گروه آزمایشی علوم ریاضی و فنی

آزمون دوپینگ ماز | پایهٔ دوازدهم

دوپینگ ماز

فیزیک

ویژهٔ کنکوری‌های ۱۴۰۵

دفتـــرچه سؤال

سه‌شنبه ۲۹ اردیبهشت‌ماه ۱۴۰۵

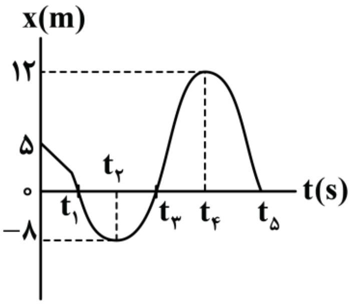
ماده امتحانی	تعداد سؤال	شماره سؤال		مدت‌زمان پاسخ‌گویی
		از	تا	
فیزیک	۳۰	۱	۳۰	۴۰ دقیقه

فصل‌های ۱و۲ دهم	فصل‌های ۳،۴و۵ دهم	فصل ۱ یازدهم	فصل ۲ یازدهم	فصل‌های ۳و۴ یازدهم	فصل ۱ دوازدهم	فصل ۲ دوازدهم	فصل‌های ۳و۴ دوازدهم	فصل‌های ۵و۶ دوازدهم

مسیر حرفه‌ای جمع‌بندی تا کنکور ۱۴۰۵

برای شباهت حداکثری به کنکور، صفحه‌آرایی، فونت و حتی اندازهٔ متن در تمامی آزمون‌های ماز، کاملاً یکسان با استاندارد دفترچه‌های کنکور درنظر گرفته می‌شود.

۱- نمودار مکان ـ زمان حرکت متحرکی که بر روی محور x حرکت می‌کند، مطابق شکل زیر است. این متحرک از لحظه‌ای که برای اولین بار بردار مکان آن تغییر جهت می‌دهد تا لحظه‌ای که برای دومین بار جهت حرکت آن تغییر می‌کند، چند متر جابه‌جا شده است؟



۱) ۷

۲) ۸

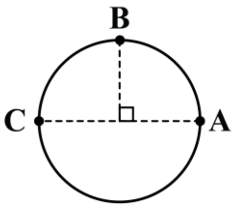
۳) ۱۲

۴) ۲۰

۲- اگر سرعت متوسط متحرکی در ثانیهٔ هفتم حرکت در SI، $-۴i$ باشد و در سه ثانیهٔ سوم حرکت در SI، $۳i$ باشد، سرعت متوسط آن طی بازهٔ زمانی $t_{۱}=۷s$ تا $t_{۲}=۹s$ چند متر بر ثانیه است؟

۱) $-۲/۵i$ ۲) $+۲/۵i$ ۳) $-۶/۵i$ ۴) $+۶/۵i$

۳- در شکل زیر، متحرکی بر روی مسیری دایره‌ای به‌صورت پادساعتگرد از نقطهٔ A تا B و سپس تا نقطهٔ C حرکت می‌کند. نسبت مسافت طی‌شده به اندازهٔ جابه‌جایی در مسیر A تا B برابر k و نسبت مسافت طی‌شده به اندازهٔ جابه‌جایی در مسیر A تا C برابر k' است. نسبت $\frac{k}{k'}$ کدام است؟



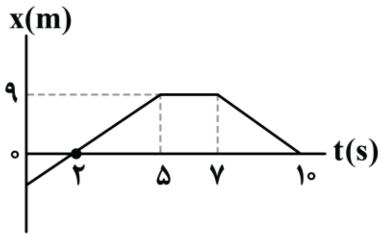
۱) $\sqrt{۲}$

۲) $\frac{\sqrt{۲}}{۲}$

۳) $\frac{۱}{۲}$

۴) $\frac{\sqrt{۲}}{۴}$

۴- با توجه به نمودار مکان ـ زمان زیر که مربوط به حرکت متحرکی بر روی محور x است، شتاب متوسط متحرک در بازهٔ زمانی $t_{۱}=۳s$ تا $t_{۲}=۹s$ چند متر بر مربع ثانیه است؟



۱) صفر

۲) -۱

۳) $-\frac{۱}{۳}$

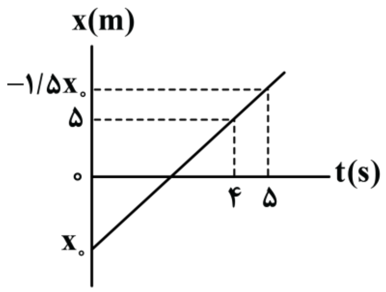
۴) $\frac{۱}{۳}$

محل انجام محاسبات

۵- متحرکی با سرعت ثابت $36\frac{km}{h}$ درحال حرکت در جهت محور x است. اگر بردار مکان این متحرک در لحظهٔ $t=5s$، دو برابر بردار مکان آن در لحظهٔ $t=3s$ باشد، متحرک در چه لحظه‌ای در مکان $x=50m$ قرار دارد؟

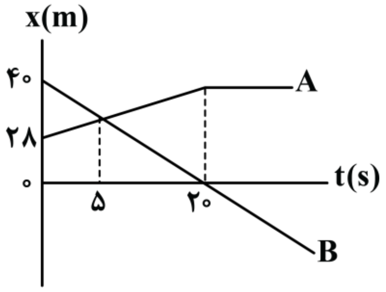
۱) $t=3s$ ۲) $t=4s$ ۳) $t=5s$ ۴) $t=6s$

۶- نمودار مکان ـ زمان متحرکی که بر روی محور x حرکت می‌کند، مطابق شکل زیر است. تندی متوسط این متحرک در ۵ ثانیهٔ دوم حرکت چند متر بر ثانیه است؟



۱) ۱/۵
۲) ۲/۵
۳) ۳
۴) ۵

۷- نمودار مکان ـ زمان دو متحرک A و B که بر روی خط راست حرکت می‌کنند، مطابق شکل زیر است. در لحظه‌ای که متحرک A متوقف می‌شود، فاصلهٔ دو متحرک از هم چند متر است؟



۱) ۳۲
۲) ۳۶
۳) ۳۸
۴) ۴۰

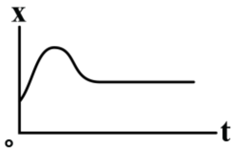
۸- سه متحرک A، B و C با تندی‌های ثابت $v_A=60\frac{m}{s}$، v_B و v_C در جهت محور x از مبدأ مشترکی به سمت مقصد معینی حرکت می‌کنند. اگر ابتدا متحرک A به مقصد برسد و سپس در بازه‌های زمانی برابر، به‌ترتیب متحرک‌های B و C به مقصد برسند، تندی متحرک‌های B و C کدام مقادیر می‌تواند باشد؟

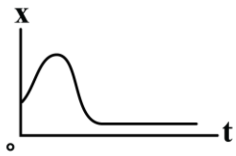
۱) $v_C=15\frac{m}{s}\ ,\ v_B=30\frac{m}{s}$ ۲) $v_C=12\frac{m}{s}\ ,\ v_B=20\frac{m}{s}$

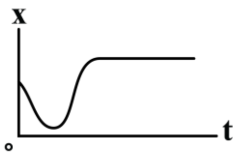
۳) $v_C=10\frac{m}{s}\ ,\ v_B=40\frac{m}{s}$ ۴) $v_C=8\frac{m}{s}\ ,\ v_B=15\frac{m}{s}$

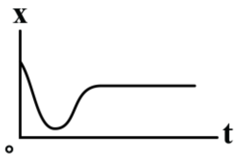
محل انجام محاسبات

۹- متحرکی بر روی محور x در حرکت است. بردار مکان اولیه و سرعت اولیهٔ این متحرک خلاف جهت یکدیگر هستند و این متحرک یک بار تغییر جهت داده و قبل از رسیدن به مکان اولیهٔ خود متوقف می‌شود. کدام گزینه می‌تواند نمودار مکان ـ زمان این حرکت باشد؟

۱)


۲)


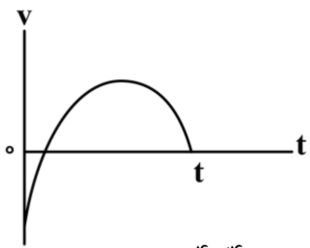
۳)


۴)


۱۰- معادلهٔ سرعت ـ زمان متحرکی که بر روی محور x حرکت می‌کند در بازهٔ زمانی $0 \le t \le 10s$ و در SI به‌صورت $v = -2t^2 + 16t - 33$ است. در این بازهٔ زمانی، نسبت اندازهٔ شتاب متوسط در قسمت کندشوندهٔ حرکت به‌اندازهٔ شتاب متوسط در قسمت تندشوندهٔ حرکت چقدر است؟

۱) $\frac{2}{3}$ ۲) $\frac{2}{5}$ ۳) $\frac{3}{2}$ ۴) $\frac{5}{2}$

۱۱- با توجه به نمودار سرعت ـ زمان زیر که قسمتی از یک سهمی است، مشخص کنید چه تعداد از موارد صحیح است؟



الف ـ شتاب متوسط در بازهٔ زمانی $[0-t]$ مثبت است.

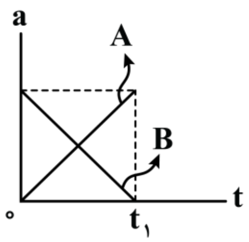
ب ـ شتاب متحرک در بازهٔ زمانی $[0-t]$ مثبت است.

ج ـ جهت حرکت متحرک یک‌بار تغییر کرده است.

د ـ شتاب اولیه بیش‌ترین مقدار شتاب متحرک در بازهٔ زمانی $[0-t]$ است.

۱) ۱ ۲) ۲ ۳) ۳ ۴) ۴

۱۲- نمودار شتاب ـ زمان دو متحرک A و B که از یک نقطه و از حال سکون بر روی مسیر مستقیمی شروع به حرکت می‌کنند، مطابق شکل است. کدام مورد درست است؟



۱) در بازهٔ زمانی صفر تا t_1، سرعت متوسط A از B کم‌تر است.

۲) در بازهٔ زمانی صفر تا t_1، شتاب متوسط A از B کم‌تر است.

۳) دو متحرک در لحظهٔ t_1 به‌هم می‌رسند.

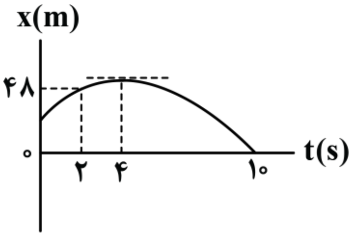
۴) در لحظهٔ t_1، تندی متحرک A کم‌تر از تندی متحرک B است.

محل انجام محاسبات

۱۳- معادلهٔ مکان ـ زمان متحرکی که روی محور x حرکت می‌کند در SI به‌صورت $x=-2t^2+10t+13$ است. در ۱۰ ثانیهٔ اول حرکت، چند ثانیه متحرک درحال دور شدن از مبدأ حرکت خود است؟

۱) ۲/۵ ۲) ۵ ۳) ۷/۵ ۴) ۸

۱۴- نمودار مکان ـ زمان متحرکی که با شتاب ثابت روی محور x حرکت می‌کند، به‌صورت شکل زیر است. شتاب متحرک چند متر بر مربع ثانیه است؟



۱) -۲ ۲) $-\frac{۲}{۳}$ ۳) $-\frac{۳}{۲}$ ۴) -۳

۱۵- متحرکی با شتاب ثابت بر روی محور x حرکت می‌کند. اگر سرعت متوسط این متحرک در ۲ ثانیهٔ سوم حرکت برابر با صفر باشد، چه تعداد از جملات زیر، نادرست است؟

الف ـ در ۵ ثانیهٔ اول، حرکت ابتدا کندشونده و سپس تندشونده است.

ب ـ در دو لحظه‌ای که متحرک از یک مکان معین عبور کرده است، شتاب‌ها هم‌اندازه و در خلاف جهت یکدیگر هستند.

ج ـ اندازهٔ جابه‌جایی در ۸ ثانیهٔ اول با اندازهٔ جابه‌جایی در ۲ ثانیهٔ پنجم برابر است.

د ـ مسافت طی‌شده در ثانیهٔ سوم، ۵ برابر مسافت طی‌شده در ثانیهٔ هفتم است.

۱) ۱ ۲) ۲ ۳) ۳ ۴) ۴

۱۶- خودرویی با سرعت $18\,\frac{km}{h}$ در امتداد مسیری مستقیم از چهارراهی می‌گذرد و تندی آن با شتاب $1\,\frac{m}{s^2}$ افزایش می‌یابد. سرعت این خودرو پس از $100\,m$ جابه‌جایی چند کیلومتر بر ساعت می‌شود؟

۱) ۱۵ ۲) ۲۵ ۳) ۵۴ ۴) ۹۰

۱۷- متحرکی با شتاب ثابت روی محور x حرکت می‌کند. جابه‌جایی این متحرک در ۱۰ ثانیهٔ اول حرکت برابر ۶۰۰ متر بوده و ۲۰ درصد این جابه‌جایی را در ۴ ثانیهٔ اول حرکت طی کرده است. شتاب این متحرک چند متر بر مربع ثانیه است؟

۱) ۲/۵ ۲) ۵ ۳) ۱۰ ۴) ۲۰

محل انجام محاسبات

۱۸- معادلهٔ مکان ـ زمان متحرکی که بر روی محور x حرکت می‌کند، در SI به‌صورت $x=\frac{1}{3}t^2-6t+10$ است. در کدام‌یک از بازه‌های زمانی زیر، مسافت طی‌شده توسط متحرک بیش‌تر از اندازهٔ جابه‌جایی آن است؟

الف ـ $t=1s$ تا $t=7s$ ب ـ $t=5s$ تا $t=12s$ ج ـ $t=8s$ تا $t=10s$

۱) «الف» و «ب» ۲) «الف» و «ج» ۳) «ب» و «ج» ۴) «الف»، «ب» و «ج»

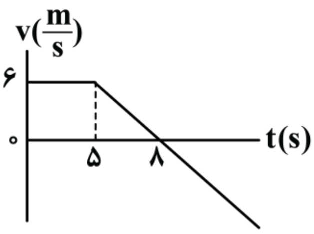
۱۹- معادلهٔ سرعت ـ مکان متحرکی که بر روی محور x درحال حرکت با شتاب ثابت است، در SI به‌صورت $v^2+5x=66$ است. اگر جابه‌جایی این متحرک در ۲ ثانیهٔ دوم حرکت ‎-۲۳m‎ باشد، بردار مکان اولیهٔ متحرک کدام است؟

۱) $(+10m)\vec{i}$ ۲) $(+5m)\vec{i}$ ۳) $(-10m)\vec{i}$ ۴) $(-5m)\vec{i}$

۲۰- اتومبیلی بر روی یک مسیر مستقیم درحال حرکت با سرعت ثابت $90\frac{km}{h}$ است. ناگهان راننده در فاصلهٔ ۱۰۰ متری، یک سرعت‌گیر را می‌بیند و پس از مدت‌زمان t اقدام به ترمز می‌کند. اگر با شتاب ثابت $4\frac{m}{s^2}$ ترمز بگیرد و با سرعت $18\frac{km}{h}$ از سرعت‌گیر عبور کند، t چند ثانیه است؟

۱) ۰/۸ ۲) ۱ ۳) ۱/۲ ۴) ۱/۵

۲۱- نمودار سرعت ـ زمان متحرکی که روی محور x حرکت می‌کند، به‌صورت شکل زیر است. اگر در $t=0$ بردار مکان متحرک $\vec{x}_0=(10m)\vec{i}$ باشد، در چه لحظه‌هایی برحسب ثانیه، فاصلهٔ متحرک از مبدأ مختصات برابر ۴۸m است؟



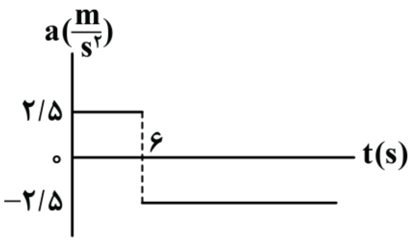
۱) ۶/۵ و ۹/۵
۲) ۷ و ۹
۳) ۶ و ۱۰
۴) ۷/۵ و ۸/۵

۲۲- متحرکی در یک مسیر مستقیم با شتاب ثابت از حال سکون شروع به حرکت کرده و پس از ۱۰ ثانیه، ترمز کرده و با شتاب ثابت پس از مدت‌زمان ۲ ثانیه از لحظهٔ ترمز کردن، می‌ایستد. اگر سرعت متوسط متحرک در کل مسیر حرکتش برابر $20\frac{m}{s}$ باشد، در ۴ ثانیهٔ آخر حرکتش، مسافت چند متر را طی کرده است؟

۱) ۴۰ ۲) ۷۲ ۳) ۱۱۲ ۴) ۱۵۲

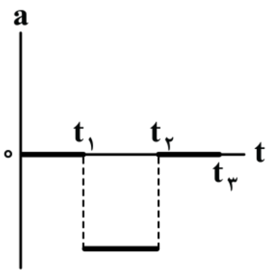
محل انجام محاسبات

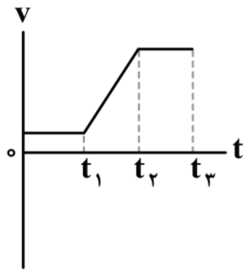
۲۳- نمودار شتاب ـ زمان حرکت متحرکی که بر روی محور x حرکت می‌کند، مطابق شکل زیر است. اگر این متحرک در لحظهٔ $t=10s$ برای دومین بار تغییر جهت بدهد، تندی متوسط آن در ۱۰ ثانیهٔ اول حرکت چند متر بر ثانیه است؟

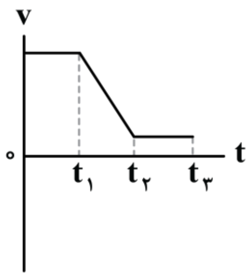


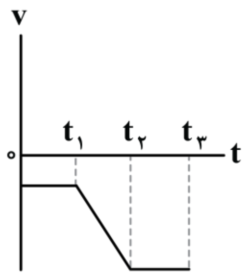
۱) ۳/۵
۲) ۴
۳) ۴/۵
۴) ۵

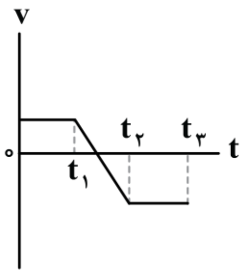
۲۴- نمودار شتاب ـ زمان متحرکی که همواره در جهت محور x حرکت می‌کند، مطابق شکل زیر است. کدام‌یک از گزینه‌های زیر می‌تواند نمودار سرعت ـ زمان مربوط به این متحرک باشد؟



۱)


۲)


۳)


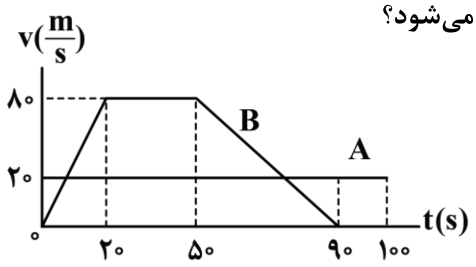
۴)


۲۵- متحرک A با شتاب $3\frac{m}{s^2}$ از حال سکون از مبدأ مکان شروع به حرکت می‌کند و پس از 4s به متحرک B که با سرعت $10\frac{m}{s}$ در همان جهت حرکت می‌کند، می‌رسد. اگر از این لحظه به بعد، متحرک B سرعت خود را با شتاب $5\frac{m}{s^2}$ افزایش دهد، از لحظهٔ شروع حرکت متحرک A تا لحظه‌ای که متحرک B از آن سبقت می‌گیرد، تندی متوسط متحرک A چند متر بر ثانیه است؟

