دورهٔ جمع‌بندی دوپینگ

شنبه
۱۴۰۴/۰۲/۰۶

گروه آزمایشی
علوم ریاضی و فنی

دفترچه پاسخ

دوپینگ ماز

آزمون سراسری ورودی دانشگاه‌های کشور ــ تیرماه ۱۴۰۳

ردیف	درس	تعداد سؤال	از شماره	تا شماره	مدت پاسخگویی
۱	ریاضیات	۴۰	۱	۴۰	۷۰
۲	فیزیک	۳۵	۴۱	۷۵	۴۵
۳	شیمی	۳۰	۷۶	۱۰۵	۳۰

حق چاپ و تکثیر سؤالات به هر روش (الکترونیکی و...) پس از برگزاری آزمون برای تمامی اشخاص حقیقی و حقوقی تنها با مجوز «گروه ماز» مجاز می‌باشد و با متخلفین برابر مقررات رفتار می‌شود.

به دلیل عدم رضایت تیم ماز، هرگونه استفادهٔ غیرقانونی از دفترچه سؤالات و پاسخنامه ماز برای تمامی اشخاص، شرعاً حرام است.

سنجش کلاد
www.SanjeshCloud.ir
T.me/SanjeshClouds

۱- اگر $x+1$، $x-1$، $2x+1$ و x به‌ترتیب جملات چهارم، پنجم، هفتم و هشتم یک دنباله هندسی باشند، حاصل‌ضرب مقادیر ممکن برای قدرنسبت این دنباله، کدام است؟

۱) ۱ ۲) -۱ ۳) ۲ ۴) -۲

پاسخ: گزینهٔ ۲ (متوسط ـ محاسباتی ـ ۱۰۰۱)

دنبالهٔ هندسی

دنباله‌ای است که هر جملهٔ آن (غیر از جملهٔ اول) از ضرب یک مقدار ثابت در جملهٔ قبلی به‌دست می‌آید. این مقدار ثابت را قدر نسبت دنبالهٔ هندسی نامیده و آن را با q یا r نشان می‌دهند. جملهٔ عمومی دنبالهٔ هندسی به‌صورت $a_n = a_1 \times q^{n-1}$ می‌باشد. در دنبالهٔ هندسی حاصل تقسیم هر جمله بر جملهٔ قبل از خود، قدر نسبت را نشان می‌دهد.

$$\frac{a_5}{a_4} = \frac{a_8}{a_7} = q \Rightarrow \frac{x-1}{x+1} = \frac{x}{2x+1} \Rightarrow 2x^2 - x - 1 = x^2 + x$$

$$x^2 - 2x - 1 = 0 \Rightarrow q_1 q_2 = \left(\frac{x_1}{2x_1+1}\right)\left(\frac{x_2}{2x_2+1}\right) = \frac{x_1 x_2}{4x_1x_2 + 2(x_1+x_2)+1} = \frac{-1}{-4+4+1} = -1$$

گروه آموزشی ماز

۲- درخصوص گزاره منطقی $((p \Rightarrow q) \wedge r) \Rightarrow (p \Rightarrow r)$، کدام مورد صحیح است؟

۱) همواره درست است.
۲) همواره نادرست است.
۳) تنها وقتی درست است که p درست باشد.
۴) تنها وقتی درست است که q نادرست باشد.

پاسخ: گزینهٔ ۱ (متوسط ـ مفهومی ـ ۱۱۰۱)

نکاتی در مورد گزاره‌ها

۱) قانون دمورگان

$$\begin{cases} \sim (p \vee q) \equiv \sim p \wedge \sim q \\ \sim (p \wedge q) \equiv \sim p \vee \sim q \end{cases}$$

۲) تبدیل ترکیب شرطی به ترکیب فصلی

$$p \Rightarrow q \equiv \sim p \vee q$$

۳)

$$p \vee \sim p \equiv T \text{ و } p \wedge \sim p \equiv F$$

روش اول:

با استفاده از قوانین هم‌ارزی گزاره‌ها داریم:

$$((p \Rightarrow q) \wedge r) \Rightarrow (p \Rightarrow r) \equiv \sim ((\sim p \vee q) \wedge r) \vee (\sim p \vee r) \equiv (p \wedge \sim q) \vee \underbrace{\sim r \vee (\sim p \vee r)}_{T} \equiv (p \wedge \sim q) \vee T \equiv T$$

روش دوم:

گزارهٔ $((p \Rightarrow q) \wedge r) \Rightarrow (p \Rightarrow r)$ تنها در صورتی نادرست است که مقدم آن درست و تالی آن نادرست باشد. از طرفی گزارهٔ $p \Rightarrow r$ در صورتی نادرست است که p درست و r نادرست باشد که در این صورت گزارهٔ $(p \Rightarrow q) \wedge r$ نیز نادرست بوده و ترکیب شرطی به انتفای مقدم درست است، پس گزارهٔ صورت سؤال همواره درست است.

گروه آموزشی ماز

۳- اگر بزرگ‌ترین بازه‌ای که نمودار تابع $y = -5x^2 + ax - 8$ در آن اکیداً صعودی است، بازه $(-\infty, 2/5]$ باشد، عرض رأس سهمی کدام است؟

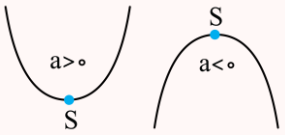
۱) ۱۳/۷۵ ۲) ۱۴/۲۵ ۳) ۲۳/۲۵ ۴) ۲۴/۷۵

کنکور ۱۴۰۴
www.biomaze.ir
www.SanjeshCloud.ir
T.me/SanjeshClouds

پاسخ: گزینهٔ ۳ (متوسط ـ مفهومی ـ ۱۰۰۴)

سهمی

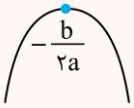
در حالت کلی نمودار هر تابع به فرم $f(x)=ax^2+bx+c$ سهمی نامیده می‌شود. نمودار سهمی به یکی از دو شکل زیر است:



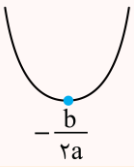
در هر کدام از نمودارهای فوق، نقطهٔ S را نقطهٔ رأس سهمی می‌نامند و مختصات آن از رابطهٔ زیر به‌دست می‌آید:

$$\text{رأس سهمی } S\begin{vmatrix} -\frac{b}{2a} \\ f(-\frac{b}{2a})=-\frac{\Delta}{4a}\end{vmatrix}$$

اگر دهانهٔ سهمی رو به پایین باشد، نمودار تابع در بازهٔ $[-\infty,-\frac{b}{2a}]$ صعودی و در بازهٔ $[-\frac{b}{2a},+\infty[$ نزولی می‌باشد.



اگر دهانهٔ سهمی رو به بالا باشد، نمودار تابع در بازهٔ $[-\infty,-\frac{b}{2a}]$ نزولی و در بازهٔ $[-\frac{b}{2a},+\infty[$ صعودی می‌باشد.



$$\frac{-b}{2a}=\frac{-a}{-10}=2/5\Rightarrow a=+25$$

$$y_S=-\frac{\Delta}{4a}=\frac{465}{20}=23/25$$

گروه آموزشی ماز

۴- اگر $r(x)$ باقیمانده تقسیم $2-x^{14}$ بر x^2+x+1 باشد، مجموع ضرایب چندجمله‌ای $r(x)$ کدام است؟ $(x\neq 1)$

۱) صفر ۲) ۱- ۳) ۲- ۴) ۴

پاسخ: گزینهٔ ۴ (سخت ـ محاسباتی ـ ۱۲۰۱)

تقسیم

تقسیم چندجمله‌ای بر چندجمله‌ای: در تقسیم چندجمله‌ای $A(x)$ بر چندجمله‌ای $B(x)$ داریم:

$$A(x)=B(x)\times Q(x)+R(x) \qquad \begin{array}{c|c} A(x) & B(x) \\ \hline \vdots & \\ R(x) & Q(x)\end{array}$$

$R(x)$: باقیمانده $Q(x)$: خارج قسمت $B(x)$: مقسوم علیه $A(x)$: مقسوم

برای محاسبهٔ باقی‌مانده، کافی است مقسوم‌علیه را مساوی صفر قرار داده و x با بزرگ‌ترین توان را برحسب سایر جملات به‌دست آورده و در مقسوم جای‌گذاری کنیم. این جای‌گذاری در مقسوم را آن‌قدر تکرار می‌کنیم تا درجهٔ باقی‌مانده از مقسوم‌علیه کمتر شود.

طرفین رابطهٔ تقسیم را در $(x-1)$ ضرب می‌کنیم:

$$(2-x^{14})(x-1)=(x^3-1)q(x)+(x-1)r(x) \qquad r(x): \text{باقیمانده}$$

مقسوم‌علیه جدید یعنی (x^3-1) را مساوی صفر قرار می‌دهیم:

$$x^3=1\Rightarrow(2-x^2)(x-1)=r(x)(x-1)$$

$$\Rightarrow \overset{1}{\cancel{x^3}}+x^2+2x-2=r(x)(x-1)$$

$$\Rightarrow r(x)(x-1)=(x-1)(x+3)$$

$$\Rightarrow r(x)=(x+3)\Rightarrow \text{جمع ضرایب}=4$$

گروه آموزشی ماز

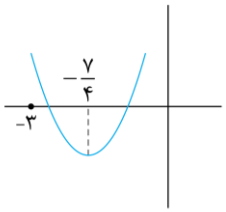
کنکور ۱۴۰۴
www.biomaze.ir
سنجش کلاد
www.SanjeshCloud.ir
T.me/SanjeshClouds

۵- برای چند مقدار صحیح m، هر دو ریشه معادله $2x^2+7x+m=0$ بزرگ‌تر از -3 است؟

۱) ۴ ۲) ۳ ۳) ۱ ۴) صفر

پاسخ: گزینهٔ ۲ (متوسط ـ مفهومی ـ ۱۰۰۴)

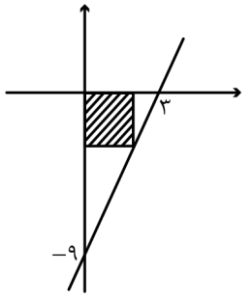
با توجه به آن‌که $x=-\frac{7}{4}$ طول رأس است، پس:



$$\begin{cases}\Delta>0\Rightarrow 49-8m>0\Rightarrow m<\frac{49}{8}\\ f(-3)>0\Rightarrow m-21+18>0\Rightarrow m>3\end{cases}$$
$$m=4,5,6$$

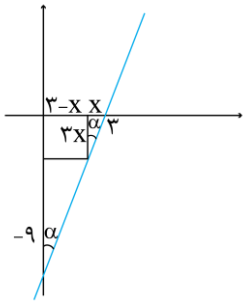
گروه آموزشی ماز

۶- در شکل زیر قطر مربع هاشورخورده، کدام است؟



۱) $2/5\sqrt{2}$
۲) $3/5\sqrt{2}$
۳) $\frac{9}{2\sqrt{2}}$
۴) $\frac{9}{\sqrt{2}}$

پاسخ: گزینهٔ ۳ (متوسط ـ مفهومی/محاسباتی ـ ۱۰۰۲)



$$\tan\alpha=\frac{3}{9}=\frac{1}{3}$$
$$3x=3-x\Rightarrow x=\frac{3}{4}$$
$$\text{ضلع مربع}=\frac{9}{4}\Rightarrow\text{قطر}=\frac{9}{4}\times\sqrt{2}=\frac{9\sqrt{2}}{4}=\frac{9\sqrt{2}}{4}\times\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}}=\frac{9\times2}{4\sqrt{2}}=\frac{9}{2\sqrt{2}}$$

گروه آموزشی ماز

۷- در یک مستطیل، نقاط $A(5,2)$ و $C(4,-1)$ دو رأس غیرمجاور و دو رأس B و D روی خط $x-3y=3$ واقع‌اند. اختلاف طول نقاط B و D کدام است؟

۱) ۳ ۲) ۳/۵ ۳) ۱ ۴) ۱/۵

پاسخ: گزینهٔ ۱ (سخت ـ مفهومی/محاسباتی ـ ۱۱۰۱)

نقطهٔ فرضی B را روی خط $x-3y=3$ در نظر می‌گیریم:

$$\left.\begin{array}{l}B\left|\begin{array}{l}3+3a\\ a\end{array}\right.\\ A\left|\begin{array}{l}5\\2\end{array}\right.\\ C\left|\begin{array}{l}4\\-1\end{array}\right.\end{array}\right\}\Rightarrow m_{AB}.m_{BC}=-1\Rightarrow\frac{a-2}{3a-2}.\frac{a+1}{3a-1}=-1\Rightarrow(a-2)(a+1)=-(3a-2)(3a-1)$$
$$\Rightarrow a^2-a-2=-(9a^2-9a+2)\Rightarrow 10a^2-10a=0\Rightarrow 10a(a-1)=0$$
$$\Rightarrow\begin{cases}a=0\Rightarrow y_B=0\Rightarrow x_B=3\\ a=1\Rightarrow y_D=1\Rightarrow x_D=6\end{cases}\Rightarrow|x_B-x_D|=3$$

گروه آموزشی ماز

کنکور ۱۴۰۴
www.biomaze.ir
www.SanjeshCloud.ir
T.me/SanjeshClouds

۸- ضابطه تابع قطعه‌ای f به‌صورت $f(x)=\begin{cases} x^2-x-7 & x\geq 1 \\ 2x-1 & x<1 \end{cases}$ است، برای چند مقدار a، $f(1-|a|)=f(2+|a|)$ است؟

۱) ۴ ۲) ۳ ۳) ۲ ۴) ۱

پاسخ: گزینهٔ ۳ (متوسط ـ مفهومی/محاسباتی ـ ۱۰۰۵)

$|a|+2>1 \Rightarrow f(2+|a|)=a^2+4+4|a|-2-|a|-7$

$1-|a|<1 \Rightarrow f(1-|a|)=2-2|a|-1$

دو عبارت به‌دست آمده را مساوی هم قرار می‌دهیم:

$$f(2+|a|)=f(1-|a|) \Rightarrow a^2+4+4|a|-2-|a|-7=2-2|a|-1 \Rightarrow a^2+5|a|-6=0 \Rightarrow \begin{cases} |a|=1 \Rightarrow a=\pm 1 \\ |a|=-6 \quad \text{غ ق ق} \end{cases}$$

گروه آموزشی ماز

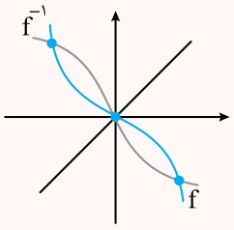
۹- نمودار تابع $f(x)=\sqrt{1-\sqrt{1+x}}$، در چند نقطه تابع وارون خود را قطع می‌کند؟

۱) ۴ ۲) ۳ ۳) ۲ ۴) ۱

پاسخ: گزینهٔ ۴ (متوسط ـ مفهومی ـ ۱۱۰۲)

برخورد تابع و وارونش

تابع $f(x)$ و معکوس آن یعنی $f^{-1}(x)$ یا روی خط $y=x$ و یا در نقاط متقارن نسبت به خط $y=x$ با یکدیگر برخورد دارند.



$1+x\geq 0 \Rightarrow x\geq -1$

$1-\sqrt{1+x}\geq 0 \Rightarrow \sqrt{1+x}\leq 1 \Rightarrow 1+x\leq 1 \Rightarrow x\leq 0$

$D_f=[-1,0]$ f نزولی اکید است.

$R_f=[f(0),f(-1)]=[0,1]$

با توجه به دامنه و برد تابع f، نمودار f در ناحیهٔ دوم و نمودار f^{-1} در ناحیهٔ چهارم واقع شده است، پس فقط در $O(0,0)$ همدیگر را قطع می‌کنند.

گروه آموزشی ماز

۱۰- اگر $\log(2-x)-\log\frac{1}{(x-2)^2}=3$ باشد، مقدار $\log_{\sqrt{2}}(-x)$ کدام است؟

۱) -6 ۲) ۶ ۳) $\frac{1}{4}$ ۴) $-\frac{1}{4}$

پاسخ: گزینهٔ ۲ (متوسط ـ مفهومی ـ ۱۱۰۳)

معادلات لگاریتمی

به معادله‌ای که در آن x جلوی لگاریتم قرار بگیرد، معادلهٔ لگاریتمی می‌گوییم. معادلات لگاریتمی را به ۲ نوع تقسیم می‌کنیم:

- در معادلهٔ نوع اول، لگاریتم با یک عدد مساوی می‌شود. $\log_b^a=c \Rightarrow a=b^c$

- در معادلهٔ نوع دوم، دو عبارت لگاریتمی با مبنای یکسان، مساوی می‌شوند. $\log_b^a=\log_b^c \Rightarrow a=c$

نکته

پس از حل معادلهٔ لگاریتمی باید جواب‌ها را کنترل کنیم که در دامنه قرار داشته باشند.

کنکور ۱۴۰۴
www.biomaze.ir
www.SanjeshCloud.ir
T.me/SanjeshClouds

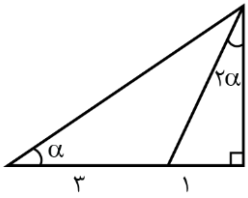
با توجه به آن‌که $x-2>0$ یعنی $x>2$ پس:

$$\log(2-x)+2\log(2-x)=3\Rightarrow \log(2-x)=1$$

$$2-x=10\Rightarrow x=-8\Rightarrow \log_{\sqrt{2}}^{8}=\log_{2^{\frac{1}{2}}}^{2^3}=\frac{3}{\frac{1}{2}}\log_2^2=6$$

گروه آموزشی ماز

۱۱- در شکل زیر، مقدار $\cos 2\alpha$ کدام است؟



۱) $\frac{1}{4}$
۲) $\frac{3}{4}$
۳) $\frac{3}{5}$
۴) $\frac{4}{5}$

پاسخ: گزینهٔ ۴ (سخت ـ محاسباتی ـ ۱۴۰۲)

نسبت‌های مثلثاتی ۲ برابر زاویه

۱) $\sin 2\alpha=2\sin\alpha\cos\alpha$

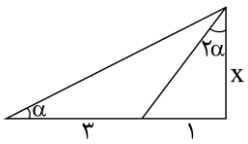
۲) $\cos 2\alpha=\cos^2\alpha-\sin^2\alpha$

۳) $\tan 2\alpha=\frac{2\tan\alpha}{1-\tan^2\alpha}$

۴) $\cot 2\alpha=\frac{1}{\tan 2\alpha}$

$$\tan\alpha=\frac{x}{4}$$

$$\tan 2\alpha=\frac{1}{x}$$



$$\tan 2\alpha=\frac{2\tan\alpha}{1-\tan^2\alpha}\Rightarrow\frac{\frac{x}{2}}{1-\frac{x^2}{16}}=\frac{8x}{16-x^2}=\frac{1}{x}\Rightarrow 8x^2=16-x^2\Rightarrow 9x^2=16\Rightarrow x^2=\frac{16}{9}\xrightarrow{x>0}x=\frac{4}{3}$$

$$\cos 2\alpha=\frac{x}{\sqrt{x^2+1}}=\frac{\frac{4}{3}}{\frac{5}{3}}=\frac{4}{5}$$

گروه آموزشی ماز

۱۲- اگر $3\sin^2 x+a\cos^2 x=4$ باشد، $\cot^2 x$ با کدام مورد برابر است؟

۱) $\frac{1}{a-4}$
۲) $\frac{1}{4-a}$
۳) $\frac{1}{a-3}$
۴) $\frac{1}{3-a}$

پاسخ: گزینهٔ ۱ (متوسط ـ محاسباتی ـ ۱۴۰۲)

نکته:

$$1+\cot^2 x=\frac{1}{\sin^2 x}$$

طرفین را بر $\sin^2 x$ تقسیم می‌کنیم.

$$3+a\cot^2 x=4(1+\cot^2 x)\Rightarrow\cot^2 x=\frac{1}{a-4}$$

گروه آموزشی ماز

کنکور ۱۴۰۴
www.biomaze.ir
www.SanjeshCloud.ir
T.me/SanjeshClouds

۱۳- در مثلث ABC، اگر $\tan(B-C)=\sqrt{۳}$ باشد، حاصل عبارت $\frac{۱-۲\cos(B+C)}{۴\sin B\cos C}$ کدام است؟

۱) -۱ ۲) $-\frac{۱}{۲}$ ۳) $\tan B$ ۴) $\tan C$

پاسخ: گزینهٔ ۴ (سخت ـ محاسباتی ـ ۱۱۰۴)

نسبت‌های مثلثاتی مجموع و تفاضل دو زاویه

۱) $\sin(\alpha\pm\beta)=\sin\alpha\cos\beta\pm\cos\alpha\sin\beta$

۲) $\cos(\alpha\pm\beta)=\cos\alpha\cos\beta\mp\sin\alpha\sin\beta$

روش اول:

$$\tan(B-C)=\sqrt{۳}\Rightarrow\cos(B-C)=\cos(C-B)=\frac{۱}{۲}$$

$$A=\frac{۲(\frac{۱}{۲}-\cos(B+C))}{۴\sin B\cos C}=\frac{۲(\cos(B-C)-\cos(B+C))}{۴\sin B\cos C}=\frac{۴\sin B\sin C}{۴\sin B\cos C}=\tan C$$

روش دوم:

می‌توانیم به جای B و C کمان‌های مناسبی جایگذاری کنیم:

$$\tan(B-C)=\sqrt{۳}=\tan ۶۰^\circ\Rightarrow\hat{B}=۹۰^\circ\ ,\ \hat{C}=۳۰^\circ$$

$$\frac{۱-۲\cos(B+C)}{۴\sin B\cos C}=\frac{۱-۲\cos ۱۲۰^\circ}{۴\sin ۹۰^\circ\cos ۳۰^\circ}=\frac{۱-۲(-\frac{۱}{۲})}{۴\times ۱\times\frac{\sqrt{۳}}{۲}}=\frac{۱}{\sqrt{۳}}=\tan ۳۰^\circ=\tan C$$

گروه آموزشی ماز

۱۴- تعداد جواب‌های معادله $\cos(۲x-\frac{\pi}{۴})+\cos(x+\frac{\pi}{۴})=۰$ در بازه $\left[-\frac{\pi}{۲},\frac{\pi}{۲}\right]$ کدام است؟

۱) ۱ ۲) ۲ ۳) ۳ ۴) ۴

پاسخ: گزینهٔ ۳ (متوسط ـ محاسباتی ـ ۱۲۰۲)

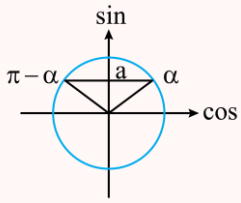
معادلهٔ مثلثاتی

معادله‌ای که مجهول آن (x) جلوی یک نسبت مثلثاتی قرار بگیرد. مثلاً معادلهٔ $\sin x=\frac{۱}{۲}$ با حل معادله به‌دنبال زوایایی هستیم که سینوس آن‌ها برابر $\frac{۱}{۲}$ است.

معادلهٔ مثلثاتی sin:

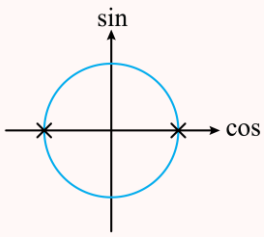
$$\sin x=a\xrightarrow{-۱\le a\le ۱}\begin{cases}x=۲k\pi+\alpha\\x=۲k\pi+\pi-\alpha\end{cases}$$

$$\sin x=\sin y\Rightarrow\begin{cases}x=۲k\pi+y\\x=۲k\pi+\pi-y\end{cases}$$

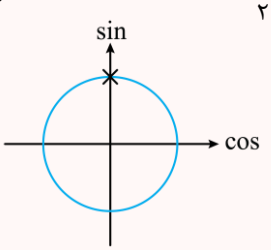


حالت‌های خاص:

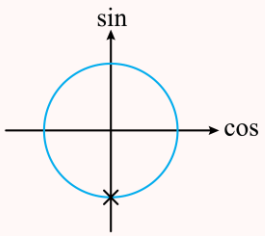
۱) $\sin A=۰\Rightarrow A=k\pi$



۲) $\sin A=۱\Rightarrow A=۲k\pi+\frac{\pi}{۲}$



۳) $\sin A=-۱\Rightarrow A=۲k\pi-\frac{\pi}{۲}$

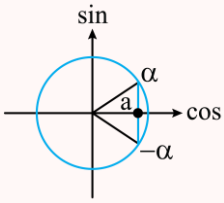


کنکور ۱۴۰۴
www.biomaze.ir
www.SanjeshCloud.ir
T.me/SanjeshClouds

معادلهٔ مثلثاتی cos:

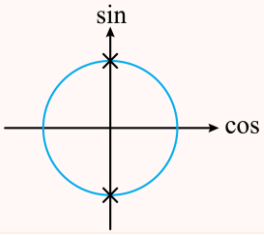
$$\cos x = a \xrightarrow{-1\le a\le 1} \begin{cases} x = 2k\pi + \alpha \\ x = 2k\pi - \alpha \end{cases}$$

$$\cos x = \cos y \Rightarrow \begin{cases} x = 2k\pi + y \\ x = 2k\pi - y \end{cases}$$

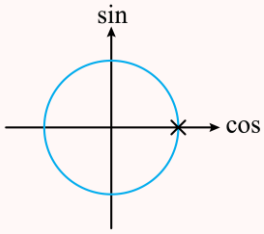


حالت‌های خاص:

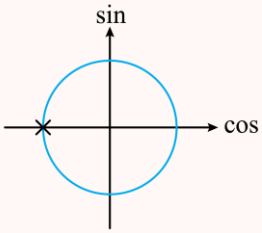
۱) $\cos A = 0 \Rightarrow A = k\pi + \frac{\pi}{2}$



۲) $\cos A = 1 \Rightarrow A = 2k\pi$



۳) $\cos A = -1 \Rightarrow A = 2k\pi + \pi$



$$\cos(2x - \frac{\pi}{4}) = -\cos(x + \frac{\pi}{4}) = \cos(\frac{3\pi}{4} - x)$$

$$2x - \frac{\pi}{4} = 2k\pi \pm (\frac{3\pi}{4} - x) \xrightarrow{-\frac{\pi}{2}\le x\le\frac{\pi}{2}} x = \frac{\pi}{3}, \frac{-\pi}{3}, \frac{-\pi}{2}$$

گروه آموزشی ماز

۱۵- اگر $\lim\limits_{x\to 0}\frac{a+\sqrt{(bx+1)(cx+1)}}{x} = 2$ باشد، مقدار $\frac{b}{a}+\frac{c}{a}$ کدام است؟

۱) -2 ۲) -4 ۳) $-\frac{1}{2}$ ۴) $-\frac{1}{4}$

پاسخ: گزینهٔ ۲ (متوسط ـ محاسباتی ـ ۱۱۰۵)

حد $\frac{0}{0}$ را دریاب

اگر حاصل $\lim\limits_{x\to a}\frac{f(x)}{g(x)}$ برابر عدد مشخص و حقیقی k باشد، در این صورت:

$$\xrightarrow{\lim\limits_{x\to a} g(x)=0} \lim_{x\to a}\frac{f(x)}{g(x)} = \frac{f(a)}{\text{حدی } 0} = k \Rightarrow$$

چون حاصل حد، عدد مشخص k می‌شود، پس حد باید مبهم $(\frac{0}{0})$ شود در نتیجه صورت کسر یعنی f(a) هم صفر می‌شود (۰ حدی).

$$\xrightarrow{\lim\limits_{x\to a} f(x)=0} \lim_{x\to a}\frac{f(x)}{g(x)} = \frac{\text{حدی } 0}{g(a)} = k \neq 0 \Rightarrow$$

چون حاصل حد، عدد مشخص k می‌شود، پس حد باید مبهم $(\frac{0}{0})$ شود در نتیجه مخرج کسر یعنی g(a) هم صفر می‌شود (۰ حدی).

قضیهٔ هوپیتال: اگر f و g توابعی مشتق‌پذیر و $\lim\limits_{x\to a}\frac{f(x)}{g(x)}$ حدی (مبهم) باشد برای رفع ابهام می‌توانیم از قضیهٔ هوپیتال به‌صورت زیر استفاده کنیم:

$$\lim_{x\to a}\frac{f(x)}{g(x)} = \frac{0}{0} \xrightarrow{\text{Hop}} \lim_{x\to a}\frac{f'(x)}{g'(x)}$$

$$a = -1 \Rightarrow \lim_{x\to 0}\frac{-1+\sqrt{bcx^2+(b+c)x+1}}{x} \xrightarrow{\text{HOP}} \lim_{x\to 0}\frac{\frac{2bcx+b+c}{2\sqrt{bcx^2+(b+c)x+1}}}{1} = \frac{b+c}{2} = 2$$

$$\begin{matrix} b+c=4 \\ a=-1 \end{matrix} \Rightarrow \frac{b}{a}+\frac{c}{a} = \frac{b+c}{a} = -4$$

کنکور ۱۴۰۴
www.biomaze.ir
www.SanjeshCloud.ir
T.me/SanjeshClouds

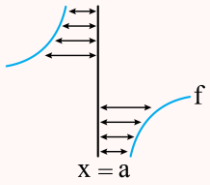
۱۶- برای چند مقدار a، تابع $f(x)=\frac{۳x^۲-۸x-۳}{ax^۲+(۱-a)x+a+۱}$ یک مجانب قائم دارد؟

۱) ۲ ۲) ۴ ۳) ۵ ۴) ۷

پاسخ: گزینهٔ ۳ (سخت ـ مفهومی/ محاسباتی ـ ۱۲۰۳)

مجانب قائم

خط $x=a$ را مجانب قائم تابع $f(x)$ می‌گوییم، هرگاه $\lim\limits_{x\to a^+} f(x)=\infty$ یا $\lim\limits_{x\to a^-} f(x)=\infty$. نمودار تابع به مجانب قائم نزدیک و نزدیک‌تر می‌شود. $x=a$ زمانی مجانب قائم تابع است که حداقل در یک همسایگی آن، تابع تعریف شود. برای به‌دست آوردن مجانب قائم، ریشه‌های مخرج تابع کسری را به‌دست می‌آوریم البته در صورتی که صورت را صفر نکند. توابعی مانند $y=\sin x$ که برد محدود دارند، مجانب قائم ندارند.



$a=۰\Rightarrow y=\frac{۳x^۲-۸x-۳}{x+۱}$ یک مجانب قائم

۲ مقدار a به‌دست می‌آید $\Delta=۰\Rightarrow(۱-a)^۲-۴a(a+۱)=۰\Rightarrow ۱-۲a+a^۲-۴a^۲-۴a=۰\Rightarrow -۳a^۲-۶a+۱=۰\Rightarrow a^۲+۲a-\frac{۱}{۳}=۰$ مخرج

$۳x^۲-۸x-۳=(x-۳)(۳x+۱)=۰$

اگر $x=۳$ یا $x=-\frac{۱}{۳}$ ریشهٔ مخرج هم باشند، آن‌گاه مخرج تک ریشه خواهد داشت، لذا فقط یک مجانب قائم داریم. مراقبت کرده‌ایم که ریشه‌های مخرج ریشه‌های تکراری با حالات قبل نباشد. در کل ۵ مقدار برای a به‌دست می‌آید.

گروه آموزشی ماز

۱۷- به‌ازای مقادیر طبیعی c، تابع $f(x)=\begin{cases}\sqrt{x^۲-۲x+۱} & |x|\le c\\ ax^۲+bx+۲ & |x|>c\end{cases}$ روی مجموعه اعداد حقیقی پیوسته است. کدام می‌تواند مقدار $\left[\frac{a}{b}\right]$ باشد؟

۱) -۱ ۲) -۲ ۳) -۳ ۴) -۴

پاسخ: گزینهٔ ۱ (سخت ـ محاسباتی ـ ۱۱۰۵)

پیوستگی

شرط پیوستگی تابع در $x=a$ آن است که تابع در $x=a$ و همسایگی این نقطه تعریف شود و همچنین حد تابع در این نقطه با مقدار تابع در این نقطه برابر شود، بنابراین:

$$\lim_{x\to a^+} f(x)=\lim_{x\to a^-} f(x)=f(a)$$

اگر توابع چند ضابطه‌ای در همهٔ نقاط پیوسته باشند باید هر کدام از ضابطه‌ها دارای پیوستگی و تابع در نقطهٔ مرزی نیز پیوسته باشد.

تابع در $x=\pm c$ پیوسته است، پس:

$$\begin{cases}|c-۱|=ac^۲+bc+۲\\ |c+۱|=ac^۲-bc+۲\end{cases}\quad c\ge ۱$$

c عددی طبیعی است، پس $|c-۱|=c-۱$ و $|c+۱|=c+۱$ و در نتیجه داریم:

$$\begin{cases}c-۱=ac^۲+bc+۲\ (۱)\\ c+۱=ac^۲-bc+۲\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}\text{تفاضل}\ ۲=-۲bc\Rightarrow bc=-۱\Rightarrow b=\frac{-۱}{c}\\ \xrightarrow{(۱)} c-۱=ac^۲-۱+۲\Rightarrow a=\frac{c-۲}{c^۲}\end{cases}$$

c: طبیعی

$$\frac{a}{b}=\frac{\frac{c-۲}{c^۲}}{-\frac{۱}{c}}=\frac{۲-c}{c}=\frac{۲}{c}-۱\Rightarrow\begin{cases}c=۱\Rightarrow\frac{a}{b}=۱\\ c=۲\Rightarrow\frac{a}{b}=۰\\ c\ge ۳\Rightarrow -۱<\frac{a}{b}<۰\Rightarrow[\frac{a}{b}]=-۱\end{cases}$$

کنکور ۱۴۰۴
www.biomaze.ir
سنجش کلاد
www.SanjeshCloud.ir
T.me/SanjeshClouds

۱۸- اگر $f(x)=\frac{۸+\cos^۳ x}{۴-\cos^۲ x}$ و $g(x)=\frac{۲}{۲-\cos x}$ باشد، حاصل عبارت $f'(\frac{۷\pi}{۶})-۲g'(\frac{۷\pi}{۶})$ کدام است؟

۱) $\frac{۱}{۲}$ ۲) $-\frac{۱}{۲}$ ۳) $-\frac{\sqrt{۳}}{۲}$ ۴) $\frac{\sqrt{۳}}{۲}$

پاسخ: گزینهٔ ۲ (متوسط ـ محاسباتی ـ ۱۲۰۴)

هنگام مشتق‌گیری ساده باش

مشتق‌گیری: اگر برای محاسبهٔ مشتق تابع بتوانیم ساده کنیم، بهتر است بعد از ساده‌سازی، مشتق بگیریم.

$$f(x)=\frac{(۲+\cos x)(\cos^۲ x+۴-۲\cos x)}{(۲-\cos x)(۲+\cos x)}=\frac{۴-۲\cos x+\cos^۲ x}{۲-\cos x}$$

$$(f-۲g)(x)=\frac{\cos^۲ x-۲\cos x}{۲-\cos x}=\frac{-\cos x(۲-\cos x)}{۲-\cos x}=-\cos x$$

$$(f-۲g)'(x)=\sin x \Rightarrow f'(\frac{۷\pi}{۶})-۲g'(\frac{۷\pi}{۶})=\sin\frac{۷\pi}{۶}=-\frac{۱}{۲}$$

گروه آموزشی ماز

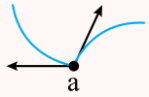
۱۹- به‌ازای چند مقدار صحیح m، تابع $f(x)=\begin{cases} b & x<a \\ b+(x-a)^m & x\geq a \end{cases}$ دارای نقطه گوشه‌ای است؟

۱) صفر ۲) بیش از ۲ ۳) ۲ ۴) ۱

پاسخ: گزینهٔ ۴ (متوسط ـ مفهومی ـ ۱۲۰۴)

نقطهٔ زاویه‌دار (گوشه)

نقطه‌ای است که در آن تابع پیوسته است، ولی نیم‌مماس‌های راست و چپ (مشتق‌های راست و چپ) در آن نقطه هم‌راستا نیستند. در توابعی به فرم $y=|(x-a)g(x)|$ $(g(a)\neq ۰)$ نقطهٔ $x=a$ گوشه است.



