



سراسری دی ماه ۱۴۰۱

شنبه ۱۴۰۴/۰۱/۳۰

در زمینه مسائل علمی باید  
دنبال قله بود.  
مقام معظم رهبری



## دوبینگ‌ماز

آزمون سراسری ورودی دانشگاه‌های کشور – دی ماه سال ۱۴۰۱

گروه آزمایشی  
علوم ریاضی و فنی

مدت پاسخگویی: ۷۰ دقیقه

تعداد سوال: ۴۰

ردیف	مواد امتحانی	تعداد سؤال	از شماره	تا شماره
۱	ریاضیات	۴۰	۱	۴۰

استفاده از ماشین حساب مجاز نیست.  
این آزمون، نمره منفی دارد.

حق چاپ و تکثیر سؤالات به هر روش (الکترونیکی و...) پس از برگزاری آزمون برای تمامی اشخاص حقیقی و حقوقی تنها با مجوز «گروه ماز» مجاز می‌باشد و با متخلفین برابر مقررات رفتار می‌شود.  
به دلیل عدم رضایت تیم ماز، هرگونه استفاده غیرقانونی از دفترچه سؤالات و پاسخنامه ماز برای تمامی اشخاص، شرعاً حرام است.



۱- با ضرب سه جمله متوالی یک دنباله هندسی به ترتیب در ۴، ۸ و ۱۶ یک دنباله حسابی به دست می آید. اگر مجموع مربعات سه جمله هندسی برابر مجموع جملات حسابی باشد، جمله اول دنباله هندسی کدام است؟

(۱)  $\frac{32}{7}$  (۲)  $\frac{64}{7}$  (۳)  $\frac{24}{5}$  (۴)  $\frac{48}{5}$

۲- رأس سهمی  $y = kx^2 - 4x - 6$  روی خط  $y = -4x - 4$  قرار دارد. عرض رأس سهمی کدام است؟

(۱) ۲ (۲) ۶ (۳) -۴ (۴) -۸

۳- اگر A، B و C سه مجموعه ناتهی از مجموعه مرجع U باشند، مجموعه  $C - ((A - B)' - (B - C))$  با کدام مجموعه برابر است؟

(۱)  $A' - (B \cup C)$  (۲)  $B - (A \cup C)$  (۳)  $C - (A \cup B)$  (۴)  $(A' \cup B') - C$

۴- کدام گزاره زیر، همارز منطقی گزاره  $(p \wedge r) \vee (q \wedge r) \vee [\sim p \wedge (\sim q \wedge r)]$  است؟

(۱) q (۲) r (۳)  $r \vee p$  (۴)  $p \vee q$

۵- معادله های  $x^2 + 6x + m = 0$  و  $x^2 + 2x - 3m = 0$  یک ریشه مشترک غیر صفر دارند. اختلاف ریشه های غیر مشترک کدام است؟

(۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴) ۷

۶- نمودار تابع  $y = \frac{2}{x^2 - 3x + 2}$ ، به ازای چند مقدار صحیح بین دو خط افقی  $y = 0$  و  $y = -2$  واقع می شود؟

(۱) ۱ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴) صفر

۷- نقاط  $A(0, 1)$  و  $B(4, -2)$  دو رأس مجاور مربع ABCD هستند. طول مختصات نقطه D در ربع سوم، کدام است؟

(۱) -۱ (۲) -۲ (۳) -۳ (۴) -۴

۸- توابع  $f(x) = \log(2x - 5)$  و  $g(x) = x + \sqrt{2x - 4}$  را در نظر بگیرید. اگر نمودار  $y = g^{-1} \circ f^{-1}(x)$  محور y ها را در  $\alpha$  قطع کند، مقدار  $\alpha$  کدام است؟

(۱)  $4 - \sqrt{2}$  (۲)  $4 - \sqrt{3}$  (۳)  $4 + \sqrt{2}$  (۴)  $4 + \sqrt{3}$

محل انجام محاسبات

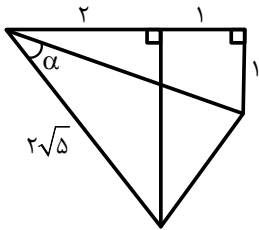


۹- نمودار  $f(x) = 2 + 2^{b-ax}$  نمودار تابع  $g(x) = -x^2 - 3x + 8$  را در نقطه‌ای به طول ۱ قطع می‌کند. اگر  $f^{-1}(10) = -1$  باشد، مقدار  $2b - a$  کدام است؟