۱) ۴ ۲) ۵ ۳) ۸ ۴) ۹

محل انجام محاسبات

۲۶- دو متحرک A و B از یک مکان بر روی محور x حرکت می‌کنند و نمودار سرعت ـ زمان آن‌ها مطابق شکل رسم شده است. از مبدأ زمان تا لحظهٔ $t=100s$، چند بار فاصلهٔ دو متحرک ۶۰m می‌شود؟



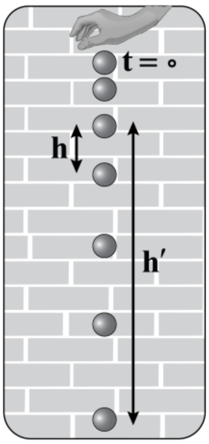
۱) ۱

۲) ۲

۳) ۳

۴) صفر

۲۷- در شکل زیر، گلوله‌ای در شرایط خلأ از حال سکون رها شده و جابه‌جایی گلوله در ثانیه‌های متوالی نشان داده شده است. نسبت $\frac{h}{h'}$ چقدر است؟ $(g=10\frac{m}{s^2})$



۱) $\frac{1}{4}$

۲) $\frac{1}{5}$

۳) $\frac{5}{21}$

۴) $\frac{5}{32}$

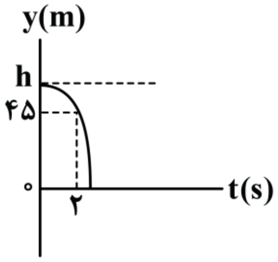
۲۸- در شرایط خلأ، گلوله‌ای از ارتفاع ۹۸ متری زمین رها می‌شود. سرعت این گلوله در ارتفاع ۸۰ متری سطح زمین چند برابر سرعت آن در لحظهٔ برخورد با سطح زمین است؟ $(g=10\frac{m}{s^2})$

۱) $\frac{1}{4}$ ۲) $\frac{3}{7}$ ۳) $\frac{7}{3}$ ۴) $\frac{2}{7}$

محل انجام محاسبات

۲۹- شکل زیر، نمودار مکان ـ زمان گلوله‌ای است که در شرایط خلأ از ارتفاع h رها شده است. ارتفاع h چند متر است؟

$(g=10\frac{m}{s^2})$



۱) ۲۰

۲) ۶۵

۳) ۷۰

۴) ۵۵

۳۰- گلوله‌ای را از ارتفاعی رها می‌کنیم و یک ثانیه بعد، گلولهٔ دوم را از 15m پایین‌تر رها می‌کنیم. اندازهٔ سرعت گلولهٔ دوم در لحظه‌ای که دو گلوله در یک ارتفاع هستند، چند متر بر ثانیه می‌باشد؟ ($g=10\frac{m}{s^2}$ و مقاومت هوا ناچیز است.)

۱) ۵ ۲) ۲۰ ۳) ۱۵ ۴) ۱۰

محل انجام محاسبات

ماز

دوست مازی من! سلام به جمع دوپینگی‌های کنکور ۱۴۰۵ خوش اومدی!
قراره کل نکات دروس اختصاصی رو به شکل تست و نکات پرتکرار در کمترین حجم با صرف کمترین زمان و انرژی مرور کنیم.
می‌خوام براتون توضیح بدم که چطوری از این دوره استفاده کنید:

۱ — قبل از شرکت در آزمون هر روز، با خوندن سریع کتاب درسی (و جزوه) یک دور اون فصل رو مرور کنید.

۲ — سپس در آزمون هر درس دوپینگ با شرایط شبیه‌ساز کنکور شرکت کنید.

صرف کمترین زمان ممکن

۳ — بلافاصله پس از ثبت گزینه‌های هر درس در سایت، فایل پاسخنامه + نکات پرتکرار فصل در اختیارتون قرار میگیره.

مرور سریع همه نکات

۴ — حالا سوالات آزمون رو چک کنید و ببینید کدوم سوالات رو اشتباه جواب دادید.

۵ — برای سوالاتی که اشتباه جواب دادید یا شک داشتید، پاسخنامه سوال رو به دقت بخونید و بعدش اون قسمت از کتاب درسی رو هم دقیق مطالعه کنید.

۶ — برای سوالاتی که درست جواب دادید، حتماً به بررسی سایر گزینه‌ها هم دقت کنید.

صرف کمترین انرژی ممکن

۷ — در برنامه دوپینگ، هم برای دروس عمومی و هم برای دروس تخصصی، امتحانات شبیه ساز نهایی دارید، و برای مطالعه تشریحی هم برنامه‌ریزی می کنید.

در دوره دوپینگ:

- در آزمون هر یک از دروس اختصاصی می‌توانید به صورت جداگانه شرکت کنید و بلافاصله پس از وارد کردن پاسخ‌های کلیدی در سایت، دفترچه پاسخ اون درس در اختیارتون قرار می‌گیره.
- محدودیت زمان برای شرکت در آزمون ندارید و از ۸ صبح تا ۸ شب می‌تونید در آزمون شرکت کنید.
- تمرکز بر روی پوشش همه نکات هر مبحث در یک آزمون با تست‌های تالیفی ماز

گروه آزمایشی علوم ریاضی و فنی

آزمون دوپینگ ماز | پایهٔ دوازدهم

دفتـــرچه پـــاسخ

سه‌شنبه ۲۹ اردیبهشت‌ماه ۱۴۰۵

فیزیک

ویژهٔ کنکوری‌های ۱۴۰۵

درس	مسئول درس	طراحان	ویراستاران
فیزیک	سجاد صادقی‌زاده سعید احمدی	سعید احمدی - سجاد صادقی‌زاده محمدجواد سورچی - محسن قندچلر مصطفی واثقی - امیرحسین اکبری زهره آقامحمدی - آروین صالحی حسین عبدوی‌نژاد - مهدی پارسا	مروارید شاه‌حسینی حنا خلعتبری

فصل‌های ۱و۲ دهم	فصل‌های ۳،۴و۵ دهم	فصل ۱ یازدهم	فصل ۲ یازدهم	فصل‌های ۳و۴ یازدهم	فصل ۱ دوازدهم	فصل ۲ دوازدهم	فصل‌های ۳و۴ دوازدهم	فصل‌های ۵و۶ دوازدهم

مسیر حرفه‌ای جمع‌بندی تا کنکور ۱۴۰۵

برای شباهت حداکثری به کنکور، صفحه‌آرایی، فونت و حتی اندازهٔ متن در تمامی آزمون‌های ماز، کاملاً یکسان با استاندارد دفترچه‌های کنکور درنظر گرفته می‌شود.

دوپینگ ماز

راهنمای پاسخنامه آزمون ها

پاسخ: گزینهٔ ۱ (متوسط) ـ خط به خط ـ استاندارد ـ صفحهٔ ۳ تا ۶ ـ ۱۰۰۱)

زمان پاسخگویی:
سریع (زیر ۱ دقیقه) | استاندارد (۱-۲ دقیقه) | زمان‌بر (بیشتر از ۲ دقیقه).

سطح سؤال:
آسان (اعتمادبه‌نفس) | متوسط (محک جدی) | دشوار (چالش رشد).

هشتگ سوال:
شماره درس + شماره پایه
دسته‌بندی راحت‌تر سؤالات

سبک سؤال:
خط به خط (متن کتاب) | ترکیبی (چند مبحث) | محاسباتی (فرمول ودقت) | مفهومی (درک عمیق).

شماره صفحه:
منبع اصلی رو راحت پیدا کنید.

ویژگی های آزمون دوپینگ

بررسی سریع
«با یک نگاه حرفه‌ای، دلیلِ درست بودن یا نبودن گزینه‌ها را در لحظه ببینید و بدون اتلاف وقت، پرونده هر سؤال را با یادگیری کامل ببندید!»

پاسخنامه کامل
«یک نقشهٔ راهِ دقیق و گام به گام که پیچیده‌ترین مسائل موضوع را باز می‌کند تا هیچ ابهامی در مسیر موفقیت‌تان باقی نماند.»

نکات و دام‌های کنکوری
«در دام سوالات نیفتید! ما ترفندهای طراحان سوال و مفاهیم کلیدی رو بهتون یاد می‌دیم تا با آمادگی کامل، همه سوالات رو جواب بدید.»

کپسول دوپینگ
آمادهٔ یک انفجار یادگیری باشید!
«با "کپسول دوپینگ" کلید موفقیت در دستان شماست! با مرور سریع و کاربردی نکات، از پس هر سوالی برآیید و در آزمون‌ها بدرخشید!»

داشبورد دوپینگ

مبحث	وضعیت این آزمون	سطح دشواری این آزمون	آخرین وضعیت کنکور ۱۴۰۴
مفاهیم حرکت‌شناسی (سرعت، تندی و ...) و نمودار مکان ـ زمان	سؤالاتی مشابه تمرین‌های کتاب و کنکورهای گذشته	★★	عدم طرح تست
مفاهیم شتاب و نمودار سرعت ـ زمان	ترکیبی از سؤالات خلاقانه و مشابه کنکور	★★★★	یک تست از محاسبهٔ شتاب متوسط از معادلهٔ سرعت ـ زمان
حرکت با سرعت ثابت	ترکیبی از سؤالات خلاقانه و مشابه کنکور	★★★	عدم طرح تست
حرکت با شتاب ثابت	ترکیبی از سؤالات چالشی و مثال‌های کتاب درسی	★★★★	یک تست از محاسبهٔ سرعت متوسط در حرکت شتاب ثابت + یک تست از نمودار مکان ـ زمان حرکت با شتاب ثابت + سه تست از حرکت دو متحرک با شتاب ثابت
حرکت چندمرحله‌ای	سؤالاتی مشابه با کنکورهای اخیر	★★★	عدم طرح تست
سقوط آزاد	سؤالاتی مشابه با کنکورهای اخیر	★★★	یک سؤال از سقوط آزاد یک گلوله یک سؤال از سقوط آزاد چند گلوله

توصیه‌های دوپینگ

اگر زمان کمی دارید...

روش حل مسائل حرکت‌شناسی به کمک نمودار سرعت ـ زمان را یاد بگیرید. این روش در عین سادگی برای حل بسیاری از سؤال‌ها کاربردی است و درصورتی‌که زمان کمی برای بررسی این فصل دارید، مناسب شماست.

اگر دنبال درس‌های آسان‌تر هستید...

به مفاهیم اولیهٔ حرکت، نمودارها و حرکت با سرعت ثابت (صفحه‌های ۱ تا ۱۵ کتاب درسی) بپردازید و از بررسی مسائل دشوار حرکت با شتاب ثابت پرهیز کنید.

پیش‌بینی طراح...

۱- سؤال کیفی و مفهومی از نمودارهای مکان ـ زمان و سرعت ـ زمان
۲- نمودار حرکت دو متحرک با سرعت ثابت
۳- سؤال محاسباتی از نمودار سرعت ـ زمان حرکت چندمرحله‌ای
۴- سقوط آزاد دو گلوله

سخن مسئول درس

سلام به دانش‌آموزان پرتلاشِ ریاضی

فصل حرکت‌شناسی از فصل‌های دشوار و پرتست کنکور است که با توجه به تعداد تست‌های آن در کنکور (۴ تست) و سهم آن در امتحان نهایی (حدود ۴ نمره)، از مهم‌ترین فصل‌های درس فیزیک محسوب می‌شود. با بررسی این آزمون می‌توانید یک دورهٔ کامل از مهم‌ترین مباحث این فصل داشته باشید و در آستانهٔ کنکور و آزمون نهایی، خود را برای کسب نتیجهٔ عالی آماده کنید.

سجاد صادقی‌زاده - سعید احمدی

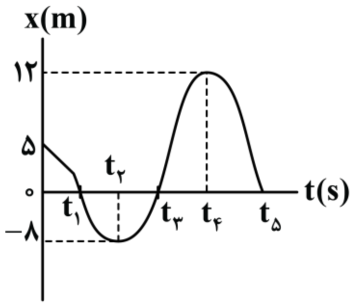
۱- نمودار مکان ـ زمان حرکت متحرکی که بر روی محور x حرکت می‌کند، مطابق شکل زیر است. این متحرک از لحظه‌ای که برای اولین بار بردار مکان آن تغییر جهت می‌دهد تا لحظه‌ای که برای دومین بار جهت حرکت آن تغییر می‌کند، چند متر جابه‌جا شده است؟

۱) ۷

۲) ۸

۳) ۱۲

۴) ۲۰



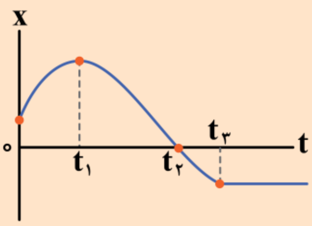
پاسخ: گزینهٔ ۳ (آسان ـ مفهومی ـ سریع ـ صفحهٔ ۶ ـ ۱۴۰۱)

با توجه به نمودار مکان ـ زمان حرکت متحرک، درمی‌یابیم لحظه‌ای که برای اولین بار بردار مکان تغییر جهت می‌دهد، لحظهٔ t_1 و لحظه‌ای که متحرک برای دومین بار تغییر جهت می‌دهد، لحظهٔ t_4 است.

متحرک در این بازهٔ زمانی از مکان $x = 0$ به مکان $x = 12m$ رسیده است، درنتیجه جابه‌جایی متحرک در این بازهٔ زمانی برابر با $12m$ است.

کپسول دوپینگ | نمودار مکان ـ زمان

نمودار مکان ـ زمان مقابل را درنظر بگیرید.



مطالب زیر از نمودار مکان ـ زمان قابل استنباط است:

الف) مکان متحرک در هرلحظه: مکان متحرک در بازهٔ زمانی صفر تا t_2، مثبت و از لحظهٔ t_2 به بعد منفی است؛ به عبارت دیگر، بردار مکان در بازهٔ صفر تا t_2 در جهت محور x است و از لحظهٔ t_2 به بعد، بردار مکان در خلاف جهت محور x است.

ب) لحظات عبور متحرک از مبدأ مکان: هنگامی‌که نمودار محور افقی را قطع می‌کند، متحرک از مبدأ مکان عبور کرده است. به‌عنوان مثال در نمودار بالا، در لحظهٔ t_2، متحرک از مبدأ مکان عبور کرده است.

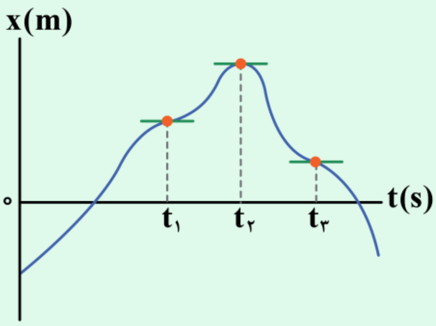
پ) سرعت حرکت: شیب نمودار مکان ـ زمان نشان‌دهندهٔ سرعت متحرک است. در نمودار فوق، در بازهٔ صفر تا t_1، سرعت مثبت است، در بازهٔ t_1 تا t_3 منفی است و از t_3 به بعد، سرعت صفر است و متحرک ساکن است.

ت) سرعت متوسط: اگر هر دو نقطه از نمودار را با خط راست به‌هم وصل کنیم، شیب این خط برابر سرعت متوسط بین این دو لحظه است.

ث) لحظات تغییر جهت: در نقاط اکسترمم نسبی (قله - دره) نمودار متحرک تغییر جهت می‌دهد. به‌عنوان مثال در نمودار بالا، متحرک در لحظهٔ t_1 تغییر جهت می‌دهد.

نکتهٔ ۱

در حرکت بر روی خط راست، هر توقفی با تغییر جهت همراه نیست. توقف می‌تواند همراه با تغییر جهت (قله - دره) نمودار $x-t$ یا بدون تغییر جهت (جایی که شیب نمودار $x-t$ صفر است ولی قله - دره نیست) باشد. به‌عنوان مثال در شکل زیر، متحرک در لحظات t_1، t_2 و t_3 متوقف شده ولی تنها در لحظهٔ t_2 تغییر جهت حرکت داریم.



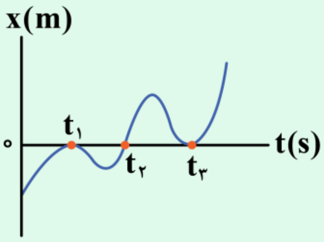
نکته ۲

در حرکت بر خط راست، هرلحظه‌ای که متحرک در مکان $x = 0$ قرار دارد، به این معنی نیست که بردار مکان متحرک تغییر جهت داده است، درواقع وقتی متحرک در مکان $x = 0$ (مبدأ مکان) قرار دارد، دو حالت داریم:

۱- اگر متحرک از مبدأ مکان عبور کند (نمودار $x - t$ محور t را قطع کند)، در آن لحظه تغییر جهت بردار مکان داریم.

۲- اگر متحرک به مبدأ مکان رسیده باشد و از آن عبور کند (نمودار $x - t$ به محور t برخورد کند ولی آن را قطع نکند)، در آن لحظه جهت بردار مکان تغییر نمی‌کند.

به‌عنوان مثال در شکل زیر، متحرک در لحظه‌های t_1، t_2 و t_3 در مبدأ مکان قرار دارد ولی فقط در لحظهٔ t_2، تغییر جهت بردار مکان (عبور از مبدأ مکان) را داریم.



۲- اگر سرعت متوسط متحرکی در ثانیهٔ هفتم حرکت در SI، $-4i$ باشد و در سه ثانیهٔ سوم حرکت در SI، $3i$ باشد، سرعت متوسط آن طی بازهٔ زمانی $t_1 = 7s$ تا $t_2 = 9s$ چند متر بر ثانیه است؟

۱) $-2/5i$ ۲) $+2/5i$ ۳) $-6/5i$ ۴) $+6/5i$

پاسخ: گزینهٔ ۴ (آسان ـ محاسباتی ـ استاندارد ـ صفحهٔ ۳ ـ ۱۴۰۱)

$$v_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t} \Rightarrow \begin{cases} \text{ثانیهٔ هفتم}: [6s - 7s] \Rightarrow -4 = \dfrac{x_7 - x_6}{1} \Rightarrow x_7 - x_6 = -4 \\ \text{سه ثانیهٔ سوم}: [6s - 9s] \Rightarrow 3 = \dfrac{x_9 - x_6}{3} \Rightarrow x_9 - x_6 = 9 \end{cases}$$

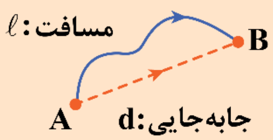
اگر دو رابطهٔ بالا را تفریق کنیم، جابه‌جایی در بازهٔ $t_1 = 7s$ تا $t_2 = 9s$ به‌دست می‌آید:

$$x_9 - x_6 - [x_7 - x_6] = 9 - (-4) \Rightarrow x_9 - x_7 = 13$$

$$v_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t} \xrightarrow{t_2=9s \text{ تا } t_1=7s} v_{av} = \frac{x_9 - x_7}{2} = \frac{13}{2} = 6/5\frac{m}{s} \Rightarrow \vec{v}_{av} = (6/5\frac{m}{s})\vec{i}$$

کپسول دوپینگ | مقایسهٔ مسافت و جابه‌جایی، تندی متوسط و سرعت متوسط

۱- در شکل زیر، متحرک از مسیر نشان‌داده‌شده از A به B می‌رود. در این صورت، طول مسیر واقعی برابر مسافت طی‌شده است و طول پاره‌خطی که A را به B وصل می‌کند، برابر اندازهٔ جابه‌جایی متحرک است (درواقع جابه‌جایی، کوتاه‌ترین مسافت میان دو نقطه است). به شکل زیر دقت کنید:



۲- مسافت، کمیتی نرده‌ای است؛ درحالی‌که جابه‌جایی، کمیتی برداری است و جهت دارد.