قرار است نقطهٔ گوشه داشته باشد، پس نقطهٔ گوشه فقط $x=a$ می‌تواند باشد. پس شرط پیوستگی f در a الزامی است لذا: $m>۰$ و $m\in\mathbb{Z}$.

$$f'(x)=\begin{cases} ۰ & x<a \\ m(x-a)^{m-۱} & x>a \end{cases}$$

$$f'_-(a)=۰ \Rightarrow f'_+(a)\neq ۰ \Rightarrow m=۱$$

$m-۱\geq ۱ \Rightarrow f'+(a)=۰ \Rightarrow$ مشتق‌پذیر می‌شود.

گروه آموزشی ماز

۲۰- تابع f با ضابطه $f(x)=\sqrt{x(۱-|x|)}$ را درنظر بگیرید. اگر m و n به‌ترتیب تعداد نقاط ماکزیمم و مینیمم نسبی و k تعداد نقاط بحرانی تابع f باشند، مقدار $m+n+k$ کدام است؟

۱) ۶ ۲) ۵ ۳) ۴ ۴) ۳

پاسخ: گزینهٔ ۲ (متوسط ـ محاسباتی ـ ۱۲۰۵)

نقاط بحرانی

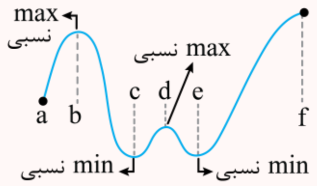
نقطهٔ $x=c$ را بحرانی می‌گوییم هرگاه این نقطه عضو دامنهٔ تابع باشد و مشتق تابع در این نقطه یا صفر باشد و یا وجود نداشته باشد.

$c\in D_f \Rightarrow f'(c)=۰$ یا $f'(c)=$ وجود نداشته باشد

با تعریف فوق، تمام نقاطی که در دامنهٔ تابع هستند و تابع در آن نقاط ناپیوسته و یا مشتق‌ناپذیر (نقاط مشتق‌ناپذیر مانند زاویه‌دار، بازگشتی، عطف قائم) باشد، بحرانی هستند. همچنین نقاطی که در آن‌ها، خط مماس، افقی باشد نیز بحرانی هستند. همچنین اگر نقاط بحرانی تابع $f(x)$ را در بازهٔ $[a,b]$ بخواهند نقاط ابتدا و انتهای بازه یعنی $x=a$ و $x=b$ بحرانی هستند.

اکسترمم نسبی: تابع $f(x)$ در $x=c$ ماکزیمم نسبی دارد، اگر یک همسایگی شامل نقطهٔ c (مانند (a,b)) موجود باشد که برای هر $x\in(a,b)$، $f(c)\geq f(x)$ باشد.
همچنین تابع $f(x)$ در $x=c$ مینیمم نسبی دارد، اگر یک همسایگی شامل نقطهٔ c (مانند (a,b)) موجود باشد که برای $x\in(a,b)$، $f(c)\leq f(x)$ باشد.
نقاط ابتدا و انتهای بازه نمی‌توانند اکسترمم نسبی باشند.

کنکور ۱۴۰۴
www.biomaze.ir
www.SanjeshCloud.ir
T.me/SanjeshClouds



برای تعیین نقاط اکسترمم نسبی تابع پیوستهٔ $f(x)$، کافی است از تابع مشتق گرفته و بعد مشتق را تعیین علامت کنیم. اگر علامت مشتق از چپ به راست از مثبت به منفی تغییر کند نقطهٔ max نسبی بوده و اگر علامت مشتق از چپ به راست از منفی به مثبت تغییر کند نقطهٔ min نسبی می‌باشد. اگر علامت مشتق در یک نقطه تغییر نکند، آن نقطه، اکسترمم نسبی نیست.

دامنهٔ تعریف: $x(۱-|x|)\geq ۰ \Rightarrow x\leq -۱$ یا $۰\leq x\leq ۱$

$D_f=(-\infty,-۱]\cup[۰,۱]$

با توجه به تعریف کتاب راجع به بحرانی $x=-۱,۰,۱$ طول نقطهٔ بحرانی خواهد شد.

$y'=\dfrac{۱\pm ۲x}{۲\sqrt{x-x|x|}}=۰\Rightarrow x=\pm\dfrac{۱}{۲}\Rightarrow x=\dfrac{۱}{۲}$ قابل قبول $\Rightarrow$ ۴ نقطهٔ بحرانی و یک اکسترمم نسبی داریم. $\Rightarrow m+n+k=۱+۴=۵$

گروه آموزشی ماز

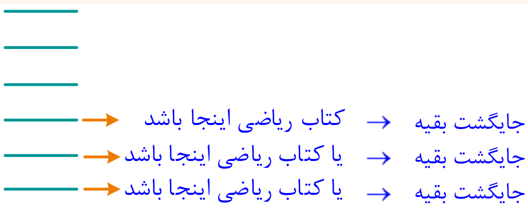
۲۱- رضا می‌خواهد کتاب ریاضی و ۵ کتاب درسی دیگرش را روی هم بچیند. در چند حالت مختلف هنگام چیدن کتاب‌ها، کتاب‌های بیشتری بالای کتاب ریاضی قرار می‌گیرد؟

۱) ۳۶۰ ۲) ۳۰۰ ۳) ۲۴۰ ۴) ۲۰۰

پاسخ: گزینهٔ ۱ (آسان ـ مفهومی ـ ۱۰۰۶)

جایگشت خطی اشیاء

هر طریقهٔ قرار گرفتن n شیء متمایز در یک ردیف کنار هم را یک جایگشت خطی از آن اشیاء می‌گوییم. جایگشت خطی n شیء متمایز برابر !n می‌باشد.



گروه آموزشی ماز

۲۲- سکه‌ای را پرتاب می‌کنیم. اگر «رو» بیاید، ۲ سکه پرتاب کرده و اگر «پشت» بیاید، ۳ سکه را پرتاب می‌کنیم. با کدام احتمال همه سکه‌ها یکسان ظاهر می‌شوند؟

۱) $\dfrac{۳}{۱۲}$ ۲) $\dfrac{۳}{۱۶}$ ۳) $\dfrac{۵}{۱۲}$ ۴) $\dfrac{۵}{۱۶}$

پاسخ: گزینهٔ ۲ (متوسط ـ مفهومی ـ ۱۱۰۲)

احتمال کل

در مسائل مربوط به احتمال کل می‌خواهیم احتمال وقوع پیشامدی مانند A را به‌دست آوریم به‌طوری‌که قبل از آن پیشامدهای دیگری مانند $B_۱$، $B_۲$، ... و B_n رخ داده باشند که در این صورت می‌توانیم از روش نمودار درختی استفاده کنیم بدین صورت که اعداد موجود در هر شاخه را در هم ضرب و جواب‌ها را از شاخه‌ای به شاخهٔ دیگر با هم جمع می‌کنیم.

اگر سکهٔ اول رو آمده باشد، برای یکسان بودن، باید ۲ سکهٔ بعدی هم رو بیایند:

(ر، ر، ر) $\Rightarrow P_۱=\dfrac{۱}{۲}\times\dfrac{۱}{۲}\times\dfrac{۱}{۲}=\dfrac{۱}{۸}$

و اگر سکهٔ اول پشت بیاید، برای یکسان بودن، باید ۳ سکهٔ بعدی هم پشت بیایند:

(پ، پ، پ، پ) $\Rightarrow P_۲=\dfrac{۱}{۲}\times\dfrac{۱}{۲}\times\dfrac{۱}{۲}\times\dfrac{۱}{۲}=\dfrac{۱}{۱۶}$

$\Rightarrow P=P_۱+P_۲=\dfrac{۱}{۸}+\dfrac{۱}{۱۶}=\dfrac{۳}{۱۶}$

گروه آموزشی ماز

کنکور ۱۴۰۴
www.biomaze.ir
سنجش کلاد
www.SanjeshCloud.ir
T.me/SanjeshClouds

۲۳- میانگین دسته اول با ۵ داده مختلف برابر میانگین دسته دوم با ۶ داده است، به‌طوری که تنها داده متفاوت بین دو دسته، داده a است. اگر واریانس دسته اول $\frac{۲}{۳}$ از واریانس دسته دوم بیشتر باشد، واریانس دسته اول کدام است؟

۱) ۱ ۲) ۲/۲۵ ۳) ۴ ۴) ۶/۲۵

پاسخ: گزینهٔ ۳ (سخت ـ مفهومی/ محاسباتی ـ ۱۱۰۳)

آمارشناسی

اگر $x_۱, x_۲, ..., x_n$ داده‌های آماری باشند:

میانگین $\bar{x} = \frac{x_۱ + x_۲ + \cdots + x_n}{n}$

واریانس $\sigma^۲ = \frac{(x_۱ - \bar{x})^۲ + \cdots + (x_n - \bar{x})^۲}{n}$

انحراف معیار $\sigma = \sqrt{\text{واریانس}}$

ضریب تغییرات $C.V = \frac{\sigma}{\bar{x}}$

داده‌های دستهٔ اول را $x_۱, ..., x_۵$ و داده‌های دستهٔ دوم را $x_۱, ..., x_۵, a$ در نظر می‌گیریم. میانگین‌ها برابرند؛ پس:

$$\bar{x} = \frac{\sum x_i}{۵} = \frac{\sum x_i + a}{۶} \Rightarrow \sum x_i = ۵a \Rightarrow a = \frac{\sum x_i}{۵} \Rightarrow a = \bar{x}$$

فرض کنید $(x_۱ - \bar{x})^۲ + ... + (x_۵ - \bar{x})^۲ = A$ باشد:

$$\sigma_۱^۲ - \sigma_۲^۲ = \frac{۲}{۳} \Rightarrow \frac{(x_۱ - \bar{x})^۲ + ... + (x_۵ - \bar{x})^۲}{۵} - \frac{(x_۱ - \bar{x})^۲ + ... + (x_۵ - \bar{x})^۲ + (\bar{x} - \bar{x})^۲}{۶} = \frac{۲}{۳}$$

$$\Rightarrow \frac{A}{۵} - \frac{A}{۶} = \frac{۲}{۳} \xrightarrow{\times ۳۰} ۶A - ۵A = ۲۰ \Rightarrow A = ۲۰$$

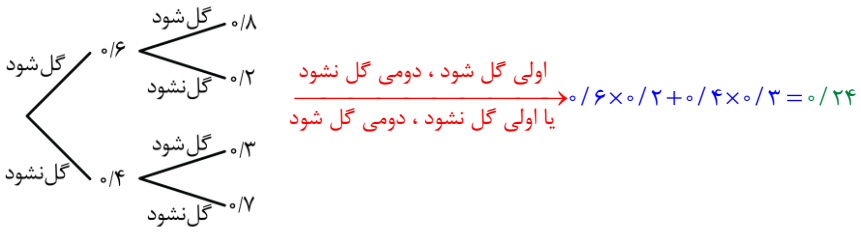
$$\sigma_۱^۲ = \frac{A}{۵} = ۴$$

گروه آموزشی ماز

۲۴- در جریان یک مسابقه بازیکن A دو پنالتی می‌زند. این بازیکن با احتمال ۶۰ درصد پنالتی اول را گل می‌کند، دراین‌صورت احتمال گل شدن پنالتی دوم ۸۰ درصد و در غیر این صورت ۳۰ درصد خواهد بود. با کدام احتمال وضعیت گل شدن دو پنالتی متفاوت است؟

۱) ۰/۴۴ ۲) ۰/۲۴ ۳) ۰/۶ ۴) ۰/۳

پاسخ: گزینهٔ ۲ (آسان ـ مفهومی ـ ۱۱۰۲)



$$\rightarrow ۰/۶ \times ۰/۲ + ۰/۴ \times ۰/۳ = ۰/۲۴$$

گروه آموزشی ماز

۲۵- برای کدام گزاره، می‌توان مثال نقض ارائه کرد؟

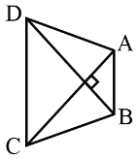
۱) هر چهارضلعی که قطرها یکدیگر را نصف کنند، متوازی‌الاضلاع است.
۲) اندازه میانه‌های وارد بر اضلاع مساوی در هر مثلث، با هم برابرند.
۳) هر چهارضلعی با قطرهای برابر و عمود بر هم، مربع است.
۴) نیمسازهای زاویه‌های داخلی هر مثلث همرسند.

کنکور ۱۴۰۴
www.biomaze.ir
www.SanjeshCloud.ir
T.me/SanjeshClouds

پاسخ: گزینهٔ ۳ (آسان ـ مفهومی ـ ۱۰۰۱)

مثال نقض:

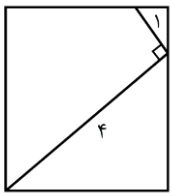
$\left.\begin{matrix} AC = BD \\ AC \perp BD \end{matrix}\right\} \Rightarrow ABCD$ مربع نیست



بقیهٔ گزینه‌ها، قضایا و مسائل اثبات شده است!

گروه آموزشی ماز

۲۶- مساحت مربع شکل زیر، چقدر است؟

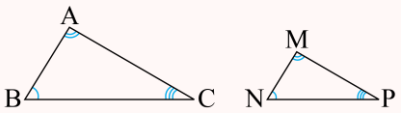


۱) ۱۳/۳۱
۲) ۷/۲۹
۳) ۸/۴۱
۴) ۱۰/۲۴

پاسخ: گزینهٔ ۴ (سخت ـ مفهومی/ محاسباتی ـ ۱۰۰۲)

تشابه دو مثلث

اگر دو مثلث $\overset{\Delta}{ABC}$ و $\overset{\Delta}{MNP}$ متشابه باشند، زوایای دو مثلث به‌طور نظیر با هم برابر هستند و نسبت اضلاع دو مثلث همان نسبت تشابه می‌باشد. اگر نسبت اضلاع دو مثلث k باشد نسبت تشابه دو مثلث برابر k یا $\frac{1}{k}$ می‌باشد.



$$\overset{\Delta}{ABC} \sim \overset{\Delta}{MNP} \Rightarrow \begin{cases} \frac{AB}{MN} = \frac{AC}{MP} = \frac{BC}{NP} \\ \hat{A} = \hat{M}\ ,\ \hat{B} = \hat{N}\ ,\ \hat{C} = \hat{P} \end{cases}$$

حالت‌های تشابه دو مثلث

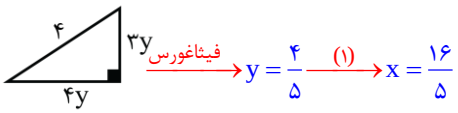
- تناسب ۳ ضلع: اگر ۳ ضلع مثلثی با ۳ ضلع مثلثی دیگر متناسب باشند، آن دو مثلث متشابه هستند.
- تناسب ۲ ضلع و تساوی زاویهٔ بین دو ضلع: اگر دو ضلع مثلثی با دو ضلع مثلثی دیگر متناسب و زاویهٔ بین دو ضلع در دو مثلث برابر باشند، آن‌گاه دو مثلث متشابه هستند.
- تساوی ۲ زاویه: اگر دو زاویه از مثلثی با دو زاویه از مثلث دیگر دو به دو برابر باشند آن‌گاه دو مثلث با هم متشابه هستند.

در مورد تشابه بدانیم:

اگر دو مثلث متشابه با نسبت تشابه k باشند، آن‌گاه نسبت میانه‌ها، نسبت نیمسازها، نسبت ارتفاع‌ها و نسبت محیط دو مثلث برابر نسبت تشابه (k) خواهد بود و نسبت مساحت دو مثلث برابر مربع نسبت تشابه (k^2) خواهد بود.

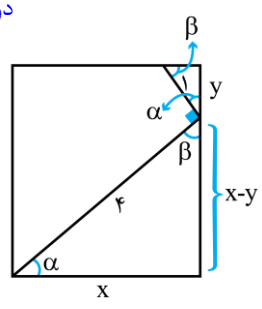
$\alpha + \beta = 180^\circ - 90^\circ = 90^\circ \Rightarrow$ دو مثلث قائم‌الزاویه به حالت دو زاویه متشابه‌اند.

$$\Rightarrow \frac{4}{x} = \frac{1}{y} \Rightarrow x = 4y \quad (1)$$



فیثاغورس $\rightarrow y = \frac{4}{5} \xrightarrow{(1)} x = \frac{16}{5}$

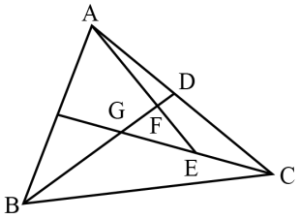
$$S = x^2 = \frac{256}{25} = 10/24$$



گروه آموزشی ماز

کنکور ۱۴۰۴
www.biomaze.ir
www.SanjeshCloud.ir
T.me/SanjeshClouds

۲۷- در شکل زیر، G مرکز ثقل مثلث ABC است. اگر $GE = EC$ باشد، مقدار $\frac{BD}{FD}$ کدام است؟



۱) ۹
۲) ۸
۳) ۶
۴) ۵

پاسخ: گزینهٔ ۱ (سخت ـ محاسباتی ـ ۱۰۰۲)

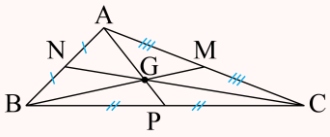
مرکز ثقل مثلث

نقطهٔ برخورد میانه‌ها در مثلث را مرکز ثقل مثلث می‌گوییم. فاصلهٔ مرکز ثقل از پای میانه برابر $\frac{۱}{۳}$ طول میانه و فاصلهٔ مرکز ثقل از رأس مثلث برابر $\frac{۲}{۳}$ طول میانه است.

$$PG = \frac{۱}{۳}AP \ , \ AG = \frac{۲}{۳}AP$$

$$NG = \frac{۱}{۳}CN \ , \ CG = \frac{۲}{۳}CN$$

$$MG = \frac{۱}{۳}BM \ , \ BG = \frac{۲}{۳}BM$$

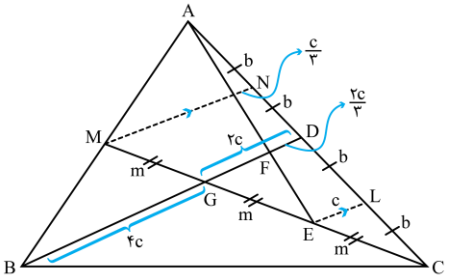


از E و M (که وسط‌های GC و AB هستند.) موازی BD، خطوطی رسم می‌کنیم؛ پس L وسط DC و N وسط AD است.

$$\triangle ABD : MN = \frac{۱}{۲}BD \ , \ \triangle CDG : LE = \frac{۱}{۲}GD = \frac{۱}{۲}\times\frac{۱}{۳}BD = \frac{۱}{۶}BD$$

$$\triangle AEL : FD = \frac{۲}{۳}LE = \frac{۲}{۳}\times\frac{۱}{۶}BD = \frac{۱}{۹}BD \Rightarrow \frac{BD}{FD} = ۹$$

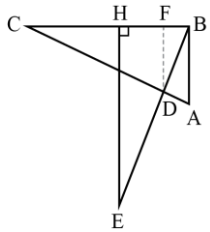
حل خلاصه از روی شکل:



$$\Rightarrow \frac{۶c}{\frac{۲}{۳}c} = ۹$$

گروه آموزشی ماز

۲۸- در شکل زیر، دو مثلث ABC و BEH همنهشت هستند. اگر $AB = ۴$ ، $EH = ۸$ و $DF \parallel EH$ باشد، اندازه BF کدام است؟



۱) ۱/۴
۲) ۱/۶
۳) ۲/۴
۴) ۲/۶

پاسخ: گزینهٔ ۲ (سخت ـ مفهومی/ محاسباتی ـ ۱۰۰۲)

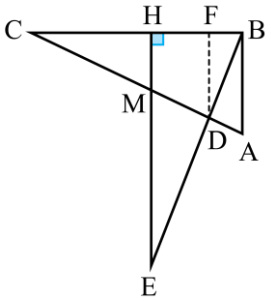
$$\triangle ABC \cong \triangle BEH \Rightarrow BC = EH = ۸ \ , \ BH = AB = ۴$$

$$MH \parallel AB \text{ و } H \text{ وسط } BC \Rightarrow MH = \frac{AB}{۲} = ۲ \Rightarrow ME = ۶$$

$$\triangle MDE \sim \triangle ADB \Rightarrow \frac{BD}{DE} = \frac{۴}{۶} = \frac{۲}{۳}$$

$$\triangle BEH : DF \parallel EH \xrightarrow{\text{قضیه تالس}} \frac{BF}{FH} = \frac{BD}{DE} = \frac{۲}{۳} \xrightarrow{\text{ترکیب در مخرج}} \frac{BF}{BH} = \frac{۲}{۵}$$

$$\Rightarrow \frac{BF}{۴} = \frac{۲}{۵} \Rightarrow BF = \frac{۸}{۵} = ۱/۶$$



کنکور ۱۴۰۴
www.biomaze.ir
www.SanjeshCloud.ir
T.me/SanjeshClouds

۲۹- مماس‌های رسم‌شده بر دو دایره متقاطع در نقطه تقاطع دو دایره، بر هم عمودند. اگر شعاع دایره کوچک‌تر ۱/۵ و فاصله بین مراکز دو دایره ۲/۵ باشد، شعاع دایره بزرگ‌تر، کدام است؟

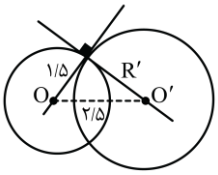
۱) $\sqrt{۳}$ ۲) $\sqrt{۵}$ ۳) ۳ ۴) ۲

پاسخ: گزینهٔ ۴ (آسان ـ مفهومی ـ ۱۱۰۱)

نکته:

خط عمود بر خط مماس بر دایره، از مرکز دایره می‌گذرد.

مطابق شکل امتداد هرکدام از مماس‌ها از مرکز دایرهٔ دیگر می‌گذرد. کافی است قضیهٔ فیثاغورس را به‌کار ببریم:



$$R' = \sqrt{(\frac{۵}{۲})^۲ - (\frac{۳}{۲})^۲} = ۲$$

گروه آموزشی ماز

۳۰- در مثلث ABC، $BC = ۱۰$، نقطه D وسط BC و DE و DF به‌ترتیب نیمساز زوایای $A\hat{D}C$ و $A\hat{D}B$ هستند. اگر $AF = ۱۲\sqrt{۲}$ و $BF = ۳\sqrt{۲}$ باشد، طول نیمساز DE کدام است؟

۱) ۳ ۲) ۶ ۳) $\sqrt{۷}$ ۴) $۲\sqrt{۷}$

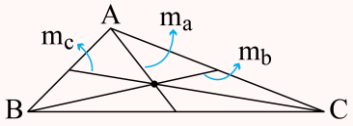
پاسخ: گزینهٔ ۲ (سخت ـ محاسباتی ـ ۱۱۰۳)

محاسبهٔ طول میانه‌ها در مثلث

$$۲m_a^۲ + \frac{a^۲}{۲} = b^۲ + c^۲$$

$$۲m_b^۲ + \frac{b^۲}{۲} = a^۲ + c^۲$$

$$۲m_c^۲ + \frac{c^۲}{۲} = a^۲ + b^۲$$

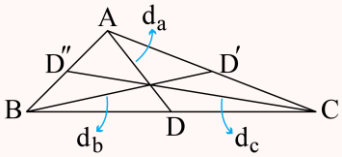


محاسبه طول نیمسازها در مثلث

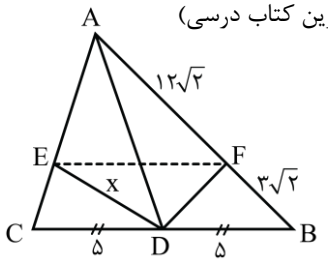
$$d_a^۲ = AB \times AC - BD \times DC$$

$$d_b^۲ = BA \times BC - AD' \times D'C$$

$$d_c^۲ = CA \times CB - AD'' \times BD''$$



EF موازی BC است. (تمرین کتاب درسی)



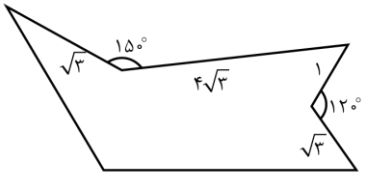
$$\Rightarrow \frac{AE}{EC} = \frac{AF}{FB} = ۴ \xrightarrow{\text{قضیهٔ نیمساز در } \triangle ADC} \frac{AD}{۵} = ۴ \Rightarrow AD = ۲۰$$

$$\triangle ABC \text{ قضیه میانه‌ها در } : AC^۲ + (۱۵\sqrt{۲})^۲ = ۲(۲۰)^۲ + \frac{۱۰^۲}{۲} \Rightarrow AC = ۲۰ \xrightarrow{\frac{AE}{EC}=۴} AE = ۱۶, EC = ۴$$

$$\triangle ADC \text{ قضیه نیمسازها در } : x^۲ = ۲۰ \times ۵ - ۱۶ \times ۴ = ۳۶ \Rightarrow x = ۶$$

گروه آموزشی ماز

۳۱- میزان افزایش مساحت شکل زیر، بدون تغییر در محیط و تعداد اضلاع، کدام است؟



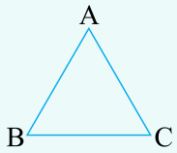
۱) ۱۵
۲) ۹
۳) ۷/۵
۴) ۴/۵

کنکور ۱۴۰۴
www.biomaze.ir
سنجش کلاد
www.SanjeshCloud.ir
T.me/SanjeshClouds

پاسخ: گزینهٔ ۳ (متوسط ـ محاسباتی ـ ۱۱۰۲)

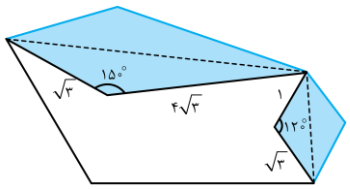
نکته:

مساحت هر مثلث برابر است با نصف حاصل‌ضرب طول هر دو ضلع در سینوس زاویهٔ بین آن‌ها.



$$S=\frac{1}{2}bc\sin A=\frac{1}{2}ac\sin B=\frac{1}{2}ab\sin C$$

با بازتاب مشخص شده در شکل، مساحت افزایش یافته، مساحت ناحیهٔ رنگی است.



$$S_{\text{رنگی}}=2\left(\frac{1}{2}\times\sqrt{3}\times 4\sqrt{3}\times\sin 150^\circ\right)+2\left(\frac{1}{2}\times 1\times\sqrt{3}\times\sin 120^\circ\right)=6+\frac{3}{2}=7/5$$

گروه آموزشی ماز

۳۲- اگر $A^{-1}=\begin{bmatrix}4 & -1\\ 1 & -\frac{1}{2}\end{bmatrix}$ و $2I-3A^{-1}B^{-1}=\begin{bmatrix}-2 & -4\\ 1 & -1\end{bmatrix}$ باشد، مجموع درایه‌های قطر اصلی ماتریس $2A-3B^{-1}$ کدام است؟

۱) ۱- ۲) ۲- ۳) ۳- ۴) ۴-

پاسخ: گزینهٔ ۲ (متوسط ـ محاسباتی ـ ۱۲۰۱)

معکوس ماتریس ۲×۲

$$A=\begin{bmatrix}a & b\\ c & d\end{bmatrix}\Rightarrow \det(A)=a\times d-b\times c\Rightarrow A^{-1}=\frac{1}{\det(A)}\begin{bmatrix}d & -b\\ -c & a\end{bmatrix}$$

$$A\times A^{-1}=A^{-1}\times A=I$$

$$A=\frac{1}{-1}\begin{bmatrix}-\frac{1}{2} & +1\\ -1 & 4\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}\frac{1}{2} & -1\\ 1 & -4\end{bmatrix}$$

حال طرفین رابطه را از سمت چپ در ماتریس A ضرب می‌کنیم.

$$A(2I-3A^{-1}B^{-1})=\begin{bmatrix}\frac{1}{2} & -1\\ 1 & -4\end{bmatrix}\begin{bmatrix}-2 & -4\\ 1 & -1\end{bmatrix}\Rightarrow 2A-3B^{-1}=\begin{bmatrix}-2 & -1\\ -6 & 0\end{bmatrix}\xrightarrow{\text{جمع درایه‌های قطر اصلی}}-2$$

گروه آموزشی ماز

۳۳- اگر $A=\begin{bmatrix}1 & 1 & 1\\ -1 & -2 & -1\\ 1 & 1 & 1\end{bmatrix}$ باشد، مجموع درایه‌های A^2 چند برابر مجموع درایه‌های A است؟

۱) ۱ ۲) ۱- ۳) ۳- ۴) ۳

پاسخ: گزینهٔ ۴ (آسان ـ محاسباتی ـ ۱۲۰۱)

$$A^2=\begin{bmatrix}1 & 1 & 1\\ -1 & -2 & -1\\ 1 & 1 & 1\end{bmatrix}\begin{bmatrix}1 & 1 & 1\\ -1 & -2 & -1\\ 1 & 1 & 1\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}1 & 0 & 1\\ 0 & 2 & 0\\ 1 & 0 & 1\end{bmatrix}$$

جمع درایه‌های $A^2=6$
جمع درایه‌های $A=2$ $\Rightarrow$ سه برابر است.

گروه آموزشی ماز

کنکور ۱۴۰۴
www.biomaze.ir
www.SanjeshCloud.ir
T.me/SanjeshClouds

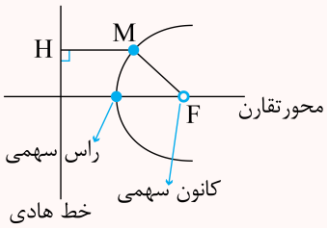
۳۴- خط $x=-\frac{۵}{۴}$ خط هادی سهمی به معادله $۳y^۲-۳x-ay=۰$ است. اختلاف مقادیر a کدام است؟

۱) ۱۲ ۲) ۸ ۳) ۶ ۴) ۴

پاسخ: گزینهٔ ۱ (سخت ـ محاسباتی ـ ۱۴۰۲)

سهمی

مکان هندسی نقاطی از صفحه است که فاصلهٔ آن‌ها از نقطه‌ای ثابت به نام کانون سهمی و خطی ثابت به نام خط هادی سهمی برابر است.



$$MF=MH$$

اگر محور تقارن سهمی در جهت محور xها باشد سهمی افقی و اگر محور تقارن سهمی در جهت محور yها باشد، سهمی قائم است.

معادلهٔ سهمی افقی به مرکز $O\left|\begin{matrix}\alpha\\ \beta\end{matrix}\right.$: a = فاصلهٔ رأس تا خط هادی = فاصلهٔ کانون تا رأس

$$(y-\beta)^۲=\pm ۴a(x-\alpha)$$

(+): دهانه در جهت محور x (-): دهانه در خلاف جهت محور x

معادلهٔ سهمی قائم به مرکز $O\left|\begin{matrix}\alpha\\ \beta\end{matrix}\right.$: a = فاصلهٔ رأس تا خط هادی = فاصلهٔ کانون تا رأس

$$(x-\alpha)^۲=\pm ۴a(y-\beta)$$

(+): دهانه در جهت محور y (-): دهانه در خلاف جهت محور y

معادله را به حالت استاندارد تبدیل می‌کنیم:

$$۳y^۲-ay=۳x \xrightarrow{\div ۳} y^۲-\frac{a}{۳}y=x \Rightarrow y^۲-\frac{a}{۳}y+\frac{a^۲}{۳۶}=x+\frac{a^۲}{۳۶}$$

$$\Rightarrow (y-\frac{a}{۶})^۲=x+\frac{a^۲}{۳۶}$$

بنابراین سهمی افقی است و دهانهٔ آن رو به راست باز می‌شود. نقطهٔ $A(\frac{-a^۲}{۳۶},\frac{a}{۶})$ رأس سهمی و $p=\frac{۱}{۴}$ فاصلهٔ کانونی سهمی است.

معادلهٔ خط هادی : $x=h-p \Rightarrow -\frac{۵}{۴}=-\frac{a^۲}{۳۶}-\frac{۱}{۴} \Rightarrow \frac{a^۲}{۳۶}=۱ \Rightarrow a^۲=۳۶ \Rightarrow a=\pm ۶$

اختلاف مقادیر a $=۶-(-۶)=۱۲$

گروه آموزشی ماز

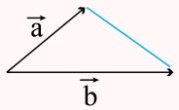
۳۵- مساحت مثلثی برابر ۶۴ و مختصات وسط اضلاع آن نقاط $A(۳,a,b)$ ، $B(-۱,-a,b)$ و $C(۵,-۴,b)$ هستند. طول ضلع AB کدام می‌تواند باشد؟

۱) $۲\sqrt{۱۰}$ ۲) $۴\sqrt{۱۰}$ ۳) $۴\sqrt{۲}$ ۴) $۱۰\sqrt{۲}$

پاسخ: گزینهٔ ۳ (سخت ـ محاسباتی ـ ۱۴۰۳)

کاربرد ضرب خارجی بردارها

مساحت مثلث: مساحت مثلثی که توسط ۲ بردار $\vec{a}$ و $\vec{b}$ ساخته می‌شود، برابر است با:



$$S=\frac{۱}{۲}|\vec{a}\times\vec{b}|$$

$$S_{A\hat{B}C}=\frac{۱}{۴}S=۱۶$$

$$\left.\begin{matrix}\overrightarrow{AC}=(۲,-۴-a,۰)\\ \overrightarrow{BC}=(۶,-۴+a,۰)\end{matrix}\right\} \Rightarrow \overrightarrow{AC}\times\overrightarrow{BC}=(۰,۰,-۸+۲a-(-۴-a)۶)=(۰,۰,۱۶+۸a)$$

کنکور ۱۴۰۴
www.biomaze.ir
سنجش کلاد
www.SanjeshCloud.ir
T.me/SanjeshClouds

$$S=\frac{1}{2}|\overrightarrow{AC}\times\overrightarrow{BC}|\Rightarrow 16=\frac{1}{2}|16+8a|\Rightarrow\begin{cases}32=16+8a\to a=2\\32=-16-8a\to a=-6\end{cases}$$

$$\Rightarrow\begin{cases}A(3,2,b)\ ,\ B(-1,-2,b)\Rightarrow AB=\sqrt{16+16}=4\sqrt{2}\ \checkmark\\A(3,-6,b)\ ,\ B(-1,6,b)\Rightarrow AB=\sqrt{16+144}=4\sqrt{10}\checkmark\end{cases}$$

با توجه به راه‌حل گفته شده $4\sqrt{10}$ هم می‌تواند پاسخ صحیح باشد، اما کلید سازمان سنجش تنها گزینهٔ «۳» بوده است.

