



آزمون ۱۳ از ۵

صبح جمعه

۱۴۰۴/۰۹/۲۸



شرکت تعاونی خدمات آموزشی کارکنان  
سازمان پژوهش‌های آموزشی کشور

اگر دانشگاه اصلاح شود، مملکت اصلاح می‌شود.  
امام خمینی (ره)

نام:

نام خانوادگی:

شماره داوطلبی:

آزمون اختصاصی گروه آزمایشی

# مریاضی و فنی (دوازدهم)

## علوم ریاضی و فنی

آزمون آزمایشی سنجش دوازدهم - مرحله چهارم

مدت پاسخگویی: ۱۰۵ دقیقه

تعداد سؤال: ۸۰

عنوان مواد امتحانی، تعداد، شماره سؤالات و مدت پاسخگویی

ردیف	مواد امتحانی	تعداد سؤال	از شماره	تا شماره	مدت پاسخگویی
۱	ریاضیات	۳۰	۱	۳۰	۴۵ دقیقه
۲	فیزیک	۲۵	۳۱	۵۵	۳۵ دقیقه
۳	شیمی	۲۵	۵۶	۸۰	۲۵ دقیقه

این آزمون نمره منفی دارد

استفاده از ماشین حساب ممنوع است

حق چاپ، تکثیر و انتشار سؤالات به هر روش (الکترونیکی و ...)، قبل و یا بعد از برگزاری آزمون، برای تمامی اشخاص حقیقی و حقوقی ممنوع است (کرم منبع) و متخلفین تحت پیگرد قانونی قرار میگیرند.



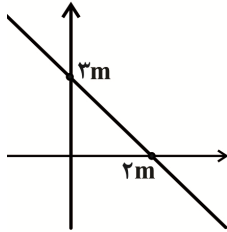
www.SanjeshCloud.ir  
T.me:SanjeshCloud

ویژه پایه دوازدهم

۱- حد راست و حد چپ تابع  $f(x) = \tan \frac{x}{\pi} - \cot \frac{x}{\pi}$  در نقطه  $x = \pi$  به ترتیب از راست به چپ کدام است؟

- (۱)  $-\infty$  و  $-\infty$  (۲)  $+\infty$  و  $+\infty$  (۳)  $+\infty$  و  $-\infty$  (۴)  $-\infty$  و  $+\infty$

۲- نمودار تابع خطی  $f$  به صورت زیر است. حاصل  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f(x) - 2f^{-1}(x)}{f(x) + f(2x)}$  کدام است؟



- (۱)  $\frac{1}{27}$   
 (۲)  $\frac{1}{9}$   
 (۳)  $-\frac{2}{9}$   
 (۴)  $-\frac{4}{27}$

۳- فاصله نقطه  $A(a, f(a))$  واقع بر  $f(x) = \frac{kx^2 + 3x - 1}{x^2 - x + 1}$  از خط  $y = k$  را  $g(a)$  در نظر بگیرید. حاصل اگر

$$\lim_{a \rightarrow +\infty} ag(a) = 2$$

باشد، مقدار  $k$  کدام است؟

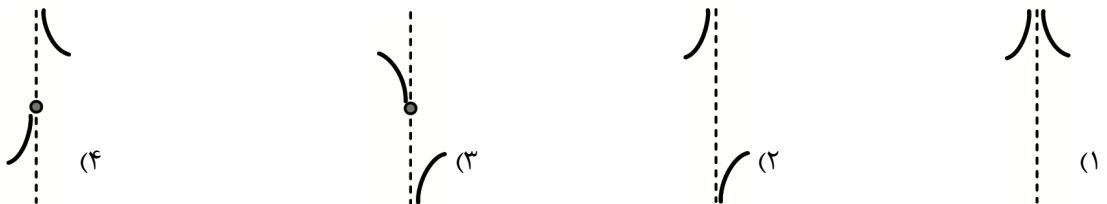
- (۱) ۳ یا -۱ (۲) ۳ یا -۵ (۳) ۱ یا -۳ (۴) -۱ یا -۵

۴- اگر  $\lim_{x \rightarrow +\infty} (\frac{ax^2 + 2x - 1}{x + 3} - 2x + b) = 3$  باشد، حاصل  $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{ax + \sqrt{x^2 + x - 1}}{bx - 1}$  کدام است؟

- (۱)  $\frac{2}{7}$  (۲)  $\frac{3}{7}$  (۳)  $\frac{1}{7}$  (۴)  $\frac{4}{7}$

۵- تابع  $f(x) = \frac{x^2 - 4}{ax^2 + 4x + 2}$  فقط یک مجانب قائم دارد. نمودار  $f$  در مجاورت مجانب قائم خود به کدام صورت

می تواند باشد؟



۶- فرض کنید  $f$  یک تابع خطی باشد. اگر  $x = 2$  مجانب قائم تابع  $y = \frac{x}{f(x)}$  و  $y = -2$  مجانب افقی تابع

$y = \frac{x}{f^{-1}(x)}$  باشد، نمودار  $\frac{f}{f^{-1}}$  در مجاورت مجانب افقی خود چگونه است؟



۷- دو سهمی به فرم  $y = x^2 + (m-3)x + m$  وجود دارد که بر محور  $x$ ها مماس است. فاصله بین محورهای تقارن این دو سهمی چقدر است؟

- ۱ (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴)

۸- به ازای چند مقدار صحیح  $a$ ، معادله  $x^2 - (1-a)x + a = 0$  دارای دو ریشه حقیقی در بازه  $(-2, 0)$  است؟

- ۱ (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴) صفر

۹- اگر  $a$  و  $-2$  ریشه‌های معادله  $3x^2 + mx - m = 0$  و  $a$  و  $m$  ریشه‌های معادله  $x^2 + bx + c = 0$  باشند، حاصل  $b+c$  کدام است؟

- ۲ (۱)  $-2$  (۲) ۳ (۳)  $-3$  (۴)

۱۰- در معادله درجه دوم  $x^2 - (a-1)x - 3a = 0$  مجموع ریشه‌ها،  $7$  واحد از حاصل ضرب ریشه‌ها بیشتر است. کدام معادله زیر، ریشه مضاعف دارد؟

(۱)  $x^2 - ax + 1 - a = 0$

(۲)  $x^2 + (a-1)x + a = 0$

(۳)  $x^2 + ax + a - 1 = 0$

(۴)  $x^2 + (1-a)x - a = 0$

۱۱- مجموعه جواب نامعادله  $2 < \frac{5x-2}{x+2} < |x|$  بازه  $(a, b)$  است. حاصل  $2b - a$  کدام است؟

- ۱ (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴)

۱۲- مجموعه جواب نامعادله  $m < (3n-m)x + (3-2n)x^2$  به صورت  $(a, 1)$  است. اگر  $n$  عدد طبیعی باشد، مقدار  $\frac{mn}{a}$  کدام است؟

- ۱ (۱)  $-2$  (۲) ۲ (۳)  $-1$  (۴)

۱۳- اگر  $x = a$  جواب معادله  $1 = \sqrt{x+4} - \sqrt{2x-1}$  باشد، حاصل  $a + \frac{20}{a}$  کدام است؟

- ۱ (۱) ۴ (۲) ۱۶ (۳) ۱۲ (۴)

۱۴- مجموع جواب‌های معادله  $4 = 3x + 3x^2 - x^3 + \frac{2}{(x-1)^3}$  کدام است؟

- ۱ (۱)  $3 + \sqrt[3]{2}$  (۲)  $2 + \sqrt[3]{2}$  (۳)  $1 + \sqrt[3]{2}$  (۴)  $\sqrt[3]{2} - 1$

۱۵- نقطه  $A$  و خط  $d$  بر صفحه  $P$  واقع‌اند. با کدام شرط، صفحه  $P'$ ، متقاطع با صفحه  $P$  که از خط  $d'$  ( $d' \neq d$ ) می‌گذرد، همواره بر صفحه  $P$  عمود است؟

(۱) نقطه  $A$  روی فصل مشترک دو صفحه  $P$  و  $P'$  قرار داشته باشد.

(۲)  $d$  و  $d'$  هر دو در نقطه  $A$ ، بر فصل مشترک دو صفحه  $P$  و  $P'$  عمود باشند.

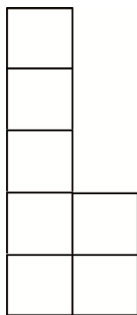
(۳)  $A$  بیرون واقع بر فصل مشترک دو صفحه  $P$  و  $P'$ ، و خط گذرنده از  $A$  و عمود بر  $d$  در صفحه  $P$ ، و خط  $d'$  هر دو در یک نقطه بر فصل مشترک این دو صفحه عمود باشد.

(۴)  $A$  بیرون واقع بر فصل مشترک دو صفحه  $P$  و  $P'$  و خط گذرنده از  $A$  و عمود بر  $d$  در صفحه  $P$ ، بر  $d'$  و فصل مشترک این دو صفحه در نقطه مفروض، عمود باشد.

۱۶- چهار نقطه  $A, B, C$  و  $D$  را که  $D$  بر صفحه مثلث  $ABC$  قرار ندارد، در نظر بگیرید. چند صفحه گذرنده از خط  $AD$  می توان یافت که  $B$  و  $C$  از آن به یک فاصله باشند؟

- (۱) یک صفحه (۲) دو صفحه (۳) حداکثر یک صفحه (۴) بی شمار

۱۷- بر روی همه وجه های تعدادی مکعب یکسان، حرف «پ» نوشته شده است. ۷ تا از این مکعبها را بر روی سطح صاف یک میز چوبی، کنار یکدیگر قرار داده یا روی هم چیده ایم که نمای جانبی آن به صورت زیر است. چند حرف «پ» را می توانیم روی این شکل ببینیم؟

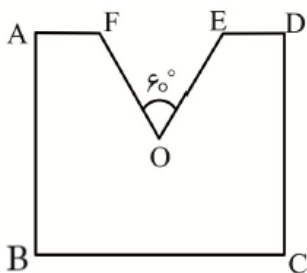


- (۱) ۳۰  
(۲) ۲۸  
(۳) ۲۶  
(۴) ۲۴

۱۸- دو صفحه موازی  $P$  و  $P'$  به فاصله ۱۶ واحد از یکدیگر، بر کره ای توپر به مرکز  $O$  مماس اند. اگر صفحه  $Q$  موازی با این دو صفحه، کره را در فاصله  $۳\sqrt{۲}$  واحد از مرکزش قطع کند، مساحت سطح مقطع پدید آمده برابر کدام است؟

- (۱)  $۴۶\pi$  (۲)  $۴۸\pi$  (۳)  $۵۲\pi$  (۴)  $۳۶\pi$

۱۹- در شکل زیر،  $O$  نقطه برخورد قطرهای مربع  $ABCD$  است و پاره خط  $EF$  را از ضلع  $AD$  به گونه ای بریده ایم که  $AF = DE$ . اگر  $\widehat{FOE} = ۶۰^\circ$  و  $FO = ۲\sqrt{۳}$ ، آنگاه حجم شکل پدید آمده از دوران این شکل حول خط گذرنده از  $O$  و عمود بر  $BC$  کدام است؟



- (۱)  $۵۴\pi$   
(۲)  $۵۱\pi$   
(۳)  $۴۸\pi$   
(۴)  $۴۵\pi$

۲۰- اگر معادله  $x^2 + y^2 - ۳x + ۵y + a = ۰$  مربوط به یک دایره باشد، آنگاه به ازای بزرگ ترین مقدار صحیح  $a$ ، کدام گزینه درست است؟

- (۱) این دایره، هیچ کدام از محورهای مختصات را قطع نمی کند.  
(۲) این دایره، محور  $x$ ها را قطع می کند ولی بر محور  $y$ ها مماس است.  
(۳) این دایره، محور  $y$ ها را قطع می کند ولی بر محور  $x$ ها مماس است.  
(۴) این دایره، هر دو محور مختصات را قطع می کند.

۲۱- مرکز دایره‌ای به شعاع  $\sqrt{10}$  روی خط به معادله  $x = -2y$  و نقطه  $M(1, 2)$  روی این دایره قرار دارد. بیشترین

طول ممکن برای وتری که خط به معادله  $x + y = -3$  از این دایره جدا می‌کند، برابر کدام است؟

(۱) ۶ (۲)  $4\sqrt{2}$  (۳)  $2\sqrt{6}$  (۴)  $2\sqrt{2}$

۲۲- دو دایره با معادله‌های  $(x+1)^2 + y^2 = 1$  و  $x^2 + y^2 - 4x - 6y = b$  مماس درونی‌اند و مقادیر ممکن برای  $b$

به صورت  $p + q\sqrt{s}$  هستند. مقدار  $p + q + s$  برابر کدام می‌تواند باشد؟

(۱) -۶ (۲) -۱۰ (۳) ۱۲ (۴) ۱۴

۲۳- تاس همگنی را سه بار پیاپی پرتاب می‌کنیم. اگر تاس در هر سه بار عددی غیر مرکب روشده باشد، با کدام احتمال

مجموع اعداد روشده، عددی اول است؟

(۱)  $\frac{11}{32}$  (۲)  $\frac{12}{32}$  (۳)  $\frac{25}{64}$  (۴)  $\frac{27}{64}$

۲۴- یک تیرانداز با احتمال ۸۵ درصد تیرش را به دایره مرکزی هدف می‌زند. هر بار که بتواند تیرش را به دایره مرکزی

بزند، احتمال برخورد تیر بعدی وی به این دایره ثابت می‌ماند؛ اما در غیر این صورت احتمال برخورد تیر بعدی اش

به دایره یاد شده برابر ۶۰ درصد می‌شود. احتمال اینکه او در سه بار اقدام، فقط تیرهای دوم و سوم را به دایره

مرکزی بزند، کدام است؟

(۱)  $\frac{173}{2000}$  (۲)  $\frac{163}{2000}$  (۳)  $\frac{153}{2000}$  (۴)  $\frac{143}{2000}$

۲۵- دو ظرف داریم که در اولی ۴ گوی قرمز و ۵ گوی آبی، و در دومی ۲ گوی قرمز و ۴ گوی آبی قرار دارد. با چشم

بسته یک گوی از ظرف اول برمی‌داریم و در ظرف دوم می‌اندازیم؛ سپس دو گوی به تصادف از ظرف دوم بیرون

می‌آوریم. احتمال اینکه رنگ این دو گوی متفاوت باشد، کدام است؟

(۱)  $\frac{14}{27}$  (۲)  $\frac{2}{3}$  (۳)  $\frac{4}{9}$  (۴)  $\frac{7}{18}$

۲۶- اگر  $A$  و  $B$  دو پیشامد از فضای نمونه  $S$  باشند، به گونه‌ای که  $P(A' | B') = P(A') = 0.4$  و  $P(B') = 0.25$ ،

آنگاه  $P(A - B')$  کدام است؟

(۱)  $0.45$  (۲)  $0.35$  (۳)  $0.3$  (۴)  $0.15$

۲۷- حاصل ضرب درجه‌های رأس‌های یک گراف  $P_n$  برابر ۶۴ است. به این گراف چند یال اضافه کنیم تا تبدیل به یک

گراف کامل شود؟

(۱) ۱۴ (۲) ۱۵ (۳) ۲۰ (۴) ۲۱

۲۸- در گراف ساده  $G$  داریم  $V(G) = \{v_1, v_2, v_3, v_4, v_5, v_6\}$ ،  $v_1 \in N_G(v_2)$ ،  $v_1 \in N_G(v_3)$ ،  $v_3 \in N_G(v_4)$  و

$v_5 \in N_G(v_6)$  اگر  $|N_G(v_1)| = |N_G(v_2)| = 5$  و به ازای  $i = 3, 4, 5, 6$  همگی  $N_G(v_i)$ ها دارای ۳ عضو

باشند، آنگاه  $G$  چند دور با طول ۴ دارد؟

(۱) ۱۰ (۲) ۸ (۳) ۷ (۴) ۶



۲۹- گراف ساده  $G$  یک گراف  $k$ -منتظم است و برای هر  $v \in V(G)$  داریم  $d_G(v) + d_{\bar{G}}(v) = 6$ ؛ عدد  $k$  چند مقدار می تواند داشته باشد؟

- ۱ (۱)      ۲ (۲)      ۳ (۳)      ۴ (۴)

۳۰- چند نوع گراف ساده و ناهمبند  $G$  با فرض  $|V(G)| = 8$  و  $|E(G)| = 6$  می توان رسم کرد که دقیقاً یک دور و یک رأس تنها داشته باشد؟

- ۱ (۱)      ۶ (۲)      ۷ (۳)      ۸ (۴)      ۹ (۴)

## فیزیک

۳۱- در یک مخزن با حجم ثابت،  $8 \text{ g}$  گاز هیدروژن و  $32 \text{ g}$  گاز اکسیژن در حالت تعادل هستند. گاز اکسیژن چند درصد از حجم مخزن را به خودش اختصاص می دهد؟ (هر دو گاز به اندازه کافی رقیق هستند،

$$(M_{\text{H}_2} = 2 \frac{\text{g}}{\text{mol}} \text{ و } M_{\text{O}_2} = 32 \frac{\text{g}}{\text{mol}})$$

- ۱ (۲)      ۲ (۳)      ۲۲/۵ (۴)      ۲۵ (۴)      ۳۰ (۴)

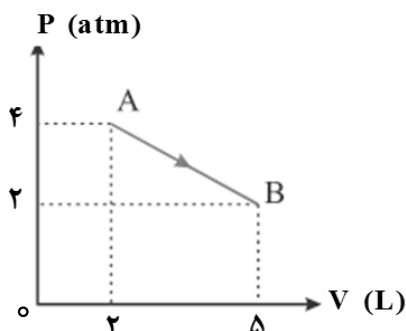
۳۲- درون مخزنی به حجم  $5$  لیتر، مقداری گاز آرمانی با فشار پیمانه‌ای  $3 \text{ atm}$  و دمای  $47^\circ \text{C}$  قرار دارد. اگر شیر مخزن را باز کنیم، مقداری از گاز خارج شده و فشار گاز باقی مانده در مخزن  $25\%$  و دمای گاز  $36^\circ \text{F}$  کاهش می یابد. حجم گاز خارج شده با ورود به محیط به چند لیتر می رسد؟ (فشار هوای محیط  $1 \text{ atm}$  و دمای آن  $27^\circ \text{C}$  است.)

- ۱ (۲)      ۲ (۳)      ۳/۵ (۴)      ۴/۵ (۴)      ۵/۲۵ (۴)

۳۳- می خواهیم توپ فوتبالی به حجم  $2$  لیتر را از هوای  $27^\circ \text{C}$  و تحت فشار  $4 \text{ atm}$  پر کنیم. اگر برای این منظور از تلمبه‌ای که حجم مخزن آن  $400 \text{ cm}^3$  است استفاده کنیم، به چند بار تلمبه زدن احتیاج داریم؟ (فشار هوای محیط  $1 \text{ atm}$  و دمای محیط  $3^\circ \text{C}$  است.)

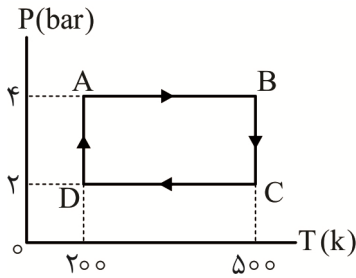
- ۱ (۲)      ۱۵ (۳)      ۱۶ (۴)      ۱۸ (۴)

۳۴- شکل زیر، نمودار  $P - V$  یک فرایند آرمانی را نشان می دهد. در طی این فرایند، کدام اتفاق رخ می دهد؟



- ۱) گاز گرما از دست داده و انرژی درونی آن افزایش می یابد.  
 ۲) گاز گرما از دست داده و انرژی درونی آن کاهش می یابد.  
 ۳) گاز گرما دریافت کرده و انرژی درونی آن افزایش می یابد.  
 ۴) گاز گرما دریافت کرده و انرژی درونی آن کاهش می یابد.

۳۵- یک گاز آرمانی چرخه‌ای همانند شکل زیر را طی می‌کند. در خلال این فرایند، بیشینه حجم گاز چند برابر کمینه حجم آن است؟



حجم آن است؟

(۱) ۴

(۲) ۴/۵

(۳) ۵

(۴) ۶

۳۶- در یک فرایند هم‌فشار، ۲/۵ لیتر گاز آرمانی در فشار ۱ atm، مقداری گرما از دست داده و حجم آن ۴۰٪ کاهش می‌یابد. اگر انرژی درونی اولیه گاز ۵۰۰ J باشد، گرمای دریافتی از گاز توسط محیط در این فرایند چند ژول است؟ (۱ atm = ۱۰<sup>۵</sup> pa)

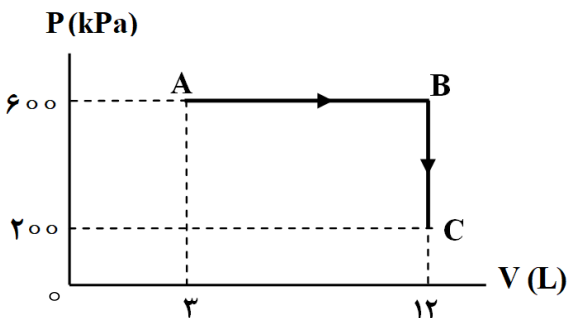
(۱) -۳۰۰

(۲) ۳۰۰

(۳) -۱۰۰

(۴) ۱۰۰

۳۷- مقداری گاز آرمانی، دو فرایند متوالی را مطابق شکل طی می‌کند. اگر در فرایند AB مقدار J ۱۲۰۰۰ گرما به گاز داده شود، گرمای مبادله‌شده با گاز در فرایند BC چگونه است؟



(۱) ۱۷۴۰۰ J گرما از محیط به گاز داده می‌شود.