۳- یکای مسافت و جابه‌جایی، هر دو در SI برابر متر (m) است.

۴- اندازهٔ جابه‌جایی همواره کوچک‌تر یا مساوی مسافت طی‌شده است.

$$|\vec{d}| \le \ell$$

۵- در شرایطی جابه‌جایی و مسافت هم‌اندازه هستند که متحرک تغییر جهت ندهد و روی خط راست حرکت کند.

۶- با تقسیم مسافت طی‌شده بر زمان حرکت، تندی متوسط حرکت به‌دست می‌آید:

$$s_{av} = \frac{\text{مسافت}}{\text{زمان}} = \frac{\ell}{\Delta t}$$

۷- با تقسیم جابه‌جایی بر زمان حرکت، سرعت متوسط به‌دست می‌آید:

$$\vec{v}_{av} = \frac{\text{بردار جابه‌جایی}}{\text{زمان}} = \frac{\vec{d}}{\Delta t}$$

۸- تندی متوسط، کمیتی نرده‌ای است، درحالی‌که سرعت متوسط، کمیتی برداری است.

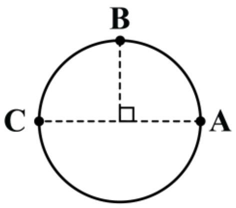
۹- اندازهٔ سرعت متوسط همواره کوچک‌تر یا مساوی تندی متوسط است. هنگامی این دو کمیت هم‌اندازه هستند که متحرک روی مسیر مستقیم بدون تغییر جهت حرکت کند.

۱۰- در حرکت بر روی محور x برای محاسبهٔ جابه‌جایی و سرعت متوسط داریم:

$$\vec{d} = \Delta\vec{x} = \vec{x}_۲ - \vec{x}_۱$$

$$\Rightarrow \vec{v}_{av} = \frac{\Delta\vec{x}}{\Delta t}$$

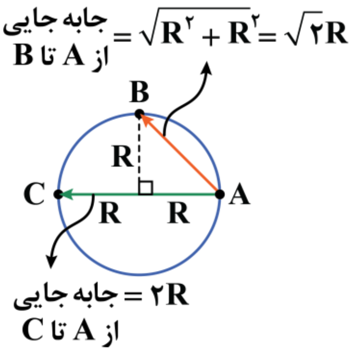
۳- در شکل زیر، متحرکی بر روی مسیری دایره‌ای به‌صورت پادساعتگرد از نقطهٔ A تا B و سپس تا نقطهٔ C حرکت می‌کند. نسبت مسافت طی‌شده به اندازهٔ جابه‌جایی در مسیر A تا B برابر k و نسبت مسافت طی‌شده به اندازهٔ جابه‌جایی در مسیر A تا C برابر k′ است. نسبت $\frac{k}{k'}$ کدام است؟



۱) $\sqrt{۲}$
۲) $\frac{\sqrt{۲}}{۲}$
۳) $\frac{۱}{۲}$
۴) $\frac{\sqrt{۲}}{۴}$

پاسخ: گزینهٔ ۲ **(متوسط ـ محاسباتی ـ استاندارد ـ صفحهٔ ۳ ـ ۱۴۰۱)**

مسافت طی‌شده برابر طول کمان طی‌شده روی دایره است و اندازهٔ جابه‌جایی برابر طول پاره‌خطی است که مبدأ را به مقصد وصل می‌کند.



مسیر A تا B:

$$k = \frac{\text{مسافت}}{\text{اندازهٔ جابه‌جایی}} = \frac{\frac{۱}{۴}(۲\pi R)}{\sqrt{۲}R} = \frac{\pi}{۲\sqrt{۲}} = \frac{\sqrt{۲}\pi}{۴}$$

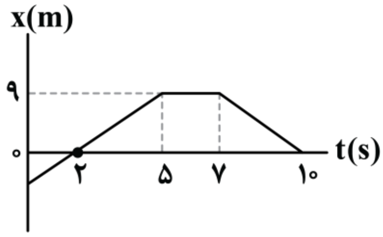
مسیر A تا C:

$$k' = \frac{\text{مسافت}}{\text{اندازهٔ جابه‌جایی}} = \frac{\frac{۱}{۲}(۲\pi R)}{۲R} = \frac{\pi}{۲}$$

بنابراین نسبت خواسته‌شده برابر است با:

$$\frac{k}{k'} = \frac{\frac{\sqrt{۲}\pi}{۴}}{\frac{\pi}{۲}} = \frac{\sqrt{۲}}{۲}$$

۴- با توجه به نمودار مکان ـ زمان زیر که مربوط به حرکت متحرکی بر روی محور x است، شتاب متوسط متحرک در بازهٔ زمانی $t_1 = ۳s$ تا $t_2 = ۹s$ چند متر بر مربع ثانیه است؟



۱) صفر
۲) -۱
۳) $-\frac{۱}{۳}$
۴) $\frac{۱}{۳}$

پاسخ: گزینهٔ ۲ (آسان ـ محاسباتی ـ استاندارد ـ صفحهٔ ۱۱ ـ ۱۴۰۱)

راه نجات سریع

اول با کمک شیب نمودار مکان ـ زمان، سرعت رو توی لحظه‌های موردنظر به‌دست بیار، بعد به کمک رابطهٔ $a_{av} = \frac{\Delta v}{\Delta t}$ شتاب متوسط رو پیدا کن.

از طریق شیب نمودار مکان ـ زمان می‌توانیم به سرعت لحظات $t_1 = ۳s$ و $t_2 = ۹s$ برسیم:

$$۰ - ۵s \text{ شیب خط: } v_۳ = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{۹}{۵-۲} = ۳\frac{m}{s}$$

$$۷s - ۱۰s \text{ شیب خط: } v_۹ = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{-۹}{۱۰-۷} = -۳\frac{m}{s}$$

$$a_{av} = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{v_۹ - v_۳}{۶} = \frac{-۳-۳}{۶} = -۱\frac{m}{s^۲}$$

۵- متحرکی با سرعت ثابت $۳۶\frac{km}{h}$ درحال حرکت در جهت محور x است. اگر بردار مکان این متحرک در لحظهٔ $t = ۵s$، دو برابر بردار مکان آن در لحظهٔ $t = ۳s$ باشد، متحرک در چه لحظه‌ای در مکان $x = ۵۰m$ قرار دارد؟

۱) $t = ۳s$
۲) $t = ۴s$
۳) $t = ۵s$
۴) $t = ۶s$

پاسخ: گزینهٔ ۴ (آسان ـ محاسباتی ـ استاندارد ـ صفحهٔ ۱۳ ـ ۱۴۰۱)

با توجه به این‌که متحرک با سرعت ثابت حرکت می‌کند، می‌توانیم بنویسیم:

$$x = vt + x_0 \xrightarrow{v = ۳۶\frac{km}{h} = ۱۰\frac{m}{s}} x = ۱۰t + x_0$$

$$\begin{cases} t_1 = ۳s : x_1 = ۱۰(۳) + x_0 = x_0 + ۳۰ \\ t_2 = ۵s : x_2 = ۱۰(۵) + x_0 = x_0 + ۵۰ \end{cases}$$

$$\frac{x_2}{x_1} = \frac{x_0 + ۵۰}{x_0 + ۳۰} = ۲ \Rightarrow ۲x_0 + ۶۰ = x_0 + ۵۰ \Rightarrow x_0 = -۱۰m$$

$$\Rightarrow x = ۱۰t - ۱۰ \xrightarrow{x = ۵۰m} ۵۰ = ۱۰t - ۱۰ \Rightarrow ۱۰t = ۶۰ \Rightarrow t = ۶s$$

کپسول دوپینگ | معادلهٔ مکان ـ زمان در حرکت با سرعت ثابت

$$\text{مکان در لحظهٔ } t \leftarrow x = \overset{\text{سرعت}}{v}\,\underset{\text{زمان}}{t} + x_0 \rightarrow \text{مکان اولیه}$$

کپسول دوپینگ | معادلهٔ جابه‌جایی ـ زمان حرکت با سرعت ثابت

$$\text{جابه‌جایی} \leftarrow \Delta x = \overset{\overset{\text{سرعت}}{\uparrow}}{v}\underset{\underset{\text{زمان سپری‌شده}}{\downarrow}}{\Delta t}$$

چون جهت حرکت ثابت است، در این رابطه اندازهٔ Δx برابر مسافت طی‌شده می‌باشد.

چگونه با استفاده از مکان متحرک در دو لحظهٔ $t_۱$ و $t_۲$، معادلهٔ مکان ـ زمان حرکت با سرعت ثابت را به‌دست آوریم؟

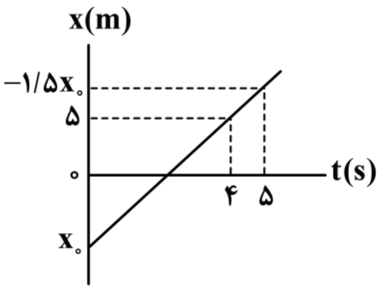
۱- در معادلهٔ مکان ـ زمان حرکت با سرعت ثابت یعنی $x = vt + x_\circ$ به‌جای t و x مقادیرشان را در دو نقطه جایگذاری می‌کنیم.

۲- با استفاده از دستگاه دو معادله - دو مجهول، مقادیر $x_\circ$ و v را به‌دست می‌آوریم.

۳- طبق رابطهٔ $x = vt + x_\circ$، با داشتن v و $x_\circ$ معادلهٔ $x - t$ را می‌نویسیم.

ماز

۶- **نمودار مکان ـ زمان متحرکی که بر روی محور x حرکت می‌کند، مطابق شکل زیر است. تندی متوسط این متحرک در ۵ ثانیهٔ دوم حرکت چند متر بر ثانیه است؟**



۱) ۱/۵

۲) ۲/۵

۳) ۳

۴) ۵

پاسخ: گزینهٔ ۲ **(متوسط ـ محاسباتی ـ استاندارد ـ صفحهٔ ۱۳ ـ ۱۴۰۱)**

با توجه به نمودار مکان ـ زمان خطی متحرک، درمی‌یابیم که حرکت آن با سرعت ثابت است. از طرفی، با توجه به مکان متحرک در دو لحظهٔ $t_۱ = ۴s$ و $t_۲ = ۵s$ می‌توانیم بنویسیم:

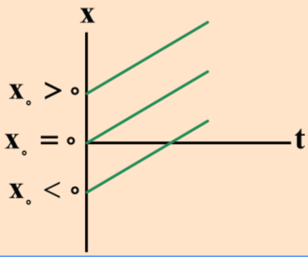
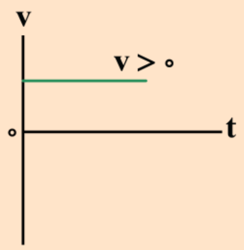
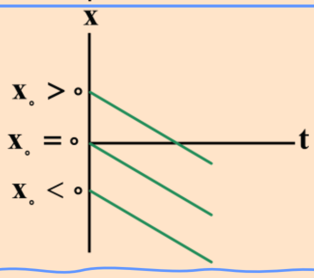
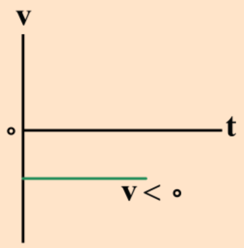
$$x = vt + x_\circ \Rightarrow \begin{cases} ۵ = v(۴) + x_\circ \quad (۱) \\ -۱/۵x_\circ = v(۵) + x_\circ \quad (۲) \end{cases}$$

$$(۲): -۱/۵x_\circ = ۵v + x_\circ \Rightarrow -۲/۵x_\circ = ۵v \Rightarrow x_\circ = -۲v$$

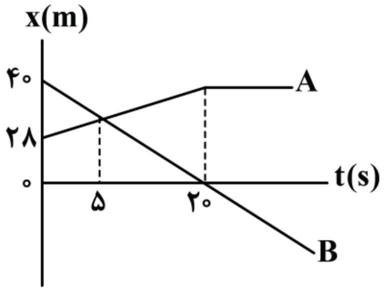
$$(۱): ۵ = ۴v + x_\circ \xrightarrow{x_\circ = -۲v} ۵ = ۴v - ۲v \Rightarrow ۲v = ۵ \Rightarrow v = ۲/۵\frac{m}{s}$$

بنابراین با توجه به این‌که حرکت متحرک با سرعت ثابت $۲/۵\frac{m}{s}$ است، درمی‌یابیم تندی متوسط متحرک در هر بازهٔ زمانی برابر با مقدار سرعت متحرک یعنی $۲/۵\frac{m}{s}$ است.

کپسول دوپینگ | نمودارهای حرکت با سرعت ثابت

نوع حرکت / معادله	مکان ـ زمان $x = vt + x_0$	سرعت ـ زمان $v =$ ثابت
حرکت یکنواخت در جهت محور x		
حرکت یکنواخت در خلاف جهت محور x		

۷- نمودار مکان ـ زمان دو متحرک A و B که بر روی خط راست حرکت می‌کنند، مطابق شکل زیر است. در لحظه‌ای که متحرک A متوقف می‌شود، فاصلهٔ دو متحرک از هم چند متر است؟



۱) ۳۲

۲) ۳۶

۳) ۳۸

۴) ۴۰

پاسخ: گزینهٔ ۲ (متوسط ـ استدلالی ـ استاندارد ـ صفحهٔ ۱۴ ـ ۱۴۰۱)

گام اول

با توجه به نمودار مکان ـ زمان دو متحرک داریم:

$$v_B = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{0-40}{20-0} = -2\frac{m}{s} \Rightarrow x_B = v_B t + x_{0B} = -2t + 40 \xrightarrow{t=5s} x = -2(5) + 40 = 30m$$

$$t = 5s : x_A = x_B = 30m$$

گام دوم

معادلهٔ مکان ـ زمان متحرک A را در ۲۰ ثانیهٔ اول می‌نویسیم:

$$(0-20s): v_A = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{30-28}{5-0} = \frac{2}{5} = 0/4\frac{m}{s} \Rightarrow x_A = v_A t + x_{0A} = 0/4t + 28$$

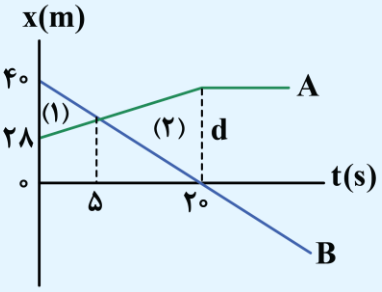
حالا فاصلهٔ دو متحرک را در لحظه‌ای که متحرک A متوقف شده است، به‌دست می‌آوریم:

$$t = ۲۰s: \begin{cases} x_B = ۰ \\ x_A = ۰/۴t + ۲۸ \xrightarrow{t=۲۰s} x_A = ۰/۴(۲۰) + ۲۸ = ۳۶m \end{cases}$$

$$\Rightarrow d = |x_A - x_B| = ۳۶ - ۰ = ۳۶m$$

راهنمای زرنگ‌بازی

با توجه به تشابه دو مثلث در نمودار مکان ـ زمان داریم:



$$\frac{۱۲}{d} = \frac{۵}{۲۰-۵} \Rightarrow d = ۳۶m$$

کپسول دوپینگ | حرکت دو متحرک با سرعت ثابت چگونه بررسی می‌شود؟

هنگامی که دو متحرک به‌صورت هم‌زمان بر روی محور x حرکت می‌کنند، برای بررسی حرکت آن‌ها کافی است معادلهٔ مکان ـ زمان آن‌ها را بنویسیم و سپس با بررسی معادلات نوشته‌شده به سؤال پاسخ دهیم. مهم‌ترین چیزهایی که ممکن است از ما پرسیده شود، موارد زیر است:

۱- لحظهٔ به‌هم رسیدن دو متحرک: برای پیداکردن لحظهٔ به‌هم رسیدن دو متحرک، کافی است معادلهٔ مکان ـ زمان آن‌ها را باهم برابر قرار دهیم.

معادلهٔ مکان ـ زمان A: $x_A = v_A t + x_{\circ A}$

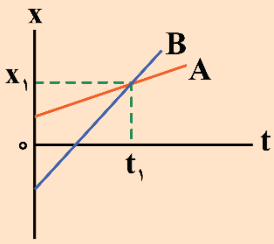
معادلهٔ مکان ـ زمان B: $x_B = v_B t + x_{\circ B}$

شرط به‌هم رسیدن دو متحرک: $x_A = x_B \Rightarrow v_A t + x_{\circ A} = v_B t + x_{\circ B}$

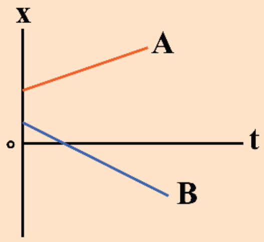
۲- محاسبهٔ فاصلهٔ دو متحرک: فاصلهٔ دو متحرک به معنی قدر مطلق اختلاف معادلهٔ مکان ـ زمان آن‌ها است؛ بنابراین در سؤالاتی که می‌خواهیم فاصلهٔ دو متحرک را به‌دست آوریم، ابتدا معادلهٔ مکان ـ زمان دو متحرک را می‌نویسیم، سپس قدر مطلق اختلاف مکان آن‌ها را محاسبه می‌کنیم.

فاصلهٔ دو متحرک از هم: $d = |x_A - x_B| \xrightarrow[x_B = v_B t + x_{\circ B}]{x_A = v_A t + x_{\circ A}} d = |v_A t + x_{\circ A} - (v_B t + x_{\circ B})|$

۳- نمودار مکان ـ زمان دو متحرک: گاهی در بررسی حرکت دو متحرک با سرعت ثابت، نمودار مکان ـ زمان آن‌ها رسم می‌شود. هنگامی که دو نمودار یکدیگر را قطع می‌کنند، دو متحرک به‌هم می‌رسند.



دو متحرک در لحظهٔ $t_۱$ و مکان $x_۱$ به هم می‌رسند.
(فاصلهٔ دو متحرک ابتدا کاهش و سپس افزایش می‌یابد.)



دو متحرک هیچ‌گاه به هم نمی‌رسند.
(فاصلهٔ دو متحرک همواره افزایش می‌یابد.)