- (۱) ۳ (۲) ۲ (۳) -۳ (۴) -۲

۱۰- معادله  $\frac{1}{x+2} - \frac{x^2 - 9x - 2}{x^3 + 8} = \frac{6x}{x^2 - 2x + 4}$  دارای چند جواب مثبت است؟

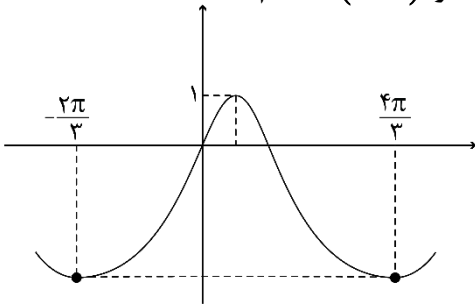
- (۱) صفر (۲) ۳ (۳) ۲ (۴) ۱



۱۱- در شکل زیر، مقدار  $\cos \alpha$  چقدر است؟

- (۱)  $\frac{\sqrt{3}}{2}$  (۲)  $\frac{\sqrt{2}}{2}$  (۳)  $-\frac{\sqrt{3}}{10}$  (۴)  $-\frac{\sqrt{2}}{10}$

۱۲- شکل زیر، قسمتی از نمودار  $y = a + b \cos(cx - \frac{\pi}{3})$  را نشان می‌دهد. مقدار  $b(c-a)$  کدام است؟

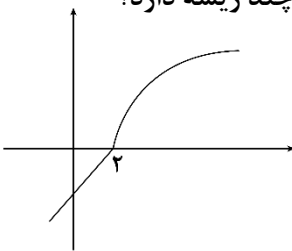


- (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴) ۶

۱۳- مجموع جواب‌های معادله مثلثاتی  $\cos(\frac{17\pi}{8} + x) \cos(\frac{3\pi}{8} - x) = \cos^2(\frac{\pi}{3})$  در بازه  $[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}]$  کدام است؟

- (۱)  $\frac{\pi}{2}$  (۲)  $\frac{\pi}{3}$  (۳)  $\frac{2\pi}{3}$  (۴)  $\frac{\pi}{4}$

۱۴- اگر  $f(x) = |\frac{1}{3}x - 1|$  و شکل زیر نمودار تابع  $g(x)$  باشد، معادله  $g(f(g(x+2))) = 0$  چند ریشه دارد؟



- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

محل انجام محاسبات

۱۵- شکل زیر، نمودار تابع  $f^{-1}$  را نشان می‌دهد. اگر  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f^{-1}(x)}{f(x)} = \pi$  باشد، مقدار  $m$  کدام است؟

(۱)  $-\sqrt{\pi}$  (۲)  $-\frac{1}{\sqrt{\pi}}$  (۳)  $-\frac{1}{\pi}$  (۴)  $-\pi\sqrt{\pi}$

۱۶- اگر تابع  $f(x) = \begin{cases} |x - [x]| & \text{زوج } [x] \\ |x - [x - a]| & \text{فرد } [x] \end{cases}$  در  $\mathbb{R}$  پیوسته باشد، مجموعه مقادیر  $[a]$  شامل چند عضو است؟

(۱) صفر (۲) ۲ (۳) ۱ (۴) ۳

۱۷- تابع  $f(x) = \frac{x}{1 - x|x|}$  چند نقطه بحرانی دارد؟

- (۱) صفر (۲) ۱ (۳) ۲ (۴) ۳

۱۸- به ازای کدام مقدار  $a$ ، اختلاف شیب نیم‌خط‌های مماس چپ و راست بر منحنی تابع  $f(x) = |4x - 3|\sqrt{ax}$ ، در نقطه  $x = \frac{3}{4}$  برابر  $2\sqrt{6}$  می‌شود؟

- (۱) ۲ (۲) ۸ (۳)  $\frac{1}{2}$  (۴)  $\frac{1}{8}$

۱۹- نمودار تابع  $f(x) = (m^2 - 1)x^2 + (2 - m)x + 5$  محور  $x$  ها را در  $\alpha$  و  $\beta$  قطع می‌کند. اگر مجموع  $\alpha$  و  $\beta$  بیش‌ترین مقدار باشد،  $m$  کدام است؟

- (۱)  $2 + \sqrt{5}$  (۲)  $2 + \sqrt{3}$  (۳)  $2 - \sqrt{5}$  (۴)  $2 - \sqrt{3}$

۲۰- ۵ نفر قرار است در یک جلسه سخنرانی کنند. در چند حالت، دو نفر خاص پشت سر هم سخنرانی می‌کنند؟

