دفترچه پاسخ

آزمون تعیین سطح ۲۹ تیر ۱۴۰۳

اختصاصی دوازدهم ریاضی

پدیدآورندگان

	نام درس	نام طراحان
اختصاصی	حسابان و ریاضی ۱	دانیال ابراهیمی-حسن اسماعیلی-امیرهوشنگ انصاری-علی حاجیان-سهیل حسن‌خان‌پور-امیرحسین خسروی-فرهاد رهبران‌رنجبر یاسین سپهر-سامان سلامیان-علی شهرابی-یوسف عراز-حمید علیزاده-مرتضی فهیم‌علوی-لیلا مرادی-سروش موئینی-علیرضا نعمتی امیرحسین نیکان-سهند ولی‌زاده
	هندسه	امیرحسین ابومحبوب-حسین حاجیلو-افشین خاصه‌خان-فرزانه خاکپاش-محمد خندان-سوگند روشنی-فرشاد صدیقی‌فر-احمدرضا فلاح نصیر محبی‌نژاد-محسن محمدکریمی-سرژ یقیازاریان‌تبریزی
	آمار و احتمال	امیرحسین ابومحبوب-حنانه اتفاقی-علی ایمانی-سیدمحمدرضا حسینی‌فرد-سوگند روشنی-علی اکبر علی‌زاده-نیلوفر مهدوی
	فیزیک	خسرو ارغوانی‌فرد-محمد اسدی-رضا امامی-زهره آقامحمدی-مهدی براتی-حسین عبدوی‌نژاد-مصطفی کیانی-محمدصادق مام‌سیده غلامرضا محبی-ادریس محمدی-آراس محمدی-آرش مروتی-امیراحمد میرسعید-حسام نادری
	شیمی	امیر ابراهیمی-علی امینی-حامد پویان‌نظر-محمدرضا جمشیدی-سیداحسان حسینی-محمداسماعیل رحمانی-سیدرضا رضوی-علی رمضانی رضا سلیمانی-محمدصالحی-امیرحسین طیبی-محمد عظیمیان‌زواره-عرفان علیزاده-حسن عیسی‌زاده-فرزاد فتحی‌پور-میثم کوثری‌لنگری هادی مهدی‌زاده-حسین ناصری‌ثانی

گزینشگران و ویراستاران

نام درس	حسابان و ریاضی ۱	هندسه	آمار و احتمال	فیزیک	شیمی
گزینشگر	عادل حسینی	سرژ یقیازاریان تبریزی	سرژ یقیازاریان تبریزی	حسام نادری	ماهان زواری
گروه ویراستاری	سعید خان‌بابایی سهیل تقی‌زاده	مهرداد ملوندی امیرمحمد کریمی	مهرداد ملوندی امیرمحمد کریمی	زهره آقامحمدی بهنام شاهنی	احسان پنجه‌شاهی محمدحسن محمدزاده مقدم امیرحسین مسلمی
مسئول درس	عادل حسینی	سرژ یقیازاریان تبریزی	سرژ یقیازاریان تبریزی	حسام نادری	ماهان زواری
مستند سازی	سمیه اسکندری	الهه شهبازی	الهه شهبازی	علیرضا همایون‌خواه	امیرحسین توحیدی
ویراستاران(مستندسازی)	علیرضا زارعی- علیرضا عباسی‌زاهد- سجاد سلیمی			احسان صادقی- مهدی گنجی‌وطن- معصومه صنعت‌کار	محسن دستجردی- حسین شاهسواری- امیرحسین کلانتری

گروه فنی و تولید

مدیر گروه	مهرداد ملوندی
مسئول دفترچه	نرگس غنی‌زاده
گروه مستندسازی	مدیر گروه: محیا اصغری — مسئول دفترچه: الهه شهبازی
حروفنگار	فرزانه فتح الهزاده
ناظر چاپ	سوران نعیمی

گروه آزمون

بنیاد علمی آموزشی قلم‌چی (وقف عام)

دفتر مرکزی: خیابان انقلاب بین صبا و فلسطین – پلاک ۹۲۳ – کانون فرهنگی آموزش – تلفن: ۶۴۶۳ ۰۲۱

AzmonVIP

حسابان ۱

۱- **گزینهٔ «۲»** (حمید علیزاده)

تعداد صندلی‌های هر ردیف، تشکیل دنباله‌ای حسابی با جملهٔ اول $a_1 = ۶$ و قدرنسبت $d = ۴$ تشکیل می‌دهند؛ زیرا: $d = a_۲ - a_۱ = ۱۰ - ۶ = ۴$

حال برای مجموع n ردیف صندلی‌های سالن داریم:

$$S_n = \frac{n}{۲}\big(۲a_۱ + (n-۱)d\big) = \frac{n}{۲}\big(۱۲ + ۴n - ۴\big) = ۲n^۲ + ۴n$$

$$S_n = ۲n^۲ + ۴n > ۲۰۰۰ \Rightarrow (n+۱)^۲ > ۱۰۰۱$$

$$\Rightarrow n+۱ > \sqrt{۱۰۰۱} \simeq ۳۲ \Rightarrow n \geq ۳۱$$

این سالن اگر ۳۱ ردیف داشته باشد، ۲۰۴۶ نفر ظرفیت خواهد شد. در حالت ۳۰ ردیف این مقدار ۱۹۲۰ است.

(حسابان ۱- جبر و معادله؛ صفحه‌های ۱ تا ۶)

۲- **گزینهٔ «۲»** (حسن اسماعیلی)

مجموع دو رادیکال فرجه زوج (دو عبارت نامنفی) صفر شده است. پس باید هر یک از رادیکال‌ها صفر شده باشند.

$$\sqrt{x^۲ - ۵x + ۶} = ۰ \Rightarrow (x-۲)(x-۳) = ۰ \Rightarrow x = ۲ \text{ یا } x = ۳$$

با توجه به اینکه در صورت سوال گفته شده معادله فقط یک جواب دارد پس فقط یکی از این اعداد هم‌زمان رادیکال دوم را نیز صفر کرده است پس دو حالت داریم:

$$(۱)\ x = ۲ \Rightarrow ۴ - ۲ + k = ۰ \Rightarrow k = -۲$$
$$(۲)\ x = ۳ \Rightarrow ۹ - ۳ + k = ۰ \Rightarrow k = -۶$$

پس مجموع مقادیر ممکن برای k، ۸- می‌باشد.

(حسابان ۱- جبر و معادله؛ صفحه‌های ۲۰ و ۲۱)

۳- **گزینهٔ «۲»** (یاسین سپهر)

با توجه به شکل داده شده، ابتدا معادلهٔ خط L را می‌نویسیم.

شیب این خط $\frac{۳}{۴}$ و عرض از مبدأ آن ۳ است پس معادلهٔ خط L عبارت است از:

$$y = mx + h \Rightarrow y = \frac{۳}{۴}x + ۳ \xrightarrow{\times ۴} ۴y = ۳x + ۱۲$$

$$\Rightarrow L: ۳x - ۴y + ۱۲ = ۰$$

حال فاصلهٔ نقطه $A(۴,-۲)$ را از این خط بدست می‌آوریم:

$$d = \frac{|۳(۴) - ۴(-۲) + ۱۲|}{\sqrt{۳^۲ + (-۴)^۲}} = \frac{۳۲}{۵} = ۶/۴$$

(حسابان ۱- جبر و معادله؛ صفحه‌های ۲۹ تا ۳۵)

۴- **گزینهٔ «۴»** (سهیل حسن‌خان‌پور)

نکته: وارون تابع $f(x) = \frac{ax+b}{cx+d}$ به فرم $f^{-۱}(x) = \frac{-dx+b}{cx-a}$ است.

با توجه به نکتهٔ فوق برای $f^{-۱}$ داریم:

$$f^{-۱}(x) = \frac{-mx+۱}{۲x-۱} : f(x) = f^{-۱}(x) \Rightarrow \frac{x+۱}{۲x+m} = \frac{-mx+۱}{۲x-۱}$$

$$\Rightarrow ۲x^۲ + x - ۱ = -۲mx^۲ - m^۲x + ۲x + m$$

$$\Rightarrow \underbrace{(۲m+۲)}_{۲(m+۱)}x^۲ + \underbrace{(m^۲-۱)}_{(m-۱)(m+۱)}x - ۱ - m = ۰$$

$$\Rightarrow (m+۱)(۲x^۲ + (m-۱)x - ۱) = ۰$$
$$\xrightarrow{m+۱ \neq ۰} ۲x^۲ + (m-۱)x - ۱ = ۰$$

$$S = \frac{-b}{a} = \frac{-(m-۱)}{۲} = -۱ \Rightarrow m - ۱ = ۲ \Rightarrow m = ۳$$

(حسابان ۱- تابع؛ صفحه‌های ۵۴ تا ۶۲)

۵- **گزینهٔ «۱»** (علیرضا نعمتی)

$$(\frac{f}{g})(x) = \frac{ax^۳ + ax + a - ۱}{ax^۲ + bx + c} = x$$

$$\Rightarrow ax^۳ + ax + a - ۱ = ax^۳ + bx^۲ + cx$$

$$\Rightarrow \begin{cases} b = ۰ \\ c = ۱ \\ a = ۱ \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} f(x) = x^۳ + x \\ g(x) = x^۲ + ۱ \end{cases}$$

$$\Rightarrow f^{-۱}\big(g(a+۲c)\big) = f^{-۱}\big(g(۳)\big) = f^{-۱}(۱۰) = ۲$$

(حسابان ۱- تابع؛ صفحه‌های ۶۶ تا ۷۰)

AzmonVIP

۶- **گزینهٔ «۱»** *(امیرهوشنگ انصاری)*

اول باید سمت راست را ساده کنیم:

$$۲-\frac{\log ۹}{\log ۴}=۲-\frac{۲\log ۳}{۲\log ۲}=۲-\frac{\log ۳}{\log ۲}=\log_۲^۴-\log_۲^۳=\log_۲\frac{۴}{۳}$$

حال معادلهٔ اصلی را می‌نویسیم:

$$\log_۲(۱-\log_۲ x)=\log_۲\frac{۴}{۳}\Rightarrow ۱-\log_۲ x=\frac{۴}{۳}$$

$$\Rightarrow \log_۲ x=\frac{-۱}{۳}\Rightarrow x=۲^{\frac{-۱}{۳}}$$

$$\log_۸ x^۳=\log_{۲^۳} ۲^{-۱}=-\frac{۱}{۳}$$

(حسابان ۱- توابع نمایی و لگاریتمی؛ صفحه‌های ۸۶ تا ۹۰)

۷- **گزینهٔ «۴»** *(فرهاد رهبران رنجبر)*

کافی است تمام کمان‌ها را به فرم $(k\pi+\alpha)$، به‌صورتی که α کوچکترین اندازه را داشته باشد، بازنویسی کنیم. سپس با استفاده از روابط تبدیل کمان، مقدار عددی نسبت‌های مثلثاتی را محاسبه می‌کنیم:

$$\frac{۷\pi}{۶}=\frac{۶\pi+\pi}{۶}=\pi+\frac{\pi}{۶}\Rightarrow \tan(\pi+\frac{\pi}{۶})=\tan\frac{\pi}{۶}=\frac{\sqrt{۳}}{۳}$$

$$\frac{۱۷\pi}{۳}=\frac{۱۸\pi-\pi}{۳}=۶\pi-\frac{\pi}{۳}\Rightarrow \sin(۶\pi-\frac{\pi}{۳})=-\sin\frac{\pi}{۳}=-\frac{\sqrt{۳}}{۲}$$

$$\frac{۱۷\pi}{۴}=\frac{۱۶\pi+\pi}{۴}=۴\pi+\frac{\pi}{۴}\Rightarrow \tan(۴\pi+\frac{\pi}{۴})=\tan(\frac{\pi}{۴})=۱$$

$$\frac{۲۲\pi}{۳}=\frac{۲۱\pi+\pi}{۳}=۷\pi+\frac{\pi}{۳}\Rightarrow \cos(۷\pi+\frac{\pi}{۳})=\cos(\pi+\frac{\pi}{۳})$$

$$=-\cos(\frac{\pi}{۳})=-\frac{۱}{۲}$$

پس در حاصل عبارت خواسته شده داریم:

$$\tan(\frac{۷\pi}{۶})\sin(\frac{۱۷\pi}{۳})-\tan(\frac{۱۷\pi}{۴})\cos(\frac{۲۲\pi}{۳})$$

$$=(\frac{\sqrt{۳}}{۳})\times(\frac{-\sqrt{۳}}{۲})-(۱)\times(-\frac{۱}{۲})=-\frac{۱}{۲}+\frac{۱}{۲}=۰$$

(حسابان ۱- مثلثات؛ صفحه‌های ۹۸ تا ۱۰۴)

۸- **گزینهٔ «۱»** *(سروش موئینی)*

$$\cos ۵۵^\circ=m$$

$$\cos ۱۱۰^\circ=۲\cos^۲ ۵۵^\circ-۱=۲m^۲-۱$$

پس داریم:

$$\sin ۲۰^\circ=-۲m^۲+۱$$

$$\Rightarrow \cos ۴۰^\circ=۱-۲\sin^۲ ۲۰=۸m^۲-۸m^۴-۱$$

(حسابان ۱- مثلثات؛ صفحه‌های ۱۱۰ تا ۱۱۲)

۹- **گزینهٔ «۳»** *(یوسف عراز)*

ابتدا کسر را در مزدوج مخرج ضرب می‌کنیم:

$$\lim_{x\to ۳}\frac{x^۳-۷x-۶}{\sqrt{x+۱}-۲}$$

$$=\lim_{x\to ۳}\frac{x^۳-۷x-۶}{\sqrt{x+۱}-۲}\times\frac{\sqrt{x+۱}+۲}{\sqrt{x+۱}+۲}=\lim_{x\to ۳}\frac{۴(x^۳-۷x-۶)}{x-۳}$$

عامل ابهام $x-۳$ است پس در تجزیه صورت، یکی از عوامل $x-۳$ است:

$$\Rightarrow \lim_{x\to ۳}\frac{۴(x^۳-۷x-۶)}{x-۳}=\lim_{x\to ۳}\frac{۴(x-۳)(x^۲+۳x+۲)}{x-۳}$$

$$=\lim_{x\to ۳}۴(x^۲+۳x+۲)=۸۰$$

(حسابان ۱- حد و پیوستگی؛ صفحه‌های ۱۴۱ تا ۱۴۴)

۱۰- **گزینهٔ «۲»** *(امیرحسین خسروی)*

$$x=-۱:\begin{cases}\lim\limits_{x\to(-۱)^-} f(x)=\lim\limits_{x\to(-۱)^+} f(x)=f(-۱)\\ ۳(-۱)=a\times(-۱)-b\\ -a-b=-۳\to a+b=۳\,(I)\end{cases}$$

$$x=۲:\begin{cases}\lim\limits_{x\to ۲^-} f(x)=\lim\limits_{x\to ۲^+} f(x)=f(۲)\\ a\times ۲-b=۲^۲-۱\\ ۲a-b=۳\,(II)\end{cases}$$

$$\xrightarrow[\text{دستگاه}]{(I),(II)} a=۲,b=۱\Rightarrow\frac{a}{b}=۲$$

(حسابان ۱- حد و پیوستگی؛ صفحه‌های ۱۴۵ تا ۱۵۱)

AzmonVIP

ریاضی ۱

۱۱- **گزینهٔ «۲»** *(سروش موئینی)*

$$۷-۴\sqrt{۳}=(۲-\sqrt{۳})^۲ \Rightarrow \sqrt{۷-۴\sqrt{۳}}=۲-\sqrt{۳}$$

$$۹-۴\sqrt{۵}=(\sqrt{۵}-۲)^۲ \Rightarrow \sqrt{۹-۴\sqrt{۵}}=\sqrt{۵}-۲$$

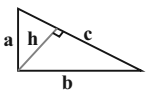
پس مخرج می‌شود $\sqrt{۳}-\sqrt{۵}$ و داریم:

$$\frac{\sqrt{۵^۳}-\sqrt{۳^۳}}{\sqrt{۵}-\sqrt{۳}}=\sqrt{۵^۲}+\sqrt{۳^۲}+\sqrt{۵}\times\sqrt{۳}=۸+\sqrt{۱۵}$$

(ریاضی ۱- توان های گویا و عبارت های جبری؛ صفحه‌های ۶۲ تا ۶۸)

۱۲- **گزینهٔ «۳»** *(علی هاجیان)*

می‌دانیم ارتفاع وارد بر وتر از دو ضلع قائم کوچکتر است.



از طرفی در مثلث قائم‌الزاویه می‌دانیم:

$$c=\sqrt{a^۲+b^۲} \text{ و } a\times b=h\times c \quad (I)$$

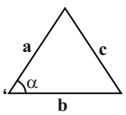
$$h,a,b=\frac{a}{q},a,aq \xrightarrow{I} a.(aq)=\frac{a}{q}\sqrt{a^۲+b^۲}$$

$$\Rightarrow aq^۲=\sqrt{a^۲+a^۲q^۲} \xrightarrow{\text{به توان ۲}} a^۲q^۴=a^۲+a^۲q^۲$$

$$\Rightarrow q^۴-q^۲-۱=۰ \Rightarrow q^۲=\frac{۱\pm\sqrt{۵}}{۲} \xrightarrow{q^۲>۰} q^۲=\frac{۱+\sqrt{۵}}{۲}$$

(ریاضی ۱- مجموعه، الگو و دنباله؛ صفحه‌های ۲۵ تا ۲۷)

۱۳- **گزینهٔ «۴»** *(امیرحسین نیکان)*

در مثلث 

، مساحت مثلث برابر $\frac{۱}{۲}a.b.\sin\alpha$ خواهد بود.

$$S=\frac{۱}{۲}\times۵\times۳\times\sin\alpha \Rightarrow \frac{۱۵}{۲}\sin\alpha=۶ \Rightarrow \sin\alpha=\frac{۱۲}{۱۵}=\frac{۴}{۵}$$

طبق رابطهٔ $\sin^۲\alpha+\cos^۲\alpha=۱$ داریم: $(\frac{۴}{۵})^۲+\cos^۲\alpha=۱$

$$\cos^۲\alpha=\frac{۹}{۲۵} \xrightarrow{\cos\alpha>۰} \cos\alpha=\frac{۳}{۵}$$

(ریاضی ۱- مثلثات؛ صفحه‌های ۳۳ تا ۳۵، ۴۲ و ۴۳)

۱۴- **گزینهٔ «۳»** *(سهند ولی‌زاده)*

$$\frac{۱}{\cos x}-\frac{\sin x}{\cos x}=۵\cos x \xrightarrow{\times\cos x}$$

$$۱-\sin x=۵\cos^۲ x \Rightarrow ۱-\sin x=۵(۱-\sin^۲ x)$$

$$۱-\sin x=۵(۱-\sin x)(۱+\sin x)$$

اگر $\sin x=۱$ باشد، آنگاه $\cos x=۰$ خواهد بود که ریشهٔ مخرج است، بنابراین با توجه به اینکه $\sin x\neq ۱$، داریم:

$$۵+۵\sin x=۱ \Rightarrow \sin x=\frac{-۴}{۵} \xrightarrow{\tan x<۰}$$

$$\cos x=\frac{۳}{۵} \Rightarrow \tan x=-\frac{۴}{۳}$$

توجه داشته باشید که $\tan x<۰$ و $\sin x<۰$، بنابراین x در ناحیهٔ چهارم قرار داشته و $\cos x>۰$ است.

(ریاضی ۱- مثلثات؛ صفحه‌های ۳۶ تا ۴۶)

۱۵- **گزینهٔ «۱»** *(سامان سلامیان)*

ابتدا معادلهٔ سهمی را با داشتن سه نقطه $A(۰,۶)$ و $B(۲,۶)$ و $C(-۲,۲)$ می‌نویسیم.