۸- سه متحرک A، B و C با تندی‌های ثابت $v_A = ۶۰\frac{m}{s}$، v_B و v_C در جهت محور x از مبدأ مشترکی به سمت مقصد معینی حرکت می‌کنند. اگر ابتدا متحرک A به مقصد برسد و سپس در بازه‌های زمانی برابر، به‌ترتیب متحرک‌های B و C به مقصد برسند، تندی متحرک‌های B و C کدام مقادیر می‌تواند باشد؟

۱) $v_C = ۱۵\frac{m}{s}\ ,\ v_B = ۳۰\frac{m}{s}$ ۲) $v_C = ۱۲\frac{m}{s}\ ,\ v_B = ۲۰\frac{m}{s}$

۳) $v_C = ۱۰\frac{m}{s}\ ,\ v_B = ۴۰\frac{m}{s}$ ۴) $v_C = ۸\frac{m}{s}\ ,\ v_B = ۱۵\frac{m}{s}$

پاسخ: گزینهٔ ۲ (سخت ـ استدلالی ـ استاندارد ـ صفحهٔ ۱۳ ـ ۱۴۰۱)

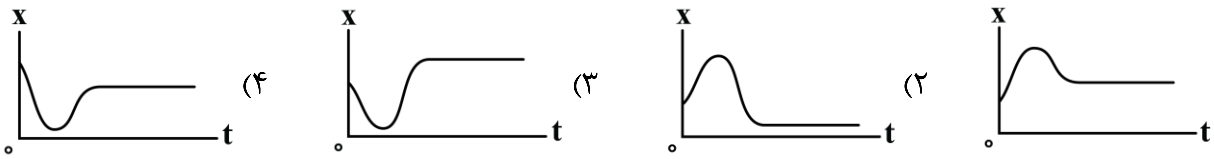
مبدأ و مقصد هر سه متحرک، مشترک است، پس مسیر یکسانی را طی می‌کنند. اگر متحرک B، به مدت Δt_{AB} ثانیه دیرتر از A به مقصد برسد و متحرک C به مدت Δt_{BC} ثانیه دیرتر از B به مقصد برسد، داریم:

$$\Delta t_{AB} = \Delta t_{BC} \xrightarrow{t=\frac{L}{v}} \frac{L}{v_B} - \frac{L}{v_A} = \frac{L}{v_C} - \frac{L}{v_B}$$

$$\Rightarrow \frac{۱}{v_B} - \frac{۱}{۶۰} = \frac{۱}{v_C} - \frac{۱}{v_B} \Rightarrow \frac{۲}{v_B} - \frac{۱}{v_C} = \frac{۱}{۶۰}$$

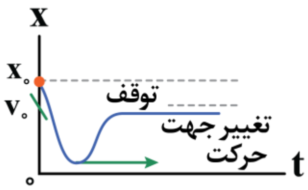
از بین گزینه‌ها، تندی‌های گزینهٔ (۲) در معادلهٔ بالا صدق می‌کنند.

۹- متحرکی بر روی محور x در حرکت است. بردار مکان اولیه و سرعت اولیهٔ این متحرک خلاف جهت یکدیگر هستند و این متحرک یک بار تغییر جهت داده و قبل از رسیدن به مکان اولیهٔ خود متوقف می‌شود. کدام گزینه می‌تواند نمودار مکان ـ زمان این حرکت باشد؟



پاسخ: گزینهٔ ۴ (آسان ـ مفهومی ـ سریع ـ صفحهٔ ۶ ـ ۱۴۰۱)

طبق نمودار $x_0 > ۰$ و $v_0 < ۰$ [شیب] است، پس بردار مکان و سرعت اولیه خلاف جهت یکدیگر هستند و همچنین متحرک تنها یک‌بار تغییر جهت داده است و قبل از رسیدن به مکان اولیه متوقف شده است.



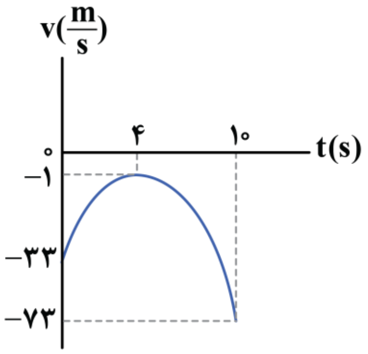
۱۰- معادلهٔ سرعت ـ زمان متحرکی که بر روی محور x حرکت می‌کند در بازهٔ زمانی $۰ \le t \le ۱۰s$ و در SI به‌صورت $v = -۲t^۲ + ۱۶t - ۳۳$ است. در این بازهٔ زمانی، نسبت اندازهٔ شتاب متوسط در قسمت کندشوندهٔ حرکت به‌اندازهٔ شتاب متوسط در قسمت تندشوندهٔ حرکت چقدر است؟

۱) $\frac{۲}{۳}$ ۲) $\frac{۲}{۵}$ ۳) $\frac{۳}{۲}$ ۴) $\frac{۵}{۲}$

پاسخ: گزینهٔ ۱ (متوسط ـ محاسباتی ـ استاندارد ـ صفحهٔ ۱۱ ـ ۱۴۰۱)

با رسم نمودار سرعت ـ زمان، بازه‌های زمانی کندشونده و تندشوندهٔ این حرکت را تعیین کرده و شتاب متوسط را در هر یک از آن‌ها محاسبه می‌کنیم.

$$v=-۲t^۲+۱۶t-۳۳=-۲(t^۲-۸t+۱۶)-۱=-۲(t-۴)^۲-۱$$



همان‌طور که از نمودار مشخص است، در بازهٔ زمانی $۰\le t\le ۴s$، نمودار به محور زمان نزدیک شده و حرکت کندشونده است و در بازهٔ $۴s<t\le ۱۰s$، نمودار از محور زمان دور شده و حرکت تندشونده است.

$$\begin{cases}(a_{av})_{\text{کندشونده}}=\dfrac{v_۴-v_۰}{۴-۰}=\dfrac{(-۱)-(-۳۳)}{۴}=۸\dfrac{m}{s^۲}\\[2ex](a_{av})_{\text{تندشونده}}=\dfrac{v_{۱۰}-v_۴}{۱۰-۴}=\dfrac{(-۷۳)-(-۱)}{۶}=-۱۲\dfrac{m}{s^۲}\end{cases}\Rightarrow\left|\dfrac{(a_{av})_{\text{کندشونده}}}{(a_{av})_{\text{تندشونده}}}\right|=\left|\dfrac{۸}{-۱۲}\right|=\dfrac{۲}{۳}$$

کپسول دوپینگ | از معادلهٔ سرعت ـ زمان چه اطلاعاتی به‌دست می‌آید؟

در این بخش می‌خواهیم ببینیم که با داشتن معادلهٔ سرعت ـ زمان چه اطلاعاتی به‌دست می‌آوریم. به‌عنوان مثال، فرض کنید که معادلهٔ سرعت ـ زمان متحرکی که روی محور x حرکت می‌کند، در SI به‌صورت $v=t^۲-۱۲t+۳۲$ است. اطلاعات زیر از این معادله قابل‌استخراج است:

۱- سرعت در هر لحظه: با جایگذاری زمان موردنظر در معادله، می‌توانیم سرعت را در هر لحظه به‌دست آوریم. مثلاً:

$$t_۱=۱s:\ v_۱=۱^۲-۱۲\times۱+۳۲=۲۱\frac{m}{s}$$

$$t_۲=۴s:\ v_۲=۴^۲-۱۲\times۴+۳۲=۰$$

۲- تغییرات سرعت: با کم‌کردن سرعت در دو لحظه از هم، تغییرات سرعت به‌دست می‌آید. مثلاً:

$$\begin{cases}t_۱=۱s:\ v_۱=۲۱\dfrac{m}{s}\\ t_۲=۴s:\ v_۲=۰\end{cases}\Rightarrow\Delta v=v_۲-v_۱=۰-۲۱=-۲۱\frac{m}{s}$$

دقت کنید که منفی‌شدن تغییرات سرعت به معنی آن است که بردار تغییرات سرعت در خلاف جهت محور x است.

۳- شتاب متوسط: با تقسیم‌کردن تغییرات سرعت بر طول بازهٔ زمانی، شتاب متوسط به‌دست می‌آید. مثلاً:

در بازهٔ زمانی $t_۱=۱s$ تا $t_۲=۴s$: $a_{av}=\dfrac{\Delta v}{\Delta t}=\dfrac{-۲۱}{۴-۱}=-۷\dfrac{m}{s^۲}$

همان‌طور که می‌بینید، در بازهٔ زمانی $۱s\le t<۴s$، شتاب متوسط منفی است، یعنی بردار آن در خلاف جهت محور x می‌باشد.

۴- تعیین جهت حرکت: هرگاه سرعت مثبت باشد، متحرک در جهت محور x حرکت می‌کند و هرگاه سرعت منفی باشد، متحرک در خلاف جهت محور x حرکت می‌کند؛ بنابراین با تعیین علامت‌کردن سرعت، می‌توانیم جهت حرکت را بیابیم. مثلاً:

$$v = t^{2} - 12t + 32 = (t-4)(t-8) \Rightarrow \text{ریشه‌ها:} \begin{cases} t_1 = 4s \\ t_2 = 8s \end{cases}$$

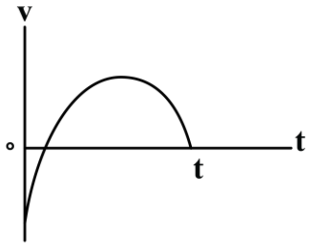
جدول تعیین علامت:

t	۰		۴s		۸s		+∞
v		+	o	-	o	+	

+ : در جهت محور x حرکت می‌کند. - : در خلاف جهت محور x حرکت می‌کند.

۵- تعیین لحظات تغییر جهت حرکت متحرک: لحظاتی که علامت سرعت تغییر می‌کند، جهت حرکت متحرک عوض می‌شود، مثلاً در قسمت قبل دیدیم که در لحظات $t_1 = 4s$ و $t_2 = 8s$، علامت سرعت عوض می‌شود و درنتیجه جهت حرکت متحرک در این لحظات تغییر می‌کند.

۱۱- با توجه به نمودار سرعت ـ زمان زیر که قسمتی از یک سهمی است، مشخص کنید چه تعداد از موارد صحیح است؟



الف ـ شتاب متوسط در بازهٔ زمانی $[0-t]$ مثبت است.

ب ـ شتاب متحرک در بازهٔ زمانی $[0-t]$ مثبت است.

ج ـ جهت حرکت متحرک یک‌بار تغییر کرده است.

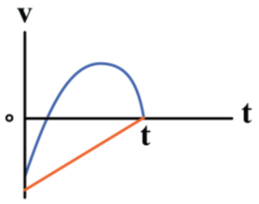
د ـ شتاب اولیه بیش‌ترین مقدار شتاب متحرک در بازهٔ زمانی $[0-t]$ است.

۱) ۱ ۲) ۲ ۳) ۳ ۴) ۴

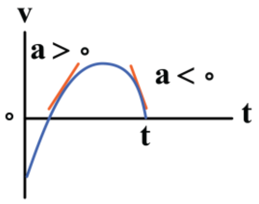
پاسخ: گزینهٔ ۳ (متوسط ـ مفهومی ـ استاندارد ـ صفحهٔ ۱۲ ـ ۱۴۰۱)

بررسی موارد:

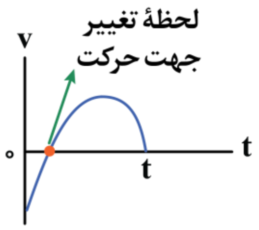
الف) مطابق شکل، شیب خط ترسیم‌شده بین لحظات صفر و t مثبت است، پس شتاب متوسط در این بازه مثبت است. (✓)



ب) شیب مماس بر نمودار ابتدا مثبت و سپس منفی است، پس شتاب ابتدا مثبت و سپس منفی است. (✗)



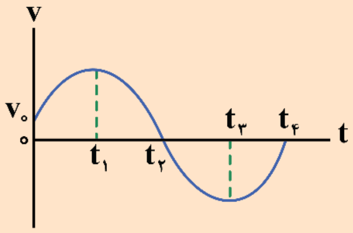
ج) لحظه‌ای که نمودار محور t را قطع و از آن عبور می‌کند، سرعت تغییر علامت می‌دهد و جهت حرکت تغییر می‌کند که این اتفاق یک‌بار رخ داده است. دقت کنید در لحظهٔ t، سرعت صفر شده ولی علامت آن تغییر نکرده است. (✓)



د) تندترین شیب مماس بر نمودار در همان لحظهٔ صفر اتفاق می‌افتد، پس بیش‌ترین شتاب برای لحظهٔ صفر است. (✓)

کپسول دوپینگ | نمودار سرعت ـ زمان در حرکت بر خط راست چه اطلاعاتی به ما می‌دهد؟

اگر سرعت متحرکی را که روی خط راست حرکت می‌کند، نسبت به زمان رسم کنیم، نمودار سرعت ـ زمان به‌دست می‌آید. شکل زیر، نمودار سرعت ـ زمان متحرکی را نشان می‌دهد که روی محور x حرکت می‌کند. در این قسمت می‌خواهیم ببینیم نمودار سرعت ـ زمان چه اطلاعاتی از حرکت به ما می‌دهد؟



۱- سرعت اولیه: سرعت جسم در لحظهٔ $t_0 = 0$، سرعت اولیه نام دارد و آن را با v_0 نشان می‌دهند. در نمودار سرعت ـ زمان، v_0 نقطه‌ای است که نمودار محور v را قطع می‌کند. مثلاً در نمودار داده‌شده، $v_0 > 0$ است.

۲- تعیین جهت حرکت: در بازه‌های زمانی‌ای که نمودار بالای محور t است، علامت سرعت مثبت است و متحرک در جهت مثبت محور حرکت می‌کند و در بازه‌های زمانی‌ای که نمودار زیر محور t است، علامت سرعت منفی است و متحرک در خلاف جهت محور حرکت می‌کند. مثلاً در نمودار داده‌شده، در بازهٔ زمانی صفر تا t_2، متحرک در جهت محور x و در بازهٔ زمانی t_2 تا t_4، متحرک در خلاف جهت محور x حرکت می‌کند.

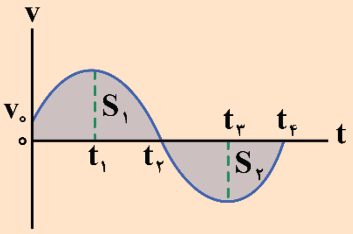
۳- لحظهٔ تغییر جهت حرکت: در لحظه‌ای که نمودار از روی محور t عبور می‌کند ($v = 0$ و علامت سرعت متحرک نیز عوض می‌شود)، متحرک تغییر جهت می‌دهد. مثلاً در لحظهٔ t_2 که سرعت متحرک صفر است و همچنین علامت سرعت نیز عوض شده است، متحرک تغییر جهت می‌دهد.

توجه کنید که در لحظهٔ t_4 نیز، سرعت متحرک صفر است، ولی چون جهت حرکت متحرک پس‌ازآن مشخص نیست، این لحظه، لحظهٔ تغییر جهت حرکت نیست.

۴- تعیین نوع حرکت: قبلاً دیدیم که اگر در یک بازهٔ زمانی، تندی (اندازهٔ سرعت) متحرک درحال افزایش باشد، حرکت تندشونده و اگر تندی (اندازهٔ سرعت) متحرک درحال کاهش باشد، حرکت کندشونده است. در نمودار سرعت ـ زمان، اگر در یک بازهٔ زمانی نمودار از محور t دور شود، حرکت تندشونده و اگر نمودار به محور t نزدیک شود، حرکت کندشونده است. مثلاً در بازه‌های زمانی صفر تا t_1 و t_2 تا t_3 حرکت متحرک تندشونده و در بازه‌های زمانی t_1 تا t_2 و t_3 تا t_4، حرکت متحرک کندشونده است.

۵- محاسبهٔ جابه‌جایی و مسافت طی‌شده به کمک نمودار v - t:

مهم‌ترین نکتهٔ نمودار سرعت ـ زمان این است که مساحت محصور بین نمودار و محور t در یک بازهٔ زمانی، برابر جابه‌جایی متحرک در آن بازهٔ زمانی است. توجه کنید که اگر مساحت محصور بین نمودار و محور t، بالای محور t باشد، جابه‌جایی متحرک در جهت مثبت محور و اگر این مساحت زیر محور t باشد، جابه‌جایی متحرک در جهت منفی محور است؛ بنابراین با توجه به نمودار داریم:



جابه‌جایی در بازهٔ زمانی صفر تا t_2: $\Delta x_1 = +S_1$

جابه‌جایی در بازهٔ زمانی t_2 تا t_4: $\Delta x_2 = -S_2$

جابه‌جایی در بازهٔ زمانی صفر تا t_4: $\Delta x_{\text{کل}} = \Delta x_1 + \Delta x_2 = S_1 - S_2$

چون مسافت طی‌شده برابر با حاصل‌جمع قدر مطلق جابه‌جایی‌ها است، مسافت طی‌شده در بازهٔ زمانی صفر تا t_4 برابر است با:

$\ell = S_1 + S_2$

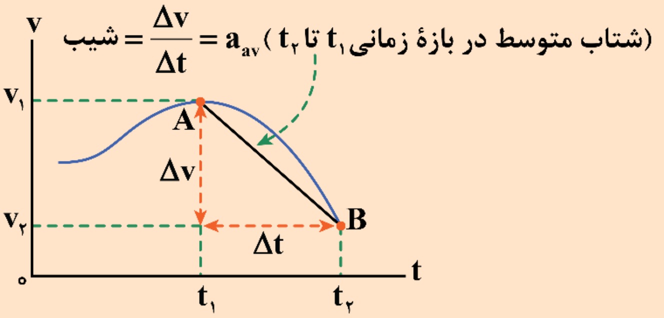
پس بچه‌ها حواستون باشه که موقع پیداکردن جابه‌جایی، مساحت‌های بالای محور زمان رو با علامت مثبت و مساحت‌های زیر محور زمان رو با علامت منفی استفاده کنین. موقع پیداکردن مسافت هم که تمام مساحت‌ها رو با علامت مثبت استفاده کنین.

۶- محاسبهٔ سرعت متوسط و تندی متوسط: پس از محاسبهٔ جابه‌جایی و مسافت طی‌شده، می‌توانیم سرعت متوسط و تندی متوسط را در بازهٔ زمانی موردنظر محاسبه کنیم:

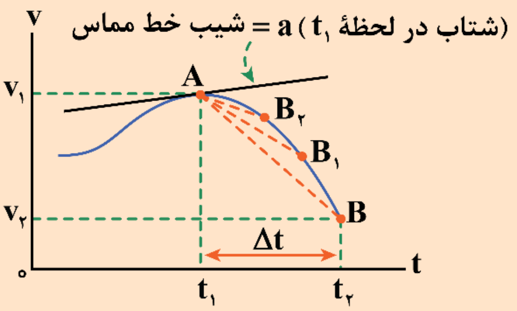
$$v_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t}$$

$$s_{av} = \frac{\ell}{\Delta t}$$

۷- محاسبهٔ شتاب متوسط: در شکل زیر، نمودار سرعت ـ زمان متحرکی نشان داده شده است که روی خط راست حرکت می‌کند. با توجه به تعریف شتاب متوسط، معلوم می‌شود که شتاب متوسط بین دو لحظه برابر شیب پاره‌خطی است که نمودار سرعت ـ زمان را در آن دو لحظه قطع می‌کند.

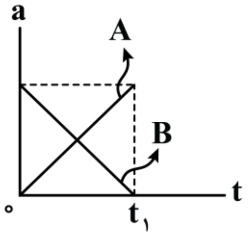


۸- محاسبهٔ شتاب لحظه‌ای: شتاب متحرک در هر لحظه را شتاب لحظه‌ای می‌نامیم. برای سادگی، شتاب لحظه‌ای را شتاب می‌نامیم و آن را با $\vec{a}$ نشان می‌دهیم. در حرکت بر خط راست، شتاب را با a نشان می‌دهیم که علامت آن، جهت شتاب را نشان می‌دهد. در نمودار قبل، اگر نقطه‌های A و B را به‌هم نزدیک کنیم تا t_1 و t_2 یک لحظه شوند، Δt به سمت صفر میل می‌کند $(\Delta t \to 0)$ و خط واصل بین نقطه‌های A و B، به خط مماس بر نمودار در نقطهٔ A میل می‌کند، در این حالت، شیب خط مماس برابر شتاب متحرک در لحظهٔ t_1 است. به این ترتیب می‌توان نتیجه گرفت که شتاب در هر لحظهٔ دلخواه t، برابر شیب خط مماس بر نمودار سرعت ـ زمان در آن لحظه است.