(۲) ۱۷۴۰۰ J گرما از گاز به محیط داده می‌شود.

(۳) ۷۲۰۰ J گرما از گاز به محیط داده می‌شود.

(۴) ۷۲۰۰ J گرما از محیط به گاز داده می‌شود.

۳۸- حجم گازی آرمانی ۱۰۰ cm<sup>۳</sup> و فشار پیمانه‌ای آن ۲ atm است. آن را به‌طور جداگانه، یک‌بار به‌صورت هم‌دما و یک‌بار به‌صورت بی‌دررو منبسط می‌کنیم تا فشار آن به ۱/۵ atm برسد. کدام گزینه حجم ثانویه گاز در فرایند هم‌دما (V<sub>۲</sub>) و فرایند بی‌دررو (V'<sub>۲</sub>) را به‌درستی توصیف می‌کند؟ (p<sub>۰</sub> = ۱ atm)

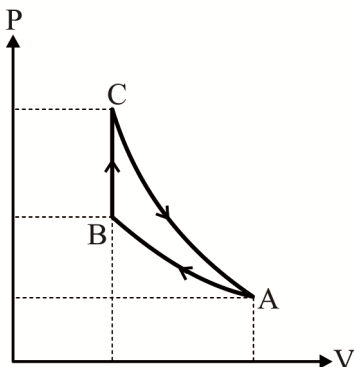
(۱) V'<sub>۲</sub> > ۲۰۰ cm<sup>۳</sup> و V<sub>۲</sub> = ۲۰۰ cm<sup>۳</sup>

(۲) V'<sub>۲</sub> < ۲۰۰ cm<sup>۳</sup> و V<sub>۲</sub> = ۲۰۰ cm<sup>۳</sup>

(۳) V'<sub>۲</sub> = ۲۰۰ cm<sup>۳</sup> و V<sub>۲</sub> < ۲۰۰ cm<sup>۳</sup>

(۴) V'<sub>۲</sub> = ۲۰۰ cm<sup>۳</sup> و V<sub>۲</sub> > ۲۰۰ cm<sup>۳</sup>

۳۹- یک گاز آرمانی چرخه‌ای شامل سه فرایند متوالی هم‌دما، هم‌حجم و بی‌دررو را مطابق شکل زیر، طی می‌کند. اگر اندازه گرما مبادله‌شده با گاز در فرایند هم‌حجم ۵۰۰ J باشد، کار انجام‌شده توسط گاز روی محیط در فرایند بی‌دررو، برابر با کدام است؟



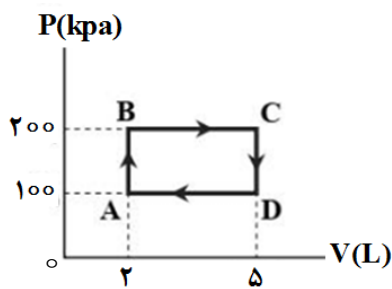
(۱) ۷۵۰ J

(۲) -۷۵۰ J

(۳) ۵۰۰ J

(۴) -۵۰۰ J

۴۰- شکل زیر، چرخه آرمانی یک ماشین گرمایی (حاوی گاز آرمانی) با بازده ۲۰٪ را نشان می‌دهد. مجموع گرمای



مبادله شده با گاز در دو فرایند DA و CD چند ژول است؟

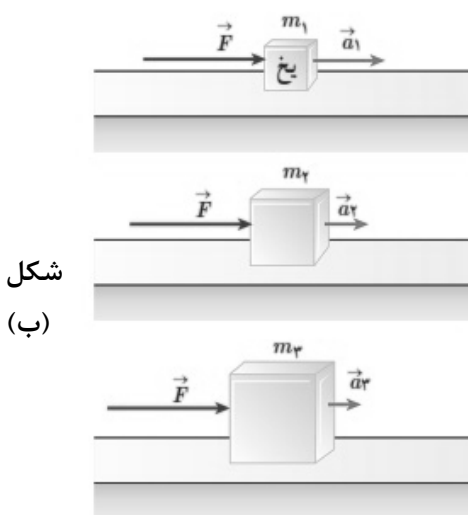
- (۱) ۶۰۰
- (۲) ۹۰۰
- (۳) ۱۲۰۰
- (۴) ۱۵۰۰

۴۱- رابطه نیروی مقاومت هوا با تندی (v) جسمی به جرم ۴۰۰ g که از ارتفاع کافی و در هوای ساکن رها شده است، به صورت

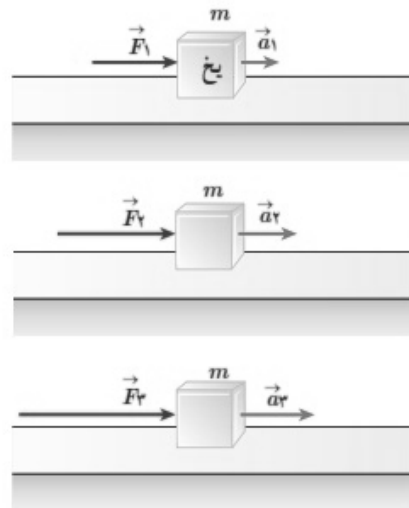
$$F_D = 0.4 v^2 \text{ می‌باشد. تندی حدی این جسم چند متر بر ثانیه است؟}$$

- (۱) ۵
- (۲) ۱۰
- (۳) ۲۰
- (۴) ۲۵

۴۲- شکل‌های (الف) و (ب) زیر به ترتیب از راست به چپ توصیف کننده کدام قانون هستند؟



شکل (ب)



شکل (الف)

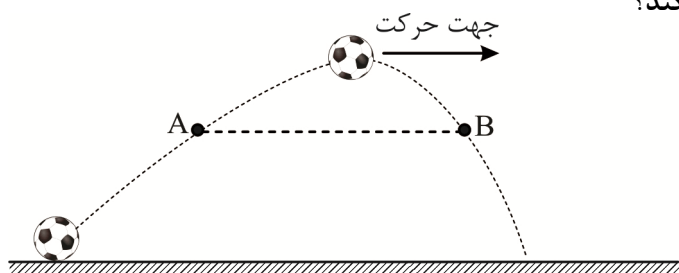
(۲) قانون دوم نیوتون، قانون اول نیوتون

(۴) قانون دوم نیوتون، قانون دوم نیوتون

(۱) قانون اول نیوتون، قانون دوم نیوتون

(۳) قانون اول نیوتون، قانون اول نیوتون

۴۳- شکل زیر مسیر حرکت یک توپ پرتاب شده را نشان می‌دهد. کدام گزینه اندازه شتاب توپ در نقاط A و B را با هم و با شتاب در نقطه اوج به درستی مقایسه می‌کند؟



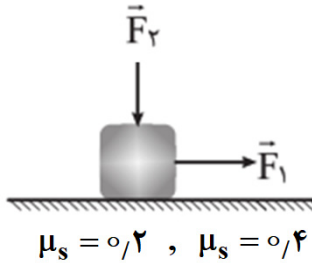
(۱)  $a_A < a_{\text{اوج}}$  و  $a_A = a_B$

(۲)  $a_A > a_{\text{اوج}}$  و  $a_A = a_B$

(۳)  $a_A > a_{\text{اوج}}$  و  $a_A > a_B$

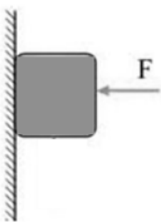
(۴)  $a_A < a_{\text{اوج}}$  و  $a_A < a_B$

۴۴- در شکل زیر، در اثر اعمال دو نیروی  $F_1$  و  $F_2 = 10 \text{ N}$ ، جسمی به جرم  $2 \text{ kg}$  در آستانه حرکت است. اگر در یک لحظه تنها جهت اعمال نیروی  $F_2$  قرینه شود، جسم با چه شتابی شروع به حرکت خواهد نمود؟



- ۱ (۱)
- ۲ (۲)
- ۵ (۳)
- ۶ (۴)

۴۵- مطابق شکل زیر، با اعمال نیروی افقی  $F$ ، جسمی به جرم  $5 \text{ kg}$  روی دیوار قائم ساکن مانده ولی در آستانه لغزش است. اگر اندازه نیروی  $F$  را  $25 \text{ N}$  کاهش دهیم، شتاب حرکت جسم چند واحد SI می شود؟



$$(\mu_k = 0.2 \text{ و } \mu_s = 0.4, g = 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2})$$

- ۴ (۱)
- ۶ (۲)
- ۶/۵ (۳)
- ۷/۵ (۴)

۴۶- در شکل زیر، ضریب اصطکاک ایستایی بین جسم و سطح  $0.4$  بوده و جسم ساکن است. کدام گزینه مقدار نیروی  $F_2$  را بر حسب نیوتون به درستی توصیف می کند؟

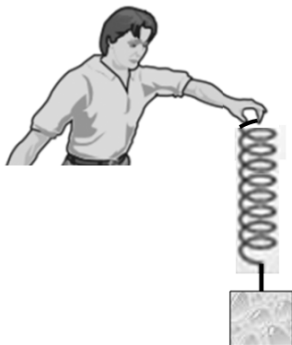


- ۸ <  $F_2$  < ۱۲ (۱)
- ۸ ≤  $F_2$  ≤ ۳۲ (۲)
- ۱۲ <  $F_2$  < ۲۸ (۳)
- ۱۲ ≤  $F_2$  ≤ ۲۸ (۴)

۴۷- مطابق شکل زیر، جسمی به جرم  $4 \text{ kg}$  به وسیله فنر سبکی با ثابت  $2 \frac{\text{N}}{\text{cm}}$  توسط شخص نگاه داشته شده است و

بالا و پایین می رود (نوسان می کند). هنگامی که جسم روبه بالا در حرکت است، این شخص ابتدا جسم را با شتاب

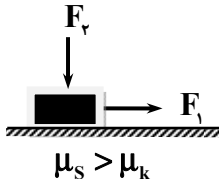
$5 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$  متوقف کرده و در ادامه آن را با شتاب  $12 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$  روبه پایین به حرکت در می آورد. در این مدت طول فنر چند



سانتی متر تغییر می کند؟ ( $g = 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$ )

- ۶ (۱)
- ۸ (۲)
- ۱۲ (۳)
- ۱۴ (۴)

۴۸- در شکل زیر، جسم در آستانه حرکت بوده و نیرویی که سطح به جسم وارد می‌کند، زاویه  $\theta$  با سطح افقی می‌سازد. اگر اندازه نیروی  $F_2$  را به تدریج کاهش داده و به صفر برسانیم، زاویه  $\theta$  چگونه تغییر می‌کند؟



- (۱) ناگهان افزایش یافته، ولی در ادامه ثابت می‌ماند.
- (۲) ناگهان کاهش یافته، ولی در ادامه ثابت می‌ماند.
- (۳) ناگهان افزایش یافته، ولی در ادامه کاهش می‌یابد.
- (۴) به تدریج کاهش می‌یابد.

۴۹- دو ماهواره A و B به دور زمین در حال دوران هستند. اگر تندی دوران ماهواره A، ۴ برابر تندی ماهواره B باشد، در مدتی که ماهواره B نیمی از مدار خود به دور زمین را طی می‌کند، ماهواره A چند دوران کامل خواهد داشت؟

- (۱) ۸
- (۲) ۱۶
- (۳) ۳۲
- (۴) ۶۴

۵۰- ضریب اصطکاک ایستایی بین چرخ‌های یک خودرو و سطح زمین خشک ۰/۴ است ولی در اثر بارندگی، این ضریب ۹۱٪ کاهش می‌یابد. در این شرایط حداکثر تندی خودرو در یک پیچ افقی مسطح به شعاع ۲۵ متر تقریباً چند کیلومتر بر ساعت (نسبت به زمین خشک) کاهش می‌یابد؟

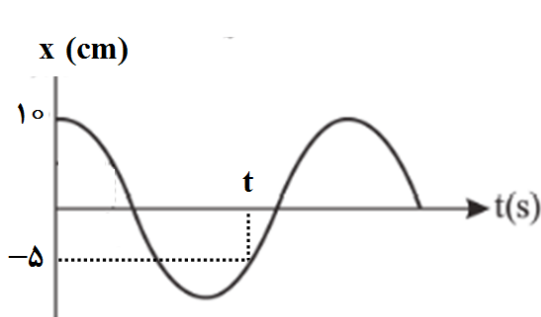
- (۱) ۱۱
- (۲) ۲۲
- (۳) ۲۵
- (۴) ۲۸

۵۱- گلوله‌ای به جرم ۴۰۰ g با تندی  $10 \frac{m}{s}$  و به‌طور عمود روبه پایین به سطح سنگفرش شده‌ای برخورد کرده و با

تندی  $5 \frac{m}{s}$  روبه بالا و در راستای قائم از آن جدا می‌شود. اگر مدت زمان تماس این گلوله با سطح افقی  $0.2 s$  باشد، بزرگی نیروی عمودی متوسط وارده از طرف سطح به گلوله چند نیوتون است؟

- (۱) ۱۰
- (۲) ۲۶
- (۳) ۳۰
- (۴) ۳۴

۵۲- نمودار مکان - زمان نوسانگر هماهنگ ساده‌ای مطابق شکل زیر است. اگر بزرگی شتاب نوسانگر در لحظه  $t$  برابر



باشد، دوره تناوب این نوسانگر چند ثانیه است؟

- (۱) ۵
- (۲) ۷/۵
- (۳) ۱۰
- (۴) ۱۲/۵

۵۳- معادله مکان - زمان نوسانگر هماهنگ ساده‌ای در SI به صورت  $x = 0.3 \sin 50t$  است. در لحظه‌ای که انرژی

پتانسیل این نوسانگر ۸ برابر انرژی جنبشی آن است، تندی نوسانگر چند متر بر ثانیه است؟

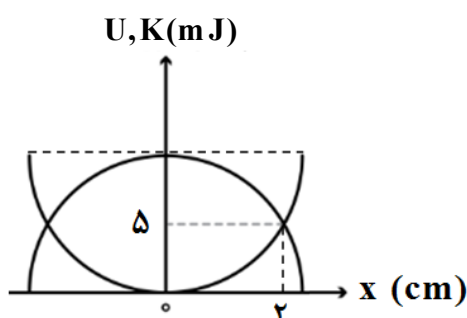
- (۱) ۵
- (۲)  $5\sqrt{2}$
- (۳)  $5\sqrt{3}$
- (۴) ۱۵

۵۴- یک ساعت قدیمی با آونگ ساده‌ای کار می‌کند. اگر طول آونگ را ۳۶٪ کاهش دهیم، در هر شبانه‌روز، این

ساعت چه مقدار و چگونه خطا خواهد داشت؟

- (۱) ۴ ساعت جلو می‌افتد.
- (۲) ۶ ساعت جلو می‌افتد.
- (۳) ۴ ساعت عقب می‌افتد.
- (۴) ۶ ساعت عقب می‌افتد.

۵۵- نمودار تغییرات انرژی‌های جنبشی و پتانسیل یک نوسانگر هماهنگ ساده مطابق شکل زیر است. بیشینه نیروی



وارد بر این نوسانگر چند نیوتون است؟

- (۱)  $\sqrt{2}$   
 (۲)  $\frac{\sqrt{2}}{2}$   
 (۳)  $\frac{\sqrt{2}}{4}$   
 (۴)  $2\sqrt{2}$

شیمی

۵۶- کدام مطلب نادرست است؟

- (۱) سدیم کربنات را می‌توان به مانند سدیم هیدروکسید از سدیم کلرید تهیه کرد.  
 (۲) مواد شیمیایی موجود در آب دریا را می‌توان به روش‌های فیزیکی و شیمیایی از آب دریا جدا کرد.  
 (۳) یکی از کاربردهای NaCl، ذوب کردن یخ جاده‌هاست که سهم کاربردی بیشتری نسبت به مصارف خانگی این ماده در جهان دارد.  
 (۴) چگالی آب دریای مرده بیشتر از چگالی آب اقیانوس آرام و کمتر از چگالی آب دریای مدیترانه است.

۵۷- اگر درصد جرمی محلول حاصل از انحلال ۵/۰ مول اوره در ۲۷ گرم آب پنج برابر درصد جرمی محلولی از ید در تولوئن باشد، در ۳۰۰ mL محلول ید در تولوئن چند گرم ید حل شده است؟ (چگالی محلول ید در تولوئن را

$$1/6 \text{ g mL}^{-1} \text{ در نظر بگیرید.}) \quad (\text{H} = 1, \text{C} = 12, \text{N} = 14, \text{O} = 16 \text{ g mol}^{-1})$$

- (۱) ۹/۶۰ (۲) ۷/۲۰ (۳) ۴/۸۰ (۴) ۲/۴۰

۵۸- درون ظرفی ۲۰۰ mL محلول ۸ درصد جرمی سدیم هیدروکسید با چگالی  $1/1 \text{ g mL}^{-1}$  موجود است. اگر به محتویات این ظرف ۳۰۰ mL محلول  $0/1 \text{ mol.L}^{-1}$  همان ماده را اضافه کنیم، غلظت مولی محلول نهایی چند

$$\text{mol.L}^{-1} \text{ خواهد بود؟} \quad (\text{H} = 1, \text{O} = 16, \text{Na} = 23 \text{ g mol}^{-1})$$

- (۱) ۰/۶۷ (۲) ۰/۹۴ (۳) ۱/۱۰ (۴) ۱/۳۴

۵۹- ۱۹۰ میلی گرم از کلرید فلز M با دو لیتر محلول نقره نیترات با غلظت ۳۴۰ ppm واکنش کامل می‌دهد. M،

کدام فلز می‌تواند باشد؟ (چگالی محلول نقره نیترات را  $1 \text{ g mL}^{-1}$  در نظر بگیرید.)

$$(\text{N} = 14, \text{O} = 16, \text{Na} = 23, \text{Mg} = 24, \text{Cl} = 35/5, \text{K} = 39, \text{Ca} = 40, \text{Ag} = 108 \text{ g mol}^{-1})$$



- (۱) Ca (۲) K (۳) Mg (۴) Na

۶۰- کدام یک از عبارتهای زیر درست است؟

- الف: فسفات فلز قلیایی خاکی دوره سوم در آب نامحلول و سولفات این فلز در آب کم محلول است.  
 ب: اگر درصد جرمی محلول سیرشده نمک در آب برابر ۲۰ باشد، انحلال پذیری این نمک برابر ۲۵ گرم در ۱۰۰ گرم آب است.  
 پ: شیب نمودار انحلال پذیری پتاسیم نترات در آب کمتر از شیب نمودار انحلال پذیری سدیم نترات در آب است.  
 ت: با افزایش دما محلول سیرشده لیتیم سولفات در دمای  $30^{\circ}\text{C}$  به محلول فرا سیرشده تبدیل می شود.  
 ث: با کاهش دما محلول سیرشده پتاسیم کلرید در دمای  $40^{\circ}\text{C}$  به محلول سیرنشده تبدیل می شود.