می‌توان معادله سهمی را $y=ax^۲+bx+c$ در نظر گرفت و به کمک ۳ معادله ۳ مجهول را نوشت.

برای نوشتن معادلهٔ سهمی به روش زیر عمل می‌کنیم:

$$y=۶+a(x-۰)(x-۲)$$

$$\xrightarrow[\text{روی سهمی}]{(-۲,۲)} ۲=۶+a(-۲)(-۲-۲) \Rightarrow ۲=۶+۸a \Rightarrow a=\frac{-۱}{۲}$$

$$y=\frac{-۱}{۲}x(x-۲)+۶=\frac{-x^۲}{۲}+x+۶=-\frac{۱}{۲}(x-۱)^۲+\frac{۱۳}{۲}$$

AzmonVIP

عرض رأس این سهمی $\frac{۱۳}{۲}$ است.

(ریاضی ۱- معادله‌ها و نامعادله‌ها؛ صفحه‌های ۷۸ تا ۸۲)

۱۶- **گزینهٔ «۴»** *(حسن اسماعیلی)*

ابتدا عدد یک را به سمت چپ نامساوی آورده و سپس مخرج مشترک می‌گیریم:

$$\frac{x^۴-۵x+۴}{x^۲-۵x+۴}-۱<۰\Rightarrow\frac{x^۴-۵x+۴-x^۲+۵x-۴}{x^۲-۵x+۴}<۰$$

$$\Rightarrow\frac{x^۴-x^۲}{x^۲-۵x+۴}=\frac{x^۲(x-۱)(x+۱)}{(x-۱)(x-۴)}<۰$$

$$\xrightarrow{x\neq ۱}\frac{x^۲(x+۱)}{x-۴}<۰$$

حال عبارت به‌دست آمده را تعیین‌علامت می‌کنیم:

	-۱		۰		۴	
$x^۲$	+	+	۰	+		+
$x+۱$	−	۰	+	+		+
$x-۴$	−		−		ت ن	+
$\frac{x^۲(x+۱)}{x-۴}$	+	۰	−	۰		+

در بازه‌های $(-۱,۰)$ و $(۰,۴)$ عبارت منفی می‌شود اما قبلاً با فرض $x\neq ۱$ عبارت را ساده کردیم پس در واقع تابع در بازه‌های $(۱,۴)$ و $(۰,۱)$ و $(-۱,۰)$ تعریف شده و منفی می‌باشد. پس طول بزرگترین بازه $۴-۱=۳$ است.

(ریاضی ۱- معادله‌ها و نامعادله‌ها؛ صفحه‌های ۸۳ تا ۹۱)

۱۷- **گزینهٔ «۱»** *(لیلا مرادی)*

تابع f خطی است بنابراین $f(x)=ax+b$، حال داریم:

$$f(-۱)=۱\Rightarrow -a+b=۱$$

$$f(۳)=-۳\Rightarrow ۳a+b=-۳$$

با حل دستگاه بالا، داریم: $a=-۱, b=۰$، در نتیجه ضابطهٔ تابع f به صورت روبرو در می‌آید:

$$f(x)=-x$$

$$f^{-۱}(۱۲)=-۱۲$$

(ریاضی ۱- تابع؛ صفحه‌های ۱۰۱ تا ۱۰۳)

۱۸- **گزینهٔ «۴»** *(علی شهرابی)*

با توجه به شکل، $-b$ برابر با -۱ است و در نتیجه $b=۱$ است.

ضابطهٔ تابع به‌صورت $f(x)=|x+a|-۱$ در آمده است. نقطهٔ $(۵,۰)$ را در ضابطه قرار می‌دهیم:

$$f(۵)=|۵+a|-۱=۰\Rightarrow|۵+a|=۱$$

$$\Rightarrow\begin{cases}۵+a=۱\Rightarrow a=-۴\\ ۵+a=-۱\Rightarrow a=-۶\end{cases}$$ (با توجه به شکل غ.ق.ق)

$$\Rightarrow f(x)=|x-۴|-۱$$

مقدار c برابر با $f(۰)$ است:

$$\Rightarrow c=۴-۱=۳$$

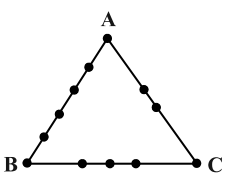
$$\Rightarrow f(c)=f(۳)=|۳-۴|-۱=۱-۱=۰$$

(ریاضی ۱- تابع؛ صفحه‌های ۱۰۹ تا ۱۱۷)

۱۹- **گزینهٔ «۲»** *(دانیال ابراهیمی)*

از بین ۱۲ نقطه به $\binom{۱۲}{۳}=۲۲۰$ حالت می‌توان سه نقطه انتخاب کرد.

تعداد حالات نامطلوب برای تشکیل مثلث به صورت زیر هستند:



الف) سه نقطه روی ضلع AB باشد:

$$\binom{۶}{۳}=۲۰$$

ب) سه نقطه روی ضلع BC باشد:

$$\binom{۵}{۳}=۱۰$$

ج) سه نقطه روی ضلع AC باشد:

$$\binom{۴}{۳}=۴$$

AzmonVIP

در نتیجه تعداد مثلث‌های ساخته شده با انتخاب سه نقطه، برابر می‌شود با:

$$۲۲۰-(۲۰+۱۰+۴)=۱۸۶$$

(ریاضی ۱- شمارش، بدون شمردن؛ صفحه‌های ۱۳۳ تا ۱۴۰)

۲۰- **گزینهٔ «۲»** *(مرتضی خوبیم‌علوی)*

فضای نمونهٔ این آزمایش، شامل حالت‌های انتخاب ۲ دانش‌آموز از میان ۱۲ دانش‌آموز است، بنابراین داریم:

$$n(S)=\binom{۱۲}{۲}=\frac{۱۲\times۱۱}{۲}=۶\times۱۱$$

پیشامد موردنظر شامل آن است که ابتدا ۲ ردیف از ۴ ردیف به طور تصادفی انتخاب شود و سپس از میان ۳ دانش‌آموز هر کدام از این دو ردیف، یک دانش‌آموز انتخاب گردد. در این صورت داریم:

$$n(A)=\binom{۴}{۲}\times\binom{۳}{۱}\times\binom{۳}{۱}=۶\times۳\times۳$$

$$P(A)=\frac{۶\times۳\times۳}{۶\times۱۱}=\frac{۹}{۱۱}$$

(ریاضی ۱- آمار و احتمال؛ صفحه‌های ۱۴۶ تا ۱۵۱)

ریاضی ۱- آشنا

۲۱- **گزینهٔ «۳»** *(کتاب زرد ۱۰ دوره)*

از دستهٔ اول تا چهلم، به اندازهٔ مجموع اعداد ۱ تا ۴۰، از اعداد طبیعی فرد استفاده کرده‌ایم، پس عدد آخر دستهٔ چهلم ۸۲۰ اُمین عدد فرد است.

$$۱+۲+\ldots+۴۰=\frac{۴۰\times۴۱}{۲}=۲۰\times۴۱=۸۲۰$$

از طرفی دنبالهٔ اعداد طبیعی فرد به صورت $t_n=۲n-۱$ است. پس ۸۲۰ اُمین عدد طبیعی فرد (عدد آخر دستهٔ چهلم)، $۲(۸۲۰)-۱=۱۶۳۹$ است.

(ریاضی ۱- مجموعه، الگو و دنباله؛ صفحه‌های ۱۷ تا ۲۰)

۲۲- **گزینهٔ «۲»** *(کتاب زرد ۲ دوره)*

جملات دنباله هندسی را $t_۱, t_۱r, t_۱r^۲, \ldots$ در نظر می‌گیریم. پس جملات دنباله حسابی $\frac{t_۱}{۲}, \frac{t_۱r}{۲}, \frac{t_۱r^۲}{۲}, \ldots$ خواهند بود. حال با توجه به ویژگی جملات متوالی دنباله حسابی داریم:

$$\frac{t_۱}{۲}+\frac{t_۱r^۲}{۲}=۲(\frac{t_۱r}{۲})=t_۱r \xrightarrow[t_۱\neq۰]{+\frac{t_۱}{۲}} \longrightarrow ۱+r^۲=۲r$$

$$\Rightarrow r^۲-۲r+۱=(r-۱)^۲=۰\Rightarrow r=۱$$

یعنی هر دو دنباله ثابت هستند، پس $d=۰$ و در نتیجه $r+d=۱$ است.

(ریاضی ۱- مجموعه، الگو و دنباله؛ صفحه‌های ۲۱ تا ۲۷)

۲۳- **گزینهٔ «۴»** *(کتاب زرد ۱۰ دوره)*

برای آنکه تعداد افرادی را که عضو هیچ گروهی نیستند پیدا کنیم، باید تعداد افرادی را که عضو حداقل یک گروه هستند، یعنی اجتماع دو گروه مورد نظر را، حساب کنیم. داریم:

S: گروه ورزش و J: گروه روزنامه دیواری

$$n(S\cup J)=n(S)+n(J)-n(S\cap J)$$

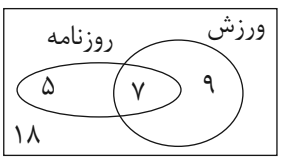
$$=n(J)+\underbrace{(n(S)-n(S\cap J))}_{\text{تعداد افرادی که فقط در گروه ورزش هستند.}}$$

$$\Rightarrow n(S\cup J)=۱۲+۹=۲۱$$

حال با تفریق عدد حاصل از تعداد افراد کلاس، تعداد افراد مورد نظر به دست می‌آید.

$۳۹-۲۱=۱۸$ = تعداد افرادی که عضو هیچ گروهی نیستند.

نمودار زیر وضعیت این کلاس را نشان می‌دهد.



(ریاضی ۱- مجموعه، الگو و دنباله؛ صفحه‌های ۱۰ تا ۱۳)

۲۴- **گزینهٔ «۴»** *(کتاب زرد ۱۰ دوره)*

از رابطهٔ $\tan\theta=\frac{\sin\theta}{\sqrt{۱-\sin^۲\theta}}$ (برای θ ی حاده)، مقدار $\tan\hat{C}$ را حساب می‌کنیم.

$$\xrightarrow{\hat{C}\text{حاده و}\tan C\text{مثبت است.}} \tan\hat{C}=\frac{\frac{۵}{۱۳}}{\sqrt{۱-\frac{۲۵}{۱۶۹}}}=\frac{\frac{۵}{۱۳}}{\frac{۱۲}{۱۳}}=\frac{۵}{۱۲}$$

AzmonVIP

از طرفی در مثلث AHC داریم:

$$\tan\hat{C}=\frac{AH}{CH}=\frac{AH}{۹}=\frac{۵}{۱۲}\Rightarrow AH=\frac{۹\times۵}{۱۲}=\frac{۱۵}{۴}=۳/۷۵$$

(ریاضی ۱- مثلثات؛ صفحه‌های ۲۹ تا ۳۳)

۲۵- **گزینهٔ «۳»** *(کتاب زرد ۱۰ دوره)*

ابتدا A را براساس توان‌های ۲ و ۳ به‌دست می‌آوریم:

$$A=۳^{\frac{۲}{۵}}\times۳^{\frac{۱}{۱۰}}\times(۲^۲\times۳)^{-\frac{۳}{۲}}=۳^{\frac{۲}{۵}+\frac{۱}{۱۰}-\frac{۳}{۲}}\times۲^{-۳}$$

$$=۳^{-۱}\times۲^{-۳}=\frac{۱}{۳\times۸}=\frac{۱}{۲۴}$$

$$\Rightarrow(۱+A^{-۱})^{\frac{۱}{۲}}=(۱+\frac{۱}{\frac{۱}{۲۴}})^{\frac{۱}{۲}}=(۲۵)^{\frac{۱}{۲}}=۵$$

(ریاضی ۱- توان‌های گویا و عبارت‌های جبری؛ صفحه‌های ۵۴ تا ۶۲)

۲۶- **گزینهٔ «۳»** *(کتاب زرد ۱۰ دوره)*

$$۳^x=\frac{۲۱۶}{۱۰۰۰}=\frac{۶^۳}{۱۰^۳}=\frac{۲^۳\times۳^۳}{۲^۳\times۵^۳}=۳^۳\times۵^{-۳}$$

$$\Rightarrow۳^{x-۳}=۵^{-۳}\Rightarrow۳^{۱-\frac{x}{۳}}=۵\qquad(۱)$$

$$۵^y=۶۷۵=۳\times۲۲۵=۳\times۱۵^۲=۳\times۳^۲\times۵^۲=۳^۳\times۵^۲$$

$$\Rightarrow۵^{y-۲}=۳^۳\Rightarrow۵^{\frac{y-۲}{۳}}=۳\qquad(۲)$$

با ترکیب روابط (۱) و (۲) داریم:

$$(۳^{۱-\frac{x}{۳}})^{\frac{y-۲}{۳}}=۳$$

$$\Rightarrow\frac{(۳-x)(y-۲)}{۹}=۱\Rightarrow y-۲=\frac{۹}{۳-x}\Rightarrow y=\frac{۲x-۱۵}{x-۳}$$

(ریاضی ۱- توان‌های گویا و عبارت‌های جبری؛ صفحه‌های ۴۸ تا ۵۳)

۲۷- **گزینهٔ «۳»** *(کتاب زرد ۱۰ دوره)*

باید Δ ی معادله، مثبت باشد:

$$\Delta=۶^۲-۴(۲m-۱)(m-۲)=-۴(۲m^۲-۵m-۷)$$

$$\Delta>۰\Rightarrow۲m^۲-۵m-۷<۰\Rightarrow(m+۱)(۲m-۷)<۰$$

$$\Rightarrow-۱<m<۳/۵$$

اما $m=\frac{۱}{۲}$ غیرقابل قبول است، زیرا به ازای آن، معادله درجهٔ یک خواهد شد و فقط یک جواب حقیقی دارد. بنابراین پاسخ صحیح تست

$$m\in(-۱,۳/۵)-\{\frac{۱}{۲}\}$$

(ریاضی ۱- معادله‌ها و نامعادله‌ها؛ صفحه‌های ۷۴ تا ۷۷)

۲۸- **گزینهٔ «۳»** *(کتاب زرد ۱۰ دوره)*

اولین داده به صورت ۱۰۷۰۱ است و مطابق تعریف ارائه شده داریم:

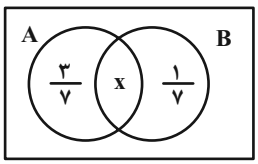
$$\underbrace{۱۰۷۰۱}_{\text{عضو ۱}},\ldots,\underbrace{۱۰۷۱۲,۱۰۸۰۱}_{\text{عضو ۱۲ و ۱۳}},\ldots,\underbrace{۱۰۹۰۱}_{\text{عضو ۲۵}},\ldots,\underbrace{۱۱۵۰۱}_{\text{عضو ۹۷}},\ldots,\underbrace{۱۱۵۰۴}_{\text{عضو ۱۰۰}}$$

در واقع $۴+۸\times۱۲=۱۰۰$ است، پس ۸ گروه سنی (۷ تا ۱۴ سال) قبل از رسیدن به عضو صدم مجموعه به پایان رسیده و از عضو نود و هفتم گروه سنی ۱۵ سال آغاز می‌گردد که صدمین عضو مجموعه نیز به این گروه تعلق دارد.

(ریاضی ۱- شمارش، بدون شمردن؛ صفحه‌های ۱۱۹ تا ۱۲۶)

۲۹- **گزینهٔ «۱»** *(کتاب زرد ۲ دوره)*

با توجه به مقادیر داده شده خواهیم داشت:



$$P(A\cup B)\le۱\Rightarrow\frac{۴}{۷}+x\le۱\Rightarrow x\le\frac{۳}{۷}$$

$$\min(\frac{P(A)}{P(B)})=\min(\frac{\frac{۳}{۷}+x}{\frac{۱}{۷}+x})\xrightarrow{x=\frac{۳}{۷}}\frac{\frac{۶}{۷}}{\frac{۴}{۷}}=\frac{۶}{۴}=\frac{۳}{۲}$$

دقت کنید که به ازای $x=۰$ نسبت $\frac{P(A)}{P(B)}$ برابر ۳ است.

(ریاضی ۱- آمار و احتمال؛ صفحه‌های ۱۴۶ تا ۱۵۱)

۳۰- **گزینهٔ «۲»** *(کتاب زرد ۱۰ دوره)*

تعداد اعضای فضای نمونهٔ پرتاب دو تاس برابر $n(S)=۳۶$ است.

حالت‌های مطلوب که حداقل عدد یک تاس مضرب ۳ و مجموع دو تاس عدد ۷ باشد، عبارت‌اند از:

$$A=\{(۱,۶),(۳,۴),(۴,۳),(۶,۱)\}$$

پس احتمال این پیشامد برابر است با:

$$P(A)=\frac{۴}{۳۶}=\frac{۱}{۹}$$

(ریاضی ۱- آمار و احتمال؛ صفحه‌های ۱۴۶ تا ۱۵۱)

AzmonVIP

آمار و احتمال

۳۱- **گزینهٔ «۴»** *(علی ایمانی)*

گزارهٔ $p \Rightarrow (q \Rightarrow \sim p)$ نادرست است، پس p درست و $q \Rightarrow \sim p$ نادرست است که با توجه به درست بودن p، q لزوماً درست است. ارزش گزارهٔ $(\sim p \vee q)$ درست و ارزش گزارهٔ $(p \wedge \sim q)$ نادرست است.

(آمار و احتمال- آشنایی با مبانی ریاضیات؛ صفحه‌های ۶ تا ۱۱)

۳۲- **گزینهٔ «۳»** *(سید محمدرضا حسینی‌فرد)*

گزینهٔ «۱»: نادرست است.

$$\left.\begin{matrix} A \subseteq B \\ A \subseteq B' \end{matrix}\right\} \Rightarrow A \cap A \subseteq B \cap B' \Rightarrow A \subseteq \varnothing \Rightarrow A = \varnothing$$

گزینهٔ «۲»: نادرست است. دو مجموعهٔ $A \cap B$ و $B - A$ جدا از هم هستند و رابطهٔ $A \cap B \subseteq B - A$ در صورتی برقرار است که $A \cap B = \varnothing$ باشد، یعنی A و B جدا از هم باشند.

گزینهٔ «۳» درست است.

$$\left.\begin{matrix} A \cap B \subseteq A \subseteq A \cup B \\ A \cup B \subseteq A \cap B \end{matrix}\right\} \Rightarrow A \cup B = A \cap B \Rightarrow A = B$$

گزینهٔ «۴»: نادرست است. دو مجموعهٔ A و $B - A$ جدا از هم هستند و رابطهٔ $B - A \subseteq A$ در صورتی برقرار است که $B - A = \varnothing$ باشد، یعنی $B \subseteq A$.

(آمار و احتمال- آشنایی با مبانی ریاضیات؛ صفحه‌های ۱۹ و ۲۰)

۳۳- **گزینهٔ «۳»** *(سید محمدرضا حسینی‌فرد)*

دو مجموعهٔ A و B غیرتهی هستند، بنابراین از رابطهٔ $A \times B = B \times A$ نتیجه می‌شود $A = B$ است. دو حالت زیر برای تساوی دو مجموعهٔ A و B امکان‌پذیر است:

حالت اول:

$$x - ۱ = ۳ \Rightarrow x = ۴$$

$$\begin{cases} ۲ + y = ۲ \Rightarrow y = ۰ \\ ۲z + ۱ = ۵ \Rightarrow z = ۲ \end{cases}$$

در این حالت $xyz = ۰$ است.

حالت دوم:

$$x - ۱ = ۳ \Rightarrow x = ۴$$

$$\begin{cases} ۲ + y = ۵ \Rightarrow y = ۳ \\ ۲z + ۱ = ۲ \Rightarrow z = \frac{۱}{۲} \end{cases}$$

در این حالت $xyz = ۶$ است.