می‌توان نتیجه گرفت که هرگاه در یک بازهٔ زمانی، نمودار سرعت ـ زمان خط راست باشد، شتاب در آن بازهٔ زمانی ثابت و برابر شیب نمودار است و شتاب متوسط و لحظه‌ای باهم برابرند.

۱۲- نمودار شتاب ـ زمان دو متحرک A و B که از یک نقطه و از حال سکون بر روی مسیر مستقیمی شروع به حرکت می‌کنند، مطابق شکل است. کدام مورد درست است؟



۱) در بازهٔ زمانی صفر تا t_1، سرعت متوسط A از B کم‌تر است.

۲) در بازهٔ زمانی صفر تا t_1، شتاب متوسط A از B کم‌تر است.

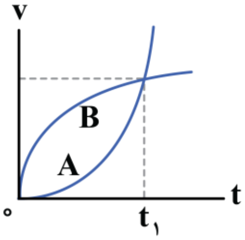
۳) دو متحرک در لحظهٔ t_1 به‌هم می‌رسند.

۴) در لحظهٔ t_1، تندی متحرک A کم‌تر از تندی متحرک B است.

پاسخ: گزینهٔ ۱ (سخت ـ استدلالی ـ استاندارد ـ صفحهٔ ۱۲ ـ ۱۲۰۱)

راه نجات سریع

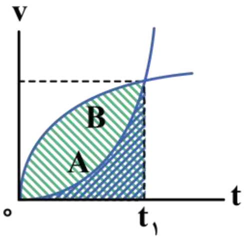
رسم نمودار سرعت ـ زمان یکی از اون روش‌هاست که هیچ‌وقت ناامیدتون نمی‌کنه!



با توجه به ناآشنا بودن نمودار مطرح‌شده که نوعی حرکت با شتاب متغیر است، ابتدا نمودار را به نموداری آشناتر و قابل‌تحلیل مثل نمودار $v-t$ تبدیل می‌کنیم.

برای رسم نمودار روبه‌رو، باید توجه داشته باشیم که شیب نمودار $v-t$ بیانگر شتاب است؛ بنابراین در ابتدا شیب نمودار A کم و شیب نمودار B زیاد است.

بررسی گزینه‌ها:



۱

$v_{av}=\frac{\Delta x}{\Delta t}$ و مساحت محصور در نمودار $v-t$ نمایانگر Δx است. در بازهٔ زمانی صفر تا t_1، مساحت محصور در نمودار A کم‌تر از مساحت محصور در نمودار B است؛ بنابراین سرعت متوسط A از B کم‌تر است و گزینهٔ (۱) صحیح است. (✓)

۲ و ۴

شتاب متوسط از رابطهٔ $\frac{\Delta v}{\Delta t}$ به‌دست می‌آید. Δv دو متحرک (یعنی مساحت زیر نمودار $a-t$) برابر است؛ بنابراین شتاب متوسط و تندی نهایی آن‌ها برابر است. (✗)

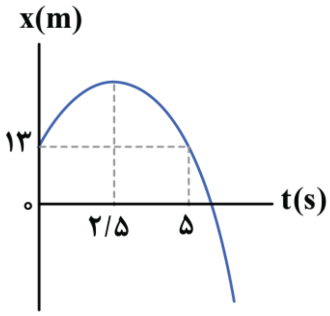
۳

مساحت محصور نمودارها که نمایانگر جابه‌جایی دو متحرک است، در لحظه‌ای پس از t_1 برابر خواهد شد. در لحظهٔ t_1، متحرک B جلوتر از متحرک A است. (✗)

۱۳- معادلهٔ مکان ـ زمان متحرکی که روی محور x حرکت می‌کند در SI به‌صورت $x=-2t^2+10t+13$ است. در ۱۰ ثانیهٔ اول حرکت، چند ثانیه متحرک درحال دور شدن از مبدأ حرکت خود است؟

۱) ۲/۵　　۲) ۵　　۳) ۷/۵　　۴) ۸

پاسخ: گزینهٔ ۳　　**(متوسط ـ محاسباتی ـ استاندارد ـ صفحهٔ ۱۷ ـ ۱۴۰۱)**



کافی است نمودار مکان ـ زمان متحرک را با توجه به معادلهٔ حرکت آن رسم کنیم.

$$x=-2t^2+10t+13 \xrightarrow[\text{سهمی}]{\text{رأس}} t_{\text{رأس}}=-\frac{10}{2(-2)}=2/5s$$

مبدأ حرکت $x_0=13m$ است. درنتیجه طبق نمودار:

$0<t<2/5s$: متحرک درحال دور شدن از $x_0=13m$ است.

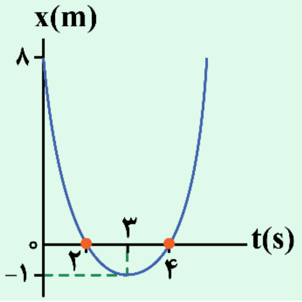
$2/5s<t<5s$: متحرک درحال نزدیک شدن به $x_0=13m$ است.

$t>5s$: متحرک درحال دور شدن از $x_0=13m$ است.

پس در ۱۰ ثانیهٔ اول حرکت، درمجموع ۷/۵ ثانیه متحرک درحال دور شدن از مبدأ حرکت $(x_0=13m)$ است (در بازه‌های زمانی $0<t<2/5s$ و $5s<t<10s$).

نکته

علاوه‌بر کمیت‌های قبلی، می‌توان کمیت‌هایی **مثل مسافت طی‌شده**، **تندی متوسط**، **لحظات تغییر جهت حرکت**، **بازه‌های دور و نزدیک شدن به مبدأ** و ... را هم از روی معادلهٔ مکان ـ زمان به‌دست آورد. به‌خاطر داشته باشید که اگر بتوانیم معادلهٔ مکان ـ زمان داده‌شده را رسم کنیم، می‌توان با کمک نکات مربوط به **نمودار مکان ـ زمان** به‌سادگی این کمیت‌ها را به‌دست آورد. مثلاً برای معادلهٔ داده‌شده، اگر آن را رسم کنیم، داریم:



$$x = t^۲ - ۶t + ۸ \Rightarrow x = (t-۲)(t-۴)$$

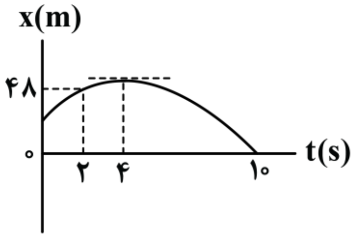
مسافت طی‌شده در ۴ ثانیهٔ اول: $\ell = ۹ + ۱ = ۱۰m$

تندی متوسط در ۴ ثانیهٔ اول: $s_{av} = \frac{\ell}{\Delta t} = \frac{۱۰}{۴} = ۲/۵ \frac{m}{s}$

بازهٔ نزدیک شدن به مبدأ مکان: $۰ < t < ۲s \ , \ ۳s < t < ۴s$

بازهٔ نزدیک شدن به مبدأ حرکت: $۳s < t < ۶s$

۱۴- نمودار مکان ـ زمان متحرکی که با شتاب ثابت روی محور x حرکت می‌کند، به‌صورت شکل زیر است. شتاب متحرک چند متر بر مربع ثانیه است؟



۱) -۲

۲) $-\frac{۲}{۳}$

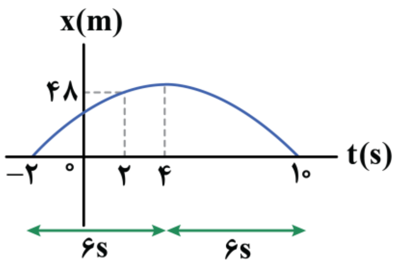
۳) $-\frac{۳}{۲}$

۴) -۳

پاسخ: گزینهٔ ۴ (متوسط ـ محاسباتی ـ استاندارد ـ صفحهٔ ۱۷ ـ ۱۴۰۱)

چون شتاب حرکت ثابت است؛ بنابراین نمودار سهمی است. با نوشتن معادلهٔ سهمی، می‌توانیم شتاب حرکت را به‌دست آوریم. برای نوشتن معادلهٔ سهمی، می‌توانیم به روش زیر عمل کنیم:

نمودار را در سمت منفی محور t امتداد می‌دهیم تا محور t را قطع کند (هرچند در کتاب درسی، t منفی را درنظر نمی‌گیریم، ولی صرفاً می‌خواهیم معادلهٔ مربوط به نمودار را بنویسیم).



با توجه به تقارن سهمی، نمودار در نقطهٔ $t = -۲s$، محور t را قطع می‌کند؛ بنابراین ریشه‌های معادله $t = ۱۰s$ و $t = -۲s$ هستند:

$$x = \frac{۱}{۲}a(t+۲)(t-۱۰)$$

با توجه به نمودار، در لحظهٔ $t = ۲s$، $x = ۴۸m$ است؛ بنابراین برای محاسبهٔ شتاب حرکت، داریم:

$$\begin{cases} t = ۲s \\ x = ۴۸m \end{cases} \Rightarrow ۴۸ = \frac{۱}{۲}a(۲+۲)(۲-۱۰) \Rightarrow a = -۳\frac{m}{s^۲}$$

توجه!

در روش تشریحی، می‌توانستیم در معادلهٔ مکان ـ زمان حرکت با شتاب ثابت، $x = \frac{۱}{۲}at^۲ + v_۰t + x_۰$، با جایگذاری $\begin{cases} t = ۲s \\ x = ۴۸m \end{cases}$ و $\begin{cases} t = ۱۰s \\ x = ۰ \end{cases}$، دو معادله بنویسیم.

معادلهٔ سوم را می‌توانیم با استفاده از معادلهٔ سرعت ـ زمان، $v = at + v_0$ و جایگذاری $\begin{cases} t = 4s \\ v = 0 \end{cases}$ به‌دست آوریم. با حل هم‌زمان سه معادلهٔ به‌دست‌آمده، کمیت‌های a، v_0 و x_0 به‌دست می‌آیند. به‌عنوان یک تمرین برای امتحان نهایی، مسئله را به این روش حل کنید.

کپسول دوپینگ | نمودار مکان ـ زمان در حرکت با شتاب ثابت

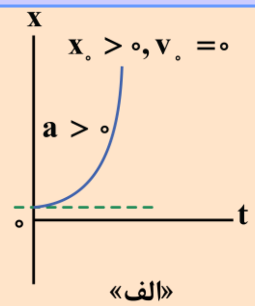
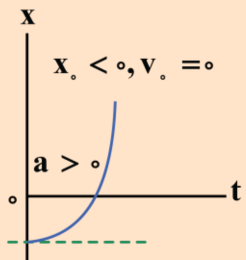
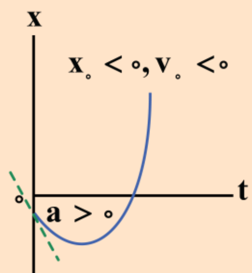
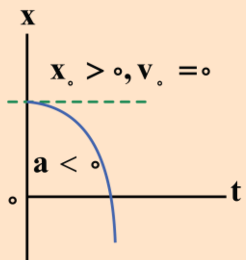
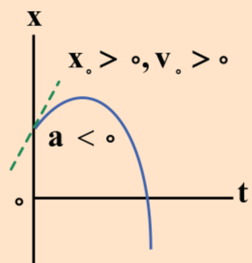
با توجه به این‌که معادلهٔ مکان ـ زمان در حرکت با شتاب ثابت، معادلهٔ درجهٔ دوم است $\left(x = \frac{1}{2}at^2 + v_0t + x_0\right)$، نمودار مکان ـ زمان قسمتی از یک سهمی خواهد شد. برای رسم نمودار مکان ـ زمان به نکات زیر توجه کنید:

۱- اگر ضریب t^2 مثبت باشد (شتاب حرکت مثبت است)، سهمی رو به بالا و اگر ضریب t^2 منفی باشد (شتاب حرکت منفی است)، سهمی رو به پایین خواهد شد.

۲- شیب خط مماس بر سهمی در لحظهٔ $t_0 = 0$، برابر سرعت اولیه (v_0) است.

۳- نقطه‌ای که نمودار محور x را قطع می‌کند، همان مکان اولیه (x_0) است.

با توجه به سه نکتهٔ فوق، می‌توان نمودار مکان ـ زمان برخی از حرکت‌های شتاب ثابت را در حالت‌های زیر رسم کرد.

نمودار مکان - زمان	تحلیل حرکت	نمودار مکان - زمان	تحلیل حرکت
 «الف»	شکل «الف»: حرکتی با شتاب ثابت و پیوسته تندشونده در جهت محور x را نشان می‌دهد. در این حرکت مکان اولیه (x_0) مثبت، سرعت اولیه (v_0) برابر صفر و شتاب (a) مثبت است.	 «ب»	شکل «ب»: حرکتی با شتاب ثابت و پیوسته تندشونده در جهت محور x را نشان می‌دهد. در این حرکت مکان اولیه (x_0) منفی، سرعت اولیه (v_0) برابر صفر و شتاب (a) مثبت است.
 «پ»	شکل «پ»: حرکتی با شتاب ثابت، ابتدا کندشونده در خلاف جهت محور x و سپس تندشونده در جهت محور x را نشان می‌دهد. در این حرکت مکان اولیه (x_0) منفی، سرعت اولیه (v_0) منفی و شتاب (a) مثبت است.	 «ت»	شکل «ت»: حرکتی با شتاب ثابت و پیوسته تندشونده در خلاف جهت محور x را نشان می‌دهد. در این حرکت مکان اولیه (x_0) مثبت، سرعت اولیه (v_0) برابر صفر و شتاب (a) منفی است.
 «ث»	شکل «ث»: حرکتی با شتاب ثابت، ابتدا کندشونده در جهت محور x و سپس تندشونده در خلاف جهت محور x را نشان می‌دهد. در این حرکت مکان اولیه (x_0) مثبت، سرعت اولیه (v_0) مثبت و شتاب (a) منفی است.		

۱۵- متحرکی با شتاب ثابت بر روی محور x حرکت می‌کند. اگر سرعت متوسط این متحرک در ۲ ثانیهٔ سوم حرکت برابر با صفر باشد، چه تعداد از جملات زیر، نادرست است؟

الف ـ در ۵ ثانیهٔ اول، حرکت ابتدا کندشونده و سپس تندشونده است.

ب ـ در دو لحظه‌ای که متحرک از یک مکان معین عبور کرده است، شتاب‌ها هم‌اندازه و در خلاف جهت یکدیگر هستند.

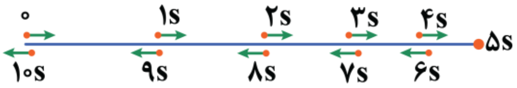
ج ـ اندازهٔ جابه‌جایی در ۸ ثانیهٔ اول با اندازهٔ جابه‌جایی در ۲ ثانیهٔ پنجم برابر است.

د ـ مسافت طی‌شده در ثانیهٔ سوم، ۵ برابر مسافت طی‌شده در ثانیهٔ هفتم است.

۱) ۱ ۲) ۲ ۳) ۳ ۴) ۴

پاسخ: گزینهٔ ۳ (سخت ـ استدلالی ـ زمان‌بَر ـ صفحهٔ ۱۷ ـ ۱۴۰۱)

جابه‌جایی در ۲ ثانیهٔ سوم $(4s < t < 6s)$ صفر است؛ بنابراین مکان متحرک در لحظه‌های $t_1 = 4s$ و $t_2 = 6s$ یکسان است و با توجه به تقارن سهمی می‌توان فهمید متحرک در لحظهٔ $t = \frac{4+6}{2} = 5s$ تغییر جهت حرکت داده است.



بررسی موارد:

الف

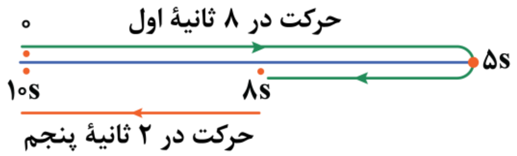
در ۵ ثانیهٔ اول، حرکت پیوسته کندشونده است. (✗)

ب

در حرکت شتاب ثابت، در همهٔ مکان‌ها و لحظه‌ها، اندازه و جهت شتاب، ثابت است و قرینه نمی‌شود. (✗)

دقت کنید اگر به‌جای کلمهٔ «شتاب» از کلمهٔ «سرعت» استفاده می‌کردیم، این جمله درست بود.

ج



همان‌طور که در مسیر مقابل نشان داده شده است، با توجه به تقارن سهمی، در بازه‌های زمانی ۸ ثانیهٔ اول و ۲ ثانیهٔ پنجم، اندازهٔ جابه‌جایی برابر است. (✓)

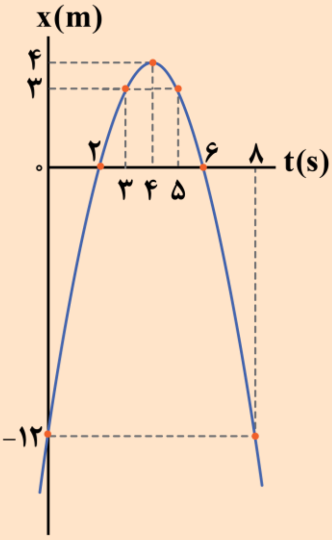
د

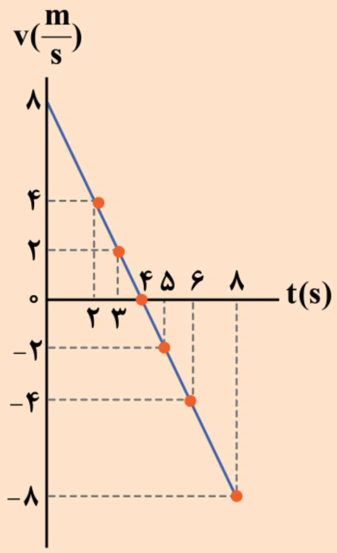
در حرکت شتاب ثابت، مسافت طی‌شده در ثانیه‌های متوالی بعد از توقف، به‌صورت L، 3L، 5L و ... می‌باشند. با توجه به شکل مقابل، مسافت طی‌شده در ثانیهٔ سوم، $\frac{5}{3}$ برابر مسافت طی‌شده در ثانیهٔ هفتم است. (✗)

کپسول دوپینگ | تقارن در حرکت با شتاب ثابت

حرکت شتاب ثابت نسبت به نقطه‌ای که متحرک تغییر جهت می‌دهد متقارن است.

مثال: دو نمودار زیر، مربوط به حرکت یک متحرک می‌باشد.





مثلاً لحظات $t=۳s$ و $t=۵s$ نسبت به لحظهٔ $t=۴s$ تقارن دارند، یعنی:

۱- سرعت متحرک در این دو لحظه قرینهٔ یکدیگر است؛ یعنی تندی متحرک در این لحظات برابر است:

$$\vec{v}_۳=-\vec{v}_۵ \Rightarrow |v_۳|=|v_۵|$$

۲- مکان متحرک در این لحظات برابر است:

$$x_۳=x_۵$$

۳- مدت‌زمانی که طول می‌کشد متحرک در هنگام رفت از مکان $x=۳m$ به مکان $x=۴m$ برسد، برابر با مدت‌زمانی است که طول می‌کشد متحرک از $x=۴m$ به $x=۳m$ برسد.