(۱) «الف» - «پ» - «ت» - «ث»

(۲) «ب» - «ت» - «ث»

(۴) «ب» - «ت»

(۳) «الف» - «ث»

۶۱- اگر نمودار انحلال پذیری نمکهای AB و XY خطی باشد، در کدام دما انحلال پذیری دو نمک به تقریب با هم برابر است؟

نمک	انحلال پذیری در ۱۰۰ گرم آب	
	$20^{\circ}\text{C}$	$40^{\circ}\text{C}$
AB	۵۰	۶۲
XY	۲۸	۴۶

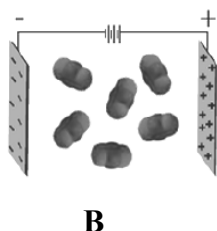
(۲)  $83/3^{\circ}\text{C}$

(۱)  $76/6^{\circ}\text{C}$

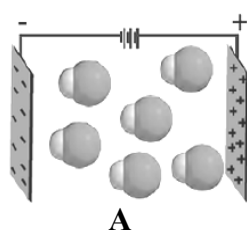
(۴)  $93/3^{\circ}\text{C}$

(۳)  $86/6^{\circ}\text{C}$

۶۲- با توجه به شکل زیر که وضعیت قرارگیری مولکولهای دو ماده در میدان الکتریکی را نشان می دهد، کدام مطلب به یقین درست است؟

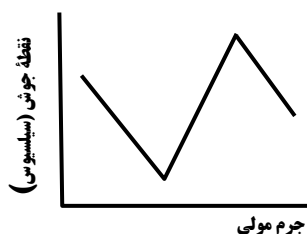


B

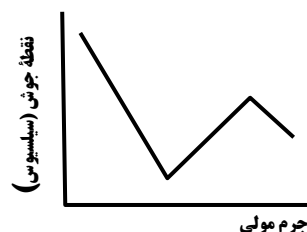


A

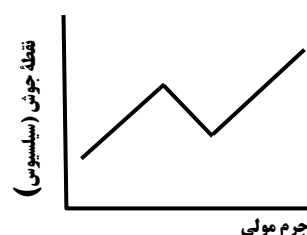
- (۱) گشتاور دوقطبی A از B بیشتر است و اتمهای سازنده B می توانند هم گروه باشند.  
 (۲) اگر نقطه جوش B از A بیشتر باشد، جرم مولی B از جرم مولی A بیشتر است.  
 (۳) اگر بین مولکولهای A پیوند هیدروژنی برقرار شود، در دمای اتاق حالت مایع خواهد داشت.  
 (۴) با توجه به نحوه جهت گیری مولکولها، A و B می توانند به ترتیب کربن مونوکسید و کربن دی اکسید باشند.  
 ۶۳- نمودار تقریبی نقطه جوش «آب، هیدروژن سولفید، استون و اتانول» برحسب جرم مولی در کدام گزینه آمده است؟ ( $\text{H} = 1, \text{C} = 12, \text{O} = 16, \text{S} = 32 \text{ g mol}^{-1}$ )



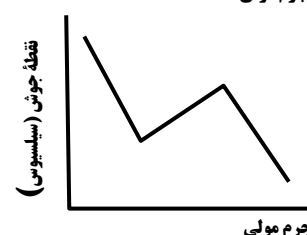
(۲)



(۱)



(۴)



(۳)

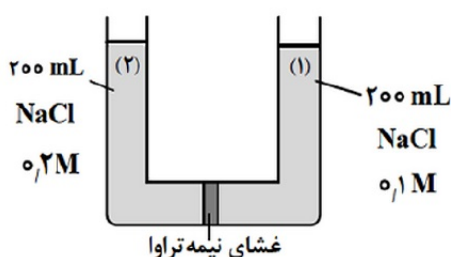
۶۴- کدام عبارت‌ها درست است؟

- الف: در یونی که وجود آن برای تنظیم و عملکرد مناسب دستگاه عصبی لازم است، در مجموع ۲۱ ذره باردار وجود دارد.  
 ب: در فشار یک اتمسفر و در هر دمایی انحلال پذیری گاز کربن دی‌اکسید از نیتروژن مونوکسید بیشتر است.  
 پ: مطابق با قانون «هنری» اگر در دمای ثابت فشار گاز سه برابر شود، انحلال پذیری آن هم در آب سه برابر خواهد شد.  
 ت: با افزایش مقدار لیتیم سولفات در آب، انحلال پذیری گاز نیتروژن در آب افزایش می‌یابد.
- (۱) «الف» - «ب» (۲) «الف» - «ت» (۳) «ب» - «پ» (۴) «ب» - «ت»

۶۵- بر اثر حل شدن مقداری نمک با فرمول XY در آب محلولی با غلظت  $3/75 \text{ mol L}^{-1}$  و چگالی  $1/25 \text{ g mL}^{-1}$

- حاصل شده است. اگر جرم مولی XY برابر  $120 \text{ g mol}^{-1}$  باشد، چگالی نمک XY چند  $\text{g mL}^{-1}$  است؟
- (۱) ۲/۲۵ (۲) ۲/۵۰ (۳) ۲/۷۵ (۴) ۳/۰۰

۶۶- با توجه به شکل زیر، کدام مطلب درست است؟



- (۱) شکل فرایند اسمز را نشان می‌دهد که برای نمک‌زدایی از آب دریا و تولید آب شیرین کاربرد دارد.  
 (۲) با گذشت زمان ارتفاع مایع در ستون (۱) کاهش و ارتفاع مایع در ستون (۲) افزایش می‌یابد.  
 (۳) برای توقف فرایند، باید تا اندازه‌ای آب بین دو ستون جابه‌جا شود تا غلظت ستون (۱) هم به  $0/2 \text{ M}$  برسد.  
 (۴) اگر در انتهای ستون (۲) فشار اعمال شود، شمار یون‌های  $\text{Na}^+$  بیشتری نسبت به  $\text{Cl}^-$  به ستون (۱) وارد می‌شوند.
- ۶۷- کدام عبارت‌های زیر درست هستند؟

الف: برخی پسماندهای الکتریکی به دلیل داشتن مقدار قابل توجهی از مواد و فلزهای ارزشمند، منبعی برای بازیافت این فلزها هستند.

ب: از آنجاکه  $E^\circ$  نیم‌واکنش  $\text{Li}^+(\text{aq}) + e^- \rightarrow \text{Li}(\text{s})$  نسبت به  $\text{Na}^+(\text{aq}) + e^- \rightarrow \text{Na}(\text{s})$  منفی‌تر است می‌توان نتیجه گرفت که لیتیم کاهنده‌تر از سدیم است.

پ: همه باتری‌های لیتیومی، مانند باتری تلفن همراه قابل شارژ هستند و می‌توان آن‌ها را بارها شارژ کرد.  
 ت: در معادله کلی انجام‌شده در باتری دکمه‌ای «روی - نقره» در مجموع چهار مول الکترون بین گونه‌های اکسند و کاهنده مبادله می‌شود.

- (۱) «الف» - «ت» (۲) «ب» - «پ» (۳) «الف» - «ب» (۴) «پ» - «ت»

۶۸- کدام مطلب درباره سلول سوختی «هیدروژن - اکسیژن» درست است؟ (مقدار  $E^\circ$  در نیم‌واکنش کاهش آن را  $1/237$  در نظر بگیرید.)

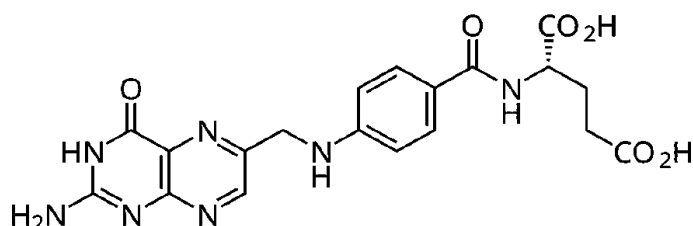
- (۱) جهت حرکت الکترون در مدار بیرونی آن با جهت حرکت یون هیدرونیوم از غشاء ناهمسو است.  
 (۲) خروجی آند این سلول  $\text{H}_2\text{O}(\text{g})$  و خروجی کاتد آن گاز  $\text{H}_2$  واکنش نداده است.  
 (۳) اگر  $\text{emf}$  این سلول  $0/738$  ولت باشد، میزان اتلاف انرژی آن برابر  $60$  درصد است.  
 (۴) ضریب الکترون در نیم‌واکنش کاهش آن با ضریب الکترون در نیم‌واکنش کاهش در سوختن منیزیم برابر است.

۶۹- اگر از انرژی الکتریکی حاصل از سلول سوختی «متان - اکسیژن» برای آبکاری ۳۰۰ قاشق فولادی استفاده شود و برای آبکاری هر قاشق ۰/۵۴ گرم نقره مصرف شود، چند گرم گاز متان در سلول سوختی با بازده ۷۵ درصد

مصرف می‌شود؟ ( $H = 1, C = 12, O = 16, Ag = 108 \text{ gmol}^{-1}$ )

۱ (۱) ۲ (۲) ۴ (۳) ۸ (۴)

۷۰- فولیک اسید یا ویتامین B<sub>9</sub> برای بسیاری از اعمال بدن از جمله سلامتی دستگاه عصبی، خون و یاخته‌ها نقش اساسی دارد. با توجه به ساختار این ماده، اختلاف شمار اتم‌های کربن با عدد اکسایش +۳ و اتم‌های کربن با عدد اکسایش صفر کدام‌اند؟



۱ (۱) ۲ (۲)

۳ (۳) ۴ (۴)

۷۱- در فرایند هال الکترودهای متصل به قطب ..... نیاز به تعویض دارند و مقدار کربن دی‌اکسیدی که ضمن تولید ۱۳/۵ کیلوگرم آلومینیم تولید می‌شود، معادل کربن دی‌اکسیدی است که از سوختن ..... کیلوگرم متانول

تولید می‌شود. ( $H = 1, C = 12, O = 16, Al = 27 \text{ gmol}^{-1}$ )

۱ (۱) منفی - ۹ ۲ (۲) منفی - ۱۲ ۳ (۳) مثبت - ۹ ۴ (۴) مثبت - ۱۲

۷۲- شکل زیر مربوط به برقکافت آب است. کدام مطلب درست است؟

۱) در قطب A نیم‌واکنش  $2H_2O(l) \rightarrow 4H^+(aq) + O_2(g) + 4e^-$  انجام می‌شود.

۲) B قطب مثبت سلول را نشان می‌دهد و کاغذ pH اطراف آن به رنگ قرمز در می‌آید.

۳) گاز C را می‌توان از واکنش فلز منیزیم با هیدروکلریک اسید نیز تهیه کرد.

۴) نیم‌واکنش انجام شده در قطب B، مشابه نیم‌واکنش کاهش در خوردگی آهن سفید است.

۷۳- شکل زیر، مربوط به برقکافت پتاسیم فلئوئورید مذاب است. کدام عبارت‌ها درست هستند؟

الف: شمار پروتون‌های موجود در هسته یون A بیشتر از شمار پروتون‌های موجود در هسته یون B است.

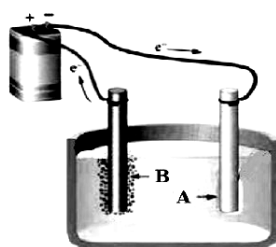
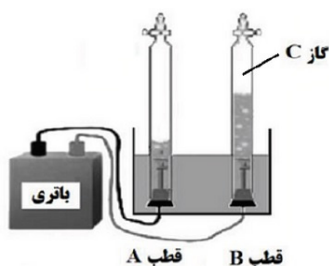
ب: محصول آندی این برقکافت، عنصری است که بین عناصر تناوبی اکسندترین گونه است.

پ: در قطب مثبت این سلول نیم‌واکنش  $K^+(l) + e^- \rightarrow K(l)$  انجام می‌شود.

ت: این واکنش در سلول الکترولیتی انجام می‌شود و emf آن برابر ۵/۷۹۷V است.

$$E^\circ(K^+/K) = -2,92$$

$$E^\circ(F_2/F^-) = 2,87V$$



۱) «الف» - «ت» ۲) «ب» - «پ» ۳) «پ» - «ت» ۴) «الف» - «ب»

۷۴- کدام مطلب درباره استخراج منیزیم از آب دریا درست است؟

۱) پس از  $Mg^{2+}$  فراوان‌ترین کاتیون در آب دریا محسوب می‌شود.

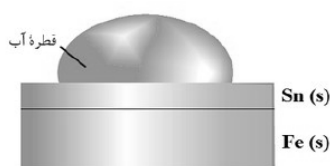
۲) در یکی از مراحل آن منیزیم هیدروکسید با هیدروکلریک اسید واکنش نشان می‌دهد که با تغییر عدد اکسایش برخی گونه‌ها همراه است.

۳) در یکی از مراحل آن بر اثر برقکافت محلول آبی منیزیم کلرید، فلز منیزیم در قطب منفی به دست می‌آید.

۴) در پایان فرایند استخراج، منیزیم به همراه گاز کلر حاصل می‌شود که هر دو ماده پس از بسته‌بندی در دیگر صنایع مورد استفاده قرار می‌گیرند.

۷۵- با توجه به شکل کدام مطلب نادرست است؟

$$E^{\circ}(\text{Fe}^{2+}/\text{Fe}) = -0,44\text{V}, E^{\circ}(\text{Sn}^{2+}/\text{Sn}) = -0,14\text{V}$$



- (۱) شکل مربوط به نوعی ورقه آهنی است که در تولید قوطی روغن نباتی و کنسرو کاربرد دارد.
- (۲) بر اثر خراش یک سلول گالوانی تشکیل می‌شود که نیم‌واکنش اکسایش آن به صورت  $\text{Fe} \rightarrow \text{Fe}^{2+} + 2e^{-}$  است.
- (۳) اگر pH محیط را از ۷ به ۵ برسانیم، نیم‌واکنش‌های اکسایش و کاهش تغییر نمی‌کنند؛ اما سرعت خوردگی بیشتر می‌شود.
- (۴) اگر به جای Sn از فلز Cu استفاده کنیم، بر اثر خراش در همان شرایط emf سلول گالوانی حاصل تغییر نمی‌کند.

۷۶- کدام عبارت درست است؟

$$E^{\circ}(\text{Fe}^{2+}/\text{Fe}) = -0,44\text{V}, E^{\circ}(\text{Al}^{3+}/\text{Al}) = -1,66\text{V}$$

- (۱) از آنجایی که قدرت کاهندگی آلومینیم بیشتر از آهن است، لذا وسایل ساخته‌شده از آلومینیم سریع‌تر از آهن استحکام خود را از دست می‌دهند.
- (۲) برای محافظت مخازن آهنی موجود در زیر زمین از خوردگی می‌توان قطعه‌ای از آلومینیم را در تماس با آهن قرار داد.
- (۳) مقایسه  $\text{Al}^{3+} < \text{H}^{+} < \text{Fe}^{2+}$  بین اکسندگی گونه‌ها برقرار است.
- (۴) از آنجایی که آلومینیم در هوا اکسید نمی‌شود، در لوازم خانگی مثل چرخ گوشت استفاده می‌شود.

۷۷- اگر مخلوطی به جرم ۱۳۷ گرم از کلسیم برمید و لیتیم برمید را در حالت مذاب برقکافت کنیم و پس از برقکافت کامل دو نمک ۱۲۰ گرم برم به دست آید، درصد جرمی لیتیم برمید در مخلوط اولیه کدام است؟

$$(\text{Li} = 7, \text{Ca} = 40, \text{Br} = 80 \text{ gmol}^{-1})$$

- (۱) ۶۴/۱۵ (۲) ۶۶/۵۰ (۳) ۶۷/۲۰ (۴) ۶۳/۵۰

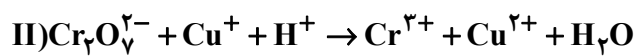
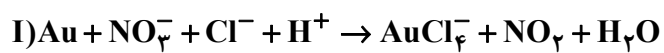
۷۸- از بین عبارتهای زیر کدام موارد درست هستند؟

- الف: عدد اکسایش کربن گروه عاملی در دو ترکیب استیک اسید و فرمیک اسید برابر است.  
 ب: میانگین عدد اکسایش اتم‌های کربن در مولکول سیکلوهگزان با عدد اکسایش اکسیژن در  $\text{OCl}_2$  برابر است.  
 پ: عدد اکسایش منگنز در  $\text{ZnMnO}_4$  با عدد اکسایش کروم در  $\text{K}_2\text{Cr}_2\text{O}_7$  برابر است.  
 ت: عدد اکسایش اکسیژن در هیدروژن پراکسید با عدد اکسایش کلر در  $\text{NaClO}_4$  برابر است.
- (۱) «الف» - «پ» (۲) «ب» - «ت» (۳) «ب» - «پ» (۴) «الف» - «ت»

۷۹- کدام مطلب دربارهٔ آبکاری یک کلید آهنی با نقره درست است؟

- (۱) کلید آهنی به قطب منفی سلول متصل می‌شود و محلول الکترولیت باید نمکی از نقره مانند نیترات یا کلرید این فلز باشد.
- (۲) اگر پس از پایان آبکاری، کلید در هوای مرطوب خراش بردارد، آهن کاهنده و نقره اکسنده خواهد بود.
- (۳) اگر جرم کلید آهنی و الکتروود نقره در ابتدای آزمایش برابر باشد و a گرم از جرم آند کاسته شود، اختلاف جرم نهایی کلید آهنی و الکتروود نقره ۲a گرم خواهد بود.
- (۴) جهت حرکت الکترون در مدار بیرونی از آند به کاتد است و معادله نیم‌واکنش کاهش  $\text{Ag}^{2+} + 2e^{-} \rightarrow \text{Ag}$  خواهد بود.

۸۰- در معادلات (I) و (II) پس از موازنه اختلاف مجموع ضرایب گونه‌ها کدام است؟



۱۹ (۴)

۱۷ (۳)

۱۵ (۲)

۱۳ (۱)



@sanjsheducationgroup



@sanjshserv

کانال‌های ارتباطی:





آزمون ۱۳ از ۵



شرکت تعاونی خدمات آموزشی کاکلستان  
سازمان بخش آموزش کشور

پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی

# مربای علمی فنی (دوازدهم)

مرحله چهارم (۱۴۰۴/۰۹/۲۸)

کارنامه اولیه آزمون، عصر روز برگزاری از طریق سایت اینترنتی زیر قابل مشاهده می باشد:

[www.sanjeshserv.ir](http://www.sanjeshserv.ir)

**مدیران، مشاوران و دبیران محترم دبیرستان ها و مراکز آموزشی**

به منظور فراهم نمودن زمینه ارتباط مستقیم مدیران، مشاوران و دبیران معتمد دبیرستان ها و مراکز آموزشی همکار در امر آزمون های آزمایشی سنجش و بهره مندی از نظرات ارزشمند شما عزیزان در خصوص این آزمون ها، آدرس پست الکترونیکی [ketab.sanjesh@yahoo.com](mailto:ketab.sanjesh@yahoo.com) معرفی می گردد. از شما عزیزان دعوت می شود، دیدگاه های ارزشمند خود را از طریق آدرس فوق با مدیر تولیدات علمی و آموزشی این مجموعه در میان بگذارید.

صدای داوطلب ۴۲۹۶۶ - ۰۲۱ | ثبت نام گروهی دبیرستان ها ۳ - ۸۸۸۴۴۷۹۱ - ۰۲۱



[sanjeshserv.ir](http://sanjeshserv.ir)



[sanjeshserv](https://t.me/sanjeshserv)



[sanjeshserv](https://www.instagram.com/sanjeshserv)

ریاضیات

(مسابقه ۲- فصل ۳، مرهای نامتناهی؛ سطح دشواری؛ آسان)

۱. گزینه ۳ درست است.

با توجه به اتحاد  $\tan \alpha - \cot \alpha = -2 \cot 2\alpha$  داریم:

$$f(x) = \tan \frac{x}{2} - \cot \frac{x}{2} = -2 \cot x$$

$$\lim_{x \rightarrow \pi^+} f(x) = -2 \cot \pi^+ = -2 \times (+\infty) = -\infty$$

$$\lim_{x \rightarrow \pi^-} f(x) = -2 \cot \pi^- = -2 \times (-\infty) = +\infty$$

آزمون های آزمایشی سنجش

(مسابقه ۲- فصل ۳، هر در بی نهایت؛ سطح دشواری؛ متوسط)

۲. گزینه ۱ درست است.

فقط شیب خطوط در مقدار حد تأثیرگذار است.

$$f(x) = -\frac{3}{2}x + 3m$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f(x) - 2f^{-1}(x)}{f(x) + f(2x)} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{-\frac{3}{2}x - 2(-\frac{2}{3}x)}{-\frac{3}{2}x + 2(-\frac{3}{2})x} = \frac{-\frac{3}{2} + \frac{4}{3}}{-\frac{3}{2} - 3} = \frac{-\frac{1}{6}}{-\frac{9}{2}} = \frac{1}{27}$$

آزمون های آزمایشی سنجش

(مسابقه ۲- فصل ۳، هر در بی نهایت؛ سطح دشواری؛ دشوار)

۳. گزینه ۴ درست است.

$$g(a) = |f(a) - k| = \left| \frac{ka^2 + 3a - 1}{a^2 - a + 1} - k \right| = \left| \frac{(3+k)a - k - 1}{a^2 - a + 1} \right|$$

$$\lim_{a \rightarrow +\infty} ag(a) = \lim_{a \rightarrow +\infty} \left| \frac{(3+k)a^2 - (k+1)a}{a^2 - a + 1} \right| = |3+k|$$

$\Rightarrow |3+k| = 2 \Rightarrow k = -1$  یا  $-5$

آزمون های آزمایشی سنجش

(مسابقه ۲- فصل ۳، هر در بی نهایت؛ سطح دشواری؛ متوسط)

۴. گزینه ۳ درست است.