گروه آموزشی ماز

۳۶- عدد صحیح a مضرب ۸ و باقیمانده تقسیم آن بر ۲۳ برابر ۵ است. باقیمانده تقسیم $\frac{a}{4}$ بر ۲۳ کدام است؟

۱) ۵ ۲) ۷ ۳) ۱۳ ۴) ۱۹

پاسخ: گزینهٔ ۲ (متوسط ـ مفهومی ـ ۱۲۰۱)

$$a=8k\ ,\ a\overset{23}{\equiv}5\Rightarrow 8k\overset{23}{\equiv}5\overset{23}{\equiv}28$$

$$\xrightarrow[(4,23)=1]{\div 4} 2k\overset{23}{\equiv}7\xrightarrow{a=8k\Rightarrow\frac{a}{4}=2k}\frac{a}{4}\overset{23}{\equiv}7$$

گروه آموزشی ماز

۳۷- در چند زیرمجموعه از مجموعه $\{12,13,15,18,23,24,25,26\}$ حاصل‌ضرب کوچک‌ترین و بزرگ‌ترین عضو، مضرب ۱۰ است؟

۱) ۵۹ ۲) ۶۰ ۳) ۶۱ ۴) ۶۲

پاسخ: گزینهٔ ۳ (متوسط ـ مفهومی ـ ۱۲۰۱)

کافی است اعضایی که عامل ۲ و ۵ را دارند مشخص کرده و به عنوان کوچک‌ترین و بزرگ‌ترین عضو استفاده کنیم. حالت‌هایی که اتفاق می‌افتد:

$\left\{\frac{1}{12}\ \frac{2}{13}\ \frac{1}{15}\right\}\Rightarrow$ ۲ زیرمجموعه

$\left\{\frac{1}{12}\ \frac{2}{13}\ \frac{2}{15}\ \frac{2}{18}\ \frac{2}{23}\ \frac{2}{24}\ \frac{1}{25}\right\}\Rightarrow$ ۳۲ زیرمجموعه

$\left\{\frac{1}{15}\ \frac{1}{18}\right\}\Rightarrow$ ۱ زیرمجموعه

$\left\{\frac{1}{15}\ \frac{2}{18}\ \frac{2}{23}\ \frac{1}{24}\right\}\Rightarrow$ ۴ زیرمجموعه

$\left\{\frac{1}{15}\ \frac{2}{18}\ \frac{2}{23}\ \frac{2}{24}\ \frac{2}{25}\ \frac{1}{26}\right\}\Rightarrow$ ۱۶ زیرمجموعه

$\left\{\frac{1}{25}\ \frac{1}{26}\right\}\Rightarrow$ ۱ زیرمجموعه

$\left\{\frac{1}{24}\ \frac{1}{25}\right\}\Rightarrow$ ۱ زیرمجموعه

$\left\{\frac{1}{18}\ \frac{2}{23}\ \frac{2}{24}\ \frac{1}{25}\right\}\Rightarrow$ ۴ زیرمجموعه

بنابراین تعداد زیرمجموعه‌های مورد نظر برابر ۶۱ است.

گروه آموزشی ماز

۳۸- به‌ازای برخی مقادیر طبیعی n، معادله سیاله $57x+133y=22n-1$ دارای جواب است. مجموع ارقام کوچک‌ترین عدد دو رقمی n، کدام است؟

۱) ۵ ۲) ۶ ۳) ۳ ۴) ۴

پاسخ: گزینهٔ ۴ (متوسط ـ محاسباتی ـ ۱۲۰۱)

معادلهٔ سیاله

شرط وجود جواب در معادلهٔ سیاله $ax+by=c$ در مجموعهٔ اعداد صحیح آن است که $(a,b)|c$.

کنکور ۱۴۰۴
www.biomaze.ir
www.SanjeshCloud.ir
T.me/SanjeshClouds

$$(۵۷,۱۳۳)\,|\,۲۲n-۱ \Rightarrow ۱۹\,|\,۲۲n-۱ \Rightarrow ۲۲n \overset{۱۹}{\equiv} ۱$$

$$\Rightarrow ۳n \overset{۱۹}{\equiv} ۱ \xrightarrow{\times ۶} ۱۸n \overset{۱۹}{\equiv} ۶ \Rightarrow n \overset{۱۹}{\equiv} -۶ \Rightarrow n = ۱۹k - ۶$$

$$\xrightarrow[k=۱]{\text{کوچک‌ترین دو رقمی}} n = ۱۳ \Rightarrow \text{مجموع ارقام} = ۴$$

گروه آموزشی ماز

۳۹- حداقل چند عضو از مجموعه $\{۱۴,۱۵,۱۶,\ldots,۲۰,۲۲,۲۳,۲۴,\ldots,۲۸\}$ انتخاب کنیم تا به‌طور قطع، لااقل سه عضو انتخاب‌شده، اعداد متوالی باشند؟

۱) ۱۲ ۲) ۱۱ ۳) ۱۰ ۴) ۹

پاسخ: گزینهٔ ۲ (متوسط ـ مفهومی ـ ۱۴۰۳)

باید ابتدا بیش‌ترین عضو را برداریم، طوری که هیچ سه عضوی متوالی نباشند:

$$۱۴,۱۵,۱۷,۱۸,۲۰,۲۲,۲۳,۲۵,۲۶,۲۸$$

این‌ها ۱۰ عضو هستند، اگر هر عضو دیگری برداریم، سه عضو متوالی دیده می‌شود؛ پس باید حداقل ۱۱ عضو برداریم.

گروه آموزشی ماز

۴۰- در گراف G، $\Delta(G)+۲\delta(G)=۱۷$، $\Delta(\bar{G})-\delta(\bar{G})=۲$ و G با حداقل تعداد رأس رسم شده است. اگر $\bar{G}$ همبند باشد، بیشترین تعداد یال‌های گراف G، کدام است؟

۱) ۳۰ ۲) ۲۸ ۳) ۲۶ ۴) ۲۴

پاسخ: گزینهٔ ۲ (سخت ـ مفهومی/ محاسباتی ـ ۱۴۰۲)

می‌دانیم:

$$\left.\begin{array}{l}\Delta+\bar{\delta}=p-۱ \Rightarrow \bar{\delta}=p-۱-\Delta \\ \delta+\bar{\Delta}=p-۱ \Rightarrow \bar{\Delta}=p-۱-\delta\end{array}\right\} \xrightarrow{\bar{\Delta}-\bar{\delta}=۲} \left\{\begin{array}{l}\Delta-\delta=۲ \\ \Delta+۲\delta=۱۷\end{array}\right. \Rightarrow \Delta=۷\ ,\ \delta=۵$$

کمترین رأس با $\Delta=۷$، ۸ رأس است، ولی در این صورت $\bar{G}$ ناهمبند می‌شود. پس تعداد رئوس را ۹ در نظر می‌گیریم. از طرفی باید $\bar{G}$ همبند باشند و یال‌های $\bar{G}$ کمترین یال را برای همبندی دارد:

$$q(\bar{G})=p-۱=۸ \Rightarrow q(G)=\frac{۹\times ۸}{۲}-۸=۳۶-۸=۲۸$$

گروه آموزشی ماز

کنکور ۱۴۰۴
www.biomaze.ir
www.SanjeshCloud.ir
T.me/SanjeshClouds

۴۱- در پرتوزایی طبیعی سه نوع ذرهٔ آلفا، بتا و گاما تولید می‌شود. در کدام مورد، به‌ترتیب از راست به چپ، قدرت نفوذ ذرات بیشتر می‌شود؟

۱) آلفا، گاما و بتا ۲) آلفا، بتا و گاما ۳) گاما، آلفا و بتا ۴) بتا، گاما و آلفا

پاسخ: گزینهٔ ۲ (ساده ـ حفظی ـ ۱۲۰۶)

پرتوزایی

کشف پرتوزایی طبیعی توسط هانری بکرل، آغازی برای پی بردن به وجود هستهٔ اتم بود.

وقتی یک هستهٔ ناپایدار یا پرتوزا به‌طور طبیعی (یا اصطلاحاً خودبه‌خود) واپاشی می‌کند، نوع معینی از ذرات یا فوتون‌های پرانرژی آزاد می‌شوند. این فرایند واپاشی، پرتوزایی طبیعی نامیده می‌شود.

در پرتوزایی طبیعی سه نوع پرتو ایجاد می‌شود:

۱) پرتوهای آلفا (α) : پرتوهای آلفا کمترین نفوذ را دارند و با ورقهٔ نازک سربی با ضخامت ناچیز (۰/۰۱ mm) متوقف می‌شوند.

پرتوهای آلفا ذرات باردار مثبت از جنس هستهٔ هلیم هستند و از دو پروتون و دو نوترون تشکیل شده‌اند.

ذره‌های آلفا سنگین‌اند و بار مثبت دارند. برد این ذره‌ها کوتاه است و این ذرات پس از طی مسافت کوتاهی در هوا (۱ تا ۲ سانتی‌متر) و یا عبور از لایه‌ای نازک از مواد جذب می‌شوند. اگر این ذره‌ها از راه تنفسی یا دستگاه گوارش وارد بدن شوند باعث آسیب شدید به بافت‌های بدن می‌شوند، بنابراین باید مراقب بود که مواد آلفازا هرگز وارد بدن نشوند.

۲) پرتوهای بتا (β) : پرتوهای بتا مسافت خیلی بیشتری (۰/۱mm) را در سرب نفوذ می‌کنند.

۳) پرتوهای گاما (γ) : پرتوهای گاما بیش‌ترین نفوذ را دارند و می‌توانند از ورق‌های سربی به ضخامت قابل ملاحظه‌ای (۱۰۰mm) بگذرند.

در تمام فرایندهای واپاشی پرتوزا مشاهده شده است که تعداد نوکلئون‌ها در طی فرایند واپاشی هسته‌ای ثابت است، یعنی:

تعداد نوکلئون‌ها پیش از فرایند با تعداد نوکلئون‌ها پس از فرایند، مساوی است.

روش تولید الکترون در واکنش‌های هسته‌ای: نوترون در هسته شکافته شده و به پروتون و الکترون تبدیل می‌شود.

$$_{0}^{1}n \rightarrow {}_{+1}^{1}p + {}_{-1}^{0}e^{-}$$

روش تولید پوزیترون در واکنش‌های هسته‌ای: پروتون شکافته شده و یک نوترون و یک پوزیترون تولید می‌کند.

$$_{+1}^{1}p \rightarrow {}_{0}^{1}n + {}_{+1}^{0}e^{+}$$

ذرات مهمی که باید عدد اتمی و عدد جرمی آن‌ها را حفظ کنیم:

آلفا: همان هستهٔ هلیم است (هلیم دو بار یونیده‌شده).

بتای منفی: همان الکترون است.

بتای مثبت (پوزیترون): پوزیترون یک ذرهٔ گسیل‌شده توسط هسته که جرم یکسان با الکترون و بار یکسان با پروتون دارد به این الکترون مثبت، پوزیترون گویند.

پروتون: یکی از ذرات هسته با بار مثبت می‌باشد.

نوترون: یکی از ذرات هسته است که فاقد بار می‌باشد.

گاما: گاما یک موج الکترومغناطیسی با فوتون‌های پرانرژی می‌باشد که فاقد جرم و بار است، پس در میدان‌های الکتریکی و مغناطیسی منحرف نمی‌شود.

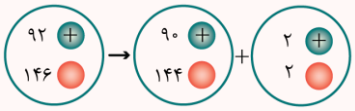
$_{0}^{0}\gamma$	$_{-1}^{0}\beta^{-}$	$_{-1}^{0}e^{-}$	$_{+1}^{0}e^{+}$	$_{+1}^{1}p$	$_{2}^{4}\alpha$	$_{2}^{4}He$	$_{0}^{1}n$

انواع واپاشی‌های هسته‌ای

۱) واپاشی آلفا (α) : واپاشی آلفا در هسته‌های سنگین صورت می‌گیرد.

در واپاشی آلفا یک هستهٔ مادر ناپایدار، آلفا گسیل می‌کند و هستهٔ متفاوتی (هستهٔ دختر) به‌وجود می‌آید:

$$_{Z}^{A}X \rightarrow {}_{Z-2}^{A-4}Y + {}_{2}^{4}He$$



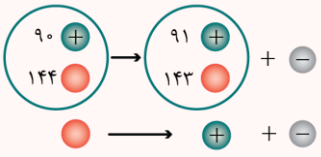
با گسیل ذرهٔ آلفا دو نوترون و دو پروتون از هسته کم می‌شود، پس از عدد جرمی ۴ واحد کم خواهد شد.

۲) واپاشی بتا (β) : واپاشی بتا نخستین مورد پرتوزایی بود که توسط هانری بکرل مشاهده شد.

این واپاشی متداول‌ترین نوع واپاشی در هسته‌هاست و ذرات گسیل‌شده در این نوع واپاشی را ذرات بتا می‌نامند. دو نوع واپاشی بتا داریم:

الف) واپاشی β^{-} : الکترون گسیل‌شده در این واپاشی در هستهٔ مادر وجود ندارد و همچنین یکی از الکترون‌های مداری اتم نیست. این الکترون وقتی به‌وجود می‌آید که نوترونی درون هسته به پروتون و الکترون تبدیل شود:

$$_{Z}^{A}X \rightarrow {}_{Z+1}^{A}Y + {}_{-1}^{0}e^{-}$$

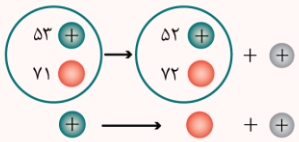


کنکور ۱۴۰۴
www.biomaze.ir
سنجش کلاد
www.SanjeshCloud.ir
T.me/SanjeshClouds

یکی از نوترون‌های هسته کم شده و به پروتون و الکترون تبدیل می‌شود، الکترون گسیل‌شده و پروتون به هسته اضافه می‌شوند. پس در این واپاشی عدد جرمی ثابت می‌ماند، ولی عدد اتمی یک واحد افزایش می‌یابد.

ب) واپاشی β^+: این واپاشی وقتی رخ می‌دهد که پروتون در یک هستهٔ مادر ناپایدار به نوترون و پوزیترون تبدیل شود. پوزیترون به‌صورت ذره گسیل می‌شود و نوترون به هسته اضافه می‌شود.

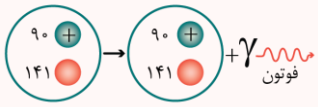
$$_{Z}^{A}X \rightarrow {}_{Z-1}^{A}Y + {}_{+1}^{0}e^{+}$$



یک پروتون کم می‌شود در عوض یک نوترون اضافه می‌شود، پس عدد جرمی ثابت می‌ماند.

واپاشی گاما: هسته‌ها پس از واپاشی آلفا یا بتا در حالت برانگیخته قرار می‌گیرند و با گسیل فوتون‌های پرانرژی پرتوی گاما به حالت پایه می‌رسند. در این فرایند عدد جرمی و عدد اتمی تغییر نمی‌کند بلکه هستهٔ برانگیخته که با علامت * مشخص شده است با گسیل پرتوی گاما به حالت پایه می‌رسد:

$$_{Z}^{A}X^{*} \rightarrow {}_{Z}^{A}X + {}_{0}^{0}\gamma$$



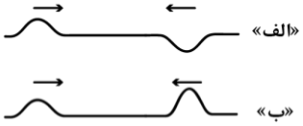
پرتوهای α کمترین نفوذ را دارند و با ورقهٔ نازک سربی با ضخامت ناچیز متوقف می‌شود. در حالی که پرتوهای β مسافت خیلی بیشتری در سرب نفوذ می‌کنند. پرتوهای γ بیش‌ترین نفوذ را دارند و می‌توانند از ورقهٔ سربی به ضخامت قابل ملاحظه‌ای بگذرند.

* دقت کنید در صورت سؤال گفته شده از راست به چپ قدرت نفوذ زیاد شود:

آلفا، بتا و گاما $\Rightarrow$ راست $\xrightarrow[\text{افزایش قدرت نفوذ}]{\gamma > \beta > \alpha}$ چپ

گروه آموزشی ماز

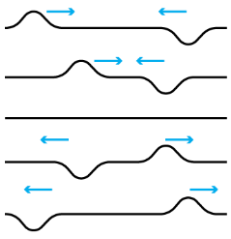
۴۲- شکل زیر انتشار دو تپ موج در ریسمان را نشان می‌دهد. در تداخل این دو تپ، در طناب «الف» تداخل ..... و در طناب «ب» تداخل ..... ایجاد می‌شود و بعد از همپوشانی، هر تپ ..... حرکت اولیه، ادامهٔ مسیر می‌دهد.



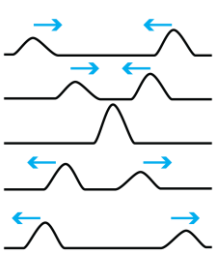
۱) ویرانگر - سازنده - در خلاف جهت
۲) سازنده - ویرانگر - در خلاف جهت
۳) ویرانگر - سازنده - در جهت
۴) سازنده - ویرانگر - در جهت

پاسخ: گزینهٔ ۳ (ساده ـ مفهومی ـ ۱۲۰۴)

الف) دو تپ پیش‌رونده در جهت‌های مخالف هم در طول یک ریسمان کشیده که با یکدیگر تداخل **ویرانگر** انجام می‌دهند، زیرا یکی از تپ‌ها روبه پایین و دیگری روبه بالاست و اثر یکدیگر را تضعیف می‌کنند. شکل زیر چگونگی برهم‌نهی این تپ‌ها را نشان می‌دهد.



ب) دو تپ پیش‌رونده در جهت‌های مخالف هم در طول یک ریسمان کشیده که با یکدیگر تداخل **سازنده** انجام می‌دهند، زیرا هر دو تپ روبه بالا هستند و اثر یکدیگر را تقویت می‌کنند. شکل زیر چگونگی برهم‌نهی این تپ‌ها را نشان می‌دهد.



بعد از هم‌پوشانی، هر تپ **در جهت** حرکت اولیه، ادامه مسیر می‌دهد.

گروه آموزشی ماز

کنکور ۱۴۰۴
www.biomaze.ir
www.SanjeshCloud.ir
T.me/SanjeshClouds

۴۳- اگر در یک سامانهٔ وزنه - فنر، جرم بسته شده به فنر را دو برابر کنیم، با ثابت ماندن دامنهٔ نوسان، انرژی مکانیکی سامانه چند برابر می‌شود؟

۱) $\sqrt{۲}$ ۲) $\frac{\sqrt{۲}}{۲}$ ۳) ۲ ۴) ۱

پاسخ: گزینهٔ ۴ (ساده ـ مفهومی ـ ۱۴۰۳)

انرژی در حرکت هماهنگ ساده

انرژی جنبشی $K=\frac{۱}{۲}mv^۲$

انرژی پتانسیل : $U=\frac{۱}{۲}m(v_m^۲-v^۲)$

انرژی مکانیکی : $E=U+K=K_m=U_m=\frac{۱}{۲}mv_m^۲$

صورت‌های دیگر رابطهٔ انرژی مکانیکی

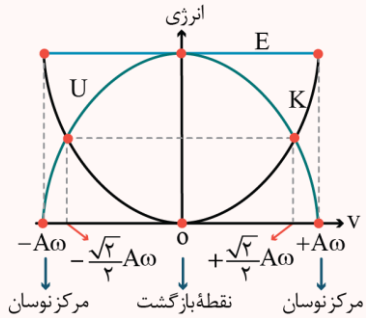
$$\begin{cases} E=\frac{۱}{۲}m\omega^۲A^۲ \\ E=۲m\pi^۲f^۲A^۲ \\ \text{برای فنر } E=\frac{۱}{۲}kA^۲ \end{cases}$$

نسبت انرژی‌ها

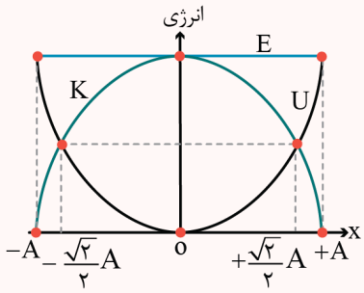
$$\frac{K}{E}=\left(\frac{v}{v_m}\right)^۲ \qquad \frac{U}{E}=۱-\left(\frac{v}{v_m}\right)^۲ \qquad \frac{U}{K}=\left(\frac{v_m}{v}\right)^۲-۱$$

نمودارهای انرژی

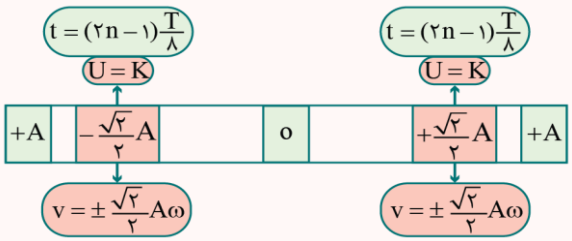
نمودار انرژی بر حسب سرعت



نمودار انرژی بر حسب مکان



در چه مکان‌هایی و در چه زمان‌هایی انرژی پتانسیل و جنبشی برابر است؟



انرژی مکانیکی سامانهٔ وزنه - فنر از رابطهٔ $E=\frac{۱}{۲}kA^۲$ به‌دست می‌آید که طبق رابطهٔ $E=\frac{۱}{۲}kA^۲$، انرژی مکانیکی سامانهٔ وزنه - فنر به ثابت فنر و دامنه بستگی دارد و چون k و A ثابت است، پس E ثابت می‌ماند.

کنکور ۱۴۰۴
www.biomaze.ir
سنجش کلاد
www.SanjeshCloud.ir
T.me/SanjeshClouds

نکته:

اگر از رابطهٔ $E=\frac{1}{2}m\omega^2A^2$ برای بررسی این سؤال استفاده کنیم، باید دقت کنیم با تغییر m، ω هم تغییر می‌کند، به طوری که با ثابت ماندن سختی فنر، افزایش m باعث کاهش ω می‌شود $(\omega=\sqrt{\frac{k}{m}})$، به طوری که انرژی مکانیکی ثابت می‌ماند.

گروه آموزشی ماز

۴۴- کدام موارد درست است؟

الف: یک جسم جامد، در هر دمایی تابش گرمایی گسیل می‌کند.

ب: در دماهای معمولی، بیشتر تابش گسیل‌شده از سطح اجسام در ناحیهٔ فرابنفش قرار دارد.

پ: تابش گرمایی، فقط از اجسام داغ گسیل می‌شود.

ت: طیف گسیلی گازها، خطی است.

۱) «ب» و «ت» ۲) «ب» و «پ» ۳) «الف» و «ت» ۴) «الف» و «پ»

پاسخ: گزینهٔ ۳ (ساده ـ حفظی ـ ۱۲۰۵)

بررسی موارد:

الف: درست: طبق متن کتاب درسی همهٔ اجسام در هر دمایی که باشند، از خود امواج الکترومغناطیسی گسیل (نشر) می‌کنند که به آن تابش گرمایی گفته می‌شود.

ب: نادرست: در دماهای معمولی، بیشتر تابش گسیل‌شده از سطح اجسام در ناحیهٔ **فروسرخ** قرار دارد نه **فرابنفش**.

پ: نادرست: تابش گرمایی در همهٔ اجسام و در هر دمایی رخ می‌دهد.

ت: درست

پس فقط موارد «الف» و «ت» درست هستند.

گروه آموزشی ماز

۴۵- بار الکتریکی نقطه‌ای $q=+5\mu C$، از فاصلهٔ r به بار الکتریکی ۴ میکروکولنی نیروی $6/4\times10^{-2}N$ وارد می‌کند. میدان الکتریکی حاصل از بار q در فاصلهٔ 2r، چند نیوتون بر کولن است؟

۱) 4×10^3 ۲) $3/2\times10^4$ ۳) 8×10^3 ۴) $6/4\times10^4$

پاسخ: گزینهٔ ۱ (متوسط ـ محاسباتی ـ ۱۱۰۱)

در مرحلهٔ اول، میدان الکتریکی بار q را در فاصلهٔ r به‌دست می‌آوریم:

$$E=\frac{F}{|q'|}=\frac{6/4\times10^{-2}}{4\times10^{-6}}\Rightarrow E=1/6\times10^4\frac{N}{C}$$

$q=+5\mu C$ — r — $q'=+4\mu C$, $F=6/4\times10^{-2}N$

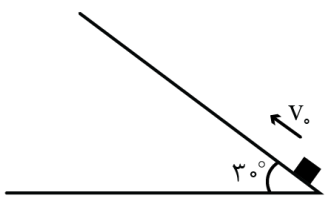
طبق رابطهٔ $E=\frac{k|q|}{r^2}$ بزرگی میدان الکتریکی با مجذور فاصله رابطهٔ عکس دارد، پس اگر فاصله دو برابر شود، بزرگی میدان الکتریکی $\frac{1}{4}$ برابر می‌شود:

$$E=\frac{k|q|}{r^2}\begin{cases}\rightarrow \text{دو برابر}\\ \leftarrow \frac{1}{4}\text{ برابر}\end{cases}$$

بزرگی میدان الکتریکی در فاصلهٔ 2r : $E=\frac{1}{4}\times1/6\times10^4=4\times10^3\frac{N}{C}$

گروه آموزشی ماز

۴۶- مطابق شکل، مکعبی را با سرعت اولیهٔ $10\frac{m}{s}$ موازی با سطح رو به بالا پرتاب می‌کنیم. این جسم ۶ متر روی سطح جابه‌جا شده و می‌ایستد. چند درصد انرژی جنبشی اولیهٔ جسم توسط کار نیروی اصطکاک تلف شده است؟ $(g=10\frac{N}{kg})$



۱) ۳۰
۲) ۴۰
۳) ۵۰
۴) ۶۰

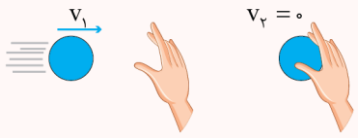
کنکور ۱۴۰۴
www.biomaze.ir
www.SanjeshCloud.ir
T.me/SanjeshClouds

پاسخ: گزینهٔ ۲ (متوسط ـ محاسباتی ـ ۱۰۰۳)

انرژی درونی

انرژی درونی یک جسم مجموع انرژی ذره‌های تشکیل‌دهندهٔ آن است.

نیروهای اتلافی مثل اصطکاک و مقاومت هوا که باعث کاهش انرژی مکانیکی می‌شوند، در واقع این انرژی را به انرژی درونی (گرما) تبدیل می‌کنند.

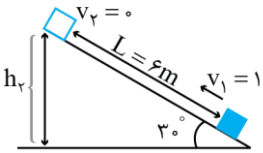


مثلاً در شکل بالا توپ در حال حرکت که انرژی جنبشی دارد را با دست متوقف می‌کنیم. انرژی جنبشی توپ در اثر برخورد با مولکول‌های هوا و دست باعث گرم شدن مولکول‌های هوا و دست می‌شود. در واقع گفته می‌شود انرژی درونی مولکول‌های هوا و دست افزایش می‌یابد، پس انرژی جنبشی توپ از بین نرفته و تبدیل به انرژی درونی شده است، پس:

تغییر انرژی مکانیکی جسم = کار انجام شده توسط نیروهای اتلافی $\Rightarrow W_f = E_2 - E_1$

گام اول:

ابتدا ارتفاع قائم را در نقطهٔ (۲) محاسبه می‌کنیم:



$$h_2 = 6\sin 30^\circ = 3m$$

گام دوم:

کار نیروی اصطکاک باعث کاهش انرژی مکانیکی جسم شده است، بنابراین می‌توان نوشت:

$$W_f = E_2 - E_1 = (U_2 + K_2) - (U_1 + K_1)$$

$$W_f = mgh_2 + \frac{1}{2}mv_2^2 - mgh_1 - \frac{1}{2}mv_1^2$$

$$W_f = m \times 10 \times 3 + 0 - 0 - \frac{1}{2}m \times 10^2$$

$$W_f = -20m$$

$$\frac{|W_f|}{K_1} \times 100 = \frac{|-20m|}{\frac{1}{2}m \times 10^2} \times 100 = 40\%$$

بنابراین ۴۰ درصد از انرژی جنبشی اولیهٔ جسم توسط اصطکاک تلف شده است.

گروه آموزشی ماز

۴۷- کدام موارد درست است؟

الف: اندازه‌گیری‌های دقیق نشان داده است که جرم هسته از مجموع جرم پروتون‌ها و نوترون‌های تشکیل‌دهندهٔ هسته اندکی بیشتر است.

ب: انرژی لازم برای جدا کردن نوکلئون‌های یک هسته را انرژی بستگی هسته‌ای می‌نامند.

پ: در هسته‌های پایدار، هرچه هسته سنگین‌تر می‌شود، نسبت تعداد نوترون به تعداد پروتون افزایش می‌یابد.

۱) «الف»، «ب» و «پ» ۲) «الف» و «پ» ۳) «الف» و «ب» ۴) «ب» و «پ»

پاسخ: گزینهٔ ۴ (ساده ـ حفظی ـ ۱۲۰۶)

بررسی موارد:

الف: نادرست: جرم هسته از مجموع جرم پروتون‌ها و نوترون‌های تشکیل‌دهندهٔ آن، کمتر است.

ب: درست: برای جدا کردن نوکلئون‌های یک هسته، انرژی لازم است. انرژی لازم برای این منظور، انرژی بستگی هسته‌ای نامیده می‌شود.

پ: درست: وقتی تعداد پروتون‌های درون هسته افزایش یابد، اگر هسته بخواهد پایدار باقی بماند، باید تعداد نوترون‌های درون هسته نیز افزایش یابد، به‌طوری‌که در هسته‌های پایدار، هرچه هسته سنگین‌تر باشد، نسبت $\frac{N}{Z}$ افزایش می‌یابد.

پس موارد «ب» و «پ» درست هستند.

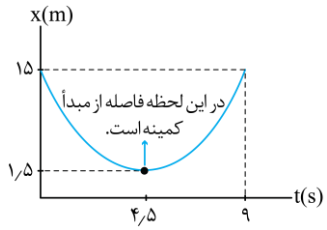
گروه آموزشی ماز

کنکور ۱۴۰۴
www.biomaze.ir
www.SanjeshCloud.ir
T.me/SanjeshClouds

۴۸- معادلهٔ مکان - زمان متحرکی که روی محور x حرکت می‌کند، در SI به‌صورت $x=\frac{۲}{۳}t^۲-۶t+۱۵$ است. بعد از لحظهٔ $t=۰$، کمترین فاصلهٔ متحرک تا مبدأ محور چند متر است؟

۱) ۱/۵ ۲) ۳ ۳) ۴/۵ ۴) ۶

پاسخ: گزینهٔ ۱ (متوسط ـ محاسباتی ـ ۱۲۰۶)



نمودار حرکت شتاب ثابت یک سهمی است. با رسم نمودار می‌توانیم کم‌ترین فاصله تا مبدأ را به دست آوریم.

لحظهٔ شروع حرکت : $t=۰\Rightarrow x=۱۵m$

لحظهٔ تغییر جهت حرکت : $x=\frac{۲}{۳}t^۲-۶t+۱۵\Rightarrow t=\frac{-b}{۲a}=\frac{-(-۶)}{۲\times\frac{۲}{۳}}=\frac{۹}{۲}s$

$$\xrightarrow{t=\frac{۹}{۲}s} x=\frac{۲}{۳}\times(\frac{۹}{۲})^۲-۶(\frac{۹}{۲})+۱۵\Rightarrow x=۱/۵m$$

بنابراین کمینهٔ فاصلهٔ متحرک تا مبدأ برابر $۱/۵m$ است.

گروه آموزشی ماز

۴۹- متحرکی روی محور x، ۱۵ ثانیه با شتاب $۴\frac{m}{s^۲}$ حرکت می‌کند و در ادامه ۵ ثانیه با شتاب $-۴\frac{m}{s^۲}$ به حرکت خود ادامه می‌دهد. شتاب متوسط متحرک در این ۲۰ ثانیه، چند متر بر مربع ثانیه است؟

۱) ۴ ۲) ۳ ۳) ۲ ۴) ۱

پاسخ: گزینهٔ ۳ (متوسط ـ محاسباتی ـ ۱۲۰۱)

شتاب متوسط

به تغییر سرعت در واحد زمان، شتاب گویند.

$$\vec{a}_{av}=\frac{\Delta\vec{v}}{\Delta t}$$

$\vec{a}_{av}$: بردار شتاب متوسط $\Delta\vec{v}$: بردار تغییر سرعت Δt : مدت زمان سپری‌شده

شتاب متوسط یک کمیت برداری است که در جهت بردار تغییر سرعت می‌باشد و یکای آن در SI متر بر مجذور ثانیه می‌باشد.