۴- لحظهٔ $t=۴s$ میانگین لحظات $t=۳s$ و $t=۵s$ است.

۱۶- خودرویی با سرعت $۱۸\frac{km}{h}$ در امتداد مسیری مستقیم از چهارراهی می‌گذرد و تندی آن با شتاب $۱\frac{m}{s^۲}$ افزایش می‌یابد. سرعت این خودرو پس از $۱۰۰m$ جابه‌جایی چند کیلومتر بر ساعت می‌شود؟

۱) ۱۵ ۲) ۲۵ ۳) ۵۴ ۴) ۹۰

پاسخ: گزینهٔ ۳ (آسان ـ محاسباتی ـ سریع ـ صفحهٔ ۱۸ ـ ۱۲۰۱)

با توجه به رابطهٔ مستقل از زمان، به‌راحتی می‌توان نوشت:

$$v^۲-v_۰^۲=۲a\Delta x \Rightarrow v^۲-۵^۲=۲\times۱\times۱۰۰ \Rightarrow v^۲=۲۲۵$$

$$\Rightarrow v=۱۵\frac{m}{s}=۵۴\frac{km}{h}$$

راهنمای مسیرت

توی سؤالات حرکت‌شناسی حتماً حواستون به تبدیل یکای $\frac{km}{h}$ به $\frac{m}{s}$ باشه!

۱۷- متحرکی با شتاب ثابت روی محور x حرکت می‌کند. جابه‌جایی این متحرک در ۱۰ ثانیهٔ اول حرکت برابر ۶۰۰ متر بوده و ۲۰ درصد این جابه‌جایی را در ۴ ثانیهٔ اول حرکت طی کرده است. شتاب این متحرک چند متر بر مربع ثانیه است؟

۱) ۲/۵ ۲) ۵ ۳) ۱۰ ۴) ۲۰

پاسخ: گزینهٔ ۳ (متوسط ـ محاسباتی ـ سریع ـ صفحهٔ ۱۷ ـ ۱۴۰۱)

با توجه به رابطهٔ $\Delta x=\frac{۱}{۲}at^۲+v_۰t$، می‌توان نوشت:

در ۱۰ ثانیهٔ اول: $\frac{۱}{۲}a\times ۱۰^۲+۱۰v_۰=۶۰۰\Rightarrow ۵a+v_۰=۶۰$ (۱)

در ۴ ثانیهٔ اول: $\frac{۱}{۲}a\times ۴^۲+۴v_۰=\frac{۲۰}{۱۰۰}(۶۰۰)=۱۲۰\Rightarrow ۲a+v_۰=۳۰$ (۲)

با حل دستگاه فوق، داریم:

$$\xrightarrow{(۱)-(۲)}۳a=۳۰\Rightarrow a=۱۰\frac{m}{s^۲} \text{ و } v_۰=۱۰\frac{m}{s}$$

کپسول دوپینگ | حرکت با شتاب ثابت

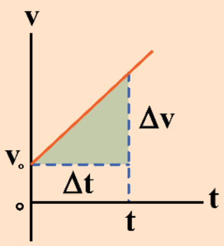
هرگاه بردار شتاب متحرکی در لحظه‌های مختلف یکسان باشد، حرکت جسم را حرکت با شتاب ثابت می‌نامیم.

ویژگی‌های حرکت با شتاب ثابت:

۱- سرعت متحرک با زمان به‌صورت خطی تغییر می‌کند؛ پس تغییرات v نسبت به t به‌صورت یک تابع خطی است، به همین دلیل سرعت متوسط متحرک در بازهٔ زمانی صفر تا t برابر است با میانگین سرعت متحرک در این دو لحظه، یعنی معادلهٔ سرعت متوسط در حرکت با شتاب ثابت به‌صورت زیر خواهد بود:

$$v_{av}=\frac{\Delta x}{\Delta t}\xrightarrow{\text{حرکت با شتاب ثابت}}v_{av}=\frac{v_۱+v_۲}{۲}\Rightarrow v_{av}=v_{\left(\frac{t_۱+t_۲}{۲}\right)}\xrightarrow{v=at+v_۰}v_{av}=\frac{۱}{۲}a(t_۱+t_۲)+v_۰$$

۲- شیب نمودار سرعت ـ زمان ثابت است و برابر با شتاب متحرک می‌باشد.



$$\text{شیب نمودار سرعت ـ زمان}=a=\frac{\Delta v}{\Delta t}$$

۳- شتاب متوسط در بازه‌های زمانی مختلف یکسان است.

شتاب متوسط در هر بازهٔ زمانی برابر شتاب لحظه‌ای متحرک است:

$$a=a_{av}=\frac{\Delta v}{\Delta t}$$

۴- معادلهٔ مکان ـ زمان در حرکت با شتاب ثابت:

معادله‌ای که مکان متحرک را در هر لحظه برای ما مشخص می‌کند.

$$\text{مکان متحرک در لحظهٔ t}\leftarrow x=\frac{۱}{۲}\overset{\substack{\text{شتاب ثابت متحرک}\\ \uparrow}}{a}t^۲+\underset{\substack{\downarrow\\ \text{سرعت اولیه}}}{v_۰}t+x_۰\rightarrow\text{مکان اولیه}$$

در حرکت با شتاب ثابت، مکان متحرک تابعی درجهٔ دوم از زمان است.

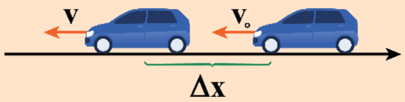
۵- معادلهٔ سرعت ـ زمان در حرکت با شتاب ثابت:

معادله‌ای است که سرعت متحرک را در هر لحظه برای ما مشخص می‌کند:

شتاب ثابت متحرک
↑
سرعت متحرک در لحظهٔ t ← $v = at + v_0$ → سرعت اولیه

۶- معادلهٔ سرعت ـ جابه‌جایی (مستقل از زمان) در حرکت با شتاب ثابت:

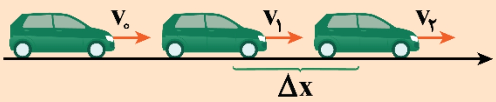
در این معادله زمان وجود ندارد، پس بهتر است در سؤالاتی که زمان را نمی‌دهند و نمی‌خواهند از این معادله استفاده کنیم:



$$v^2 - v_0^2 = 2a(x - x_0)$$

۷- معادلهٔ مستقل از شتاب در حرکت با شتاب ثابت:

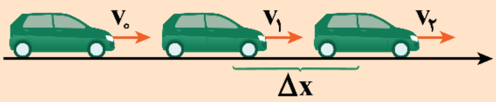
در این معادله شتاب وجود ندارد، پس بهتر است در سؤالاتی که شتاب را نمی‌دهند و نمی‌خواهند از این معادله استفاده کنیم:



$$\Delta x = \frac{v_2 + v_1}{2}\Delta t$$

روش محاسبهٔ جابه‌جایی در حرکت با شتاب ثابت:

معادلهٔ جابه‌جایی زمان: (در بازهٔ t_1 تا t_2)



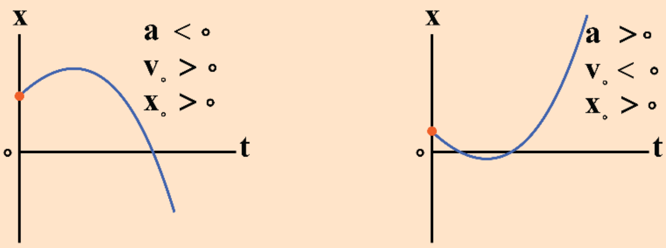
$$\Delta x = \frac{1}{2}a\Delta t^2 + v_1\Delta t$$

حالت خاص: جابه‌جایی در بازهٔ زمانی $[0, t]$

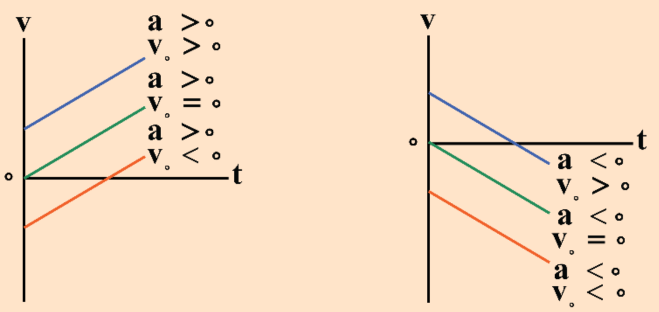
$$\Delta x = \frac{1}{2}at^2 + v_0 t$$

نمودارهای حرکت با شتاب ثابت

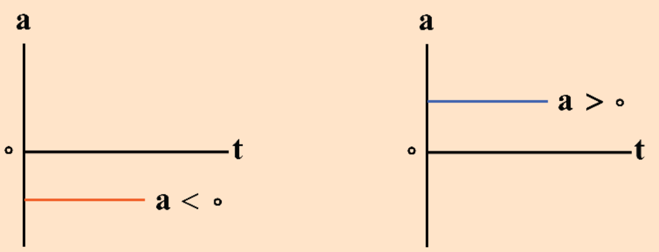
۱- نمودار مکان ـ زمان به شکل یک سهمی است که تقعر آن علامت شتاب را نشان می‌دهد.



۲- نمودار سرعت ـ زمان به‌صورت یک خط با شیب ثابت است.



۳- نمودار شتاب ـ زمان به‌صورت یک خط افقی است.



۱۸- معادلهٔ مکان ـ زمان متحرکی که بر روی محور x حرکت می‌کند، در SI به‌صورت $x=\frac{1}{3}t^2-6t+10$ است. در کدام‌یک از بازه‌های زمانی زیر، مسافت طی‌شده توسط متحرک بیش‌تر از اندازهٔ جابه‌جایی آن است؟

الف ـ $t=1s$ تا $t=7s$ ب ـ $t=5s$ تا $t=12s$ ج ـ $t=8s$ تا $t=10s$

۱) «الف» و «ب» ۲) «الف» و «ج» ۳) «ب» و «ج» ۴) «الف»، «ب» و «ج»

پاسخ: گزینهٔ ۳ (متوسط ـ محاسباتی ـ استاندارد ـ صفحهٔ ۱۷ ـ ۱۴۰۱)

مسافت طی‌شده توسط متحرک در حالتی بیش‌تر از اندازهٔ جابه‌جایی متحرک است که متحرک در آن بازهٔ زمانی تغییر جهت داشته باشد؛ بنابراین ابتدا لحظه‌ای که متحرک تغییر جهت می‌دهد $(v=0)$ را به‌دست می‌آوریم:

$$x=\frac{1}{3}t^2-6t+10 \xrightarrow{x=\frac{1}{2}at^2+v_0t+x_0} a=\frac{2}{3}\frac{m}{s^2}\ ,\ v_0=-6\frac{m}{s}$$

$$v=at+v_0 \Rightarrow v=\frac{2}{3}t-6$$

$$v=0 \Rightarrow \frac{2}{3}t-6=0 \Rightarrow t=9s$$ (لحظهٔ تغییر جهت متحرک)

بنابراین در بازه‌های زمانی که شامل لحظهٔ $t=9s$ باشند، مسافت طی‌شده بیش‌تر از اندازهٔ جابه‌جایی متحرک خواهد بود که شامل موارد «ب» و «ج» است.

نکته

در حرکت شتاب ثابت، دو حالت رخ می‌دهد:

۱- اگر سرعت اولیه و شتاب هم‌علامت باشند $(av_0>0)$، حرکت همواره تندشونده و در یک جهت است؛ بنابراین متحرک تغییر جهت نمی‌دهد و در هر بازهٔ زمانی دلخواهی، مسافت و جابه‌جایی هم‌اندازه‌اند.

۲- اگر سرعت اولیه و شتاب علامت مخالف داشته باشند $(av_0<0)$، حرکت ابتدا کندشونده است و پس از توقف و تغییر جهت، حرکت به‌صورت تندشونده ادامه پیدا می‌کند. در این حالت در بازه‌های زمانی که لحظهٔ دور زدن در آن بازه‌ها قرار دارد، مسافت طی‌شده از اندازهٔ جابه‌جایی بزرگ‌تر است.

۱۹- معادلهٔ سرعت ـ مکان متحرکی که بر روی محور x درحال حرکت با شتاب ثابت است، در SI به‌صورت $v^2+5x=66$ است. اگر جابه‌جایی این متحرک در ۲ ثانیهٔ دوم حرکت $-23m$ باشد، بردار مکان اولیهٔ متحرک کدام است؟

۱) $(+10m)\vec{i}$ ۲) $(+5m)\vec{i}$ ۳) $(-10m)\vec{i}$ ۴) $(-5m)\vec{i}$

پاسخ: گزینهٔ ۱ (سخت ـ استدلالی ـ استاندارد ـ صفحهٔ ۱۸ ـ ۱۴۰۱)

راه نجات سریع

اول معادلهٔ داده‌شده رو با معادلهٔ مستقل از زمان توی حرکت شتاب ثابت مقایسه کن تا شتاب رو به‌دست بیاری، بعد با کمک جابه‌جایی داده‌شده سرعت و مکان اولیه رو به‌دست بیار.

ابتدا معادلهٔ داده‌شده را طبق معادلهٔ سرعت ـ مکان $(v^2-v_0^2=2a\Delta x)$، مرتب می‌کنیم.

$$v^2-v_0^2=2a(x-x_0)=2ax-2ax_0 \Rightarrow v^2-2ax=v_0^2-2ax_0$$

با توجه به معادلهٔ سرعت ـ مکان متحرک موردنظر و رابطهٔ بالا، خواهیم داشت:

$$\begin{cases} v^2-2ax=v_0^2-2ax_0 \\ v^2+5x=66 \end{cases} \Rightarrow -2a=5 \Rightarrow a=-2/5\frac{m}{s^2}$$

با استفاده از جابه‌جایی در ۲ ثانیهٔ دوم حرکت داریم:

$$\Delta x_{\text{ام } n \text{ ثانیهٔ } T} = \frac{(2n-1)}{2}aT^2 + v_0T \xrightarrow[a=-2/5\frac{m}{s^2}]{\text{۲ ثانیهٔ دوم}} -23 = \frac{3}{2}(-2/5)(2)^2 + v_0(2) \Rightarrow v_0 = -4\frac{m}{s}$$

همان‌طور که در ابتدا به‌دست آوردیم:

$$v_0^2 - 2ax_0 = 66 \Rightarrow (-4)^2 - 2(-2/5)x_0 = 66 \Rightarrow x_0 = 10m \Rightarrow \vec{x}_0 = (10m)\vec{i}$$

کپسول دوپینگ | محاسبهٔ جابه‌جایی در T ثانیهٔ nام

جابه‌جایی‌های انجام‌شده توسط متحرک در T ثانیه‌های متوالی، تشکیل یک تصاعد حسابی با قدر نسبت aT^2 می‌دهند.

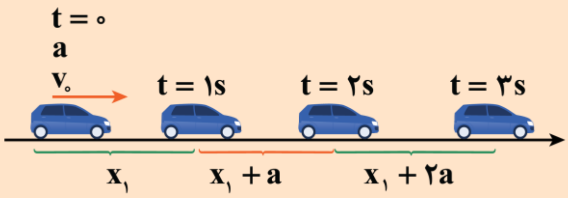
جابه‌جایی در T ثانیهٔ nام: $\Delta x_{T,n} = \frac{1}{2}a(2n-1)T^2 + v_0T$

جابه‌جایی در T ثانیهٔ اول: $\Delta x_{T,1} = 0/5aT^2 + v_0T$

جابه‌جایی در T ثانیهٔ دوم: $\Delta x_{T,2} = 1/5aT^2 + v_0T$

جابه‌جایی در T ثانیهٔ سوم: $\Delta x_{T,3} = 2/5aT^2 + v_0T$

جابه‌جایی در T ثانیهٔ چهارم: $\Delta x_{T,4} = 3/5aT^2 + v_0T$

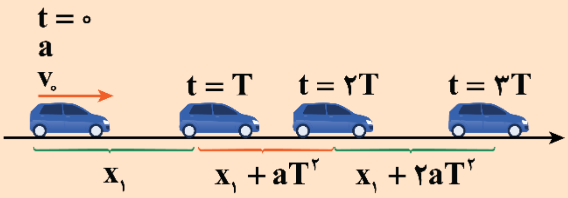


حالت خاص: جابه‌جایی در ثانیهٔ nام:

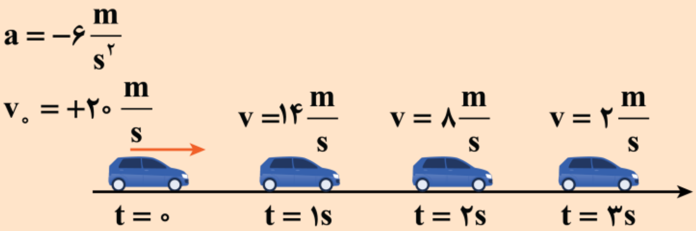
$$\Delta x_n = \frac{1}{2}a(2n-1) + v_0$$

جابه‌جایی‌های انجام‌شده در ثانیه‌های متوالی، تشکیل یک تصاعد حسابی با قدر نسبت a می‌دهند.

۱- در هر ثانیه جابه‌جایی یک a تغییر می‌کند.



۲- در هر ثانیه سرعت یک a تغییر می‌کند.