مخرج مشترک می گیریم:

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{ax^2 + 2x - 1 + (x+3)(-2x+b)}{x+3} = 3$$

$$\Rightarrow \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{(a-2)x^2 + (b-4)x + 3b-1}{x+3} = 3$$

$$\Rightarrow \begin{cases} a-2=0 \\ b-4=3 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a=2 \\ b=7 \end{cases}$$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{ax + \sqrt{x^2 + x - 1}}{bx - 1} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{ax - x}{bx} = \frac{a-1}{b} = \frac{1}{7}$$

آزمون های آزمایشی سنجش

(مسابقه ۲- فصل ۳، مرهای نامتناهی؛ سطح دشواری؛ متوسط)

۵. گزینه ۲ درست است.

یا باید  $a = 0$  باشد و یا باید مخرج ریشه مضاعف داشته باشد و یا یکی از ریشه های مخرج با صورت مشترک باشد.

حالت اول:

$$ax^2 + 4x + 2 = 0$$

$$\Delta = 0 \Rightarrow 16 - 8a = 0 \Rightarrow a = 2$$

$$\Rightarrow f(x) = \frac{x^2 - 4}{2x^2 + 4x + 2} = \frac{x^2 - 4}{2(x+1)^2}$$

$$\lim_{x \rightarrow -1} f(x) = -\infty$$

حالت دوم:

$$a = 0$$

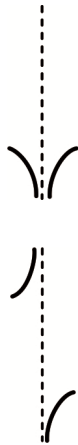
$$\Rightarrow f(x) = \frac{x^2 - 4}{4x + 2}$$

$$\lim_{x \rightarrow -\frac{1}{2}^+} f(x) = -\infty$$

$$x \rightarrow -\frac{1}{2}^+$$

$$\lim_{x \rightarrow -\frac{1}{2}^-} f(x) = +\infty$$

$$x \rightarrow -\frac{1}{2}^-$$



نیاز به بررسی حالت سوم نیست.

آزمون‌های آزمایشی سنجش

(مسئله ۲- فصل ۳، مرهای نامتناهی، سطح دشواری: دشوار)

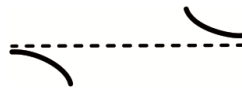
۶. گزینه ۲ درست است.

فرض کنید  $f(x) = ax + b$  پس  $f^{-1}(x) = \frac{1}{a}x - \frac{b}{a}$

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x}{f(x)} = \pm\infty \Rightarrow f(2) = 0 \Rightarrow 2a + b = 0$$

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x}{f^{-1}(x)} = -2 \Rightarrow \frac{1}{\frac{1}{a}} = -2 \Rightarrow a = -2 \Rightarrow b = 4$$

$$\Rightarrow g(x) = \frac{f(x)}{f^{-1}(x)} = \frac{-2x + 4}{-\frac{1}{2}x + 2} = 4 + \frac{8}{x - 4}$$



آزمون‌های آزمایشی سنجش

(مسئله ۱- فصل ۱، معادله درجه دوم، سطح دشواری: آسان)

۷. گزینه ۴ درست است.

$$\Delta = 0 \Rightarrow (m-3)^2 - 4m = 0 \Rightarrow m^2 - 10m + 9 = 0$$

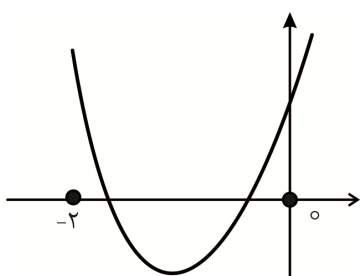
$$\Rightarrow \begin{cases} m = 1 \\ m = 9 \end{cases}$$

$$x = -\frac{b}{2a} = -\frac{m-3}{2} \Rightarrow \begin{cases} x_1 = 1 \\ x_2 = -3 \end{cases} \Rightarrow x_1 - x_2 = 4$$

آزمون‌های آزمایشی سنجش

(ریاضی ۱- فصل ۴، سهمی، سطح دشواری: آسان)

۸. گزینه ۴ درست است.



$$f(x) = x^2 - (1-a)x + a$$

$$\Delta > 0 \Rightarrow (1-a)^2 - 4a > 0$$

$$\Rightarrow a^2 - 6a + 1 > 0$$

$$\Rightarrow a < 3 - 2\sqrt{2} \text{ یا } a > 3 + 2\sqrt{2}$$

$$\begin{cases} f(-2) > 0 \\ f(0) > 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 4 + 2 - 2a + a > 0 \\ a > 0 \end{cases} \Rightarrow 0 < a < 6$$

هیچ عدد صحیحی در شرایط بالا وجود ندارد.

آزمون‌های آزمایشی سنجش

(مسئله ۱- فصل ۱، معادله درجه دوم؛ سطح دشواری: متوسط)

۹. گزینه ۲ درست است.  
روابط S و P را می‌نویسیم.

$$3x^2 + mx - m = 0 \Rightarrow \begin{cases} S = a - 2 = -\frac{m}{3} \\ P = -2a = -\frac{m}{3} \end{cases}$$

$$\Rightarrow a - 2 = -2a \Rightarrow a = \frac{2}{3} \Rightarrow m = 4$$

$$x^2 + bx + c = 0 \Rightarrow \begin{cases} S = a + m = -b \Rightarrow b = -\frac{14}{3} \Rightarrow b + c = -2 \\ P = am = c \Rightarrow c = \frac{8}{3} \end{cases}$$

آزمون‌های آزمایشی سنجش

(مسئله ۱- فصل ۱، معادله درجه دوم؛ سطح دشواری: متوسط)

۱۰. گزینه ۳ درست است.

$$S = \gamma + P$$

$$a - 1 = \gamma + (-3a) \Rightarrow a = 2 \quad x^2 + 2x + 1 = 0$$

تنها گزینه‌ای که  $\Delta = 0$  است، گزینه ۳ است.

آزمون‌های آزمایشی سنجش

(ریاضی ۱- فصل ۸، تعیین علامت؛ سطح دشواری: دشوار)

۱۱. گزینه ۱ درست است.

$$\frac{5x-2}{x+2} < 2 \Rightarrow \frac{5x-2}{x+2} - 2 < 0 \Rightarrow \frac{3x-6}{x+2} < 0 \Rightarrow -2 < x < 2 (*)$$

$$1) x \geq 0 \Rightarrow x < \frac{5x-2}{x+2}$$

$$\xrightarrow{x > 0} x^2 + 2x < 5x - 2 \rightarrow x^2 - 3x + 2 < 0 \Rightarrow 1 < x < 2$$

با توجه به رابطه (\*) جواب  $1 < x < 2$  قابل قبول است.

$$2) x < 0 \Rightarrow -x < \frac{5x-2}{x+2} \Rightarrow \frac{5x-2}{x+2} + x > 0 \Rightarrow \frac{x^2 + 7x - 2}{x+2} > 0$$

$$\Rightarrow \frac{-7 - \sqrt{57}}{2} < x < -2$$

$\frac{-7 - \sqrt{57}}{2}$	$-2$	$0$
-	+	-

با توجه به رابطه (\*) در این حالت جواب  $\emptyset$  است. پس جواب کلی به صورت  $1 < x < 2$  است و  $3 - a = 2b$  است.

آزمون‌های آزمایشی سنجش

(ریاضی ۱- فصل ۸، تعیین علامت؛ سطح دشواری: متوسط)

۱۲. گزینه ۴ درست است.

جواب نامعادله محدود است. پس  $3 - 2n > 0$ ,  $n < \frac{3}{2}$  است؛ پس  $n = 1$  است.

$$x^2 + (3-m)x < m \Rightarrow x^2 + (3-m)x - m < 0$$

$$\begin{cases} x = 1 \\ x = a \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 1 + a = m - 3 \\ 1 \times a = -m \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} m = 2 \\ a = -2 \end{cases} \Rightarrow \frac{mn}{a} = -1$$

آزمون‌های آزمایشی سنجش

۱۳. گزینه ۳ درست است.

(مسایان ۱- فصل ۱۱، معادلات کویا و گنگ، سطح دشواری: متوسط)

$$\sqrt{x+4} = \sqrt{2x-1} + 1$$

به توان ۲ می‌رسانیم:

$$x+4 = 2x-1+1+2\sqrt{2x-1} \Rightarrow 2\sqrt{2x-1} = 4-x$$

$$\xrightarrow{4-x \geq 0} 4(2x-1) = (4-x)^2 \Rightarrow x^2 - 16x + 20 = 0$$

بر  $x$  تقسیم می‌کنیم:

$$\Rightarrow x - 16 + \frac{20}{x} = 0 \Rightarrow x + \frac{20}{x} = 16$$

آزمون‌های آزمایشی سنجش

۱۴. گزینه ۱ درست است.

(مسایان ۱- فصل ۱۱، معادلات کویا و گنگ، سطح دشواری: متوسط)

فرض کنید  $t = (x-1)^3$  پس:

$$\frac{2}{(x-1)^3} + (x-1)^3 = 3 \Rightarrow \frac{2}{t} + t = 3 \Rightarrow t^2 - 3t + 2 = 0 \Rightarrow t = 1 \text{ یا } 2$$

$$(x-1)^3 = 1 \text{ یا } 2 \Rightarrow x = 2 \text{ یا } 1 + \sqrt[3]{2} \quad 2 + (1 + \sqrt[3]{2}) = 3 + \sqrt[3]{2}$$

آزمون‌های آزمایشی سنجش

۱۵. گزینه ۴ درست است.

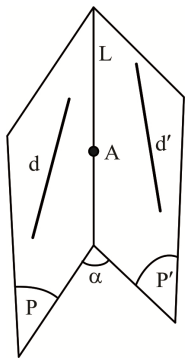
(هندسه ۱- فصل ۸، تعامد، سطح دشواری: متوسط)

شرایط گفته شده در گزینه‌ها را بررسی و درستی یا نادرستی هر یک را تعیین می‌کنیم. داریم:

(۱) فرض کنیم دو صفحه فصل مشترکی مانند خط  $L$  داشته باشند. در این صورت حتی اگر

نقطه  $A$  هم روی  $L$  قرار گیرد، ممکن است دو صفحه  $P$  و  $P'$

مانند شکل، نسبت به هم باز یا جمع شده باشند و زاویه غیر قائمه  $\hat{\alpha}$  بسازند.

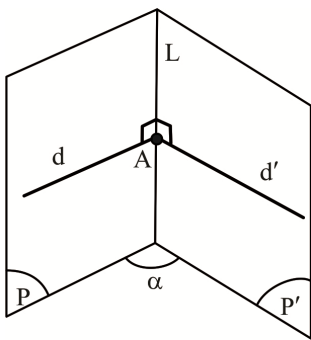


(۲) اگر  $d$  و  $d'$  در نقطه  $A$  بر فصل مشترک  $L$  عمود باشند، آنگاه باز هم مانند آن چه در شکل می‌بینیم،

چنین نیست که  $P$  و  $P'$  الزاماً بر هم عمود باشند. دقت کنید که بنابر مطالب متن کتاب درسی هندسه

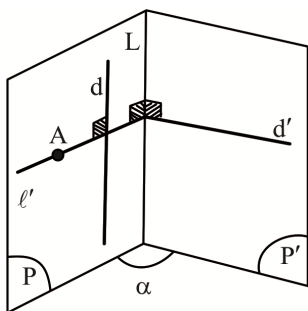
(۱) در صفحه  $80^\circ$ ، دو خط عمود بر یک خط در فضا، نسبت به هم وضع نامشخصی دارند

(می‌توانند هر یک از ۳ حالت را داشته باشند) و می‌توانند با هم زاویه  $\hat{\alpha} < 90^\circ$  یا  $\hat{\alpha} > 90^\circ$  بسازند.

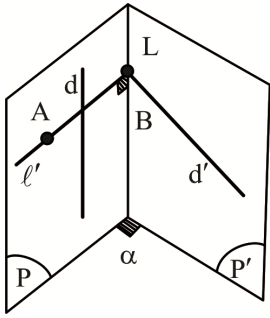


(۳) چون در یک صفحه، دو خط عمود بر یک خط با هم موازی‌اند، پس اگر  $l'$  را خط گذرنده از  $A$  بگیریم، شرایط گفته شده در این گزینه، به

معنای توازی دو خط  $L$  و  $d$  در صفحه  $P$  است، که هیچ تفاوتی با شرایط موجود در گزینه ۲ و تأثیری در پاسخ سؤال ندارد.



۴) شرایط گفته شده در اینجا، به معنای آن است که  $d'$  و  $L$  در نقطه‌ای مانند  $B$  متقاطع باشند و خط  $l'$  که از  $A$  می‌گذرد، بر هر دو خط  $L$  و  $d'$  در  $B$  عمود باشد و این دقیقاً تعریف «خط عمود بر یک صفحه» است که در صفحه ۸۳ کتاب درسی آمده است، پس  $l' \perp P'$  و چون  $P$  شامل خطی مانند  $l'$  و عمود بر  $P'$  است، بنابراین  $P \perp P'$ .

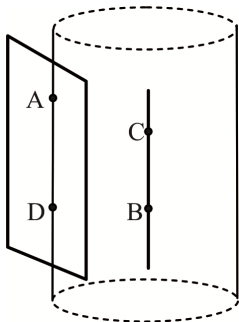
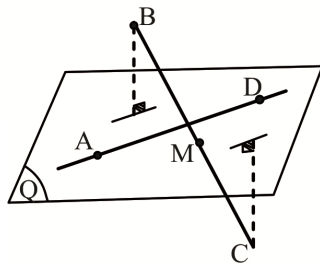
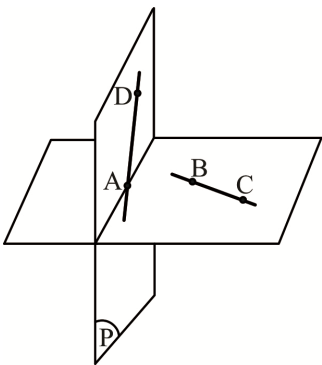


آزمون‌های آزمایشی سنجش

(هندسه ۱- فصل ۴، اوضاع دو خط + اوضاع خط و صفحه، سطح دشواری، دشوار)

۱۶. گزینه ۲ درست است.

چون  $D$  بر صفحه مثلث  $ABC$  قرار ندارد، پس خط  $AD$  با خط  $BC$  متناظر است (تمرین ۱ صفحه ۸۴ کتاب درسی هندسه ۱). بر هر خط، از جمله خط  $AD$  بی‌شمار صفحه می‌گذرد؛ یکی از این صفحات با خط  $BC$  موازی است و در نتیجه  $B$  و  $C$  از آن به یک فاصله‌اند (مانند صفحه  $P$  در شکل). صفحه دیگری که از خط  $AD$  می‌گذرد، با این شرط که از وسط پاره خط  $BC$  (نقطه  $M$ ) هم بگذرد، ویژگی مورد نظر را دارد و نقاط  $B$  و  $C$  از آن به یک فاصله‌اند (صفحه  $Q$  در شکل) و صفحه دیگری با این ویژگی وجود ندارد.



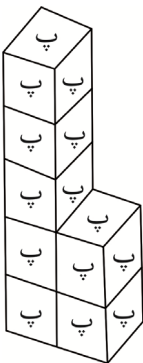
**توجه:** اگر خط  $BC$  موازی با  $AD$  بود، آنگاه بی‌شمار صفحه گذرنده از خط  $AD$  و موازی با  $BC$  وجود داشت که به‌طور بدیهی  $B$  و  $C$  از آن‌ها به یک فاصله بودند. این صفحات بر رویه استوانه‌ای پدید آمده از دوران  $AD$  حول  $BC$  و به موازات آن، مماس هستند (شکل روبه‌رو)

آزمون‌های آزمایشی سنجش

(هندسه ۱- فصل ۴، تفکر تفسیمی (نمای بانی)، سطح دشواری، متوسط)

۱۷. گزینه ۳ درست است.

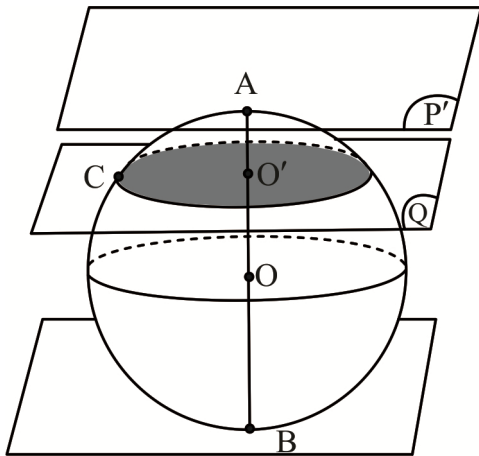
مکعب‌هایی که کنار هم و یا بر روی هم چیده شده‌اند، به شکل روبه‌رو هستند. بر روی ستون بلندتر به تعداد  $3 \times 5 + 1 + 3 = 19$  حرف «پ» و بر روی ستون کوتاه‌تر به تعداد  $3 \times 2 + 1 = 7$  حرف «پ» می‌توانیم ببینیم. از این رو شمار حروف «پ» در مجموع برابر  $19 + 7 = 26$  است.



آزمون‌های آزمایشی سنجش

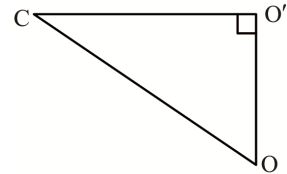
۱۸. گزینه ۱ درست است.

(هندسه ۱- فصل ۴، برش، سطح دشواری، آسان)



می‌دانیم که سطح مقطع پدیدآمده از برخورد یک صفحه و کره، برابر یک دایره است. هرگاه دو صفحه موازی در نقاطی مانند A و B بر کره مماس باشند، آنگاه AB قطری از کره است. اکنون اگر فرض کنیم که مرکز دایره‌ای که صفحه Q از این کره جدا می‌کند، برابر O' باشد، آنگاه با تمرکز بر مثلث قائم‌الزاویه COO' و با بهره‌گیری از قضیه فیثاغورس خواهیم داشت (R را شعاع کره و R' شعاع دایره سایه‌دار گرفته‌ایم):

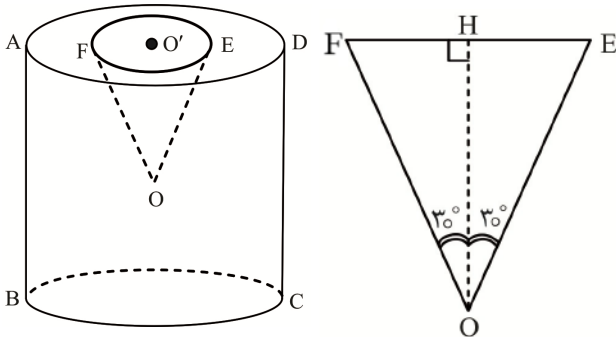
$$\begin{aligned} AB = 2R = 16 &\Rightarrow R = OC = 8 \\ OO' = 3\sqrt{2} &\quad (\text{بنابر داده سؤال}) \\ R'^2 = CO'^2 = CO^2 - OO'^2 \\ \Rightarrow CO'^2 = 8^2 - (3\sqrt{2})^2 = 64 - 18 = 46 \\ \Rightarrow \text{مساحت دایره سایه‌دار} = \pi R'^2 = 46\pi \end{aligned}$$



آزمون‌های آزمایشی سنجش

۱۹. گزینه ۲ درست است.

(هندسه ۱- فصل ۴، دوران، سطح دشواری، متوسط)



چون  $\hat{FAO} = \hat{EDO} = 45^\circ$  و  $AO = OD$ ،  $AF = ED$  پس دو مثلث AOF و DOE هم‌نهشت‌اند و از این رو  $OF = OE$  و  $\triangle OFE$  متساوی‌الاضلاع است. در نتیجه بنابراین که FH روبرو به زاویه  $30^\circ$  درجه است، خواهیم داشت:

$$FH = HE = \frac{2\sqrt{3}}{2} = \sqrt{3} \quad \text{و} \quad OH = 3$$

شکل پدیدآمده از دوران گفته شده در سؤال، عبارت است از استوانه‌ای که مخروطی به مرکز قاعده O' را از آن جدا کرده‌ایم. اگر R و R' به ترتیب شعاع قاعده‌های استوانه و مخروط و h و h' به ترتیب ارتفاع‌های آن‌ها باشد، داریم:

$$\begin{aligned} V &= \pi R'^2 \times h - \frac{1}{3} \pi R'^2 \times h' = \pi \underset{=OH}{(AO')^2} \times \underset{=2OH}{AB} - \frac{1}{3} \pi \times FH^2 \times OH \\ &= \pi \times 3^2 \times 6 - \frac{1}{3} \pi \times (\sqrt{3})^2 \times 3 = 54\pi - 3\pi = 51\pi \end{aligned}$$

آزمون‌های آزمایشی سنجش

۲۰. گزینه ۱ درست است.

