند که نام «مینیاتور» روی آن «توصیفات فخرالدّین اسعد» بگذارد.

(هوش کلامی)

۲۵۵- گزینهٔ «۲» *(حمید اصفهانی)*

عبارت «این سنجش را به‌ویژه از آن جهت می‌کنیم که ویس‌ورامین نخستین منظومهٔ موجودِ عاشقانه قبل از نظامی است و هر دو هم بر یک وزن‌اند» به وضوح نشان می‌دهد «بر یک وزن سروده‌شدنِ دو منظومهٔ ادبی، عامل مؤثری در القای شباهت میان آن دو است». البتّه این عبارت به این معنا نیست که پیش از ویس‌ورامین فخرالدّین اسعد، هیچ منظومهٔ شاعرانه‌ای در ادبیّات فارسی سروده نشده است، چرا که ممکن است چنین منظومه‌ای سروده شده و به دست ما نرسیده باشد. همچنین متن، آثار نظامی را با هم مقایسه نکرده و یا مطلبی نگفته است که بتوان از آن چنین مقایسه‌ای را نتیجه گرفت. علاوه بر این، در انتهای متن نیز آرایهٔ استعاره فشرده‌تر از آرایهٔ تشبیه دانسته شده است.

(هوش کلامی)

۲۵۶- گزینهٔ «۲» *(حمید اصفهانی)*

ذکر «گهی گفتی» در ابیات گزینهٔ پاسخ بارز است. متن به‌وضوح این عبارت را از عبارات فخرالدّین اسعد دانسته است.

(هوش کلامی)

۲۵۷- گزینهٔ «۱» *(حمید اصفهانی)*

نویسندهٔ متن صورت سؤال بیان می‌کند موصوفات فخرالدّین اسعد پرشمار و توصیفات نظامی طولانی‌تر است. در گزینهٔ «۱»، زلف و چشم و عارض و رخ معشوق همگی وصف شده است در حالی که در دیگر گزینه‌ها، فقط یک مورد موصوف داریم: گزینه‌های «۲» و «۴» به وصف «چشم» پرداخته‌اند و گزینهٔ «۳» به وصف زلف.

(هوش کلامی)

۲۵۸- گزینهٔ «۲» *(فاطمه راسخ)*

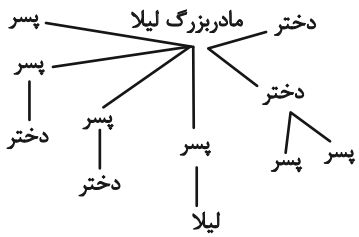
سامان دایی صباست. علی پسرخالهٔ صباست. پس سامان دایی علی نیز هست و همسر او (مادر مصطفی) زن‌دایی علی.

(هوش ریاضی)

AzmonVIP

۲۵۹- گزینهٔ «۲» *(فاطمه راسخ)*

طبق نمودار، لیلا دو عمّه، سه عمو، دو پسرعمّه و دو دخترعمو داشته است:



(هوش ریاضی)

۲۶۰- گزینهٔ «۱» *(حمید کنبی)*

۱	۲	۳	۴	۵
آرش	آرشا	اکبر	امیر	امین
قرمز	سفید	سبز	زرد	آبی

(هوش ریاضی)

۲۶۱- گزینهٔ «۳» *(حمید اصفهانی)*

امین یا اوّل است یا پنجم. امیر نیز سوم است و آرشا در کنار او نیست. پس دو حال داریم:

۱	۲	۳	۴	۵
آرشا		امیر		امین
امین		امیر		آرشا

رنگ پیراهن در این سؤال مهم نیست.

(هوش ریاضی)

۲۶۲- گزینهٔ «۱» *(حمید کنبی)*

امین یا اوّل است یا پنجم. پس اکبر نیز که زرد پوشیده است قطعاً سوم است و شخصی که سبز پوشیده در بین این دو قرار دارد. با توجّه به این که صاحبان پیراهن‌های قرمز و سفید در کنار هم هستند، امین شخصی نیست که سرخ و یا سفید پوشیده باشد. سبز هم که نپوشیده است، زرد هم که متعلّق به اکبر است. پس امین آبی پوشیده است. قطعاً از بین امیر و آرشا، یکی سبز پوشیده است، امّا معلوم نیست کدام. رنگ پیراهن شخص دیگر نیز معلوم نیست. تکلیف رنگ پیراهن آرش را نیز نمی‌دانیم.

۱	۲	۳	۴	۵
		اکبر، زرد	؟، سبز	امین
امین	؟، سبز	اکبر، زرد		

(هوش ریاضی)

۲۶۳- گزینهٔ «۳» *(حمید کنبی)*

ابتدا فرض می‌کنیم امین نفر اوّل باشد که سفید پوشیده است، پس شخصی که قرمز پوشیده است باید در کنار او در جایگاه دوم باشد.