تغییرات سرعت را در دو بازه به‌دست می‌آوریم:

$$a=\frac{\Delta v}{\Delta t}\Rightarrow \Delta v=a\Delta t$$

۱۵ ثانیهٔ اول : $v_{۱۵}-v_۰=۴\times۱۵\Rightarrow v_{۱۵}-v_۰=۶۰\Rightarrow v_۰=v_{۱۵}-۶۰$

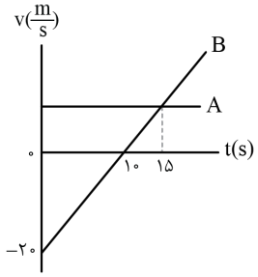
۵ ثانیهٔ بعدی : $v_{۲۰}-v_{۱۵}=-۴\times۵\Rightarrow v_{۲۰}-v_{۱۵}=-۲۰\Rightarrow v_{۲۰}=-۲۰+v_{۱۵}$

شتاب متوسط در ۲۰ ثانیهٔ اول : $a_{av}=\frac{v_{۲۰}-v_۰}{۲۰-۰}$

$$\Rightarrow a_{av}=\frac{-۲۰+v_{۱۵}-v_{۱۵}+۶۰}{۲۰}\Rightarrow a_{av}=۲\frac{m}{s^۲}$$

گروه آموزشی ماز

۵۰- شکل زیر، نمودار سرعت - زمان دو متحرک است که روی محور x حرکت می‌کنند و در لحظه $t=۵s$ از کنار هم می‌گذرند. فاصلهٔ دو متحرک در مبدأ زمان $(t=۰s)$ چند متر است؟

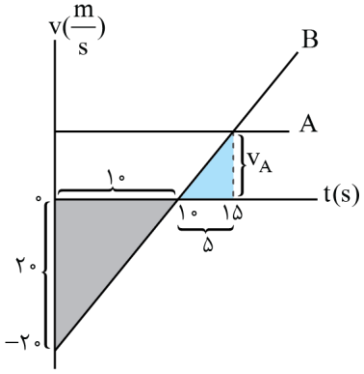


۱) ۲۵
۲) ۴۵
۳) ۷۵
۴) ۱۲۵

کنکور ۱۴۰۴
www.biomaze.ir
سنجش کلاد
www.SanjeshCloud.ir
T.me/SanjeshClouds

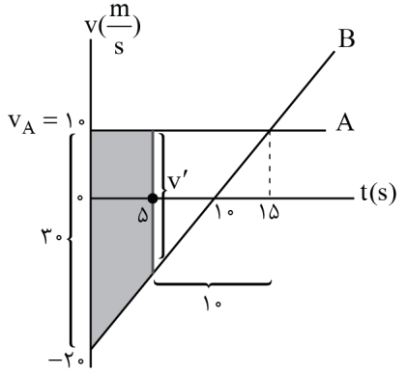
پاسخ: گزینهٔ ۴ (متوسط ـ محاسباتی ـ ۱۲۰۱)

ابتدا با استفاده از تشابه مثلث‌های هاشورخورده سرعت متحرک A را به‌دست می‌آوریم:



$$\frac{v_A}{۲۰}=\frac{۵}{۱۰}\Rightarrow v_A=۱۰\frac{m}{s}$$

چون در لحظهٔ $t=۵s$ دو متحرک به هم رسیده‌اند $(x_A=x_B)$ پس برای محاسبهٔ فاصلهٔ دو متحرک در لحظهٔ $t=۰$ کافی است سطح محصور بین دو نمودار (Δx) را در بازهٔ زمانی صفر تا $t=۵s$ به‌دست آوریم:



تشابه مثلث‌ها : $\frac{v'}{۳۰}=\frac{۱۰}{۱۵}\Rightarrow v'=۲۰\frac{m}{s}$

مساحت محصور بین دو نمودار = $S=\frac{۲۰+۳۰}{۲}\times ۵=۱۲۵m$

پس فاصلهٔ دو متحرک در لحظهٔ $t=۰$ برابر ۱۲۵m است. به طور دقیق‌تر می‌توان گفت در این ۵ ثانیه، متحرک A، ۵۰ متر در جهت محور x حرکت کرده و متحرک B، ۷۵ متر در خلاف جهت محور x حرکت کرده تا دو متحرک به یکدیگر برسند، پس فاصلهٔ اولیهٔ آن‌ها $۵۰+۷۵=۱۲۵m$ بوده است.

گروه آموزشی ماز

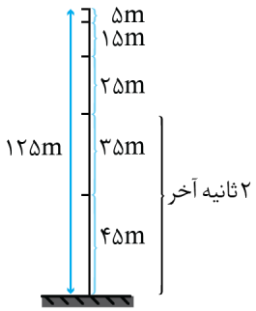
۵۱- گلوله‌ای در شرایط خلأ از ارتفاع ۱۲۵ متری زمین رها می‌شود. سرعت متوسط گلوله در ۲ ثانیهٔ آخر حرکت، چند متر بر ثانیه است؟ $(g=۱۰\frac{m}{s^۲})$

۱) ۳۰ ۲) ۳۵ ۳) ۴۰ ۴) ۴۵

پاسخ: گزینهٔ ۳ (متوسط ـ محاسباتی ـ ۱۲۰۱)

روش اول:

استفاده از تصاعد: مسافت‌های طی‌شده در ثانیه‌های متوالی را مشخص می‌کنیم:



دو ثانیهٔ آخر : $\begin{cases}\Delta y=۳۵+۴۵=۸۰m\\ \Delta t=۲s\end{cases}$

$$v_{av}=\frac{\Delta y}{\Delta t}=\frac{۸۰}{۲}=۴۰\frac{m}{s}$$

روش دوم:

ابتدا مدت زمان کل حرکت را به‌دست می‌آوریم:

$$y=-\frac{۱}{۲}gt^۲\Rightarrow -۱۲۵=-\frac{۱}{۲}\times ۱۰t^۲\Rightarrow t=۵s$$

سرعت متوسط در دو ثانیهٔ آخر، یعنی بازهٔ زمانی $t=۳s$ تا $t=۵s$ با سرعت در وسط بازه، یعنی $t=۴s$ برابر است با:

$$v=-gt\xrightarrow{t=۴s}v=-۱۰\times ۴\Rightarrow v=-۴۰\frac{m}{s}$$

علامت منفی بیانگر این است که جهت سرعت متوسط به سمت پایین می‌باشد.

کنکور ۱۴۰۴
www.biomaze.ir
سنجش کلاد
www.SanjeshCloud.ir
T.me/SanjeshClouds

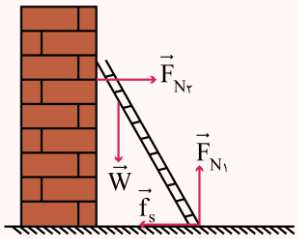
۵۲- نردبانی به جرم ۴۸ کیلوگرم به دیوار قائم بدون اصطکاک تکیه دارد و پایهٔ آن روی سطح افقی در آستانه سُر خوردن قرار دارد. اگر نیرویی که سطح افقی به نردبان وارد می‌کند $۱۲۰\sqrt{۱۷}$ نیوتون باشد، ضریب اصطکاک ایستایی بین نردبان و سطح افقی چقدر است؟ $(g = ۱۰ \frac{N}{kg})$

۱) ۰/۳۵ ۲) ۰/۲۵ ۳) ۰/۳ ۴) ۰/۴

پاسخ: گزینهٔ ۲ (متوسط ـ محاسباتی ـ ۱۴۰۲)

تعادل نردبان

۱- مطابق شکل زیر هرگاه نردبانی به زمین و یک دیوار بدون اصطکاک تکیه داده شده باشد، از طرف هر یک از پایه‌های نردبان بر سطح تماس متناظرش نیرو وارد می‌شود؛ در این وضعیت چنان‌چه نردبان بدون حرکت باقی بماند، برایند نیروهای افقی و همچنین برایند نیروهای عمودی‌اش برابر صفر می‌باشد:



(راستای عمودی) : $F_{N_1} = mg$

(راستای افقی) : $F_{N_2} = f_s$

۲- اگر نردبان در آستانهٔ سُرخوردن باشد، اصطکاک ایستایی بیشینه می‌شود و داریم:

$$F_{N_1} = mg$$

$$F_{N_2} = f_{s\,max} = \mu_s F_{N_1} \rightarrow F_{N_2} = \mu_s mg$$

بنابراین اگر نردبان در آستانهٔ سُرخوردن باشد، نسبت بزرگی نیرویی که دیوار قائم بر آن وارد می‌کند به وزن آن برابر ضریب اصطکاک ایستایی (μ_s) است. دقت کنید که اگر نردبان در آستانهٔ سُرخوردن نباشد، این نسبت کوچک‌تر از ضریب اصطکاک ایستایی خواهد بود.

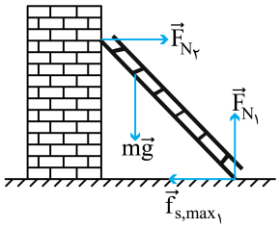
۳- اگر نیرویی که سطح افقی به نردبان وارد می‌کند را بخواهیم، باید از نیروهای f_s و F_{N_1} برایند بگیریم.

نیروی سطح (۱) : $R = \sqrt{F_{N_1}^2 + f_s^2} = \sqrt{(mg)^2 + f_s^2}$

$$\xrightarrow{\text{اگر نردبان در آستانه سر خوردن باشد}} R_1 = \sqrt{(mg)^2 + (\mu_s mg)^2} = mg\sqrt{1+\mu_s^2}$$

نیرویی که سطح افقی به نردبان وارد می‌کند برابر برایند f_s و F_{N_1} است، درحالی‌که نیرویی که دیوار قائم به نردبان وارد می‌کند هم‌اندازهٔ f_s است؛ بنابراین حتماً نیروی سطح افقی بزرگ‌تر از نیروی دیوار قائم است.

ابتدا نیروهای وارد بر نردبان را ترسیم می‌کنیم:



در راستای افقی و قائم، برایند نیروهای وارد بر نردبان، صفر است:

راستای قائم : $F_{N_1} = mg \Rightarrow F_{N_1} = ۴۸۰\,N$

راستای افقی : $F_{N_2} = f_{s,max_1} \xrightarrow{f_{s,max_1} = F_{N_1}\mu_s} F_{N_2} = ۴۸۰\mu_s$

نیروی سطح افقی وارد بر نردبان : $R_1 = \sqrt{F_{N_1}^2 + f_{s,max1}^2}$

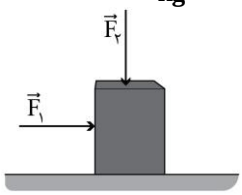
$$\Rightarrow ۱۲۰\sqrt{۱۷} = \sqrt{۴۸۰^2 + (۴۸۰\mu_s)^2}$$

$$\Rightarrow ۱۲۰\sqrt{۱۷} = ۴۸۰\sqrt{۱+\mu_s^2} \Rightarrow \sqrt{۱۷} = ۴\sqrt{۱+\mu_s^2}$$

$$\Rightarrow ۱۷ = ۱۶ + ۱۶\mu_s^2 \Rightarrow \mu_s = ۰/۲۵$$

کنکور ۱۴۰۴
www.biomaze.ir
www.SanjeshCloud.ir
T.me/SanjeshClouds

۵۳- در شکل زیر، نیروی $F_1 = 40N$ بر جعبهٔ ۸ کیلوگرمی وارد می‌شود و جعبه ساکن می‌ماند. حال اگر نیروی عمودی $F_2 = 40N$ را هم بر جعبه وارد کنیم، بزرگی نیروی اصطکاک ایستایی و نیرویی که از طرف سطح افقی به جسم وارد می‌شود، به‌ترتیب هر کدام چند برابر می‌شود؟ $(g = 10\frac{N}{kg})$

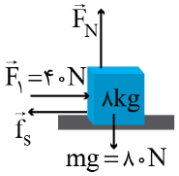


۱) $\sqrt{2}$ و $\frac{3}{2}$
۲) $\sqrt{2}$ و ۱
۳) $\frac{3}{2}$ و ۱
۴) $\frac{3}{2}$ و $\frac{3}{2}$

پاسخ: گزینهٔ ۲ (متوسط ـ محاسباتی ـ ۱۴۰۲)

در هر دو حالت شکل را رسم کرده و نیروهای وارد بر جسم را می‌کشیم.

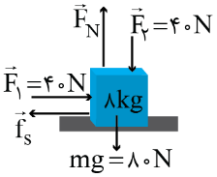
حالت اول: چون جعبه ساکن مانده است، پس نیروی اصطکاک از نوع اصطکاک ایستایی است:



جعبه ساکن است: $\begin{cases} F_N = mg \Rightarrow F_N = 80N \\ f_s = F_1 \Rightarrow f_s = 40N \end{cases}$

$$R_1 = \sqrt{F_N^2 + f_s^2} = \sqrt{80^2 + 40^2} \Rightarrow R_1 = 40\sqrt{5}\,N$$

حالت دوم: در این حالت هم جسم ساکن می‌ماند:



$$\begin{cases} F_N = F_2 + mg \Rightarrow F_N = 40 + 80 = 120N \\ f_s = F_1 \Rightarrow f_s = 40N \end{cases}$$

$$R_2 = \sqrt{F_N^2 + f_s^2} = \sqrt{120^2 + 40^2} = 40\sqrt{10} \Rightarrow R_2 = 40\sqrt{10}\,N$$

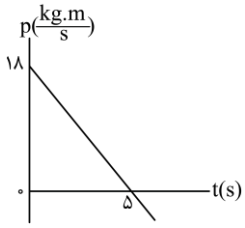
بنابراین نسبت‌های خواسته شده در دو حالت برابر است با:

نسبت نیروی اصطکاک ایستایی $= \frac{40}{40} = 1$

نسبت نیرویی که از طرف سطح به جسم وارد می‌شود $= \frac{40\sqrt{10}}{40\sqrt{5}} = \sqrt{2}$

گروه آموزشی ماز

۵۴- شکل زیر، نمودار تکانه - زمان متحرکی است که در مسیر مستقیم حرکت می‌کند. اگر جرم متحرک ۴۵۰ گرم باشد، بزرگی شتاب آن در لحظهٔ $t = 5s$ چند متر بر مربع ثانیه است؟



۱) ۸
۲) ۶
۳) ۴
۴) ۳

پاسخ: گزینهٔ ۱ (متوسط ـ محاسباتی ـ ۱۴۰۲)

تکانه

حاصل‌ضرب جرم جسم (m) در سرعت آن (v) تکانهٔ جسم (p) نامیده می‌شود:

$$\vec{p} = m\vec{v} \qquad \text{یکای تکانه در SI} = \frac{kg.m}{s}$$

تکانه یک کمیت برداری و فرعی است. جهت تکانه همان جهت سرعت است.

اگر سرعت جسم تغییر کند، تغییر تکانه جسم از رابطهٔ زیر به‌دست می‌آید: (دقت کنید که جرم جسم ثابت است.)

$$\Delta\vec{p} = m\Delta\vec{v}$$

قانون دوم نیوتون بر حسب تکانه برای نیروی ثابت

نیروی خالص وارد بر جسم برابر با تغییر تکانهٔ جسم تقسیم بر مدت‌زمان تغییر آن است:

$$\vec{F}_{net} = \frac{\Delta\vec{p}}{\Delta t}$$

تغییر تکانه برابر با حاصل‌ضرب نیرو در مدت‌زمان تأثیر آن است:

$$\Delta\vec{p} = \vec{F}_{net}\Delta t$$

کنکور ۱۴۰۴
www.biomaze.ir
سنجش کلاد
www.SanjeshCloud.ir
T.me/SanjeshClouds

سه نکتهٔ مهم:

۱) اگر بر جسمی چند نیرو وارد شود باید برایند نیروها را به‌صورت برداری محاسبه کرد و آن را به جای $\vec{F}_{net}$ در رابطه قرار داد.

$$\vec{F}_{net} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \vec{F}_3 + \cdots \leftarrow \vec{F}_{net} = \frac{\Delta \vec{p}}{\Delta t}$$

۲) اگر نیرو ثابت نباشد در یک بازهٔ زمانی باید نیروی خالص متوسط F_{av} را در رابطه قرار داد.

$$\vec{F}_{av} = \frac{\Delta \vec{p}}{\Delta t}$$

۳) در تمامی روابط این قسمت الزاماً باید تمامی محاسبات را به‌صورت برداری انجام دهید، یعنی تمامی کمیت‌های برداری را برحسب $\vec{i}$ و $\vec{j}$ و همراه با علامت در رابطه‌ها قرار دهید. (حتی در سؤالاتی که اندازهٔ یک بردار را می‌خواهند باید ابتدا تمامی محاسبات را برداری انجام دهید و بعد از اتمام حل مسئله، اندازهٔ بردار موردنظر را به‌دست آورید.)

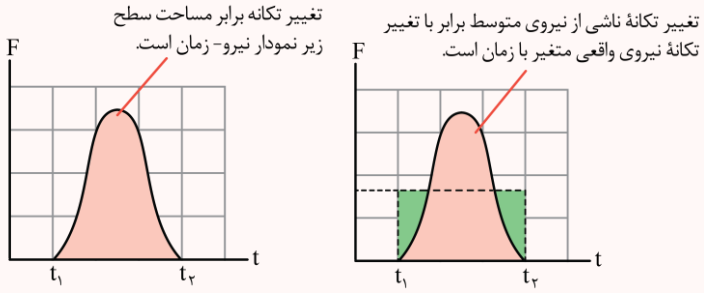
$$\Delta \vec{p} = \vec{p}_2 - \vec{p}_1 \qquad \Delta \vec{v} = \vec{v}_2 - \vec{v}_1 \qquad \vec{F}_{net} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \vec{F}_3 + \cdots$$

$$\vec{F} = F_x \vec{i} + F_y \vec{j} \Rightarrow |\vec{F}| = \sqrt{F_x^2 + F_y^2}$$

روابط بین اندازهٔ تکانه و انرژی جنبشی

$$\begin{cases} p = mv \\ K = \frac{1}{2} mv^2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} K = \frac{1}{2} pv \\ K = \frac{p^2}{2m} \end{cases}$$

مساحت زیر نمودار نیروی خالص بر حسب زمان برابر تغییرات تکانهٔ جسم می‌باشد:



تنها تفاوت نیرو و شتاب، جرم جسم (m) است.

۱) شکل ظاهری نمودار نیرو - زمان و نمودار شتاب - زمان دقیقاً یکی است.

۲) نیرو همواره هم‌جهت با شتاب می‌باشد.

۳) نیرو متناسب با شتاب است اگر یکی افزایش یابد دیگری هم زیاد می‌شود و برعکس.

نتیجه‌گیری کلی:

اگر نیرو را بر m تقسیم کنیم شتاب به‌دست می‌آید و اگر شتاب را در m ضرب کنیم نیرو به‌دست می‌آید.

شیب نمودار تکانه بر حسب زمان برابر نیروی خالص وارد بر جسم می‌باشد:

تنها تفاوت تکانه و سرعت جرم جسم (m) است.

۱) شکل ظاهری نمودار تکانه - زمان و نمودار سرعت - زمان دقیقاً یکی است.

۲) تکانه همواره هم‌جهت با بردار سرعت است.

۳) تکانه متناسب با سرعت است اگر یکی افزایش یابد دیگری هم زیاد می‌شود و برعکس.

۴) مساحت زیر نمودار تکانه - زمان برابر $m\Delta x$ است.

نتیجه‌گیری کلی:

اگر تکانه را بر m تقسیم کنیم سرعت به‌دست می‌آید و اگر سرعت را در m ضرب کنیم تکانه به‌دست می‌آید.

چون نمودار تکانه - زمان خط راست است، پس نیرو و شتاب ثابت هستند، بنابراین:

$$F_{av} = \frac{\Delta p}{\Delta t} = \frac{0 - 18}{5 - 0} = -3/6\,N$$

$$F = ma \Rightarrow a = \frac{F}{m} = \frac{-3/6}{0/45} = -8\,\frac{m}{s^2}$$

$$\Rightarrow |a| = 8\,\frac{m}{s^2}$$

کنکور ۱۴۰۴
www.biomaze.ir
www.SanjeshCloud.ir
T.me/SanjeshClouds

۵۵- اگر تندی ماهوارهٔ **A**، دو برابر تندی ماهوارهٔ **B** باشد، دورهٔ آن چند برابر دورهٔ ماهوارهٔ **B** است؟

۱) $\frac{۱}{۲}$ ۲) $\frac{۱}{۴}$ ۳) $\frac{۱}{۸}$ ۴) $\frac{\sqrt{۲}}{۲}$

پاسخ: گزینهٔ ۳ (متوسط ـ محاسباتی ـ ۱۲۰۲)

حرکت دایره‌ای ماهواره

در مورد حرکت دایره‌ای ماهواره‌ای به جرم m در فاصلهٔ h از سطح سیاره‌ای به جرم M و شعاع R، خوب است روابط زیر را بتوانید به‌دست آورید.

۱- نیروی مرکزگرای وارد بر ماهواره:

$$F_C = G\frac{Mm}{(R+h)^۲}$$

۲- شتاب مرکزگرای حرکت دایره‌ای:

$$a_C = \frac{F_C}{m} = G\frac{M}{(R+h)^۲}$$

۳- بسامد زاویه‌ای چرخش:

$$a_C = r\omega^۲ \rightarrow G\frac{M}{(R+h)^۲} = (R+h)\omega^۲$$

$$\rightarrow \omega^۲ = \frac{GM}{(R+h)^۳} \rightarrow \omega \propto (R+h)^{-\frac{۳}{۲}}$$

۴- بسامد حرکت دایره‌ای:

$$f \propto \omega \rightarrow f \propto (R+h)^{-\frac{۳}{۲}}$$

۵- دورهٔ حرکت دایره‌ای:

$$T = \frac{۱}{f} \rightarrow T \propto (R+h)^{\frac{۳}{۲}}$$

۶- تندی ماهواره:

$$a_C = \frac{v^۲}{r} \rightarrow G\frac{M}{(R+h)^۲} = \frac{v^۲}{R+h}$$

$$\rightarrow v = \sqrt{\frac{GM}{R+h}}$$

۷- تکانهٔ ماهواره:

$$p = mv \rightarrow p = m\sqrt{\frac{GM}{R+h}}$$

۸- انرژی جنبشی ماهواره:

$$\begin{cases} K = \frac{۱}{۲}mv^۲ \\ v = \sqrt{\frac{GM}{R+h}} \end{cases} \rightarrow K = \frac{GMm}{۲(R+h)}$$

می‌دانیم که تندی ماهواره با جذر شعاع رابطهٔ عکس دارد و دورهٔ آن با $\sqrt{r^۳}$ متناسب است، بنابراین می‌توان نوشت:

$$v = \sqrt{G\frac{M}{r}} \Rightarrow \frac{v_A}{v_B} = \sqrt{\frac{r_B}{r_A}} \Rightarrow \frac{۲v_B}{v_B} = \sqrt{\frac{r_B}{r_A}} \Rightarrow \frac{r_B}{r_A} = ۴$$

$$T = ۲\pi\sqrt{\frac{r^۳}{GM}} \Rightarrow \frac{T_A}{T_B} = \sqrt{(\frac{r_A}{r_B})^۳} \Rightarrow \frac{T_A}{T_B} = \sqrt{(\frac{۱}{۴})^۳} \Rightarrow \frac{T_A}{T_B} = \frac{۱}{۸}$$

کنکور ۱۴۰۴
www.biomaze.ir
www.SanjeshCloud.ir
T.me/SanjeshClouds

۵۶- معادلهٔ حرکت هماهنگ سادهٔ یک نوسانگر در SI به‌صورت $x=۰/۰۴\cos ۵۰t$ است. سرعت نوسانگر در لحظهٔ $t=۰/۰۷\pi s$ چند متر بر ثانیه است؟

۱) صفر ۲) ۱- ۳) ۱ ۴) ۲

پاسخ: گزینهٔ ۴ (متوسط ـ محاسباتی ـ ۱۲۰۳)

روش اول:

ابتدا با توجه به معادلهٔ حرکت، دورهٔ تناوب و دامنهٔ نوسانگر را به‌دست می‌آوریم:

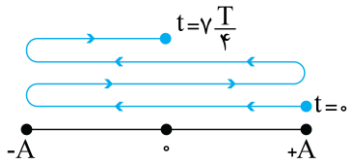
$$x=۰/۰۴\cos ۵۰t \Rightarrow A=۰/۰۴m \ , \ \omega=۵۰\frac{rad}{s}$$

$$\omega=\frac{۲\pi}{T} \Rightarrow ۵۰=\frac{۲\pi}{T} \Rightarrow T=۰/۰۴\pi(s)$$

حال باید بررسی کنیم لحظهٔ مورد نظر چه مضربی از دوره است:

$$\frac{t}{T}=\frac{۰/۰۷\pi}{۰/۰۴\pi}=\frac{۷}{۴} \Rightarrow t=۷\frac{T}{۴}$$

روی پاره‌خط نوسان این لحظه را مشخص می‌کنیم:



چون در این لحظه نوسانگر در مرکز نوسان و در جهت محور x در حال حرکت است، پس سرعت آن بیشینه و از رابطهٔ زیر به‌دست می‌آید:

$$v_m=+A\omega$$

$$\Rightarrow v_m=+۰/۰۴\times ۵۰=+۲\frac{m}{s}$$

روش دوم:

لحظهٔ مورد نظر را در معادلهٔ مکان قرار می‌دهیم:

$$x=۰/۰۴\cos ۵۰t \xrightarrow{t=۰/۰۷\pi(s)} x=۰/۰۴\cos(۵۰\times ۰/۰۷\pi)$$

$$\Rightarrow x=۰/۰۴\cos(\frac{۷\pi}{۲}) \Rightarrow x=۰$$

چون متحرک در این لحظه در مرکز نوسان است، پس سرعت آن بیشینه است:

$$v_m=+A\omega \Rightarrow v_m=+۰/۰۴\times ۵۰=+۲\frac{m}{s}$$

گروه آموزشی ماز

۵۷- فنری به جرم ۲۰۰g و طول ۵۰cm را با نیروی ۱۰N می‌کشیم. اگر سر آزاد فنر با بسامد ۲۰Hz به نوسان درآوریم، طول موج ایجادشده در فنر چند سانتی‌متر است؟

۱) ۲/۵ ۲) ۵ ۳) ۲۵ ۴) ۵۰

پاسخ: گزینهٔ ۳ (متوسط ـ محاسباتی ـ ۱۲۰۳)

گام اول:

تندی انتشار موج عرضی در فنر را محاسبه می‌کنیم:

$$v=\sqrt{\frac{F}{\mu}} \xrightarrow{\mu=\frac{m}{L}} v=\sqrt{\frac{FL}{m}}=\sqrt{\frac{۱۰\times ۰/۵}{۰/۲}}=۵\frac{m}{s}$$

گام دوم:

طول موج ایجاد شده در فنر برابر است با:

$$\lambda=\frac{v}{f}=\frac{۵}{۲۰}=۰/۲۵m=۲۵cm$$

گروه آموزشی ماز

کنکور ۱۴۰۴
www.biomaze.ir
www.SanjeshCloud.ir
T.me/SanjeshClouds

۵۸- تندی انتشار موج عرضی در تار دو انتها بسته‌ای $۱۸۰\frac{m}{s}$ است و تار با بسامد $۶۰۰Hz$ ارتعاش می‌کند. اگر طول تار $۶۰cm$ باشد، صوت ایجادشده هماهنگ چندم تار است و طول امواج صوتی گسیل شده توسط تار چند سانتی‌متر است؟ (تندی صوت در هوا $۳۳۶\frac{m}{s}$ است.)

۱) چهارم - ۳۰ ۲) چهارم - ۵۶ ۳) سوم - ۳۰ ۴) سوم - ۵۶

پاسخ: گزینهٔ ۲ (متوسط ـ محاسباتی ـ ۱۲۰۴)

گام اول:

بسامد هماهنگ n ام از رابطهٔ $f_n=\frac{nv}{۲L}$ به‌دست می‌آید:

$$f_n=\frac{nv}{۲L}\Rightarrow ۶۰۰=\frac{n\times ۱۸۰}{۲\times ۰/۶}\Rightarrow n=۴\Rightarrow$$ هماهنگ چهارم

گام دوم:

چون طول امواج گسیل‌شده در هوا خواسته شده، پس باید سرعت صوت در هوا را در رابطهٔ طول موج قرار دهیم:

$$\lambda_{\text{امواج صوتی}}=\frac{v_{\text{امواج صوتی}}}{f}=\frac{۳۳۶}{۶۰۰}=۰/۵۶m=۵۶cm$$

گروه آموزشی ماز

۵۹- تابع کار طلا برابر $۵/۱۷۵eV$ است. از تابش‌های اتم هیدروژن، بلندترین طول موج گسیلی که بتواند الکترونی را از طلا جدا کند، چند نانومتر است؟

$$(R=۰/۰۱nm^{-۱}\ ,\ c=۳\times ۱۰^{۸}\frac{m}{s}\ ,\ h=۴/۱۴\times ۱۰^{-۱۵}eV.s)$$

۱) ۲۴۰ ۲) ۳۶۰ ۳) $\frac{۲۲۵}{۲}$ ۴) $\frac{۴۰۰}{۳}$

پاسخ: گزینهٔ ۴ (متوسط ـ مفهومی/ محاسباتی ـ ۱۲۰۵)

ترازهای انرژی الکترون اتم هیدروژن به‌صورت زیر است:

n=۴ ———— $E_۴=-۰/۸۵eV$
n=۳ ———— $E_۳=-۱/۵۱eV$
n=۲ ———— $E_۲=-۳/۴eV$
n=۱ ———— $E_۱=-۱۳/۶eV$

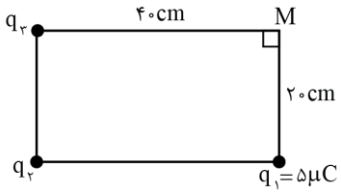
انرژی مربوط به همهٔ رشته‌ها به‌جز لیمان کمتر از تابع کار طلا است، پس فقط طول موج‌های مربوط به رشتهٔ لیمان می‌توانند الکترون از طلا جدا کنند.

بلندترین طول موج مربوط به رشتهٔ لیمان گذار از $n=۲$ به $n'=۱$ می‌باشد:

$$\frac{۱}{\lambda}=R\left(\frac{۱}{n'^{۲}}-\frac{۱}{n^{۲}}\right)\Rightarrow\frac{۱}{\lambda}=\frac{۱}{۱۰۰}\left(\frac{۱}{۱^{۲}}-\frac{۱}{۲^{۲}}\right)\Rightarrow\lambda=\frac{۴۰۰}{۳}nm$$

گروه آموزشی ماز

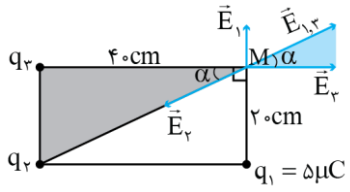
۶۰- در شکل زیر، میدان الکتریکی در نقطهٔ M، صفر است. $q_۳$ چند میکروکولن است؟



۱) ۲۰
۲) ۴۰
۳) −۲۰
۴) −۴۰

پاسخ: گزینهٔ ۲ (متوسط ـ محاسباتی ـ ۱۱۰۱)

مطابق شکل زیر میدان‌های الکتریکی حاصل از سه بار را طوری رسم می‌کنیم که برایند میدان بارهای $q_۱$ و $q_۳$ میدان حاصل از بار $q_۲$ را خنثی کند.



کنکور ۱۴۰۴
www.biomaze.ir
www.SanjeshCloud.ir
T.me/SanjeshClouds

$\tan\alpha$ در مثلث‌های هاشورخورده برابر هستند، پس:

$$\tan\alpha=\frac{۲۰\text{cm}}{۴۰\text{cm}}=\frac{E_۱}{E_۳}\Rightarrow\frac{۱}{۲}=\frac{\frac{k\times۵}{۲۰^۲}}{\frac{k\times|q_۳|}{۴۰^۲}}\Rightarrow\frac{۱}{۲}=\frac{۵\times۴۰^۲}{|q_۳|\times۲۰^۲}$$

$$\Rightarrow|q_۳|=۴۰\mu C$$

از طرفی چون میدان بار $q_۳$ به سمت خارج است، پس بار $q_۳$ مثبت است.

$$q_۳=+۴۰\mu C$$

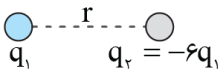
گروه آموزشی ماز

۶۱- دو کرهٔ رسانای کوچک در فاصلهٔ r از هم قرار دارند. اولی دارای بار الکتریکی $q_۱$ و دومی دارای بار الکتریکی $q_۲=-۶q_۱$ است. کره‌ها در این حالت به هم نیروی الکتریکی F وارد می‌کنند. اگر نصف $q_۲$ را از کرهٔ (۲) به کرهٔ (۱) منتقل کنیم، در این حالت و از همین فاصله نیرویی که به هم وارد می‌کنند، جاذبه است یا دافعه و بزرگی آن چند F است؟

۱) دافعه - ۱ ۲) جاذبه - ۱ ۳) دافعه - $\frac{۵}{۶}$ ۴) جاذبه - $\frac{۵}{۶}$

پاسخ: گزینهٔ ۱ (متوسط ـ محاسباتی ـ ۱۱۰۱)

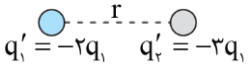
در حالت اولیه، وضعیت کره‌ها مطابق شکل مقابل است:

حالت (۱): 

در حالت دوم بار کره‌ها را محاسبه می‌کنیم:

$$q'_۲=\frac{-۶q_۱}{۲}=-۳q_۱$$

$$q'_۱=q_۱+(\frac{-۶q_۱}{۲})=-۲q_۱$$

حالت (۲): 

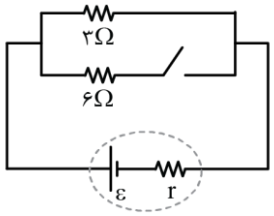
در حالت دوم چون بار دوکره هم‌نام است، پس نیروی بین آن‌ها دافعه است.