(هندسه ۳- فصل ۲، یافتن شعاع و مرکز دایره از روی معادله ضمنی، سطح دشواری، آسان)

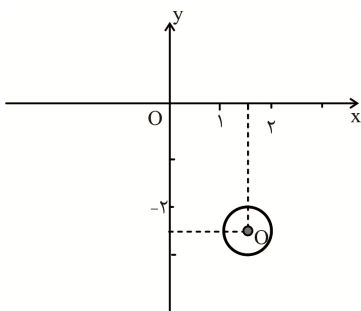
می‌دانیم که هر معادله به صورت  $x^2 + y^2 + ax + by + c = 0$  با شرط  $a^2 + b^2 > 4c$  همواره معادله یک دایره است. پس باید در این سؤال داشته باشیم:

$$(-3)^2 + 5^2 > 4a \Rightarrow 9 + 25 > 4a \Rightarrow a < \frac{17}{2}$$

بنابراین بزرگ‌ترین مقدار صحیح a برابر ۸ است. با قرار دادن این مقدار در معادله و به کمک مربع‌سازی، خواهیم داشت:

$$\begin{aligned} x^2 + y^2 - 3x + 5y + 8 &= 0 \Rightarrow \left(x - \frac{3}{2}\right)^2 - \frac{9}{4} + \left(y + \frac{5}{2}\right)^2 - \frac{25}{4} + 8 = 0 \\ \Rightarrow \left(x - \frac{3}{2}\right)^2 + \left(y + \frac{5}{2}\right)^2 &= \frac{1}{2} \quad \text{شعاع دایره } R \text{ و مرکز } O \rightarrow O\left(\frac{3}{2}, -\frac{5}{2}\right), R = \frac{\sqrt{2}}{2} \\ R^2 &= \frac{1}{2} \end{aligned}$$

چون فاصله هر نقطه مانند  $(x_0, y_0)$  از محور xها و yها، به ترتیب برابر  $|x_0|$  و  $|y_0|$



است، پس در اینجا که فاصله  $O(\frac{3}{2}, \frac{-5}{2})$  از محورهای  $X$  و  $Y$  (شکل را نگاه کنید)، به ترتیب

برابر  $\frac{3}{2}$  و  $\frac{5}{2}$  است و شعاع دایره از هر دوی این اعداد کوچکتر است، این دایره هیچیک از محورهای مختصات را قطع نمی‌کند.

آزمون‌های آزمایشی سنجش

گزینه ۲ درست است.

(هنر سه - فصل ۲، معادله دایره + طول وتر و تری که قط از دایره جدا می‌کند، سطح دشواری، دشوار)

چون مرکز دایره روی خط  $X = -2Y$  قرار دارد، پس باید آن را به صورت  $O(-2y, y)$  در نظر بگیریم و چون  $M(1, 2)$  روی دایره است، پس  $MO = R$  که هم شعاع دایره است. باید داشته باشیم:

$$MO^2 = (\sqrt{10})^2 \Rightarrow (1+2y)^2 + (2-y)^2 = 10 \Rightarrow 1 + 4y + 4y^2 + 4 - 4y + y^2 = 10$$

$$\Rightarrow 5y^2 = 5 \Rightarrow y = 1 \text{ یا } -1 \Rightarrow O(-2, 1) \text{ یا } O'(2, -1)$$

یعنی دو دایره با ویژگی‌های مورد نظر و با مرکزهای  $O$  و  $O'$  می‌تواند موجود باشد. بنابر فرمول فاصله یک نقطه  $(x_0, y_0)$  از خط

$ax + by + c = 0$ ، یعنی  $d = \frac{|ax_0 + by_0 + c|}{\sqrt{a^2 + b^2}}$ ، اگر فاصله  $O$  و  $O'$  را از خط  $x + y + 3 = 0$ ، به ترتیب  $d$  و  $d'$  بگیریم،

$$d = \frac{|-2+1+3|}{\sqrt{1+1}} = \frac{2}{\sqrt{2}} = \sqrt{2}, \quad d' = \frac{|2-1+3|}{\sqrt{1+1}} = \frac{4}{\sqrt{2}} = 2\sqrt{2}$$

خواهیم داشت:

بزرگ‌ترین طول وتر، هنگامی پدید می‌آید که  $A$  و  $B$  را نقاط برخورد خط با دایره گرفته‌ایم.

فاصله مرکز دایره تا یک خط، از فاصله مرکز تا خط دیگر کمتر باشد.

با توجه به اینکه  $d = OH = \sqrt{2}$  از  $d'$  کمتر است، به کمک قضیه فیثاغورس در مثلث

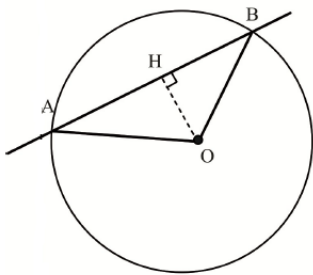
AHO داریم:

$$AH = \sqrt{AO^2 - OH^2} = \sqrt{R^2 - d^2} = \sqrt{10 - 2} = 2\sqrt{2}$$

$$\rightarrow AB = 2AH = 4\sqrt{2}$$

توجه کنید که در دایره به مرکز  $O'$  خواهیم داشت:

$$AB = 2\sqrt{R'^2 - d'^2} = 2\sqrt{10 - 8} = 2\sqrt{2}$$



آزمون‌های آزمایشی سنجش

گزینه ۴ درست است.

(هنر سه - فصل ۲، وضع نسبی دو دایره، سطح دشواری، متوسط)

مرکزهای دو دایره را  $O$  و  $O'$  و شعاع‌های آن‌ها را  $R$  و  $R'$  می‌گیریم، داریم:

$$(x+1)^2 + y^2 = 1 \Rightarrow O(-1, 0), \quad R = 1$$

$$x^2 + y^2 - 4x - 6y - b = 0 \Rightarrow O'(\frac{-(-4)}{2}, \frac{-(-6)}{2}) \text{ یا } O(2, 3)$$

برای یافتن  $R'$ ، روش مربع‌سازی، روشی مطمئن‌تر و کم‌خطاتر است و داریم:

$$(x-2)^2 - 4 + (y-3)^2 - 9 - b = 0 \Rightarrow (x-2)^2 + (y-3)^2 = b+13 \Rightarrow R' = \sqrt{b+13}$$

شرط اینکه دو دایره مماس درونی باشند، این است که  $OO' = |R - R'|$ . از این رو باید داشته باشیم:

$$\sqrt{(2-(-1))^2 + (3-0)^2} = |\sqrt{b+13} - 1| \Rightarrow \sqrt{9+9} = |\sqrt{b+13} - 1|$$

$$\Rightarrow |\sqrt{b+13} - 1| = 3\sqrt{2} \Rightarrow \sqrt{b+13} - 1 = 3\sqrt{2} \text{ یا } -3\sqrt{2}$$

$$\Rightarrow \sqrt{b+13} = 1+3\sqrt{2} \text{ یا } 1-3\sqrt{2} \rightarrow b+13 = (1+3\sqrt{2})^2 \text{ یا } (1-3\sqrt{2})^2$$

$$\Rightarrow b+13 = \begin{cases} 19+6\sqrt{2} \\ 19-6\sqrt{2} \end{cases} \Rightarrow b = \begin{cases} 6+6\sqrt{2} \\ 6-6\sqrt{2} \end{cases}$$

پس  $p+q+s = 6-6+2 = 2$  یا  $p+q+s = 6+6+2 = 14$  خواهد بود.

آزمون‌های آزمایشی سنجش

۲۳. گزینه ۳ درست است.

(آمار و احتمال - فصل ۲، احتمال شرطی، فضای کاهش یافته، سطح دشواری: دشوار)

هر بار که یکی از اعداد ۱، ۲، ۳ و ۵ رو شود، عددی غیرمرکب رو شده است. پس شمار عضوهای فضای نمونه برابر با  $n(S) = 4^3 = 64$  است. اگر  $A$  را پیشامد مورد نظر بگیریم، باید یا همه عضوهای  $A$  عدد فرد رو شوند و یا دو عدد زوج و یکی فرد رو شود. داریم:

تنها یک حالت دارد.  $\rightarrow$  عدد تاس‌ها ۱، ۱، ۱ رو شود

دارای ۳ حالت  $(1, 1, 3)$ ،  $(1, 3, 1)$  و  $(3, 1, 1)$  است.  $\rightarrow$  عدد تاس‌ها ۱، ۱، ۳ رو شود

مشابه بالا، دارای ۳ حالت است.  $\rightarrow$  عدد تاس‌ها ۱، ۱، ۵ رو شود

مشابه بالا، دارای ۳ حالت است.  $\rightarrow$  عدد تاس‌ها ۱، ۲، ۲ رو شود

مشابه بالا، دارای ۳ حالت است.  $\rightarrow$  عدد تاس‌ها ۱، ۳، ۳ رو شود

مشابه بالا، دارای ۳ حالت است.  $\rightarrow$  عدد تاس‌ها ۲، ۲، ۳ رو شود

مشابه بالا، دارای ۳ حالت است.  $\rightarrow$  عدد تاس‌ها ۳، ۳، ۵ رو شود

مشابه بالا، دارای ۳ حالت است.  $\rightarrow$  عدد تاس‌ها ۳، ۵، ۵ رو شود

مشابه بالا، دارای ۳ حالت است.  $\rightarrow$  عدد تاس‌ها ۵، ۵، ۱ رو شود

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{25}{64} \quad \text{پس } n(A) = 1 + 8 \times 3 = 25 \text{ و از این رو:}$$

#### آزمون‌های آزمایشی سنجش

۲۴. گزینه ۳ درست است.

(آمار و احتمال - فصل ۲، قانون ضرب احتمال؛ سطح دشواری: آسان)

فرض کنیم  $A$ ،  $B$  و  $C$  به ترتیب پیشامد برخورد تیر یکم، دوم و سوم به هدف مرکزی باشد. خواسته سؤال، به دست آوردن  $P(A' \cap B \cap C)$  است که بنابر قانون ضرب احتمال خواهیم داشت:

$$P(A' \cap B \cap C) = P(A')P(B|A')P(C|A' \cap B)$$

$$= \frac{15}{100} \times \frac{60}{100} \times \frac{85}{100} = \frac{3}{20} \times \frac{3}{5} \times \frac{17}{20} = \frac{153}{2000}$$

احتمال اینکه تیر یکم به هدف نخورد

احتمال برخورد تیر دوم، اگر تیر یکم به هدف نخورده باشد

#### آزمون‌های آزمایشی سنجش

۲۵. گزینه ۱ درست است.

(آمار و احتمال - فصل ۲، قانون احتمال کل؛ سطح دشواری: متوسط)

روش یکم: پیشامد اینکه رنگ گوی‌ها متفاوت باشد را  $A$ ، و پیشامد اینکه گوی بیرون آمده از ظرف اول آبی باشد را  $B$  می‌گیریم. در این صورت بنابر قانون احتمال کل داریم:

$$P(A) = P(B)P(A|B) + P(B')P(A|B')$$

۱ گوی آبی به ظرف دوم آمده

$$= \frac{5}{9} \times \frac{\binom{2}{1}\binom{5}{1}}{\binom{7}{2}} + \frac{4}{9} \times \frac{\binom{3}{1}\binom{4}{1}}{\binom{7}{2}} = \frac{5}{9} \times \frac{10}{21} + \frac{4}{9} \times \frac{12}{21} = \frac{50+48}{9 \times 21} = \frac{98}{9 \times 21} = \frac{14}{27}$$

شمار حالات کل بیرون آوردن ۲ گوی

روش دوم (نمودار درختی): به کمک نمودار درختی هم می‌توانیم پاسخ سؤال را به دست آوریم، که اعداد روی شاخه‌های ابتدایی مربوط به احتمال بیرون آمدن گوی از ظرف نخست و اعداد روی شاخه‌های انتهایی مربوط به احتمال ناهم‌رنگی در بیرون آوردن ۲ گوی از ظرف دوم هستند. عدد مورد نظر از ضرب اعداد هر شاخه در هم و سپس جمع اعداد حاصل از هر شاخه با یکدیگر، به دست می‌آید:

<p>احتمال آبی بودن گوی بیرون آمده از ظرف اول</p>	۵	احتمال ناهم‌رنگی دو گوی بیرون آمده از ظرف دوم	$\begin{pmatrix} 2 \\ 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 5 \\ 1 \end{pmatrix}$
	۹	در صورتی که گوی ظرف اول آبی بیرون بیاید	$\begin{pmatrix} 7 \\ 2 \end{pmatrix}$
<p>احتمال آبی بودن گوی بیرون آمده از ظرف اول</p>	۴	احتمال ناهم‌رنگی دو گوی بیرون آمده از ظرف دوم	$\begin{pmatrix} 3 \\ 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 4 \\ 1 \end{pmatrix}$
	۹	در صورتی که گوی ظرف اول قرمز بیرون بیاید	$\begin{pmatrix} 7 \\ 2 \end{pmatrix}$

$$\Rightarrow \text{احتمال مورد نظر} = P = \frac{5}{9} \times \frac{10}{21} + \frac{4}{9} \times \frac{12}{21} = \frac{98}{9 \times 21} = \frac{14}{27}$$

آزمون‌های آزمایشی سنجش

(آمار و احتمال - فصل ۲، پیشامدهای مستقل، احتمال شرطی، سطح دشواری: متوسط)

۲۶. گزینه ۱ درست است.

چون  $P(A' | B') = P(A')$  پس دو پیشامد  $A'$  و  $B'$  مستقل‌اند. از سوی دیگر می‌دانیم که در این حالت  $A$ ،  $B$  و  $A'$  و  $B'$  و نیز  $A$  و  $B$  هم مستقل‌اند (بنابر مطالب صفحه ۶۴ و تمرین‌های صفحه ۶۷ کتاب درسی) پس خواهیم داشت:

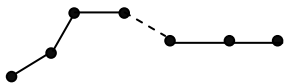
$$P(A - B') = P(A \cap B) = P(A)P(B) = (1 - 0.4)(1 - 0.25) = 0.6 \times 0.75 = 0.45$$

آزمون‌های آزمایشی سنجش

(ریاضیات گسسته - فصل ۲، درجه رأس، گراف  $P_n$  و  $K_n$ ، سطح دشواری: آسان)

۲۷. گزینه ۴ درست است.

می‌دانیم که هر گرافی را که تنها از یک مسیر  $n$  رأسی ساخته شده باشد، با  $P_n$  نمایش می‌دهیم ( $n \geq 1$ ). هر گراف  $P_n$  (مانند روبه‌رو) از دو رأس با درجه ۱ و  $n-2$  رأس با درجه ۲ تشکیل شده است. پس داریم:

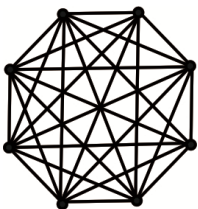


$$2^{n-2} = 64 = 2^6 \Rightarrow n-2 = 6 \Rightarrow n = 8$$

بنابراین با گراف  $P_8$  سروکار داریم که دارای  $8-1 = 7$  یال است. از آنجا که هر گراف کامل  $K_n$  به تعداد  $\frac{n(n-1)}{2}$  یال دارد، پس در

اینجا خواهیم داشت:

$$n = 8 \Rightarrow \frac{n(n-1)}{2} = \frac{8 \times 7}{2} = 28 \Rightarrow \text{شمار یال‌های لازم} = 28 - 7 = 21$$



(گراف  $K_8$ )

آزمون‌های آزمایشی سنجش

(ریاضیات گسسته - فصل ۲، مرتبه، مجموعه همسایه‌ها، درجه، سطح دشواری: دشوار)

۲۸. گزینه ۲ درست است.

(۱) چون درجه  $v_1$  و  $v_2$  برابر با ۵ است و گراف ۶ رأسی می‌باشد، هر کدام از این دو رأس به تمام رأس‌های دیگر (به‌جز خودش) وصل‌اند؛ پس داریم:

$$N_G(v_1) = \{v_2, v_3, v_4, v_5, v_6\}$$

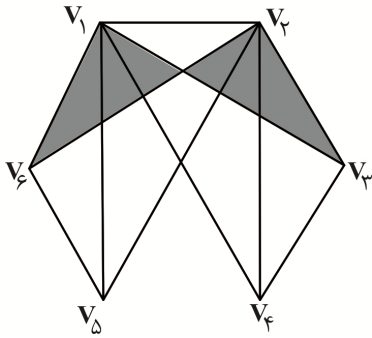
$$N_G(v_2) = \{v_1, v_3, v_4, v_5, v_6\}$$

(۲) برای هر  $i = 3$  و  $4$  و  $5$  و  $6$  داریم  $|N_G(v_i)| = 3$ . از آنجا که  $v_1$  و  $v_2$  به همه رئوس وصل‌اند، دو تا از سه همسایگی هر کدام از این رأس‌ها قطعاً  $v_1$  و  $v_2$  هستند و تنها یک همسایه سوم برای هر کدام باقی می‌ماند که طبق داده‌های سؤال:

$$v_3 \in N_G(v_4) \Rightarrow v_4, v_3 \text{ یال بین}$$

$$v_5 \in N_G(v_6) \Rightarrow v_6, v_5 \text{ یال بین}$$

بنابراین شکل گراف، طبق داده‌ها به این صورت می‌شود.



گراف  $G$  با ویژگی‌های گفته شده را می‌توانیم به صورت زیر بکشیم. بنابر تعریف «همسایگی باز رأس  $v_i$ » در گراف  $G$  و داده‌های سؤال داریم:

$$N_G(v_1) = \{v_2, v_3, v_4, v_5, v_6\} = N_G(v_2)$$

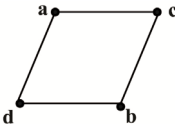
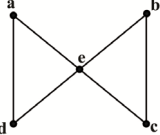
$$N_G(v_3) = \{v_1, v_2, v_4\} = N_G(v_4)$$

$$N_G(v_5) = \{v_1, v_2, v_3, v_4\} = N_G(v_6)$$

همه دورهای با طول ۴ (مانند شکل شبه‌پروانه سایه‌خورده) را در زیر نوشته‌ایم که بر روی هم، ۸ دور هستند:

$v_1 v_3 v_2 v_4 v_5 v_6 v_1, v_1 v_4 v_2 v_3 v_5 v_6 v_1, v_1 v_2 v_3 v_4 v_5 v_6 v_1, v_1 v_2 v_3 v_4 v_5 v_6 v_1, v_1 v_2 v_3 v_4 v_5 v_6 v_1, v_1 v_2 v_3 v_4 v_5 v_6 v_1, v_1 v_2 v_3 v_4 v_5 v_6 v_1, v_1 v_2 v_3 v_4 v_5 v_6 v_1$

**توجه:** بنابر تقارن در گراف رسم شده، برای شمارش تعداد دورهای با طول ۴، کافی است شمار این دورها را در چهارضلعی  $v_1 v_2 v_3 v_4$  در سمت چپ گراف، حساب نماییم و آن را در ۲ ضرب کنیم (که می‌شود  $3 \times 2 = 6$ ) و با دو دور شبه‌پروانه مرکزی  $v_1 v_3 v_2 v_4 v_5 v_6$  (سایه خورده) و  $v_1 v_4 v_2 v_3 v_5 v_6 v_1$  جمع کنیم که عدد  $6 + 2 = 8$  به دست خواهد آمد.

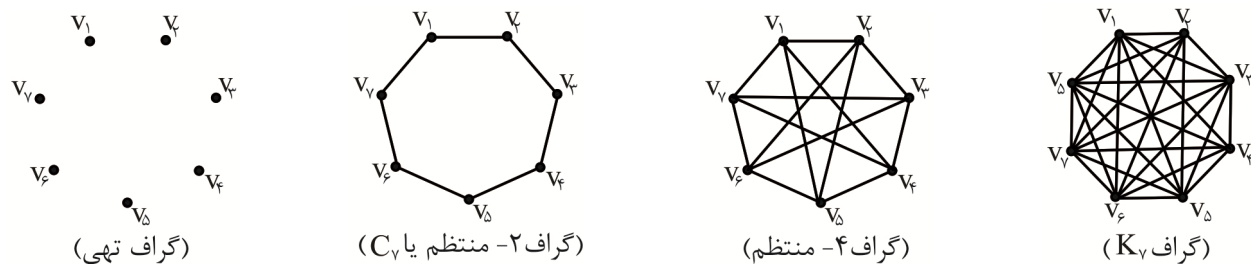
**نکته:** زین پس به خاطر داشته باشید که هر گراف به شکل شبه‌پروانه مانند نشان‌گر یک دور با طول ۴ است، زیرا هم‌ارز با چهارضلعی  است که با تغییر شکل همان شبه‌پروانه به دست آمده است. دقت کنید شبه‌پروانه را با گراف  که به «پاپیون» معروف است، اشتباه نگیرید. زیرا این گراف، دارای دور با طول ۴ نیست و از دو دور با طول ۳ ساخته شده است.