- (۱) ۲۴ (۲) ۴۸ (۳) ۷۲ (۴) ۹۶

۲۱- در پرتاب همزمان دو تاس، اعداد رو شده  $m$  و  $n$  هستند. با کدام احتمال، معادله  $x^2 - mx + n = 0$  دارای دو ریشه حقیقی و متمایز است؟

- (۱)  $\frac{1}{3}$  (۲)  $\frac{1}{4}$  (۳)  $\frac{17}{36}$  (۴)  $\frac{4}{9}$

۲۲- پیشامدهای ناسازگار  $A$  و  $B$  از فضای نمونه‌ای  $S$  هستند. اگر  $P(A) = \frac{1}{6}$  و  $P(B) = \frac{1}{4}$  باشد، مقدار  $P(B'|A')$  کدام است؟

- (۱)  $\frac{1}{7}$  (۲)  $\frac{1}{5}$  (۳)  $\frac{1}{55}$  (۴)  $\frac{1}{75}$

محل انجام محاسبات



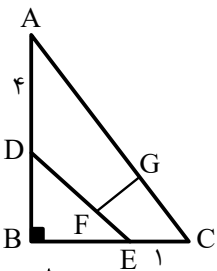
۲۳- در یک دسته از اعداد، چهار عدد فرد یک رقمی در اختیار داریم. دوتای آن‌ها را با کوچک‌ترین عدد زوج بعد از خود و دوتای دیگر را با بزرگ‌ترین عدد زوج قبل از خود جایگزین می‌کنیم به طوری که اعداد در دسته دوم (دسته جدید) تک‌رقمی و غیر تکراری باشند، نسبت ضریب تغییرات دسته اول به دسته دوم کدام است؟

- (۱)  $0/2\sqrt{5}$  (۲)  $0/4\sqrt{10}$  (۳)  $\sqrt{2}$  (۴)  $1/25$

۲۴- سه کیسه یکسان، هر کدام شامل ۱۰ گوی در اختیار داریم. کیسه اول دارای گوی‌های سبز، کیسه دوم دارای گوی‌های قرمز و کیسه سوم دارای ۲ گوی قرمز و ۸ گوی سبز است. کیسه‌ای به تصادف انتخاب کرده، یک گوی خارج می‌کنیم و می‌بینیم که قرمز است. با کدام احتمال همه گوی‌های آن کیسه قرمز است؟

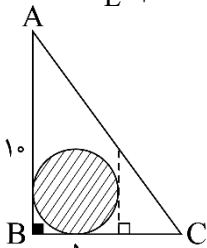
- (۱)  $\frac{1}{3}$  (۲)  $\frac{2}{3}$  (۳)  $\frac{1}{6}$  (۴)  $\frac{5}{6}$

۲۵- در شکل زیر، اگر  $\frac{AC}{CG} = \frac{DE}{EF} = 4$  باشد، اندازه FG کدام است؟



- (۱) ۱  
(۲)  $1/25$   
(۳)  $1/5$   
(۴)  $1/75$

۲۶- اگر اندازه اضلاع قائمه مثلث ABC، ۵ و ۱۰ باشد، مساحت ناحیه هاشور خورده، کدام است؟



- (۱)  $\frac{25}{9}\pi$  (۲)  $\frac{16}{9}\pi$   
(۳)  $\frac{9}{4}\pi$  (۴)  $\frac{5}{4}\pi$

۲۷- در یک n ضلعی، با کم شدن یک ضلع، ۱۶ قطر از تعداد قطرهای آن کم می‌شود. اگر دو ضلع کم شود، چند قطر از تعداد قطرهای آن کم می‌شود؟

- (۱) ۳۰ (۲) ۳۱ (۳) ۳۲ (۴) ۳۳

۲۸- در فضا، دو خط  $l_1$  و  $l_2$  موازی هستند. اگر خط d خط  $l_1$  را در یک نقطه قطع کند، کدام مورد در خصوص وضعیت خط d و  $l_2$  همواره درست است؟

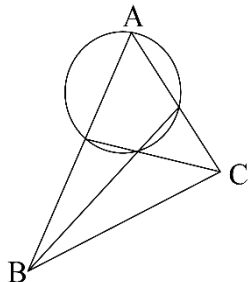
- (۱) متنازهند. (۲) موازی‌اند. (۳) غیرمقاطع‌اند. (۴) غیرموازی‌اند.