بنابراین بیشترین مقدار ممکن برای xyz، برابر ۶ است.

(آمار و احتمال- آشنایی با مبانی ریاضیات؛ مشابه تمرین ۱۳ صفحهٔ ۳۴)

۳۴- **گزینهٔ «۴»** *(علی‌اکبر علی‌زاده)*

مساحتی از هر پرتقال که تیرانداز می‌بیند، دایره‌ای به شعاع همان پرتقال است. اگر پرتقال‌ها را از پایین به بالا با شماره‌های ۱ تا ۴ نام‌گذاری کنیم و $P(i)$ احتمال برخورد با پرتقال iام باشد خواهیم داشت:

$$P(۱) = ۴۹\pi x \;,\; P(۲) = ۳۶\pi x \;,\; P(۳) = ۲۵\pi x \;,\; P(۴) = ۱۶\pi x$$

$$P(۱) + P(۲) + P(۳) + P(۴) + \frac{۱۶}{۱۰۰} = ۱ \Rightarrow ۱۲۶\pi x = \frac{۸۴}{۱۰۰}$$

$$\Rightarrow x = \frac{۱}{۱۵۰\pi}$$

$$P(۳) = ۲۵\pi x = ۲۵\pi \times \frac{۱}{۱۵۰\pi} = \frac{۱}{۶}$$

(آمار و احتمال- احتمال؛ صفحه‌های ۴۴ تا ۴۷)

۳۵- **گزینهٔ «۳»** *(سوگند روشنی)*

اگر پیشامدهای واکسن نزدن، تزریق یک دوز واکسن و تزریق دو دوز واکسن را به ترتیب با $B_۱$، $B_۲$ و $B_۳$ و پیشامد ابتلا به کرونا را با A نمایش دهیم، آن‌گاه داریم:

واکسن نزده‌ا ند ↑ $P(B_۱)$ + دوز۱ ↑ $P(B_۲)$ + دوز۲ ↑ $P(B_۳)$ $= ۱ \Rightarrow ۸x + ۲x + ۴x = ۱$

$$\Rightarrow ۱۴x = ۱ \Rightarrow x = \frac{۱}{۱۴}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} P(B_۱) = \frac{۴}{۷} \\ P(B_۲) = \frac{۱}{۷} \\ P(B_۳) = \frac{۲}{۷} \end{cases}$$

حال طبق قانون بیز داریم:

$$P(B_۳ \mid A) = \frac{P(B_۳)P(A \mid B_۳)}{P(A)}$$

AzmonVIP

$$= \frac{\frac{۲}{۷}\times\frac{۱۰}{۱۰۰}}{\frac{۴}{۷}\times\frac{۵۰}{۱۰۰}+\frac{۱}{۷}\times\frac{۲۵}{۱۰۰}+\frac{۲}{۷}\times\frac{۱۰}{۱۰۰}}$$

$$= \frac{۲۰}{۲۰۰+۲۵+۲۰} = \frac{۲۰}{۲۴۵} = \frac{۴}{۴۹}$$

(آمار و احتمال- احتمال؛ صفحه‌های ۵۵ تا ۶۰)

۳۶- **گزینهٔ «۱»** (هنانه اتفاقی)

اگر پیشامد اینکه حداقل یکی از توپ‌های انتخابی قرمز باشد را A بنامیم، آنگاه A' پیشامد آن است که هر سه توپ انتخابی آبی باشند، در این صورت داریم:

$$P(A') = \frac{۴}{۱۰}\times\frac{۳}{۹}\times\frac{۲}{۸} = \frac{۱}{۳۰}$$

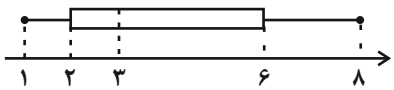
$$P(A) = ۱ - P(A') = ۱ - \frac{۱}{۳۰} = \frac{۲۹}{۳۰}$$

(آمار و احتمال- احتمال؛ صفحه‌های ۵۶ تا ۵۸)

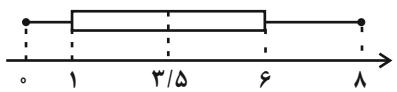
۳۷- **گزینهٔ «۱»** (نیلوفر مهروی)

داده‌های هر گزینه را مرتب کرده سپس نمودار جعبه‌ای هریک را بررسی می‌کنیم.

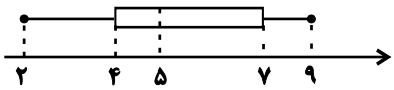
۱) $۱, \underset{Q_۱}{\downarrow}۲, \underbrace{۲, ۴}_{Q_۲=\frac{۲+۴}{۲}=۳}, \underset{Q_۳}{\downarrow}۶, ۸$



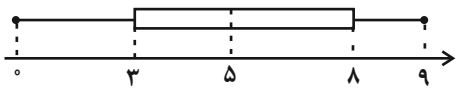
۲) $۰, \underset{Q_۱}{\downarrow}۱, \underbrace{۳, ۴}_{Q_۲=\frac{۳+۴}{۲}=۳/۵}, \underset{Q_۳}{\downarrow}۶, ۸$



۳) $۲, \underset{Q_۱}{\downarrow}۴, \underbrace{۴, ۶}_{Q_۲=\frac{۴+۶}{۲}=۵}, \underset{Q_۳}{\downarrow}۷, ۹$



۴) $۰, \underset{Q_۱}{\downarrow}۳, \underbrace{۵, ۵}_{Q_۲=\frac{۵+۵}{۲}=۵}, \underset{Q_۳}{\downarrow}۸, ۹$



(آمار و احتمال- آمار توصیفی؛ صفحه‌های ۹۱ و ۹۲)

۳۸- **گزینهٔ «۳»** (امیرحسین ابومحبوب)

فرض کنید فراوانی داده‌ها را به ترتیب با $f_۱$ ، $f_۲$ ، ... و $f_۶$ و تعداد کل داده‌ها را با n نمایش دهیم. با توجه به اینکه برای دستهٔ i ام، $\frac{f_i}{n}$ برابر فراوانی نسبی آن دسته است، داریم:

$$\bar{x} = \frac{f_۱x_۱ + f_۲x_۲ + f_۳x_۳ + f_۴x_۴ + f_۵x_۵ + f_۶x_۶}{n}$$

$$= \frac{f_۱}{n}x_۱ + \frac{f_۲}{n}x_۲ + \frac{f_۳}{n}x_۳ + \frac{f_۴}{n}x_۴ + \frac{f_۵}{n}x_۵ + \frac{f_۶}{n}x_۶$$

$$= ۰/۱۵\times۴ + ۰/۱\times۷ + ۰/۲۵\times۱۰ + ۰/۳\times۱۳$$

$$+ ۰/۱\times۱۶ + ۰/۱\times۱۹$$

$$= ۰/۶ + ۰/۷ + ۲/۵ + ۳/۹ + ۱/۶ + ۱/۹ = ۱۱/۲$$

(آمار و احتمال- آمار توصیفی؛ صفحه‌های ۸۰ و ۸۱)

۳۹- **گزینهٔ «۲»** (سوگند روشنی)

می‌دانیم این ۳ واحد تشکیل دنباله عددی می‌دهند، در نتیجه خواهیم داشت:

$$۲(۳m) = (۴m - ۵) + (۶m - ۳) \Rightarrow ۶m = ۱۰m - ۸$$

$$\Rightarrow ۴m = ۸ \Rightarrow m = ۲$$

و چون داده‌های ۱۰ ، ۸ ، ۶ ، ۴ ، ۲ تشکیل دنباله عددی می‌دهند می‌توانیم واریانس را از رابطه زیر به دست آوریم:

$$\sigma^۲ = \frac{n^۲ - ۱}{۱۲}d^۲ = \frac{۵^۲ - ۱}{۱۲}\times۲^۲ = ۲\times۴ = ۸$$

(آمار و احتمال- آمار استنباطی؛ صفحهٔ ۱۰۱)

۴۰- **گزینهٔ «۲»** (نیلوفر مهروی)

برآورد بازه‌ای با اطمینان ۹۵ درصد برای میانگین جامعه به صورت $[\bar{x} - \frac{۲\sigma}{\sqrt{n}} , \bar{x} + \frac{۲\sigma}{\sqrt{n}}]$ است، حال اگر بازه اطمینان به صورت $[a , b]$ باشد، مرکز این بازه به صورت $\bar{x} = \frac{a+b}{۲}$ و طول آن به صورت $b - a = \frac{۴\sigma}{\sqrt{n}}$ است.

$$\bar{x} = \frac{۴۶/۸ + ۴۷/۶}{۲} = ۴۷/۲$$

$$۴۷/۶ - ۴۶/۸ = \frac{۴\sigma}{\sqrt{n}} \Rightarrow ۰/۸ = \frac{۴\times\sqrt{۱۰۰}}{\sqrt{n}}$$

$$\Rightarrow ۰/۸ = \frac{۴۰}{\sqrt{n}} \Rightarrow \sqrt{n} = ۵۰ \Rightarrow n = ۲۵۰۰$$

$$\sum x_i = n\bar{x} = ۲۵۰۰\times۴۷/۲ = ۱۱۸۰۰۰$$

(آمار و احتمال- آمار استنباطی؛ صفحهٔ ۱۱۶)

AzmonVIP

هندسه ۲

۴۱- **گزینهٔ «۴»** *(سرژ یقیازاریان تبریزی)*

طول مماس مشترک خارجی دو دایرهٔ مماس خارج به شعاع‌های R و R'، برابر $۲\sqrt{RR'}$ است، بنابراین داریم:

$$AB = CD = ۲\sqrt{RR'} = ۲\sqrt{۶\times ۲} = ۴\sqrt{۳}$$

اندازهٔ مماس‌های رسم شده از یک نقطهٔ خارج یک دایره بر آن دایره، برابر یکدیگرند، پس داریم:

$$\left.\begin{matrix} MA = MT \\ MB = MT \end{matrix}\right\} \Rightarrow MT = \frac{MA+MB}{۲} = \frac{AB}{۲} = ۲\sqrt{۳}$$

$$\left.\begin{matrix} ND = NT \\ NC = NT \end{matrix}\right\} \Rightarrow NT = \frac{ND+NC}{۲} = \frac{CD}{۲} = ۲\sqrt{۳}$$

$$MN = MT + NT = ۲\sqrt{۳} + ۲\sqrt{۳} = ۴\sqrt{۳} \Rightarrow \frac{MN}{AB} = ۱$$

(هندسه ۲- دایره؛ صفحه‌های ۱۹ تا ۲۳)

۴۲- **گزینهٔ «۴»** *(حسین هاجیلو)*

فرض کنید $\hat{E} = \alpha$ باشد. در این صورت داریم:

(زاویهٔ محاطی) $\hat{E} = \frac{\overset{\frown}{MF}}{۲} = \alpha \Rightarrow \overset{\frown}{MF} = ۲\alpha$

$$\hat{A} = \frac{\overset{\frown}{NE} - \overset{\frown}{MF}}{۲} \Rightarrow ۴\alpha = \frac{\overset{\frown}{NE} - ۲\alpha}{۲} \Rightarrow \overset{\frown}{NE} = ۱۰\alpha$$

اندازهٔ کمان‌های $\overset{\frown}{MN}$، $\overset{\frown}{NE}$ و $\overset{\frown}{EF}$ برابر یکدیگر است، بنابراین داریم:

$$\overset{\frown}{MN} + \overset{\frown}{NE} + \overset{\frown}{EF} + \overset{\frown}{MF} = ۳۶۰$$

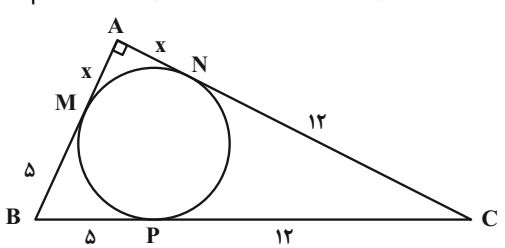
$$\Rightarrow ۱۰\alpha + ۱۰\alpha + ۱۰\alpha + ۲\alpha = ۳۶۰^\circ \Rightarrow \alpha = \frac{۱۸۰^\circ}{۱۶}$$

$$\Rightarrow \text{(محاطی)}\ N\hat{M}E = \frac{۱}{۲}\overset{\frown}{NE} = ۵\alpha = \frac{۵}{۱۶}(۱۸۰^\circ)$$

(هندسه ۲؛ دایره؛ صفحه‌های ۱۳ تا ۱۶)

۴۳- **گزینهٔ «۲»** *(احمدرضا فلاح)*

می‌دانیم طول مماس‌های رسم شده از یک نقطه بر دایره برابر یکدیگرند. اگر فرض کنیم $AM = x$ باشد، آنگاه $AN = AM = x$، $BM = BP = ۵$ و $CN = CP = ۱۲$ است و در نتیجه داریم:



$$\overset{\Delta}{ABC}: AB^۲ + AC^۲ = BC^۲$$

$$\Rightarrow (x+۵)^۲ + (x+۱۲)^۲ = ۱۷^۲$$

$$\Rightarrow x^۲ + ۱۰x + ۲۵ + x^۲ + ۲۴x + ۱۴۴ = ۲۸۹$$

$$\Rightarrow ۲x^۲ + ۳۴x - ۱۲۰ = ۰$$

$$\Rightarrow x^۲ + ۱۷x - ۶۰ = ۰$$

$$\Rightarrow (x+۲۰)(x-۳) = ۰ \Rightarrow \begin{cases} x = -۲۰ & \text{غ ق ق} \\ x = ۳ \end{cases}$$

$$AC = AN + NC = ۳ + ۱۲ = ۱۵$$

(هندسه ۲- دایره؛ صفحه‌های ۱۹ و ۲۰)

۴۴- **گزینهٔ «۱»** *(فرزانه خاکپاش)*

اگر شعاع دایرهٔ محاطی داخلی را با r، شعاع دایرهٔ محاطی خارجی نظیر قاعده را با r_a و شعاع دایرهٔ محاطی خارجی نظیر ساق‌ها را با r_b و r_c نمایش دهیم، آنگاه داریم:

$$\frac{۱}{r_a} + \frac{۱}{r_b} + \frac{۱}{r_c} = \frac{۱}{r} \xrightarrow{r_b = r_c} \frac{۱}{\frac{۱۵}{۲}} + \frac{۲}{r_b} = \frac{۱}{\frac{۱۰}{۳}}$$

$$\Rightarrow \frac{۲}{r_b} = \frac{۳}{۱۰} - \frac{۲}{۱۵} = \frac{۹-۴}{۳۰} = \frac{۵}{۳۰} \Rightarrow \frac{۲}{r_b} = \frac{۱}{۶} \Rightarrow r_b = ۱۲$$

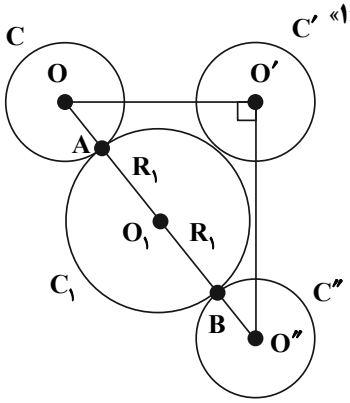
(هندسه ۲- دایره؛ صفحه‌های ۲۵، ۲۶ و ۲۹)

۴۵- **گزینهٔ «۴»** *(سرژ یقیازاریان تبریزی)*

اگر بردار انتقال با یک خط موازی باشد، آن‌گاه انتقال یافته آن خط برخودش منطبق می‌شود، بنابراین گزینهٔ «۴» نادرست است.

(هندسه ۲- تبدیل‌های هندسی و کاربردها؛ صفحه‌های ۳۵ تا ۴۳)

۴۶- **گزینهٔ «۱»** *(فرزانه خاکپاش)*



دوران تبدیلی طولپا است، بنابراین $O'O'' = OO' = ۶$ است. طبق قضیهٔ فیثاغورس در مثلث $OO'O''$ داریم:

$$OO''^۲ = ۶^۲ + ۶^۲ = ۲\times ۶^۲ \Rightarrow OO'' = ۶\sqrt{۲}$$

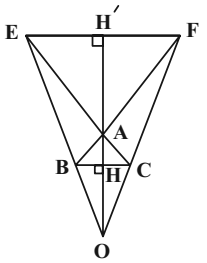
مطابق شکل $C_۱$ کوچک‌ترین دایره‌ای است که بر هر دو دایرهٔ C و C'' مماس است. شعاع دایره‌های C'' و C برابر یکدیگر است، بنابراین داریم:

AzmonVIP

$$AB = OO'' - (OA + O''B)$$
$$= ۶\sqrt{۲} - ۲\times۲ \Rightarrow ۲R_۱ = ۶\sqrt{۲} - ۴$$
$$\Rightarrow R_۱ = ۳\sqrt{۲} - ۲$$

(هندسه ۲- تبدیل‌های هندسی و کاربردها؛ صفحه‌های ۴۲ و ۴۳)

۴۷- **گزینهٔ «۲»** (سوگند روشنی)



مرکز تجانس معکوس همان نقطهٔ A است. برای یافتن مرکز تجانس مستقیم کافی است از E به B و از F به C وصل کرده و امتداد دهیم تا یکدیگر را در نقطهٔ O قطع کنند. این نقطه مرکز تجانس مستقیم است.

در مثلث متساوی‌الاضلاعی به طول ضلع a، طول ارتفاع از رابطهٔ $h_a = \frac{\sqrt{۳}}{۲}a$ به دست می‌آید، بنابراین داریم:

$$AH = \frac{\sqrt{۳}}{۲}BC = \frac{\sqrt{۳}}{۲}\times۲ = \sqrt{۳}$$
$$AH' = \frac{\sqrt{۳}}{۲}EF = \frac{\sqrt{۳}}{۲}\times۶ = ۳\sqrt{۳}$$
$$HH' = AH + AH' = \sqrt{۳} + ۳\sqrt{۳} = ۴\sqrt{۳}$$

طبق قضیهٔ اساسی تشابه، دو مثلث OBC و OEF متشابه هستند، پس نسبت ارتفاع‌ها در این دو مثلث برابر نسبت تشابه دو مثلث است.