آزمون‌های آزمایشی سنجش

۲۹. گزینه ۴ درست است. (ریاضیات کسسته - فصل ۲، «رجه، گراف منتظم، گراف مکمل، سطح دشواری، متوسط»)

می‌دانیم که در هر گراف  $G$  از مرتبه  $p$ ، رابطه  $d_G(v) + d_{\bar{G}}(v) = p - 1$  برای هر  $v \in V(G)$  برقرار است. پس در اینجا  $p - 1 = 6$


یا  $p = 7$  از طرفی بنابر قضیه  $\sum_{i=1}^p \deg(v_i) = 2q$ ، تعداد رأس‌های فرد هر گراف، عددی زوج است. پس این گراف  $k$ -منتظم از مرتبه ۷، تنها می‌تواند  $0$ -منتظم باشد (گراف تهی)،  $2$ -منتظم باشد،  $4$ -منتظم باشد و یا  $6$ -منتظم (گراف  $K_7$ ) باشد که در زیر رسم شده‌اند.



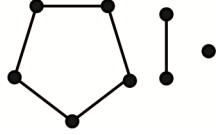
آزمون‌های آزمایشی سنجش

۳۰. گزینه ۳ درست است. (ریاضیات کسسته - فصل ۲، «رأس تنها، گراف همبند، دور، سطح دشواری، بسیار دشوار»)

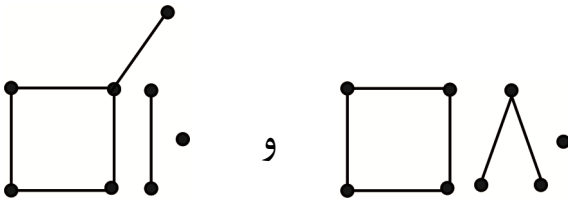
بنابر فرض، گراف  $G$  از مرتبه ۸ و اندازه ۶ است. حال یک رأس را تنها در نظر می‌گیریم و تلاش می‌کنیم با ۷ رأس باقی‌مانده، شرایط سؤال را

برآورده کنیم. اگر بخواهیم دوری با طول ۶ پدید آوریم، به گراف  می‌رسیم که دو رأس تنها دارد و پذیرفتنی نیست. پس گراف‌ها به صورت زیر خواهند بود:

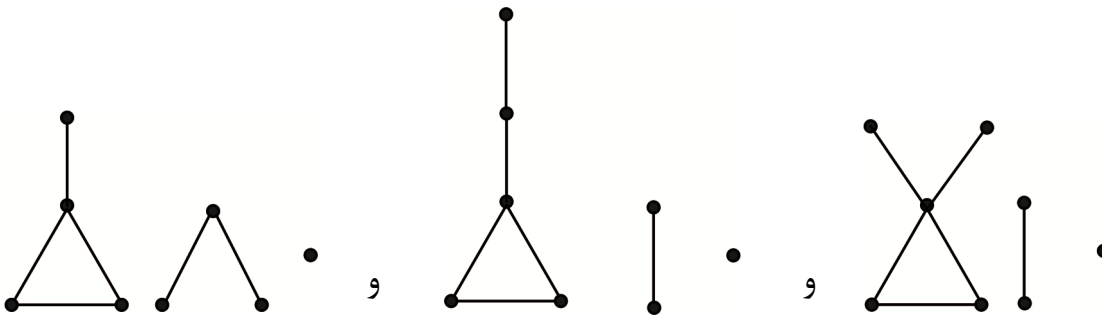
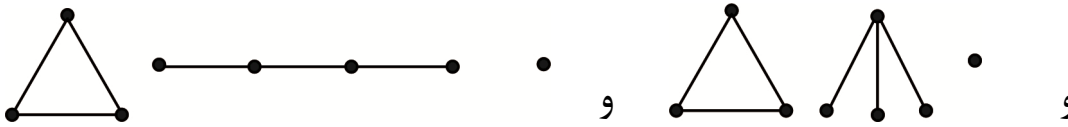
(۱) دارای دور با طول ۵:



۲) دارای دور با طول ۴:



۳) دارای دور با طول ۳:



از این رو شمار گراف‌های مورد نظر برابر  $1 + 2 + 5 = 8$  است.

### آزمون‌های آزمایشی سنجش

## فیزیک

(فیزیک ۱ - فصل ۴، گازهای کامل، سطح دشواری: متوسط)

۳۱. گزینه ۱ درست است.

در بررسی قانون گازهای کامل، نوع گاز اهمیتی نداشته و تنها تعداد مول آن دارای اهمیت است:

$$n_1 = \frac{m_1}{M_1} = \frac{8g}{2g} = 4 \text{ مول}$$

تعداد مول گاز هیدروژن

$$n_2 = \frac{m_2}{M_2} = \frac{32g}{32g} = 1 \text{ مول}$$

تعداد مول گاز اکسیژن

هنگامی که دو گاز در حالت تعادل هستند، فشار و دمای آن‌ها یکسان بوده و با توجه به قانون گازهای کامل، حجم هر گاز با تعداد مول آن رابطه مستقیم دارد:

$$P \cdot V = n \cdot R \cdot T \Rightarrow V \propto n$$

برابر ثابت برابر

در نتیجه حجم کل به نسبت ۴ به ۱ بین دو گاز هیدروژن و اکسیژن تقسیم شده و ۱ قسمت از کل ۵ قسمت حجم کل مخزن به گاز اکسیژن اختصاص می‌یابد:

$$\text{درصد حجم گاز اکسیژن} = \frac{1}{5} \times 100 = 20\%$$

### آزمون‌های آزمایشی سنجش

(فیزیک ۱ - فصل ۵، معادله حالت، سطح دشواری: دشوار)

۳۲. گزینه ۲ درست است.

$$P = P_g + P_o = 3 + 1 = 4 \text{ atm}$$

کل اولیه

ابتدا دمای اولیه و نهایی گاز درون مخزن و نیز دمای محیط را بر حسب کلونین به دست می‌آوریم:

$$T = \theta + 273 \Rightarrow T = 47 + 273 = 320 \text{ K}$$

اولیه گاز

$$\Delta F = 1,8 \Delta \theta \Rightarrow -36 = 1,8 \Delta \theta \Rightarrow \Delta T = \Delta \theta = -20^\circ \text{C}$$

$$\text{گاز باقی مانده } T_1 = T + \Delta T \Rightarrow T_1 = 320 + (-20) = 300 \text{K}$$

$$\text{محیط } T_2 = \theta_2 + 273 \Rightarrow T_2 = 300 \text{K}$$

$$\text{طبق فرض: } P_1 = P \text{ اولیه } = \frac{75}{100} P \text{ اولیه } = \frac{3}{4} \times 4 = 3 \text{ atm}$$

اینک آماده ارائه بخش اصلی حل مسئله هستیم؛ توجه کنید تعداد مول کل برابر است با تعداد مول باقی مانده در مخزن به اضافه تعداد مولی که خارج شده و وارد هوا می شود:

$$n = n_1 + n_2 \Rightarrow \frac{P \cdot V}{T} = \frac{P_1 \cdot V_1}{T_1} + \frac{P_2 \cdot V_2}{T_2}$$

خارج شده باقی مانده کل اولیه

$$\Rightarrow \frac{4 \times 5}{300} = \frac{3 \times 4 \times 5}{300} + \frac{1 \times V_2}{300} \Rightarrow \frac{5}{4} = 1 + \frac{V_2}{15} \Rightarrow \frac{1}{4} = \frac{V_2}{15} \Rightarrow V_2 = 3,75 \text{L}$$

### آزمون های آزمایشی سنجش

(فیزیک ۱ - فصل ۵، معادله حالت، سطح دشواری: متوسط)

۳۳. گزینه ۴ درست است.

اگر به عنوان مثال به X بار تلمبه زدن احتیاج داشته باشیم، تعداد کل مول وارد شده به توپ، X برابر تعداد مولی است که در اثر هر بار تلمبه

$$\text{زدن وارد توپ می شود. (ضمناً توجه کنید: } n = \frac{P \cdot V}{RT}$$

$$\text{توپ } n = x \times n' \Rightarrow \frac{P \cdot V}{R \cdot T} = x \times \frac{P' \cdot V'}{R \cdot T'}$$

$$\frac{4 \times 2}{273 + 27} = x \times \frac{1 \times 0,4}{273 - 3} \Rightarrow \frac{8}{300} = x \times \frac{0,4}{270}$$

$$\Rightarrow x = \frac{8 \times 9}{10 \times 0,4} = 18 \text{ بار}$$

توجه کنید فشار در دو طرف تساوی برحسب atm و حجم در دو طرف تساوی برحسب لیتر جایگذاری شده، ولی دما الزاماً در SI و برحسب کلوین جایگذاری شده است.

### آزمون های آزمایشی سنجش

(فیزیک ۱ - فصل ۵، قانون اول ترمودینامیک، سطح دشواری: متوسط)

۳۴. گزینه ۳ درست است.

توصیه می شود هنگام برخورد با نمودار P - V، ابتدا و قبل از هر عملی P.V اولیه و نهایی را مقایسه کنید؛ زیرا:  $U \propto T \propto P \cdot V$

$$\Rightarrow \frac{U_2}{U_1} = \frac{T_2}{T_1} = \frac{P_2 \cdot V_2}{P_1 \cdot V_1} = \frac{2 \times 5}{4 \times 2} = \frac{10}{8}$$

$$\Rightarrow U_2 > U_1 \Rightarrow \Delta U > 0 \Rightarrow \text{(انرژی درونی گاز افزایش می یابد.)}$$

از طرفی فرایند انبساطی بوده که می دانید در فرایند انبساطی کار انجام شده توسط محیط روی گاز منفی است:

$$W < 0 \Rightarrow \text{(کار محیط روی گاز) زیاد}$$

حال کافی است از قانون اول ترمودینامیک بهره بگیرید:

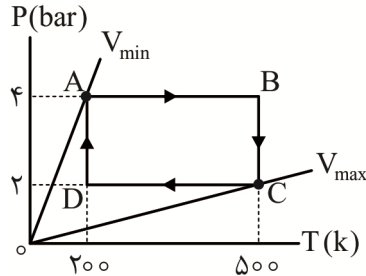
$$\left. \begin{array}{l} \Delta U = Q + W \\ \Delta U > 0 \\ W < 0 \end{array} \right\} \Rightarrow Q > 0 \Rightarrow \text{گاز گرما دریافت می کند.}$$

### آزمون های آزمایشی سنجش

۳۵. گزینه ۳ درست است.

(فیزیک ۱ - فصل ۵، فرایند هم‌حجم، سطح دشواری: دشوار)

می‌دانید نمودار  $P-T$  در فرایند هم‌حجم، خطی راست گذرنده از مبدأ است که شیب آن برابر  $\frac{n.R}{V}$  می‌باشد و با حجم رابطه عکس دارد. پس نمودار  $P-T$  فرایند هم‌حجم می‌تواند برای مقایسه حجم در خلال فرایند به کار رود: کافی است چرخه یا فرایند را بین دو خط راست گذرنده از مبدأ محصور کنید؛ محل تلاقی با خط با شیب کمتر مشخص‌کننده محل تحقق حجم بیشینه ( $V_{max}$ ) و محل تلاقی با خط با شیب بیشتر مشخص‌کننده محل تحقق حجم کمینه ( $V_{min}$ ) است:



$$P.V = nRT \Rightarrow V = \frac{nRT}{P}$$

$$\Rightarrow \frac{V_{max}}{V_{min}} = \frac{V_C}{V_A} = \frac{\left(\frac{T_C}{T_A}\right)}{\left(\frac{P_C}{P_A}\right)}$$

$$\Rightarrow \frac{V_{max}}{V_{min}} = \frac{\left(\frac{500}{200}\right)}{\left(\frac{2}{4}\right)} = 5 \text{ برابر}$$

توجه کنید تعداد مول ( $n$ ) و ثابت گازها ( $R$ ) ثابت بوده و در تعیین نسبت حجم تأثیری نداشتند.

آزمون‌های آزمایشی سنجش

۳۶. گزینه ۳ درست است.

(فیزیک ۱ - فصل ۵، فرایند هم‌فشار، سطح دشواری: متوسط)

برای محاسبه گرمای مبادله‌شده رابطه مستقلی در کتاب‌های درسی ارائه نشده و باید به‌طور غیرمستقیم و به کمک معادله حالت آن را تعیین کنیم؛ لذا ابتدا به محاسبه کار و تغییر انرژی درونی می‌پردازیم:

$$\Delta V = -\frac{40}{100} V_1 = -\frac{4}{10} \times 2.5 \text{ L} = -1 \text{ L} = -10^{-3} \text{ m}^3$$

$$W = -P.\Delta V = -10^5 \times (-10^{-3}) = 100 \text{ J}$$

در فرایند هم‌فشار، حجم با دمای مطلق گاز متناسب است:

$$P.V = n.R.T \Rightarrow U \propto T \propto V$$

$$\text{فرض: } \Delta V = \frac{-40}{100} V_1 \Rightarrow \Delta U = \frac{-4}{10} U_1 = \frac{-4}{10} \times 500 = -200 \text{ J}$$

حال کافی است از قانون اول ترمودینامیک بهره بگیریم:

$$\Delta U = Q + W \Rightarrow -200 = Q + 100$$

$$\Rightarrow Q = -300 \text{ J}$$

$$\Rightarrow Q' = -Q = +300 \text{ J}$$

گرمای دریافتی از محیط توسط گاز

گرمای دریافتی از گاز توسط محیط

آزمون‌های آزمایشی سنجش

۳۷. گزینه ۳ درست است.

(فیزیک ۱ - فصل ۵، فرایندهای ترمودینامیکی، سطح دشواری: دشوار)

نکته مهمی که در نمودار داده شده می‌بایست توجه کنید آن است که حاصل ضرب  $P.V$  در ابتدا و انتهای فرایند یکسان است:

$$U \propto T \propto P.V \Rightarrow U_f = U_i \Rightarrow \Delta U = 0$$

$$\Rightarrow \Delta U_{AB} + \Delta U_{BC} = 0 \Rightarrow Q_{AB} + W_{AB} + Q_{BC} + W_{BC} = 0$$

در بین کمیت‌های رابطه فوق،  $W_{BC}$  به دلیل هم‌حجم بودن فرایند  $BC$  برابر صفر بوده و  $Q_{AB}$  نیز در صورت مسئله داده شده است؛ پس برای تعیین  $Q_{BC}$  کافی است  $W_{AB}$  را محاسبه کنیم:

$$W_{AB} = -S = -600 \times 10^3 \times 8 \times 10^{-3} = -4800 \text{ J}$$

مقدار فوق را در رابطه اصلی به دست آمده در بالا جایگذاری می‌کنیم:

$$Q_{AB} + W_{AB} + Q_{BC} + W_{BC} = 0 \Rightarrow 12000 - 4800 + Q_{BC} + 0 = 0$$

$$\Rightarrow Q_{BC} = -7200 \text{ J (گرمای دریافتی توسط گاز)}$$

آزمون‌های آزمایشی سنجش

۳۸. گزینه ۲ درست است.

ابتدا فشار اولیه گاز را محاسبه می‌کنیم:

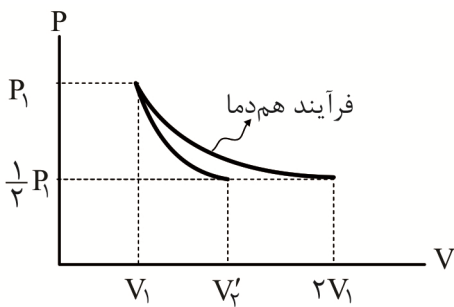
$$P_1 = P_g + P_o = 2 + 1 = 3 \text{ atm}$$

توجه کنید طبق فرض می‌خواهیم فشار گاز طی دو فرایند به  $1/5 \text{ atm}$  رسیده یعنی نصف شود. در فرایند هم‌دما  $P \propto \frac{1}{V}$  و برای نصف شدن فشار، می‌بایست حجم گاز ۲ برابر شود.

$$P \cdot V = nR \cdot T \Rightarrow V_2 = 200 \text{ cm}^3$$

ثابت ۲ برابر  $\frac{1}{2}$  برابر

برای درک وضعیت حجم ثانویه در فرایند بی‌دررو، نمودار  $P - V$  دو فرایند را روی یک محور رسم نموده و به این واقعیت توجه کنید که شیب نمودار  $P - V$  بی‌دررو از هم‌دما بیشتر است:



$$\Rightarrow V_1 < V_2' < 2V_1$$

$$\Rightarrow 100 < V_2' < 200$$

آزمون‌های آزمایشی سنجش

۳۹. گزینه ۳ درست است.

(فیزیک ۱ - فصل ۵، پرفه‌های ترمودینامیک، سطح دشواری: دشوار)

در چرخه‌های کامل، تغییر انرژی درونی صفر است. این چرخه از سه فرایند هم‌حجم ( $W = 0$ )، بی‌دررو ( $Q = 0$ ) و هم‌دما ( $\Delta U = 0$ ) تشکیل شده است. توجه کنید شیب نمودار بی‌دررو از هم‌دما بیشتر است.

$$\Delta U = 0 \Rightarrow \Delta U_{AB} + \Delta U_{BC} + \Delta U_{CA} = 0$$

بی‌دررو هم‌حجم هم‌دما

$$\Rightarrow 0 + (Q_{BC} + W_{BC}) + (Q_{CA} + W_{CA}) = 0$$

هم‌دما هم‌حجم بی‌دررو

$$\Rightarrow Q_{BC} + W_{CA} = 0 \Rightarrow 500 + W_{CA} = 0$$

$$\Rightarrow W_{CA} = -500 \text{ J}$$

$$\Rightarrow W'_{CA} = -W_{CA} = +500 \text{ J}$$

کار انجام شده توسط محیط روی گاز

کار انجام شده توسط گاز روی محیط

توجه کنید در فرایند هم‌حجم، در حجم ثابت فشار گاز و در نتیجه دمای گاز افزایش می‌یابد و به همین علت  $\Delta U$  و  $Q$  در آن مثبت است.

آزمون‌های آزمایشی سنجش

۴۰. گزینه ۳ درست است.

(فیزیک ۱ - فصل ۵، ماشین‌های گرمایی، سطح دشواری: دشوار)

می‌توان نشان داد در فرایندهای هم‌حجم و هم‌فشار، هرگاه دما (که با حاصل‌ضرب  $P.V$  متناسب است) افزایش یابد،  $Q$  مثبت بوده و هرگاه  $T \propto P.V$  کاهش یابد،  $Q$  منفی است.

$$\left. \begin{aligned} Q_H &= Q_{AB} + Q_{BC} \\ Q_L &= Q_{CD} + Q_{DA} \end{aligned} \right\}$$

پس در چرخه همانند شکل مسئله:

پس در واقع  $Q_L$  مجهول مسئله است. ابتدا  $W$  را محاسبه می‌کنیم:

$$|W| = |S| = \text{درون چرخه} = 100 \times 10^3 \times 3 \times 10^{-3} = 300 \text{ J}$$

بازده ماشین گرمایی ۲۰٪ است. این یعنی:

$$\left. \begin{aligned} |W| &= 0.2 Q_H \\ |Q_L| &= 0.8 Q_H \end{aligned} \right\} \Rightarrow |Q_L| = 4 |W| = 1200 \text{ J}$$

تلاش کردیم به بازده ماشین گرمایی به صورت مفهومی نگاه کنیم و از روابط آن استفاده نکردیم.

### آزمون‌های آزمایشی سنجش

۴۱. گزینه ۲ درست است.

(فیزیک ۳ - فصل ۲، مقاومت هوا، سطح دشواری: متوسط)

هنگامی که جسم به تندی حدی خود می‌رسد، نیروی مقاومت هوا با وزن جسم هم‌اندازه شده و شتاب جسم صفر می‌شود:

$$F_D = mg \Rightarrow 0.4 v^2 = 0.4 \times 10 \Rightarrow v^2 = 4 \times 25 = 100$$

$$\Rightarrow \text{تندی حدی } v = 10 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

### آزمون‌های آزمایشی سنجش

۴۲. گزینه ۴ درست است.

(فیزیک ۳ - فصل ۲، قوانین نیوتن، سطح دشواری: آسان)

هر دو شکل به قانون دوم نیوتن اشاره دارند:

$$\vec{F} = m\vec{a} \Rightarrow \vec{a} = \frac{\vec{F}}{m} \Rightarrow a = \frac{F}{m} \Rightarrow \begin{cases} a \propto F \\ a \propto \frac{1}{m} \end{cases}$$

این دو تناسب در شکل‌های الف ( $a \propto F$ ) و ب ( $a \propto \frac{1}{m}$ ) نشان داده شده‌اند که همان شکل‌های کتاب درسی است.

### آزمون‌های آزمایشی سنجش

۴۳. گزینه ۳ درست است.

(فیزیک ۳ - فصل ۲، نیروی مقاومت هوا، سطح دشواری: متوسط)

برای پاسخ به این سؤال به چند نکته اساسی توجه کنید:

اول اینکه به گلوله در هر لحظه دو نیروی وزن و مقاومت هوا وارد می‌شود.