در ادامه نسبت نیروها را به‌دست می‌آوریم:

$$\frac{F_۲}{F_۱}=\frac{\frac{k\times۲q_۱\times۳q_۱}{r^۲}}{\frac{kq_۱\times۶q_۱}{r^۲}}=۱$$

گروه آموزشی ماز

۶۲- در شکل زیر، با بستن کلید، اختلاف پتانسیل دو سر باتری ۲۰ درصد کاهش می‌یابد. مقاومت درونی باتری چند اُهم است؟

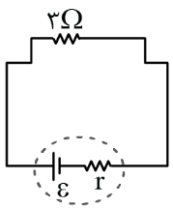


۱) ۰/۵
۲) ۱
۳) ۳
۴) ۲/۵

پاسخ: گزینهٔ ۳ (متوسط ـ محاسباتی ـ ۱۱۰۲)

مقاومت معادل مدار را در دو حالت قبل و بعد از بستن کلید به‌دست می‌آوریم:

حالت (۱): کلید باز

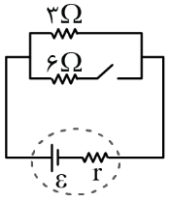


$$R_{eq_۱}=۳\Omega\Rightarrow I_۱=\frac{\varepsilon}{R_{eq_۱}+r}=\frac{\varepsilon}{۳+r}$$

$$V_{\text{باتری}_۱}=R_{eq_۱}I_۱=۳\times\frac{\varepsilon}{۳+r}=\frac{۳\varepsilon}{۳+r}$$

کنکور ۱۴۰۴
www.biomaze.ir
www.SanjeshCloud.ir
T.me/SanjeshClouds

حالت (۲): کلید بسته



$$R_{eq_۲}=\frac{۳\times۶}{۳+۶}=۲\Omega$$

$$I_۲=\frac{\varepsilon}{R_{eq_۲}+r}=\frac{\varepsilon}{۲+r}$$

$$V_{\text{باتری }۲}=R_{eq_۲}I=۲\times\frac{\varepsilon}{۲+r}=\frac{۲\varepsilon}{۲+r}$$

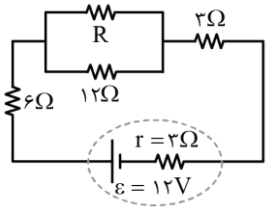
اختلاف پتانسیل ۲۰ درصد کاهش یافته است، بنابراین:

$$V_{\text{باتری }۲}=\frac{۸۰}{۱۰۰}V_{\text{باتری }۱}$$

$$\Rightarrow\frac{۲\varepsilon}{۲+r}=\frac{۴}{۵}\times\frac{۳\varepsilon}{۳+r}\Rightarrow\frac{۲}{۲+r}=\frac{۱۲}{۱۵+۵r}\Rightarrow r=۳\Omega$$

گروه آموزشی ماز

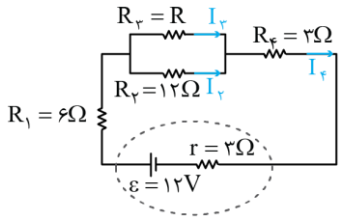
۶۳- در شکل زیر توان مصرفی دو مقاومت ۱۲ اُهمی و ۳ اُهمی با هم برابر است. اختلاف پتانسیل دو سر باتری چند ولت است؟



۱) ۱۰/۲۰
۲) ۱۰
۳) ۹/۷۵
۴) ۹

پاسخ: گزینهٔ ۲ (متوسط ـ محاسباتی ـ ۱۱۰۲)

توان مصرفی دو مقاومت ۱۲ اهمی و ۳ اهمی با هم برابر است، بنابراین:



$$P_۳=P_۴\xrightarrow{P=RI^۲}R_۳I_۳^۲=R_۴I_۴^۲\Rightarrow ۱۲I_۳^۲=۳I_۴^۲\Rightarrow I_۴=۲I_۳$$

$$I_۴=I_۳+I_۲\Rightarrow ۲I_۳=I_۳+I_۲\Rightarrow I_۳=I_۲$$

$$\Rightarrow R_۳=R_۲=۱۲\Omega$$

حال مقاومت معادل مدار را محاسبه می‌کنیم:

$R_۳, R_۲$ موازی $\Rightarrow R_{۲,۳}=\frac{۱۲}{۲}=۶\Omega$

$R_۱, R_۴, R_{۲,۳}$ متوالی $\Rightarrow R_{eq}=۶+۶+۳=۱۵\Omega$

جریان مدار: $I=\frac{\varepsilon}{R_{eq}+r}=\frac{۱۲}{۱۵+۳}=\frac{۲}{۳}A$

اختلاف پتانسیل دو سر باتری: $V=R_{eq}I=۱۵\times\frac{۲}{۳}=۱۰V$

گروه آموزشی ماز

۶۴- کدام مورد دربارهٔ دماسنج مقاومت پلاتینی درست نیست؟

۱) یکی از سه دماسنج معیار است.
۲) اساس کار آن مبتنی بر تغییر مقاومت با دماست.
۳) پلاتین استفاده‌شده در این دماسنج دچار خوردگی نمی‌شود.
۴) در این دماسنج از پلاتین که نقطه ذوب پایینی دارد، استفاده می‌شود.

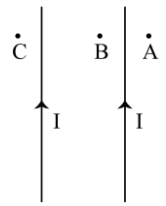
پاسخ: گزینهٔ ۴ (ساده ـ حفظی ـ ۱۱۰۲)

در دماسنج مقاومت پلاتینی از پلاتین استفاده می‌کنند که تقریباً دچار خوردگی نمی‌شود و نقطهٔ ذوب بالایی دارد. این دماسنج یکی از دماسنج‌های معیار است که اساس کار آن، تغییر مقاومت الکتریکی با دماست.

گروه آموزشی ماز

کنکور ۱۴۰۴
www.biomaze.ir
www.SanjeshCloud.ir
T.me/SanjeshClouds

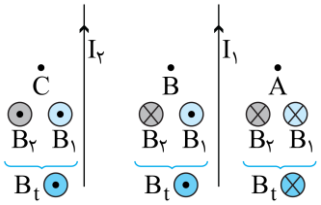
۶۵- در شکل زیر، جریان‌های الکتریکی هم‌اندازه و هم‌جهت در سیم‌ها جاری است. جهت میدان مغناطیسی حاصل از جریان‌های الکتریکی در نقاط **A**، **B** و **C** به‌ترتیب کدام‌اند؟



۱) ⊙ - ⊙ - ⊗
۲) ⊗ - ⊗ - ⊙
۳) ⊙ - ⊗ - ⊗
۴) ⊗ - ⊙ - ⊙

پاسخ: گزینهٔ ۱ (ساده ـ مفهومی ـ ۱۱۰۳)

با استفاده از قاعدهٔ دست راست جهت میدان مغناطیسی هر یک از سیم‌ها را در نقاط موردنظر مشخص می‌کنیم:



نقطهٔ A: چون هر دو میدان درون‌سو است، پس میدان خالص درون‌سو می‌باشد. (⊗)

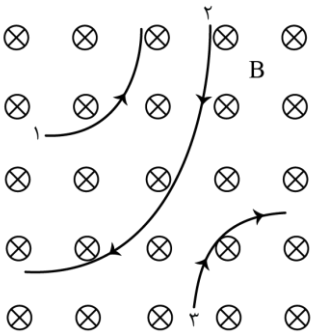
نقطهٔ B: جریان دو سیم برابر است. از طرفی نقطهٔ B به سیم (۱) نزدیک‌تر است (r کمتر) پس میدان سیم (۱) در نقطهٔ B قوی‌تر است.

$B_1 > B_2 \xrightarrow{\vec{B}_1 \text{ جهت میدان خالص در}}$ میدان خالص برون‌سو (⊙)

نقطهٔ C: چون هر دو میدان برون‌سو است، پس میدان خالص برون‌سو می‌باشد. (⊙)

گروه آموزشی ماز

۶۶- شکل زیر، مسیر حرکت ۳ ذره را در میدان مغناطیسی یکنواخت نشان می‌دهد. اگر تندی ذره‌ها و اندازهٔ بار الکتریکی آن‌ها برابر باشد، کدام موارد درست است؟

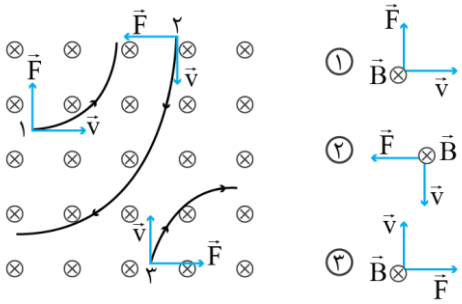


الف: بار الکتریکی ذرهٔ ۱ منفی است.
ب: جرم ذرهٔ ۲ بیشتر است.
پ: بار الکتریکی ذره‌های ۱ و ۲ منفی است.
ت: بار الکتریکی ذره‌های ۲ و ۳ منفی است.

۱) «الف» و «پ»
۲) «الف» و «ت»
۳) «الف» و «ب»
۴) «ب» و «ت»

پاسخ: گزینهٔ ۴ (متوسط ـ مفهومی/ محاسباتی ـ ۱۱۰۳)

برای هر یک از بارها جهت حرکت (بردار سرعت) و جهت انحراف (بردار نیرو) را مشخص می‌کنیم سپس بررسی می‌کنیم که باید از قاعدهٔ دست چپ یا راست استفاده کرد:



$q_1 > 0 \Rightarrow$ دست راست

$q_2 < 0 \Rightarrow$ دست چپ

$q_3 < 0 \Rightarrow$ دست چپ

می‌دانیم که نیروی مرکزگرا در حرکت دایره‌ای بارها همان نیروی مغناطیسی وارد بر ذرهٔ باردار است، پس:

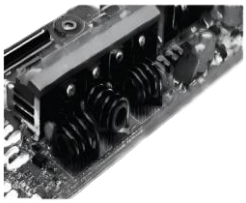
$$\begin{cases} F_{\text{مرکزگرا}} = \dfrac{mv^2}{r} \\ F_{\text{مغناطیسی}} = |q|vB\sin\theta \end{cases} \Rightarrow |q|vB\sin\theta = \frac{mv^2}{r} \Rightarrow r = \frac{mv^2}{|q|vB\sin\theta}$$

کنکور ۱۴۰۴
www.biomaze.ir
www.SanjeshCloud.ir
T.me/SanjeshClouds

پس شعاع مسیر با جرم ذرهٔ باردار رابطهٔ مستقیم دارد ($r \propto m$) و چون شعاع مسیر ذرهٔ (۲) بزرگ‌تر است، پس جرم ذرهٔ (۲) بیشتر است.
پس موارد «ب» و «ت» درست هستند.

گروه آموزشی ماز

۶۷- مطابق شکل، در بعضی از مدارها که چندین القاگر دارند، ملاحظه می‌شود که سطح دو القاگر مجاور را عمود بر هم قرار می‌دهند. علت این عمل چیست؟



۱) افزایش شار مغناطیسی
۲) افزایش ضریب القاوری
۳) انتقال بیشتر انرژی از یک القاگر به دیگری
۴) به حداقل رساندن تأثیر متقابل القاگرها

پاسخ: گزینهٔ ۴ (ساده ـ حفظی ـ ۱۱۰۴)

برای به حداقل رساندن تأثیر متقابل القاگرها در بعضی از مدارها که چندین القاگر دارند، ملاحظه می‌شود که سطح دو القاگر مجاور را عمود بر هم قرار می‌دهند. به این ترتیب میدان یک القاگر با سطح القاگر مجاور موازی می‌شود و باعث ایجاد شار مغناطیسی در آن نمی‌شود.

گروه آموزشی ماز

۶۸- پیچه‌ای شامل ۵۰۰ حلقه عمود بر میدان مغناطیسی قرار دارد و میدان مغناطیسی با آهنگ $0/6\frac{T}{s}$ کاهش می‌یابد. اگر نیروی محرکهٔ القایی متوسط ایجادشده در پیچه ۱/۲ ولت باشد، مساحت هر حلقه چند سانتی‌متر مربع است؟

۱) ۲۰ ۲) ۳۰ ۳) ۴۰ ۴) ۶۰

پاسخ: گزینهٔ ۳ (ساده ـ محاسباتی ـ ۱۱۰۴)

آهنگ تغییر میدان مغناطیسی : $\frac{\Delta B}{\Delta t} = -0/6\frac{T}{s}$

نیرو محرکهٔ القایی متوسط : $\varepsilon_{av} = -N\frac{\Delta\phi}{\Delta t} = -NA\cos\theta\frac{\Delta B}{\Delta t}$

$$\Rightarrow 1/2 = -500 \times A \times \cos 0 \times (-0/6)$$

$$\Rightarrow A = \frac{1/2}{300} = 4\times10^{-3}\,m^2 = 40\,cm^2$$

گروه آموزشی ماز

۶۹- شعاع کره توپر A، ۲۵ درصد کمتر از شعاع کرهٔ توپر B است. اگر جرم کره A نصف جرم کره B باشد، چگالی کرهٔ A تقریباً چند درصد بیشتر از چگالی کرهٔ B است؟

۱) ۱۲/۵ ۲) ۱۸/۵ ۳) ۳۴ ۴) ۳۶

پاسخ: گزینهٔ ۲ (متوسط ـ محاسباتی ـ ۱۰۰۴)

گام اول:

مقایسهٔ حجم دو کره

$$r_A = r_B - \frac{25}{100}r_B \Rightarrow r_A = \frac{3}{4}r_B$$

$$V = \frac{4}{3}\pi r^3 \Rightarrow \frac{V_B}{V_A} = \left(\frac{r_B}{r_A}\right)^3 = \left(\frac{4}{3}\right)^3 \Rightarrow \frac{V_B}{V_A} = \frac{64}{27}$$

گام دوم:

مقایسهٔ چگالی دو کره

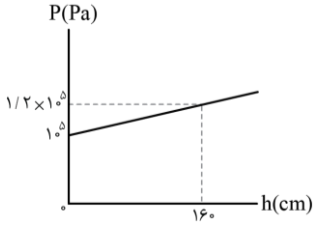
$$\rho = \frac{m}{V} \Rightarrow \frac{\rho_A}{\rho_B} = \frac{m_A}{m_B}\times\frac{V_B}{V_A} \Rightarrow \frac{\rho_A}{\rho_B} = \frac{1}{2}\times\frac{64}{27}$$

$$\Rightarrow \rho_A = \frac{32}{27}\rho_B \Rightarrow \rho_A = 1/185\rho_B$$

$$\frac{\rho_A - \rho_B}{\rho_B}\times100 = \frac{1/185\rho_B - \rho_B}{\rho_B}\times100 = 18/5\,\% \Rightarrow$$ چگالی کرهٔ A، ۱۸/۵ درصد بیشتر از کرهٔ B است.

کنکور ۱۴۰۴
www.biomaze.ir
www.SanjeshCloud.ir
T.me/SanjeshClouds

۷۰- اگر از سطح آزاد مایع به سمت اعماق بیشتر دور شویم، فشار به‌صورت نمودار زیر، تغییر می‌کند. چگالی مایع چند گرم بر سانتی‌متر مکعب است و فشار پیمانه‌ای در عمق یک متری چند پاسکال است؟ $(g=10\frac{N}{kg})$

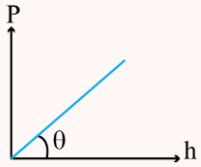


۱) ۱/۲۵ ، ۱۲۰۰۰
۲) ۱/۲ ، ۱۲۰۰۰
۳) ۱/۲۵ ، ۱۲۵۰۰
۴) ۱/۲ ، ۱۲۵۰۰

پاسخ: گزینهٔ ۳ (متوسط ـ محاسباتی ـ ۱۰۰۱)

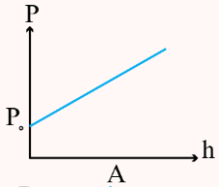
نمودارهای فشار

نمودار فشار ناشی از مایع بر حسب ارتفاع از سطح آزاد مایع

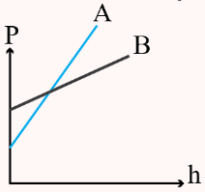


$$\text{شیب} = \tan\theta = \rho g$$

نمودار فشار بر حسب ارتفاع از سطح آزاد مایع

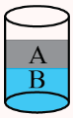


$$\text{شیب} = \tan\theta = \rho g$$
$$\text{عرض از مبدأ} = P_\circ$$

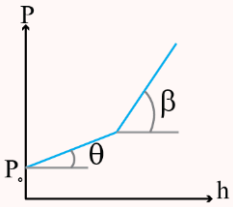


$$\Rightarrow \begin{cases} P_{\circ_B} > P_{\circ_A} \\ \rho_A > \rho_B \end{cases}$$

نمودار فشار بر حسب ارتفاع از سطح آزاد مایع (برای دو مایع متفاوت)



چون مایع B زیر قرار دارد، پس چگالی آن بیشتر است، پس باید شیب نمودار در قسمت B از قسمت A بیشتر باشد.



تغییر فشار در یک مایع ناشی از تغییر ارتفاع از سطح آزاد آن مایع است، بنابراین با کمک اطلاعات نمودار می‌توان نوشت:

$$\Delta P = \rho g \Delta h \Rightarrow 1/2\times10^5 - 10^5 = \rho\times10\times1/6$$

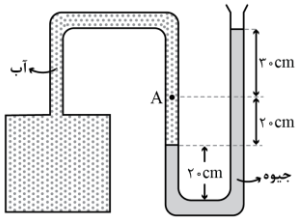
$$\Rightarrow \rho = 1/25\times10^3 \frac{kg}{m^3} \Rightarrow \rho = 1/25\frac{g}{cm^3}$$

فشار پیمانه‌ای در عمق یک متری: $P_g = \rho g h = 1/25\times10^3\times10\times1$

$$\Rightarrow P_g = 12500\,Pa$$

کنکور ۱۴۰۴
www.biomaze.ir
www.SanjeshCloud.ir
T.me/SanjeshClouds

۷۱- در شکل زیر، فشار پیمانه‌ای در نقطهٔ A چند کیلوپاسکال است؟ ($\rho_{\text{جیوه}} = ۱۳/۶ \frac{g}{cm^۳}$ ، $\rho_{\text{آب}} = ۱ \frac{g}{cm^۳}$ ، $g = ۱۰ \frac{N}{kg}$)



۱) ۶۶
۲) ۶۸
۳) ۶۴
۴) ۷۰

پاسخ: گزینهٔ ۱ (متوسط ـ محاسباتی ـ ۱۰۰۲)

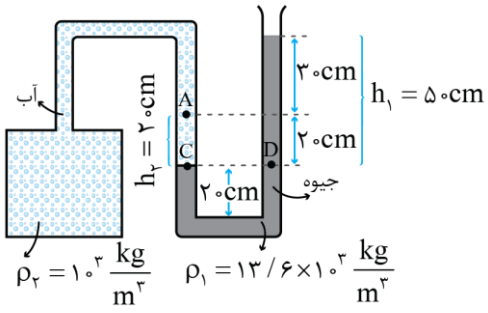
فشار پیمانه‌ای

اختلاف فشار شاره و هوا را فشار پیمانه‌ای گویند.

فشارسنج‌های پزشکی و صنعتی (مانومتر و بوردون و ...) فشار پیمانه‌ای را نشان می‌دهند، (نه فشار مطلق را) که سه حالت دارد:

$$P_g = P_{\text{شاره}} - P_۰ \Rightarrow \begin{cases} P_{\text{شاره}} > P_۰ \Rightarrow P_g > ۰ \\ P_{\text{شاره}} = P_۰ \Rightarrow P_g = ۰ \\ P_{\text{شاره}} < P_۰ \Rightarrow P_g < ۰ \end{cases}$$

فشار در نقاط هم‌تراز C و D برابر است، پس:



$$P_C = P_D$$
$$\Rightarrow P_C = \rho_۱ g h_۱ + P_۰$$
$$\Rightarrow P_C = ۱۳/۶ \times ۱۰^۳ \times ۱۰ \times ۰/۵ + P_۰$$
$$\Rightarrow P_C = ۶۸ \times ۱۰^۳ + P_۰$$
$$P_C = P_A + \rho_۲ g h_۲ \Rightarrow P_A = P_C - \rho_۲ g h_۲$$
$$\Rightarrow P_A = ۶۸ \times ۱۰^۳ + P_۰ - ۱۰^۳ \times ۱۰ \times ۰/۲ \Rightarrow P_A - P_۰ = ۶۶ \times ۱۰^۳ \text{ Pa}$$
$$\Rightarrow \text{فشار پیمانه‌ای در نقطهٔ A} : P_A - P_۰ = ۶۶ \text{kPa}$$

گروه آموزشی ماز

۷۲- دو شخص هم‌جرم A و B را در یک ساختمان در نظر بگیرید. شخص A از طبقهٔ دوم به طبقهٔ سوم می‌رود و شخص B از طبقهٔ چهارم به طبقهٔ دوم می‌رود و در نهایت به طبقهٔ سوم برمی‌گردد. در این مسئله، کدام موارد درست است؟

الف: در طبقهٔ سوم، انرژی پتانسیل گرانشی (نسبت به زمین) هر دو شخص با هم برابر است.

ب: کار نیروی وزن برای هر دو یکسان است.

پ: کار نیروی وزن روی شخص A منفی و روی شخص B مثبت است.

ت: کار نیروی وزن روی شخص B، ۳ برابر کار نیروی وزن روی شخص A است.

۱) «پ» و «ت» ۲) «ب» و «ت» ۳) «الف» و «ب» ۴) «الف» و «پ»

پاسخ: گزینهٔ ۴ (متوسط ـ مفهومی ـ ۱۰۰۳)

کار نیروی وزن و انرژی پتانسیل گرانشی

کار نیروی وزن برابر با منفی تغییر انرژی پتانسیل گرانشی است.

$$W_{mg} = -\Delta U_g = -mg\Delta h$$

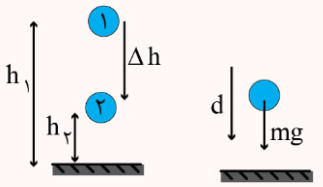
محاسبهٔ کار نیروی وزن

کار نیروی وزن به تغییر ارتفاع جسم بستگی دارد، پس هرچه تغییر ارتفاع بیشتر باشد قدرمطلق کار نیروی وزن بیشتر است.

کار نیروی وزن : $W_{mg} = -mg\Delta h$

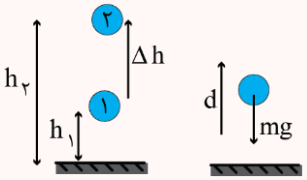
کنکور ۱۴۰۴
www.biomaze.ir
سنجش کلاد
www.SanjeshCloud.ir
T.me/SanjeshClouds

الف) کاهش ارتفاع جسم:



$$\Delta h<0 \Rightarrow W_{mg}>0\ ,\ \Delta U<0$$

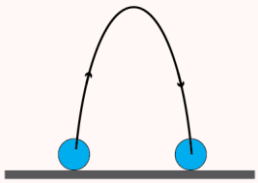
ب) افزایش ارتفاع جسم:



$$\Delta h>0 \Rightarrow W_{mg}<0\ ,\ \Delta U>0$$

پ) ارتفاع ثابت بماند:

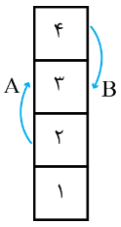
$$\Delta h=0 \Rightarrow \begin{cases} W_{mg}=0 \\ \Delta U=0 \end{cases}$$



$$\Delta h=0 \Rightarrow \begin{cases} W_{mg}=0 \\ \Delta U=0 \end{cases}$$

الف: درست: انرژی پتانسیل گرانشی از رابطهٔ $U=mgh$ به‌دست می‌آید. چون جرم هر دو شخص برابر است و از طرفی هر دو در یک ارتفاع (طبقهٔ سوم) قرار دارند، پس انرژی پتانسیل هر دو با هم برابر است.

ب و پ و ت: کار نیروی وزن از رابطهٔ $W_{mg}=-mg\Delta h$ به‌دست می‌آید، پس:



ارتفاع شخص A زیاد شده، پس: $\Delta h_A>0$ و $W_{mg_A}<0$

ارتفاع شخص B کم شده، پس: $\Delta h_B<0$ و $W_{mg_B}>0$

پس مورد «پ» درست ولی موارد «ب» و «ت» نادرست هستند.

گروه آموزشی ماز

۷۳- مقداری بنزین در مخزنی استوانه‌ای به ارتفاع ۵m ریخته شده است. در دمای ۲۶۳K، فاصلهٔ بین سطح بنزین تا بالای ظرف برابر ۲۵cm است. حداقل در چه دمایی برحسب درجهٔ فارنهایت بنزین از ظرف سرریز می‌شود؟ (ضریب انبساط حجمی بنزین $10^{-3}\ \frac{1}{K}$ و از انبساط ظرف صرف‌نظر شود.)

۱) ۱۰۴ ۲) ۹۶ ۳) ۱۲۲ ۴) ۱۴۰

پاسخ: گزینهٔ ۱ (متوسط ـ محاسباتی ـ ۱۰۰۲)

کلیهٔ روابط مربوط به انبساط

طول
$$\begin{cases} \Delta L=L_1\alpha\Delta T \Rightarrow L_2=L_1(1+\alpha\Delta T) \\ \text{درصد تغییرات طول}=\frac{\Delta L}{L_1}\times 100=100\alpha\Delta T \end{cases}$$

سطح
$$\begin{cases} \Delta A=A_1\alpha\Delta T \Rightarrow A_2=A_1(1+\alpha\Delta T) \\ \text{درصد تغییرات سطح}=\frac{\Delta A}{A_1}\times 100=200\alpha\Delta T \end{cases}$$

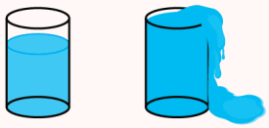
حجم
$$\begin{cases} \Delta V=V_1\beta\Delta T \Rightarrow V_2=V_1(1+\beta\Delta T) \\ \text{درصد تغییرات حجم}=\frac{\Delta V}{V_1}\times 100=300\alpha\Delta T \end{cases}$$

چگالی
$$\begin{cases} \rho_2=\frac{\rho_1}{(1+\beta\Delta T)} \quad \rho_2=\rho_1(1-\beta\Delta T) \\ \text{درصد تغییرات چگالی}=\frac{\Delta\rho}{\rho_1}\times 100=-300\alpha\Delta T \end{cases}$$

کنکور ۱۴۰۴
www.biomaze.ir
سنجش کلاد
www.SanjeshCloud.ir
T.me/SanjeshClouds

انبساط ظاهری و واقعی مایعات

چون انبساط جامدات ناچیز است، انبساط ظرف را حس نمی‌کنیم.



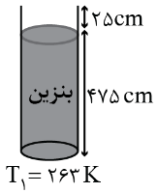
$$\text{حجم مایع سرریز شده} = V_{\text{مایع}_۲} - V_{\text{ظرف}_۲}$$

- $V_{\text{ظرف}_۲} < V_{\text{مایع}_۲}$ ← مایع سرریز می‌شود.
- $V_{\text{ظرف}_۲} = V_{\text{مایع}_۲}$ ← ظرف به‌طور کامل پر از مایع است و سرریز ندارد.
- $V_{\text{ظرف}_۲} > V_{\text{مایع}_۲}$ ← ظرف سرخالی است. (پر نشده.)

فقط در حالتی که در ابتدا ظرف به‌طور کامل از مایع پر شده است، انبساط ظاهری مایع و حجم مایع سرریزشده با هم برابر است. در این حالت حجم مایع سرریزشده را از رابطهٔ زیر می‌توان محاسبه کرد:

$$\Delta V_{\text{سرریز}} = V(\beta_{\text{مایع}} - ۳\alpha_{\text{ظرف}})\Delta T$$

طبق اطلاعات داده شده در سؤال ارتفاع ظرف $۵m$ و ارتفاع بنزین داخل آن $۴۷۵cm$ است، بنابراین:



تغییر حجم بنزین برای سرریز شدن: $\Delta V = \Delta h \times A \Rightarrow \Delta V = ۲۵A$

حجم اولیهٔ بنزین: $V_۱ = h_۱A = ۴۷۵A$

$$\Delta V = V_۱\beta\Delta T \Rightarrow ۲۵A = ۴۷۵A \times ۱۰^{-۳} \times (T_۲ - ۲۶۳)$$

$$\Rightarrow \frac{۱۰۰۰}{۱۹} = T_۲ - ۲۶۳ \Rightarrow T_۲ = ۳۱۵/۶۳K$$

$$\theta_۲ = T_۲ - ۲۷۳ = ۳۱۵/۶۳ - ۲۷۳ \Rightarrow \theta_۲ = ۴۲/۶۳°C$$

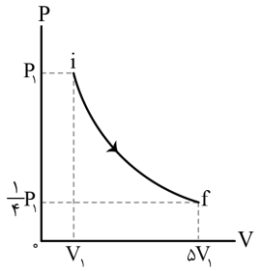
$$F_۲ = ۱/۸\theta_۲ + ۳۲ \Rightarrow F_۲ = ۱/۸ \times ۴۲/۶۳ + ۳۲ \Rightarrow F_۲ = ۱۰۸/۷۳°F$$

که متأسفانه پاسخ در گزینه‌ها وجود ندارد و نزدیک‌ترین مقدار به آن، گزینهٔ «۱» است.

* گویا طراح ارتفاع اولیهٔ بنزین را $۵m$ و ارتفاع ظرف را $۵۲۵cm$ در نظر گرفته است، که در این صورت $F_۲ = ۱۰۴°F$ به‌دست می‌آید.

گروه آموزشی ماز

۷۴- مقداری گاز آرمانی طی فرایندی ایستاوار از حالت i به حالت f می‌رسد. اگر W کار انجام‌شده روی گاز و Q گرمای داده‌شده به گاز باشد، کدام رابطه درست است؟



۱) $|W| > |Q|$

۲) $|W| = |Q|$

۳) $W + Q > ۰$

۴) $W + Q < ۰$

پاسخ: گزینهٔ ۳ (ساده ـ مفهومی/ محاسباتی ـ ۱۰۰۵)

ابتدا با کمک نمودار، دمای نقاط اولیه و نهایی را مقایسه می‌کنیم.

$$\begin{cases} P_i V_i = P_۱ V_۱ \\ P_f V_f = \frac{۱}{۴}P_۱ \times ۵V_۱ = ۱/۲۵P_۱V_۱ \end{cases} \Rightarrow P_f V_f > P_i V_i \Rightarrow T_f > T_i$$

دمای گاز افزایش یافته است، پس انرژی درونی گاز زیاد شده است $(\Delta U > ۰)$

$$\Delta U = Q + W \xrightarrow{\Delta U > ۰} Q + W > ۰ \Rightarrow$$ گزینه (۳) درست است.

چون گاز منبسط شده است $(V_f > V_i)$ پس کار منفی است $(W < ۰)$

$$\Delta U = Q + W \Rightarrow Q = \Delta U - W \xrightarrow{\Delta U > ۰ \,,\, W < ۰} Q > |W|$$

گروه آموزشی ماز

www.biomaze.ir
کنکور ۱۴۰۴
www.SanjeshCloud.ir
T.me/SanjeshClouds

۷۵- کدام مورد درست است؟

۱) گرمای مبادله‌شده بین گاز و محیط، در تراکم هم‌دما صفر است.

۲) کار انجام‌شده روی گاز در انبساط بی‌دررو، برابر با تغییر انرژی درونی گاز است.

۳) کار انجام‌شده روی گاز در یک چرخهٔ کامل، برابر با گرمای داده‌شده به گاز است.

۴) گرمای داده‌شده به گاز در انبساط هم‌فشار برابر با کار انجام شده توسط گاز روی محیط است.

پاسخ: گزینهٔ ۲ (متوسط ـ مفهومی ـ ۱۰۰۵)

قانون اول ترمودینامیک و فرایندهای ترمودینامیکی

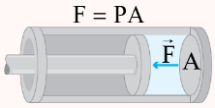
تبادل انرژی بین محیط و دستگاه از دو طریق **گرما** و **کار** صورت می‌گیرد.

دستگاه در حین تبادل گرما در تماس با یک **منبع گرما** است.

منبع گرما جسمی است که جرم آن در مقابل جرم دستگاهی که با آن تبادل گرما دارد چنان بزرگ است که می‌تواند مقداری زیادی گرما بگیرد یا از دست بدهد بی‌آنکه تغییر دمای محسوسی بکند.

۱) گرما: محیط و دستگاه هنگامی مبادلهٔ گرما دارند که با هم اختلاف دما داشته باشند. گرمایی را که دستگاه می‌گیرد با علامت مثبت و گرمایی را که دستگاه از دست می‌دهد با علامت منفی نشان می‌دهیم.

۲) کار: در شکل مقابل اگر گاز را کمی گرم کنیم گاز منبسط می‌شود و پیستون که اصطکاک ناچیزی دارد به سمت چپ جابجا می‌گردد. در این جابجایی نیروی F که گاز به پیستون وارد می‌کند کار انجام می‌دهد مقدار این کار برابر حاصل‌ضرب بزرگی نیروی F در اندازهٔ جابجایی پیستون است.

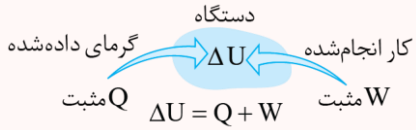


کار گاز روی پیستون: $W' = (F\cos\theta)d = (PA\cos\circ)d = P(dA) = P\Delta V$

کار در فرایند هم‌فشار: $W = -P\Delta V$

انرژی درونی گاز آرمانی فقط تابع دمای گاز است.

$$\Delta U = Q + W$$



در فرایند هم‌دما دمای گاز تغییر نمی‌کند، بنابراین تغییر انرژی درونی صفر است، پس:

$$\Delta U = Q + W = \circ \Rightarrow Q = -W$$

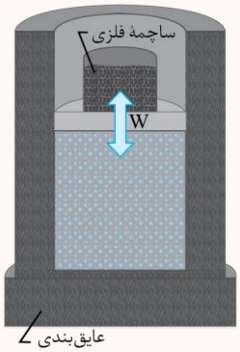
فرایند بی‌دررو

در فرایند بی‌دررو بین دستگاه (گاز) و محیط گرما مبادله نمی‌شود به دو روش می‌توان این کار را انجام داد.

۱) یا باید دستگاه را کاملاً عایق‌بندی کنیم.

۲) یا اینکه گاز را چنان به سرعت متراکم یا منبسط کنیم که گاز فرصت تبادل گرما با محیط را پیدا نکند.

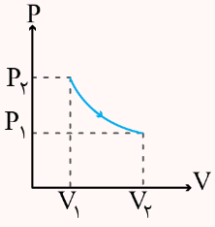
با افزایش یا کاهش تدریجی ساچمه‌های روی پیستون، گاز درون استوانهٔ عایق‌بندی شده انبساط یا تراکم بی‌دررو پیدا می‌کند.



$$\Delta U = Q + W = \circ + W = W$$

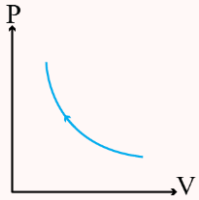
$$\text{فرایند بی‌دررو}: \begin{cases} \Delta U = W \\ Q = \circ \end{cases}$$

در انبساط بی‌دررو گاز آرمانی، کار محیط روی گاز (دستگاه) منفی است، پس انرژی درونی کاهش می‌یابد به همین علت دمای گاز کم می‌شود.



کنکور ۱۴۰۴
www.biomaze.ir
www.SanjeshCloud.ir
T.me/SanjeshClouds

در تراکم بی‌دررو حجم گاز کاهش یافته و کار مثبت است، پس انرژی درونی و دمای گاز افزایش می‌یابد.

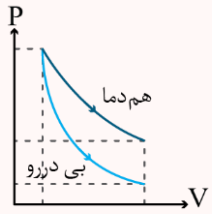


در فرایند بی‌دررو همیشه تغییرات دما و تغییرات حجم برعکس هم می‌باشند، یعنی اگر حجم زیاد شود دما کاهش می‌یابد و برعکس.

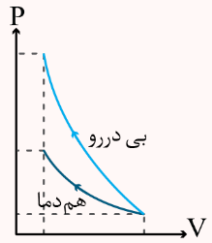
مقایسهٔ فرایند بی‌دررو و هم‌دما

۱) به ازای تغییر حجم یکسان: در این حالت میزان تغییر فشار در فرایند بی‌دررو بیشتر از تغییر فشار در فرایند هم‌دما است.