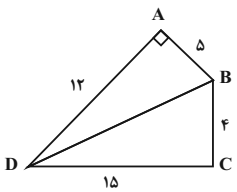
$$\frac{OH}{OH'} = \frac{BC}{EF} = \frac{۱}{۳} \xrightarrow{\text{تفضیل نسبت در مخرج}} \frac{OH}{HH'} = \frac{۱}{۲}$$
$$\Rightarrow \frac{OH}{۴\sqrt{۳}} = \frac{۱}{۲} \Rightarrow OH = ۲\sqrt{۳}$$

فاصلهٔ مراکز تجانس $= OA = OH + AH = ۲\sqrt{۳} + \sqrt{۳} = ۳\sqrt{۳}$

(هندسه ۲- تبدیل‌های هندسی و کاربردها؛ صفحه‌های ۴۳ تا ۴۸)

۴۸- **گزینهٔ «۴»** (محمد خندان)

مثلث ABD قائم‌الزاویه است، بنابراین داریم:



$$S_{ABD} = \frac{۱}{۲}AB\times AD = \frac{۱}{۲}\times۵\times۱۲ = ۳۰$$
$$BD^۲ = AB^۲ + AD^۲ = ۲۵ + ۱۴۴ = ۱۶۹$$
$$\Rightarrow BD = ۱۳$$

طبق قضیهٔ هرون در مثلث BDC داریم:

$$P = \frac{۴+۱۳+۱۵}{۲} = ۱۶$$
$$S_{BDC} = \sqrt{۱۶(۱۶-۴)(۱۶-۱۳)(۱۶-۱۵)}$$
$$= \sqrt{۱۶\times۱۲\times۳\times۱} = ۲۴$$
$$S_{ABCD} = S_{ABD} + S_{BDC} = ۳۰ + ۲۴ = ۵۴$$

(هندسه ۲- روابط طولی در مثلث؛ صفحه‌های ۷۳ و ۷۴)

۴۹- **گزینهٔ «۳»** (فرزانه خاکپاش)

طبق قضیهٔ استوارت در مثلث ABC داریم:

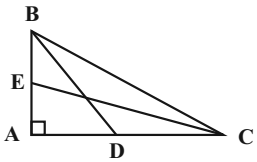
$$AB^۲\times DC + AC^۲\times BD = AD^۲\times BC + BD\times DC\times BC$$
$$\Rightarrow ۴۹\times۲x + ۶۴\times x = ۳۶\times۳x + x\times۲x\times۳x$$
$$\Rightarrow ۹۸x + ۶۴x = ۱۰۸x + ۶x^۳$$
$$\Rightarrow ۶x^۳ - ۵۴x = ۰ \Rightarrow ۶x(x^۲ - ۹) = ۰ \Rightarrow \begin{cases} x = ۰ \text{ غ‌ق‌ق} \\ x = ۳ \\ x = -۳ \text{ غ‌ق‌ق} \end{cases}$$
$$\Rightarrow \frac{۳BD + AC}{DC + ۲AB} = \frac{۱۷}{۲۰} = ۰/۸۵$$

(هندسه ۲- روابط طولی در مثلث؛ صفحهٔ ۶۹)

۵۰- **گزینهٔ «۲»** (امیرحسین ابومحبوب)

$$\overset{\Delta}{ABC} : BC^۲ = AB^۲ + AC^۲ = ۶^۲ + ۸^۲ = ۱۰۰ \Rightarrow BC = ۱۰$$

طبق قضیهٔ نیمسازها در مثلث ABC داریم:



$$\frac{AD}{DC} = \frac{AB}{BC} = \frac{۶}{۱۰} \xrightarrow{\text{ترکیب نسبت در مخرج}} \frac{AD}{AC} = \frac{۶}{۱۶} \Rightarrow \frac{AD}{۸} = \frac{۳}{۸}$$
$$\Rightarrow AD = ۳, DC = ۸ - ۳ = ۵$$
$$\frac{AE}{BE} = \frac{AC}{BC} = \frac{۸}{۱۰} \xrightarrow{\text{ترکیب نسبت در مخرج}} \frac{AE}{AB} = \frac{۸}{۱۸} \Rightarrow \frac{AE}{۶} = \frac{۴}{۹}$$
$$\Rightarrow AE = \frac{۸}{۳}, BE = ۶ - \frac{۸}{۳} = \frac{۱۰}{۳}$$

طبق رابطهٔ طول نیمساز داخلی داریم:

$$\frac{BD^۲}{CE^۲} = \frac{۶\times۱۰ - ۳\times۵}{۸\times۱۰ - \frac{۸}{۳}\times\frac{۱۰}{۳}} = \frac{۴۵}{\frac{۶۴۰}{۹}} = \frac{۹\times۴۵}{۶۴۰} = \frac{۹^۲\times۵}{۸^۲\times۱۰}$$
$$\Rightarrow \frac{BD}{CE} = \frac{۹\sqrt{۵}}{۸\sqrt{۱۰}} = \frac{۹}{۸\sqrt{۲}}\times\frac{\sqrt{۲}}{\sqrt{۲}} = \frac{۹\sqrt{۲}}{۱۶}$$

(هندسه ۲- روابط طولی در مثلث؛ صفحه‌های ۶۸ تا ۷۰)

AzmonVIP

هندسه ۱

۵۱- **گزینهٔ «۱»** *(سرژ یقیازاریان تبریزی)*

$$\left.\begin{array}{l}\hat{A}_1+\hat{A}_2=\hat{B}+\hat{C}\\ \hat{B}=\hat{C}\\ \hat{A}_1=\hat{A}_2\end{array}\right\}\Rightarrow \hat{A}_1=\hat{C}$$

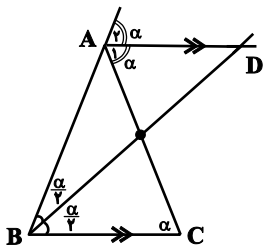
طبق عکس قضیه خطوط موازی و مورب، نیمساز خارجی رأس A (AD) موازی BC می‌باشد. $(AD \parallel BC)$

$$AD \parallel BC \Rightarrow \hat{A}_1=\hat{C}=\alpha$$

$$AD \parallel BC \Rightarrow \hat{D}=\hat{B}_1=\frac{\alpha}{2} \xrightarrow{\hat{B}_1=\hat{B}_2} \hat{D}=\hat{B}_2$$

مثلث ABD متساوی‌الساقین است.

$$\left.\begin{array}{l}AB=AD\\ AB=AC\end{array}\right\}\Rightarrow AD=AC\Rightarrow \frac{AD}{AC}=1$$



(هندسه ۱- ترسیم‌های هندسی و استدلال؛ صفحه‌های ۱۷ و ۱۸)

۵۲- **گزینهٔ «۱»** *(نصیر مهی‌نژاد)*

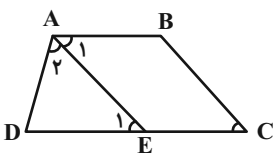
پاره‌خط AE را موازی BC رسم می‌کنیم. در نتیجه خواهیم داشت:

$$\hat{A}_1=\hat{C}\ ,\ \hat{E}_1=\hat{C}\ ,\ AB=EC$$

$$\hat{A}>2\hat{C}\Rightarrow \hat{A}_1+\hat{A}_2>\hat{C}+\hat{E}_1\Rightarrow \hat{A}_2>\hat{C}\Rightarrow \hat{A}_2>\hat{E}_1$$

$$\overset{\Delta}{ADE}:\hat{A}_2>\hat{E}_1\Rightarrow DE>AD$$

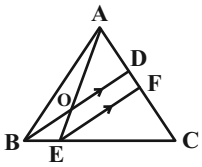
$$\xrightarrow{AB=EC} DE+EC>AD+AB\Rightarrow DC>AD+AB$$



(هندسه ۱- ترسیم‌های هندسی و استدلال؛ صفحه‌های ۲۱ و ۲۲)

۵۳- **گزینهٔ «۱»** *(احمدرضا فلاح)*

ابتدا پاره‌خط EF را موازی با BD رسم می‌کنیم.



$$\overset{\Delta}{CBD}:EF \parallel BD \xrightarrow{\text{قضیهٔ تالس}} \frac{CF}{DF}=\frac{CE}{BE}=3$$

$$\Rightarrow CF=3DF \quad (1)$$

$$\frac{AD}{AC}=\frac{1}{3}\Rightarrow \frac{AD}{DC}=\frac{1}{2}\Rightarrow \frac{AD}{CF+DF}=\frac{1}{2}$$

$$\xrightarrow{(1)} \frac{AD}{4DF}=\frac{1}{2}\Rightarrow \frac{AD}{DF}=2$$

$$\overset{\Delta}{AEF}:OD \parallel EF \xrightarrow{\text{قضیهٔ تالس}} \frac{AO}{OE}=\frac{AD}{DF}=2\Rightarrow \frac{OE}{OA}=\frac{1}{2}$$

(هندسه ۱- قضیهٔ تالس، تشابه و کاربردهای آن؛ صفحه‌های ۳۴ تا ۳۷)

۵۴- **گزینهٔ «۳»** *(محسن محمد کریمی)*

طبق روابط طولی در مثلث قائم‌الزاویهٔ ABC داریم:

$$\frac{AB^2}{AC^2}=\frac{BH\times BC}{CH\times BC}=\frac{BH}{CH}=3\Rightarrow \frac{AB}{AC}=\sqrt{3}$$

زوایای B و CAH هر دو متمم زاویهٔ C هستند، بنابراین برابر یکدیگرند و داریم:

$$\left.\begin{array}{l}\hat{B}=C\hat{A}H\\ A\hat{H}B=A\hat{H}C=90^\circ\end{array}\right\}\xrightarrow{\text{تساوی دو زاویه}}\overset{\Delta}{AHB}\sim\overset{\Delta}{CHA}$$

$$\Rightarrow k=\frac{AB}{AC}=\sqrt{3}$$

ضلع BH از مثلث AHB و ضلع AH از مثلث CHA، اضلاع متناظر در این دو مثلث و AM و CN میانه‌های وارد بر این دو ضلع هستند. می‌دانیم نسبت میانه‌ها در دو مثلث متشابه برابر نسبت تشابه است، بنابراین داریم:

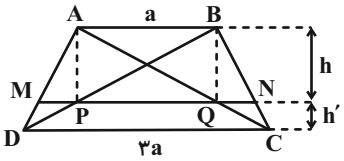
$$\frac{AM}{CN}=k=\sqrt{3}$$

(هندسه ۱- قضیهٔ تالس، تشابه و کاربردهای آن؛ صفحه‌های ۴۱ تا ۴۶)

AzmonVIP

۵۵- **گزینهٔ «۴»** *(سرژ یقیازاریان تبریزی)*

فرض کنید $AB=a$ و $DC=۳a$ باشد. اگر ارتفاع‌های دو ذوزنقهٔ $ABQP$ و $PQCD$ را به‌ترتیب با h و h' نمایش دهیم، داریم:



$$MQ \parallel DC \Rightarrow \frac{h}{h'}=\frac{AM}{MD}=۲$$

$$\overset{\Delta}{ADC}: MQ \parallel DC \xrightarrow{\text{تعمیم تالس}} \frac{MQ}{DC}=\frac{AM}{AD}$$

$$\Rightarrow \frac{MQ}{۳a}=\frac{۲}{۳} \Rightarrow MQ=۲a$$

$$\overset{\Delta}{DAB}: MP \parallel AB \xrightarrow{\text{تعمیم تالس}} \frac{MP}{AB}=\frac{MD}{AD}$$

$$\Rightarrow \frac{MP}{a}=\frac{۱}{۳} \Rightarrow MP=\frac{a}{۳}$$

$$PQ=MQ-MP=\frac{۵a}{۳}$$

$$\frac{S_{ABQP}}{S_{PQCD}}=\frac{\frac{۱}{۲}h(AB+PQ)}{\frac{۱}{۲}h'(PQ+CD)}=۲\times\frac{a+\frac{۵}{۳}a}{\frac{۵}{۳}a+۳a}=۲\times\frac{\frac{۸}{۳}a}{\frac{۱۴}{۳}a}=\frac{۸}{۷}$$

(هندسه ۱- قضیهٔ تالس، تشابه و کاربردهای آن؛ صفحه‌های ۳۴ تا ۳۷)

۵۶- **گزینهٔ «۴»** *(فرزانه خاکپاش)*

طبق فرمول پیک برای مساحت چندضلعی‌های شبکه‌ای داریم:

$$S=\frac{b}{۲}+i-۱=۷ \Rightarrow \frac{b}{۲}+i=۸$$

مجموع تعداد نقاط مرزی و درونی در صورتی حداکثر خواهد بود که b بیش‌ترین و i کم‌ترین مقدار ممکن را دارا باشند. با توجه به اینکه کم‌ترین مقدار i برابر صفر است، داریم:

$$i=۰ \Rightarrow \frac{b}{۲}=۸ \Rightarrow b=۱۶ \Rightarrow \max(b+i)=۱۶$$

از طرفی در صورتی مجموع تعداد نقاط مرزی و درونی حداقل خواهد بود که b کمترین و i بیش‌ترین مقدار ممکن را دارا باشند. کم‌ترین مقدار b برابر ۳ است، ولی چون i همواره عددی حسابی است، پس b باید زوج باشد و در نتیجه داریم:

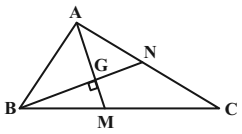
$$b=۴ \Rightarrow \frac{۴}{۲}+i=۸ \Rightarrow i=۶ \Rightarrow \min(b+i)=۱۰$$

$$\max(b+i)-\min(b+i)=۱۶-۱۰=۶$$

(هندسه ۱- چندضلعی‌ها؛ صفحه‌های ۶۹ تا ۷۱)

۵۷- **گزینهٔ «۴»** *(امیرحسین ابومحبوب)*

می‌دانیم میانه‌های هر مثلث، یکدیگر را به نسبت ۲ به ۱ قطع می‌کنند، پس $GM=\frac{۱}{۳}AM=۳$ است.



از طرفی از برخورد میانه‌های یک مثلث، ۶ مثلث هم مساحت ایجاد می‌شود، بنابراین داریم:

$$S_{BMG}=\frac{۱}{۶}S_{ABC}=\frac{۱}{۶}\times۳۶=۶$$

$$\Rightarrow \frac{۱}{۲}GM\times BG=۶ \xrightarrow{GM=۳} BG=۴$$

$$\overset{\Delta}{BMG}: BM^۲=BG^۲+GM^۲=۴^۲+۳^۲=۲۵ \Rightarrow BM=۵$$
$$\Rightarrow BC=۲BM=۱۰$$

اگر AH ارتفاع وارد بر ضلع BC باشد، آن‌گاه داریم:

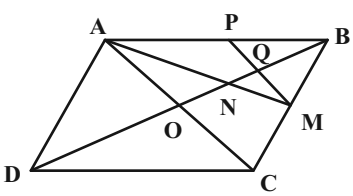
$$S_{ABC}=\frac{۱}{۲}AH\times BC \Rightarrow ۳۶=\frac{۱}{۲}AH\times۱۰ \Rightarrow AH=۷/۲$$

نسبت خواسته شده برابر است با: $\frac{AH}{AM}=\frac{۷/۲}{۹}=۰/۸$

(هندسه ۱- چندضلعی‌ها؛ صفحه‌های ۶۵ تا ۶۷)

۵۸- **گزینهٔ «۳»** *(افشین خاصه‌خان)*

در مثلث ABC، نقاط M و P به‌ترتیب وسط اضلاع BC و AB قرار دارند، پس طبق عکس قضیهٔ تالس، $MP \parallel AC$ است و در نتیجه دو مثلث MNQ و AON با هم متشابه‌اند.



AzmonVIP

از طرفی AM و BO میانه‌های مثلث ABC هستند که یکدیگر را به نسبت ۲ به ۱ قطع می‌کنند، پس نسبت تشابه دو مثلث MNQ و AON برابر است با:

$$k=\frac{MN}{AN}=\frac{1}{2}\Rightarrow\frac{S_{MNQ}}{S_{AON}}=\left(\frac{1}{2}\right)^2=\frac{1}{4}$$

$$\Rightarrow S_{MNQ}=\frac{1}{4}S_{AON}\qquad(1)$$

همچنین می‌دانیم از برخورد میانه‌های هر مثلث، ۶ مثلث هم مساحت ایجاد می‌شود، پس داریم:

$$S_{AON}=\frac{1}{6}S_{ABC}=\frac{1}{6}\left(\frac{1}{2}S_{ABCD}\right)=\frac{1}{12}S_{ABCD}\qquad(2)$$

$$(1),(2)\Rightarrow S_{MNQ}=\frac{1}{4}\times\frac{1}{12}S_{ABCD}=\frac{1}{48}S_{ABCD}$$

(هندسه ۱- چندضلعی‌ها؛ صفحه‌های ۶۵ تا ۶۷)

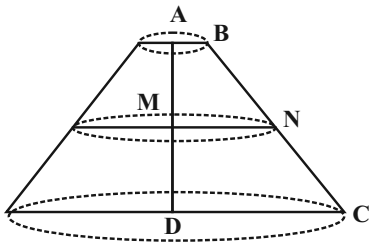
۵۹- **گزینهٔ «۱»** *(محمد خندان)*

دو صفحهٔ عمود بر یک صفحه، لزوماً با یکدیگر موازی نیستند، پس گزینهٔ «۱» در حالت کلی درست نیست.

(هندسه ۱- تجسم فضایی؛ صفحه‌های ۸۳ و ۸۶)

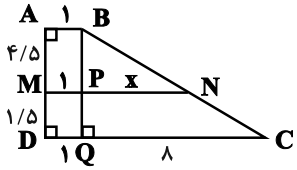
۶۰- **گزینهٔ «۴»** *(فرشاد صدیقی‌فر)*

از دوران ذوزنقهٔ ABCD حول ساق قائم AD، مطابق شکل یک مخروط ناقص پدید می‌آید.



در صورت برش این مخروط ناقص با صفحه‌ای موازی دو قاعده، یک دایره به شعاع MN حاصل می‌شود. مطابق شکل زیر در ذوزنقهٔ ABCD داریم:

$$\overset{\Delta}{BQC}:PN\parallel QC\xrightarrow{\text{تعمیم قضیهٔ تالس}}\frac{PN}{QC}=\frac{BP}{BQ}$$



$$\Rightarrow\frac{x}{8}=\frac{3}{4}\Rightarrow x=6\Rightarrow MN=1+6=7$$

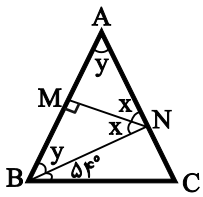
$$\text{مساحت دایره}=\pi\times7^2=49\pi$$

(هندسه ۱- تجسم فضایی؛ صفحه‌های ۹۲ تا ۹۶)

هندسه ۱- آشنا

۶۱- **گزینهٔ «۳»** *(کتاب زرد ۱۰ دوره)*

مطابق شکل فرض کنید $\hat{A}=y$ و $M\hat{N}B=x$ باشد. نقطهٔ N روی عمودمنصف پاره‌خط AB قرار دارد، پس دو مثلث AMN و BMN هم‌نهشت هستند و در نتیجه $M\hat{B}N=y$ است.



$$AB=AC\Rightarrow\hat{C}=\hat{B}=y+54^\circ$$

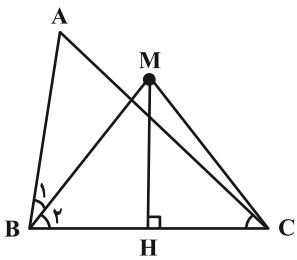
$$\hat{A}+\hat{B}+\hat{C}=180^\circ\Rightarrow y+(y+54^\circ)+(y+54^\circ)=180^\circ$$

$$\Rightarrow 3y=72^\circ\Rightarrow y=24^\circ$$

$$\overset{\Delta}{BMN}:x+y=90^\circ\Rightarrow x=90^\circ-24^\circ=66^\circ$$

(هندسه ۱- ترسیم‌های هندسی و استدلال؛ صفحه‌های ۱۳ و ۱۴)

۶۲- **گزینهٔ «۳»** *(کتاب زرد ۱۰ دوره)*



AzmonVIP

$\overset{\Delta}{MBC}$ BC روی عمود منصف $M \Rightarrow MB = MC \xrightarrow{\overset{\Delta}{MBC}}$

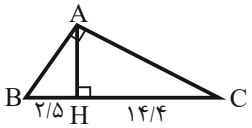
$\hat{B}_2 = M\hat{C}B \xrightarrow{M\hat{C}B > A\hat{C}B}$

$\hat{B}_2 > A\hat{C}B \Rightarrow \frac{\hat{B}}{2} > \hat{C} \Rightarrow \hat{B} > 2\hat{C}$

(هندسه ۱- ترسیم‌های هندسی و استدلال؛ صفحه‌های ۲۰ و ۲۱)

۶۳- **گزینهٔ «۲»** *(کتاب زرد ۱۰ دوره)*

طبق روابط طولی در مثلث قائم‌الزاویهٔ ABC داریم:



$AH^2 = BH \times CH = 2/5 \times 14/4 = 36 \Rightarrow AH = 6$

(هندسه ۱- قضیهٔ تالس، تشابه و کاربرد آن‌ها؛ صفحهٔ ۴۲)

۶۴- **گزینهٔ «۲»** *(کتاب زرد ۱۰ دوره)*

$\overset{\Delta}{EDC} : AB \parallel DC \xrightarrow{\text{قضیهٔ تالس}} \frac{EA}{AD} = \frac{EB}{BC} \Rightarrow \frac{5}{x} = \frac{3x-4}{4}$