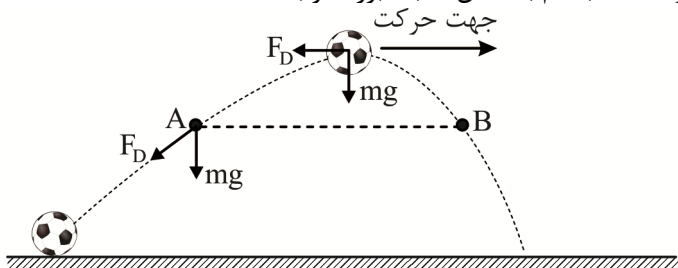
دوم اینکه با کاهش تندی، اندازه نیروی مقاومت هوا کاهش می‌یابد.

سوم اینکه اندازه برآیند دو بردار با افزایش زاویه بین آن‌ها کاهش می‌یابد.

برای مقایسه شتاب نقطه  $A$  و نقطه  $A$ ، توجه کنید تندی توپ در نقطه  $A$  از نقطه  $A$  بیشتر بوده و لذا اندازه نیروی مقاومت هوا در نقطه

$A$  از نقطه  $A$  بیشتر است. ضمناً زاویه نیروی وزن و نیروی مقاومت هوا در نقطه  $A$  کمتر از این زاویه در نقطه  $A$  است. این دو عامل باعث

می‌شود نیروی خالص وارد بر توپ در نقطه  $A$  از نقطه  $A$  بیشتر بوده و لذا شتاب هم به همان نسبت بزرگ‌تر باشد:



$$\text{اوج } a_A > a \Rightarrow F_{\text{اوج}} > F_A \text{ خالص}$$

برای مقایسه شتاب نقطه A و B، توجه کنید که به دلیل وجود مقاومت هوا و اتلاف حرارتی ناشی از آن، تندی و در نتیجه نیروی مقاومت هوا در نقطه B کمتر از A بوده و از طرفی زاویه نیروی وزن و نیروی مقاومت هوا در نقطه B بیشتر از این زاویه در نقطه A است. این امر باعث می شود نیروی خالص و در نتیجه شتاب در نقطه B، کمتر از نقطه A باشد:

$$a_A > a_B$$

آزمون های آزمایشی سنجش

(فیزیک ۳ - فصل ۲، نیروی اصطکاک، سطح دشواری: متوسط)

۴۴. گزینه ۳ درست است.

در حالت اول، جسم در آستانه حرکت بوده و  $F_1 = F_{s_{\max}}$  می باشد:

$$\text{خالص } F_y = 0 \Rightarrow F_N = mg + F_1 = 20 + 10 = 30 \text{ N}$$

$$\text{خالص } F_x = 0 \Rightarrow F_1 = F_{s_{\max}} = \mu_s \cdot F_N = 0.4 \times 30 = 12 \text{ N}$$

در حالت دوم، جهت  $F_1$  تغییر کرده و با کاهش  $F_N$ ،  $F_1$  از  $F_{s_{\max}}$  جدید بزرگ تر شده و جسم با شتاب شروع به حرکت می کند:

$$\text{خالص } F_y = 0 \Rightarrow F_N = mg - F_1 = 20 - 10 = 10 \text{ N}$$

$$\text{خالص } F_x = ma \Rightarrow F_1 - \mu_k \cdot F_N = ma$$

$$\Rightarrow 12 - 0.2 \times 10 = 2a \Rightarrow a = 5 \frac{m}{s^2}$$

آزمون های آزمایشی سنجش

(فیزیک ۳ - فصل ۲، نیروی اصطکاک، سطح دشواری: متوسط)

۴۵. گزینه ۲ درست است.

در حالت اولیه، جسم ساکن بوده و نیروی F قابل محاسبه است:

$$\text{خالص } F_x = 0 \Rightarrow F_N = F$$

$$\text{خالص } F_y = 0 \Rightarrow mg = F_{s_{\max}} \Rightarrow mg = \mu_s \times F_N \Rightarrow 50 = 0.4 \times F \Rightarrow F = 125 \text{ N}$$

با کاهش نیروی F، نیروی عمودی سطح و در نتیجه  $F_{s_{\max}}$  کاهش یافته و با غلبه mg بر  $F_{s_{\max}}$ ، جسم روبه پایین شتاب می گیرد.

$$\text{خالص } F_x = 0 \Rightarrow F_N = F \text{ جدید} = 125 - 25 = 100 \text{ N}$$

$$\text{خالص } F_y = ma \Rightarrow mg - \mu_k \cdot F_N = ma \Rightarrow 50 - 0.2 \times 100 = 5a \Rightarrow 30 = 5a \Rightarrow a = 6 \frac{m}{s^2}$$

آزمون های آزمایشی سنجش

(فیزیک ۳ - فصل ۲، نیروی اصطکاک، سطح دشواری: متوسط)

۴۶. گزینه ۴ درست است.

حداقل  $F_1$  هنگامی است که جسم در آستانه حرکت به طرف راست بوده و  $F_{s_{\max}}$  به طرف چپ به جسم وارد می شود:

$$\begin{array}{c} F_{s_{\max}} \leftarrow \\ \leftarrow F_1 = 20 \text{ N} \\ \leftarrow \text{حداقل } F_1 \end{array}$$

$$\text{خالص } F_x = 0 \Rightarrow \text{حداقل } F_1 + \mu_s \cdot F_N = F_1$$

$$\Rightarrow \text{حداقل } F_1 + 0.4 \times 20 = 20 \Rightarrow \text{حداقل } F_1 = 12 \text{ N}$$

حداکثر  $F_1$  زمانی رخ می دهد که جسم در آستانه حرکت به طرف چپ بوده و  $F_{s_{\max}}$  به طرف راست به جسم وارد می شود:

$$\begin{array}{c} F_{s_{\max}} \rightarrow \\ \rightarrow F_1 \\ \rightarrow \text{حداکثر } F_1 \end{array}$$

$$\text{خالص } F_x = 0 \Rightarrow \text{حداکثر } F_1 = \mu_s \cdot F_N + F_1$$

$$\text{حداکثر } F_1 = 0.4 \times 20 + 20 = 28 \text{ N}$$

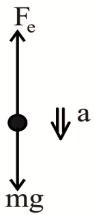
$$\text{مقایسه دو حالت: } 12 \text{ N} \leq F_1 \leq 28 \text{ N}$$

آزمون های آزمایشی سنجش

۴۷. گزینه ۴ درست است.

(فیزیک ۳ - فصل ۲، نیروی کشانی فنر، سطح دشواری؛ دشوار)

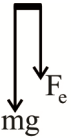
در حالت اول، حرکت جسم کندشونده روبه بالا بوده و شتاب جسم روبه پایین است. ولی توجه کنید چون شتاب روبه پایین جسم کمتر از شتاب گرانش است، نیروی فنر روبه بالا بوده و فنر کشیده شده است:



$$F = ma \Rightarrow mg - F_e = m \cdot a \Rightarrow F_e = m(g - a) = 4 \times (10 - 5) = 20 \text{ N}$$

$$F_e = kx \Rightarrow 20 = 2x \Rightarrow x = 10 \text{ cm} \Rightarrow x = l_1 - l_0 \Rightarrow l_1 = l_0 + x = l_0 + 10 \text{ cm}$$

در حالت دوم، حرکت جسم تندشونده روبه پایین بوده و لذا شتاب حرکت جسم روبه پایین است. از طرفی توجه کنید چون شتاب روبه پایین جسم بیشتر از شتاب گرانش است، نیروی فنر روبه پایین بوده و فنر فشرده شده است:



$$F = ma \Rightarrow F_e + mg = ma \Rightarrow F_e = m(a - g) = 4(12 - 10) = 8 \text{ N}$$

$$F_e = kx \Rightarrow 8 = 2x \Rightarrow x = 4 \text{ cm} \Rightarrow x = l_0 - l_2 \Rightarrow l_2 = l_0 - x = l_0 - 4 \text{ cm}$$

با مقایسه طول ثانویه فنر در دو حالت، میزان تغییر طول فنر در دو حالت قابل محاسبه است:

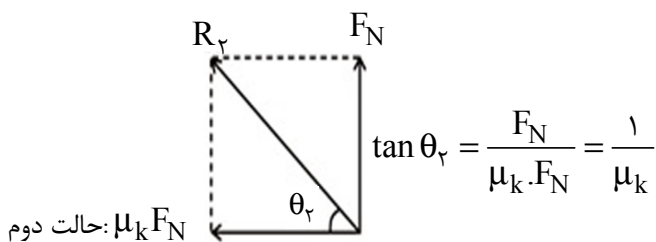
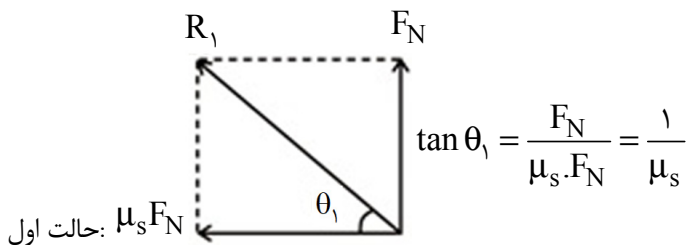
$$\left. \begin{array}{l} l_1 = l_0 + 10 \text{ cm} \\ l_2 = l_0 - 4 \text{ cm} \end{array} \right\} \Rightarrow l_1 - l_2 = 14 \text{ cm}$$

آزمون‌های آزمایشی سنجش

۴۸. گزینه ۱ درست است.

(فیزیک ۳ - فصل ۲، نیروی عکس العمل تکیه‌گاه، سطح دشواری؛ دشوار)

از طرف سطح دو نیروی عمودی سطح و اصطکاک به جسم وارد می‌شود. در حالت اول اصطکاک  $F_{s\max} = \mu_s \cdot F_N$  بوده، ولی در حالت دوم با کاهش نیروی  $F_N$  و در نتیجه کاهش نیروی  $F_{s\max}$  و  $F_N$  اصطکاک وارد بر جسم  $F_k = \mu_k \cdot F_N$  خواهد شد. برای مقایسه  $\theta$  در دو حالت می‌توانیم  $\tan \theta$  را مقایسه کنیم. جالب است که مقدار  $\theta$  تنها به ضریب اصطکاک وابسته بوده و از نیروی عمودی سطح مستقل است:



$$\mu_s > \mu_k \Rightarrow \frac{1}{\mu_s} < \frac{1}{\mu_k} \Rightarrow \tan \theta_1 < \tan \theta_2$$

که این یعنی  $\theta_1 < \theta_2$  است. توجه کنید با حرکت جسم، نیروی اصطکاک ناگهان از  $F_{s\max} = \mu_s \cdot F_N$  به  $F_k = \mu_k \cdot F_N$  تبدیل شده و روی این مقدار ثابت می‌ماند.

آزمون‌های آزمایشی سنجش

۴۹. گزینه ۳ درست است.

تفاوت تندی دوران دو ماهواره نشان می‌دهد شعاع گردش آن‌ها متفاوت است:

$$a_c = g' \Rightarrow \frac{v^2}{r} = G \frac{Me}{r^2} \Rightarrow v^2 \propto \frac{1}{r}$$

$$\Rightarrow \left(\frac{v_A}{v_B}\right)^2 = \left(\frac{r_B}{r_A}\right) \Rightarrow \frac{r_B}{r_A} = (4)^2 = 16$$

در ادامه نسبت دوره تناوب آن‌ها را تعیین می‌کنیم:

$$a_c = g' \Rightarrow \frac{4\pi^2 r}{T^2} = G \frac{Me}{r^2} \Rightarrow T^2 \propto r^3$$

$$\Rightarrow \frac{T_B}{T_A} = \sqrt{\left(\frac{r_B}{r_A}\right)^3} = \sqrt{(16)^3} = (4)^3 = 64$$

این یعنی دوره تناوب ماهواره B، ۶۴ برابر A است و در مدتی که ماهواره B، یک دوران کامل انجام می‌دهد، ماهواره A ۶۴ دوران کامل انجام می‌دهد. پس در مدتی که ماهواره B نصف دوران کامل انجام دهد، ماهواره A ۳۲ دوران کامل انجام خواهد داد.

آزمون‌های آزمایشی سنجش

(فیزیک ۳ - فصل ۲، حرکت دایره‌ای؛ سطح دشواری؛ متوسط)

۵۰. گزینه ۳ درست است.

ابتدا حداکثر سرعت مجاز برای دوران در سطح خشک را محاسبه می‌کنیم. توجه کنید در دوران روی سطح افقی، تنها  $F_{smax}$  نیروی مرکزگرا را تأمین می‌کند.

$$F_{smax} = m \frac{v^2}{r} \Rightarrow \mu_s \cdot mg = m \frac{v^2}{r} \Rightarrow v^2 = \mu_s \cdot r \cdot g = 0.4 \times 25 \times 10 \Rightarrow v = 10 \frac{m}{s}$$

برای تعیین حداکثر تندی مجاز در حالت دوم، از روش نسبت بهره می‌گیریم:

$$v^2 = \mu_s \cdot r \cdot g \Rightarrow v = \sqrt{\mu_s \cdot r \cdot g}$$

ثابت  $\frac{9}{100}$  برابر  $\frac{3}{10}$  برابر

$$\Rightarrow \text{حداکثر جدید } v = \frac{3}{10} \times v \text{ قبلی} = \frac{3}{10} \times 10 = 3 \frac{m}{s} \Rightarrow |\Delta v| = 10 - 3 = 7 \frac{m}{s} = 25.7 \frac{km}{h} \approx 25 \frac{km}{h}$$

آزمون‌های آزمایشی سنجش

(فیزیک ۳ - فصل ۲، تکان؛ سطح دشواری؛ متوسط)

۵۱. گزینه ۴ درست است.

ابتدا نیروی خالص وارد بر جسم را در اثر این برخورد محاسبه می‌کنیم. توجه کنید که چون جهت بردار سرعت قرینه شده است، اندازه تغییر سرعت گلوله برابر مجموع تندی اولیه و نهایی آن است:

$$|\Delta v| = |\vec{v}_2 - \vec{v}_1| = 5 - (-10) = 15 \frac{m}{s}$$

$$\text{خالص } F_{av} = m \cdot a_{av} = m \times \frac{|\Delta v|}{\Delta t} = 0.4 \times \frac{15}{0.2} = 30 \text{ N}$$



جهت بردار تغییر سرعت به طرف بالا بوده و لذا جهت بردار شتاب و جهت بردار  $\vec{F}$  خالص نیز به طرف بالا خواهد بود. اینک می‌توانیم بزرگی نیروی عمودی سطح متوسط وارد بر جسم را تعیین کنیم:

$$\text{خالص } F_{av} = F_N - mg \Rightarrow 30 = F_N - 0.4 \times 10 \Rightarrow F_N \text{ متوسط} = 34 \text{ N}$$

آزمون‌های آزمایشی سنجش

۵۲. گزینه ۳ درست است.

(فیزیک ۳ - فصل ۳، حرکت نوسانی، سطح دشواری، متوسط)

با توجه به نتیجه حل سؤال ۵ تمرین‌های آخر فصل سوم کتاب درسی، رابطه بین شتاب و مکان نوسانگر قابل تشخیص است:

$$a = -\omega^2 \cdot x \Rightarrow \frac{\pi^2 \text{ cm}}{\delta \text{ s}^2} = -\omega^2 \times (-\delta \text{ cm})$$

$$\Rightarrow \omega^2 = \frac{\pi^2}{\delta} \Rightarrow \omega = \frac{\pi \text{ Rad}}{\delta \text{ s}}$$

اینک از رابطه بین بسامد زاویه‌ای و دوره تناوب بهره می‌گیریم:

$$\omega = \frac{2\pi}{T} = \frac{\pi}{\delta} \Rightarrow T = 10 \text{ s}$$

آزمون‌های آزمایشی سنجش

۵۳. گزینه ۱ درست است.

(فیزیک ۳ - فصل ۳، انرژی در حرکت نوسانی، سطح دشواری، دشوار)

ابتدا تندی بیشینه نوسانگر را محاسبه می‌کنیم:

$$v_{\max} = A \cdot \omega = 0.3 \times 50 = 15 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

طبق فرض در لحظه توصیف شده، انرژی کل به نسبت ۸ به ۱ بین انرژی پتانسیل و جنبشی تقسیم می‌شود. پس سهم انرژی جنبشی یک قسمت از ۹ قسمت انرژی کل است:

$$\left. \begin{array}{l} \text{فرض} \Rightarrow K = \frac{1}{9} E \\ \text{می‌دانیم: } E = k_{\max} \end{array} \right\} \Rightarrow K = \frac{1}{9} K_{\max}$$

اینک به کمک روش نسبت، نسبت تندی به تندی بیشینه را تعیین می‌کنیم:

$$k = \frac{1}{2} m \cdot v^2$$

$$\downarrow \quad \downarrow \quad \downarrow$$

برابر  $\frac{1}{9}$  ثابت  $(?)^2$

$$\Rightarrow ? = \frac{v}{v_{\max}} = \frac{1}{3} \Rightarrow \frac{v}{15} = \frac{1}{3} \Rightarrow v = 5 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

آزمون‌های آزمایشی سنجش

۵۴. گزینه ۲ درست است.

(فیزیک ۳ - فصل ۳، نوسان آونگ ساده، سطح دشواری، دشوار)

ابتدا نسبت دوره تناوب جدید به دوره تناوب اولیه را تعیین می‌کنیم:

$$l_2 = l_1 - \frac{36}{100} l_1 = \frac{64}{100} l_1 \Rightarrow T = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g}} \rightarrow \frac{64}{100}$$

$\downarrow$   
برابر  $\frac{8}{10}$

$$\Rightarrow \text{جدید } T = \frac{8}{10} T \text{ قبلی} \Rightarrow \text{جدید } f = \frac{10}{8} f \text{ قبلی}$$

این یعنی سرعت ساعت جدید  $\frac{10}{8}$  برابر ساعت قبلی بوده و با گذشت ۲۴ ساعت، به اندازه  $\frac{10}{8} \times 24$  یعنی ۳۰ ساعت جلو می‌رود. به این ترتیب این ساعت ۶ ساعت جلوتر را نشان خواهد داد.

آزمون‌های آزمایشی سنجش

۵۵. گزینه ۲ درست است.

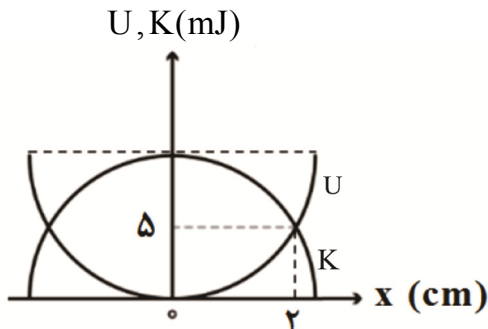
(فیزیک ۳ - فصل ۳، انرژی نوسانگر، سطح دشواری: متوسط)

هنگامی که انرژی جنبشی و پتانسیل نوسانگر هم‌اندازه می‌شوند،  $k = U = \frac{1}{2} E$  بوده و  $|x| = \frac{\sqrt{2}}{2} A$  است.

$$x = \frac{\sqrt{2}}{2} A = 2 \Rightarrow A = \frac{4}{\sqrt{2}} = 2\sqrt{2} \text{ cm}$$

$$k = U = \frac{1}{2} E = 5 \text{ mJ} \Rightarrow E = 10 \text{ mJ}$$

اینک رابطه  $E$  و  $F_{\max}$  را مقایسه می‌کنیم:



$$\left. \begin{aligned} E &= \frac{1}{2} m A^2 \omega^2 \\ F_{\max} &= m a_{\max} = m A \omega^2 \end{aligned} \right\} \rightarrow E = \frac{1}{2} F_{\max} \cdot A$$

$$\Rightarrow F_{\max} = \frac{2E}{A} = \frac{2 \times 10 \times 10^{-3}}{2\sqrt{2} \times 10^{-2}} = \frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2} \text{ N}$$

آزمون‌های آزمایشی سنجش

شیمی

۵۶. گزینه ۴ درست است.

(شیمی ۱ - فصل ۳، استخراج مواد از آب دریا، سطح دشواری: آسان)

آب دریای مرده (بحرالمیت) محلولی غلیظ است که انسان می‌تواند به راحتی روی آن شناور بماند از این رو چگالی آب این دریا بیشتر از چگالی آب اقیانوس آرام و دریای مدیترانه است.

آزمون‌های آزمایشی سنجش

۵۷. گزینه ۱ درست است.

(شیمی ۱ - فصل ۳، مسائل غلظت، سطح دشواری: متوسط)

ابتدا درصد جرمی محلول اوره در آب را محاسبه می‌کنیم:

$$0,05 \text{ mol CO(NH}_2)_2 \times \frac{60 \text{ g CO(NH}_2)_2}{1 \text{ mol CO(NH}_2)_2} = 3 \text{ g}$$

$$\text{درصد جرمی} = \frac{3}{3 + 27} \times 100 = 10$$

پس درصد جرمی محلول ید در تولوئن ۲٪ است.

$$\text{جرم محلول} = 300 \text{ mL} \times 1,6 \text{ g mL}^{-1} = 480 \text{ g}$$

$$\text{درصد جرمی} = \frac{\text{جرم ید}}{\text{جرم محلول}} \times 100 \Rightarrow \frac{2}{100} = \frac{x}{480} \Rightarrow x = 9,6 \text{ g}$$

آزمون‌های آزمایشی سنجش

۵۸. گزینه ۲ درست است.