۲۰- اتومبیلی بر روی یک مسیر مستقیم درحال حرکت با سرعت ثابت $90\frac{km}{h}$ است. ناگهان راننده در فاصلهٔ ۱۰۰ متری، یک سرعت‌گیر را می‌بیند و پس از مدت‌زمان t اقدام به ترمز می‌کند. اگر با شتاب ثابت $4\frac{m}{s^2}$ ترمز بگیرد و با سرعت $18\frac{km}{h}$ از سرعت‌گیر عبور کند، t چند ثانیه است؟

۱) ۰/۸ ۲) ۱ ۳) ۱/۲ ۴) ۱/۵

پاسخ: گزینهٔ ۲ **(متوسط ـ محاسباتی ـ استاندارد ـ صفحهٔ ۱۸ ـ ۱۲۰۱)**

گام اول

مسافت ترمز اتومبیل را به‌دست می‌آوریم. طبق معادلهٔ مستقل از زمان داریم:

$$\begin{cases} v = ۱۸\frac{km}{h} = \frac{۱۸}{۳/۶}\frac{m}{s} = ۵\frac{m}{s} \\ v_۰ = ۹۰\frac{km}{h} = \frac{۹۰}{۳/۶}\frac{m}{s} = ۲۵\frac{m}{s} \\ a = -۴\frac{m}{s^۲} \end{cases}$$

$$v^۲ - v_۰^۲ = ۲a\Delta x_{\text{ترمز}} \Rightarrow ۵^۲ - ۲۵^۲ = ۲(-۴)\times\Delta x_{\text{ترمز}} \Rightarrow \Delta x_{\text{ترمز}} = ۷۵m$$

گام دوم

مسافت واکنش راننده را به‌دست می‌آوریم:

$$\Delta x_{\text{کل}} = \Delta x_{\text{واکنش}} + \Delta x_{\text{ترمز}} \Rightarrow ۱۰۰ = \Delta x_{\text{واکنش}} + ۷۵ \Rightarrow \Delta x_{\text{واکنش}} = ۲۵m$$

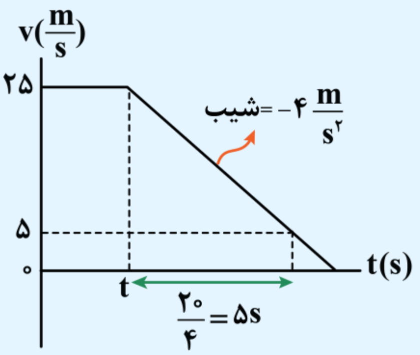
گام آخر

مدت‌زمان t را به‌دست می‌آوریم:

$$\Delta x_{\text{واکنش}} = v_۰ t \Rightarrow ۲۵ = ۲۵\times t \Rightarrow t = ۱s$$

راهنمای زرنگ‌بازی

با رسم نمودار سرعت ـ زمان هم می‌توانستیم به این سؤال پاسخ دهیم:



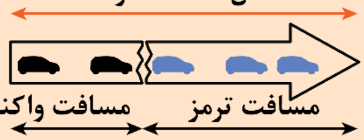
$$\Delta x = S$$

$$\Rightarrow ۲۵t + \frac{۲۵+۵}{۲}\times ۵ = ۱۰۰$$

$$\Rightarrow ۲۵t + ۷۵ = ۱۰۰ \Rightarrow t = ۱s$$

کپسول دوپینگ | بررسی مسائل ترمز و توقف

مسائل توقف از دو قسمت تشکیل می‌شوند:



۱- قبل از ترمز (زمان واکنش راننده):

از زمانی که راننده یک مانع را می‌بینند، تا زمانی که پدال ترمز را فشار دهد، مدتی طول می‌کشد که به این زمان، زمان واکنش (عکس‌العمل) راننده می‌گویند. در این مدت راننده هنوز ترمز نکرده و خودرو با همان سرعت اولیه حرکت می‌کند.

$$\Delta x_{\text{واکنش}} = v_۰\Delta t_{\text{واکنش}}$$

۲- پس از ترمز (کندشدن):

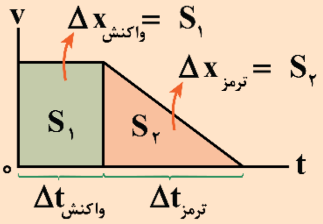
در این مدت، حرکت خودرو با شتاب ثابت a کند می‌شود. زمان و مسافت طی‌شده در هنگام ترمز برابر است با:

$$\Delta t_{\text{ترمز}} = \frac{v_۰}{|a|} \quad \text{و} \quad \Delta x_{\text{ترمز}} = \frac{v_۰^۲}{|۲a|}$$

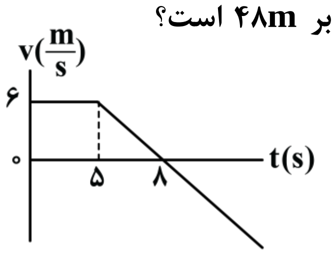
۳- کل مسافتی که خودرو طی می‌کند تا متوقف شود برابر مجموع مسافت طی‌شده در دو مرحلهٔ قبل است:

$$\Delta x_{\text{توقف}} = \Delta x_{\text{واکنش}} + \Delta x_{\text{ترمز}} = v_{۰}\Delta t_{\text{واکنش}} + \frac{v_{۰}^{۲}}{|۲a|}$$

۴- گاهی برای بررسی مسائل ترمز، می‌توانیم نمودار سرعت ـ زمان متحرک را نیز رسم کنیم.



۲۱- نمودار سرعت ـ زمان متحرکی که روی محور x حرکت می‌کند، به‌صورت شکل زیر است. اگر در $t=۰$ بردار مکان متحرک $\vec{x}_{۰}=(۱۰m)\vec{i}$ باشد، در چه لحظه‌هایی برحسب ثانیه، فاصلهٔ متحرک از مبدأ مختصات برابر $۴۸m$ است؟



۱) ۶/۵ و ۹/۵

۲) ۷ و ۹

۳) ۶ و ۱۰

۴) ۷/۵ و ۸/۵

پاسخ: گزینهٔ ۲ (متوسط ـ استدلالی ـ زمان‌بَر ـ صفحهٔ ۱۹ ـ ۱۴۰۱)

روش اول

در بازهٔ زمانی صفر تا ۵s، حرکت متحرک با سرعت ثابت صورت می‌گیرد؛ بنابراین مکان متحرک را در لحظهٔ $t=۵s$ به روش زیر به‌دست می‌آوریم:

$$v=\frac{\Delta x}{\Delta t}=\frac{x_{۵}-x_{۰}}{۵}\xrightarrow[v=۶\frac{m}{s}]{x_{۰}=۱۰m}۶=\frac{x_{۵}-۱۰}{۵}\Rightarrow x_{۵}=۴۰m$$

از لحظهٔ ۵s به بعد، حرکت متحرک با شتاب ثابت صورت می‌گیرد؛ بنابراین برای نوشتن معادلهٔ حرکت متحرک در این بازهٔ زمانی، ابتدا شتاب را محاسبه کرده و پس از آن معادلهٔ مکان ـ زمان حرکت با شتاب ثابت را می‌نویسیم:

$$a=\frac{\Delta v}{\Delta t}=\frac{v_{۸}-v_{۵}}{۸-۵}\Rightarrow a=\frac{۰-۶}{۳}=-۲\frac{m}{s^{۲}}$$

معادلهٔ مکان ـ زمان پس از $t=۵s$: $x=\frac{۱}{۲}at^{۲}+v_{۰}t+x_{۰}\xrightarrow[v_{۰}=۶\frac{m}{s}]{x_{۰}=۴۰m}x=-t^{۲}+۶t+۴۰$

اکنون با قرار دادن $x=۴۸m$، لحظه‌های موردنظر را به‌دست می‌آوریم:

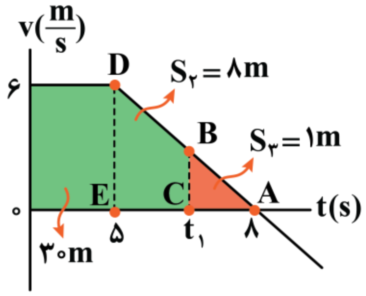
$$۴۸=-t^{۲}+۶t+۴۰\Rightarrow t^{۲}-۶t+۸=۰\Rightarrow\begin{cases}t=۲s\\t=۴s\end{cases}$$

توجه کنید که این لحظه‌ها پس از $t=۵s$ اند؛ بنابراین لحظات خواسته‌شده برابرند با:

$$t_{۱}=۵+۲=۷s$$

$$t_{۲}=۵+۴=۹s$$

روش دوم



متحرک در ابتدا در مکان $x_0 = 10m$ قرار دارد؛ بنابراین برای آن‌که به مکان $x = 48m$ برسد، باید به‌اندازهٔ $\Delta x = 38m$ جابه‌جا شود؛ بنابراین:

$$\frac{S_{ABC}}{S_{ADE}} = \frac{1}{9} \Rightarrow \frac{8-t_1}{8-5} = \frac{1}{3} \Rightarrow t_1 = 7s$$

به همین ترتیب لحظهٔ t_2 برابر $9s$ به‌دست می‌آید.

۲۲- متحرکی در یک مسیر مستقیم با شتاب ثابت از حال سکون شروع به حرکت کرده و پس از ۱۰ ثانیه، ترمز کرده و با شتاب ثابت پس از مدت‌زمان ۲ ثانیه از لحظهٔ ترمز کردن، می‌ایستد. اگر سرعت متوسط متحرک در کل مسیر حرکتش برابر $20\frac{m}{s}$ باشد، در ۴ ثانیهٔ آخر حرکتش، مسافت چند متر را طی کرده است؟

۱) ۴۰ ۲) ۷۲ ۳) ۱۱۲ ۴) ۱۵۲

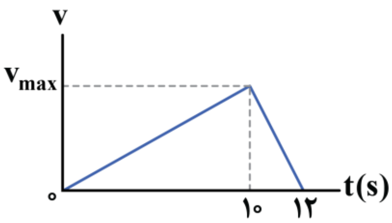
پاسخ: گزینهٔ ۳ (سخت ـ محاسباتی ـ زمان‌بَر ـ صفحهٔ ۱۹ ـ ۱۴۰۱)

با توجه به توضیحات صورت سؤال، ابتدا یک نمودار سرعت ـ زمان برای این متحرک رسم می‌کنیم.

حال گام‌های زیر را طی می‌کنیم:

گام اول

بیشینهٔ سرعت متحرک برابر است با:



$$v_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t} \Rightarrow 20 = \frac{\frac{v_{max}\times 12}{2}}{12} \Rightarrow v_{max} = 40\frac{m}{s}$$

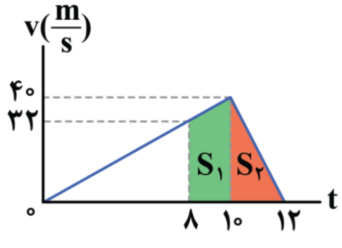
گام دوم

شتاب متحرک در قسمت اول حرکت، برابر $a_1 = \frac{40}{10} = 4\frac{m}{s^2}$ است؛ بنابراین سرعت متحرک در لحظهٔ $t = 8s$ برابر است با:

$$v = at + v_0 \Rightarrow v = 4\times 8 + 0 = 32\frac{m}{s}$$

گام آخر

حال با محاسبهٔ مساحت زیر نمودار از لحظهٔ $t = 8s$ تا $t = 12s$، مسافت طی‌شده توسط متحرک را به‌دست می‌آوریم:



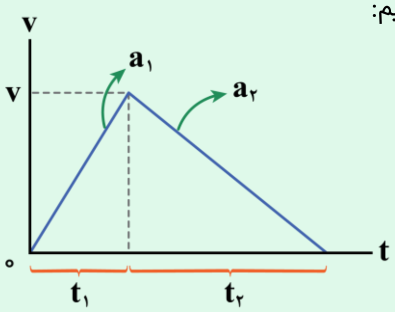
$$S_1 = \frac{40+32}{2}\times 2 = 72m$$

$$S_2 = \frac{40\times 2}{2} = 40m$$

مسافت: $L = S_1 + S_2 = 72 + 40 = 112m$

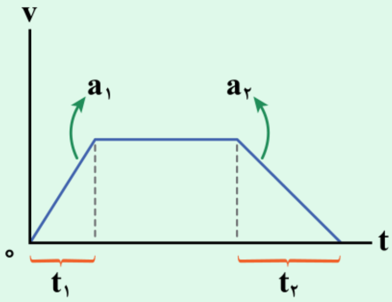
نکته

در حالتی خاص از سؤالات حرکت شتاب ثابت، متحرک از حال سکون با شتاب a_1 شروع به حرکت می‌کند و پس از گذشت t_1 ثانیه، با شتاب a_2 حرکتش کُند و متوقف می‌شود. با توجه به نمودار سرعت ـ زمان این نوع حرکت می‌توانیم بنویسیم:



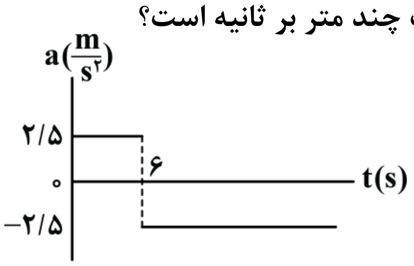
$$\frac{|a_1|}{|a_2|}=\frac{t_2}{t_1}$$

دقت کنید که اگر در بخش میانی حرکت، حرکت به‌صورت سرعت ثابت باشد، بازهم رابطهٔ فوق در بخش حرکت تندشونده و کندشونده برقرار است:



$$\frac{|a_1|}{|a_2|}=\frac{t_2}{t_1}$$

۲۳- نمودار شتاب ـ زمان حرکت متحرکی که بر روی محور x حرکت می‌کند، مطابق شکل زیر است. اگر این متحرک در لحظهٔ $t=10s$ برای دومین بار تغییر جهت بدهد، تندی متوسط آن در ۱۰ ثانیهٔ اول حرکت چند متر بر ثانیه است؟



۱) ۳/۵

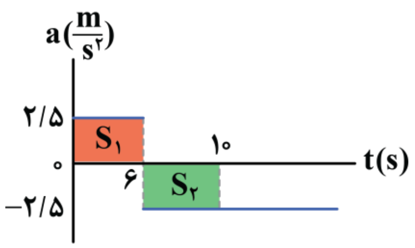
۲) ۴

۳) ۴/۵

۴) ۵

پاسخ: گزینهٔ ۳ (سخت ـ محاسباتی ـ زمان‌بَر ـ صفحهٔ ۲۱ ـ ۱۴۰۱)

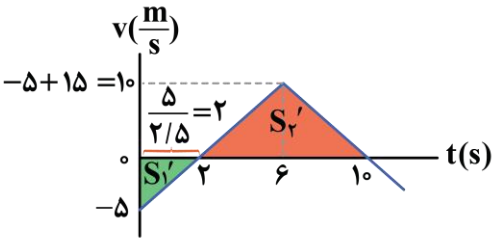
با توجه به اطلاعات مسئله و نمودار شتاب ـ زمان، نمودار سرعت ـ زمان متحرک را رسم می‌کنیم. دقت کنید چون متحرک در لحظهٔ $t=10s$ تغییر جهت داده، سرعت در این لحظه برابر صفر است.



$$\begin{cases} S_1=6\times 2/5=15\frac{m}{s} \\ S_2=(10-6)(2/5)=10\frac{m}{s} \end{cases}$$

$$\Delta v_{(0-10)}=S_1-S_2=15-10=5\frac{m}{s}$$

$$\Delta v_{(0-10)}=v_{10s}-v_0 \Rightarrow 5=0-v_0 \Rightarrow v_0=-5\frac{m}{s}$$



$$S_1' = \frac{2\times 5}{2} = 5m$$

$$S_2' = \frac{8\times 10}{2} = 40m$$

مسافت طی‌شده برابر است با مساحت محصور نمودار $v-t$ با محور t؛ درنتیجه داریم:

$$\ell_{(0-10)} = S_1' + S_2' = 5 + 40 = 45m$$

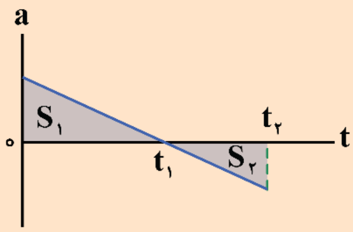
$$s_{av(0-10)} = \frac{\ell}{\Delta t} = \frac{45}{10} = 4/5\frac{m}{s}$$

کپسول دوپینگ | نمودار شتاب ـ زمان در حرکت بر خط راست چه اطلاعاتی به ما می‌دهد؟

اگر شتاب متحرکی را که بر خط راست حرکت می‌کند، برحسب زمان رسم کنیم، نمودار شتاب ـ زمان متحرک به‌دست می‌آید.

از نمودار شتاب ـ زمان می‌توان به اطلاعات زیر دست یافت:

۱- **مساحت محصور بین نمودار شتاب ـ زمان و محور t** در یک بازهٔ زمانی، برابر **تغییرات سرعت** در آن بازهٔ زمانی (Δv) است. در این حالت نیز، اگر مساحت محصور بین نمودار و محور t، بالای محور t باشد، $\Delta v > 0$ و اگر مساحت محصور بین نمودار و محور t، زیر محور t باشد، $\Delta v < 0$ است.



در بازهٔ زمانی صفر تا t_1: $\Delta v = +S_1$

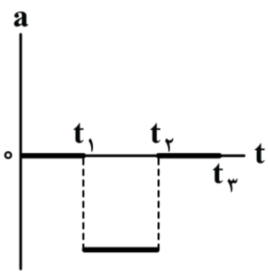
در بازهٔ زمانی t_1 تا t_2: $\Delta v = -S_2$

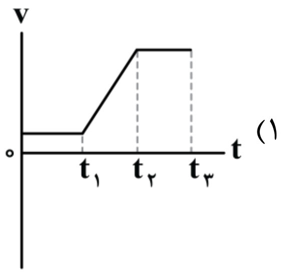
در بازهٔ زمانی صفر تا t_2: $\Delta v = S_1 - S_2$

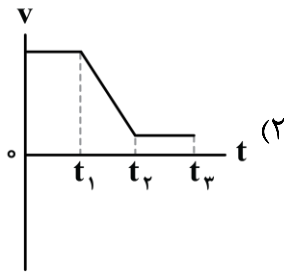
۲- با داشتن تغییرات سرعت، می‌توانیم **شتاب متوسط** را در بازهٔ زمانی موردنظر محاسبه کنیم:

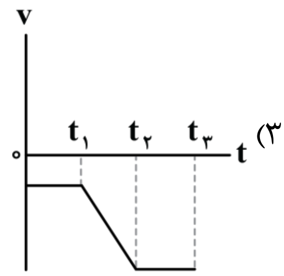
$$a_{av} = \frac{\Delta v}{\Delta t}$$

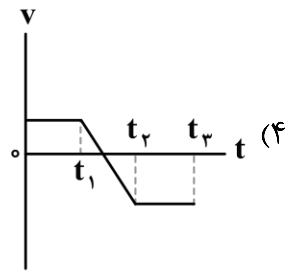
۲۴- نمودار شتاب ـ زمان متحرکی که همواره در جهت محور x حرکت می‌کند، مطابق شکل زیر است. کدام‌یک از گزینه‌های زیر می‌تواند نمودار سرعت ـ زمان مربوط به این متحرک باشد؟











پاسخ: گزینهٔ ۲ (آسان ـ مفهومی ـ سریع ـ صفحهٔ ۲۱ ـ ۱۴۰۱)

چون طبق صورت سؤال، متحرک در جهت محور x حرکت می‌کند؛ بنابراین همواره $v > ۰$ است؛ بنابراین گزینه‌های (۳) و (۴) نادرست هستند. از طرفی در بازهٔ زمانی $t_۱$ تا $t_۲$، شتاب منفی است؛ بنابراین در این بازهٔ زمانی، شیب نمودار سرعت ـ زمان باید منفی باشد، پس گزینهٔ (۲) صحیح است.

۲۵- متحرک A با شتاب $۳\frac{m}{s^۲}$ از حال سکون از مبدأ مکان شروع به حرکت می‌کند و پس از ۴s به متحرک B که با سرعت $۱۰\frac{m}{s}$ در همان جهت حرکت می‌کند، می‌رسد. اگر از این لحظه به بعد، متحرک B سرعت خود را با شتاب $۵\frac{m}{s^۲}$ افزایش دهد، از لحظهٔ شروع حرکت متحرک A تا لحظه‌ای که متحرک B از آن سبقت می‌گیرد، تندی متوسط متحرک A چند متر بر ثانیه است؟

۱) ۴ ۲) ۵ ۳) ۸ ۴) ۹

پاسخ: گزینهٔ ۴ (سخت ـ محاسباتی ـ زمان‌بَر ـ صفحهٔ ۱۷ ـ ۱۴۰۱)

گام اول

سرعت متحرک A را در لحظه‌ای که به متحرک B می‌رسد، یعنی ۴s پس از شروع حرکت، به‌دست می‌آوریم:

$$a = \frac{\Delta v}{\Delta t} \Rightarrow ۳ = \frac{v - ۰}{۴} \Rightarrow v = ۱۲\frac{m}{s}$$

گام دوم

از لحظه‌ای که متحرک A به متحرک B می‌رسد، حرکت دو متحرک را بررسی کنیم و در معادلات مکان ـ زمان دو متحرک به‌جای t، مقدار t' را قرار دهیم (می‌دانیم $t = t' + ۴$ است).