الف) انبساط: مقدار کار انجام‌شده در فرایند انبساط هم‌دما در یک تغییر حجم یکسان بیشتر از مقدار کار انجام‌شده در یک فرایند انبساط بی‌دررو است.



ب) تراکم



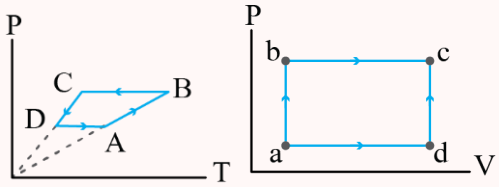
چرخهٔ ترمودینامیکی

مجموعهٔ چند فرایند مختلف در صورتی که دستگاه پس از طی این چند فرایند به حالت اولیهٔ خود بازگردد را یک چرخهٔ ترمودینامیکی می‌گویند.

چون در چرخهٔ ترمودینامیکی حالت نهایی با حالت ابتدایی، یکسان است، تغییر انرژی درونی گاز برابر صفر است.

$$\Delta U = 0$$

$$\Delta U_T = Q_T + W_T = 0$$



کار انجام‌شده در چرخهٔ برابر با مساحت سطح داخل چرخه در نمودار $P-V$ است.

در چرخه‌های ساعتگرد در نمودار $P-V$ کار انجام‌شده بر روی دستگاه، منفی و در چرخه‌های پادساعتگرد، مثبت است.

بررسی گزینه‌ها:

۱ نادرست: در فرایند هم‌دما چون دما ثابت است، تغییر انرژی درونی گاز صفر است $(\Delta U = 0)$

$$\Delta U = Q + W \xrightarrow{\Delta U = 0} Q = -W \xrightarrow{W \neq 0} Q \neq 0$$

۲ درست: در فرایند بی‌دررو $Q = 0$ است، پس:

$$\Delta U = Q + W \xrightarrow{Q = 0} \Delta U = W$$

۳ نادرست: در یک چرخهٔ کامل $\Delta U = 0$ می‌باشد، پس:

$$\Delta U = Q + W \xrightarrow{\Delta U = 0} W = -Q$$

یعنی کار انجام‌شده روی گاز قرینهٔ گرمای داده‌شده به گاز است.

۴ نادرست: در انبساط هم‌فشار کار انجام‌شده روی گاز، منفی است $(W < 0)$ از طرفی دما و انرژی درونی زیاد شده است $(\Delta U > 0)$ پس طبق قانون اول ترمودینامیک، گرما و کار نمی‌توانند هم‌اندازه هم باشند.

کنکور ۱۴۰۴
www.biomaze.ir
www.SanjeshCloud.ir
T.me/SanjeshClouds

۷۶- بیرونی‌ترین زیرلایه در آرایش الکترونی اتم عنصر A، $4p^1$ است. کدام مورد به یقین درست است؟

۱) آرایش الکترونی یون پایدار A، مشابه آرایش الکترونی یون پایدار تنها یکی از عنصرهای واسطهٔ دورهٔ چهارم جدول تناوبی است.
۲) شمار الکترون‌های اتم A، نصف مجموع شمار الکترون‌های اتم عنصرهای قبلی و بعدی A در گروه آن در جدول تناوبی است.
۳) اگر شمار الکترون‌های ظرفیت اتم عنصر X، با شمار الکترون‌های ظرفیت اتم عنصر A، برابر باشد، A و X در جدول تناوبی هم‌گروه‌اند.
۴) اتم A، دارای ۳ الکترون ظرفیت است که هنگام شرکت در تشکیل ترکیب‌های یونی و مولکولی، آن‌ها را از دست می‌دهد یا به اشتراک می‌گذارد.

پاسخ: گزینهٔ ۲ (متوسط ـ مفهومی ـ ۱۰۰۱)

عنصر موردنظر، گالیم است که آرایش الکترونی آن به زیرلایهٔ $4p^1$ ختم می‌شود. عدد اتمی عنصر گالیم برابر با ۳۱ بوده و در اطراف هستهٔ خود ۳۱ الکترون دارد. این عنصر در گروه سیزدهم جدول و میان عنصر آلومینیم و ایندیم واقع شده است. عنصر آلومینیم در هر اتم خود ۱۳ الکترون و عنصر ایندیم ۴۹ الکترون دارد که حاصل جمع آن‌ها، دو برابر تعداد الکترون‌های عنصر گالیم است.

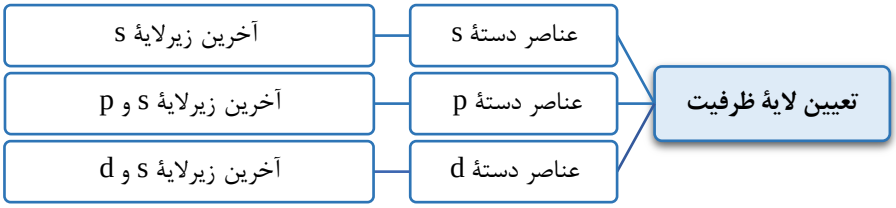
بررسی سایر گزینه‌ها:

۱) آرایش الکترونی Ga^{3+} همانند Zn^{2+} و Cu^+ به $3d^{10}$ ختم می‌شود.

$_{31}Ga^{3+}:1s^2 2s^2 2p^6 3s^2 3p^6 3d^{10}$ $\quad$ $_{31}Ga:1s^2 2s^2 2p^6 3s^2 3p^6 3d^{10} 4s^2 4p^1$
$_{30}Zn^{2+}:1s^2 2s^2 2p^6 3s^2 3p^6 3d^{10}$ $\quad$ $_{30}Zn:1s^2 2s^2 2p^6 3s^2 3p^6 3d^{10} 4s^2$
$_{29}Cu^{+}:1s^2 2s^2 2p^6 3s^2 3p^6 3d^{10}$ $\quad$ $_{29}Cu:1s^2 2s^2 2p^6 3s^2 3p^6 3d^{10} 4s^1$

۳) الزاماً دو عنصر با شمار الکترون‌های ظرفیتی برابر در یک گروه قرار ندارند. به عنوان مثال، گالیم همانند اسکاندیم ۳ الکترون ظرفیتی دارد، درحالی‌که گالیم در گروه ۱۳ و اسکاندیم در گروه ۳ جدول تناوبی قرار گرفته است و همچنین عنصر آهن و نئون با وجود اینکه هردو ۸ الکترون ظرفیتی دارند، نئون نوعی گاز نجیب از گروه ۱۸ و آهن فلزی واسطه از گروه ۸ جدول تناوبی است.

برای تعیین لایهٔ ظرفیت هر عنصر و تعداد الکترون‌های آن، از جدول زیر بهره می‌گیریم:



۴) گالیم یک فلز است و در تشکیل ترکیبات مولکولی شرکت نمی‌کند، بلکه با از دست دادن الکترون و تبدیل شدن به کاتیون، در تشکیل ترکیبات یونی نقش دارد.

گروه آموزشی ماز

۷۷- مجموع اعداد کوانتومی اصلی و فرعی الکترون‌های ظرفیت کدام اتم، برابر ۳۳ است؟

۱) فلزی که کاتیون آن در سنگ آهک وجود دارد.
۲) یکی از عنصرهای گروه ۱۴ جدول تناوبی، که رسانایی الکتریکی کمی دارد.
۳) هالوژنی که مولکول آن، تنها در دمای بالاتر از ۴۷۳K با هیدروژن واکنش می‌دهد.
۴) یکی از عنصرهای دورهٔ چهارم جدول تناوبی، که آرایش الکترونی آن از قاعدهٔ آفبا پیروی نمی‌کند.

پاسخ: گزینهٔ ۳ (متوسط ـ مفهومی ـ ۱۰۰۱)

برم هالوژنی است که در دورهٔ چهارم و گروه هفدهم جدول تناوبی واقع شده است. برم در دمای بالاتر از ۲۰۰ درجهٔ سانتی‌گراد یا ۴۷۳ درجهٔ کلوین با گاز هیدروژن واکنش می‌دهد. آرایش الکترونی برم به صورت زیر است:

$_{35}Br:1s^2 2s^2 2p^6 3s^2 3p^6 3d^{10} 4s^2 4p^5$

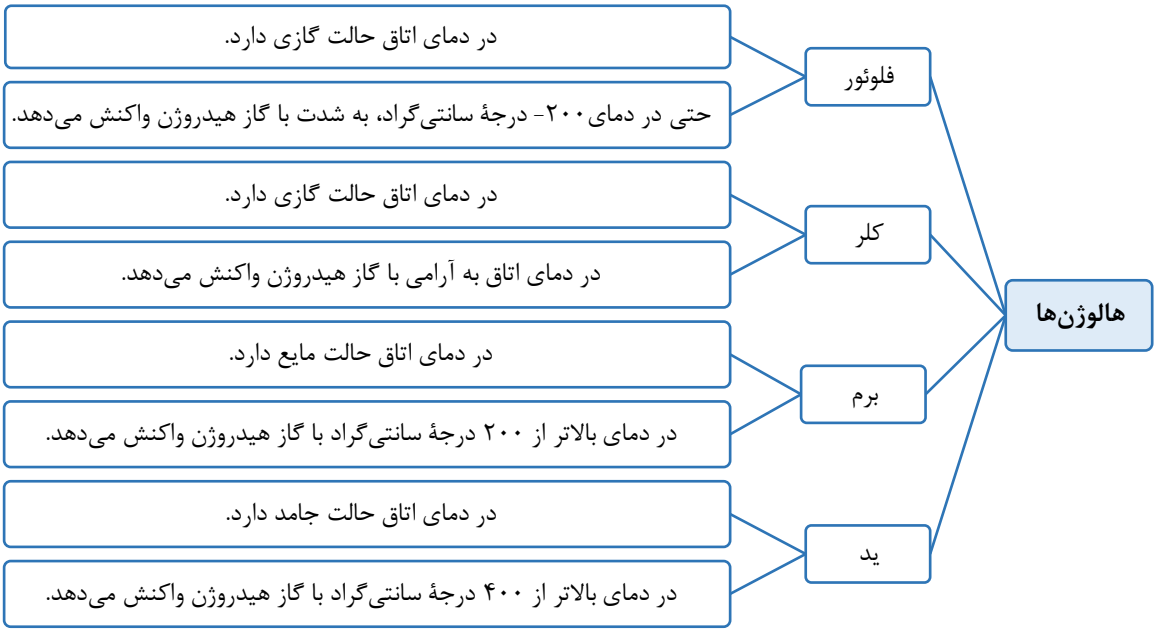
لایهٔ ظرفیت این عنصر $4s^2 4p^5$ بوده که مجموع اعداد کوانتومی اصلی و فرعی الکترون‌های لایهٔ ظرفیت آن‌ها برابر است با:

$$\underbrace{2(4+0)}_{4s^2}+\underbrace{5(4+1)}_{4p^5}=33$$

هالوژن‌ها در گروه هفدهم جدول تناوبی قرار گرفته‌اند که آرایش الکترونی آن‌ها به ns^2np^5 ختم می‌شود. این عناصر همگی در طبیعت به صورت مولکول‌های دواتمی حضور دارند. هالوژن‌ها در دورهٔ خود، بیشترین خاصیت نافلزی و کوچک‌ترین شعاع اتمی را داشته و از آن‌ها برای تولید لامپ چراغ جلوی خودروها استفاده می‌شود.

کنکور ۱۴۰۴
www.biomaze.ir
سنجش کلاد
www.SanjeshCloud.ir
T.me/SanjeshClouds

جدول زیر هالوژن‌ها را با یکدیگر مقایسه می‌کند:



بررسی سایر گزینه‌ها:

۱ فلز موردنظر کلسیم است که لایهٔ ظرفیت آن $4s^2$ و مجموع اعداد کوانتومی اصلی و فرعی الکترون‌های لایهٔ ظرفیت این عنصر برابر با ۸ (۴×۲) است.

۲ عنصر موردنظر سیلیسیم یا ژرمانیم است.

$$_{14}Si: 1s^2 2s^2 2p^6 3s^2 3p^2 \longrightarrow \underbrace{2(3+0)}_{3s^2} + \underbrace{2(3+1)}_{3p^2} = 14$$

$$_{32}Ge: 1s^2 2s^2 2p^6 3s^2 3p^6 3d^{10} 4s^2 4p^2 \longrightarrow \underbrace{2(4+0)}_{4s^2} + \underbrace{2(4+1)}_{4p^2} = 18$$

۴ عنصر موردنظر کروم یا مس است.

$$_{24}Cr: 1s^2 2s^2 2p^6 3s^2 3p^6 3d^5 4s^1 \longrightarrow \underbrace{1(4+0)}_{4s^1} + \underbrace{5(3+2)}_{3d^5} = 29$$

$$_{29}Cu: 1s^2 2s^2 2p^6 3s^2 3p^6 3d^{10} 4s^1 \longrightarrow \underbrace{1(4+0)}_{4s^1} + \underbrace{10(3+2)}_{3d^{10}} = 54$$

گروه آموزشی ماز

۷۸- کدام موارد زیر، دربارهٔ ویژگی‌های جدول تناوبی عنصرها درست است؟

الف: در بیرونی‌ترین زیرلایهٔ ۹ عنصر دورهٔ چهارم، دو الکترون جای دارد.

ب: روند تغییر خصلت فلزی و نافلزی در هر گروه و دوره، عکس یکدیگر است.

پ: عنصرهای هر گروه، خواص شیمیایی یکسان دارند، اما می‌توانند حالت فیزیکی متفاوت داشته باشند.

ت: در دورهٔ سوم، تنها یک عنصر وجود دارد که فقط با اشتراک گذاشتن الکترون، به آرایش گاز نجیب می‌رسد.

۱) «پ» و «ت» ۲) «ب» و «ت» ۳) «الف» و «پ» ۴) «الف» و «ب»

پاسخ: گزینهٔ ۲ (آسان ـ مفهومی ـ ۱۰۰۱)

عبارت‌های «ب» و «ت» درست هستند.

بررسی موارد:

الف: در میان عناصر دستهٔ s دورهٔ چهارم جدول تناوبی، آرایش الکترونی کلسیم و در میان عناصر دستهٔ d این دوره، آرایش الکترونی تمامی عناصر به جز کروم و مس به $4s^2$ ختم می‌شود. همچنین در میان عناصر دستهٔ p دورهٔ چهارم، آرایش الکترونی عنصر ژرمانیم به $4p^2$ ختم می‌شود. بر این اساس می‌توان گفت که در بیرونی‌ترین زیرلایهٔ ۱۰ عنصر از دورهٔ چهارم جدول تناوبی، ۲ الکترون وجود دارد.

ب: در یک دوره از جدول تناوبی، از چپ به راست تعداد لایه‌های الکترونی برای اتم‌های مختلف یکسان است درحالی‌که تعداد پروتون‌ها و درنتیجه جاذبهٔ هسته روی لایهٔ آخر الکترونی افزایش پیدا می‌کند؛ بنابراین شعاع اتم کاهش پیدا می‌کند. برای مثال شعاع اتم کلسیم از پتاسیم کمتر است. در یک گروه از جدول تناوبی، با حرکت از بالا به پایین تعداد لایه‌های الکترونی افزایش پیدا کرده و درنتیجه شعاع اتم نیز افزایش پیدا می‌کند. برای مثال شعاع اتم کلر از فلوئور بیشتر است. شعاع اتمی با خاصیت فلزی رابطهٔ مستقیم و با خاصیت نافلزی رابطهٔ عکس دارد.

کنکور ۱۴۰۴
www.biomaze.ir
سنجش کلاد
www.SanjeshCloud.ir
T.me/SanjeshClouds

پ: عنصرهای یک گروه خواص شیمیایی یکسان ندارند، بلکه خواص شیمیایی مشابه دارند. برای مثال فلوئور به قدری واکنش‌پذیر است که حتی در دمای $-۲۰۰^{\circ}C$ با گاز هیدروژن به سرعت واکنش می‌دهد، اما ید در دمای بالاتر از $۴۰۰^{\circ}C$ می‌تواند با گاز هیدروژن واکنش دهد.

ت: در دورهٔ سوم جدول تناوبی، عناصر سدیم، منیزیم و آلومینیم فلز بوده و با از دست دادن الکترون می‌توانند به آرایش الکترونی گاز نجیب قبل از خود یعنی نئون برسند. عنصر سیلیسیم شبه‌فلز بوده و تنها با به اشتراک گذاشتن الکترون‌های خود می‌تواند به آرایش گاز نجیب آرگون دست پیدا کند. فسفر، گوگرد و کلر نیز نافلز بوده و با به اشتراک گذاشتن یا گرفتن الکترون می‌توانند به آرایش الکترونی آرگون برسند.

گروه آموزشی ماز

۷۹- کدام مورد دربارهٔ توصیف یک نمونه گاز، درست است؟

۱) ۱/۶ گرم گاز اکسیژن در دمای $۲۰۰^{\circ}C$ و فشار یک اتمسفر

۲) ۱/۴ گرم گاز کربن دی‌اکسید با چگالی $۱/۱ g.L^{-۱}$

۳) ۱۰ لیتر مخلوط گازی در عمق ۱۰۰ متری دریا

۴) ۰/۲ مول گاز نیتروژن در دمای $۴۰۰ K$

پاسخ: گزینهٔ ۱ (آسان ـ مفهومی ـ ۱۰۰۲)

برای توصیف یک گاز باید مقدار(جرم، مول یا حجم) آن را در دما و فشار معین توصیف کرد که این موضوع تنها در گزینهٔ ۱ رعایت شده است.

گازها برخلاف مواد مایع و جامد، تراکم پذیرند و حجم مشخصی ندارند. همچنین این مواد همانند نمونه‌های مایع و برخلاف مواد جامد، به شکل ظرف حاوی خود در می‌آیند و شکل مشخصی ندارند.

بررسی سایر گزینه‌ها:

۲ در این گزینه به دما و فشار نمونه اشاره نشده است.

۳ در این گزینه نیز دما و فشار مشخص نیست.

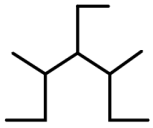
۴ در این گزینه به فشار نمونه اشاره نشده است.

گروه آموزشی ماز

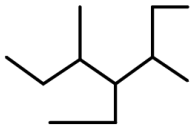
۸۰- فرمول ساختاری کدام دو ترکیب، یکسان و تفاوت جرم مولی کدام دو مولکول، برابر با جرم مولی اولین عضو خانوادهٔ آلکن است؟

$(H=۱, C=۱۲: g.mol^{-۱})$

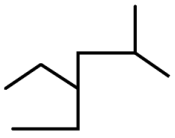
الف:



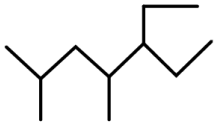
ب:



پ:



ت:



۱) «الف و ب» - «پ و ت»

۲) «الف و ب» - «الف و پ»

۳) «ب و ت» - «الف و پ»

۴) «ب و ت» - «پ و ت»

پاسخ: گزینه ۱ (متوسط ـ مفهومی ـ ۱۱۰۱)

ترکیباتی که نام‌گذاری آن‌ها یکسان باشد، فرمول ساختاری یکسانی نیز دارند. نام‌گذاری ترکیب (الف) و (ب) به صورت ۴- اتیل، ۳و۵- دی متیل، هپتان بوده و دو ماده یکسان هستند. نام‌گذاری ترکیب (پ) به صورت ۴- اتیل، ۲- متیل، هگزان و نامگذاری ترکیب (ت) به صورت ۵- اتیل، ۲و ۴- دی متیل، هپتان است. فرمول مولکولی ترکیبات «الف»، «ب» و «ت»، $C_{۱۱}H_{۲۴}$ و فرمول مولکولی ترکیب «پ»، $C_۹H_{۲۰}$ است. بر این اساس می‌توان گفت که ترکیب (الف) و ترکیب (ب) فرمول ساختاری یکسانی داشته و تفاوت جرم مولی ترکیب «پ و ت» و «الف و پ» به اندازهٔ ۲۸ گرم بر مول است. اولین عضو خانوادهٔ آلکن‌ها، اتن با فرمول مولکولی $C_۲H_۴$ و جرم مولی ۲۸ گرم بر مول است.

این سؤال، ایراد داشته و هم گزینهٔ ۱ و هم گزینهٔ ۲ پاسخ سؤال است.

کنکور ۱۴۰۴
www.biomaze.ir
سنجش کلاد
www.SanjeshCloud.ir
T.me/SanjeshClouds

اتن

- ساده‌ترین آلکن بوده و در ساختار خود یک پیوند دوگانهٔ کربن-کربن دارد.
- در دمای اتاق به حالت گاز یافت می‌شود.
- مولکول آن ناقطبی بوده و در میدان الکتریکی جهت‌گیری پیدا نمی‌کند.
- از موز و گوجه فرنگی رسیده آزاد می‌شود.
- در واکنش تولید پلی‌اتن سبک و سنگین به عنوان مونومر مصرف می‌شود.
- سیرنشده بوده و با گاز هیدروژن یا بخار برم واکنش می‌دهد.

گروه آموزشی ماز

۸۱- کدام موارد زیر درست است؟

الف: اگر دمای هوای مایع، به $-۱۹۲^{\circ}C$ برسد، دو عنصر با حالت فیزیکی مایع باقی می‌مانند.

ب: در کشور ما، جداسازی هلیم و آرگون از گاز طبیعی، آسان‌تر از جداسازی آن‌ها از هواست.

پ: هلیم از واکنش‌های هسته‌ای در ژرفای زمین تولید می‌شود و مقدار آن در هواکره، کمتر از سنگ‌کره است.

ت: هلیم موجود در گاز طبیعی، طی فرایند پالایش، در دمای $-۲۰۰^{\circ}C$ و با حالت فیزیکی مایع، جدا می‌شود.

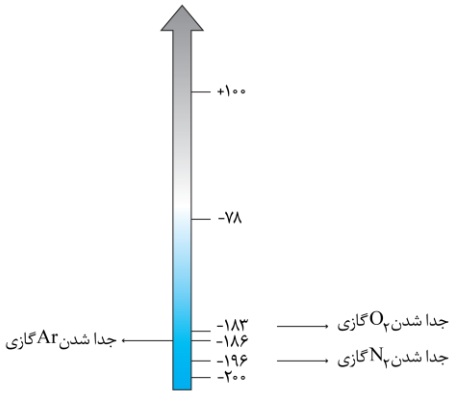
۱) «ب» و «ت» ۲) «ب» و «پ» ۳) «الف» و «پ» ۴) «الف» و «ت»

پاسخ: گزینهٔ ۳ (آسان ـ حفظی ـ ۱۰۰۲)

عبارت‌های «الف» و «پ» درست هستند.

بررسی موارد:

الف: در دمای $-۱۹۲^{\circ}C$ ، اکسیژن و آرگون به صورت مایع درآمده‌اند و تنها نیتروژن حالت گازی دارد.



ب: با توجه به اینکه مقدار هلیم در منابع زمینی آن بیشتر است، استخراج این گاز از تقطیر جزء به جزء گاز طبیعی نسبت به تقطیر هوای مایع از بازده بهتری برخوردار است. البته متخصصان کشور ما تاکنون موفق به تهیه و جداسازی آن از گاز طبیعی نشده‌اند و همچنان هلیم از سایر کشورها وارد می‌شود. توجه داریم که گاز آرگون برخلاف هلیم در هواکره فراوان‌تر است و از تقطیر جزء به جزء هوای مایع جداسازی می‌شود.

آرگون

- گازی بی‌رنگ، بی‌بو و غیرسمی است.
- آرگون به معنای تنبل است، زیرا واکنش‌پذیری ناچیزی دارد.
- در پتروشیمی شیراز از تقطیر جزء به جزء هوای مایع با خلوص بسیار زیاد تولید می‌شود.
- به عنوان محیط بی‌اثر در جوشکاری، برش فلزها و ساخت لامپ‌های رشته‌ای کاربرد دارد.

پ: هلیم در کرهٔ زمین به مقدار خیلی کم یافت می‌شود؛ مقدار ناچیزی از گاز هلیم در هوا و مقدار بیشتری از آن در لایه‌های زیرین پوستهٔ زمین وجود دارد و از این‌رو، منابع زمینی آن از هواکره سرشارتر و برای تولید هلیم در مقیاس صنعتی مناسب‌ترند. این گاز از واکنش‌های هسته‌ای در ژرفای زمین تولید می‌شود و پس از نفوذ به لایه‌های زمین، وارد میدان‌های گازی می‌شود.

ت: هلیم از تقطیر جزء به جزء هوای مایع تهیه نمی‌شود. توجه داریم که هلیم به علت نقطهٔ جوش پایین‌تر از ۲۰۰- درجهٔ سانتی‌گراد($-۲۶۹^{\circ}C$)، طی فرایند تقطیر جزء به جزء هوای مایع، به حالت مایع درنیامده و با این روش جداسازی نمی‌شود.

کنکور ۱۴۰۴
www.biomaze.ir
www.SanjeshCloud.ir
T.me/SanjeshClouds

هوا منبعی غنی از گازهای نیتروژن، اکسیژن و آرگون است که هرکدام کاربرد زیادی در صنعت دارند؛ این گازها را از تقطیر جزء به جزء هوای مایع به‌دست می‌آورند. این فرایند طبق مراحل زیر انجام می‌شود:

۱) نخست هوا از صافی‌هایی عبور داده می‌شود تا گرد و غبار آن گرفته شود.

۲) با استفاده از فشار، دمای هوا را پیوسته تا ۲۰۰°C- کاهش می‌دهند. در این مرحله، رطوبت هوا در دمای ۰°C به‌صورت یخ جدا شده و در دمای ۷۸°C-، کربن دی‌اکسید به صورت یخ خشک جدا می‌شود. در دمای ۱۸۳°C- گاز اکسیژن، در دمای ۱۸۶°C- گاز آرگون و در دمای ۱۹۶°C-، گاز نیتروژن به صورت مایع در می‌آیند و در نهایت هوای مایع که شامل نیتروژن، اکسیژن و آرگون است، پدید می‌آید.

۳) در مرحلهٔ آخر، هوای مایع را از ستون تقطیر عبور می‌دهند و دما افزایش می‌یابد. ترتیب جدا شدن گازها در ستون تقطیر به نقطهٔ جوش آن‌ها بستگی دارد؛ هر چه دمای جوش یک گاز پایین‌تر باشد، زودتر جدا می‌شود. با توجه به نقطهٔ جوش نیتروژن (۱۹۶-)، آرگون (۱۸۶-) و اکسیژن (۱۸۳-)، نخست نیتروژن، سپس آرگون و نهایتا اکسیژن از ستون تقطیر خارج خواهد شد.

گروه آموزشی ماز

۸۲- با توجه به واکنش زیر، ۲۰۰ گرم محلول سولفوریک اسید ۴/۹ درصد جرمی، با چند گرم فلز آهن، واکنش کامل می‌دهد؟ (معادلهٔ واکنش موازنه شود، $H=1, O=16, S=32, Fe=56: g.mol^{-1}$)

$$H_2SO_4(aq)+Fe(s)\rightarrow FeSO_4(aq)+SO_2(g)+H_2O(l)$$

۱) ۱/۴ ۲) ۲/۸ ۳) ۵/۶ ۴) ۱۱/۲

پاسخ: گزینهٔ ۲ (متوسط ـ مسأله ـ ۱۰۰۲)

معادلهٔ موازنه‌شدهٔ واکنش انجام‌شده به صورت زیر است:

$$2H_2SO_4(aq)+Fe(s)\rightarrow FeSO_4(aq)+SO_2(g)+2H_2O(l)$$

۲۰۰ گرم محلول ۴/۹ درصد جرمی سولفوریک اسید معادل با ۹/۸ گرم از این ماده است.

$$\text{درصد جرمی}=\frac{\text{جرم مادهٔ موردنظر}}{\text{جرم کل}}\times 100 \Rightarrow 4/9=\frac{\text{جرم مادهٔ موردنظر}}{200}\times 100 \Rightarrow \text{جرم مادهٔ موردنظر}=9/8\ g$$

بر این اساس، داریم:

$$?g\ Fe=9/8\ g\ H_2SO_4\times\frac{1\ mol\ H_2SO_4}{98\ g\ H_2SO_4}\times\frac{1\ mol\ Fe}{2\ mol\ H_2SO_4}\times\frac{56\ g\ Fe}{1\ mol\ Fe}=2/8\ g$$

باتوجه به محاسبات انجام‌شده، می‌توان گفت که ۲۰۰ گرم محلول ۴/۹ درصد جرمی سولفوریک اسید با ۲/۸ گرم آهن به‌طور کامل واکنش می‌دهد.

گروه آموزشی ماز

۸۳- کدام موارد زیر درست است؟

الف: مولکول‌های آب از سر منفی، جذب میلهٔ شیشه‌ای مالش داده شده به موی سر می‌شوند.

ب: در شرایط یکسان، بر اثر کاهش دما، گاز فلوئور آسان‌تر از گاز هیدروژن کلرید، مایع می‌شود.

پ: با اینکه گشتاور دو قطبی گاز CO_2، برابر صفر است، نسبت به گاز NO، انحلال‌پذیری بیشتری در آب دارد.

ت: گشتاور دو قطبی و قدرت نیروهای بین‌مولکولی آب، نزدیک به دو برابر گشتاور دوقطبی و قدرت نیروهای بین‌مولکولی هیدروژن سولفید است.

۱) «ب» و «پ» ۲) «الف» و «ب» ۳) «پ» و «ت» ۴) «الف» و «ت»

پاسخ: گزینهٔ ۳ (متوسط ـ مفهومی ـ ۱۰۰۳)

عبارت‌های «پ» و «ت» درست هستند.

بررسی موارد:

الف: میلهٔ شیشه‌ای در تماس با موی سر، بار منفی پیدا کرده و مولکول‌های آب از سر مثبت خود یعنی از سمت اتم‌های هیدروژن جذب میلهٔ شیشه‌ای می‌شوند.

ب: هر چه یک گاز از نیروی بین مولکولی قوی‌تری برخوردار باشد، نقطهٔ جوش بالاتری نیز داشته و آسان‌تر مایع می‌شود. هیدروژن کلرید یک مادهٔ قطبی و گاز فلوئور ناقطبی است. در میان دو گاز با جرم مولی نزدیک به هم، گاز قطبی از نیروی بین مولکولی قوی‌تر و نقطهٔ جوش بالاتری برخوردار است؛ بنابراین هیدروژن کلرید نسبت به فلوئور آسان‌تر مایع می‌شود.

کنکور ۱۴۰۴
www.biomaze.ir
www.SanjeshCloud.ir
T.me/SanjeshClouds

نقطهٔ جوش

هر ماده در دمایی بالاتر از نقطهٔ جوش خود به حالت گاز، در دمایی بین نقطهٔ جوش و نقطهٔ ذوب خود به حالت مایع و در دمایی پایین‌تر از نقطهٔ ذوب خود به حالت جامد یافت می‌شود.

در مبحث نقطهٔ جوش و حالت فیزیکی مواد در تست‌های مختلف، دو نوع سؤال از ما می‌پرسند که مفصل به توضیح آن‌ها می‌پردازیم.

دو نمونهٔ فرضی A و B با نقطهٔ جوش‌های ۲۰°C و ۴۰°C درنظر بگیرید.

سوال اول: کدام ماده زودتر (آسان‌تر) و یا دیرتر (سخت‌تر) تبخیر می‌شود (به جوش می‌آید)؟

برای پاسخ به این سؤال باید حواسمان باشد که تغییر حالت قرار است از مایع به گاز باشد، پس در دمای اولیه باید هر دو ماده مایع باشند و این یعنی دمای اولیه را باید پایین‌تر از نقطهٔ جوش هر دو ماده درنظر بگیریم و آهسته آهسته دما را افزایش دهیم. طبق فرض اولیه، دمای ۱۰°C مناسب است. مشخص است که با افزایش دما ابتدا به نقطهٔ جوش مادهٔ A می‌رسیم و این ماده شروع به تبخیر شدن می‌کند، پس می‌توان گفت این ماده زودتر (آسان‌تر) بخار می‌شود. با ادامه روند افزایش دما، به نقطهٔ جوش مادهٔ B می‌رسیم، پس می‌توان گفت مادهٔ B دیرتر (سخت‌تر) به جوش می‌آید.

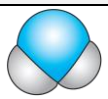
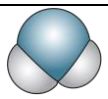
سؤال دوم: کدام ماده زودتر (آسان‌تر) و یا دیرتر (سخت‌تر) مایع می‌شود؟

برای پاسخ به این سؤال باید حواسمان باشد که تغییر حالت قرار است از گاز به مایع باشد، پس در دمای اولیه باید هر دو ماده گاز باشند و این یعنی دمای اولیه را باید بالاتر از نقطهٔ جوش هر دو ماده درنظر بگیریم و آهسته آهسته دما را کاهش دهیم. طبق فرض اولیه، دمای ۵۰°C مناسب است. مشخص است که با کاهش دما ابتدا به نقطهٔ جوش مادهٔ B می‌رسیم و این ماده شروع به میعان می‌کند، پس می‌توان گفت این ماده زودتر (آسان‌تر) مایع می‌شود. با ادامه روند کاهش دما، به نقطهٔ جوش مادهٔ A می‌رسیم، پس می‌توان گفت مادهٔ A دیرتر (سخت‌تر) مایع می‌شود.

پ: گاز کربن دی‌اکسید اگرچه ناقطبی است، اما به علت واکنش دادن با آب، نسبت به گاز قطبی NO انحلال‌پذیری بیشتری در آب دارد.

ت: گشتاور دوقطبی آب به علت داشتن پیوند هیدروژنی حدود دو برابر گشتاور دوقطبی هیدروژن سولفید است.