$\Rightarrow x(3x-4) = 20 \Rightarrow 3x^2 - 4x - 20 = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = \frac{10}{3} \\ x = -2 \text{ غ ق ق} \end{cases}$

$AB \parallel DC \xrightarrow{\text{قضیهٔ اساسی تشابه}} \overset{\Delta}{EAB} \sim \overset{\Delta}{EDC}$

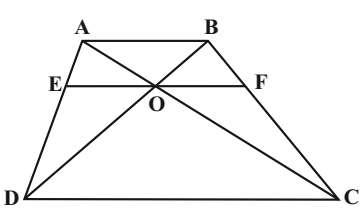
$\Rightarrow \frac{S_{EAB}}{S_{EDC}} = \left(\frac{EA}{ED}\right)^2 = \left(\frac{5}{\frac{25}{3}}\right)^2$

$\Rightarrow \frac{S_{EAB}}{S_{EDC}} = \frac{9}{25} \xrightarrow{\text{تفضیل نسبت در مخرج}} \frac{S_{EAB}}{S_{ABCD}} = \frac{9}{16}$

$\Rightarrow \frac{S_{ABCD}}{S_{EAB}} = \frac{16}{9}$

(هندسه ۱- قضیهٔ تالس، تشابه و کاربرد آن‌ها؛ صفحه‌های ۳۴ تا ۴۱ و ۴۵)

۶۵- **گزینهٔ «۱»** *(کتاب زرد ۱۰ دوره)*



$\overset{\Delta}{ADC} : EO \parallel DC \xrightarrow{\text{تعمیم قضیهٔ تالس}} \frac{EO}{DC} = \frac{AE}{AD}$ (۱)

$\overset{\Delta}{DAB} : EO \parallel AB \xrightarrow{\text{تعمیم قضیهٔ تالس}} \frac{EO}{AB} = \frac{DE}{AD}$ (۲)

$(1)+(2) \Rightarrow \frac{EO}{DC} + \frac{EO}{AB} = \frac{AE}{AD} + \frac{DE}{AD} = 1$

$\Rightarrow \frac{EO}{9} + \frac{EO}{5} = 1 \Rightarrow EO = \frac{45}{14}$

به‌طور مشابه $OF = \frac{45}{14}$ است و در نتیجه داریم:

$EF = 2EO = 2 \times \frac{45}{14} = \frac{45}{7}$

(هندسه ۱- قضیهٔ تالس، تشابه و کاربرد آن‌ها؛ صفحه‌های ۳۴ تا ۳۷)

۶۶- **گزینهٔ «۲»** *(کتاب زرد ۱۰ دوره)*

تعداد قطرهای یک n ضلعی محدب از رابطهٔ $\frac{n(n-3)}{2}$ به‌دست می‌آید،

بنابراین داریم:

$\frac{n(n-3)}{2} - \frac{(n-1)(n-4)}{2} = 16$

$\Rightarrow \frac{(n^2-3n)-(n^2-5n+4)}{2} = 16$

$\Rightarrow 2n - 4 = 32 \Rightarrow 2n = 36 \Rightarrow n = 18$

جواب مسئله برابر اختلاف تعداد قطرهای ۱۸ ضلعی و ۱۶ ضلعی است،

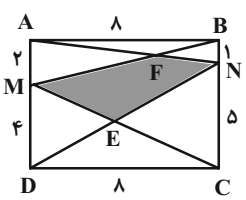
بنابراین داریم:

$\frac{18 \times 15}{2} - \frac{16 \times 13}{2} = 135 - 104 = 31$

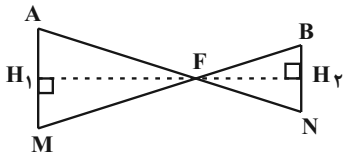
(هندسه ۱- چندضلعی‌ها و ویژگی‌های آن‌ها؛ صفحهٔ ۵۵)

۶۷- **گزینهٔ «۱»** *(کتاب زرد ۱۰ دوره)*

برای محاسبهٔ مساحت چهارضلعی $MENF$ کافی است مساحت دو مثلث AFM و MED را از مساحت مثلث AND کم کنیم.

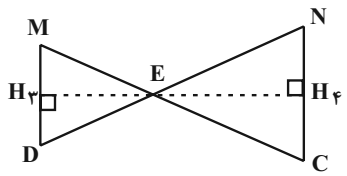


AzmonVIP



$$\overset{\Delta}{AFM} \sim \overset{\Delta}{BFN} \Rightarrow \frac{FH_1}{FH_2} = \frac{AM}{BN} = \frac{2}{1}$$

$$\xrightarrow{\text{ترکیب نسبت در مخرج}} \frac{FH_1}{H_1H_2} = \frac{2}{3} \Rightarrow FH_1 = \frac{2}{3} \times 8 = \frac{16}{3}$$



$$\overset{\Delta}{MED} \sim \overset{\Delta}{NEC} \Rightarrow \frac{EH_3}{EH_4} = \frac{MD}{NC} = \frac{4}{5}$$

$$\xrightarrow{\text{ترکیب نسبت در مخرج}} \frac{EH_3}{H_3H_4} = \frac{4}{9} \Rightarrow EH_3 = \frac{4}{9} \times 8 = \frac{32}{9}$$

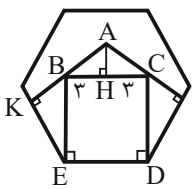
$$S_{MFNE} = S_{AND} - (S_{AFM} + S_{MED})$$
$$= \frac{1}{2} \times 8 \times 6 - (\frac{1}{2} \times \frac{16}{3} \times 2 + \frac{1}{2} \times \frac{32}{9} \times 4) = 24 - (\frac{16}{3} + \frac{64}{9}) = \frac{104}{9}$$

(هندسه ۱- ترکیبی؛ صفحه‌های ۳۹ و ۶۵)

۶۸- **گزینهٔ «۱»** *(کتاب زرد ۱۰ دوره)*

هر زاویهٔ یک شش ضلعی منتظم برابر 120° است، پس داریم:

$$\hat{BEK} = 120^\circ - 90^\circ = 30^\circ$$



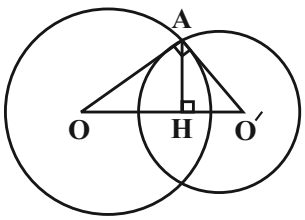
اضلاع دو زاویهٔ $\hat{ABC}$ و $\hat{BEK}$ دو به دو بر هم عمودند، پس $\hat{ABC} = \hat{BEK} = 30^\circ$ است. به‌طور مشابه $\hat{ACB} = 30^\circ$ و در نتیجه مثلث ABC متساوی‌الساقین است. با رسم ارتفاع AH در این مثلث داریم:

$$\tan(\hat{ABH}) = \frac{AH}{BH} \xrightarrow{\hat{ABH}=30^\circ} \frac{\sqrt{3}}{3} = \frac{AH}{3} \Rightarrow AH = \sqrt{3}$$

$$S_{ABC} = \frac{1}{2} AH \times BC = \frac{1}{2} \times \sqrt{3} \times 6 = 3\sqrt{3}$$

(هندسه ۱- چندضلعی‌ها و ویژگی‌های آن‌ها؛ صفحهٔ ۶۵)

۶۹- **گزینهٔ «۴»** *(کتاب زرد ۱۰ دوره)*



$$\overset{\Delta}{OAO'}: 5^2 = 4^2 + 3^2 \Rightarrow OO'^2 = OA^2 + O'A^2$$

$$\xrightarrow{\text{طبق عکس قضیهٔ فیثاغورس}} \hat{OAO'} = 90^\circ$$
$$\Rightarrow AH \times OO' = OA \times O'A$$

$$\Rightarrow AH \times 5 = 4 \times 3 \Rightarrow AH = 2/4$$

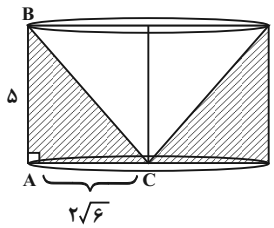
مکان هندسی نقاط مشترک دو کره، دایره‌ای به شعاع AH است، بنابراین:

$$S = \pi(AH)^2 = 5/76\pi$$

(هندسه ۱- تجسم فضایی؛ صفحه‌های ۹۲ تا ۹۴)

۷۰- **گزینهٔ «۴»** *(کتاب زرد ۱۰ دوره)*

از دوران مثلث ABC حول خط گذرا از رأس C و موازی ضلع AB، یک استوانه حاصل می‌شود که یک مخروط از میان آن برداشته شده است.



$$\text{حجم حاصل از دوران} = V_{\text{استوانه}} - V_{\text{مخروط}}$$

$$= \pi(2\sqrt{6})^2 \times 5 - \frac{1}{3}\pi(2\sqrt{6})^2 \times 5 = 120\pi - 40\pi = 80\pi$$

(هندسه ۱- تجسم فضایی؛ صفحه‌های ۹۵ و ۹۶)

AzmonVIP

فیزیک ۲

۷۱- **گزینهٔ «۲»** *(خسرو ارغوانی‌فرد)*

وقتی به یک جسم، الکترون می‌دهیم، در واقع به آن جسم بار منفی داده‌ایم. چون در نهایت، نوع بار جسم عوض شده است، بنابراین در ابتدا بار جسم مثبت بوده است و بار نهایی آن $-۱/۵q$ می‌شود.

$$\Delta q = -ne \Rightarrow -۱/۵q - q = -ne$$

$$۲/۵q = ne \xrightarrow[e=۱/۶\times۱۰^{-۱۹}C]{n=۲\times۱۰^{۱۴}}$$

$$۲/۵q = ۲\times۱۰^{۱۴}\times۱/۶\times۱۰^{-۱۹} \Rightarrow ۲/۵q = ۳/۲\times۱۰^{-۵}$$

$$\Rightarrow q = \frac{۳/۲\times۱۰^{-۵}}{۲/۵}C$$

$$\Rightarrow q = ۱۲/۸\times۱۰^{-۶}C = ۱۲/۸\mu C$$

(فیزیک ۲- الکتریسته ساکن؛ صفحه‌های ۲ تا ۵)

۷۲- **گزینهٔ «۲»** *(آراس محمدی)*

قبل از تغییر اندازهٔ بارها در نقطهٔ M، داریم:

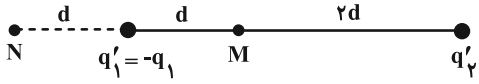
$$\vec{E}_۱ + \vec{E}_۲ = ۳\vec{E} \xrightarrow{\vec{E}_۲ = ۲\vec{E}} \vec{E}_۱ + ۲\vec{E} = ۳\vec{E} \Rightarrow \begin{cases} \vec{E}_۱ = \vec{E} \\ \vec{E}_۲ = ۲\vec{E} \end{cases}$$

با توجه به این‌که میدان‌ها در نقطهٔ M هم‌جهت هستند، پس دو بار $q_۱$ و $q_۲$ ناهم‌نام‌اند؛

$$\left|\frac{E_۲}{E_۱}\right| = \left|\frac{q_۲}{q_۱}\right| \times \left(\frac{d_۱}{d_۲}\right)^۲ \Rightarrow \frac{۲E}{E} = \left|\frac{q_۲}{q_۱}\right| \times \left(\frac{d}{۲d}\right)^۲$$

$$\Rightarrow \left|\frac{q_۲}{q_۱}\right| = ۸ \xrightarrow{\text{دو بار ناهم‌نام‌اند}} q_۲ = -۸q_۱$$

پس از انتقال بار $\left(\frac{۲۵}{۱۰۰}q_۲ = -۲q_۱\right)$ به بار $q_۱$، شکل به این صورت است:



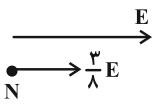
با توجه به منفی شدن هر دو بار الکتریکی $q'_۱$ و $q'_۲$، با در نظر گرفتن $\vec{E}$ به سمت راست، بارهای جدید میدانی هم‌سو با $\vec{E}$ ایجاد می‌کنند (رد گزینه‌های «۳» و «۴»).

$$\frac{E'_۱}{E_۱} = \left|\frac{q'_۱}{q_۱}\right| \times \left(\frac{d}{d'}\right)^۲ \xrightarrow[\vec{E}_۱ = E]{d = d'} \frac{E'_۱}{E} = ۱ \Rightarrow E'_۱ = E$$

$$\frac{E'_۲}{E_۲} = \left|\frac{q'_۲}{q_۲}\right| \times \left(\frac{d}{d'}\right)^۲ \xrightarrow[E_۲ = ۲E]{d' = ۴d} \frac{E'_۲}{۲E} = \left|\frac{-۶q_۱}{-۸q_۱}\right| \times \left(\frac{۲d}{۴d}\right)^۲$$

$$\Rightarrow E'_۲ = \frac{۳}{۸}E$$

و در نهایت میدان الکتریکی برایند را به دست می‌آوریم:



$$\Rightarrow E'_T = E'_۱ + E'_۲ \Rightarrow E'_T = \frac{۳}{۸}E + E \Rightarrow E'_T = \frac{۱۱}{۸}E$$

(فیزیک ۲- الکتریسیتهٔ ساکن؛ صفحه‌های ۱۴ تا ۱۷)

۷۳- **گزینهٔ «۱»** *(غلامرضا مهینی)*

در حالت اول‌که خازن به مولد وصل است، ولتاژ خازن ثابت است. با توجه به این‌که در این حالت A و κ هر دو ثابت‌اند، می‌توان نوشت:

$$C = \kappa\varepsilon_۰\frac{A}{d} \Rightarrow \frac{C_۲}{C_۱} = \frac{d_۱}{d_۲} \xrightarrow{d_۲ = ۳d_۱} \frac{C_۲}{C_۱} = \frac{d_۱}{۳d_۱} = \frac{۱}{۳}$$

$$U = \frac{۱}{۲}CV^۲ \rightarrow \frac{U_۲}{U_۱} = \frac{C_۲}{C_۱} \times \left(\frac{V_۲}{V_۱}\right)^۲ \xrightarrow{V_۱ = V_۲} \frac{U_۲}{U_۱} = \frac{۱}{۳}$$

در حالت دوم که خازن از مولد جداست بار آن ثابت می‌ماند. با توجه به این‌که در این حالت A و d ثابت‌اند، داریم:

$$U=\frac{1}{2}\frac{q^2}{C}\Rightarrow\frac{U_3}{U_2}=\frac{C_2}{C_3}=\frac{\kappa_2}{\kappa_3}\xrightarrow{\kappa_2=\kappa_1=1,\ \kappa_3=2}\frac{U_3}{U_2}=\frac{C_2}{C_3}=\frac{1}{2}$$

$$\Rightarrow U_3=\frac{1}{2}U_2=\frac{1}{2}(\frac{1}{3}U_1)\Rightarrow U_3=\frac{1}{6}U_1$$

(فیزیک ۲- الکتریسیتهٔ ساکن؛ صفحه‌های ۳۲ تا ۴۰)

۷۴- **گزینهٔ «۳»** (مهدی براتی)

ابتدا نسبت $\frac{R_B}{R_A}$ را می‌یابیم. با توجه به نمودار به ازای اختلاف پتانسیل یکسان V، جریان الکتریکی مقاومت A برابر $I_A=2A$ و جریان الکتریکی مقاومت B برابر $I_B=4A$ است. بنابراین، با استفاده از قانون اهم می‌توان نوشت:

$$V_A=V_B\Rightarrow R_AI_A=R_BI_B\Rightarrow R_A\times2=R_B\times4$$

$$\Rightarrow\frac{R_B}{R_A}=\frac{2}{4}=\frac{1}{2}$$

اکنون با استفاده از رابطهٔ $R=\rho\frac{L}{A}$ و با توجه به این‌که $A=\pi\frac{D^2}{4}$ است، می‌توان نوشت:

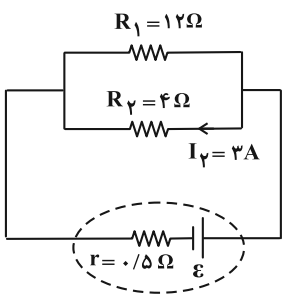
$$R=\rho\frac{L}{A}=\rho\frac{L}{\pi\frac{D^2}{4}}\Rightarrow\frac{R_B}{R_A}=\frac{\rho_B}{\rho_A}\times\frac{L_B}{L_A}\times(\frac{D_A}{D_B})^2\xrightarrow{\rho_B=\rho_A,\ L_A=4L_B}$$

$$\frac{1}{2}=1\times\frac{L_B}{4L_B}\times(\frac{D_A}{D_B})^2\Rightarrow(\frac{D_A}{D_B})^2=2\Rightarrow\frac{D_A}{D_B}=\sqrt{2}$$

(فیزیک ۲- جریان الکتریکی و مدارهای جریان مستقیم؛ صفحه‌های ۴۹ تا ۵۶)

۷۵- **گزینهٔ «۴»** (ادریس محمدی)

با توجه به اطلاعات سؤال، شکل سؤال را رسم می‌کنیم.



$$V_1=V_2\xrightarrow{V=RI}R_1I_1=R_2I_2$$

$$\Rightarrow12\times I_1=4\times3\Rightarrow I_1=1A$$

پس جریان کل مدار $I_1+I_2=4A$ می‌باشد که طبق رابطهٔ زیر داریم:

$$I_{\text{کل}}=\frac{\varepsilon}{R_T+r}\xrightarrow[R_T=\frac{R_1R_2}{R_1+R_2}=\frac{4\times12}{16}=3\Omega]{I_{\text{کل}}=4A,\ r=0/5\Omega}$$

$$4=\frac{\varepsilon}{3+0/5}\Rightarrow\varepsilon=14V$$

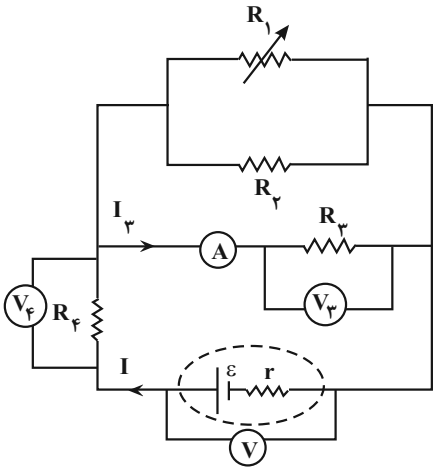
(فیزیک ۲- جریان الکتریکی و مدارهای جریان مستقیم؛ صفحه‌های ۷۳ و ۷۴)

۷۶- **گزینهٔ «۴»** (محمدصادق مام‌سیره)

با افزایش مقاومت متغیر R_1، مقاومت معادل مدار افزایش می‌یابد، در نتیجه بنا به رابطهٔ $I=\frac{\varepsilon}{R_{eq}+r}$، جریان الکتریکی در شاخهٔ اصلی مدار کاهش یافته و باعث می‌شود، طبق رابطهٔ $V=\varepsilon-rI$، اختلاف پتانسیل دو سر باتری که ولت‌سنج نشان می‌دهد، افزایش یابد.

برای بررسی عددی که آمپرسنج نشان می‌دهد، اختلاف پتانسیل دو سر مقاومت R_3 را با V_3 و اختلاف پتانسیل دوسر مقاومت R_4 را با V_4 نشان می‌دهیم. چون از مقاومت R_4 جریان اصلی مدار می‌گذرد، بنا به رابطهٔ $V_4=R_4I$، با کاهش جریان اصلی مدار، V_4 کاهش خواهد یافت. بنابراین با توجه به این‌که $V=V_3+V_4$، با افزایش V و کاهش V_4، V_3 افزایش می‌یابد. در نتیجه، بنا به رابطهٔ $I_3=\frac{V_3}{R_3}$، چون V_3 افزایش یافته است، جریان I_3 که از آمپرسنج می‌گذرد، افزایش خواهد یافت.