حال آرشا و امیر که کنار یکدیگر نیستند در جایگاه دوم هم نیستند، پس یکی از آن‌ها در جایگاه سوم است و دیگری در جایگاه پنجم. همچنین آن که زرد پوشیده است در کنار آن که سبز پوشیده است نیست، پس این دو تن نیز یکی در جایگاه سوم و دیگری در جایگاه پنجم است. پس آن که در جایگاه چهارم است، قطعاً آبی پوشیده است. نفرات جایگاه‌های دوم و چهارم نیز معلوم نیست که یا آرش است و یا اکبر:

۱	۲	۳	۴	۵
امین	آرش / اکبر	آرشا / امیر	آرش / اکبر	آرشا / امیر
سفید	قرمز	سبز / زرد	آبی	سبز / زرد

جایگاه آرش و اکبر دو حالت، جایگاه آرش و امیر نیز دو حالت و رنگ پیراهن آن دو نیز دو حالت دارد. طبق اصل ضرب، تا اینجا هشت حالت داریم. امّا همهٔ این‌ها با فرض جایگاه نخست برای امین بود. اگر امین در جایگاه پنجم باشد، دوباره همین حالت‌ها را داریم، پس در مجموع شانزده حالت ممکن است.

(هوش ریاضی)

AzmonVIP

۲۶۴- گزینهٔ «۳» *(نیلوفر امینی)*

بیش‌ترین رشد قامت در یک بازهٔ زمانی یک‌ساله متعلق به هدی است که قدّ وی در فاصلهٔ ۱۶ تا ۱۷ سالگی، بیست سانتی‌متر رشد کرده است. حداکثر رشدِ امیر در بازهٔ یک‌ساله، بازهٔ ۱۴ تا ۱۵ سالگی اوست که ۱۵ سانتی‌متر رشد کرده است.

(هوش ریاضی)

۲۶۵- گزینهٔ «۲» *(نیلوفر امینی)*

در تصویر صورت سؤال، داده‌ها به دو دستهٔ «الف» و «ج» تقسیم شده‌اند. همچنین در یک طبقه‌بندی دیگر، داده‌ها به دو دستهٔ «ب» و «د» نیز تقسیم شده‌اند. امّا این تقسیم‌بندی‌ها مرز یکسان ندارد، برخی «الف»ها «ب» و برخی دیگر «د» هستند؛ برخی «ج»ها نیز «ب» و برخی دیگر «د» هستند. هیچ «الف» نیست که «ج» باشد، هیچ «ب» نیست که «د» باشد.

(هوش ریاضی)

۲۶۶- گزینهٔ «۴» *(حمید اصفهانی)*

شکل صورت سؤال با ۹۰ درجه دوران پادساعتگرد به شکل گزینهٔ «۴» تبدیل می‌شود.

(هوش غیرکلامی)

۲۶۷- گزینهٔ «۳» *(فاطمه راسخ)*

در شکل صورت سؤال، یکی از نقطه‌ها در فضای مشترک هر چهار شکل است که این ناحیه در گزینه‌های «۱» و «۴» نیست. نقطهٔ دیگری نیز تنها درونِ مثلث و خارج از دیگر شکل‌هاست که این ناحیه در فضای گزینه‌های «۱» و «۲» نیست. نقطهٔ دیگری نیز در فضای مشترک مستطیل و هشت‌ضلعی است که این ناحیه در گزینهٔ «۱» نیست.

(هوش غیرکلامی)

۲۶۸- گزینهٔ «۱» *(فاطمه راسخ)*

سه ناحیهٔ «درون کمان»، «درون مثلث» و «درون پنج‌ضلعی و مثلث» همگی درونِ مستطیل و خارج از دیگر شکل‌ها مدّنظر است. چنین ناحیه‌ای فقط در گزینهٔ «۱» هست.

(هوش غیرکلامی)

۲۶۹- گزینهٔ «۱» *(خرزاد شیرممّدلی)*

مسیر «مربع، دایره، مثلث سفید، ضربدر، ستاره، مثلث رنگی» در همهٔ گزینه‌ها پادساعتگرد طی می‌شود به‌جز گزینهٔ «۱» که این مسیر در آن ساعتگرد است.

(هوش غیرکلامی)

۲۷۰- گزینهٔ «۲» *(خرزاد شیرممّدلی)*

با سه شکلِ همهٔ گزینه‌ها می‌توان یک مربع کامل ساخت، به‌جز گزینهٔ «۲».

(هوش غیرکلامی)

AzmonVIP