در مقایسهٔ گشتاور دوقطبی دو مادهٔ قطبی، ماده‌ای که در ساختار خود دارای پیوند هیدروژنی باشد، نسبت به مادهٔ دیگر گشتاور دوقطبی بالاتری دارد. به عنوان مثال، H_2O و H_2S قطبی هستند و هر دو ساختار خمیده دارند، اما H_2O با وجود جرم مولی کمتر، به علت داشتن پیوند هیدروژنی در ساختار خود، گشتاور دوقطبی بیشتری نسبت به H_2S دارد و از نیروی بین مولکولی قوی‌تری برخوردار است. جدول زیر مقایسهٔ برخی ویژگی‌های آب و هیدروژن سولفید را نشان می‌دهد:

ماده	فرمول شیمیایی	مدل فضا پرکن	قطبیت مولکول	جرم مولی ($g.mol^{-1}$)	حالت فیزیکی (۲۵°C)	نقطهٔ جوش (°C)
آب	H_2O		قطبی	۱۸	مایع	۱۰۰
هیدروژن سولفید	H_2S		قطبی	۳۴	گاز	-۶۰

گروه آموزشی ماز

۸۴- اگر در یک نمونه محلول به جرم ۴۰۰ گرم، شمار مول‌های آهن (III) برمید، ۲ برابر شمار مول‌های آهن (III) سولفات بوده و ۸/۶۴ گرم یون سولفات در محلول وجود داشته باشد، غلظت یون آهن (III)، به‌تقریب، برابر چند ppm است؟

$(O=16 , S=32 , Fe=56 , Br=80 : g.mol^{-1})$

۱) ۸۴۰۰ ۲) ۱۶۸۰۰ ۳) ۴۲۰۰ ۴) ۲۱۰۰

پاسخ: گزینهٔ ۲ (سخت ـ مسأله ـ ۱۰۰۳)

نخست به کمک جرم یون سولفات، شمار مول یون سولفات را محاسبه می‌کنیم. در محلول ۸/۶۴ گرم یون سولفات وجود دارد؛ بنابراین شمار مول یون سولفات برابر است با:

$$?\ mol\ SO_4^{2-} = 8/64\ g\ SO_4^{2-} \times \frac{1\ mol\ SO_4^{2-}}{96\ g\ SO_4^{2-}} = 0/09\ mol$$

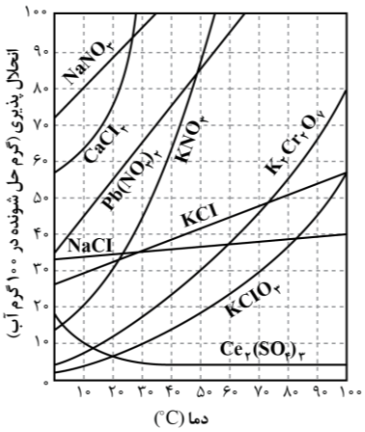
در محلول ۰/۰۹ مول یون سولفات وجود دارد. از آنجا که در هر واحد فرمولی $Fe_2(SO_4)_3$ سه یون سولفات وجود دارد، شمار مول آهن(III) سولفات برابر با ۰/۰۳ مول است. با توجه به اینکه شمار مول‌های آهن (III) برمید، دو برابر آهن(III) سولفات است، شمار مول‌های این ترکیب برابر با ۰/۰۶ مول خواهد بود. از آنجا که در هر واحد فرمولی $FeBr_3$ یک مول Fe^{3+} و در هر مول $Fe_2(SO_4)_3$، دو مول Fe^{3+} وجود دارد، مجموع شمار مول‌های یون Fe^{3+} برابر با ۰/۱۲ مول بوده که این مقدار معادل با ۶/۷۲ گرم است. در نهایت غلظت ppm این یون را محاسبه می‌کنیم.

$$\underbrace{(0/06\times1)}_{FeBr_3} + \underbrace{(0/03\times2)}_{Fe_2(SO_4)_3}$$

$$\text{غلظت ppm} = \frac{\text{جرم حل‌شونده}}{\text{جرم محلول}} \times 10^6 \rightarrow ppm\ Fe^{3+} = \frac{6/72\ g\ Fe^{3+}}{\text{محلول } 400\ g} \times 10^6 = 16800$$

کنکور ۱۴۰۴
www.biomaze.ir
سنجش کلاد
www.SanjeshCloud.ir
T.me/SanjeshClouds

۸۵- با توجه به نمودار داده‌شده، اگر یک محلول سیرنشده از $K_2Cr_2O_7$ (محلول A) با دمای $m^\circ C$ موجود باشد، کدام مورد درست است؟



۱) در دمای m، محلول سیرشده از نمک $CaCl_2$ وجود ندارد.
۲) m، به یقین از دمای هر محلول دارای نمک $NaNO_3$ ، کمتر است.
۳) اگر در دمای m، محلول دارای نمک KCl، سیرشده باشد، $m < 70^\circ C$ است.
۴) در شرایط محلول A، هر محلولی از $Pb(NO_3)_2$ ، سیر نشده است.

پاسخ: گزینهٔ ۴ (متوسط ـ مفهومی ـ ۱۰۰۳)

نمودار انحلال‌پذیری $Pb(NO_3)_2$ در هر دمایی از $K_2Cr_2O_7$ بالاتر است؛ بنابراین در هر دمایی، انحلال‌پذیری $Pb(NO_3)_2$ نسبت به $K_2Cr_2O_7$ بیشتر است و می‌توان گفت اگر با حل‌کردن m گرم از $K_2Cr_2O_7$ در مقداری آب، محلولی سیرنشده از آن داشته باشیم، با حل کردن m گرم از $Pb(NO_3)_2$ در همان مقدار آب نیز قطعا محلول ما سیرنشده خواهد بود.

بررسی سایر گزینه‌ها:

۱) دمای $m^\circ C$ می‌تواند هر دمایی بین $0^\circ C$ تا $100^\circ C$ باشد و طبق نمودار، در هر دمایی در این بازه می‌توان محلولی سیرشده از $CaCl_2$ تهیه کرد.

۲) همان‌طور که اشاره شد دمای $m^\circ C$ می‌تواند هر دمایی بین $0^\circ C$ تا $100^\circ C$ باشد. دمای محلول حاوی سدیم نیترات نیز می‌تواند هر دمایی بین $0^\circ C$ تا $100^\circ C$ باشد؛ بنابراین این دو دما می‌توانند برابر باشند و یا هرکدام از آن یکی بالاتر باشد.

۳) در هر دمایی بین $0^\circ C$ تا $100^\circ C$ می‌توان محلولی سیرشده از پتاسیم کلرید تهیه کرد.

گروه آموزشی ماز

۸۶- اگر مخلوطی دارای مول‌های برابر از اتن و اتین، با ۰/۶ گرم گاز هیدروژن به‌طور کامل سیر شود، چند گرم اتن در مخلوط آغازی وجود داشته است؟ $(H=1, C=12: g.mol^{-1})$

۱) ۲/۸ ۲) ۱/۴ ۳) ۵/۶ ۴) ۱۱/۲

پاسخ: گزینهٔ ۱ (متوسط ـ مسأله ـ ۱۱۰۱)

ابتدا مول اتن و اتین را برابر x درنظر می‌گیریم. این دو هیدروکربن سیرنشده طبق معادله‌های موازنه‌شدهٔ زیر با گاز هیدروژن واکنش داده و سیر می‌شوند:

$C_2H_4(g)+H_2(g)\rightarrow C_2H_6(g)$
$C_2H_2(g)+2H_2(g)\rightarrow C_2H_6(g)$

باتوجه به معادله‌های موازنه‌شده، x مول از اتن با x مول از هیدروژن و x مول از اتین نیز با 2x مول از هیدروژن واکنش می‌دهد؛ بنابراین در کل 3x مول هیدروژن معادل 6x گرم از آن مصرف می‌شود. حال داریم:

$$6x = 0/6 \Longrightarrow x = 0/1 \text{ mol}$$

در پایان جرم اتن موجود در نمونهٔ اولیه را محاسبه می‌کنیم:

$$?g\ C_2H_4 = 0/1\ mol\ C_2H_4 \times \frac{28\ g\ C_2H_4}{1\ mol\ C_2H_4} = 2/8\ g$$

براساس محاسبات انجام‌شده، در نمونهٔ اول ۲/۸ گرم اتن حضور داشته است.

گروه آموزشی ماز

۸۷- عنصر A، یکی از شبه‌فلزهای جدول تناوبی است. اگر در گروه شامل A، فقط یک عنصر گازی وجود داشته باشد، کدام موارد زیر درست است؟

الف: A می‌تواند با فسفر هم‌گروه باشد، اما نمی‌تواند با آن هم‌دوره باشد.
ب: اگر A با گوگرد هم‌گروه باشد، عدد اتمی آن از عدد اتمی X ۳۳، و عدد اتمی M ۵۳، بزرگ‌تر است.
پ: A می‌تواند با نخستین نافلز جامد جدول هم‌گروه باشد، اما نمی‌تواند با تنها نافلز مایع جدول هم‌دوره باشد.
ت: اگر عدد اتمی A، از عدد اتمی هالوژن جامد جدول بزرگ‌تر باشد، عدد اتمی آن از عدد اتمی دومین فلز گروه ۱۴ نیز بزرگ‌تر است.

۱) «پ» و «ت» ۲) «ب» و «پ» ۳) «الف» و «ت» ۴) «الف» و «ب»

کنکور ۱۴۰۴
www.biomaze.ir
سنجش کلاد
www.SanjeshCloud.ir
T.me/SanjeshClouds

پاسخ: گزینهٔ ۳ (سخت ـ مفهومی ـ ۱۱۰۱)

شبه‌فلزها در گروه‌های ۱۳ تا ۱۷ جدول تناوبی حضور دارند. در گروه‌های ۱۳ و ۱۴، عنصر گازی یافت نمی‌شود. از طرفی گروه ۱۷ شامل دو گاز فلوئور و کلر است؛ بنابراین منظور سؤال، گروه‌های ۱۵ و ۱۶ است.

عبارت‌های «الف» و «ت» درست هستند.

بررسی موارد:

الف: فسفر در دوره سوم جدول تناوبی و در گروه ۱۵ حضور دارد و عنصر A نیز می‌تواند در این گروه حضور داشته باشد. در دورهٔ سوم جدول تناوبی، شبه‌فلز سیلیسیم از گروه ۱۴یافت می‌شود؛ اما همان‌طور که اشاره شد، عنصر A نمی‌تواند متعلق به گروه ۱۴ جدول باشد.

سیلیسیم

- به همراه کربن عناصر اصلی سازندهٔ جامدهای کووالانسی هستند.
- همانند سایر شبه‌فلزها، رسانایی الکتریکی کمی دارد.
- در واکنش با سایر اتم‌ها، الکترون به اشتراک می‌گذارد و یون تک اتمی از آن شناخته نشده است.
- شکننده بوده و در اثر ضربه خورد می‌شود.
- پس از اکسیژن، فراوان‌ترین عنصر موجود در پوستهٔ کره زمین است.

ب: در گروه ۱۶ جدول تناوبی ۲ شبه‌فلز $_{52}Te$ و $_{84}Po$ حضور دارند. همان‌طور که مشخص است، عدد اتمی عنصر تلوریم($_{52}Te$) برخلاف پولونیم($_{84}Po$) از عدد اتمی عنصر $_{53}M$ کم‌تر است.

پ: نخستین نافلز جامد جدول تناوبی، کربن است که در گروه ۱۴ قرار دارد. درحالی‌که عنصر A در گروه ۱۵ یا ۱۶ قرار گرفته است.

ت: هالوژن جامد جدول، ید با عدد اتمی ۵۳ است. دومین فلز گروه ۱۴ نیز، سرب $_{82}Pb$ است. عنصر $_{84}Po$ در گروه ۱۶ نیز یک عنصر شبه‌فلزی است.

گروه آموزشی ماز

۸۸- از تجزیهٔ مقداری کلسیم سولفات دارای ناخالصی بر اثر حرارت، ۱۳/۴۴ لیتر گاز پس از تبدیل به شرایط استاندارد تشکیل می‌شود. اگر جرم ناخالصی باقیمانده، برابر ۱۳/۶ گرم باشد، درصد خلوص کلسیم سولفات در مخلوط آغازی کدام است؟ (ناخالصی در واکنش شرکت نمی‌کند، معادلهٔ واکنش موازنه شود، $O=16 , S=32 , Ca=40 : g.mol^{-1}$)

$$CaSO_4(s) \xrightarrow{\Delta} CaO(s) + SO_2(g) + O_2(g)$$

۱) ۷۵ ۲) ۸۰ ۳) ۸۵ ۴) ۹۰

پاسخ: گزینهٔ ۲ (متوسط ـ مسأله ـ ۱۱۰۱)

معادلهٔ موازنه‌شدهٔ واکنش انجام‌شده به صورت زیر است:

$$2CaSO_4(s) \xrightarrow{\Delta} 2CaO(s) + 2SO_2(g) + O_2(g)$$

به ازای مصرف ۲ مول کلسیم کربنات، ۲ مول گاز گوگرد دی‌اکسید و ۱ مول گاز اکسیژن تولید می‌شود؛ بنابراین می‌توان گفت به ازای مصرف هر مول کلسیم کربنات، ۳ مول گاز تولید خواهد شد. حال داریم:

$$?g\ CaSO_4 = 13/44\ L\ \text{گاز} \times \frac{1\ mol\ \text{گاز}}{22/4\ L\ \text{گاز}} \times \frac{2\ mol\ CaSO_4}{3\ mol\ \text{گاز}} \times \frac{136\ g\ CaSO_4}{1\ mol\ CaSO_4} = 54/4\ g$$

حال با استفاده از فرمول، درصد خلوص کلسیم کربنات را محاسبه می‌کنیم:

$$\text{درصد خلوص} = \frac{\text{جرم خالص}}{\text{جرم ناخالص}} \times 100 = \frac{54/4}{54/4 + 13/6} \times 100 = 80\%$$

با توجه به محاسبات انجام‌شده، درصد خلوص نمونهٔ اولیه کلسیم کربنات، برابر ۸۰ درصد بوده است.

گروه آموزشی ماز

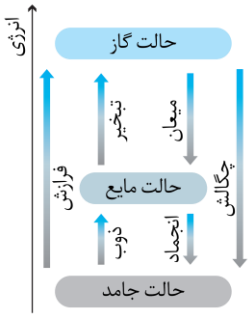
۸۹- فرایندهای ..... و ..... مواد خالص، برخلاف میعان بخار آب، با افزایش سطح انرژی همراه است.

۱) چگالش - انجماد ۲) چگالش - تبخیر ۳) فرازش - انجماد ۴) فرازش – ذوب

کنکور ۱۴۰۴
www.biomaze.ir
سنجش کلاد
www.SanjeshCloud.ir
T.me/SanjeshClouds

پاسخ: گزینهٔ ۴ (آسان ـ مفهومی ـ ۱۱۰۲)

تصویر زیر نحوهٔ تغییر انرژی نمونه‌ها را در تغییر حالت‌های متفاوت نمایش می‌دهد:



همان‌طور که مشخص است، فرایندهای فرازش(تصعید)، ذوب و تبخیر با افزایش انرژی سامانه و فرایندهای میعان، چگالش و انجماد با کاهش انرژی سامانه همراه هستند. توجه داریم که در فرایندهای فیزیکی گرماگیر مثل آب شدن بستنی، با انتقال انرژی از محیط به سامانه، دمای محیط کاهش و دمای سامانه افزایش پیدا می‌کند. از طرفی در طی فرایندهای فیزیکی گرماده مثل خنک‌شدن غذای داغ، انرژی از سامانه به محیط انتقال پیدا می‌کند و درنتیجه دمای سامانه کاهش و دمای محیط افزایش پیدا می‌کند.

گروه آموزشی ماز

۹۰- اگر مجموع آنتالپی پیوند $H-Cl$ و $H-F$، برابر ۱۰۰۰ کیلوژول بر مول و نسبت آنتالپی پیوند $Cl-Cl$ به آنتالپی پیوند $F-F$، برابر ۱/۵ باشد، آنتالپی پیوند $F-F$، با یکای کیلوژول بر مول، برابر کدام است؟

$$H_2(g)+435kJ \rightarrow 2H(g)$$
$$H_2(g)+Cl_2(g) \rightarrow 2HCl(g)\ ,\ \Delta H=-186kJ$$
$$H_2(g)+F_2(g) \rightarrow 2HF(g)\ \ ,\ \Delta H=-544kJ$$

۱) ۱۴۵ ۲) ۱۶۰ ۳) ۲۲۰ ۴) ۲۵۵

پاسخ: گزینهٔ ۲ (سخت ـ مسأله ـ ۱۱۰۲)

معادلهٔ موازنه‌شدهٔ واکنش‌های انجام‌شده به صورت زیر است:

$H_2(g)+435\ kJ \rightarrow 2H(g)$
$H_2(g)+Cl_2(g) \rightarrow 2HCl(g)+186\ kJ$
$H_2(g)+F_2(g) \rightarrow 2HF(g)+544\ kJ$

یکی از راه‌های به‌دست آوردن غیرمستقیم آنتالپی واکنش‌های مختلف، استفاده از آنتالپی پیوند است. به این منظور باید از فرمول زیر استفاده کنیم:

ΔH واکنش $=$ [مجموع آنتالپی پیوند مواد واکنش‌دهنده] $-$ [مجموع آنتالپی پیوند مواد فراورده]

حال آنتالپی واکنش‌های دوم و سوم را با استفاده از آنتالپی‌های پیوند محاسبه می‌کنیم.

واکنش تولید HCl: $\Delta H = ((\Delta H\ H-H)+(\Delta H\ Cl-Cl)) - (2\Delta H\ H-Cl) \Rightarrow -186 = (\Delta H\ H-H)+$
$1/5(\Delta H\ F-F) - 2\ (1000 - (\Delta H\ H-F)) \Rightarrow -186 = 435 + 1/5\ (\Delta H\ F-F) + 2\ (\Delta H\ H-F) - 2000$
$\Rightarrow 1/5\ (\Delta H\ F-F) + 2\ (\Delta H\ H-F) = 1379\ kJ$

واکنش تولید HF: $\Delta H = ((\Delta H\ H-H)+(\Delta H\ F-F)) - 2\ (\Delta H\ H-F) \Rightarrow -544\ kJ$
$= (435 + (\Delta H\ F-F)) - 2(\Delta H\ H-F) \Rightarrow (\Delta H\ F-F) - 2(\Delta H\ H-F) = -979\ kJ$

در پایان دو معادلهٔ اصلی را جمع می‌کنیم:

$$\begin{cases} 1/5\ (\Delta H\ F-F) + 2(\Delta H\ H-F) = 1379 \\ (\Delta H\ F-F) - 2(\Delta H\ H-F) = -979 \end{cases} \Rightarrow (\Delta H\ F-F) = 160\ kJ$$

گروه آموزشی ماز

۹۱- در یک واکنش شیمیایی، سرعت متوسط تغییر مول‌های مادهٔ A، ۳ برابر سرعت متوسط تغییر مول‌های مادهٔ D، است. کدام مورد همواره درست است؟

۱) در معادلهٔ واکنش، ضریب استوکیومتری A، ۳ برابر ضریب استوکیومتری D، است.
۲) استفاده از کاتالیزگر، سرعت متوسط تغییر مول‌های A و D، را به یک اندازه افزایش می‌دهد.
۳) سرعت واکنش، با سرعت متوسط تغییر مول‌های D، برابر است.
۴) A و D، هردو در یک سمت معادلهٔ واکنش جای دارند.

کنکور ۱۴۰۴
www.biomaze.ir
www.SanjeshCloud.ir
T.me/SanjeshClouds

پاسخ: گزینهٔ ۱ (متوسط ـ مفهومی ـ ۱۱۰۲)

رابطهٔ میان سرعت مواد در یک واکنش، به صورت زیر است:

$$\bar{R}_{\text{واکنش}} = \frac{\bar{R}_A}{\text{ضریب مادهٔ A}} = \frac{\bar{R}_D}{\text{ضریب مادهٔ D}}$$

پس نسبت سرعت مادهٔ A به سرعت مادهٔ D برابر نسبت ضریب دو ماده است و می‌توان گفت در معادلهٔ موازنه‌شده، ضریب استوکیومتری مادهٔ A ، ۳ برابر ضریب استوکیومتری مادهٔ D است.

بررسی سایر گزینه‌ها:

۲ با استفاده از کاتالیزگر سرعت واکنش افزایش می‌یابد و سرعت هر یک از مواد متناسب با ضریب آن افزایش می‌یابد.

کاتالیزگرها
- در واکنش شرکت می‌کنند، اما در پایان، دست‌نخورده باقی می‌مانند.
- انرژی فعال‌سازی واکنش را کاهش می‌دهند.
- تأثیری در آنتالپی واکنش و مواد شرکت کننده ندارند.
- اغلب اختصاصی عمل می‌کنند.
- باید پایداری شیمیایی و گرمایی مناسبی داشته باشند.

۳ طبق فرمول سرعت واکنش، ممکن است ضریب مادهٔ A و D به‌ترتیب ۶ و ۲ باشد و سرعت واکنش معادل نصف سرعت تولید یا مصرف مادهٔ D باشد.

۴ توجه داریم که سرعت برابر نسبت قدرمطلق تغییر مول به تغییر زمان بوده و همیشه کمیتی مثبت است؛ بنابراین باتوجه به نسبت سرعت مواد نمی‌توان تعیین کرد که واکنش‌دهنده یا فراوردهٔ واکنش هستند. در این سؤال نیز امکان دارد هر دو مادهٔ فراورده یا هر دو واکنش‌دهنده باشند. همچنین ممکن است یکی فراورده و یکی واکنش‌دهنده باشد.

گروه آموزشی ماز

۹۲- چند ساختار متفاوت (همپار) را می‌توان به فرمول مولکولی $C_4H_{10}O$ نسبت داد؟

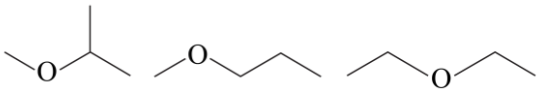
۱) ۴ ۲) ۵ ۳) ۶ ۴) ۷

پاسخ: گزینهٔ ۴ (سخت ـ مفهومی ـ ۱۱۰۲)

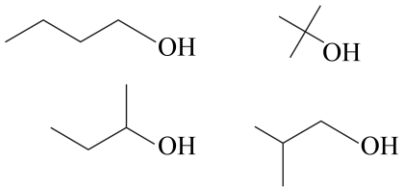
در بین ترکیب‌هایی با گروه‌های عاملی مختلف، اترها، الکل‌ها، آلدهیدها و کتون‌های تک عاملی در ساختار خود دارای اتم‌های کربن، هیدروژن و تنها ۱ اتم اکسیژن هستند. در صورت سیرشده بودن، فرمول کلی الکل‌ها و اترها به صورت $C_nH_{2n+2}O$ و فرمول کلی آلدهیدها و کتون‌ها به صورت $C_nH_{2n}O$ است.

باتوجه به فرمول مولکولی مطرح‌شده در صورت سؤال، این ماده می‌تواند نوعی الکل یا اتر تک عاملی باشد. شیمی‌دان‌ها به موادی با فرمول مولکولی یکسان و فرمول ساختاری متفاوت، همپار یا ایزومر می‌گویند.

همپارهای اتری $C_4H_{10}O$ به صورت زیر هستند:



همچنین همپارهای الکلی $C_4H_{10}O$ به‌صورت زیر هستند:



بنابراین برای ماده‌ای با فرمول مولکولی $C_4H_{10}O$، ۷ نوع همپار می‌توان رسم کرد.

گروه آموزشی ماز

کنکور ۱۴۰۴
www.biomaze.ir
سنجش کلاد
www.SanjeshCloud.ir
T.me/SanjeshClouds

۹۳- با توجه به ساختار دو مولکول داده‌شده، کدام موارد زیر دربارهٔ آن‌ها درست است؟ $(H=1 , C=12 , O=16 : g.mol^{-1})$

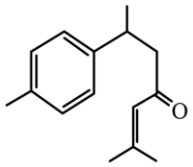
الف: در مولکول a، مجموع جرم اتم‌های کربن، ۵ برابر مجموع جرم سایر اتم‌هاست.

ب: شمار گروه متیل در مولکول a، با شمار گروه OH در مولکول b، برابر است.

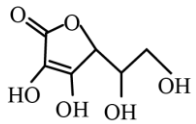
پ: شمار اتم‌های کربنی که عدد اکسایش صفر دارند، در دو مولکول برابر است.

ت: تفاوت شمار الکترون‌های لایهٔ ظرفیت اتم‌ها در مولکول a و مولکول b، برابر ۱۶ است.

(a)



(b)



۱) «پ» و «ت»
۲) «الف» و «پ»
۳) «الف» و «ب»
۴) «ب» و «ت»

پاسخ: گزینهٔ ۳ (سخت ـ مفهومی ـ ۱۱۰۳)

فرمول شیمیایی ترکیب a و b به‌ترتیب $C_{۱۵}H_{۲۰}O$ و $C_۶H_۸O_۶$ است و عبارت‌های «الف» و «ب» در مورد آن‌ها درست هستند.

بررسی موارد:

الف: برای به‌دست آوردن نسبت جرم عناصر مختلف در یک ترکیب می‌توان از فرمول زیر بهره برد:

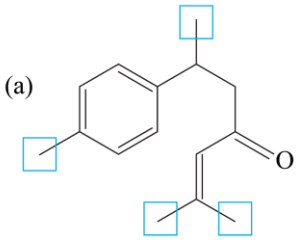
$$\frac{\text{جرم عنصر X}}{\text{جرم عنصر Y}} = \frac{\text{تعداد اتم‌های عنصر X در ترکیب} \times \text{جرم مولی عنصر X}}{\text{تعداد اتم‌های عنصر Y در ترکیب} \times \text{جرم مولی عنصر Y}}$$

نسبت خواسته‌شده برابر است با:

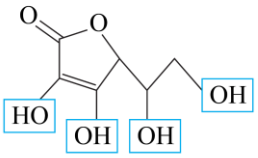
$$A=\frac{۱۲ \times ۱۵}{۱ \times ۲۰ + ۱۶ \times ۱}=\frac{۱۲ \times ۱۵}{۳۶}=۵$$

ب: گروه متیل و گروه OH در دو ترکیب به صورت زیر هستند:

(a)

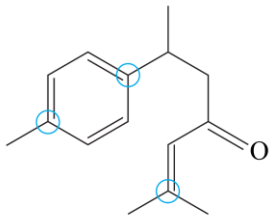


(b)

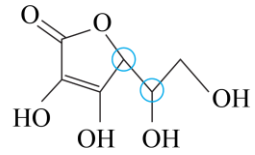


پ: کربن‌هایی با عدد اکسایش صفر در این دو ترکیب به صورت زیر هستند:

(a)



(b)



عدد اکسایش کربن

عدد اکسایش اتم‌های کربن موجود در ترکیبات آلی از سؤال‌های پرتکرار کنکورهای سال‌های اخیر بوده است.

برای حل این سؤال‌ها از روش زیر استفاده می‌کنیم.

در ابتدا اتم‌های کربن را به دو دسته تقسیم می‌کنیم:

دستهٔ اول: کربن‌هایی که با اکسیژن، گوگرد، نیتروژن و یا هالوژن پیوند اشتراکی برقرار نکرده‌اند.

در این دسته، کربن‌هایی که ۴ پیوند با اتم‌های کربن اطراف خود برقرار کرده‌اند (تعداد این پیوندها را می‌توان به سادگی و با شمارش تعداد خط‌ها در اطراف هر اتم کربن به‌دست آورد)، عدد اکسایش صفر، کربن‌هایی که ۳ پیوند برقرار کرده‌اند، عدد اکسایش ۱- ، کربن‌هایی که ۲ پیوند برقرار کرده‌اند، عدد اکسایش ۲- و کربن‌هایی که تنها ۱ پیوند برقرار کرده‌اند، عدد اکسایش ۳- دارند.

دستهٔ دوم: کربن‌هایی که با اتم‌هایی به‌جز کربن و هیدروژن نیز پیوند اشتراکی برقرار کرده‌اند.

برای این دسته راهی جز محاسبهٔ عادی عدد اکسایش نداریم. اگر پیوند بین دو اتم کربن باشد، به هر اتم کربن ۱ الکترون خواهد رسید. اگر پیوند بین کربن و اتم هیدروژن باشد، هر دو الکترون پیوند متعلق به کربن خواهند بود و اگر پیوند بین کربن و اتم دیگری از جمله نیتروژن، فلوئور و اکسیژن که خاصیت نافلزی بیشتری نسبت به کربن دارند باشد، الکترونی به کربن نخواهد رسید. در پایان با کم‌کردن تعداد الکترون‌های نسبت داده‌شده به هر اتم کربن از تعداد الکترون‌های ظرفیتی کربن (۴)، عدد اکسایش آن را به‌دست می‌آوریم.

ت: در هر اتم هیدروژن، کربن و اکسیژن به‌ترتیب ۱، ۴ و ۶ الکترون ظرفیتی وجود دارد. پس در ترکیب a و b به‌ترتیب ۸۶ و ۶۸ الکترون ظرفیتی وجود دارد.

کنکور ۱۴۰۴
www.biomaze.ir
www.SanjeshCloud.ir
T.me/SanjeshClouds

۹۴- در چند مورد، تفاوت شمار اتم‌ها در مولکول‌های داده‌شده، برابر ۱ است؟

- استیرن، بوتانول
- سیانواتن، وینیل کلرید
- جوهر مورچه، تترافلوئورواتن
- استون، پروپن

۱) ۴ ۲) ۳ ۳) ۲ ۴) ۱

پاسخ: گزینهٔ ۱ (متوسط ـ مفهومی ـ ۱۱۰۳)

در هر چهار مورد تفاوت شمار اتم‌ها در دو مولکول، برابر یک است.

بررسی مولکول‌ها:

الف: استیرن(C_8H_8): نوعی هیدروکربن سیرنشده با ۴ پیوند دوگانهٔ کربن - کربن است که از آن برای ساخت نوعی پلیمر به نام پلی استیرن استفاده می‌شود. این پلیمر در تهیهٔ ظروف یکبار مصرف کاربرد دارد.

بوتانول($C_4H_{10}O$): چهارمین عضو خانوادهٔ الکل‌های تک‌عاملی بوده و نیروی غالب بین مولکول‌های آن از نوع پیوند هیدروژنی است، از این‌رو انحلال‌پذیری مناسبی در آب دارد.

ب: سیانواتن(C_3H_3N): از آن به عنوان مونومر برای تولید پلی سیانواتن استفاده می‌شود. این پلیمر در تهیهٔ پتو کاربرد دارد.

وینیل کلرید(C_2H_3Cl): از آن به عنوان مونومر برای تولید پلی وینیل‌کلرید استفاده می‌شود. این پلیمر در تهیهٔ کیسه خون کاربرد دارد.

پ: جوهر مورچه یا همان فرمیک اسید(CH_2O_2): اولین عضو خانوادهٔ اسیدهای آلی بوده و در بین اعضای این خانواده، بیش‌ترین قدرت اسیدی و بالاترین ثابت یونش را دارد. البته این ماده نیز همانند سایر اسیدهای آلی، جزو اسیدهای ضعیف طبقه بندی می‌شود. این اسید در اثر گزش مورچه سرخ وارد بدن شده و باعث سوزش و خارش می‌شود.

تترافلوئورواتن(C_2F_4): نوعی گاز سردکننده بوده که از پلیمری شدن آن، تفلون(پلی ترا فلوئورواتن) به‌دست می‌آید. تفلون نقطهٔ ذوب بالایی دارد و در برابر گرما مقاوم است. این پلیمر از نظر شیمیایی بی‌اثر است و با مواد شیمیایی واکنش نمی‌دهد، در حلال‌های آلی حل نمی‌شود و نچسب است.

ت: استون(C_3H_6O): با مولکول‌های آب برخلاف مولکول‌های خود، پیوند هیدروژنی برقرار می‌کند، به‌صورت نامحدود در آب حل شده و نمی‌توان از آن محلول سیرشده‌ای در آب تهیه کرد. همچنین ساده‌ترین ترکیب آلی با گروه عاملی کتونی بوده و در صنعت به عنوان حلال برخی چربی‌ها، رنگ‌ها و لاک‌ها کاربرد دارد.

پروپن(C_3H_6): دومین عضو خانوادهٔ آلکن‌هاست.

گروه آموزشی ماز

۹۵- کدام مورد درست است؟

۱) واکنش: $2Al(s)+2NaOH(s)+6H_2O(l)\rightarrow 2Na[Al(OH)_4](aq)+3H_2(g)$، گرماگیر است و خاصیت پاک‌کنندگی دارد.

۲) هر چه خاصیت آب‌گریزی پارچه بیشتر باشد، پاک کردن لکهٔ چربی از آن به وسیلهٔ صابون، آسان‌تر است.

۳) سر آب‌دوست مولکول صابون، دارای بار منفی و سر آب‌گریز آن، دارای بار مثبت است.

۴) جرم مولی صابون، از جرم مولی اسید چرب هم‌کربن آن، بیشتر است.

پاسخ: گزینهٔ ۴ (متوسط ـ مفهومی ـ ۱۲۰۱)

در صورت سیرشده بودن اسیدچرب فرمول شیمیایی آن به صورت $C_nH_{2n}O_2$ است. فرمول شیمیایی صابون نیز در صورت سیرشده بودن به صورت $C_nH_{2n-1}O_2X$ است که در آن X نماد کاتیون بوده و می‌تواند هرکدام از یون‌های سدیم، پتاسیم یا آمونیوم باشد. همان‌طور که مشاهده می‌کنید، صابون نسبت به اسیدچرب هم‌کربن خود یک اتم هیدروژن کمتر داشته و ۱ کاتیون(یون سدیم، پتاسیم یا آمونیوم) بیشتر دارد؛ بنابراین می‌توان گفت جرم مولی صابون بیشتر است.

بررسی سایر گزینه‌ها:

۱ در برخی شوینده‌ها از مخلوط آلومینیم و پودر سدیم هیدروکسید استفاده می‌شود. این مخلوط به چند طریق باعث پاک کردن رسوب‌ها خصوصا چربی‌ها می‌شود:

الف) این مواد نوعی پاک‌کنندهٔ خورنده هستند و با رسوب واکنش می‌دهند و آن را جدا می‌کنند.

ب) این واکنش گرماده بوده و با افزایش انرژی جنبشی مواد، جداشدن آن‌ها را آسان‌تر می‌کند

پ) یکی از فراورده‌های این واکنش، گاز هیدروژن بوده که با ضربه زدن به رسوب‌ها باعث جداشدن آن‌ها می‌شود.

ت) یکی دیگر از فراورده‌های این واکنش، صابون(فراوردهٔ واکنش سدیم هیدروکسید و چربی) بوده که با برقراری پلی بین چربی‌ها و مولکول‌های آب، آن‌ها پخش می‌کند.

۲ هر چه خاصیت آبگریزی پارچه بیشتر باشد، لکه‌های چربی به آن محکم‌تر می‌چسبند و پاک‌کردن آن‌ها به وسیلهٔ صابون دشوارتر می‌شود.

۳ سر آب‌گریز صابون زنجیر هیدروکربنی است که ناقطبی بوده و فاقد بار الکتریکی است. درحالی‌که سر آب‌دوست آن قطبی بوده و دارای بار الکتریکی منفی است.