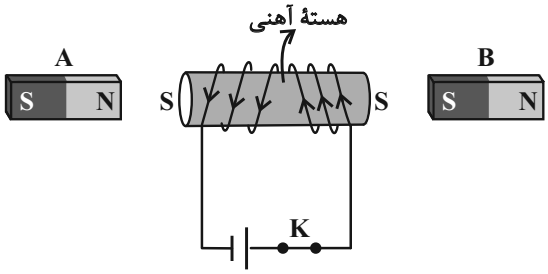
AzmonVIP



(فیزیک ۲- جریان الکتریکی و مدارهای جریان مستقیم؛ صفحه‌های ۷۰ تا ۷۷)

۷۷- **گزینهٔ «۲»** (مصطفی کیانی)

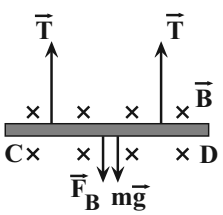
بعد از بستن کلید، قطب‌های آهن ربای القایی ایجاد شده مطابق شکل زیر است، لذا نیروی وارد بر آهن ربای A جاذبه و آهن ربای B دافعه است.



(فیزیک ۲- مغناطیس و القای الکترومغناطیسی؛ صفحهٔ ۹۹)

۷۸- **گزینهٔ «۱»** (زهره آقامحمدی)

مطابق شکل زیر بر میلهٔ حامل جریان نیروهای کشش طناب، نیروی وزن و نیروی مغناطیسی وارد می‌شود. بنابراین، ابتدا نیروهای وزن و $2T$ را با هم مقایسه می‌کنیم:



$$2T = 2\times 2/4 = 4/8N$$

$$W = mg \xrightarrow[g=10\frac{N}{kg}]{m=240\times10^{-3}kg} W = mg = 240\times10^{-3}\times10 = 2/4N$$

چون میله در حال تعادل قرار دارد و $2T > mg$ است، لذا نیروی مغناطیسی وارد بر آن به طرف پایین و بزرگی آن برابر است با:

$$F_{net,y} = 0 \Rightarrow 2T = mg + F_B \Rightarrow 4/8 = 2/4 + F_B$$

$$\Rightarrow F_B = 2/4N$$

اکنون با داشتن اندازهٔ F_B، به‌صورت زیر جریان عبوری از میله را می‌یابیم:

$$F_B = IlB\sin\theta \xrightarrow[l=120cm=1/2m]{\theta=90^\circ, B=0/8T} 2/4 = I\times1/2\times0/8 \Rightarrow I = 2/5A$$

هم‌چنین با توجه به قاعدهٔ دست راست و جهت نیروی مغناطیسی، جهت جریان از D به C خواهد شد.

(فیزیک ۲- مغناطیس و القای الکترومغناطیسی؛ صفحهٔ ۹۳)

۷۹- **گزینهٔ «۳»** (محمد اسری)

$$\varepsilon_{av} = -N\frac{\Delta\Phi}{\Delta t} = -N\frac{\Delta(BA\cos\theta)}{\Delta t} = -NA\cos\theta\frac{\Delta B}{\Delta t}$$

$$\xrightarrow{\text{شیب نمودار در بازهٔ زمانی } 4s \text{ تا } 6s = \frac{\Delta B}{\Delta t}}$$

$$\Rightarrow \varepsilon_{av} = -1\times3\times(2\times10^{-2})^2\times\cos0^\circ\times\frac{0-4}{6-4}$$

$$\Rightarrow \varepsilon_{av} = -3\times4\times10^{-4}\times1\times(-2) = 24\times10^{-4}V = 2/4mV$$

(فیزیک ۲- مغناطیس و القای الکترومغناطیسی؛ صفحه‌های ۱۱۳ و ۱۱۴)

۸۰- **گزینهٔ «۳»** (حسین عبدوی‌نژاد)

طبق متن کتاب درسی داریم:

قبل از انتقال توان الکتریکی از نیروگاه‌ها، مبدل‌های افزاینده، ولتاژ را تا حدود $400kV$ افزایش می‌دهند. در انتهای مسیر، مبدل‌های کاهنده، ولتاژ را کاهش می‌دهند تا توان الکتریکی با امنیت بیشتر به محل مصرف برسد.

(فیزیک ۲- مغناطیس و القای الکترومغناطیسی صفحهٔ ۱۲۶)

AzmonVIP

فیزیک ۱

۸۱- **گزینهٔ «۳»** *(حسام نادری)*

پیشوند k معادل 10^{3} و پیشوند da معادل 10^{1} است:

$$40km + 40dam = 40\times10^{3}m + 40\times10^{1}m$$

$$= 40000 + 400 = 40400m$$

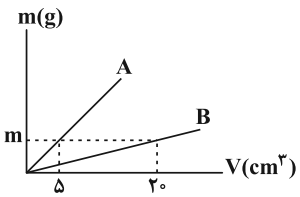
(فیزیک ۱- فیزیک و اندازه‌گیری؛ صفحهٔ ۱۲)

۸۲- **گزینهٔ «۱»** *(رضا امامی)*

ابتدا جرم جسم B و سپس با توجه به برابری جرم B و A، چگالی جسم A را می‌یابیم. مطابق نمودار داده شده داریم:

$$m = \rho_B V_B = 5\times20 = 100g$$

$$\rho_A = \frac{m}{V_A} = \frac{100}{5} = 20\frac{g}{cm^3}$$



$$m_A = 500g$$

$$\rho_A = 20\frac{g}{cm^3} \Rightarrow V_A = \frac{m_A}{\rho_A} = \frac{500}{20} = 25cm^3$$

(فیزیک ۱- فیزیک و اندازه‌گیری؛ صفحه‌های ۱۶ تا ۱۸)

۸۳- **گزینهٔ «۴»** *(زهره آقامحمدی)*

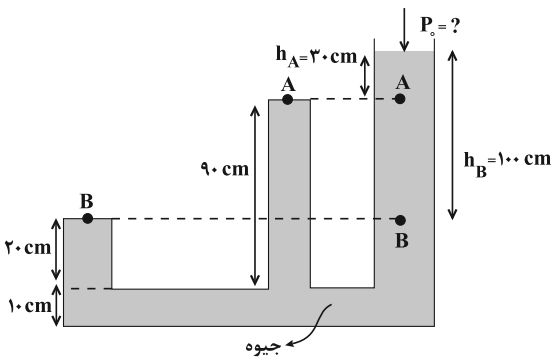
افزایش دما نیروی هم‌چسبی بین مولکول‌های مایع را کاهش می‌دهد، درنتیجه باعث می‌شود قطره‌ها کوچکتر شوند.

(فیزیک ۱- ویژگی‌های فیزیکی مواد؛ صفحه‌های ۲۸ تا ۳۰)

۸۴- **گزینهٔ «۳»** *(مصطفی کیانی)*

ابتدا نقطه‌های هم‌تراز نقطه‌های A و B را در شاخهٔ سمت راست پیدا کرده و سپس فاصلهٔ این نقطه‌ها را از سطح آزاد جیوه تعیین می‌کنیم.

مطابق شکل زیر، فاصلهٔ نقطهٔ A از سطح آزاد جیوه برابر $h_A = 30cm$ و فاصلهٔ نقطهٔ B از سطح آزاد جیوه برابر $h_B = 100cm$ است. با توجه به این‌که فشار در نقطه‌های A و B برابر $P_A = P_0 + P'_A$ و $P_B = P_0 + P'_B$ است، به‌صورت زیر فشار هوای محیط (P_0) را می‌یابیم. دقت کنید، P'_A و P'_B به ترتیب فشار پیمانه‌ای مایع در نقطه‌های A و B برحسب cmHg است که مطابق شکل، $P'_A = h_A = 30cmHg$ و $P'_B = h_B = 100cmHg$ می‌باشد.



$$P_A = P_0 + P'_A \Rightarrow P_A = P_0 + 30$$

$$P_B = P_0 + P'_B \Rightarrow P_B = P_0 + 100$$

$$P_B = 1/7P_A \Rightarrow P_0 + 100 = 1/7(P_0 + 30) \Rightarrow P_0 + 100 = 1/7P_0 + 51$$

$$\Rightarrow 49 = 0/7P_0 \Rightarrow P_0 = 70cmHg$$

(فیزیک ۱- ویژگی‌های فیزیکی مواد؛ صفحه‌های ۳۲ تا ۴۰)

۸۵- **گزینهٔ «۱»** *(مصطفی کیانی)*

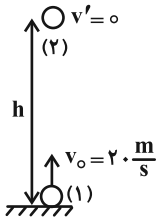
ابتدا با استفاده از قضیهٔ کار و انرژی جنبشی، مجموع کار نیروی مقاومت هوا را در مسیر رفت و برگشت حساب می‌کنیم. دقت کنید با استفاده از قضیه‌ی کار و انرژی جنبشی، کار برایند نیروها (نیروی وزن و نیروی مقاومت هوا) به‌دست می‌آید، اما چون در مسیر رفت و برگشت کار نیروی وزن برابر با صفر است (جسم به مکان اولیه بازگشته است)، کار کل، همان کار نیروی مقاومت هوا می‌باشد.

$$W_t = \frac{1}{2}mv^2 - \frac{1}{2}mv_0^2 \xrightarrow{v_0=20\frac{m}{s}, v=10\frac{m}{s}}$$

$$W_t = W_{f_D} = \frac{1}{2}m(100 - 400) \Rightarrow W_{f_D} = -150m(J)$$

AzmonVIP

اکنون با استفاده از تغییر انرژی مکانیکی در مسیر رفت، حداکثر فاصلهٔ گلوله از سطح زمین را حساب می‌کنیم. لازم به ذکر است چون نیروی مقاومت هوا ثابت فرض شده است، کار این نیرو در مسیر رفت و برگشت با هم برابر و نصف مقدار کار کلی است که از قضیه‌ی کار و انرژی جنبشی به دست آورده‌ایم؛ یعنی:



مبدأ پتانسیل گرانشی

$$W_{f_D\ \text{رفت}} = W_{f_D\ \text{برگشت}} = \frac{W_t}{۲} = -۷۵m$$

$$E_۲ - E_۱ = W_{f_D\ \text{رفت}} \Rightarrow (U_۲ + K_۲) - (U_۱ + K_۱) = W_{f_D\ \text{رفت}}$$

$$\Rightarrow (mgh + ۰) - (۰ + \frac{۱}{۲}mv_۰^۲) = -۷۵m(J)$$

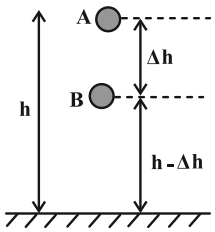
$$\Rightarrow ۱۰h - \frac{۱}{۲} \times ۴۰۰ = -۷۵ \Rightarrow ۱۰h = ۲۰۰ - ۷۵$$

$$\Rightarrow h = ۱۲/۵m$$

(فیزیک ۱- کار، انرژی و توان؛ صفحه‌های ۶۸ تا ۷۳)

۸۶- **گزینهٔ «۲»** (امیراحمد میرسعید)

با توجه به شکل زیر خواهیم داشت:



$$E_A = K_A + U_A = ۰ + mgh$$

$$E_B = U_B + K_B = U_B + \frac{۳}{۸}U_B = \frac{۱۱}{۸}U_B$$

$$E_A = E_B$$

$$mgh = \frac{۱۱}{۸}mg(h - \Delta h) \Rightarrow h = \frac{۱۱}{۸}h - \frac{۱۱}{۸}\Delta h$$

$$\frac{۱۱}{۸}\Delta h = \frac{۳}{۸}h \Rightarrow \frac{\Delta h}{h} = \frac{۳}{۱۱}$$

(فیزیک ۱- کار، انرژی و توان؛ صفحه‌های ۶۸ تا ۷۰)

۸۷- **گزینهٔ «۲»** (ادریس محمدی)

با استفاده از رابطهٔ $\Delta L = L_۱\alpha\Delta\theta$ داریم:

$$\left.\begin{array}{l} L_۱ = ۸m \\ L_۲ = ۷/۲m \\ \theta_۱ = ۲۵^\circ C \\ \theta_۲ = ? \end{array}\right\} \Rightarrow -۰/۸ = ۸ \times ۲ \times ۱۰^{-۲} \times \Delta\theta$$

$$\Rightarrow \Delta\theta = -۵^\circ C \xrightarrow{\theta_۱ = ۲۵^\circ C} \theta_۲ - ۲۵ = -۵ \Rightarrow \theta_۲ = ۲۰^\circ C$$

در آخر دمای به دست آمده را به فارنهایت تبدیل می‌کنیم:

$$F = \frac{۹}{۵}\theta + ۳۲ \xrightarrow{\theta = ۲۰^\circ C} F = \frac{۹}{۵} \times ۲۰ + ۳۲ \Rightarrow F = ۶۸^\circ F$$

(فیزیک ۱- دما و گرما؛ صفحه‌های ۸۵ و ۸۸)

۸۸- **گزینهٔ «۳»** (آرش مروتی)

می‌دانیم یخ $-۲۰^\circ C$ باید مراحل زیر را طی کند تا به آب $۶۰^\circ C$ تبدیل شود. بنابراین ابتدا توان مفید گرمکن را می‌یابیم و سپس کل گرمای لازم برای تبدیل یخ $-۲۰^\circ C$ به آب $۶۰^\circ C$ را حساب می‌کنیم و در آخر، زمان را به‌دست می‌آوریم.

$$m = ۰/۸kg\ ,\ \Delta\theta_i = ۲۰^\circ C\ ,\ \Delta\theta_w = ۶۰^\circ C$$

$$\boxed{\text{یخ}\ -۲۰^\circ C} \xrightarrow{Q_۱} \boxed{\text{یخ}\ ۰^\circ C} \xrightarrow{Q_۲} \boxed{\text{آب}\ ۰^\circ C} \xrightarrow{Q_۳} \boxed{\text{آب}\ ۶۰^\circ C}$$

$$Q_۱ = mc_i\Delta\theta_i \qquad Q_۲ = mL_F \qquad Q_۳ = mc_w\Delta\theta_w$$

با توجه به توان ورودی و بازده گرمکن، توان مفید آن را حساب می‌کنیم:

$$Ra = \frac{P_{\text{مفید}}}{P_{\text{ورودی}}} \times ۱۰۰ \Rightarrow ۷۵ = \frac{P_{\text{مفید}}}{۱۶۰۰} \times ۱۰۰ \Rightarrow P_{\text{مفید}} = ۱۲۰۰W$$

اکنون برای محاسبهٔ مدت زمان کار کردن گرمکن، از رابطهٔ توان گرمایی $(P = \frac{Q}{t})$ استفاده می‌کنیم. در این‌جا $Q = Q_۱ + Q_۲ + Q_۳$ است.

$$t = \frac{Q}{P_{\text{مفید}}} = \frac{Q_۱ + Q_۲ + Q_۳}{P}$$

AzmonVIP

$$\Rightarrow t=\frac{(۰/۸\times۲۱۰۰\times۲۰)+(۰/۸\times۳۳۶۰۰۰)+(۰/۸\times۴۲۰۰\times۶۰)}{۱۲۰۰}=۴۲۰s$$

و در نهایت زمان برحسب دقیقه برابر است با: $t=\frac{۴۲۰}{۶۰}=۷min$

(فیزیک ۱- دما و گرما؛ صفحه‌های ۹۶ تا ۱۱۱)

۸۹- **گزینهٔ «۳»** (حسام نادری)

$$\begin{cases}Q_H=۸۰۰J\\|Q_L|=۷۲۰J\end{cases}\Rightarrow|W|=Q_H-|Q_L|=۸۰۰-۷۲۰=۸۰J$$

بازده $\eta=\frac{|W|}{Q_H}\times۱۰۰=\frac{۸۰}{۸۰۰}\times۱۰۰=۱۰٪$

(فیزیک ۱- ترمودینامیک؛ صفحه‌های ۱۴۵ و ۱۴۶)

۹۰- **گزینهٔ «۴»** (حسام نادری)

در فرایند بی‌دررو، $Q=۰$ است و طبق قانون اول ترمودینامیک داریم:

$$\Delta U=Q+W\xrightarrow[Q=۰]{\text{بی‌دررو}}\Delta U=W\xrightarrow[W>۰]{\text{تراکم}}\Delta U>۰$$

از آنجایی که انرژی درونی با دمای گاز متناسب است، با افزایش انرژی درونی، دمای گاز نیز افزایش می‌یابد، یعنی در تراکم بی‌دررو، شاهد افزایش دمای گاز هستیم.

(فیزیک ۱- ترمودینامیک؛ صفحه‌های ۱۳۱ تا ۱۳۹)

فیزیک ۱- آشنا

۹۱- **گزینهٔ «۱»** (کتاب زرد ۱۰ دوره)

با توجه به سازگاری یکاها در روابط فیزیکی، داریم:

طول: $[x]=[C]\Rightarrow C$

شتاب: $[x]=[B]s^۲\Rightarrow[B]=\frac{m}{s^۲}\Rightarrow[B]$

سرعت: $[x]=[\frac{ABt^۳}{C}]\Rightarrow[A]=\frac{m\times m}{\frac{m}{s^۲}\times s^۳}=\frac{m}{s}\Rightarrow[A]$

(فیزیک ۱- فیزیک و اندازه‌گیری؛ صفحهٔ ۱۱)

۹۲- **گزینهٔ «۱»** (کتاب زرد ۱۰ دوره)

این شکل نمایش‌دهندهٔ یک ریزسنج رقمی (دیجیتال) است و همان‌طور که در متن کتاب درسی اشاره شده است، دقت اندازه‌گیری وسایل رقمی، برابر یک واحد از آخرین رقمی است که آن ابزار می‌خواند بنابراین:

دقت اندازه‌گیری ریزسنج $=۰/۰۰۱mm$

(فیزیک ۱- فیزیک و اندازه‌گیری؛ صفحه‌های ۱۴ و ۱۵)

۹۳- **گزینهٔ «۱»** (کتاب زرد ۱۰ دوره)

با توجه به برابری فشار در نقاط هم تراز یک مایع ساکن داریم:

$$P_{\text{گاز}}=\rho gh+P_۰\Rightarrow P_{\text{گاز}}-P_۰=(\rho gh)_{\text{مایع}}=(\rho gh)_{\text{جیوه}}$$

$$\Rightarrow(\rho h)_{\text{مایع}}=(\rho h)_{\text{جیوه}}\Rightarrow ۱/۷\times۴۰=۱۳/۶h_{\text{جیوه}}$$

$$\Rightarrow h_{\text{جیوه}}=۵cm$$

$$\Rightarrow P_g=P_{\text{گاز}}-P_۰=۵cmHg$$

(فیزیک ۱- ویژگی‌های فیزیکی مواد؛ صفحه‌های ۳۷ و ۳۸)

۹۴- **گزینهٔ «۴»** (کتاب زرد ۱۰ دوره)

معادلهٔ پیوستگی: $A_۱v_۱=A_۲v_۲\Rightarrow\pi r_۱^۲v_۱=\pi r_۲^۲v_۲$

$$\Rightarrow r_۱^۲\times v_۱=r_۲^۲\times۰/۶۴\times v_۱$$

$$\Rightarrow r_۱=۰/۸r_۲$$

AzmonVIP

$$\Rightarrow \Delta r = r_1 - r_2 = -0/2 r_2 \Rightarrow \frac{\Delta r}{r_2} \times 100 = -20\%$$

شعاع سطح مقطع لولهٔ (۱)، ۲۰ درصد کمتر از شعاع سطح مقطع لولهٔ (۲) است.