حالا معادلهٔ مکان ـ زمان دو متحرک را می‌نویسیم:

$$x = \frac{۱}{۲}at^۲ + v_۰t + x_۰ \Rightarrow \begin{cases} x_A = \frac{۱}{۲}(۳)t'^۲ + ۱۲t' + x_۰ \\ x_B = \frac{۱}{۲}(۵)t'^۲ + ۱۰t' + x_۰ \end{cases}$$

گام سوم

لحظه‌ای که پس از رسیدن متحرک A به متحرک B، متحرک B از متحرک A سبقت می‌گیرد را به‌دست می‌آوریم:

$$x_A = x_B \Rightarrow ۱/۵t'^۲ + ۱۲t' + x_۰ = ۲/۵t'^۲ + ۱۰t' + x_۰$$

$$\Rightarrow t'^۲ = ۲t' \Rightarrow \begin{cases} t' = ۰\ (\times) \Rightarrow \text{لحظه‌ای که در آن متحرک A از متحرک B سبقت می‌گیرد.} \\ t' = ۲s\ (\checkmark) \Rightarrow \text{لحظه‌ای که در آن متحرک B از متحرک A سبقت می‌گیرد.} \end{cases}$$

گام چهارم

سرعت متحرک A را در لحظه‌ای که متحرک B از آن سبقت می‌گیرد، به‌دست می‌آوریم:

$$v_A = a_A t' + v'_۰ \xrightarrow[v'_۰ = ۱۲\frac{m}{s}]{a_A = ۳\frac{m}{s^۲}} v_A = ۳(۲) + ۱۲ = ۱۸\frac{m}{s}$$

کام آخر

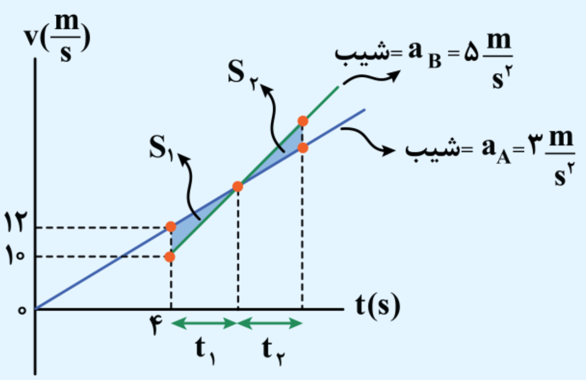
تندی متوسط متحرک A، از لحظهٔ شروع حرکتش تا $t' = ۲s$ یا درواقع $t = ۶s$ را به‌دست می‌آوریم. با توجه به این‌که متحرک A تغییر جهت نمی‌دهد، تندی متوسط آن با مقدار سرعت متوسط در این بازه برابر است. از طرفی در حرکت با شتاب ثابت، سرعت متوسط متحرک برابر با میانگین سرعت ابتدا و انتهای بازه است.

بنابراین داریم (دقت کنید در لحظهٔ رسیدن متحرک A به B، سرعت متحرک A برابر با $v'_\circ = ۱۲\frac{m}{s}$ و در لحظهٔ شروع حرکت متحرک A سرعت آن برابر با $v_\circ = \circ$ است.):

$$s_{av} = |v_{av}| = \left|\frac{v_\circ + v}{۲}\right| \xrightarrow[v=۱۸\frac{m}{s}]{v_\circ=\circ} s_{av} = \frac{\circ + ۱۸}{۲} = ۹\frac{m}{s}$$

راهنمای زرنگ‌بازی

نمودار سرعت ـ زمان دو متحرک مطابق شکل مقابل است:



برای آن‌که دو متحرک به‌هم برسند باید مساحت‌های $S_۱$ و $S_۲$ برابر باشند؛ بنابراین زمان‌های $t_۱$ و $t_۲$ برابرند. چون $t_۱$ ثانیه پس از لحظهٔ $t = ۴s$، سرعت دو متحرک برابر می‌شود، داریم:

$$v = at + v_\circ \Rightarrow ۳t_۱ + ۱۲ = ۵t_۱ + ۱۰ \Rightarrow t_۱ = ۱s$$

بنابراین $t_۲ = t_۱ = ۱s$ است و دو متحرک در $t = ۶s$ به‌هم می‌رسند. سرعت متوسط متحرک A در ۶ ثانیهٔ اول حرکت برابر با سرعت آن در لحظهٔ $t = ۳s$ است:

$$v = at + v_\circ \Rightarrow v = ۳t \xrightarrow{t=۳s} v = ۹\frac{m}{s}$$

کپسول دوپینگ | حرکت دو متحرک با شتاب ثابت چگونه بررسی می‌شود؟

گاهی در سؤالات می‌خواهیم حرکت دو متحرک را بررسی کنیم که یکی از آن‌ها یا هر دو با شتاب ثابت حرکت می‌کنند. برای بررسی این‌گونه سؤالات، معادلهٔ مکان ـ زمان دو متحرک را می‌نویسیم و از نکات زیر استفاده می‌کنیم:

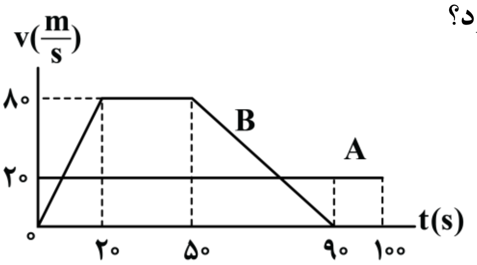
۱- اگر متحرک با سرعت ثابت حرکت کند، معادلهٔ مکان ـ زمان آن را به‌صورت $x = vt + x_\circ$ می‌نویسیم و اگر متحرک با شتاب ثابت حرکت کند، معادلهٔ مکان ـ زمان آن را به‌صورت $x = \frac{۱}{۲}at^۲ + v_\circ t + x_\circ$ می‌نویسیم.

۲- اگر لحظهٔ **به‌هم رسیدن** دو متحرک را بخواهیم، معادلهٔ مکان ـ زمان آن‌ها را باهم **مساوی** قرار می‌دهیم. $(x_A = x_B)$

۳- اگر **فاصلهٔ دو متحرک** را بخواهیم، **قدر مطلق اختلاف مکان** آن‌ها را به‌دست می‌آوریم. $(d = |x_A - x_B|)$

ماز

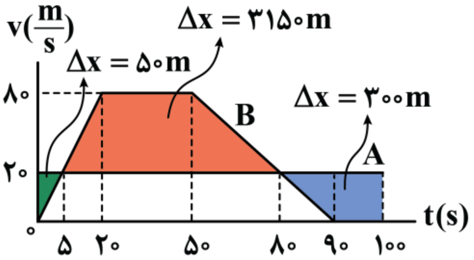
۲۶- دو متحرک A و B از یک مکان بر روی محور x حرکت می‌کنند و نمودار سرعت ـ زمان آن‌ها مطابق شکل رسم شده است. از مبدأ زمان تا لحظهٔ $t=100s$، چند بار فاصلهٔ دو متحرک ۶۰m می‌شود؟



۱) ۱
۲) ۲
۳) ۳
۴) صفر

پاسخ: گزینهٔ ۱ (متوسط ـ استدلالی ـ استاندارد ـ صفحه ۱۹ ـ ۱۲۰۱)

با توجه به این‌که شتاب متحرک B (شیب نمودار) به‌ترتیب در بازه‌های زمانی $0<t<20s$ و $50s<t<90s$ برابر $+4\frac{m}{s^2}$ و $-2\frac{m}{s^2}$ است، در لحظات $t=5s$ و $t=80s$، سرعت متحرک B برابر با $20\frac{m}{s}$ است.

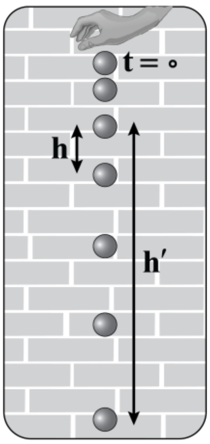


اکنون با به‌دست آوردن مساحت بین دو نمودار، جابه‌جایی دو متحرک نسبت به یکدیگر را به‌دست می‌آوریم:

- در ۵ ثانیهٔ اول، متحرک A به‌اندازهٔ ۵۰m بیش‌تر از متحرک B جابه‌جا شده است؛ بنابراین در لحظهٔ $t=5s$، متحرک A از متحرک B، ۵۰ متر جلوتر است.
- در بازهٔ $5s<t<80s$، متحرک B از متحرک A، ۳۱۵۰ متر بیش‌تر جابه‌جا شده $\Leftarrow$ در $t=80s \Leftarrow$ متحرک B از متحرک A، ۳۱۰۰ متر جلوتر است.
- در بازهٔ $80s<t<100s$، متحرک A از متحرک B، ۳۰۰ متر بیش‌تر جابه‌جا شده است، درنتیجه در لحظهٔ $t=100s$، متحرک B از متحرک A، $3100-300=2800m$ جلوتر است.

پس فقط در بازهٔ زمانی $5s<t<80s$، یک‌بار فاصلهٔ دو متحرک ۶۰m می‌شود.

۲۷- در شکل زیر، گلوله‌ای در شرایط خلأ از حال سکون رها شده و جابه‌جایی گلوله در ثانیه‌های متوالی نشان داده شده است. نسبت $\frac{h}{h'}$ چقدر است؟ $(g=10\frac{m}{s^2})$

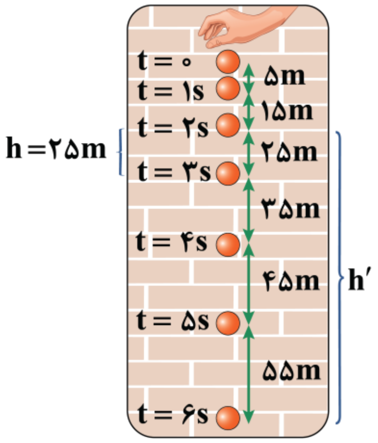


۱) $\frac{1}{4}$
۲) $\frac{1}{5}$
۳) $\frac{5}{21}$
۴) $\frac{5}{32}$

پاسخ: گزینهٔ ۴ (آسان ـ محاسباتی ـ سریع ـ صفحهٔ ۲۲ ـ ۱۴۰۱)

در حرکت سقوط آزاد با $g=۱۰\frac{m}{s^۲}$، جابه‌جایی در ثانیه‌های مختلف به‌صورت $۵m$، $۱۵m$، $۲۵m$ و ... است؛ بنابراین به‌راحتی می‌توان نوشت:

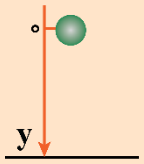
$$\frac{h}{h'}=\frac{۲۵}{۲۵+۳۵+۴۵+۵۵}=\frac{۲۵}{۱۶۰}=\frac{۵}{۳۲}$$



کپسول دوپینگ | سقوط آزاد

به حرکت جسمی که فقط تحت تأثیر جاذبهٔ گرانشی در نزدیکی سطح زمین سقوط می‌کند، درصورتی‌که از مقاومت هوا صرف‌نظر شود، سقوط آزاد می‌گویند.

برای راحتی کار در حل سؤالات سقوط آزاد، نقطهٔ رهاشدن جسم را مبدأ مختصات درنظر می‌گیریم و جهت مثبت محور y را به سمت پایین فرض می‌کنیم:



در این صورت علامت شتاب، مکان و سرعت در هرلحظه مثبت خواهد شد.

کپسول دوپینگ | معادله‌های سقوط آزاد درصورت رهاشدن جسم بدون سرعت اولیه

۱- معادلهٔ مکان ـ زمان:

$$y=\frac{۱}{۲}gt^۲+v_۰t+y_۰\xrightarrow[v_۰=۰]{y_۰=۰}y=\frac{۱}{۲}gt^۲$$

۲- معادلهٔ سرعت ـ زمان:

$$v=gt+v_۰\xrightarrow{v_۰=۰}v=gt$$

۳- معادلهٔ مستقل از زمان:

$$v^۲-v_۰^۲=۲g\Delta y\xrightarrow[y_۰=۰]{v_۰=۰}v^۲=۲gy$$

۴- معادلهٔ سرعت متوسط:

$$v_{av}=\frac{۱}{۲}gt$$

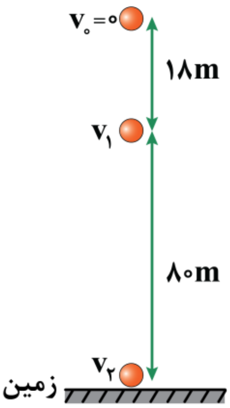
تکنیک ده‌دهی: اگر گلوله‌ای را در شرایط خلأ و بدون سرعت اولیه از ارتفاع معینی رها کنیم و $g=۱۰\frac{m}{s^۲}$ باشد، گلوله در ثانیهٔ اول ۵ متر، در ثانیهٔ دوم ۱۵ متر، در ثانیهٔ سوم ۲۵ متر و ... جابه‌جا می‌شود. همچنین تندی گلوله در لحظهٔ ۱s، $۱۰\frac{m}{s}$، در لحظهٔ ۲s، $۲۰\frac{m}{s}$، در لحظهٔ ۳s، $۳۰\frac{m}{s}$ و ... است.

۲۸- در شرایط خلأ، گلوله‌ای از ارتفاع ۹۸ متری زمین رها می‌شود. سرعت این گلوله در ارتفاع ۸۰ متری سطح زمین چند برابر سرعت آن در لحظهٔ برخورد با سطح زمین است؟ $(g=10\frac{m}{s^2})$

۱) $\frac{1}{4}$
۲) $\frac{3}{7}$
۳) $\frac{7}{3}$
۴) $\frac{2}{7}$

پاسخ: گزینهٔ ۲ (متوسط ـ محاسباتی ـ استاندارد ـ صفحهٔ ۲۲ ـ ۱۴۰۱)

روش اول



با استفاده از رابطهٔ مستقل از زمان داریم:

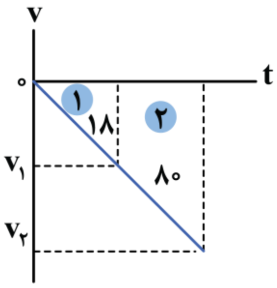
$$v_1^2-v_0^2=-2g\Delta y_1 \Rightarrow v_1^2=2g\times 18$$

$$v_2^2-v_0^2=-2g\Delta y_2 \Rightarrow v_2^2=2g\times 98$$

با تقسیم دو رابطه داریم:

$$\frac{v_1^2}{v_2^2}=\frac{18}{98}=\frac{9}{49}\Rightarrow \frac{v_1}{v_2}=\frac{3}{7}$$

روش دوم



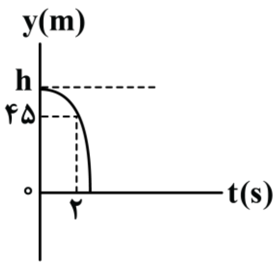
با کشیدن نمودار $v-t$ این گلوله می‌توانیم نسبت سرعت‌های خواسته‌شده را به‌دست بیاوریم و می‌دانیم وقتی گلوله در ۸۰ متری سطح زمین بوده یعنی ۱۸ متر از ابتدای رها شدن طی کرده است.

ما نسبت $\frac{v_1}{v_2}$ را می‌خواهیم و می‌دانیم مثلث (۱) و (۲) باهم متشابه هستند؛ بنابراین:

$$(\text{نسبت تشابه})^2=\text{نسبت مساحت مثلث‌ها}\Leftarrow(\text{نسبت تشابه})^2=\frac{9}{49}=\frac{18}{18+80}$$

$$\text{نسبت تشابه}=\frac{3}{7}\Leftarrow\frac{v_1}{v_2}=\frac{3}{7}$$

۲۹- شکل زیر، نمودار مکان ـ زمان گلوله‌ای است که در شرایط خلأ از ارتفاع h رها شده است. ارتفاع h چند متر است؟ $(g=10\frac{m}{s^2})$



۱) ۲۰
۲) ۶۵
۳) ۷۰
۴) ۵۵

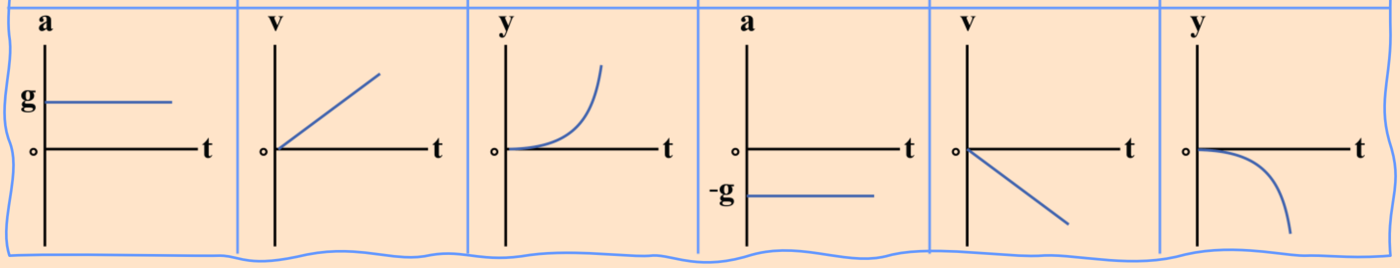
پاسخ: گزینهٔ ۲ (آسان ـ محاسباتی ـ سریع ـ صفحهٔ ۲۴ ـ ۱۴۰۱)

می‌دانیم معادلهٔ مکان ـ زمان حرکت گلوله برابر با $y=-\frac{1}{2}gt^2+y_0$ است درنتیجه با جایگذاری $t=2s$، می‌توانیم ارتفاع رها شدن را به‌دست بیاوریم:

$$y=-\frac{1}{2}gt^2+y_0\Rightarrow y=-5t^2+y_0\xrightarrow{t=2s}45=-5(2)^2+h\Rightarrow h=65m$$

کپسول دوپینگ | نمودارهای سقوط آزاد

«ب» محور مکان در راستای قائم و رو به پایین است.			«الف» محور مکان در راستای قائم و رو به بالا است.		
شتاب ـ زمان	سرعت ـ زمان	مکان ـ زمان	شتاب ـ زمان	سرعت ـ زمان	مکان ـ زمان



۳۰- **گلوله‌ای را از ارتفاعی رها می‌کنیم و یک ثانیه بعد، گلولهٔ دوم را از ۱۵m پایین‌تر رها می‌کنیم. اندازهٔ سرعت گلولهٔ دوم در لحظه‌ای که دو گلوله در یک ارتفاع هستند، چند متر بر ثانیه می‌باشد؟ ($g=10\frac{m}{s^2}$ و مقاومت هوا ناچیز است.)**

۱) ۵ ۲) ۲۰ ۳) ۱۵ ۴) ۱۰

پاسخ: گزینهٔ ۴ **(متوسط ـ محاسباتی ـ استاندارد ـ صفحهٔ ۲۲ ـ ۱۴۰۱)**

طبق فرمول مکان ـ زمان گلوله $(y=-5t^2+y_0)$، می‌توانیم مکان گلوله‌ها را در هر ثانیه داشته باشیم و با برابری معادله‌های حرکت دو گلوله، لحظهٔ برخورد را پیدا کنیم.

$$y_1=-5t^2+y_0$$

$$y_2=-5(t-1)^2+y_0-15 \Rightarrow y_2=-5t^2+10t-5+y_0-15$$

$$y_1=y_2 \Rightarrow -5t^2+y_0=-5t^2+10t+y_0-20 \Rightarrow t=2s$$

چون گلولهٔ دوم یک ثانیه دیرتر رها شده، یعنی به مدت یک ثانیه در حرکت بوده و سرعت آن برابر $-10\frac{m}{s}$ می‌باشد.