گروه آموزشی ماز

کنکور ۱۴۰۴
www.biomaze.ir
سنجش کلاد
www.SanjeshCloud.ir
T.me/SanjeshClouds

۹۶- کدام مورد نادرست است؟

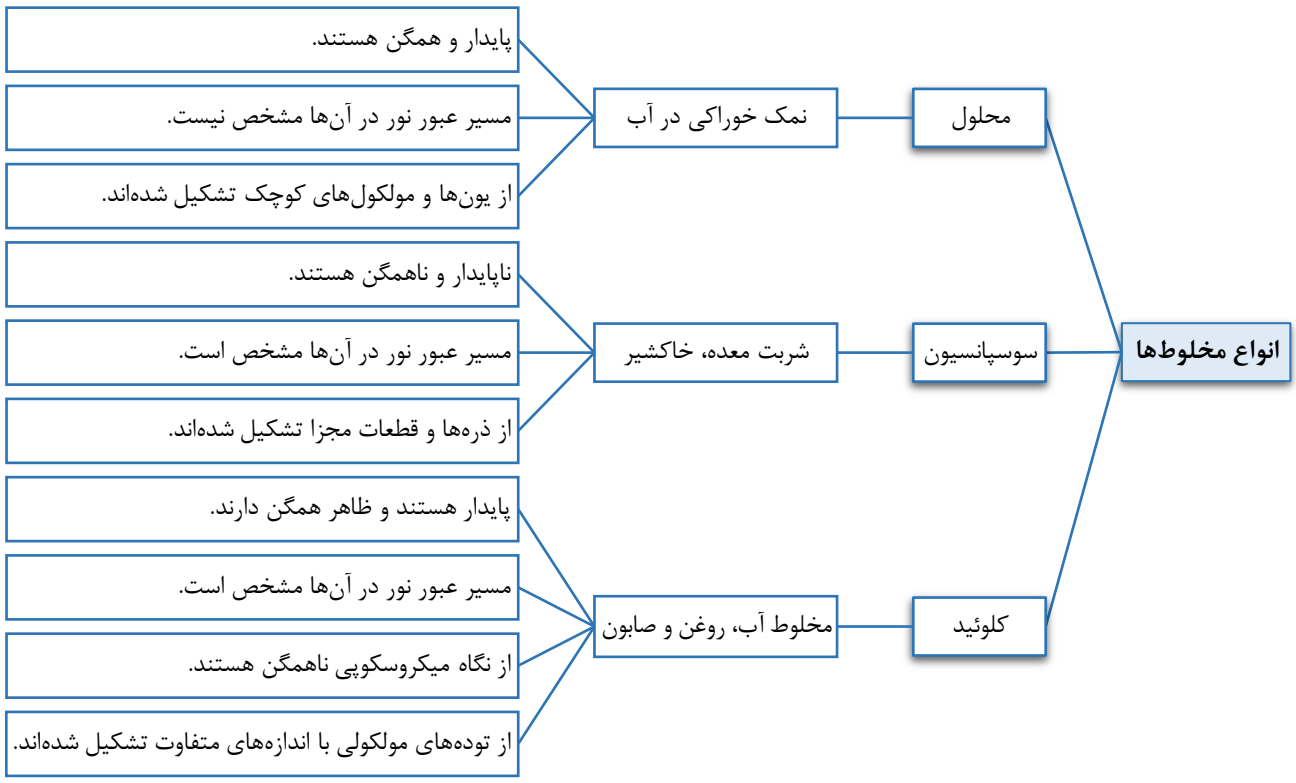
۱) رنگ‌دانه‌های معدنی TiO_2 و Fe_2O_3، به‌عنوان نوعی کلویید، برای رنگ پوششی سطوح استفاده می‌شوند.
۲) یکی از دلایل استفاده از تیتانیم در ساخت پروانهٔ کشتی، واکنش‌پذیری ناچیز آن با ذره‌های موجود در آب دریاست.
۳) در جامد یونی، آرایش یون‌ها از یک الگوی تکراری پیروی می‌کند و هرچه نیروی جاذبهٔ میان یون‌ها قوی‌تر باشد، استحکام شبکهٔ یونی بیشتر است.
۴) فلزهای دستهٔ d، همانند فلزهای دستهٔ s و p، رسانایی گرمایی و الکتریکی دارند، اما در ویژگی‌هایی مانند سختی، نقطهٔ ذوب و تنوع عدد اکسایش تفاوت دارند.

پاسخ: گزینهٔ ۱ (آسان ـ حفظی ـ ۱۲۰۳)

رنگ‌های پوششی، نوعی کلوئید سنتزی(ساختگی) هستند. درحالی‌که TiO_2 و Fe_2O_3 رنگ‌دانه‌های طبیعی هستند.

سازندهٔ اصلی یک مادهٔ رنگی که به آن رنگ می‌بخشد، رنگ‌دانه نام دارد. برای نمونه TiO_2، Fe_2O_3 و دوده از جمله رنگ‌دانه‌های معدنی هستند که به‌ترتیب رنگ‌های سفید، قرمز و سیاه ایجاد می‌کنند. در گذشته انسان، این مواد رنگی را از منابع طبیعی همچون گیاهان، جانوران و کانی‌ها تهیه می‌کرد. توجه کنید رنگ‌هایی که برای پوشش سطح استفاده می‌شوند، نوعی کلوئید هستند که لایهٔ نازکی روی سطح ایجاد می‌کنند تا افزون بر زیبایی، مانع خوردگی در برابر اکسیژن، رطوبت و مواد شیمیایی گردد.

جدول زیر ویژگی‌های انواع مخلوط‌ها از جمله محلول‌ها، کلوئیدها و سوسپانسیون‌ها را مقایسه می‌کند:



بررسی سایر گزینه‌ها:

۲ واکنش تیتانیم با ذرات موجود در آب دریا ناچیز است و به همین دلیل از آن در ساخت پروانهٔ کشتی استفاده می‌شود.

۳ در یک ترکیب یونی هر چه جاذبهٔ بین یون‌ها بیشتر باشد، آنتالپی فروپاشی شبکهٔ یونی بیشتر است؛ یعنی سخت‌تر فروپاشیده می‌شود و استحکام آن بیشتر است.

آنتالپی فروپاشی

به انرژی لازم برای فروپاشی شبکهٔ بلوری یک مول جامد یونی در فشار ثابت و تبدیل آن به یون‌های گازی مجزا، آنتالپی فروپاشی شبکه گفته می‌شود. آنتالپی فروپاشی شبکهٔ جامدهای یونی را در مقیاس کیلوژول بر مول گزارش می‌کنند.

به عنوان مثال، معادله زیر، واکنش فروپاشی شبکهٔ بلور سدیم کلرید جامد را نشان می‌دهد:

$$\underbrace{NaCl(s)}_{\text{جامد یونی}} \rightarrow \overbrace{Na^+(g) + Cl^-(g)}^{\text{یون‌های گازی مجزا}} \; ; \; \Delta H_{\text{فروپاشی}} = +787\,kJ.mol^{-1}$$

در این واکنش، یک ترکیب یونی جامد به یون‌های گازی سازندهٔ خود تبدیل شده است.

کنکور ۱۴۰۴
www.biomaze.ir
سنجش کلاد
www.SanjeshCloud.ir
T.me/SanjeshClouds

۴) فلزها در اغلب ویژگی‌ها مشابه هم هستند. برای مثال رسانای الکتریکی و گرمایی هستند، سطح درخشانی دارند و چکش خوارند. البته هر فلز ویژگی‌های خاص خود را نیز دارد.

گروه آموزشی ماز

۹۷- اگر در دمای اتاق، pH باز DOH با درصد یونش ۰/۱۲، برابر a، و pH باز AOH با درصد یونش ۰/۳، برابر a+۱، باشد، غلظت مولی آغازی باز AOH، چند برابر غلظت مولی آغازی باز DOH، است؟

۱) ۲ ۲) ۴ ۳) ۰/۵۰ ۴) ۰/۲۵

پاسخ: گزینهٔ ۲ (سخت ـ مسأله ـ ۱۲۰۱)

با توجه به این که pH محلول AOH یک واحد بیشتر از pH محلول DOH است، پس می‌توان گفت غلظت OH^- در محلول AOH ده برابر محلول دیگر است.

اثبات آن هم به صورت زیر است:

$$pH_{AOH} - pH_{DOH} = ۱ \Rightarrow -\log[H^+_{AOH}] - (-\log[H^+_{DOH}]) = \log[H^+_{DOH}] - \log[H^+_{AOH}] = \log\frac{[H^+_{DOH}]}{[H^+_{AOH}]} = \log\frac{\frac{۱۰^{-۱۴}}{[OH^-_{DOH}]}}{\frac{۱۰^{-۱۴}}{[OH^-_{AOH}]}}$$

$$= \log\frac{[OH^-_{AOH}]}{[OH^-_{DOH}]} = ۱ \Rightarrow [OH^-_{AOH}] = ۱۰[OH^-_{DOH}]$$

باتوجه به رابطهٔ میان غلظت اولیه باز، درصد یونش و غلظت یون هیدوکسید برای این دو باز داریم:

$$\alpha\,\% = \alpha \times ۱۰۰ = \frac{[OH^-]}{M_{باز}} \times ۱۰۰ \Rightarrow M_{باز} = \frac{[OH^-]}{\alpha\,\%} \times ۱۰۰$$

$$\Rightarrow \frac{M_{AOH}}{M_{DOH}} = \frac{\frac{[OH^-]_{AOH}}{\alpha\,\%_{AOH}} \times ۱۰۰}{\frac{[OH^-]_{DOH}}{\alpha\,\%_{DOH}} \times ۱۰۰} = \frac{[OH^-]_{AOH}}{[OH^-]_{DOH}} \times \frac{\alpha\,\%_{DOH}}{\alpha\,\%_{AOH}} = ۱۰ \times \frac{۰/۱۲}{۰/۳} = ۴$$

باتوجه به محاسبات انجام‌شده، نسبت خواسته‌شده برابر ۴ است.

گروه آموزشی ماز

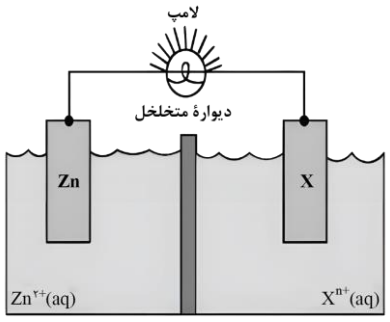
۹۸- با توجه به شکل داده‌شده که سلول گالوانی استاندارد تشکیل‌شده از دو نیم‌سلول را نشان می‌دهد، کدام مورد، عبارت زیر را از نظر علمی به‌درستی کامل می‌کند؟ $(Zn = ۶۵ g.mol^{-۱})$

«اگر X الکترود ..... باشد، ..... .»

$E°(Zn^{۲+}/Zn) = -۰/۷۶V$

$E°(V^{۲+}/V) = -۱/۲۰V$

$E°(Ag^{+}/Ag) = +۰/۸۰V$



۱) Ag؛ به‌ازای مبادلهٔ ۰/۰۲ مول الکترون، جرم الکترود روی، ۱/۳ گرم کاهش می‌یابد

۲) V؛ جهت حرکت الکترون‌ها با جهت حرکت آنیون‌های نمک محلول وانادیم، همسو است

۳) Ag؛ جهت حرکت کاتیون‌های محلول نقره به سمت الکترود روی است

۴) V؛ $E°$ سلول، برابر ۰/۴۴ ولت و $Zn^{۲+}$، گونهٔ اکسنده است

پاسخ: گزینهٔ ۴ (متوسط ـ مفهومی ـ ۱۲۰۲)

با توجه به $E°$ منفی‌تر وانادیم نسبت به روی، در سلول گالوانی این دو فلز، نیم‌سلول وانادیم آند و نیم‌سلول روی کاتد است.

کنکور ۱۴۰۴
www.biomaze.ir
سنجش کلاد
www.SanjeshCloud.ir
T.me/SanjeshClouds

آندِ سلول گالوانی

- در این نیم‌سلول، گونهٔ کاهنده‌تر حضور دارد.
- در این نیم‌سلول، نیم‌واکنش اکسایش انجام می‌شود.
- با تبدیل شدن اتم‌های خنثیِ موجود در تیغه به یون‌های محلول در آب، به مرور وزن تیغهٔ آندی کاهش پیدا می‌کند.
- به‌دلیل تولید الکترون، نیم‌سلولِ آن را با علامت منفی نشان می‌دهند.
- کاتیون‌های تولید شده از طریق دیوارهٔ متخلخل به سمت نیم‌سلول کاتد حرکت می‌کنند.
- در این نیم‌سلول، الکترون‌های تولید شده و از طریق مدار بیرونی به سمت نیم‌سلول کاتد حرکت می‌کنند.

برای محاسبهٔ emf سلول گالوانی، پتانسیل استاندارد آند را از پتانسیل استاندارد کاتد کم می‌کنیم:

$$emf = E^\circ_{\text{کاتد}} - E^\circ_{\text{آند}} = -۰/۷۶ - (-۱/۲۰) = ۰/۴۴\ V$$

در این سلول گونهٔ V کاهنده و گونهٔ Zn^{2+} اکسنده است.

بررسی سایر گزینه‌ها:

۱) با توجه به E° مثبت‌تر نقره نسبت به روی، در سلول گالوانی حاصل از این دو فلز، نیم‌سلول روی آند و نیم‌سلول نقره کاتد است، پس نیم‌واکنش اکسایش در این سلول به صورت زیر است:

$$Zn(s) \longrightarrow Zn^{2+}(aq) + 2e^-$$

هر واحد روی با از دست دادن ۲ الکترون، به یون روی تبدیل می‌شود. پس به ازای تولید ۰/۰۲ مول الکترون در نیم‌سلول آندی، ۰/۰۱ مول روی که معادل ۰/۶۵ گرم است مصرف می‌شود.

۲) در سلول گالوانی، جهت حرکت الکترون‌ها، آنیون‌ها و کاتیون‌ها به‌ترتیب به سمت کاتد، آند و کاتد است.

۳) جهت حرکت کاتیون‌ها به سمت کاتد(الکترود نقره در سلول روی - نقره) است.

کاتدِ سلول گالوانی

- در این نیم‌سلول، گونهٔ اکسنده‌تر حضور دارد.
- در این نیم‌سلول، نیم‌واکنش کاهش انجام می‌شود.
- با تبدیل شدن کاتیون‌های موجود در محلول به اتم‌های فلزی، به مرور وزن تیغهٔ کاتدی افزایش پیدا می‌کند.
- به دلیل مصرف الکترون، نیم‌سلولِ آن را با علامت مثبت نشان می‌دهند.
- آنیون‌های اضافی این محلول از طریق دیوارهٔ متخلخل به سمت نیم‌سلول آند حرکت می‌کنند.
- در این نیم‌سلول، الکترون‌های تولید شده در نیم‌سلول آند مصرف می‌شوند.

گروه آموزشی ماز

۹۹- کدام مورد نادرست است؟

۱) در باتری دگمه‌ای «روی - نقره»، آند و کاتد، به‌ترتیب، $Zn(s)$ و $Ag^+(aq)$ است.

۲) از بوکسیت، می‌توان به‌عنوان سنگ معدن در فرایند هال برای تولید آلومینیم استفاده کرد.

۳) در آبکاری، سطح یک فلز توسط لایهٔ نازکی از فلزهای ارزشمند و مقاوم به خوردگی پوشانده می‌شود.

۴) تفاوت انرژی لازم برای تولید قوطی آلومینیمی از فرایند هال، با تولید آن از قوطی‌های کهنه، برابر ۹۳ درصد است.

پاسخ: گزینهٔ ۱ (آسان ـ حفظی ـ ۱۲۰۲)

در باتری روی - نقره، واکنش زیر انجام می‌شود:

$$Zn(s) + Ag_2O(s) \longrightarrow ZnO(s) + 2Ag(s)$$

پس در این باتری $Ag_2O(s)$ کاتد است.

کنکور ۱۴۰۴
www.biomaze.ir
www.SanjeshCloud.ir
T.me/SanjeshClouds

بررسی سایر گزینه‌ها:

۲ بوکسیت، نمونه‌ای ناخالص از آلومینیم اکسید با فرمول شیمیایی Al_2O_3 بوده که پس از خالص‌سازی می‌تواند در فرایند هال به کار رود. هماتیت نیز نمونهٔ ناخالص آهن(III) اکسید با فرمول شیمیایی Fe_2O_3 است.

۳ پوشاندن سطح یک فلز با لایهٔ نازکی از فلزهای ارزشمند و مقاوم در برابر خوردگی، آبکاری نام دارد. فرایندی که در سلول الکترولیتی و با صرف انرژی انجام می‌شود. توجه داریم جسمی که می‌خواهیم آن را آبکاری کنیم، همیشه به سمت کاتد سلول متصل می‌شود.

۴ انرژی لازم برای تهیهٔ قوطی آلومینیمی از قوطی‌های کهنه فقط ۷ درصد انرژی لازم برای تولید همان تعداد قوطی از فرایند هال است.

هال

فرایند هال به علت مصرف مقدار زیادی انرژی الکتریکی، هزینهٔ بسیار بالایی دارد؛ از این رو با بازیافت فلز آلومینیم می‌توان ضمن افزایش عمر یکی از مهم‌ترین منابع تجدیدناپذیر طبیعت، برخی از هزینه‌های مربوط به تولید این فلز را کاهش داد. برای نمونه تولید قوطی‌های آلومینیمی از قوطی‌های کهنه فقط به ۷٪ از انرژی لازم برای تهیهٔ همان تعداد قوطی از فرایند هال نیاز دارد. به عبارت دیگر، با بازیافت قوطی‌های آلومینیمی می‌توان به اندازهٔ ۹۳٪ در میزان انرژی مصرفی صرفه‌جویی کرد.

گروه آموزشی ماز

۱۰۰- با توجه به پتانسیل کاهشی استاندارد نیم‌سلول‌های زیر، کدام واکنش در جهت طبیعی انجام نمی‌شود؟

$E°(V^{2+}/V) = -1/20V$ ، $E°(V^{3+}/V^{2+}) = -0/26V$

$E°(Mn^{2+}/Mn) = -1/18V$ ، $E°(Fe^{3+}/Fe) = -0/04V$

۱) $V(s) + Fe^{3+}(aq) \rightarrow V^{2+}(aq) + Fe(s)$

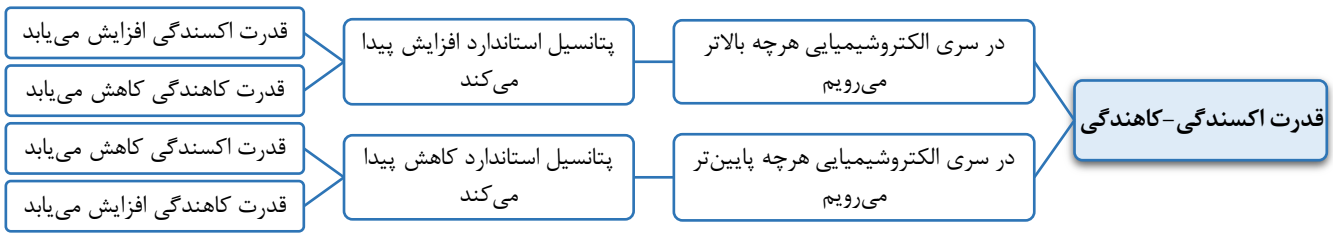
۲) $Mn(s) + Fe^{3+}(aq) \rightarrow Mn^{2+}(aq) + Fe(s)$

۳) $Mn(s) + V^{3+}(aq) \rightarrow V^{2+}(aq) + Mn^{2+}(aq)$

۴) $V^{3+}(aq) + Fe(s) \rightarrow V^{2+}(aq) + Fe^{3+}(aq)$

پاسخ: گزینهٔ ۴ (متوسط ـ مفهومی ـ ۱۴۰۲)

برای آن که یک واکنش الکتروشیمیایی به صورت طبیعی انجام شود، باید emf سلولی که در آن واکنش انجام می‌شود، مثبت شود. یعنی E° کاتد (گونه‌ای که کاهش پیدا می‌کند) از E° آند (گونه که اکسایش پیدا می‌کند) بیشتر باشد.



اگر این واکنش بخواهد به صورت طبیعی انجام شود، باید آهن نسبت به یون وانادیم(II) کاهنده‌تر باشد، به این معنی که پتانسیل استاندارد پایین‌تری داشته باشد اما این‌طور نیست؛ بنابراین این واکنش به صورت طبیعی پیش نخواهد رفت و نیازمند صرف انرژی است.

بررسی سایر گزینه‌ها:

۱ اگر این واکنش بخواهد به صورت طبیعی به پیش رود، باید وانادیم نسبت به آهن کاهنده‌تر باشد، به این معنی که پتانسیل استاندارد پایین‌تری داشته باشد. طبق اطلاعات صورت سؤال، وانادیم پتانسیل استاندارد منفی‌تری نسبت به آهن دارد، پس این واکنش بدون صرف انرژی و به صورت طبیعی پیش خواهد رفت.

۲ اگر این واکنش بخواهد به صورت طبیعی به پیش رود، باید منگنز نسبت به آهن کاهنده‌تر باشد. به این معنی که پتانسیل استاندارد پایین‌تری داشته باشد که همین‌طور هم هست و این واکنش نیز طبیعی انجام خواهد شد.

۳ اگر این واکنش بخواهد به صورت طبیعی به پیش رود، باید منگنز نسبت به وانادیم(II) کاهنده‌تر باشد و بتواند به آن الکترون بدهد. باتوجه به پتانسیل استاندارد این دو نیم‌سلول، این واکنش نیز به صورت طبیعی پیش خواهد رفت.

گروه آموزشی ماز

۱۰۱- ۲۵۰ میلی‌لیتر محلول هیدروکلریک اسید ۰/۲ مولار، ۱۰۰ میلی‌لیتر محلول پتاسیم هیدروکسید ۰/۱ مولار و ۱۵۰ میلی‌لیتر محلول NaOH که در هر لیتر از آن، ۴ گرم حل‌شونده وجود دارد، با یکدیگر مخلوط می‌شوند. به این محلول، چند میلی‌لیتر آب مقطر اضافه شود تا pH محلول حاصل، برابر ۱/۷ شود؟

(حجم محلول‌ها جمع‌پذیر درنظر گرفته شود، $g.mol^{-1}$: $H=1$, $O=16$, $Na=23$)

۱) ۱۵۰۰ ۲) ۱۲۵۰ ۳) ۷۵۰ ۴) ۵۰۰

کنکور ۱۴۰۴
www.biomaze.ir
سنجش کلاد
www.SanjeshCloud.ir
T.me/SanjeshClouds

پاسخ: گزینهٔ ۳ (سخت ـ مسأله ـ ۱۲۰۱)

ابتدا مقدار اسید و باز موجود در ۳ محلول حساب می‌کنیم:

$$HCl : ?\ mol\ HCl = ۰/۲۵\ L\ محلول \times \frac{۰/۲\ mol\ HCl}{۱\ L\ محلول} = ۰/۰۵\ mol$$

$$KOH : ?\ mol\ KOH = ۰/۱\ L\ محلول \times \frac{۰/۱\ mol\ KOH}{۱\ L\ محلول} = ۰/۰۱\ mol$$

$$NaOH : ?\ mol\ NaOH = ۰/۱۵\ L\ محلول \times \frac{۴\ g\ NaOH}{۱\ L\ محلول} \times \frac{۱\ mol\ NaOH}{۴۰\ g\ NaOH} = ۰/۰۱۵\ mol$$

هیدروکلریک اسید نوعی اسید قوی و تک‌ظرفیتی و سدیم هیدروکسید و پتاسیم هیدروکسید نوعی باز قوی و تک‌ظرفیتی هستند؛ بنابراین هر مول از اسید با ۱ مول از باز خنثی می‌شود. مقدار اسید لازم برای خنثی کردن ۰/۰۲۵(۰/۰۱+۰/۰۱۵) مول باز، ۰/۰۲۵ مول بوده و در پایان در محلول حاصل ۰/۰۲۵(۰/۰-۰۵/۰۲۵) مول اسید باقی مانده است. حجم محلول نیز تا این لحظه ۵۰۰ میلی‌لیتر یا ۰/۵ لیتر است.

حال غلظت یون هیدروژن را در محلول نهایی با استفاده از pH محلول محاسبه می‌کنیم:

$$[H^+] = ۱۰^{-pH} = ۱۰^{-۱/۷} = ۱۰^{۰/۳} \times ۱۰^{-۲} = ۲ \times ۱۰^{-۲}$$

چون اسید موجود در محلول قوی است، غلظت آن با یون هیدروژن برابر است. بر این اساس حجم محلول نهایی را حساب می‌کنیم:

$$M = \frac{n}{V} \Rightarrow ۰/۰۲ = \frac{۰/۰۲۵}{V} \Rightarrow V = ۱/۲۵\ L = ۱۲۵۰\ mL$$

پس محلول نهایی از اضافه کردن ۷۵۰ میلی‌لیتر آب به ۵۰۰ میلی‌لیتر محلول تولیدشده از مخلوط اسید و باز، حاصل می‌شود.

گروه آموزشی ماز

۱۰۲- با توجه به مدل فضا پُرکن مولکول‌های «آ» و «ب»، کدام موارد زیر درست است؟

الف: علامت بار جزئی اتم مرکزی در مولکول‌های «آ» و «ب»، می‌تواند مشابه باشد.

ب: مولکول «آ»، را می‌توان به هریک از گونه‌های $H_۲O$، $H_۲S$ و $Li_۲O$ نسبت داد.

پ: اگر مولکول «ب»، $CO_۲$ باشد و یکی از اتم‌های اکسیژن آن با گوگرد جایگزین شود، بار جزئی اتم مرکزی، تغییر می‌کند.

ت: اگر مولکول «آ»، $SO_۲$ باشد و به ساختار آن، یک اتم اکسیژن اضافه شود، گشتاور دوقطبی مولکول، برابر صفر می‌شود.

۱) «پ» و «ت»
۲) «ب» و «پ»
۳) «الف» و «ت»
۴) «الف» و «ب»

«آ»

«ب»

پاسخ: گزینهٔ ۳ (متوسط ـ مفهومی ـ ۱۲۰۳)

عبارت‌های «الف» و «ت» درست هستند.

بررسی موارد:

الف: اگر «آ» و «ب» را $SO_۲$ و $CO_۲$ در نظر بگیریم، در هر دو مولکول، اتم مرکزی بار جزئی مثبت دارد.

ب: $Li_۲O$ نوعی ترکیب یونی بوده و واحدهای تشکیل‌دهنده آن، یون‌هایی با بار مخالف هستند.

پ: چون گوگرد همانند اکسیژن نافلزتر از کربن است، جایگزین‌شدن اتم اکسیژن با اتم گوگرد در مولکول مورد نظر، تأثیری بر بار جزئی مثبت اتم کربن در مرکز ندارد.

کنکور ۱۴۰۴
www.biomaze.ir
www.SanjeshCloud.ir
T.me/SanjeshClouds

کربن دی‌اکسید

- با کاهش دما تا ۷۸- درجهٔ سانتی‌گراد، از حالت گاز به حالت جامد در می‌آید.
- مولکولی ناقطبی بوده و در میدان الکتریکی جهت‌گیری پیدا نمی‌کند.
- با حل شدن در آب، با آن واکنش داده و اسیدِ ضعیف کربنیک اسید را تولید می‌کند.
- در طی واکنش سوختن ناقص و کامل هیدروکربن‌ها و مواد آلی تولید می‌شود.
- به‌دلیل نداشتن الکترون ناپیوندی روی اتم مرکزی، ساختاری خطی دارد.
- در باران عادی همانند باران اسیدی در آب حل شده و غلظت یون هیدروژن را افزایش می‌دهد.

ت: گوگرد دی‌اکسید برخلاف گوگرد تری‌اکسید روی اتم مرکزی خود الکترون ناپیوندی داشته و به همین دلیل گونه‌ای قطبی است.

ساختار لوویس اکسیدهای گوگرد به صورت زیر است:

گروه آموزشی ماز

۱۰۳- با توجه به جدول داده‌شده، با طی یک کیلومتر مسافت، کاهش درصد جرمی CO به‌واسطهٔ استفاده از کاتالیزگر، به تقریب کدام است و کدام آلایندهٔ تولید شده توسط وسایل نقلیه، بیشترین کاهش مقدار مول را با به‌کارگیری کاتالیزگر دارد؟

$(H=1, C=12, N=14, O=16 : g.mol^{-1})$

فرمول شیمیایی آلاینده		CO	C_8H_{18}	NO
مقدار گرم آلاینده به‌ازای طی یک کیلومتر مسافت	بدون کاتالیزگر	۵/۹۹	۱/۶۷	۱/۰۴
	با کاتالیزگر	۰/۶۱	۰/۰۷	۰/۰۴

۱) C_8H_{18} ،۸۹/۸
۲) CO ،۸۹/۸
۳) CO ،۹۶/۱
۴) C_8H_{18} ،۹۶/۱

پاسخ: گزینهٔ ۲ (آسان ـ مسأله ـ ۱۲۰۴)

با توجه به جدول داده‌شده، با طی یک کیلومتر مسافت، با و بدون کاتالیزگر به‌ترتیب ۰/۶۱ و ۵/۹۹ گرم CO تولید می‌شود، یعنی با استفاده از کاتالیزگر در این فاصله، مقدار گاز کربن مونوکسید خارج‌شده از اگزوز خودرو، به اندازهٔ ۵/۳۸ گرم که به‌تقریب برابر ٪۸۹/۸ ($A=\frac{۵/۳۸}{۵/۹۹}\times ۱۰۰$) آن است، کاهش پیدا می‌کند.

همچنین در این فاصله به‌تقریب ۰/۱۹ مول CO، ۰/۰۱۴ مول بنزین و ۰/۰۳ مول NO توسط کاتالیزگر حذف می‌شود، پس می‌توان گفت این کاتالیزگر بیشترین بازده را برای حذف گاز کربن مونوکسید داراست.

کربن مونوکسید گازی بی‌رنگ، بی‌بو و بسیار سمی بوده که چگالی آن از هوا کمتر است و به همین دلیل قابلیت انتشار بسیار بالایی در محیط دارد. این گاز نسبت به اکسیژن، تمایل بیشتری به هموگلوبین داشته و با اتصال به آن، از رسیدن اکسیژن به بافت‌ها جلوگیری می‌کند.

گروه آموزشی ماز

۱۰۴- کدام مورد، نادرست است؟

۱) بازده واکنش و هزینهٔ مواد و انرژی مصرف‌شده برای تولید فراورده‌ها، به نوع واکنش و فناوری به‌کار رفته بستگی دارد.
۲) حلّال چسب، از واکنش پرکاربردترین اسید آلی با نوعی الکل ضدعفونی‌کننده و در محیط اسیدی، تشکیل می‌شود.
۳) پلی اتن، یکی از مهم‌ترین خوراک‌ها در صنایع پتروشیمی به‌شمار می‌آید.
۴) یکی از کاربردهای اتان، استفاده از آن به‌عنوان سوخت است.

پاسخ: گزینهٔ ۳ (آسان ـ حفظی ـ ۱۲۰۴)

اتن یکی از واکنش‌دهنده‌های بسیار مهم در صنعت پتروشیمی است. یکی از فراورده‌های این گاز، پلی‌اتن بوده که در شرایط مختلف و در نسبت‌های متفاوت کاتالیزگرها، به دو صورت پلی‌اتن سبک و سنگین تولید می‌شود.

بررسی سایر گزینه‌ها:

۱) بازده همهٔ واکنش‌ها، به سطح فناوری به‌کار برده‌شده، نوع واکنش‌دهنده‌ها و ... بستگی دارد.

کنکور ۱۴۰۴
www.biomaze.ir
سنجش کلاد
www.SanjeshCloud.ir
T.me/SanjeshClouds

۲ حلال چسب، اتیل استات است که از واکنش استری‌شدن استیک اسید (پرکاربردترین اسید آلی) و اتانول (الکل ضدعفونی‌کننده) در حضور سولفوریک اسید به عنوان کاتالیزگر تولید می‌شود.

۴ اتان دومین عضو خانوادهٔ آلکان‌هاست. آلکان‌ها از جملهٔ هیدروکربن‌های سیرشده بوده و تنها در واکنش‌های محدودی از جملهٔ سوختن شرکت می‌کنند. مهم‌ترین کاربرد آلکان‌ها، استفاده از آن‌ها به عنوان سوخت است.

گروه آموزشی ماز

۱۰۵- واکنش‌های گازی زیر، در دو ظرف جداگانه دربسته و در دمای ثابت در حالت تعادل قرار دارند. کدام مورد دربارهٔ آن‌ها درست است؟

$$I)\ CO + H_2O \rightleftharpoons CO_2 + H_2 \quad ,\ \Delta H > 0$$

$$II)\ CO + 3H_2 \rightleftharpoons CH_4 + H_2O \quad ,\ \Delta H < 0$$

۱) افزایش دما در واکنش (I)، برخلاف افزایش حجم ظرف در واکنش (II)، غلظت فراورده‌ها را کاهش می‌دهد.

۲) کاهش حجم ظرف در واکنش (I)، همانند کاهش دما در واکنش (II)، غلظت فراورده‌ها را افزایش می‌دهد.

۳) افزایش غلظت $CO(g)$ در واکنش (II)، همانند افزایش غلظت این گاز در واکنش (I)، مقدار K واکنش را افزایش می‌دهد.

۴) کاهش فشار در واکنش (I)، برخلاف افزایش حجم ظرف در واکنش (II)، تعادل را در جهت برگشت جابه‌جا می‌کند.

پاسخ: گزینهٔ ۲ (متوسط ـ مفهومی ـ ۱۲۰۴)

کاهش حجم، غلظت تمام مواد گازی را در ظرف واکنش افزایش می‌دهد. از طرفی طبق اصل لوشاتلیه، با کاهش دما در واکنش دوم، تعادل به سمت تولید گرما پیش می‌رود. از آنجا که این واکنش گرماده است، پس با کاهش دما به سمت رفت، یعنی مصرف واکنش‌دهنده‌ها و تولید فراورده‌ها پیش خواهد رفت. با تولید فراورده‌ها، غلظت آن‌ها افزایش پیدا می‌کند.

بررسی سایر گزینه‌ها:

۱ افزایش حجم در همهٔ تعادل‌ها، غلظت همهٔ مواد را نسبت به حالت اولیه کاهش خواهد داد. از طرفی افزایش دما در تعادل اول که گرماگیر است، تعادل را به سمت رفت جابه‌جا می‌کند و این تغییر باعث افزایش غلظت فراورده‌ها خواهد شد.

۳ مقدار ثابت تعادل تنها و تنها به دما وابسته است.

۴ در تعادل اول با توجه به برابر بودن مجموع ضرایب گازها در دو سمت واکنش، تغییر فشار تأثیری بر تعادل ندارد. در تعادل دوم نیز، با افزایش حجم و درنتیجه کاهش غلظت مواد گازی، تعادل به سمت مول گازی بیشتر یعنی واکنش‌دهنده‌ها (واکنش‌دهنده‌ها) پیش خواهد رفت.

گروه آموزشی ماز

کنکور ۱۴۰۴
www.biomaze.ir
www.SanjeshCloud.ir
T.me/SanjeshClouds