(فیزیک ۱- ویژگی‌های فیزیکی مواد؛ صفحه‌های ۴۴ و ۴۵)

۹۵- **گزینهٔ «۱»** *(کتاب زرد ۱۰ دوره)*

طبق قضیهٔ کار- انرژی جنبشی داریم:

$$W_t = \Delta K \Rightarrow \frac{W_{t'}}{W_t} = \frac{K' - K'_0}{K - K_0}$$

$$\Rightarrow 1 = \frac{m'v'^2}{mv^2} \Rightarrow 1 = \frac{4mv'^2}{mv^2} \Rightarrow \frac{v}{v'} = 2$$

(فیزیک ۱- کار، انرژی و توان؛ صفحه‌های ۶۱ تا ۶۳)

۹۶- **گزینهٔ «۱»** *(کتاب زرد ۱۰ دوره)*

کار نیروی وزن برای جرم یکسان، فقط به اختلاف ارتفاع نقطهٔ شروع و نقطهٔ پایان حرکت وابسته است و به مسیر حرکت بستگی ندارد. بنابراین گزینهٔ «۱» صحیح می‌باشد.

(فیزیک ۱- کار، انرژی و توان؛ صفحه‌های ۶۵ تا ۶۷)

۹۷- **گزینهٔ «۲»** *(کتاب زرد ۱۰ دوره)*

$$\Delta V = V_1(\beta - 3\alpha)\Delta\theta$$

$$\Delta V = 2\times10^3 \times (6\times10^{-5} - 3\times1/2\times10^{-5})\times100 \Rightarrow \Delta V = 4/8 cm^3$$

(فیزیک ۱- دما و گرما؛ صفحه‌های ۹۳ و ۹۴)

۹۸- **گزینهٔ «۳»** *(کتاب زرد ۱۰ دوره)*

مورد (ب) انتقال گرما به روش همرفت و مورد (ج) انتقال گرما به روش تابش است.

(فیزیک ۱- دما و گرما؛ صفحه‌های ۱۱۱ تا ۱۱۳)

۹۹- **گزینهٔ «۴»** *(کتاب زرد ۱۰ دوره)*

تغییرات انرژی درونی مقدار معینی گاز کامل طی یک چرخهٔ کامل برابر با صفر است. بنابراین:

$$\Delta U_{ABCA} = 0 \Rightarrow \Delta U_{ABC} + \Delta U_{CA} = 0$$

$$\xrightarrow[\Delta U_{CA}=0]{\text{فرایند CA هم‌دما است.}} \Delta U_{ABC} = 0$$

$$\Rightarrow Q_{ABC} + W_{ABC} = 0 \Rightarrow Q_{ABC} + W_{AB} + W_{BC} = 0$$

$$\xrightarrow[W_{BC}=0]{\text{فرایند BC هم‌حجم است.}} Q_{ABC} = -W_{AB}$$

$$\xrightarrow{\text{فرایند AB هم‌فشار است.}} Q_{ABC} = P_A(V_B - V_A) = P_A V_B - P_A V_A$$

$$\xrightarrow[P_A V_A = P_C V_C]{V_B = V_C} Q_{ABC} = P_A V_C - P_C V_C = V_C(P_A - P_C)$$

$$\Rightarrow Q_{ABC} = 16\times10^{-3}\times(8\times10^5 - 2\times10^5) \Rightarrow Q_{ABC} = 9600 J$$

(فیزیک ۱- ترمودینامیک؛ صفحه‌های ۱۳۲ تا ۱۴۰)

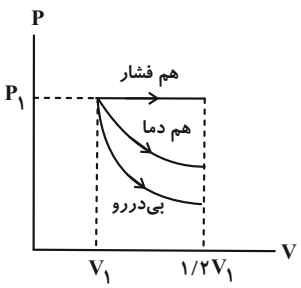
۱۰۰- **گزینهٔ «۱»** *(کتاب زرد ۱۰ دوره)*

به بررسی موارد می‌پردازیم:

الف) درست

ب) نادرست؛ در فرایند هم‌دما، تغییر انرژی درونی صفر است، بنابراین طبق قانون اول ترمودینامیک، داریم:

$$\Delta U_{\text{هم‌دما}} = Q_{\text{هم‌دما}} + W_{\text{هم‌دما}} = 0 \Rightarrow Q_{\text{هم‌دما}} = -W_{\text{هم‌دما}}$$



پ) درست

ت) نادرست؛ در فرایند هم‌فشار، چون حجم گاز افزایش یافته است، پس دمای مطلق گاز نیز طبق رابطهٔ $\frac{V_1}{T_1} = \frac{V_2}{T_2}$ افزایش یافته است و بنابراین انرژی درونی گاز طی فرایند هم‌فشار افزایش یافته است.

(فیزیک ۱- ترمودینامیک؛ صفحه‌های ۱۳۲ تا ۱۴۰)

AzmonVIP

شیمی ۲

۱۰۱- **گزینهٔ «۳»** *(محمداسماعیل رحمانی)*

عبارت‌های «ب»، «پ» و «ت» درست هستند.

بررسی عبارات:

عبارت «آ»: مطابق شکل ۱۳ صفحهٔ ۳۰ کتاب درسی که موارد استفاده از نفت خام را بیان می‌دارد، حدود نیمی از نفتی که از چاه بیرون می‌آید به عنوان سوخت در وسایل نقلیه استفاده می‌گردد و بخش اعظم نیم‌دیگر آن برای تأمین گرما و انرژی الکتریکی مورد نیاز انسان‌ها به‌کار می‌رود.

عبارت «ب»: درست

عبارت «پ»: درست

عبارت «ت»: آلکان‌ها به دلیل ناقطبی بودن در آب نامحلول هستند و با قرار دادن فلزها درآلکان های مایع یا اندود کردن سطح فلزها، از آن‌ها محافظت می‌شود.

(شیمی ۲- قدر هدایای زمینی را بدانیم؛ صفحه‌های ۹، ۳۰، ۳۵ و ۳۶)

۱۰۲- **گزینهٔ «۲»** *(محمد عظیمیان زواره)*

خواص فیزیکی شبه‌فلزات بیشتر شبیه فلزات می‌باشد.

(شیمی ۲- قدر هدایای زمینی را بدانیم؛ صفحه‌های ۷ تا ۹ و ۱۶)

۱۰۳- **گزینهٔ «۴»** *(حسین ناصری‌ثانی)*

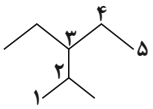
۲، ۳- دی‌متیل‌هگزان دارای $۸ = (۲\times۱) + ۶$ کربن است و هر آلکانی با ۸ کربن با آن همپار است. بررسی گزینه‌ها:

گزینهٔ «۱»: این ترکیب با ۲، ۳- دی‌متیل‌هگزان همپار است ولی نام صحیح آن ۳- متیل‌هپتان است.

گزینهٔ «۲»: نام این ترکیب درست است، اما با ۲، ۳- دی‌متیل‌هگزان همپار نیست.

گزینهٔ «۳»: ترکیب داده شده در این گزینه هرچند با ۲، ۳- دی‌متیل‌هگزان همپار است اما نام درست آن ۳- متیل‌هپتان می‌باشد.

گزینهٔ «۴»: فرمول مولکولی آلکان داده شده در این گزینه $C_۸H_{۱۸}$ بوده و با فرمول مولکولی ۲، ۳- دی‌متیل‌هگزان یکسان است. در نتیجه این دو ترکیب همپار هستند. هم‌چنین نام پیشنهاد شده برای آن درست می‌باشد:



نکته: در نام‌گذاری آلکان‌های شاخه‌دار، هرگاه دو زنجیره دارای کربن برابر باشند، زنجیری که دارای شاخهٔ فرعی بیشتری باشد، به عنوان زنجیر اصلی انتخاب می‌شود.

(شیمی ۲- قدر هدایای زمینی را بدانیم؛ صفحه‌های ۳۷ تا ۴۰)

۱۰۴- **گزینهٔ «۱»** *(هادی مهدی‌زاده)*

اتان برخلاف اتن با گاز برم واکنش نمی‌دهد؛ زیرا هیدروکربنی سیرشده (آلکان) است. بنابراین فقط گاز اتن با گاز برم واکنش می‌دهد و می‌توان مول اتن را محاسبه کرد.

$$C_۲H_۴(g) + Br_۲(l) \rightarrow C_۲H_۴Br_۲(l)$$

$$?\,mol\,C_۲H_۴ = ۴۸۰\,g\,Br_۲ \times \frac{۱\,mol\,Br_۲}{۱۶۰\,g\,Br_۲} \times \frac{۱\,mol\,C_۲H_۴}{۱\,mol\,Br_۲}$$

$$= ۳\,mol\,C_۲H_۴$$

از سویی با توجه به اینکه هر مول گاز در شرایط STP، ۲۲/۴ لیتر است پس مول کل گازها را محاسبه می‌کنیم:

$$\text{تعداد مول‌های گازی مخلوط} = ۱۷۹/۲L \times \frac{۱mol}{۲۲/۴L} = ۸mol$$

بنابراین ۸ مول مخلوط گازی در اختیار داریم که ۳ مول آن را گاز اتن که همان عمل‌آورنده موز و گوجه‌فرنگی است، تشکیل می‌دهد. پس درصد مولی آن را به این صورت محاسبه می‌کنیم:

$$\text{درصد مولی اتن} = \frac{\text{تعداد مول اتن در مخلوط}}{\text{تعداد مول کل گازها}} \times ۱۰۰$$

$$\frac{۳mol}{۸mol} = ٪۳۷/۵$$

(شیمی ۲- قدر هدایای زمینی را بدانیم؛ صفحه‌های ۴۰ و ۴۱)

۱۰۵- **گزینهٔ «۳»** *(محمدرضا جمشیری)*

با توجه به رابطهٔ $Q = C\Delta T$ چون به هر دو جسم به یک اندازه گرما داده‌ایم و دمای هر دو نیز به یک میزان افزایش یافته است، پس ظرفیت گرمایی A و B برابر است.

AzmonVIP

و با توجه به رابطهٔ $c=\frac{Q}{m.\Delta T}$ چون مقادیر Q و ΔT برای A و B یکسان بوده و جرم B، دو برابر جرم A است، پس نتیجه می‌گیریم ظرفیت گرمایی ویژه A، ۲ برابر ظرفیت گرمایی ویژه B است. (جرم و ظرفیت گرمایی ویژه رابطهٔ عکس دارند.)

(شیمی ۲- در پی غذای سالم؛ صفحه‌های ۵۹ و ۶۰)

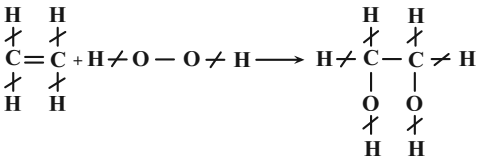
۱۰۶- **گزینهٔ «۴»** *(میثم کوثری‌لنگری)*

$$۵۰mLCO\times\frac{۱LCO}{۱۰^{۳}mLCO}\times\frac{۰/۸gCO}{۱LCO}\times\frac{۱molCO}{۲۸gCO}\times\frac{۷۴۸kJ}{۲molCO}\times\frac{۷۰}{۱۰۰}=۰/۳۷۴kJ=۳۷۴J$$

(شیمی ۲- در پی غذای سالم؛ صفحهٔ ۶۴)

۱۰۷- **گزینهٔ «۴»** *(حسن عیسی‌زاده)*

ساختار مواد را رسم کرده و پیوندهای مشابه را از طرفین حذف می‌کنیم:



$$C=C+O-O\rightarrow C-C+۲C-O$$

$$\Delta H=[(a+۶۲۲)+(a-۵۴۶)]-[a+(۲\times(a+۳۸)]=-a$$

$$\text{مقدار گرمای مبادله شده}=۳۵۸/۴g\times\frac{-akJ}{۲۸g}=-۱۲/۸akJ$$

(شیمی ۲- در پی غذای سالم؛ صفحه‌های ۶۸ و ۶۹)

۱۰۸- **گزینهٔ «۲»** *(امیر ابراهیمی)*

مورد اول: نادرست. ترکیبات (I) و (II) به ترتیب دارای گروه‌های عاملی آلدهید و هیدروکسیل می‌باشند. مادهٔ آلی میخک جزء کتون‌ها بوده است؛ مادهٔ آلی موجود در گشنیز دارای گروه عاملی هیدروکسیل است.

مورد دوم: درست. هر دو ترکیب دارای فرمول مولکولی $C_۶H_{۱۲}O$ می‌باشند. پس با هم ایزومر بوده و تعداد پیوندهای کووالانسی یکسانی دارند.

مورد سوم: نادرست. شمار گروه‌های $CH_۲$ در ترکیب‌های (I) و (II) به ترتیب برابر ۲ و ۱ می‌باشد.

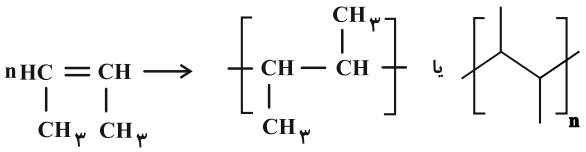
مورد چهارم: نادرست. ترکیب (II) دارای گروه عاملی هیدروکسیل و ترکیب (I) دارای گروه عاملی کربونیل بوده و یک آلدهید است.

مورد پنجم: درست. ترکیب (II) یک پیوند دوگانه بین اتم‌های کربن دارد. بنابراین در واکنش با یک مول $Br_۲$ به یک مول الکل سیرشده تبدیل می‌شود.

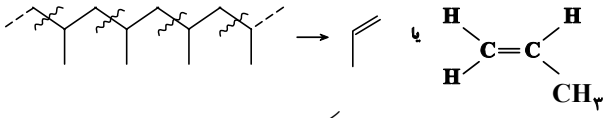
(شیمی ۲- در پی غذای سالم؛ صفحه‌های ۷۰ تا ۷۲)

۱۰۹- **گزینهٔ «۴»** *(علی رمضانی)*

برای تشخیص بسپار ترکیب «الف» باید ابتدا آن را به‌صورت زیر بازآرایی کنیم سپس پیوند دوگانه را تبدیل به یگانه کنیم و براکت و n اضافه کنیم:



برای تشخیص تکپار بسپار «ب» باید پیوندهای محور اصلی آن را یکی در میان برش بزنیم و پیوند یگانه را تبدیل به دوگانه کنیم.

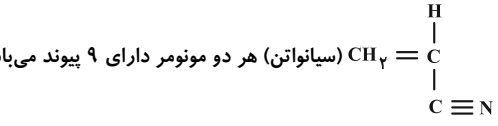


(شیمی ۲- پوشاک، نیازی پایان ناپذیر؛ صفحه‌های ۱۰۴ تا ۱۰۶)

۱۱۰- **گزینهٔ «۴»** *(فرزاد فتحی‌پور)*

بررسی گزینه‌ها:

گزینهٔ «۱»: درست - با توجه به ساختارهای $CH_۲=C(H)-CH_۳$ و



گزینهٔ «۲»: درست

گزینهٔ «۳»: درست - شمار اتم‌های هیدروژن وینیل‌کلرید $(C_۲H_۳Cl)$ برابر با ۳ تا و پروپن $(C_۳H_۶)$ ۶ تاست.

$$\frac{\text{تعداد اتم‌های هیدروژن مونومر پلی‌وینیل‌کلرید}}{\text{تعداد اتم هیدروژن‌های مونومر پلی‌پروپن}}=\frac{۳}{۶}=\frac{۱}{۲}$$

گزینهٔ «۴»: نادرست - گروه عاملی آمیدی در پلیمر سازندهٔ پشم گوسفند (پلی آمید) تکرار شده (نه آمینی)

(شیمی ۲- پوشاک، نیازی پایان ناپذیر؛ صفحه‌های ۱۰۶ و ۱۱۰)

AzmonVIP

شیمی ۱

۱۱۱- **گزینهٔ «۳»** *(رضا سلیمانی)*

عبارت‌های «الف» و «ب» درست می‌باشند.

عبارت (آ): با گذشت زمان و کاهش دما، هیدروژن و هلیم تولید شده، متراکم شده و مجموعه‌های گازی به نام سحابی‌ها را ایجاد کردند. در نتیجه، هر چه دما افزایش یابد، شرایط برای تشکیل سحابی‌ها نامطلوب‌تر می‌شود.

عبارت (ب): یون یدید با یونی که حاوی $^{99}_{43}Tc$ است، اندازهٔ مشابهی دارد و غدهٔ تیروئید، هنگام جذب یون یدید، این یون را نیز جذب می‌کند.

عبارت (پ): فراوانی ایزوتوپی از اورانیم که به عنوان سوخت در راکتورهای اتمی استفاده می‌شود. کمتر از ۰/۷ درصد در مخلوط طبیعی از ایزوتوپ‌های اورانیم است.

عبارت (ت): منشأ تشکیل عناصر سنگین در ستاره‌ها، عنصر هیدروژن است. این عنصر، فراوان‌ترین عنصر سازندهٔ سیارهٔ مشتری است.

(شیمی ۱- کیهان زادگاه الفبای هستی؛ صفحه‌های ۳، ۴، ۷ و ۸)

۱۱۲- **گزینهٔ «۱»** *(عرفان علیزاده)*

آ) نادرست – هرچه انرژی یک پرتو بیشتر باشد، طول موج آن کوتاه‌تر است (انرژی با طول موج رابطهٔ عکس دارد.) بنابراین انتقال C دارای بیشترین انرژی و در نتیجه کمترین طول موج است. زیرا از لایه با $n=6$ به لایه با $n=1$ منتقل شود.

ب) نادرست – در اتم هیدروژن نشر نور از انتقال الکترون از لایه‌هایی با $n=3,4,5,6$ به لایه‌ای با $n=2$ در ناحیهٔ مرئی قرار دارد، بنابراین B,A,E مرئی هستند.

پ) نادرست –انتقال E مربوط به نشر نور قرمز می‌باشد که نور قرمز طول موجی نزدیک به $700nm$ یعنی $656nm$ دارد نه $410nm$ که مربوط به نور بنفش می‌باشد.

ت) نادرست – هر چه از هسته دورتر شویم، فاصلهٔ بین تراز انرژی متوالی کاهش می‌یابد.

انرژی : $D>E$

طول موج : $D<E$

(شیمی ۱- کیهان زادگاه الفبای هستی؛ صفحه‌های ۲۰، ۲۶ و ۲۷)

۱۱۳- **گزینهٔ «۱»** *(عرفان علیزاده)*

تنها عبارت «ب» درست است.

بررسی عبارت‌ها:

آ) عنصر Z، عنصر $_5B$ است. اما سرب مداد همان گرافیت است که آلوتروپی از کربن می‌باشد.

ب) عنصر Y، عنصر $_{24}Cr$ است. کروم و اکسیژن هر دو ۶ الکترون ظرفیتی دارند و به ترتیب متعلق به گروه‌های ۶ و ۱۶ هستند.

پ) شمار الکترون‌های مبادله‌شده برای تشکیل یک مول از ترکیب‌های یونی، برابر با حاصل‌ضرب بار کاتیون در شمار کاتیون‌های موجود در هر واحد فرمولی و یا حاصل‌ضرب بار آنیون در شمار آنیون‌های موجود در هر واحد فرمولی است.

$$X_2M_3: X^{3+}, M^{2-} \quad 3\times 2=6\,mole^-$$

ت) آرایش الکترونی کروم به‌صورت زیر است:

$$_{24}Cr: 1s^2 2s^2 2p^6 3s^2 3p^6 3d^5 4s^1$$

که در آن ۱۲ الکترون با $l=1$، ۵ الکترون با $l=2$ وجود دارد. $\frac{12}{5}\neq 3$

ث) عنصر N، عنصر منیزیم است، که در ایزوتوپ‌های آن درصد فراوانی ^{25}Mg کمتر از ایزوتوپ‌های دیگر است. (ترتیب فراوانی: $^{24}Mg > {}^{26}Mg > {}^{25}Mg$)

(شیمی ۱- کیهان زادگاه الفبای هستی؛ صفحه‌های ۵، ۳۱، ۳۲، ۳۸، ۳۹، ۴۲ و ۴۳)

۱۱۴- **گزینهٔ «۳»** *(حامد پویان‌نظر)*

بررسی گزینه‌ها:

گزینهٔ «۱»: در تقطیر جزء به جزء هوای مایع، نیتروژن با نقطهٔ جوش $-196^\circ C$ اولین گازی است که از مخلوط مایع جدا می‌شود.