(شیمی ۱ - فصل ۳، غلظت، سطح دشواری: متوسط)

ابتدا مولاریته محلول اولیه را به دست می‌آوریم:

$$M = \frac{10 \text{ ad}}{\text{جرم مولی}} = \frac{10 \times 8 \times 10^3}{40} = 2,2 \text{ mol.L}^{-1}$$

مول حل‌شونده هر محلول برابر است با:

$$2,2 \text{ mol.L}^{-1} \times 0,2 \text{ L} = 0,44 \text{ mol NaOH (۱) محلول}$$

$$0,1 \text{ mol.L}^{-1} \times 0,3 \text{ L} = 0,03 \text{ mol NaOH} \quad (2) \text{ محلول}$$

غلظت مولی محلول نهایی رابطه زیر محاسبه می شود.

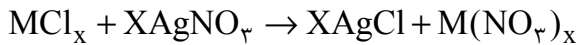
$$M = \frac{0,44 + 0,03}{0,5} = 0,94 \text{ mol.L}^{-1}$$

آزمون های آزمایشی سنجش

(شیمی ۱ - فصل ۳، مسائل غلظت، سطح دشواری؛ دشوار)

۵۹. گزینه ۳ درست است.

معادله پس از موازنه به صورت زیر درمی آید:



جرم نقره نیترات موجود در محلول برابر است با:

$$340 = \frac{\text{جرم AgNO}_3}{2000} \times 10^6 \Rightarrow \text{جرم AgNO}_3 = 0,68 \text{ g}$$

طبق روابط استوکیومتری داریم:

$$0,68 \text{ g AgNO}_3 \times \frac{1 \text{ mol AgNO}_3}{170 \text{ g AgNO}_3} \times \frac{1 \text{ mol MCl}_x}{x \text{ mol AgNO}_3} \times \frac{(m + 35,5x) \text{ g}}{1 \text{ mol MCl}_x} = 0,19$$

$$\frac{0,4(M + 35,5x)}{x} = 19 \Rightarrow 0,4M = 4,8x \rightarrow \frac{M}{x} = 12$$

پس نسبت جرم مولی فلز به ظرفیت آن باید ۱۲ باشد که این نسبت در منیزیم برقرار است.

آزمون های آزمایشی سنجش

(شیمی ۱ - فصل ۳، انحلال پذیری، سطح دشواری؛ متوسط)

۶۰. گزینه ۴ درست است.

بررسی عبارت ها:

(الف) نادرست است؛ زیرا  $\text{Mg}_3(\text{PO}_4)_2$  در آب نامحلول و  $\text{MgSO}_4$  در آب محلول است.

(ب) درست است. اگر در  $100$  گرم محلول  $20$  گرم حل شونده وجود داشته باشد، انحلال پذیری به صورت زیر محاسبه می شود:

$$\frac{20}{80} = \frac{S}{100} \Rightarrow S = 25$$

(پ) نادرست است؛ زیرا شیب نمودار انحلال پذیری  $\text{KNO}_3$  از شیب نمودار انحلال پذیری  $\text{NaNO}_3$  بیشتر است.

(ت) درست است. از آنجایی که انحلال پذیری  $\text{Li}_2\text{SO}_4$  با افزایش دما کاهش می یابد با افزایش دما محلول سیر شده این ماده به حالت فرا سیر شده رو می آید.

(ث) نادرست است؛ زیرا از آنجایی که انحلال پذیری  $\text{KCl}$  با کاهش دما کاهش می یابد، لذا با کاهش دما محلول سیر شده این نمک به حالت فرا سیر شده در می آید.

آزمون های آزمایشی سنجش

(شیمی ۱ - فصل ۳، انحلال پذیری، سطح دشواری؛ متوسط)

۶۱. گزینه ۴ درست است.

معادله انحلال پذیری  $AB$  به صورت  $S = 0,6\theta + 38$  و برای  $XY$  به صورت  $S = 0,9\theta + 10$  می باشد.

$$0,6\theta + 38 = 0,9\theta + 10 \Rightarrow \theta = 93,3^\circ \text{C}$$

آزمون های آزمایشی سنجش

(شیمی ۱ - فصل ۳، قطبیت مولکول ها، سطح دشواری؛ متوسط)

۶۲. گزینه ۲ درست است.

بررسی گزینه های نادرست:

(۱) نادرست است؛ زیرا اتم های سازنده  $B$  نمی توانند هم گروه باشند.

(۳) نادرست است؛ زیرا  $\text{HF}$  در دمای اتاق گاز است.

(۴) نادرست است؛ زیرا در مولکول  $\text{CO}$  اتم کربن (اتم بزرگ تر) به سمت صفحه باردار منفی منحرف می شود.

آزمون های آزمایشی سنجش

۶۳. گزینه ۱ درست است.

(شیمی ۱ - فصل ۳، قطبیت مولکول‌ها، سطح دشواری؛ متوسط)

آب ( $M = 18 \text{ g mol}^{-1}$ )، اتانول ( $46 \text{ g mol}^{-1}$ ) و استون ( $58 \text{ g mol}^{-1}$ ) در دمای اتاق مایع و هیدروژن سولفید ( $M = 34 \text{ g mol}^{-1}$ ) در دمای اتاق گاز است، پس  $\text{H}_2\text{S}$  کمترین نقطه جوش را بین چهار ترکیب دارد. از آنجایی که اتانول و استون فرار هستند، پس نقطه جوش کمتری نسبت به آب دارند و از طرفی نقطه جوش اتانول از استون بیشتر است؛ زیرا بین مولکول‌های آن پیوند هیدروژنی برقرار می‌شود.

آزمون‌های آزمایشی سنجش

۶۴. گزینه ۳ درست است.

(شیمی ۱ - فصل ۳، انفلال پذیری گازها، سطح دشواری؛ متوسط)

عبارت‌های «ب» و «پ» درست هستند. بررسی عبارت‌های نادرست:

(الف) نادرست است؛ زیرا در یون  $\text{K}^+$  ۱۹ که وجود آن برای تنظیم و عملکرد دستگاه عصبی لازم است، در مجموع ۳۷ پروتون و الکترون وجود دارد.  
(ت) نادرست است؛ زیرا با افزایش مقدار نمک در آب انحلال پذیری گازها کاهش می‌یابد.

آزمون‌های آزمایشی سنجش

۶۵. گزینه ۱ درست است.

(شیمی ۱ - فصل ۳، مسائل غلظت، سطح دشواری؛ دشوار)

زمانی که غلظت مولاریته محلول  $3/75$  است، یعنی  $3/75$  مول ماده  $XY$  در یک لیتر محلول موجود است.

$$3/75 \text{ mol } XY \times \frac{120 \text{ g } XY}{1 \text{ mol } XY} = 45 \text{ g } XY$$

با توجه به چگالی محلول داریم:

$$1/25 = \frac{m}{1000 \text{ mL}} \Rightarrow m_{\text{محلول}} = 125 \text{ g}$$

پس محلول شامل  $45 \text{ g}$  گرم حل‌شونده و  $800 \text{ g}$  گرم آب است.

$$\text{حجم حل‌شونده} = \text{حجم محلول} - \text{حجم آب} = 1000 - 800 = 200$$

$$\text{چگالی } XY = \frac{\text{جرم } XY}{\text{حجم } XY} = \frac{45}{200} = 2/25 \text{ g mL}^{-1}$$

آزمون‌های آزمایشی سنجش

۶۶. گزینه ۲ درست است.

(شیمی ۱ - فصل ۳، اسمز، سطح دشواری؛ آسان)

شکل، فرایند اسمز را نشان می‌دهد که برای نمک‌زدایی از آب دریا کاربرد ندارد. در این فرایند مولکول‌های آب از محیط رقیق‌تر به محیط غلیظ‌تر انتقال می‌یابند، پس حجم مایع در ستون (۱) کاهش و حجم مایع در ستون (۲) افزایش می‌یابد.

آزمون‌های آزمایشی سنجش

۶۷. گزینه ۳ درست است.

(شیمی ۳ - فصل ۲، لیتیم، سطح دشواری؛ آسان)

بررسی عبارت‌ها:

عبارت‌های «الف» و «ب» درست هستند.

(پ) نادرست است؛ زیرا برخی باتری‌های لیتیومی قابل شارژ و برخی غیرقابل شارژ هستند.

(ت) نادرست است؛ زیرا در معادله  $\text{Zn} + \text{Ag}_2\text{O} \rightarrow \text{ZnO} + 2\text{Ag}$  در مجموع دو مول الکترون بین گونه‌های اکسند و کاهنده مبادله می‌شود.

آزمون‌های آزمایشی سنجش

۶۸. گزینه ۴ درست است.

(شیمی ۳ - فصل ۲، سلول سوختی، سطح دشواری؛ متوسط)

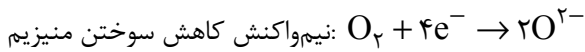
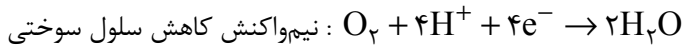
بررسی گزینه‌ها:

(۱) نادرست است؛ زیرا در مدار بیرونی الکترون‌ها از آند به کاتد جریان می‌یابند همچنین از غشاء مبادله‌کننده، یون‌های هیدرونیوم به سمت کاتد جریان می‌یابد.

(۲) نادرست است؛ زیرا خروجی آند سلول گاز  $\text{H}_2$  واکنش نداده و خروجی کاتدی آن بخار آب است.

۳) نادرست است؛ زیرا بازده سلول ۶۰ درصد و میزان اتلاف انرژی آن برابر ۴۰ درصد است.  

$$\text{بازده} = \frac{0.738}{1.23} \times 100 = 60\%$$
  
 ۴) درست است.



آزمون‌های آزمایشی سنجش

۶۹. گزینه ۳ درست است. (شیمی ۳ - فصل ۲، سلول سوختی + برکلافیت، سطح دشواری: متوسط)

جرم نقره لازم  $= 300 \times 0.54 = 162g$

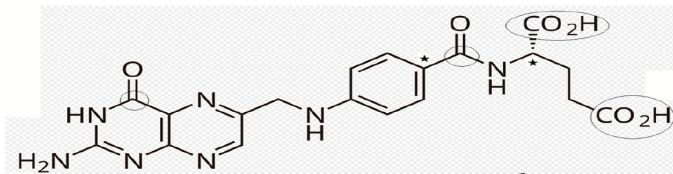
برای کاهش هر مول  $Ag^+$  به  $Ag$  یک مول الکترون لازم است و بر اثر اکسایش هر مول متان هشت مول الکترون مبادله می‌شود.

$$162g Ag \times \frac{1 \text{ mol } Ag}{108g Ag} \times \frac{1 \text{ mole}^-}{1 \text{ mol } Ag} \times \frac{1 \text{ mol } CH_4}{8 \text{ mole}^-} \times \frac{16g CH_4}{1 \text{ mol } CH_4} \times \frac{100}{75} = 4g CH_4$$

آزمون‌های آزمایشی سنجش

۷۰. گزینه ۲ درست است. (شیمی ۳ - فصل ۲، عدد اکسایش، سطح دشواری: متوسط)

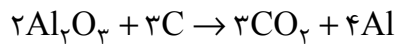
در این ترکیب، دور کربن‌های با عدد اکسایش +۳ خط کشیده شده است. همچنین کربن‌های با عدد اکسایش صفر با علامت ستاره مشخص شده‌اند.



آزمون‌های آزمایشی سنجش

۷۱. گزینه ۴ درست است. (شیمی ۳ - فصل ۲، برکلافیت (فرایند هال)، سطح دشواری: متوسط)

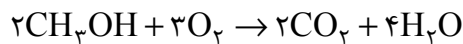
درفرایند هال الکترودهای آندی (قطب مثبت) نیاز به تعویض دارند.  
 معادله فرایند هال به صورت زیر است:



مول  $CO_2$  حاصل از این فرایند با فرض تولید  $13/5kg$  آلومینیم برابر است با:

$$13500g Al \times \frac{1 \text{ mol } Al}{27g Al} \times \frac{3 \text{ mol } CO_2}{4 \text{ mol } Al} = 375 \text{ mol } CO_2$$

معادله سوختن کامل متانول برابر است با:



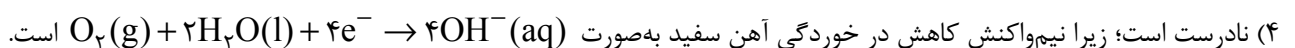
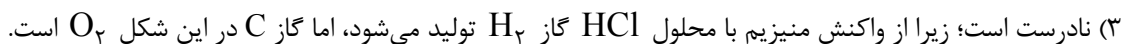
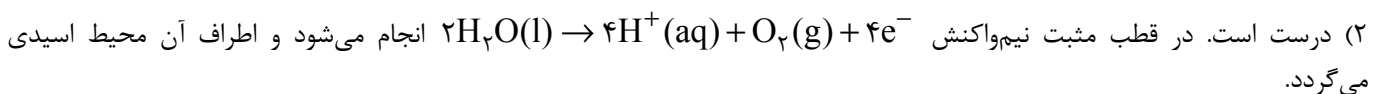
جرم متانول لازم برای تولید ۳۷۵ مول کربن دی‌اکسید برابر است با:

$$375 \text{ mol } CO_2 \times \frac{2 \text{ mol } CH_3OH}{2 \text{ mol } CO_2} \times \frac{32g CH_3OH}{1 \text{ mol } CH_3OH} = 12000g CH_3OH$$

آزمون‌های آزمایشی سنجش

۷۲. گزینه ۲ درست است. (شیمی ۳ - فصل ۲، برکلافیت، سطح دشواری: متوسط)

بررسی گزینه‌ها:



آزمون‌های آزمایشی سنجش

(شیمی ۳ - فصل ۲، برقکافت، سطح دشواری؛ متوسط)

۷۳. گزینه ۴ درست است.

بررسی عبارت‌ها:

(الف) درست است. یون A همان  $K^+$  و یون B همان  $F^-$  است.

(ب) درست است.  $F_2$  (محصول آندی) اکسنده‌ترین عنصر جدول تناوبی است.

(پ) نادرست است؛ زیرا در قطب مثبت (آند) نیم‌واکنش  $2F^- \rightarrow F_2 + 2e^-$  انجام می‌شود.

(ت) نادرست است؛ زیرا  $emf$  در سلول الکترولیتی منفی است و به همین جهت واکنش انجام شده در آن‌ها خودبه‌خودی نیست.

آزمون‌های آزمایشی سنجش

(شیمی ۳ - فصل ۲، برقکافت، سطح دشواری؛ آسان)

۷۴. گزینه ۱ درست است.

$Mg^{2+}$  پس از  $Na^+$  فراوان‌ترین کاتیون در آب دریا محسوب می‌شود.

بررسی سایر گزینه‌ها:

(۲) نادرست است؛ زیرا در واکنش  $Mg(OH)_2 + 2HCl \rightarrow MgCl_2 + 2H_2O$  عدد اکسایش همه اتم‌ها ثابت باقی می‌ماند.

(۳) نادرست است؛ زیرا در استخراج  $Mg$ ، یکی از مراحل برقکافت منیزیم کلرید مذاب است.

(۴) نادرست است؛ زیرا  $Cl_2(g)$  تولید شده در برقکافت  $MgCl_2(l)$ ، مجدد به سامانه برمی‌گردد تا برای تولید  $HCl$  مورد استفاده قرار گیرد.

آزمون‌های آزمایشی سنجش

(شیمی ۳ - فصل ۲، خوردگی، سطح دشواری؛ متوسط)

۷۵. گزینه ۳ درست است.

نیم‌واکنش‌های کاهش در محیط خنثی و اسیدی متفاوت است.

(خنثی):  $O_2(g) + 2H_2O(l) + 4e^- \rightarrow 4OH^-(aq)$  نیم‌واکنش کاهش

(اسیدی):  $O_2(g) + 4H^+(aq) + 4e^- \rightarrow 2H_2O(l)$  نیم‌واکنش کاهش

آزمون‌های آزمایشی سنجش

(شیمی ۳ - فصل ۲، برقکافت (فرایند هال)، سطح دشواری؛ متوسط)

۷۶. گزینه ۲ درست است.

بررسی گزینه‌های نادرست:

(۱) نادرست است؛ زیرا آلومینیم با تشکیل یک لایه چسبنده و متراکم ( $Al_2O_3$ ) از ادامه اکسایش جلوگیری می‌کند.

(۳) نادرست است؛ زیرا مقایسه  $H^+ < Fe^{2+} < Al^{3+}$  بین اکسندگی گونه‌ها برقرار است.

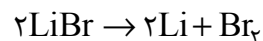
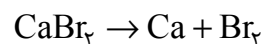
(۴) نادرست است؛ زیرا آلومینیم فلزی است که اکسایش می‌یابد، اما خورده نمی‌شود.

آزمون‌های آزمایشی سنجش

(شیمی ۳ - فصل ۲، برقکافت، سطح دشواری؛ دشوار)

۷۷. گزینه ۴ درست است.

معادله برقکافت دو نمک به صورت زیر است:



فرض می‌کنیم  $a$  مول  $CaBr_2$  و  $b$  مول  $LiBr$  در مخلوط وجود دارد، از برقکافت هر مول  $CaBr_2$  یک مول  $Br_2$  و از برقکافت هر مول  $LiBr$  نیم مول  $Br_2$  تولید می‌شود. (در مجموع  $120^\circ$  گرم معادل  $0.75$  مول  $Br_2$  تولید شده است.)

$$\begin{cases} 200a + 87b = 137 \\ a + 0.5b = 0.75 \end{cases} \Rightarrow a = 0.25, b = 1$$

پس مخلوط اولیه شامل  $0.25$  مول  $CaBr_2$  ( $50^\circ$  گرم) و  $1$  مول  $LiBr$  ( $87^\circ$  گرم) بوده است.

$$LiBr \text{ درصد جرمی} = \frac{87}{137} \times 100 = 63.5\%$$

آزمون‌های آزمایشی سنجش

۷۸. گزینه ۳ درست است.

(شیمی ۳ - فصل ۲، عدد اکسایش، سطح دشواری؛ متوسط)

بررسی عبارت‌ها:

- الف) نادرست است؛ زیرا عدد اکسایش کربن گروه عاملی در  $\text{CH}_3\text{COOH}$  برابر +۳ و در  $\text{HCOOH}$  برابر +۲ است.  
 ب) درست است. میانگین عدد اکسایش هر اتم کربن در  $\text{C}_6\text{H}_{12}$  برابر -۲ است. عدد اکسایش اکسیژن در  $\text{OCl}_2$  نیز برابر -۲ می‌باشد.  
 پ) درست است. عدد اکسایش Mn در  $\text{ZnMnO}_4$  و عدد اکسایش Cr در  $\text{K}_2\text{Cr}_2\text{O}_7$  برابر +۶ است.  
 ت) نادرست است؛ زیرا عدد اکسایش اکسیژن در  $\text{H}_2\text{O}_2$  برابر -۱ و عدد اکسایش کلر در  $\text{NaClO}_4$  برابر +۷ است.

آزمون‌های آزمایشی سنجش

۷۹. گزینه ۳ درست است.

(شیمی ۳ - فصل ۲، آبکاری، سطح دشواری؛ متوسط)

بررسی گزینه‌ها:

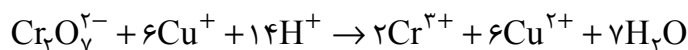
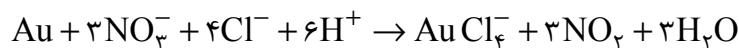
- ۱) نادرست است؛ زیرا الکترولیت نمی‌تواند  $\text{AgCl}$  باشد؛ زیرا این نمک در آب نامحلول است.  
 ۲) نادرست است؛ زیرا آهن کاهنده و اکسیژن اکسنده است.  
 ۳) درست است. در این آبکاری تغییر جرم آند و کاتد برابر است، پس با فرض یکسان بودن جرم اولیه آند و کاتد، با فرض آنکه a گرم از جرم آند کم شود، a گرم به جرم کاتد اضافه و اختلاف جرم الکتروود ۲a گرم خواهد بود.  
 ۴) نادرست است؛ زیرا معادله نیم‌واکنش کاهش در آبکاری  $\text{Ag}^+ + e^- \rightarrow \text{Ag}$  است.

آزمون‌های آزمایشی سنجش

۸۰. گزینه ۲ درست است.

(شیمی ۳ - فصل ۲، موازنه، سطح دشواری؛ متوسط)

معادلات پس از موازنه به‌صورت زیر در می‌آیند:



مجموع ضرایب مواد در معادله اول برابر ۲۱ و در معادله دوم برابر ۳۶ است.

آزمون‌های آزمایشی سنجش