محل انجام محاسبات

۲۹- یک دایره به شعاع ۲، داخل دوزنقه متساوی‌الساقینی محاط شده است. اگر یکی از زوایای دوزنقه ۶۰ درجه باشد، مساحت این دوزنقه کدام است؟

- (۱)  $\frac{12}{\sqrt{3}}$  (۲)  $\frac{16}{\sqrt{3}}$  (۳)  $\frac{24}{\sqrt{3}}$  (۴)  $\frac{32}{\sqrt{3}}$

۳۰- در شکل زیر، نیمسازهای زاویه‌های B و C در مثلث ABC رسم شده‌اند. اگر چهارضلعی داخل دایره محاطی باشد، زاویه A چند درجه است؟



- (۱) ۹۰  
(۲) ۷۵  
(۳) ۶۰  
(۴) ۴۵

۳۱- دو دایره با شعاع یکسان در نقاط (۱,۴) و (۳,۲) همدیگر را قطع می‌کنند. اگر فاصله بین مراکز دو دایره، دو برابر فاصله بین نقاط تقاطع باشد، فاصله بین نقاط برخورد یکی از دایره‌ها با محور x ها کدام است؟

- (۱) ۸ (۲) ۶ (۳)  $2\sqrt{2}$  (۴)  $4\sqrt{2}$

۳۲- اندازه تصویر قائم بردار (۲, -a, ۳) بر امتداد بردار (a, ۰, ۱)، برابر  $\frac{5}{\sqrt{3}}$  است. اختلاف مقادیر a کدام است؟

- (۱) ۲ (۲) ۷ (۳)  $\frac{3}{2}$  (۴)  $\frac{10}{7}$

۳۳- از کانون سهمی  $y^2 - x - 4y + 2 = 0$  خطی عمود بر محور تقارن آن رسم می‌شود تا سهمی را در نقاط A و B قطع کند. مساحت مثلثی با رئوس A، B و رأس سهمی، چقدر است؟

- (۱)  $\frac{1}{3}$  (۲)  $\frac{1}{4}$  (۳)  $\frac{1}{8}$  (۴)  $\frac{1}{12}$

۳۴- اگر  $A = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 \\ -1 & 1 & 1 \\ 0 & -2 & -1 \end{bmatrix}$ ،  $B = \begin{bmatrix} 1 & x & -1 \\ 1 & 1 & x \\ x & 1 & -1 \end{bmatrix}$ ،  $C = \begin{bmatrix} 2 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \\ 0 & -1 & 0 \end{bmatrix}$  و  $D = ABC$  باشد، به ازای کدام مقدار x، مجموع درایه‌های قطر اصلی و فرعی ماتریس D برابر هستند؟

- (۱) -۴ (۲) -۳ (۳) ۵ (۴) ۶

محل انجام محاسبات

۳۵- اگر  $A = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 2 \\ 0 & 2 & -3 \\ 3 & -2 & 4 \end{bmatrix}$  باشد، مقدار  $\|A\|$  کدام است؟

- (۱) -۱ (۲) ۱ (۳) -۱۶ (۴) ۱۶

۳۶- باقیمانده تقسیم عدد  $9 \times (21^{23} - 24^{23})$  بر عدد ۵۶ چقدر است؟

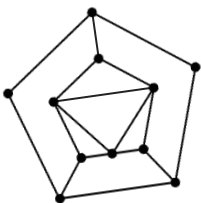
- (۱) ۷ (۲) ۵ (۳) ۳ (۴) ۱

۳۷- معادله سیاله  $17x + 18y = 987$  در مجموعه اعداد طبیعی، چند دسته جواب دارد؟

- (۱) ۶ (۲) ۵ (۳) ۴ (۴) ۳

۳۸- شکل زیر، گراف  $G$  را نشان می‌دهد. مقدار  $\gamma(G)$  کدام است؟

- (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴) ۵



۳۹- هر زیرمجموعه  $n$  عضوی از مجموعه  $\{1, 2, 3, 4, \dots, m\}$  حداقل دو عضو دارد که مجموع آن‌ها ۴۷ است. اگر حداقل

مقدار  $n$  برابر ۲۰ باشد، بیشترین مقدار  $m$  کدام است؟

- (۱) ۳۲ (۲) ۳۶ (۳) ۴۰ (۴) ۴۲

۴۰- اگر در گراف ساده  $G$ ،  $|V(G)| = 18$ ،  $\Delta(G) = 8$  و  $\delta(G) = 3$  باشند، اختلاف بیشترین و کمترین مقدار ممکن

برای اندازه گراف  $G$  کدام است؟

- (۱) ۴۰ (۲) ۳۸ (۳) ۳۹ (۴) ۳۷

محل انجام محاسبات