AzmonVIP

گزینهٔ «۲»: جاذبهٔ زمین گازهای موجود در اتمسفر را پیرامون خود نگه می‌دارد و مانع از خروج آن‌ها از هواکره می‌شود. از سوی دیگر، انرژی گرمایی مولکول‌ها سبب می‌شود تا پیوسته در حال جنب و جوش باشند و در سرتاسر هواکره توزیع شوند.

گزینهٔ «۳»: گازی که برای خنک نگه داشتن قطعات دستگاه MRI استفاده می‌شود، He می‌باشد اما این N_2 می‌باشد که جانداران ذره‌بینی آن را در خاک تثبیت می‌کنند.

(شیمی ۱- رد پای گازها در زندگی؛ صفحه‌های ۴۵ تا ۵۱، ۵۳ و ۵۴)

۱۱۵- **گزینهٔ «۳»** (سید احسان حسینی)

ظرف (۱) جداسازی گاز نیتروژن

ظرف (۲) هوای مایع (گازهای نیتروژن، اکسیژن و آرگون)

ظرف (۳) جداسازی گاز آرگون

بررسی گزینه‌ها:

گزینهٔ «۱»: گاز هلیم برای خنک کردن قطعات الکترونیکی در دستگاه‌های تصویربرداری استفاده می‌شود.

گزینهٔ «۲»: گاز اکسیژن موجود در هوای مایع دارای پیوند دوگانه و ۴ جفت الکترون ناپیوندی (۸ الکترون ناپیوندی) است. $:\ddot{O}=\ddot{O}:$

گزینهٔ «۴»: هیدروژن در هوای مایع وجود ندارد.

(شیمی ۱- رد پای گازها در زندگی؛ صفحه‌های ۵۰ و ۵۱)

۱۱۶- **گزینهٔ «۴»** (علی امینی)

بررسی گزینه‌های نادرست:

گزینهٔ «۱»: لایهٔ اوزون مربوط به استراتوسفر می‌باشد.

گزینهٔ «۲»: تابش فروسرخ نسبت به فرابنفش، انرژی کمتر و طول موج بیشتری دارند.

گزینهٔ «۳»: لفظ اکسید(های) نادرست است؛ زیرا در تروپوسفر تنها NO_2 (نیتروژن دی‌اکسید) عامل رنگ قهوه‌ای روشن هوای آلوده کلان‌شهرها می‌باشد.

$$I)\ N_2(g)+O_2(g)\xrightarrow{\text{رعد و برق}}2NO(g)$$

$$II)\ 2NO(g)+O_2(g)\longrightarrow \underset{\text{قهوه‌ای رنگ}}{2NO_2(g)}$$

$$III)\ NO_2(g)+O_2(g)\xrightarrow{\text{نور خورشید}}NO(g)+\underset{\text{اوزون تروپوسفری}}{O_3(g)}$$

(شیمی ۱- رد پای گازها در زندگی؛ ۷۳ تا ۷۶)

۱۱۷- **گزینهٔ «۴»** (امیرحسین طیبی)

ابتدا واکنش اکسایش گلوکز و C_3H_8 را نوشته و موازنه می‌کنیم:

$$C_3H_8+5O_2\rightarrow 3CO_2+4H_2O$$

$$C_6H_{12}O_6+6O_2\rightarrow 6CO_2+6H_2O$$

سپس مقادیر خواسته شده را محاسبه می‌کنیم:

$$?\,O_2=1/806\times10^{23}\,C_6H_{12}O_6\,\text{مولکول}\times\frac{1\,mol\,C_6H_{12}O_6}{6/02\times10^{23}\,C_6H_{12}O_6\,\text{مولکول}}$$

$$\times\frac{6\,mol\,O_2}{1\,mol\,C_6H_{12}O_6}=1/8\,mol\,O_2$$

$$?\,g\,C_3H_8=1/8\,mol\,O_2\times\frac{1\,mol\,C_3H_8}{5\,mol\,O_2}$$

$$\times\frac{44\,g\,C_3H_8}{1\,mol\,C_3H_8}=15/84\,g\,C_3H_8$$

$$?\,m\,H_2O=1/806\times10^{23}\,C_6H_{12}O_6\times\frac{1\,mol\,C_6H_{12}O_6}{6/02\times10^{23}\,C_6H_{12}O_6}$$

$$\times\frac{6\,mol\,H_2O}{1\,mol\,C_6H_{12}O_6}\times\frac{18\,g\,H_2O}{1\,mol\,H_2O}=32/4\,g\,H_2O$$

(شیمی ۱- رد پای گازها در زندگی؛ صفحه‌های ۸۰ و ۸۱)

۱۱۸- **گزینهٔ «۲»** (سیدرضا رضوی)

ابتدا واکنش را موازنه می‌کنیم:

$$Fe(OH)_2+2HCl\rightarrow FeCl_2+2H_2O$$

AzmonVIP

$$M=\frac{n}{V}\Rightarrow n=MV=۲\times۱۰^{-۲}\times\frac{۱}{۲}=۱۰^{-۲}\,molHCl$$

$$?g\ H_۲O=۱۰^{-۲}\,mol\ HCl\times\frac{۲mol\ H_۲O}{۲mol\ HCl}\times\frac{۱۸g\,H_۲O}{۱mol\,H_۲O}$$

$$=۰/۱۸g H_۲O$$

(شیمی ۱- آب، آهنگ زندگی؛ صفحه‌های ۹۸ تا ۱۰۰)

۱۱۹- **گزینهٔ «۱»** *(سید رضا رضوی)*

ابتدا جرم K را در دو محلول را تعیین می‌کنیم:

محلول (۱): محلول ۵۰g $\times\frac{۳۷/۲۵g\ KCl}{۱۰۰g\ \text{محلول}}\times\frac{۱mol\,KCl}{۷۴/۵gKCl}\times\frac{۱mol\,K}{۱mol\,KCl}$

$$\times\frac{۳۹g\,K}{۱mol\,K}=۹/۷۵gK$$

محلول (۲): محلول ۲۰۰g $\times\frac{۴۰/۴g\,KNO_۳}{۱۰۰g\ \text{محلول}}\times\frac{۱mol\,KNO_۳}{۱۰۱g\,KNO_۳}$

$$\times\frac{۱mol\,K}{۱mol\,KNO_۳}\times\frac{۳۹g\,K}{۱mol\,K}=۳۱/۲g\,K$$

پس مجموعاً ۴۰/۹۵ گرم پتاسیم در ۲۵۰ گرم محلول وجود دارد، پس در ۱۰ گرم محلول جرم پتاسیم برابر است با:

$$\text{جرم پتاسیم در ۱۰g محلول}=\frac{۴۰/۹۵}{۲۵}=۱/۶۳۸g\ K$$

با توجه به حجم بسیار بالای آب در رابطهٔ محاسبه ppm از افزایش جرم محلول بعد رقیق شدن صرف‌نظر می‌کنیم.

$$ppm=\frac{۱/۶۳۸}{۱۵۰\times۱۰^{۳}}\times۱۰^{۶}=۱۰/۹۲$$

(شیمی ۱- آب، آهنگ زندگی؛ صفحه‌های ۹۴ تا ۹۶)

۱۲۰- **گزینهٔ «۴»** *(محمد صالحی)*

بررسی گزینه‌ها:

گزینهٔ «۱»: یون با حجم بیشتر یون کلرید بوده که با توجه به شکل کتاب درسی به سر مثبت مولکول‌های آب یعنی هیدروژن‌ها نزدیک است.

گزینهٔ «۲»: $CO_۲$ برخلاف NO ناقطبی بوده اما چون گاز $CO_۲$ با آب واکنش می‌دهد، انحلال‌پذیری این گاز بیشتر از NO می‌باشد.

گزینهٔ «۳»: پیوند هیدروژنی در مولکول‌ها نیست بلکه بین مولکول‌ها است.

(شیمی ۱- آب، آهنگ زندگی؛ صفحه‌های ۱۰۸، ۱۱۲، ۱۱۵، ۱۱۸ و ۱۱۹)

شیمی ۱- آشنا

۱۲۱- **گزینهٔ «۴»** *(کتاب زرد ۱۰ دوره)*

اگر درصد فراوانی ایزوتوپ سنگین‌تر را f بنامیم، درصد فراوانی ایزوتوپ سبک‌تر برابر با $۱۰۰-f$ خواهد بود؛ بنابراین:

$$۲۶/۷=\frac{۲۴(۱۰۰-f)+۲۷f}{۱۰۰}\Rightarrow f=۹۰٪$$

$$\Rightarrow\frac{۹۰}{۱۰۰}\times۳۰=۲۷\Rightarrow$$ ۲۷ دایره در شکل باید سیاه رنگ باشد.

(شیمی ۱- کیهان زادگاه الفبای هستی؛ صفحه‌های ۱۳ تا ۱۵)

۱۲۲- **گزینهٔ «۱»** *(کتاب زرد ۱۰ دوره)*

ابتدا آرایش الکترونی فشرده اتم $_{۱۹}K$ را رسم می‌کنیم:

$$_{۱۹}K:[_{۱۸}Ar]۴s^{۱}\Rightarrow \text{لایهٔ ظرفیت}: ۴s^{۱}$$

حال به بررسی آرایش الکترونی لایهٔ آخر اتم‌های داده شده در گزینه‌ها می‌پردازیم:

۱) $_{۲۹}A:[_{۱۸}Ar]۳d^{۱۰}۴s^{۱}\Rightarrow \text{لایهٔ آخر}: ۴s^{۱}$

۲) $_{۲۱}D:[_{۱۸}Ar]۳d^{۱}۴s^{۲}\Rightarrow \text{لایهٔ آخر}: ۴s^{۲}$

۳) $_{۲۷}X:[_{۱۸}Ar]۳d^{۷}۴s^{۲}\Rightarrow \text{لایهٔ آخر}: ۴s^{۲}$

AzmonVIP

۴) $_{31}Z:[_{18}Ar]3d^{10}4s^2 4p^1 \Rightarrow$ لایهٔ آخر : $4s^2 4p^1$

(شیمی ۱- کیهان زادگاه الفبای هستی؛ صفحه‌های ۳۰ تا ۳۵)

۱۲۳- **گزینهٔ «۱»** *(کتاب زرد ۱۰ دوره)*

فرمول شیمیایی منیزیم نیترید، باریم فلوئورید و روی فسفات به‌درستی نوشته شده است. بررسی موارد نادرست:

گالیم کلرید: $GaCl_3$

گالیم در گروه ۱۳ جای داشته و هم گروه آلومینیم است. بنابراین در ترکیب با نافلزها کاتیون Ga^{3+} تشکیل می‌دهد.

مس (II) سولفید: CuS

یون مس (II) به‌صورت Cu^{2+} و یون سولفید به‌صورت S^{2-} است.

* کبالت (III) سولفات: $Co_2(SO_4)_3$

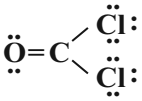
دقت کنید نوشتن نام کبالت به‌صورت CO نادرست است و باید o به‌صورت حرف کوچک انگلیسی نوشته شود.

(شیمی ۱- کیهان زادگاه الفبای هستی؛ صفحه‌های ۳۸، ۳۹، ۴۰، ۸۹، ۹۱ و ۹۲)

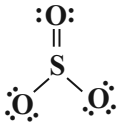
۱۲۴- **گزینهٔ «۳»** *(کتاب زرد ۱۰ دوره)*

بررسی ساختارهای نادرست:

ب)



پ)



(شیمی ۱- ردپای گازها در زندگی؛ صفحه‌های ۵۵ و ۵۶، ۵۷ و ۵۸)

۱۲۵- **گزینهٔ «۲»** *(کتاب زرد ۱۰ دوره)*

روند تغییر دما در این لایه را خطی فرض می‌کنیم. تغییر دما با افزایش ارتفاع به معنی $\frac{\Delta T}{\Delta h}$ است که مقداری برابر با $\frac{+5^\circ C}{1km}$ دارد؛ بنابراین می‌توان نوشت:

$$\frac{\Delta T}{\Delta h} = +5 = \underbrace{\frac{(T_2 - T_1)}{\Delta h}}_{\text{ارتفاع لایه استراتوسفر}} \Rightarrow 5 = \frac{(7+273)-217}{\Delta h}$$

$$\Rightarrow \Delta h = 12/6 km$$

(شیمی ۱- ردپای گازها در زندگی؛ صفحهٔ ۴۸)

۱۲۶- **گزینهٔ «۳»** *(کتاب زرد ۱۰ دوره)*

تفاوت مجموع ضرایب استوکیومتری مواد طبق معادله‌های موازنه شدهٔ زیر برابر ۶ است.

$$C_3H_8 + 5O_2 \rightarrow 3CO_2 + 4H_2O$$

$\Rightarrow$ مجموع ضرایب مواد $= 13$

$$C_6H_{12}O_6 + 6O_2 \rightarrow 6CO_2 + 6H_2O$$

$\Rightarrow$ مجموع ضرایب مواد $= 19$

به ازای مصرف یک مول از هر یک از مواد گلوکز و پروپان، به مقدار ۳ مول CO_2 بیشتر و ۲ مول H_2O بیشتر در سوختن گلوکز تولید می‌شود. بنابراین:

تفاوت جرم کربن دی‌اکسید $=$ واکنش‌دهندهٔ آلی $0/5 mol$

$$\times \frac{3 mol\ CO_2}{1 mol\ \text{واکنش‌دهندهٔ آلی}} \times \frac{44 g\ CO_2}{1 mol\ CO_2} = 66 g\ CO_2$$

تفاوت جرم بخار آب $=$ واکنش‌دهندهٔ آلی $0/5 mol$

AzmonVIP

$$\times\frac{۲\,mol\ H_۲O}{۱\,mol\ \text{واکنش‌دهندهٔ آلی}}\times\frac{۱۸\,g\ H_۲O}{۱\,mol\ H_۲O}=۱۸\,g\ H_۲O$$

$$\text{نسبت خواسته شده}=\frac{۶۶}{۱۸}\simeq ۳/۶۷$$

(شیمی ۱- ردپای گازها در زندگی؛ صفحه‌های ۶۲ تا ۶۴ و ۸۰)

۱۲۷- **گزینهٔ «۲»** *(کتاب زرد ۱۰ دوره)*

عبارت‌های سوم و پنجم طبق متن کتاب درسی شیمی ۱ صفحهٔ ۱۰۸ نادرست هستند.

نادرستی عبارت سوم: مولکول‌های آب با پیوندهای هیدروژنی به یکدیگر متصل هستند.

نادرستی عبارت پنجم: در حالت جامد، مولکول‌های آب در جایگاه‌های به نسبت ثابتی قرار دارند.

(شیمی ۱- آب، آهنگ زندگی؛ صفحه‌های ۱۰۵ تا ۱۱۰)

۱۲۸- **گزینهٔ «۴»** *(کتاب زرد ۱۰ دوره)*

واکنش مطرح شده به صورت موازنه شده به صورت زیر است:

$$۳CaCl_۲(aq)+۲Na_۳PO_۴(aq)\rightarrow Ca_۳(PO_۴)_۲(s)+۶NaCl(aq)$$

همهٔ موارد درست‌اند.

بررسی موارد:

عبارت اول) یون‌های Na^+ و Cl^- به صورت دست نخورده در محلول باقی می‌مانند و مقدار (مول) آن‌ها تغییر نمی‌کند و از آنجا که حجم محلول نیز ثابت است، پس غلظت آن‌ها نیز ثابت باقی می‌ماند.

عبارت دوم) نمک محلول $(NaCl)$ است:

$$?\,mol\ NaCl=۲۴/۶\,g\ Na_۳PO_۴$$

$$\times\frac{۱\,mol\ Na_۳PO_۴}{۱۶۴\,g\ Na_۳PO_۴}\times\frac{۶\,mol\ NaCl}{۲\,mol\ Na_۳PO_۴}=۰/۴۵\,mol\ NaCl$$

عبارت سوم) با توجه به واکنش موازنه شده درست است.

عبارت چهارم) از آنجا که مقدار یون تک اتمی (Cl^-) ثابت باقی می‌ماند اما آنیون چند اتمی $(PO_۴^{۳-})$ از محلول به صورت رسوب خارج می‌شود، این عبارت نیز درست است.

عبارت پنجم) فرمول شیمیایی فراوردهٔ نامحلول: $Ca_۳(PO_۴)_۲$

$$\frac{\text{شمار کاتیون‌ها}}{\text{شمار اتم‌های سازندهٔ آنیون}}=\frac{۳}{۲\times۵}=۰/۳$$

(شیمی ۱- آب، آهنگ زندگی؛ صفحه‌های ۹۸ تا ۱۰۱)

۱۲۹- **گزینهٔ «۱»** *(کتاب زرد ۱۰ دوره)*

گزینهٔ «۱»:

$$BaCl_۲(aq)+Na_۲SO_۴(aq)\rightarrow BaSO_۴(s)+۲NaCl(aq)$$

$$?\,gBaSO_۴=۲۰۰\,g\ \text{محلول}\ Na_۲SO_۴\times\frac{۱۰\,g\,Na_۲SO_۴}{۱۰۰\,g\ \text{محلول}\ Na_۲SO_۴}$$

$$\times\frac{۱\,mol\,Na_۲SO_۴}{۱۴۲\,g\,Na_۲SO_۴}\times\frac{۱\,mol\,BaSO_۴}{۱\,mol\,Na_۲SO_۴}\times\frac{۲۳۳\,g\,BaSO_۴}{۱\,mol\,BaSO_۴}$$

$$\simeq ۳۲/۸\,g\,BaSO_۴\ \text{نامحلول}$$

گزینهٔ «۲»:

$$?\,mol\,NaCl=۲۰۰\,g\ \text{محلول}\ Na_۲SO_۴\times\frac{۱۰\,g\,Na_۲SO_۴}{۱۰۰\,g\ \text{محلول}\ Na_۲SO_۴}$$

$$\times\frac{۱\,mol\,Na_۲SO_۴}{۱۴۲\,g\,Na_۲SO_۴}\times\frac{۲\,mol\,NaCl}{۱\,mol\,Na_۲SO_۴}\simeq ۰/۲۸\,mol\,NaCl$$

گزینهٔ «۳»:

$$?\,Cl^-=۲۰۰\,g\ \text{محلول}\ Na_۲SO_۴\times\frac{۱۰\,g\,Na_۲SO_۴}{۱۰۰\,g\ \text{محلول}\ Na_۲SO_۴}$$

$$\times\frac{۱\,mol\,Na_۲SO_۴}{۱۴۲\,g\,Na_۲SO_۴}\times\frac{۱\,mol\,BaCl_۲}{۱\,mol\,Na_۲SO_۴}\times\frac{۲\,mol\,Cl^-}{۱\,mol\,BaCl_۲}$$

$$\times\frac{۶/۰۲\times۱۰^{۲۳}\,Cl^-}{۱\,mol\,Cl^-}\simeq ۱/۷\times۱۰^{۲۳}\,Cl^-$$

گزینهٔ «۴»: باریم سولفات در آب نامحلول است.

(شیمی ۱- آب، آهنگ زندگی؛ صفحه‌های ۹۶، ۱۰۰ و ۱۰۱)

۱۳۰- **گزینهٔ «۱»** *(کتاب زرد ۱۰ دوره)*

منظور از سؤال این است که کدام ماده توانایی حل شدن در آب را خواهد داشت.

که تنها منیزیم کلرید و لیتیم سولفات در آن محلول هستند، نقره کلرید، باریم سولفات، منیزیم هیدروکسید و کلسیم‌فسفات در آب نامحلول هستند.

(شیمی ۱- آب، آهنگ زندگی؛ صفحه‌های ۱۰۰، ۱۰۱ و ۱۱۰ تا ۱۱۲)

AzmonVIP